Die approbierte Originalversion dieser Diplom-/Masterarbeit ist in der Hauptbibliothek der Technischen Universität Wien aufgestellt und zugänglich.
http://www.ub.tuwien.ac.at

The approved original version of this diploma or master thesis is available at the main library of the Vienna University of Technology.
http://www.ub.tuwien.ac.at/eng

Diploma Thesis

Spring stiffness of wood joints in multi-storey timber construction

submitted in satisfaction of the requirements for the degree of
Diplom-Ingenieur
of the TU Wien, Faculty of Civil Engineering

Diplomarbeit

Einfluss der Federsteifigkeiten von Holzverbindungen im mehrgeschossigen Brettsperrholzbau unter Erdbebenlast

ausgeführt zum Zwecke der Erlangung des akademischen Grades eines
Diplom-Ingenieurs
eingereicht an der Technischen Universität Wien, Fakultät für Bauingenieurwesen

von

Bernhard Krupka, BSc

Matr.Nr.: 01126069

unter der Anleitung von

Associate Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. **Alireza Fadai**

und

Univ.Ass. Dipl.-Ing. Dr.techn. **Matthias Rinnhofer**

Institut für Tragwerksplanung und Ingenieurholzbau
Technische Universität Wien
Karlsplatz 13/259.2, A-1040 Wien

Wien, im Oktober 2017 _____

Danksagung

Zu Beginn möchte ich mich bei jenen Personen bedanken, die mich bei der Anfertigung dieser Diplomarbeit unterstützt haben.

Zum einen gilt mein besonderer Dank den Betreuern der Technischen Universität Wien. Hierzu zählen Herr Associate Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Alireza Fadai und Herr Univ.Ass. Dipl.-Ing. Dr.techn. Matthias Rinnhofer, Mitarbeiter des Instituts für Architekturwissenschaften Tragwerksplanung und Ingenieurholzbau. Zum anderen Herrn Ao.Univ.Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Rudolf Heuer, Professor des Instituts für Hochbau und Technologie - Forschungsbereich für Baumechanik und Baudynamik. Ich möchte mich nicht nur für die konstruktiven Ratschläge bedanken, sondern auch für das angenehme Arbeitsklima.

Zudem möchte ich mich bei der Fa. Timbatec Holzbauingenieure GmbH bedanken. Hierbei gilt mein besonderer Dank Herrn Dipl.-Ing. Tamir Pixner, MSc. Die richtungsweisenden Hilfestellungen vor allem zu Beginn der Arbeit trugen erhebliches zur Entwicklung der Aufgabenstellung bei.

Doch diese Arbeit ist nur die sichtbare Spitze eines Eisbergs, der während eines sechsjährigen Studiums langsam gewachsen ist. Daher möchte ich diese Seite nutzen und auch jene erwähnen, die mich während dieser Zeit begleitet haben. Ich danke meiner Familie für ihre Unterstützung und den ständigen Rückhalt. Mein ganz besonderer Dank gilt meiner Freundin Daniela. Nicht nur für die vielen Hilfestellungen während meines gesamten Studiums sondern auch für ihren Beistand und ihr Verständnis.

Kurzfassung

In Fachvorträgen zum Themengebiet *„Erdbebensicherer Holzbau“* entstehen immer wieder Diskussionen, mit welcher Erdbeben-Bemessungslast ein Tragwerk dimensioniert werden muss. Grund dafür sind die unbekannten Steifigkeits- und Dämpfungselemente in einem Bauwerk. Sie beeinflussen das dynamische Tragwerksverhalten enorm. Die folgende Arbeit befasst sich mit dem Thema *„Einfluss der Federsteifigkeiten von Holzverbindungen unter Erdbebenlast“*. Um das Thema etwas einzugrenzen, wurde speziell auf die Brettsperrholzbauweise eingegangen.

Im theoretischen Teil der Arbeit werden die wesentlichen Merkmale *„der Brettsperrholzbauweise, der Holzverbindungen und der Baudynamik“* beschrieben. Um komplexe Zusammenhänge in der Erdbebenberechnung von Bauwerken zu verstehen, wird dieses Thema sehr ausführlich mit eingebunden und normative Bemessungsregeln vorgestellt.

In weiterer Folge wird speziell auf die Verbindungstechnik im Holzbau eingegangen. Es wird gezeigt, welche Holzverbindungen sich in der Brettsperrholzbauweise etabliert haben und wie diese berechnet werden. Ein Teil dieser Arbeit befasst sich mit den Verbindungsmittelkenndaten. Hierbei ist speziell die Arbeitslinie einer Verbindung gemeint. Im Zusammenhang mit einer dynamischen Berechnung haben diese Arbeitslinien – in der die Tragfähigkeit, die Steifigkeit und die Duktilität einer Verbindung herausgelesen werden können – Einfluss auf das Tragverhalten einer Gesamtkonstruktion. Da solche Verbindungsmittelkenndaten aus unterschiedlichen Quellen (z.B. aus einer normativen Berechnung, aus Modellversuchen, etc.) bezogen werden können, stellt sich die Frage, welche Kenndaten für eine dynamische Berechnung heranzuziehen sind. Durch Vergleiche von unterschiedlichen Quellen soll diese Frage beantwortet werden.

Im praktischen Teil der Arbeit wird ein Tragwerk mit einer Finite-Elemente-Methode-Software (FEM-Software) modelliert. In diesem Zusammenhang ist es wichtig, die empfohlenen Verbindungsmittelkenndaten richtig zu modellieren. Gerade in der Baudynamik können Annahmen auf der *„sicheren Seite“* zu erheblichen Fehlern bei den Berechnungsergebnissen führen. In weiterer Folge werden durch die Variation der Verbindungsmittel verschiedene Systemsteifigkeiten am Tragwerk erzielt. In diesem Abschnitt wird durch Fallstudien gezeigt, welchen Einfluss die Federsteifigkeiten der Holzverbindungen auf das Tragwerksverhalten unter Erdbebenlast haben. Eine zusätzliche Variation der Standorte bewirkt, dass der Einfluss der Federsteifigkeiten von Holzverbindungen auch bei unterschiedlichen Erdbebenintensitäten betrachtet werden kann. Daraus abgeleitet werden Verhaltensbeiwerte (q-Faktoren) – mit der die Erdbeben-Bemessungslast abgemindert werden darf – für verschiedene Situationen empfohlen.

Abstract

Studies dealing with the topic of *„earthquake resistant timber construction“* tend to circle back to the question of which seismic load should be used when designing a load-bearing structure. This uncertainty is the result of unknown stiffness and damping elements in a given structure, which have a direct and profound effect on a structure's dynamic load-bearing behavior. The following paper will examine *„the role of different wood joint spring stiffness values under seismic load“*, focusing specifically on cross-laminated timber.

The theoretical part of this paper describes the significant features of *„cross-laminated timber, wood joints, and structural dynamics“*. This paper also examines the complex relationships that influence the calculation of earthquake forces on buildings and structures in detail, and will introduce normative design regulations.

The next section focuses on joining technology in timber construction, and provides an overview of well-established wood joining techniques and associated calculations in cross-laminated timber manufacturing. A part of this paper also deals with the properties of fasteners, focusing in particular on their stress-strain relationships. The tensile strength, stiffness, and ductility of a fastener can be determined from these stress-strain diagrams. Together with dynamic calculations they also play a key role in the load-bearing behavior of the entire structure. The fact that the data for these fastener properties can be taken from different sources (e.g. from a normative calculation, from simulation tests, etc.), raises the question of which data should be used for dynamic calculations. This question can be answered by comparing different sources.

The empirical portion of this paper models a load-bearing structure using finite element method software (FEM Software). In this context, it is critical to model the recommended data for fastener properties correctly, because making assumptions to *„be on the safe side“* can lead to significant errors in the calculation results, especially in structural dynamics. The variation between fasteners will be used to determine the effect of different system stiffnesses on the load-bearing structure. In this section, case studies will be used to demonstrate the various ways in which the spring stiffness of wood joints can affect the load-bearing behavior of structures under seismic load. Varying the location also allowed the effects of wood joint spring stiffness to be observed under a range of seismic loading conditions. Based on these observations, this paper makes recommendations for behavior coefficients (q-factors) which would reduce the seismic load for different situations.

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung **11**
1.1 Motivation . . . 11
1.1.1 Relevanz der Federsteifigkeiten von Holzverbindungen . . . 11
1.1.2 Entwicklung des Holzbaus . . . 12
1.1.3 Erdbebensicheres Bauen . . . 13
1.1.4 Einfluss der Federsteifigkeiten von Holzverbindungen im mehrgeschossigen Brettsperrholzbau unter Erdbebenlast . . . 13
1.2 Problemstellung, Vorgehensweise und Ziel der Arbeit . . . 15

2 Einführung in die Thematik **16**
2.1 Brettsperrholz . . . 16
2.1.1 Aufbau und Abmessungen . . . 16
2.1.2 Tragwerksplanung . . . 17
2.1.3 Statische Berechnungsverfahren . . . 18
2.1.4 Beispiel: Vergleich der statischen Berechnungsverfahren von Brettsperrholz 21
2.2 Holzverbindungen . . . 23
2.2.1 Einteilung der Holzverbindungen . . . 23
2.2.2 Mechanische Grundlagen . . . 24
2.2.3 Modelle zur Beschreibung des Verbindungsmittelverhaltens . . . 28
2.2.4 Einfluss der Holzfeuchte . . . 31
2.3 Baudynamik . . . 31
2.3.1 Allgemeines . . . 31
2.3.2 Schwingungslehre . . . 32
2.3.3 Systeme mit einem Freiheitsgrad (EMS) . . . 33
2.3.4 Systeme mit mehreren Freiheitsgraden (MMS) . . . 41

3 Erdbeben im konstruktiven Ingenieurbau **46**
3.1 Entstehung von Erdbeben . . . 46
3.1.1 Plattentektonik . . . 46
3.1.2 Erdbebenskalen . . . 47
3.1.3 Erdbebenwellen . . . 49
3.2 Ingenieurmäßige Auswertung am Einwirkungsort . . . 50
3.2.1 Bodenbeschaffenheit . . . 51
3.2.2 Maximale Bodenbeschleunigung . . . 52
3.2.3 Antwortspektren . . . 52
3.3 Tragwiderstand und Duktilität . . . 56
3.3.1 Grundlegende Zusammenhänge . . . 56
3.3.2 Arten der Duktilität . . . 57
3.3.3 Abminderung der Bemessungslast (q-Faktor) . . . 59
3.4 Berechnungsmodelle für Lasten aus Erdbeben . . . 61
3.4.1 Ersatzkraftverfahren (quasi-statische Methode) . . . 62
3.4.2 Antwortspektrenverfahren (Modale Analyse) . . . 62

3.4.3 Zeitverlaufsverfahren . . . 64
3.5 Bemessungsmodelle . . . 64
3.5.1 Konventionelle Bemessung . . . 65
3.5.2 Kapazitätsbemessung . . . 65
3.5.3 Direct Displacement-Based Design (DDBD) . . . 66
3.6 Übersicht der Berechnungsverfahren . . . 67
3.7 Beispiel: Aussichtsturm mit starrer Verbindung . . . 68
3.7.1 Angaben und Randbedingungen . . . 68
3.7.2 Modalanalyse . . . 69
3.7.3 Baudynamische Ergebnisse . . . 70
3.7.4 Baustatische Ergebnisse . . . 71

4 Stand der Technik für die außergewöhnliche Bemessungssituation „Erdbeben“ 72
4.1 Aktuelle Normen und Richtlinien . . . 72
4.2 Bestimmungen nach ÖNORM EN 1990:2013 inkl. NAD . . . 72
4.3 Bestimmungen nach ÖNORM EN 1995-1-1:2015 inkl. NAD . . . 73
4.3.1 Materialeigenschaften der Holzbauteile . . . 73
4.3.2 Materialeigenschaften der Stahlbauteile . . . 75
4.4 Bestimmungen nach ÖNORM EN 1998-1:2013 inkl. NAD . . . 75
4.4.1 Allgemeines . . . 76
4.4.2 Baugrundbeschaffenheit und Erdbebeneinwirkung . . . 76
4.4.3 Auslegung von Hochbauten . . . 78
4.4.4 Besondere Regeln für Holzbauten . . . 80
4.5 Erfahrungen von BSP-Bauten im Erdbebenfall . . . 83
4.5.1 Das Projekt „SOFIE“ . . . 83
4.5.2 Das Projekt „SERIES“ . . . 83

5 Modellierung der Verbindungstechnik 85
5.1 Verbindungsmittel im Brettsperrholzbau . . . 85
5.1.1 Kontaktfugen . . . 85
5.1.2 Arten von Verbindungsmitteln . . . 86
5.1.3 Erfahrungen aus der Praxis . . . 88
5.1.4 Beispiel: Detail 02 / Wand-Decke-Wand – Winkel – obere Verbindung . . . 90
5.2 Berechnung von Verbindungen . . . 91
5.2.1 Tragfähigkeit/Steifigkeit des einzelnen Verbindungsmittels . . . 91
5.2.2 Verhalten des Stahlteils . . . 97
5.2.3 Verhalten des umliegenden Holzes . . . 97
5.3 Dynamisches Verhalten von Verbindungen . . . 97
5.3.1 Verhalten von Verbindungen unter zyklischer Beanspruchung . . . 98
5.3.2 Hüllkurve . . . 100
5.3.3 Tragfähigkeitsverlust . . . 100
5.3.4 Dämpfungsverhalten . . . 100
5.4 Ermittlung der Verbindungsmittelkenndaten . . . 101
5.4.1 Verbindungsmittelkenndaten aus normativer Berechnung inkl. zugehöriger Zulassungen . . . 101
5.4.2 Verbindungsmittelkenndaten aus Modellversuchen . . . 102
5.4.3 Verbindungsmittelkenndaten aus FEM-Simulationen . . . 104
5.4.4 Vergleich der Kenndaten einer ausgewählten Verbindung . . . 104

5.5 Beispiel: Simulation der Verbindungsmittel an einer Wandscheibe 106
5.5.1 Angaben und Randbedingungen 106
5.5.2 Wandscheibe mit nachgiebiger Verbindung 106
5.5.3 Wandscheibe mit starrer Verbindung 109
5.5.4 Vergleich der Ergebnisse zwischen starrer und nachgiebiger Verbindung . 110

6 Entwurf und Berechnung von mehrgeschossigen Brettsperrholzbauten 111
6.1 Erdbebengerechter Entwurf im Brettsperrholzbau 111
6.1.1 Konstruktionsregeln 111
6.1.2 Die Leitprinzipien des Entwurfkonzepts 111
6.1.3 Grund- und Aufrissgestaltung 112
6.2 Nichtlineare Berechnung durch die Kapazitätsspektrum-Methode 114
6.2.1 Allgemeines zur nichtlinearen statischen Berechnung 114
6.2.2 Berechnung des Gebäude-Kapazitätsspektrums 114
6.2.3 Iterative Ermittlung des Performance Point 117
6.2.4 Berücksichtigung der normativen Anforderungen 117
6.2.5 Maximal aufnehmbares Erdbeben und Bestimmung des Verhaltensbeiwerts 119

7 Fallbeispiele: Aussichtsturm mit nachgiebiger Verbindung 121
7.1 Angaben und Randbedingungen 121
7.1.1 Gewählte Verbindungen 121
7.1.2 Variation der Verbindungen 123
7.1.3 Variation der horizontalen Erdbeschleunigung (Erdbebeneinwirkung) . . . 126
7.2 Modellierung und Berechnung in RFEM 126
7.3 Einfluss der Verbindungen und der Erdbebeneinwirkung auf die Verformung . . . 129
7.3.1 Transformation der Bauwerkskapazität 130
7.3.2 Abminderung des Antwortspektrums und iterative Ermittlung des Performance Points 131
7.3.3 Vergleich der Verformungen 133
7.4 Einfluss der Verbindungen und der Erdbebeneinwirkung auf die Bemessungslast . 135
7.4.1 Bestimmung des Verhaltensbeiwerts 135
7.4.2 Vergleich der Bemessungslasten 136
7.5 Vergleich der Variante 2 mit Kenndaten aus unterschiedlichen Quellen 138
7.5.1 Vergleich der Verformungen 138
7.5.2 Vergleich der Bemessungslasten 138
7.5.3 Diskussion der Ergebnisse 138

8 Schlussbetrachtung und Ausblick 143

A Modalanalyse inkl. Antwortspektrumverfahren 154

B Normative Verbindungsmittelberechnung 171

C Variationsberechnungen 176

D Normative Verbindungsmittelberechnungen für Variante 2 196

Kapitel 1

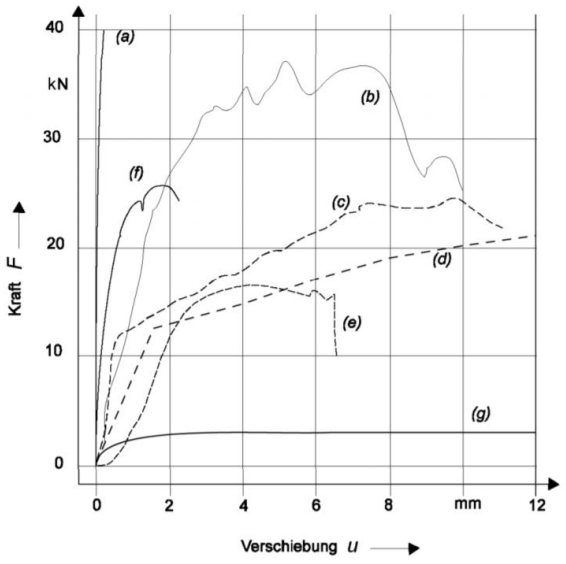
Einleitung

1.1 Motivation

1.1.1 Relevanz der Federsteifigkeiten von Holzverbindungen

Da Holzquerschnitte und Holzlängen durch das natürliche Wachstum der Bäume begrenzt sind, müssen die einzelnen Bauteile zu einer tragfähigen Gesamtkonstruktion verbunden werden. Weil die Wahl der Verbindungstechnik einen großen Einfluss auf Tragfähigkeit und Verformung der Gesamtkonstruktion hat, sollte den Holzverbindungen eine große Aufmerksamkeit geschenkt werden.

Die miteinander verbundenen Holzteile erfahren je nach Art der Verbindung lastabhängige Verschiebungen. Diese Nachgiebigkeiten resultieren hauptsächlich aus Lochleibungsverformungen in den einzelnen Teilen sowie aus Verformungen der Verbindungsmittel.



a) geklebte Verbindung ($A = 125$ cm²)

b) Einlassdübel ($d = 100$ mm)

c) zweiseitiger Einpressdübel ($d = 62$ mm)

d) Stabdübel ($d = 14$ mm)

e) Bolzen ($d = 14$ mm)

f) Nagelplatte ($A = 100$ cm²)

g) Nägel ($d = 4,4$ mm)

Abb. 1.1: Kraft-Verschiebungs-Kurven. Dargestellt ist F als Belastung je Scherfuge. [38]

Abbildung 1.1 zeigt ein Kraft-Verschiebungs-Diagramm mit unterschiedlichen Arten von Verbindungsmitteln unter Zugbeanspruchung. Demnach ist eine geklebte „flächenfeste“ Verbindung praktisch als starr mit sprödem Tragverhalten anzusehen, während stiftförmige metallische Verbindungsmittel und Einpressdübel größeren lastabhängigen Verformungen unterliegen und somit duktiles Tragverhalten aufweisen. [vgl. [38]]

1.1.2 Entwicklung des Holzbaus

Mehrgeschossige Holzbauten

Ein Grund dafür, Holz als revolutionäres Baumaterial zu bezeichnen liegt unter anderem daran, dass die Versammlung der UN-Klimakonferenz 2015 in Paris die Begrenzung der globalen Erderwärmung auf 1,5°C beschloss. Damit dieses Ziel erreicht werden kann, muss die Welt die Nettotreibhausgasemissionen zwischen 2045 und 2060 auf null zurückfahren und somit einen sehr ambitionierten Klimaschutz betreiben. [vgl. [63]]

Als Zimmermann und Bauingenieur ist es mir ein Anliegen den ökologischen Baustoff Holz in das Bauwesen so einzubinden, dass auch in der Baubranche der Beitrag zum Klimaschutz erbracht wird.

42 % der Europäischen Union sind mit Wald bedeckt und werden nachhaltig bewirtschaftet. Durch diese Bewirtschaftung entsteht ein Baumaterial das jedes Jahr um rund 5 000 km² nachwächst. Holz und viele Holzprodukte sind klimafreundlich, weil die Bäume der Luft CO_2 entziehen, den Kohlenstoff in Holz binden und den Sauerstoff frei geben. Wenn wir Holz als Baumaterial verwenden, reduzieren wir Treibhausgase. [vgl. [43]]

„Ein Vergleich von fünf ausgewählten realisierten Holzbauten in Österreich und Deutschland mit fünf simulierten Zwillingsbauten mit gleicher Kubatur, aber hauptsächlich aus mineralischen, metallischen oder synthetischen Rohstoffen, zeigt, dass durch die Holzgebäude zwischen 36 und 71 Prozent weniger Treibhausgase verursacht werden.“ [42]

Ein weiterer Vorteil für die Umwelt ist, dass Holz kaum Abfall verursacht: Nebenprodukte wie Sägespäne, Sägemehl und Hackschnitzel können für die Herstellung von Papier oder Holzwerkstoffen verwendet werden. Außerdem können Hölzer und viele Holzprodukte nach ihrer Lebenszeit verbrannt werden. Bei der Verbrennung wird nur so viel Kohlendioxid abgegeben, wie der Baum im Laufe seines Lebens gespeichert hat. Das abgegebene Kohlendioxid nehmen dann junge Bäume wieder auf. Holz lässt sich deswegen umweltfreundlich in Wärme oder Strom verwandeln.

Mehrgeschossige Brettsperrholzbauten

Die Aussteifung mehrgeschossiger Holzbauten erfolgt zunehmend mit flächigen Tragelementen. Je nach Systemwahl können Holztragwerke eine wesentlich geringere horizontale Steifigkeit aufweisen als Massivbauten.

Abb. 1.2: Steifigkeiten für Wandsysteme [15]

Um die im mehrgeschossigen Hochbau auftretenden Horizontallasten mit geringen Tragwerksverformungen ableiten zu können, sind hohe Systemsteifigkeiten – die Brettsperrholz aufweist – erforderlich und auch teilweise erwünscht. Abbildung 1.2 zeigt einen Vergleich der Steifigkeiten verschiedener Wandsysteme unter Berücksichtigung der Verformungsanteile Schub. Die linke Holzrahmenbauwand – in der die Beplankung nur 1-reihig geklammert ist – hat mit $0,7$ kN/mm die geringste Steifigkeit. Zum Vergleich kann die mehrlagige Massivholzplatte (z.B. eine Brettsperrholzwand) eine Steifigkeit von $14,3$ kN/mm aufweisen.

1.1.3 Erdbebensicheres Bauen

Vor allem bei den horizontalen Lasteinwirkungen aus Wind oder Erdbeben sind Holzverbindungen ein entscheidendes Element für das Tragverhalten der Konstruktion. In der statischen Nachweisführung ist der Bemessungsfall Erdbeben lange Zeit vernachlässigt worden. Mit der Einführung des Eurocode 8, werden – abgestuft nach Regionen und Bauwerksnutzungen – Forderungen zu Erdbebennachweisen gestellt.

Primäres Ziel einer Erdbebenbemessung ist der Schutz von Menschenleben. Die bei einem Erdbeben auftretenden Horizontalkräfte, sind in vielen Fällen größer als der statische Widerstand der aussteifenden Bauelemente (Wand-, Deckenscheiben und deren Verbindungsmittel), die sich aus einer linear-elastischen Berechnung ergeben. Im Bemessungslastfall Erdbeben kann bei einer höheren Duktilität der aussteifenden Elemente davon ausgegangen werden, dass ein Teil der auftretenden Erdbebenenergie durch plastische Verformung der Verbindungsmittel vernichtet wird. Durch diese Energiedissipation ist die Gebrauchstauglichkeit des Gebäudes unter Umständen mehr oder weniger eingeschränkt, jedoch ist die Standsicherheit des Gebäudes weiterhin gegeben. [vgl. [59]]

1.1.4 Einfluss der Federsteifigkeiten von Holzverbindungen im mehrgeschossigen Brettsperrholzbau unter Erdbebenlast

Ein überaus effektiver Vorteil vom Holzbau ist die freie Anordnung der Holzverbindungsmittel für eine Kapazitätsbemessung[1]. Leider gibt es zu diesem Thema noch viele Vorurteile und

[1] *„Bemessungsverfahren, bei dem Teile des Tragsystems ausgewählt und in geeigneter Weise für die Energiedissipation unter großen Verformungen bemessen und konstruktiv durchgebildet werden, während für alle anderen*

Abb. 1.3: Duktiles Bauteilverhalten von stiftförmigen Verbindungsmitteln [59]

Unklarheiten. Meist unerkannt liegt in der Baudynamik die „sichere Seite“ nicht immer dort wo man sie in der Baustatik erwartet. [vgl. [25]]

Eine undurchdachte Anordnung der Verbindungstechnik im Zuge der Ermittlung der Gesamtsteifigkeit des Gebäudes würde zu unrealistischen Grundperioden führen, durch die in weiterer Folge die Erdbebeneinwirkung auf das Tragwerk um ein Vielfaches über aber auch unterschätzt werden könnte. Außerdem kann durch den gezielten Einsatz von unterschiedlich steifen Holzverbindungen im Gebäude, das Steifigkeitszentrum im Grundriss so verschoben werden, dass es nahe dem Massenzentrum angeordnet werden kann. Aus diesem Grund ist die Dimensionierung und Lage der Verbindungsmittel ein bestimmendes Element im Tragverhalten unter Erdbebenlasten. [vgl. [48]]

tragenden Teile eine ausreichende Festigkeit vorzusehen ist, damit die gewählten Energiedissipationsmechanismen erhalten bleiben“ [3]

1.2 Problemstellung, Vorgehensweise und Ziel der Arbeit

In Fachvorträgen zum Themengebiet *„Erdbebensicherer Holzbau“* entstehen immer wieder Diskussionen, mit welcher Erdbeben-Bemessungslast ein Tragwerk dimensioniert werden muss. Grund dafür sind die unbekannten Steifigkeits- und Dämpfungselemente in einem Bauwerk. Sie beeinflussen das dynamische Tragwerksverhalten enorm. Die folgende Arbeit befasst sich mit dem Thema *„Einfluss der Federsteifigkeiten von Holzverbindungen unter Erdbebenlast“*. Um das Thema etwas abzugrenzen, wird speziell auf die Brettsperrholzbauweise eingegangen.

Es soll eine praxisrelevante Arbeit entstehen, in der die Bedeutung von Verbindungsmittel und deren Federsteifigkeiten im mehrgeschossigen Brettsperrholzbau unter Erdbebenlast aufgezeigt wird. Eine korrekte und effiziente Modellierung komplexer Tragwerke ist für die praktische Ingenieurtätigkeit von großer Bedeutung. In diesem Zusammenhang sollen zum einen Erfahrungen aus der realitätsnahen Simulation mit gängigen FEM-Softwares gewonnen werden. Zum anderen sollen Erkenntnisse in der Tragwerksplanung von Verbindungsmitteln im mehrgeschossigen Holzbau entstehen.

Zu Beginn der Arbeit werden Grundlagen wie Brettsperrholzbauweise, Holzverbindungen und Erdbebenlasten erarbeitet. In weiterer Folge werden normative Bemessungsregeln aufgezeigt. Anhand von Beispielen wird der Stand des Wissens und gängige Verbindungstechniken vorgestellt.

Eine Hauptaufgabe wird sein, Federsteifigkeiten von Holzverbindungen zu ermitteln. Zum einen werden Werte aus der normativen Berechnungen mit den Erfahrungen aus externen Modellversuchen verglichen. Zum anderen sollen Möglichkeiten gefunden werden, wie Federsteifigkeiten auch mit FEM-Berechnungen zu ermitteln sind. Hierbei sollen Erkenntnisse entstehen, welche Verbindungsmittelkenndaten für eine Erdbebenberechnung heranzuziehen sind.

Zum Schluss werden die Federsteifigkeiten der einzelnen Verbindungstechniken am Gesamttragwerk berücksichtigt. In Kapitel 7 werden durch Fallbeispiele das Tragwerksverhalten von mehrgeschossigen Brettsperrholzgebäuden unter Erdbebenlast untersucht. In diesem Abschnitt sollen Erfahrungen gewonnen werden, wie durch Variation der Verbindungsmittel die Last-Verformungskurve eines Gesamttragwerks beeinflusst werden kann. In weiterer Folge soll aus den Berechnungen ein Verhaltensbeiwert (q-Faktor) – zur Abminderung der Erdbeben-Bemessungslast – abgeleitet werden.

Das Ziel ist, mit den entsprechenden Verbindungsmittelkenndaten ein Simulationsmodell zu entwickeln, bei der das Erdbebenverhalten am Gesamttragwerk berechnet werden kann.

Kapitel 2

Einführung in die Thematik

2.1 Brettsperrholz

2.1.1 Aufbau und Abmessungen

Brettsperrholz (BSP, X-Lam oder CLT) ist ein flächiges, massives Holzprodukt und besteht aus einzelnen, in der Regel rechtwinklig zueinander verleimte Brettlamellen.

Die einzelnen Bretter bestehen aus Nadelholz und sind 40 bis 300 mm breit und 6 bis 45 mm dick. Üblicherweise werden Hölzer der Festigkeitsklasse C24 verwendet, wobei bis zu 10% der nächstgeringeren Festigkeitsklasse verwendet werden dürfen. Je nach Fabrikat, gibt es verschiedenste BSP-Produkte bezüglich Gesamtdicke, Lamellendicken, Holzarten, Leimarten beziehungsweise Leimanteil und Bestellgrößen. Zudem werden die Einzelschichten (siehe Abb. 2.1) mit, beziehungsweise ohne, Seitenverklebung hergestellt.

Die Verwendung von Holzwerkstoffen (OSB-Platten, Gipsplatten, Spanplatten,...) in den Einzelschichten ist bis zu einem Dickenanteil von 50% zulässig, wenn diese für Nutzungsklasse 2 und/oder 3 zugelassen sind. Durch den Einsatz von Holzwerkstoffen, können bestimmte Bauteileigenschaften wie Tragverhalten, Akustikverhalten, Brandverhalten oder Aussehen maßgebend beeinflusst werden. [vgl. [32]]

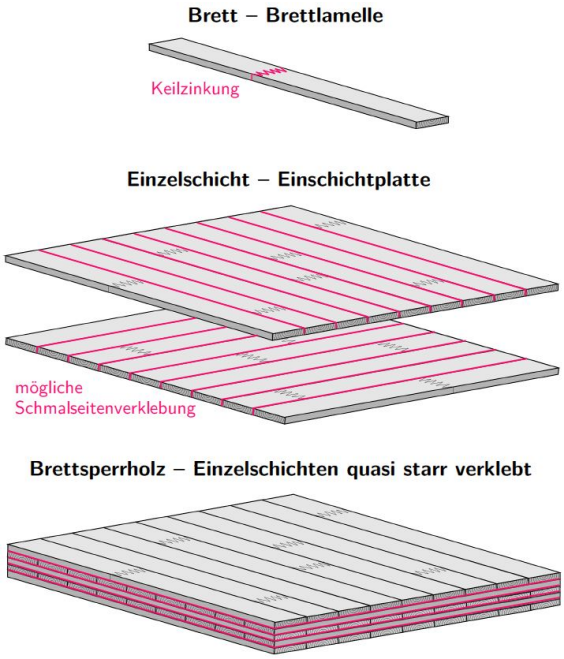


Abb. 2.1: Aufbau von Brettsperrholz [52]

Brettsperrholzelemente werden mit einer Breite von 3,0 m, einer Länge von 16,0 m und einer Gesamtdicke von 0,3 m produziert. Auf Sonderwunsch und je nach Zulassungen werden Größtabmessungen auf 4,8 m Breite, 30,0 m Länge und 0,5 m Gesamtdicke ausgedehnt.

2.1.2 Tragwerksplanung

Aufgrund der Abmessungen und Tragwirkung von Brettsperrholz ist es möglich, nahezu alle Aufgaben des Ingenieurholzbaus zu erfüllen. Je nach Verwendungszweck können Brettsperrholzelemente als Plattentragelement und/oder als Scheibentragelement genutzt werden. Durch die kreuzweise verklebten Brettlagen können Lasten auch zweiachsig – wie es bei flächigen Bauteilen im Stahlbetonbau üblich ist – abgetragen werden.

