



Diplomarbeit

Entwurf und Vergleich verschiedener Unwuchtkompensationen für einen magnetgelagerten Rotor

ausgeführt zur Erlangung des akademischen Grades
eines Diplom-Ingenieurs (Dipl.-Ing.) unter der Leitung von

o.Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Manfred Schrödl
Univ.Ass. Dipl.-Ing. Markus Hutterer, BSc

am

Institut für Energiesysteme und Elektrische Antriebe (E370)
der Technischen Universität Wien

durch

David Trauner, BSc
Matrikelnummer: 1125869
Pantzergasse 22/5+6, 1190 Wien

Wien, am 21. November 2017

Danksagungen

An dieser Stelle möchte ich mich ganz herzlich bei Dipl.-Ing. Markus Hutterer, BSc bedanken, der mich bei der vorliegenden Diplomarbeit auf exzellente Weise betreut hat. Er war stets hilfsbereit zur Stelle und hat sich Zeit genommen, um auch komplexe Zusammenhänge verständlich zu erklären. Des Weiteren möchte ich mich bei o.Univ.-Prof. Dr. techn. Manfred Schrödl bedanken, der diese Diplomarbeit an seinem Institut ermöglicht hat.

Ein weiterer Dank gebührt meiner Freundin Carina, die mich besonders in den stressigen Phasen der Diplomarbeit immer wieder motiviert hat.

Zudem möchte ich meinen Eltern danken, die mir dieses Studium überhaupt erst ermöglicht haben. Insbesondere mein Vater hat zu seinen Lebzeiten stets dafür gearbeitet, mir diese Möglichkeit geben zu können. Das werde ich nie vergessen - Danke.

Kurzzusammenfassung

Die vorliegende Diplomarbeit behandelt den Vergleich und die Implementierung unterschiedlicher Arten von Unwuchtkompensationen für magnetgelagerte, unterkritisch laufende Rotoren. Dazu wurde zunächst ein mathematisches Modell eines Magnetlagers hergeleitet, welches die statischen und dynamischen Unwuchten des Rotors als Störeingang berücksichtigt. Auf Basis dieses Modells wurden vier Unwuchtkompensationen vorgestellt, verglichen und weiterentwickelt, sodass Unwuchten sowohl im Stromsignal, als auch im Positionssignal effizient unterdrückt werden können. Alle vier vorgestellten Unwuchtkompensationen unterstützen sowohl die Methode „Current Nulling“, als auch die Methode „Vibration Nulling“. Die Methode „Current Nulling“ filtert die Unwuchtschwingung aus den Sensorsignalen und bewirkt dadurch eine Reduktion des Stromes, sodass eine Sättigung der Aktoren vermieden wird und höhere Drehzahlen des Rotors bei verringertem Strom ermöglicht werden. Die Methode „Vibration Nulling“ bringt zusätzliche Kräfte über das Magnetlager auf den Rotor auf, sodass dieser um seine geometrische Achse rotiert. In Simulationen wurden die Unwuchtkompensationen analysiert und sowohl deren dynamisches Verhalten als auch deren Robustheit untersucht. Auf Basis dieser Ergebnisse wurden drei ausgewählte Unwuchtkompensationen an einem Versuchsaufbau implementiert und experimentell untersucht.

Abstract

The present diploma thesis deals with the comparison and implementation of four different unbalance compensation strategies for magnetically suspended rotors at under critical speeds. For this purpose, a mathematical model for a magnetic bearing which considers the static and dynamic unbalances of a rotating shaft has been derived in a first step. Subsequently, four different unbalances compensation strategies have been presented, compared and improved in order to suppress the effects of the unbalances in the current signal and in the motion of the rotor. All four approaches support „Current Nulling“ as well as „Vibration Nulling“. The method „Current Nulling“ separates the unbalance signals from the sensor signals and leads to a reduction of the coil current, which prevents the actuators from saturation and enables high rotational speeds. The method „Vibration Nulling“ applies additional forces on the rotor and leads to a reduction of the unbalance motion of the rotor and keeps it rotating about its geometric axis. The presented strategies have been implemented in simulations in order to examine their robustness and their behavior. Based on these results, three unbalance compensation strategies have been implemented on a test rig and the obtained results have been evaluated.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Einführung	1
1.2	Struktur der vorliegenden Arbeit	2
2	Grundlegende Gleichungen	3
2.1	Arten von Magnetlagern	3
2.2	Aufbau von reluktanzkraftbasierten Magnetlagern	4
2.3	Die Betriebsart „Differential Driving Mode“	7
3	Modellbildung und Regelung	11
3.1	Modell des Rotors	11
3.1.1	Euler-Lagrange Gleichungen	11
3.1.2	Herleitung der Winkelgeschwindigkeiten	13
3.1.3	Bewegungsgleichungen	16
3.2	Statische und dynamische Unwuchten	18
3.2.1	Statische Unwuchten	18
3.2.2	Dynamische Unwuchten	19
3.2.3	Unwuchten als Störeingang des Modells	19
3.2.4	Allgemeines zu Trägheitsmatrizen	23
3.3	Regelung	24
4	Unwuchtkompensation	29
4.1	Einleitung	29
4.2	Current Nulling vs Vibration Nulling	29
4.2.1	Current Nulling	30
4.2.2	Vibration Nulling	30
4.2.3	Filterung des Unwuchtsignals	30
4.2.4	Simulationen	31
4.3	Drehung des Rotors um eine Hauptträgheitsachse	32
4.4	Wirkung der Unwucht auf Positions- und Stromsignal	35
4.4.1	Auswirkung von Vibration Nulling	36
4.4.2	Auswirkung von Current Nulling	37
4.5	Generalized Notch Filter	38
4.5.1	Current Nulling	38

Inhaltsverzeichnis

4.5.2	Vibration Nulling	46
4.5.3	Simulationen	47
4.6	Adaptive Forced Balancing	48
4.6.1	Current Nulling	49
4.6.2	Vibration Nulling	53
4.6.3	Simulationen	54
4.7	Direct Method for Adaptive Feed-Forward	56
4.7.1	Current Nulling	58
4.7.2	Vibration Nulling	60
4.7.3	Simulationen	61
4.8	Automatic Learning Control	62
4.8.1	Current Nulling	63
4.8.2	Vibration Nulling	64
4.8.3	Simulationen	65
4.9	Vergleich der Unwuchtkompensationen	66
5	Messergebnisse	68
5.1	Versuchsaufbau und Implementierung	68
5.2	Messungen	69
5.2.1	Current Nulling	70
5.2.2	Vibration Nulling	72
5.3	Strom- und Positionssignal in Abhängigkeit von der Drehzahl	75
5.4	Rechenzeit	76
6	Zusammenfassung und Ausblick	78
6.1	Zusammenfassung	78
6.2	Ausblick	79

1 Einleitung

1.1 Einführung

Viele technische Anwendungen, wie beispielsweise elektrische Maschinen, besitzen Lagerungen für bewegliche Bauteile, welche eine annähernd reibungsfreie Bewegungen ermöglichen sollen. Gewöhnliche mechanische Lager, wie unter anderem die gängigen Rillenkugellager, unterliegen jedoch während des Betriebs Abnutzungen in Form von verunreinigendem Abrieb. Zudem benötigen diese zur Reduktion der auftretenden Reibung Schmierstoffe, welche sich innerhalb der Maschinen verteilen können. Aus diesem Grund ist diese Art der Lagerung für Anwendungen, die eine besonders hohe Reinheit der verwendeten Bauteile erfordern, ungeeignet. Eine gute Alternative stellen daher Magnetlager (engl. *magnetic bearings*) dar, die es erlauben, bewegliche Teile kontaktlos und nahezu reibungsfrei zu lagern. Dies wird durch die Verwendung von (Elektro-) Magneten im Stator ermöglicht, welche die beweglichen Teile durch elektromagnetische Kräfte in Schwebe versetzen. Dadurch können bei magnetgelagerten elektrischen Maschinen sehr hohe Drehzahlen erreicht werden. Darüber hinaus können bei Magnetlagern Parameter wie Steifigkeit und Dämpfung gezielt beeinflusst werden, ohne mechanische Bauteile wechseln zu müssen. Aus diesem Grund können Magnetlager sogar während des Betriebs abhängig von den Betriebspunkten optimiert werden.

Da durch die kontaktfreie Lagerung der Teile die Verwendung von Schmierstoffen und das Auftreten von Abrieb mechanischer Teile entfällt, werden Magnetlager bevorzugt in der Vakuumtechnik eingesetzt. Weitere Anwendungsgebiete sind unter anderem Schwungräder zur Energiespeicherung (engl. *Flywheels*), Werkzeugspindeln und - in etwas abgewandelter Form - Magnetschwebbahnen zur Personenbeförderung.

Magnetlager besitzen allerdings auch Nachteile gegenüber mechanischen Lagern. So weisen Magnetlager in der Regel einen wesentlich komplizierteren Aufbau auf und sind teuer in der Entwicklung. Des Weiteren spielen gyroskopische Effekte und Unwuchten (engl. *unbalances*) eine besondere Rolle. Diese Unwuchten stellen unerwünschte Bewegungen des Rotors dar und können die maximal erreichbare Drehzahl des Magnetlagers beschränken. Zudem wirken sich die durch die Unwuchten hervorgerufenen Vibrationen auf das Gehäuse des Magnetlagers aus. Da die durch die Unwuchten erzeugten Kräfte nichtlinear mit der Drehzahl der Welle zunehmen, spielt die Kompensation der Unwuchten insbesondere bei hohen Drehzahlen eine wichtige Rolle und stellt daher ein Gebiet aktueller Forschungen dar. In der Literatur existieren bereits zahlreiche Methoden und Ansätze, Unwuchtbe-

1 Einleitung

wegungen und die daraus entstehenden Unwuchtströme bei magnetgelagerten Rotoren zu unterdrücken. Ziel der vorliegenden Arbeit ist es, unterschiedliche Methoden und Ansätze, die unter den Begriff der „Unwuchtkompensation“ (engl. *unbalance control*) fallen, zu vergleichen, simulativ zu testen und auf ein bestehendes Magnetlagersystem anzuwenden.

1.2 Struktur der vorliegenden Arbeit

Zunächst wird in dieser Arbeit ein kurzer Einblick in den Aufbau von Magnetlagern gegeben. Danach werden grundlegende Gleichungen hergeleitet und beschrieben. Anschließend wird ein mathematisches Modell eines magnetgelagerten, unterkritisch¹ laufenden, starren Rotors hergeleitet, welches auch die Unwuchtbewegung des Rotors berücksichtigt. Danach werden vier unterschiedliche Unwuchtkompensationen vorgestellt und auf Basis des mathematischen Modells simulativ verglichen. Anschließend werden ausgewählte Methoden am Versuchsaufbau implementiert und getestet.

¹„Unterkritisch“ bedeutet in diesem Zusammenhang, dass die Drehfrequenz des Rotors unter der Resonanzfrequenz der ersten Biegemode liegt.

2 Grundlegende Gleichungen

In diesem Kapitel wird ein grober Überblick über die unterschiedlichen Arten von Magnetlagern gegeben und es werden grundlegende Gleichungen für die in dieser Arbeit verwendeten Magnetlager hergeleitet.

2.1 Arten von Magnetlagern

Grundsätzlich können Magnetlager grob in aktive und passive Magnetlager unterteilt werden (vgl. [1]). Aktive Magnetlager (kurz AMB - engl. *active magnetic bearing*) weisen Elektromagnete auf, die Kräfte auf den Rotor ausüben, um diesen in Schwebe zu versetzen. Im Gegensatz dazu besitzen passive Magnetlager ausschließlich Permanentmagnete. Zur Arbeitspunkteinstellung können jedoch auch aktive Magnetlager Permanentmagneten besitzen. Diese Arbeit beschäftigt sich ausschließlich mit aktiven Magnetlagern. Zu rein passiven Magnetlagersystemen, welche ausschließlich Permanentmagnete aufweisen, sei jedoch gesagt, dass diese auf Grund des Earnshaw Theorems physikalisch nur mit diamagnetischen Werkstoffen stabil realisierbar sind. Für technische Anwendungen sind die auftretenden Kräfte bei Diamagneten allerdings zu schwach. Zudem können wichtige Parameter bei passiven Magnetlagern nicht ohne weiteres verändert werden. Daher sind vor allem aktive Magnetlager für die Industrie von vorrangigem Interesse.

Eine weitere Unterteilung liegt in der Art der elektromagnetischen Kräfte, die auf den Rotor wirken. Die Mehrheit der Magnetlager basiert auf dem Prinzip der Reluktanzkraft (siehe [1, S. 27]). Eine andere, in der Industrie seltener angewandte Möglichkeit einen Rotor in Schwebe zu versetzen basiert auf dem Prinzip der Lorentzkraft, welche auf ein elektrisch geladenes Teilchen wirkt und sich wie folgt berechnet (siehe [2]):

$$\mathbf{F}_{\text{Lorentz}} = q(\mathbf{v} \times \mathbf{B} + \mathbf{E}) \quad (1)$$

Dabei bezeichnet \mathbf{v} die Geschwindigkeit des Teilchens, q die Ladung des Teilchens, \mathbf{B} die magnetische Flussdichte und \mathbf{E} die elektrische Feldstärke. Ein geladenes Teilchen erfährt demnach eine Kraft, welche sich aus einer elektrischen Komponente $q\mathbf{E}$ und einer magnetischen Komponente $q(\mathbf{v} \times \mathbf{B})$ zusammensetzt. Da gemäß [1] die Energiedichte der elektrischen Felder bei (makroskopischen) technischen Anwendungen um ca. den Faktor 100 kleiner als die Energiedichte der magnetischen Felder ist, kann im Folgenden die elektrische

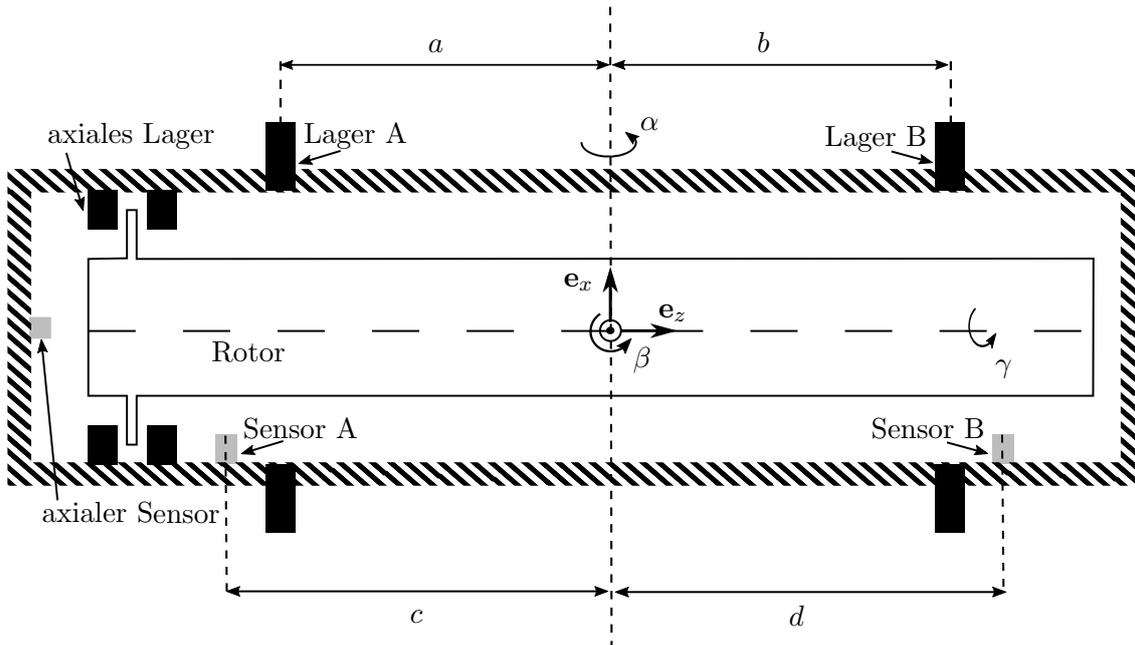


Abbildung 1: Prinzipdarstellung eines Magnetlagers im Längsschnitt.

Komponente $q\mathbf{E}$ vernachlässigt werden. Wird nun angenommen, dass in einem Linienleiter während eines Zeitabschnittes t die Ladung $q = it$ über die Strecke l transportiert wird, so gilt mit deren Geschwindigkeit $\mathbf{v} = \frac{l}{t}\mathbf{e}_l$

$$\mathbf{F}_{\text{Lorentz}} = il \mathbf{e}_l \times \mathbf{B}. \quad (2)$$

Für Magnetlager, die auf dem Prinzip der Lorentzkraft basieren, ist demnach eine Interaktion zwischen einem magnetischen Feld und einem Strom notwendig. Diese Art von Aktoren werden auch Lorentzaktoren genannt und weisen in dem als idealisiert angenommenen Modell aus Gleichung 2 keine Steifigkeit auf (siehe [3]).

2.2 Aufbau von reluktanzkraftbasierten Magnetlagern

Abbildung 1 zeigt eine Prinzipdarstellung eines Magnetlagers im Längsschnitt. Das Koordinatensystem liegt im Schwerpunkt des Rotors, wobei die \mathbf{e}_z -Achse in Richtung der Längsachse des Rotors weist. Die Konstanten a und b bezeichnen die Abstände der Lager A und B zum Schwerpunkt des Rotors. Die Konstanten c und d bezeichnen die Abstände der Sensoren A und B zum Schwerpunkt des Rotors. Jeweils an der Ober- und Unterseite an den Lagern A und B befinden sich Elektromagnete, die eine Kraft in \mathbf{e}_x -Richtung auf

2 Grundlegende Gleichungen

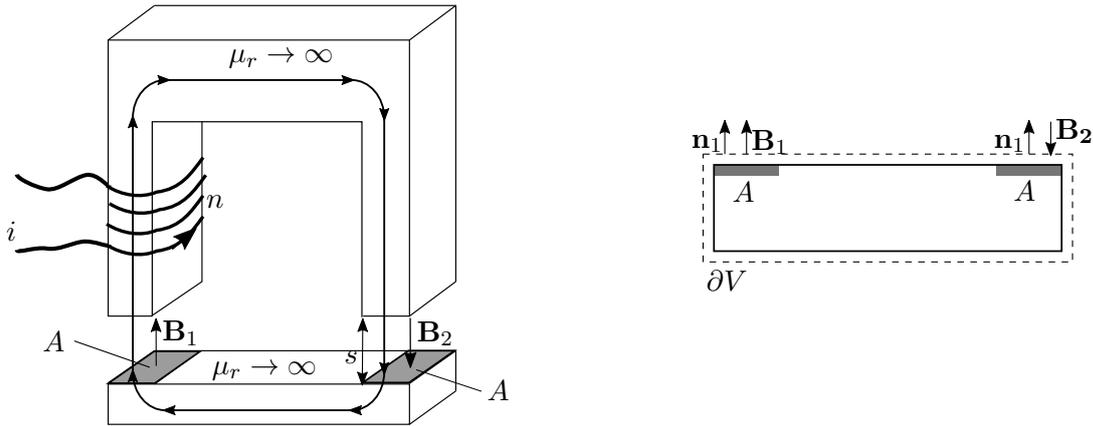


Abbildung 2: Eisenjoch (links) mit beweglichem Teil (rechts).

den Rotor ausüben und diesen in Schwebelage versetzen. Nicht eingezeichnet sind jene Elektromagneten, die eine Kraft in \mathbf{e}_y -Richtung auf den Rotor ausüben. Das am hinteren Ende des Rotors angeordnete axiale Lager bringt eine Kraft auf den Rotor in Längsrichtung auf. Die Positionsinformation zur Stabilisierung des Rotors wird von den Sensoren zur Verfügung gestellt. Diese wird mittels Regelungseinheit verarbeitet, welche den Strom durch die Spulen regelt, sodass der Rotor in Schwebelage verbleibt.

Die Spulen üben demnach eine Reluktanzkraft auf den Rotor aus. Dies wird mit Hilfe des in Abbildung 2 dargestellten U-förmigen Eisenjochs verdeutlicht, welches eine Kraftwirkung auf ein bewegliches Eisenteil erzeugt. Das Eisenjoch ist an einer Stelle von einem Draht n -mal umwickelt, der von einem Strom i durchflossen wird, wodurch eine Durchflutung $\Theta = ni$ erzeugt wird. Es wird vereinfachend angenommen, dass das Eisenjoch und der bewegliche Teil magnetisch ideal leitfähig sind ($\mu_r \rightarrow \infty$). Daher wird der gesamte Fluss im Eisenjoch konzentriert und tritt nur in den beiden Luftspalten in den beweglichen Eisenteil über. Weiters gilt, dass auf Grund der unendlichen Permeabilität des Eisens die gesamte magnetische Spannung $V = ni$ in den beiden Luftspalten der Länge s abfällt. Die magnetischen Feldstärken \mathbf{H}_1 und \mathbf{H}_2 in den beiden Luftspalten können daher mit Hilfe des Normalvektors \mathbf{n}_1 zu

$$\mathbf{H}_1 = \frac{ni}{2s} \mathbf{n}_1 \quad \text{und} \quad \mathbf{H}_2 = -\frac{ni}{2s} \mathbf{n}_1 \quad (3)$$

berechnet werden. Unter Zuhilfenahme der Beziehung $\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H}$, wobei μ_0 die Permeabilität des leeren Raumes darstellt, können die Flussdichten \mathbf{B}_1 und \mathbf{B}_2 in den beiden Luftspalten zu

2 Grundlegende Gleichungen

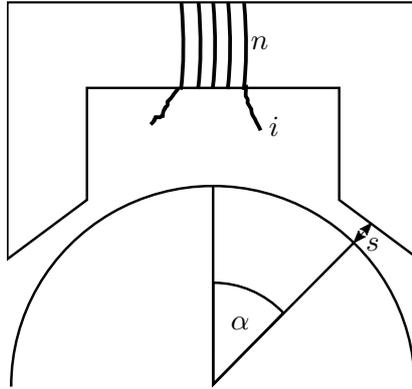


Abbildung 3: Joch mit abgeschrägten Flächen und zylinderförmigen Rotor im Querschnitt.

$$\mathbf{B}_1 = \mu_0 \frac{ni}{2s} \mathbf{n}_1 \quad \text{und} \quad \mathbf{B}_2 = -\mu_0 \frac{ni}{2s} \mathbf{n}_1 \quad (4)$$

berechnet werden. Der Vektor \mathbf{n}_1 ist demnach parallel zu \mathbf{B}_1 und antiparallel zu \mathbf{B}_2 . Es wird angenommen, dass die Flussdichten \mathbf{B}_1 und \mathbf{B}_2 im gesamten Luftspalt räumlich konstant sind. Unter Verwendung des Maxwell'schen Spannungsvektors für eine allgemeine magnetische Flussdichte \mathbf{B} und einen allgemeinen Normalvektor \mathbf{n}

$$\mathbf{F} = \int_{\partial V} \frac{1}{\mu_0} (\mathbf{n} \cdot \mathbf{B} \mathbf{B} - \frac{1}{2} \mathbf{B}^2 \mathbf{n}) dA \quad (5)$$

(siehe [4]) kann in weiterer Folge die vom Joch auf das bewegliche Teil ausgeübte Kraft zu

$$\mathbf{F}_{ges} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 = \frac{1}{\mu_0} B^2 A \mathbf{n}_1 = A \mu_0 \frac{(ni)^2}{4s^2} \mathbf{n}_1 \quad (6)$$

berechnet werden. Darin erkennt man eine quadratische Abhängigkeit der Kraft vom Spulenstrom i und eine $\frac{1}{s^2}$ -Abhängigkeit von der Luftspaltbreite s .

Werden abgeschrägte Eisenflächen mitberücksichtigt, wie dies bei zylinderförmigen Rotoren bei Magnetlagern der Fall ist (siehe Abbildung 3), so berechnet sich mit dem Winkel α der Betrag der Kraft zu

$$F = A \cos(\alpha) \mu_0 \frac{(ni)^2}{4s^2} = k \frac{i^2}{s^2}. \quad (7)$$

2 Grundlegende Gleichungen

Dabei gilt $k = A \cos(\alpha) \mu_0 \frac{n^2}{4}$. Für das Magnetlager kann nun ein Arbeitspunkt

$$s = s_0 \quad i = i_0 \quad (8)$$

ausgewählt werden, in welchem sich der Rotor in einer Ruhelage befindet. Dies wäre beispielsweise ein Punkt, an dem sich die Schwerkraft und die Magnetkräfte vektoriell auslöschen. Ein weiteres Beispiel für eine Ruhelage wäre die Anordnung des Rotors in der Mitte zweier Elektromagneten (siehe Kapitel 2.3). Die Kraftwirkung $F(i)$ bzw. $F(s)$ des Magneten auf den Rotor ist schematisch in Abbildung 4 dargestellt, wobei jeweils eine Variable s oder i konstant gehalten wurde. Man erkennt, dass die Kraft $F(s)$ mit immer kleiner werdendem Luftspalt s zunimmt, bis diese schließlich bei $s = 0$ unter Vernachlässigung der Eisensättigung unendlich groß werden würde.

Durch Ableiten von Gleichung 7 nach i und s kann der Ausdruck für die Kraft um einen Arbeitspunkt (i_0, s_0) linearisiert werden. Der Betrag der Kraft kann somit mit Hilfe der Konstanten k_i und k_s

$$F = k_i i_\Delta + k_s x \quad (9)$$

ausgedrückt werden, wobei $x = s_0 - s$ und $i_\Delta = i - i_0$ gesetzt wurde. Die Konstanten k_i und k_s werden als Kraft-Strom-Verhältnis bzw. als Kraft-Verschiebungs-Verhältnis bezeichnet und berechnen sich zu

$$k_i = 2k \frac{i_0}{s_0^2} \quad k_s = 2k \frac{i_0^2}{s_0^3}, \quad (10)$$

wobei die das Kraft-Verschiebungs-Verhältnis k_s positiv ist, da die neu eingeführte Abstandskoordinate x der Abstandskoordinate s entgegenläuft. Die Konstante k_s wird auch als negative Steifigkeit bezeichnet.

2.3 Die Betriebsart „Differential Driving Mode“

Um sowohl positiv als auch negativ wirkende Kräfte in eine Richtung auf den Rotor ausüben zu können, werden zwei gegenüberliegende Elektromagnete eines Magnetlagers

2 Grundlegende Gleichungen

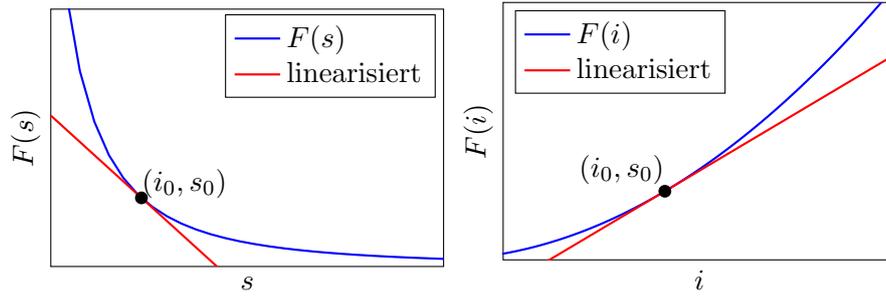


Abbildung 4: Linearisierung der Kraft $F(i, s)$ um den Arbeitspunkt (i_0, s_0) .

im sogenannten „Differential Driving Mode“ betrieben (vgl. [1]). Zudem ist es dadurch möglich, im Gegensatz zu Magnetlagern mit nur einem Elektromagnet, im Mittelpunkt ($x = s_0$) ein lineares Kraft-Strom-Verhältnis zu schaffen. Dies ist beim einfach ausgeführten Elektromagneten nicht der Fall, wie man aus Abbildung 4 erkennen kann.

Im Folgenden wird die in Abbildung 5 gezeigte Anordnung, welche eine Darstellung des „Differential Driving Mode“ zeigt, an Hand der in \mathbf{e}_x -Richtung wirkenden Elektromagnete erklärt.

Um im ersten Elektromagneten 1 die Kraftwirkung zu erhöhen und gleichzeitig beim gegenüberliegenden Elektromagneten 2 zu verringern, wird in den Elektromagneten 1 die Summe aus einem konstantem Strom i_0 und einem Strom i_x eingepreßt, während in den Elektromagneten 2 die Differenz des konstanten Stroms i_0 und dem Strom i_x eingepreßt wird. Dadurch wird auf den Rotor vom Elektromagneten 1 eine Kraft F_{x1} und vom Elektromagneten 2 eine Kraft F_{x2} ausgeübt. In der Ruhelage $i_x = 0$, $x = 0$ befindet sich der Rotor in einem Abstand s_0 von den Elektromagneten. Unter Zuhilfenahme von Gleichung 7 berechnet sich die auf den Rotor in \mathbf{e}_x -Richtung wirkende Summenkraft damit zu

$$F_x \mathbf{e}_x = (F_{x1} - F_{x2}) \mathbf{e}_x = k \left(\frac{(i_0 + i_x)^2}{(s_0 - x)^2} - \frac{(i_0 - i_x)^2}{(s_0 + x)^2} \right) \mathbf{e}_x. \quad (11)$$

Wird der Ausdruck aus Gleichung 11 umgeformt, so wird auch ersichtlich, dass sich bei $x = 0$, im Gegensatz zum einfach ausgeführten Elektromagneten, ein lineares Kraft-Strom-Verhältnis ergibt:

$$k \frac{((i_0 + i_x)^2 - (i_0 - i_x)^2)}{s_0^2} = k \frac{(i_0^2 + 2i_0i_x + i_x^2 - i_0^2 + 2i_0i_x - i_x^2)}{s_0^2} = \frac{4ki_0}{s_0^2} i_x. \quad (12)$$

2 Grundlegende Gleichungen

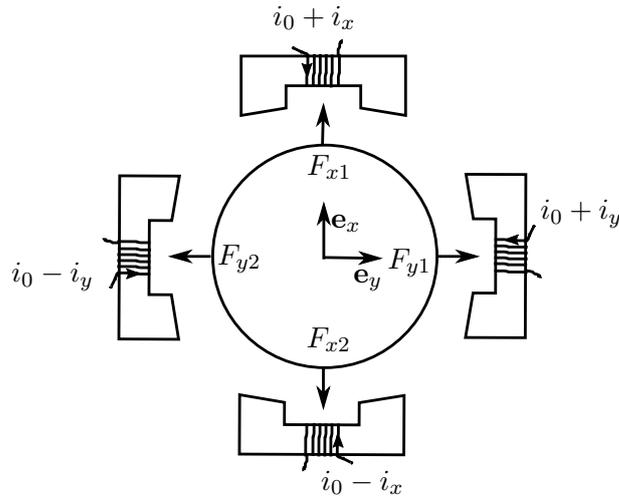


Abbildung 5: Querschnittsdarstellung des Rotors im Differential Driving Mode.

Um erneut zu einem linearen Kraftausdruck um den Arbeitspunkt $i_x = 0$, $x = 0$ zu gelangen, wird durch Linearisieren von Gleichung 11 unter der Berücksichtigung von $x \ll s_0$ das Kraft-Strom-Verhältnis k_{ix} und das Kraft-Verschiebungs-Verhältnis k_{sx} berechnet. Nach Ableiten und Einsetzen des Arbeitspunktes ergibt sich daher

$$F_x \mathbf{e}_x = (k_{ix} i_x + k_{sx} x) \mathbf{e}_x, \quad (13)$$

mit

$$k_{ix} = \frac{4k i_0}{s_0^2} \cos(\alpha) \quad \text{und} \quad k_{sx} = \frac{4k i_0^2}{s_0^3} \cos(\alpha). \quad (14)$$

Damit steht nun ein linearer Ausdruck für die in \mathbf{e}_x -Richtung wirkende Kraft in Abhängigkeit vom Strom i_x und von der Ortskoordinate x zur Verfügung. Die analoge Vorgehensweise führt zu einem linearisierten Kraftausdruck für die \mathbf{e}_y -Richtung:

$$F_y \mathbf{e}_y = (k_{iy} i_y + k_{sy} y) \mathbf{e}_y, \quad (15)$$

mit

2 Grundlegende Gleichungen

$$k_{iy} = \frac{4ki_0}{s_0^2} \cos(\alpha) \quad \text{und} \quad k_{sy} = \frac{4ki_0^2}{s_0^3} \cos(\alpha). \quad (16)$$

Es wurde dabei angenommen, dass es sich um eine im Querschnitt symmetrische und isotrope Anordnung handelt. Daher gilt in weiterer Folge

$$k_{ix} = k_{iy} \quad \text{und} \quad k_{sx} = k_{sy}. \quad (17)$$

Wie in Abbildung 1 dargestellt, besitzt die Magnetlageranordnung ein Lager an der Stelle A und ein Lager an der Stelle B, wobei beide Lager Kräfte sowohl in \mathbf{e}_x -Richtung, als auch in \mathbf{e}_y -Richtung erzeugen können. Da diese aber im Allgemeinen unterschiedlich ausgeführt sind, wird bei den Elektromagneten im Lager A das Kraft-Verschiebungs-Verhältnis mit k_{sA} und das Kraft-Strom-Verhältnis mit k_{iA} bezeichnet. Für die Elektromagneten im Lager B werden die Bezeichnungen k_{sB} bzw. k_{iB} gewählt.

3 Modellbildung und Regelung

Im Folgenden wird ein lineares Modell für das Magnetlager hergeleitet. Dazu wird der Rotor als Starrkörper betrachtet, welcher gemäß [5] ein nicht deformierbares System von N Massenpunkten darstellt, deren Abstände $r_{ij} = |r_i - r_j|$ zueinander konstant sind. Im Vergleich dazu unterliegt ein freier Massenpunkt keinerlei Zwangsbedingung und besitzt daher drei translatorische Freiheitsgrade. N freie Massenpunkte ohne feste Abstände zueinander würden demnach $3N$ Freiheitsgrade besitzen. Durch die Anordnung der Massenpunkte innerhalb eines Starrkörpers unterliegen diese jedoch auf Grund der konstanten Abstände r_{ij} zueinander Zwangsbedingungen, so dass die $3N$ Freiheitsgrade der N Massenpunkte bei einem Starrkörper auf insgesamt nur sechs Freiheitsgrade reduziert werden. Drei der sechs Freiheitsgrade beschreiben dabei die Translation des Starrkörpers, die übrigen drei Freiheitsgrade die Rotation, wodurch die Bewegung des Starrkörpers vollständig angegeben werden kann.

Um einen Einblick in die Systemdynamik zu erhalten, werden bei der Herleitung des Modells an geeigneten Stellen Vereinfachungen vorgenommen, so dass das Verhalten des Rotors mit kompakten Gleichungen bei hinreichender Exaktheit beschrieben werden kann. Anschließend wird für dieses Modell eine geeignete Regelung entworfen.

