

DIPLOMARBEIT

Der Staatsausgaben Multiplikator

Effekte diverser expansiver Ausgabenprogramme auf
Produktion, Kapital und Konsum

Ausgeführt am Institut für
Stochastik und Wirtschaftsmathematik
der Technischen Universität Wien

unter der Anleitung von
Ass.Prof. Dipl.-Math. Dr. Timo Trimborn

durch

Eva-Maria Krancan BSc
Rabengasse 13/11, 1030 Wien

23. Oktober 2017

Zusammenfassung

In dieser Diplomarbeit analysieren wir wie sich verschiedene Staatsausgabenprogramme auf eine Volkswirtschaft auswirken. Dabei bauen wir die Arbeit auf dem neoklassischen Modell von Strulik u. Trimborn (2017) auf, die in ihrer Analyse gezeigt haben, dass Ausgabenprogramme zwar kurzfristig positive Effekte aufweisen, diese allerdings mittel- und langfristig verschwinden. Dies führt während des Ausgabenprogramms zu einem Fall der Produktion unter das Laissez-Faire-Niveau.

Wir untersuchen diesen Effekt im Zuge dieser Arbeit durch unterschiedliche Erweiterungen noch genauer. Dabei erkennen wir, dass verschiedene Steuerpolitiken den negativen Effekt zwar abschwächen, aber nur bei sehr starkem Einsatz eliminieren können. Allerdings zeigt sich, dass Ausgaben, die in Form von Investitionen in Infrastruktur getätigt werden, zu einem positiven Einfluss auf die Produktion während des gesamten Ausgabenprogramms führt und auch die Individuen in ihrem Nutzen besser stellt.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung und Motivation	5
2	Benchmark-Modell	7
2.1	Modell	7
2.1.1	Haushaltssektor	7
2.1.2	Produktionssektor	9
2.1.3	Staatlicher Sektor	10
2.1.4	Marktgleichgewicht und Kapitalakkumulationsgleichung	11
2.2	Phasendiagramm Analyse	12
2.2.1	Berechnung der Isoklinen	12
2.2.2	Phasendiagrammanalyse	16
2.3	Temporäres Staatsausgabenprogramm	19
2.3.1	Konstantes Ausgabenprogramm \tilde{G}	19
2.3.2	Quadratisches Ausgabenprogramm G	22
2.3.3	Ausgabenprogramm mit frühem Peak	24
2.3.4	Der Staatsausgabenmultiplikator	27
2.3.5	Ökonomische Interpretation	29
3	Modellerweiterung mit diversen steuerlichen Maßnahmen	31
3.1	Modell	31
3.1.1	Haushaltssektor	31
3.1.2	Produktionssektor	32
3.1.3	Staatlicher Sektor	33
3.1.4	Marktgleichgewicht und Kapitalakkumulationsgleichung	33
3.2	Phasendiagrammanalyse	34
3.2.1	Berechnung der Isoklinen	34
3.3	Steuerliche Gestaltungsmöglichkeiten	38
3.3.1	Senkung der Kapitalertragssteuer	38
3.3.2	Senkung der Konsum- und/oder Lohnsteuer	42
4	Modelladaption mit Infrastrukturinvestitionen	47
4.1	Modell	47
4.1.1	Herleitung der Optimalitätsbedingungen	48

4.1.2	Phasendiagramm Analyse	48
4.2	Temporäres Staatsausgabenprogramm	51
4.2.1	Konstantes Ausgabenprogramm	52
4.2.2	Quadratisches Ausgabenprogramm	53
4.2.3	Ausgabenprogramm mit frühem Peak	56
4.2.4	Staatsausgabenmultiplikator	58
5	Modell mit expansivem Ausgabenprogramm und anschließenden Einsparungen	61
6	Conclusio	67
	Anhang	73
A	Analytische Herleitungen	75
A.1	Modellerweiterung mit steuerlichen Maßnahmen	75
A.1.1	Herleitung der Effekte einer Veränderung der Steuern τ_c und τ_w auf die Lage der \dot{k} -Isokline	75
A.1.2	Herleitung der Effekte einer Veränderung der Steuern τ_c und τ_w auf die Lage der \dot{k} -Isokline	76
A.2	Modellerweiterung mit Einfluss der Staatsausgaben auf die Technologie	77
A.2.1	Herleitung der Effekte einer Veränderung der Staatsausgaben G auf die Isoklinen	77
B	Vorgehensweise zur numerischen Simulation	79
B.1	Algorithmus zur Bestimmung des optimalen Verhaltens während des Ausgabenprogramms	79
B.2	DAE - Differential Algebraic Equations	80

1 | Einleitung und Motivation

In politischen Wahlkampfzeiten bemühen sich Parteien für gewöhnlich mit Wahlversprechen die Bevölkerung für sich zu gewinnen. Diese Versprechen sind dabei meistens mit Ausgaben verbunden, die den Wohlstand der Haushalte verbessern sollen. Falls diese Ausgaben schlussendlich auch getätigt werden, beeinflussen sie die Ökonomie in der kurzen Frist zumeist positiv. Es gibt zahlreiche quantitative ökonometrische Studien, die den instantanen Staatsausgabenmultiplikator analysieren und Arbeiten wie Ramey (2011a) und Ramey (2011b) fassen ein breites Spektrum von Ergebnissen zusammen. Der mittelfristige Einfluss wurde in der Literatur bisher seltener untersucht. Dennoch erkennen wir bei der Analyse der Ergebnisse von Ramey (2011b), dass der Einfluss eines expansiven Ausgabenprogramms im Verlauf des Zeithorizontes von positiv auf negativ umschlägt. Dieses Ergebnis bleibt auch bei anderen Schätzmethoden erhalten. Das bedeutet, dass die Individuen durch implementierte Ausgabenprogramme zwar kurzfristig profitieren, allerdings mittel- und langfristig schlechter gestellt sind, als sie es ohne der Erhöhung der Ausgaben gewesen wären.

Nun stellt sich die Frage, ob es für diese empirischen Beobachtungen theoretische Fundierungen gibt. Grundsätzlich können wir hier zwischen zwei ökonomischen Strömungen unterscheiden. Vertreter der neoklassischen Richtung argumentieren zumeist, dass eine Einmischung des Staates in die Volkswirtschaft zu einer Verringerung des Wohlstandes führt. Dies wird mit einer Verdrängung des privaten Konsums und Investitionstätigkeit durch die staatlichen Maßnahmen begründet (Crowding-Out-Effekt). Neuklassische Modelle stehen staatlicher Einflussnahme hingegen nicht so negativ gegenüber und erkennen Marktversagen als mögliches Szenario an. In ihrer Einleitung zeigen Strulik u. Trimborn (2017), dass bemerkenswerterweise für Modelle beider Strömungen die Produktion im Laufe des Beobachtungszeitraums unter das Laissez-faire-Niveau fällt.

In dieser Arbeit wollen wir ein möglichst allgemeines neoklassisches Modell aufstellen und das Phänomen der Unterproduktion im Zuge eines expansiven Ausgabenprogramms erklären. Genauer gesagt ist die restliche Arbeit wie folgt aufgebaut. In Kapitel 2 werden wir das Modell von Strulik u. Trimborn (2017) besprechen und neben den Ergebnissen der Autoren auch eigene zusätzliche Simulationen präsentieren. Kapitel 3 beschreibt eine Erweiterung des Modells aus Strulik u. Trimborn (2017) um zusätzliche steuerliche Maßnahmen und untersucht mögliche Effekte verschiedener Steuerpolitiken. Das Verhalten der Ökonomie, falls die Staatsausgaben in Form von Investitionen in Infrastruktur getätigt werden, untersuchen wir in Kapitel 4. In einer letzten Erweiterung in Kapitel 5 analysieren wir, wie sich die Reaktion der Ökonomie verändert, falls nach Ende des expansiven Ausgabenprogramms, die Staatsausgaben aufgrund

der angehäuften Verschuldung gekürzt werden. Abschließend werden wir alle Ergebnisse in einer Conclusio in Kapitel 6 zusammenfassen und einen Ausblick auf weitere mögliche Untersuchungen geben. In Appendix A sind einige analytische Herleitungen zusammengefasst, die in den Kapiteln übersprungen wurden. Zuletzt widmen wir uns in Appendix B noch genauer der Vorgehensweise für die numerische Lösung unserer Systeme.

2 | Benchmark-Modell

In diesem Kapitel werden wir das Modell von Strulik u. Trimborn (2017) analysieren und die Ergebnisse der Autoren bestätigen. Zusätzlich werden wir mit weiteren selbst durchgeführten Simulationen einen tieferen Einblick in das Verhalten der Ökonomie liefern.

2.1 Modell

Das Modell aus Strulik u. Trimborn (2017) basiert auf einem klassischen Ramseymodell mit endogenem Arbeitsangebot. Zusätzlich wird das System um einen staatlichen Sektor erweitert, der seine Ausgaben nicht nur durch Steuereinnahmen, sondern temporär auch durch Emittieren von Staatsanleihen finanzieren kann. Wir werden im Folgenden die einzelnen Sektoren des Modells separat abhandeln und anschließend das Marktgleichgewicht untersuchen. Damit erhalten wir schlussendlich eine Beschreibung des Verhaltens der Ökonomie, das wir weiters mit einer Phasendiagrammanalyse und numerischen Simulation weiter analysieren werden.

2.1.1 Haushaltssektor

Der Nutzen eines repräsentativen Haushalts in dieser Ökonomie setzt sich als Summe aus drei Faktoren zusammen.

- Der private Konsum c geht über eine logarithmische Funktion in den Nutzen ein. Aus der Verwendung von $\log(c)$ ergibt sich für den privaten Konsum eine intertemporale Substitutionselastizität von 1.
- Die Haushalte können in jeder Periode ihre auf 1 normierte verfügbare Zeit einerseits für die Teilnahme am Produktionsprozess verwenden, wodurch Arbeitseinkommen generiert wird. Andererseits erzielen die Haushalte zusätzlichen Nutzen durch den Konsum von Freizeit. Im Folgenden bezeichnen wir mit l die für Arbeit verwendete Zeit, woraus sich für Freizeit der Wert $(1 - l)$ ergibt. Dieser geht anschließend über eine iso-elastische Nutzenfunktion mit $\frac{(1-l)^{1-\gamma}-1}{1-\gamma}$, wobei damit $\frac{1}{\gamma}$ die intertemporale Substitutionselastizität für Freizeit ist, in die Lebensnutzenfunktion ein. Zusätzlich wird dieser Teilnutzen noch mit dem Faktor β gewichtet um ihn in Relation zum Nutzen durch privaten Konsum zu setzen.
- Weiters profitieren die Individuen von öffentlichen Konsumgütern, die analog zur Freizeit über eine isoelastische Nutzenfunktion $\frac{G^{1-\eta}-1}{1-\eta}$ mit intertemporaler Substitutionselastizi-

tät $\frac{1}{\eta}$ in den Gesamtnutzen zu jedem Zeitpunkt t eingeht. Auch dieser Teilnutzen wird wieder mit einem Parameter ξ gewichtet.

Die Haushalte versuchen nun mit ihren Konsum- und Arbeitsentscheidungen $c(t)$ und $l(t)$ ihren aggregierten Nutzen über alle Zeiten hinweg zu maximieren, wobei zukünftiger Konsum mit der Rate ρ abdiskontiert wird. Formal lässt sich dies durch die Zielfunktion in Gleichung 2.1 darstellen.

$$\max_{c(t), l(t)} \int_0^{\infty} e^{-\rho t} \left(\log(c(t)) + \beta \frac{(1-l(t))^{1-\gamma} - 1}{1-\gamma} + \xi \frac{G(t)^{1-\eta} - 1}{1-\eta} \right) dt \quad (2.1)$$

Gleichzeitig sind die Haushalte allerdings auch mit der Budgetbeschränkung in Gleichung (2.2) konfrontiert.

$$\dot{a} = wl + ra - c - T \quad (2.2)$$

Hierbei bezeichnet a den Bestand an Assets der Haushalte. Assets werden von den Haushalten verwendet um für zukünftige Perioden zu sparen oder erhöhten Konsum in der Gegenwart zu finanzieren. Der Bestand verändert sich je nachdem, ob das disponible Einkommen (die Summe aus Arbeitseinkommen wl , Kapitalerträgen ra durch den Zinssatz r , minus den Steuern T) den privaten Konsum c übersteigt oder nicht.

Um das optimale Kontrollmodell bestehend aus den Gleichungen (2.1) und (2.12) zu lösen, stellen wir zuerst die current-value Hamiltonfunktion auf.

$$H(c, l, \lambda) = \log(c) + \beta \frac{(1-l)^{1-\gamma} - 1}{1-\gamma} + \xi \frac{G^{1-\eta} - 1}{1-\eta} + \lambda(wl + ra - c - T)$$

Mit Hilfe der Hamiltonfunktion können wir die folgenden notwendigen Optimalitätsbedingungen (2.3) - (2.5) herleiten

$$\frac{\partial H}{\partial c} = \frac{1}{c} - \lambda = 0 \quad \longrightarrow \lambda = \frac{1}{c} \quad \longrightarrow \frac{\dot{\lambda}}{\lambda} = -\frac{\dot{c}}{c} \quad (2.3)$$

$$\frac{\partial H}{\partial l} = \beta(1-l)^{-\gamma} - \lambda w = 0 \quad \longrightarrow w = \frac{\beta(1-l)^{-\gamma}}{\lambda} \quad (2.4)$$

$$\dot{\lambda} = \rho\lambda - \frac{\partial H}{\partial a} = \rho\lambda - \lambda r \quad \longrightarrow \dot{\lambda} = \lambda(\rho - r) \quad (2.5)$$

Gleichung (2.5) zeigt uns, dass λ der Schattenpreis der Assets exponentiell mit der Rate $(\rho - r)$ wächst (bzw. sinkt). Weiters erhalten wir aus Gleichung (2.3), dass der Konsum genau mit der gleichen Rate wächst (fällt), mit der der Schattenpreis fällt (wächst). Durch Kombination der obigen Gleichungen ergeben sich folgende Lösungen für den Lohn w und die intertemporale Eurlergleichung.

$$w = \frac{\beta c}{(1-l)^\gamma} \quad (2.6)$$

$$\frac{\dot{c}}{c} = r - \rho \quad (2.7)$$

Die Gleichung für den Lohn stellt in gewisser Weise die optimale intratemporale Entscheidung bezüglich Konsum und Arbeitseinsatz. Die beiden Kontrollen werden nämlich zu jedem Zeitpunkt so gewählt, dass diese Gleichung erfüllt ist. Die intertemporale Eulergleichung stellt die Wachstumsrate des privaten Konsums dar. Es sei nochmals darauf hingewiesen, dass sich diese simple funktionale Form durch die Modellierung des Nutzens durch Konsum mit Hilfe der log-Funktion ergibt. Die obigen Gleichungen zeigen nun auch, dass der Zinssatz auf Assets bzw. der Arbeitslohn einen großen Einfluss auf die Entscheidungen der Haushalte haben.

Um nun die intertemporale Budgetbeschränkung für die Haushalte zu erhalten, integrieren wir die Budgetbeschränkung der Haushalte (2.2) nach t und kürzen dann durch den Faktor $e^{\int_0^t r(u)du}$.

$$a(t) = a(0)e^{\int_0^t r(u)du} + \int_0^t (wl - c - T)e^{\int_s^t r(u)du} ds$$

$$a(t)e^{-\int_0^t r(u)du} = a(0) + \int_0^t (wl - c - T)e^{-\int_0^s r(u)du} ds$$

Die linke Seite der obigen Gleichung stellt den Gegenwartswert der Assets zu einem beliebigen Zeitpunkt t . Die No-Ponzi-Game condition stellt sicher, dass die Haushalte am Ende der Zeitperiode T ein ausgeglichenes Konto haben, also $a(T) \geq 0$. Im Optimum muss allerdings $a(T) = 0$ gelten, da sonst der Nutzen durch zusätzlichen Konsum noch erhöht werden könnte. In diesem Fall betrachten wir einen unendlichen Zeithorizont, weswegen sich die folgende Gleichung ergibt.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} a(t)e^{-\int_0^t r(u)du} = a(0) + \int_0^{\infty} (wl - c - T)e^{-\int_0^s r(u)du} ds = 0$$

Das heißt, dass der Momentanwert an Assets nicht negativ sein darf. Dies bedeutet außerdem, dass die Haushalte Kredite nicht durch ständige Neuverschuldung über alle Zeiten finanzieren können.

2.1.2 Produktionssektor

Als nächsten wollen wir den Produktionssektor in dieser Ökonomie betrachten. Hier agieren die Firmen in einem Markt mit perfektem Wettbewerb und wir nehmen an, dass alle Firmen mit der gleichen Produktionstechnologie agieren, die durch die folgende Cobb-Douglas Produktionsfunktion mit konstanten Skalenerträgen beschrieben wird.

$$Y = F(k, l) = Ak^\alpha l^{1-\alpha}$$

k und l entsprechen dabei sowohl dem pro Kopf als auch dem absolutem Kapitalstock bzw. Arbeitsangebot, da wir die Bevölkerungsgröße auf 1 normiert haben. Freier Marktzugang und perfekte Konkurrenz führen dazu, dass die Gewinne π der Firmen gleich 0 sind (non-profit

Bedingung), d. h. dass die folgende Gleichung erfüllt ist

$$\pi = Ak^\alpha l^{1-\alpha} - wl - (r + \rho)k = 0$$

Leitet man nun die Profitfunktion im Zuge der Optimierung der Inputfaktorkombination nach dem Arbeitseinsatz l und dem Kapital k ab, erhält man die FOCs. Daraus ergeben sich die Gleichungen für den Lohn w und den Zinssatz r , die beschreiben, dass beide Inputfaktoren mit ihren jeweiligen Grenzprodukten entlohnt werden.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \pi}{\partial l} = (1 - \alpha)Ak^\alpha l^{-\alpha} - w = 0 & \quad \longrightarrow w = (1 - \alpha)A \left(\frac{k}{l}\right)^\alpha \\ \frac{\partial \pi}{\partial k} = \alpha Ak^{\alpha-1} l^{1-\alpha} - r - \delta = 0 & \quad \longrightarrow r = \alpha A \left(\frac{k}{l}\right)^{\alpha-1} - \delta \end{aligned}$$

2.1.3 Staatlicher Sektor

Der Staat hat in unserem Modell die Möglichkeit Staatsausgaben G zu tätigen, die direkt in die Nutzenfunktion der Haushalte eingehen. Als Einnahmequelle dient ihm dafür einerseits die Steuereinnahmen, die durch die Pauschalsteuer T generiert werden, andererseits können die Ausgaben temporär auch durch die Ausgabe von Bonds b finanziert werden. Gleichzeitig müssen für ausgegebene Bonds/Staatsanleihen Zinsen ausbezahlt werden. Insgesamt ergibt sich für den Staat zu jedem Zeitpunkt die folgende Budgetbeschränkung.

$$\dot{b} + T = G + rb \tag{2.8}$$

Die Neuverschuldung \dot{b} zusammen mit den eingenommenen Steuern T müssen also gleich den Staatsausgaben G inklusive der Zinszahlungen rb sein. Analog zu den Haushalten kann nun auch der Staat seine Ausgaben nicht durch andauernde Neuverschuldung finanzieren. Wir leiten nun wiederum eine entsprechende intertemporale Budgetbeschränkung her. Dazu integrieren wir zuerst die Budgetbeschränkung für den Staat (2.8) und dividieren dann noch durch den Faktor $e^{\int_0^t r(u)du}$.

$$\begin{aligned} b(t) &= b(0)e^{\int_0^t r(u)du} + \int_0^t (G - T)e^{\int_s^t r(u)du} ds \\ b(t)e^{-\int_0^t r(u)du} &= b(0) + \int_0^t (G - T)e^{-\int_0^s r(u)du} ds \end{aligned}$$

Es entsprechen auch hier die abdiskontierten Nettoschulden zum Zeitpunkt t genau den Anfangsschulden plus der abdiskontierten Neuverschuldung in jedem Zeitpunkt bis t . Wendet man nun die No-Ponzi-Game condition $\lim_{t \rightarrow \infty} b(t)e^{-\int_0^t r(u)du} = 0$ auf die obige Gleichung an, erhält man die intertemporale Budgetbeschränkung für den Staat (2.9).

$$0 = b(0) + \int_0^\infty (G - T)e^{-\int_0^s r(u)du} ds \tag{2.9}$$

2.1.4 Marktgleichgewicht und Kapitalakkumulationsgleichung

Im nächsten Schritt werden wir alle drei Sektoren zusammenführen, die Marktgleichgewichte ermitteln und die Kapitalakkumulationsgleichung herleiten. Wie bereits im Abschnitt über den Produktionssektor beschrieben, ergeben sich für den Zinssatz und Lohn die folgenden gleichgewichtigen Werte

$$w = (1 - \alpha)A \left(\frac{k}{l}\right)^\alpha$$

$$r = \alpha A \left(\frac{k}{l}\right)^{\alpha-1} - \delta$$

Als nächstes stellen wir fest, dass im Vergleich zum klassischen Ramsey-Modell die Assets a der Haushalte nicht mit dem Realkapitalbestand überein stimmen, sondern sich aus Realkapital k und Staatsanleihen b zusammensetzen. Gleichzeitig können Assets nur von den Haushalten und nicht vom staatlichen Sektor gehalten werden. Damit ergeben sich die folgenden Gleichungen.

$$a = k + b \quad \longrightarrow \quad \dot{a} = \dot{k} + \dot{b} \quad (2.10)$$

Ausgehend von der Budgetgleichung der Haushalte erhalten wir durch Einsetzen der Gleichung (2.10), der Faktorpreise und der non-profit Bedingung die folgenden Umformungen

$$\begin{aligned} \dot{a} &= wl + ra - c - T = wl + rk + rb - c - T = \\ &= (1 - \alpha)A \left(\frac{k}{l}\right)^\alpha l + \left(\alpha A \left(\frac{k}{l}\right)^{\alpha-1} - \delta\right) (k + b) - c - T = \\ &= \underbrace{(1 - \alpha)A \left(\frac{k}{l}\right)^\alpha l + \alpha A \left(\frac{k}{l}\right)^{\alpha-1} k - \delta k - \delta b + \alpha A \left(\frac{k}{l}\right)^{\alpha-1} b - c - T}_{\text{no Profit condition: } Ak^\alpha l^{1-\alpha} = wl + (r+\delta)k} = \\ &= Ak^\alpha l^{1-\alpha} - \delta k - \delta b + \alpha A \left(\frac{k}{l}\right)^{\alpha-1} b - c - T \end{aligned}$$

Verwenden wir nochmals die Gleichung für den Zinssatz r und die Budgetgleichung des Staates in der Form $rb - T = \dot{b} - G$ erhalten wir

$$\begin{aligned} \dot{b} + \dot{k} &= y - \delta k + rb - c - T \\ \dot{b} + \dot{k} &= y - \delta k - c + \dot{b} - G \\ \dot{k} &= y - c - G - \delta k = Ak^\alpha l^{1-\alpha} - c - G - \delta k \end{aligned} \quad (2.11)$$

Gleichung (2.11) zeigt nun mehrere interessante Aspekte auf:

- Für den Fall, dass keine Staatsausgaben getätigt werden, erhalten wir die Kapitalakkumulationsgleichung aus dem Ramsey-Modell bzw. aus anderen neoklassischen Wachs-

tumsmodellen.

- Hat der staatliche Sektor nicht die Möglichkeit Bonds zu emittieren, d.h. die Staatsausgaben G stimmen zu jedem Zeitpunkt mit den Steuereinnahmen T überein, so können wir in Gleichung (2.11) G durch T ersetzen. Damit erhalten wir die klassische Akkumulationsgleichung, in der der verfügbare Output nach Steuern $y - T$ für Konsum oder Investitionen verwendet werden kann.
- Die Art der Finanzierung der Staatsausgaben spielt weder für die Eulergleichung noch für die Kapitalakkumulation eine Rolle, allein die Höhe der Staatsausgaben G ist entscheidend. Das heißt aber ebenso, dass ein Kredit-finanziertes staatliches Ausgabenprogramm den gleichen Effekt wie ein Einnahmen-finanziertes hat. (Ricardian Equivalenz)

Schlussendlich erhalten wir durch Kombination der intertemporalen Budgetbeschränkungen der Haushalte und des Staates aufgrund der Identität (2.10) die folgende intertemporale Budgetbeschränkung für die Kapitalakkumulation (2.12)

$$\int_0^{\infty} c e^{-\int_0^s r(u) du} ds = k(0) + \int_0^{\infty} w l e^{-\int_0^s r(u) du} ds - \int_0^{\infty} G e^{-\int_0^s r(u) du} ds \quad (2.12)$$

2.2 Phasendiagramm Analyse

In diesem Abschnitt wollen wir die Systemdynamiken genauer analysieren. Zusammenfassend beschreiben die beiden Differentialgleichungen (2.7) und (2.12) gemeinsam mit der intratemporalen Optimalitätsbedingung (2.6), also die Gleichungen

$$\frac{\dot{c}}{c} = \alpha A \left(\frac{k}{l} \right)^{\alpha-1} - \delta - \rho \quad (2.13)$$

$$\dot{k} = A k^{\alpha} l^{1-\alpha} - c - G - \delta k \quad (2.14)$$

$$(1 - \alpha) A \left(\frac{k}{l} \right)^{\alpha} = \frac{\beta c}{(1 - l)^{\gamma}} \quad (2.15)$$

das Verhalten der optimalen Kontrollen c und l und des Zustandes k für gegebene Startwerte k_0 und c_0 eindeutig. Die intertemporale Budgetbeschränkung (2.12) impliziert die Höhe des optimal gewählten Startkonsums c_0 für gegebenes Startkapital k_0 .¹ Um qualitative Ergebnisse zu erhalten werden wir uns zuerst der Analyse im Phasendiagramm im (k, c) -Raum widmen. Dazu berechnen wir zuerst die Isoklinen und ermitteln ihr qualitativen Eigenschaften.

2.2.1 Berechnung der Isoklinen

Entlang von Isoklinen bleibt eine Variable konstant, das heißt ihre Zeitableitung ist gleich 0. Ein Schnittpunkt der Isoklinen identifiziert dadurch ein langfristiges Gleichgewicht (Steady-State).

¹Die No-Ponzi-Game Bedingung (2.12) entspricht der Transverlatitätsbedingung, die in der optimalen Kontrolltheorie als notwendige Optimalitätsbedingung erfüllt sein muss.

Andererseits zerlegen die Isoklinen den Zustandsraum in Segmente, in denen die qualitative Entwicklung der Variablen sehr gut charakterisiert werden kann.

$\dot{c} = 0$ - Isokline

Wir starten mit der Berechnung der $\dot{c} = 0$ Isokline. Dazu setzen wir die intertemporale Eulergleichung (2.13) gleich Null und formen auf das Kapital pro Arbeitseinsatz $\left(\frac{k}{l}\right)$ um.

$$\alpha A \left(\frac{k}{l}\right)^{\alpha-1} - \delta - \rho = 0$$

$$\frac{k}{l} = \left(\frac{\delta + \rho}{\alpha A}\right)^{\frac{1}{\alpha-1}} = \left(\frac{\alpha A}{\delta + \rho}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}$$

Damit der Konsum über die Zeit hinweg konstant ist, müssen also Kapital und Arbeitseinsatz in einem konstanten Verhältnis zu einander liegen. Außerdem erfahren wir durch diese Gleichung, dass entlang der $\dot{c} = 0$ - Isokline gilt, dass $\frac{\partial l}{\partial k} = \left(\frac{\alpha A}{\delta + \rho}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}$.

Um genauer zu untersuchen, wie die Isokline im Phasendiagramm verläuft, versuchen wir die Ableitung $\frac{\partial c}{\partial k}$ unter der Bedingung $\dot{c} = 0$ zu ermitteln. Dazu verwenden wir die intra-temporale FOC, mit der wir

$$c = \frac{(1 - \alpha)A(1 - l)^\gamma}{\beta} \cdot \left(\frac{k}{l}\right)^\alpha$$

erhalten. Beachten wir nun, dass entlang der Isokline $\frac{k}{l}$ konstant ist, erhalten wir

$$\frac{\partial c}{\partial l} = \frac{-(1 - \alpha)A\gamma(1 - l)^{\gamma-1}}{\beta} \left(\frac{k}{l}\right)^\alpha = \frac{-\gamma c}{1 - l} < 0$$

Nun können wir mit Hilfe der Kettenregel die gewünschte Ableitung $\frac{\partial c}{\partial k}$ berechnen

$$\frac{\partial c(l(k))}{\partial k} = \frac{\partial c}{\partial l} \frac{\partial l}{\partial k} = \frac{-\gamma c}{1 - l} \left(\frac{\alpha A}{\delta + \rho}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} < 0$$

Die $\dot{c} = 0$ Isokline ist negativ geneigt, womit sich der Kapitalstock auf einem niedrigeren Level befinden muss um langfristig einen höheren konstanten Konsum zu ermöglichen. Dies ist ein weiterer Unterschied zum klassischen Ramsey-Modell (mit exogenem Arbeitsangebot) bei dem es einen einzigen Kapitalstock gibt, bei dem jedoch dann alle Konsumlevel konstant gehalten werden (was einer vertikalen Isokline im (k, c) -Phasenraum entspricht). Die Verbindung zwischen den beiden Modellen kann hergestellt werden indem wir den Grenzfall des komplett unelastischen Arbeitsangebots ($\gamma \rightarrow \infty$) in unserem Modell betrachten. Für diesen Fall gilt wie aus der letzten Gleichung ersichtlich $\frac{\partial c}{\partial k} \rightarrow -\infty$, was wiederum einer vertikalen Isokline im (k, c) -Phasenraum entspricht.

Schlussendlich bleibt noch anzumerken, dass weder die Position noch die Steigung der Isokline durch die Höhe der Staatsausgaben beeinflusst wird und somit auch nicht auf eine Veränderung derselbigen reagiert.