Als Haupttragrichtung ($\alpha = 0°$) gilt jene mit der höheren und als Nebentragrichtung ($\alpha = 90°$) jene mit der geringeren Steifigkeit. Durch die Verleimung der einzelnen Schichten haben Brettsperrholzelemente ein besseres Quell- und Schwindverhalten. [vgl.[32]]

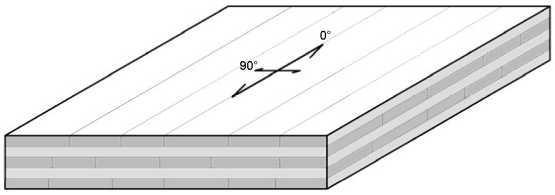


Abb. 2.2: Haupt- und Nebentragrichtung [32]

2.1.2.1 Plattentragwerk

Lasten senkrecht zur Elementebene erzeugen Biegebeanspruchungen, die bei Deckensystemen in erster Linie über die parallel zur Spannrichtung verlaufenden Brettlagen abgetragen werden. Der Brettsperrholzbalken lässt sich dabei als einachsig gespannter Plattenstreifen betrachten. Ein großer Vorteil von Brettsperrholzsystemen liegt jedoch in der zweiachsigen Lastabtragung, die allseitig gelagerte Deckensysteme, Auskragungen in Eckbereichen oder Punktstützungen ermöglicht. [55]

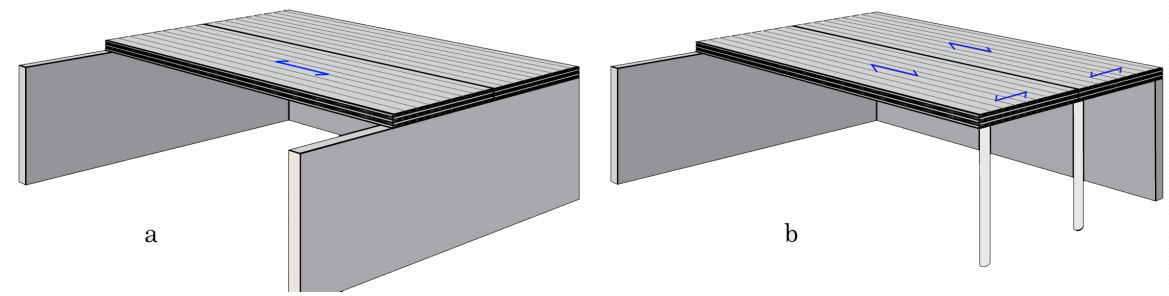


Abb. 2.3: a) einachsig gespannte Decke und b) zweiachsig gespannte Decke [vgl.[56]]

2.1.2.2 Scheibentragwerk

Einsatz als Wandscheibe: *Vertikale Lasten auf Wandelementen erzeugen eine Normalkraftbeanspruchung in den zur angreifenden Last parallelen Lagen. Hinzu kommen Biegebeanspruchungen, die aus eventuell vorhandenen exzentrischen Deckenanschlüssen oder Vorverformungen resultieren. Aufgrund der kreuzweisen Anordnung der einzelnen Brettlagen nehmen die Wandscheiben auch höhere horizontale Lasten auf und können damit gleichzeitig für die Gebäudeaussteifung verwendet werden. Die hohen Steifigkeiten und Tragfähigkeiten der geklebten Brettsperrholzelemente ermöglichen den wirtschaftlichen Einsatz in mehrgeschossigen Wohn- und Industriebauten.* [55]

Einsatz als Biegeträger oder Deckenscheibe: *Durch die kreuzweise Anordnung der Brettlagen lassen sich Brettsperrholzelemente auch als Scheibenelemente einsetzen, die parallel zur Elementebene wirkende Lasten durch Biegung abtragen. Dies ist typischerweise bei Fensterstürzen oder aussteifenden Dach- und Deckenscheiben der Fall. Diese Tragwirkung lässt sich vor allem bei Aufstockungen im Bestand nutzen, indem die Lasten der Aufstockung über große Spannweiten zu den lastabtragenden Außenwänden der Bestandsgebäude geführt werden. Durch räumliche Anordnung von Brettsperrholzscheiben können zudem in einfacher Weise Faltwerke ausgebildet werden.* [55]

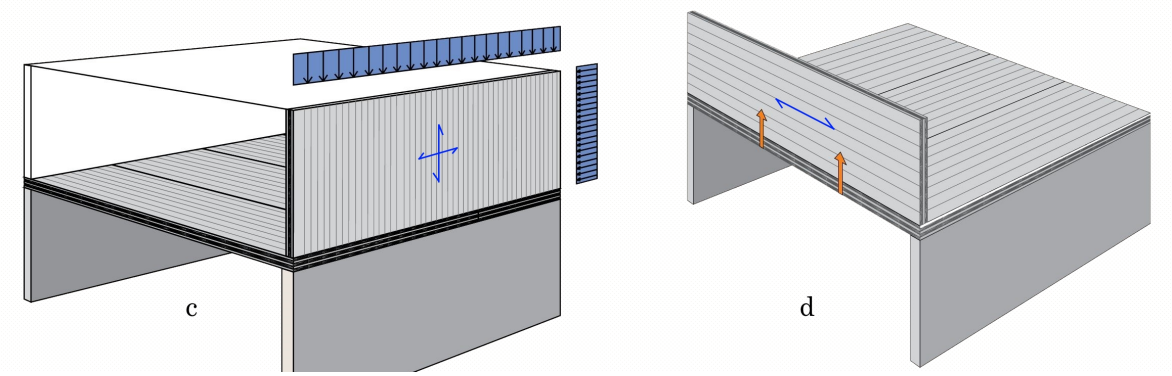


Abb. 2.4: c) vertikal und horizontal belastete Wandscheibe und d) Scheibenträger [vgl.[56]]

Schalensysteme: *In Abhängigkeit vom Herstellungsverfahren lassen sich auch gebogene und gekrümmte Elemente herstellen. Diese überwiegend auf Normalkraft oder Biegung beanspruchten Schalensysteme kommen in erster Linie bei Sonderbauten für besondere Dachtragwerke zum Einsatz.* [55]

2.1.3 Statische Berechnungsverfahren

2.1.3.1 Allgemeines

Brettsperrholz kann aus statischer Sicht nicht wie Voll- oder Brettschichtholz behandelt werden. Der wesentliche Unterschied liegt in den Querlagen.

Plattenbeanspruchung: Bei einer Plattenbeanspruchung entstehen Schubspannungen rechtwinklig zur Faserrichtung. Diese Schubbeanspruchungen werden Rollschub genannt, weil die Holzfasern beim Versagen quer abrollen. Aufgrund mäßiger Schubfestigkeit und Schubsteifigkeit von Holz quer zur Faser, müssen derartige Spannungen und daraus resultierende Verformungen bei der statischen Berechnung berücksichtigt werden. In Abbildung 2.5 kann man schematische Spannungsverläufe aus Plattenbeanspruchung erkennen und in Abbildung 2.6 sieht man, welchen Einfluss die Schmalseitenverleimung auf derartige Spannungsverläufe hat.

Scheibenbeanspruchung: Der große Vorteil liegt bei Brettsperrholz in der Scheibenbeanspruchung. Hieraus entstehen Normalkräfte und Schubkräfte. In Abbildung 2.7 und 2.8 wird ein schematischer Spannungsverlauf – mit und ohne Schmalseitenverleimung – aus Scheibenbeanspruchung dargestellt.

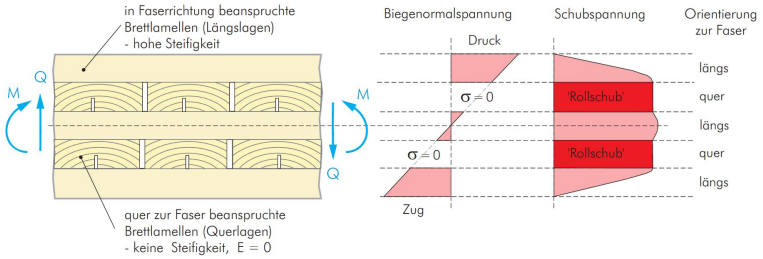


Abb. 2.5: Spannungsverlauf einer Plattenbeansp. BSP-Platte ohne Seitenverleimung [7]

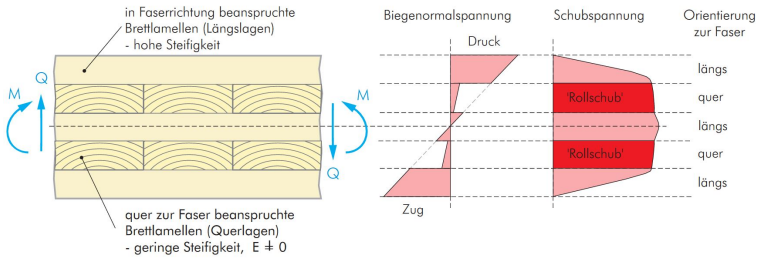


Abb. 2.6: Spannungsverlauf einer Plattenbeansp. BSP-Platte mit Seitenverleimung [7]

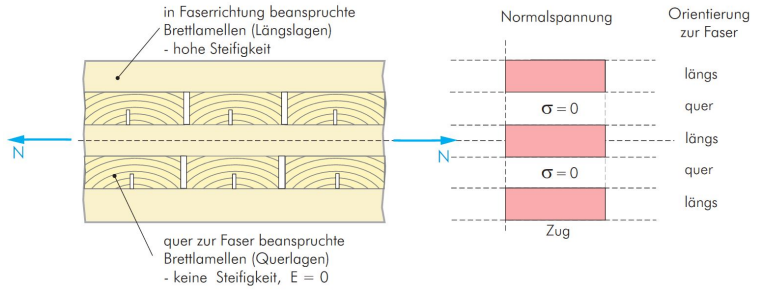


Abb. 2.7: Spannungsverlauf einer Scheibenbeansp. BSP-Platte ohne Seitenverleimung [7]

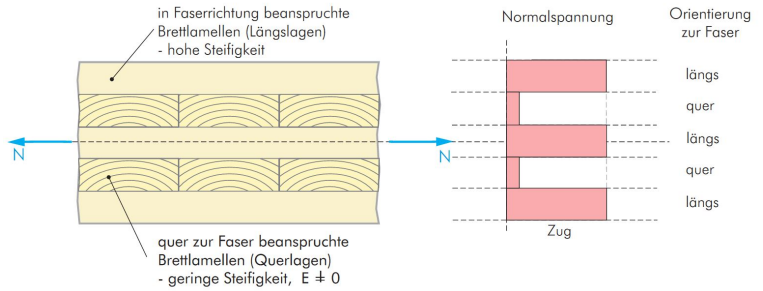


Abb. 2.8: Spannungsverlauf einer Scheibenbeansp. BSP-Platte mit Seitenverleimung [7]

Zur mathematischen Beschreibung von Brettsperrholz haben sich verschiedene Methoden entwickelt. Im Folgenden werden diese Methoden kurz dargestellt und die ausführlichen Publikationen angeführt. In Kapitel 2.1.4 werden einige Berechnungsverfahren an einem Beispiel verglichen.

2.1.3.2 Berechnung nach der Verbundtheorie

Mit Hilfe von „Plattenaufbaufaktoren“: Diese Berechnungsart berücksichtigt die Durchbiegung infolge Querkraft nicht und gilt daher nur für größere Stützweiten- bzw. Dickenverhältnisse. Für symmetrische Plattenaufbauten werden in [10] und [11] Formeln zur Berechnung von EI_{ef} bei Platten und Scheiben angegeben.

Mit Hilfe der Anpassung des „Schubkorrekturbeiwertes“: Diese Methode ermöglicht die Durchbiegungsberechnung von Decken, indem der Schubkorrekturbeiwert für den jeweiligen Querschnittsaufbau berechnet wird. Mit Stabwerksprogrammen, die die Durchbiegung infolge Querkraft berücksichtigen, kann CLT damit hinreichend genau berechnet werden. Das Verfahren ist in [30] dargestellt.

2.1.3.3 Berechnung nach dem γ-Verfahren

Dieses Verfahren wurde zur Berechnung von nachgiebig verbundenen Biegeträgern entwickelt (siehe [47] und [26]) und ist auch für CLT verwendbar. Es ist baupraktisch hinreichend genau und in [11] für die Anwendung bei Brettsperrholz beschrieben. Diese Methode ist auch in verschiedenen Holzbaunormen verankert. So auch in ÖNORM B 1995-1-1:2015.

2.1.3.4 Berechnung nach dem Schubanalogie-Verfahren

Das Schubanalogie-Verfahren gilt als genaue Methode zur Berechnung von Brettsperrholz mit beliebigen Schichtaufbauten. In [11] findet sich eine kurze und in [35], [9], [50] bzw. [64] eine genauere Erläuterung. Das Verfahren ist im Vergleich zu den oben beschriebenen relativ aufwändig.

2.1.3.5 Zweiachsige Berechnung von BSP

Mit Hilfe von Trägerrosten: Mit Hilfe von Stabwerksprogrammen können 2D-Strukturen modelliert werden. Lose Hinweise finden sich in [4] und [51] bzw. genauere in [64].

Mit Hilfe von FEM-Programmen: Mit Hilfe von FEM-Programmen können 2D-Strukturen modelliert werden. Hinweise finden sich in [64] und [14].

2.1.3.6 Berechnung von Verbindungsmitteln in CLT

Die Berechnung von Verbindungsmitteln ist meist in den Zulassungen der CLT-Hersteller beschrieben. Detaillierte Darstellungen über stiftförmige Verbindungsmittel finden sich in [57] und [13].

Einen gutes Manuskript für die praxisnahe Brettsperrholzbemessung stellt [32] dar!

2.1.4 Beispiel: Vergleich der statischen Berechnungsverfahren von Brettsperrholz

Das Kompetenzzentrum für Holzbau und Holztechnologie der TU Graz untersuchte die verschiedenen Berechnungsverfahren an einem Einfeld- und an einem Zweifeldträger unter Biegebelastung. Im Folgenden werden die Berechnungsergebnisse der Biegespannungen anhand von Grafiken gezeigt. Für detailliertere Ergebnisse wird auf [53] verwiesen.

2.1.4.1 Einfeldträger unter Gleichlast

Hierbei wurde eine 5-schichtige BSP-Platte mit konstanten Schichtdicken (Plattendicke $t = 15cm$) untersucht. Das L/t-Verhältniss beträgt 20.

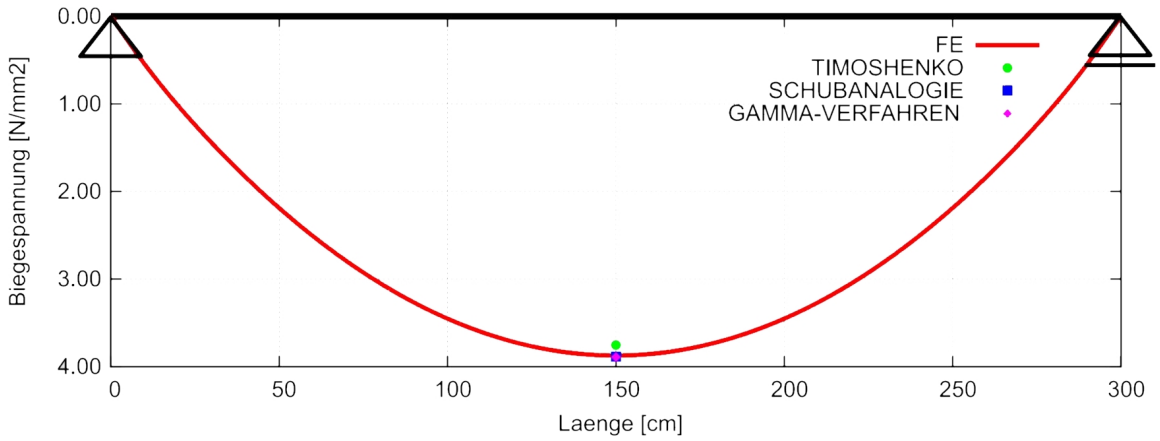


Abb. 2.9: Vergleich der Berechnungsverfahren an einem Einfeldträger nach [53]

2.1.4.2 Zweifeldträger unter Gleichlast

Hierbei wurde ebenfalls eine 5-schichtige BSP-Platte mit konstanten Schichtdicken (Plattendicke $t = 15cm$) untersucht. Das L/t-Verhältniss beträgt auch 20.

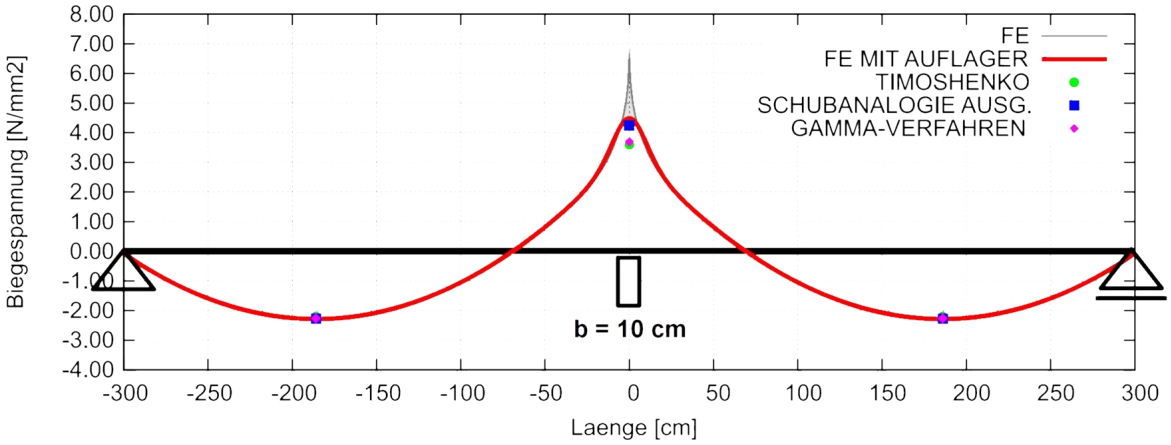


Abb. 2.10: Vergleich der Berechnungsverfahren an einem Zweifeldträger nach [53]

Werden die Biegespannungen mit der FEM-Berechnung im Stützbereich ausgerundet, schwanken die Ergebnisse zwischen 100% nach Timoshenko und 122% nach FE-Methode.

Eine allgemeine Erkenntnis dieser Studie ist, das bei BSP-Decken unter Biegebelastung öfter die Gebrauchstauglichkeit (Durchbiegungnachweis, Schwingungsnachweis) bemessungsmaßgebend ist als der Tragfähigkeitsnachweis. Eine pauschale Aussage kann jedoch nicht getroffen werden (näheres dazu in [53]).

2.2 Holzverbindungen

2.2.1 Einteilung der Holzverbindungen

Nachstehend ist eine Definition von Holzverbindungen angeführt:

"Durch [Holzverbindungen beziehungsweise, d. Verf.] Verbindungsmittel werden die einzelnen Bauteile einer Holzkonstruktion zu einer statisch gemeinsam wirkenden Tragstruktur zusammengefügt. Verbindungsmittel können außerdem dazu dienen, Einzelteile eines Querschnittes zu einem Ganzen zu verbinden. Die gleichzeitige Verwendung verschiedener Verbindungsmittel in einer Verbindung unter Beachtung ihrer unterschiedlichen Nachgiebigkeit ist zulässig." [49]

Holzverbindungen hatten immer schon einen entscheidenden Einfluss auf die Wirtschaftlichkeit von Holzkonstruktionen. Aus diesem Grund haben sich viele Formen von Holzverbindungen entwickelt. [vgl. [49]]

Im konstruktiven Holzbau können Holzverbindungen wie folgt eingeteilt werden:

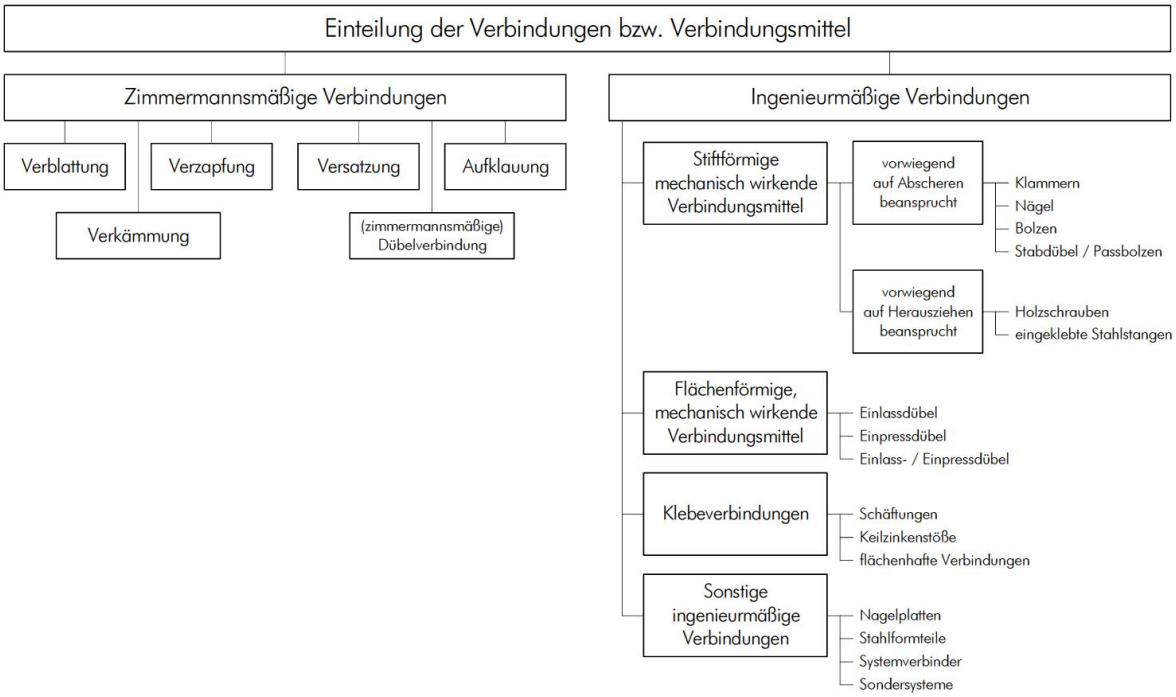


Abb. 2.11: Mögliche Einteilung von Holzverbindungen [49]

Zimmermannsmäßige Verbindungen: Holz-Holz-Verbindungen die im Wesentlichen ohne zusätzliche kraftübertragende Verbindungsmittel auskommen nennt man zimmermannsmäßige Verbindungen.

Ingenieurmäßige Verbindungen: Ingenieurmäßige Verbindungen sind dadurch charakterisiert, dass die wirkenden Kräfte vorwiegend über Verbindungsmittel (meist holzfremde Materialen wie z.B. Stahlteile) übertragen werden. Die Tragfähigkeit dieser Verbindungen kann ingenieurmäßig berechnet werden.

Die Größe der einzelnen Holzbauteile bestimmt in der Regel die Fertigungsmöglichkeit, die Transportmöglichkeit und die Gegebenheiten bei der Montage. Dementsprechend ist die Art der Holzverbindungen abzustimmen und wenn möglich die Anzahl auf das optimale Minimum zu reduzieren. Zudem sollten Holzverbindungen so kompakt und einfach wie möglich ausgebildet werden. [vgl. [49]]

2.2.2 Mechanische Grundlagen

Beim statischen Entwurf und der konstruktiven Gestaltung, ist besonders auf die Tragfähigkeit, die Steifigkeit und die Duktilität zu achten. Neben weiteren technischen Fragestellungen, wie zum Beispiel dem Verhalten bei dynamischer Beanspruchung oder dem Brandschutz, beeinflussen die Verbindungen auch in ganz erheblichen Maße die Herstellungs- und Montagekosten.

2.2.2.1 Arbeitslinie und Modellierung

Wie in Abbildung 1.1 ersichtlich, haben unterschiedliche Arten von Holzverbindungen auch unterschiedliche Arbeitslinien (Kraft-Verschiebungs-Kurven). Im folgenden Kraft-Verschiebungs-Diagramm (siehe Abbildung 2.12) ist das mechanische Verhalten für ein einziges Verbindungsmittel schematisch dargestellt. Die dargestellten Zusammenhänge gelten jedoch analog für alle Arten von Holzverbindungen. [vgl. [49]]

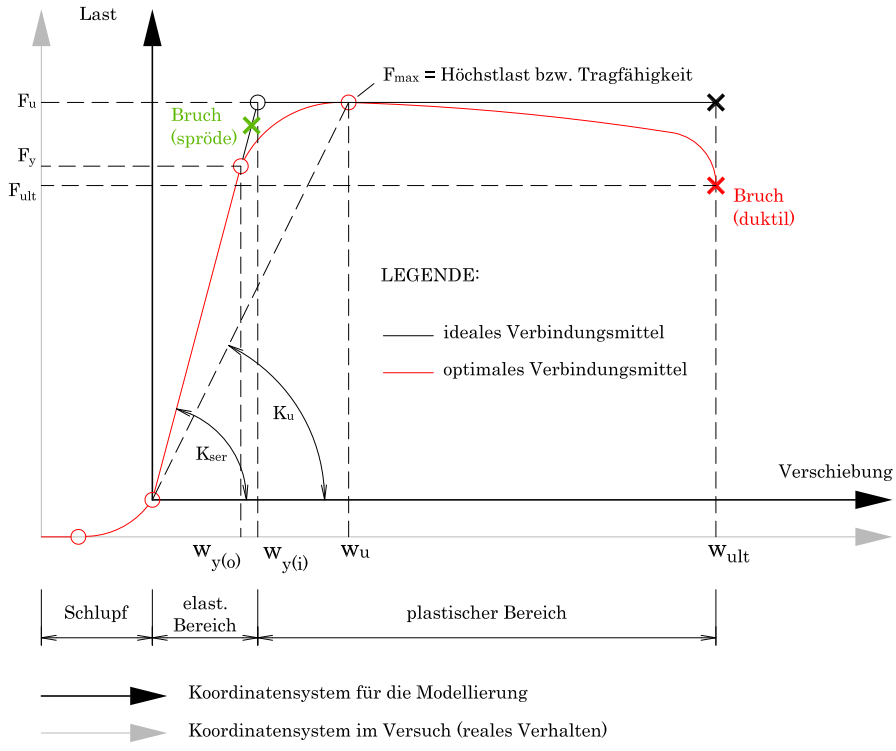


Abb. 2.12: Typische Arbeitslinie mit wesentlichen Grundbegriffen (überarbeitet) [vgl. [49]]

Bei manchen Holzverbindungen tritt ein Kraft unabhängiger Weg auf. Dies ist der so genannte Schlupf. Wird die Last in der Holzverbindung gesteigert, kommt es in der Regel zu einem linearen Zusammenhang zwischen Last und Verschiebung. Weist eine Holzverbindung ein sprödes Verhalten

auf, – wie zum Beispiel eine verklebte Verbindung – kommt es ohne größere Verschiebung zum Bruch. Im Gegensatz dazu, kommt es bei duktiler[1] Ausbildung zum Fließen der Verbindung, d.h. nach Überschreiten eines bestimmten Belastungsniveaus treten größere Verschiebungen bis zum Bruch auf. Diese unterschiedlichen Mechanismen von Holzverbindungen sind bei der Tragwerksplanung zu beachten. Vor allem bei einer Erdbebenbemessung sind duktile Bereiche wirtschaftlich und somit wünschenswert. [vgl. [49]]

2.2.2.2 Tragfähigkeit und Wirkungsgrad

Laut EN 26 891:1991 [20] ist die Tragfähigkeit (bzw. Höchstlast F_{max}) einer Verbindung durch die Last definiert, die beim Bruch bzw. beim Versagen auftritt. Bei duktilem Tragverhalten ist die Tragfähigkeit der Verbindung die Höchstlast nach erreichen einer 15 mm Verformung. [vgl. [20]]

Generell wird die Tragfähigkeit beziehungsweise die Leistung einer Holzverbindung durch die Festigkeit der zu verbindenden Holzbauteile begrenzt. Zudem bewirken die meisten Holzverbindungen stets Umlenkungen der Kräfte bzw. zusätzliche Beanspruchungen im Verbindungsbereich. Aus diesem Grund haben Holzverbindungen meist eine geringere Tragfähigkeit als das angrenzende Holzbauteil. Dies drückt sich im Wirkungsgrad η der Verbindung aus. [vgl. [49]]

Der Wirkungsgrad einer Holzverbindung wird wie folgt definiert:

$$\text{Wirkungsgrad:} \quad \eta = \frac{\text{Tragwiderstand des Bauteils mit der Verbindung}}{\text{Tragwiderstand des Bauteils ohne der Verbindung}}$$

Der Wirkungsgrad ist eine Kennzahl für die Leistungsfähigkeit einer Holzverbindung. In Tabelle 2.1 sind die Wirkungsgrade einiger typischer Verbindungsmittel aufgelistet.

Tab. 2.1: Wirkungsgrad η einiger typischer Holzverbindungen [vgl. [49]]

Wirkungsgrad	**theoretisch**	**praktisch**
Verklebung		
– Schäftung	$\approx 1{,}0$	$\approx 0{,}9$
– Keilzinkung	$\approx 0{,}85$	$\approx 0{,}8$
Stiftförmige Verbindung (Stahlblech-Holz)	$\approx 0{,}75$	$\approx 0{,}6$
Stiftförmige Verbindung (Holz-Holz)	$\approx 0{,}6$	$\approx 0{,}5$

2.2.2.3 Steifigkeit bzw. Nachgiebigkeit

Prinzipiell lassen sich folgende Nachgiebigkeiten unterscheiden:

- **Nachgiebigkeiten infolge lastunabhängiger Wege:**

  Diese Wege werden als Schlupf bezeichnet und entstehen zum Beispiel bei Passungenauigkeiten der einzelnen Bauteile oder beim Lochleibungspiel der Verbindungsmittel. Diese Wege sind von der Last unabhängig.

[1] Duktilität = plastisches Verformungsvermögen

- **Nachgiebigkeiten infolge lastabhängiger Wege:**

  Zu den lastabhängigen Wegen zählen alle elastischen und plastischen Verschiebungen der Holzverbindung bzw. der einzelnen Verbindungsmittel bei mechanischer Beanspruchung.

Die Steifigkeit beschreibt den Zusammenhang zwischen Beanspruchung und Nachgiebigkeit einer Holzverbindung und ist ebenfalls in [20] definiert: [vgl.[21]]

$$k_s = \frac{0,4 \cdot F_{est} - 0,1 \cdot F_{est}}{V_{0,4} - V_{0,1}} \qquad \text{in } N/mm \tag{2.1}$$

Dabei ist:

k_s:	Verschiebungsmodul eines geprüften Verbindungsmittels in N/mm
F_{est}:	vor dem Versuch geschätzte Bruchlast in N
$V_{0,4}$, $V_{0,1}$:	Verformung bei 10% bzw. 40% von F_{est} in mm

Vergleicht man Abbildung 2.12 gilt: je steiler der erste ansteigende Ast, desto steifer ist die Verbindung. Generell werden die Verformungsmodule k_{ser} (entspricht dem Mittelwert von k_s aus mehreren Versuchen) und k_u wie folgt angegeben [vgl. [49]]:

Verformungsmodul k_{ser}: Dieser beschreibt die Steigung der Sekante an die Last-Verschiebungskurve im Bereich der sogenannten „Gebrauchslast“.

Verformungsmodul im Bruchzustand k_u: Ist hingegen die Steifigkeit bei Erreichen der maximalen Traglast und wird als die Steigung der Sekante an die „Bruchfestigkeit“definiert. Beim Verfomungsmodul im Bruchzustand k_u ist zu beachten, dass es sich um keine Festigkeit im eigentlichen Sinn handelt, sondern um einen Rechenwert. Mit diesem Rechenwert können Aussagen über das Verhalten der Verbindung in der Nähe des Bruchzustandes gemacht werden. Außerdem kann mit diesem Wert die Schnittkraftumlagerung bei einem statisch unbestimmten System quantifiziert werden.