3.1 Modell des Rotors

3.1.1 Euler-Lagrange Gleichungen

Um zu den Bewegungsgleichungen des unterkritisch laufenden Rotors zu gelangen, werden die Euler-Lagrange-Gleichungen verwendet (vgl. [6]):

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial}{\partial \dot{q}_j} L - \frac{\partial}{\partial q_j} L = \tau_j \quad j = 1, \dots, n. \quad (18)$$

Darin bezeichnen q_j die generalisierten Koordinaten, \dot{q}_j die generalisierten Geschwindigkeiten, τ_j die generalisierten Kräfte und Momente und

$$L = T - V \quad (19)$$

3 Modellbildung und Regelung

die Lagrange-Funktion. Dabei stellt T die kinetische Energie und V die potentielle Energie dar. Die Anzahl der Freiheitsgrade wird mit n bezeichnet. Mit Blick auf Abbildung 1 werden die generalisierten Koordinaten zu

$$\mathbf{q}^T = [\beta \quad x \quad \alpha \quad y \quad \gamma \quad z] \quad (20)$$

gewählt, wobei γ den momentanen Drehwinkel des Rotors um die \mathbf{e}_z -Achse bezeichnet.

Die potentielle Energie berechnet sich zu

$$V = mgy \quad (21)$$

und entspricht der Lageenergie des Rotors, wobei der Nullpunkt auf $y = 0$ gelegt wurde.

Für die Berechnung der kinetischen Energie T wird die Summe $T = E_r + E_t$ aus rotatorischer Bewegungsenergie E_r und translatorischer Bewegungsenergie E_t des Rotors benötigt. Der translatorische Energieanteil berechnet sich mit der Geschwindigkeit des Schwerpunktes

$$\mathbf{v}^T = [\dot{x} \quad \dot{y} \quad \dot{z}] \quad (22)$$

und der Masse m des Rotors zu

$$E_t = \frac{1}{2} \mathbf{v}^T m \mathbf{v}. \quad (23)$$

Um die Rotation des Starrkörpers zu beschreiben, ist es zweckmäßig, ein körperfestes Koordinatensystem (KOS) $K-x_K y_K z_K$ mit der \mathbf{e}_z -Achse in Richtung der geometrischen Achse des Körpers in den Schwerpunkt zu legen, da aus dem Schwerpunktsatz [5] folgt, dass sich ein System aus Punktmassen so verhält, als wäre die Gesamtmasse im Schwerpunkt vereint und alle äußeren Kräfte würden auf diesen einwirken. Dadurch ist es möglich, die Translation des Starrkörpers durch die Translation des Schwerpunktes zu beschreiben, während die Rotation durch die Drehung des im Schwerpunkt liegenden, körperfesten KOS beschrieben werden kann.

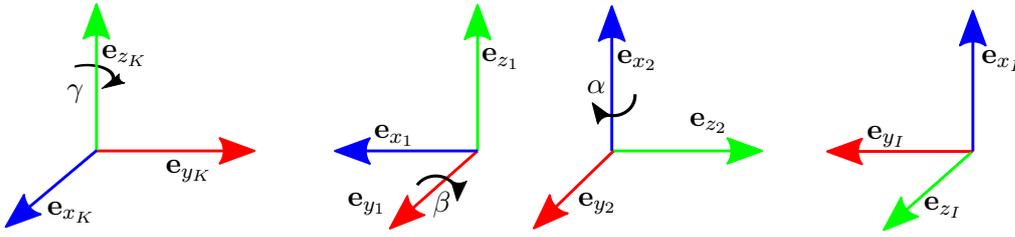


Abbildung 6: Darstellung der Drehungen für Kardanwinkel.

Die Berechnung der Rotationsenergie E_r erfolgt mit Hilfe der Winkelgeschwindigkeit ω_K^K des Rotors in Bezug auf das raumfeste KOS im körperfesten KOS K - $x_K y_K z_K$ zu

$$E_r = \frac{1}{2} \omega_{K,I}^K \mathbf{I} \omega_{K,I}^K, \quad (24)$$

wobei \mathbf{I} eine Trägheitsmatrix bezeichnet.

3.1.2 Herleitung der Winkelgeschwindigkeiten

Zur Berechnung der Winkelgeschwindigkeit ω_K^K wird das körperfesteste KOS K - $x_K y_K z_K$, welches sich mit dem Rotor mitdreht, in ein raumfestes KOS I - $x_I y_I z_I$ transformiert (siehe Abbildung 6). Aus der so erhaltenen Transformationsvorschrift kann wiederum die Winkelgeschwindigkeit des Rotors im raumfesten KOS gewonnen werden, welche schließlich wieder in das körperfesteste KOS transformiert werden kann, um den rotatorischen Energieanteil E_r zu berechnen. Dies gestaltet sich im körperfesten KOS einfacher, da dort die Trägheitsmatrix eine Diagonalstruktur aufweist, wenn das körperfesteste KOS nach den Hauptträgheitsachsen ausgerichtet ist.

Durch folgende Schritte wird das körperfesteste KOS in das raumfesteste KOS transformiert:

1. Zuerst erfolgt eine Drehung um den Winkel γ um die \mathbf{e}_{z_K} -Achse des körperfesten KOS in ein KOS 1.
2. Dann erfolgt eine Drehung des KOS 1 um die momentane \mathbf{e}_{y_1} -Achse um den Winkel β in ein KOS 2.
3. Zuletzt erfolgt eine Drehung des KOS 2 um die momentane \mathbf{e}_{x_2} -Achse um den Winkel α in ein das raumfesteste KOS I - $x_I y_I z_I$.

3 Modellbildung und Regelung

Diese Drehungen können mathematisch mit Hilfe von Drehmatrizen beschrieben werden, wobei der hochgestellte Index das momentane KOS und der tiefgestellte Index das Ziel-KOS bezeichnet:

$$\mathbf{R}_2^K = \begin{bmatrix} \cos(\gamma) & -\sin(\gamma) & 0 \\ \sin(\gamma) & \cos(\gamma) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (25a)$$

$$\mathbf{R}_1^2 = \begin{bmatrix} \cos(\beta) & 0 & \sin(\beta) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\beta) & 0 & \cos(\beta) \end{bmatrix} \quad (25b)$$

$$\mathbf{R}_I^1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) \\ 0 & \sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{bmatrix}. \quad (25c)$$

Die Drehmatrizen beschreiben die Rotation eines Vektors in mathematisch positive Richtung um eine Achse. Dies ist äquivalent zur Drehung des KOS in mathematisch negative Richtung, so wie dies in Abbildung 6 dargestellt ist. Durch Hintereinanderschaltung der Drehmatrizen

$$\mathbf{p}_I = \mathbf{R}_I^1 \mathbf{R}_1^2 \mathbf{R}_2^K \mathbf{p}_K = \mathbf{R}_I^K \mathbf{p}_K \quad (26)$$

wird ein im körperfesten KOS beschriebener Vektor \mathbf{p}_K in das Inertialsystem transformiert. Die Drehmatrix \mathbf{R}_I^K vom körperfesten ins raumfeste KOS berechnet sich zu

$$\mathbf{R}_I^K = \begin{bmatrix} c_\beta c_\gamma & -c_\beta s_\gamma & s_\beta \\ s_\alpha s_\beta c_\gamma + c_\alpha s_\gamma & -s_\alpha s_\beta s_\gamma + c_\alpha c_\gamma & -s_\alpha c_\beta \\ -c_\alpha s_\beta c_\gamma + s_\alpha s_\gamma & c_\alpha s_\beta s_\gamma + s_\alpha c_\gamma & c_\alpha c_\beta \end{bmatrix}, \quad (27)$$

wobei für die Operatoren „sin“ und „cos“ die Abkürzungen „s“ bzw. „c“ mit tiefgestelltem Winkel verwendet wurden. Mit Hilfe der Orthogonalitätsbedingung für eine allgemeine Drehmatrix \mathbf{R} (siehe [7])

$$\mathbf{R}\mathbf{R}^T = \mathbf{E} \quad (28)$$

3 Modellbildung und Regelung

lässt sich aus

$$\frac{d}{dt}(\mathbf{R}\mathbf{R}^T) = \dot{\mathbf{R}}\mathbf{R}^T + \mathbf{R}\dot{\mathbf{R}}^T = \mathbf{0} \quad (29)$$

eine schiefsymmetrische Matrix der Winkelgeschwindigkeiten bestimmen:

$$\mathbf{S} = \dot{\mathbf{R}}\mathbf{R}^T = -\mathbf{R}\dot{\mathbf{R}}^T = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_z & \omega_y \\ \omega_z & 0 & -\omega_x \\ -\omega_y & \omega_x & 0 \end{bmatrix}. \quad (30)$$

Diese enthält die Winkelgeschwindigkeiten ω_x , ω_y und ω_z um die Koordinatenachsen. Mit \mathbf{E} wird die Einheitsmatrix bezeichnet. Weiters kann unter Zuhilfenahme der Gleichungen 28 und 30 noch folgende Beziehung hergestellt werden:

$$\dot{\mathbf{R}} = \dot{\mathbf{R}}\mathbf{E} = \dot{\mathbf{R}}\mathbf{R}^T\mathbf{R} = \mathbf{S}\mathbf{R}. \quad (31)$$

Unter Anwendung von Gleichung 31 für eine allgemeine Drehmatrix ist es somit möglich, die Zeitableitung der Drehmatrix \mathbf{R}_I^K mit Hilfe der Matrix der Winkelgeschwindigkeiten \mathbf{S}_I^K auszudrücken

$$\dot{\mathbf{p}}_I = \dot{\mathbf{R}}_I^K \mathbf{p}_K + \underbrace{\mathbf{R}_I^K}_{=0} \dot{\mathbf{p}}_K = \mathbf{S}_I^K \mathbf{R}_I^K \mathbf{p}_K. \quad (32)$$

Die schiefsymmetrische Matrix der Winkelgeschwindigkeiten \mathbf{S}_I^K enthält die Winkelgeschwindigkeiten des sich mit dem Rotor drehenden KOS im Inertialsystem. Diese berechnen sich in Vektorform zu

$$\omega_{I,I}^K = \begin{bmatrix} \dot{\alpha} + \sin(\beta)\dot{\gamma} \\ \cos(\alpha)\dot{\beta} - \sin(\alpha)\cos(\beta)\dot{\gamma} \\ \sin(\alpha)\dot{\beta} + \cos(\alpha)\cos(\beta)\dot{\gamma} \end{bmatrix} \quad (33)$$

und lassen sich mit Hilfe der invertierten Drehmatrix \mathbf{R}_I^K in das körperfeste KOS transformieren:

$$\omega_{K,I}^K = (\mathbf{R}_I^K)^{-1} \omega_{I,I}^K = \begin{bmatrix} \cos(\beta) \cos(\gamma) \dot{\alpha} + \sin(\gamma) \dot{\beta} \\ -\cos(\beta) \sin(\gamma) \dot{\alpha} + \cos(\gamma) \dot{\beta} \\ \sin(\beta) \dot{\alpha} + \dot{\gamma} \end{bmatrix}. \quad (34)$$

3.1.3 Bewegungsgleichungen

Durch Einsetzen der Winkelgeschwindigkeiten 34 in Gleichung 24 lässt sich der rotatorische Energieanteil E_r bestimmen. Anschließend können aus Gleichung 18 die Bewegungsgleichungen des Rotors in Form von Differentialgleichungen 2. Ordnung gewonnen werden. Dabei werden folgende Vereinfachungen angenommen:

- Die axialen Bewegungen (z und γ) werden als entkoppelt von den übrigen Zuständen angenommen und sind für die weiteren Betrachtungen nebensächlich. Die generalisierten Koordinaten ergeben sich von nun an zu $\mathbf{q}^T = [\beta \quad x \quad \alpha \quad y]$.
- Die Ableitung $\dot{\gamma}$ des Drehwinkels wird als konstant bzw. langsam veränderlich im Vergleich zur Systemdynamik betrachtet und entspricht der Rotordrehfrequenz $\dot{\gamma} = \Omega$.
- Die potentielle Energie V wird ebenso vernachlässigt.
- Die Winkel α und β werden als klein betrachtet, wodurch Ausdrücke wie $\sin(\alpha)$ zu Null bzw. Ausdrücke wie $\cos(\alpha)$ zu Eins werden (Kleinwinkelnäherungen).

Unter der Annahme einer diagonalen Trägheitsmatrix \mathbf{I} , was dem Zusammenfallen einer der Hauptträgheitsachsen mit der geometrischen Achse des Rotors entspricht, können die Bewegungsgleichungen im ortsfesten Inertialsystem in folgender Form dargestellt werden:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} I_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_y & \\ 0 & 0 & 0 & m \end{bmatrix}}_{\mathbf{M}} \underbrace{\begin{bmatrix} \ddot{\beta} \\ \ddot{x} \\ \ddot{\alpha} \\ \ddot{y} \end{bmatrix}}_{\ddot{\mathbf{q}}} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & -I_z \Omega & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ I_z \Omega & 0 & 0 & \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{G}_\Omega} \underbrace{\begin{bmatrix} \dot{\beta} \\ \dot{x} \\ \dot{\alpha} \\ \dot{y} \end{bmatrix}}_{\dot{\mathbf{q}}} = \underbrace{\begin{bmatrix} \tau_{M_x} \\ \tau_{F_x} \\ \tau_{M_y} \\ \tau_{F_y} \end{bmatrix}}_{\boldsymbol{\tau}}. \quad (35)$$

Die Darstellung in einem ortsfesten KOS wird durch die Rotationssymmetrie des Rotors

3 Modellbildung und Regelung

ermöglicht. Der Vektor $\boldsymbol{\tau}$ der verallgemeinerten Kräfte und Momente lässt sich mit Hilfe von Abbildung 1 berechnen. Dazu wird angenommen, dass das Lager A eine Kraft F_{A_x} bzw. eine Kraft F_{A_y} und das Lager B eine Kraft F_{B_x} bzw. eine Kraft F_{B_y} auf den Rotor ausüben. Demnach lässt sich $\boldsymbol{\tau}$ mit Hilfe der Abstände a und b sowie der Lagerkräfte wie folgt ausdrücken:

$$\boldsymbol{\tau} = \begin{bmatrix} -aF_{A_x} + bF_{B_x} \\ F_{A_x} + F_{B_x} \\ aF_{A_y} - bF_{B_y} \\ F_{A_y} + F_{B_y} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} -a & b & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a & -b \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}}_{\mathbf{B}_K} \underbrace{\begin{bmatrix} F_{A_x} \\ F_{B_x} \\ F_{A_y} \\ F_{B_y} \end{bmatrix}}_{\mathbf{F}_L}. \quad (36)$$

Die Lagerkräfte werden - wie in Kapitel 2.3 hergeleitet - mit Hilfe der Kraft-Strom-Verhältnisse k_{iA} und k_{iB} bzw. der Kraft-Verschiebungsverhältnisse k_{sA} und k_{sB} ausgedrückt, welche sich in Matrixform mit

$$\mathbf{F}_L = \mathbf{K}_s \mathbf{x}_L + \mathbf{K}_i \mathbf{i} = \begin{bmatrix} k_{sA} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_{sB} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_{sA} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_{sB} \end{bmatrix} \mathbf{x}_L + \begin{bmatrix} k_{iA} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_{iB} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_{iA} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_{iB} \end{bmatrix} \mathbf{i} \quad (37)$$

anschreiben lassen. Dabei werden mit $\mathbf{i}^T = [i_{x_A} \ i_{x_B} \ i_{y_A} \ i_{y_B}]$ die Ströme in den Lagern und mit $\mathbf{x}_L^T = [x_A \ x_B \ y_A \ y_B]$ die Abweichung des Rotors von der Ruhelage bei den Lagern bezeichnet. Um zu einer einheitlichen Darstellung zu gelangen, müssen diese aus den generalisierten Koordinaten \mathbf{q} berechnet werden. Dies ist mit der Transformation $\mathbf{x}_L = \mathbf{B}_K^T \mathbf{q}$ möglich (siehe [1, S. 198]). Anschließend kann Gleichung 37 in Gleichung 35 eingesetzt werden. Das Modell des magnetgelagerten Rotors, bei dem eine Hauptträgheitsachse mit der geometrischen Achse zusammenfällt, wird daher durch

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{G}_\Omega \dot{\mathbf{q}} = \mathbf{B}_K \mathbf{K}_i \mathbf{i} + \mathbf{B}_K \mathbf{K}_s \mathbf{B}_K^T \mathbf{q} \quad (38)$$

beschrieben.

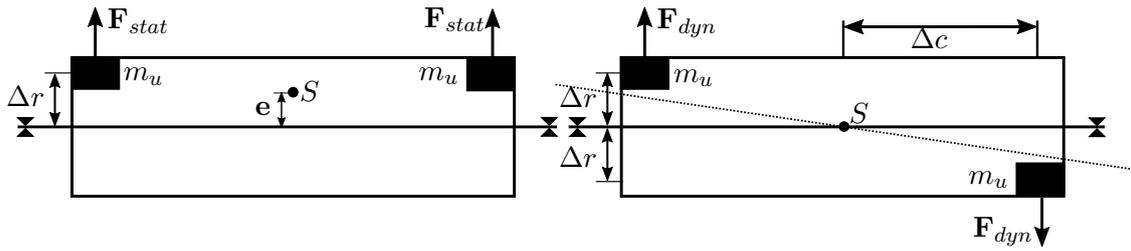


Abbildung 7: Statische (links) und dynamische Unwuchten (rechts).

3.2 Statische und dynamische Unwuchten

Das mit Gleichung 38 vorgestellte Modell berücksichtigt noch nicht allfällige Unwuchtbewegungen, die bei der Drehung des Rotors auf Grund von Fertigungsfehlern entstehen können. Grundsätzlich kann zwischen zwei Arten von Unwuchten unterschieden werden:

- statische Unwuchten und
- dynamische Unwuchten.

3.2.1 Statische Unwuchten

Statische Unwuchten können durch das einseitige Hinzufügen von Massenelementen m_u an den Rotor beschrieben werden, wie dies links in Abbildung 7 dargestellt ist. Durch das Hinzugeben der Massenelemente m_u wird der Schwerpunkt S des Rotors verschoben, so dass dieser nicht mehr in der Drehachse liegt. Dies ist ebenfalls schematisch in Abbildung 7 links dargestellt. Bei einer Drehung des Rotors um eine feste Achse erzeugen die Massenelemente m_u eine radial nach außen gerichtete Zentrifugalkraft F_{ges} , welche sich zu

$$F_{ges} = 2F_{stat} = 2m_u \Delta e \Omega^2 \quad (39)$$

berechnet. Dabei entspricht Ω der Drehzahl des Rotors in rad s^{-1} .

3.2.2 Dynamische Unwuchten

Dynamische Unwuchten hingegen können durch das Hinzufügen von Massenelementen m_u an diametral gegenüberliegenden Positionen dargestellt werden, so wie dies rechts in Abbildung 7 gezeigt ist. Die Zentrifugalkräfte, die bei einer Drehung des Rotors um eine feste Achse entstehen, bewirken ein Moment M_{ges} , welches sich zu

$$M_{ges} = -2F_{dyn}\Delta c = -2m_u\Delta e\Delta c\Omega^2 \quad (40)$$

berechnet. Durch das Hinzufügen der Massenelemente m_u wird die Hauptträgheitsachse in Längsrichtung des Rotors um einen Winkel gedreht (strichlierte Linie), welche nicht mehr mit der Drehachse ident ist. Der Schwerpunkt verbleibt an derselben Stelle.

Prinzipiell können statische und dynamische Unwuchten durch Auswuchten korrigiert werden. Dabei wird die Massenverteilung des Rotors durch Hinzufügen oder Abtragen von Massenelementen verändert, sodass die durch Unwuchten entstehenden Zentrifugalkräfte kompensiert werden. Der Genauigkeit dieses Vorgangs sind allerdings Grenzen gesetzt. Da die Kraft der Unwuchtbewegungen des Rotors nichtlinear mit der Drehzahl zunehmen, kann es daher bei hohen Drehzahlen notwendig sein, auf Unwuchtkompensationen zurückzugreifen.

3.2.3 Unwuchten als Störeingang des Modells

Um die Unwuchten auch im Modell des Rotors berücksichtigen zu können, wird an Stelle einer diagonalförmigen Trägheitsmatrix \mathbf{I} eine allgemeine Trägheitsmatrix

$$\mathbf{I} = \begin{bmatrix} I_x & -I_{xy} & -I_{zx} \\ -I_{xy} & I_y & -I_{yz} \\ -I_{zx} & -I_{yz} & I_z \end{bmatrix} \quad (41)$$

verwendet, welche in Gleichung 24 eingesetzt wird. Das körperfeste Koordinatensystem mit der \mathbf{e}_z -Achse in Richtung der Drehachse wird erneut in den Schwerpunkt gelegt, welcher nun allerdings um den Vektor \mathbf{e} vom geometrischen Mittelpunkt C verschoben ist (siehe Abbildung 8). Die Winkelgeschwindigkeiten bleiben dadurch dieselben wie in Gleichung 34 berechnet. Vereinfachend wird angenommen, dass die Verschiebung des Schwerpunktes

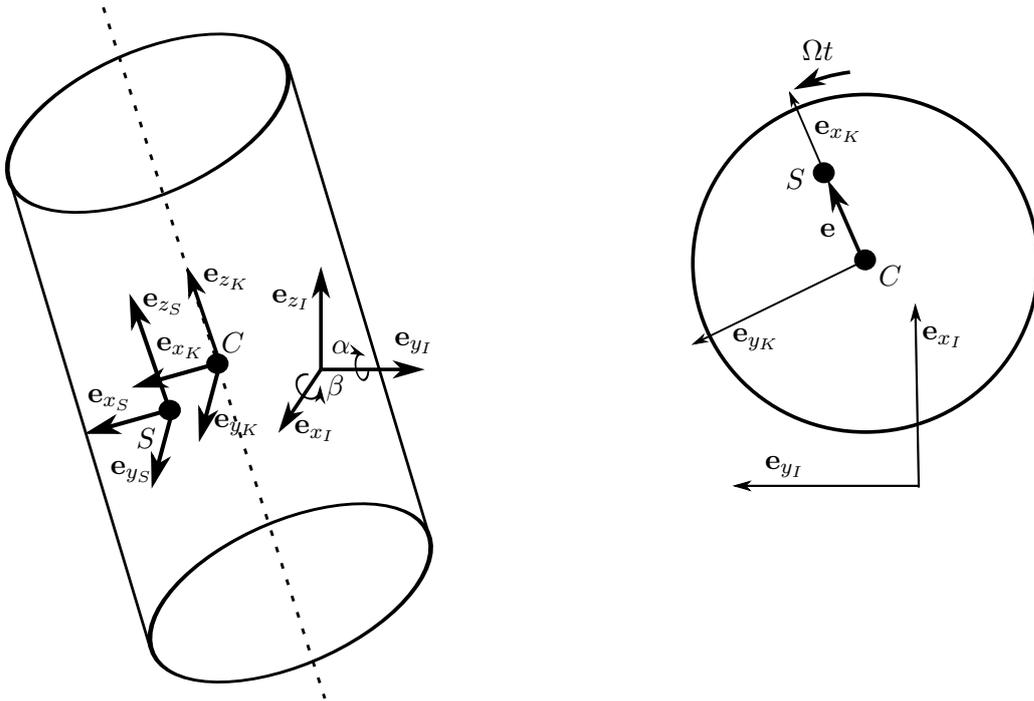


Abbildung 8: Lage des Schwerpunkts S des Rotors in Bezug auf das geometrische Zentrum C .

sehr klein ist und der Vektor τ der generalisierten Kräfte und Momente daher gleich bleibt. Der Schwerpunkt ist durch die statischen Unwuchten um den Vektor

$$\mathbf{e} = \begin{bmatrix} e_x \\ e_y \\ e_z \end{bmatrix} \quad (42)$$

vom geometrischen Mittelpunkt C verschoben. Da die Berechnung der Euler-Lagrange Gleichungen

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial}{\partial \dot{q}_{sj}} L - \frac{\partial}{\partial q_{sj}} L = \tau_j \quad j = 1, \dots, n \quad (43)$$

in Bezug auf den Schwerpunkt S durchgeführt werden, werden neue Koordinaten \mathbf{q}_s in Bezug auf den Schwerpunkt S verwendet. Diese Verschiebung muss im Anschluss in den Gleichungen berücksichtigt werden, da die Bewegung des geometrischen Mittelpunktes von vorrangigem Interesse ist. Dem wird mit der Beziehung

3 Modellbildung und Regelung

$$\mathbf{q}_s = \begin{bmatrix} \beta_s \\ x_s \\ \alpha_s \\ y_s \end{bmatrix} = \mathbf{q} + \begin{bmatrix} 0 \\ e_x \cos(\Omega t) - e_y \sin(\Omega t) \\ 0 \\ e_x \sin(\Omega t) + e_y \cos(\Omega t) \end{bmatrix} \quad (44)$$

Rechnung getragen, welche die Umrechnung zwischen den Koordinaten des Schwerpunktes \mathbf{q}_s und des geometrischen Mittelpunkts \mathbf{q} darstellt. Unter Vernachlässigung jener Terme, die Deviationsmomente enthalten, bis auf jene, die multiplikativ mit Ω^2 verknüpft sind, sowie der in Kapitel 3.1.3 getroffenen Vereinfachungen und der Umrechnung aus Gleichung 44 ergibt sich daher das um die Unwuchten erweiterte Modell des Rotors zu

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{G}_\Omega \dot{\mathbf{q}} = \mathbf{B}_K \mathbf{K}_i \mathbf{i} + \mathbf{B}_K \mathbf{K}_s \mathbf{B}_K^T \mathbf{q} + \mathbf{U}_s, \quad (45)$$

wobei

$$\mathbf{U} = \Omega^2 \begin{bmatrix} -I_{yz} & I_{zx} \\ -me_y & me_x \\ -I_{zx} & -I_{yz} \\ me_x & me_y \end{bmatrix} \quad \text{und} \quad \mathbf{s} = \begin{bmatrix} \sin(\Omega t) \\ \cos(\Omega t) \end{bmatrix} \quad (46)$$

gilt. Die Unwucht tritt hier als zusätzlicher Störeingang auf und wirkt demnach auf das Modell ein. Es ist zu erkennen, dass die Störeingangsmatrix \mathbf{U} die Schwingungen $\cos(\Omega t)$ bzw. $\sin(\Omega t)$ gewichtet addiert und somit neue, phasenverschobene Schwingungen gleicher Frequenz erzeugt, welche auf das Modell einwirken. Zudem nimmt die Amplitude der Schwingungen quadratisch mit der Drehfrequenz Ω zu.

Statische Unwuchten sind dadurch gekennzeichnet, dass sie phasengleich in beiden Lagern auftreten, während dynamische Unwuchten 180° phasenverschoben auftreten. Dies ist in den Abbildungen 9 und 10 dargestellt, wobei die roten Punkte lediglich der Orientierung dienen. In den Abbildungen sind die simulierten Signale der Sensoren x_A bzw. x_B während des Betriebs eines Magnetlagers ohne Unwuchtkompensation dargestellt. Bei der statischen Unwucht ist zu erkennen, dass diese phasengleich und mit gleicher Amplitude in beiden Lagern A und B auftritt. Bei der dynamischen Unwucht hingegen ist zu erkennen, dass diese genau gegengleiche Signale in den Sensoren produziert. Die unterschiedlichen Amplituden der dynamischen Unwucht in Abbildung 10 sind dabei auf die Maße des Rotors

3 Modellbildung und Regelung

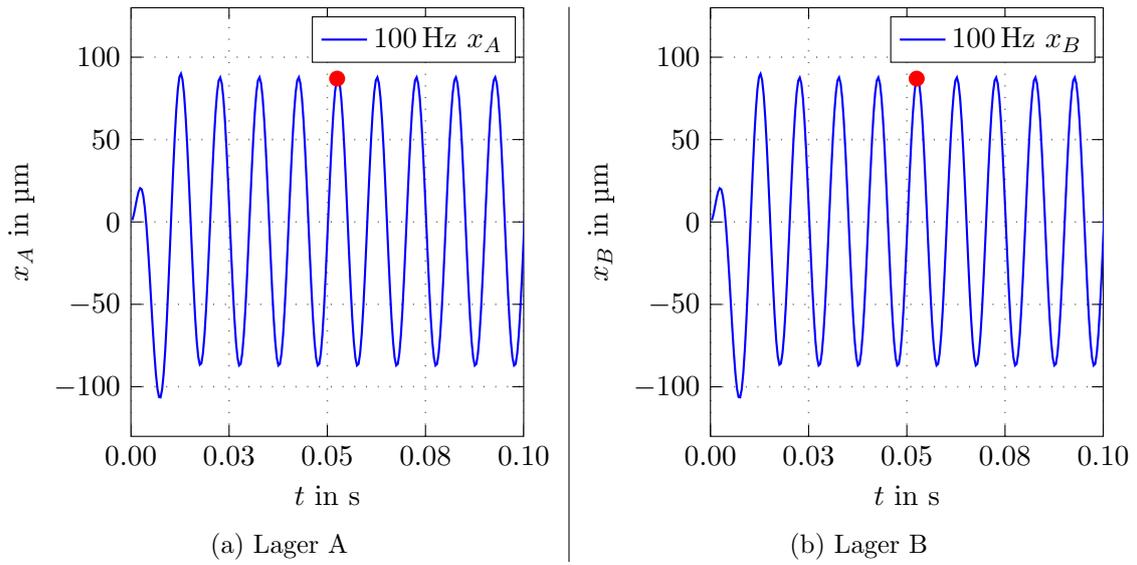


Abbildung 9: Statische Unwucht in Lager A und B in \mathbf{e}_x -Richtung.

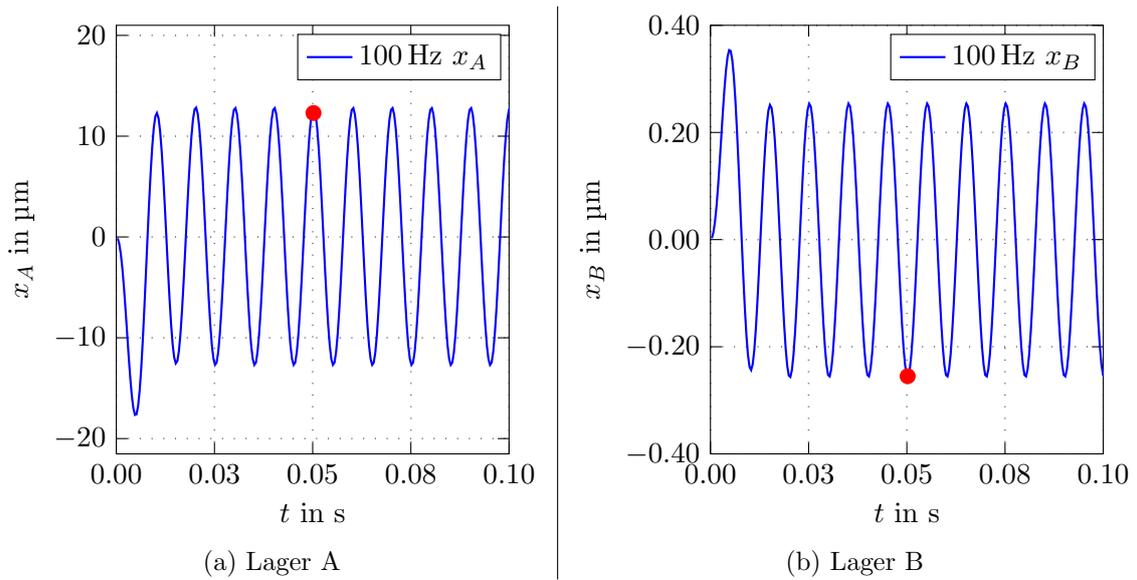


Abbildung 10: Dynamische Unwucht in Lager A und B in \mathbf{e}_x -Richtung.

bzw. auf die Abstände der Sensoren zurückzuführen.

Zusammengefasst stellen die Unwuchten daher vier unterschiedliche Schwingungen der Frequenz Ω dar, deren Amplitude und Phase durch die Deviationsmomente der Trägheitsmatrix \mathbf{I} und der Verschiebung \mathbf{e} des Schwerpunktes bestimmt werden.

3.2.4 Allgemeines zu Trägheitsmatrizen

Ähnlich wie die träge Masse im translatorischen Fall gibt ein Trägheitsmoment die Trägheit eines Körpers gegenüber Winkelgeschwindigkeitsänderungen an. Im Falle eines rotierenden Punktmassensystems berechnet sich das Trägheitsmoment zu

$$I_P = m_P r_P^2, \quad (47)$$

wobei mit m_P die Masse des Punktes und mit r_P der Abstand des Punktes von einer Drehachse bezeichnet wird (siehe [8]). Für den Fall eines um eine feste Achse A rotierenden Starrkörpers K erhält man zur Berechnung des Trägheitsmoment dieses Körpers mit einer Massendichte $\rho(\mathbf{r}_K)$ bezüglich der Achse A die Gleichung

$$I_K = \int_V \rho(\mathbf{r}_K) \mathbf{r}_{K\perp}^2 dV, \quad (48)$$

worin $\mathbf{r}_{K\perp}$ den Normalabstand von der Achse A bezeichnet. Mit $\mathbf{r}_K = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ wird der Abstand vom Ursprung des Koordinatensystems bezeichnet. Mit Hilfe des Trägheitsmoments lässt sich gemäß [8] der Drehimpuls \mathbf{L}_K mit der Drehwinkelgeschwindigkeit $\boldsymbol{\omega}_K$ verknüpfen:

$$\mathbf{L}_K = I_K \boldsymbol{\omega}_K. \quad (49)$$

Dies entspricht dem Fall einer festgehaltenen Drehachse. Im allgemeinen Fall der freien Achsen kann der Drehimpuls \mathbf{L}_K mit Hilfe der Trägheitsmatrix

$$\mathbf{I}_K = \begin{bmatrix} \int \rho(\mathbf{r}_K)(y^2 + z^2) dV & - \int \rho(\mathbf{r}_K)(xy) dV & - \int \rho(\mathbf{r}_K)(xz) dV \\ - \int \rho(\mathbf{r}_K)(xy) dV & \int \rho(\mathbf{r}_K)(x^2 + z^2) dV & - \int \rho(\mathbf{r}_K)(yz) dV \\ - \int \rho(\mathbf{r}_K)(xz) dV & - \int \rho(\mathbf{r}_K)(yz) dV & \int \rho(\mathbf{r}_K)(x^2 + y^2) dV \end{bmatrix} \quad (50)$$

wie folgt angegeben werden:

$$\mathbf{L}_K = \mathbf{I}_K \boldsymbol{\omega}_K. \quad (51)$$

3 Modellbildung und Regelung

Aus Gleichung 51 wird ersichtlich, dass die Richtung des Winkelgeschwindigkeitsvektors $\boldsymbol{\omega}_K$ und die Richtung des Drehimpulses \mathbf{L}_K im Allgemeinen unterschiedlich sind.

Durch Bestimmung der Eigenvektoren der Matrix \mathbf{I}_K können die Hauptträgheitsachsen des Körpers K berechnet werden. In diesem „Hauptachsensystem“ weist die Matrix \mathbf{I}_K nur Diagonalelemente auf ($\mathbf{I}_K = \text{diag}[I_x, I_y, I_z]$) auf. Es kann gezeigt werden, dass ein Körper, der um die Achse des größten bzw. des kleinsten Trägheitsmomentes rotiert, in einer stabilen Rotation verharrt, während die Rotation um die freie Achse des mittleren Hauptträgheitsmoments instabil ist (siehe [9]).

3.3 Regelung

Im Folgenden wird die Stabilität des Modells untersucht und eine geeignete Regelung zur Stabilisierung des Systems entworfen.