$\dot{k} = 0$ - Isokline

Als nächstes müssen wir noch die $\dot{k} = 0$ Isokline berechnen. Durch Nullsetzen der Kapitalakkumulationsgleichung (2.11) erhält man diese sofort.

$$c = Ak^\alpha l^{1-\alpha} - G - \delta k \quad (2.16)$$

Um auch hier wieder mehr Aussagen über den Verlauf treffen zu können, setzen wir in Gleichung (2.16) für $c = \frac{(1-\alpha)A(1-l)^\gamma}{\beta} \left(\frac{k}{l}\right)^\alpha$ (aus Gleichung (2.15)) ein und leiten nach k ab.

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial k} \left[\frac{(1-\alpha)A(1-l)^\gamma}{\beta} \left(\frac{k}{l}\right)^\alpha \right] &= \frac{\partial}{\partial k} [Ak^\alpha l^{1-\alpha} - G - \delta k] \\ -\frac{(1-\alpha)A\gamma}{\beta} \left(\frac{k}{l}\right)^\alpha (1-l)^{\gamma-1} \left(\frac{\partial l}{\partial k}\right) + \frac{(1-\alpha)A(1-l)^\gamma \alpha}{\beta} \left(\frac{l-k\frac{\partial l}{\partial k}}{l^2}\right) \left(\frac{k}{l}\right)^{\alpha-1} &= \\ &= A\alpha k^{\alpha-1} l^{1-\alpha} + A(1-\alpha)k^\alpha l^{-\alpha-1} \left(\frac{\partial l}{\partial k}\right) - \delta \end{aligned}$$

Durch Umformen und Herausheben erhält man den folgenden Hilfstern.

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial l}{\partial k}\right) \left[\underbrace{\frac{-(1-\alpha)A\gamma(1-l)^{\gamma-1}}{\beta} \left(\frac{k}{l}\right)^\alpha}_{=\frac{-\gamma c}{(1-l)}} - \underbrace{\frac{(1-\alpha)A\gamma(1-l)^\gamma \alpha}{\beta l} \left(\frac{k}{l}\right)^\alpha}_{=\frac{c\alpha}{k}} - A(1-\alpha) \left(\frac{k}{l}\right)^\alpha \right] &= \\ = A\alpha k^{\alpha-1} l^{1-\alpha} - \delta - \underbrace{\frac{(1-\alpha)A(1-l)^\gamma \alpha}{\beta k} \left(\frac{k}{l}\right)^\alpha}_{=\frac{c\alpha}{k}} \end{aligned}$$

Daraus ergibt sich nun für $\frac{\partial l}{\partial k}$ der folgende Term

$$\begin{aligned} \frac{\partial l}{\partial k} &= \frac{A\alpha \left(\frac{k}{l}\right)^{\alpha-1} - \delta - \frac{c\alpha}{k}}{-\frac{\gamma c}{1-l} - A(1-\alpha) \left(\frac{k}{l}\right)^\alpha - \frac{c\alpha}{l}} = -\frac{A\alpha k^{\alpha-1} l^{1-\alpha} - \delta - \frac{c\alpha}{k}}{\frac{\gamma c}{1-l} + A(1-\alpha) \left(\frac{k}{l}\right)^\alpha + \frac{c\alpha}{l}} = \\ &= -\frac{r - \frac{c\alpha}{k}}{w + \frac{\gamma c}{1-l} + \frac{c\alpha}{l}} \end{aligned}$$

Leiten wir nun Gleichung (2.16) nach k ab und verwenden unsere Erkenntnisse über $\frac{\partial l}{\partial k}$ erhalten wir

$$\begin{aligned} \frac{\partial c}{\partial k} &= A\alpha k^{\alpha-1} l^{1-\alpha} + A(1-\alpha)k^\alpha l^{-\alpha} \frac{\partial l}{\partial k} - \delta = \\ &= A\alpha k^{\alpha-1} l^{1-\alpha} + A(1-\alpha)k^\alpha l^{-\alpha} \left(-\frac{r - \frac{c\alpha}{k}}{w + \frac{\gamma c}{1-l} + \frac{c\alpha}{l}} \right) - \delta = \end{aligned}$$

$$= \underbrace{A\alpha k^{\alpha-1}l^{1-\alpha}}_{=r} - \delta + w \left(-\frac{r - \frac{\alpha c}{k}}{w + \frac{\gamma c}{1-l} + \frac{\alpha c}{l}} \right)$$

Wir verwenden in unserem Modell eine Cobb-Douglas Produktionsfunktion. Dadurch ergibt sich das Kapitaleinkommen als Anteil des Outputs² durch $\alpha y = Rk = (r + \delta)k$. Da wir uns weiterhin auf der $\dot{k} = 0$ -Isokline befinden gilt weiterhin $y = c + \delta k + G$. Damit folgt

$$(r + \delta)k = \alpha y = \alpha(c + \delta k + G)$$

$$rk = \alpha c - (1 - \alpha)\delta k + \alpha G$$

$$r = \alpha \frac{c}{k} - (1 - \alpha)\delta + \alpha \frac{G}{k}$$

Setzt man diesen Wert für r nun in die obige Gleichung für die Steigung der \dot{k} -Isokline ein, erhält man einen Zusammenhang, zwischen der Steigung der Isokline und den Staatsausgaben G .

$$\frac{\partial c}{\partial k} = r + w \frac{(1 - \alpha)\delta - \alpha \frac{G}{k}}{w + \frac{\gamma c}{1-l} + \frac{\alpha c}{l}}$$

Eine Erhöhung von G wirkt sich negativ auf die Steigung der Isokline aus. Das bedeutet, dass bei höheren Staatsausgaben nur ein geringerer Konsumzuwachs bei einer Erhöhung eines konstanten Kapitalstocks erzielt werden kann.

Einfluss der Staatsausgaben G

In diesem Abschnitt wollen wir genauer untersuchen, wie sich Veränderungen der Staatsausgaben auf die Eigenschaften des Phasendiagramms auswirken. Wir haben bereits im Abschnitt der $\dot{c} = 0$ -Isokline gezeigt, dass diese Isokline nicht von G beeinflusst wird.

Wir wollen nun weiters zeigen, dass sich nicht nur die Steigung der \dot{k} -Isokline mit den Staatsausgaben verändert (wie im letzten Abschnitt gezeigt), sondern dass die Isokline auch verschoben wird. Dazu setzen wir in Gleichung (2.16) für $c = \frac{(1-\alpha)A(1-l)^\gamma}{\beta} \left(\frac{k}{l}\right)^\alpha$ ein und leiten nach G ab.

$$\frac{\partial}{\partial G} \left[\frac{(1 - \alpha)A(1 - l)^\gamma}{\beta} \left(\frac{k}{l}\right)^\alpha \right] = \frac{\partial}{\partial G} [Ak^\alpha l^{1-\alpha} - G - \delta k]$$

²Leitet man die Cobb-Douglas Produktionsfunktion $y = Ak^\alpha l^{1-\alpha} = \alpha y + (1 - \alpha)y$ nach den Faktoren k und l ab, erhält man die Faktorpreise R und w .

$$R = \frac{\partial y}{\partial k} = \alpha Ak^{\alpha-1}l^{1-\alpha} = r + \delta$$

$$w = \frac{\partial y}{\partial l} = (1 - \alpha)Ak^\alpha l^{-\alpha}$$

Formt man nun die obige Produktionsfunktion etwas um, erhält man genau die Einkommensanteile für Kapital und Arbeit.

$$y = \alpha y + (1 - \alpha)y = \alpha Ak^\alpha l^{1-\alpha} + (1 - \alpha)Ak^\alpha l^{1-\alpha} = Rk + wl$$

$$\begin{aligned} & \frac{1-\alpha}{\beta} A \left[-\gamma(1-l)^{\gamma-1} \frac{\partial l}{\partial G} \left(\frac{k}{l} \right)^\alpha + (1-l)^\gamma \alpha \left(\frac{k}{l} \right)^{\alpha-1} \left(-\frac{k}{l^2} \frac{\partial l}{\partial G} \right) \right] = \\ & = A(1-\alpha)k^\alpha l^{-\alpha} \left(\frac{\partial l}{\partial G} \right) - 1 \end{aligned}$$

Durch Umformen erhält man die folgende Gleichung.

$$\frac{\partial l}{\partial G} \left[\underbrace{-\frac{A(1-\alpha)}{\beta} \gamma(1-l)^\gamma \left(\frac{k}{l} \right)^\alpha}_{=\frac{\gamma c}{(1-l)}} - \underbrace{(1-l)^\gamma \alpha \left(\frac{k}{l} \right)^{\alpha-1} \left(\frac{k}{l^2} \right) \frac{(1-\alpha)A}{\beta}}_{=\frac{\alpha c}{l}} - \underbrace{Ak^\alpha(1-\alpha)l^{-\alpha}}_{=w} \right] = -1$$

Damit erhalten wir, dass l und G folgendermaßen zusammenhängen.

$$\frac{\partial l}{\partial G} = \frac{1}{\frac{\alpha c}{l} + \frac{\gamma c}{(1-l)} + w}$$

Mit den obigen Ergebnissen können wir schließlich c aus Gleichung (2.16) nach G ableiten.

$$\frac{\partial c}{\partial G} = -1 + Ak^\alpha(1-\alpha)l^{-\alpha} \frac{\partial l}{\partial G} = -1 + \frac{w}{\frac{\alpha c}{l} + \frac{\gamma c}{1-l} + w} < 0$$

Da $\frac{\alpha c}{l} + \frac{\gamma c}{1-l}$ positiv sind, ist der Term $\frac{w}{\frac{\alpha c}{l} + \frac{\gamma c}{1-l} + w}$ kleiner als 1 und damit ist insgesamt $\frac{\partial c}{\partial G}$ negativ. Das bedeutet, dass bei einer Erhöhung der Staatsausgaben G die \dot{k} -Isokline nach unten verschoben wird. Ökonomisch kann dieses Ergebnis wie folgt interpretiert werden: Die höheren Staatsausgaben werden mit zusätzlich emittierten Bonds finanziert. Um das Realkapital nun konstant zu halten, müssen die Individuen mehr sparen als zuvor. Dies führt wiederum dazu, dass der Konsum eingeschränkt wird.

2.2.2 Phasendiagrammanalyse

In diesem Abschnitt wollen wir die ermittelten Ergebnisse über die Isoklinen graphisch in einem Phasendiagramm veranschaulichen. Abbildung 2.1 zeigt die Isoklinen, den Steady-State und den Transitions Pfad in der (k, c) -Ebene. Die dargestellten Abbildungen wurden alle mit den Parametern aus Tabelle 2.1 berechnet, bei denen wir uns an den Parametern aus Strulik u. Trimborn (2017) (Tabelle 1) orientieren.

α	δ	ρ	β	γ	ξ	η	G	A
0.38	0.07	0.038	1	1.5	0.3	1.1	0.1	1.5

Tabelle 2.1: Basis-Parameter für die Simulationsergebnisse

- Die beiden schwarzen Kurven repräsentieren die $\dot{k} = 0$ und die $\dot{c} = 0$ - Isoklinen. Die \dot{k} -Isokline ist ähnlich zu der im klassischen Ramsey-Modell und verläuft in dem von uns

betrachteten Bereich mit positivem Anstieg. Die \dot{c} -Isokline hingegen sinkt mit wachsendem k und ist wie schon in der analytischen Herleitung angemerkt keine vertikale Linie, da in unserem Modell das Arbeitsangebot endogen ist.

- Der rote Punkt beschreibt den Steady-State, also das langfristige Gleichgewicht und ist durch den Schnittpunkt der beiden Isoklinen bestimmt.
- Die blaue Kurve entspricht dem Transitionspfad der optimalen Lösung hin zum Steady-State. Er beschreibt außerdem, wie für ein beliebiges Startkapital k_0 der Startkonsum $c(0)$ gewählt werden muss, um die optimale Lösung zu erhalten. Der qualitative Verlauf dieses Pfades ist durch die 4 Doppelpfeile bestimmt. Jedes Paar von Richtungspfeilen ist für eines der vier Segmente gültig, in die der Phasenraum durch die Isoklinen aufgeteilt wird.

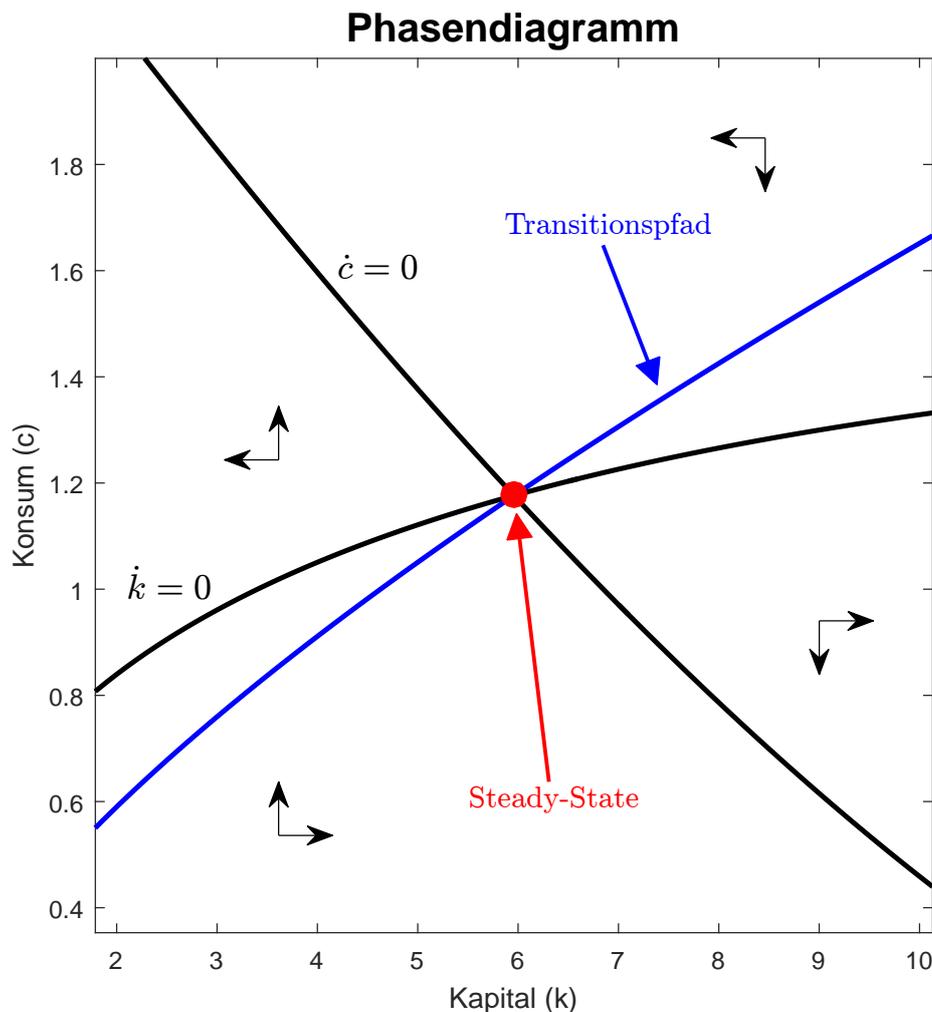


Abbildung 2.1: Phasendiagrammanalyse des optimalen Kontrollsystems im Basismodell

Einfluss der Staatsausgaben

In der analytischen Untersuchung der Isoklinen im vorhergehenden Abschnitt haben wir bereits gezeigt, wie die Isoklinen auf eine Veränderung der Staatsausgaben G reagieren und wollen auch dies nochmal anschaulich darstellen. In Abbildung 2.2 sind die Isoklinen und der Transitionspfad im Ausgangszustand (durchgezogene Linien) und bei einer Erhöhung der Staatsausgaben (gestrichelte Linien) dargestellt.

- Die \dot{c} -Isoklinie verändert sich (wie in der analytischen Herleitung gezeigt) nicht bei Variation der Staatsausgaben und daher stimmt diese Isoklinie für beide Szenarien überein.
- Die \dot{k} -Isoklinie hingegen verschiebt sich bei Erhöhung der Staatsausgaben nach unten (oder rechts je nach Betrachtung) und führt deshalb zu einem Steady-State mit höherem Kapitalstock, allerdings niedrigerem Konsum pro Kopf.
- Durch die Verschiebung der \dot{k} -Isoklinie verschiebt sich auch der Transitionspfad nach unten (blaue Linien).

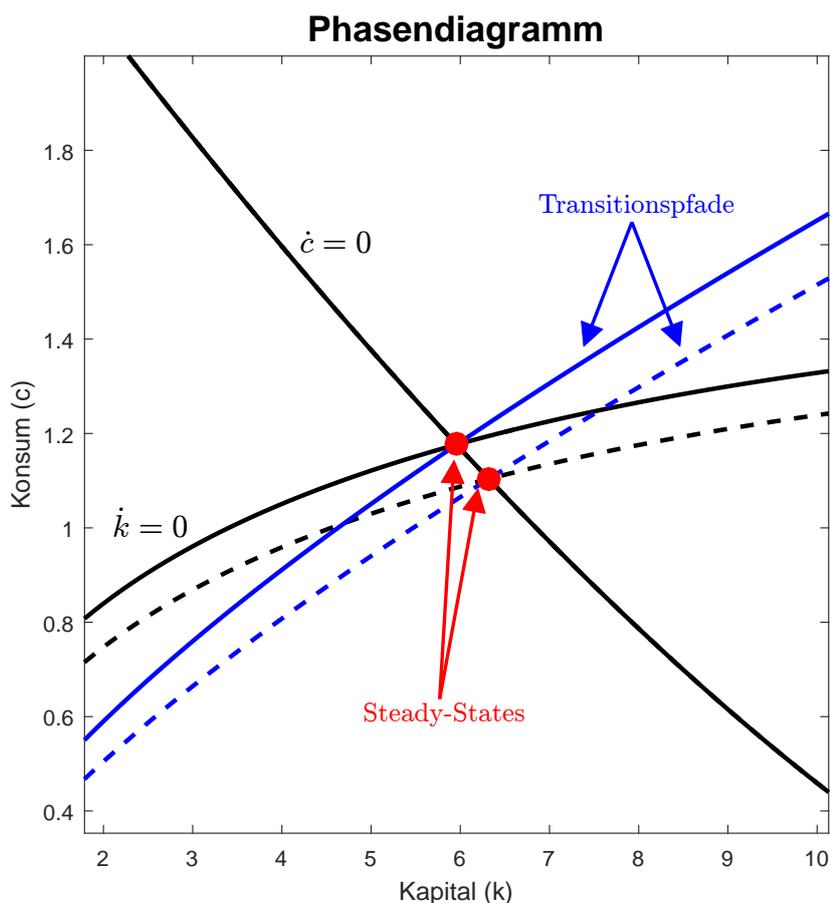


Abbildung 2.2: Veränderungen im Phasendiagramm bei erhöhten Staatsausgaben im Basismodell

2.3 Temporäres Staatsausgabenprogramm

Wir kehren nun zu unserer eigentlichen Fragestellung zurück und wollen analysieren wie sich ein temporäres Staatsausgabenprogramm auf die Ökonomie auswirkt. In Abbildung 2.3 ist beispielhaft ein Staatsausgabenprogramm G_{temp} , welches über 20 Quartale verläuft, dargestellt. Danach bleiben die Staatsausgaben wieder auf ihrem ursprünglichen Niveau G_{basic} . Die gestrichelte Linie stellt nun die konstanten Staatsausgaben für die gesamte Zukunft dar, die einen zum temporären Staatsausgabenprogramm identen Gegenwartswert aufweisen.

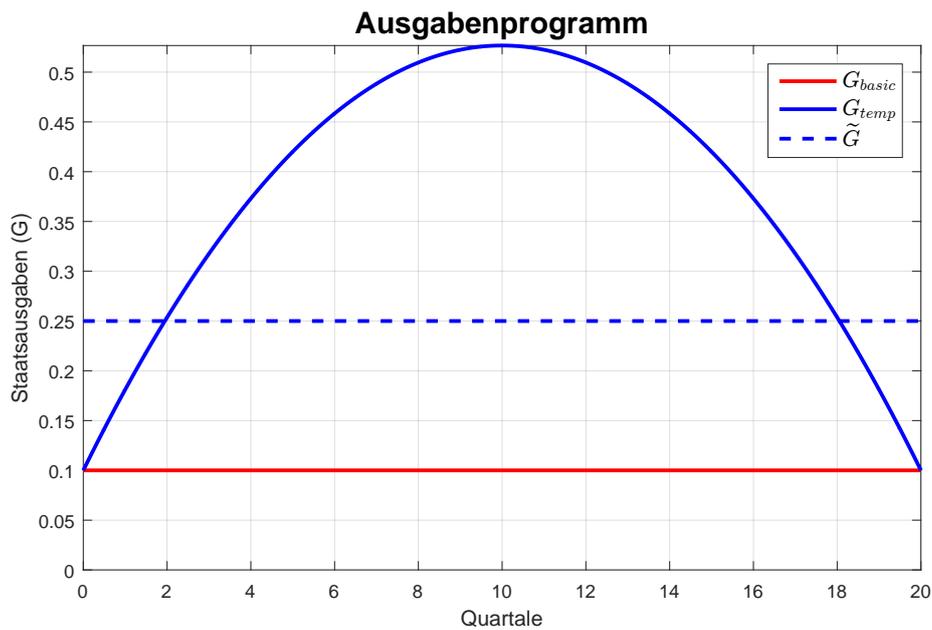


Abbildung 2.3: Höhe der Staatsausgaben während des quadratischen Staatsausgabenprogramms

2.3.1 Konstantes Ausgabenprogramm \tilde{G}

Um zunächst qualitative Ergebnisse über die Reaktion der Ökonomie zu erhalten, unabhängig von der speziellen Struktur des Programms, werden wir zuerst das konstante Ausgabenprogramm \tilde{G} analysieren. In diesen Fall folgt die optimale Lösung den Dynamiken, die durch die Unterteilung des Phasenraums durch die Isoklinen in 4 Bereiche bestimmt ist. Die Dynamik kann durch die zu Abbildung 2.1 analogen Pfeile dargestellt werden.

Wir nehmen im Folgenden an, dass wir uns vor Beginn des Ausgabenprogramms im Laissez-Faire Steady-State befunden haben, womit wir auch mit dem Steady-State Kapitalstock starten. Wir können nun unseren Startkonsum wählen, die Entwicklung danach ist dann allerdings durch die Optimalitätsbedingungen vorgegeben. Starten wir im Phasendiagramm oberhalb der gestrichelten \dot{k} -Isokline (d.h. mit einem relativ hohem Konsumwert) werden wir gemäß der Pfeile in Folge einen sinkenden Kapitalstock, gleichzeitig aber wachsenden Konsum beobachten. Konsumieren wir jedoch zu Beginn weniger, so dass wir unterhalb der gestrichelten \dot{k} -Isokline liegen, illustrieren uns die Pfeile, dass während der Konsum durchgehend ansteigt, der Kapitalstock

nach anfänglichem Zuwachs, abnehmen wird, sobald die gestrichelte \dot{k} -Isokline gekreuzt wird. Die Wahl unseres Startkonsums legt also die Entwicklung des optimalen Pfades fest.

Nachdem das temporäre Staatsausgabenprogramm geendet hat, stehen die Individuen aufgrund der Zeitinvarianz des Problems wieder vor der gleichen Situation mit konstanten Staatsausgaben G_{basic} . Für diese Fragestellung, wissen wir jedoch, dass wir uns optimalerweise entlang des (blauen) Transitionspfades in Abbildung 2.1 bewegen. Nun setzt sich unser optimaler Pfad aus Kapital k , Konsum c und Arbeitsangebot l aus 2 Phasen zusammen: Den Entscheidungen während und dem Verhalten nach Ende des Ausgabenprogramms. Ergebnisse aus der optimalen Kontrolltheorie liefern uns die Tatsache, dass es in einem Modell unserer Form entlang einer optimalen Lösung keine Sprünge in den Kozustandsvariablen geben kann. Da für λ , den Kozustand der Assets in der individuellen Optimierung gilt

$$\lambda = \frac{1}{c}$$

wissen wir, dass es entlang des optimalen Konsumpfades in unserem Modell keine Sprünge geben kann. Da wir nach Auslaufen des Programms auf den Transitionspfad aufspringen wollen, müssen wir daher bereits am Ende des Programms auf dem Pfad gelandet sein, damit der Zeitpfade des Konsums stetig bleibt. Dies führt nun zu dem Problem, dass wir unseren Startkonsum derart wählen müssen, so dass wir den Dynamiken des \tilde{G} -Systems folgend schlussendlich am Transitionspfad enden.

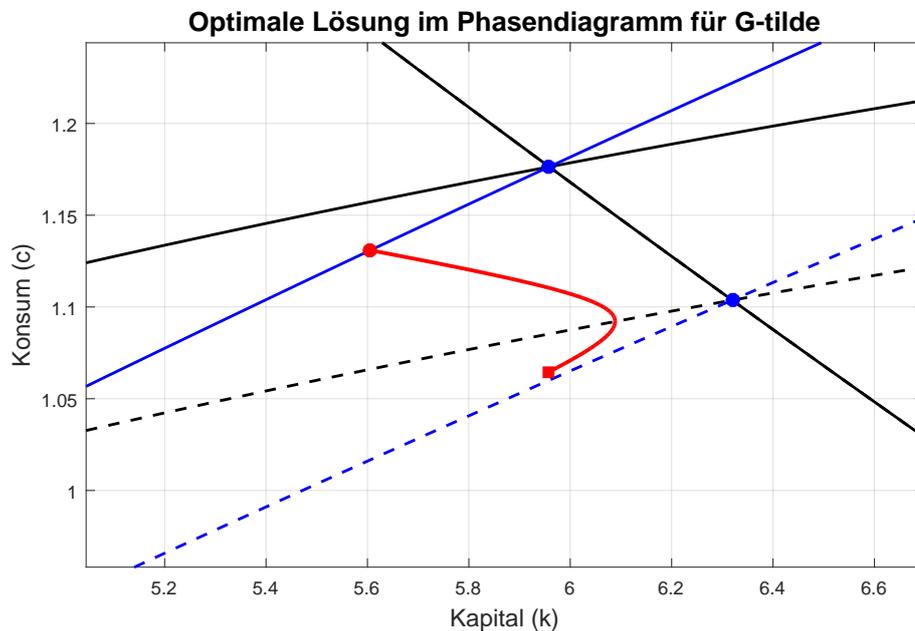


Abbildung 2.4: Optimale Kontrollen (c, l) und Zustand (k) während des konstanten Staatsausgabenprogramms \tilde{G} im (k, c) - Phasendiagramm

Abbildung 2.4 zeigt uns nun, dass wir für einen durch das Ausgabenprogramm in Abbildung 2.3 induzierten Wert von \tilde{G} den Startkonsum unterhalb der gestrichelten \dot{k} -Isokline wählen (rotes Quadrat). Dies führt wie oben beschrieben dazu, dass zumindest kurzfristig am Beginn des Ausgabenprogramms ein angestrebten Kapitalzuwachs erreicht werden kann. Da

wir allerdings oberhalb des \tilde{G} -Transitionspfades starten, wird die optimale Trajektorie nach gewisser Zeit die Isokline passieren. Ab diesem Zeitpunkt wird das Kapital wieder abnehmen. Da wir am Ende des Ausgabenprogramms den G_{basic} -Transitionspfad erreichen wollen, sinkt der Kapitalstock nach einer gewissen Zeit unter den Steady-State Wert und liegt nach auslaufen des Programms deutlich darunter (roter Punkt). Bei Betrachten eines Ausgabenprogramms mit identem Gegenwartswert der Staatsausgaben, jedoch kürzer Laufzeit würden wir einen Startpunkt oberhalb der verschobenen \dot{k} -Isoklinen erhalten und somit direkt eine Abnahme im Kapitalstock beobachten.

Der private Konsum liegt hingegen zu jedem Zeitpunkt deutlich unter dem Steady-State-Wert, was zu einem Rückgang in Nutzen durch privaten Konsum führt. Andererseits gewinnen die Individuen zusätzlichen Nutzen durch die erhöhten Staatsausgaben, also dem erhöhten öffentlich Konsum.

Um die zeitliche Entwicklung des Zustandes (Kapital) und der Kontrollen (Konsum und Arbeitsangebot) genauer analysieren zu können, haben wir diese in Abbildung 2.5 im Zeitverlauf von Beginn ($t = 0$) bis Ende ($t = 20$) des Ausgabenprogramms abgebildet. Wir betrachten dabei nicht die weniger aussagekräftigen absoluten Werte, sondern relativ zu ihren Steady-State-Werten. Die Entwicklungen der drei Größen können dabei wie folgt zusammengefasst werden.

- Kapital k

Der qualitative Verlauf des Kapitalstock war bereits im Phasendiagramm ersichtlich, nun können wir jedoch genauer das Ausmaß der Veränderung und signifikante Zeitpunkte aus Abbildung 2.5 ablesen. Wir sehen, dass der Kapitalstock nach ca. 8 Quartalen des Programms seinen maximalen Wert erreicht, welcher 2% über dem Steady-State-Wert liegt. Nach ungefähr 15 Quartalen fällt das Kapital unter den Steady-State-Wert und am Ende des Programms ist der Kapitalstock insgesamt 6% unter den Startwert gesunken.

- Konsum c

Wie bereits beschrieben, wird der Startkonsum deutlich niedriger als im Steady-State gewählt. Von diesem Startwert von 90,7% des gleichgewichtigen Wertes ausgehend steigt der private Konsum kontinuierlich an und erreicht am Ende des Ausgabenprogramms wieder 96%.

- Arbeitsangebot l

Über das Arbeitsangebot konnten im Phasendiagramm in der (k, c) -Ebene keine Aussagen getroffen werden. In Abbildung 2.5 sehen wir nun, dass l zu Beginn 7% über dem Ausgangswert liegt und im Zeitverlauf kontinuierlich abnimmt, bis es schlussendlich nur noch 1,2% über dem langfristig optimalen Wert liegt.