2.2.2.4 Duktilität

Die „statische“ Duktilität beschreibt das Verformungsvermögen nach Erreichen der Fließverformung und ist wie folgt definiert:

$$D_s = \frac{w_{ult}}{w_y} \qquad \text{in } [/] \tag{2.2}$$

Dabei ist:

w_{ult}:	Bruchverformung in mm
w_y:	Fließverformung in mm

Wie schon erwähnt sind duktile Bereiche in einem Tragsystem willkommen, da sie vor dem Bruch starke Verformungen aufweisen und somit nicht schlagartig versagen. Bei statisch unbestimmten Systemen erfolgen Schnittkraftumlagerungen die Tragreserven einer Konstruktion ausnutzen können. Bei den meisten Beanspruchungsarten (Zug, Biegezug, Schub, Querzug) weisen

Holzbauteile ein weitgehend sprödes Bruchverhalten auf. Die Ausbildung duktiler Holzverbindungen ist eine Möglichkeit, dem konstruktiven Holzbau – vor allem in Erdbebenregionen –, gegenüber anderen Bauweisen, den Vorrang zu geben. [vgl. [49]]

Lt. [49] können Verbindungsmitteltypen nach ihrer Duktilität wie folgt eingeteilt werden:

Tab. 2.2: Klassifizierungen von Verbindungen aufgrund der statischen Duktilität nach [49]

Verbindungsmitteltyp und Belastung	D_s
– axial beanspruchte Nägel und Schrauben – eingeleimte Stäbe – Einlassdübel – stiftförmige Verbindungsmittel mit Versagensursache 1 (kein Fließgelenk)	$D_s \leq 3$
– Einpressdübel – Nagelplatten – stiftförmige Verbindungsmittel mit Versagensursache 2 (ein Fließgelenk)	$3 < D_s \leq 6$
– genagelte Platten – stiftförmige Verbindungsmittel mit Versagensursache 3 (zwei Fließgelenke)	$6 < D_s$
Anmerkung: Die Versagensursachen bzw. die Anzahl der Fließgelenke beziehen sich auf einschnittige Verbindungen (siehe Kapitel 5.2 | Versagensformen nach Johansen).	

Ein hohes Duktilitäsmaß einer Holzverbindung hat mehrfach positive Auswirkungen auf:

- **das Gesamttragverhalten des Tragwerks:**

  Durch mögliche Schnittkraftumlagerungen ergibt sich in der Regel eine höhere Belastbarkeit.

- **das Tragverhalten der Verbindung:**

  Durch eine optimale Auslegung der Holzverbindung kann durch das Zusammenspiel zwischen Holzbauteil und Verbindung ein ideales Tragverhalten erzielt werden.

- **das Tragverhalten einer Gruppe von Verbindungsmittel:**

  In einer Gruppe von Verbindungsmittel wirken mehrere einzelne Verbindungsmittel zusammen. Durch plastische Verformungen einzelner Verbindungsmittel werden Belastungen gleichmäßig aufgeteilt. Auch hier kommt der Vorteil von (Schnitt-)Kraftumlagerung zu tragen.

2.2.2.5 Zusammenhang zwischen Festigkeit, Steifigkeit und Duktilität

Aus technischer Sicht sollte eine Verbindung folgende Anforderungen erfüllen:

- hohe Tragfähigkeit bzw. hoher Wirkungsgrad
- hohe Steifigkeit

- hohe Duktilität

Aufgrund der verschiedensten Randbedingungen (Kosten, Montagefreundlichkeit, Tragfähigkeit,...) von Verbindungen müssen Kompromisse dieser drei Eigenschaften gefunden werden. Eine Verbindung mit einer hohen Steifigkeit und hoher Tragfähigkeit besitzt in der Regel eine geringe Duktilität (z.B. auf Zug beanspruchte Schraubenverbindungen). Hingegen sind Verbindungen mit einer hohen Tragfähigkeit und einer hohen Duktilität als eher weich anzusehen (z.B. auf Abscheren beanspruchte Nagelverbindungen). [vgl. [21]]

Das Steifigkeits- und Duktilitäsmaß der einzelnen Holzverbindungen beeinflusst immer die Gesamtverformung des Tragwerks. Bei statisch unbestimmten Systemen und bei stabilitätsgefährdeten Tragwerken – die nach Theorie II. Ordnung berechnet werden – beeinflussen die Nachgiebigkeiten auch die Schnittkräfte. Bedeutende Schnittkraftumlagerungen können die Tragwirkung einer Konstruktion erheblich beeinflussen. Demnach müssen Verbindungen je nach statischem Gesamttragverhalten sorgfältig durchdacht und ausgewählt werden. Zum Beispiel ziehen hohe Steifigkeiten die Kräfte an. Bei einem Wirkungsgrad von $\eta > 0,6$ ist dies erwünscht. Bei einem Wirkungsgrad $\eta \leq 0,6$ eher unerwünscht. Nach der Steifigkeit können Holzverbindungen in folgende Typen mit entsprechendem Tragverhalten eingeteilt werden: [vgl. [49]]

- **„Sehr steife“ Verbindungen mit sprödem Bruchverhalten:** ($\eta \approx 1,0$)

  Dieser Verbindungstypus sollte eine hohe Festigkeit besitzen. Die Qualität der Verbindung wird durch die angrenzenden Bauteile limitiert. Ein typisches Beispiel wäre eine Schäftung oder eine Keilzinkung.

- **„Steife“ Verbindungen:** ($\eta \approx 0,6$ bis $0,8$)

  Für diesen Typus ist ein plastisches Tragverhalten anzustreben. Beispiele für diesen Verbindungsmitteltyp sind axial beanspruchte Schrauben, Einlass- und Einpressdübel, eingeklebte Stahlanker und auch Nagelplattenverbindungen.

- **„Weiche“ Verbindungen:** ($\eta < 0,6$)

  Weiche Verbindungen beeinflussen entscheidend das Steifigkeitsverhalten des Gesamttragwerkes. Dazu zählen zum Beispiel auf Abscheren belastete Verbindungen mit Holzschrauben sowie Nagelverbindungen.

2.2.3 Modelle zur Beschreibung des Verbindungsmittelverhaltens

Im Allgemeinen werden Holzverbindungen mit metallischen Verbindungsmitteln als duktil angesehen. Tatsächlich ist der Übergang von elastischen zum plastischen Verhalten einer Holzverbindung von mehreren Faktoren abhängig und kann nicht immer eindeutig festgelegt werden. Durch Versuchsreihen können die Parameter einer Verbindung bzw. eines Verbindungsmittels bestimmt werden. Zur detaillierten mathematischen Beschreibung der Versuchsergebnisse werden die Modelle von Foschi (1974) und Jaspart (1991) herangezogen. [vgl. [21]]

Im Folgenden werden beide Modelle kurz beschrieben.

2.2.3.1 Modell nach Foschi

Das Modell von Foschi wurde für eine Stahlblech-Nagelverbindung – gültig für einen Nagel – aufgestellt. Die auf Abscheren beanspruchte Verbindung kann mit folgender Gleichung beschrieben werden [vgl. [24]]:

$$p = (p_0 + p_1 \cdot w) \cdot \left(1 - e^{(-\frac{k \cdot w}{p_0})}\right) \qquad \text{in } N/mm \tag{2.3}$$

Dabei ist:

- p Last je Längeneinheit (bezogen auf die Länge des Nagels) in N/mm
- p_0 Parameter der Last-Verschiebungs-Kurve in N/mm
- p_1 Parameter der Last-Verschiebungs-Kurve in N/mm^2
- k Anfangsmodul N/mm^2
- w Nagelverformung je Längeneinheit (bez. auf Nagellänge) in mm

In Abbildung 2.13 ist links die Versuchskonfiguration und rechts das Last-Verformungs-Diagramm mit den einzelnen Parametern abgebildet.

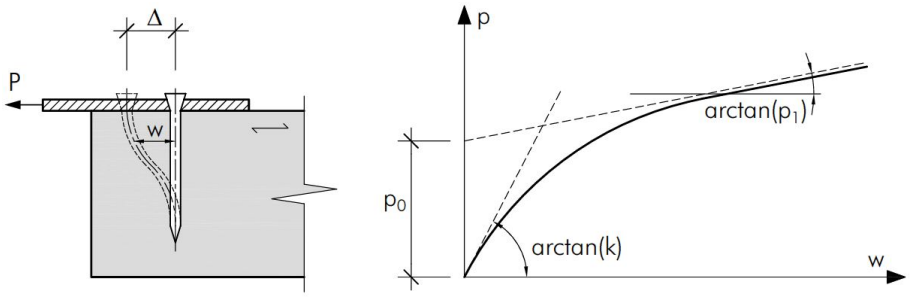


Abb. 2.13: Modell nach Foschi [21]

Eine Erweiterung des Modells von Foschi stellt folgende Gleichung von H.-J. Blaß (nach [34]) dar.

$$f(x) = (K_2 + K_3 \cdot x) \cdot \left(1 - e^{(-\frac{K_1 \cdot x}{K_2})}\right) \leq F_{max} \qquad \text{in } N \tag{2.4}$$

Dabei ist:

- $f(x)$ Last bei einer Verschiebung x in N
- x Verschiebung in mm
- K_1 Steigung der Tangente im Ursprung in N/mm
- K_2 Achsenabschnitt der Endtangente in N
- K_3 Steigung der Endtangente in N/mm
- F_{max} Höchstlast N

Abbildung 2.14 zeigt das Last-Verschiebungs-Diagramm der Formel 2.4.

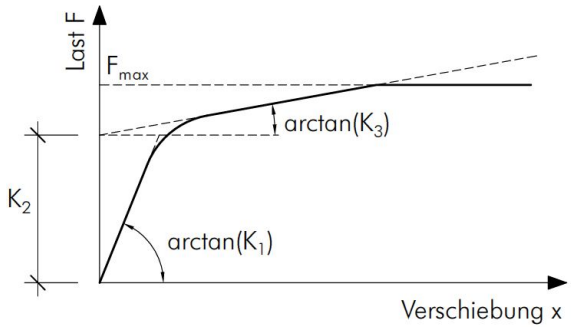


Abb. 2.14: Last-Verschiebungs-Beziehung nach Blaß [21]

2.2.3.2 Modell nach Jaspart

Das Modell von Jaspart beinhaltet einen Parameter mehr als das Modell von Foschi und wird hauptsächlich im Stahlbau angewendet. Der zusätzliche Parameter (d) ermöglicht eine bessere Beschreibung des nicht-linearen Verlaufs (siehe Abbildung 2.15) [vgl. [40]].

$$F(\delta) = \frac{(a-b)\cdot\delta}{\left(1+\left(\frac{(a-b)\cdot\delta}{c}\right)^{d}\right)^{\frac{1}{d}}} + b\cdot\delta \qquad \text{in } N \tag{2.5}$$

Dabei ist:

- F Last je Schnittfuge und Verbindungsmittel in N
- a Anfangssteifigkeit in N/mm
- b Steifigkeit im plastischen Bereich in N/mm
- c Übergang vom elastischen in den semi-plastischen Bereich in N
- d Kurvenparameter in [/]
- δ Verformung in mm

Abbildung 2.15 zeigt das Last-Verschiebungs-Diagramm der Formel 2.5.

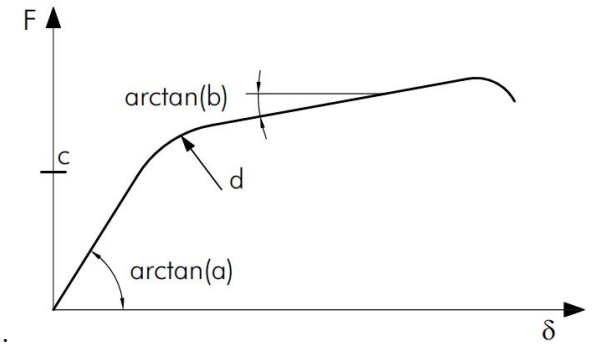


Abb. 2.15: Last-Verschiebungs-Beziehung nach Blaß [21]

Es kann sein, dass modifizierte Modell oder auch andere Modelle die Versuchsergebnisse besser beschreiben. Welches Modell zur Anwendung kommt, hängt von der Verbindung ab und muss von Fall zu Fall beurteilt werden.

2.2.4 Einfluss der Holzfeuchte

Holzfeuchteänderungen haben einen größeren Einfluss auf die Verbindungstechnik als auf die Holzbauteile selbst. Trotz dieser Erkenntnisse wird in den Normenwerken auf eine diesbezügliche Differenzierung verzichtet. Es gelten für Bauteile aber auch für die Verbindungen dieselben Faktoren (k_{mod} bzw. k_{def}) bei der Nachweisführung. [vgl. [21]]

Da bei einer Kurzzeitbelastung – wie z.B. bei einem Erdbeben – die Holzfeuchte eine untergeordnete Rolle spielt, wird an dieser Stelle nicht näher darauf eingegangen. Literatur zu diesem Thema finden sich in [12] und [58].

2.3 Baudynamik

2.3.1 Allgemeines

Die Dynamik ist ein Teilgebiet der Mechanik und eine Domäne der Maschinenbauingenieure. Sie hat bei den Bauingenieuren lange Zeit eine untergeordnete Rolle gespielt, da dynamische Einwirkungen (z.B. Erdbebenkräfte) oft als statische Ersatzkräfte oder als Stoßkräfte berücksichtigt wurden.

Generell beschäftigt sich die Baudynamik mit zeitabhängigen Einwirkungen auf Bauwerke die zeitabhängige Systemantworten hervorrufen. Ein Sonderfall der Baudynamik ist die Baustatik bei der Einwirkungen „unendlich langsam“ auftreten. Aus diesem Grund können in der Baustatik die Massenkräfte (Trägheitskräfte) vernachlässigt werden. In der Baudynamik sind diese Kräfte von entscheidender Bedeutung. Zudem kommen noch andere Faktoren ins Spiel, auf die in den folgenden Kapiteln eingegangen wird. [vgl. [60]]

Um ein Tragwerk zum Schwingen zu bringen, braucht es eine dynamische Anregung (zeitabhängige Einwirkungen) und eine schwingungsempfindliche Struktur. Ein Katalog von schwingungsempfindlichen Strukturen mit den führenden Einwirkungen ist in [6] zusammengestellt. Typische Bauwerke mit den zugehörigen Belastungen sind: [vgl. [60]]

- Brücken durch Wind und Verkehr
- Fundamente und Decken durch Maschinen und Verkehr
- Sporthallen durch Wind, Erdbeben und Menschen
- Hochhäuser, Türme und Masten durch Wind und Erdbeben

Ein erfahrener Bauingenieur hat ein Gefühl für das statische Verhalten eines Bauwerks. Leider können diese Erfahrungen nicht Eins-zu-eins in die Baudynamik übertragen werden. In der Baustatik ist das Abschätzen nach der „sicheren Seite“ eine wichtige Methode, um Unsicherheiten sorglos zu begegnen. („Ein Profil größer kann nicht schaden.“) In der Baudynamik ist die „sicheren Seite“ nicht a priori gegeben. Größere statische Sicherheiten können in der Baudynamik zu größeren dynamische Beanspruchungen führen (z.B. steife Bauteile ziehen Lasten an). In der Baudynamik ist das Abschätzen der „sicheren Seite“ davon abhängig, ob die Erregerfrequenz oberhalb oder unterhalb der Eigenfrequenz ist. Dementsprechend müssen Maßnahmen getroffen werden, um Eigenfrequenz und Erregerfrequenz mit sicheren Abstand festzulegen. Treten mehrere Anregungs- und/oder Eigenfrequenzen auf, gibt es keine „sicheren Seite“. Aus diesem Grund ist die Modellierung in der Baudynamik viel sorgfältiger und genauer durchzuführen als in der Baustatik üblich. Ist die Bestimmung der Eingangsparameter unsicher, sind Variationsrechnungen, Schwingungsmessungen oder Modellversuche unerlässlich. [vgl. [33]]

2.3.2 Schwingungslehre

In den folgenden Kapiteln werden die wichtigsten Grundlagen der Schwingungslehre angeführt. Diese Grundlagen dienen zum besseren Verständnis der vorliegenden Arbeit und stellen keine Vollständigkeit – im Bezug auf die Schwingungslehre – dar.

Definition der Schwingung

In [62] ist der Begriff Schwingung wie folgt angegeben:

„Als Schwingungen oder Oszillationen (lateinisch oscillare ‚schaukeln') werden wiederholte zeitliche Schwankungen von Zustandsgrößen eines Systems bezeichnet. Unter Schwankung ist dabei die Abweichung von einem Mittelwert zu verstehen."

Grundbegriffe

t	Zeit in s
$y(t)$	zeitabhängige Amplitude (z.B. Verschiebung in mm)
A	maximale Amplitude z.B. maximale Verschiebung in mm
T	Periode in s (= Zeit einer vollständigen Schwingung)
f	Frequenz in Hz (= Anzahl der Schwingungen in einer Sekunde)
f_0	Eigenfrequenz in Hz
ω	Kreisfrequenz in rad/s (= Anzahl der Schwingungen in 2π)
ω_0	Eigenkreisfrequenz in rad/s
θ	Phasenwinkel in rad (verschiebt die Schwingkurve entlang der Zeitachse)

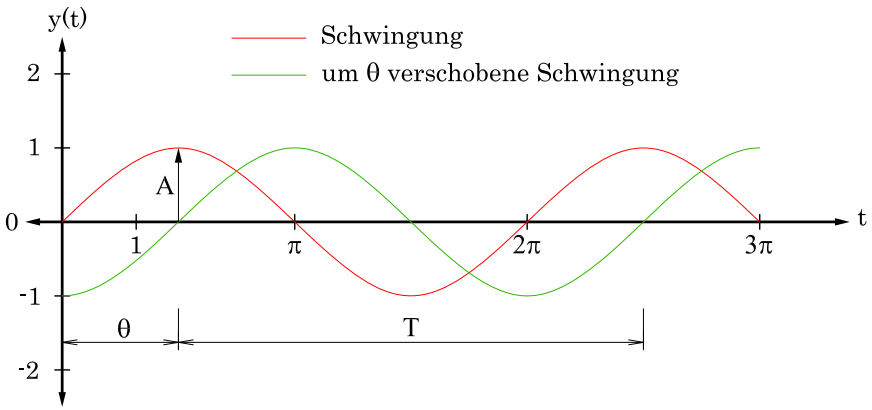


Abb. 2.16: Grundbegriffe einer Sinusschwingung [vgl. [21]]

Einteilung der Schwingungen

Schwingungen können wie folgt eingeteilt werden: [vgl. [62]]

- periodische und nichtperiodische Schwingungen

- gedämpfte und ungedämpfte Schwingungen
- freie, erzwungene (fremderregte), selbsterregte und parametererregte Schwingungen
- lineare und nichtlineare Schwingungen
- Schwingungen mit einem Freiheitsgrad, mit mehreren Freiheitsgraden und mit unendlich vielen Freiheitsgraden (Schwingungen eines Kontinuums)
- kontinuierliche Schwingungen und Oszillation zwischen diskreten Zuständen

Alle diese Schwingungseigenschaften können kombiniert auftreten. Eine Sonderform der Schwingungen sind die sogenannten Zufallsschwingungen. Gerade bei Erdbeben treten solche Schwingungen zu Tage.

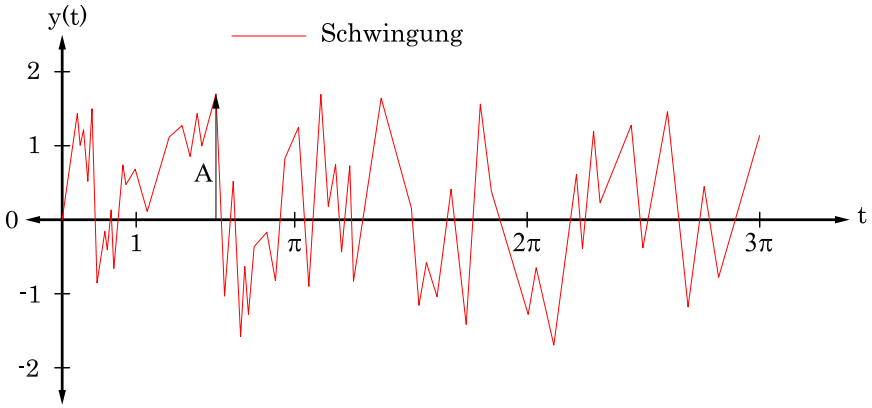


Abb. 2.17: Zufallsschwingung [vgl. [21]]

2.3.3 Systeme mit einem Freiheitsgrad (EMS) [16], [21], [60]

Ein Großteil der Tragwerke schwingen hauptsächlich in ihrer Grundform und können durch einen einzigen Freiheitsgrad beschrieben werden. Zudem lassen sich komplexere Schwingungen in Systeme mit einem Freiheitsgrad zerlegen. Aus diesem Grund ist der Einmassenschwinger (EMS) die Basis für weitere Ausführungen in der Schwingungslehre und das einfachste schwingungsfähige System bestehend aus einer Masse, welcher an einer Feder und einem Dämpfungselement befestigt ist.

2.3.3.1 Formulierung der Bewegungsgleichung in der Baudynamik

Die Bewegungsgleichung kann aufgestellt werden mit dem

- Prinzip der virtuellen Arbeit (D'Alembertsches Prinzip)
- Prinzip der virtuellen Leistung (Prinzip von Jourdain)
- Prinzip des kleinsten Zwanges

Durch das 2. Newton´sche Gesetz in der Form mit Trägheitskräften nach d´Alembert kann durch freischneiden folgende Gleichung aufgestellt werden:

$$F_J(t) + F_D(t) + F_F(t) = F(t) \tag{2.6}$$

Dabei ist:

$F_J(t) = m \cdot a(t) = m \cdot \ddot{y}(t)$	... Masse x Beschleunigung
$F_D(t) = c \cdot v(t) = c \cdot \dot{y}(t)$	... Dämpfungskonstante x Geschwindigkeit
$F_F(t) = k \cdot y(t)$	... Federkonstante x Weg

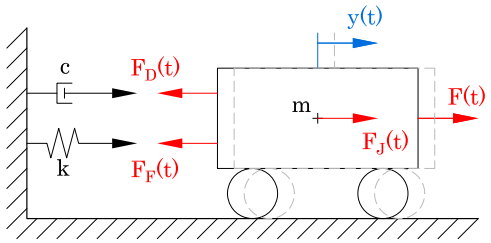


Abb. 2.18: Kräfte am Einmassenschwinger

m	Masse in kg
k	Federkonstante in $N/m = kg/s^2$
c	Dämpfungskonstante in kg/s
$y(t)$	Verschiebung in m
$F(t)$	(dynamische) Last in N
$F_J(t)$	Trägheitskraft in N
$F_F(t)$	Federkraft in N
$F_D(t)$	Dämpfungskraft in N

Mit diesen Überlegungen erhalten wir die bekannte Bewegungsgleichung:

$$m \cdot \ddot{y}(t) + c \cdot \dot{y}(t) + k \cdot y(t) = F(t) \tag{2.7}$$

2.3.3.2 Freie Schwingung des ungedämpften EMS

Betrachtet man den EMS vorerst ohne Dämpfung und ohne Anregungskraft $F(t)$ vereinfacht sich Gleichung 2.7 zu:

$$m \cdot \ddot{y}(t) + k \cdot y(t) = 0 \tag{2.8}$$

Der Lösungsansatz dieser homogenen Differentialgleichung mit seinen Ableitungen lautet:

$$y(t) = C \cdot \cos(\omega_0 \cdot t) + D \cdot \sin(\omega_0 \cdot t) \tag{2.9}$$

$$\dot{y}(t) = -\omega_0 \cdot C \cdot \sin(\omega_0 \cdot t) + \omega_0 \cdot D \cdot \cos(\omega_0 \cdot t) \tag{2.10}$$

$$\ddot{y}(t) = -\omega_0^2 \cdot C \cdot \cos(\omega_0 \cdot t) - \omega_0^2 \cdot D \cdot \sin(\omega_0 \cdot t) \tag{2.11}$$

Diese eingesetzt in Gleichung 2.8 ergibt:

$$-\omega_0^2 \cdot m \cdot [C \cdot \cos(\omega_0 \cdot t) + D \cdot \sin(\omega_0 \cdot t)] + k \cdot [C \cdot \cos(\omega_0 \cdot t) + D \cdot \sin(\omega_0 \cdot t)] = 0 \tag{2.12}$$

Die Konstanten C und D können mit den Anfangsbedingungen (Verschiebung $y(t = 0) = y_0$ und Geschwindigkeit $\dot{y}(t = 0) = v_0$), die zum Zeitpunkt $t = 0$ vorherrschen, bestimmt werden. Setzt man diese Beziehungen in Gleichung 2.9 und Gleichung 2.10 ein, so ergibt sich:

$$y(t=0) = y_0 = C \cdot \cos(\omega_0 \cdot 0) + D \cdot \sin(\omega_0 \cdot 0) = C \tag{2.13}$$

$$\dot{y}(t=0) = v_0 = -\omega_0 \cdot C \cdot \sin(\omega_0 \cdot 0) + \omega_0 \cdot D \cdot \cos(\omega_0 \cdot 0) = \omega_0 \cdot D \tag{2.14}$$

Ist die Verschiebung y_0 und die Geschwindigkeit v_0 zum Zeitpunkt $t = 0$ bekannt, kann mit folgender Gleichung die harmonische Schwingung beschrieben werden. Aus Gleichung 2.9 ergibt sich:

$$y(t) = y_0 \cdot \cos(\omega_0 \cdot t) + \frac{v_0}{\omega_0} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t) \tag{2.15}$$

Ein Lösungsansatz mit der Amplitude und dem Phasenwinkel ergibt die etwas übersichtlichere Formel:

$$y(t) = A \cdot \cos(\omega_0 \cdot t - \varepsilon) \quad \text{mit} \quad \tan(\varepsilon) = \frac{v_0/\omega_0}{y_0} \tag{2.16}$$

Die Amplitude A errechnet sich aus:

$$A = \sqrt{y_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega_0^2}} \tag{2.17}$$

Aus Gleichung 2.12 ergibt sich die Eigenkreisfrequenz mit

$$-\omega_0^2 \cdot m + k = 0 \quad \Longrightarrow \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \tag{2.18}$$

und zwischen ω_0, f_0 und T gelten folgende Zusammenhänge:

$$T = \frac{2 \cdot \pi}{\omega_0} \quad \text{und} \quad f_0 = \frac{1}{T} = \frac{\omega_0}{2 \cdot \pi} \tag{2.19}$$

Die folgende Abbildung zeigt das Modell eines ungedämpften Einmassenschwingers in der freien Schwingung. Im Diagramm ist die Schwingungskurve eines derartigen Modells ersichtlich.

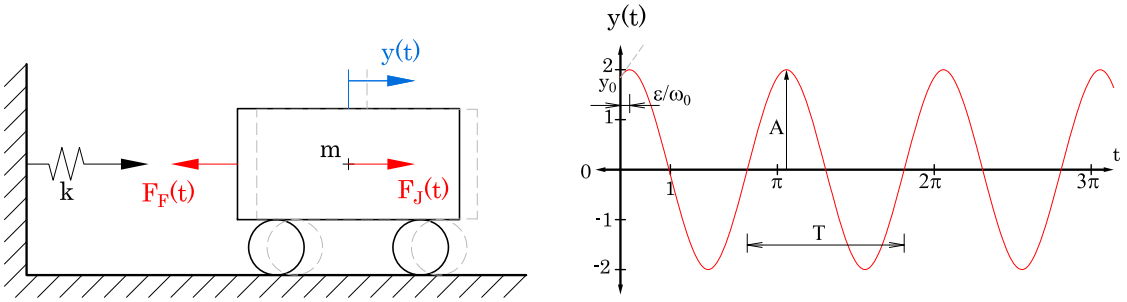


Abb. 2.19: Freie, ungedämpfte Schwingung (links: Modell / rechts: Schwingungsdiagramm)

2.3.3.3 Erzwungene Schwingung des ungedämpften EMS

Wird der zuvor betrachtete Einmassenschwinger mit einer Kraft harmonisch angeregt, ergibt sich Gleichung 2.7 zu:

$$m \cdot \ddot{y}(t) + k \cdot y(t) = F(t) = f_0 \cdot \sin(\nu \cdot t) \tag{2.20}$$

Hierbei ist ν die Erregerfrequenz. Die Lösung der Gleichung 2.20 besitzt einen homogenen und einen partikulären Anteil. Der homogene Teil wurde bereits im vorigen Abschnitt (siehe Gleichung 2.9) hergeleitet. Der Lösungsansatz für den partikulären Anteil und seine Ableitungen wird angenommen zu

$$y(t) = C \cdot \sin(\nu \cdot t) \tag{2.21}$$

$$\dot{y}(t) = \nu \cdot C \cdot \cos(\nu \cdot t) \tag{2.22}$$

$$\ddot{y}(t) = -\nu^2 \cdot C \cdot \sin(\nu \cdot t) \tag{2.23}$$

Wird dieser Ansatz mit $C = y_0$ in Gleichung 2.20 eingefügt, ergibt sich:

$$m \cdot [-\nu^2 \cdot y_0 \cdot \sin(\nu \cdot t)] + k \cdot [y_0 \cdot \sin(\nu \cdot t)] = f_0 \cdot \sin(\nu \cdot t) \tag{2.24}$$

Dies ist für jeden Zeitpunkt t gültig, wenn gilt:

$$-m \cdot \nu^2 \cdot y_0 + k \cdot y_0 = f_0 \tag{2.25}$$

beziehungsweise

$$y_0 = \frac{f_0}{k - m \cdot \nu^2} \tag{2.26}$$

Dies lässt sich umformen in

$$y_0 = \frac{f_0}{k} \cdot \frac{1}{1 - \frac{m \cdot \nu^2}{k}} = \frac{f_0}{k} \cdot \frac{1}{1 - (\frac{\nu}{\omega_0})^2} \tag{2.27}$$

In Gleichung 2.27 ist ω_0 die Eigenfrequenz und ν die Erregerfrequenz. Dieser Teil der Partikulärlösung ist entscheidend für das dynamische Verhalten des Systems. Ist das Frequenzverhältnis $\frac{\nu}{\omega_0} = 1$, treten theoretische unendlich große Amplituden auf. Aufgrund der Energiedissipation (Dämpfung) ist dies in der Realität nicht möglich.

Werden nun der homogene und der partikuläre Anteil summiert, erhält man die Lösung der Gleichung 2.20 mit:

$$y(t) = y(t)_h + y(t)_p = \tag{2.28}$$

$$= C \cdot \cos(\omega_0 \cdot t) + D \cdot \sin(\omega_0 \cdot t) + \frac{f_0}{k} \cdot \frac{1}{1 - (\frac{\nu}{\omega_0})^2} \cdot \sin(\nu \cdot t) \tag{2.29}$$

Um die einzelnen Therme der Gleichung besser beschreiben zu können, wird hierfür die Anregung aus der Ruhelage betrachtet (Verschiebung $y(t = 0) = y_0$ und Geschwindigkeit $\dot{y}(t = 0) = v_0$):

$$y(t) = \underbrace{\frac{f_0}{k}}_{1} \cdot \underbrace{\frac{1}{1 - (\frac{\nu}{\omega_0})^2}}_{2} \cdot \Big(\underbrace{\sin(\nu \cdot t)}_{3} - \underbrace{\frac{\nu}{\omega_0} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t)}_{4} \Big) \tag{2.30}$$

Dabei ist:

1 ... die Verschiebung unter einer statischer Last

2 ... der Verstärkungsfaktor

3 ... die Bewegungskomponente mit der Erregerfrequenz ν

4 ... die Bewegungskomponente mit der Eigenfrequenz (klingt bei Dämpfung ab)

2.3.3.4 Freie Schwingung des gedämpften EMS

Dämpfung: Die freie Schwingung ist beim Einmassenschwinger eine Wechselbeziehung zwischen kinetischer Energie und potentieller Energie. Werden dritte Energieformen abgezweigt – zum Beispiel durch Schallwellen oder Wärme –, so bezeichnet man dies als Dämpfung (Energiedissipation). Die Energiedissipation kann im Bauwesen mit einem viskosen Dämpferelement abgebildet werden. Mit der Dämpferkonstanten c entstehen Dämpfungskräfte F_D die zur Dehnungsgeschwindigkeit proportional sind.