Das in Gleichung 45 dargestellte Modell kann unter Verwendung von $\mathbf{x}^T = \begin{bmatrix} \mathbf{q}^T & \dot{\mathbf{q}}^T \end{bmatrix}$ in die Zustandsraumdarstellung

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{i} + \mathbf{B}_u\mathbf{s} \quad (52a)$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x} \quad (52b)$$

mit

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{E} \\ \mathbf{M}^{-1}\mathbf{B}_K\mathbf{K}_s\mathbf{B}_K^T & \mathbf{M}^{-1}\mathbf{G}_\Omega \end{bmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{M}^{-1}\mathbf{B}\mathbf{K}_i \end{bmatrix} \quad \mathbf{B}_u = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{M}^{-1}\mathbf{U} \end{bmatrix} \quad (53)$$

und

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} -c & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ d & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -d & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (54)$$

gebracht werden. Die n Differentialgleichungen 2. Ordnung wurden damit in $2n$ Differentialgleichungen 1. Ordnung umgewandelt. Die Matrix \mathbf{C} stellt dabei die Ausgangsmatrix

3 Modellbildung und Regelung

Parameter	Bezeichnung	Wert
a	Distanz Schwerpunkt-Lager A	0.0989 m
b	Distanz Schwerpunkt-Lager B	0.0199 m
c	Distanz Schwerpunkt-Sensor A	0.116 m
d	Distanz Schwerpunkt-Sensor B	0.002 35 m
$I_x = I_y$	axiale Trägheitsmomente	0.0237 kgm ²
I_z	polares Trägheitsmoment	0.008 75 kgm ²
m	Masse des Rotors	4.4 kg
k_{iA}	Strom-Kraft-Verhältnis Lager A	24 N/A
k_{iB}	Strom-Kraft-Verhältnis Lager B	53 N/A
k_{sA}	Verschiebung-Kraft-Verhältnis Lager A	29 500 N/m
k_{sB}	Verschiebung-Kraft-Verhältnis Lager B	66 000 N/m
e_x	Verschiebung des Schwerpunktes in x-Richtung	4.7×10^{-5} m
e_y	Verschiebung des Schwerpunktes in y-Richtung	3.7×10^{-5} m
I_{yz}	Deviationsmoment	6.9×10^{-7} kgm ²
I_{zx}	Deviationsmoment	3.5×10^{-7} kgm ²
k_{PA}	Proportionalteil Lager A	2700 A/m
k_{PB}	Proportionalteil Lager B	4.5×10^5 A/m
k_{DA}	Differentialteil Lager A	10.74 As/m
k_{DB}	Differentialteil Lager B	1790.50 As/m
k_{IA}	Integralteil Lager A	2700 A/ms
k_{IB}	Integralteil Lager B	4.5×10^5 A/ms

Tabelle 1: Simulationsparameter.

dar, welche die Koordinaten \mathbf{q} in Sensorkoordinaten \mathbf{y} transformiert, so wie diese mit Hilfe der Sensoren (siehe Abbildung 1) ausgelesen werden. Die Sensorkoordinaten \mathbf{y} enthalten demnach keine Winkel, sondern nur Abstände.

Die Bestimmung der Eigenwerte der Matrix \mathbf{A} unter Zuhilfenahme der Parameter aus Tabelle 1 zeigt, dass es sich bei einem Magnetlager um ein instabiles System handelt, da zumindest ein Eigenwert einen positiven Realteil besitzt und damit das System nicht BIBO-stabil ist (siehe [10]).

Um das Magnetlager zu stabilisieren, wird die in [11] gezeigte Regelung herangezogen. Bei der Herleitung des Regelungsgesetzes wird der Störeingang der Unwucht nicht berücksichtigt und das Modell aus Gleichung 38 bzw. die Zustandsraumdarstellung aus Gleichung 52 verwendet. Die verwendete Regelungsstruktur ist in Abbildung 11 dargestellt, wobei im Folgenden stets $\mathbf{r} = 0$ angenommen wird.

Die gemessenen Sensorkoordinaten \mathbf{y} werden mit Hilfe einer Matrix \mathbf{T}_{in} zurück in \mathbf{q} -Koordinaten umgewandelt. Dies hat folgenden Hintergrund: Auf Grund der Struktur der Ausgangsmatrix \mathbf{C} findet eine Verkoppelung der Zustände \mathbf{q} statt, sodass die Sensorkoor-

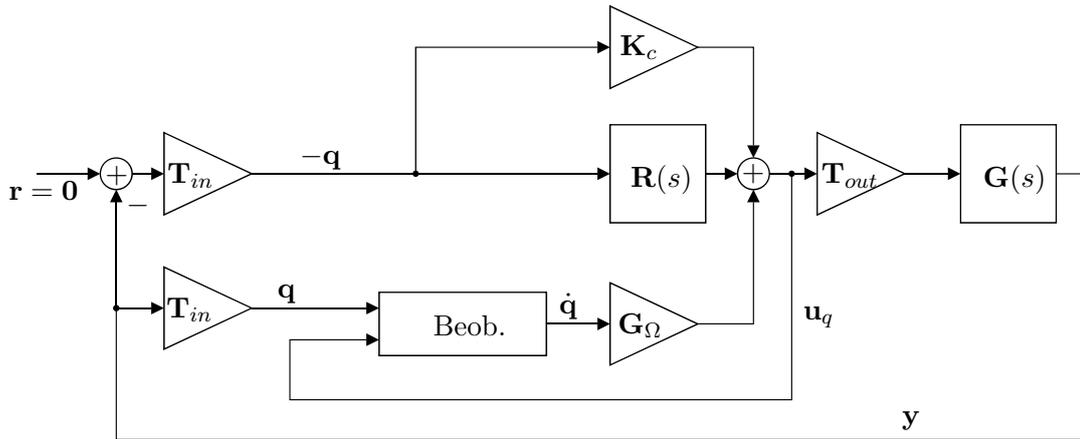


Abbildung 11: Aufbau der Decoupled Regelung.

dinaten \mathbf{y} stets von einem Winkel und einem Abstand aus den \mathbf{q} -Koordinaten bestimmt werden. Um diese Verkoppelung zu kompensieren, werden die gemessenen Sensorkoordinaten mit Hilfe der Matrix

$$\mathbf{T}_{in} = \mathbf{C}^{-1} \quad (55)$$

in die ursprünglichen Koordinaten \mathbf{q} rückgewandelt. Um den Einfluss des Kraft-Strom-Verhältnisses und der Querkoppelungen durch die Matrix \mathbf{B}_K zu eliminieren, wird der Stromeingang durch eine Matrix

$$\mathbf{T}_{out} = (\mathbf{B}_K \mathbf{K}_i)^{-1} \quad (56)$$

transformiert. Um die negative Steifigkeit des Magnetlagers zu kompensieren und um die vollständige Entkoppelung der rotatorischen Zustände (α, β) von den translatorischen Zuständen (x, y) zu erreichen, wird mit Hilfe von $\mathbf{K}_c \mathbf{q}$ der Term $\mathbf{B}_K \mathbf{K}_s \mathbf{B}_K^T \mathbf{q}$ gekürzt. In dem rücktransformierten \mathbf{q} -Koordinatensystem wird, wie in Abbildung 11 dargestellt, zudem ein PID-Regler $\mathbf{R}(s)$ implementiert, sodass sich der geschlossene Kreis zu

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{G}_\Omega \dot{\mathbf{q}} - \mathbf{B}_K \mathbf{K}_s \mathbf{B}_K^T \mathbf{q} = \mathbf{B}_K \mathbf{K}_i \mathbf{T}_{out} \left(-\mathbf{P}\mathbf{q} - \mathbf{D}\dot{\mathbf{q}} - \mathbf{I}_{int} \int_0^t \mathbf{q} d\tau - \underbrace{\mathbf{B}_K \mathbf{K}_s \mathbf{B}_K^T}_{\mathbf{K}_c} \mathbf{q} \right) \quad (57)$$

3 Modellbildung und Regelung

ergibt, wobei die Diagonalmatrizen \mathbf{P} , \mathbf{I}_{int} und \mathbf{D} die Regelungsparameter für die jeweiligen \mathbf{q} -Koordinaten beinhalten. Unter Vernachlässigung des I-Anteils der Regelung, ergibt sich die Systemmatrix \mathbf{A}_c des geschlossenen Kreises schließlich zu

$$\mathbf{A}_c = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{E} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{P} & -\mathbf{M}^{-1}(\mathbf{G}_\Omega + \mathbf{D}) \end{bmatrix}. \quad (58)$$

Mit den Regelungsparametern können die Eigenwerte λ_i der Dynamikmatrix \mathbf{A}_c des geschlossenen Kreises nun gezielt beeinflusst werden. Die rotatorischen Zustände bilden dabei ein von den translatorischen Zuständen unabhängiges System. Um zu geeigneten Regelungsparametern zu gelangen, werden an Stelle von Eigenwerten λ_i die Eigenfrequenzen f_i und die Dämpfungsfaktoren ξ_i verwendet:

$$f_i = \frac{\sqrt{\operatorname{Re}\{\lambda_i\}^2 + \operatorname{Im}\{\lambda_i\}^2}}{2\pi} \quad \xi_i = \frac{-\operatorname{Re}\{\lambda_i\}}{\sqrt{\operatorname{Re}\{\lambda_i\}^2 + \operatorname{Im}\{\lambda_i\}^2}}. \quad (59)$$

Die Entkoppelung der rotatorischen Zustände (α, β) von den translatorischen Zuständen (x, y) hat den Vorteil, dass die Eigenfrequenzen f_i und die Dämpfungsfaktoren ξ_i separat eingestellt werden können.

Werden die Eigenfrequenzen über der Drehzahl des Rotors aufgezeichnet, so zeigt sich, dass eine Eigenfrequenz zunimmt und eine abnimmt, während die anderen konstant bleiben. Dies ist auf den gyroskopischen Effekt der Matrix \mathbf{G}_Ω zurückzuführen und betrifft für den entkoppelten Fall ausschließlich die rotatorischen Zustände α und β . Diese Aufspaltung der Eigenfrequenzen stellt einen unerwünschten Effekt dar. Um daher den Einfluss des gyroskopischen Effekts zu minimieren wird ein Beobachter eingesetzt, der die Geschwindigkeiten $\dot{\mathbf{q}}$ zur Kompensation des Ausdrucks $\mathbf{G}_\Omega \dot{\mathbf{q}}$ schätzt. Der Gyroskopmatrix \mathbf{G}_Ω darf allerdings nicht vollständig kompensiert werden, da dies sonst zur Instabilität führen kann (siehe [11]). Zur Schätzung der Geschwindigkeiten $\dot{\mathbf{q}}$ kann ein Kalmanfilter als optimaler Beobachter verwendet werden (siehe [12]):

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{L}(\mathbf{y} - \mathbf{C}\hat{\mathbf{x}}) \quad (60a)$$

$$\dot{\hat{\mathbf{q}}} = \mathbf{C}_K \hat{\mathbf{x}}, \quad (60b)$$

3 Modellbildung und Regelung

wobei mit $\hat{\mathbf{x}}^T = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{q}}^T & \dot{\hat{\mathbf{q}}}^T \end{bmatrix}$ die geschätzten Zustände bezeichnet werden. Zur Berechnung der Beobacherverstärkungsmatrix \mathbf{L} wird angenommen, dass auf das Modell aus Gleichung 38 ein Prozessrauschen $\mathbf{w} \in \mathbb{R}^{4 \times 1}$ auf jeden Zustand $\dot{\mathbf{q}}$ und ein Messrauschen $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^{4 \times 1}$ auf jeden Ausgang einwirkt:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{G}_K\mathbf{w} \quad (61a)$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x} + \mathbf{H}_K\mathbf{w} + \mathbf{v}. \quad (61b)$$

Die Matrizen $\mathbf{G}_K \in \mathbb{R}^{8 \times 4}$ und $\mathbf{H}_K \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$ stellen die jeweiligen Eingangsmatrizen der Rauschprozesse dar. Für das Mess- bzw. das Prozessrauschen werden in [12] einige Annahmen getroffen, wovon die wichtigsten im Folgenden wiedergegeben werden. Mit dem Dirac-Impuls $\delta(t)$ gilt:

$$E(\mathbf{v}) = \mathbf{0} \quad E(\mathbf{v}(t)\mathbf{v}(\tau)^T) = \mathbf{R}_K\delta(t - \tau) \quad (62a)$$

$$E(\mathbf{w}) = \mathbf{0} \quad E(\mathbf{w}(t)\mathbf{w}(\tau)^T) = \mathbf{Q}_K\delta(t - \tau). \quad (62b)$$

Es wird angenommen, dass es sich bei den Rauschprozessen um stationäre, mittelwertfreie, weiße, gaußsche und unkorrelierte Rauschprozesse handelt. Zudem wird $E(\mathbf{w}(t)\mathbf{v}(\tau)^T) = \mathbf{0}$ angenommen. Mit Hilfe des MATLAB-Befehls „kalman“ kann nun die stationäre Beobacherverstärkungsmatrix \mathbf{L} berechnet werden. Die Matrizen wurden dabei zu

$$\mathbf{Q}_K = \mathbf{E} \quad \mathbf{R}_K = 10^{-12}\mathbf{E} \quad (63a)$$

$$\mathbf{H}_K = \mathbf{0} \quad \mathbf{G}_K = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{E} \end{bmatrix} \quad (63b)$$

angenommen. Mit \mathbf{E} wird die Einheitsmatrix bezeichnet.

4 Unwuchtkompensation

4.1 Einleitung

Wie in Kapitel 3.2.3 gezeigt, stellen die Unwuchtbewegungen des Rotors während des Betriebs eines Magnetlagers einen Störeingang des Modells dar, welcher sich unerwünscht auf den Ausgang auswirkt. Im Folgenden sollen daher vier unterschiedliche Arten von Unwuchtkompensationen zur Unterdrückung der mit den Unwuchtbewegungen verbundenen Effekten vorgestellt und mit Hilfe eines gemeinsamen Referenzmodells simulativ verglichen werden. Die gezeigten Unwuchtkompensationen basieren allesamt auf verschiedenen Prinzipien, wodurch eine breite Auswahl an Methoden zur Unwuchtunterdrückung dargestellt wird. Ziel ist es, eine Unwuchtkompensation zu implementieren, die bis zur Nenndrehzahl stabil bleibt und Unwuchten rasch unterdrückt. Zudem sollte die Unwuchtkompensation möglichst systemunabhängig sein.

4.2 Current Nulling vs Vibration Nulling

Unwuchtkompensationen werden meist zusätzlich zur eigentlichen Regelung des Magnetlagers verwendet. Dazu werden diese, je nach Anwendung, in Serie oder parallel zum bestehenden Regler verwendet. Daher können diese Unwuchtkompensationen, je nach Bedarf, zu- oder abgeschaltet werden.

Grundsätzlich unterscheidet man zwei Arten der Unwuchtkompensation:

- Current Nulling (kurz CN) und
- Vibration Nulling (kurz VN).

Vibration Nulling und *Current Nulling* sind noch unter mehreren anderen Bezeichnungen bekannt, wie beispielsweise „Force Free Controller“ (=Current Nulling) oder „Vibration Controller“ (=Vibration Nulling); das dahinterstehende Prinzip ist jedoch mit den in dieser Arbeit verwendeten Begriffen ident. Alle in diesem Kapitel vorgestellten Arten der Unwuchtkompensation können sowohl im *Current Nulling*, als auch im *Vibration Nulling* Betrieb verwendet werden.

4.2.1 Current Nulling

Die Methode *Current Nulling* hat zum Ziel, die durch die Unwucht des Rotors verursachten Ströme, welche vom Regler auf Grund der Auslenkungen des Rotors hervorgerufen werden, zu unterdrücken. Dadurch verändert sich in weiterer Folge die Unwuchtbewegung des Rotors (der sogenannte „Orbit“), da die Regelung nur mehr eingeschränkt auf die Unwuchtbewegung des Rotors reagiert. Der von den Aktoren aufgewandte Strom wird dadurch allerdings erheblich verringert.

Dies kann notwendig sein, da die durch die Unwucht hervorgerufenen Ströme mit der Drehzahl zunehmen. Folglich können mit steigender Drehzahl die Aktoren schnell in Sättigung geraten, was die maximal zu erreichende Drehzahl des Magnetlagers erheblich einschränkt. Mit *Current Nulling* werden diese Unwucht-Ströme, welche mit der Drehfrequenz des Rotors auftreten, unterdrückt. Folglich ist es möglich, die Drehzahl des Rotors weiter zu erhöhen, ohne die Aktoren in Sättigung zu treiben. Da aber die verwendete Regelung nicht mehr auf die Unwuchtbewegung reagiert (mit anderen Worten „blind“ für diese ist) bzw. der Unwuchtanteil von den vom Regler erzeugten Signalen getrennt wird, verändert sich im Allgemeinen der Orbit des Rotors. Wird *Current Nulling* korrekt angewandt (siehe untenstehendes Kapitel 4.2.4), so trachtet der Rotor danach, um seine Hauptträgheitsachse zu rotieren.

4.2.2 Vibration Nulling

Im Gegensatz zu *Current Nulling* hat die Methode *Vibration Nulling* zum Ziel, die Unwuchtbewegung des Rotors vollständig zu unterdrücken und damit den Orbit des Rotors einzuschränken. Naturgemäß ist dazu für höhere Drehzahlen ein deutlich höherer Strom notwendig, wodurch die Aktoren im Vergleich zu Anwendungen ohne *Vibration Nulling* schneller in Sättigung geraten können. Für niedrige Drehzahlen kann jedoch auch *Vibration Nulling* zu verringerten Strömen führen (siehe Kapitel 4.4).

4.2.3 Filterung des Unwuchtsignals

Den Ausgangspunkt für beide Methoden stellt meist die Filterung des Unwuchtsignals dar, welches mit der Drehfrequenz Ω des Rotors auftritt. Daher ist es bei bekannter Drehzahl möglich, die Unwucht zu identifizieren und vom übrigen Signal zu trennen. Zumeist werden für *Vibration Nulling* die Positionssignale der Sensoren herangezogen. Diese werden

4 Unwuchtkompensation

von der Unwuchtkompensation gefiltert, zu Regelungssignalen verarbeitet und anschließend gemeinsam mit den eigentlichen Reglersignalen auf das Magnetlager aufgeschaltet. Bei *Current Nulling* wird hingegen zumeist versucht, das Unwuchtsignal aus dem Positionssignal oder dem Stromsignal herauszufiltern, so dass es nicht zur Regelung bzw. nicht zur Streckenaufschaltung gelangt - die Regelung ist sozusagen „blind“ für die Unwucht. Die unterschiedlichen Arten von Unwuchtkompensationen unterscheiden sich meist darin, wie diese Signale gefiltert und verarbeitet werden.

Aus regelungstechnischer Sicht kann eine Unwuchtkompensation den geschlossenen Kreis verändern. Daher ist es möglich, dass eine Unwuchtkompensation den geschlossenen Kreis destabilisiert. Wünschenswert wäre deshalb, wenn für eine Unwuchtkompensation eine Feedforward-Kompensation verwendet werden könnte, weil durch die Anwendung einer stabilen Steuerung auf einen stabilen geschlossenen Kreis die Stabilität erhalten bleibt (siehe [10]). Da aber zumeist das Unwuchtsignal unbekannt ist und die Unwuchtkompensation auf dieses eingestellt werden muss, ist eine reine Feedforward-Kompensation nur eingeschränkt möglich (siehe Kapitel 4.5).

Current Nulling und *Vibration Nulling* haben in unterschiedlichen Drehzahlbereichen ihre Vorzüge. So kann es notwendig sein, selbst bei niedrigen Drehzahlen die Unwuchtbewegung des Rotors zu unterdrücken. Zudem kann durch *Vibration Nulling*, wie noch gezeigt werden wird, im unteren Drehzahlbereich auch der Strom reduziert werden. Dazu kann eine der vorgestellten *Vibration Nulling* Methoden verwendet werden. Möchte man hingegen hohe Drehzahlen mit dem Magnetlager erreichen, so ist es ratsam, eine *Current Nulling* Methode zum Einsatz zu bringen, da diese den verwendeten Strom reduziert.

4.2.4 Simulationen

Die im Folgenden vorgestellten Unwuchtkompensationen sollen auf Basis eines Referenzmodells verglichen werden. Dazu wurde das in Kapitel 3 hergeleitete Modell in MATLAB-SIMULINK implementiert. Die verwendeten Parameter entsprechen dabei dem Turbomolekularpumpenmodell 1 und sind in Tabelle 1 aufgelistet.

Da, wie in Kapitel 3 gezeigt, das Modell des Magnetlagers instabil ist, ist eine geeignete Regelung notwendig, welche die Strecke stabilisiert. Dazu wird der ebenfalls in Kapitel 3 vorgestellte Decoupled-Control-Ansatz herangezogen. Die dazu notwendigen Matrizen \mathbf{T}_{in} , \mathbf{T}_{out} , \mathbf{G} und $\mathbf{B}_K \mathbf{K}_s \mathbf{B}_K^T$ lassen sich mit Hilfe der angegebenen Parameter bestimmen. Für eine hinreichend schnelle Dynamik werden die Regelungsparameter gemäß Tabelle 1 gewählt. Die Eigenfrequenzen f_i werden mit diesen Regelungsparametern (ohne

4 Unwuchtkompensation

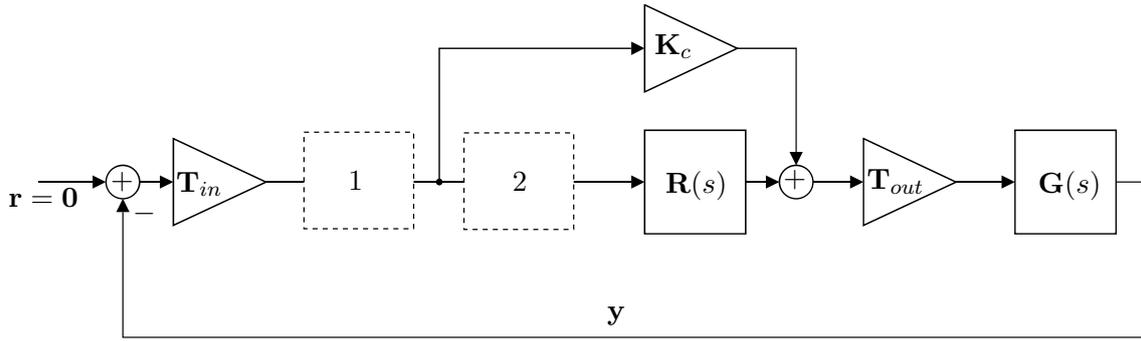


Abbildung 12: Regelung des Magnetlagers mit Unwuchtkompensationen an zwei möglichen Stellen.

I-Anteil) bei einer Rotorfrequenz von $\Omega = 100$ Hz zwischen 44.77 Hz und 64.44 Hz gelegt. Die Dämpfungsfaktoren x_{i_i} liegen zwischen 0.636 und 0.661. Um das Sensorrauschen zu hohen Frequenzen hin nicht allzusehr zu verstärken, wird der D-Anteil bei $\Omega = 200$ Hz durch einen Realisierungsterm abgeschaltet. Für den D-Anteil wird das Positionssignal herangezogen, die Geschwindigkeit zur Kompensierung des Gyroskopischen Effekts wird von einem Kalmanfilter geschätzt.

Die Parameter für die Unwucht $\mathbf{U}s$ wurden so gewählt, dass bei einer Drehzahl von 15000Umin^{-1} und der verwendeten Decoupled-Control-Regelung ungefähr ein maximaler Strom von 3 A auftritt. Dies entspricht in etwa den bei dieser Drehzahl zu erwartenden Strömen. Die empirisch gefundenen Parameter lassen sich ebenfalls Tabelle 1 entnehmen.

4.3 Drehung des Rotors um eine Hauptträgheitsachse

Bei richtiger Anwendung von *Current Nulling* kann der Rotor frei um eine Hauptträgheitsachse rotieren, welche unabhängig von der Drehfrequenzen Ω ist. Um dies zu gewährleisten, muss der Term $\mathbf{B}_K \mathbf{K}_s \mathbf{B}_K^T \mathbf{q}$ durch $-\mathbf{K}_c \mathbf{q}$ gekürzt werden, sodass die Magnetlagersteifigkeit kompensiert wird. Dadurch ist es dem Rotor erlaubt, unabhängig von den Anziehungskräften der Magnete zu rotieren. Um dies zu bewerkstelligen, wird die in Kapitel 3 vorgestellte Decoupled-Control-Regelung verwendet und die Unwuchtkompensation parallel zum Kompensationsterm \mathbf{K}_c eingefügt (siehe Abbildung 12, Stelle 2). Dadurch erhält der Regler das kompensierte Signal, während dem Kompensationsterm $-\mathbf{K}_c \mathbf{q}$ das tatsächliche Positionssignal \mathbf{q} zur Verfügung steht.

Für die Kompensation der Lagersteifigkeit $\mathbf{K}_c \mathbf{q} = \mathbf{B}_K \mathbf{K}_s \mathbf{B}_K^T \mathbf{q}$ ist daher ein zusätzlicher Strom(schwingungs-)anteil notwendig, der bei *Current Nulling* im eingeschwungenen Zustand für alle Frequenzen Ω gleich ist, da auch der Orbit des Rotors bei Rotation um die

4 Unwuchtkompensation

Hauptträgheitsachse für alle Frequenzen Ω gleich ist. Dies führt dazu, dass bei kleinen Frequenzen der Strom durch *Current Nulling* sogar zunimmt, da sich der Orbit durch *Current Nulling* bei kleinen Drehfrequenzen Ω vergrößert. Dieser Sachverhalt ist in den Abbildungen 13 und 14 dargestellt und wird im folgenden erläutert:

Abbildung 13 zeigt rechts die Lagerströme I_{x_A} und I_{y_A} in Abhängigkeit von der Zeit t bei $\Omega = 100$ Hz dreidimensional aufgetragen. Wird eine der anschließend vorgestellten Unwuchtkompensationen an Stelle 2 verwendet, so ist trotz *Current Nulling* ein Reststrom zur Kompensation der Lagersteifigkeit notwendig. Dieser Reststrom ist für alle Drehfrequenzen Ω ident. Bei einer Drehfrequenz von $\Omega = 100$ Hz ist dieser Reststrom kleiner als der Unwuchtstrom, wenn keine Unwuchtkompensation verwendet wird. Wird dieselbe Unwuchtkompensation an Stelle 1 verwendet, kann der Unwuchtstrom gänzlich gefiltert werden.

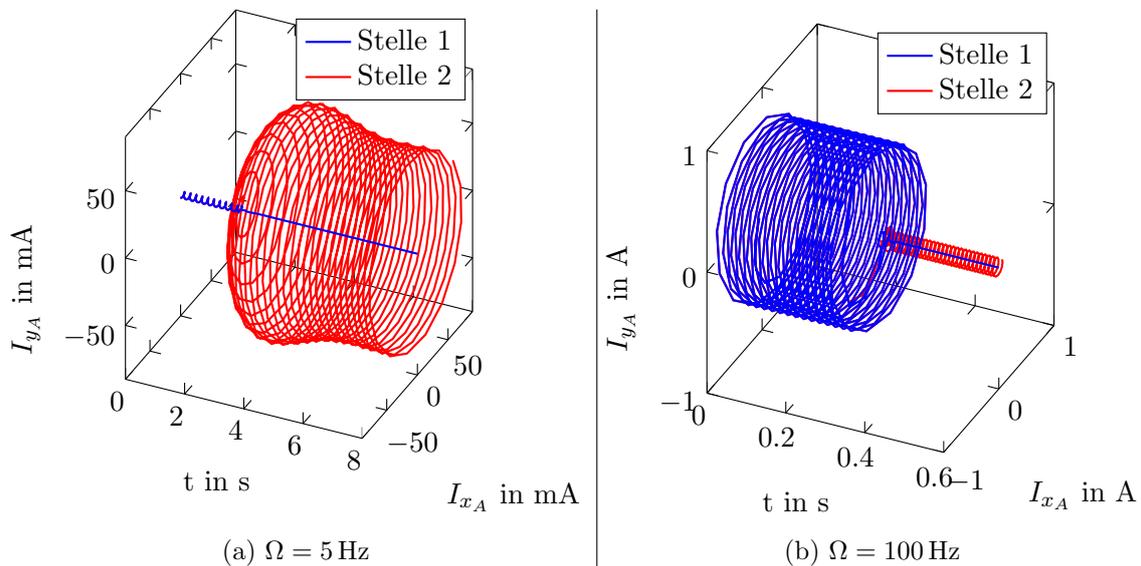


Abbildung 13: Lagerströme i_{x_A} und i_{y_A} bei *Current Nulling* an unterschiedlichen Kompensationsstellen.

Im Gegensatz dazu ist links der identische Fall bei $\Omega = 5$ Hz dargestellt. Hier ist der Reststrom zur Kompensation der Lagersteifigkeit (Stelle 2) sogar größer als der Unwuchtstrom, wenn keine Unwuchtkompensation verwendet wird. Bei Anwendung der Unwuchtkompensation an Stelle 1 ist wiederum eine vollständige Kompensation des Unwuchtstromes möglich.

Abbildung 14 zeigt die entsprechenden Positionssignale des Lagers A bei Anwendung einer Unwuchtkompensation an Stelle 2. Man erkennt, dass der Orbit bei eingeschaltener Unwuchtkompensation bei $\Omega = 100$ Hz abnimmt, wohingegen der Orbit bei $\Omega = 5$ Hz beträchtlich zunimmt. In beiden Fällen ist der Orbit bei eingeschaltener Unwuchtkompen-

4 Unwuchtkompensation

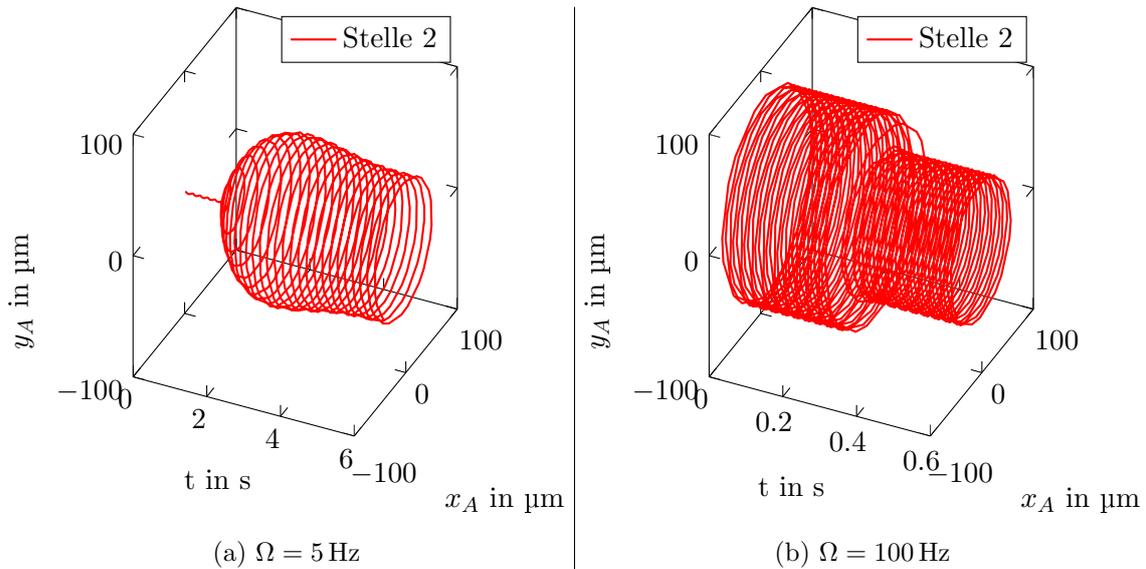


Abbildung 14: Positionssignale x_A und y_A bei Current Nulling an Stelle 2.

sation im eingeschwungenen Zustand gleich groß und damit auch der Strom zur Kompensation der Lagersteifigkeit.

In der Anwendung wird zumeist das Ziel verfolgt, den aufzuwendenden Strom zu minimieren. Aus diesem Grund wird die Unwuchtkompensation in der Praxis in den meisten Fällen an Stelle 1 verwendet. Häufig wird überhaupt auf eine Kompensation der Lagersteifigkeit durch den Term $\mathbf{K}_c \mathbf{q}$ gänzlich verzichtet, da die dazu notwendigen Parameter nicht exakt bekannt sind. Zudem hängen die Parameter nichtlinear von der Position des Rotors ab und sind daher schwierig zu bestimmen.

In den Simulationen werden die Parameter der Magnetlagersteifigkeit als bekannt angenommen (siehe Tabelle 1) und es wird eine Kompensation der Magnetlagersteifigkeit durchgeführt. Alle in diesem Kapitel vorgestellten Unwuchtkompensationen werden anhand des vorgestellten Modells getestet und verglichen. Um die Performance der einzelnen Unwuchtkompensationen simulativ miteinander vergleichen zu können, werden alle Unwuchtkompensationen bei *Current Nulling* vor der Kompensation des Terms $\mathbf{B}_K \mathbf{K}_s \mathbf{B}_K^T \mathbf{q}$ implementiert (Stelle 1). Dadurch kann festgestellt werden, ob bei allen Frequenzen die Unwucht vollständig unterdrückt wird. Dies entspricht auch dem in der Praxis häufiger anzutreffenden Fall. Bei *Vibration Nulling* wird Stelle 2 gewählt, da, wenn die Unwucht des Positionssignals kompensiert wird, auch der Term $\mathbf{B}_K \mathbf{K}_s \mathbf{B}_K^T \mathbf{q}$ zu Null wird.

4.4 Wirkung der Unwucht auf Positions- und Stromsignal

Wie in Gleichung 46 dargestellt, nimmt die Kraft der Unwucht auf die Lager quadratisch mit der Drehfrequenz Ω zu. Um die Auswirkungen dieser Kraft auf den Strom bzw. auf das Positionssignals bei geschlossenem Regelkreis (siehe Abbildung 11) näher untersuchen zu können, wird vereinfachend nur die Schwerpunktskoordinate x betrachtet. Die translatorischen Verschiebungen des Rotors sind auf Grund des gewählten Regelungsansatzes unabhängig voneinander beeinflussbar und ermöglichen daher eine vereinfachte Untersuchung. Im Folgenden wird die quadratisch zunehmende Amplitude einer Schwingung $\Omega^2 F_u(\omega)$ mit der Frequenz ω betrachtet, welche auf den Zustand x einwirkt, wobei vereinfachend $F_u(\omega) = \sin(\omega t)$ angenommen wird. Im Falle von $\omega = \Omega$ entspricht die Schwingung einer Unwuchtschwingung $\Omega^2 \sin(\Omega t)$, deren Amplitude sich quadratisch mit der Frequenz vergrößert. Dies ist in Abbildung 15 dargestellt. Wird keine Unwuchtkompensation verwendet, bewirkt diese Unwucht eine Schwingung des Positionssignals x , deren Amplitude durch Auswertung des Amplitudengangs folgender Übertragungsfunktion an der Stelle $\omega = \Omega$ bestimmt werden kann:

$$\left| \frac{x(j\Omega)}{F_u(j\Omega)} \right| = \left| \Omega^2 \frac{G_x(j\Omega)}{1 + G_x(j\Omega)R_x(j\Omega)} \right|. \quad (64)$$

Dabei bezeichnen $G_x(s)$ und $R_x(s)$ die Strecken- bzw. Reglerübertragungsfunktion für den Zustand x mit der Laplace-Variable s . In der Übertragungsfunktion $G_x(s)$ wurde die Lagersteifigkeit $\mathbf{B}_K \mathbf{K}_s \mathbf{B}_K^T$ gekürzt. Bei der Bestimmung des Amplitudenganges einer Übertragungsfunktion findet eine Auswertung der Übertragungsfunktion entlang der imaginären Achse $s = j\omega$ statt. Für den Verlauf des Positionssignals (und auch der übrigen Signale) sind allerdings nur jene Punkte interessant, für die $\omega = \Omega$ gilt. Diese Punkte sind in Abbildung 15 dargestellt. Der so bestimmte Verlauf der Amplitude der Schwingung des Positionssignals ist ebenfalls in Abbildung 15 in Abhängigkeit von der Drehfrequenz Ω dargestellt und auf den Endwert normiert. Man erkennt, dass das Positionssignal bei einer Drehfrequenz des Rotors von ca. $\Omega = 70$ Hz die größte Auslenkung erfährt.