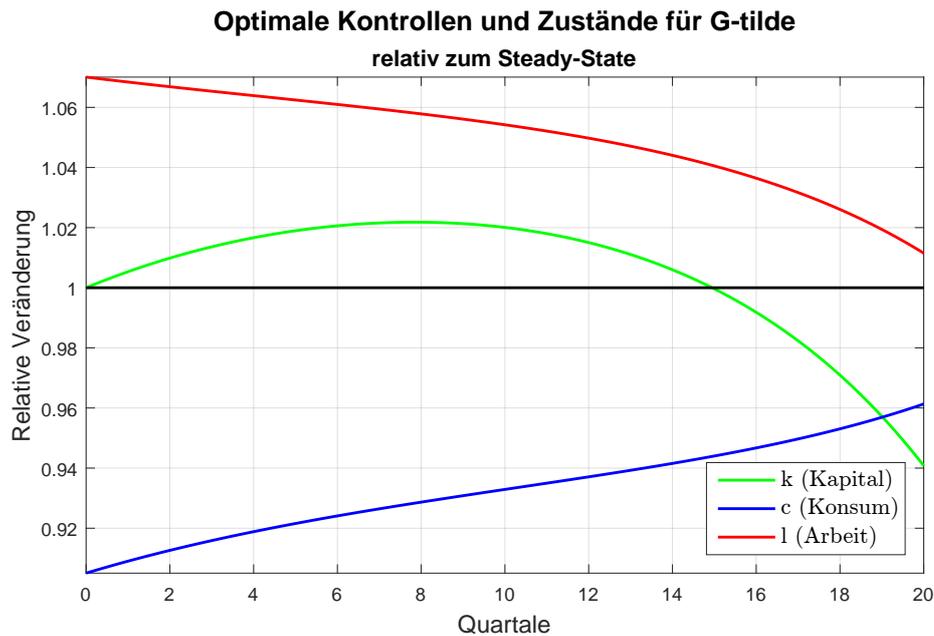


Abbildung 2.5: Optimale Kontrollen (c , l) und Zustand (k) während des konstanten Staatsausgabenprogramms relativ zu ihren Steady-State-Werten im Basismodell

2.3.2 Quadratisches Ausgabenprogramm \tilde{G}

Da wir nun ausreichend den qualitativen Einfluss eines Staatsausgabenprogramms der Höhe \tilde{G} untersucht haben, wollen wir auch noch quantitative Ergebnisse in Abhängigkeit der Form der Staatsausgaben im zeitlichen Verlauf betrachten. Zuerst wollen wir den Einfluss eines quadratischen Ausgabenprogramms wie in Abbildung 2.3 (blaue Linie) analysieren. Abbildung 2.6 zeigt, dass sich der Verlauf im Phasendiagramm (grüne Linie) deutlich vom Ausgabenprogramm \tilde{G} (rote Linie) unterscheidet.

Wir starten zwar mit einem deutlich geringerem Konsumniveau, dann allerdings steigt der Kapitalstock signifikant stärker an und steigt sogar über das Steady-State-Level für Staatsausgaben in der Höhe von \tilde{G} . Der Konsum steigt zur gleichen Zeit von seinem bereits sehr niedrigem Niveau zuerst nur langsam an und erreicht erst nach relativ langer Zeit den Startwert des Konsums im konstanten Ausgabenprogramm. Der Kapitalstock seinerseits sinkt für einen längeren Zeitraum nachdem er sein Maximum erreicht hat und steigt erst kurz vor Ende des Programms wieder leicht an. Schlussendlich springt die Ökonomie im Vergleich zum konstanten Ausgabenprogramm deutlich unterhalb, d.h. mit einem geringeren Kapitalstock und geringerem Konsumlevel wieder auf den Transitionspfad auf. Insgesamt ist unsere Grundprämisse, dass sich das Ausgabenprogramm am Ende negativ auf den Kapitalstock auswirkt, daher auch in diesem Fall bestätigt. Insgesamt verdeutlicht diese spezielle Entwicklung während des Ausgabenprogramms noch stärker, dass

- zwar in der kurzen Frist positive Effekte auf den Kapitalstock erzeugt werden können,
- in der mittleren Frist ein solches Staatsausgabenprogramm allerdings zu deutlichen Einbußen im Kapitalstock und Konsumniveau führt.

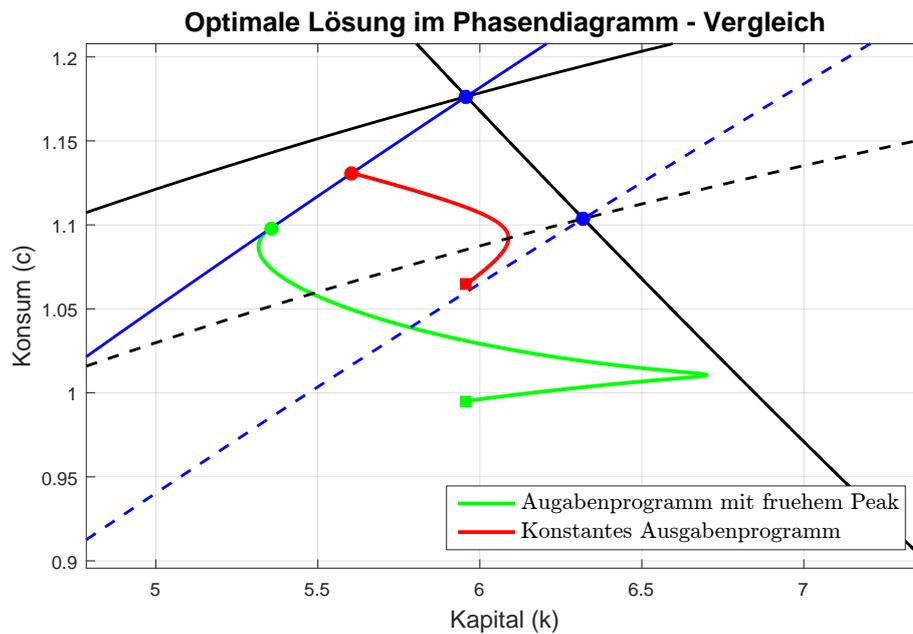


Abbildung 2.6: Optimale Kontrollen (c , l) und Zustand (k) während eines quadratischen und konstanten Staatsausgabenprogramms G im (k, c) - Phasendiagramm im Basismodell

In Abbildung 2.7 vergleichen wir nochmals genauer die zeitlichen Verläufe des Kapitals, Konsums und Arbeitsangebots. Die Grafik verdeutlicht, dass sich die optimalen Werte für die drei Variablen (Kapital, Konsum, Arbeitsangebot) für das quadratische (durchgezogene Linien) und das korrespondierende konstante Programm (gestrichelte Linie) doch deutlich unterscheiden. Die qualitativen Eigenschaften der Verläufe ähneln sich hingegen.

- Kapital k

Auf den Kapitalstock hat die unterschiedliche Struktur des Ausgabenprogramms wohl den größten Einfluss. Der Kapitalstock steigt, wie bereits erwähnt, zu Beginn wesentlich stärker an und der maximale Kapitalstock liegt 12,5% über dem Steady-State-Kapitalstock. Nachdem dieser Wert erreicht wurde, nimmt das Kapital jedoch wesentlich stärker ab, als im Fall der konstanten Staatsausgaben, fällt früher unter den Ausgangswert (13 Quartale vs. 15 Quartale) und auch der minimale Wert ist deutlich geringer. Da das Kapital nach ca. 19 Quartalen jedoch wieder ansteigt, endet das Staatsausgabenprogramm in beiden Fällen mit einem ähnlichen Kapitalstock.

- Konsum c

Der Verlauf des Konsums ähnelt sich in beiden Fällen in den ersten 10 Quartalen stark, wobei er sich im Falle des quadratischen Programms auf einem niedrigen Niveau bewegt. Der Startwert liegt dabei knapp 6% des Steady-State-Wertes unter dem des konstanten Programms. Erst in der zweiten Hälfte des Zeithorizontes steigt der Konsum im Falle des quadratischen Programms stärker an, so dass die Differenz schlussendlich nur noch 2,8% beträgt

- Arbeitsangebot l

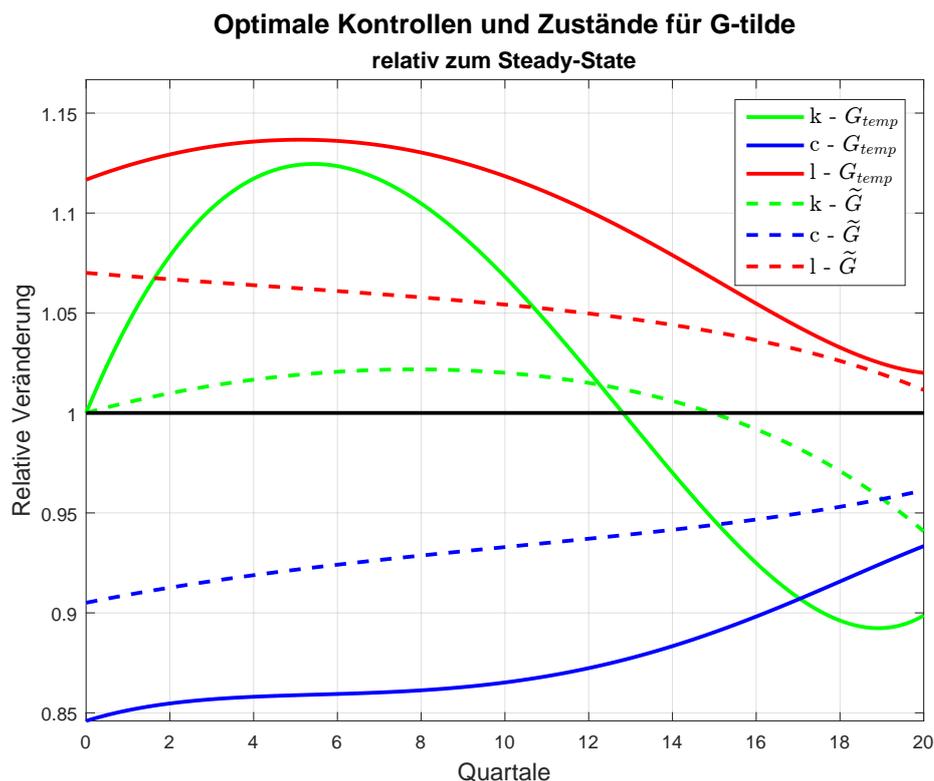


Abbildung 2.7: Optimale Kontrollen (c , l) und Zustand (k) während eines quadratischen und konstanten Staatsausgabenprogramms relativ zu ihren Steady-State-Werten im Basismodell

Im Vergleich zum konstanten Ausgabenprogramm liegt das Arbeitsangebot in den ersten 12 Quartalen deutlich über dem des konstanten Programms und erreicht Werte bis zu 13,7% über dem ursprünglichen gleichgewichtigen Wert. Danach fällt aber das Arbeitsangebot stärker ab und endet für beide möglichen Ausgabenprogramme auf einem ähnlich Level.

2.3.3 Ausgabenprogramm mit frühem Peak

Eine weitere mögliche Form des Ausgabenprogramms wäre ein Programm mit einem frühen Peak. Dies bedeutet, dass das Maximum der Ausgaben bereits am Anfang des Programms erreicht wird und sie danach wieder stärker abnehmen. Eine derartige Struktur ist in Abbildung 2.8 dargestellt. Die Höhe der Ausgaben ist dabei so normiert, dass der Gegenwartswert \tilde{G} mit dem des quadratischen Programms aus dem letzten Abschnitt übereinstimmt.

Wir betrachten nun auch für diesen Fall die optimale Trajektorie im Phasendiagramm und sehen, dass sich diese deutlich von der des quadratischen Programms unterscheiden (Abbildung 2.9). Der temporär positive Effekt des Ausgabenprogramms auf den Kapitalstock ist in diesem Fall nicht nur geringer sondern auch von kürzerer Dauer. Der Startkonsum wird dabei auf fast 75% des Steady-State-Wertes und somit deutlich stärker als in den anderen Programmen gesenkt³. Im Zeitverlauf nimmt das Kapital anschließend stark ab und bleibt bis zum Ende

³Zum Vergleich die Werte der anderen Programme. Quadratischen Programm: 85%. Konstantes Programm:

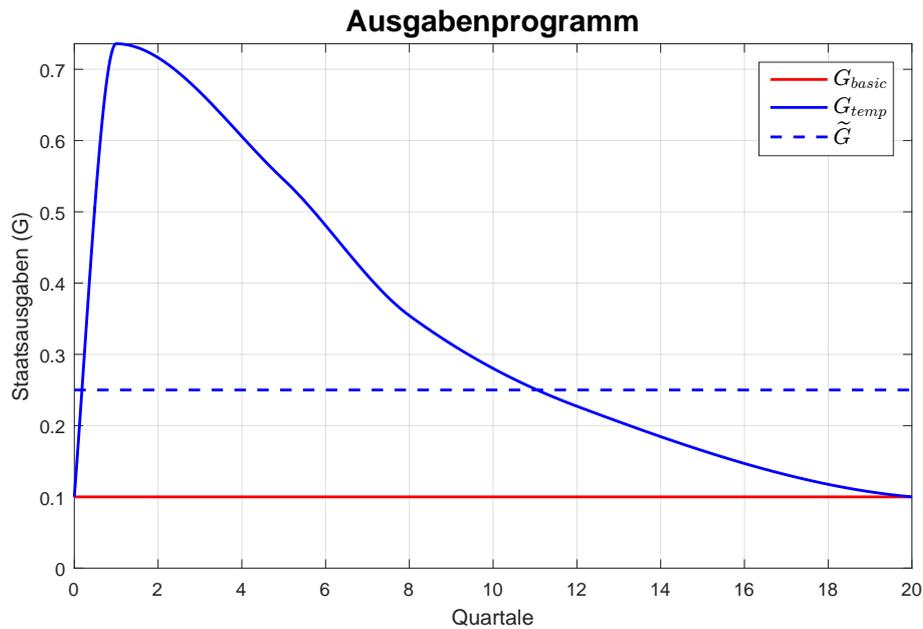


Abbildung 2.8: Struktuelle Form des Ausgabenprogramms mit einem frühen Peak („Frühes Ausgabenprogramm“)

signifikant unter dem Steady-State-Wert. Allerdings befindet sich die Ökonomie am Ende des Ausgabenprogramms wieder in einer ähnlichen Position auf dem Transitionspfad wie im Falle des konstanten Programmes.

Abbildung 2.10 zeigt nun nochmals die Variablen im zeitlichen Verlauf. Dabei wird ersichtlich, dass für diese Form des Staatsausgabenprogramms der negative Effekt auf den Kapitalstock am Ende des Zeithorizontes deutlich geringer als für die anderen untersuchten Formen ausfällt. Andererseits ist der positive temporäre Effekt zwar von ähnlicher Höhe wie beim konstanten Ausgabenprogramm, allerdings liegt der Kapitalstock bereits zum Ende des zweiten Quartales des auf 20 Quartale ausgelegten expansiven Programms unter dem ursprünglichen Steady-State Wertes.

Abbildung 2.10 stellt die Variablen wieder im Zeitverlauf dar und verdeutlicht dabei wie signifikant sich das Programm mit frühem Peak vom konstanten unterscheidet.

- Kapital k

Durch ein derartiges expansives Staatsausgabenprogramm wächst der Kapitalstock zwischenzeitlich lediglich um 2,4% an. Zugleich ist jeglicher positive Effekt auf das Kapital nach kurzer Zeit verschwunden und bereits nach den ersten beiden Quartalen ist der Kapitalstock unter den Ausgangswert gesunken.

- Konsum c

Wie bereits beschrieben erfährt der private Konsum einen deutlicheren Schock und liegt zu Beginn auf nur 75% des langfristig gleichgewichtigen Wertes. Danach steigt der Konsum jedoch vergleichsweise stärker an und der Unterschied zum konstanten Ausgaben-

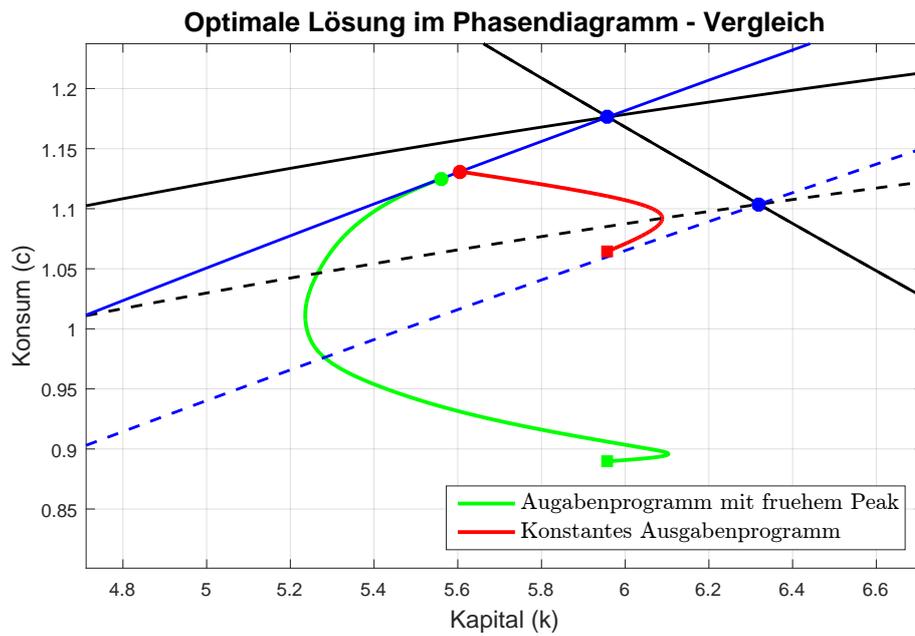


Abbildung 2.9: Optimale Kontrollen (c , l) und Zustand (k) während eines frühen und konstanten Staatsausgabenprogramms G im (k, c) - Phasendiagramm im Basismodell

programm nimmt sukzessive ab.

- Arbeitsangebot l

Das Arbeitsangebot nimmt zu Beginn verglichen mit dem konstanten Programm dreimal stärker zu und liegt damit knapp 20% über dem Ausgangswert. In den ersten 10 Quartalen geht das Angebot allerdings schneller zurück, womit in der zweiten Hälfte des Zeithorizontes der Verlauf für die beiden Programme sehr ähnlich ist.

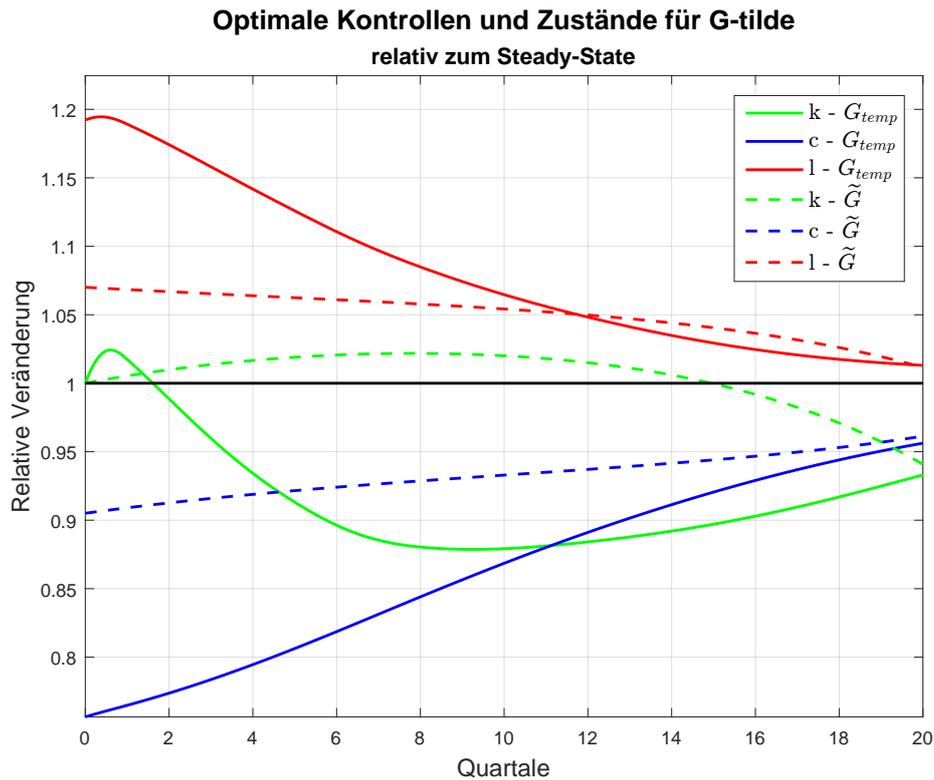


Abbildung 2.10: Optimale Kontrollen (c , l) und Zustand (k) während des frühen und konstanten Staatsausgabenprogramms relativ zu ihren Steady-State-Werten im Basismodell

2.3.4 Der Staatsausgabenmultiplikator

Da sich der Begriff des Staatsausgabenmultiplikators grundsätzlich auf den Output einer Ökonomie bezieht, sind die bisher gefundenen Resultate zwar grundsätzlich weiterhin stark von Bedeutung und sehr aussagekräftig, sie liefern jedoch nicht direkt die gesuchten Ergebnisse über den Multiplikator. Deshalb werden wir in diesem Abschnitt die Entwicklung des Outputs $y = Ak^\alpha l^{1-\alpha}$ für die drei illustrierten Staatsausgabenprogramme analysieren und mit dem potentiellen Multiplikator im Falle dauerhaft erhöhter Staatsausgaben vergleichen.

Es ist aufgrund der bisherigen Ergebnisse intuitiv klar, dass der Staatsausgabenmultiplikator

- zu Beginn auf Grund des erhöhten Arbeitsangebotes und des zumindest kurzfristigen Anstieges des Kapitalstocks positiv ist.
- im Laufe des Ausgabenprogramms abnimmt, da sowohl Arbeitsangebot und Kapitalstock nach gewisser Zeit ihr Maximum erreicht haben und daraufhin wieder abnehmen.
- am Ende des Programms negativ ist, da der Output entlang des linken Astes des Transitionspfades unter dem Steady-State-Wert liegt.

Es bleibt allerdings zu untersuchen, wie lange der Staatsausgabenmultiplikator bei den verschiedenen Ausgabenprogramm positiv bleibt. In Abbildung 2.11 sind nun die zeitlichen Verläufe

des Outputs y relativ zum Steady-State-Wert für die verschiedenen Szenarien abgebildet. Wir erkennen, dass der Einfluss auf die Produktion zu Beginn für alle Varianten des Ausgabenprogramms positiv ist. Für das quadratische Programm und das Programm mit einem frühen Peak ist der Effekt sogar stärker als im Falle einer dauerhaften Erhöhung der Staatsausgaben.

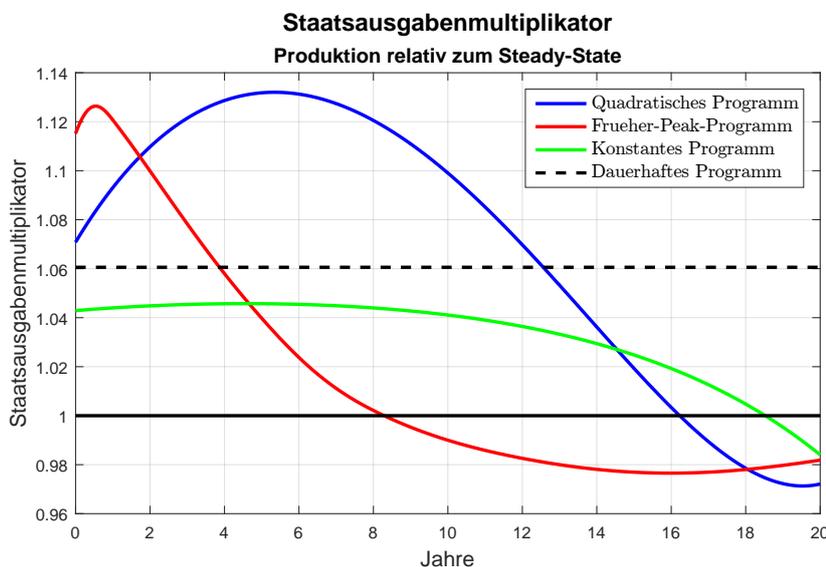


Abbildung 2.11: Staatsausgabenmultiplikator (Produktion relativ zum Steady-State) für verschiedene Ausgabenprogramme im Basismodell

Im Zeitverlauf nimmt der positive Effekte ab einem gewissen Punkt für alle Szenarien ab und schlussendlich wirkt sich das Ausgabenprogramm am Ende der Laufzeit in allen Fällen negativ auf die Produktion aus. Die verschiedenen Formen unterscheiden sich allerdings noch in dem Zeitraum, für den sie die positiven Effekte erhalten können. Für das Programm mit frühen Peak fällt der Multiplikator bereits nach knapp 8 Quartalen unter 1 und für das quadratische Programm nach 16 Quartalen. Für das konstanten Programm bleibt der Effekt bis kurz vor Ende der Laufzeit positiv und erst in den letzten 1,5 Quartalen liegt die Produktion unter dem Level des ursprünglichen Steady-States.

Wir möchten nun noch darauf hinweisen, dass der Begriff Staatsausgabenmultiplikator in der Literatur für gewöhnlich die Veränderung der Produktion bei Erhöhung der Staatsausgaben (also den $\frac{\Delta Y}{\Delta G}$) beschreibt. Da die Produktion in unserem Modell jedoch nicht nur von den Ausgaben zum gleichen Zeitpunkt abhängt, sondern von dem gesamten Verlauf der Ausgaben, haben wir uns entschieden die Entwicklung der Produktion relativ zu ihrem Ausgangswert zu untersuchen (also $\frac{Y(G)}{\bar{Y}}$).

Natürlich besteht zwischen den beiden Werten dennoch der folgende Zusammenhang

$$\frac{\partial Y(G)}{\partial G} > 0 \quad \iff \quad \frac{Y(G)}{\bar{Y}} > 1$$

Der „klassische“ Staatsausgabenmultiplikator ist also genau dann positiv, wenn der neue Output relativ zum Steady-State größer als eins ist.

2.3.5 Ökonomische Interpretation

In den letzten Abschnitten haben wieder ausführlich analysiert wie sich die Ökonomie während diverser expansiven Programme verhält. Nun wollen wir allerdings noch herausfinden und argumentieren warum sie sich so verhält. Dazu rufen wir uns in Erinnerung, dass sich die Ökonomie aufgrund der Ricardian Equivalenz bei einem kredit-finanzierten und einem einnahmenbasierten Ausgabenprogramm ident verhält. Damit können wir einerseits die Ergebnisse im Sinne eines einnahmenbasierten Programms interpretieren, als auch über die emittierten Bonds argumentieren.

Daher können wir in der Budgetgleichung der Haushalte (2.2) zu Interpretationszwecken auch die Pauschalsteuern T durch die Staatsausgaben G ersetzen und erhalten

$$\dot{a} = wl + ra - c - G$$

Dabei erkennen wir, dass eine Erhöhung der Staatsausgaben zu einer Verringerung des disponiblen Einkommens der Haushalte führt. Da sowohl Freizeit als auch privater Konsum normale Güter sind, werden die Haushalte auf diese finanziellen Beschneidungen mit einer Reduzierung von beiden Gütern reagieren. Weniger Freizeit bedeutet allerdings natürlich, dass die Haushalte ihr Arbeitsangebot erhöhen. Höherer Arbeitseinsatz wiederum führt zu einer höheren Grenzproduktivität des Kapital, womit auch der Zinssatz ansteigt. Dieser erhöhte Zinssatz motiviert nun natürlich weitere Investitionen in Kapital, wodurch natürlich der Zinssatz wieder abnimmt. Würden die erhöhten Staatsausgaben dauerhaft eingeführt werden, würde der Kapitalstock so lange zunehmen, bis der Zinssatz wieder $\rho - \delta$ entspricht und die Ökonomie am neuen Steady-State angekommen ist, der einen höheren Kapitalstock und geringeren privaten Konsum aufweist.⁴

Warum sinkt der Kapitalstock nun allerdings bei einem temporären Programm bereits im Laufe des Zeithorizontes wieder ab und unter den ursprünglichen Steady-State-Wert? Die Antwort steckt in einem Verdrängungseffekt der staatlichen Ausgaben. Da die Ausgaben während des temporären Programms (bei gleichem Gegenwartswert) pro Zeiteinheit höher sind, muss der Staat zusätzlich zu den Steuereinnahmen zusätzliche Bonds emittieren. Damit allerdings werden die Individuen nun zumindest teilweise in staatlich Bonds investieren anstatt ihre Ersparnisse privat anzulegen. Die öffentlichen Ausgaben verdrängen also die privaten Investitionen. Das dadurch induzierte Absinken des Kapitalstocks führt zwar zu einem höheren Zinssatz, dieser Effekt kann die Kapitaleinbußen jedoch nur partiell kompensieren. Nach Ende des Ausgabenprogramms investieren die Haushalte wieder rein in privates Kapital, wodurch der Kapitalstock damit auch wieder ansteigt. Dieser Anstieg entspricht der Bewegung entlang des Transitionspfades zurück zum alten Gleichgewicht.

Schlussendlich wollen wir noch auf die Unterscheidung zwischen Wohlfahrt und Produktion in unserem Modell hinweisen. Häufig wird zumindest bei der Behandlung empirischer Daten das Bruttoinlandsprodukt (also die gesamtwirtschaftliche Produktion) mit dem Wohlstand einer Ökonomie gleichgestellt. In unserem Modell allerdings kann der Wohlstand der Ökonomie

⁴Siehe Abbildung 2.2

viel mehr mit dem Nutzen als mit der Produktion identifiziert werden. Nun haben wir in Abbildung 2.11 gesehen, dass eine langfristige Erhöhung der Staatsausgaben zu einer langfristigen Erhöhung der Produktion führt (Der langfristige Ausgabenmultiplikator ist positiv). Viel weniger eindeutig ist die Reaktion des Lebensnutzens auf diese langfristige Erhöhung. Aus diesem Grund können wir zwar Aussagen über die Veränderung der Produktion und anderer einzelner Größen machen, für eine Wohlfahrtsanalyse müssten allerdings noch einige weitere Schritte gesetzt werden.