Betrachtet man den EMS nun mit Dämpfung und ohne Anregungskraft $F(t)$ vereinfacht sich Gleichung 2.7 zu:

$$m \cdot \ddot{y}(t) + c \cdot \dot{y}(t) + k \cdot y(t) = 0 \tag{2.31}$$

Der Lösungsansatz dieser homogenen Differentialgleichung mit seinen Ableitungen lautet

$$y(t) = A \cdot e^{\lambda \cdot t} \tag{2.32}$$

$$\dot{y}(t) = \lambda \cdot A \cdot e^{\lambda \cdot t} \tag{2.33}$$

$$\ddot{y}(t) = \lambda^2 \cdot A \cdot e^{\lambda \cdot t} \tag{2.34}$$

Wir dieser Ansatz in Gleichung 2.31 eingesetzt, ergibt sich:

$$m \cdot [\lambda^2 \cdot A \cdot e^{\lambda \cdot t}] + c \cdot [\lambda \cdot A \cdot e^{\lambda \cdot t}] + k \cdot [A \cdot e^{\lambda \cdot t}] = 0 \tag{2.35}$$

Wird nun Gleichung 2.35 durch $A \cdot e^{\lambda \cdot t}$ und m dividiert und gleichzeitig der Ausdruck aus Gleichung 2.18 eingesetzt, ergibt sich:

$$\lambda^2 + \lambda \cdot \frac{c}{m} + \omega_0^2 = 0 \tag{2.36}$$

Die Lösung des charakteristischen Polynoms in Gleichung 2.36 lautet:

$$\lambda_{1,2} = -\frac{c}{2 \cdot m} \pm \sqrt{\left(\frac{c}{2 \cdot m}\right)^2 - \omega_0^2} \tag{2.37}$$

Betrachtet man in Gleichung 2.37 den Ausdruck unter der Wurzel, erkennt man drei mögliche Fälle der Dämpfung:

$c = \omega_0 \cdot 2 \cdot m$ ... kritische Dämpfung c_c

$c < \omega_0 \cdot 2 \cdot m$ ... unterkritische Dämpfung

$c > \omega_0 \cdot 2 \cdot m$ ... überkritische Dämpfung

In den meisten Fällen sind die Dämpfungen im Bauwesen als gering anzusehen. Aus diesem Grund betrachten wir im folgenden die unterkritisch gedämpften Systeme. Wird nun die Größe

$\zeta = \frac{c}{c_c} = \frac{c}{2 \cdot m \cdot \omega_0} = \frac{c}{2 \cdot \sqrt{m \cdot k}}$ ... Lehr´sches Dämpfungsmaß

in Gleichung 2.37 eingeführt, ergibt sich:

$$\lambda = -\zeta \cdot \omega_0 \pm \sqrt{\zeta^2 \cdot \omega_0^2 - \omega_0^2} = -\zeta \cdot \omega_0 \pm i \cdot \omega_0 \cdot \sqrt{1 - \zeta^2} \tag{2.38}$$

Dabei ist:

$\omega_D = \omega_0 \cdot \sqrt{1 - \zeta^2}$ ... Eigenkreisfrequenz des gedämpften Systems

Die Eigenkreisfrequenz des gedämpften Systems unterscheidet sich in baurelevanten Bereichen so gut wie nicht von der Eigenkreisfrequenz des ungedämpften Systems. Dadurch wird ω_D mit ω_0 gleichgesetzt und Gleichung 2.38 kann wie folgt angeschrieben werden:

$$\lambda = -\zeta \cdot \omega_0 \pm i \cdot \omega_0 \tag{2.39}$$

Wird nun Gleichung 2.39 in Gleichung 2.32 eingesetzt, erhält man die Lösung eines frei schwingenden Einmassenschwingers der viskos gedämpft wird:

$$y(t) = A \cdot e^{(-\zeta \cdot \omega_0 \pm i \cdot \omega_0) \cdot t} = e^{-\zeta \cdot \omega_0 \cdot t} \cdot (C \cdot e^{i \cdot \omega_0 \cdot t} + D \cdot e^{-i \cdot \omega_0 \cdot t}) \tag{2.40}$$

bzw.

$$y(t) = e^{-\zeta \cdot \omega_0 \cdot t} \cdot (C \cdot \cos(\omega_0 \cdot t) + D \cdot \sin(\omega_0 \cdot t)) \tag{2.41}$$

Die folgende Abbildung zeigt das Modell eines gedämpften Einmassenschwingers in der freien Schwingung. Im Diagramm ist die Schwingungskurve eines derartigen Modells ersichtlich.

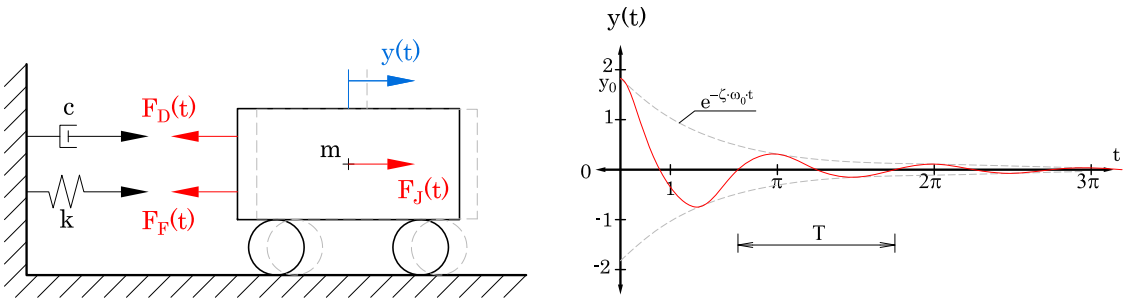


Abb. 2.20: Freie, gedämpfte Schwingung (links: Modell / rechts: Schwingungsdiagramm)

2.3.3.5 Erzwungene Schwingung des gedämpften EMS

Betrachtet man den EMS nun mit Dämpfung und mit Anregungskraft $F(t)$ kann die Bewegungsgleichung auch folgendermaßen angeschrieben werden, wenn man Gleichung 2.7 durch m dividiert:

$$\ddot{y}(t) + 2 \cdot \zeta \cdot \omega_0 \cdot \dot{y}(t) + \omega_0^2 \cdot y(t) = \frac{f_0}{m} \cdot \sin(\nu \cdot t) \tag{2.42}$$

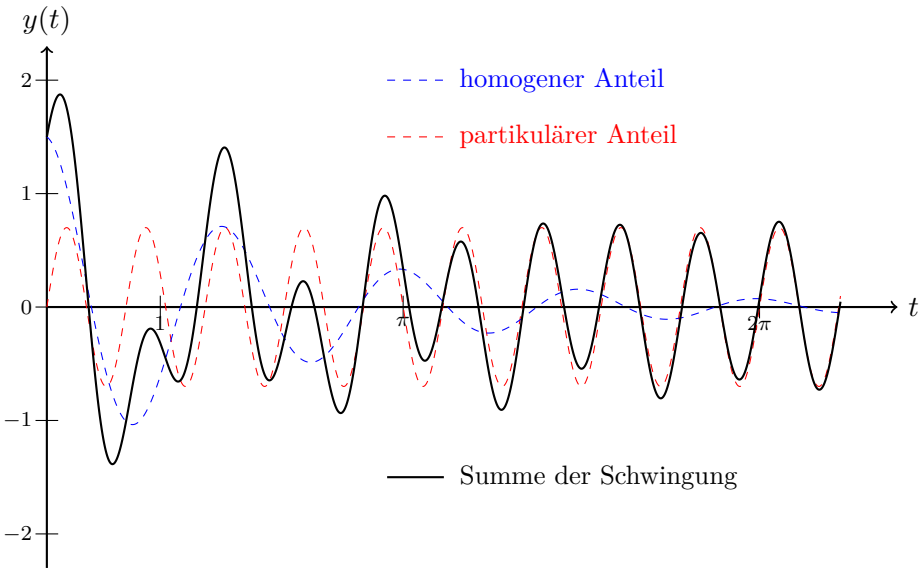


Abb. 2.21: Erzwungene Schwingung des gedämpften Einmassenschwingers [vgl. [21]]

Wie auch zuvor besteht die Lösung aus einem homogenen und einem partikulären Anteil. Der partikuläre Lösungsansatz lautet:

$$y_p(t) = A \cdot \sin(\nu \cdot t) + B \cdot \cos(\nu \cdot t) \tag{2.43}$$

$$\dot{y_p}(t) = \nu \cdot A \cdot \cos(\nu \cdot t) - \nu \cdot B \cdot \sin(\nu \cdot t) \tag{2.44}$$

$$\ddot{y_p}(t) = -\nu^2 \cdot A \cdot \sin(\nu \cdot t) - \nu^2 \cdot B \cdot \cos(\nu \cdot t) \tag{2.45}$$

Wird dieser Ansatz in die Gleichung 2.42 eingesetzt und die Sinus und Cosinus-Anteile sortiert, ergeben sich die Konstanten A und B zu:

$$A = \frac{f_0}{k} \cdot \frac{1 - \eta^2}{(1 - \eta^2)^2 + (2 \cdot \zeta \cdot \eta)^2} \tag{2.46}$$

$$B = \frac{f_0}{k} \cdot \frac{-2 \cdot \zeta \cdot \eta}{(1 - \eta^2)^2 + (2 \cdot \zeta \cdot \eta)^2} \tag{2.47}$$

Dabei ist,

$\eta = \nu/\omega_0$ das Frequenzverhältnis von Erregerfrequenz zu Eigenfrequenz.

Werden nun die Konstanten A und B in Gleichung 2.43 eingesetzt, ergibt sich:

$$y_p(t) = \frac{f_0}{k} \cdot \left[\frac{1 - \eta^2}{(1 - \eta^2)^2 + (2 \cdot \zeta \cdot \eta)^2} \cdot \sin(\nu \cdot t) - \frac{2 \cdot \zeta \cdot \eta}{(1 - \eta^2)^2 + (2 \cdot \zeta \cdot \eta)^2} \cdot \cos(\nu \cdot t) \right] \tag{2.48}$$

Durch Einführung des Phasenwinkels θ vereinfacht sich Gleichung 2.48 zu

$$y_p(t) = \frac{f_0}{k} \cdot \underbrace{\frac{1}{\sqrt{(1-\eta^2)^2 + (2\cdot\zeta\cdot\eta)^2}}}_{\text{Verstärkungsfaktor } V(\eta,\zeta)} \cdot \sin(\nu \cdot t - \theta) \tag{2.49}$$

mit

$$\theta = \arctan(\frac{2\cdot\zeta\cdot\eta}{1-\eta^2}), \quad 0° \leq \theta \leq 180°. \tag{2.50}$$

Die dimensionslose Funktion $V(\eta, \zeta)$ wird als dynamische Vergrößerungsfunktion bezeichnet. Sie kann als das Verhältnis der dynamischen zur statischen Reaktion interpretiert werden. In Abbildung 2.22 ist der Resonanzeffekt sehr gut erkennbar. Wird das Verhältnis von Erregerfrequenz zu Eigenfrequenz nahezu eins ($\eta \simeq 1$), ergeben sich Verstärkungsfaktoren die im Wesentlichen von der Dämpfung bestimmt werden. Außerhalb des Resonanzbereichs ist der Einfluss der Dämpfung als eher gering anzusehen.

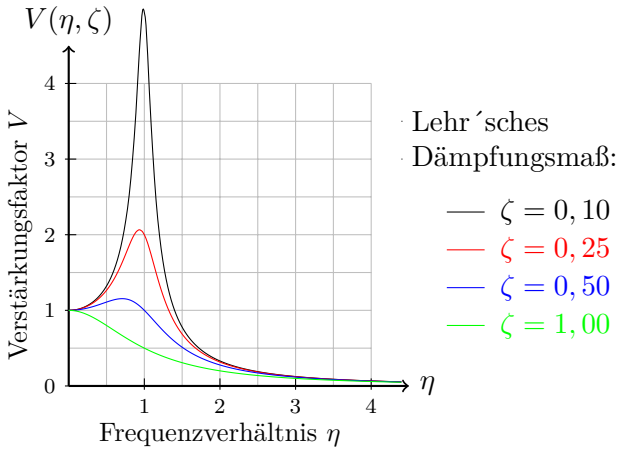


Abb. 2.22: Verstärkungsfaktor in Abhängigkeit des Frequenzverhältnisses [vgl. [21]]

Leitet man den Verstärkungsfaktor V nach η ab und setzt man diese Gleichung zu Null, erhält man den maximalen Verstärkungsfaktor:

$$V(\zeta) = \frac{1}{2\cdot\zeta\cdot(1-\zeta^2)} \tag{2.51}$$

2.3.4 Systeme mit mehreren Freiheitsgraden (MMS) [16], [21], [60]

Da sich bei einem Tragwerk die Massen nicht immer in einem Punkt zusammenfassen lassen, sind Modelle mit mehreren Freiheitsgraden notwendig (Mehrmassenschwinger). Ein Beispiel für einen Zweimassenschwinger ist in Abbildung 2.23 dargestellt. Diese Abbildung zeigt einen Schnitt durch ein zweistöckiges Gebäude. Hierbei werden die Stockwerksmassen auf der Höhe der Geschossdecken zusammengefasst und das Modell als ebener Rahmen dargestellt. Wird im allgemeinen Fall für jede Masse (m_1 bis m_n) eine Gleichgewichtsbedingung aufgestellt, lauten die Gleichungen:

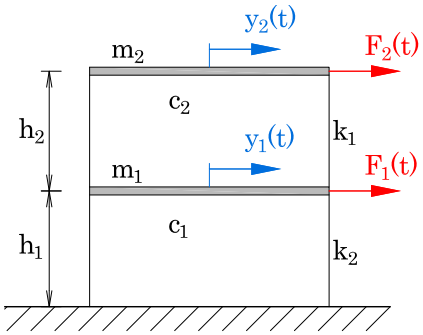


Abb. 2.23: Ebener Rahmen

$$m_n \cdot \ddot{y}_n(t) = \sum_{i=1}^{n}(c_{n,i} \cdot \dot{y}_i(t)) + \sum_{i=1}^{n}(k_{n,i} \cdot y_i(t)) + F_n(t) \qquad \text{für} \quad \begin{matrix} n & \text{... Ort} \\ i & \text{... Ursache} \end{matrix} \tag{2.52}$$

So entspricht z.B. $k_{6,12}$ der Federsteifigkeit des Punktes 6 wenn sich der Punkt 12 um den Wert „1“ verschiebt. Für das Beispielgebäude als Zweimassenschwinger in Abbildung 2.23 ergibt sich (vgl. dazu Abbildung 2.24):

$$\underbrace{m_1 \cdot \ddot{y}_1(t)}_{F_{J1}(t)} = \underbrace{-c_1 \cdot \dot{y}_1(t)}_{F_{D1}(t)} \underbrace{-k_1 \cdot y_1(t)}_{F_{F1}(t)} \underbrace{+c_2 \cdot (\dot{y}_2(t) - \dot{y}_1(t))}_{F_{D2}(t)} \underbrace{+k_2 \cdot (y_2(t) - y_1(t))}_{F_{F2}(t)} \underbrace{+f_1 \cdot \sin(\nu \cdot t)}_{F_1(t)} \tag{2.53}$$

$$\underbrace{m_2 \cdot \ddot{y}_2(t)}_{F_{J2}(t)} = \underbrace{-c_2 \cdot (\dot{y}_2(t) - \dot{y}_1(t))}_{F_{D2}(t)} \underbrace{-k_2 \cdot (y_2(t) - y_1(t))}_{F_{F2}(t)} \underbrace{+f_2 \cdot \sin(\nu \cdot t)}_{F_2(t)} \tag{2.54}$$

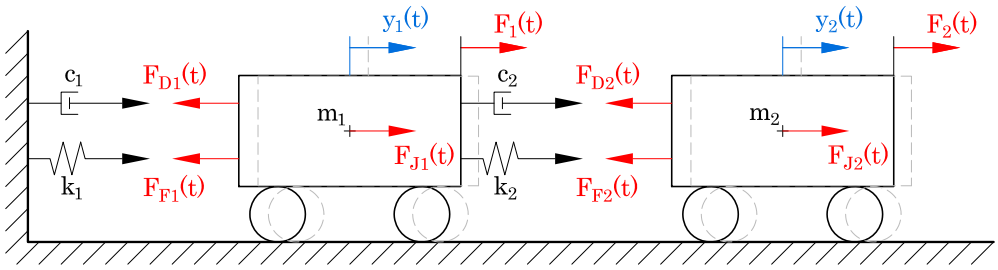


Abb. 2.24: Kräfte am Zweimassenschwinger

Für die spätere Berechnung ist es vorteilhaft, die Gleichgewichtsbedingungen in Matrixform aufzustellen. Durch umformen der Gleichungen 2.53 und 2.54 ergibt sich folgende Darstellung:

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{y}_1(t) \\ \ddot{y}_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_1 + c_2 & -c_2 \\ -c_2 & c_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{y}_1(t) \\ \dot{y}_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_1(t) \\ F_2(t) \end{bmatrix} \quad (2.55)$$

bzw. in der allgemeinen Form

$$[\mathbf{M}] \cdot \vec{\ddot{y}}(t) + [\mathbf{C}] \cdot \vec{\dot{y}}(t) + [\mathbf{K}] \cdot \vec{y}(t) = \vec{F}(t) \quad (2.56)$$

Für ein System mit n Freiheitsgraden sind die Komponenten in Gleichung 2.56:

$\begin{bmatrix} m_1 & 0 & ... & 0 \\ 0 & m_2 & ... & 0 \\ ... & ... & ... & ... \\ 0 & 0 & ... & m_n \end{bmatrix}$ Massenmatrix $[\mathbf{M}]$ | $\begin{bmatrix} \ddot{y}_1(t) \\ \ddot{y}_2(t) \\ ... \\ \ddot{y}_n(t) \end{bmatrix}$ Beschleunigungsvektor $\vec{\ddot{y}}(t)$

$\begin{bmatrix} c_{1,1} & c_{1,2} & ... & c_{1,n} \\ c_{2,1} & c_{2,2} & ... & c_{2,n} \\ ... & ... & ... & ... \\ c_{n,1} & c_{n,2} & ... & c_{n,n} \end{bmatrix}$ Dämpfungsmatrix $[\mathbf{C}]$ | $\begin{bmatrix} \dot{y}_1(t) \\ \dot{y}_2(t) \\ ... \\ \dot{y}_n(t) \end{bmatrix}$ Geschwindigkeitsvektor $\vec{\dot{y}}(t)$

$\begin{bmatrix} k_{1,1} & k_{1,2} & ... & k_{1,n} \\ k_{2,1} & k_{2,2} & ... & k_{2,n} \\ ... & ... & ... & ... \\ k_{n,1} & k_{n,2} & ... & k_{n,n} \end{bmatrix}$ Steifigkeitsmatrix $[\mathbf{K}]$ | $\begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \\ ... \\ y_n(t) \end{bmatrix}$ Verschiebungsvektor $\vec{y}(t)$

| $\begin{bmatrix} F_1(t) \\ F_2(t) \\ ... \\ F_n(t) \end{bmatrix}$ Kraftvektor $\vec{F}(t)$

Dabei ist die Massenmatrix $[\mathbf{M}]$ eine Diagonalmatrix und die Steifigkeitsmatrix $[\mathbf{K}]$ eine symmetrische Matrix.

2.3.4.1 Freie Schwingung des ungedämpften MMS

Betrachtet man den MMS vorerst ohne Dämpfung und ohne Anregungskraft $\vec{F}(t)$ vereinfacht sich Gleichung 2.56 zu:

$$[\mathbf{M}] \cdot \vec{\ddot{y}}(t) + [\mathbf{K}] \cdot \vec{y}(t) = \vec{0} \quad (2.57)$$

Mit Hilfe eines harmonischen Ansatzes

$$y(t) = \phi \cdot \sin(\omega \cdot t) \quad (2.58)$$

$$\vec{\ddot{y}}(t) = -\omega^2 \cdot \phi \cdot \sin(\omega \cdot t) = -\omega^2 \cdot y(t) \quad (2.59)$$

erhält man das homogene Gleichungssystem

$$([\mathbf{K}] - \omega_i^2 \cdot [\mathbf{M}]) \cdot \vec{\phi}_i = \vec{0} \tag{2.60}$$

Gleichung 2.60 entspricht dem allgemeinen Eigenwertproblem. Da das Gleichungssystem homogen ist, besitzt es nicht-triviale Lösungen ($\neq 0$) wenn die Determinante verschwindet:

$$det([\mathbf{K}] - \omega^2 \cdot [\mathbf{M}]) = 0 \tag{2.61}$$

Gleichung 2.61 entspricht einem Polynom n-ten Grades. Durch das Suchen der Nullstellen ergeben sich die Eigenwerte ω_i^2 (ω_i bezeichnet die i-te Eigenkreisfrequenz). Werden diese Eigenwerte in Gleichung 2.60 eingesetzt, ergeben sich die Eigenvektoren $\vec{\phi}$. Die Eigenvektoren sind Eigenformen und stellen ein Verformungsmuster dar. Allerdings sind diese keine absoluten Verformungen, sondern ergeben nur Verhältniswerte der einzelnen Punkte untereinander. Werden die Eigenvektoren $\vec{\phi}$ nach steigenden Eigenfrequenzen geordnet, ergibt dies die sogenannte Modalmatrix:

$$[\mathbf{\Phi}] = [\vec{\phi}_1, \vec{\phi}_2, \vec{\phi}_3, ..., \vec{\phi}_n] \tag{2.62}$$

Zwischen den Eigenvektoren $\vec{\phi}_i$ und $\vec{\phi}_k$ gilt die Orthogonalitätsbeziehung. Das bedeutet:

$$\vec{\phi}_i^T \cdot [\mathbf{M}] \cdot \vec{\phi}_k = 0 \quad \text{für} \quad i \neq k \tag{2.63}$$

$$\vec{\phi}_i^T \cdot [\mathbf{K}] \cdot \vec{\phi}_k = 0 \quad \text{für} \quad i \neq k \tag{2.64}$$

2.3.4.2 Erzwungene Schwingung des gedämpften MMS

Dämpfungsmatrix: In der Regel ist die viskose Dämpfungsmatrix nicht bekannt, da für diese Berechnungen exakte Struktur- und/oder Materialdaten nur schwer erfasst werden können. Für den baupraktischen Bereich reicht es oft aus, auf eine Rayleigh-Dämpfung zurückzugreifen. Dieses Dämpfungsmodell beruht auf der Annahme, dass die Verteilung der Masse und/oder der Steifigkeit ein Maß für die Dämpfung ist. D.h., die Dämpfungsmatrix wird durch eine Linearkombination aus der Massenmatrix [**M**] und der Steifigkeitsmatrix [**K**] gebildet. Es gilt somit auch hier:

$$\vec{\phi}_i^T \cdot [\mathbf{C}] \cdot \vec{\phi}_k = 0 \quad \text{für} \quad i \neq k \tag{2.65}$$

und

$$[\mathbf{C}] = \alpha \cdot [\mathbf{M}] + \beta \cdot [\mathbf{K}] \tag{2.66}$$

Die massenproportionale Dämpfung ($\alpha \cdot M$) kann mit der Dämpfung einer schwingenden Struktur durch ein umgebendes Medium beschrieben werden und wirkt besonders intensiv auf die unteren Eigenfrequenzen. Die steifigkeitsproportionale Dämpfung ($\beta \cdot K$) kann als die innere Dämpfung oder als Werkstoffdämpfung interpretiert werden und wirkt besonders intensiv auf die höheren Eigenfrequenzen. In Abbildung 2.25 kann man erkennen, dass die Dämpfungszahl der Rayleigh-Dämpfung in einem bestimmten Frequenzbereich weitestgehend konstant bleibt. [vgl. [21], [17]]

Will man die Werte α und β berechnen, müssen zwei modale Dämpfungszahlen und ihre zugehörigen Eigenkreisfrequenzen bekannt sein

$$\alpha = \frac{2 \cdot \omega_i \cdot \omega_k \cdot (\zeta^*{}_i \cdot \omega_k - \zeta^*{}_k \cdot \omega_i)}{\omega_k^2 - \omega_i^2} \tag{2.67}$$

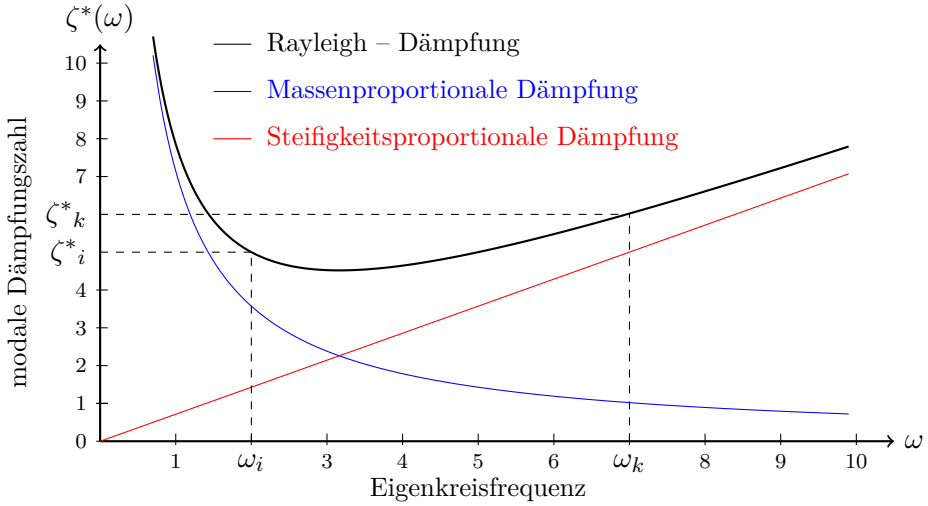


Abb. 2.25: Rayleigh-Dämpfung [vgl. [60]]

$$\beta = \frac{2 \cdot (\zeta^*{}_k \cdot \omega_k - \zeta^*{}_i \cdot \omega_i)}{\omega_k^2 - \omega_i^2} \tag{2.68}$$

Grundsätzlich wird bei der modalen Analyse nicht die Dämpfungsmatrix [**C**] berechnet, sonder die modale Dämpfungsmatrix [**C***] direkt aufgestellt. Hierfür gilt

$$c^*{}_i = 2 \cdot \zeta^*{}_i \cdot \omega_i \cdot m^*{}_i \tag{2.69}$$

Der Unterschied zwischen Dämpfungszahl und modaler Dämpfungszahl ist:

Dämpfungszahl ζ_i:
Die Dämpfungszahl (Lehr´sches Dämpfungsmaß $\zeta = \frac{c}{c_c}$) ist das Verhältnis der Dämpfungskonstanten zur kritischen Dämpfung des Einmassenschwingers (siehe dazu Seite 38). Die Dämpfungszahl ist von der Eigenkreisfrequenz des Einmassenschwingers abhängig.

Modale Dämpfungszahl ζ_i^*:
Die modale Dämpfungszahl ist die Dämpfungszahl des modalen Einmassenschwingers. Sie ist von der Eigenkreisfrequenz des modalen Einmassenschwingers abhängig. Für den Fall einer Rayleigh-Dämpfung gilt

$$\zeta_i^* = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\alpha}{\omega_i} + \beta \cdot \omega_i \right), \tag{2.70}$$

d.h. für ein System mit n Eigenkreisfrequenzen gibt es n modale Einmassenschwinger mit n modalen Dämpfungszahlen. In der Praxis muss zwischen den hier beschriebenen Dämpfungszahlen und einer globalen Dämpfungszahl unterschieden werden. In Kapitel 6.2.2 wird auf die Vorgehensweise einer globalen Berechnung eingegangen. [vgl. [21]]

Wird die Dämpfungsmatrix für andere Berechnungsverfahren – z.B. für einer Zeitverlaufsberechnung – benötigt, kann diese aus der modalen Dämpfungsmatrix rücktransformiert werden. Da in diesem Zusammenhang die normierten Matrix erforderlich ist, gilt

$$[\mathbf{C}] = [\mathbf{\Phi}] \cdot [\mathbf{C}^*] \cdot [\mathbf{\Phi}]^T \tag{2.71}$$

Schwingungsgleichung:

Auf Grundlage der Modalmatrix kann eine Lineartransformation dargestellt werden. Die Schwingungsamplitude der i-ten Eigenform wird mit der generalisierten Koordinate $u_i(t)$ beschrieben.

$$\vec{y}(t) = \vec{\phi}_1 \cdot u_1(t) + \vec{\phi}_2 \cdot u_2(t) + ... + \vec{\phi}_n \cdot u_n(t) = [\mathbf{\Phi}] \cdot \vec{u}(t) \tag{2.72}$$

Wird Formel 2.72 in die Differentialgleichung 2.56 eingesetzt, erhält man

$$[\mathbf{M}] \cdot [\mathbf{\Phi}] \cdot \ddot{\vec{u}}(t) + [\mathbf{C}] \cdot [\mathbf{\Phi}] \cdot \dot{\vec{u}}(t) + [\mathbf{K}] \cdot [\mathbf{\Phi}] \cdot \vec{u}(t) = \vec{F}(t) \tag{2.73}$$

Mit einer Linksmultiplikation durch $[\mathbf{\Phi}]^T$ wird klar, warum die zuvor erwähnte Orthogonalität von Bedeutung ist. Durch diese Operation kann der Mehrmassenschwinger in ein System unabhängiger Einmassenschwinger geteilt werden. D.h. aus Gleichung 2.73 ergibt sich:

$$\underbrace{[\mathbf{\Phi}]^T \cdot [\mathbf{M}] \cdot [\mathbf{\Phi}]}_{[\mathbf{M}^*]} \cdot \ddot{\vec{u}}(t) + \underbrace{[\mathbf{\Phi}]^T \cdot [\mathbf{C}] \cdot [\mathbf{\Phi}]}_{[\mathbf{C}^*]} \cdot \dot{\vec{u}}(t) + \underbrace{[\mathbf{\Phi}]^T \cdot [\mathbf{K}] \cdot [\mathbf{\Phi}]}_{[\mathbf{K}^*]} \cdot \vec{u}(t) = \underbrace{[\mathbf{\Phi}]^T \cdot \vec{F}(t)}_{\vec{F}^*(t)} \tag{2.74}$$

In der i-ten Eigenform lässt sich Gleichung 2.74 wie folgt aufschreiben:

$$\underbrace{\vec{\phi}_i^T \cdot [\mathbf{M}] \cdot \vec{\phi}_i}_{M_i^*} \cdot \ddot{u}_i(t) + \underbrace{\vec{\phi}_i^T \cdot [\mathbf{C}] \cdot \vec{\phi}_i}_{C_i^*} \cdot \dot{u}_i(t) + \underbrace{\vec{\phi}_i^T \cdot [\mathbf{K}] \cdot \vec{\phi}_i}_{K_i^*} \cdot u_i(t) = \underbrace{\vec{\phi}_i^T \cdot \vec{F}(t)}_{F_i^*(t)} \tag{2.75}$$

Dabei ist,

$[\mathbf{\Phi}]$	die Modalmatrix
$[\mathbf{M}^*]$	die modale Masse
$[\mathbf{C}^*]$	die modale Dämpfung
$[\mathbf{K}^*]$	die modale Steifigkeit
$\vec{F}^*(t)$	die modale Erregerlast
M_i^*	die generalisierte Masse der i-ten Eigenform
C_i^*	die generalisierte Dämpfung der i-ten Eigenform
K_i^*	die generalisierte Steifigkeit der i-ten Eigenform
$F_i^*(t)$	die generalisierte Erregerlast der i-ten Eigenform

Setzt man die generalisierten Faktoren der i-ten Eigenform in Gleichung 2.75 ein, ergibt sich die vom Einmassenschwinger bekannte Gleichung 2.7 auf Seite 34. Die Lösung eines derartigen Einmassenschwingers (Erzwungene Schwingung des gedämpften EMS) kann in Kapitel 2.3.3.5 auf Seite 38 nachgelesen werden.

Wie eine beliebige Anregungslast berücksichtigt werden kann, wird in Kapitel 3.2.3.2 gezeigt.

Kapitel 3

Erdbeben im konstruktiven Ingenieurbau

3.1 Entstehung von Erdbeben

Es gibt verschiedene Auslösemechanismen für Erdbeben. Beispielsweise durch Vulkanausbrüche, Explosionen oder durch einen Hohlraumeinsturz in der Erdkruste. Das wohl bedeutendste Erdbeben für das Bauwesen entsteht durch Plattentektonik. [vgl. [21]]

3.1.1 Plattentektonik

Die Plattentektonik ist eine Theorie der Geowissenschaften über die endogene Dynamik der Erde. Sie besagt, dass die Erdkruste in Lithosphärenplatten (umgangssprachlich als Kontinentalplatten bezeichnet) gegliedert ist und auf der darunter liegenden Schicht des zähflüssigen Erdmantels umher schwimmt. Aufgrund der ständigen Bewegung bauen sich immer wieder Spannungen zwischen den einzelnen Platten auf. Können diese Spannungen vom umliegenden Bodenmaterial (meist Gestein) nicht mehr aufgenommen werden, kommt es zum schlagartigen Bruch und somit zu ruckartigen Verschiebungen. Diese Verschiebungen werden von uns Menschen als Erdbeben wahrgenommen. [vgl. [21]]

Begriffsdefinitionen

Folgende Begriffe sind im Zusammenhang für das Thema Erdbeben wichtig:

- **Herd = Hypozentrum:**
  Ist der Ort, an dem der Bruch in der Erdkruste beginnt. Der Herd wird auch als „seismische Quelle“ bezeichnet.

- **Epizentrum:**
  Ist der Punkt über dem Herd an der Erdoberfläche.