Weiters kann die in den Lagern wirkende, durch die Unwucht hervorgerufene Kraft F_L durch Bestimmung des Amplitudengangs der Übertragungsfunktion

$$\left| \frac{F_L(j\Omega)}{F_u(j\Omega)} \right| = \left| \Omega^2 \frac{G_x(j\Omega)R_x(j\Omega)}{1 + G_x(j\Omega)R_x(j\Omega)} \right| \quad (65)$$

4 Unwuchtkompensation

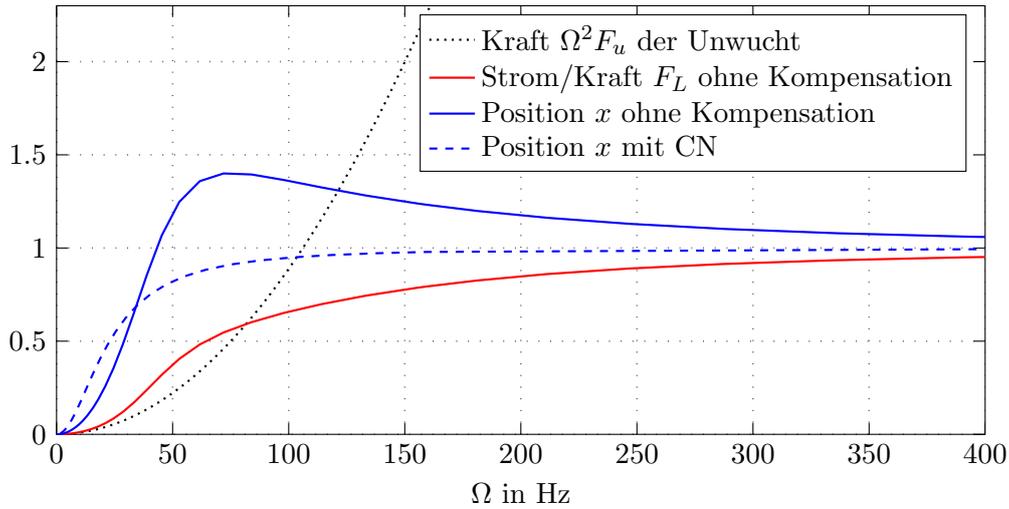


Abbildung 15: Normierte Amplitudengänge der Unwucht und des Strom- bzw. Positionssignal mit und ohne Anwendung einer Unwuchtkompensation.

an den Stellen $\omega = \Omega$ berechnet werden. Auch hier wurde der Betrag auf den Endwert normiert. Die quadratisch zunehmende Amplitude der Unwuchtkraft $\Omega^2 F_u$ des Eingangs wurde zu Vergleichszwecken ebenfalls auf den Endwert dieser Kraft normiert. Die Kraft F_L ist proportional zu den Lagerströmen.

4.4.1 Auswirkung von Vibration Nulling

Die Methode *Vibration Nulling*, welche die Unwucht im Positionssignal unterdrückt, erzeugt eine gegengleiche Kraft am Eingang des Magnetlagers, welche die Unwuchtkraft kompensiert, sodass diese bereits am Eingang der Strecke ausgelöscht wird. Aus Abbildung 15 erkennt man, dass in einem Bereich $\Omega < 82$ Hz diese Kraft $\Omega^2 F_u$ geringer ist als die durch die Unwucht in den Lagern hervorgerufene Kraft F_L . Daher kann durch *Vibration Nulling* in diesem unterem Drehzahlbereich der Strom sogar reduziert werden. Bei Drehzahlen $\Omega > 82$ Hz ist bei *Vibration Nulling* hingegen deutlich mehr Kraft und damit Strom notwendig als ohne Unwuchtkompensation. Der Strom bei *Vibration Nulling* nimmt quadratisch mit der Drehzahl zu. Jene Drehzahl, bis zu der *Vibration Nulling* auch den Strom verringert, kann wie folgt berechnet werden:

$$\left| \frac{F_L(j\Omega)}{F_u(j\Omega)} \right| = \left| \Omega^2 \frac{G_x(j\Omega)R_x(j\Omega)}{1 + G_x(j\Omega)R_x(j\Omega)} \right| > \Omega^2 \quad (66)$$

Die für die Darstellung ausgewerteten Punkte sind auch hier wieder jene Punkte, für die

$\omega = \Omega$ gilt. Jener Bereich, in dem *Vibration Nulling* sowohl die Unwuchtbewegung des Rotors auslöscht, als auch den Strom reduziert, wird durch den Durchtritt der Komplementären Sensitivitätsfunktion durch die 0 dB-Linie bestimmt.

4.4.2 Auswirkung von Current Nulling

Wie bereits in Kapitel 4.3 erläutert, kann durch Anwendung von *Current Nulling* an der Stelle 2 der Rotor um seine Hauptträgheitsachse rotieren. Es stellt sich nun die Frage, welche Auswirkungen *Current Nulling* an Stelle 1 auf das Positionssignal hat.

Bei Anwendung von *Current Nulling* an der Stelle 1 wirkt die Unwuchtkompensation wie ein Notchfilter $N_{Komp}(j\Omega) = 0$, der das Signal bei der Unwuchtfrequenz vor der Regelung filtert. Es kann jedoch dadurch auch die Lagersteifigkeit $\mathbf{B}_K \mathbf{K}_s \mathbf{B}_K^T$ ebenfalls nicht kompensiert werden. Die Amplitude des Positionssignals x kann bei *Current Nulling* unter Vernachlässigung sämtlicher Querkoppelungen durch die anderen Zustände wie folgt berechnet werden:

$$\left| \frac{x(j\Omega)}{F_u(j\Omega)} \right| = \left| \Omega^2 \frac{G_x(j\Omega)}{1 + \underbrace{N_{Komp}(j\Omega)G_x(j\Omega)R_x(j\Omega)}_{=0}} \right| = |\Omega^2 G_x(j\Omega)|, \quad (67)$$

wobei hier $G_x(s)$ die Lagersteifigkeit enthält. Der Verlauf der Amplitude des Positionssignals bei *Current Nulling* an Stelle 1 in Abhängigkeit von der Frequenz Ω ist ebenfalls in Abbildung 15 dargestellt.

Wird hingegen *Current Nulling* an Stelle 2 angewandt, so ist eine Kompensation der Lagersteifigkeit möglich, und es gilt $G_x(s) \propto \frac{1}{s^2}$. Die Unwuchtkompensation wirkt erneut wie ein Notchfilter $N_{Komp}(j\Omega) = 0$, der die Unwuchtfrequenz filtert und das Positionssignal berechnet sich demgemäß zu

$$\left| \frac{x(j\Omega)}{F_u(j\Omega)} \right| = \left| \Omega^2 \frac{G_x(j\Omega)}{1 + \underbrace{N_{Komp}(j\Omega)G_x(j\Omega)R_x(j\Omega)}_{=0}} \right| \approx \left| \Omega^2 \frac{1}{(j\Omega)^2} \right| \approx \left| \mathcal{O}^{\mathcal{Z}} \frac{1}{-\mathcal{O}^{\mathcal{Z}}} \right| \approx 1. \quad (68)$$

Hierbei wurde $s = j\Omega$ verwendet. Damit bleibt die Amplitude der Unwuchtschwingung des Positionssignals für sämtliche Frequenzen gleich, wie dies in den Abbildungen 13 und 14 bereits gezeigt wurde.

4.5 Generalized Notch Filter

Die Idee, einen engbandigen Notchfilter in den geschlossenen Regelkreis einzuführen, welcher das Unwuchtsignal filtert, wurde schon mehrmals vorgeschlagen. Jedoch ist bekannt, dass das bloße Einfügen eines Notch-Filters den Regelkreis destabilisieren kann (siehe [13]). Aus diesem Grund wurde in [14] ein Generalized Notch Filter ($\mathbf{N}(j\Omega) = \mathbf{0}$, sonst $\mathbf{N}(j\omega) = \mathbf{E}$) vorgeschlagen, der für den geschlossenen Regelkreis parametrisiert werden kann. Vorteilhafterweise kann bei einem Generalized Notch Filter die Polplatzierung frei gewählt werden, wodurch die Pole an jene Stellen platziert werden können, an denen der geschlossene Kreis stabil ist. Angenommen wird lediglich, dass der durch den verwendeten Regler geschlossene Regelkreis ohne Generalized Notch Filter bereits stabil war. Der Generalized Notch Filter $\mathbf{N}(s)$ soll nach Einfügen in den Regelkreis die Stabilität garantieren.

4.5.1 Current Nulling

Abbildung 16 zeigt einen in Blöcken aufgebauten Generalized Notch Filter für *Current Nulling* (siehe [14]), welcher das Unwuchtsignal vor dem Regler $\mathbf{R}(s)$ herausfiltert. Mit Hilfe der Koordinatentransformationen \mathbf{T}_{in} und \mathbf{T}_{out} ist es möglich, an Stelle der Sensorkoordinaten \mathbf{y} die Koordinaten \mathbf{q} zu verwenden.

Das Signal $\mathbf{w}(s)$ stellt dabei den Eingang und das Signal $\mathbf{c}_{cn}(s)$ den Ausgang der Übertragungsmatrix $\mathbf{N}_{ol}(s)$ dar. Im Zeitbereich lässt sich folgende Beziehung angeben :

$$\mathbf{c}_{cn}(t) = \begin{bmatrix} \sin(\Omega t)\mathbf{E} & \cos(\Omega t)\mathbf{E} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{T}_r & -\mathbf{T}_j \\ \mathbf{T}_j & \mathbf{T}_r \end{bmatrix} \int \begin{bmatrix} \sin(\Omega t)\mathbf{w}(t) \\ \cos(\Omega t)\mathbf{w}(t) \end{bmatrix} dt. \quad (69)$$

Durch zweimaliges Ableiten und erneutes Zusammenfassen der Gleichung 69 ergibt sich

$$\ddot{\mathbf{c}}_{cn}(t) + \Omega^2 \mathbf{c}_{cn}(t) = \mathbf{T}_r \dot{\mathbf{w}}(t) - \Omega \mathbf{T}_j \mathbf{w}(t) \quad (70)$$

4 Unwuchtkompensation

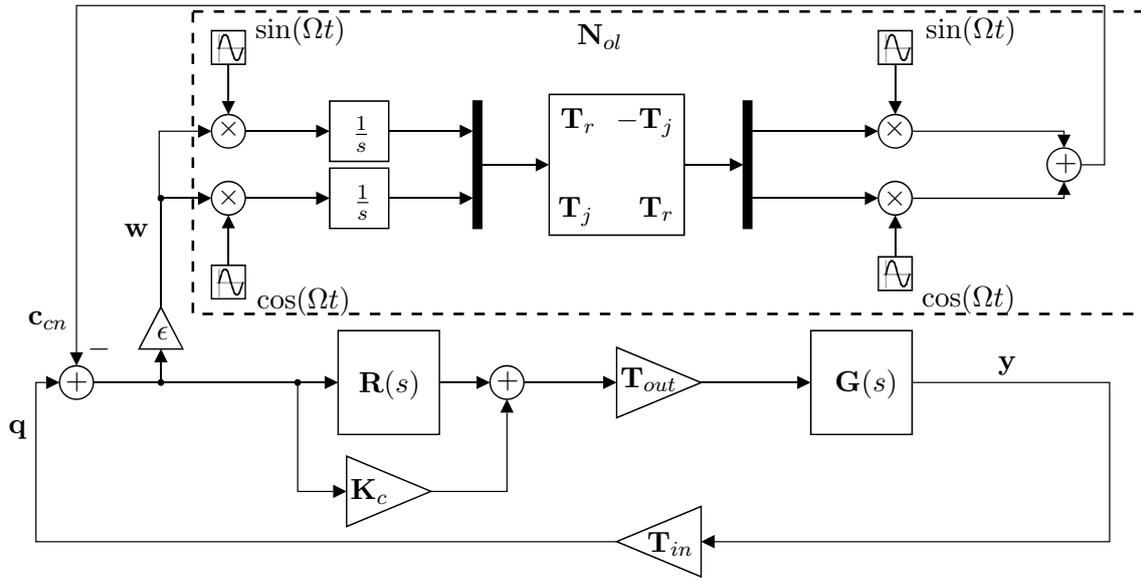


Abbildung 16: Aufbau des Current Nulling mit Notchfiltern.

und somit im Laplace-Bereich

$$\mathbf{N}_{ol}(s) = \frac{\mathbf{c}_{cn}(s)}{\mathbf{w}(s)} = \frac{1}{s^2 + \Omega^2} (s\mathbf{T}_r - \Omega\mathbf{T}_j). \quad (71)$$

Durch Rückkoppelung der Signale \mathbf{q} über die Übertragungsmatrix $\mathbf{N}_{ol}(s)$ unter Berücksichtigung von ϵ erhält man nach kurzer Umformung den Generalized Notch Filter $\mathbf{N}(s)$ in der Form

$$\mathbf{N}(s) = (\mathbf{E} + \epsilon\mathbf{N}_{ol}(s))^{-1} = (s^2 + \Omega^2)(s^2\mathbf{E} + \Omega^2\mathbf{E} + s\epsilon\mathbf{T}_r - \epsilon\Omega\mathbf{T}_j)^{-1}, \quad (72)$$

woraus sofort die Notch-Charakteristik ersichtlich wird, da die Übertragungsmatrix $\mathbf{N}(s)$ bei der Frequenz $j\Omega$ eine Nullstelle aufweist (wenn $\epsilon \neq 0$). Da der Zähler der Übertragungsmatrix sonst keine Parameter besitzt, können die Polstellen mit Hilfe der Parameter \mathbf{T}_r und \mathbf{T}_j frei eingestellt werden, ohne die Nullstellen zu beeinflussen. Der Parameter ϵ bestimmt dabei die Bandbreite des Generalized Notch Filters (siehe Abbildung 17) und auch die Konvergenzzeit der Unwuchtkompensation.

Qualitativ kann das Verhalten des Notchfilters $\mathbf{N}(s)$ so erklärt werden, dass Signale mit der Frequenz Ω zunächst durch die Multiplikation mit $\sin(\Omega t)$ bzw. $\cos(\Omega t)$ an die Stelle $\omega = 0$ im Frequenzbereich geschoben werden und damit einen Gleichanteil bilden. Dieser Gleichanteil wird anschließend durch die beiden Integriertoren aufintegriert und da-

4 Unwuchtkompensation

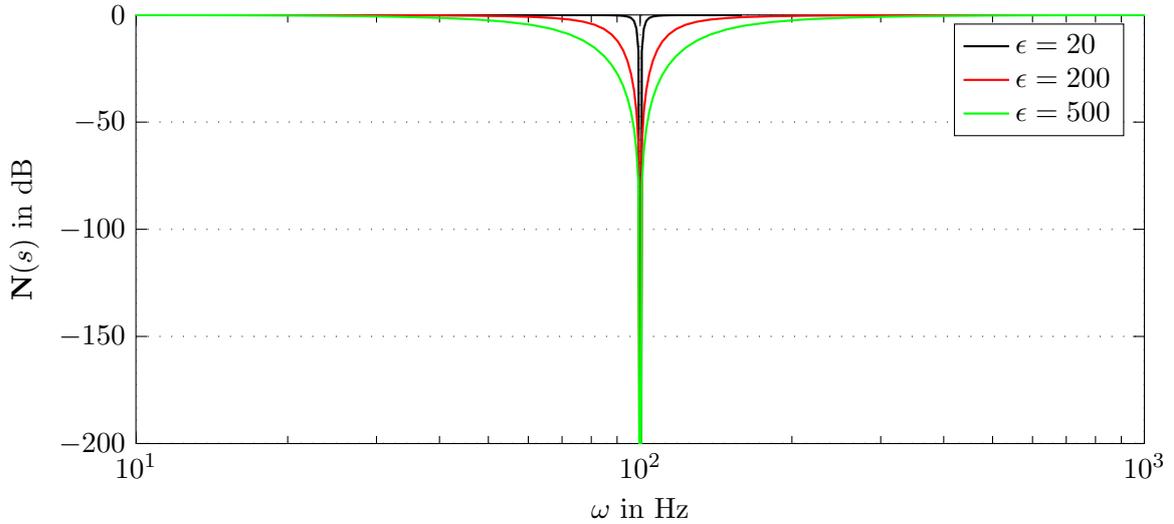


Abbildung 17: Notchfilter $\mathbf{N}(s)$ mit unterschiedlichen Bandbreiten ϵ bei $\Omega = 100$ Hz.

nach durch erneute Multiplikation mit $\sin(\Omega t)$ bzw. $\cos(\Omega t)$ an die ursprüngliche Frequenz Ω verschoben. Die Matrixmultiplikationen mit \mathbf{T}_r und \mathbf{T}_j bestimmen die Polstellen des Notchfilters. Durch Subtraktion dieses so erzeugten Signals \mathbf{c}_{cn} vom Positionssignals \mathbf{q} wird das Unwuchtsignal kontinuierlich verringert. Aus dieser qualitativen Erklärung ist auch unmittelbar einsichtig, dass die Wahl $\epsilon = 0$ ein „Einfrieren“ des Konvergenzprozesses bedeutet. Dadurch könnte auch eine Feedforward-Kompensation verwirklicht werden, indem nach einer gewissen Zeit $\epsilon = 0$ gesetzt wird. Da sich jedoch das Unwuchtsignal verändern kann (zum Beispiel durch Beschleunigen des Rotors), muss zu gewissen Zeiten der Kreis dennoch geschlossen werden.

In [14] wird vorgeschlagen, die Parameter so zu wählen, dass gilt $\mathbf{S}(j\Omega)(\mathbf{T}_r + j\mathbf{T}_j) = \mathbf{E}$, wobei $\mathbf{S} = (\mathbf{E} + \mathbf{R}(s)\mathbf{G}(s))^{-1}$ die Sensitivitätsübertragungsfunktion bedeutet. Ein anderer Zugang wird in [13] gewählt: Um die Dämpfung des geschlossenen Kreises bestmöglich einzustellen und vorab die Stabilität des geschlossenen Kreises bestimmen zu können, werden die Parameter ϵ , \mathbf{T}_r und \mathbf{T}_j mit Hilfe eines vereinfachten Einmassensystems so bestimmt, dass der geschlossene Kreis samt Generalized Notch Filter stabil ist. Zudem erhält man dadurch einen Überblick über das Stabilitätsgebiet der Unwuchtkompensation. Das System wird dabei als entkoppelt betrachtet, wodurch es möglich ist, jedem Positionssignal einen eigenen (entkoppelten) Notchfilter hinzuzufügen. Dadurch degenerieren die Parameter \mathbf{T}_r und \mathbf{T}_j zu Skalaren T_r und T_j .

Da jedoch die rotatorischen Bewegungen auf Grund des gyroskopischen Effekts in Wahrheit nicht vollständig entkoppelt sind und zudem ein Beobachter vorhanden ist, soll im Folgenden die in [13] gezeigte Methode mit dem (schwach) verkoppelten Gesamtsystem durch-

4 Unwuchtkompensation

geführt werden, wobei sowohl der Integralanteil des Reglers, als auch der Realisierungsterm im D-Anteil berücksichtigt wird. Dazu werden vier Notchfilter in die Decoupled-Control-Regelung nach \mathbf{T}_{in} eingefügt und mitsamt der Regelung und dem Modell in MATLAB-SIMULINK implementiert. Mit Hilfe des Befehls „linmod“ wird die Dynamikmatrix des geschlossenen Kreises bestimmt, wobei dieser Vorgang für die translatorischen und die rotatorischen Filter getrennt betrachtet wird. Die so gewonnenen Eigenwerte λ_i geben Auskunft über die Stabilität des geschlossenen Kreises bei unterschiedlichen Drehzahlen Ω und Parametern ϵ , T_r und T_j : Weisen alle Eigenwerte einen negativen Realteil $\text{Re}\{\lambda_i\}$ auf, so ist ein stabiler Punkt gefunden (siehe [10]). Zur besseren Übersicht wird an Stelle des Realteils der Eigenwerte der Dämpfungsfaktor ξ_i aus Gleichung 59 herangezogen. Positive Dämpfungsfaktoren kennzeichnen somit das Stabilitätsgebiet.

In [13] wird vorgeschlagen, die Parameter zu $T_r = \cos(\alpha)$ und $T_j = \sin(\alpha)$ zu wählen, wobei α einen Winkel darstellt. Um für eine gegebene Frequenz eine optimale Wahl von α und ϵ zu finden, werden diese zwischen $\alpha = [0...360^\circ]$ und $\epsilon = [0...3000]$ variiert und damit die Eigenwerte des geschlossenen Kreises bestimmt. Aus den so bestimmten 32 Eigenwerten λ_i werden jeweils die Dämpfungsfaktoren ξ_i berechnet und der jeweils kleinste Dämpfungsfaktor ξ_{min} zu jedem Parameterpaar (α, ϵ) in eine Tabelle eingetragen. Jenes Parameterpaar (α, ϵ) , das den *größten* Dämpfungsfaktor ξ_{min} aus dieser Tabelle zu der gegebenen Frequenz liefert, wird für die Regelung herangezogen. Dadurch ist es möglich, für jede Drehzahl eine geeignete Dämpfung einzustellen. In manchen Fällen liegt jedoch jenes Parameterpaar (α, ϵ) mit dem größten Dämpfungsfaktor ξ_{min} sehr nahe an der Stabilitätsgrenze, was insbesondere bei niedrigen Frequenzen der Fall ist. Aus Robustheitsgründen kann es daher vorteilhaft sein, von dieser Vorgehensweise abzuweichen und ein Parameterpaar (α, ϵ) zu wählen, welches weiter entfernt von der Stabilitätsgrenze liegt. Dadurch wird zwar eine geringere Dämpfung in Kauf genommen, die Robustheit wird allerdings erhöht.

Um den Berechnungsaufwand in Grenzen zu halten, wird ab einer Rotorfrequenz von 0 Hz der Parameter ϵ ausgehend von 270 linear mit 4 Hz^{-1} erhöht. Dieser Wert hat sich in den Simulationen als geeigneter Wert für eine gute Dämpfung herausgestellt, da ein erhöhtes ϵ bei höheren Drehzahlen zu erhöhten Dämpfungsfaktoren führt. Zudem wurde in den Simulationen auf den Kalmanfilter verzichtet, da dieser, wie unten noch gezeigt werden wird, kaum Einfluss auf die Stabilität des geschlossenen Kreises hat. Die Abhängigkeit der Parameter α und ϵ von der Rotordrehzahl in Hz ist in Abbildung 18 dargestellt.

In Abbildung 18 ist zu sehen, dass mit steigender Drehzahl der Parameter ϵ , wie oben bereits erläutert, zunimmt, was einer Verbreiterung des Notchfilters zu hohen Frequenzen hin entspricht. Umgekehrt bedeutet das, dass zu niedrigen Frequenzen hin der Notchfilter

4 Unwichtkompensation

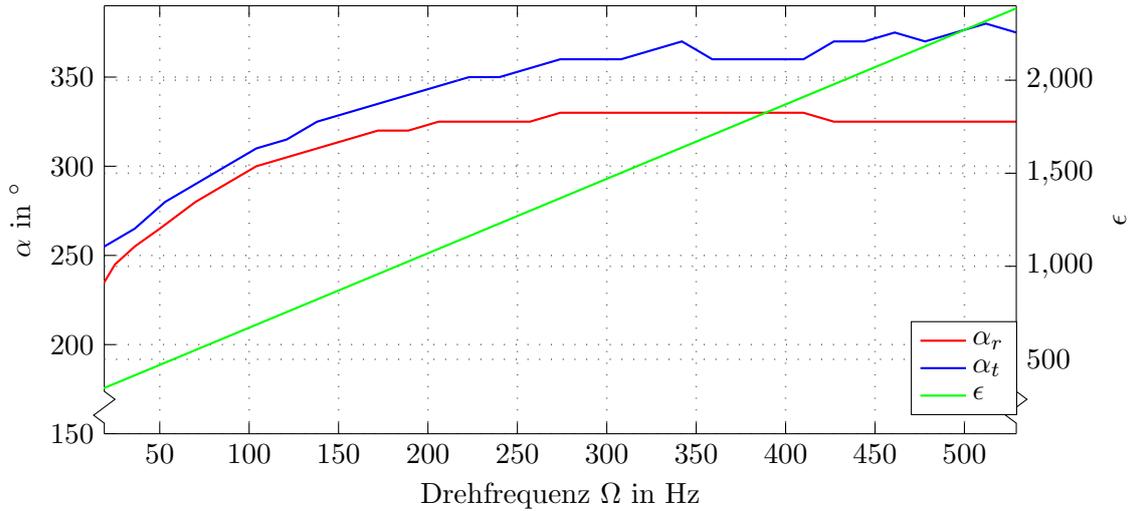


Abbildung 18: ϵ und α in Abhängigkeit der Rotorfrequenz bei Current Nulling.

sehr schmalbandig ist. Die Robustheit kann durch die Abnahme von ϵ bei den niedrigen Frequenzen erhöht werden. Auffallend ist zudem, dass der Winkel α_t für die translatorischen Zustände stets höher als der Winkel α_r für die rotatorischen Zustände ist. Beide Winkel nähern sich bei den betrachteten Drehzahlen getrennten Werten: α_t konvergiert gegen 375° , während sich α_r 325° annähert. In Zusammenhang mit Gleichung 69 bedeutet das, dass die Verkoppelung des Sinus- bzw. Cosinuszweigs über die Parameter $T_r = \cos(\alpha)$ und $T_j = \sin(\alpha)$ abnimmt, da die Matrix

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} T_r & -T_j \\ T_j & T_r \end{bmatrix} \quad (73)$$

sich einer Einheitsmatrix annähert.

In Abbildung 19 ist der für jede Frequenz mit den entsprechenden Parameterpaaren (α, ϵ) aus Abbildung 18 der kleinste Dämpfungsfaktor ξ_{min} dargestellt. Man erkennt, dass stets $\xi_{min} > 0.2$ gilt. Dieser Wert entspricht dem theoretisch mit dem in MATLAB implementierten Modell erreichbaren Maximalwert. Aus Robustheitsgründen kann es jedoch, wie bereits oben beschrieben, zweckdienlich sein, von diesen Maximalwerten abzuweichen.

In den folgenden Abbildungen ist links lediglich der der Dämpfungsfaktor $\xi_{i,r}$ der rotatorischen Zustände dargestellt. Rechts ist in den Abbildungen immer das Stabilitätsgebiet ($\xi_i > 0$ für alle i) in rot gezeigt. In Abbildung 20 ist der Dämpfungsfaktor ξ_{min} über der Frequenz Ω und dem Winkel α aufgetragen. ϵ wird gemäß obigen Ausführungen stetig

4 Unwuchtkompensation

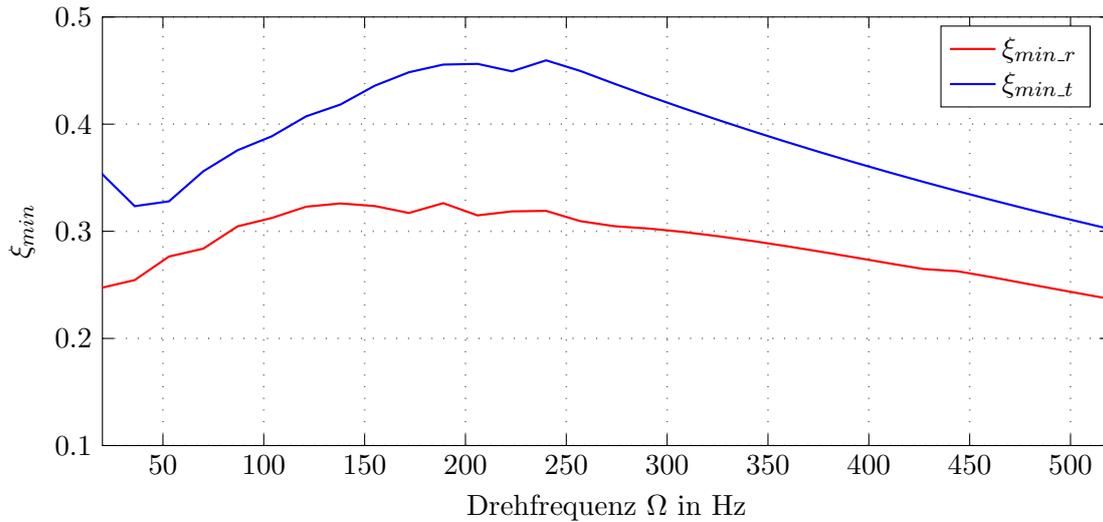


Abbildung 19: Dämpfungsfaktor ξ_{min} in Abhängigkeit der Rotorfrequenz bei Current Nulling.

erhöht. Abbildung 20 berücksichtigt den Kalmanfilter. Abbildung 21 hingegen zeigt den gleichen Inhalt, jedoch ohne Kalmanfilter. Man erkennt, dass das Stabilitätsgebiet durch das Weglassen des Kalmanfilters nur geringfügig verändert wird und sich die Maximalwerte der Dämpfungsfaktoren ξ_{min} kaum verschieben. Durch Weglassen des Kalmanfilters in den Simulationen kann der Berechnungsaufwand reduziert werden. Daher wird in den nachfolgenden Darstellungen auf den Kalmanfilter für die Berechnung verzichtet.

Aus Abbildung 21 erkennt man, dass der maximalste Dämpfungsfaktor ξ_{min} zu jeder Frequenz einen Bergpfad bildet, der zu kleinen Frequenzen hin immer schmaler wird. Dies lässt darauf schließen, dass bei kleinen Frequenzen die Robustheit des geschlossenen Kreises abnimmt, da bei Streckenparameterschwankungen der Bergpfad verschoben werden kann, was zu negativen Dämpfungsfaktoren führen kann. Bei ganz kleinen Drehzahlen wird das Robustheitsgebiet wieder breiter. Die schwarz eingetragenen Punkte markieren den Pfad maximaler Dämpfungsfaktoren ξ_{min} , welcher auch in Abbildung 19 zu erkennen ist. Die grün eingetragenen Punkte zeigen die Parameterwahl gemäß $S(j\Omega)(T_r + jT_j) = 1$, wie dies in [14] vorgeschlagen wird. Man erkennt, dass diese Parameterwahl im Übergangsbereich näher an der Stabilitätsgrenze liegt und daher eher ungeeignet ist für die Implementierung entkoppelter Notchfilter.

In Abbildung 22 ist bei konstanter Rotorfrequenz $\Omega = 40$ Hz der Dämpfungsfaktor ξ_{min} aufgetragen. Man erkennt, dass der maximalste Dämpfungsfaktor ξ_{min} erneut auf einem Bergpfad liegt, welcher hauptsächlich vom Winkel α bestimmt wird und kaum von ϵ beeinflusst wird. Dies lässt auch den Schluss zu, dass die Wahl, ϵ mit einer konstanten Steigung

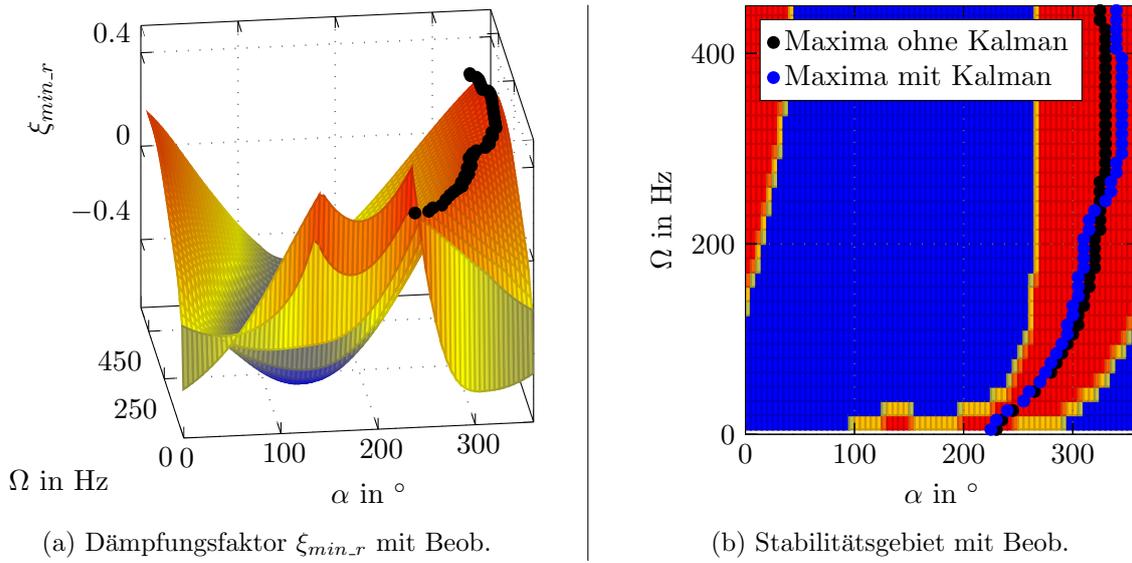


Abbildung 20: Dämpfungsfaktor $\xi_{min,r}$ über α und Ω bei Current Nulling mit Kalmanfilter.

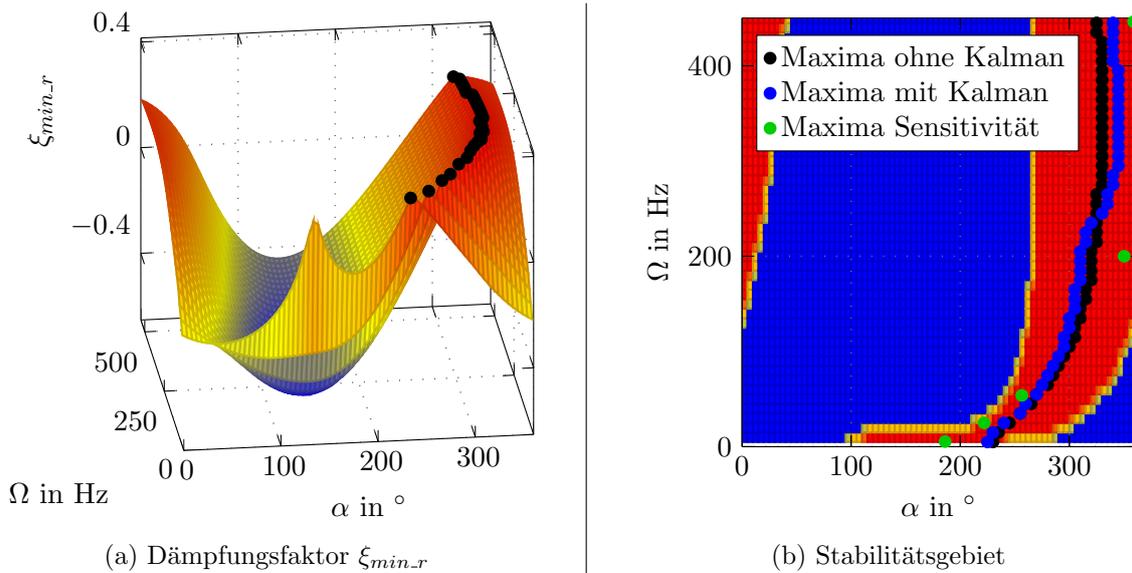


Abbildung 21: Dämpfungsfaktor $\xi_{min,r}$ über α und Ω bei Current Nulling ohne Kalmanfilter.

zu höheren hin Rotordrehzahlen zu erhöhen, gerechtfertigt ist, weil ϵ im Vergleich zu α nur geringen Einfluss auf die Stabilität ausübt. Durch die leichte Steigung konnten die Dämpfungsfaktoren allerdings noch geringfügig erhöht werden.