3 | Modellerweiterung mit diversen steuerlichen Maßnahmen

In diesem Kapitel wollen wir betrachten, ob mit Hilfe von zusätzlichen Steuern der negative Effekt am Ende des Staatsausgabenprogramms abgefedert werden kann, bzw. auch allgemein analysieren, wie sich die Einführung von Steuern auf das Verhalten der Ökonomie auswirkt.

3.1 Modell

Wir erweitern das Modell aus Kapitel 2 um drei verschiedene Steuerformen. Diese Steuern werden dabei zusätzlich zu den bereits im Benchmark-Modell vorhandenen Pauschalsteuern T eingeführt. Die drei verschiedenen Steuerformen lauten wie folgt:

- *Lohnsteuer*: Die Haushalte zahlen auf ihren Lohn wl eine Steuer mit einem Anteil von τ_w . \implies Damit bleibt ihnen ein Arbeitseinkommen von $(1 - \tau_w)wl$
- *Kapitalertragssteuer*: Die Einnahmen aus Kapital ra der Haushalte werden mit dem Anteil τ_a besteuert. \implies Der Ertrag aus Kapital beträgt damit insgesamt $(1 - \tau_a)ra$.
- *Konsumsteuer*: Zusätzlich zu den Steuern auf der Einkommenseite wird auf der Ausgabenseite auch der Konsum der Individuen mit dem Faktor τ_c besteuert. \implies Dies bedeutet, dass für Konsum in Höhe von c Kosten in Höhe von $(1 + \tau_c)c$ entstehen.

3.1.1 Haushaltssektor

Die Einführung der oben beschriebenen steuerlichen Maßnahmen verändert nun natürlich das Optimierungsproblem, dem die Haushalte gegenüber stehen und somit klarerweise auch ihr Verhalten. Während die Entscheidungs- oder Kontrollvariablen unverändert bleiben (die Haushalte können weiterhin über ihren Konsum und ihr Arbeitsangebot entscheiden) und auch die Nutzenfunktion mit der des Benchmark-Modells übereinstimmt, nimmt die Budgetbeschränkung durch die eingeführten Steuern eine neue Form an. Die Assets der Haushalte folgen nun im Zeitverlauf der folgenden Dynamik.

$$\dot{a} = (1 - \tau_w)wl + (1 - \tau_a)ra - (1 + \tau_c)c - T$$

Das Investment in Assets \dot{a} entspricht dem verfügbaren Einkommen aus Arbeit und Kapital $(1 - \tau_w)wl + (1 - \tau_a)ra$ weniger den Konsumausgaben $(1 + \tau_c)c$ und Pauschalsteuern T . Damit sehen

sich die Haushalte analog zum Benchmark-Modell dem folgenden optimalen Kontrollmodell konfrontiert.

$$\max_{c(t), l(t)} \int_0^{\infty} e^{-\rho t} \left(\log(c(t)) + \beta \frac{(1-l(t))^{1-\gamma} - 1}{1-\gamma} + \xi \frac{G(t)^{1-\eta} - 1}{1-\eta} \right) dt \quad (3.1)$$

$$\dot{a} = (1 - \tau_w)wl + (1 - \tau_a)ra - (1 + \tau_c)c - T \quad (3.2)$$

Auch in diesem Fall werden wir die Optimalitätsbedingungen mit Hilfe der Hamiltonfunktion in Gegenwartwertschreibweise herleiten. Die Hamiltonfunktion hat in diesem Modell die Form:

$$H(c, l, \lambda) = \log(c) + \beta \frac{(1-l)^{1-\gamma} - 1}{1-\gamma} + \xi \frac{G^{1-\eta} - 1}{1-\eta} + \lambda((1 - \tau_w)wl + (1 - \tau_a)ra - (1 + \tau_c)c - T)$$

Die Gleichungen (3.3) und (3.4) stellen wieder die FOC in Bezug auf c und l dar und die Gleichung (3.5) beschreibt die Entwicklung der Kozustandsvariable λ .

$$\frac{\partial H}{\partial c} = \frac{1}{c} - (1 + \tau_c)\lambda = 0 \quad \longrightarrow (1 + \tau_c)\lambda = \frac{1}{c} \quad \longrightarrow \frac{\dot{\lambda}}{\lambda} = -\frac{\dot{c}}{c} \quad (3.3)$$

$$\frac{\partial H}{\partial l} = -\beta(1-\gamma) \frac{(1-l)^{-\gamma}}{(1-\gamma)} + \lambda(1 - \tau_w)w = 0 \quad \longrightarrow w = \frac{\beta(1-l)^{-\gamma}}{(1 - \tau_w)\lambda} \quad (3.4)$$

$$\dot{\lambda} = \rho\lambda - \frac{\partial H}{\partial a} = \rho\lambda - \lambda(1 - \tau_a)r \quad \longrightarrow \dot{\lambda} = \lambda(\rho - (1 - \tau_a)r) \quad (3.5)$$

Durch die Kombination der obigen Gleichungen ergeben sich folgende Lösungen für den Lohn w und die intertemporale Eulergleichung.

$$w = \frac{\beta c(1 + \tau_c)}{(1 - \tau_w)(1 - l)^\gamma} \quad (3.6)$$

$$\frac{\dot{c}}{c} = (1 - \tau_a)r - \rho \quad (3.7)$$

Gemeinsam mit der intertemporalen Budgetbeschränkung (3.8) ist das Verhalten der Haushalte vollständig, wenn auch nicht explizit, beschrieben.

$$a(0) + \int_0^{\infty} ((1 - \tau_w)wl + (1 - \tau_a)ra - (1 + \tau_c)c - T)e^{-\int_0^s r(u)du} ds = 0 \quad (3.8)$$

3.1.2 Produktionssektor

Wir nehmen auch in diesem Modell wieder eine Cobb-Douglas Produktionsfunktion an.

$$y = Ak^\alpha l^{1-\alpha}$$

Wie zu Beginn des Kapitels beschrieben zahlen die Haushalte sämtliche Steuern in diesem Modell. Sie liefern sowohl die Lohnsteuer als auch die Kapitalertrags- und Konsumsteuer an den staatlichen Sektor ab. Dies bedeutet aber auch, dass sich der Lohn w und die Zinsen r , die

die Unternehmen bezahlen müssen, nicht verändern, die Faktorlöhne bleiben gleich. Dadurch erhalten wir dieselbe Gewinnfunktion und Gleichungen für die optimale Nachfrage nach Kapital und Arbeit wie im Benchmark-Modell.

$$w = (1 - \alpha)A \left(\frac{k}{l} \right)^\alpha$$

$$r = \alpha A \left(\frac{k}{l} \right)^{\alpha-1} - \delta$$

3.1.3 Staatlicher Sektor

Durch die zusätzlich eingeführten Steuern hat der Staat nun auch zusätzliche Einnahmen. Genauer gesagt steigen die Steuereinnahmen von T (im Benchmark-Modell) auf $T + \tau_w wl + \tau_a ra + \tau_c c$. Damit verändert sich auch die Differentialgleichung, die die Entwicklung der staatlich emittierten Bonds beschreibt. Auf der linken Seite in Gleichung (3.9) stehen die Einnahmen des Staates (aus Steuern und neu emittierten Bonds), auf der rechten die Ausgaben (zusammengesetzt aus staatlichen Konsumausgaben G und Zinszahlungen für den Stock an Bonds)

$$\dot{b} + \tau_w wl + \tau_a ra + \tau_c c + T = rb + G \quad (3.9)$$

3.1.4 Marktgleichgewicht und Kapitalakkumulationsgleichung

Um das Marktgleichgewicht zu ermitteln und die Kapitalakkumulationsgleichung herzuleiten werden wir wieder, wie im Basismodell, die Sektoren zusammenführen. Dazu nehmen wir zuerst eine simple Umformung der Assetgleichung der Haushalte vor

$$\begin{aligned} \dot{a} &= (1 - \tau_w)wl + (1 - \tau_a)ra - (1 + \tau_c)c - T \\ &= wl - \tau_w wl + ra - \tau_a ra - c - \tau_c c - T \end{aligned}$$

Verwenden wir nun das Marktgleichgewicht $a = k + b$, Gleichung (3.9) und die Non-Profit-Bedingung für die Firmen bei vollständiger Konkurrenz, so können wir die Gleichung wie folgt transformieren:

$$\begin{aligned} \dot{k} + \dot{b} &= \underbrace{rb - \tau_w wl - \tau_a ra - \tau_c c - T}_{=b-G} + wl + rk - c \\ &= \dot{b} - G + \underbrace{wl + rk - c}_{=y} \end{aligned}$$

Daraus ergibt sich schließlich

$$\dot{k} = y - \delta k - G - c \quad (3.10)$$

Wir sehen, dass sich die Kapitalakkumulationsgleichung im Vergleich zum Benchmark-Modell durch die Einführung der zusätzlichen Steuern nicht verändert hat. Dies ist wiederum

für die folgende Phasendiagrammanalyse von großer Bedeutung.

3.2 Phasendiagrammanalyse

In diesem Abschnitt widmen wir uns nun wieder der genaueren Analyse der Systemdynamiken. Zusammenfassend beschreiben wieder die Differentialgleichungen (3.7) und (3.10) gemeinsam mit der intratemporalen Optimalitätsbedingung (3.6) das Verhalten der optimalen Kontrollen c und l und des Zustandes k für gegebene Startwerte k_0 und c_0 eindeutig. Wir fassen die entsprechenden Gleichungen nochmals zusammen.

$$\dot{k} = y - \delta k - G - c = Ak^\alpha l^{1-\alpha} - \delta k - G - c \quad (3.11)$$

$$\frac{\dot{c}}{c} = (1 - \tau_a)r - \rho = (1 - \tau_a)\alpha A \left(\frac{k}{l}\right)^{\alpha-1} - (1 - \tau_a)\delta - \rho \quad (3.12)$$

$$(1 - l)^\gamma = \frac{\beta(1 + \tau_c)c}{(1 - \tau_w)w} = \frac{\beta(1 + \tau_c)c}{(1 - \tau_w)(1 - \alpha)A \left(\frac{k}{l}\right)^\alpha} \quad (3.13)$$

3.2.1 Berechnung der Isoklinen

Um wieder Anhaltspunkte für das qualitative Verhalten der Systemdynamik zu erhalten, widmen wir uns in diesem Abschnitt erneut der genaueren Analyse der Isoklinen. Mit Hilfe der Isoklinen können wir außerdem den Einfluss der neu eingeführten Steuern auf das langfristige Gleichgewicht analysieren.

$\dot{c} = 0$ - Isokline

Zur Berechnung der $\dot{c} = 0$ - Isokline setzen wir die intertemporale Eulergleichung (3.12) gleich Null und formen auf das Kapital pro Arbeitseinsatz $\left(\frac{k}{l}\right)$ um.

$$(1 - \tau_a)\alpha A \left(\frac{k}{l}\right)^{\alpha-1} = (1 - \tau_a)\delta + \rho$$

$$\frac{k}{l} = \left(\frac{(1 - \tau_a)\delta + \rho}{(1 - \tau_a)\alpha A}\right)^{\frac{1}{\alpha-1}} = \left(\frac{(1 - \tau_a)\alpha A}{(1 - \tau_a)\delta + \rho}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}$$

Wir sehen nun also wieder, dass der Konsum über die Zeit genau dann konstant ist, wenn Kapital und Arbeitseinsatz in einem konstanten Verhältnis zueinander stehen. Man erkennt nun gut, dass sich dieses Verhältnis im Vergleich zum Benchmark-Modell um die Kapitalertragssteuer unterscheidet. Wir erhalten dadurch außerdem, dass entlang der $\dot{c} = 0$ -Isokline ein linearer Zusammenhang zwischen l und k besteht: $l = \left(\frac{(1-\tau_a)\alpha A}{(1-\tau_a)\delta+\rho}\right)^{\frac{1}{\alpha-1}} k$

Nun wollen wir untersuchen wie die Isokline im Phasendiagramm auf Veränderungen der Steuerparameter τ_a , τ_c und τ_w reagiert. Dabei analysieren wir nicht nur Veränderungen in der Lage der Isokline, sondern auch in ihrer Steigung. Mit Hilfe der intra-temporalen FOC (3.13) können wir den Zusammenhang zwischen c und k entlang der \dot{c} -Isokline explizit darstellen.

Einfaches Umformen der Gleichung führt zu

$$\frac{\beta c(1 + \tau_c)}{(1 - \tau_w)(1 - l)^\gamma} = (1 - \alpha)A \left(\frac{k}{l}\right)^\alpha$$

Verwenden wir nun, dass das Verhältnis zwischen k und l konstant ist, bzw. dass dadurch auch ein linearer Zusammenhang zwischen den beiden besteht, so können wir die folgende Formel für c durch einfaches Umformen herleiten.

$$\begin{aligned} c &= \frac{(1 - \alpha)(1 - \tau_w)A(1 - l)^\gamma}{(1 + \tau_c)\beta} \left(\frac{k}{l}\right)^\alpha = \\ &= \frac{(1 - \alpha)A}{\beta} \frac{(1 - \tau_w)}{(1 + \tau_c)} \left(\frac{(1 - \tau_a)\delta + \rho}{(1 - \tau_a)\alpha A}\right)^{\frac{\alpha}{\alpha-1}} \left(1 - \left(\frac{(1 - \tau_a)\delta + \rho}{(1 - \tau_a)\alpha A}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} k\right)^\gamma \end{aligned} \quad (3.14)$$

Der Bruch $\frac{(1-\tau_w)}{(1+\tau_c)}$ in Gleichung (3.14) zeigt nun direkt, dass sich die \dot{c} -Isokline bei einer Erhöhung von τ_c bzw. τ_w nach unten verschiebt bzw. bei einer Senkung einer dieser Steuern nach oben. Das Verhalten der Isokline bei Veränderung der Kapitalertragssteuer τ_a ist etwas komplizierter. Wir können jedoch zeigen, dass

$$\frac{\partial}{\partial \tau_a} \left(\frac{(1 - \tau_a)\delta + \rho}{(1 - \tau_a)\alpha A}\right) > 0$$

gilt. Aufgrund von $\frac{\alpha}{\alpha-1} < 0$ und $\frac{1}{1-\alpha} > 0$, ist die Ableitung $\frac{\partial c}{\partial \tau_a}$ in Gleichung (3.14) für festgehaltenes k negativ. Dies bedeutet, dass eine Erhöhung der Kapitalertragssteuer zu einer Verschiebung der Isokline nach unten führt. Damit resultiert also die Erhöhung jedweder Steuern zu einer Verschiebung der Isokline nach unten.

Nachdem sich die Steuern in ihrem Einfluss auf die Lage nicht unterscheiden, untersuchen wir nun noch die Effekte auf die Steigung. Aufgrund der expliziten Darstellung der Isokline können wir auch diese direkt durch Differenzieren berechnen. Es gilt

$$\begin{aligned} \frac{\partial c}{\partial k} &= \frac{(1 - \alpha)A}{\beta} \frac{(1 - \tau_w)}{(1 + \tau_c)} \left(\frac{(1 - \tau_a)\delta + \rho}{(1 - \tau_a)\alpha A}\right)^{\frac{\alpha}{\alpha-1}} \left(1 - \left(\frac{(1 - \tau_a)\delta + \rho}{(1 - \tau_a)\alpha A}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} k\right)^{\gamma-1} \gamma \left(-\frac{(1 - \tau_a)\delta + \rho}{(1 - \tau_a)\alpha A}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \\ &= -\gamma \frac{(1 - \alpha)A}{\beta} \frac{(1 - \tau_w)}{(1 + \tau_c)} \left(\frac{(1 - \tau_a)\delta + \rho}{(1 - \tau_a)\alpha A}\right)^{\frac{\alpha}{\alpha-1}} \left(1 - \left(\frac{(1 - \tau_a)\delta + \rho}{(1 - \tau_a)\alpha A}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} k\right)^{\gamma-1} \\ &= -\gamma \frac{(1 - \alpha)A}{\beta} \frac{(1 - \tau_w)}{(1 + \tau_c)} \left(\frac{(1 - \tau_a)\delta + \rho}{(1 - \tau_a)\alpha A}\right)^{\frac{\alpha}{\alpha-1}} (1 - l)^{\gamma-1} < 0 \end{aligned}$$

Die Steigung der Isokline ist also wie im Basismodell negativ. Auch hier sehen wir wiederum, dass die Isokline nach einer Erhöhung der Konsum- oder Lohnsteuer flacher verläuft als zuvor, da in beiden Fällen der Bruch $\frac{1-\tau_w}{1+\tau_c}$ kleiner wird und somit auch $\|\frac{\partial c}{\partial k}\|$ abnimmt.

Eine Erhöhung der Kapitalertragssteuer lässt die Isokline jedoch steiler verlaufen. Um dies zu beweisen, merken wir an, dass sowohl $\left(\frac{(1-\tau_a)\delta+\rho}{(1-\tau_a)\alpha A}\right)$ als auch $\left(1 - \left(\frac{(1-\tau_a)\delta+\rho}{(1-\tau_a)\alpha A}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} k\right)^{\gamma-1}$ posi-

tiv auf eine Erhöhung von τ_a reagieren. Damit steigt somit auch das Produkt der beiden, womit schlussendlich der Absolutbetrag der Steigung größer wird. Da die Steigung jedoch negativ ist, verläuft die Isokline somit nach Erhöhung von τ_a steiler.

$\dot{k} = 0$ - Isokline

Im Falle der \dot{k} -Isokline gestaltet sich die Analyse aufgrund des Fehlens einer expliziten Darstellung etwas schwerer. Wir starten wie im Basismodell mit dem Nullsetzen der Kapitalakkumulationsgleichung (3.11). Dies liefert

$$c = Ak^\alpha l^{1-\alpha} - \delta k - G \quad (3.15)$$

Verwenden wir zusätzlich die intra-temporale FOC können wir c als Variable eliminieren und erhalten die Gleichung

$$\frac{(1-\alpha)(1-\tau_w)A(1-l)^\gamma}{(1+\tau_c)\beta} \left(\frac{k}{l}\right)^\alpha = Ak^\alpha l^{1-\alpha} - \delta k - G \quad (3.16)$$

In dieser Gleichung können wir nun die Effekte einer Veränderung der Steuern auf das Arbeitsangebot entlang der \dot{k} -Isokline analysieren. Mit Hilfe von Gleichung (3.15) erhalten wir direkt, dass die Reaktion des Konsums das gleiche Vorzeichen aufweist. Durch totales Ableiten der Gleichung (3.16) und langwierige Umformungen (siehe Appendix A.1.1) erhalten wir

$$\frac{\partial l}{\partial \tau_w} < 0 \quad \text{und} \quad \frac{\partial l}{\partial \tau_c} < 0$$

Damit kann durch eine Senkung der Lohn- oder Konsumsteuer auch die \dot{k} -Isokline nach oben verschoben werden. Da die Kapitalertragssteuer τ_a in der Gleichung (3.16) nicht vorkommt, hat eine Anpassung dieser auch keinen Einfluss auf die Gleichung und lässt somit auch die Isokline unverändert.

Graphische Analyse

In Abbildung 3.1 wollen wir nun nochmals die analytisch bewiesenen Eigenschaften für unsere Benchmark-Parameterkonstellation veranschaulichen.

In schwarz sind die beiden Isoklinen für ein Szenario ohne Steuern dargestellt¹. In den anderen Farben ist jeweils der Verlauf der Isoklinen nach der Einführung einer 10%-igen Steuer abgebildet.

- Die roten Isoklinen ergeben sich, falls die Kapitalertragssteuer τ_a in dieser Höhe eingeführt wird.
- Die blauen Isoklinen resultieren für den Fall $\tau_c = 0.1$
- Die grünen Isoklinen illustrieren den Fall $\tau_w = 0.1$

¹Diese stimmen klarerweise mit den Isoklinen in unserem Basismodell in Kapitel 2 überein.

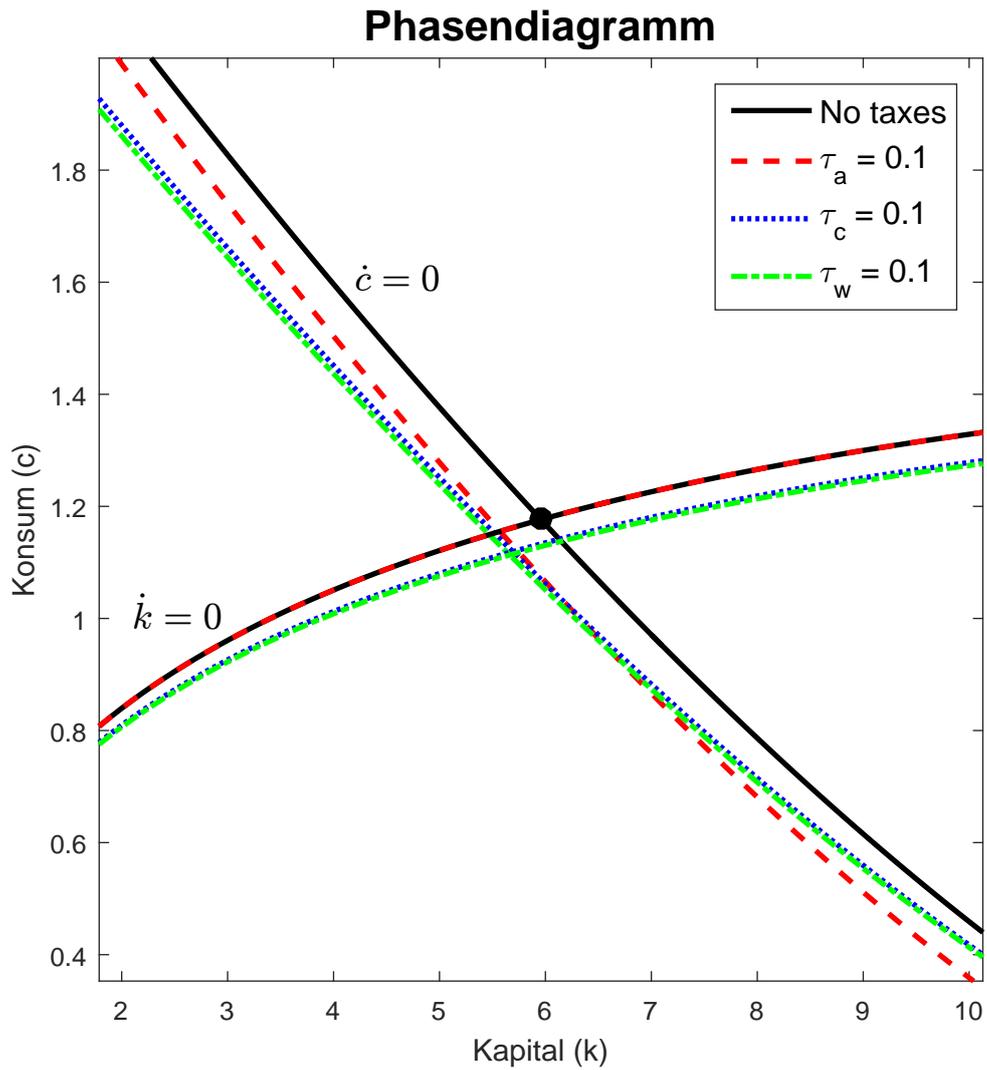


Abbildung 3.1: Vergleich der unterschiedlichen Effekte der drei Steuervarianten auf die Isoklinien im Phasendiagramm

Bei Betrachtung von Abbildung 3.1 zeigt sich, dass sich die analytisch gezeigten Eigenschaften der Isoklinen für unser Benchmark-Szenario auch tatsächlich realisieren.

- Die \dot{c} -Isokline verschiebt sich bei einer Einführung/Erhöhung jeglicher Steuern nach unten. Für die Konsum- oder Lohnsteuer wird sie dabei flacher, für die Kapitalertragssteuer steiler.
- Die \dot{k} -Isokline wird von τ_a in keiner Weise beeinflusst. Die anderen beiden Steuern führen wiederum zu einer Verschiebung nach unten.

3.3 Steuerliche Gestaltungsmöglichkeiten

Wie aus den beiden Isoklinengleichungen (3.14) und (3.15) schnell ersichtlich, führt eine expansiven Staatsausgabenprogramm (i.e. eine Erhöhung von G) zu einer Verschiebung der \dot{k} -Isokline nach unten während die \dot{c} -Isokline unverändert bleibt. Durch die neu eingeführten steuerlichen Gestaltungsmöglichkeiten kann nun allerdings abhängig von der Ausgangssituation die Verschiebung der \dot{k} -Isokline abgeschwächt oder verstärkt werden, bzw. auch die \dot{c} -Isokline durch steuerliche Veränderungen verschoben werden. Damit könnte potentiell der negative Einfluss des Staatsausgabenprogramms am Ende der Laufzeit gemindert oder gar in einen positiven Effekt umgewandelt werden.

In den folgenden Simulationen verwenden wir als Ausgangswerte für die Steuern die Werte für Österreich aus der Arbeit von Uhlig u. Trabandt (2011). Die Parameterwerte sind in Tabelle 3.1 gemeinsam mit den Werten der USA zusammengefasst, um die Werte zumindest etwas in Relation setzen zu können.

Steuerparameter	τ_c	τ_w	τ_a
Österreich	0.20	0.50	0.24
USA	0.05	0.28	0.36

Tabelle 3.1: Parameterwerte für Steuern in Österreich und den USA (aus Uhlig u. Trabandt (2011) (Tabelle 3))

3.3.1 Senkung der Kapitalertragssteuer

Die steuerliche Maßnahme, die am simpelsten zu analysieren ist, ist die temporäre Senkung der Kapitalertragssteuer während des Staatsausgabenprogramms. Da die Veränderung von τ_a nur die Lage der \dot{c} -Isokline beeinflusst, können wir die Verschiebung der beiden Isoklinen separat behandeln. Wir betrachten eine Senkung (und nicht Erhöhung) der Kapitalertragssteuer, da wir den mittelfristig negativen Effekt des expansiven Ausgabenprogramms ausgleichen möchten und deswegen anstreben, am rechten Ast des Transitionspfades zu enden. Deshalb streben wir an die \dot{c} -Isokline nach oben zu verschieben.

In Abbildung 3.2 sind die jeweiligen Verschiebungen dargestellt. Während die Erhöhung der Staatsausgaben die \dot{k} -Isokline nach unten verschiebt, wird durch die Steuersenkung die \dot{c} -Isokline nach oben verschoben. Wir erkennen nun, dass sich im Vergleich zum Basismodell der Hilfs-Steady-State im Schnittpunkt der beiden gestrichelten Isoklinen mit einem höheren Kapitalstock und Konsum realisiert, als es ohne Veränderung der Kapitalertragssteuer der Fall gewesen wäre. Folgen wir nun wieder den Überlegen aus dem Basismodell, kommen wir zu den folgenden Schlüssen.

- Während der Dauer des Ausgabenprogramms folgt der optimale Kapital/Konsumpfad qualitativ dem Phasendiagramm definiert durch die beiden verschobenen Isoklinen.
- Am Ende des Ausgabenprogramms muss sich die Ökonomie wiederum am Sattelpunkts-pfad des ursprünglichen Gleichgewichts angelangt sein.

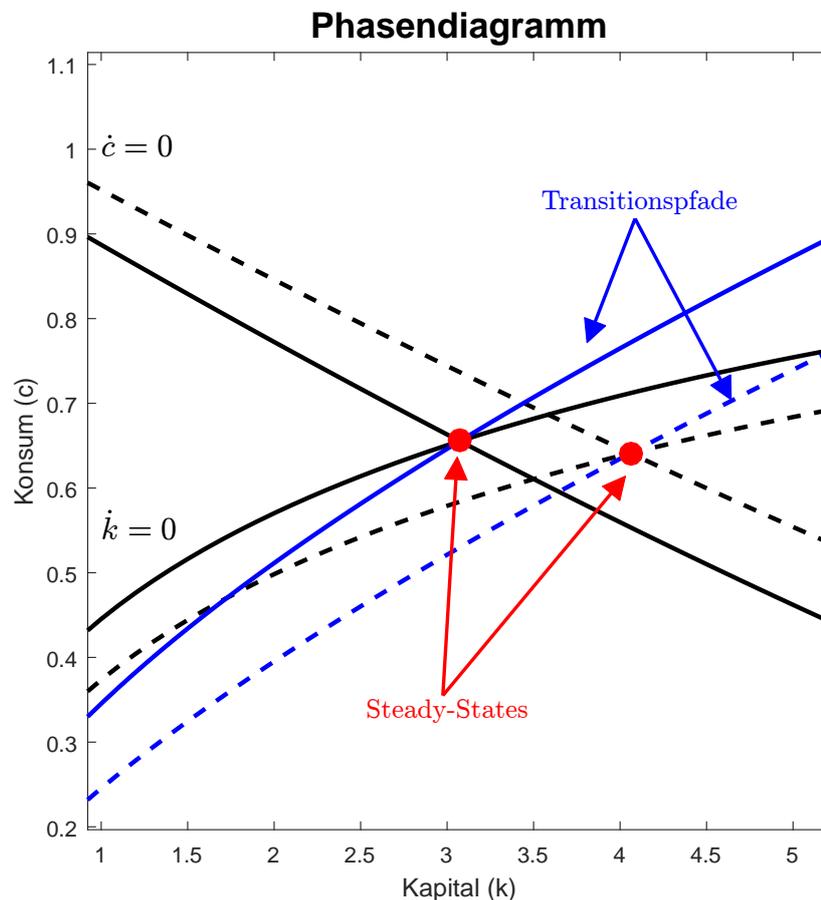


Abbildung 3.2: Veränderungen im Phasendiagramm unter Einfluss eines expansiven Staatsausgabenprogramms bei gleichzeitiger Senkung der Kapitalertragssteuer

Im Vergleich zum Basismodell kann nun allerdings, abhängig von der Höhe des Ausgabenprogramms und der Steuersenkung, der Kapitalstock und somit auch der Konsum am Ende des Programms oberhalb der ursprünglichen Gleichgewichtswerte liegen. Dieses Szenario wäre im Basismodell nicht möglich gewesen. Abbildung 3.3 zeigt nun die optimalen Pfade der Ökonomie

für ein konstantes (rot) und ein quadratisches (grün) Ausgabenprogramm. Für die Simulationen haben wir das quadratische Ausgabenprogramm verwendet, dass wir bereits in Kapitel 2 verwendet haben. Zusätzlich nehmen wir an, dass die Kapitalertragssteuer für die Dauer des expansiven Programms von $\tau_a = 0.24$ auf $\tau_a = 0.05$ gesenkt wird.