- **Herdtiefe (h):**
  Abstand des Herdes vom Epizentrum; man unterscheidet Flachbeben mit $h \leq 70$ km und Tiefbeben mit $h \approx 70 - 700$ km

- **Hypozentraldistanz (s):**
  Abstand zwischen Herd und Messpunkt

- **Epizentraldistanz (Δ):**
  Abstand zwischen Epizentrum und Messpunkt

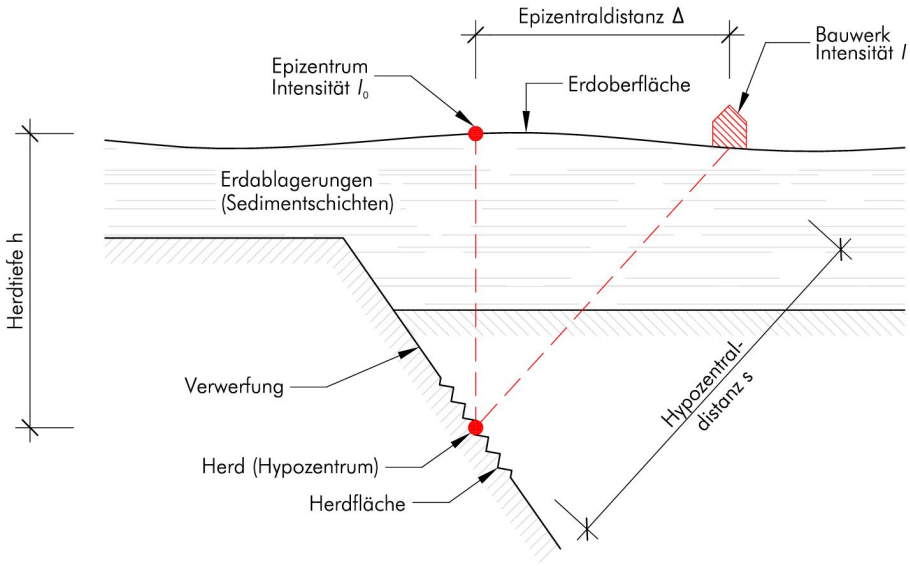


Abb. 3.1: Schnitt durch ein Herdgebiet [21]

3.1.2 Erdbebenskalen

Die Stärke eines Erdbebens wird mit den sogenannten Erdbebenskalen quantitativ beschrieben. Außerdem kann mit solchen Skalen die Wirkung auf Bauwerke verglichen werden. Man unterscheidet in der Ingenieurseismologie zwischen der Magnitudenskala (z.B. Richterskala) und der Intensitätsskala (z.B. MSK-Skala). [vgl. [21], [27]]

Magnitudenskala

Mit der Magnitude M kann die Herdenergie – die beim Erdbeben freigesetzt wird – in räumlich-zeitlicher Ausdehnung beschrieben werden. Sie wird aus den Maximalausschlägen seismischer Registrierungen in logarithmischer Form definiert. Bei der theoretisch nach oben offenen Magnitudenskala gilt zwischen Herdenergie E und Magnitude M folgender Zusammenhang (meist standortabhängig): [vgl. [21], [27]]

$$\log_{10}(E) = 4,8 + 1,5 \cdot M \qquad E \text{ in Joule} \tag{3.1}$$

Ein Zuwachs der Magnitude um eins setzt somit $\approx 31,6$ mal mehr Energie frei.

Nach dem Frequenz- bzw. Periodenbereich unterscheidet man verschiedene Magnitudenskalen, die ähnliche Zahlenwerte liefern aber durch die unterschiedlichen Ermittlungsverfahren nicht direkt miteinander vergleichbar sind. Drei unterschiedliche Magnitudenskalen sind in [27] angeführt.

Intensitätsskala

Die Intensitätsskala I ist ein Maß für die lokale Wahrnehmbarkeit und die lokale Zerstörungskraft eines Erdbebens. Bei dieser Skala hat ein Erdbeben nur eine Magnitude, aber von Ort zu Ort unterschiedliche Intensitäten. Die Intensitätsskala wird auch „makro-seismische Skala“ genannt und ist von folgenden Parametern abhängig: [vgl. [21], [27]]

- Magnitude,
- Frequenzgehalt an der Quelle,
- Herdtiefe,
- Herdentfernung vom Standort,
- Geologie / Topographie,
- Lokaler Untergrund (Baugrund),
- Frequenzgehalt am Standort und
- Dauer des Bebens am Standort.

Es werden verschiedene Intensitätsskalen verwendet. Die Unterschiede bei den gebräuchlichsten (MSK-Skala, MM-Skala bzw. MS-Skala) sind jedoch gering. Die neueste Version für Europa wird als EMS98 (Europäische Makroseismische Skala) bezeichnet.

Zusammenhang zwischen Magnitudenskala und Intensitätsskala

„Es existieren empirische Beziehungen zwischen der Magnitude M, der Intensität I (Intensität im Epizentrum) und der Herdtiefe h. Um einen Vergleich der Größenordnungen anstellen zu können wird im Folgenden eine Tabelle mit einer 12-Teiligen Intensitätsskala (MSK) und den zugehörigen Magnituden abgebildet. Die Magnituden wurden mit der Formel

$$M = 0,67 \cdot I + 2,3 \cdot \log(h) - 2,0 \qquad h \text{ in km} \tag{3.2}$$

ermittelt, wobei für h konstant 50 km eingesetzt wurde.“ [21]

Tab. 3.1: MSK-Skala mit Magnitudenvergleich [21]

I_0	M	Stärke	Wirkung auf Personen	Wirkung auf Gebäude	Wirkung auf Natur
I	~2,6	unmerklich	nicht verspürt		
II	~3,2	sehr leicht	vereinzelt verspürt		
III	~3,9	leicht	vor allem von ruhenden Personen deutlich verspürt		
IV	~4,6	mäßig stark	in Häusern allgemein verspürt, aufweckend	Fenster klirren	
V	~5,3	ziemlich stark	im Freien allgemein verspürt	Verputz an Häusern bröckelt ab, hängende Gegenstände pendeln, Verschieben von Bildern	
VI	~5,9	stark	erschreckend	Kamine und Verputz beschädigt	vereinzelt Risse im feuchten Boden
VII	~6,6	sehr stark	viele flüchten ins Freie	mäßige Schäden, vor allem an schlechten Gebäuden, Kamine fallen herunter	vereinzelt Risse im feuchten Boden
VIII	~7,3	zerstörend	allgemeiner Schrecken	viele alte Häuser erleiden Schäden, Rohrleitungsbrüche	Veränderungen in Quellen, Erdrutsch an Straßendämmen
IX	~7,9	verwüstend	Panik	starke Schäden an schwachen Gebäuden, Schäden auch an gut gebauten Häusern, Zerbrechen von unterirdischen Rohrleitungen	Bodenrisse, Bergstürze, viele Erdrutsche
X	~8,6	vernichtend	allgemeine Panik	Backsteinbauten werden zerstört	Verbiegen von Eisenbahnschienen, Abgleiten von Lockerboden an Hängen, Aufstau neuer Seen
XI	~9,3	Katastrophe		nur wenige Gebäude halten stand, Rohrleitungen brechen	umfangreiche Veränderungen des Erdbodens, Flutwelle
XII	~9,9	große Katastrophe		Hoch- und Tiefbauten werden total zerstört	tiefgreifende Umgestaltung der Erdoberfläche, Flutwellen

3.1.3 Erdbebenwellen

Der Bruchvorgang im Erdbebenherd bestimmt die Eigenschaften der Erdbebenwelle. Zudem beeinflusst das Übertragungsmedium die Amplitude und den Frequenzgehalt der abgestrahlten Welle. Somit kann man mit der registrierten Welle an der Erdoberfläche, Informationen über die Quelle (Erdbebenherd) und über das Übertragungsmedium (Bodenzusammensetzung) rückschließen. [vgl. [5]]

Nach der Ausbreitung der Wellen unterscheidet man zwischen Raumwellen und Oberflächenwellen.

3.1.3.1 Raumwellen

Raumwellen treten sowohl in der Erdkruste als auch im Erdinneren auf. Man unterscheidet:

- **Primärwellen (P-Wellen):**
  Sind Kompressions-Dilatationswellen[1] oder Längswellen, die feste, flüssige und gasförmige Körper durchdringen können.

- **Sekundärwellen (S-Wellen):**
  Sind transversale Scherwellen. Die Teilchen bewegen sich quer zur Fortpflanzungsrichtung hin und her. Sie können nur Festkörper durchdringen, da Flüssigkeiten keine Scherkräfte aufnehmen.

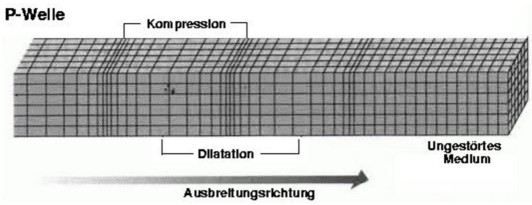


Abb. 3.2: Ausbreitung P-Welle [5]

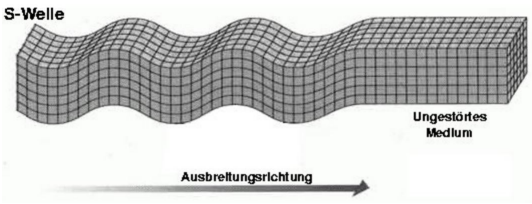


Abb. 3.3: Ausbreitung S-Welle [5]

Bei den Wellengeschwindigkeiten wird zwischen „direkten“ und „indirekten“ (refraktierten bzw. gebrochenen) Raumwellen unterschieden. Hierbei ist zu beachten, dass die schnelleren, indirekten Wellen die langsameren, direkten Wellen überholen können. [vgl. [5]]

Tab. 3.2: Geschwindigkeiten von Raumwellen [vgl. [21]]

Wellenart	**direkt**	**indirekt**
P-Wellen	5,5 - 6,2 km/s	7,8 - 13,0 km/s
S-Wellen	3,2 - 3,6 km/s	4,3 - 6,0 km/s

[1] Die Teilchen bewegen sich in Fortpflanzungsrichtung der Welle vorwerts und rückwerts

3.1.3.2 Oberflächenwellen

Oberflächenwellen treten nur an der Erdoberfläche auf. Die Bewegung der Teilchen nimmt ins Erdinnere stark ab, wobei die Eindringtiefe etwa der Längenwelle entspricht. Man unterscheidet:

- **Lovewellen:**
  Sind ähnlich wie die SH-Wellen (sich horizontal ausbreitende Sekundärwelle).

- **Rayleighwellen:**
  Rayleighwellen zeichnen sich durch eine elliptische Teilchenbewegung in der Vertikalebene aus (und ähneln den Wasserwellen).

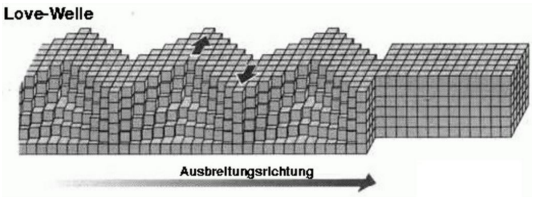


Abb. 3.4: Ausbreitung Love-Welle [5]

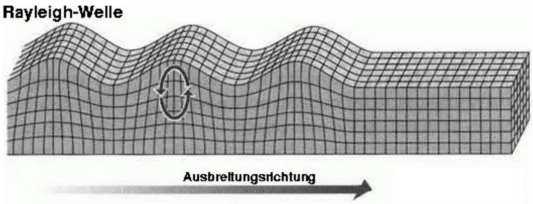


Abb. 3.5: Ausbreitung Rayleigh-Welle [5]

Die Oberflächenwellen haben eine Geschwindigkeit von etwa 90% der S-Wellen (siehe Tabelle 3.2). [vgl. [5]]

3.2 Ingenieurmäßige Auswertung am Einwirkungsort

Um die Erdbebenwirkung auf ein Bauwerk bestimmen zu können, sind mehrere Einflussgrößen aus der Ingenieurseismologie und davon abgeleitete Daten – vor allem Antwortspektren – von Bedeutung. Die fünf wichtigsten physikalischen Kenngrößen sind in folgender Tabelle angeführt (M $\widehat{=}$ Magnitude). [vgl. [5]]

Tab. 3.3: Physikalische Kenngrößen örtlicher Bodenbewegungen [vgl. [5]]

Bodenbewegung	**Kenngrößen**	**Maßgebend für Schäden**	**Größenordnung für das Bauwesen**
Bodenverschiebung	$y(t)$		$0,1 - 0,3\ m$ (bei M $\approx 6,5$)
Bodengeschwindigkeit	$v(t)$		$0,1 - 0,3\ m/s$ (bei M $\approx 6,5$)
Bodenbeschleunigung	$a(t)$	X	$1,5 - 3,0\ m/s^2$ (bei M $\approx 6,5$)
Frequenzgehalt	f	X	$0,1 - 30\ Hz$
Dauer des Erdbebens	t_0	X	$5 - 20\ s$ (bei M $\approx 6,5$)

Vor allem die Bodenbeschleunigung spielt eine maßgebende Rolle für Schäden an Bauwerken. Der Frequenzgehalt f und die Starkbebendauer t_0 werden unter anderem auch vom Untergrund im Nahbereich des Bauwerks beeinflusst. Folgend wird auf die Einflussgrößen Bodenbeschaffenheit und Bodenbeschleunigung eingegangen. [vgl. [5], [21]]

3.2.1 Bodenbeschaffenheit

Folgende Baugrundkennwerte können die lokalen Erschütterungen beeinflussen:

- Dynamische Deformationseigenschaften mit den Parametern
  - Schub- und/oder Elastizitätsmodul, sowie Poissonzahl des Bodens,
  - Materialdämpfung und
  - Nichtlinearität der Bodeneigenschaften
- Bodenaufbau mit den Parametern
  - Dichte der einzelnen Bodenschichten,
  - Tiefe und Neigung des Felsuntergrundes,
  - Neigung und Mächtigkeit der einzelnen Schichten,
  - Abfolge der Schichten, sowie Inhomogenitäten und Diskontinuitäten und
  - Grundwasserspiegel.

Lockergesteinsschichten sind bei Erdbebenwirkung besonders zu beachten. Sie haben die Eigenschaft als eine Art Filter zu wirken. Trifft die Erdbebenfrequenz die Eigenfrequenz des Bodens (geringer als die Eigenfrequenz von Fels), können sich die Auswirkungen auf Bauwerke erheblich verstärken (Resonanz). Andererseits wird die Erdbebenfrequenz außerhalb der Bodenfrequenz eher gedämpft. [vgl. [21]]

Baurelevanten Frequenzen

Generell hat die Erregerfrequenz an Bauwerken einen besonderen Stellenwert. Hohe Gebäude haben im Allgemeinen eine niedrige Eigenfrequenz und niedrige Gebäude haben eher eine hohe Eigenfrequenz. Ein verbreiteter Irrglaube dass Erdbebeneinwirkungen hauptsächlich nur hohe Gebäude betreffen wird an Abbildung 3.6 widerlegt. Der hohe Turm in Bildmitte konnte – beim Erdbeben in Amatrice im Jahr 2016 – den Einwirkungen stand halten, wobei die umliegenden, kleineren Gebäude mit einer höherer Eigenfrequenz dem Erdboden gleich gemacht wurden. [vgl. [21]]

Abb. 3.6: Erdbeben in Amatrice 2016 [25]

Entscheidend ist immer das Verhältnis Erregerfrequenz zu Eingenfrequenz. Dieses Phänomen wurde an einem Einmassenschwinger in Kapitel 2.3.3.5 erläutert. Die baurelevanten Eingenfrequenzen liegen im Bereich zwischen $0,1$ bis $30\ Hz$ und sind abhängig von der Steifigkeit und der Masse des Bauwerks (siehe dazu Gleichung 2.18). Je nach Bodenart ist der Frequenzbereich unterschiedlich:

- steife Böden, Fels: $f \approx 3\ Hz$ bis $10\ Hz$
- mittelsteife Böden: $f \approx 2\ Hz$ bis $8\ Hz$

- weiche Böden: $f \approx 0,5\ Hz$ bis $2\ Hz$
- sehr weiche Böden: $f \approx 0,3\ Hz$ bis $0,5\ Hz$

Wie die Grundeigenfrequenz bei horizontal geschichteten Böden abgeschätzt wird und wie auch andere Einflussparameter – zum Beispiel die Topographie – berücksichtigt werden, ist in [54] angeführt.

3.2.2 Maximale Bodenbeschleunigung

Aus einer Beschleunigung direkt eine Kraft zu ermitteln ist sehr praktisch. Aus diesem Grund ist die maximale Bodenbeschleunigung einer der bekanntesten Parameter in der Erdbebenbemessung. Hierbei ist zu erwähnen, dass dieser Wert alleine keine befriedigenden Antworten auf die zu erwartenden Auswirkungen bei der Erdbebenbeanspruchung geben kann. Für eine genauere Betrachtung fehlen die zum Teil oben beschriebenen Kennwerte, wie z.B. Frequenz, Amplituden und auch die Dauer des Erdbebens. Soll aber die Größenordnung eines Erdbebens erstmal eingestuft werden, reicht die Angabe der Bodenbeschleunigung in den meisten Fällen aus.

In den Normen sind Referenz-Spitzenbodenbeschleunigungen – als Eingangswert für die Antwortspektren – angegeben. Abbildung 3.7 zeigt die Verteilung der Referenzbodenbeschleunigungen in Österreich anhand ihrer Isolinien. [vgl. [21]]

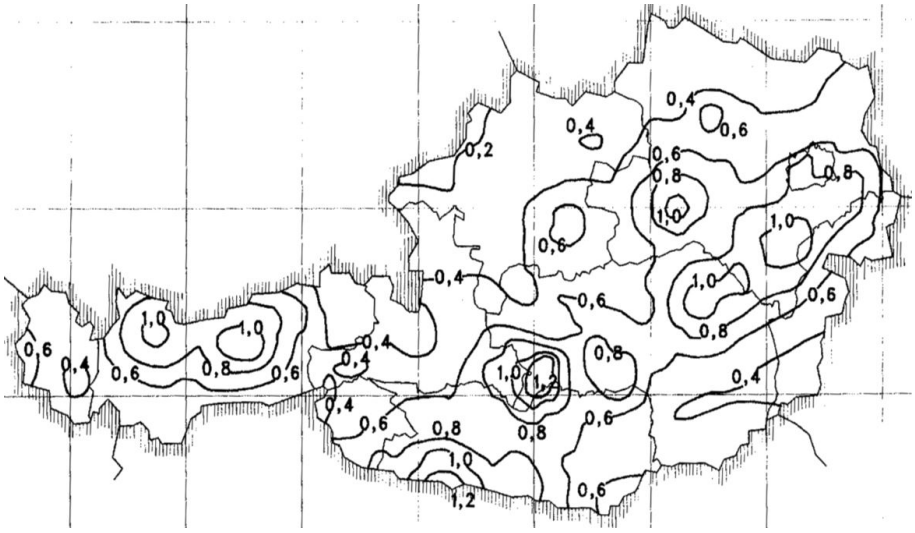


Abb. 3.7: Isolinien der Referenzbodenbeschleunigung a_{gR} in m/s^2 für Österreich nach [3]

3.2.3 Antwortspektren

Das Antwortspektrum ist ein wichtiges Werkzeug bei der Auswertung von Erdbeben. Aber auch für die Bemessung eines Bauwerks haben Antwortspektren einen großen Stellenwert. Mit deren Hilfe kann – sofern die Eigenfrequenz bekannt ist – die maximale Beschleunigung, Geschwindigkeit und Verschiebung (Spektralwerte der Antwort) für eine bestimmte Anregung abgelesen werden.

3.2.3.1 Ermittlung eines Antwortspektrums

Unterschiedliche Einmassenschwingern – jeder mit einer anderen Eigenfrequenz, jedoch mit dem selben Dämpfungsmaß – werden durch den gleichen Zeitverlauf angeregt. Abhängig von der

Eigenfrequenz der Einmassenschwinger ergeben sich unterschiedliche Antworten wie z.B. die maximale Beschleunigung. Die maximalen Antworten werden in einem Diagramm dargestellt. Somit ergibt sich das Antwortspektrum für **eine** bestimmte Anregung und **eine** bestimmte Dämpfung. Folgende Abbildung zeigt schematisch die Ermittlung eines Antwortspektrums.

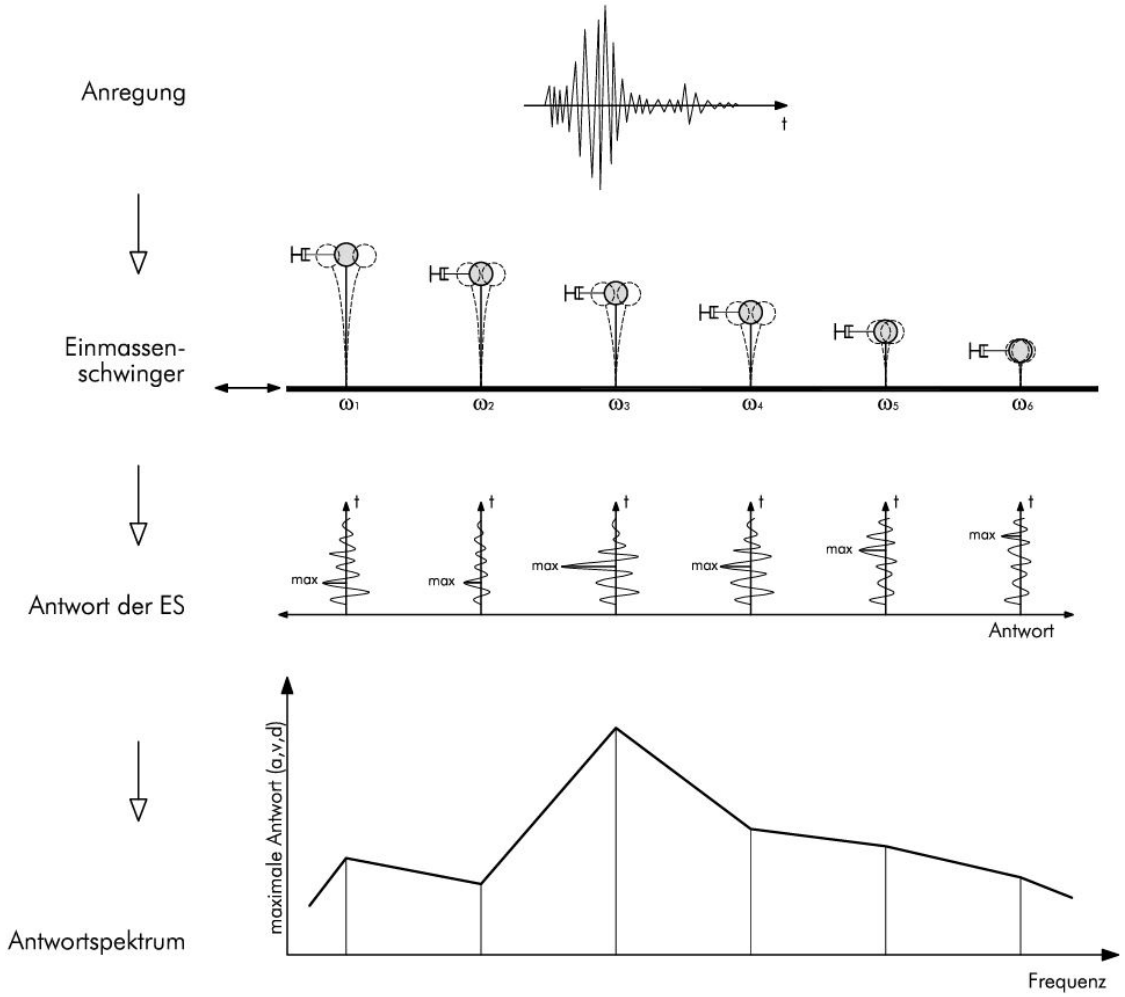


Abb. 3.8: Ermittlung eines Antwortspektrums (vereinfachte Darstellung) [21]

Für eine harmonische Anregung wird die maximale Antwort relativ einfach berechnet (siehe dazu Kapitel 2). Bei einem Erdbeben sind die Anregungskräfte aber nicht harmonisch sondern weisen eine Zufallsschwingung auf. Damit aus einer Zufallsschwingung ein Antwortspektrum erstellt werden kann, bedient man sich dem Duhamel-Integral. Dieses Berechnungsverfahren wird im folgenden Kapitel (Kapitel 3.2.3.2) beschrieben. [vgl. [21]]

3.2.3.2 Bestimmung der Spektralwerte

In diesem Abschnitt wird die Ermittlung der Spektralwerte für eine Zufallsschwingung hergeleitet. Um eine zeitlich veränderliche Anregungskraft $P(t)$ erfassen zu können, werden die Einzelimpulse über die Zeit summiert. [vgl. [21]]

Anmerkung:
Die folgenden Ausführungen beziehen sich auf einen Einmassenschwinger.

Antwort zufolge Einheitsimpuls

Ausgangspunkt ist ein Impuls zufolge der Last P zur Zeit τ welche für eine sehr kurze Zeit ε wirkt. Wird die Zeit ε nahezu 0, ist die Intensität von P zwar ∞ aber der Impuls – welcher durch das Integral über die Zeit definiert ist – besitzt den Wert 1. Diese Funktion bezeichnet man als die Dirac Delta Funktion ($\delta(t-\tau)$) und ist gemeinsam mit ihrer Antwort in Abbildung 3.9 dargestellt. [vgl. [21]]

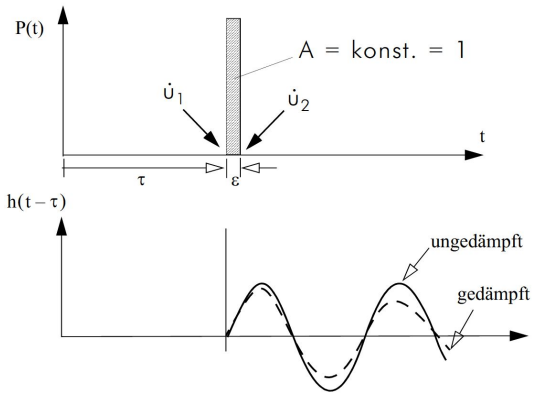


Abb. 3.9: oben: Einheitsimpuls / unten: Antwort auf den Einheitsimpuls [21]

Wird die Last P über die Zeit der Einwirkung (ε) Integriert folgt:

$$\int_{\tau}^{\tau+\varepsilon} (P)\, dt = m \cdot (\dot{u}_2 - \dot{u}_1) = 1 \tag{3.3}$$

Dieser Ausdruck gilt für gedämpfte als auch für ungedämpfte Einmassenschwinger, wenn ε gegen 0 geht. Mit der Annahme, dass der Einmassenschwinger vor der Aufbringung der Impulslast in Ruhe ist ($\dot{u}_1 = 0$) folgt

$$\dot{u}_2 - \dot{u}_1 = \dot{u}(\tau) \tag{3.4}$$

und aus Gleichung 3.3 folgt, dass der Impuls (Masse mal Geschwindigkeit) den Wert 1 besitzt.

$$1 = m \cdot \dot{u}(\tau) \tag{3.5}$$

Direkt nach dem Impuls ist die Anfangsgeschwindigkeit demnach

$$\dot{u}(\tau) = \frac{1}{m} \tag{3.6}$$

Mit der Anfangsbedingungen $u(t=0) = 0$ und $\dot{u}(t=0) = \frac{1}{m}$ ist die Antwort auf diese Anfangsgeschwindigkeit für eine ungedämpftes System:

$$h(t-\tau) = u(t) = \frac{1}{m \cdot \omega_0} \cdot \sin(\omega_0 \cdot (t-\tau)) \quad \text{für} \quad t \geq \tau \tag{3.7}$$

und für ein gedämpftes System:

$$h(t-\tau) = u(t) = \frac{1}{m \cdot \omega_D} \cdot e^{-\zeta \cdot \omega_0 \cdot (t-\tau)} \cdot \sin(\omega_D \cdot (t-\tau)) \quad \text{für} \quad t \geq \tau \tag{3.8}$$

Antwort zufolge beliebiger Einwirkung

Eine beliebige Einwirkung wird durch die Summe von Impulsen simuliert. Ist

$$du(t) = P(\tau)dt \cdot h(t-\tau) \tag{3.9}$$

die Antwort auf den Impuls $P(\tau)d\tau$, kann die Antwort auf eine Belastung $P(t)$ geschrieben werden als

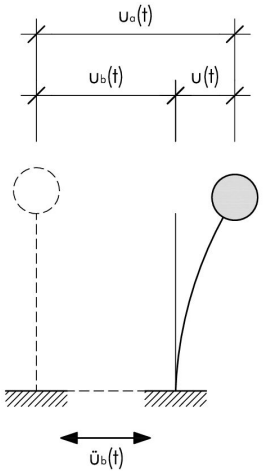
$$u(t) = \int_0^t \Big(P(\tau) \cdot h(t-\tau) \Big) d\tau \tag{3.10}$$

Gleichung 3.10 wird als Faltungsintegral oder auch Duhamel Integral bezeichnet.

Ermittlung der Spektralwerte

Wird nun das Faltungsintegral für einen gedämpften Einmassenschwinger ausgewertet, erhält man

$$u(t) = \frac{1}{m \cdot \omega_D} \cdot \int_0^t P(\tau) \cdot e^{-\zeta \cdot \omega_0 \cdot (t-\tau)} \cdot \sin(\omega_D \cdot (t-\tau)) d\tau \tag{3.11}$$



$u(t)$ ... relative Massenbewegung

$u_b(t)$ ... Bodenbewegung

$u_a(t)$ ... absolute Massenbewegung

Abb. 3.10: Bewegungsdefinitionen eines Einmassenschwingers [21]

Mit einer Anregung durch die Bodenbewegung $u_b(t)$ (siehe Abbildung 3.10) ist die Kraft $P(t)$ wie folgt definiert:

$$P(t) = -(m \cdot \ddot{u}_b(t)) \tag{3.12}$$

Setzt man Gleichung 3.12 in Gleichung 3.11 ein und setzt $\omega_D \sim \omega_0$, erhält man die Relativverschiebung:

$$u(t) = -\frac{1}{\omega_0} \cdot \int_0^t \ddot{u}_b(\tau) \cdot e^{-\zeta \cdot \omega_0 \cdot (t-\tau)} \cdot \sin(\omega_0 \cdot (t-\tau)) d\tau \tag{3.13}$$

Die Ableitungen für den relativen Geschwindigkeits- bzw. relativen Beschleunigungsverlauf ergeben sich zu

$$\dot{u}(t) = -\int_0^t \ddot{u}_b(\tau) \cdot e^{-\zeta \cdot \omega_0 \cdot (t-\tau)} \cdot \cos(\omega_0 \cdot (t-\tau)) d\tau \tag{3.14}$$

bzw.

$$\ddot{u}(t) = \omega_0 \cdot \int_0^t \ddot{u}_b(\tau) \cdot e^{-\zeta \cdot \omega_0 \cdot (t-\tau)} \cdot \sin(\omega_0 \cdot (t-\tau)) d\tau - \ddot{u}_b(t) \tag{3.15}$$

Die zweite Ableitung von $u(t)$ ist die absolute Beschleunigung ($\ddot{u}_a(t) = \ddot{u}(t) + \ddot{u}_b(t)$). Um die relative Massenbeschleunigung zu erhalten (z.B. für Schnittkräfte in den Tragwerksteilen), muss die Bodenbeschleunigung ($\ddot{u}_b(t)$) noch davon abgezogen werden. Die Spektralwerte folgen allerdings aus den absoluten Beschleunigungen.

Aus den Gleichungen 3.13 bis 3.15 können nun die Maximalwerte ermittelt werden.

$$S_d(\omega_0, \zeta) = max|u(\omega_0, \zeta, t)| \tag{3.16}$$

$$S_v(\omega_0, \zeta) = max|\dot{u}(\omega_0, \zeta, t)| \tag{3.17}$$

$$S_a(\omega_0, \zeta) = max|\ddot{u}(\omega_0, \zeta, t) + \ddot{u}_b(t)| \tag{3.18}$$

Anmerkung:
S_d ist hier der Spektralwert des relativen Weges. In der EN 1998-1:2013 ist S_d als Wert aus dem Bemessungsantwortspektrum definiert und stellt eine Beschleunigung dar!

Dies sind die größten Amplituden der Funktion über den Zeitverlauf und können in einem separatem Diagramm als Antwortspektrum dargestellt werden. Sind genug Antwortspektren von unterschiedlichen Erdbebenverläufen vorhanden, werden diese in einem Spektrum für denselben Dämpfungskoeffizienten zusammengefasst. Die geglättete Umhüllende der einzelnen Spektren – unter Berücksichtigung von statischen Überlegungen – ergibt das aus den Normen bekannte Antwortspektrum. Mit diesem Antwortspektrum kann, unabhängig von der Anregung, die maximale Antwort aus der Eigenschwingungsdauer des Bauwerks berechnet werden. Wichtig ist, dass die Antwortspektren nur für einen bestimmten Dämpfungskoeffizienten und Baugrund gilt.