Bei niedrigen Drehzahlen erkennt man allerdings aus Abbildung 23, in welcher bei einer Drehfrequenz $\Omega = 5$ Hz der Dämpfungsfaktor ξ_{min} über α und ϵ dargestellt ist, dass die Wahl des Parameters ϵ bei kleinen Drehzahlen immer größer werdenden Einfluss auf den

4 Unwuchtkompensation

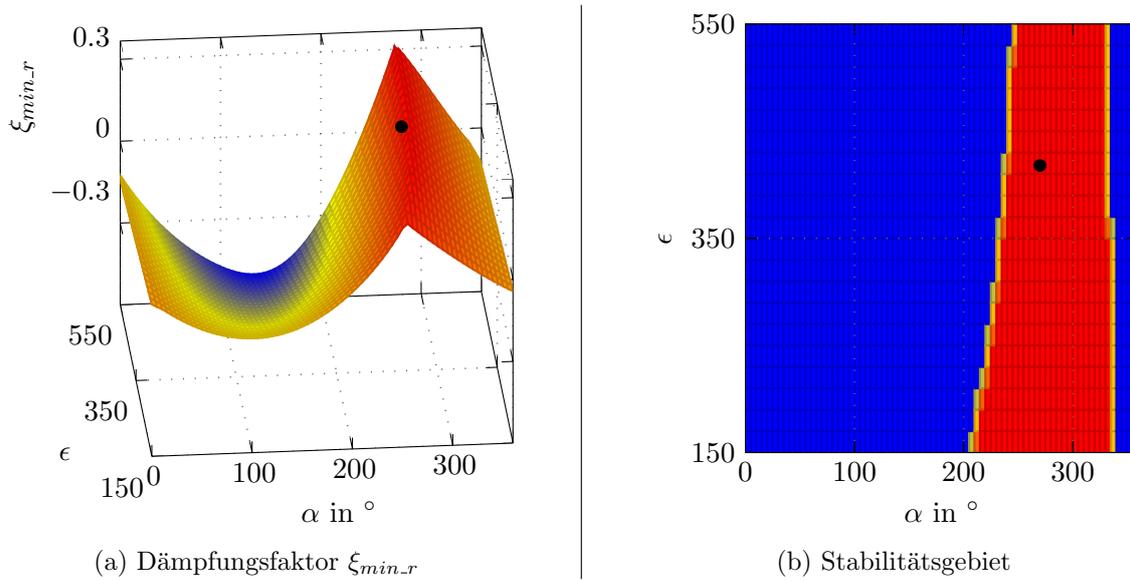


Abbildung 22: Dämpfungsfaktor $\xi_{min,r}$ über α und ϵ bei $\Omega = 40$ Hz und Current Nulling.

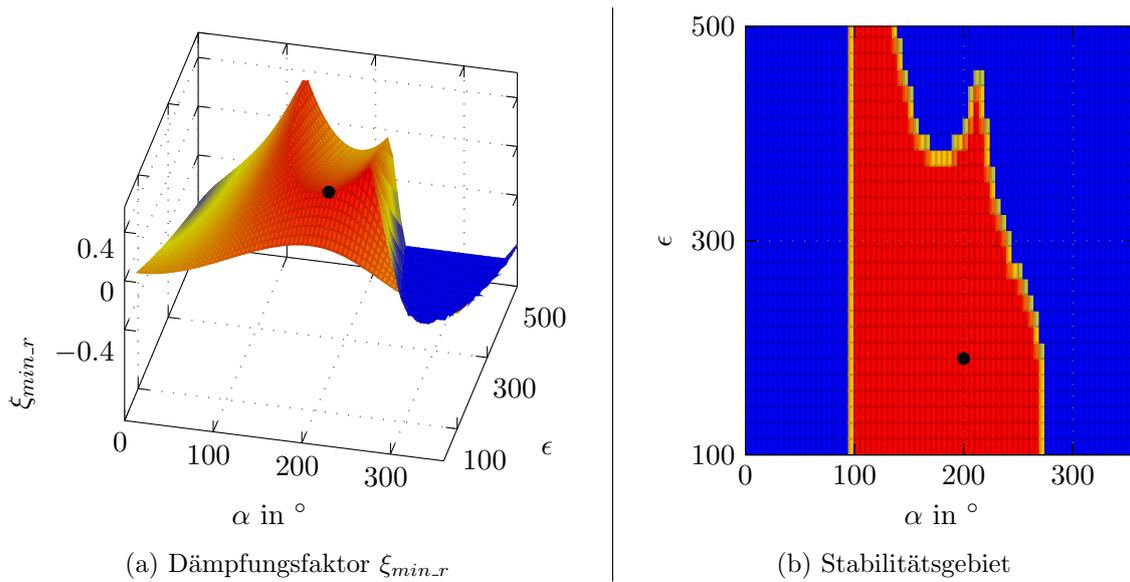


Abbildung 23: Dämpfungsfaktor $\xi_{min,r}$ über α und ϵ bei $\Omega = 5$ Hz und Current Nulling.

Dämpfungsfaktor hat. In Abbildung 23 ist zu erkennen, dass das Stabilitätsgebiet bei großen ϵ enger wird. Der Maximalwert des Dämpfungsfaktors $\xi_{min,r}$ (nicht eingezeichnet) liegt sehr nahe an der Stabilitätsgrenze. Der gewählte Punkt entspricht daher nicht dem Maximum, sondern einem weiter innerhalb des Stabilitätsgebietes liegenden Punktes.

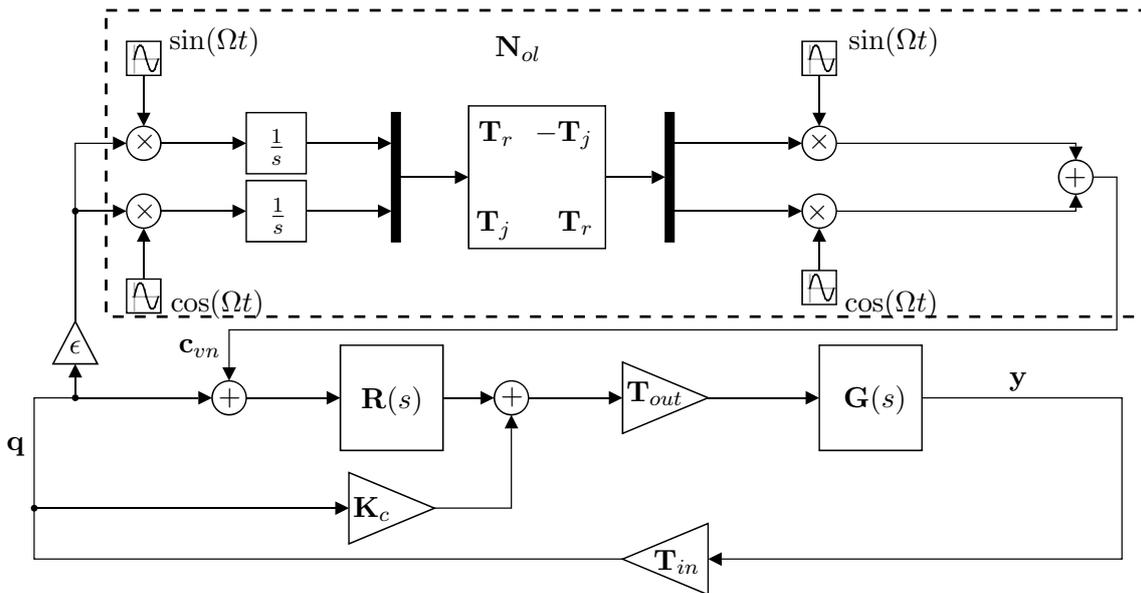


Abbildung 24: Aufbau des Vibration Nulling mit Notchfiltern.

4.5.2 Vibration Nulling

In [13] wird auch eine *Vibration Nulling* Methode mit Hilfe des Generalized Notch Filters vorgeschlagen. Die Unwuchtkompensation wird an Stelle 2 eingefügt (siehe Abbildung 24).

In Abbildung 25 ist der Dämpfungsfaktor ξ_{min} über α und ϵ bei $\Omega = 70$ Hz dargestellt. Man erkennt, dass die Dämpfungsfaktoren erneut sehr stark von α abhängen, wohingegen ϵ die Stabilität weniger beeinflusst.

Um bis zur Frequenz von $\Omega = 70$ Hz geeignete Parameterpaare (α, ϵ) zu finden, wurde jeweils für die translatorischen und die rotatorischen Generalized Notchfilter ein geeignetes Parameterpaar (α, ϵ) bei 5 Hz und bei 70 Hz bestimmt und ϵ auf deren Basis linear erhöht. Der Parameter ϵ wurde mit dieser Methode so bestimmt, dass ϵ bei $\Omega = 5$ Hz den Wert 40 und bei $\Omega = 70$ Hz den Wert 170 aufweist. Das Ergebnis ist in Abbildung 26 ersichtlich, wo der Dämpfungsfaktor ξ_{min} über Ω und α aufgetragen wurde. Die eingetragenen Punkte entsprechen wiederum jenen Punkten mit den höchsten Dämpfungsfaktoren ξ_{min} .

4 Unwuchtkompensation

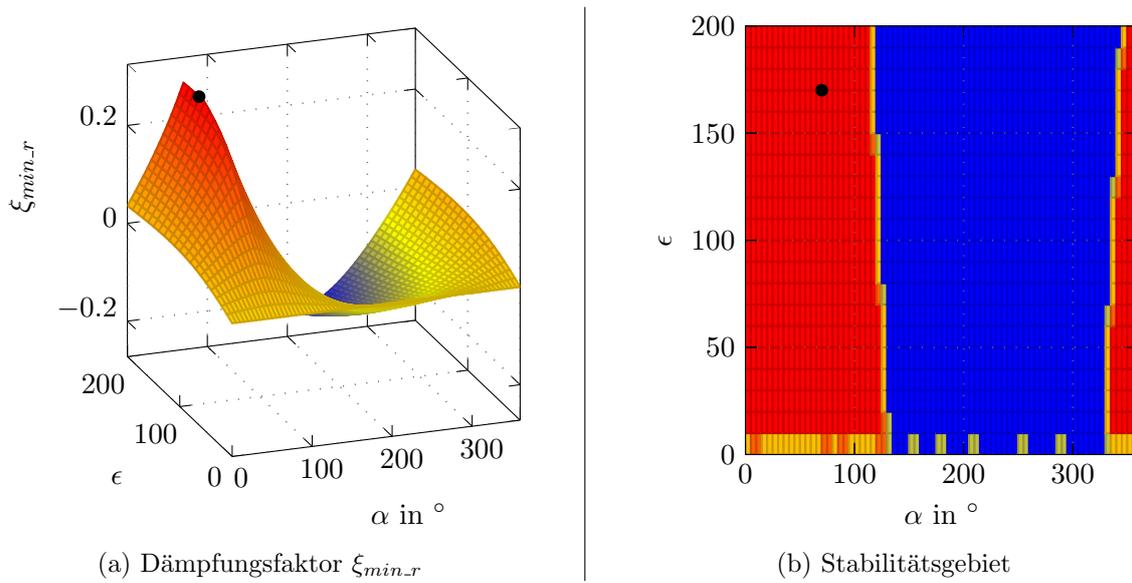


Abbildung 25: Dämpfungsfaktor $\xi_{min,r}$ über α und ϵ bei $\Omega = 70$ Hz und Vibration Nulling.

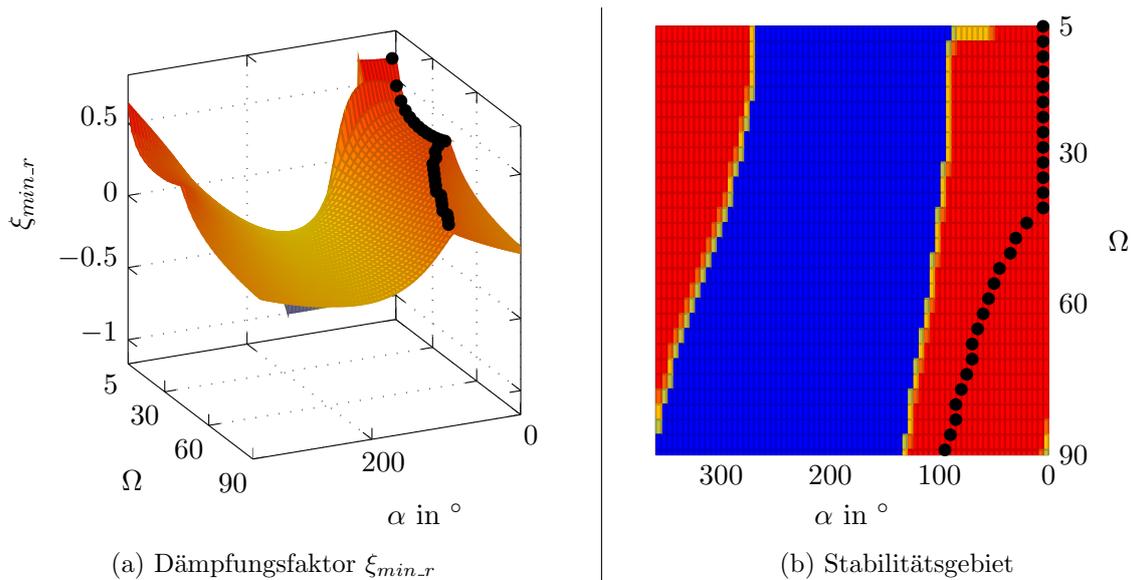


Abbildung 26: Dämpfungsfaktor ξ_{min} über α und Ω bei Vibration Nulling.

4.5.3 Simulationen

Mit Hilfe der obigen Ergebnisse wurde der vorgestellte Generalized Notchfilter in einer MATLAB-function im *Current Nulling*- und im *Vibration Nulling* Betrieb implementiert und getestet. Zur Bestimmung der Parameter ϵ und α bei *Current Nulling* wurden die in der Abbildung 18 dargestellten Werte verwendet bzw. diese interpoliert. Abbildung 27 zeigt die Unwuchtkompensation des Generalized Notchfilters bei $\Omega = 5$ Hz (links) und

4 Unwuchtkompensation

bei $\Omega = 70$ Hz (rechts). Bei 70 Hz wurde den Sensorsignalen weißes Rauschen mit einer mittleren Rauschamplitude von ca. $5 \mu\text{m}$ überlagert. Alle Simulationen wurden mit einem konstanten Winkelgeschwindigkeitsfehler von 3 rad s^{-1} durchgeführt. Es zeigt sich, dass der Notchfilter in wenigen ms eingeschwungen ist und robust auf Winkelgeschwindigkeitsfehler reagiert. Bei höheren Drehzahlen hat der konstante Winkelgeschwindigkeitsfehler weniger Einfluss auf das stationäre Verhalten als bei niedrigen Drehzahlen.

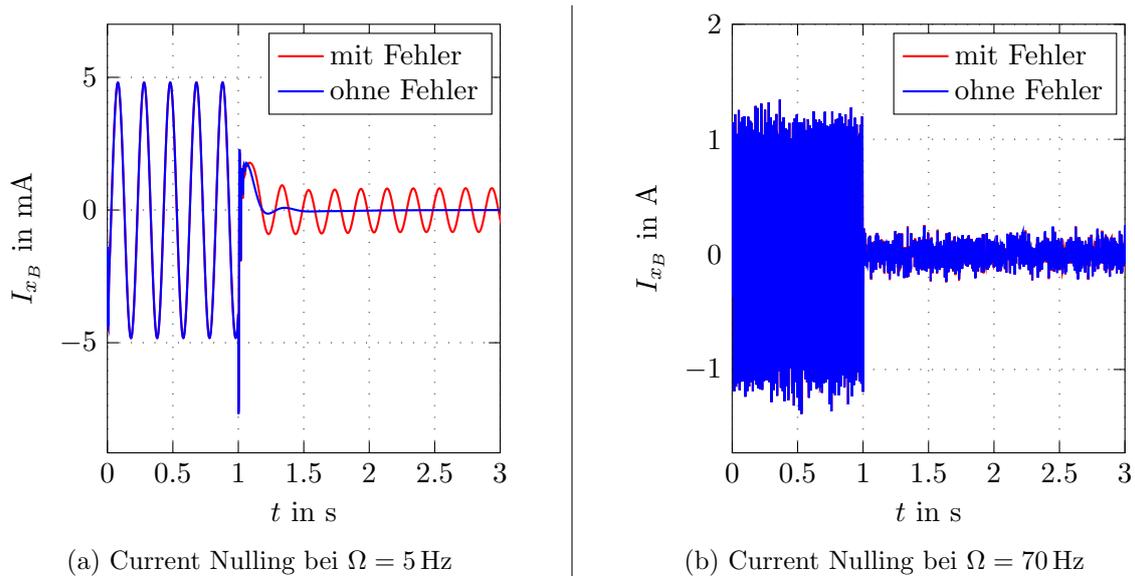


Abbildung 27: Current Nulling mit Generalized Notch Filter.

Auf der linken Seite der Abbildung 27 ist das Einschwingverhalten des Notchfilters bei $\Omega = 5$ Hz dargestellt. Das Rauschen wurde bei dieser Simulation weggelassen, da der Einschwingvorgang nicht erkennbar wäre. Es zeigt sich, dass der Notchfilter auch bei diesen niedrigen Frequenzen robust gegenüber Winkelgeschwindigkeitsfehler ist.

Abbildung 28 zeigt das Sensorpositionssignal x_B bei *Vibration Nulling* bei $\Omega = 5$ Hz (links) und bei $\Omega = 70$ Hz (rechts). Man erkennt, dass in beiden Fällen ab $t = 1$ s die Amplitude des Positionssignals x_B stark verkleinert wird. Auch hier ist zu erkennen, dass der Notchfilter im *Vibration Nulling*-Modus robust auf konstante Winkelgeschwindigkeitsfehler reagiert.

4.6 Adaptive Forced Balancing

Die in [15] vorgestellte Methode zur Unwuchtkompensation verfolgt einen anderen Ansatz zur Eliminierung des Unwuchtsignals als der oben vorgestellte Generalized Notchfilter. Ziel der im folgenden vorgestellten Unwuchtkompensation ist es, die Fourierkoeffizienten der

4 Unwuchtkompensation

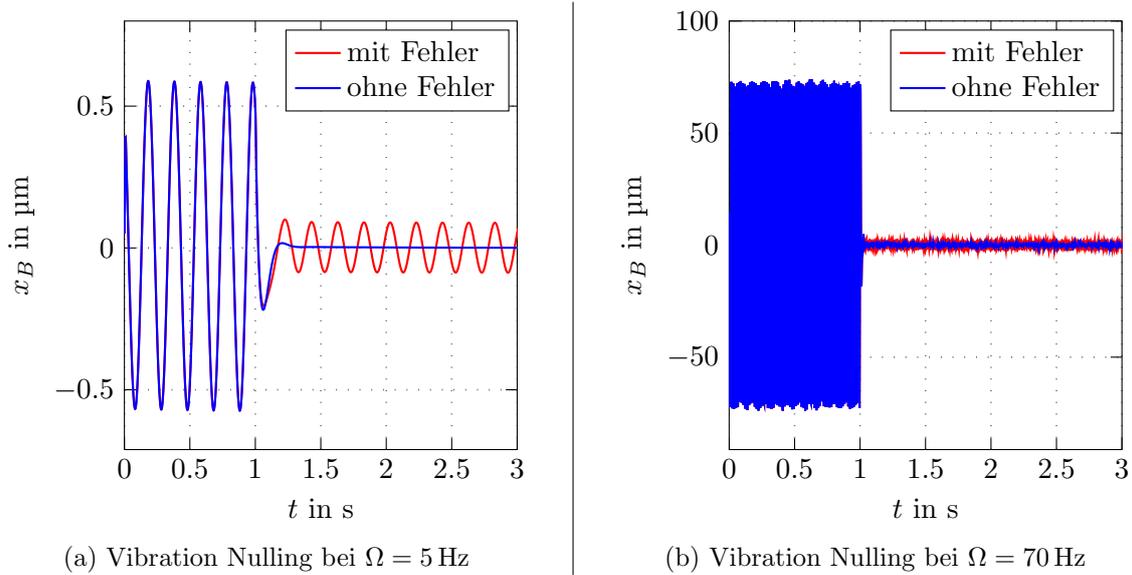


Abbildung 28: Vibration Nulling mit Generalized Notch Filter.

Unwuchtschwingung des Strom- bzw. des Positionssignals zu bestimmen. Dazu wird jedes einzelne Unwuchtsignal am Ausgang als Schwingung u_i dargestellt, die einem Zustand q_i aus \mathbf{q} überlagert ist. Die Schwingung u_i setzt sich aus einem Sinus- und einem Cosinusterm mit den Fourierkoeffizienten α_i und β_i zusammen:

$$u_i = \alpha_i \sin(\Omega t) + \beta_i \cos(\Omega t). \quad (74)$$

Mit Hilfe eines Algorithmuses, der auf der Minimierung einer Signalnorm n_i basiert, werden geschätzte Koeffizienten $\alpha_i(k)$ und $\beta_i(k)$ bestimmt. Damit kann das Unwuchtsignal nachgebildet werden und vom Positionssignal subtrahiert werden. Mit der Unwuchtkompensation auf Basis dieses Algorithmuses kann sowohl *Current Nulling*, als auch *Vibration Nulling* durchgeführt werden. Der Algorithmus berücksichtigt auch allfällige Phasendrehungen des geschlossenen Kreises und approximiert jene Koeffizienten $\alpha_i(k)$ und $\beta_i(k)$, die eine Kompensation der Unwucht erlauben.

4.6.1 Current Nulling

Die in Abbildung 29 dargestellte Struktur zeigt eine *Current Nulling* Methode des in [15] vorgestellten Algorithmus mit einem einzigen Zweig zur Unwuchtkompensation (bei vier Signalen sind vier solche Zweige notwendig). Zunächst wird das Ausgangssignal des Reglers

4 Unwuchtkompensation

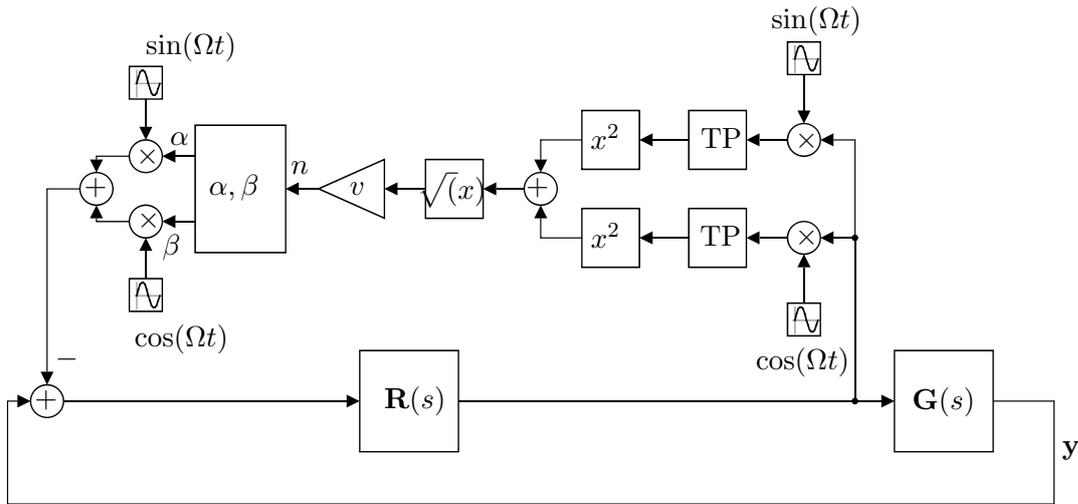


Abbildung 29: Aufbau der „Adaptive Forced Balancing“-Methode im Current Nulling Modus.

$\mathbf{R}(s)$ mit einem Sinus- und einem Cosinussignal der Frequenz Ω multipliziert, um so zwei unterschiedliche Zweige zu erhalten. Die so gewonnenen Signale werden anschließend mit Hilfe der Tiefpässe TP tiefpassgefiltert und geometrisch addiert, um so nach Ziehen der Wurzel und Gewichten mit v einen Ausdruck für die Signalnorm n zu erhalten.

Ziel ist es nun, durch einen Algorithmus die Fourierkoeffizienten α_i und β_i unter Minimierung der Signalnorm n_i jedes einzelnen Zweiges i zu gewinnen. Dazu werden die geschätzten Koeffizienten

$$\alpha_i(k+1) = \alpha_i(k) + (1 + q_i(k))p_{+1i}(k)n_i(k) \quad (75a)$$

$$\beta_i(k+1) = \beta_i(k) + (1 - q_i(k))p_{-1i}(k)n_i(k) \quad (75b)$$

für jeden Abtastschritt k und für jedes Signal i eingeführt, welche die Fourierkoeffizienten α_i und β_i approximieren sollen. Der Ausdruck $q_i(k) \in \{-1, 1\}$ stellt dabei eine Update-Variable dar: Ist $q_i(k) = 1$, so wird $\alpha_i(k)$ verändert, während $\beta_i(k)$ konstant gehalten wird. Ist hingegen $q_i(k) = -1$, so wird $\beta_i(k)$ verändert, während $\alpha_i(k)$ konstant bleibt. Die Variablen $p_{-1i}(k) \in \{-1, 1\}$ und $p_{+1i}(k) \in \{-1, 1\}$ stellen Vorzeichen-Variablen dar, welche das Vorzeichen während des „Update-Vorganges“ bestimmen. Dies ist notwendig, da n_i aufgrund der geometrischen Addition und anschließendem Wurzelziehens niemals negativ sein kann. Die Update-Variable $q_i(k)$ und die Vorzeichen-Variablen $p_{-1i}(k)$ und $p_{+1i}(k)$ werden wie folgt bestimmt:

4 Unwuchtkompensation

$$q_i(k+1) = \begin{cases} -q_i(k), & \phi_i(k+1) \wedge \neg\phi_i(k) \\ q_i(k), & \text{sonst} \end{cases} \quad (76a)$$

$$p_{q_i(k)i}(k+1) = \begin{cases} -p_{q_i(k)i}(k), & \phi_i(k+1) \wedge \psi_i(k+1) \\ p_{q_i(k)i}(k), & \text{sonst} \end{cases} \quad (76b)$$

$$p_{-q_i(k)i}(k+1) = p_{-q_i(k)i}(k). \quad (76c)$$

Die Variable $p_{q_i(k)i}(k)$ bezeichnet dabei in Abhängigkeit von $q_i(k)$ entweder $p_{-1i}(k)$ oder $p_{+1i}(k)$ - je nachdem welchen Wert $q_i(k) \in \{-1, 1\}$ gerade aufweist. Die Variablen $\phi_i(k)$ und $\psi_i(k)$ stellen Wahrheitswerte von Ungleichungsbedingungen auf Basis der Signalnorm n_i dar:

$$\phi_i(k) : \quad n_i(k) \geq n_i(k-1) \quad (77a)$$

$$\psi_i(k) : \quad n_i(k) > 2n_i(k-1) - n_i(k-2). \quad (77b)$$

Die Ungleichung $\phi_i(k)$ ist daher erfüllt, wenn die Signalnorm $n_i(k)$ zwei Abtastschritte hintereinander monoton steigt. Es findet somit ein Vorzeichenwechsel in der Update-Variable q_i und damit ein Wechsel zwischen α_i und β_i statt, wenn die Signalnorm in einem Abtastschritt k gefallen ist und im Abtastschritt $k+1$ wieder ansteigt. Dies stellt ein lokales Minimum der Signalnorm $n_i(k)$ dar und es wird daher bei den Fourierkoeffizienten vom einen auf den anderen gewechselt, welcher von nun an verändert wird.

Ungleichung $\psi_i(k)$ hingegen ist erfüllt, wenn sich die Signalnorm in einem Teilabschnitt befindet in welchem die Steigung zunimmt. Dies wird unmittelbar einsichtig, wenn man folgende Umformung in Betracht zieht:

$$n_i(k) - n_i(k-1) > n_i(k-1) - n_i(k-2) \quad \rightarrow \quad n_i(k) > 2n_i(k-1) - n_i(k-2). \quad (78)$$

Wenn die Signalnorm $n_i(k)$ daher zu schnell ansteigt, wird das Vorzeichen mit Hilfe von $p_{q_i i}$ gewechselt, sodass der betreffende Fourierkoeffizient wieder minimiert werden kann. Dabei wechselt gerade jenes $p_{q_i i}$ das Vorzeichen, das zu dem aktuell veränderten Fourierkoeffizienten gehört: Bei $q_i = 1$ wird $\alpha_i(k)$ verändert und es findet somit ein allfälliger

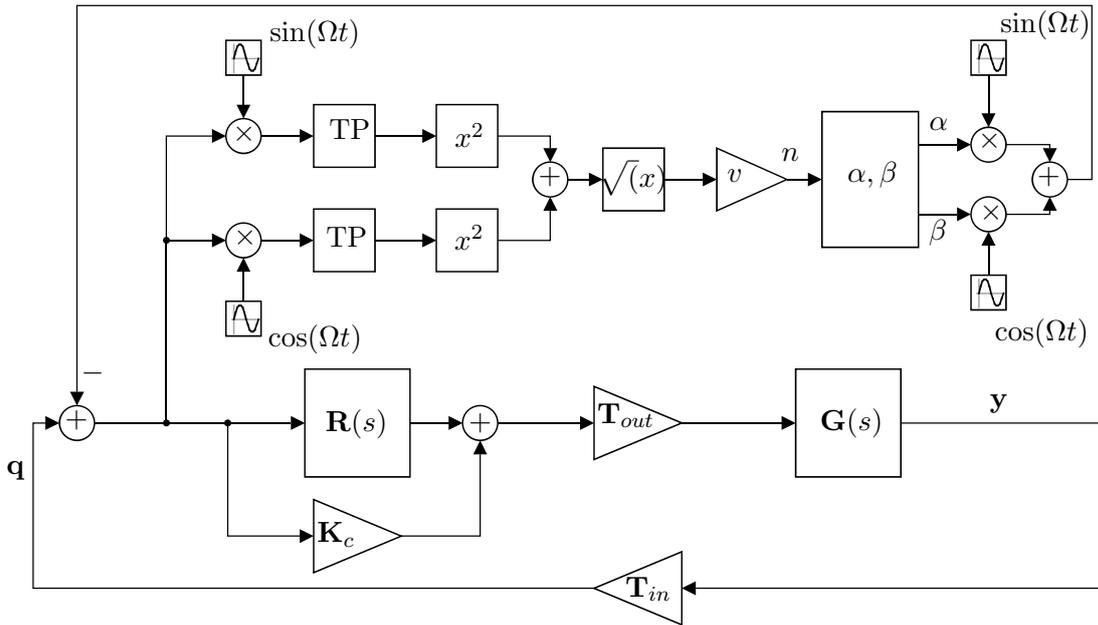


Abbildung 30: Aufbau des Adaptive Forced Balancing im Current Nulling Modus mit veränderter Rückführung.

Vorzeichenwechsel bei p_{+1i} statt, während p_{-1i} gleich bleibt. Für $q_i = -1$ tritt der umgekehrte Fall ein: Bei $q_i = -1$ findet ein allfälliger Vorzeichenwechsel bei p_{-1i} statt, während p_{+1i} unverändert bleibt.

Zusammenfassend geschieht somit bei der Bestimmung der Fourierkoeffizienten $\alpha_i(k)$ und $\beta_i(k)$ folgendes: Abhängig von den Startwerten für q_i und $p_{q_i i}(k)$ wird einer der beiden Koeffizienten mit der Signalnorm (multipliziert mit dem Faktor 2) erhöht oder verringert. Die in diesem Abtastschritt gefundenen Fourierkoeffizienten werden gemäß Abbildung 29 zur Erzeugung eines Signals verwendet, welches vom Positionssignal subtrahiert wird. Wird daher der Fourierkoeffizient in die „richtige Richtung“ geschätzt, führt dies zu einer Reduzierung der Signalnorm $n_i(k)$. Durchläuft die Signalnorm ein Minimum, so wird durch einen Vorzeichenwechsel der Updatevariable $q_i(k)$ der andere Fourierkoeffizient verändert. Wächst die Signalnorm $n_i(k)$ hingegen stark an, so wird ein Wechsel des Vorzeichens der Signalnorm $n_i(k)$ des gerade veränderten Fourierkoeffizienten durch $p_{q_i i}$ erwirkt, um diesen wieder zu reduzieren. Im Idealfall approximieren die Koeffizienten $\alpha_i(k)$ und $\beta_i(k)$ die tatsächlichen Fourierkoeffizienten, da, wenn die Signalnorm $n_i(k)$ sehr klein geworden bzw. verschwunden ist, die geschätzten Koeffizienten sich nicht weiter ändern.

Der Parameter v_i wird gemäß [15] zu $v \propto \frac{1}{\mu(\Omega)}$ gewählt, wobei $\mu = \frac{C(s)}{1+G(s)C(s)}$ entspricht. Dies entspricht der Reglerverstärkung bei geschlossenem Kreis. Da das System als entkoppelt betrachtet wird, ist somit für jeden Zweig ein eigenes v_i zu wählen, abhängig von

4 Unwuchtkompensation

den gewählten Regler-Parametern. v_i nimmt auf Grund des D-Anteils der Regelung zu größeren Frequenzen hin ab. Um unabhängig von den Reglerparametern zu werden und den Faktor v_i einfach bestimmen zu können, wird der Eingang und der Ausgang der Unwuchtkompensation *vor* dem Regler eingefügt (siehe Abbildung 30). Dies hat sich in den Simulationen als zuverlässige Methode herausgestellt.

Die in der Abbildung 30 dargestellte Struktur beinhaltet weiters zwei Tiefpassfilter TP, welche lediglich den Gleichanteil der Schwingung weitergeben sollen. Dazu muss die Grenzfrequenz ω_{TP} der Tiefpassfilter TP die Bedingung $\omega_{TP} \ll 2\Omega$ erfüllen. Daher wird $\omega_{TP} = 0.1 \times 2\Omega$ gewählt.