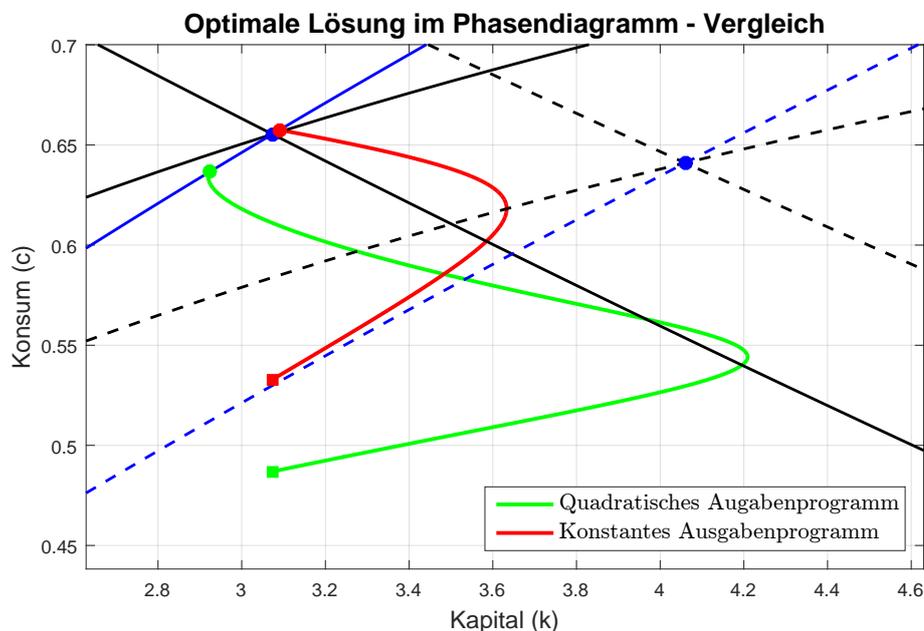


Abbildung 3.3: Optimaler Verlauf der Ökonomie im Phasendiagramm für verschiedene Ausgabenprogramme bei Senkung der Kapitalertragssteuer

Die Analyse liefert nun sehr interessante Ergebnisse:

- Für das konstante Ausgabenprogramm nehmen Kapital und Konsum im Zeitverlauf stark zu, nachdem zu Beginn des Ausgabenprogramms der Konsum einen negativen Schock erfahren hat. Die Ökonomie gelangt dabei am Ende des Programms knapp oberhalb des ursprünglichen Steady-Sates auf den rechten Ast des Transitionspfades.
- Für das quadratische Programm ist der anfängliche Konsumschock noch stärker. Danach steigt jedoch das Kapital deutlich stärker an als für das konstante Programm und übersteigt sogar den Wert des Hilfs-Steady-Sates. Anschließend sinkt der Kapitalstock allerdings wieder so stark, dass die Ökonomie nach Auslaufen des Programms unterhalb des ursprünglichen Gleichgewichts am linken Ast des Transitionspfades endet.

Abbildung 3.4 stellt wiederum die optimalen Pfade relativ zum ursprünglichen Steady-State dar. Die Abbildung verdeutlicht nochmals, dass der Kapitalanstieg für das quadratische Programm zu Beginn deutlich stärker ist, der Kapitalstock jedoch nach ca. 17 Quartalen wieder unter dem Ausgangswert liegt. Gleichzeitig erhalten wir die zusätzliche Information, dass für beide Programmtypen das Arbeitsangebot während des gesamten Zeithorizontes über dem langfristigen Gleichgewichtswert liegt, wobei das Arbeitsangebot für das quadratische Programm zwischenzeitlich sogar um über 35% zunimmt.²

²Die Tatsache, dass das Arbeitsangebot für das quadratische Programm am Ende über dem Ausgangswert

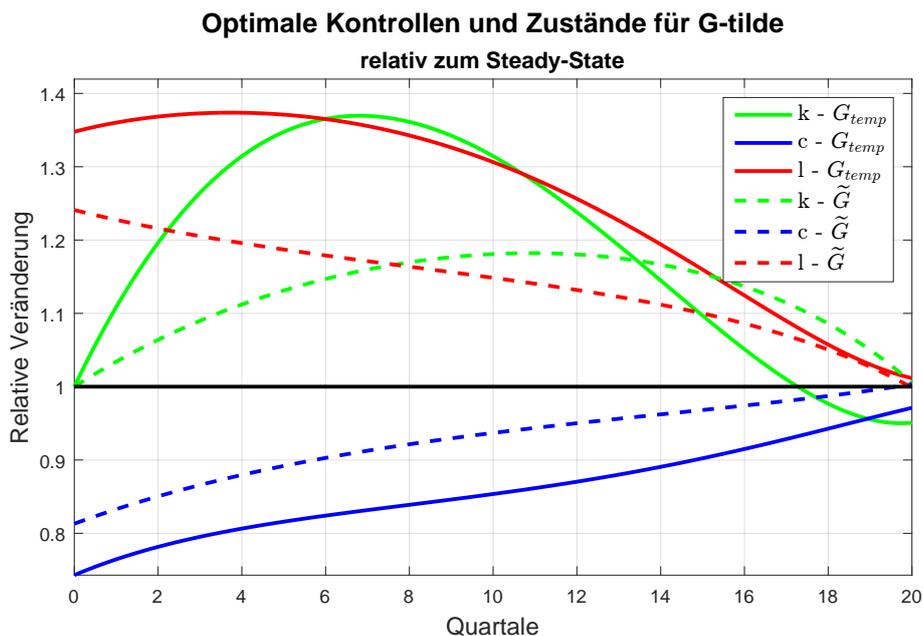


Abbildung 3.4: Optimaler Zeitverlauf der Kontrollen und des Zustandes während verschiedener Ausgabenprogramme bei Senkung der Kapitalertragssteuer

Durch diese zusätzliche Information können wir bereits darauf schließen, dass die Produktion während des konstanten Ausgabenprogramms über dem langfristigen Gleichgewichtswert liegt, da sowohl Arbeitsangebot, als auch Kapitalstock über den entsprechenden Werten liegen. Für das quadratische Programm trifft die Aussage zumindest für den größten Teil des Zeithorizontes zu, in dem der Kapitalstock über dem Ausgangswert liegt. Abbildung 3.5 illustriert nochmals die genaue Entwicklung der Produktion im Zeitverlauf. Für das konstante Programm liegt also die Produktion tatsächlich durchgehend über dem Ausgangsniveau, erreicht jedoch nie das Level, das bei einer Implementation der höheren Staatsausgaben und niedrigeren Kapitalertragssteuer möglich wäre. Für das quadratische Programm liegt die Produktion während der ersten 13 Quartale sogar durchgehend über dem dauerhaft möglichen Niveau, knapp ein Quartal vor Schluss fällt die Produktion jedoch sogar wieder unter den Ausgangswert.

Wir haben somit gezeigt, dass bei gleichzeitiger Senkung der Kapitalertragssteuer der mittelfristig negative Effekt der temporären Erhöhung der Staatsausgaben auf die Produktion unter gewissen Voraussetzungen eliminiert werden kann. Einerseits muss die Senkung der Kapitalertragssteuer stark genug sein³ und andererseits spielt auch, wie wir gesehen haben, die exakte Form des Ausgabenprogramms eine wichtige Rolle.

Ökonomisch kann die Möglichkeit eines mittelfristig und nicht nur kurzfristig erhöhten Kapitalstock wie folgt interpretiert werden. Grundsätzlich sind die gleichen Mechanismen am

liegt, obwohl die Ökonomie am linken Ast des Transitionspfades liegt, kann wie folgt erklärt werden. Da mit Ende des Ausgabenprogramms auch die Steuern auf ihre ursprünglichen Werte zurückgesetzt werden, wird das Arbeitsangebot (das im Vergleich zum Konsumpfad nicht stetig verlaufen muss) durch ein Sprung unter das Ausgangsniveau fallen, damit schlussendlich die Ökonomie wieder der ursprünglichen Dynamik entlang des Transitionspfades folgt

³Für unsere Parameterkonstellation haben Simulationen gezeigt, dass eine Verringerung auf "nur" $\tau_a = 0.10$ nicht ausreicht um den Staatsausgabenmultiplikator während des gesamten Zeitraumes positiv zu halten

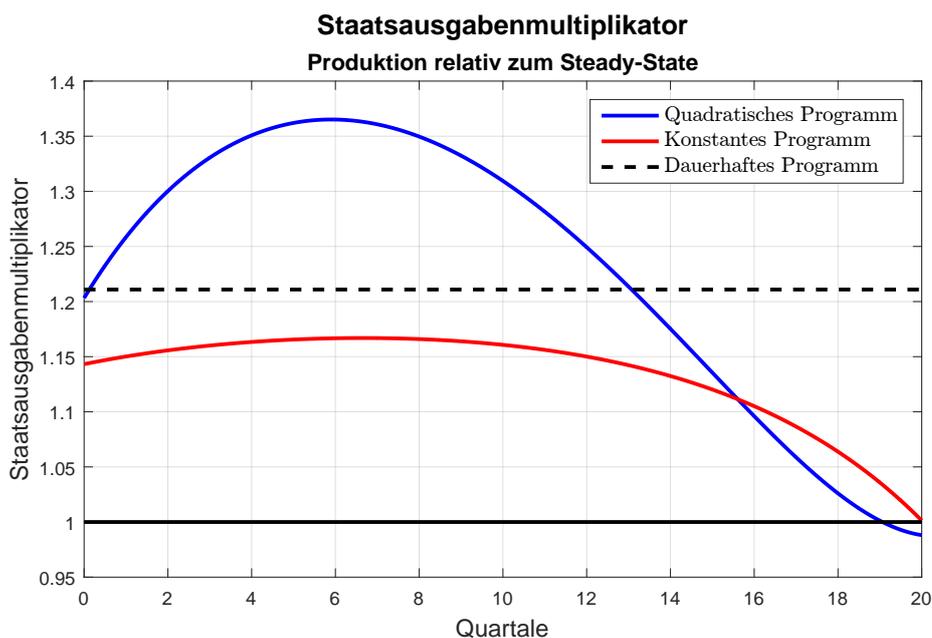


Abbildung 3.5: Produktion relativ zum Steady-State-Level für verschiedene Ausgabenprogramme bei Senkung der Kapitalertragssteuer

Werk, die wir bereits im Abschnitt 2.3.5 beschrieben haben. Die gesunkene Kapitalertragssteuer führt dazu, dass die Haushalte einen höheren Anreiz haben in Kapital zu investieren. Ist dieser Anreiz groß genug, so ist es möglich, dass die Kapitalakkumulation während des Ausgabenprogramms so hoch ist, dass sie am Ende über dem Wert des langfristigen Gleichgewichts liegt. Weiters entsteht durch die geringere Kapitalsteuer ein positiver Einkommenseffekt, der den entsprechenden negativen Effekt durch die erhöhten Staatsausgaben partiell kompensiert.

3.3.2 Senkung der Konsum- und/oder Lohnsteuer

Abbildung 3.1 zeigt, dass Veränderungen der Konsumsteuer τ_c und der Lohnsteuer τ_w sehr ähnliche Reaktionen der Ökonomie hervorrufen, weshalb wir uns hier auf die Analyse von einer der beiden Steuern reduzieren. Da in Österreich die Lohnsteuer (laut Tabelle 3.1 ist $\tau_w = 0.5$) relativ hoch ist⁴, werden wir uns hier auf eine Senkung der Lohnsteuer fokussieren. Abbildung 3.6 zeigt die Verschiebungen der Isoklinen für unser quadratisches Ausgabenprogramm und eine Senkung der Lohnsteuer von 50% auf 30% (d.h. $\tau_w = 0.3$). Wie wir bereits in Abschnitt 3.2 analytisch bewiesen haben, verschiebt sich die \dot{c} -Isokline durch die Steuersenkung nach oben. Für die \dot{k} -Isokline erhalten wir das interessante Ergebnis, dass die Verschiebung nach unten (durch die Erhöhung der Staatsausgaben) von der Verschiebung nach oben (Senkung der Lohnsteuer) überkompensiert wird und sich somit auch die \dot{k} -Isokline insgesamt nach oben verschiebt⁵. Durch diese Verschiebungen weist der Hilfs-Steady-State sowohl einen höheren Kapitalstock als auch einen höheren Konsumlevel auf. Diese deutliche Verschiebung hat nun auch starken

⁴Vergleiche Tabelle 3 in Uhlig u. Trabandt (2011) bzw. auch Tabelle 2 in Trabandt u. Uhlig (2012)

⁵Dies betrifft zumindest den für unsere Analysen relevanten Teil der Isokline. Wie wir in Abschnitt 3.2 gezeigt haben ist Verschiebung der \dot{k} -Isokline bei einer Veränderung von τ_w nicht eindeutig

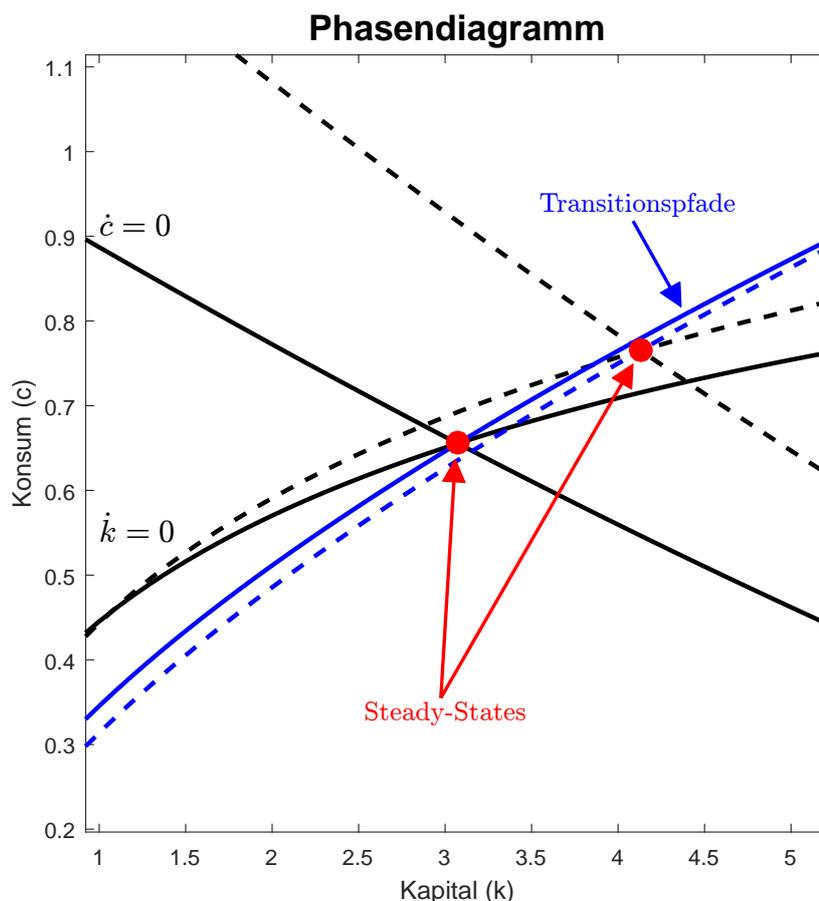


Abbildung 3.6: Veränderungen im Phasendiagramm unter Einfluss eines expansiven Staatsausgabenprogramm bei gleichzeitiger Senkung der Lohnsteuer

Einfluss auf das Verhalten der Ökonomie während der Ausgabenprogramme.

Im konstanten Ausgabenprogramm bewegt sich die Ökonomie einen großen Teil des Zeitraums sehr ähnlich zum gestrichelten Transitionspfad in Abbildung 3.7. Erst gegen Ende weicht der optimale Pfad ab und endet deutlich über dem ursprünglichen Steady-State am rechten Ast des Transitionspfades. Der Verlauf im Falle des quadratischen Ausgabenprogramms unterscheidet sich jedoch deutlich. Der anfängliche negative Schock auf den Konsum ist über dreimal stärker, der Kapitalstock nimmt jedoch zu Beginn deutlich stärker zu. Nach ca. 7 Quartalen (siehe Abbildung 3.8) erreicht er jedoch sein Maximum, nimmt anschließend zwischenzeitlich ab, um schlussendlich in den letzten beiden Quartalen wieder einen leichten Anstieg zu verzeichnen. Der Konsum verzeichnet einen ähnlichen Anstieg wie für das konstante Programm, bleibt aber während des gesamten Zeitraums einen annähernd konstanten Betrag unter den entsprechenden Konsumwerten. Schlussendlich gelangt aber auch im Szenario des quadratischen Programms die Ökonomie deutlich über dem Ausgangs-Steady-State wieder auf den Transitionspfad.

In Abbildung 3.8 sehen wir nun noch, dass das Arbeitsangebot in beiden Fällen deutlich (zwischen 33% und 57%) über dem Ausgangswert liegt. Dies kann insofern intuitiv erklärt

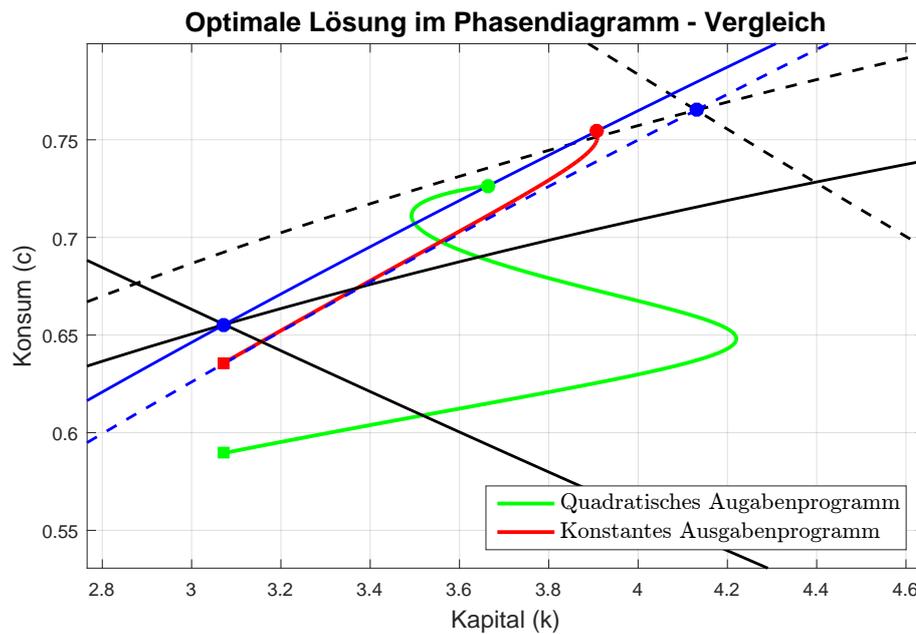


Abbildung 3.7: Optimaler Verlauf der Ökonomie im Phasendiagramm für verschiedene Ausgabenprogramme bei Senkung der Lohnsteuer

werden, dass durch eine Senkung der Lohnsteuer Arbeit für die Individuen deutlich attraktiver wird und sie dadurch auch auf Freizeit verzichten und ihr Arbeitsangebot erhöhen. Diese Erhöhung des Arbeitsangebots führt ebenfalls zu einem höheren Zinssatz, welcher die vor allem zu Beginn starken Investitionen nach sich zieht. Das höhere Arbeitsangebot übt jedoch Druck auf den Lohn aus, sodass dieser abnimmt und zu einem anschließenden Sinken des Arbeitsangebots führt. Dieser Effekt wird zumindest teilweise durch das ansteigende Kapital, das seinerseits wieder zu höherem Lohnniveau führt, kompensiert.

Eine weitere Tatsache, die noch angemerkt werden sollte, ist, dass der im Basismodell in Kapitel 2 beobachtete negative Einkommenseffekt durch die erhöhten Staatsausgaben, hier durch einen positiven Einkommenseffekt durch die geringe Lohnsteuer, kompensiert wird. Deshalb ist auch der negative Einfluss auf den Konsum zu Beginn des Ausgabenprogramms im Modell mit Steuern wesentlich geringer als im Basismodell.

Das beobachtete Verhalten von Kapitalstock und Arbeitsangebot führen direkt zu dem Schluss, dass auch der Staatsausgabenmultiplikator (Produktion relativ zum Steady-State) während des gesamten Zeitraums positiv ist. In Abbildung 3.9 ist der exakte Verlauf abgebildet und es wird deutlich, dass die Produktion durchgehend zumindest 25% über langfristig gleichgewichtigen Wert liegt. Der Effekt des Ausgabenprogramms ist also nicht nur kurzfristig sondern auch mittel und langfristig positiv.

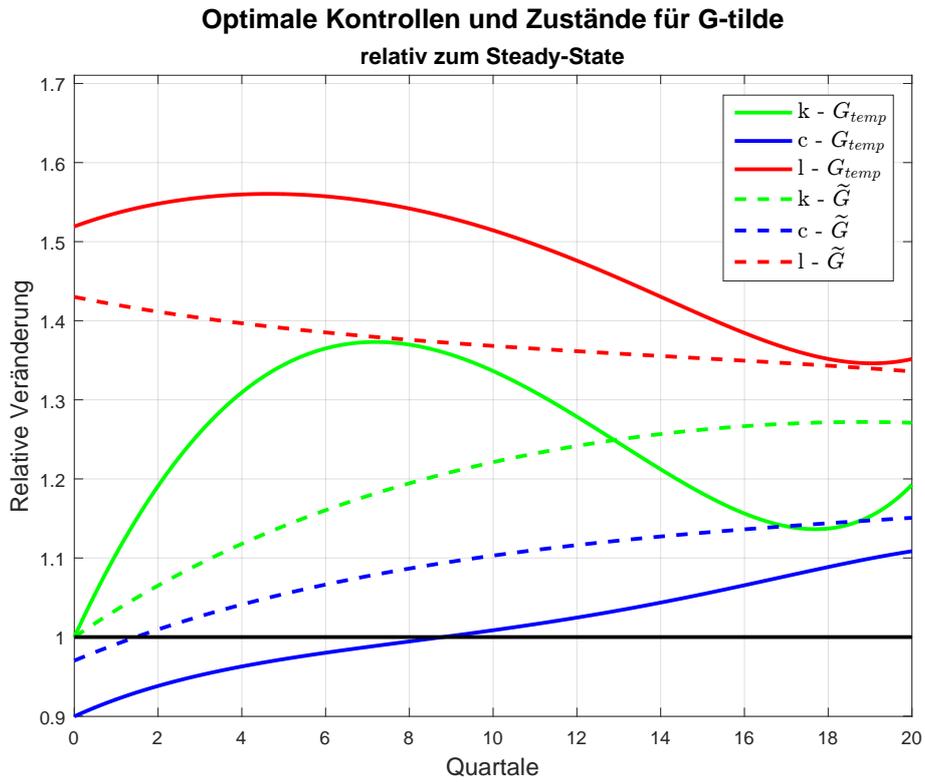


Abbildung 3.8: Optimaler Zeitverlauf der Kontrollen und des Zustandes während verschiedener Ausgabenprogramme bei Senkung der Lohnsteuer

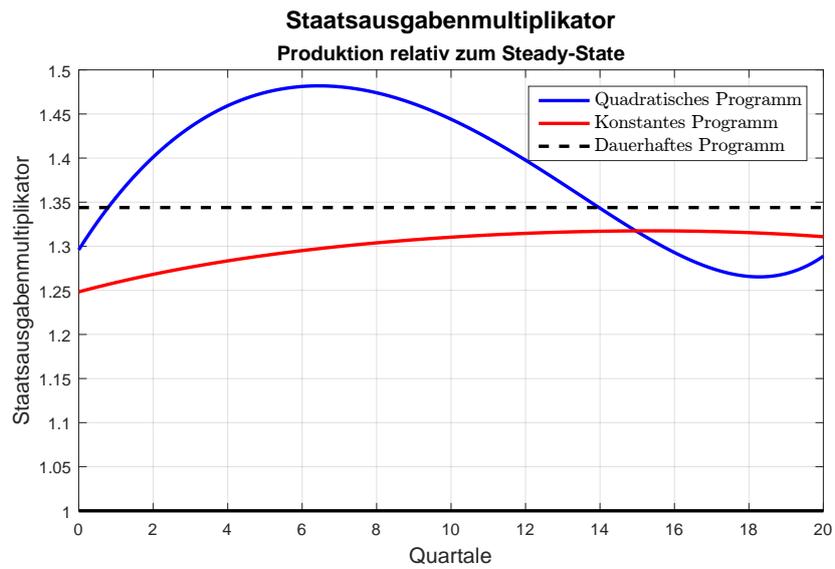


Abbildung 3.9: Produktion relativ zum Steady-State-Level für verschiedene Ausgabenprogramme bei Senkung der Lohnsteuer

4 | Modelladaption mit Infrastrukturinvestitionen

In den bisherigen Modellformulierungen gingen die Staatsausgaben direkt in die Nutzenfunktion der Individuen ein. Was passiert nun aber, wenn die Staatsausgaben nicht getätigt werden um Nutzen für die Haushalte zu generieren, sondern um die Produktionsmöglichkeiten zu verbessern. Wir wollen im folgenden Kapitel nun analysieren, welche Unterschiede sich zu den bisherigen Ergebnissen offenbaren, falls die Staatsausgaben die Technologie bestimmen mit der die Unternehmen produzieren können. Der Begriff sollte hier jedoch eher als zur Verfügung gestellte Infrastruktur interpretiert werden, weshalb wir auch im Folgenden den Parameter A als infrastrukturellen Wert bezeichnen und interpretieren werden.

Es stellt sich nun die Frage, ob es auch in diesem Szenario zu dem bisher präsenten negativen mittelfristigen Einfluss eines expansiven Staatsausgabenprogramms kommt. Oder hat diese alternative Verwendung der Ausgaben entscheidenden Einfluss auf die Entwicklung der Ökonomie?

4.1 Modell

Da die Staatsausgaben nun in die Infrastruktur fließen, stehen sie nicht mehr für den direkten Konsum der Haushalte zur Verfügung. Deshalb nehmen wir für die Analyse in diesem Kapitel an, dass die Staatsausgaben nicht mehr in die Nutzenfunktion der Haushalte eingehen. Dadurch setzt sich der Haushaltsnutzen nur mehr aus dem Nutzen durch Konsum und dem Nutzen durch Freizeit zusammen. Die Haushalte maximieren also ihren folgenden langfristigen Nutzen.

$$\max_{c(t), l(t)} \int_0^{\infty} e^{-\rho t} \left(\log(c(t)) + \beta \frac{(1 - l(t))^{1-\gamma} - 1}{1 - \gamma} \right) dt$$

Die Entwicklung der Assets der Haushalte unterscheidet sich jedoch nicht von den bisherigen zwei Modellen und folgt wiederum der schon bekannten Differentialgleichung.

$$\dot{a} = wl + ra - c - T$$

Bezüglich des funktionalen Einflusses der Staatsausgaben auf den Stand der Produktionstechnologie nehmen wir zunächst die ganz allgemeine Form

$$A = A(G)$$

an, was zu einer Produktionsfunktion der Form

$$Y = F(k, l) = A(G)k^\alpha l^{1-\alpha}$$

führt. Wir nehmen dabei klarerweise an, dass die Infrastruktur A positiv von den Staatsausgaben abhängt, d.h. $A'(G) > 0$.

Auch bei der Entwicklung der zur Finanzierung ausgegebenen staatlichen Bonds findet keine Änderung zu den ersten beiden Modellen statt.

$$\dot{b} + T = G + rb$$

4.1.1 Herleitung der Optimalitätsbedingungen

Bereits in den ersten beiden Modellvarianten in den vorherigen Kapiteln spielte der Term in der Nutzenfunktion, der die Staatsausgaben beinhaltet, bei der Herleitung der Optimalitätsbedingungen keine Rolle. Da weiters für die Individuen in ihrer Entscheidungsfindung nur der Zinssatz und ihr Lohn von Bedeutung sind, hat auch hier die funktionale Abhängigkeit der Technologie von den Staatsausgaben keinen Einfluss. Schlussendlich können also die Optimalitätsbedingung in den gleichen Schritten hergeleitet werden, wie im ersten Modell.

4.1.2 Phasendiagramm Analyse

Wir erhalten insgesamt drei Optimalitätsbedingungen der folgenden Form (analog zu unserem Basismodell).

$$\dot{k} = A(G)k^\alpha l^{1-\alpha} - c - G - \delta k \quad (4.1)$$

$$\frac{\dot{c}}{c} = \alpha A(G) \left(\frac{k}{l} \right)^{\alpha-1} - \delta - \rho \quad (4.2)$$

$$(1 - \alpha)A(G) \left(\frac{k}{l} \right)^\alpha = \frac{\beta c}{(1 - l)^\gamma} \quad (4.3)$$

Um wiederum Informationen über den qualitativen Einfluss eines Staatsausgabenprogramms zu bekommen, wollen wir die Verschiebung der Isoklinen durch ein selbiges untersuchen.

\dot{c} - Isokline

Unter Verwendung der intertemporalen Eulergleichung (4.2) und der intratemporalen FOC (4.3), können wir wiederum die explizite Darstellung der \dot{c} -Isokline herleiten. Nullsetzen der Eulergleichung liefert

$$\alpha A(G) \left(\frac{k}{l} \right)^{\alpha-1} - \delta - \rho = 0$$

$$\frac{k}{l} = \left(\frac{\alpha A(G)}{\delta + \rho} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}}$$

Einsetzen dieses Terms in die intratemporale Optimalitätsbedingung (4.3) und einfache anschließende Umformungen führt zu

$$(1 - \alpha)A(G) \left(\frac{\alpha A(G)}{\delta + \rho} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} = \frac{\beta c}{\left(1 - \left(\frac{\alpha A(G)}{\delta + \rho} \right)^{-\frac{1}{1-\alpha}} k \right)^\gamma}$$

$$c = \frac{(1 - \alpha)}{\beta} A(G) \left(\frac{\alpha A(G)}{\delta + \rho} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \left(1 - \left(\frac{\alpha A(G)}{\delta + \rho} \right)^{-\frac{1}{1-\alpha}} k \right)^\gamma$$

Um zu zeigen das sich die Isokline bei Erhöhung der Staatsausgaben nach oben verschiebt, werden wir es umgehen die analytische Ableitung $\frac{\partial c}{\partial G} \Big|_{\bar{k}}$ exakt zu berechnen und wie folgt argumentieren.