Näherungsweise gelten auch folgende Beziehungen

$$S_v = \omega_0 \cdot S_d \qquad bzw. \qquad S_a = \omega_0 \cdot S_v \tag{3.19}$$

3.3 Tragwiderstand und Duktilität

3.3.1 Grundlegende Zusammenhänge

Im Bereich des erdbebensicheren Bauens, sind die Begriffe Tragwiderstand (gegen horizontale Kräfte) und Duktilität (Verformungsvermögen) miteinander gekoppelt. Zwischen diesen beiden Begriffen gilt nach [5] näherungsweise die Beziehung:

„Güte“ des Erdbebenverhaltens $\approx$ Tragwiderstand $\cdot$ Duktilität

Eine Interpretation dieser Formel zeigt:

- je kleiner der Tragwiderstand, desto größer die Duktilität bzw.
- je kleiner die Duktilität, desto größer der Tragwiderstand

Generell bedeutet dies, dass Bauwerke für die annähernd gleiche Erdbebengüte auf mehrere Arten ausgebildet werden können (siehe dazu Abbildung 3.11).

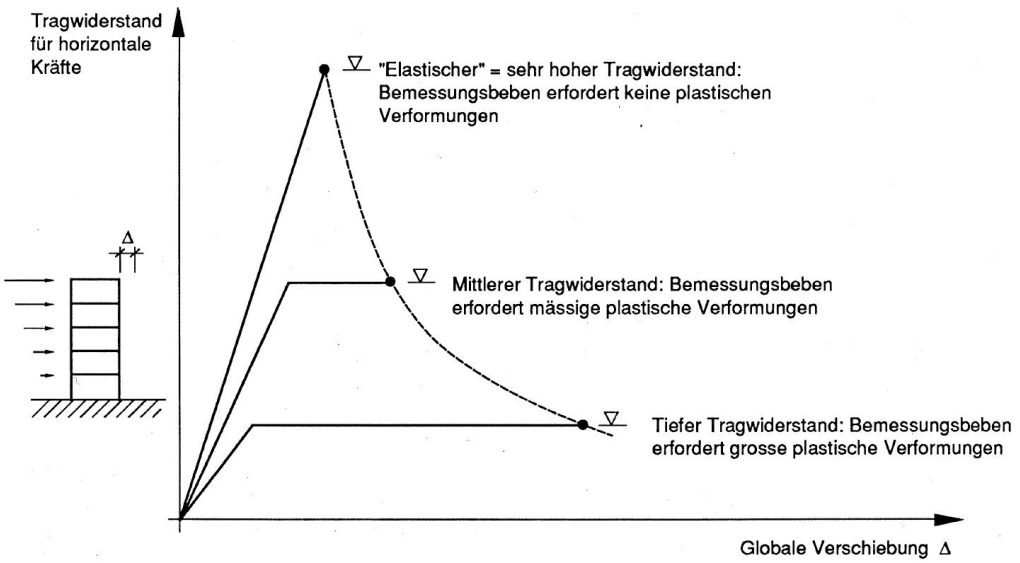


Abb. 3.11: Verschiedene Möglichkeiten zur Ausbildung eines Tragwerks für ein bestimmtes Bemessungsbeben [5]

Entweder wird das Tragwerk extrem steif konstruiert, sodass sich die Tragkonstruktion bei hohen Lasten im elastischen Bereiche befindet. Diese Variante weist bei einer Entlastung keine Verformungen mehr auf. Das hat den Vorteil, dass keine (größeren) Schäden am Bauwerk entstehen. Die erforderliche hohe Steifigkeit ist allerdings meist mit hohen Bauwerkskosten verbunden. [vgl. [5]]

Oder das Tragwerk wird duktil ausgebildet. Bei hohen Lasten verhält sich die Tragkonstruktion eher weich und nimmt die Erdbebenenergie durch größere Verformungen auf. Diese Variante hat den Nachteil, dass die größeren Verformungen mit größeren Schäden verbunden sind. Eine Lösungen zwischen diesen beiden Varianten ist meist die wirtschaftlichste und muss vom Bauingenieur für jedes einzelne Bauwerk mit allen vorhandenen Randbedingungen beurteilt werden. [vgl. [5]]

3.3.2 Arten der Duktilität

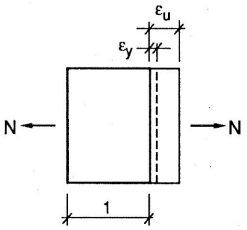
Wie schon in Kapitel 2.2.2.4 erwähnt, ist die Duktilität das Verhältnis zwischen Bruchverformung (elastisch-plastischen Verformung im Bruchzustand) und Fließverformung (elastischen Verformung bei Fließbeginn). Hierbei ist zu erwähnen, dass die Definition und folgende Beschreibungen zum Thema Duktilität sowohl für einzelne Verbindungen, als auch für ganze Gebäude gelten. Wichtig ist, dass vom Duktilitätsverhalten einzelner Detailpunkte in einem Bauwerk nicht auf die Gesamtduktilität geschlossen werden kann. [vgl. [5], [21]]

Nach [36] kann vor allem zwischen Dehnungsduktilität, Krümmungsduktilität, Rotationsduktilität und Verschiebungsduktilität unterschieden werden. An ein und demselben Element

können die unterschiedlichen Duktilitätsarten auch unterschiedliche Duktilitätswerte annehmen. Der Zusammenhang der unterschiedlichen Duktilitätsarten soll im Folgenden an einem Beispiel verdeutlicht werden. [vgl. [5], [21]]

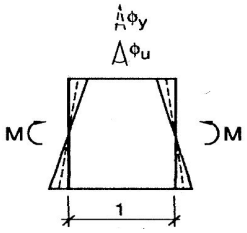
- **Dehnungsduktilität $\mu_\varepsilon = \frac{\varepsilon_u}{\varepsilon_y}$:**

  Die Dehnungsduktilität μ_ε ist an einem Stabelement der Länge 1 definiert, das durch eine zentrische Normalkraft beansprucht ist. Sie gibt an, bis zu welchem Vielfachen der Dehnung bei Fließbeginn ε_y das Element gedehnt ist.



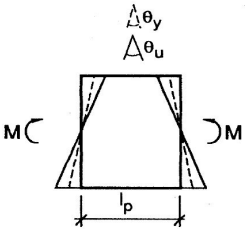
- **Krümmungsduktilität $\mu_\phi = \frac{\phi_u}{\phi_y}$:**

  Die Krümmungsduktilität μ_ϕ ist an einem Stabelement der Länge 1 definiert, das durch ein Biegemoment beansprucht ist. Sie gibt an, bis zu welchem Vielfachen des Krümmungswinkels bei Fließbeginn ϕ_y das Element gekrümmt ist.



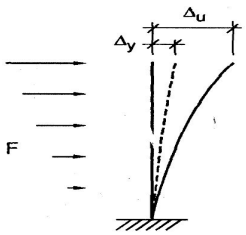
- **Rotationsduktilität $\mu_\theta = \frac{\theta_u}{\theta_y}$:**

  Die Rotationsduktilität μ_θ ist an einem plastischen Gelenk der Länge l_p (plastische Länge) definiert, das durch ein Biegemoment (und eventuell durch eine Normalkraft, z.B. in Stützen) beansprucht ist. Sie gibt an, bis zu welchem Vielfachen des Rotationswinkels bei Fließbeginn θ_y das plastische Gelenk verdreht ist.



- **Verschiebungsduktilität $\mu_\Delta = \frac{\Delta_u}{\Delta_y}$:**

  Die Verschiebungsduktilität μ_Δ ist definiert an einem ganzen Bauwerk oder an einem Tragelement (z.B. unten eingespannte Stütze), die durch eine oder mehrere Kräfte beansprucht ist. Sie gibt an, bis zu welchem Vielfachen der Verschiebung bei Fließbeginn Δ_y das Bauwerk bzw. das Tragelement an einer bestimmten Stelle verschoben ist.



BEISPIEL:

Anhand eines Kragarms soll die Beziehung zwischen Krümmungs- und Verschiebungsduktilität hergeleitet werden (Beispiel übernommen aus [21]).

Mit Hilfe der Elastizitätstheorie können die Verformungen bei Fließbeginn ermittelt werden zu:

Verschiebung:

$$\Delta_y = \frac{F_y \cdot h^3}{3 \cdot E \cdot I} \tag{3.20}$$

Krümmung:

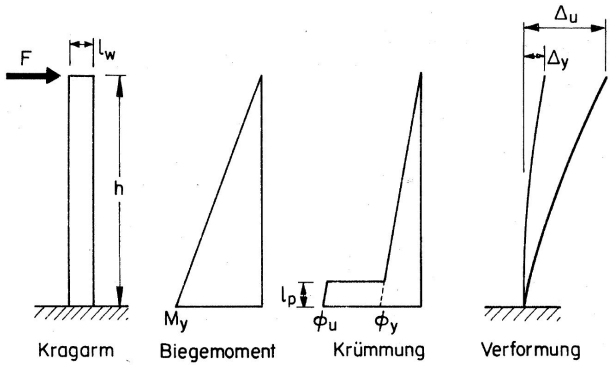


Abb. 3.12: Kragarm mit Einzelkraft im Fließzustand [5]

$$\phi_y = \frac{M_y}{E \cdot I} = \frac{F_y \cdot h}{E \cdot I} = \frac{3 \cdot \Delta_y}{h^2} \tag{3.21}$$

Damit beträgt die plastische Verschiebung:

$$\Delta_u - \Delta_y = (\phi_u - \phi_y) \cdot l_p \cdot \left(h - \frac{l_p}{2}\right) \tag{3.22}$$

Durch Einsetzen von Gl. 3.21 und Division durch Δ_y verändert sich Gl. 3.22 zu

$$\frac{\Delta_u}{\Delta_y} - 1 = \left(\frac{\phi_u}{\phi_y} - 1\right) \cdot \frac{3 \cdot l_p}{h^2} \cdot \left(h - \frac{l_p}{2}\right). \tag{3.23}$$

Eine weitere Umstellung und das Einsetzen der Verschiebungsduktilität $\mu_\Delta = \frac{\Delta_u}{\Delta_y}$ liefert die Krümmungsduktilität als

$$\mu_\phi = \frac{\phi_u}{\phi_y} = \frac{(\mu_\Delta - 1) \cdot h^2}{3 \cdot l_p \cdot \left(h - \frac{l_p}{2}\right)} + 1. \tag{3.24}$$

Für den gezeigten Fall ist die erforderliche Krümmungsduktilität viel größer als die zugehörige Verschiebeduktilität.

3.3.3 Abminderung der Bemessungslast (q-Faktor)

Wie in Kapitel 3.3.1 erwähnt, kann bei einem Tragwerk unter Erdbebeneinwirkung – im Hinblick auf die Verhinderung eines Einsturzes – mit größerer Duktilität ein kleinerer Tragwiderstand angenommen werden. Generell steht einem bestimmten Tragwiderstand immer eine entsprechende Ersatzlast gegenüber. Das bedeutet mit andere Worten, wenn die Duktilitäten im Sinne einer „Bemessungsduktilität“ garantiert werden können, ist eine Abminderung des „elastischen Tragwiderstandes“ (siehe Abbildung 3.11) bzw. der entsprechenden „elastischen Ersatzlast“ möglich.

Diese Abminderung der Ersatzlast wird mit Hilfe von Abminderungsfaktoren bzw. deren Reziproktwert, welche als q-Faktor oder auch als Verhaltensbeiwert bekannt ist, durchgeführt:

$$F_y = \alpha_\mu \cdot F_{el} = \frac{F_{el}}{q} \qquad \text{oder auch} \qquad q = \frac{F_{el}}{\alpha_\mu \cdot F_{el}} = \frac{F_{el}}{F_y} \tag{3.25}$$

Dabei ist:

F_y Abgeminderte Ersatzkraft in N

F_{el} (Elastische) Ersatzkraft, für die das Tragwerk bemessen werden müsste, um das Bemessungsbeben ohne plastische Verformungen zu überstehen in N

α_μ Abminderungsfaktor in $[-]$

q Verhaltensbeiwert in $[-]$

Der Abminderungsfaktor wird aus der Verschiebeduktilität μ_Δ des gesamten Tragwerks ermittelt. Hierbei ist wichtig, dass sich die angenommenen Verformungen auch tatsächlich im Bauwerk ausbilden können.

Mathematische Ansätze

In Abbildung 3.13 sind zwei mathematische Ansätze zur Abminderung der Ersatzlast angegeben. Das linke Diagramm zeigt das Prinzip der gleichen maximalen Verschiebung eines linear-elastischen und eines elastisch-plastischen Einmassenschwingers. Das rechte Diagramm zeigt das Prinzip der gleichen Formänderungsarbeit (entspricht der Fläche unter den Arbeitslinien) derselben beiden Einmassenschwinger. [vgl. [21]]

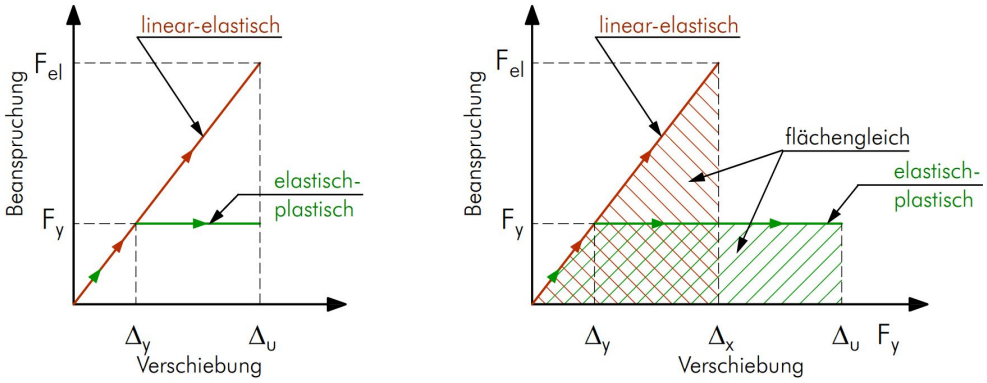


Abb. 3.13: Ansätze zur Abminderung des Tragwiderstandes bzw. der Ersatzkraft [21]

Diese Ansätze sollen im Folgenden auch mathematisch aufgearbeitet werden.

Aus dem linken Diagramm in Abbildung 3.13 ergibt sich folgender Zusammenhang

$$\alpha_\mu = \frac{F_y}{F_{el}} = \frac{1}{\mu_\Delta} \qquad \text{bzw.} \qquad q = \mu_\Delta \tag{3.26}$$

Herleitung:

$$\left.\begin{aligned} \frac{\Delta_u}{F_{el}} = \frac{\Delta_y}{F_y} \longrightarrow \frac{F_y}{F_{el}} = \frac{\Delta_y}{\Delta_u} \\ \mu_\Delta = \frac{\Delta_u}{\Delta_y} \longrightarrow \frac{\Delta_y}{\Delta_u} = \frac{1}{\mu_\Delta} \end{aligned}\right\} \longrightarrow \frac{F_y}{F_{el}} = \frac{1}{\mu_\Delta} = \alpha_y$$

Aus dem rechten Diagramm in Abbildung 3.13 ergibt sich

$$\alpha_\mu = \frac{F_y}{F_{el}} = \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \mu_\Delta - 1}} \qquad \text{bzw.} \qquad q = \sqrt{2 \cdot \mu_\Delta - 1} \tag{3.27}$$

Herleitung:

$$\frac{\Delta_y}{F_y} = \frac{\Delta_x}{F_{el}} \longrightarrow \Delta_x = \frac{\Delta_y \cdot F_{el}}{F_y} \qquad \mu_\Delta = \frac{\Delta_u}{\Delta_y} \longrightarrow \Delta_u = \mu_\Delta \cdot \Delta_y$$

$$\frac{F_{el} \cdot \Delta_x}{2} = \frac{F_y \cdot \Delta_y}{2} + F_y \cdot (\Delta_u - \Delta_y)$$

$$\frac{F_{el}^2 \cdot \Delta_y}{2 \cdot F_y} = \frac{F_y \cdot \Delta_y}{2} + F_y \cdot \Delta_y \cdot (\mu_\Delta - 1)$$

$$\frac{F_{el}^2 \cdot \Delta_y}{2 \cdot F_y} = F_y \cdot \Delta_y \cdot \left(\frac{1}{2} + \mu_\Delta - 1\right)$$

$$\frac{F_{el}^2}{F_y^2} = 2 \cdot \mu_\Delta - 1 \longrightarrow \frac{F_y}{F_{el}} = \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \mu_\Delta - 1}}$$

In Abbildung 3.14 sind die Ausdrücke in Gleichung 3.26 und Gleichung 3.27 für den Abminderungsfaktor α_μ in Abhängigkeit vom Duktilitätsfaktor μ_Δ dargestellt. Es wird ersichtlich, dass mit zunehmender Duktilität die Abminderungsfaktoren relativ unterschiedliche Werte annehmen. [vgl. [21]]

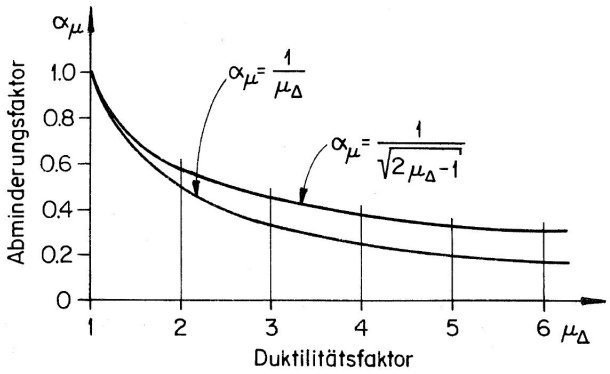


Abb. 3.14: Mathematische Abminderungsfunktionen in Abhängigkeit der Duktilität [5]

Vergleichsrechnungen zeigten, dass Gleichung 3.26 für niedrige Frequenzen ($f < 1,5\ Hz$) gut zutrifft, während Gleichung 3.27 im mittleren Frequenzbereich ($f = 2$ bis $10\ Hz$) befriedigende Resultate liefert. Für hohe Frequenzen ($f > 33\ Hz$) ist der Einmassenschwinger sehr steif und kann in so kurzer Zeit ($T < 0,03\ sec.$) keine plastischen Verformungen entwickeln. Der Wert α_μ ist in diesem Fall gleich 1. [vgl. [21]]

3.4 Berechnungsmodelle für Lasten aus Erdbeben

Es gibt mehrere Methoden die Lasten (Einwirkungen) von einem Erdbeben auf ein Bauwerk zu bestimmen. In diesem Abschnitt werden die Berechnungsmethoden erläutert und die Unterschiede bezüglich Rechenaufwand und Nutzen aufgezeigt. In Kapitel 3.6 wird zusammenfassend eine Tabelle mit den möglichen Berechnungsverfahren (Berechnungsmodelle für Lasten und Bemessungsmodelle) vorgestellt. Ein akademisches Rechenbeispiel (siehe Kapitel 3.7) soll die Berechnungsunterschiede darstellen.

Anmerkung:
Folgende Kapitel stellen nur einen Überblick der Berechnungsmodelle dar. Detailiertere Ausführungen können in [5] nachgelesen werden.

3.4.1 Ersatzkraftverfahren (quasi-statische Methode)

Bei diesem Verfahren wird die Erdbebenwirkung durch eine horizontale statische „Erdbeben-Ersatzkraft“ dargestellt. Mit dieser Ersatzkraft muss keine dynamische, sondern nur eine statische Berechnung durchgeführt werden. Hierbei wird das gesamte Bauwerk im wesentlichen durch einen Einmassenschwinger ersetzt und die Erdbebenbeschleunigung mit der Gesamtmasse des Bauwerks multipliziert.

Mit den Grundlagen der Schwingungslehre für Einmassenschwinger, wobei $F(t)$ in Gleichung 2.7 durch folgenden Ausdruck ersetzt wird

$$F(t) = m \cdot \ddot{u}_b(t) \tag{3.28}$$

ergibt sich die Lösung für eine Zufallsschwingung – d.h. mit der Theorie der Spektralwerte – nach Gleichung 3.18 zu:

$$F_{max} = k \cdot \frac{S_a}{\omega_0^2} = m \cdot S_a \tag{3.29}$$

Bei einem starren Gebäude und einer konstanten Beschleunigung über die Bauwerkshöhe kann die mittels Gleichung 3.29 errechnete Beanspruchung für die statische Bemessung übernommen werden. Üblicherweise sind Hochbauten flexible Bauwerke, da sie bei den Wand-Decken-Verbindungen nicht immer eine Einspannung aufweisen. In diesem Fall, muss die Kraft F_{max} mit geeigneter Methode auf die einzelnen Stockwerke aufgeteilt werden. [vgl. [21]]

Dominiert die Grundschwingungsform eines Bauwerks, führt das Ersatzkraftverfahren zu befriedigenden Resultaten. Sind jedoch höhere Eigenschwingungen wesentlich, ist es besser auf „dynamische“ Berechnungsverfahren (z.B. das Antwortspektrenverfahren) zurück zu greifen. Aufgrund der erheblichen Unsicherheiten beim Bemessungsbeben und bei weiteren notwendigen Annahmen (z.B. Gesamtduktilität des Bauwerks) sind die Ergebnisse bei einer dynamischen Berechnung oft nur scheinbar genauer. Deshalb ist das Ersatzkraftverfahren in vielen Fällen ein durchaus brauchbares Verfahren für die Erdbebenbemessung von Bauwerken. [vgl. [5]]

Da in Gleichung 3.29 weder die Baugrundverhältnisse noch die Duktilität eines Bauwerks berücksichtigt werden, ist diese Formel nur für eine Abschätzung der zu erwarteten Lasten geeignet. [vgl. [21]]

3.4.2 Antwortspektrenverfahren (Modale Analyse)

Das Antwortspektrenverfahren berücksichtigt nicht nur die Grundschwingungsform sondern auch die maßgebenden angeregten höheren Eigenschwingungsformen. Bei diesem Verfahren wird das Gebäude als Mehrmassenschwinger (siehe Kapittel 2.3.4) modelliert und kann z.B. im Zuge einer Modalanalyse in mehrere Einmassenschwinger zerlegt werden. [vgl. [5]]

Betrachtet man Gleichung 2.75 als die i-Zeile in einem entkoppelten Gleichungssystem und ersetzt man die rechte Seite der Gleichung, also $\vec{\phi}_i^T \cdot \vec{F}(t) = F_i^*(t)$, durch:

$$F_i^*(t) = \vec{\phi}_i^T \cdot -(M_i \cdot \vec{e} \cdot \ddot{u}_b(t)) \tag{3.30}$$

ergibt sich die vom Einmassenschwinger bekannte Gleichung 2.7 unter Erdbebeneinwirkung:

$$M_i^* \cdot \ddot{u}_i(t) + C_i^* \cdot \dot{u}_i(t) + K_i^* \cdot u_i(t) = -\underbrace{\vec{\phi}_i^T \cdot M_i \cdot \vec{e}}_{L_i} \cdot \ddot{u}_b(t) \tag{3.31}$$

Hierbei ist $\vec{e}$ ein Übertragungsvektor. Liegen alle Freiheitsgrade des Systems in der Richtung der Bodenbeschleunigung, bildet $\vec{e}$ den Einheitsvektor. L_i wird als Partizipationsfaktoren (Beteiligungsfaktor) bezeichnet und gibt an, wie sich die i-te Schwingung an der Bewegung beteiligt.

Unter Verwendung von $C_i^* = 2 \cdot \zeta_i \cdot \omega_i \cdot M_i^*$ und Division durch M_i^*, ergibt sich die Bewegungsgleichung (vergleiche dazu Gleichung 2.42) zu:

$$\ddot{u}_i(t) + 2 \cdot \zeta_i \cdot \omega_i \cdot \dot{u}_i(t) + \omega_i^2 \cdot u_i(t) = -\frac{L_i}{M_i^*} \cdot \ddot{u}_b(t) \tag{3.32}$$

Die Lösung des entkoppelten Mehrmassenschwingers unter Zufallsschwingung $\ddot{u}_b(t)$ lautet hierbei (vgl. Kapitel 3.2.3.2):

$$u_i(t) = -\frac{L_i}{M_i^* \cdot \omega_i} \cdot \int_0^t \ddot{u}_b(\tau) \cdot e^{-\zeta_i \cdot \omega_i \cdot (t-\tau)} \cdot \sin(\omega_i \cdot (t-\tau)) d\tau \tag{3.33}$$

Hier können wieder nur die Maximalwerte ermittelt werden. Wird die Antwort über den Zeitverlauf benötigt (z.B. bei einer Zeitverlaufsberechnung), kann aus den modalen Teilantworten $u_i(t)$ die Gesamtantwort des Systems wie folgt ermittelt werden (Rücktransformation):

Verschiebung:

$$\vec{y}(t) = \sum_{i=1}^{n} \vec{\phi}_i \cdot u_i(t) = [\mathbf{\Phi}] \cdot \vec{u}(t) \tag{3.34}$$

Geschwindigkeit:

$$\vec{\dot{y}}(t) = [\mathbf{\Phi}] \cdot \vec{\dot{u}}(t) \tag{3.35}$$

Beschleunigung (relative Beschleunigung):

$$\vec{\ddot{y}}(t) = [\mathbf{\Phi}] \cdot \vec{\ddot{u}}(t) \tag{3.36}$$

Bei unregelmäßigen Bauwerken mit erheblichen Steifigkeitssprüngen in vertikaler und/oder horizontaler Richtung hat das Antwortspektrenverfahren einen klaren Vorteil gegenüber dem Ersatzkraftverfahren. Beide Verfahren haben den Nachteil, dass die Dauer des Erdbebens (bzw. der Zeitverlauf des Erdbebens) unberücksichtigt bleibt. Aus diesem Grund können keine Schwingungsverläufe ausgegeben werden. Das bedeutet weiter, dass plastische Verformungen nur pauschal berücksichtigt werden können. [vgl. [5]]

3.4.3 Zeitverlaufsverfahren

Mit dem Zeitverlaufsverfahren – das mit Sicherheit die aufwendigste Methode ist – kann der Zeitverlauf des Erdbebens berücksichtigt werden. Die Anwendung liegt hauptsächliche bei der Bauwerksüberprüfung anhand von genauen Erdbebenaufzeichnungen. [vgl. [5]]

Da der Zeitverlauf der Bodenbeschleunigung eines Erdbebens mathematisch nicht einfach beschreibbar ist, wird die Bewegungsgleichung nummerisch gelöst. Dazu stehen mehrere Methoden zur Verfügung, die in der Literatur genauer beschrieben werden. Eines davon ist das „Integrationsverfahren nach Newmark“. Bei diesem Verfahren ist für jeden Zeitschritt Δt die Bodenbeschleunigung bekannt. Ebenso ist die Bewegungsgröße des zu berechnenden Modells zum Zeitpunkt t bekannt. Mit dem Newmark-Verfahren wird dann die Bewegungsgröße zum Zeitpunkt $t + \Delta t$ berechnet. So wird dieser Berechnungsschritt über alle Zeitschritte des Erdbebenverlaufs durchgeführt. [vgl. [60]]

Bei der Anwendung des Zeitverlaufsverfahren sind vertiefte Kenntnisse entsprechender Finite Elemente-Programme wie beispielsweise RFEM oder Sofistik nötig.

3.5 Bemessungsmodelle

Bei der Bemessung eines Bauwerks sind die Einwirkungen aus Erdbeben und die Einwirkungen aus Schwerelasten (Eigenlasten, Nutzlasten,...) zu unterscheiden. Merkmale dieser unterschiedlichen Einwirkungen sind [vgl. [5]]:

- **Einwirkungen von Schwerelasten (auch Wind):**
  - Die Tragwerksantwort auf diese Einwirkungen befinden sich im elastischen Bereich. Plastische Bereiche entstehen nur im Grenzzustand und treten bei normkonformer Berechnung nur selten bzw. gar nicht auf.
  - Im Grenzzustand können die plastischen Bereiche als monoton steigend (die Einwirkungsrichtung bleibt gleich, die Beanspruchungen und Verformungen nehmen stetig zu) betrachtet werden.

- **Einwirkungen von Erdbeben:**
  - Die plastischen Beanspruchungen treten tatsächlich auf.
  - Die plastischen Beanspruchungen treten in der Regel zyklisch auf (die Einwirkungsrichtung wechselt ständig, die Beanspruchungen und Verformungen nehmen in unregelmäßiger Weise zu und ab).

Diese Unterschiede erfordern vom Bauingenieur andere Betrachtungsweisen bei der Erdbebenbemessung. Je nach Baustoff und Tragwerksmodell treten andere Phänomene auf. Aus diesem Grund sind folgende Überlegungen im Zuge der Erdbebenbemessung erforderlich bzw. erwünscht [vgl. [5]]:

- andere Tragwerksmodelle,
- andere Bemessungsmethoden,
- andere bauliche Durchbildungen,
- ...

Im Folgenden wird kurz auf die „konventionelle“ Bemessung, die Kapazitätsbemessung und auf das „direct displacement-based design“ eingegangen.

3.5.1 Konventionelle Bemessung

Die konventionelle Bemessung ist aus der statischen Berechnung bekannt. Bei diesem Verfahren werden die einwirkenden Lasten mit den Tragwiderständen der Bauteile und Verbindungen bzw. dem gesamten Bauwerk verglichen. Sind die Bemessungswerte der Tragwiderstände größer als die Bemessungswerte der Einwirkungen, gelten die Nachweise als erbracht. Wie hoch die Ausnutzung in den einzelnen Tragwerksteilen ist, wird hierbei nur sehr pauschal betrachtet. [vgl. [21]]

Vor allem bei statisch unbestimmten Systemen – mit unterschiedlich steifen Bauteilen – ist das Bauwerksverhalten und somit auch die Bauwerksduktilität weder genau bekannt, noch kann sie überhaupt garantiert werden. Aus diesem Grund bringt der höhere Tragwiderstand (siehe dazu Kapitel 3.3) stark streuende Erdbebensicherheiten mit sich, welche nicht nur unkontrolliert, sondern auch ungünstig seien können (steife Bauteile ziehen die Lasten an). Zudem können die höheren Tragwiderstände zu dementsprechenden Mehrkosten führen. [vgl. [21]]

Die konventionelle Bemessung ist für Bauten mit geringer Erdbebengefährdung – d.h. mit keiner oder nur natürlicher Duktilität – durchaus ausreichend. Bei erdbebengefährdeten Bauwerken sollte auf ein anderes Bemessungsverfahren zurückgegriffen werden. [vgl. [21]]

3.5.2 Kapazitätsbemessung

Bei diesem Bemessungsverfahren wird auf die besonderen Rahmenbedingungen im Hinblick auf eine Erdbebenbelastung eingegangen. Sie ist eine grundlegende deterministische Methode bei der mehrere Lösungen die Richtige sein kann. Bei einer Erdbebenbeanspruchung gehen vorab definierte Bereiche vom elastischen in den plastischen Zustand über. Die restlichen Bereiche werden so verstärkt, dass diese sicher im elastischen Bereich verbleiben. Die plastifizierenden Tragwerksteile dürfen auch bei den erwartenden großen und zyklischen Verformungen keinen Sprödbruch erfahren. Der große Vorteil ist hierbei, dass definierte Mechanismen entstehen, welche vom Ingenieur besser berechnet werden können und somit die Standsicherheit des Bauwerks gewährleisten. [vgl. [5]]

Eine Beschreibung der Kapazitätsbemessung kann wie folgt lauten [vgl. [5]]:

- plastifizierende Tragwerksteile werden gezielt definiert (Plastifizierungen entstehen somit nicht zufällig)
- die restliche Tragwerksteile werden mit zusätzlichem Tragwiderstand ausgebildet (sie sollen im elastischen Bereich verbleiben und haben somit eine gewisse Kapazität)
- alle Tragwerksteile sind aufeinander abgestimmt, sodass ein geeigneter Mechanismus zur Energiedissipation entsteht (höchste notwendige Verschiebeduktilität des Gesamtsystems bei möglichst geringer plastischer Verformung der Einzelteile)
- durch die Garantie der Duktilität, kann die Ersatzkraft deutlich abgemindert werden
- es resultiert eine klar erfassbare und hohe Erdbebensicherheit

Die folgende Tabelle zeigt den Zusammenhang zwischen Duktilitätsklasse, Richtwerte der Bemessungsduktilität μ_Δ und der empfohlenen Bemessungsverfahren.