Da die Signalenergie zu diskreten Zeitpunkten k abgetastet wird, soll die Abtastfrequenz ω_s zur Bestimmung der Fourierkoeffizienten $\alpha_i(k)$ und $\beta_i(k)$ die Bedingung $\omega_s < \omega_{TP}$ erfüllen, sodass die TP annähernd eingeschwungen sind und somit die Signalnorm n_i für den jeweiligen Abtastschritt annähernd ihren Endwert erreicht hat. Dies hat jedoch zur Folge, dass für kleine Drehzahlen des Rotors die Abtastfrequenz ω_s sehr klein wird und in der Größenordnung von 1 s liegt. Dadurch verlangsamt sich der Konvergenzprozess erheblich. Aus diesem Grund wird für niedrige Drehfrequenzen $\Omega < 30$ Hz von dieser Vorgehensweise Abstand genommen und die Abtastzeit auf konstant $T_s = \frac{2\pi}{\omega_s} = 0.1$ gelegt. Die Tiefpassfilter TP haben zwar zu diesem Zeitpunkt noch nicht ihren Endwert erreicht, geben jedoch bereits die richtige Richtung der Signalenergie vor. Der Parameter v_i wurde dabei für alle i zu $v_i = 1$ für $\Omega < 30$ Hz gesetzt. Diese Werte stellen einen guten Kompromiss zwischen Konvergenzzeit und Stabilität dar. Für Drehfrequenzen $\Omega > 30$ Hz wird $v_i = \frac{1}{3}$ für alle i und $\omega_s = 0.9\omega_{TP}$ gewählt.

4.6.2 Vibration Nulling

Der Aufbau des *Vibration Nulling* auf Basis des in [15] dargestellten Algorithmus ist in Abbildung 31 zu erkennen. Dabei werden jene Fourierkoeffizienten $\alpha_i(k)$ und $\beta_i(k)$ ermittelt, die für eine Schwingung notwendig sind, welche die Unwucht des Positionssignals eliminiert. Die darin enthaltene Unwuchtschwingung soll sozusagen von der Unwuchtkompensation „verstärkt übernommen“ werden.

Die Grenzfrequenz der Tiefpassfilter wird erneut zu $\omega_{TP} = 0.1 \times 2\Omega$ gewählt. Der Parameter v_i wird für alle Frequenzen zu $v_i = \frac{1}{4}$ gesetzt. Für Drehfrequenzen $\Omega < 30$ Hz die Abtastzeit $T_s = \frac{2\pi}{\omega_s} = 0.1$ gewählt, um, wie oben beschrieben, die Konvergenzzeit zu minimieren. Für Drehfrequenzen $\Omega > 30$ Hz wird $\omega_s = 0.9\omega_{TP}$ gewählt.

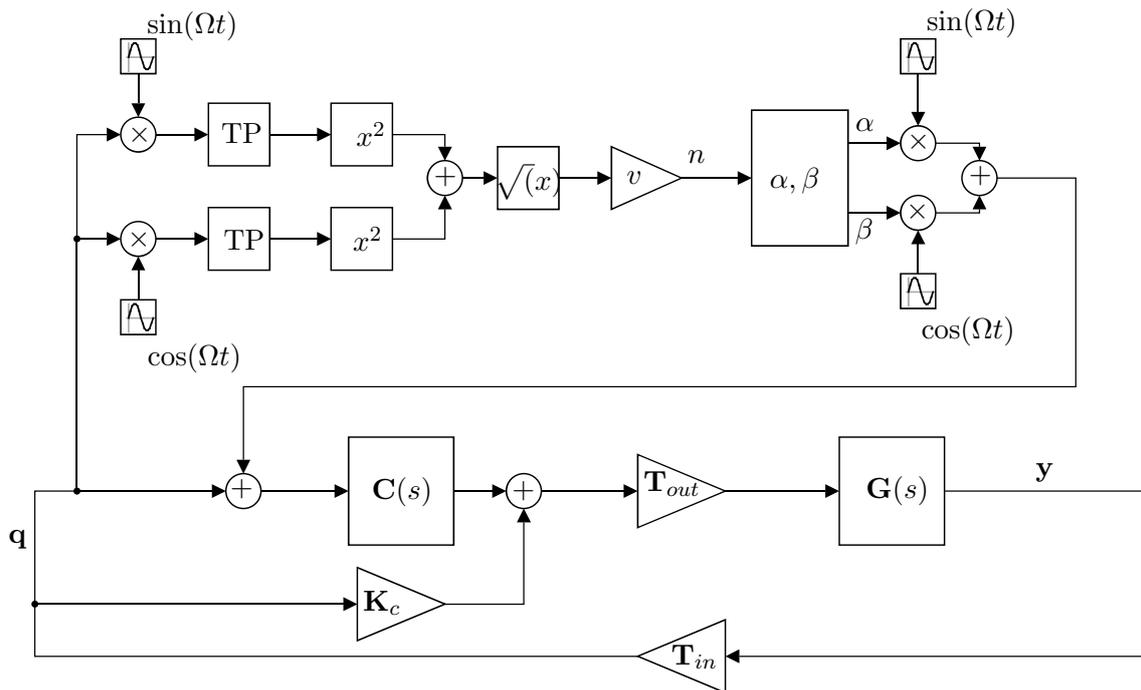


Abbildung 31: Aufbau des Adaptive Forced Balancing im Vibration Nulling Modus.

4.6.3 Simulationen

Das oben vorgestellte und abgewandelte „Adaptive Forced Balancing“-Verfahren wurde an Hand von Simulationen getestet. Es hat sich herausgestellt, dass das Verfahren nicht sehr robust gegen konstante Winkelgeschwindigkeitsfehler ist. Im Folgenden wurde daher auf Winkelgeschwindigkeitsfehler verzichtet, um die Arbeitsweise des Verfahrens besser darstellen zu können. Die Auswirkungen von Winkelgeschwindigkeitsmessfehlern sind in den Messergebnissen (Kapitel 5) gezeigt und werden dort erläutert. Für die Implementierung am Prüfstand werden, wie in Kapitel 5 beschrieben wird, Maßnahmen zur Robustheits-erhöhung getroffen.

Abbildung 32 zeigt das Einschwingverhalten nach Einschalten der Unwuchtkompensation bei einer Rotorfrequenz von 5 Hz bei $t = 2$ s. Zum Vergleich wurde die Unwuchtkompensation vor und nach dem Regler eingefügt. Man erkennt bei Einfügen der Unwuchtkompensation vor dem Regler, dass auf Grund der abrupten Änderung lediglich eines Fourierkoeffizienten und der Tatsache, dass dieser kurzzeitig falsch geschätzt werden kann, Sprünge im Positionssignal zu erkennen sind. Diese werden vom Regler sehr hoch verstärkt. Wird die Unwuchtkompensation nach dem Regler eingefügt, sind diese Sprünge zwar noch immer vorhanden, werden allerdings nicht so stark verstärkt. Aus diesem Grund kann es für die Implementierung günstiger sein, die Unwuchtkompensation nach dem Regler einzufügen.

4 Unwichtkompensation

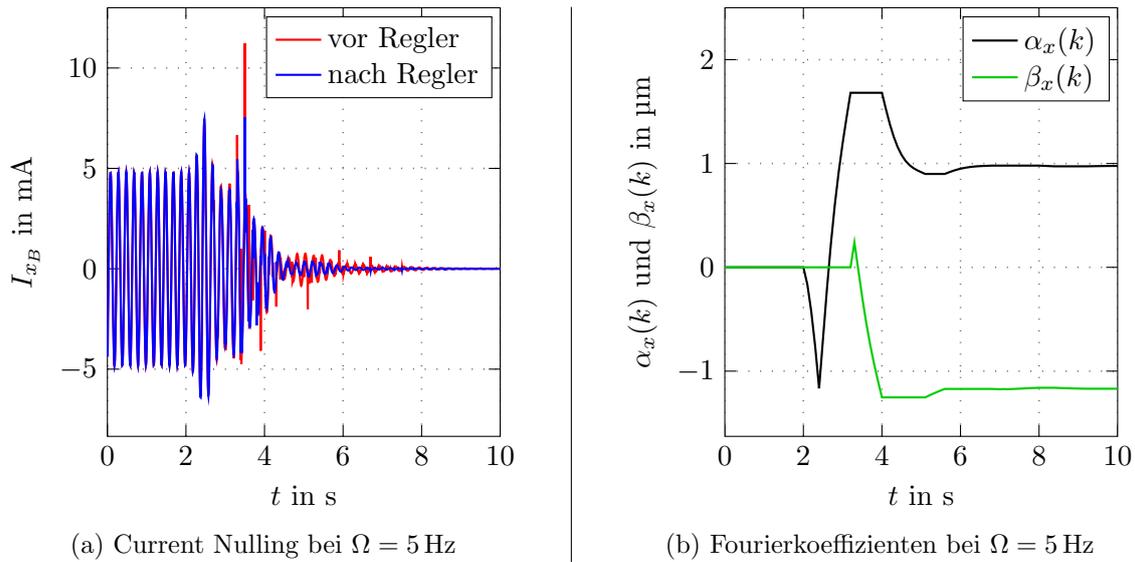


Abbildung 32: Current Nulling mit adaptiertem AFB vor und nach der Regelung.

In Abbildung 32 sowie in Abbildung 33 ist zudem jeweils auf der rechten Seite erkennbar, wie mit Hilfe des in Gleichung 76 vorgestellten Algorithmus die Fourierkoeffizienten $\alpha_i(k)$ und $\beta_i(k)$ bestimmt werden: Auf Grund der Update-Variable $q_i(k)$ wird stets ein Koeffizient konstant gehalten, während der andere verändert wird. Die Vorzeichenvariable p_{q_i} ändert bei Bedarf das Vorzeichen, um die Fourierkoeffizienten mit Hilfe der Signalenergie n_i zu erhöhen oder zu verringern. Dargestellt sind jene Fourierkoeffizienten, wie sie bei Anwendung des Algorithmus vor der Regelung bestimmt wurden.

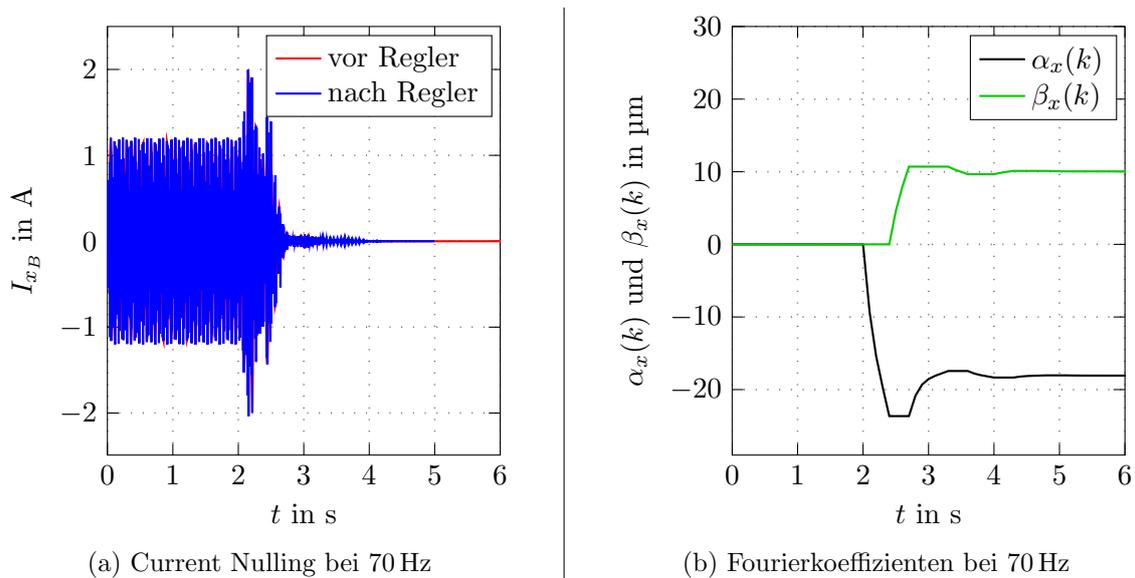


Abbildung 33: Current Nulling mit adaptiertem AFB vor und nach der Regelung.

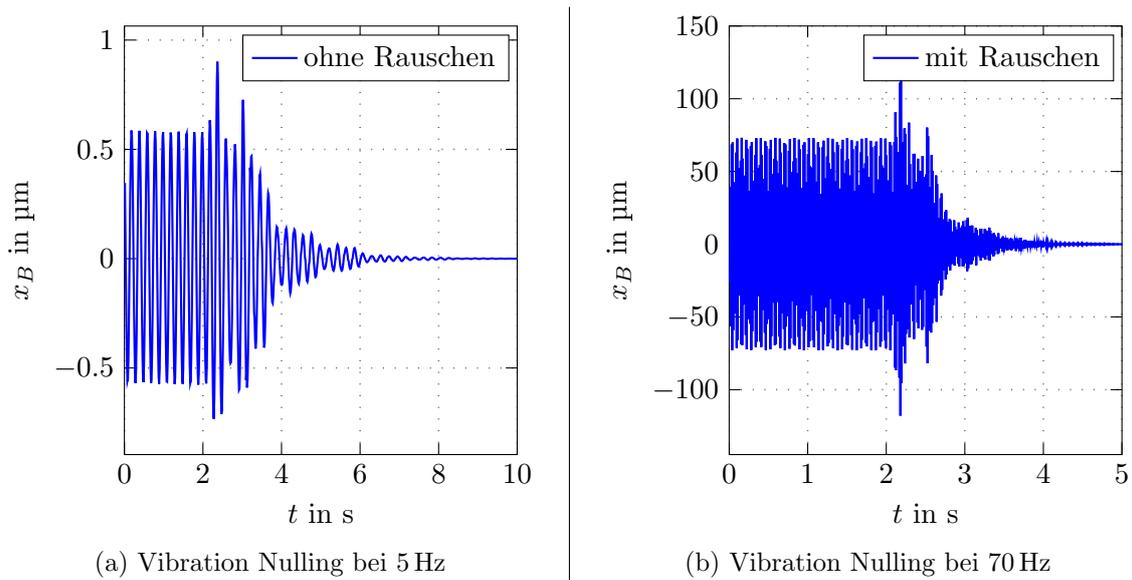


Abbildung 34: Vibration Nulling mit adaptiertem AFB.

Abbildungen 34 zeigt das Verfahren im *Vibration Nulling* Modus. Man erkennt auch hier, dass das Verfahren nach mehreren Sprüngen konvergiert.

4.7 Direct Method for Adaptive Feed-Forward

Das in [16] vorgestellte Verfahren zur Unwuchtkompensation basiert auf der Bestimmung der Fourierkoeffizienten α_i und β_i aus Gleichung 74 mit Hilfe eines vereinfachten filtered-x LMS Adaptive Filter Algorithmus (siehe [17]). Dabei werden die Fourierkoeffizienten zur Kompensation der Unwucht durch $\alpha_i(k)$ und $\beta_i(k)$ approximiert, sodass die Unwucht durch Aufschalten eines inversen Signals kompensiert werden kann. Im Folgenden wird der Algorithmus an Hand der *Vibration Nulling* Methode hergeleitet und erläutert, wie dies in [16] gezeigt wird. Eine *Current Nulling* Methode lässt sich daraus einfach ableiten.

Da erneut die Decoupled-Regelungsstruktur verwendet wird, ist es möglich, die einzelnen Ein- und Ausgänge getrennt zu betrachten. Im Folgenden wird mit u_{wi} die i -te Zeile der Unwucht \mathbf{U}_s bezeichnet, welche als Schwingung dargestellt werden kann. Der Algorithmus soll ein Signal d_i in den Regelkreis injizieren, um die Unwucht des Rotors zu unterdrücken. Auf Grund der angenommenen Linearität der Strecke und dem daraus folgenden Superpositionsprinzip berechnet sich der Zustand q_i des Magnetlagers daher zu diskreten Zeitpunkten k zu

4 Unwuchtkompensation

$$q_i(k) = P_{ui}(\delta)u_{ui}(k) + P_{di}(\delta)d_i(k). \quad (79)$$

Dabei wurde ein Shift-Operator δ eingeführt, der es erlaubt, Übertragungsoperatoren $P_{ui}(\delta)$ und $P_{di}(\delta)$ zu definieren. Die Ausdrücke der Übertragungsoperatoren sind den z-Übertragungsfunktionen von linearen, zeitvarianten Abtastsystemen gleich (siehe [12]). Der Übertragungsoperator $P_{ui}(\delta)$ entspricht der Übertragungsfunktion vom Eingang i der Unwucht u_{ui} auf den Zustand q_i des Magnetlagers bei geschlossenem Kreis. Der Übertragungsoperator $P_{di}(\delta)$ entspricht der Übertragungsfunktion von der vom Algorithmus vorgegebenen „Führungsgröße“ d_i auf den Zustand q_i des Magnetlagers bei geschlossenem Kreis.

Ziel ist es, ein d_i so zu finden, dass die Unwuchtschwingung im Zustand q_i unterdrückt wird. Dazu werden die geschätzten Koeffizienten $\alpha_i(k)$ und $\beta_i(k)$ zu diskreten Zeitpunkten k in einem Vektor

$$\theta_{ci}(k) = \begin{bmatrix} \alpha_i(k) \\ \beta_i(k) \end{bmatrix} \quad (80)$$

zusammengefasst, sodass sich das geschätzte Signal zur Kompensation der Unwucht als

$$d_i(k) = \theta_{ci}^T(k) \begin{bmatrix} \sin(\Omega k T) \\ \cos(\Omega k T) \end{bmatrix} = \alpha_i(k) \sin(\Omega k T) + \beta_i(k) \cos(\Omega k T) \quad (81)$$

mit der Abtastzeit T darstellen lässt. Ziel ist es nun, einen Vektor $\theta_{ci}(k)$ so zu finden, dass der Erwartungswert $E\{q_i^2(k)\}$ minimiert wird. Dazu müsste der Gradient

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial \theta_{ci}} E\{q_i^2(k)\} \quad (82)$$

berechnet werden. Da allerdings $E\{q_i^2\}$ nicht zur Verfügung steht, wird ein geschätzter Gradient

$$\hat{\nabla} = \frac{\partial}{\partial \theta_{ci}} q_i^2 \quad (83)$$

eingeführt. Durch Einsetzen von Gleichung 79 in Gleichung 83 erhält man nach Umformung den Ausdruck

$$\hat{\nabla} = 2q_i(k)P_{di}(\delta) \begin{bmatrix} \sin(\Omega kT) \\ \cos(\Omega kT) \end{bmatrix}, \quad (84)$$

welcher allerdings als solcher ebenfalls nicht immer zur Verfügung steht, da dazu der Übertragungsoperator $P_{di}(\delta)$ immer genau bekannt sein müsste. Dieser ist zwar grundsätzlich zugänglich, würde den Aufwand für diesen Algorithmus erhöhen. Der Übertragungsoperator $P_{di}(\delta)$ wird daher durch eine Konstante $\frac{\lambda}{2}$ ersetzt. Demgemäß ergibt sich der Algorithmus mit $\mu = \gamma\lambda$ zu

$$\theta_{ci}(k) = \theta_{ci}(k-1) + \mu q_i(k) \begin{bmatrix} \sin(\Omega kT) \\ \cos(\Omega kT) \end{bmatrix}, \quad (85)$$

wobei γ eine Schrittweite bezeichnet. Das Schätzgesetz für die Fourierkoeffizienten $\alpha_i(k)$ und $\beta_i(k)$ ergibt sich somit zu

$$\alpha_i(k) = \alpha_i(k-1) + \mu q_i(k) \sin(\Omega kT a) \quad (86a)$$

$$\beta_i(k) = \beta_i(k-1) + \mu q_i(k) \cos(\Omega kT a) \quad (86b)$$

und findet sowohl im *Current Nulling*, als auch im *Vibration Nulling* Anwendung.

4.7.1 Current Nulling

Abbildung 35 zeigt das Blockschaltbild der auf der „Direct Method for Adaptive Feed-Forward“-Methode im *Current Nulling* Modus, wobei folgende Änderungen vorgenommen wurden: Der Struktur wurde zusätzlich ein Tiefpassfilter mit einer Grenzfrequenz $\omega_{TP} = 0.1 \times 2\Omega$ beigefügt, welcher zwischen der Multiplikation mit $\sin(\Omega t)$ und $\cos(\Omega t)$ und der Bestimmung der Koeffizienten $\alpha_i(k)$ und $\beta_i(k)$ eingefügt wird. Zudem werden die Koeffizienten mit einer Abtastzeit $T_s = \frac{2\pi}{\omega_s} = 0.001$ bei $\Omega < 200$ Hz bzw. $\omega_s = T_s = \frac{2\pi}{\omega_s} = 0.0001$ bei $\Omega > 200$ Hz bestimmt. Diese Werte wurden empirisch gefunden.

4 Unwuchtkompensation

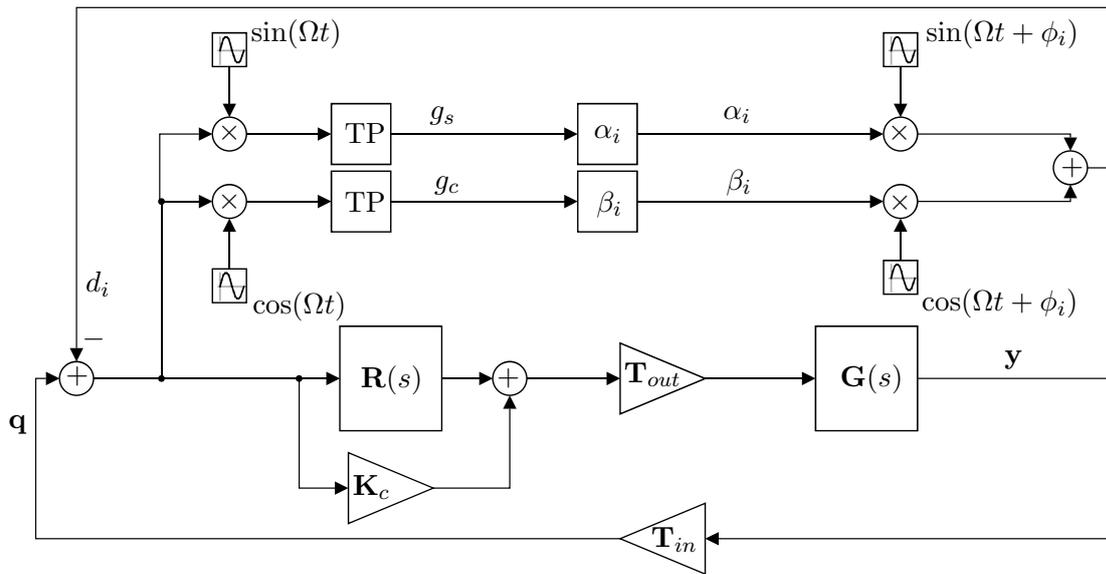


Abbildung 35: Aufbau der „Direct Method for Adaptive Feed-Forward“-Methode im Current Nulling Modus.

Die Struktur injiziert demnach vor der Regelung Signale, welche die Unwucht im Positionssignal kompensieren sollen. Dazu muss allerdings die Übertragungsfunktion des geschlossenen Kreises berücksichtigt werden, da Signale, die in den geschlossenen Regelkreis injiziert werden, stets Amplituden- und Phasenänderungen erfahren. Abbildung 36 zeigt daher die Phasenverschiebung eines vor dem Regler $\mathbf{R}(s)$ injizierten Signals, wobei der Eingang und der Ausgang durch eine der q -Koordinaten β , x , α oder y gebildet wird. Die Übertragungsfunktion entspricht der Sensitivitätsfunktion $S_i(s)$ und ist in Abbildung 36 für α und x dargestellt. Der für die Anwendung relevante Bereich befindet sich zwischen $\Omega = 1 \text{ Hz}$ und $\Omega = 1000 \text{ Hz}$. Es ist erkennbar, dass Signale niedriger Frequenz (zwischen $\Omega = 1 \text{ Hz}$ und ca. $\Omega = 40 \text{ Hz}$) eine Phasendrehung um ca. 180° erfahren. Um daher das Unwuchtsignal zu kompensieren, müsste ein Signal gleicher Amplitude und Frequenz mit dem betreffenden Ausgangssignal *addiert* werden. Bei hohen Frequenzen ist wiederum genau das Gegenteil der Fall: Es müsste ein Signal gleicher Amplitude und Frequenz *subtrahiert* werden, da keine Phasendrehung des Signals mehr stattfindet. Um diesen Umstand zu berücksichtigen, wurde der Methode aus [16] ein Phasenverschiebungswinkel ϕ_i beigefügt, so dass ein injiziertes Signal stets das Unwuchtsignal eliminiert und die Methode in einem großen Drehzahlbereich funktioniert. Dabei ist es nicht relevant, dass der Winkel ϕ_i exakt der Phasenverschiebung entspricht, sondern dass die Grenze zwischen Signaladdition und Signalsubtraktion approximiert wird.

Der Parameter μ wurde für die gesamten Simulationen zu $\mu = \frac{1}{15}$ bestimmt. Dieser Wert hat sich als guter Kompromiss zwischen Konvergenzgeschwindigkeit und Stabilität erwiesen.

4 Unwuchtkompensation

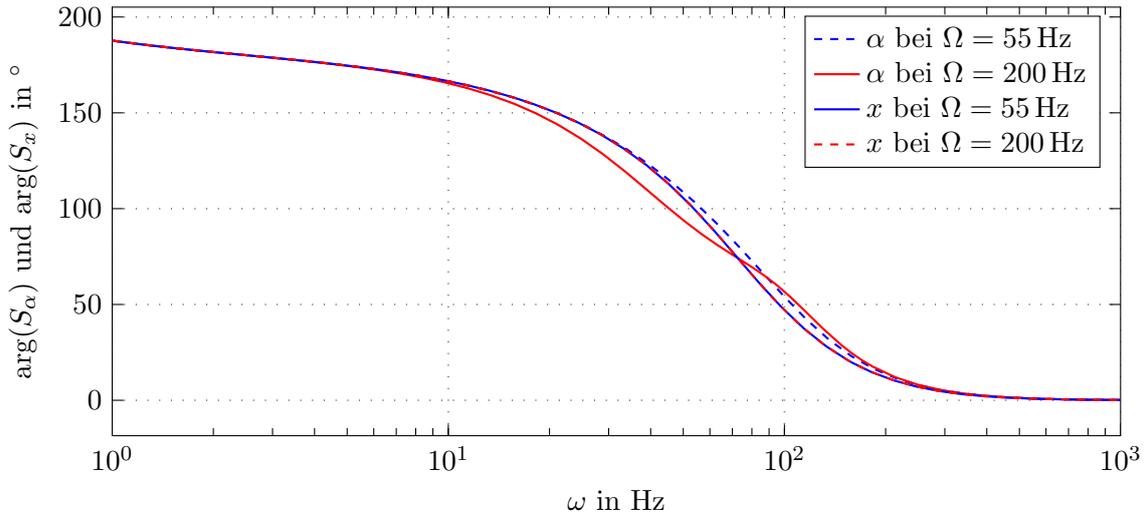


Abbildung 36: Phase der Sensitivitätsfunktionen S_α und S_x .

Um von der obengenannten Phasenverschiebung unabhängig zu werden, wird in [18] eine alternative Methode vorgeschlagen und das Vorzeichen des Parameters μ wie folgt gewählt:

$$\mu(k_{TP} + 1) = \mu(k) \text{sign}(g(k-1)^2 - g(k)^2), \quad (87)$$

wobei mit $g(k)$ der Ausgang des Tiefpassfilters zum Abtastzeitpunkt k bezeichnet wird. Nimmt das Signal g des Ausgangs der Tiefpassfilter daher zu, so wird das Vorzeichen Variable μ umgekehrt. Dadurch kann theoretisch die Phasendrehung berücksichtigt werden, ohne einen Phasenverschiebungswinkel einführen zu müssen. Im vorliegenden Fall kann jedoch das Gesetz aus Gleichung 87 zusätzlich zum Phasenverschiebungswinkel verwendet werden. Durch diese Maßnahme verlängert sich jedoch die Konvergenzzeit der Unwuchtkompensation, da Gleichung 87 erst nach Einschwingen des Tiefpassfilters angewendet werden darf. Zudem wird die Robustheit gegenüber Winkelgeschwindigkeitsfehlern stark eingeschränkt. Diese Methodik hat Ähnlichkeit zu dem im vorherigen Kapitel 4.6 gezeigten Verfahren. In den untenstehenden Simulationen wird daher auf diese Erweiterung verzichtet.

4.7.2 Vibration Nulling

Für die Implementierung des *Vibration Nulling* auf Basis der erweiterten „Adaptive Feed-Forward“-Methode wird das Kompensationssignal an derselben Stelle injiziert (addiert)

4 Unwuchtkompensation

wie bei der „Adaptive Forced Balancing“-Methode. Auch an dieser Stelle muss die Phasenverschiebung berücksichtigt werden, die das injizierte Signal erfährt, jedoch entspricht dies der *inversen* Phase der komplementären Sensitivitätsfunktion $K_i(s)$ (siehe Abbildung 37). Auch diese Phasendrehung wird durch den Winkel ϕ_i bei *Vibration Nulling* berücksichtigt. Für kleine Drehzahlen muss daher das Kompensationssignal mit dem Ausgangssignal q_i addiert werden, um eine Auslöschung zu erwirken. Für hohe Drehzahlen hingegen ist eine Subtraktion notwendig.

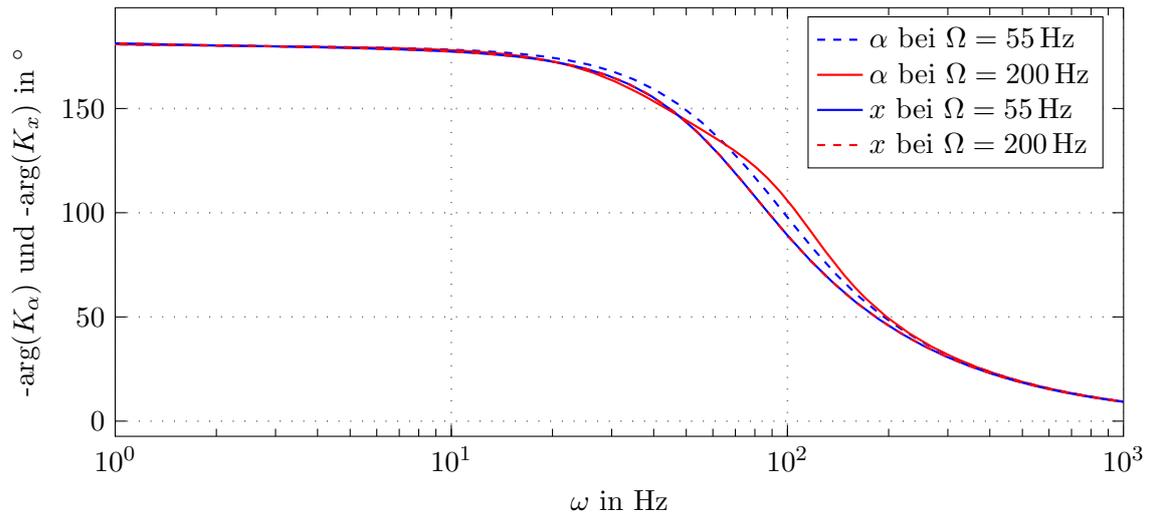


Abbildung 37: Inverse Phase der komplementären Sensitivitätsfunktionen K_α und K_x .

4.7.3 Simulationen

Die in [16] vorgeschlagene und wie oben beschrieben erweiterte Unwuchtkompensation wurde in MATLAB implementiert. Dazu wurde der Winkel ϕ_i an diskreten Stützpunkten gemäß Abbildung 36 bzw. 37 bestimmt und mittels Interpolation für den gesamten Drehzahlbereich berechnet.

Abbildung 38 zeigt die „Adaptive-Feedforward“-Unwuchtkompensation im *Current Nulling* Betrieb. Es ist erkennbar, dass die Unwuchtschwingung des Stromes sehr rasch abklingt. Zudem ist die Methode robust gegen Winkelgeschwindigkeitsänderungen. In Abbildung 38 sind jeweils Verläufe mit und ohne einem Winkelgeschwindigkeitsfehler von 3 rad s^{-1} dargestellt. Es zeigt sich, dass bei Vorhandensein eines Winkelgeschwindigkeitsfehlers der Regelkreis stabil bleibt. Bei kleinen Drehzahlen wirkt sich der Winkelgeschwindigkeitsfehler stärker aus als bei hohen Drehzahlen. Diese Ergebnisse sind ähnlich zu jenen des Generalized Notchfilters.

4 Unwuchtkompensation

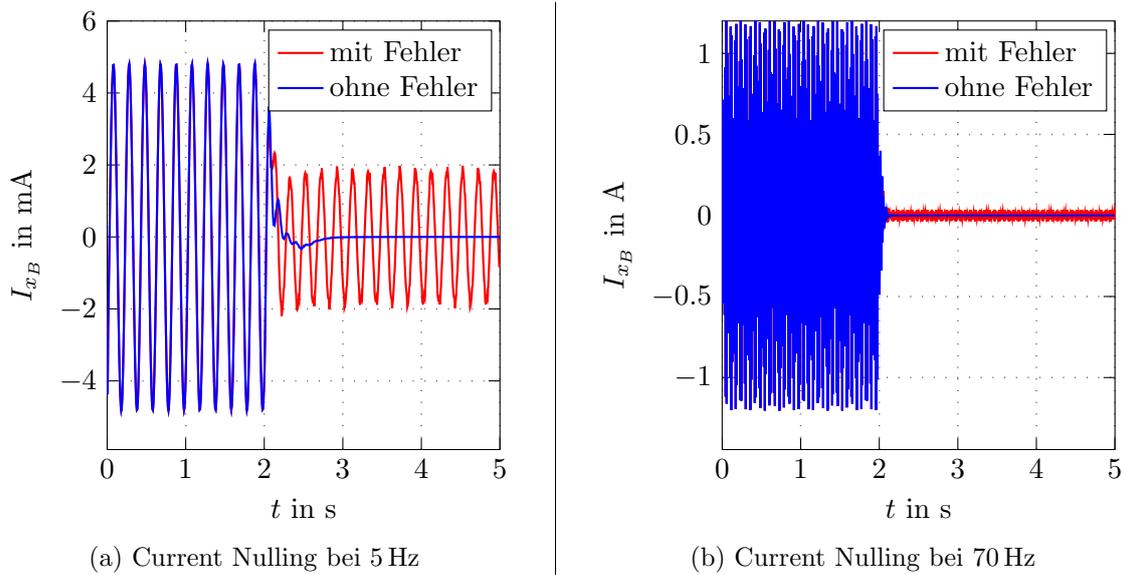


Abbildung 38: Current Nulling mit der erweiterten „Adaptive Feed-Forward“-Methode.

Abbildung 39 zeigt selbiges im *Vibration Nulling* Betrieb.