- Offensichtlich ist $A(G)$ positiv von G abhängig.
- $\frac{\alpha A(G)}{\delta + \rho}$ wird bei einer Erhöhung von den Staatsausgaben G größer. Damit folgt also
 - Da $\frac{\alpha}{1-\alpha} > 0$ gilt, wird $\left(\frac{\alpha A(G)}{\delta + \rho} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}$ wächst bei einer Erhöhung von G ab.
 - Andererseits ist $-\frac{1}{1-\alpha} < 0$ dadurch wird bei einer Erhöhung von G der Term $\left(\frac{\alpha A(G)}{\delta + \rho} \right)^{-\frac{1}{1-\alpha}}$ kleiner.
- Mit den obigen Ergebnissen erkennt man sofort, dass $\left(1 - \left(\frac{\alpha A(G)}{\delta + \rho} \right)^{-\frac{1}{1-\alpha}} k \right)^\gamma$ positiv auf eine Erhöhung von G reagiert.

Damit erhalten wir also insgesamt, dass jeder einzelne Faktor positiv auf einen Anstieg von G reagiert und somit auch die Ableitung für festes \bar{k} positiv ist.

$$\frac{\partial c}{\partial G} \Big|_{\bar{k}} > 0$$

Dies bedeutet, dass sich die $\dot{c} = 0$ -Isokline bei einer Erhöhung der Staatsausgaben G nach oben verschiebt.

\dot{k} - Isokline

Für die Herleitung der expliziten Darstellung der \dot{k} - Isokline verwenden wir die Kapitalakkumulationsgleichung (4.1) und wieder die intratemporale FOC (4.3). Durch Nullsetzen der Kapitalakkumulationsgleichung erhalten wir

$$A(G)k^\alpha l^{1-\alpha} - c - G - \delta k = 0$$

Formen wir diese nun etwas um und setzen für c die intratemporale FOC (4.3) ein, erhalten wir

$$G + \delta k = A(G) \left(\frac{k}{l} \right)^\alpha \left(l - (1-l)^\gamma \frac{(1-\alpha)}{\beta} \right)$$

Durch totales Ableiten und geschicktes Umformen (siehe A.2.1) erhält man für $\frac{\partial c}{\partial G}$ den folgenden Term.

$$\frac{\partial c}{\partial G} = A'(G)k^\alpha l^{1-\alpha} - 1 + \frac{1 - A'(G) \left(\frac{k}{l}\right)^\alpha \left(l - (1-l)^\gamma \frac{(1-\alpha)}{\beta}\right)}{1 + \frac{\gamma}{\beta}(1-l)^{\gamma-1} + \frac{\alpha(1-l)^\gamma}{\beta l}}$$

Im Vergleich zu den bisherigen Effekten auf die Isoklinen ist dieser nicht eindeutig bestimmt. Man kann keine direkten Aussagen über die Verschiebung der Isokline machen. Wir werden im nächsten Abschnitt (siehe 4.1.2) anhand eines konkreten Beispiels betrachten, wie die \dot{k} -Isokline für bestimmte Parameter auf eine Erhöhung der Staatsausgaben G reagiert.

Graphische Analyse

Im vorherigen Abschnitt haben wir gezeigt, wie die Isoklinen auf eine Erhöhung der Staatsausgaben G reagieren und wollen dies nun zusätzlich graphisch darstellen. Dafür verwenden wir für den Einfluss der Staatsausgaben auf die Infrastruktur die Funktion $A(G) = 1 + G^\eta$.

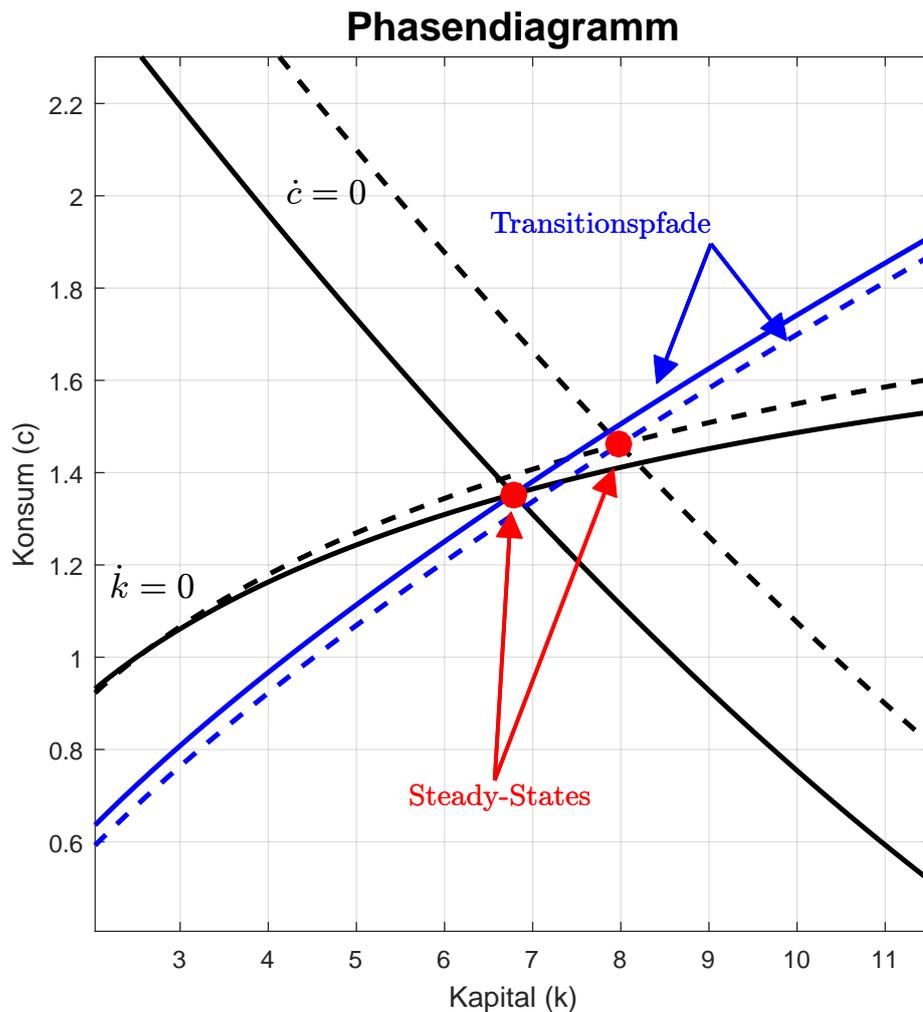


Abbildung 4.1: Phasendiagramm bei erhöhten Staatsausgaben

In Abbildung 4.1 sind die Isoklinen und der Transitionspfad im Ausgangszustand (durchgezogene Linien) und bei einer Erhöhung der Staatsausgaben (gestrichelte Linien) dargestellt.

- Die \dot{c} -Isokline verschiebt sich bei Erhöhung der Staatsausgaben nach oben und führt deshalb zu einem Steady-State mit höherem Kapitalstock und Konsum pro Kopf.
- Wie schon erwähnt ist die Verschiebung der \dot{k} -Isokline in keine Richtung eindeutig bestimmt. In der Abbildung sehen wir nun für unser konkretes Beispiel, dass die neue Isokline (nach einer Erhöhung der Staatsausgaben) die ursprüngliche sogar schneidet.
- Durch die Verschiebung der Isoklinen verschiebt sich der Transitionspfad nach unten (blaue Linien).
- Der neue realisierte Steady-State weist dann sowohl einen höheren Kapitalstock und Konsum pro Kopf auf, als der ursprüngliche. Im Vergleich zum Benchmark-Modell sind das sehr interessante Ergebnisse, da dort zwar der Kapitalstock im neuen Steady-State auch höher war, der Konsum pro Kopf allerdings niedriger (siehe Abbildung 2.2).

4.2 Temporäres Staatsausgabenprogramm

Nun wollen wir wieder die Transitionsdynamik während eines expansiven Ausgabenprogramms analysieren. Wie bereits im Basis-Modell wollen wir dabei drei Fälle unterscheiden:

- ein Ausgabenprogramm mit quadratischem Verlauf,
- ein Ausgabenprogramm mit einer frühen Spitze im zeitlichen Verlauf,
- ein konstantes Ausgabenprogramm mit dem gleichen Gegenwartswert wie die anderen beiden.

Zur Analyse starten wir wiederum mit dem konstanten Ausgabenprogramm um relativ leicht anhand des Phasendiagramms Aussagen über den qualitativen Verlauf der optimalen Lösung machen zu können. Es sei angemerkt, dass wir für alle folgenden Simulationsergebnisse die untenstehenden Parameter in Tabelle 4.1 gewählt haben, die mit den korrespondierenden Werten aus Tabelle 2.1 überein stimmen.

α	δ	ρ	β	γ	ξ	η	G
0.38	0.07	0.038	1	1.5	0.3	0.2	0.1

Tabelle 4.1: Basis-Parameter für die Simulationsergebnisse

In Abbildung (4.2) sind analog zum Basismodell in Kapitel 2 das quadratische Ausgabenprogramm und das entsprechende konstante Ausgabenprogramm mit identem Gegenwartswert abgebildet.

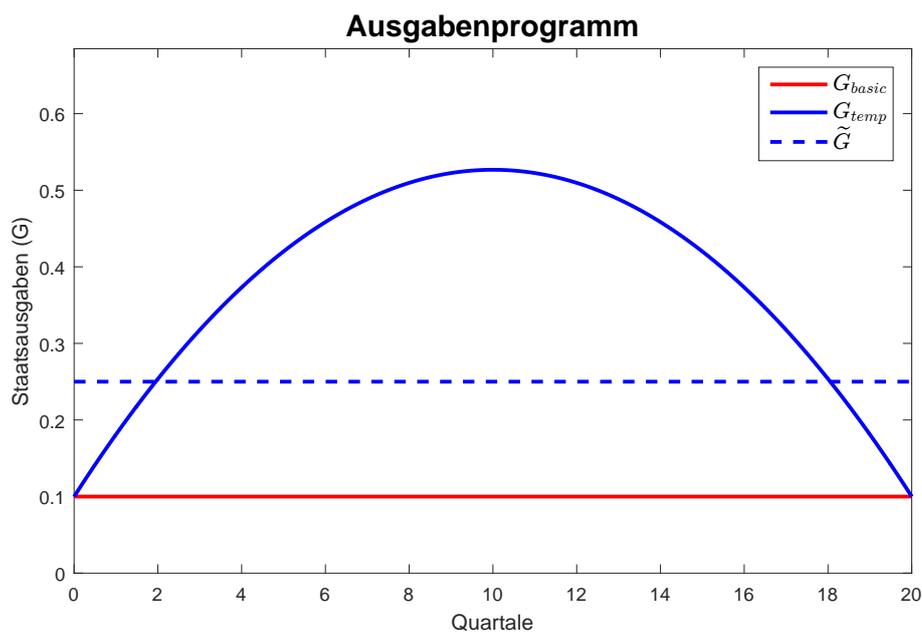


Abbildung 4.2: Staatsausgaben während des Staatsausgabenprogramms

4.2.1 Konstantes Ausgabenprogramm

In diesem Fall wissen wir, wie bereits mehrmals beschrieben, dass die Lösung der Systemdynamik des Phasendiagramms definiert durch die gestrichelten Isoklinen und dem gestrichelten Transitionspfads folgt. Da der temporäre Steady-State im Schnittpunkt der gestrichelten Isokline sowohl einen höheren Kapitalstock als auch ein höheres Konsumlevel aufweist, erhalten wir nun deutlich andere Ergebnisse als im Benchmark-Modell. In Abbildung 4.3 ist ersichtlich, dass wie auch in allen bisherigen Modellvarianten der Konsum zunächst durch einen Schock auf ein niedrigeres Level fällt, dann allerdings gemeinsam mit dem Kapitalstock wieder stetig ansteigt. Im Vergleich zum Benchmark-Modell steigt jedoch der Konsum während des Ausgabenprogramms über den Steady-State Konsumwert an und der Kapitalstock erlebt erst kurz vor Ende des Programms einen geringen Rückgang. Schlussendlich springt die Ökonomie am Ende des expansiven Ausgabenprogramms wieder auf den ursprünglichen Transitionspfad auf, im Vergleich zum Benchmark-Modell nun allerdings oberhalb. Damit hätten in diesem Fall die Investitionstätigkeiten des Staates genau ihre Intention erfüllt und zu einem höheren Kapitalstock und höherem Konsum geführt, wobei beide Variablen natürlich langfristig wieder zum ursprünglichen Gleichgewicht konvergieren. Abbildung 4.4 verdeutlicht nun nochmals, dass bereits kurz nach Beginn des Programms sowohl der Konsum als auch der Kapitalstock über den Ausgangswerten liegen. Der Konsum wächst dabei bis zum Ende um 8% während der Kapitalstock zwischenzeitlich sogar um mehr als 12% zunimmt. Beachtlich ist nun auch, dass das Arbeitsangebot durchgehend über dem Steady-State Wert liegt, im Laufe der Zeit jedoch wieder sukzessive abnimmt. Da in diesem Fall, im Vergleich zum Benchmark-Modell sowohl das Kapital als auch das Arbeitsangebot durchgehend positiv auf das Ausgabenprogramm reagiert ist auch der Effekt auf den Staatsausgabenmultiplikator eindeutig bestimmt und leicht erkennbar. Der Multiplikator liegt im Zuge des gesamten Investitionsprogramms im positiven Bereich

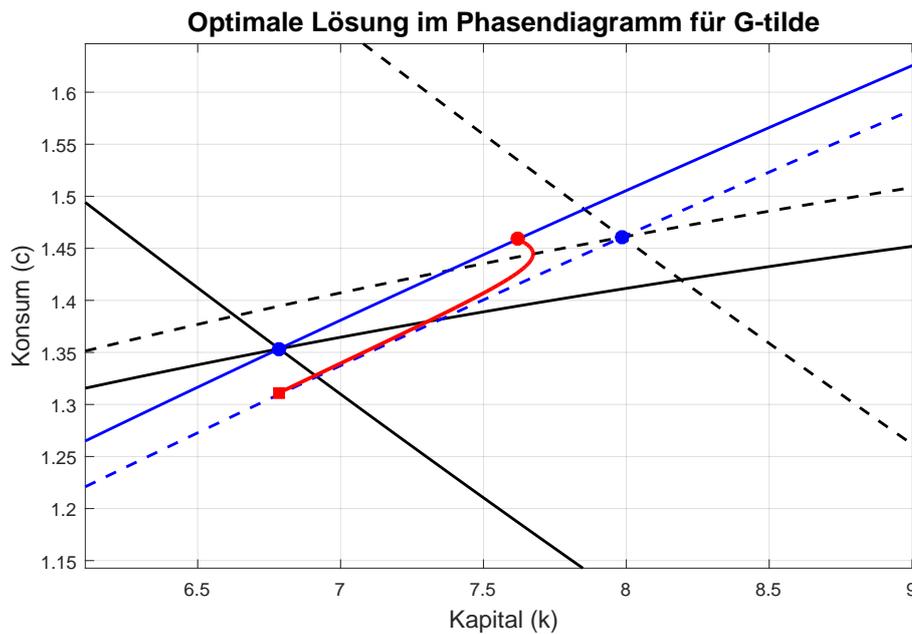


Abbildung 4.3: Optimale Kontrollen (c , l) und Zustand (k) während des Staatsausgabenprogramms \tilde{G} im (k, c) - Phasendiagramm

und bleibt auch in der langen Frist bei Bewegung entlang des Transitionspfades positiv. Zusätzlich verstärkt der durch die Investitionen in Infrastruktur höhere Produktivitätsparameter A den positiven Effekt auf die Produktion weiter. Der Staatsausgabenmultiplikator ist also für ein infrastrukturelles Investitionsprogramm sowohl in der kurzen, als auch in der mittleren und in der langen Frist positiv.

4.2.2 Quadratisches Ausgabenprogramm

Nachdem wir im letzten Abschnitt den qualitativen Verlauf untersucht haben, widmen wir uns nun wieder dem expliziten Verlauf im Zuge des expansiven Ausgabenprogramms. Abbildung 4.5 zeigt nun den tatsächlichen Verlauf der Lösung im Phasendiagramm (rot) im Vergleich zum oben beschriebenen konstanten Fall (grün). Es zeigt sich, dass die beiden Verläufe sich qualitativ stark ähneln, allerdings doch interessante Unterschiede aufweisen

Wie auch in den bisherigen Kapiteln ist der Schock auf den Konsum durch das tatsächliche Programm deutlich stärker, allerdings steigt das Kapital insgesamt wesentlich stärker an und auch der Konsum liegt schlussendlich in einem höheren Bereich. Beachtlich ist des Weiteren, dass der Kapitalstock sogar über den Wert des künstlichen Steady-States hinaus geht und auch der private Konsum ab einem gewissen Zeitpunkt über dem entsprechenden Wert liegt und sogar bis zum Ende des Ausgabenprogramms darüber bleibt.

In Abbildung 4.5 ist nochmals deutlich dargestellt, dass der Kapitalstock für das quadratische Ausgabenprogramm wesentlich stärker ansteigt und auch der Konsum nach ca. der Hälfte der Laufzeit den Konsum des konstanten Programms überragt. Etwas überraschend mag der Verlauf des Arbeitsangebots sein. Kurz vor Ende des Zeithorizontes fällt das Angebot im Falle des quadratischen Programms wieder unter den ursprünglichen Steady-State-Wert. Im Ver-

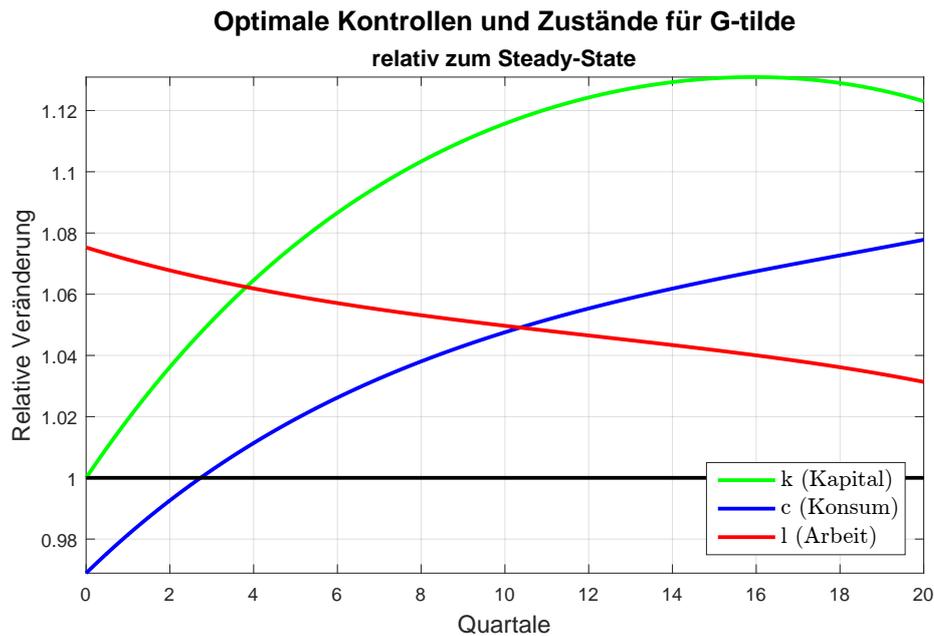


Abbildung 4.4: Optimale Kontrollen (c , l) und Zustand (k) während des Staatsausgabenprogramms relativ zu ihren Steady-State-Werten

gleich dazu bleibt das Arbeitsangebot für das konstante Programm durchwegs über diesem Wert. Diese Diskrepanz sollte nicht ganz unkommentiert bleiben, da die Ökonomie sich in beiden Fällen am Ende des Zeithorizontes am rechten Ast des Transitionspfades befindet, der sich durch ein geringeres Arbeitsangebot verglichen mit dem Steady-State auszeichnet. Dieses Phänomen kann jedoch dadurch erklärt werden, dass die Infrastruktur $A(G)$ im Falle des quadratischen Programms zu Beginn und am Ende der Laufzeit mit dem langfristigen Wert übereinstimmt, während $A(G)$ im Szenario des konstanten Programms am Ende einen Sprung erlebt. Durch das abrupte Absinken der Infrastruktur, erfährt auch der Lohn einen negativen Schock. Daraufhin verringern die Individuen klarerweise auch ihr Arbeitsangebot und es fällt im Anschluss an das Ausgabenprogramm unter den ursprünglichen Steady-State-Wert.

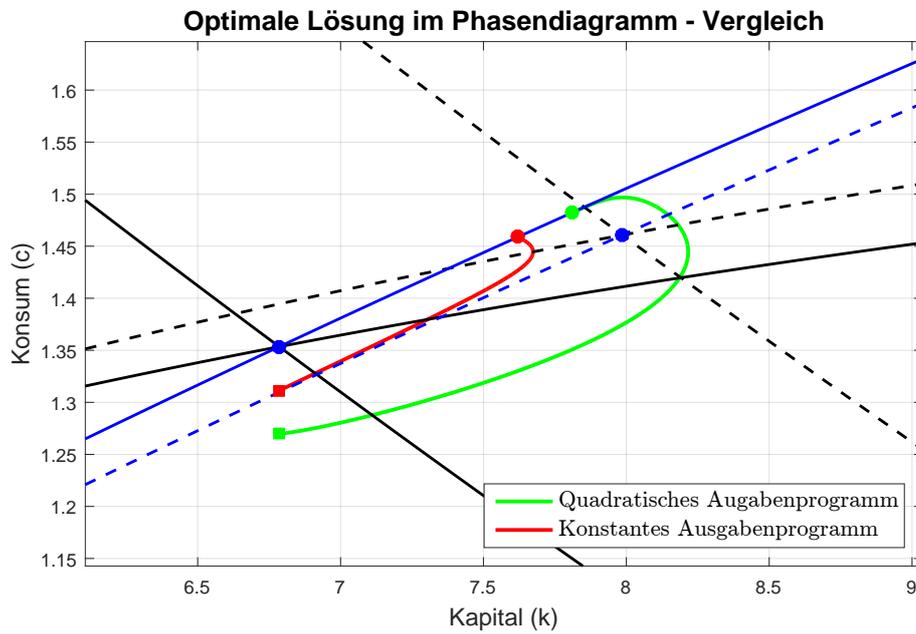


Abbildung 4.5: Optimale Kontrollen (c, l) und Zustand (k) während des Staatsausgabenprogramms \tilde{G} im (k, c) - Phasendiagramm

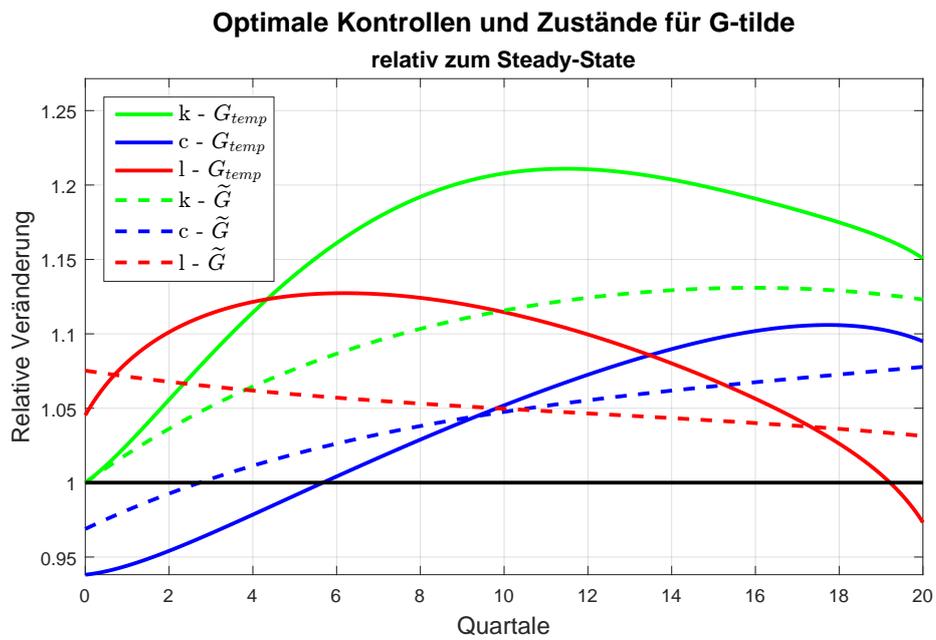


Abbildung 4.6

4.2.3 Ausgabenprogramm mit frühem Peak

Als weiteren möglichen Fall wollen wir uns nun noch wie im Benchmark-Modell ein Ausgabenprogramm mit frühem Peak widmen. In diesem Fall wird der größte Teil der Ausgaben des Programms direkt am Anfang der Ausgabenperiode getätigt. Die genaue Struktur wird in Abbildung 2.8 dargestellt. Um dieses Ausgabenprogramm mit dem quadratischen vergleichen zu können, ist die Höhe der Ausgaben so normiert, dass die Gegenwartswerte bei beiden übereinstimmen.

Betrachten wir nun wieder den expliziten Verlauf der Lösung im Phasendiagramm (rot) im Vergleich zum oben beschriebenen konstanten Fall (grün) in Abbildung 4.7 sieht man, dass sich diese doch erheblich unterscheiden.

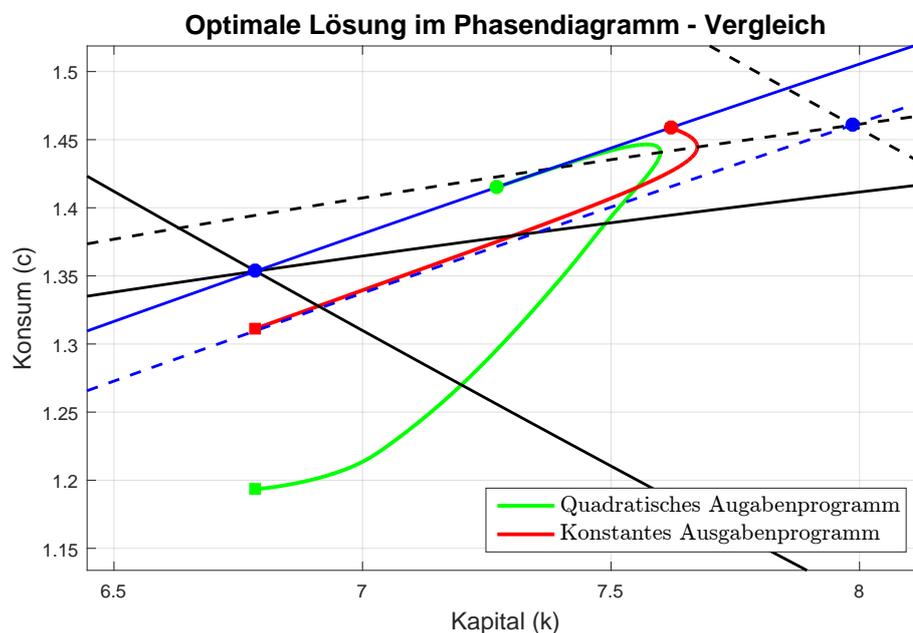


Abbildung 4.7: Optimale Kontrollen (c, l) und Zustand (k) während des Staatsausgabenprogramms G im (k, c) -Phasendiagramm.

- Wir sehen, dass der Schock auf den Konsum zu Beginn des Programms deutlich stärker ist verglichen mit konstanten Programm oder auch dem quadratischen Programm. Allerdings steigt der Konsum anschließend deutlich stärker an und erreicht sowohl ein höheres Niveau als im Steady-State als auch zwischenzeitlich höhere Werte als im konstanten Programm (ersichtlich in Abbildung 4.8).
- Während wir im Falle des quadratischen Programms beobachten konnten, dass sowohl Konsum als auch Kapital über dem Niveau des Hilfs-Steady-States liegen, ist dies im Szenario des frühen Programms nicht der Fall.
- Bereits für das quadratische Programm konnten wir beobachten, dass die Ökonomie sich am Ende des Programms sehr ähnlich zum Transitions Pfad bewegt. Dieses Phänomen ist für das frühe Programm noch stärker ausgeprägt. Dies ist darauf zurück zu führen,

dass sich gegen Ende das Ausgabenprogramm und somit auch der Wert der Infrastruktur nur noch gering von den Ausgangswerten unterscheiden. In Abbildung 4.7 ist ersichtlich, dass der optimale Pfad für einen längeren Zeitraum fast direkt auf dem Transitionspfad verläuft.

Abbildung 4.8 zeigt nun wieder die optimalen Kontrollen (c, l) und den optimalen Zustand (k) während dem konstanten Ausgabenprogramm (gestrichelt) und dem Ausgabenprogramm mit frühem Peak (durchgezogen) relativ zu ihren Steady-State Werten. Wir sehen, dass vor allem Konsum und Kapital qualitativ sehr ähnlich verhalten. Der markanteste Unterschied ist im Arbeitsangebot erkennbar. Der rasche Anstieg der Infrastrukturinvestitionen zu Beginn führt zu einem starken Anstieg des Arbeitslohns, was folglich den Individuen einen starkern Anreiz liefert ihr Arbeitsangebot zu erhöhen.