Tab. 3.4: Duktilitätsklassen, Richtwerte für die Bemessungsduktilität und empfohlenen Bemessungsverfahren nach [21] (überarbeitet)

Duktilitätsklasse	**Richtwerte für die Bemessungsduktilität μ_Δ**	**Bemessungsverfahren**
Elastisches Verhalten	~ 1	Konventionelle
Natürliche Duktilität	$\sim 1 - 2,5$	Bemessung
Beschränkte Duktilität	$\sim 3 - 3,5$	Kapazitäts-
Volle Duktilität	$\sim 5 - 6$	bemessung

3.5.3 Direct Displacement-Based Design (DDBD)

Eine weitere Bemessungsvariante ist das sogenannte „direct displacement-based design“. Diese Methode wird iterativ durchgeführt und kann am ehesten mit „Verformungsbemessung“ übersetzt werden. [vgl. [21]]

Die Berechnung wird mit einer angenommenen Fließverformung für das System (u_y) und einer „akzeptablen“ plastischen Rotation (θ_p) am Fußpunkt begonnen. Mit Hilfe von Bemessungsspektren kann eine horizontale „Ersatzkraftkraft“ berechnet werden. Mit dieser Kraft (quasi die Bemessungskraft) kann die Bemessung durchgeführt werden. Durch die nun bekannten Steifigkeiten der gewonnenen Material- und Querschnittsdaten der einzelnen Tragwerksteile kann die „tatsächliche“ Verformung ermittelt werden. Unterscheidet sich die angenommene Verformung und die tatsächliche Verformung signifikant, wird der Vorgang iterativ wiederholt, bis die Differenz in einem definierten Bereich liegt. [vgl. [21]]

Dieses Bemessungsverfahren ist ähnlich der „pushover“ Berechnung die in ÖNORM EN 1998-1:2013 angeführt ist. Wie die verformungsbasierte Bemessung von Brettsperrholzbauten anzuwenden ist, wird in Kapitel 6 beschrieben.

3.6 Übersicht der Berechnungsverfahren

Wie aus den Kapitel 3.4 und 3.5 ersichtlich, gibt es unzählige Berechnungsverfahren (Berechnungsmodelle und Bemessungsmodelle) um die ingenieurmäßige Erdbebenberechnung für Bauwerke durchzuführen. In folgender Tabelle werden die vier wichtigsten Erdbeben-Berechnungsverfahren angeführt, die auch Bestandteile der ÖNORM EN 1998-1:2013 sind.

Tab. 3.5: Übersicht über Erdbeben-Berechnungsverfahren [61]

	Ersatzkraft-verfahren	**Antwort-spektren-verfahren**	**Nicht-lineare statische Berechnung**	**Nicht-lineare dynamische Berechnung**
Dynamisches Modell	linearer EMS	linearer MMS	nicht-linearer EMS	nicht-linearer MMS
Geometrisches Modell	2D	2D oder 3D	2D	2D oder 3D
Materialmodell	linear	linear	nicht-linear	nicht-linear
Dämpfungs-modell	viskos	viskos	viskos	viskos, hysteretisch, Reibung
Berücksichtigte Eigenformen	Grundform	alle	Grundform	nicht relevant
Berücksichtigung der Torsion	Amplifikations-faktor	linear	Amplifikations-faktor	nicht-linear
Berücksich-tigung von Materialnicht-linearitäten	Verhaltensbeiwert q	Verhaltensbeiwert q	nicht-lineares Materialmodell	nicht-lineares Materialmodell
Erdbeben-anregung	Bemessungs-spektrum	Bemessungs-spektrum	Bemessungs-spektrum	Zeitverlauf
Resultatgrößen	Schnittkräfte und Verformungen	Schnittkräfte und Verformungen	Lokaler Duktilitätsbedarf, Schnittkräfte und Verformungen	Lokaler Duktilitätsbedarf, Schnittkräfte und Verformungen
Einsatzbereich	regelmäßige Bauwerke	alle Bauwerke	regelmäßige Bauwerke	alle Bauwerke
Typische Anwendung	Bemessung, Plau-sibilitätskontrolle	alle Bauwerke	Überprüfung	Spezialbauwerke, Forschung
Aufwand	niedrig	mittel	hoch	sehr hoch

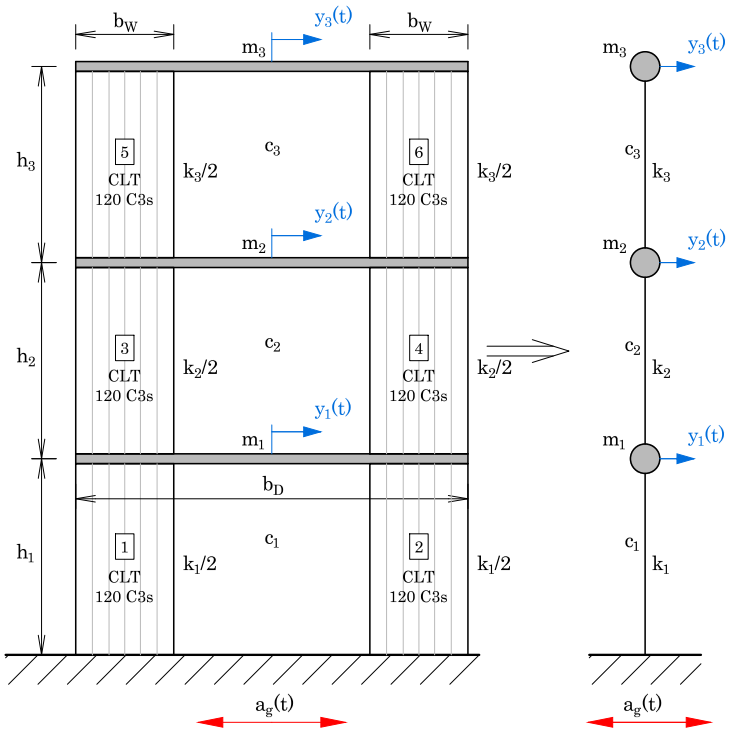
3.7 Beispiel: Aussichtsturm mit starrer Verbindung

Folgendes Beispiel soll dazu beitragen die Theorie, der vorangegangenen Punkte, besser zu verstehen. Die gesamte Berechnung wurde „händisch“ mit der Berechnungssoftware Mathcad durchgeführt und kann dem **Anhang A** entnommen werden. Als Berechnungsverfahren wurde das multimodale Antwortspektrumverfahren gewählt.

Anmerkung: Es ist zu beachten, dass für dieses Beispiel keine besondere Rücksicht auf die Normenregelungen genommen wurde, sondern die Berechnungsverfahren an und für sich im Mittelpunkt stehen.

3.7.1 Angaben und Randbedingungen

Berechnet wird ein Aussichtsturm nach folgender Angabe. Bei diesem Beispiel werden alle Holzverbindungen als starr (ohne Einfluss der Federsteifigkeiten von Holzverbindungen) angenommen!



Wände:

b_W	$= 2,0\ m$
$h_1 = h_2 = h_3$	$= 4,0\ m$
d_W (Wanddicke)	$= 12\ cm$
$d_{W.0}$	$= 8\ cm$
$d_{W.90}$	$= 4\ cm$
$E \cdot A$	$= \infty\ kN$
m	$= 0\ kg$
E	$= 1250\ kN/cm^2$
G	$= 69\ kN/cm^2$

Decken:

b_D	$= 8,0\ m$
$E \cdot A$	$= \infty\ kN$
$E \cdot I$	$= \infty\ kN$
m_1	$= 25\ 000\ kg$
m_2	$= 30\ 000\ kg$
m_3	$= 40\ 000\ kg$

Abb. 3.15: Skizze: Aussichtsturm mit starrer Verbindung

Standort:	Murau ($\longrightarrow a_{gR} = 1,17 m/s^2$)
Bedeutungskategorie:	III ($\longrightarrow \gamma_i = 1,4$)
Baugrundklasse:	B (Dichter Sand, Kies, sehr steifer Ton; Anstieg der Festigkeit mit der Tiefe.)
q-Faktor:	1,0 (der Verhaltensbeiwert wird für eine linear-elastische Berechnung mit 1,0 angenommen)

3.7.2 Modalanalyse

3.7.2.1 Bewegungsgleichung in Matrixschreibweise

$$\begin{pmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \ddot{y}_1(t) \\ \ddot{y}_2(t) \\ \ddot{y}_3(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \\ y_3(t) \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \ddot{a}_g(t) \\ \ddot{a}_g(t) \\ \ddot{a}_g(t) \end{pmatrix} \tag{3.37}$$

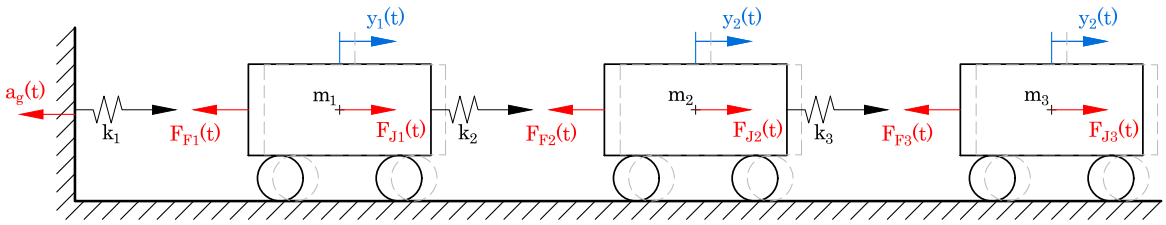


Abb. 3.16: Modell des Dreimassenschwingers

3.7.2.2 Federsteifigkeit und Dämpfungszahl der Wände

Um die Steifigkeitsmatrix eines dreistöckigen Rahmens zu finden, werden die linearen Zusammenhänge zwischen Kräfte und Verschiebungen (der Statik) verwendet. Um die erste Spalte der Steifigkeitsmatrix zu finden (Fall 1), wird an Masse 1 eine Verschiebung um 1 Meter eingetragen. Die anderen Massen (Masse 2 und Masse 3) werden ohne Verschiebung belassen. Nun können die Kräfte $F_1 = k_{11}$, $F_2 = k_{21}$ und $F_3 = k_{31}$ berechnet werden. Für die weiteren Spalten werden Fall 2 und Fall 3 durchgeführt.

Die beschriebene Vorgehensweise wurde mit RFEM (Fa. Dlubal) durchgeführt.

Die Dämpfung des Aussichtsturms erfolgt in diesem Beispiel ausschließlich durch die Brettsperrholzwände. Da diese Wände relativ spröde sind, wird mit dem Verhaltensbeiwert q von 1,0 eine viskose Dämpfung von 5 % ($\zeta = 0,05$) berücksichtigt!

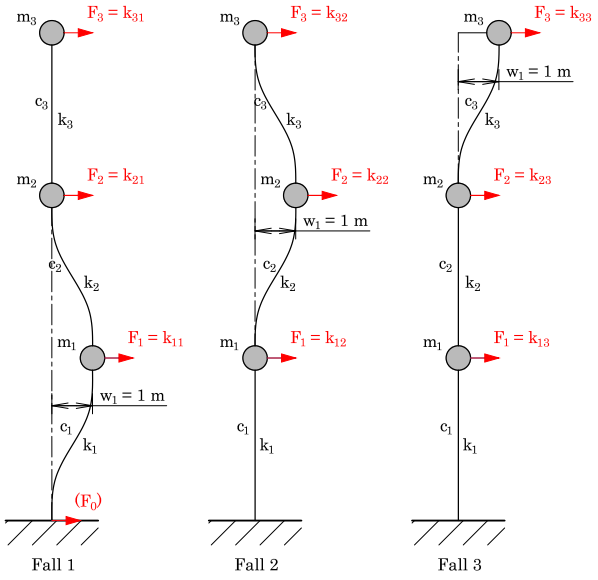


Abb. 3.17: Skizze: Federkomponenten eines Dreimassenschwingers

Die Berechnungen im Anhang wurden mit der Finite Elemente Software RFEM von der Fa. Dlubal verglichen. Im Folgenden werden zusammenfassend die Ergebnisse angegeben.

3.7.3 Baudynamische Ergebnisse

In folgender Tabelle sind die wichtigsten baudynamischen Kenngrößen angegeben.

Tab. 3.6: Ergebnisse aus der dynamischen Berechnung

Form Nr.	Eigenwert l	Eigenkreis-frequenz v [rad/s]	Eigenfrequenz f [Hz]	Eigenperiode T [s]	Eigenvektoren normiert [/]
1	218,99	14,86	2,37	0,42	{0,285 ; 0,564 ; 0,775}
2	2138,11	46,26	7,36	0,14	{-0,716 ; -0,531 ; 0,454}
3	5163,60	71,88	11,44	0,09	{0,748 ; -0,639 ; 0,177}

Form Nr.	Partizipations-faktor [/]	Effektive modale Masse [kg]	Modalmassen-faktor [/]	Effektive modale Höhe [m]	Beschleunigung Sa [m/s²]
1	1,20	85099,64	0,896	9,74	4,91
2	-0,24	8316,96	0,088	-1,21	4,58
3	0,04	1583,55	0,017	0,95	3,41

In folgender Abbildung sind die horizontalen Eigenschwingungsformen ersichtlich.

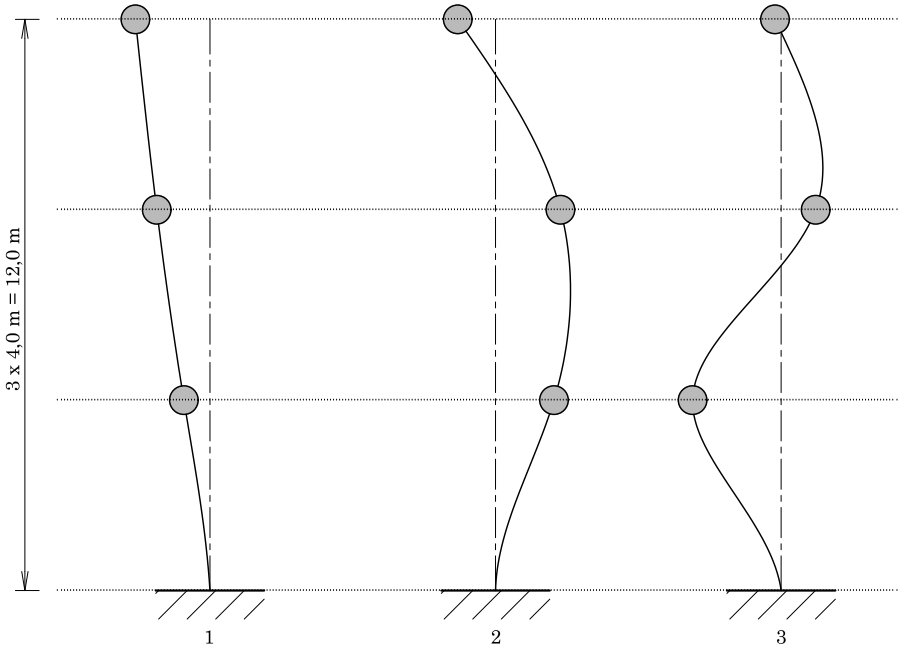


Abb. 3.18: Eigenschwingungsformen des Aussichtsturms

Die Summe der berücksichtigten Modalmassen soll mindestens 90% der effektiven Gesamtmasse $M_{Tot,eff}$ betragen. In diesem Beispiel hat die erste Schwingungsform eine effektive Modalmasse von rund 90% und ist somit entscheidend für die Tragwerksdimensionierung.

3.7.4 Baustatische Ergebnisse

In der folgenden Abbildung sind die wichtigsten Ergebnisse aus der baustatischen Berechnung angegeben. Zur Bestimmung der Maximalantwort des Aussichtsturms, wurden die Schnittkräfte der einzelnen Eigenschwingungsformen mit der sogenannten SRSS-Regel überlagert.

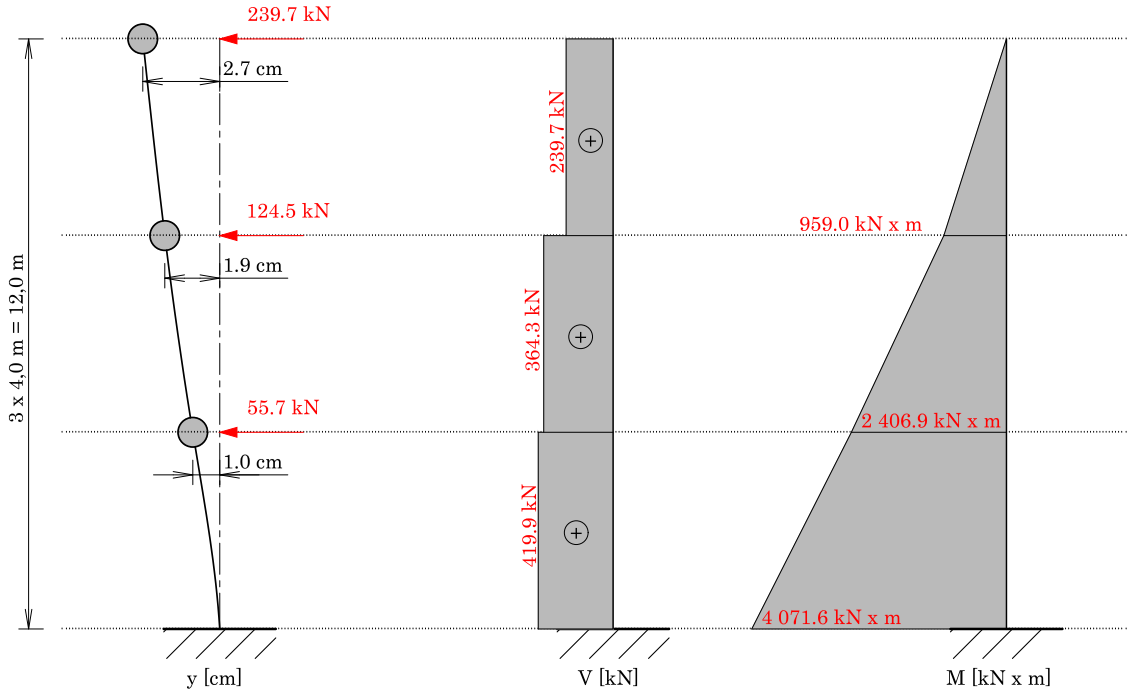


Abb. 3.19: Eigenschwingungsformen des Aussichtsturms

3.7.4.1 Vergleich mit dem vereinfachtem Antwortspektrumverfahren

Im Folgenden wird ein Vergleich der Schnittkräfte – berechnet mit dem vereinfachten Antwortspektrumverfahren und dem multimodalen Antwortspektrumverfahren – auf Höhe der Fundamentplatte angegeben.

Tab. 3.7: Vergleich zwischen vereinfachtem ASV und multimodalem ASV

Schnittkräfte im Fundament	V [kN]	M [kNm]
V ASV	362,00	3567,30
M ASV	419,94	4071,63
M ASV / V ASV	116%	114%

Man erkennt, dass in diesem Fall das vereinfachte Antwortspektrumverfahren niedrigere Schnittkräfte liefert.

Kapitel 4

Stand der Technik für die außergewöhnliche Bemessungssituation „Erdbeben“

In diesem Kapitel wird auf Regelungen für die außergewöhnliche Bemessungssituation „Erdbeben“ eingegangen. Im Zusammenhang mit Brettsperrholzbauten werden die aktuellen – dem Stand der Technik entsprechenden – Normen und Richtlinien vorgestellt. Anschließend werden die wichtigsten Grundzüge der genannten Normen erfasst und bereichsweise erläutert. Das Ziel ist es, einen guten Überblick der aktuellen Regelwerke für die Erdbebenbemessung bei Hochbauten aus Brettsperrholz zu bekommen und diese auch anwenden zu können. Zum Abschluss dieses Kapitels werden Erfahrungen von Brettsperrholzbauten unter Erdbebenlast vorgestellt.

4.1 Aktuelle Normen und Richtlinien

Die Auslegung von Bauwerken aus Brettsperrholz gegen Erdbeben wird in den folgenden Normen – und dem zugehörigen Nationalen Anwendungsdokumenten (NAD) – geregelt:

- **ÖNORM EN 1990:2013 inkl. NAD**
  Eurocode – Grundlagen der Tragwerksplanung
- **ÖNORM EN 1995-1-1:2015 inkl. NAD**
  Eurocode 5: Bemessung und Konstruktion von Holzbauten
  Teil 1-1: Allgemeines – Allgemeine Regeln und Regeln für den Hochbau
- **ÖNORM EN 1998-1:2013 inkl. NAD**
  Eurocode 8: Auslegung von Bauwerken gegen Erdbeben
  Teil 1: Grundlagen, Erdbebeneinwirkungen und Regeln für Hochbauten

4.2 Bestimmungen nach ÖNORM EN 1990:2013 inkl. NAD

Im Folgenden werden die wichtigsten Passagen der ÖNORM EN 1990:2013 [1] bezüglich der Einwirkung „Erdbeben“ zusammengefasst.

- Der Begriff *„Bemessungssituation mit Erdbeben“* wird in dieser Norm definiert als:
  „Eine Bemessungssituation die für das Tragwerk unter der Bedingung, von Erdbebeneinwirkung gilt.“ [1]
- Der Begriff *„Erdbebeneinwirkung (A_E)“* wird definiert als:
  „Einwirkung, die infolge von Bewegungen des Baugrundes während eines Erdbebens auftritt.“ [1]

- Grundsätzlich gehört die Erdbebeneinwirkung in die Kategorie *„Außergewöhnliche Einwirkung“*. Diese ist wie folgt beschrieben:
  „Eine Einwirkung, die i. d. R. von kurzer Dauer, aber von bedeutender Größenordnung ist, und die während der geplanten Nutzungsdauer des Tragwerks, jedoch mit keiner nennenswerten Wahrscheinlichkeit auftreten kann.“ [1]

- In Bezug zu *„Dynamische Einwirkungen“* steht in der erwähnten Norm:
  „In bestimmten Fällen (wie bei winderregten Schwingungen oder Erdbebeneinwirkungen) dürfen dynamische Nachweise anhand einer Modalanalyse mit linear elastischem Bauteilverhalten nach Theorie 1. Ordnung geführt werden. Für Bauwerke ohne ungewöhnliche Geometrie, Steifigkeits- und Massenverteilung darf mit der Grundschwingung anstelle der Modalen oder mit auf dieser Grundlage ermittelten quasi-statischen Ersatzkräften gerechnet werden.“ [1]

- Die Kombination von Einwirkungen für die Bemessungssituation bei Erdbeben ist in der EN 1990 wie folgt definiert:

$$E_d = E\left(\sum_{j\geq 1} G_{k,j} \oplus P \oplus A_{Ed} \oplus \sum_{i\geq 1} \Psi_{2,i} \cdot Q_{k,i}\right) \tag{4.1}$$

Dabei ist:

$G_{k,j}$	... charakteristische ständige Einwirkung
P	... maßgebender repräsentativer Wert einer Vorspannung
A_{Ed}	... Bemessungswert einer Einwirkung infolge Erdbeben mit $A_{Ed} = A_{Ek} \cdot \gamma_I$ (hierbei ist γ_I der Wichtigkeitsfaktor laut Eurocode 8)
$\Psi_{2,i} \cdot Q_{k,i}$	... charakteristischer, quasi-ständiger Wert einer veränderlichen Einwirkung
$\oplus$	... in Kombination

4.3 Bestimmungen nach ÖNORM EN 1995-1-1:2015 inkl. NAD

In der holzbauspezifischen ÖNORM EN 1995-1-1:2015 fällt das Thema Erdbebenbemessung relativ bescheiden aus. Vor allem wird auf das Verbindungsmittelverhalten bei zyklischer Beanspruchung überhaupt nicht eingegangen. Im Folgenden werden die wichtigsten Baustoffeigenschaften in Bezug auf die Brettsperrholzbauweise unter Erdbebenbelastung zusammengefasst.

Anmerkung:
Auf eine detaillierte Verbindungsmittelberechnung nach [2] wird in Kapitel 5.4.1 eingegangen.

4.3.1 Materialeigenschaften der Holzbauteile

4.3.1.1 Festigkeitseigenschaften

In Abbildung 4.1 ist das Vorgehen der Bemessung bei den Nachweisen der Tragfähigkeit zusammenfassend dargestellt.

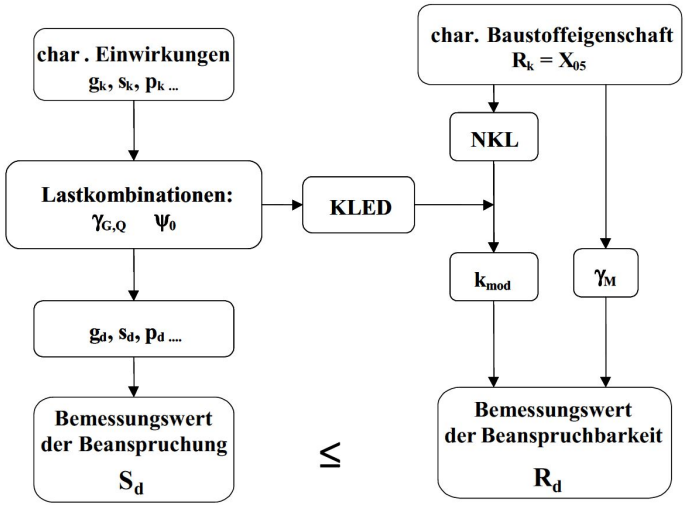


Abb. 4.1: Vorgehen bei der Bemessung bei den Nachweisen der Tragfähigkeit [18]

Da die Erdbebenbelastung laut [2] eine *„sehr kurze“* Lasteinwirkungsdauer darstellt, kann der Modifikationsbeiwert zur Berücksichtigung der Lasteinwirkungsdauer und des Feuchtegehalts (k_{mod}) mit $1,1$ angenommen werden. Der Teilsicherheitsbeiwert γ_m wird im normativen Anhang K (siehe in [2] auf Seite 208) mit $1,25$ empfohlen. Mit diesen Beiwerten ergibt sich der Bemessungswert einer Festigkeitseigenschaft mit:

$$X_d = k_{mod} \cdot \frac{X_k}{\gamma_M} = 1,1 \cdot \frac{X_k}{1,25} = 0,88 \cdot X_k \tag{4.2}$$

Dabei ist:

X_d ... Bemessungswert einer Festigkeitseigenschaft

X_k ... charakteristischer Wert einer Festigkeitseigenschaft

γ_M ... Teilsicherheitsbeiwert für eine Baustoffeigenschaft

k_{mod} ... Modifikationsbeiwert für Lasteinwirkungsdauer und Feuchtegehalt

4.3.1.2 Steifigkeitseigenschaften

In Abbildung 4.2 ist das Vorgehen der Bemessung bei den Nachweisen der Gebrauchstauglichkeit zusammenfassend dargestellt.

Der Teilsicherheitsbeiwert γ_m kann für eine *„Außergewöhnliche Kombination“* mit $1,0$ angenommen werden . Mit diesem Beiwert ergibt sich der Bemessungswert einer Steifigkeitseigenschaft mit:

$$X_d = \frac{X_{mean}}{\gamma_M} = \frac{X_{mean}}{1,0} = X_{mean} \tag{4.3}$$

Dabei ist:

X_d ... Bemessungswert einer Steifigkeitseigenschaft

X_{mean} ... Mittelwert einer Steifigkeitseigenschaft

γ_M ... Teilsicherheitsbeiwert für eine Baustoffeigenschaft

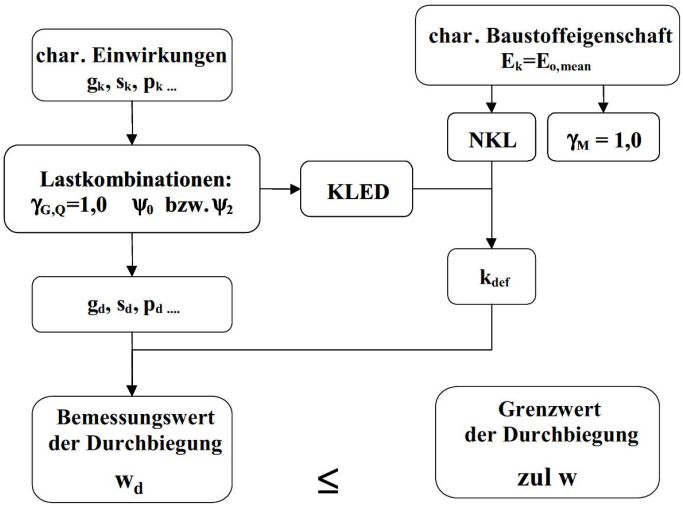


Abb. 4.2: Vorgehen bei der Bemessung der Nachweise der Gebrauchstauglichkeit [18]

Sollen Einflüsse der Lasteinwirkungsdauer und der Feuchte berücksichtigt werden, wird in [2] der Verformungsbeiwert (k_{def}) berücksichtigt. Im Brettsperrholzbau der Nutzungsklasse 1 wird im normativen Anhang K (siehe in [2] auf Seite 208) ein k_{def} mit $0,8$ angegeben. Mit folgender Formel können die Endwerte der Mittelwerte für die Steifigkeitseigenschaften berechnet werden:

$$X_{d,fin} = \frac{X_{mean,fin}}{\gamma_M} = \frac{\frac{E_{mean}}{(1+k_{def})}}{\gamma_M} = \frac{\frac{E_{mean}}{(1+0,8)}}{1,0} \cong 0,556 \cdot E_{mean} \tag{4.4}$$

Dabei ist:

k_{def} ... Verformungsbeiwert unter Berücksichtigung der maßgebenden Nutzungsklasse

Anmerkung:
In [2] werden noch mehrere Rechenmodelle für Materialeigenschaften angegeben. Beispielsweise müssen Bauteile die aus Materialien zusammengesetzt sind, die unterschiedliche zeitabhängige Eigenschaften besitzen, beiwertabhängig kombiniert werden. An dieser Stelle wird allerdings auf eine ausführliche Darstellung verzichtet und auf [2] verwiesen.

4.3.2 Materialeigenschaften der Stahlbauteile

Für Verbindungen mit Stahlteilen müssen die Materialeigenschaften des Stahls aus ÖNORM EN 1993 entnommen werden. Im Allgemeinen sind bei Nachweisen die Teilsicherheisbeiwerte $\gamma_{M,2} = 1,25$ (für Bruchversagen infolge Zugbeanspruchung) bzw. $\gamma_{M,0} = 1,0$ zu berücksichtigen (siehe Eurocode 3: *„Bemessung und Konstruktion von Stahlbauten“* insbesondere Teil 1-1 und 1-8).

4.4 Bestimmungen nach ÖNORM EN 1998-1:2013 inkl. NAD

Im Folgenden werden die wichtigsten Passagen der ÖNORM EN 1998-1:2013 [3] zusammengefasst.

4.4.1 Allgemeines

4.4.1.1 Anwendungsbereich

Der Anwendungsbereich ist in [3] wie folgt definiert:

„Die Reihe EN 1998 gilt für Entwurf, Bemessung und Konstruktion von Bauwerken des Hoch- und Ingenieurbaus in Erdbebengebieten. Das Ziel ist sicherzustellen, dass bei Erdbeben:

- *menschliches Leben geschützt ist;*
- *Schäden begrenzt bleiben und*
- *wichtige Bauwerke zum Schutz der Bevölkerung funktionstüchtig bleiben.“* [3]

4.4.1.2 Grundlegende Anforderungen

Die grundlegenden Anforderungen werden in [3] wie folgt definiert:

„Tragwerke in Erdbebengebieten müssen so ausgelegt und errichtet sein, dass sie die folgenden Anforderungen mit jeweils ausreichender Zuverlässigkeit erfüllen:“ [3]

- **Anforderung an die Standsicherheit:** [vgl. [3]]
  Das Tragwerk muss dem Bemessungserdbeben ohne örtliches oder globales Versagen widerstehen können. Die Bemessungs-Erdbebeneinwirkung ist abhängig von
  - der Referenz-Erdbebeneinwirkung mit einer Referenz-Überschreitungswahrscheinlichkeit P_{NCR} in 50 Jahren (empfohlener Wert 10%) oder
  - einer Referenz-Wiederkehrperiode T_{NCR} (empfohlener Wert 475 Jahre) und
  - dem Bedeutungsbeiwert γ_I
- **Anforderung an die Schadensbegrenzung:** [vgl. [3]]
  Das Bauwerk muss einem Erdbeben mit höherer Auftretenswahrscheinlichkeit als dem Bemessungsbeben ohne Schäden oder Nutzungsbeschränkungen, deren Kosten im Vergleich zu den Baukosten unverhältnismäßig hoch wären, widerstehen können. Die Werte für die Festlegung dieses Bebens sind mit
  - der Übertretenswahrscheinlichkeit P_{DLR} in 10 Jahren (empfohlener Wert 10%) und
  - der Wiederkehrperiode T_{DLR} (empfohlener Wert 95 Jahre) zu definieren.