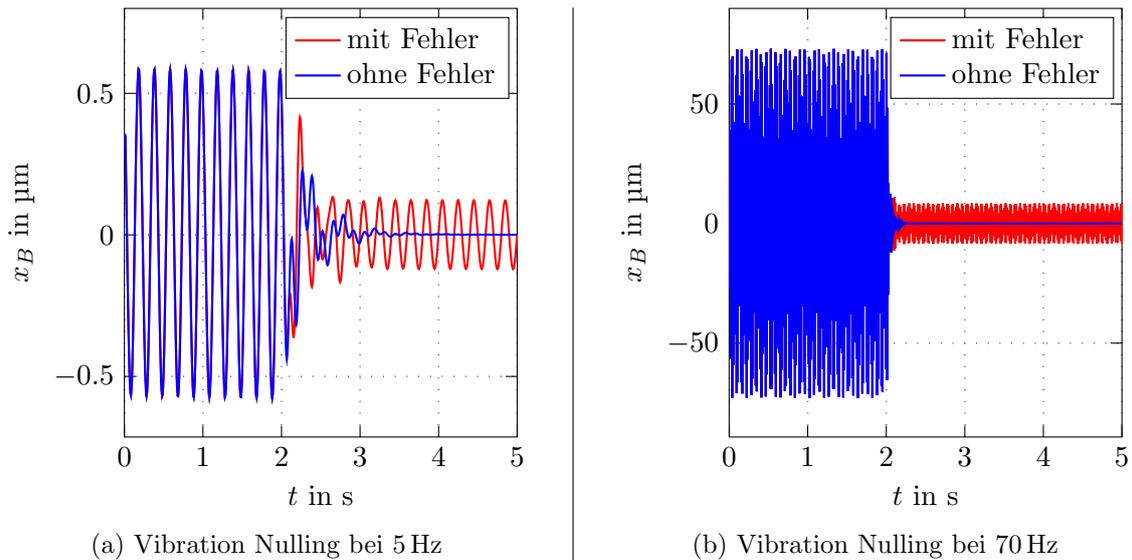


Abbildung 39: Vibration Nulling mit der erweiterten „Adaptive Feed-Forward“-Methode.

4.8 Automatic Learning Control

In [19] wird eine Unwuchtkompensation vorgestellt, welche auf einem iterativ lernenden Algorithmus basiert, der das Verhalten des geschlossenen Kreises von Zyklus zu Zyklus „verbessert“. Dabei stellt eine Periode des Unwuchtsignals einen vollständigen Zyklus dar, womit auch klar wird, dass das Verfahren bei höheren Frequenzen schneller wird. Beim

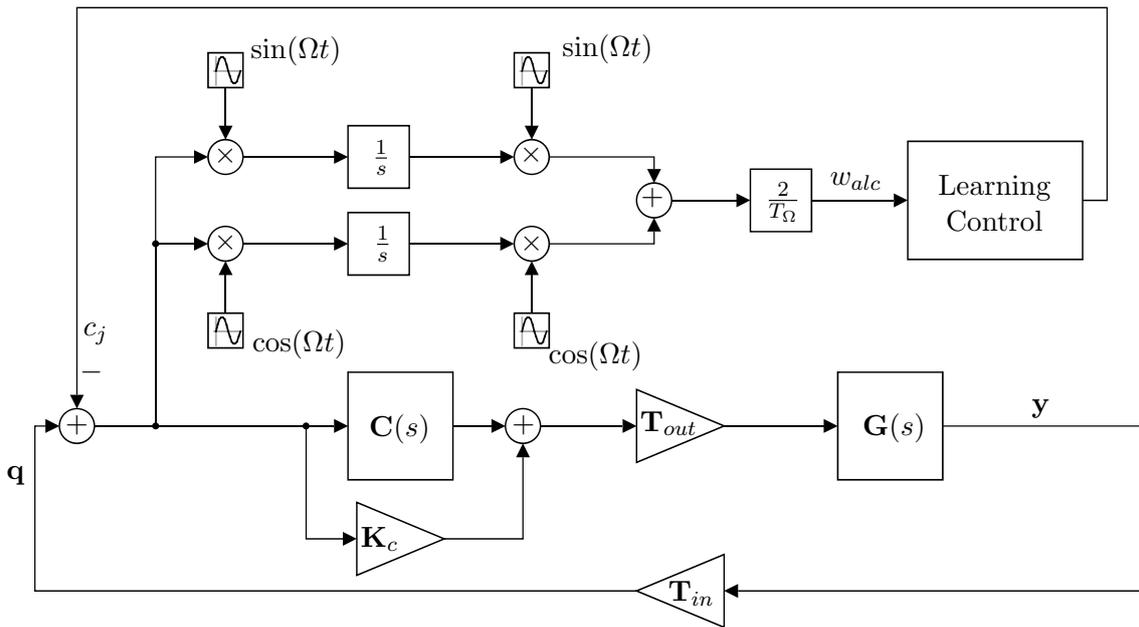


Abbildung 40: Aufbau des Automatic Learning Control im Current Nulling Modus.

„Automatic Learning Control“ - Verfahren wird das Unwuchtsignal vom übrigen Strom- bzw. Positionssignal getrennt (Verschiebung um Ω im Frequenzbereich), aufintegriert und im nächsten Zyklus vom selbigen subtrahiert, sodass nach einigen Zyklen nur mehr ein sehr geringes Unwuchtsignal vorhanden ist.

4.8.1 Current Nulling

Abbildung 40 zeigt den Aufbau des „Automatic Learning Control“-Verfahrens, wie er in [19] beschrieben wird, mit dem Unterschied, dass die gezeigte Darstellung *vor* dem Regler zur Anwendung kommt. Zunächst wird das Signal mit Hilfe einer Multiplikation einer Sinus- bzw. Cosinusschwingung der Frequenz Ω im Frequenzbereich zu $\omega = 0$ Hz verschoben und anschließend integriert. Der dadurch in den beiden Zweigen entstandene Gleichanteil des Signals wird dadurch aufintegriert, während der Wechselanteil zunehmend mit der Frequenz unterdrückt wird. Das so erhaltene Signal in den beiden Zweigen wird erneut durch Multiplikation mit einer Sinus- bzw. Cosinusschwingung der Frequenz Ω zur ursprünglichen Frequenz $\omega = \Omega$ verschoben und anschließend addiert und mit $\frac{2}{T_\Omega}$ gewichtet. $T_\Omega = \frac{2\pi}{\Omega}$ bezeichnet die Drehperiode des Rotors. Dieses Signal wird durch den „Automatic Learning Control“-Algorithmus verarbeitet und vom ursprünglichen Signal subtrahiert.

Das „Automatic Learning Control“- Verfahren beruht auf dem gewichteten Speichern der

4 Unwuchtkompensation

aufintegrierten Unwuchtschwingung eines Zyklus. Die gespeicherten Signale des aktuellen Zyklus und der vorherigen Zyklen werden vom Ausgangssignal subtrahiert. Eine Periode der Unwuchtschwingung stellt dabei einen vollständigen Zyklus dar. Ist daher die Abtastzeit $T_s = \frac{1}{f_s} = 0.0001$ s fest, so nimmt die Länge des Zyklusfensters $n_z(\Omega) = \frac{2\pi f_s}{\Omega}$ mit der Drehfrequenz Ω ab. Bei $\Omega = 1$ Hz hat das Zyklusfenster eine Länge von $n_z(\Omega) = 10\,000$, bei $\Omega = 1000$ Hz hingegen $n_z(\Omega) = 10$.

Der Algorithmus ist daher frequenzabhängig und das rückgekoppelte Signal $c_j(k_z)$ zum Zeitpunkt k_z berechnet sich für einen Zyklus $j + 1$ wie folgt:

$$c_{j+1}(k_z) = (1 - \alpha_{alc})c_j(k_z) + w_{alc}(k_z)\phi_{alc}(\Omega) \quad (88a)$$

$$k_z = 0 \dots n_z(\Omega) - 1 \quad (88b)$$

wobei α_{alc} einen Vergessensfaktor und $\phi_{alc}(\Omega)$ einen frequenzabhängigen Gewichtungsfaktor darstellen. Das Verfahren liest somit jeden Abtastschritt k_z den Momentanwert w_{alc} ein, gewichtet diesen mit dem Gewichtungsfaktor $\phi_{alc}(\Omega)$ und addiert diesen Wert mit dem gespeicherten Wert $c_j(k_z)$ aus dem vorherigen Zyklus j zum gleichen Abtastzeitpunkt k_z , gewichtet mit dem Vergessensfaktor $(1 - \alpha_{alc})$. Der Gewichtungsfaktor $\phi_{alc}(\Omega)$ bestimmt dabei, wie schnell die Unwucht unterdrückt wird, wohingegen α_{alc} dem entgegenwirkt und die Robustheit erhöht, da vorherige Werte nicht mehr so stark ins Gewicht fallen, je größer α_{alc} gewählt wird.

In den Simulationen hat sich herausgestellt, dass dieses Verfahren nicht besonders robust gegen Winkelgeschwindigkeitsfehler ist und generell auf Grund des doppelt integrierenden Verhaltens (Integratoren und Gewichtungsfaktor $\phi_{alc}(\Omega)$) zu Schwingungen neigt. Daher wurden die Integratoren durch Tiefpassfilter mit einer Grenzfrequenz von $f_{TP} = 1$ Hz ersetzt. Dieser Wert hat sich als hinreichend klein erwiesen, um Schwingungen zu unterdrücken. Zudem wurde der Vergessensfaktor $\alpha_{alc} = 0.3$ höher gewählt als in [19] vorgeschlagen. Darüber hinaus wurde noch ein Phasenverschiebungswinkel ϕ_i eingeführt, der die Phasenverschiebung des injizierten Signals berücksichtigt (siehe Kapitel 4.7).

4.8.2 Vibration Nulling

Für den *Vibration Nulling* Betrieb wurde die „Automatic Learning Control“-Methode an Position 2 wie in Abbildung 12 angeschlossen, um das Unwuchtsignal vor dem Regler zu

kompensieren. Dadurch ist es möglich, die Unwucht des Positionssignals zu eliminieren.

4.8.3 Simulationen

Trotz der oben beschriebenen Änderungsmaßnahmen zur Robustheitssteigerung hat sich dieses Verfahren in den Simulationen als äußerst drehzahlabhängig gezeigt. So muss bei *Current Nulling* (siehe Abbildung 41) der Gewichtungsfaktor $\phi_{alc}(\Omega)$ bei $\Omega = 5$ Hz für eine gute Unwuchtunterdrückung zu $\phi_{alc} = 2.4$ für die rotatorischen Positionssignale und $\phi_{alc} = 0.6$ für die translatorischen Positionssignale gewählt werden. Bei $\Omega = 70$ Hz hingegen müssen diese Faktoren bereits um einen Faktor 40 verringert werden. Auf Grund des Tiefpassfilters und des großen Vergessensfaktors α_{alc} wird die Unwucht nicht vollständig unterdrückt. Die Unwuchtkompensation ist aber durch diese Maßnahmen weniger schwingungsanfällig und robuster gegen Winkelgeschwindigkeitsfehler. Werden die Parameter etwas zu groß gewählt, wird dieses Verfahren instabil. Demnach ist dieses Verfahren für die Anwendung und dem Versuchsaufbau weniger geeignet.

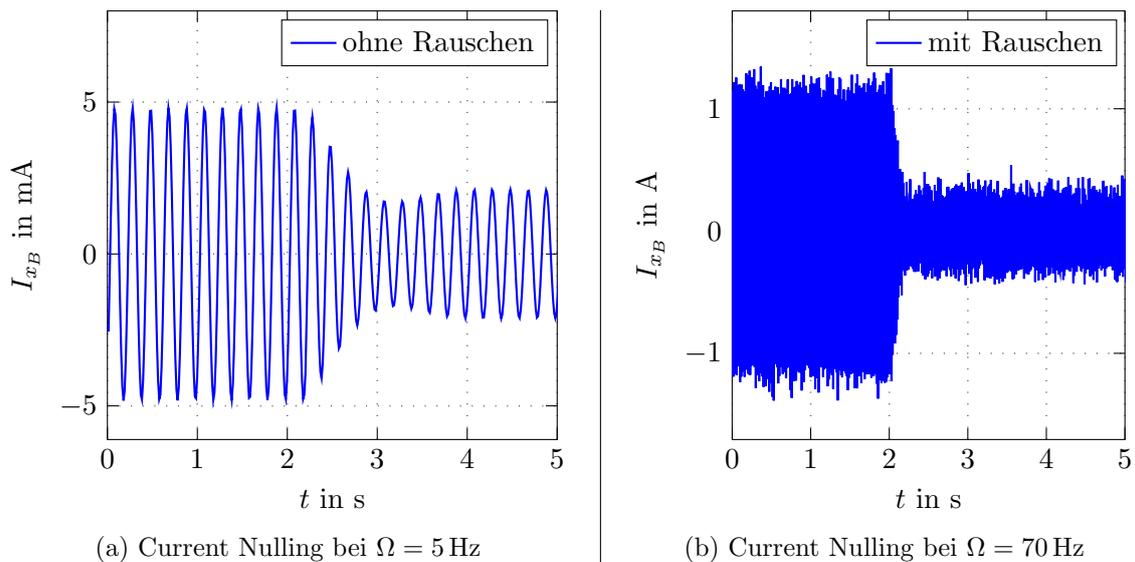


Abbildung 41: Current Nulling mit dem „Automatic Learning Control“-Algorithmus.

Abbildung 42 zeigt das Verfahren im *Vibration Nulling* Modus. Auch hier zeigt sich eine sehr starke Parameterempfindlichkeit, der Gewichtungsfaktor ϕ_{alc} muss hier deutlich kleiner gewählt werden als bei *Current Nulling*.

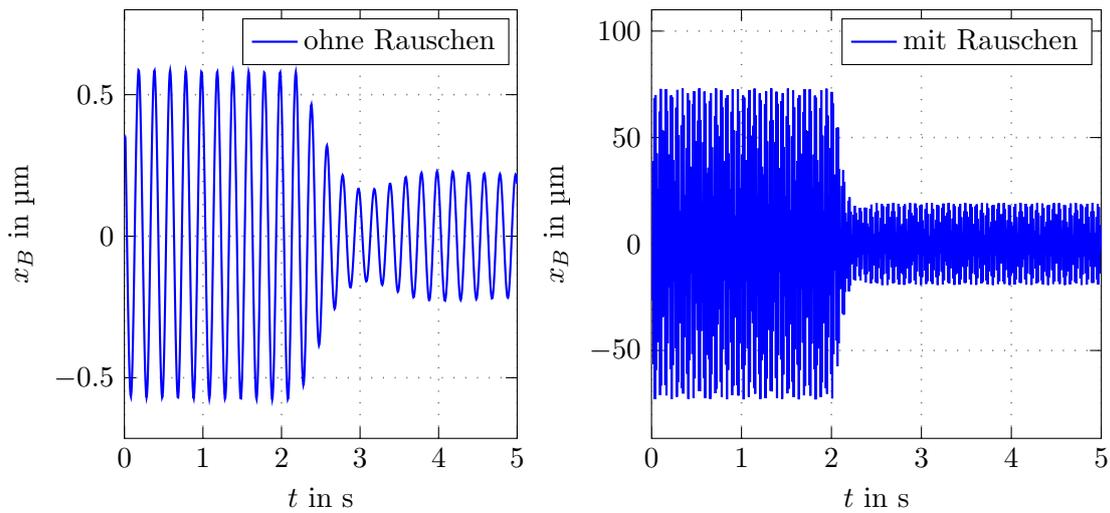
(a) Vibration Nulling bei $\Omega = 5$ Hz(b) Vibration Nulling bei $\Omega = 70$ Hz

Abbildung 42: Vibration Nulling mit dem „Automatic Learning Control“-Algorithmus.

4.9 Vergleich der Unwuchtkompensationen

Die Unwuchtkompensation auf Basis der Generalized Notchfilter (Kapitel 4.5) hat den Vorteil, dass das Stabilitätsgebiet auf Basis des linearen Modells bestimmt werden kann. Dies ermöglicht es, vorab Parameter auszuwählen, die weit innerhalb des Stabilitätsgebietes liegen. Zudem ist die Konvergenzzeit der Filter sehr kurz, womit Unwuchten rasch kompensiert werden können. Außerdem ist der Generalized Notchfilter robust gegenüber konstanten Winkelgeschwindigkeitsfehlern. Nachteiligerweise wird dieses Verfahren im Übergangsbereich bei niedrigen Rotordrehzahlen weniger robust gegenüber Parameterschwankungen, da das Stabilitätsgebiet zu kleinen Drehzahlen hin enger wird.

Die Unwuchtkompensation auf Basis der „Adaptive Forced Balancing“-Methode (Kapitel 4.6) weist zwar im unteren Drehzahlbereich eine längere Konvergenzzeit auf Grund der drehzahlabhängigen Grenzfrequenz der Tiefpassfilter TP auf, ist jedoch wegen der Bestimmung der Fourierkoeffizienten auf Basis der Signalenergie weitgehend streckunabhängig und damit robuster gegenüber Parameterschwankungen. Winkelgeschwindigkeitsfehler führen allerdings dazu, dass die Unwuchten nicht mehr ausreichend unterdrückt werden können. Im Extremfall führt dies sogar zur Instabilität des Verfahrens.

Die Unwuchtkompensationsmethode „Direct Method for Adaptive Feed-Forward“ (Kapitel 4.7) konvergiert sehr rasch und Bedarf keiner großen Parameteränderungen. Nachteiligerweise muss ein Phasenverschiebungswinkel ϕ_i eingeführt werden, um die Stabilität des Verfahrens im niedrigen Drehzahlbereich zu erhalten. Die Wahl des Winkels ϕ_i stre-

4 Unwuchtkompensation

ckenabhängig. Wenn man jedoch eine längere Konvergenzzeit in Kauf nimmt, so kann gemäß [18] auch dieses Verfahren weitgehend unabhängig von den Streckenparametern gemacht werden. Hier führen allerdings erneut Winkelgeschwindigkeitsfehler zu schlechteren Ergebnissen.

Die Unwuchtkompensation „Automatic Learning Control“ (Kapitel 4.8) ist vergleichsweise drehzahlabhängig sowie schwingungsanfällig und daher ungeeignet für eine Implementierung am Prüfstand.

Zusammenfassend kann festgehalten werden, dass die Methoden „Generalized Notchfilter“ und „Direct Method for Adaptive Feed-Forward“ robust gegenüber Winkelgeschwindigkeitsfehlern sind. Beide Methoden weisen allerdings den Nachteil auf, dass sie abhängig von der Strecke sind. Die Methode „Adaptive Forced Balancing“ ist zwar weniger robust gegenüber Winkelgeschwindigkeitsfehlern und weist im unteren Drehzahlbereich ein vergleichsweise langsames Konvergenzverhalten auf, sie hat allerdings den Vorteil, dass sie weitgehend streckenunabhängig ist. Für die Wahl einer passenden Unwuchtkompensation aus den vorgestellten Methoden muss daher eine Entscheidung zwischen Robustheit gegenüber Winkelgeschwindigkeitsfehlern und Streckenunabhängigkeit getroffen werden.

5 Messergebnisse

Im Folgenden sind die Messergebnisse von drei der vier vorgestellten Unwuchtkompensationen zusammengefasst. Die vierte Methode („Automatic Learning Control“) wurde auf Grund der starken Parameter- bzw. Drehzahlabhängigkeit nicht implementiert. Die Unwuchtkompensationen und die Regelung wurden digital mit einer Abtastzeit $T_a = 0.0001$ s implementiert. Die Drehzahl des Rotors wird dabei von der Motor-Regelung zur Verfügung gestellt.

Im Folgenden werden Kurzbezeichnungen für die drei Methoden verwendet:

- Generalized Notch Filter: Notch
- Adaptive Forced Balancing: AFB
- Direct Method for Adaptive Feed-Forward: AFF

5.1 Versuchsaufbau und Implementierung

Da die Regelung für den zeitkontinuierlichen Bereich entwickelt wurde, muss diese zunächst in einen zeitdiskrete Regelung umgewandelt werden. In [10] findet sich dazu ein Entwurfsverfahren auf Basis der Tustin-Transformation

$$z = \frac{1 + \frac{T_a}{2} q_T}{1 - \frac{T_a}{2} q_T}, \quad (89)$$

wobei q_T die Variable der Tustin-Transformation und z die Variable der diskreten z -Transformation darstellt, welche das Eingangs-Ausgangsverhalten von Abtastsystemen beschreibt. Die dazugehörige Umkehrungstransformation berechnet sich zu

$$q_T = \frac{2}{T_a} \frac{z - 1}{z + 1}, \quad (90)$$

Gleichung 90 bildet das Innere des Einheitskreis der komplexen z -Ebene auf die linke Halbebene des q_T -Koordinatensystems ab, wodurch prinzipiell ein Reglerentwurfsverfahren

ren ähnlich dem zeitkontinuierlichen Fall ermöglicht wird. Im Folgenden wird jedoch ein vereinfachter Digitalreglerentwurf durchgeführt. Im Grenzfall $T_a \rightarrow 0$ geht gemäß [10] nämlich die q_T -Übertragungsfunktion in die s -Übertragungsfunktion über ($q_T \rightarrow s$):

$$s \approx \frac{2}{T_a} \frac{z - 1}{z + 1}, \quad (91)$$

Damit stellt Gleichung 91 eine Transformation zwischen einem Abtastsystem und einem kontinuierlichen System dar, welche benutzt werden kann, den Regler digital zu implementieren. Die Implementierung der Unwuchtkompensationen erfolgt analog. Eine Multiplikation mit einem $\sin(\Omega t)$ erfolgt beispielsweise mit $\sin(\Omega k T_a)$.

5.2 Messungen

Um die drei implementierten Unwuchtkompensationen zu vergleichen, wurden folgende Messungen im *Current Nulling*-Modus und im *Vibration Nulling*-Modus durchgeführt:

- Einschwingverhalten bei $\Omega = 30$ Hz bei Anwendung von *Current Nulling* und *Vibration Nulling*
- Einschwingverhalten bei $\Omega = 120$ Hz bei Anwendung von *Current Nulling*
- Zeitsignal und Fourieranalyse des Stromsignals bei $\Omega = 380$ Hz bei Anwendung von *Current Nulling*
- Fourieranalyse des Strom- bzw. Positionssignals $\Omega = 30$ Hz bzw. $\Omega = 70$ Hz bei Anwendung von *Current Nulling* und *Vibration Nulling*
- Messung der Unwuchtamplitude im Strom- bzw. Positionssignal in Abhängigkeit von der Drehzahl bei Anwendung von *Current Nulling* und *Vibration Nulling*

Für den Vergleich der Methoden wurde stets der Strom I_{x_B} von Lager B und das Signal x_B von Sensor B herangezogen. Bei der Implementierung aller Unwuchtkompensationen hat sich herausgestellt, dass die Parameter jeweils „konservativer“ gewählt werden müssen als in den Simulationen, um zufriedenstellende Ergebnisse zu erhalten. Der Grund liegt in der Ungenauigkeit des verwendeten Modells. Zudem sind die Parameter nicht exakt bekannt. Der Generalized Notchfilter wurde im unteren Drehzahlbereich engbandiger (kleineres ϵ)

gewählt und der Winkel α über alle Drehzahlen hinweg 5° weiter in das Stabilitätsgebiet verschoben. Bei der AFB-Methode wurde die Zeitkonstante stets auf $T_s = 0.3 \frac{2\pi}{\omega_{TP}}$ gelegt. Dadurch wird die Methode robuster gegenüber Winkelgeschwindigkeitsfehlern, da die Fourierkoeffizienten rascher adaptiert werden. Bei der AFF-Methode wurde der Parameter γ zu 0.01 gewählt, um Überschwingen zu vermeiden.

Bei den Messungen wurde auf eine Kompensation der Lagersteifigkeit $\mathbf{B}_K \mathbf{K}_s \mathbf{B}_K^T$ verzichtet, da diese kaum erkennbare Verbesserungen mit sich brachte. Zudem sind die dazu notwendigen Parameter auf Grund von Modellungenauigkeiten nicht exakt bekannt.

5.2.1 Current Nulling

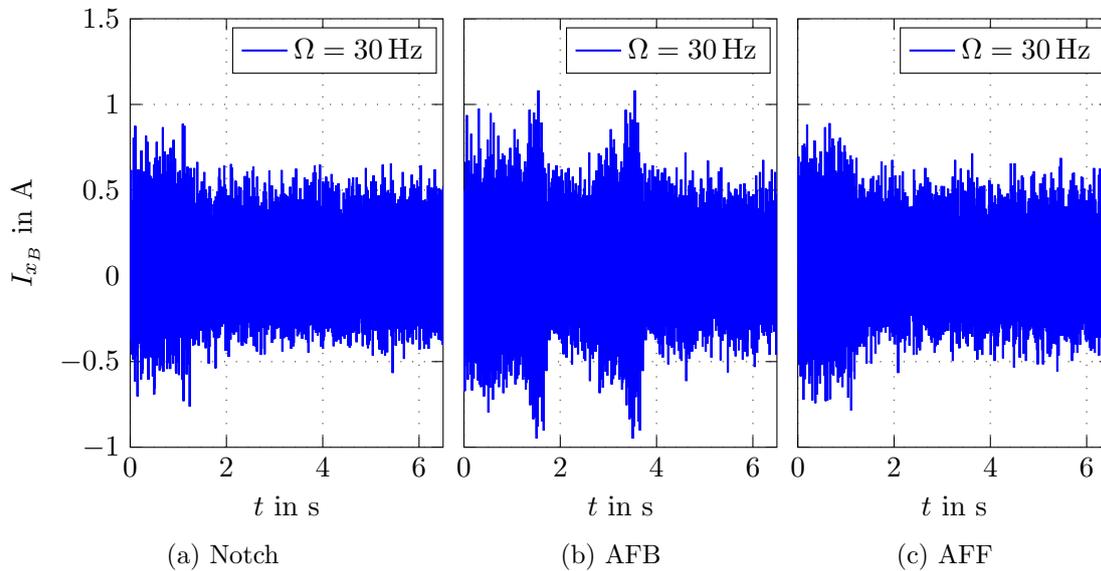


Abbildung 43: Einschwingverhalten des Stromsignals I_{x_B} bei Verwendung von Current Nulling bei $\Omega = 30$ Hz.

Abbildung 43 zeigt das Einschwingverhalten des Stromes aller drei implementierten Unwuchtkompensationen bei $\Omega = 30$ Hz und Anwendung von *Current Nulling*. Abbildung 44 zeigt das zugehörige Positionssignal x_B . Auf Grund der kleinen Amplitude der Unwucht ist das Einschwingverhalten des Stromes I_{x_B} in Abbildung 43 schwer zu erkennen. Aus Abbildung 44 wird aber ersichtlich, dass der Generalized Notchfilter das schnellste Einschwingverhalten besitzt. Die Methode AFB benötigt, wie die Simulationen bereits gezeigt haben, etwas länger und weist starke Schwankungen während des Konvergenzprozesses auf. Dies stellt jedoch kein Überschwingen dar, sondern ist auf das falsche Schätzen der Fourierkoeffizienten zurückzuführen. Zudem reagiert die Methode äußerst sensibel auf Winkelgeschwindigkeitsfehler, denn im eingeschwungenen Zustand weist die Methode AFB

5 Messergebnisse

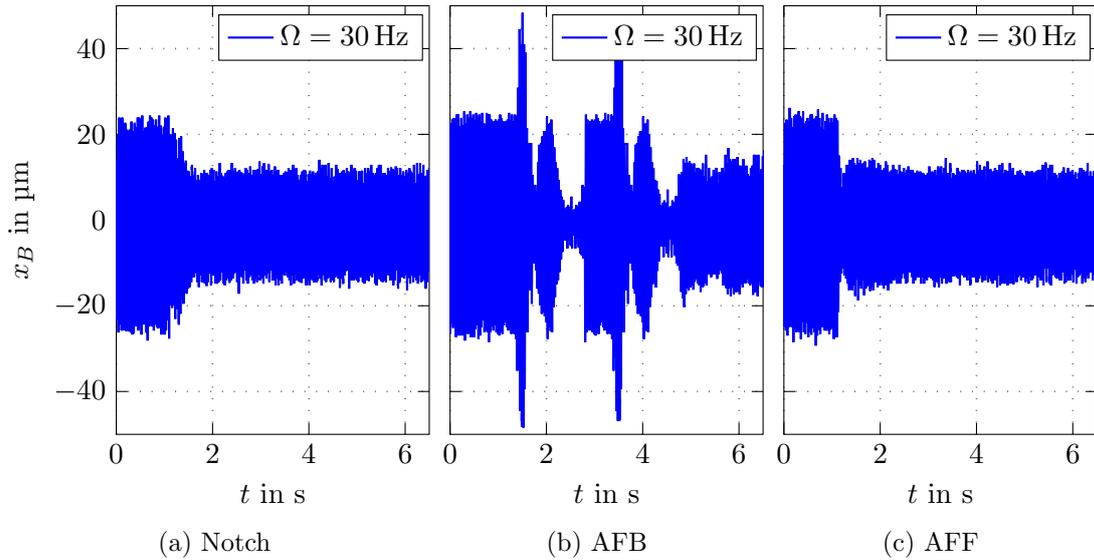


Abbildung 44: Einschwingverhalten des Stromsignals I_{xB} bei Verwendung von Current Nulling bei $\Omega = 30 \text{ Hz}$.

deutlich mehr Schwingungen im Positionssignal als die anderen beiden Methoden auf. Die Methode AFF zeigt während des Einschwingens ein leichtes Überschwingen im Positionssignal x_B .

Abbildung 45 zeigt das Einschwingverhalten des Stromes I_{xB} bei $\Omega = 120 \text{ Hz}$. Man erkennt im transienten Verhalten kaum einen Unterschied zwischen den drei Methoden, bis auf die Tatsache, dass die Methode AFB geringfügig mehr Zeit benötigt. Im eingeschwungenen Zustand sind die Methoden Notch und AFF beinahe äquivalent, lediglich die Methode AFB weist eine höhere Amplitude der Unwucht im Stromsignal auf.

Abbildungen 46 und 47 zeigen den betreffenden Ausschnitt der Fourieranalyse des Stromes bei $\Omega = 30 \text{ Hz}$ bzw. $\Omega = 80 \text{ Hz}$ mit und ohne Anwendung von *Current Nulling*. Man erkennt, dass die Unwuchtkompensationen Notch und AFF das Unwuchtsignal im Strom (beinahe) vollständig auslöschen. Im Vergleich unterdrückt der Generalized Notchfilter das Unwuchtsignal aber am effizientesten. Die Methode AFB lässt auf Grund der geringen Robustheit gegenüber Winkelgeschwindigkeitsfehlern kleine Unwuchtströme im Stromsignal übrig. Dies war bereits im eingeschwungenen Zustand des Zeitsignals zu erkennen.

Abbildung 48 zeigt links die Fourieranalyse und rechts das Zeitsignal des Stromsignals I_{xB} bei $\Omega = 380 \text{ Hz}$ und Anwendung von *Current Nulling*. Man erkennt, dass die Methode AFB das Stromsignal bei der Unwuchtfrequenz am schlechtesten unterdrückt. Dies ist sowohl in der Fourieranalyse, als auch im Zeitsignal zu erkennen. Die Methode Notch unterdrückt das Unwuchtsignal am besten.

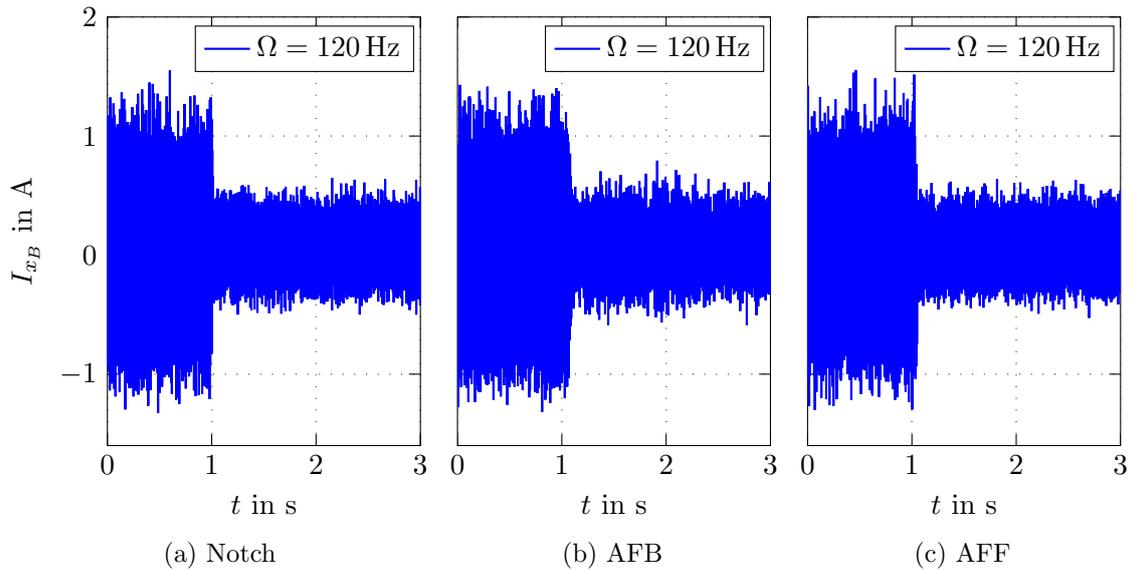


Abbildung 45: Einschwingverhalten des Stromsignals I_{x_B} bei Verwendung von Current Nulling bei $\Omega = 120$ Hz.

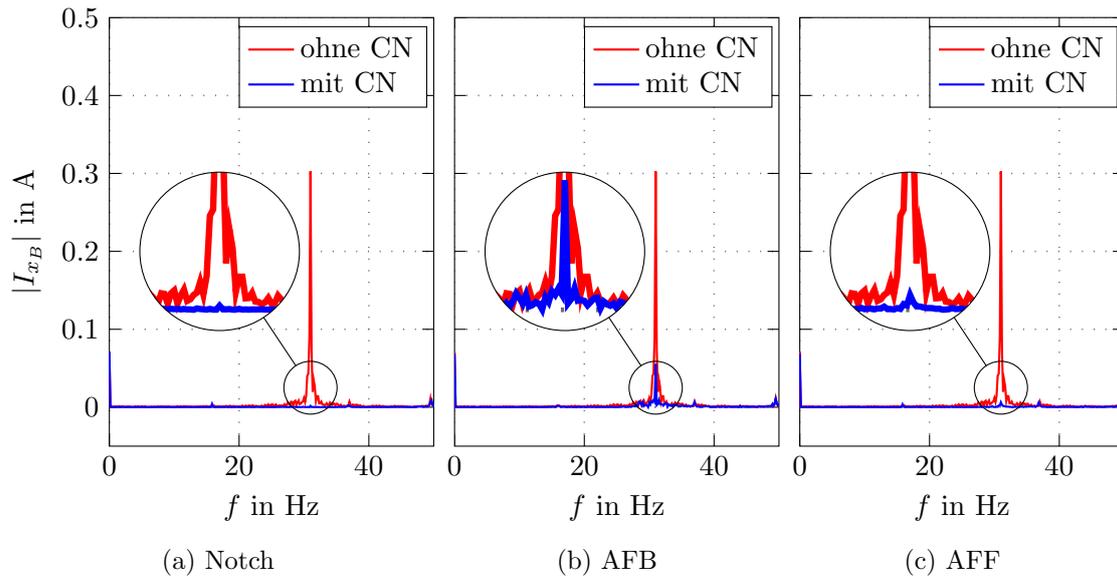


Abbildung 46: Fouriertransformation des Stromsignals I_{x_B} bei Verwendung von Current Nulling bei $\Omega = 30$ Hz.