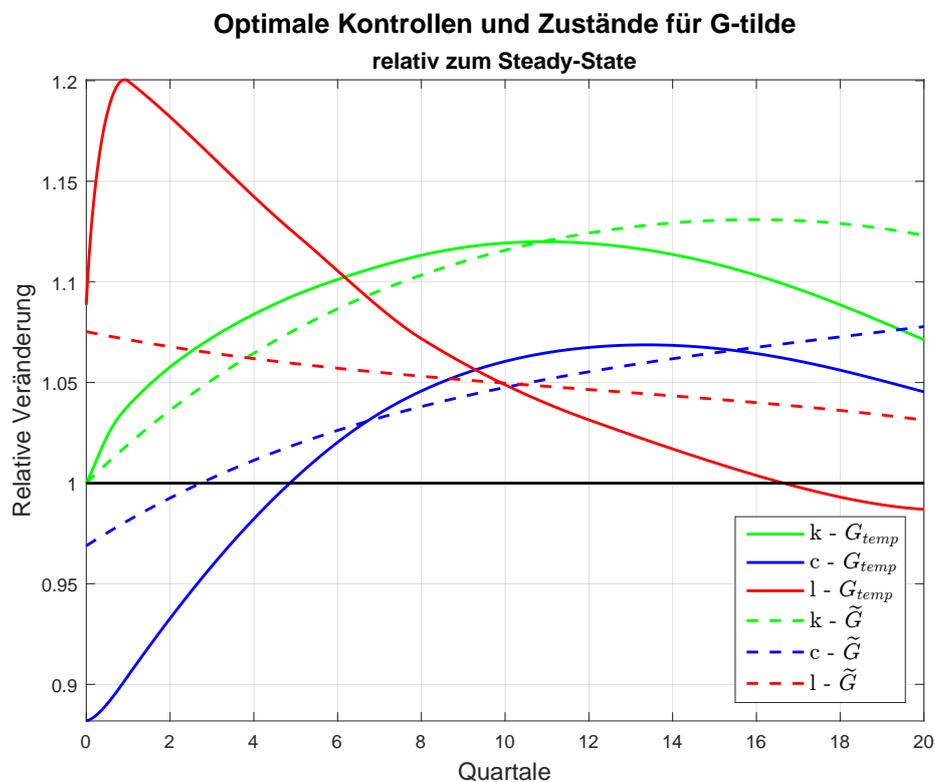


Abbildung 4.8: Optimale Kontrollen (c, l) und Zustand (k) während des Staatsausgabenprogramms relativ zu ihren Steady-State-Werten.

Die Grafik zeigt auch nochmals, dass der Konsum zu Beginn auf einem niedrigeren Niveau starten muss verglichen mit dem konstanten Programm, damit in den ersten Quartalen mehr in Kapital investiert werden kann. Gleichzeitig führt der ansteigende Lohn gemeinsam mit dem ansteigenden Arbeitsangebot zu einem positiven Einkommenseffekt und der Konsum kann schnell wieder ansteigen, sodass er trotz des großen Unterschieds zu Beginn nach 7 Quartalen bereits den Konsumwert im konstanten Programm übertrifft. Im Zeitverlauf sinkt jedoch der Lohn und somit auch das Arbeitsangebot und das Arbeitseinkommen der Haushalte aufgrund der abnehmenden Ausgaben für Infrastruktur wieder ab und schlussendlich liegen Konsum,

Kapital und Arbeitsangebot deutlich unter den Werten des konstanten Ausgabenprogramms¹. Nichtsdestotrotz bleiben die Werte für Konsum und Kapital über den Ausgangs-Steady-State-Werten.

4.2.4 Staatsausgabenmultiplikator

Auch für diese Modellvariation wollen wir analysieren wie sich das Programm schlussendlich auf die Produktion zu Beginn und in seinem Verlauf auswirkt. Die bisher äußerst positiven Ergebnisse, dass der Kapitalstock stets über dem gleichgewichtigen Wert liegt und das Arbeitsangebot bis kurz vor Schluss, lassen vermuten, dass auch die Produktion positiv von dem Ausgabenprogramm beeinflusst wird, zumal es den zusätzlichen positiven Effekt auf die Produktivität gibt, da die Ausgaben in die Infrastruktur investiert werden. Abbildung 4.9 bestätigt diese Vermutungen und zeigt, dass für alle Programmtypen die Produktion durchgehend über ihrem Steady-State-Wert liegt.

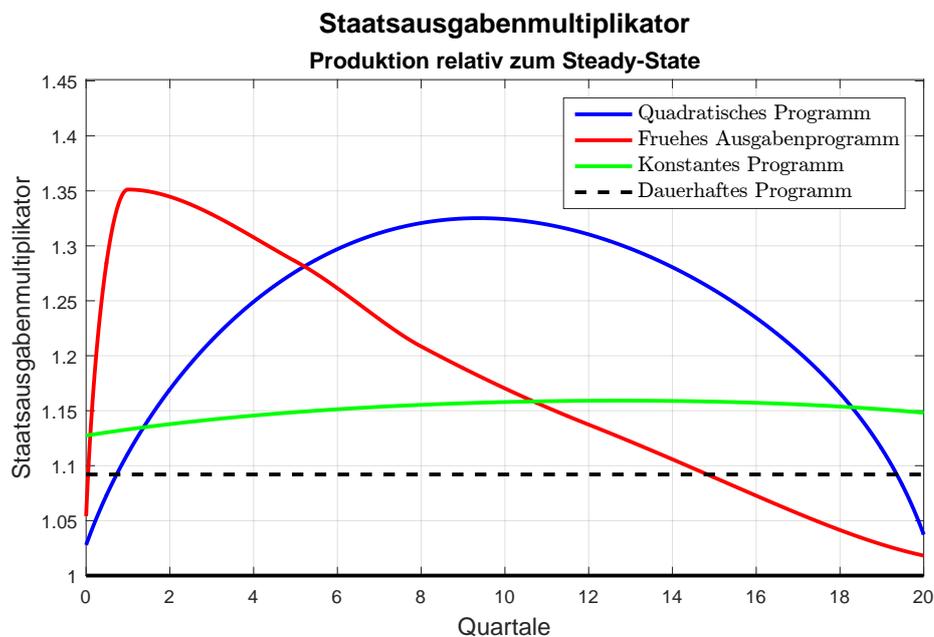


Abbildung 4.9: Produktion relativ zum Steady-State-Level für verschiedene Ausgabenprogramme

Weiters ist es interessant zu beobachten, dass sich die qualitative Form des Ausgabenprogramms sehr stark auf den qualitativen Verlauf der Produktion niederschlägt. Für das quadratische Programm erreicht die Produktion kurz vor der Hälfte des Zeitraums sein Maximum und steigt davor bzw. fällt danach ähnlich zu den Ausgaben. Die Produktion startet durch das sofort zu Beginn gestiegene Arbeitsangebot auf 3% über dem Ausgangswert und erreicht nach knapp 10 Quartalen sogar eine Steigerung von knapp 33%. Anschließend fällt die Produktion wieder, bleibt allerdings bis zum Schluss 4% über dem Referenzniveau.

¹Wir merken nochmals an, dass das Arbeitsangebot nach Auslaufen des konstanten Programms auf ein Niveau unter dem Steady-State-Wert springt.

Im Falle des frühen Programms erreicht die Produktion bereits nach knapp einem Quartal sein Maximum mit einer 35%-igen Zunahme. Dies ist auf den starken Anstieg der Infrastruktur und des Arbeitsangebotes zurückzuführen, da das Kapital selbst zu diesem Zeitpunkt nur um 3% zugenommen hat. Der weitere Anstieg des Kapitalstocks federt anschließend den Rückgang des Arbeitsangebots und der Infrastrukturinvestitionen etwas ab, die Produktion sinkt dennoch beinahe linear bis zum Ende des Zeithorizontes auf knapp 2% über dem Gleichgewichtswert.

Insgesamt sehen wir jedoch, dass der neue Verwendungszweck der Staatsausgaben einige Vorteile mit sich bringt

- Unabhängig von der konkreten Form des Ausgabenprogramms konnten wir beobachten, dass sich die Ökonomie am Ende des zeitlichen Rahmens auf dem rechten oberen Ast des Transitionspfades befindet.
- Der Transitionspfad oberhalb des Steady-States zeichnet sich durch ein niedrigeres Arbeitsangebot als auch höheren Konsum aus. Dies bedeutet, dass die Individuen sowohl Nutzengewinne durch mehr Freizeit als auch durch mehr Konsum erzielen.
- Die Produktion liegt durchwegs über dem Ausgangsniveau, was zwischenzeitlich durch höhere Produktivität und höheres Arbeitsangebot bewerkstelligt wird, gegen Ende jedoch hauptsächlich durch einen angewachsenen Kapitalstock ermöglicht wird.

5 | Modell mit expansivem Ausgabenprogramm und anschließenden Einsparungen

Bisher haben wir uns damit beschäftigt, was während einem Ausgabenprogramm in unserer Ökonomie passiert und wie sich der Staatsausgabenmultiplikator verhält. Nun wollen wir genauer untersuchen, was eigentlich nach einem derartigen expansiven Ausgabenprogramm passiert. Corsetti u. a. (2012) haben in einer Zeitreihenanalyse für die USA herausgefunden, dass expansive Staatsausgabenprogramme zu einer Erhöhung der öffentlichen Schulden führen und in Folge in Ausgaben unter dem gewöhnlichen Trend resultierten. Das bedeutet, dass Staatsausgabenprogramme für gewöhnlich anschließende Einsparungsmaßnahmen nach sich ziehen.

Um diese Erkenntnisse in unsere bisherige Analyse zu integrieren, werden wir in diesem Kapitel unser Modell mit Infrastruktur erweitern. Wir werden analysieren was für Effekte auftreten, wenn wir nach einem Ausgabenprogramm Einsparungen im gleichen Ausmaß vornehmen. Wir wenden dieses neue Programm in unserem Modell mit Infrastruktur an, da wir im Benchmark-Modell gesehen habe, dass ein rein expansiven Programm relativ schnell seinen positiven Effekt verliert und sich mittelfristig negativ auswirkt. Von den Individuen antizipierte anschließende Einsparungen würden allein die temporär positiven Effekt dämpfen und die mittelfristig negativen verstärken.

In Abbildung 5.1 sind zwei repräsentative Ausgabenprogramme dargestellt. Im „starken“ Programm (blau) werden die Staatsausgaben in ihrem Maximum verdoppelt und werden im Minimum auf Null gesenkt. Im „schwachen“ Programm (grün) reduzieren wir das Ausmaß der Ausgaben und Einsparungen auf die Hälfte. Wir erkennen, dass die konstanten Programme mit gleichem Gegenwartswert (gestrichelte Linien) nun nur noch eine verhältnismäßig geringe Erhöhung im Vergleich zu den Basisausgaben darstellen. Obwohl die Ausgaben genau den späteren Einsparungen während des Programmes entsprechen, ist die leichte Erhöhung dadurch begründet, dass die Ausgaben weniger stark abdiskontiert werden als die späteren Einsparungen. Für die folgenden Simulationen haben wir die genau gleichen Parameter wie im letzten Kapitel gewählt und verweisen für die exakten Werte auf Tabelle 4.1.

„Starkes“ Ausgabenprogramm

Wir starten mit dem starken Ausgabenprogramm und betrachten nun wieder den expliziten Verlauf der Lösung im Phasendiagramm (grün) im Vergleich zum konstanten Fall (rot) in

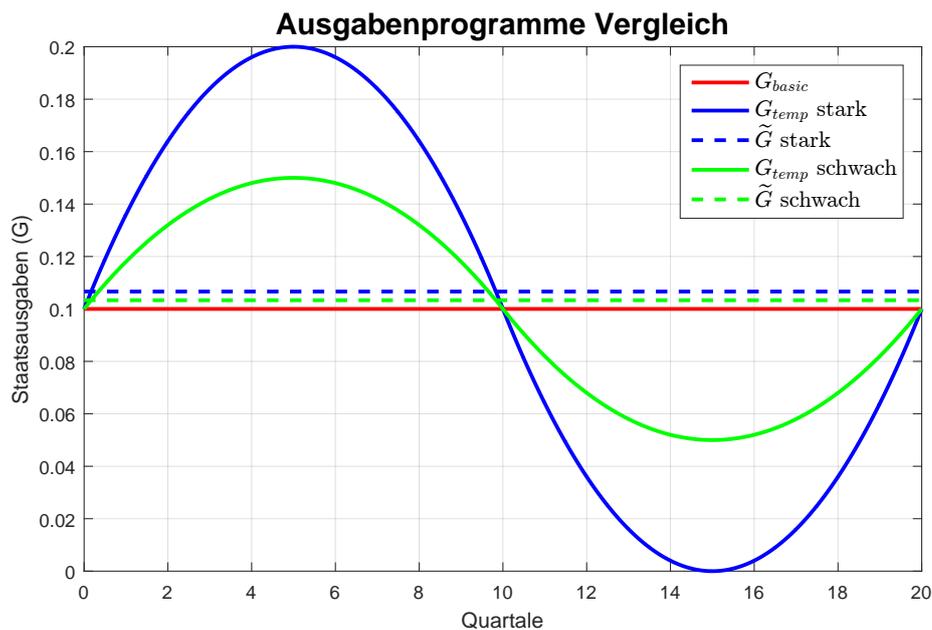


Abbildung 5.1: Quadratisches Staatsausgabenprogramm mit anschließenden Einsparungen im selben Ausmaß

Abbildung 5.2.

Wir sehen, dass das konstante Ausgabenprogramm wie schon kurz beschrieben, keinen großen Einfluss hat. Damit unterscheidet sich der Hilfs-Steady-State kaum vom ursprünglichen, bzw. überlagern sich die Transitionspfade der beiden Steady-States fast vollkommen. Damit bewegt sich die Ökonomie während dem konstanten Ausgabenprogramm schlicht gesagt annähernd entlang des Transitionspfades und nach Ende des Programms in ähnlicher Weise wieder zurück.

Am Anfang des quadratischen Ausgabenprogramms sind die Einbußen im Konsum wieder deutlich stärker als beim konstanten Programm, sowohl Konsum als auch Kapital steigen jedoch wie im Modell mit Infrastruktur in Kapitel 4 im Verlauf kontinuierlich auf Werte über dem Steady-State an. Allerdings kommt es auch hier zu einer kompletten Trendwende, die dann aufgrund der zusätzlichen Einsparungen zu einem sehr viel stärkeren Absinken der Werte führt, als im vorherigen Modell. Dabei nimmt auch interessanter Weise der Konsum zu einem früheren Zeitpunkt wieder ab als das Kapital¹. Weit unterhalb der Steady-State-Werte kommt es dann zu einer erneuten Trendwende und bewegt sich dann noch für einen gewissen Zeitraum entlang des Transitionspfades zurück in Richtung des Gleichgewichts. Schlussendlich endet die Ökonomie aber mit einem Kapitalstock und Konsumlevel weit unter dem langfristigen Gleichgewicht.

Anschließend betrachten wir in Abbildung 5.3 noch die Kontrollen (c, l) und den Zustand k während des Ausgabenprogramms relativ zu ihren Steady-State Werten. Wir erkennen, dass zu Beginn die Werte wie im Phasendiagramm einen positiven Trend folgen und für einen Zeitraum oberhalb des Steady-States liegen, bis der negative Trend startet und die Werte

¹Daher biegt der optimale Pfad im Phasendiagramm auch nach rechts ab, während wir in allen bisherigen Modellen immer zuerst eine Kurve nach links beobachten konnten.

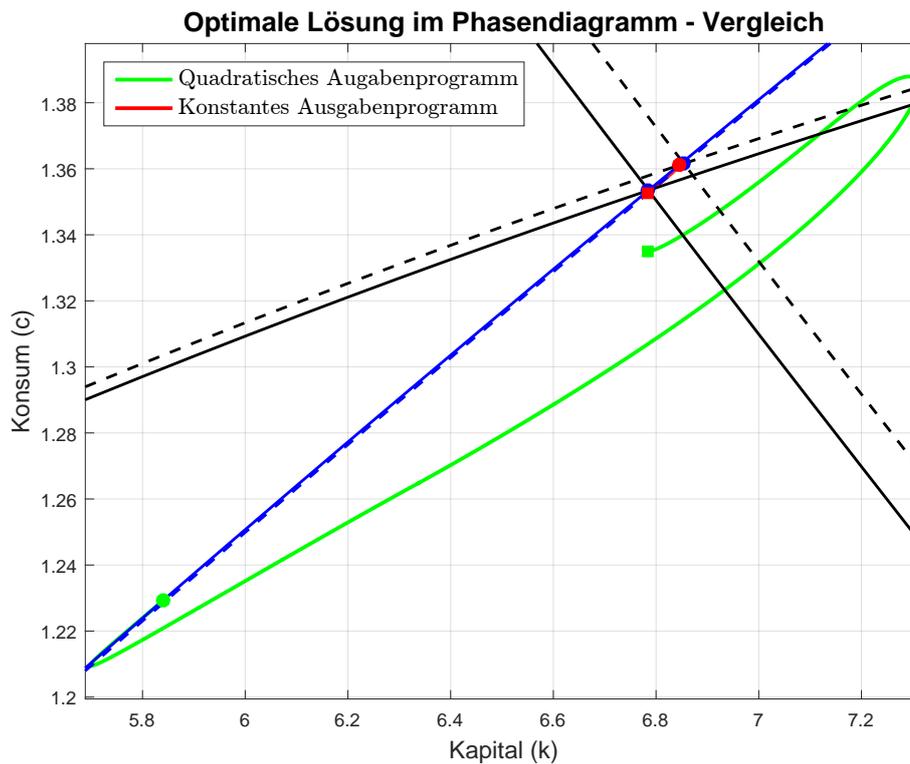


Abbildung 5.2: Optimale Kontrollen (c, l) und Zustand (k) während des Staatsausgabenprogramms G und anschließenden Einsparungen im (k, c) -Phasendiagramm.

darunter fallen. Während das Arbeitsangebot nach 10 Quartalen (also genau zum Zeitpunkt, wenn die Einsparungen beginnen) unter den Steady-State-Level fällt, bleibt der Konsum noch zwei weitere Quartale über dem entsprechenden Referenzwert und das Kapital sinkt nach ca. 14 Quartalen unter den Vergleichswert.

Weiters können wir beobachten, dass die drei Variablen immer schneller sinken, je näher sie dem Minimum der Staatsausgaben nach 15 Quartalen kommen. Besonders das exponentiell schnell sinkende Arbeitsangebot sticht in Abbildung 5.3 heraus, da es anschließend genauso schnell wieder ansteigt. Dies lässt sich durch die funktionale Form der Abhängigkeit des Infrastrukturparameters von den Staatsausgaben begründen. Wir weisen nochmals daraufhin, dass

$$A(G) = 1 + G^{0.2}$$

gilt. Damit konvergiert die Grenzproduktivität für gegen Null konvergierende Staatsausgaben gegen unendlich. Da sich der Produktivitätsparameter A direkt im Lohn niederschlägt, überträgt sich dieses Verhalten auch auf das Arbeitsangebot. Nachdem das Arbeitsangebot auf unter 70% des gleichgewichtigen Wertes gefallen ist, steigt es wieder so stark an, sodass es am Ende wieder über dem Ausgangswert liegt. Auch die Abnahme von Konsum und Kapital ist nach dem 15. Quartal weniger stark ausgeprägt und in den letzten beiden Quartalen nehmen die beide Werte wieder leicht zu.

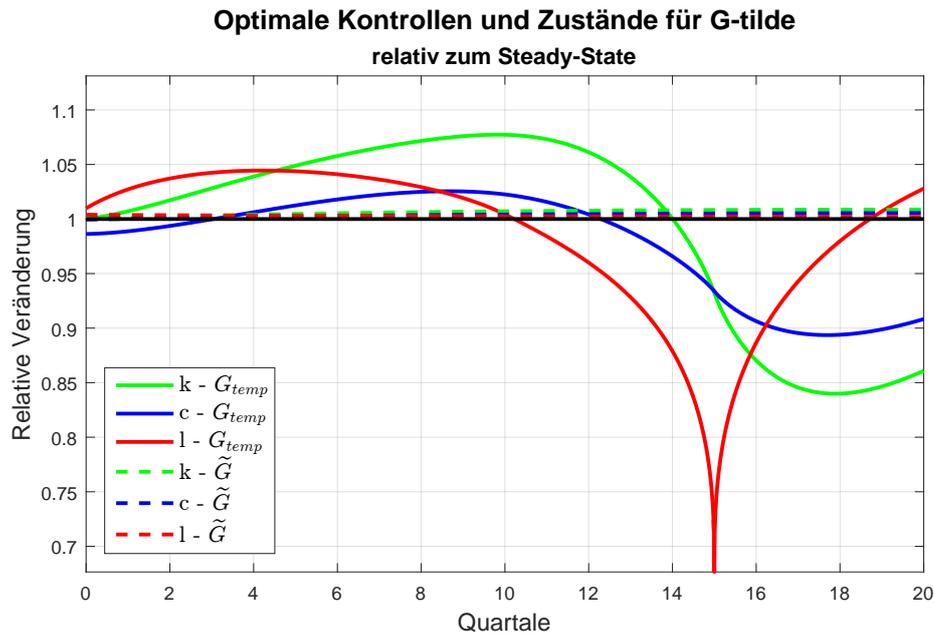


Abbildung 5.3: Optimale Kontrollen (c, l) und Zustand (k) während des Staatsausgabenprogramms und anschließenden Einsparungen relativ zu ihren Steady-State-Werten.

„Schwaches“ Ausgabenprogramm

Aufgrund des interessanten Verlaufs des Arbeitsangebots betrachten wir zusätzlich das schwächere Ausgabenprogramm und analysieren, ob sich dieser Verlauf auch hier realisiert. In Abbildung 5.4 ist wieder der exakte Verlauf im Phasendiagramm dargestellt. Der optimale Pfad setzt sich in diesem Szenario qualitativ aus drei beinahe linearen Abschnitten zusammen. Im ersten Abschnitt erkennen wir wieder den positiven Trend mit steigendem Konsum und Kapitalstock. Nach einer folgenden Trendwende² nehmen beide Werte für einen längeren Zeitraum ab. Der letzte Abschnitt ist in Abbildung 5.4 kaum erkennbar, es findet jedoch vor Ende des Programms nochmals eine Kehrtwende statt, nach der Konsum und Kapital wieder gemeinsam ansteigen. Der Punkt an dem die Ökonomie wieder auf den Transitions Pfad aufspringt liegt jedoch trotzdem deutlich unter dem ursprünglichen Steady-State.

Die Linearität des Pfades in den einzelnen Abschnitten bedeutet das Kapital und Konsum in einem konstanten Verhältnis ansteigen bzw. sinken. Diese Tatsache verdeutlicht sich nochmals bei Betrachtung von Abbildung 5.5. Konsum und Kapital zeigen dabei einen qualitativ sehr ähnlichen Verlauf. Da die beiden Variablen ihr Maximum und Minimum zu fast identen Zeitpunkten annehmen, ergibt sich die im Phasendiagramm beobachtete Zusammensetzung aus drei Abschnitten.

Die bereits beim starken Programm analysierten Eigenschaften sind auch hier wieder vorhanden. Dies bedeutet, die Variablen fallen in der Reihenfolge l, c, k unter die Steady-State-Werte und steigen gegen Ende des Programmes wieder an. Das Arbeitsangebot übersteigt dabei auch hier kurz vor Auslaufen des Programms wieder über den Ausgangswert, der Verlauf wäh-

²Bei dieser Trendwende sinkt der Kapitalstock wieder kurz vor dem Konsum und wir beobachten die bereits erwähnte „Linkskurve“.

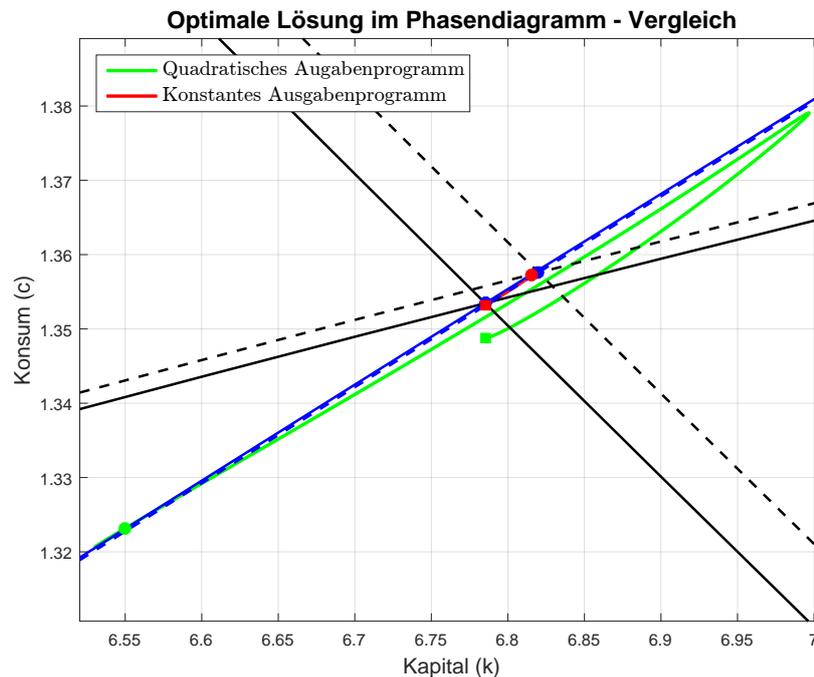


Abbildung 5.4: Optimale Kontrollen (c, l) und Zustand (k) während des Staatsausgabenprogramms G und anschließenden Einsparungen im (k, c) -Phasendiagramm.

rend der Einsparungsphase ist jedoch wesentlich glatter als im Fall des starker Programms.

Einfluss auf die Produktion

Wir wollen uns nun noch dem Staatsausgabenmultiplikator, also dem Einfluss auf die Produktion im Vergleich zum Steady-State widmen. Dabei lassen die Ergebnisse vermuten, dass während der Einsparungsphase die Produktion deutlich unter das Ausgangsniveau fällt, da sowohl beide Produktionsfaktoren Arbeit und Kapital und den korrespondierenden Werten liegen, als auch die Produktivität durch die Infrastruktur aufgrund der verringerten Staatsausgaben unter das gleichgewichtige Niveau fällt. Abbildung 5.6 bestätigt diese Vermutung und zeigt, dass die Produktion innerhalb eines Quartals nach Beginn der Einsparungen unter den gleichgewichtigen Wert fällt. Die Produktionssteigerung in der ersten Phase ist beim starken Programm ca. doppelt so hoch verglichen zum schwachen Programm, der Produktionseinbruch ist allerdings wesentlich dramatischer. Während die Produktion während des schwachen Programmes stets über 90% bleibt, sinkt sie für das starke Programm unter 50% des Steady-State-Wertes.

Zusammenfassend haben wir in diesem Abschnitt gezeigt, dass der im vorhergehenden Kapitel 4 beobachtete positive mittelfristige Effekt eines expansiven Ausgabenprogramms auf die Ökonomie, deutlich verloren geht, falls nach den höheren Ausgaben von den Individuen antizipierte Einsparungen vorgenommen werden. Weiters haben wir gesehen, dass ein konstant positives Ausgabenprogramm in einem Bruchteil des Ausmaßes einen wesentlich positiveren Effekt auf die Ökonomie hat.

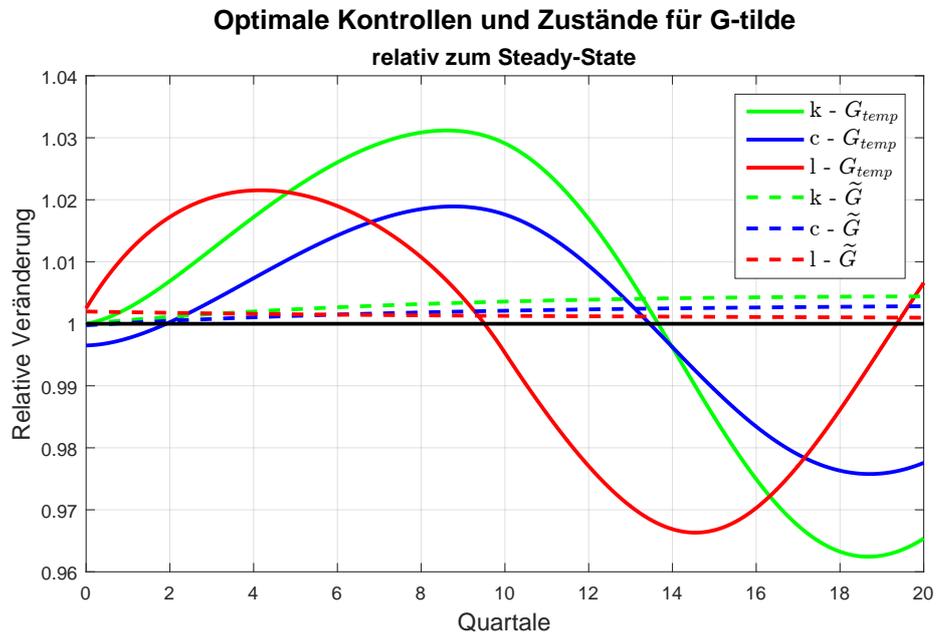


Abbildung 5.5: Optimale Kontrollen (c, l) und Zustand (k) während des Staatsausgabenprogramms und anschließenden Einsparungen relativ zu ihren Steady-State-Werten.

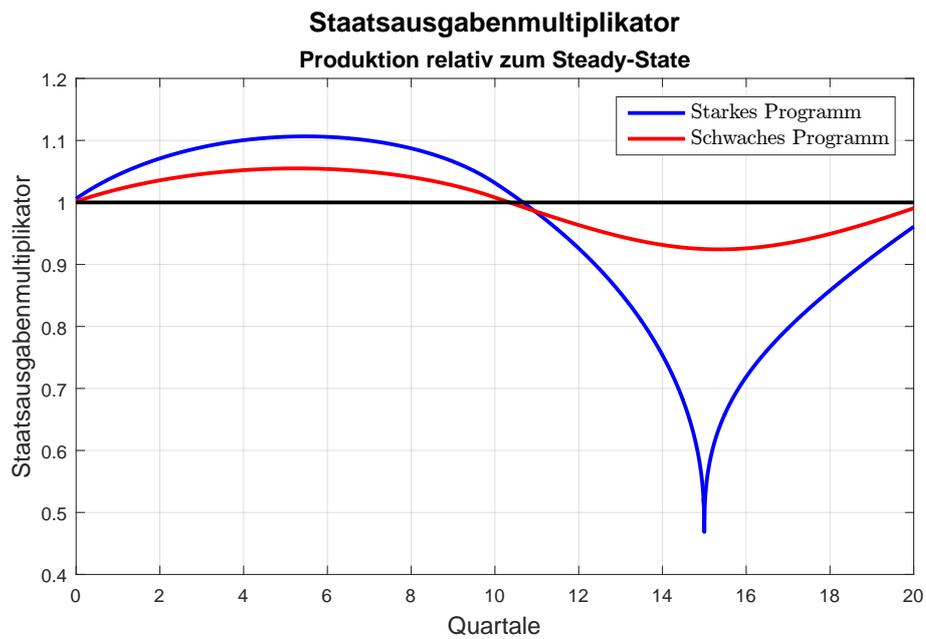


Abbildung 5.6: Produktion relativ zum Steady-State-Level für das schwache und starke Ausgabenprogramm

6 | Conclusio

Wir wollen nun nochmals die Ergebnisse der einzelnen Modelle aus den Kapiteln 2 bis 5 zusammenfassen bevor wir anschließend einen kurzen Ausblick auf mögliche Fortsetzungen und weitere Untersuchungen geben. In Kapitel 1 haben wir zur Einleitung die Problemformulierung anhand vorangehender Literatur motiviert. In Kapitel 2 stellen wir das Modell aus Strulik u. Trimborn (2017) vor, welches wir als Basismodell für die Erweiterungen in den darauffolgenden Kapiteln verwenden. Wir bestätigen dabei die Ergebnisse der Autoren, erweitern jedoch bereits für dieses Basismodell die Analyse um eigene Simulationsergebnisse. Wir haben gezeigt, dass mit einer Phasendiagrammanalyse der qualitative Verlauf der Volkswirtschaft während eines Ausgabenprogramms beschrieben werden kann und haben festgestellt, dass der Kapitalstock und der Konsum am Ende des Programms unter den Ausgangswerten des Steady-States liegen. Mit Hilfe eigener Simulationen haben wir außerdem gezeigt, dass der negative Effekt für gewisse Strukturen des Ausgabenprogramms wesentlich früher und stärker einsetzen kann. Insgesamt haben wir durch die Analyse des Basismodells beobachtet, dass ein expansives Ausgabenprogramm zwar kurzfristig die Ökonomie stimulieren kann, mittel- und langfristig jedoch die Entwicklung negativ beeinflusst.

In Kapitel 3 haben wir das Basismodell um Kapitalertrags-, Lohn- und Konsumsteuer erweitert. Wir haben die unterschiedlichen Effekte der drei Steuervarianten analytisch untersucht und anschließend numerische Simulationen für einzelnen Szenarien durchgeführt. Unsere Analysen haben uns gezeigt, dass mit einer Anpassung der Steuern während eines Ausgabenprogramms, der im Basismodell beobachtete negative Effekt abgefedert oder gar eliminiert werden kann. Da dazu im Allgemeinen eine (nicht unbedeutende) Steuersenkung nötig ist, ist dies nur möglich, falls die entsprechende Steuer in der Ausgangssituation bereits relativ hoch ist.

Einen anderen Ansatz haben wir anschließend in Kapitel 4 betrachtet. Hier nahmen wir an, dass die Staatsausgaben nicht zur Finanzierung öffentlichen Konsums verwendet werden (der in die Nutzenfunktion der Individuen eingeht), sondern in Infrastruktur investiert werden, womit die Produktivität der Firmen gesteigert werden kann. Diese alternative Verwendungsmöglichkeit der Ausgaben hat in unserer Analyse ausschließlich positive Effekte offenbart. Die Ökonomie weist am Ende sowohl einen höheren Kapitalstock als auch höheren Konsum auf und auch die Produktion liegt unabhängig von der expliziten Form des Ausgabenprogramms über dem Ausgangsniveau. Damit hat das expansive Ausgabenprogramm nicht nur kurzfristig sondern auch mittel- und langfristig einen positiven Effekt auf die Volkswirtschaft.

Das Bild gestaltet sich jedoch anders, wenn nach einem Ausgabenprogramm anschließend Einsparungen vorgenommen werden um die Staatsschulden schneller zu verringern. Dieses Sze-

nario haben wir in Kapitel 5 untersucht, indem wir in unserem Modell mit Infrastrukturinvestitionen einen derartigen Verlauf der Staatsausgaben betrachtet haben. Dabei zeigt sich, dass der positive Effekt der erhöhten Ausgaben nur marginal in den Zeitbereich der Einsparungen hinein anhält. Die negativen Effekte der Einsparungen sind hingegen dramatisch und die Ökonomie wird zwischenzeitlich sogar stärker geschädigt, als sie im Maximum von den Ausgaben profitiert hat. Anstelle eines derartigen Programms sollte vielmehr ein konstantes rein expansives Programm mit gleichem Gegenwartswert (der einem Bruchteil der maximalen Ausgaben entspricht) implementiert werden, da für dieses zumindest in geringem Ausmaß die positiven Effekte aus Kapitel 4 realisiert werden können.

Zusammenfassend haben unsere diversen Analysen gezeigt, dass expansive Ausgabenprogramme im Allgemeinen einen positiven kurzfristigen Effekt erzielen, für die mittel- und langfristige Entwicklung jedoch die Struktur des Programms und Ziel der Ausgaben (Konsum oder Investition) eine entscheidende Rolle spielt. Bevor wir schlussendlich auf mögliche weitere zukünftige Analysen eingehen, wollen wir nochmals auf Appendix B hinweisen, in dem auf die numerische Lösung aller Modelle, die bei weitem keine triviale Aufgabe darstellt, genauer eingegangen wird.

Um einen kleinen Ausblick zu geben werden wir noch kurz einige mögliche weitere Untersuchungen ansprechen. Als erste weitere Modellvariante könnten wir untersuchen, wie sich von den Individuen nicht antizipierte Einsparungen nach einem expansiven Programm auswirken. In unserer bisherigen Formulierung antizipierten die Individuen die anschließenden Kürzungen und passten dementsprechend ihr Verhalten an. Des weiteren wäre es auch interessant die zwei Ausgabentypen aus den Kapiteln 2 und 4 zu kombinieren und eine Ökonomie zu betrachten, in der der Staat die Ausgaben sowohl für Infrastrukturmaßnahmen als auch für öffentlichen Konsum nutzt. Ein weiterer Aspekt ist, dass wir uns in unseren Analysen stets nur exogen vorgegebenen Programmen gewidmet haben. Die endogene optimale Gestaltung des Ausgabenprogramms aus staatlicher Sicht wäre ein weiterer Aspekt, der untersucht werden könnte. Dies könnte auch mit der endogenen Ausgestaltung der in Kapitel 3 eingeführten Steuern gekoppelt werden. Zuletzt wäre es durchaus auch von Interesse zu analysieren wie sich ein expansives Programm auf ein Volkswirtschaft auswirkt, die sich in einer Rezession befindet, und nicht in ihrem langfristigen Gleichgewicht.

Literaturverzeichnis

- [Corsetti u. a. 2012] CORSETTI, Giancarlo ; MEIER, André ; MÜLLER, Gernot J.: Fiscal stimulus with spending reversals. In: *Review of Economics and Statistics* 94 (2012), Nr. 4, S. 878–895
- [Ramey 2011a] RAMEY, Valerie A.: Can government purchases stimulate the economy? In: *Journal of Economic Literature* 49 (2011), Nr. 3, S. 673–685
- [Ramey 2011b] RAMEY, Valerie A.: Identifying government spending shocks: it's all in the timing. In: *The Quarterly Journal of Economics* 126 (2011), Nr. 1, S. 1–50
- [Strulik u. Trimborn 2017] STRULIK, Holger ; TRIMBORN, Timo: The Spending Multiplier in the Medium Run. In: *German Economic Review* 18 (2017), Nr. 2, S. 154–181
- [Trabandt u. Uhlig 2012] TRABANDT, Mathias ; UHLIG, Harald: How do Laffer curves differ across countries? / National Bureau of Economic Research. 2012. – Forschungsbericht
- [Trimborn u. a. 2008] TRIMBORN, Timo ; KOCH, Karl-Josef ; STEGER, Thomas M.: Multidimensional transitional dynamics: a simple numerical procedure. In: *Macroeconomic Dynamics* 12 (2008), Nr. 3, S. 301–319
- [Uhlig u. Trabandt 2011] UHLIG, Harald ; TRABANDT, Mathias: How far are we from the slippery slope? The Laffer curve revisited. (2011)

Abbildungsverzeichnis

2.1	Phasendiagrammanalyse des optimalen Kontrollsystems im Basismodell	17
2.2	Veränderungen im Phasendiagramm bei erhöhten Staatsausgaben im Basismodell	18
2.3	Höhe der Staatsausgaben während des quadratischen Staatsausgabenprogramms	19
2.4	Optimale Kontrollen (c, l) und Zustand (k) während des konstanten Staatsausgabenprogramms \tilde{G} im (k, c) - Phasendiagramm	20
2.5	Optimale Kontrollen (c, l) und Zustand (k) während des konstanten Staatsausgabenprogramms relativ zu ihren Steady-State-Werten im Basismodell	22
2.6	Optimale Kontrollen (c, l) und Zustand (k) während eines quadratischen und konstanten Staatsausgabenprogramms G im (k, c) - Phasendiagramm im Basismodell	23
2.7	Optimale Kontrollen (c, l) und Zustand (k) während eines quadratischen und konstanten Staatsausgabenprogramms relativ zu ihren Steady-State-Werten im Basismodell	24
2.8	Strukturelle Form des Ausgabenprogramms mit einem frühen Peak („Frühes Ausgabenprogramm“)	25
2.9	Optimale Kontrollen (c, l) und Zustand (k) während eines frühen und konstanten Staatsausgabenprogramms G im (k, c) - Phasendiagramm im Basismodell	26
2.10	Optimale Kontrollen (c, l) und Zustand (k) während des frühen und konstanten Staatsausgabenprogramms relativ zu ihren Steady-State-Werten im Basismodell	27
2.11	Staatsausgabenmultiplikator (Produktion relativ zum Steady-State) für verschiedene Ausgabenprogramme im Basismodell	28
3.1	Vergleich der unterschiedlichen Effekte der drei Steuervarianten auf die Isoklinen im Phasendiagramm	37
3.2	Veränderungen im Phasendiagramm unter Einfluss eines expansiven Staatsausgabenprogramm bei gleichzeitiger Senkung der Kapitalertragssteuer	39
3.3	Optimaler Verlauf der Ökonomie im Phasendiagramm für verschiedene Ausgabenprogramme bei Senkung der Kapitalertragssteuer	40
3.4	Optimaler Zeitverlauf der Kontrollen und des Zustandes während verschiedener Ausgabenprogramme bei Senkung der Kapitalertragssteuer	41
3.5	Produktion relativ zum Steady-State-Level für verschiedene Ausgabenprogramme bei Senkung der Kapitalertragssteuer	42

3.6	Veränderungen im Phasendiagramm unter Einfluss eines expansiven Staatsausgabenprogramm bei gleichzeitiger Senkung der Lohnsteuer	43
3.7	Optimaler Verlauf der Ökonomie im Phasendiagramm für verschiedene Ausgabenprogramme bei Senkung der Lohnsteuer	44
3.8	Optimaler Zeitverlauf der Kontrollen und des Zustandes während verschiedener Ausgabenprogramme bei Senkung der Lohnsteuer	45
3.9	Produktion relativ zum Steady-State-Level für verschiedene Ausgabenprogramme bei Senkung der Lohnsteuer	45
4.1	Phasendiagramm bei erhöhten Staatsausgaben	50
4.2	Staatsausgaben während des Staatsausgabenprogramms	52
4.3	Optimale Kontrollen (c, l) und Zustand (k) während des Staatsausgabenprogramms \tilde{G} im (k, c) - Phasendiagramm	53
4.4	Optimale Kontrollen (c, l) und Zustand (k) während des Staatsausgabenprogramms relativ zu ihren Steady-State-Werten	54
4.5	Optimale Kontrollen (c, l) und Zustand (k) während des Staatsausgabenprogramms \tilde{G} im (k, c) - Phasendiagramm	55
4.6	55
4.7	Optimale Kontrollen (c, l) und Zustand (k) während des Staatsausgabenprogramms G im (k, c) -Phasendiagramm.	56
4.8	Optimale Kontrollen (c, l) und Zustand (k) während des Staatsausgabenprogramms relativ zu ihren Steady-State-Werten.	57
4.9	Produktion relativ zum Steady-State-Level für verschiedene Ausgabenprogramme	58
5.1	Quadratisches Staatsausgabenprogramm mit anschließenden Einsparungen im selben Ausmaß	62
5.2	Optimale Kontrollen (c, l) und Zustand (k) während des Staatsausgabenprogramms G und anschließenden Einsparungen im (k, c) -Phasendiagramm.	63
5.3	Optimale Kontrollen (c, l) und Zustand (k) während des Staatsausgabenprogramms und anschließenden Einsparungen relativ zu ihren Steady-State-Werten.	64
5.4	Optimale Kontrollen (c, l) und Zustand (k) während des Staatsausgabenprogramms G und anschließenden Einsparungen im (k, c) -Phasendiagramm.	65
5.5	Optimale Kontrollen (c, l) und Zustand (k) während des Staatsausgabenprogramms und anschließenden Einsparungen relativ zu ihren Steady-State-Werten.	66
5.6	Produktion relativ zum Steady-State-Level für das schwache und starke Ausgabenprogramm	66

Anhang

A | Analytische Herleitungen

A.1 Modellerweiterung mit steuerlichen Maßnahmen

A.1.1 Herleitung der Effekte einer Veränderung der Steuern τ_c und τ_w auf die Lage der \dot{k} -Isokline

Um die Effekte der verschiedenen steuerlichen Maßnahmen auf die Lage der \dot{k} -Isokline zu analysieren gehen wir wie folgt vor.

Zunächst untersuchen wir den Einfluss der Konsumsteuer τ_c . Wir formen Gleichung (3.16) um und leiten danach Gleichung (A.1) total nach τ_c ab.

$$\beta(Ak^\alpha l^{1-\alpha} - \delta k - G)(1 + \tau_c) = (1 - \alpha)A \left(\frac{k}{l}\right)^\alpha (1 - \tau_w)(1 - l)^\gamma \quad (\text{A.1})$$

Als Ableitung erhalten wir,

$$\begin{aligned} & \beta \left(Ak^\alpha (1 - \alpha) l^{-\alpha} \left(\frac{\partial l}{\partial \tau_c} \right) \right) (1 + \tau_c) + \beta(Ak^\alpha l^{1-\alpha} - \delta k - G) = \\ & = A(1 - \alpha)(1 - \tau_w) \left(\gamma(1 - \gamma)^{\gamma-1} \left(-\frac{\partial l}{\partial \tau_c} \right) \right) \left(\frac{k}{l} \right)^\alpha + A(1 - \alpha)(1 - \tau_w)(1 - l)^\gamma \alpha \left(\frac{k}{l} \right)^{\alpha-1} \left(-\frac{k}{l^2} \right) \left(\frac{\partial l}{\partial \tau_c} \right) \end{aligned}$$

welche wir geschickt umformen.

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\partial l}{\partial \tau_c} \right) \left(A(1 - \alpha) \left(\frac{k}{l} \right)^\alpha \left(\beta(1 + \tau_c) + (1 - \tau_w)\gamma(1 - l)^{\gamma-1} + (1 - \tau_w)\alpha(1 - l)^\gamma \frac{1}{l} \right) \right) = \\ & = -\beta(Ak^\alpha l^{1-\alpha} - \delta k - G) \end{aligned}$$

Damit ergibt sich für $\left(\frac{\partial l}{\partial \tau_c} \right)$ die folgende Gleichung.

$$\left(\frac{\partial l}{\partial \tau_c} \right) = \frac{-\beta(Ak^\alpha l^{1-\alpha} - \delta k - G)}{A(1 - \alpha) \left(\frac{k}{l} \right)^\alpha \left(\beta(1 + \tau_c) + (1 - \tau_w)\gamma(1 - l)^{\gamma-1} + (1 - \tau_w)\alpha(1 - l)^\gamma \frac{1}{l} \right)} < 0$$

Nun analysieren wir die Effekte der Lohnsteuer τ_w . Dabei leiten wir Gleichung (A.1) total nach τ_w ab.

$$\beta(1 + \tau_c)Ak^\alpha (1 - \alpha)l^{-\alpha} \left(\frac{\partial l}{\partial \tau_w} \right) = A(1 - \alpha) \left(\gamma(1 - l)^{\gamma-1} \left(-\frac{\partial l}{\partial \tau_w} \right) \left(\frac{k}{l} \right)^\alpha (1 - \tau_w) \right)$$

$$+ (1-l)^\gamma \left(- \left(\frac{k}{l} \right)^\alpha + \alpha(1-\tau_w) \left(\frac{k}{l} \right)^{\alpha-1} \left(-\frac{k}{l^2} \right) \left(\frac{\partial l}{\partial \tau_w} \right) \right)$$

Formen wir nun wieder um, kommen wir auf die folgende Form.

$$\left(\frac{\partial l}{\partial \tau_w} \right) \left(\beta(1+\tau_c) + \gamma(1-l)^{\gamma-1}(1-\tau_w) + (1-l)^\gamma \alpha(1-\tau_w) \frac{1}{l} \right) = -(1-l)^\gamma$$

Wir erhalten somit für $\left(\frac{\partial l}{\partial \tau_w} \right)$

$$\left(\frac{\partial l}{\partial \tau_w} \right) = \frac{-(1-l)^\gamma}{\beta(1+\tau_c) + \gamma(1-l)^{\gamma-1}(1-\tau_w) + (1-l)^\gamma \alpha(1-\tau_w) \frac{1}{l}} < 0$$

A.1.2 Herleitung der Effekte einer Veränderung der Steuern τ_c und τ_w auf die Lage der \dot{k} -Isokline

Bei der Analyse der Steigungen zu, werden wir wie im Basismodell zuerst einen Ausdruck für den Term $\frac{\partial l}{\partial k}$ durch implizites Ableiten der Gleichung (3.16) herleiten und anschließend unter Berücksichtigung der Kettenregel mit Gleichung (3.15) die gesuchte Ableitung $\frac{\partial c}{\partial k}$ ermitteln.

$$\begin{aligned} & \frac{-(1-\alpha)(1-\tau_w)A\gamma(1-l)^{\gamma-1} \left(\frac{\partial l}{\partial k} \right) \left(\frac{k}{l} \right)^\alpha + (1-\alpha)(1-\tau_w)A(1-l)^\gamma \alpha \left(\frac{l-k \left(\frac{\partial l}{\partial k} \right)}{l^2} \right) \left(\frac{k}{l} \right)^{\alpha-1}}{(1+\tau_c)\beta} = \\ & = A\alpha k^{\alpha-1} l^{1-\alpha} + A(1-\alpha)k^{\alpha-1} l^\alpha \left(\frac{\partial l}{\partial k} \right) - \delta \end{aligned}$$

Durch Umformen und Herausheben erhält man den Hilfstern.

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\partial l}{\partial k} \right) \left[\underbrace{\frac{-(1-\alpha)(1-\tau_w)A\gamma(1-l)^{\gamma-1} \left(\frac{k}{l} \right)^\alpha}{(1+\tau_c)\beta}}_{=\frac{\gamma c}{1-l}} - \underbrace{\frac{(1-\alpha)(1-\tau_w)A(1-l)^\gamma \alpha \left(\frac{k}{l} \right)^\alpha}{(1+\tau_c)\beta l}}_{=\frac{\alpha c}{l}} - A(1-\alpha)k^{\alpha-1} l^\alpha \right] = \\ & = A\alpha k^{\alpha-1} l^{1-\alpha} - \delta - \underbrace{\frac{(1-\alpha)(1-\tau_w)A(1-l)^\gamma \alpha \left(\frac{k}{l} \right)^{\alpha-1}}{(1+\tau_c)\beta l}}_{=\frac{\alpha c}{k}} \end{aligned}$$

Daraus erhalten wir nun den folgenden Term für $\frac{\partial l}{\partial k}$

$$\frac{\partial l}{\partial k} = \frac{\frac{\alpha c}{k} - A\alpha \left(\frac{k}{l} \right)^{\alpha-1} + \delta}{A(1-\alpha) \left(\frac{k}{l} \right)^\alpha + \frac{\gamma c}{1-l} + \frac{\alpha c}{l}} = \frac{\frac{\alpha c}{k} - r}{w + \frac{\gamma c}{1-l} + \frac{\alpha c}{l}}$$

$$\frac{\partial c}{\partial k} = A\alpha k^{\alpha-1} l^{1-\alpha} + A(1-\alpha)k^\alpha l^{-\alpha} \left(\frac{\frac{\alpha c}{k} - r}{w + \frac{\gamma c}{1-l} + \frac{\alpha c}{l}} \right) - \delta$$

EFFEKTE DER STEUERN AUF DIE STEIGUNGEN ANALYSIEREN.

A.2 Modellerweiterung mit Einfluss der Staatsausgaben auf die Technologie

A.2.1 Herleitung der Effekte einer Veränderung der Staatsausgaben G auf die Isoklinen

Wir wollen in diesem Abschnitt die Effekte einer Erhöhung der Staatsausgaben G auf die $\dot{k} = 0$ Isokline herleiten. Dafür setzen wir zuerst Gleichung (4.1) gleich Null.

$$A(G)k^\alpha l^{1-\alpha} - c - G - \delta k = 0 \quad (\text{A.2})$$

Dann formen wir Gleichung (4.3) auf c um und setzen dies in die obige Gleichung ein.

$$G + \delta k = A(G) \left(\frac{k}{l} \right)^\alpha \left(l - (1-l)^\gamma \frac{(1-\alpha)}{\beta} \right)$$

$$G + \delta = A(G) \left(k^\alpha l^{1-\alpha} - (1-l)^\gamma \frac{(1-\alpha)}{\beta} \right)$$

Weiters leiten wir diese total nach G ab.

$$1 = A'(G) \left(\frac{k}{l} \right)^\alpha \left(l - (1-l)^\gamma \frac{(1-\alpha)}{\beta} \right) + A(G) \alpha \left(\frac{k}{l} \right)^{\alpha-1} \left(-\frac{k}{l^2} \right) \frac{\partial l}{\partial G} \left(l - (1-l)^\gamma \frac{(1-\alpha)}{\beta} \right) + A(G) \left(\frac{k}{l} \right)^\alpha \left(\frac{\partial l}{\partial G} - \frac{(1-\alpha)}{\beta} \gamma (1-l)^{\gamma-1} \left(-\frac{\partial l}{\partial G} \right) \right)$$

$$1 - A'(G) \left(\frac{k}{l} \right)^\alpha \left(l - (1-l)^\gamma \frac{(1-\alpha)}{\beta} \right) = \frac{\partial l}{\partial G} \left(A(G) \alpha \left(\frac{k}{l} \right)^{\alpha-1} \left(-\frac{k}{l^2} \right) \left(l - (1-l)^\gamma \frac{(1-\alpha)}{\beta} \right) \right) + A(G) \left(\frac{k}{l} \right)^\alpha \left(1 + \frac{(1-\alpha)}{\beta} \gamma (1-l)^{\gamma-1} \right)$$

$$\frac{\partial l}{\partial G} = \frac{1 - A'(G) \left(\frac{k}{l} \right)^\alpha \left(l - (1-l)^\gamma \frac{(1-\alpha)}{\beta} \right)}{\left(A(G) \alpha \left(\frac{k}{l} \right)^{\alpha-1} \left(-\frac{k}{l^2} \right) \left(l - (1-l)^\gamma \frac{(1-\alpha)}{\beta} \right) \right) + A(G) \left(\frac{k}{l} \right)^\alpha \left(1 + \frac{(1-\alpha)}{\beta} \gamma (1-l)^{\gamma-1} \right)}$$

Weiters formen wir nun Gleichung (A.2) auf den Konsum c um und leiten total nach den Staatsausgaben G ab.

$$c = A(G)k^\alpha l^{1-\alpha} - G - \delta k$$

Setzt man nun das obige Ergebnis für $\frac{\partial l}{\partial G}$ ein und formt etwas um, erhält man den folgenden Ausdruck.

$$\begin{aligned} \frac{\partial c}{\partial G} &= A'(G)k^\alpha l^{1-\alpha} + A(G)(1-\alpha)k^\alpha l^{-\alpha} \frac{\partial l}{\partial G} - 1 \\ &= A'(G)k^\alpha l^{1-\alpha} - 1 + \frac{1 - A'(G) \left(\frac{k}{l}\right)^\alpha \left(l - (1-l)^\gamma \frac{(1-\alpha)}{\beta}\right)}{1 + \frac{\gamma}{\beta}(1-l)^{\gamma-1} + \frac{\alpha}{\beta} \frac{(1-l)^\gamma}{l}} \end{aligned}$$

Die Effekte einer Erhöhung der Staatsausgaben G liefert in diesem Fall kein eindeutiges Ergebnis.

B | Vorgehensweise zur numerischen Simulation

B.1 Algorithmus zur Bestimmung des optimalen Verhaltens während des Ausgabenprogramms

In diesem Abschnitt wollen wir nochmals näher auf die Simulationen bzw. die numerische Lösung der diversen Probleme eingehen. Um das Verhalten der Ökonomie während des Ausgabenprogramms zu erhalten sind einige Schritte nötig:

1. *Berechnung des Steady-States*

Im ersten Schritt müssen wir den langfristigen Steady-State der Ökonomie berechnen, welcher sich dabei als Schnittpunkt der beiden Isoklinen ergibt. Da jedoch nur eine der beiden Isoklinen einen expliziten Zusammenhang zwischen Kapital und Konsum liefert und die andere nur eine implizite Darstellung besitzt, können wir auch den Steady-State nicht explizit berechnen. Es ist jedoch möglich den Steady-State durch numerisches Lösen einer Gleichung im Arbeitsangebot l zu berechnen, da Konsum c und Arbeitsangebot k direkt von l abhängen.

2. *Berechnung der Transitionspfade*

Nachdem wir den Steady-State berechnet haben, können wir mit Hilfe des Relaxions-Algorithmus von Trimborn u. a. (2008) die Transitionspfade für gegebene Startwerte des Kapitalstocks berechnen. Um die beiden Äste des Transitionspfades zu berechnen starten wir einmal mit einem Kapital von 1% des gleichgewichtigen Wertes und ein zweites Mal mit dem drei- oder vierfachen Wert des Wertes.

3. *Berechnung des Verhaltens während des Staatsausgabenprogramms*

Um die Entwicklung der Ökonomie während des Ausgabenprogramms zu berechnen müssen wir beachten, dass die Ökonomie auch in diesem Zeitraum die Optimalitätsbedingungen erfüllen muss, die sich aus jeweils zwei Differentialgleichungen und der intratemporalen Optimalitätsbedingung zusammensetzen. Da der Startwert des Kapitals vorgegeben ist und sich das Arbeitsangebot direkt vom Wert des Konsums ableiten lässt (intratemporale Optimalitätsbedingung) stellt sich nun nur noch die Frage wie hoch der Startkonsum gewählt werden muss, sodass sich die Ökonomie am Ende des Programms auf dem Transitionspfad befindet. Durch die qualitative Phasendiagrammanalyse können wir davon

ausgehen, dass der Startkonsum unter dem Steady-State-Konsumwert liegt und gleichzeitig klarerweise auch positiv sein muss. Um den genauen Wert zu bestimmen machen wir uns die folgenden Beobachtungen zu Nutze:

- Wird der Konsumwert zu hoch gewählt, ist die Kapitalakkumulation nicht stark genug. Dadurch schießt die Ökonomie über den Transitionspfad hinaus und sie liegt am Ende des Zeithorizontes oberhalb des Pfades. Dies bedeutet, dass der Endwert des Konsums höher als der dem Endkapitalstock entsprechende Wert des Konsums am Transitionspfad ist.
- Wird der Konsumwert zu niedrig gewählt, wird zu viel Kapital akkumuliert und der Konsum kann nicht stark genug wachsen, sodass die Ökonomie stets unter dem Transitionspfad liegt. In diesem Fall ist also der Endwert des Konsums kleiner als der Konsum am Transitionspfad, der dem Endkapitalwert entspricht.

Wir konstruieren nun ein iteratives Verfahren, bei dem wir gezielt schrittweise, das Intervall halbieren in dem sich der Startkonsum befinden kann. Wir wählen jeweils den Mittelwert des aktuellen Intervalls als Konsumstartwert und berechnen den korrespondierenden Endwert. Liegt dieser oberhalb des Transitionspfades, wählen wir den aktuellen Startwert als neue obere Grenze des Intervalls, liegt der Wert unter dem Steady-State, wird die neue untere Grenze auf den aktuellen Wert gesetzt. Befindet sich die Ökonomie für einen Startwert schließlich innerhalb einer ε -Umgebung des Transitionspfades, wählen wir diesen Wert als optimalen Startwert des Konsums.

B.2 DAE - Differential Algebraic Equations

Die Lösung des Differentialgleichungssystems während des Ausgabenprogramms kann nicht direkt mit Standardmethoden zur Lösung ermittelt werden. Dies liegt daran, dass wir neben den beiden Differentialgleichungen auch noch eine algebraische Gleichung beachten müssen, die zu jedem Zeitpunkt erfüllt sein muss. Dies entspricht einem sogenannten DAE-System. Wir haben uns dazu entschlossen, das System folgendermaßen zu lösen:

- Mit Hilfe eines expliziten Eulerverfahrens berechnen wir für gegebene Werte der drei Variablen c , k und l die Werte für Konsum und Kapitalstock im nächsten Zeitschritt.
- Für diese gegebenen Werte berechnen wir den Wert für das Arbeitsangebot im nächsten Zeitschritt durch numerisches Lösen der algebraischen Gleichung (der intratemporalen Optimalitätsbedingung).