5.2.2 Vibration Nulling

Abbildung 49 zeigt das Einschwingverhalten des Positionssignals x_B bei $\Omega = 30$ Hz. Man erkennt, dass die Methode Notch und die Methode AFF rasch einschwingen. Die Methode AFB hingegen zeigt während des Einschwingens kurzes Überschwingen, was auf die Fehlschätzung der Fourierkoeffizienten zurückzuführen ist. Auch im eingeschwingenen

5 Messergebnisse

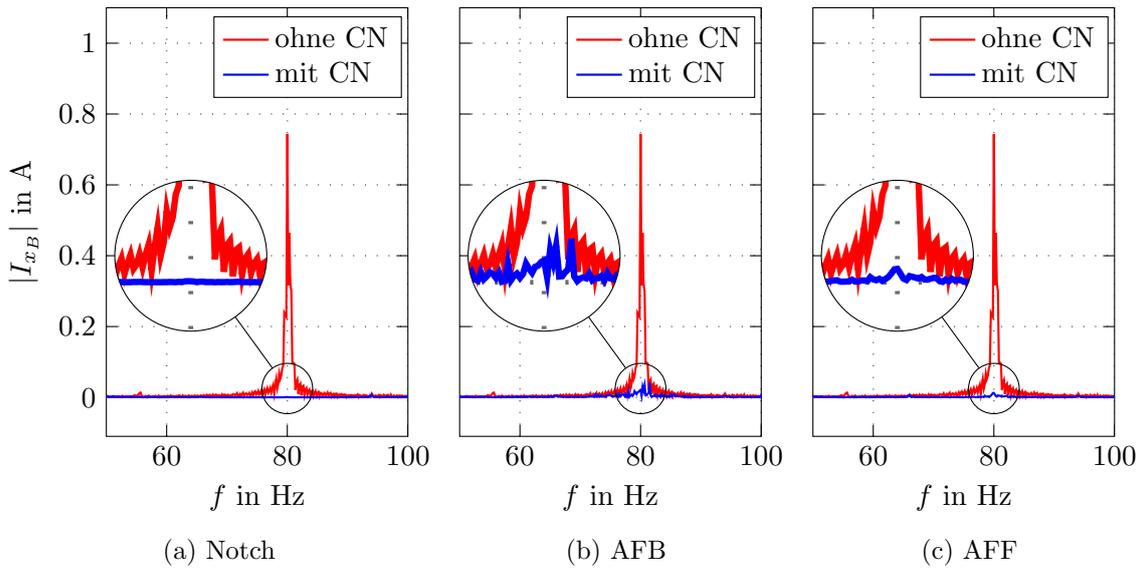


Abbildung 47: Fouriertransformation des Stromsignals I_{x_B} bei Verwendung von Current Nulling bei $\Omega = 80$ Hz.

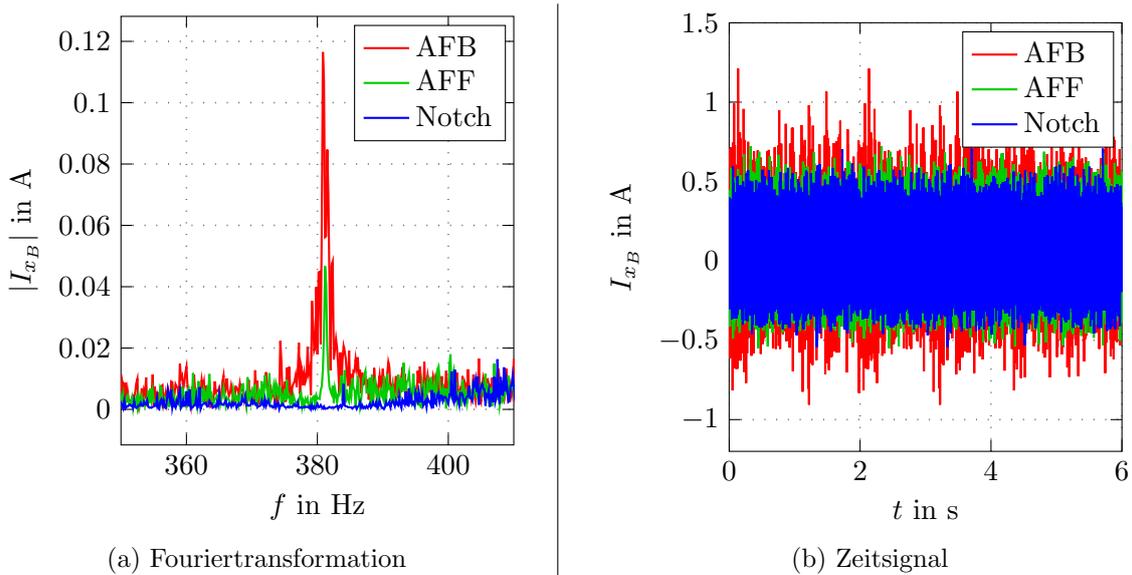


Abbildung 48: Zeitsignal und Fouriertransformation des Stromsignals I_{x_B} bei Verwendung von Current Nulling bei $\Omega = 380$ Hz.

Zustand besitzt die Methode AFB ein schlechteres Verhalten. Die auftretenden kurzen Schwingungen im eingeschwungenen Zustand sind auf Fehler in der Messung der Winkelgeschwindigkeit zurückzuführen.

Abbildung 50 zeigt das zugehörige transiente Stromsignal I_{x_B} . Man erkennt, dass durch *Vibration Nulling* auch der Strom reduziert werden kann.

5 Messergebnisse

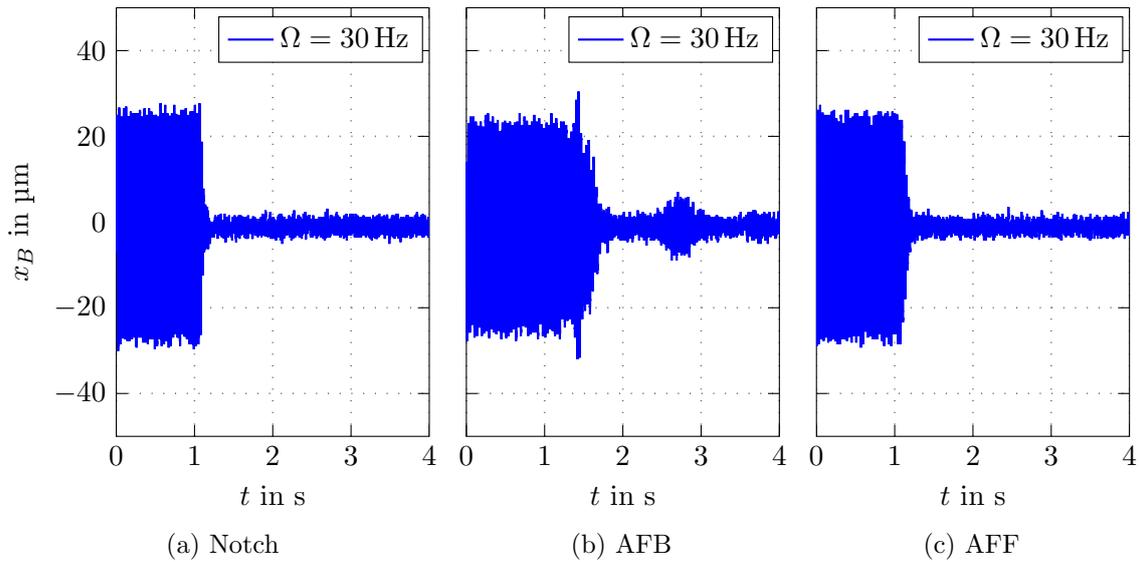


Abbildung 49: Einschwingverhalten des Positionssignals x_B bei Verwendung von Vibration Nulling bei $\Omega = 30$ Hz.

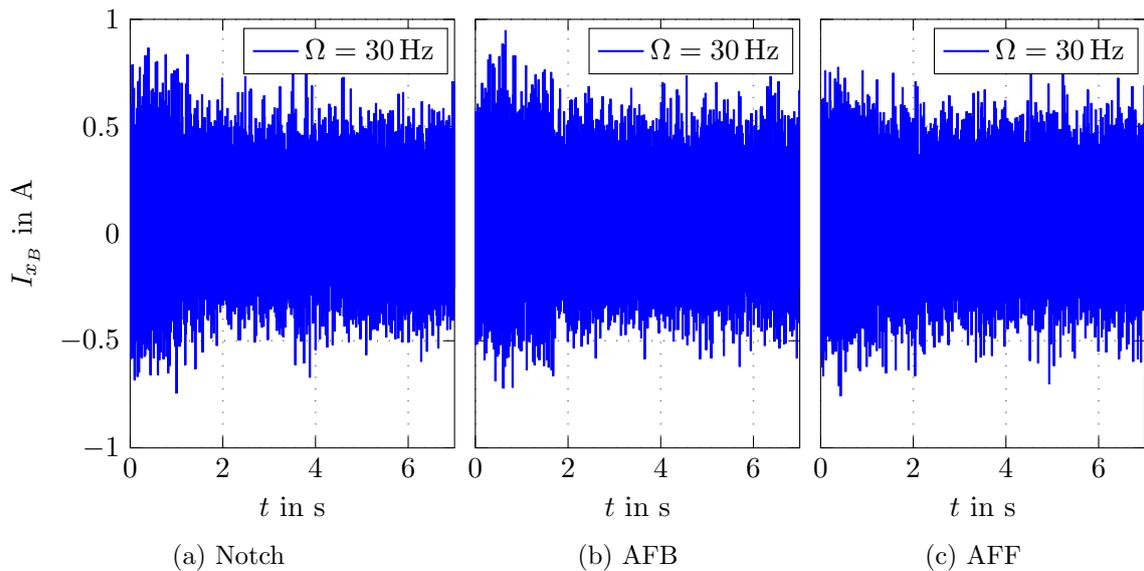


Abbildung 50: Einschwingverhalten des Stromsignals I_{x_B} bei Verwendung von Vibration Nulling bei $\Omega = 30$ Hz.

Abbildungen 51 und 52 zeigen die Fourieranalyse des eingeschwungenen Zeitsignals x_B mit und ohne Anwendung von *Vibration Nulling*. Auch hier zeigt sich, dass die Methode AFB das Unwuchtsignal zwar unterdrückt, jedoch die Methoden Notch und AFF dies besser bewerkstelligen. Die Ergebnisse sind daher analog zu jenen aus Kapitel 5.2.1.

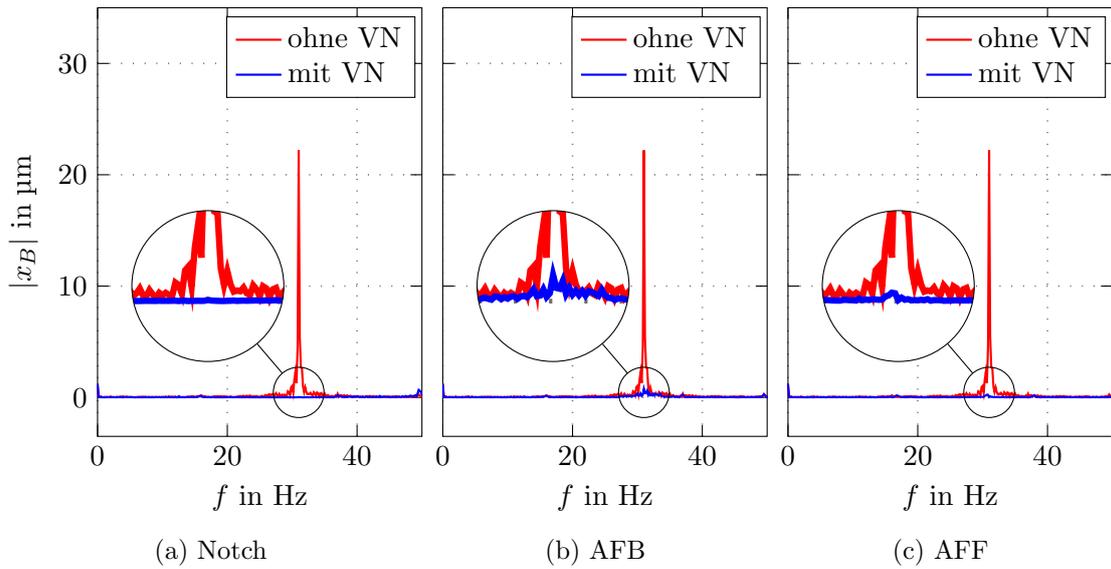


Abbildung 51: Fouriertransformation des Positionssignals x_B bei Verwendung von Vibration Nulling bei $\Omega = 30$ Hz.

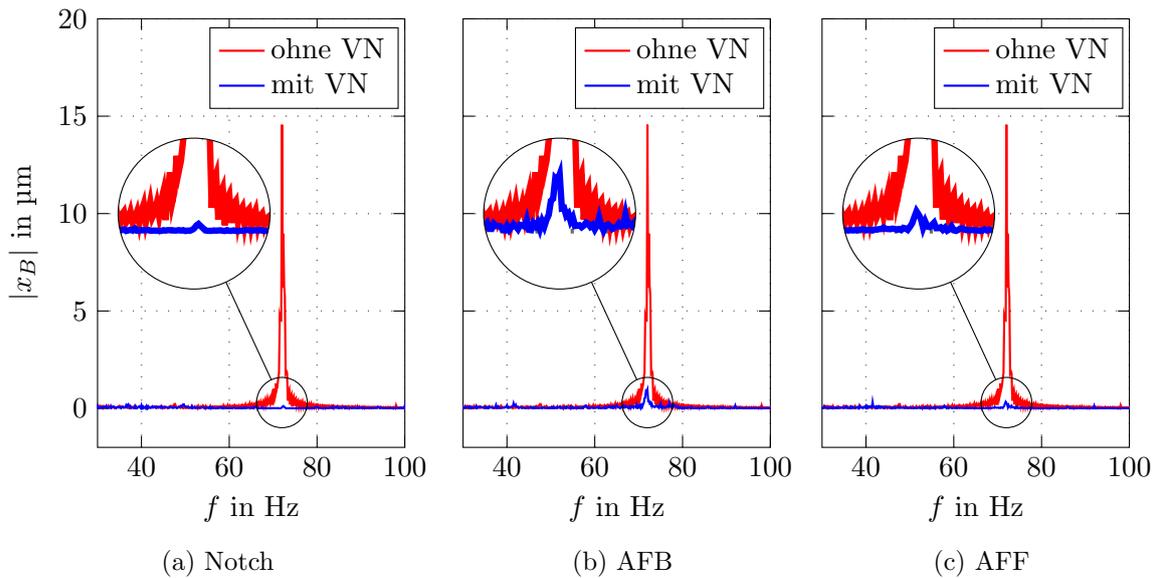


Abbildung 52: Fouriertransformation des Positionssignals x_B bei Verwendung von Vibration Nulling $\Omega = 70$ Hz.

5.3 Strom- und Positionssignal in Abhängigkeit von der Drehzahl

Abbildung 53 zeigt die gemessenen Amplituden der Strom- bzw. Positionssignale mit und ohne Unwuchtkompensationen. Bei den Messdaten mit Unwuchtkompensation wurde für *Current Nulling* und für *Vibration Nulling* der Generalized Notchfilter verwendet. Die Messwerte wurden mit einem Polynom 12. Ordnung approximiert. Man erkennt, dass

der Strom I_{x_B} ohne Unwuchtkompensation mit zunehmender Drehzahl ansteigt. Wird Vibration Nulling verwendet, so steigt der Strom I_{x_B} annähernd quadratisch an. Bei ca. $\Omega = 93 \text{ Hz}$ übersteigt der Strom I_{x_B} unter Verwendung von *Vibration Nulling* jenen Strom, der ohne Verwendung einer Unwuchtkompensation notwendig wäre. Das bedeutet, dass bis zu einer Drehzahl von $\Omega = 93 \text{ Hz}$ durch *Vibration Nulling* nicht nur die Unwuchtbewegung des Rotors eingeschränkt werden kann, sondern auch der notwendige Strom reduziert wird.

Weiters ist aus Abbildung 53 ersichtlich, dass bis zu einer Frequenz von ca. $\Omega = 13 \text{ Hz}$ der Orbit des Rotors unter Verwendung von *Current Nulling* zunimmt. Ab dieser Drehzahl wird die Unwuchtbewegung des Rotors auch durch *Current Nulling* eingeschränkt. Das bedeutet, dass ab einer Drehfrequenz von $\Omega = 13 \text{ Hz}$ durch *Current Nulling* nicht nur der aufzubringende Strom, sondern auch die Unwuchtbewegung des Rotors eingeschränkt wird.

Die gezeigten Ergebnisse stehen mit den theoretischen Berechnungen aus Abbildung 15 qualitativ in Einklang. Lediglich der Verlauf des Positionssignals x_B bei *Current Nulling* stimmt bei den unteren Drehzahlen nicht mit den Ergebnissen aus Abbildung 15 überein. Dies ist aller Voraussicht nach auf die starken theoretischen Vereinfachungen aus Kapitel 4.4 zurückzuführen: Dort wurde die Verkoppelung mit den anderen Zuständen vernachlässigt und lediglich das Positionssignal x in Schwerpunkt-Koordinaten herangezogen. Der in Abbildung 53 gezeigte Verlauf stellt allerdings das Positionssignal in Sensorkoordinaten \mathbf{y} dar.

5.4 Rechenzeit

Um den zusätzlichen Berechnungsaufwand des Signalprozessors zu eruieren, wurde zunächst die Rechenzeit des Programms ohne Unwuchtkompensation bestimmt. Diese beläuft sich auf $30.2 \mu\text{s}$ und bildet den Referenzwert. Die zusätzliche Rechenzeit der Unwuchtkompensationen ist in Tabelle 2 dargestellt. Man erkennt, dass der Generalized Notchfilter die geringste Rechenzeit benötigt. Beinahe gleich viel, aber dennoch etwas mehr Rechenzeit benötigt die AFB-Methode. Dies ist wahrscheinlich auf die Berechnung der Wurzel der Signalenergie zurückzuführen. Die Methode AFF benötigt die meiste Rechenzeit, da insgesamt vier unterschiedliche Sinus- bzw. Cosinusschwingungen berechnet werden müssen.

5 Messergebnisse

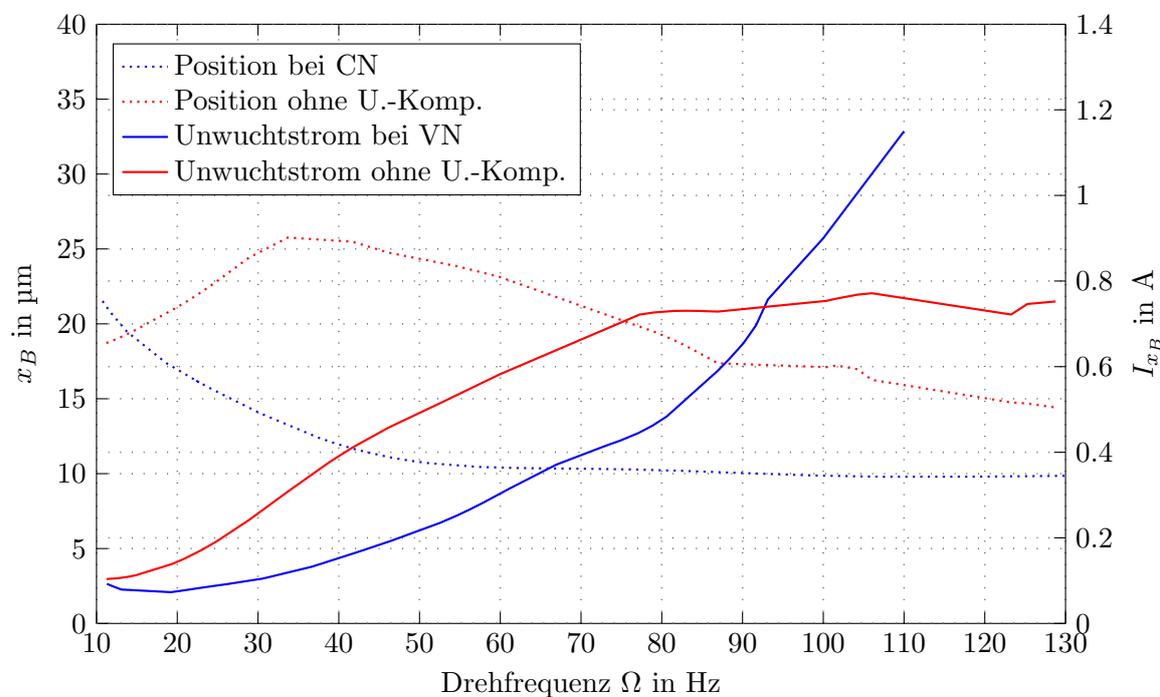


Abbildung 53: Amplituden des Stromes I_{x_B} und Positionssignals x_B in Abhängigkeit von der Rotorfrequenz Ω mit und ohne Unwuchtkompensation.

Methode	zusätzliche Rechenzeit in μs
Notch	17.8 μs
AFB	18.2 μs
AFF	25 μs

Tabelle 2: Rechenzeit.

6 Zusammenfassung und Ausblick

6.1 Zusammenfassung

Die vorliegende Arbeit beschäftigte sich mit der Untersuchung unterschiedlicher Unwuchtkompensationen für Magnetlager. Dazu wurde in einem ersten Schritt ein mathematisches Modell eines unterkritisch laufenden Rotors in einem Magnetlager hergeleitet, welches die Unwucht des Rotors als Störeingang berücksichtigt. Für dieses Modell wurde in einem nächsten Schritt eine geeignete Regelung entworfen, die das Magnetlager, welches ein instabiles System darstellt, stabilisiert. Das Modell des Magnetlagers wurde anschließend samt Regelung in MATLAB-Simulink implementiert und analysiert.

Auf Basis des implementierten Modells wurden vier unterschiedliche Unwuchtkompensationen simulativ analysiert und angepasst, sodass diese bis zur Nenndrehzahl Unwuchten sowohl im Stromsignal, als auch im Positionssignal des Magnetlagers effizient unterdrücken. Dazu wurde unter anderem ein Generalized Notchfilter für jeden Ausgang in den Regelkreis eingefügt, wobei die Ausgänge als voneinander entkoppelt betrachtet wurden. Es hat sich bereits in den Simulationen gezeigt, dass das Einfügen eines Generalized Notchfilters in den geschlossenen Regelkreis die besten Ergebnisse hinsichtlich Robustheit gegenüber Fehlern in der gemessenen Drehzahl liefert. Auch die weiterentwickelte „Direct Method for Adaptive Feed-Forward“-Methode hat in den Simulationen gute Ergebnisse geliefert. Nachteiligerweise sind beide Methoden abhängig von den Streckenparametern. Eine andere Methode, basierend auf der „Adaptive Forced Balancing“-Methode, besitzt den Vorteil, dass sie auf der Minimierung der Signalenergie basiert und damit weitgehend unabhängig von den Streckenparametern ist. Diese Methode weist allerdings den Nachteil auf, dass sie vergleichsweise lange Konvergenzzeiten besitzt und zudem wenig robust gegenüber Drehzahlfehlern ist. Die „Automatic Learning Control“-Methode weist den großen Nachteil auf, dass die Parameter der Unwuchtkompensation äußerst drehzahlabhängig sind. Daher wurde diese Unwuchtkompensation nicht am Prüfstand implementiert.

Abschließend wurden die Unwuchtkompensationen basierend auf den Generalized Notchfiltern, der „Direct Method for Adaptive Feed-Forward“-Methode und der „Adaptive Forced Balancing“-Methode an einem bestehenden Magnetlagersystem implementiert. Dadurch konnten die theoretischen Ergebnisse verifiziert werden. Es lässt sich somit sagen, dass die Methode der Generalized Notchfilter die auftretenden Unwuchten am effizientesten unterdrückt, jedoch streckenabhängig ist. Die Methode nach „Adaptive Forced Balancing“ besitzt den großen Vorteil, dass sie auf Grund ihrer (weitgehenden) Streckenunabhängigkeit

äußert rasch zu implementieren ist, jedoch sehr wenig robust gegenüber Drehzahlfehlern ist und Unwuchten im Vergleich zu den beiden anderen Methoden am wenigsten effizient unterdrückt.

Zusammenfassend kann festgehalten werden, dass bei der Auswahl einer Unwuchtkompensation aus den vorgestellten Methoden eine Entscheidung zwischen Streckenunabhängigkeit und Robustheit gegenüber Winkelgeschwindigkeitsfehlern getroffen werden muss.

6.2 Ausblick

Aufbauend auf den Ergebnissen dieser Diplomarbeit können noch weiterführende Untersuchungen durchgeführt werden:

- In Bezug auf die Methode „Adaptive Forced Balancing“ könnte untersucht werden, ob genauere Drehzahlinformationen das transiente und das eingeschwungene Verhalten verbessern können. In den Simulationen hat sich zumindest gezeigt, dass fehlerhafte Drehzahlinformationen das Hauptproblem für das unvollständige Unterdrücken von Unwuchten bei dieser Methode darstellen.
- Es kann untersucht werden, wie sich das Einfügen der Unwuchtkompensationen an anderen Stellen des Regelkreises auf das Einschwingverhalten der vorgestellten Methoden am Prüfstand auswirkt. Beispielsweise könnten sämtliche *Vibration Nulling* Methoden nach dem Regler eingefügt werden, sodass diese nicht die Positionsinformation heranziehen, sondern das Stromsignal.
- Bei der vorliegenden Diplomarbeit wurde die Unwuchtkompensation stets für Unwuchtsignale mit der Drehfrequenz Ω durchgeführt. In einer weiterführenden Untersuchung könnte analysiert werden, ob höherfrequente Unwuchtsignale mit den vorgestellten Methoden unterdrückt werden können und ob dies eine weitere Reduktion des aufzubringenden Stromes mit sich bringt.
- Die Unwuchtkompensationen wurden in einem Drehzahlbereich getestet, der unterhalb der Resonanzfrequenz der ersten Biegemode liegt. Es könnte daher das Verhalten aller Unwuchtkompensationen im überkritischen Drehzahlbereich untersucht werden.

Literatur

- [1] G. Schweitzer *et al.*, *Magnetic Bearings - Theory, Design, and Application to Rotating Machinery*. Springer Verlag, 2009.
- [2] A. Prechtel, *Vorlesungen über die Grundlagen der Elektrotechnik*. Springer Verlag, 2008, vol. 2.
- [3] R. M. Schmidt, G. Schitter, A. Rankers, and J. van Eijk, *The Design of High Performance Mechatronics*, 2nd ed. Delft University Press, 2014.
- [4] A. Prechtel, *Vorlesungen über Elektrodynamik*. TU Wien, 2010.
- [5] W. Nolting, *Grundkurs Theoretische Physik 1 - Klassische Mechanik*, 10th ed. Springer Verlag, 2013.
- [6] A. Kugi *et al.*, *Modellbildung - Vorlesung und Übung - Sommersemester 2013*. TU Wien, 2012.
- [7] T. Glück *et al.*, *Automatisierungs - und Regelungstechnik Fachvertiefung- Wintersemester 2012/2013*. TU Wien, 2012.
- [8] W. Demtröder, *Experimentalphysik 1 - Mechanik und Wärme*, 10th ed. Springer Verlag, 2015.
- [9] E. Otten, *Repetitorium Experimentalphysik*, 3rd ed. Springer Verlag, 2009.
- [10] A. Kugi, *Automatisierung - Vorlesung und Übung - Wintersemester 2012/2013*. TU Wien, 2012.
- [11] M. Hutterer, M. Hofer, and M. Schrödl, “Decoupled control of an active magnetic bearing system for a high gyroscopic rotor,” in *Proceedings of the IEEE International Conference on Mechatronics (ICM) 2015*. IEEE, 2015, pp. 210–215.
- [12] A. Kugi and W. Kemmetmüller, *Regelungssysteme 1 - Vorlesung - Wintersemester 2014/2015*. TU Wien, 2014.
- [13] M. Hutterer and M. Schrödl, “Unbalance compensation of a magnetically levitated

Literatur

- rotor for the whole operating range,” in *Proceedings of the IEEE International Conference on Mechatronics (ICM) 2017*. IEEE, 2017, pp. 226–231.
- [14] R. Herzog, P. Buhler, C. Gahler, and R. Larsonneur, “Unbalance compensation using generalized notch filters in the multivariable feedback of magnetic bearings,” *IEEE Transactions on control systems technology*, vol. 4, no. 5, pp. 580–586, 1996.
- [15] S. Beale, B. Shafai, P. LaRocca, and E. Cusson, “Adaptive forced balancing for magnetic bearing control systems,” in *Proceedings of the 31st IEEE Conference on Decision and Control, 1992*. IEEE, 1992, pp. 3535–3539.
- [16] J. Shi, R. Zmood, and L. Qin, “The direct method for adaptive feed-forward vibration control of magnetic bearing systems,” in *ICARCV 7th International Conference on Control, Automation, Robotics and Vision, 2002*, vol. 2. IEEE, 2002, pp. 675–680.
- [17] E. Bjarnason, “Analysis of the filtered-x lms algorithm,” *IEEE Transactions on Speech and Audio Processing*, vol. 3, no. 6, pp. 504–514, 1995.
- [18] Z. he Liu and K. Nonami, “Adaptive non-stationary vibration control for magnetic bearing system from start-up to operational speed,” in *Proceedings of the Seventh International Symp. on Magnetic Bearings 2000*, 2000.
- [19] C. Bi, D. Wu, Q. Jiang, and Z. Liu, “Automatic learning control for unbalance compensation in active magnetic bearings,” *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 41, no. 7, pp. 2270–2280, 2005.

Abbildungsverzeichnis

1	Prinzipdarstellung eines Magnetlagers im Längsschnitt.	4
2	Eisenjoch (links) mit beweglichem Teil (rechts).	5
3	Joch mit abgeschrägten Flächen und zylinderförmigen Rotor im Querschnitt.	6
4	Linearisierung der Kraft $F(i, s)$ um den Arbeitspunkt (i_0, s_0)	8
5	Querschnittsdarstellung des Rotors im Differential Driving Mode.	9
6	Darstellung der Drehungen für Kardanwinkel.	13
7	Statische (links) und dynamische Unwuchten (rechts).	18
8	Lage des Schwerpunkts S des Rotors in Bezug auf das geometrische Zentrum C	20
9	Statische Unwucht in Lager A und B in \mathbf{e}_x -Richtung.	22
10	Dynamische Unwucht in Lager A und B in \mathbf{e}_x -Richtung.	22
11	Aufbau der Decoupled Regelung.	26
12	Regelung des Magnetlagers mit Unwuchtkompensationen an zwei möglichen Stellen.	32
13	Lagerströme i_{xA} und i_{yA} bei Current Nulling an unterschiedlichen Kompensationsstellen.	33
14	Positionssignale x_A und y_A bei Current Nulling an Stelle 2.	34
15	Normierte Amplitudengänge der Unwucht und des Strom- bzw. Positionssignal mit und ohne Anwendung einer Unwuchtkompensation.	36
16	Aufbau des Current Nulling mit Notchfiltern.	39
17	Notchfilter $\mathbf{N}(s)$ mit unterschiedlichen Bandbreiten ϵ bei $\Omega = 100$ Hz.	40
18	ϵ und α in Abhängigkeit der Rotorfrequenz bei Current Nulling.	42
19	Dämpfungsfaktor ξ_{min} in Abhängigkeit der Rotorfrequenz bei Current Nulling.	43
20	Dämpfungsfaktor $\xi_{min,r}$ über α und Ω bei Current Nulling mit Kalmanfilter.	44
21	Dämpfungsfaktor $\xi_{min,r}$ über α und Ω bei Current Nulling ohne Kalmanfilter.	44
22	Dämpfungsfaktor $\xi_{min,r}$ über α und ϵ bei $\Omega = 40$ Hz und Current Nulling.	45
23	Dämpfungsfaktor $\xi_{min,r}$ über α und ϵ bei $\Omega = 5$ Hz und Current Nulling.	45
24	Aufbau des Vibration Nulling mit Notchfiltern.	46
25	Dämpfungsfaktor $\xi_{min,r}$ über α und ϵ bei $\Omega = 70$ Hz und Vibration Nulling.	47
26	Dämpfungsfaktor ξ_{min} über α und Ω bei Vibration Nulling.	47
27	Current Nulling mit Generalized Notch Filter.	48
28	Vibration Nulling mit Generalized Notch Filter.	49
29	Aufbau der „Adaptive Forced Balancing“-Methode im Current Nulling Modus.	50

Abbildungsverzeichnis

30	Aufbau des Adaptive Forced Balancing im Current Nulling Modus mit veränderter Rückführung.	52
31	Aufbau des Adaptive Forced Balancing im Vibration Nulling Modus.	54
32	Current Nulling mit adaptiertem AFB vor und nach der Regelung.	55
33	Current Nulling mit adaptiertem AFB vor und nach der Regelung.	55
34	Vibration Nulling mit adaptiertem AFB.	56
35	Aufbau der „Direct Method for Adaptive Feed-Forward“-Methode im Current Nulling Modus.	59
36	Phase der Sensitivitätsfunktionen S_α und S_x	60
37	Inverse Phase der komplementären Sensitivitätsfunktionen K_α und K_x	61
38	Current Nulling mit der erweiterten „Adaptive Feed-Forward“-Methode.	62
39	Vibration Nulling mit der erweiterten „Adaptive Feed-Forward“-Methode.	62
40	Aufbau des Automatic Learning Control im Current Nulling Modus.	63
41	Current Nulling mit dem „Automatic Learning Control“-Algorithmus.	65
42	Vibration Nulling mit dem „Automatic Learning Control“-Algorithmus.	66
43	Einschwingverhalten des Stromsignals I_{x_B} bei Verwendung von Current Nulling bei $\Omega = 30$ Hz.	70
44	Einschwingverhalten des Stromsignals I_{x_B} bei Verwendung von Current Nulling bei $\Omega = 30$ Hz.	71
45	Einschwingverhalten des Stromsignals I_{x_B} bei Verwendung von Current Nulling bei $\Omega = 120$ Hz.	72
46	Fouriertransformation des Stromsignals I_{x_B} bei Verwendung von Current Nulling bei $\Omega = 30$ Hz.	72
47	Fouriertransformation des Stromsignals I_{x_B} bei Verwendung von Current Nulling bei $\Omega = 80$ Hz.	73
48	Zeitsignal und Fouriertransformation des Stromsignals I_{x_B} bei Verwendung von Current Nulling bei $\Omega = 380$ Hz.	73
49	Einschwingverhalten des Positionssignals x_B bei Verwendung von Vibration Nulling bei $\Omega = 30$ Hz.	74
50	Einschwingverhalten des Stromsignals I_{x_B} bei Verwendung von Vibration Nulling bei $\Omega = 30$ Hz.	74
51	Fouriertransformation des Positionssignals x_B bei Verwendung von Vibration Nulling bei $\Omega = 30$ Hz.	75
52	Fouriertransformation des Positionssignals x_B bei Verwendung von Vibration Nulling $\Omega = 70$ Hz.	75
53	Amplituden des Stromes I_{x_B} und Positionssignals x_B in Abhängigkeit von der Rotorfrequenz Ω mit und ohne Unwuchtkompensation.	77

Erklärung

Hiermit erkläre ich, dass die vorliegende Arbeit ohne unzulässige Hilfe Dritter und ohne Benutzung anderer als der angegebenen Hilfsmittel angefertigt wurde. Die aus anderen Quellen oder indirekt übernommenen Daten und Konzepte sind unter Angabe der Quelle gekennzeichnet.

Die Arbeit wurde bisher weder im In- noch im Ausland in gleicher oder in ähnlicher Form in anderen Prüfungsverfahren vorgelegt.

Wien, am 21. November 2017

Trauner David, BSc