4.4.2 Baugrundbeschaffenheit und Erdbebeneinwirkung

4.4.2.1 Baugrundbeschaffenheit

In der ÖNORM EN 1998-1:2013 wird der Einfluss des Untergrundes in Baugrundklassen angeführt (siehe Tabelle 4.1), welche in Abhängigkeit von der Scherwellengeschwindigkeit $v_{s,30}$ oder der Schlagzahl N_{SPT} bestimmt werden.

Die einzelnen Baugrundklassen (A-E) werden in weiterer Folge bei der Beschreibung des Antwortspektrums berücksichtigt. Besondere Untersuchungen sind bei den Baugrundklassen S1 und S2 nötig.

Dabei ist:

Tab. 4.1: Baugrundklassen nach [3]

Baugrund-klasse	Beschreibung des stratigraphischen Profils	Parameter		
		$v_{s,30}$ (m/s)	N_{SPT} (Schläge/30 cm)	c_u (kPa)
A	Fels oder andere felsähnliche geologische Formation, mit höchstens 5 m weicherem Material an der Oberfläche	> 800	—	—
B	Ablagerungen von sehr dichtem Sand, Kies oder sehr steifem Ton, mit einer Dicke von mindestens einigen zehn Metern, gekennzeichnet durch einen allmählichen Anstieg der mechanischen Eigenschaften mit der Tiefe	360–800	> 50	> 250
C	Tiefe Ablagerungen von dichtem oder mitteldichtem Sand, Kies oder steifem Ton, mit Dicken von einigen zehn bis mehreren hundert Metern	180–360	15–50	70–250
D	Ablagerungen von lockerem bis mitteldichtem kohäsionslosem Boden (mit oder ohne einige weiche kohäsive Schichten), oder von vorwiegend weichem bis steifem kohäsivem Boden	< 180	< 15	< 70
E	Ein Bodenprofil, bestehend aus einer Oberflächen-Alluvialschicht mit v_s-Werten nach C oder D und veränderlicher Dicke zwischen etwa 5 m und 20 m über steiferem Bodenmaterial mit v_s > 800 m/s			
S_1	Ablagerungen, bestehend aus (oder enthaltend) eine(r) mindestens 10 m dicke(n) Schicht weicher Tone oder Schluffe mit hohem Plastizitätsindex (PI > 40) und hohem Wassergehalt	< 100 (indikativ)	—	10–20
S_2	Ablagerungen von verflüssigbaren Böden, empfindlichen Tonen oder jedes andere Bodenprofil, das nicht in den Klassen A bis E oder S_1 enthalten ist			

N_{SPT} ... Schlagzahl beim Standard Penetration Test

$v_{s,30}$ ... durchschnittlicher Wert der Scherwellengeschwindigkeit in den oberen 30 m des Bodenprofils bei Schubverzerrungen von höchstens 10^{-5}

4.4.2.2 Erdbebeneinwirkung

Laut ÖNORM EN 1998-1:2013 sind die nationalen Territorien von den nationalen Behörden in Zonen konstanter seismischer Gefährdung einzuteilen. In der Regel sind diese Zonen mittels der Referenz-Spitzenbodenbeschleunigung $a_{g,R}$ bei der Referenz-Wiederkehrperiode T_{NCR} (475 Jahre) definiert. Mit der Bedeutungskategorie kann der Bemessungswert der Bodenbeschleunigung a_g berechnet werden. [vgl. [3]]

In Fällen *„geringer Seismizität“* ($a_g \leq 0,78\ m/s^2$) dürfen reduzierte oder vereinfachte Erdbebenauslegungsverfahren für bestimmte Bauwerkstypen oder -kategorien verwendet werden. In Fällen *„sehr geringer Seismizität“* ($a_g \leq 0,39\ m/s^2$ oder $a_g \leq 0,49\ m/s^2$) brauchen die Vorschriften der Reihe EN 1998 nicht berücksichtigt werden. [vgl. [3]]

Die Erdbebeneinwirkung wird grundsätzlich als elastisches Antwortspektrum dargestellt. Eine Möglichkeit besteht auch darin, die Erdbewegung als *„Zeitverlaufsdarstellung“* zu verwenden. Für bestimmte Tragwerksarten (z.B. Brücken) ist es erforderlich, sowohl die räumliche als auch die zeitliche Veränderlichkeit der Bodenbewegung zu berücksichtigen (Mehrpunktanregung). [vgl. [3]]

4.4.3 Auslegung von Hochbauten

4.4.3.1 Grundlegende Prinzipien des Entwurfskonzepts

In ÖNORM EN 1998-1:2013 werden folgende grundlegende Entwurfsprinzipien für Gebäude in erdbebengefährdeten Regionen angegeben:

- konstruktive Einfachheit;
- Regelmäßigkeit, Symmetrie und Redundanz;
- bidirektionale Beanspruchbarkeit (Widerstand) und Steifigkeit;
- Torsionsbeanspruchbarkeit und Torsionssteifigkeit;
- Scheibenwirkung der Decken auf Geschossebene;
- ausreichende Gründung.

Die einzelnen Entwurfsprinzipien werden in [3] genauer beschrieben.

4.4.3.2 Bedeutungskategorien und Bedeutungsbeiwerte

Im Bauwesen können viele Einwirkungen, wie z.B. Schneelasten oder auch Windlasten, nur mit Hilfe der Wahrscheinlichkeitstheorie beschrieben werden. So auch die Erdbebeneinwirkungen. Das bedeutet, dass Bauwerke unter Erdbebenbelastung einer gewissen Versagenswahrscheinlichkeit unterliegen. Bei Bauwerken mit höherem Erdbebenschutz – wie beispielsweise Feuerwehrhäuser – ist demzufolge auch ein größerer Ressourcenaufwand nötig. Damit das Sicherheitsbedürfnis und die wirtschaftlichen Aspekte im Einklang sind, werden die Bauwerke in sogenannte Bedeutungskategorien eingeteilt.

In In ÖNORM EN 1998-1:2013 werden folgende Bedeutungskategorien definiert:

Tab. 4.2: Bedeutungskategorien nach [3]

Bedeutungs-kategorie	Bauwerke
I	Bauwerke von geringer Bedeutung für die öffentliche Sicherheit, z. B. landwirtschaftliche Bauten usw.
II	Gewöhnliche Bauwerke, die nicht unter die anderen Kategorien fallen
III	Bauwerke, deren Widerstand gegen Erdbeben wichtig ist im Hinblick auf die mit einem Einsturz verbundenen Folgen, z. B. Schulen, Versammlungsräume, kulturelle Einrichtungen usw.
IV	Bauwerke, deren Unversehrtheit während Erdbeben von höchster Wichtigkeit für den Schutz der Bevölkerung ist, z. B. Krankenhäuser, Feuerwachen, Kraftwerke usw.

Jeder Bedeutungskategorie ist ein Bedeutungsbeiwert γ_I zugeordnet:

Tab. 4.3: Bedeutungsbeiwert nach [3]

Zonengruppe	Bedeutungskategorie γ_I			
	I	II	III	IV
0	0,8	1,0	1,0	1,0
1	0,8	1,0	1,0	1,0
2	0,8	1,0	1,1	1,2
3	0,8	1,0	1,2	1,4
4	0,8	1,0	1,4	1,4

4.4.3.3 Modellbildung

In Sachen Modellbildung werden folgende wichtigen Punkte in ÖNORM EN 1998-1:2013 angegeben:

„Das Bauwerksmodell muss die Verteilung der Steifigkeit und Masse angemessen wiedergeben, so dass alle wesentlichen Verformungen und Trägheitskräfte für die betrachtete Erdbebeneinwirkung ordnungsgemäß erfasst werden. Bei nichtlinearen Berechnungen muss das Bauwerksmodell auch die Festigkeitsverteilung angemessen abbilden.“ [3]

Aus diesem Punkt geht hervor, dass die Festigkeiten der Verbindungen zu berücksichtigen sind. Weiter heißt es:

„Das Bauwerksmodell sollte auch den Beitrag der Anschlussbereiche zu der Verformbarkeit des Bauwerks berücksichtigen, z. B. die Endbereiche von Balken oder Stützen in Rahmentragwerken. Nichttragende Bauteile, die die Antwort des Haupttragsystems beeinflussen könnten, sollten ebenfalls berücksichtigt werden.“ [3]

Vor allem folgender Punkt muss bei der Brettsperrholzbauweise beachtet werden:

„Falls die Deckenscheiben des Gebäudes als in ihrer Ebene starr aufgefasst werden können, dürfen die Massen und die Trägheitsmomente eines jeden Geschosses an seinem Schwerpunkt konzentriert gedacht werden.“ [3]

„Anmerkung:
Die Scheibe wird als starr betrachtet, wenn ihre Horizontalverschiebungen, berechnet mit einem Modell unter Berücksichtigung der tatsächlichen Nachgiebigkeit in ihrer Ebene, nirgendwo die unter Annahme einer starren Scheibe ermittelten absoluten Horizontalverschiebungen in der Erdbeben-Bemessungssituation um mehr als 10% übersteigen.“ [3]

Da die einzelnen Brettsperrholz-Deckenelemente durch Verbindungsmittel miteinander verbunden sind, muss eine derartige Scheibentragwirkung – wie sie in [3] angeführt ist – geprüft werden. Aus diesem Grund ist auf eine sorgfältige Auswahl der Holzverbindung (bzw. der Verbindungsmittel) zu achten!

4.4.3.4 Berechnungsmethoden

In ÖNORM EN 1998-1:2013 werden zwei linear-elastische Berechnungsverfahren angeführt, die abhängig von der konstruktiven Eigenschaft des Bauwerks verwendet werden dürfen:

- vereinfachtes Antwortspektrumverfahren (unter bestimmten Voraussetzungen)
- multimodales Antwortspektrumverfahren (für alle Arten von Hochbauten anwendbar)

Als Alternative zu den linearen Methoden darf auch eine nichtlineare Methode angewendet werden:

- nichtlineare statische („pushover“) Berechnung
- nichtlineare Zeitverlaufsberechnung (dynamisch)

Vereinfachtes Antwortspektrumverfahren

Eine Erweiterung des Ersatzkraftverfahrens beschreibt das „vereinfachtes Antwortspektrumverfahren“, das in der ÖNORM EN 1998-1:2013 angegeben wird. Bei diesem Verfahren wird ebenfalls die maximale „Erdbeben-Ersatzkraft“ berechnet. Zudem werden die Faktoren

- Bedeutungskategorie (des Bauwerks)
- Baugrundklasse
- Duktilität

in der Berechnung berücksichtigt. Dieses Verfahren ist nur dann zulässig, wenn die Antwort nicht wesentlich durch Beiträge von höheren Schwingungsformen als die Grundeigenform beeinflusst wird.

Multimodales Antwortspektrumverfahren

Wenn die Bedingungen des vereinfachten Antwortspektrumverfahren nicht erfüllt werden, kommt das „multimodale Antwortspektrumverfahren“ zur Anwendung. In ÖNORM EN 1998-1:2013 gilt insbesondere:

„Die Antwort aller Modalformen, die wesentlich zur Gesamtantwort beitragen, muss berücksichtigt werden.“

Diese *„angegebenen Bedingungen dürfen als erfüllt angesehen werden, wenn gezeigt werden kann, dass einer der folgenden Sätze erfüllt ist:*

- *die Summe der effektiven Modalmassen der berücksichtigten Modalbeiträge erreicht mindestens 90% der Gesamtmasse des Bauwerks;*
- *alle Modalbeiträge, deren effektive Modalmassen größer sind als 5% der Gesamtmasse, wurden berücksichtigt.“*

Einen gutes Manuskript für die praxisnahe Erdbebenberechnung nach ÖNORM EN 1998-1:2013 stellt [27] dar!

4.4.4 Besondere Regeln für Holzbauten

Generell ist der Normenabschnitt „Besondere Regeln für Holzbauten“ im Vergleich zu den anderen in der ÖNORM EN 1998-1:2013 behandelten Baustoffen inhaltlich und vom Umfang der kleinste Abschnitt.

4.4.4.1 Definitionen

Wichtige Definitionen in ÖNORM EN 1998-1:2013 lauten:

- ***„nachgiebige Verbindungen***
  Verbindungen mit bedeutender Nachgiebigkeit, deren Einfluss in der statischen Berechnung nach EN 1995 berücksichtigt werden muss (z. B. Verbindungen mit stiftförmigen Verbindungsmitteln)“ [3]

- ***„starre Verbindungen***
  Verbindungen, deren Nachgiebigkeit nach EN 1995 vernachlässigbar ist (z. B. geleimte Vollholzverbindungen)“ [3]

4.4.4.2 Auslegungskonzepte

„Holzbauten, die Erdbebenlasten aufnehmen müssen, sind nach einem der beiden folgenden Konzepte auszulegen:“

- ***„nichtdissipatives Tragwerksverhalten“***
  Bei diesem Tragwerksverhalten wird die Bemessung auf der Grundlage einer elastischen Tragwerksberechnung durchgeführt. Bei der Verwendung des Bemessungsspektrums sollte der Verhaltensbeiwert (q-Faktor) nicht größer als $q \leq 1,5$ angesetzt werden. [vgl.[3]]

- ***„dissipatives Tragwerksverhalten“***
  Bei diesem Tragwerksverhalten muss das Tragwerk der Duktilitätsklasse M oder H angehören (siehe Kapitel 4.4.4.3). In diesem Fall kann auch ein Verhaltensbeiwert größer 1,5 angesetzt werden. [vgl.[3]]

Für die dissipativen Bereiche müssen folgende Punkte beachtet werden:

- *„Die dissipativen Bereiche sind in den Verbindungen und mechanischen Verbindungsmitteln anzuordnen, während für die Holzbauteile selbst elastisches Verhalten anzunehmen ist.“* [3]

- *„Nur Baustoffe und mechanische Verbindungsmittel, die ein entsprechendes Verhalten gegenüber niederzyklischer Ermüdung aufweisen, dürfen in Verbindungen verwendet werden, die man als dissipative Bereiche ansetzt.“* [3]

- *„Leimverbindungen sind als nichtdissipative Bereiche zu betrachten.“* [3]

- *„Zimmermannsmäßige Verbindungen dürfen nur dann verwendet werden, wenn sie eine genügend große Energiedissipationsfähigkeit bieten und nicht durch sprödes Versagen infolge Schub oder Zug senkrecht zur Faserrichtung gefährdet sind. Die Entscheidung über ihre Verwendung ist aufgrund geeigneter Versuchsergebnisse zu treffen.“* [3]

4.4.4.3 Duktilitätsklassen und Verhaltensbeiwerte

In ÖNORM EN 1998-1:2013 werden die Duktilitätsklassen und die dazugehörigen Verhaltensbeiwerte (q-Faktoren) nach Abbildung 4.4 angegeben.

Nach dieser Auslegung sind Brettsperrholzbauwerke mit dem Verhaltensbeiwert von $q = 2$ zu bemessen.

Tab. 4.4: Auslegungskonzepte, Tragwerkstypen und Höchstbeträge der Verhaltensbeiwerte für die drei Duktilitätsklassen nach [3]

Auslegungskonzept und Duktilitätsklasse	q	Beispiele für Tragwerke
niedriges Energiedissipations-vermögen – DCL	1,5	Kragarm-Tragwerke; Träger; Zwei- oder Dreigelenkbögen; Fachwerke mit Dübelverbindungen
mittleres Energiedissipations-vermögen – DCM	2	Verleimte Wandscheiben mit verleimten Schubfeldern mit Nagel- oder Schraubenverbindungen; Fachwerke mit stiftförmigen oder Bolzenverbindungen; Tragwerke in Mischbauweise, bestehend aus Holzrahmen (zur Aufnahme der Horizontallasten) und einer nichttragenden Ausfachung
	2,5	Statisch überbestimmte Rahmen mit stiftförmigen oder Bolzenverbindungen (siehe **8.1.3(3)**P)
hohes Energiedissipations-vermögen – DCH	3	Genagelte Wandscheiben mit verleimten Schubfeldern mit Nagel- oder Schraubenverbindungen; Fachwerke mit Nagelverbindungen
	4	Statisch überbestimmte Rahmen mit stiftförmigen oder Bolzenverbindungen (siehe **8.1.3(3)**P)
	5	Genagelte Wandscheiben mit genagelten Schubfeldern mit Nagel- oder Schraubenverbindungen

4.4.4.4 Berechnung, bauliche Durchbildung und Sicherheitsnachweise

Unter anderem sind in ÖNORM EN 1998-1:2013 folgende Punkte angegeben:

- *„In der Berechnung ist der Schlupf in den Verbindungen des Tragwerks zu berücksichtigen“* [3]
- *„Es ist der Wert des E_0-Moduls für sehr kurze Lasteinwirkungsdauer (um 10% höher als für kurze Lasteinwirkungsdauer) anzusetzen.“* [3] (beachte dazu auch Kapitel 4.3.1)
- *„Bolzen und Stabdübel sind anzuziehen und lochspielfrei auszuführen. Dicke Bolzen und Stabdübel ($d > 16mm$) sind bei Holz-Holz- und Stahlblech-Holz-Verbindungen nicht zu verwenden, außer zusammen mit Dübeln.“* [3]
- *„Um die Ausbildung der zyklischen Plastizierung in den dissipativen Bereichen sicherzustellen, sind alle übrigen zum Tragwerk gehörenden Bauteile und Verbindungen mit ausreichender Überfestigkeit auszulegen. Diese Überfestigkeitsanforderung gilt insbesondere für:*
  - *Verankerungen und alle Verbindungen zu massiven Bauteilen;*
  - *Verbindungen zwischen horizontalen Scheiben und vertikalen Bauteilen, die Horizontallasten abtragen.“* [3]

In Bezug auf die Brettsperrholzbauweise gilt dem letzten Punkt dieser Aufzählung eine besondere Beachtung. Da die Brettsperrholzbauweise hauptsächlich aus *„Verankerungen ... zu massiven Bauteilen“* und aus *„Verbindungen zwischen horizontalen Scheiben und vertikalen Bauteilen“* besteht, kann der in ÖNORM EN 1998-1:2013 angegebene Punkt in der Praxis nicht umgesetzt werden. In Zuge einer Kapazitätsbemessung (siehe Kapitel 3.5.2) sind dissipative Bereiche einzuhalten!

4.5 Erfahrungen von BSP-Bauten im Erdbebenfall

Generell haben Holzbauten und auch Brettsperrholzbauten Vorteile bei Erdbebeneinwirkungen. Zum Einen führt die geringe Masse von Holz (geringes Eigengewicht der Tragkonstruktion) zu verhältnismäßig kleinen horizontalen Trägheitskräften. Zum Anderen kann durch die hohe Duktilität in den Holzverbindungen viel Erdbebenernergie abgebaut werden. Hierbei muss jedoch sichergestellt sein, dass das Versagen – zumindest rechnerisch – in den Holzverbindungen auftritt. [vgl. [21]]

Um Erfahrungen mit dem relativ jungen Baustoff Brettsperrholz zu gewinnen, werden Versuche im Maßstab 1:1 auf sogenannte *„shaking tables“* (Rütteltische) durchgeführt. In den letzten Jahren entstanden zwei größere Forschungsprojekte, die im Folgenden kurz beschrieben werden.

4.5.1 Das Projekt „SOFIE“

Da in ÖNORM EN 1998-1:2005 keine Verhaltensbeiwerte (q-Faktoren) für Brettsperrholzbauten definiert waren, wurde 2006 im Rahmen des Forschungsprojekts „SOFIE“ Untersuchungen zum Verhalten der Holz-Massivbauweise im Erdbebenfall durchgeführt. Unter Anderem war es das Ziel, diese Verhaltensbeiwerte anhand von Großversuchen zu ermitteln. [vgl. [21]]

Die Erdbebenbelastung wurde beim „Shaking-table“-Versuch schrittweise von $0,15 \cdot g$ bis auf $1,2 \cdot g$ gesteigert. Bezugnehmend auf die in der Berechnung angesetzte Erdbebenbelastung konnte ein Verhaltensbeiwert von $q = 3,4$ errechnet werden. Strenggenommen ist dieser Wert nur für dieses Gebäude und für den geprüften Erdbebenverlauf gültig, allerdings kann dank dieser Versuche der Richtwert für den Verhaltensbeiwert der Holz-Massivbauweise mit Brettsperrholz mit $q \approx 3,0$ festgelegt werden. [vgl. [21]]

Im Rahmen des Forschungsprojekts „SOFIE“ wurde im Jahr 2007 ein weiterer Großversuch an einem siebenstöckigen BSP-Gebäude durchgeführt (siehe Abbildung 4.3).

Abb. 4.3: siebenstöckiges Versuchsobjekt [45]

Detailliertere Angaben (wie z.B. die verwendeten Verbindungen oder die ausgeführten Bauteildimensionen) zum Projekt „SOFIE“ wurden in [45] veröffentlicht.

4.5.2 Das Projekt „SERIES“

„Getestet wird ein dreistöckiges, knapp acht Meter hohes Gebäude mit einer Fläche von circa 90 Quadratmetern. Ein Stockwerk ist möbliert, die Erdbebenbeanspruchung dieses „Raumes“ wird mit Videoaufnahmen gesondert verfolgt. Simuliert wird der Verlauf des Erbebens von Montenegro

aus dem Jahr 1979, das Teile der heutigen Republik mit einer Stärke von über 7 nach der Richter-Skala traf. Das Gebäude in Massiv-Holzbauweise muss das Beben allerdings 15 Mal und in unterschiedlichen Stärken durchlaufen.“ [44]

Ein Fokus dieses Forschungsprojektes lag bei den Verbindungen der einzelnen Holzelemente und deren Belastbarkeit. Ein Bericht hierzu wurde in [19] veröffentlicht.

„Shaking tables“-Versuche

Weitere Projekte und Informationen über *„Shaking tables“*-Versuche werden im Internet auf der Seite www.bosai.go.jp/hyogo/ehyogo/index.html veröffentlicht.

Kapitel 5

Modellierung der Verbindungstechnik

5.1 Verbindungsmittel im Brettsperrholzbau

Wie in Kapitel 2.1 beschrieben, ist Brettsperrholz ein großformatiges flächenförmiges (2D) Element. Im Idealfall sind die Verbindungen der einzelnen Tafeln linienförmig (1D) anzuordnen. Aufgrund der Entwicklung des Holzbaus werden heutzutage die Verbindungen meist punktförmig – durch Winkelverbinder aus dem Holzrahmenbau – hergestellt. Werden diese Winkelverbinder in einem angemessenen Abstand angeordnet, kann dennoch ein linienförmiges Berechnungsmodell herangezogen werden. [vgl. [21]]

5.1.1 Kontaktfugen

Eine mögliche Definition der Kontaktfugen zeigt Abbildung 5.1. Dies soll in weiterer Folge das eindeutige Zuordnen der Verbindungen bzw. der Verbindungsmittel ermöglichen.

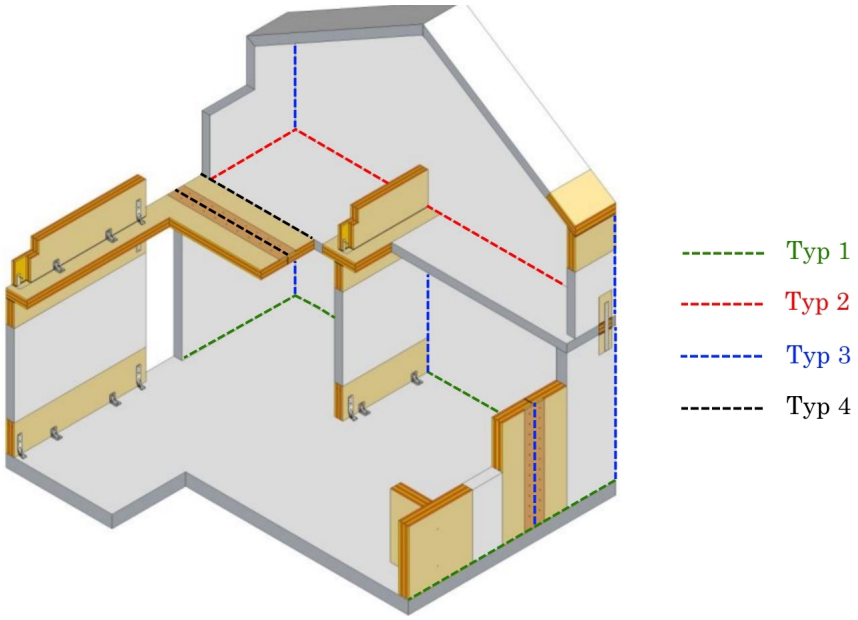


Abb. 5.1: Definition der Kontaktfugen (überarbeitet) [31]

Die unterschiedlichen Arten auftretender Kontaktfugen – und deren Unterteilungen – lassen sich wie folgt gliedern:

- Typ 1: Bodenplatte/Fundament-Wand-Anschluss
- Typ 2: Wand-Decke-Wand-Anschluss

  - Typ 2.a: Wand-Decke-Anschluss
  - Typ 2.b: Decke-Wand-Anschluss
- Typ 3: Wand-Wand-Anschluss
  - Typ 3.a: rechtwinkliger Wand-Wand-Anschluss
  - Typ 3.b: paralleler Wand-Wand-Anschluss
- Typ 4: Decke-Decke-Anschluss

5.1.2 Arten von Verbindungsmitteln

Je nach Art und Größe der Belastung (Zug, Schub,...) und je nach Kontaktfuge (Montagefreundlichkeit,...) haben sich verschiedene Verbindungsmittel entwickelt. Im Folgenden werden die üblichen Verbindungsmittel – für den Holzmassivbau – kurz vorgestellt. [vgl. [21]]

5.1.2.1 Stiftförmige Verbindungsmittel

Viele Holzverbindungen (auch zimmermannsmäßige Verbindungen) werden mit stiftförmigen Verbindungsmittel hergestellt. Zu dieser Verbindungsmittelgruppe zählen unter anderem:

- Nägel,
- Voll- und Teilgewindeschrauben,
- Stabdübel, Passbolzen und
- Bolzen.

Aufgrund der Montagefreundlichkeit im Brettsperrholzbau haben sich in den letzten Jahren vor allem die Nägel und Schrauben durchgesetzt. Zudem sind bei diesem Verbindungsmitteltyp keine umfangreichen Vorarbeiten nötig. Die Abbildungen 5.2 und 5.3 zeigen solche Verbindungsmittel.

Abb. 5.2: Beispiel Nagel [65]

Abb. 5.3: Beispiel Holzschraube [65]

5.1.2.2 Stahlblechformteile/Systemverbinder

Unter Stahlblechformteile und Systemverbinder versteht man:

- Winkelverbinder,
- Plattenverbinder,
- Zugbänder bzw. Lochblechstreifen

Die auf dem Markt erhältlichen Systeme wurden vorwiegend für den Holz-Riegelbau konzipiert und finden auch im Massivholzbau Anwendung.

Anmerkung aus der Praxis:

In der Praxis zeigt sich, dass die konzipierten Winkelverbinder aus dem Holz-Riegelbau für den Brettsperrholzbau nicht normgerecht eingesetzt werden können. Zitate aus [41] lauten:

- *„**Problemstellung 1:***

  Winkel für größere Schublasten haben in der Regel zwei Anker. Bei der Erdbebenbemessung fällt laut aktuellem Nachweisverfahren z.B. Hilti Anchor einer der Beiden Dübel aus, da diese in Ihrer Anordnung (Lochspiel) ungünstig liegen können.

  Frage: kann davon ausgegangen werden, dass das Dünne Blech eines Schubankers sich plastisch verformt, bevor der Dübel abreißt, so dass wieder beide Dübel tragen?“ [41]

- *„**Problemstellung 2:***

  Meist werden BSP nicht direkt auf die STB-Platte gestellt, sondern auf vorher ausgerichtete Schwellen und / oder einen Quellmörtel, der Unebenheiten ausgleicht. Die üblichen Schubwinkel sind von ihrer Geometrie / Nagelanordnung nicht auf einen Abstand zwischen anzuschließendem Bauteil und STB-Decke ausgelegt. Um das Versatzmoment so gering wie möglich zu halten sind die Winkel möglichst flach und die unterste Nagelreihe möglichst niedrig angeordnet. Das Versatzmoment wird zumeist über das Nagelbild des Winkels aufgenommen. Fällt die unterste Nagelreihe durch zu geringen Randabstand o.ä. aus, hat dies insbesondere auf die Aufnahme des Versatzmomentes erheblichen Einfluss. Praktisch bedeutet dies, dass die meisten Schubwinkel nicht nach den Vorgaben ihrer Zulassung eingesetzt werden können. Es fehlen hierfür verlässliche Rechenwerte.“ [41]

Durch Nachfrage bei verschiedenen Verbindungsmittelherstellern werden zur Zeit normgerechte Winkelverbinder für den Brettsperrholzbau entwickelt.

Die Winkelverbinder bilden zusammen mit den stiftförmigen Verbindungsmitteln den am meisten eingesetzten Verbindungsmitteltypus.

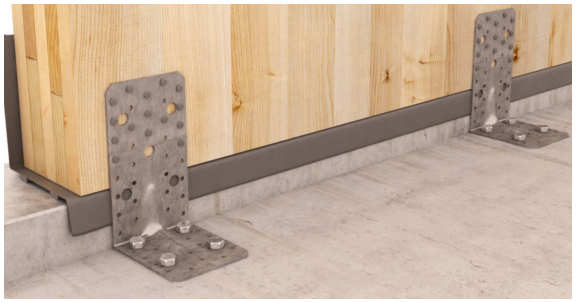


Abb. 5.4: Winkelverbinder von Rothoblaas

Abb. 5.5: Plattenverbinder von Rothoblaas

5.1.2.3 Sonderlösungen

Wie in jeder Bauweise werden auch im Brettsperrholzbau Sonderlösungen für das Verbinden der Bauteile verwendet. Diese Verbindungssysteme kommen meist dann zum Einsatz, wenn mit den standardisierten Systemen die Grenzen der Lastübertragung erreicht werden. Zudem können mit Sonderlösungen Vorteile bei der Montage entstehen. Unter anderem zählen zu diesen:

- Stahlprofile zur Aufnahme von Schubkräften (z.B. T-Stahlprofile),
- eingeklebte Gewindestangen und
- Schraubstangen.

Ein konkretes Beispiel für eine Sonderlösung ist das sogenannte *„X-Rad Verbindungssystem“* von Rothoblaas. Hierbei wird das Verbindungssystem vorab im Werk montiert und kann bei der Montage auch als Hebewerkzeug verwendet werden.

Abb. 5.6: X-Rad Verbindungssystem von Rothoblaas

Im folgenden Kapitel werden einige typische Brettsperrholzverbindungen vorgestellt, die im Rahmen eines Forschungsprojekts analysiert wurden.

5.1.3 Erfahrungen aus der Praxis

„In Zeiten sinkender Erlöse der Holzbauunternehmen ist die Wirtschaftlichkeit einer Konstruktion maßgebend für die Konkurrenzfähigkeit auch gegenüber konventionellen Baustoffen. ... Dies trifft zum einen auf die direkt den Verbindungen zuordenbaren Kosten zu, wie bspw. den Kosten für die Verbindungsmittel oder den erforderlichen Personaleinsatz für die Herstellung auf der Baustelle und/oder in der Vorfertigung einzelner Bauteile zu.“ [31]

Selbstverständlich sind die Kosten einer Tragkonstruktion – und somit auch die Holzverbindungen – immer mit deren Tragfähigkeit bzw. deren Steifigkeit verbunden. Wie schon in Kapitel 2.2.1 erwähnt, ist die Art und Anzahl der Verbindungen auf das optimale Minimum zu reduzieren, damit der Holzbau gegenüber mineralischen Baustoffen wirtschaftlich bleibt, bzw. sich durchaus besser etabliert.

„Im Rahmen [einer, d. Verf.] Projektbearbeitung [(UTC-Projekt) siehe dazu [31] und [41], d. Verf.] und Validierung der im Anhang K.10 der ÖNORM B 1995-1-1:2015 angeführten Maximalabstände im Holzmassivbau mit Brettsperrholz (BSP) wurde ... eine umfassende Expertenbefragung

[über vorab ausgewählten Holzverbindungen, d. Verf.] hauptsächlich in Österreich, aber auch teils in Deutschland durch das Institut für Baubetrieb und Bauwirtschaft [der TU Graz, d. Verf.] durchgeführt. Dies erfolgte einerseits, um den Praxisbezug sicherzustellen und die Erfahrung von Tragwerksplanern und Ausführenden in das Projekt einfließen zu lassen. Andererseits wurde diese Befragung durchgeführt, um die derzeitige Situation am Markt und die baubetrieblichen und bauwirtschaftlichen Auswirkungen einzelner Planungsentscheidungen zu erfassen.“ [31]

Typische Holzverbindungen im Brettsperrholzbau – die auch im Zug des Unified Timber Connections-Projetes (UTC-Projekt) analysiert wurden – sind folgende:

Wand-Decke-Wand-Anschluss

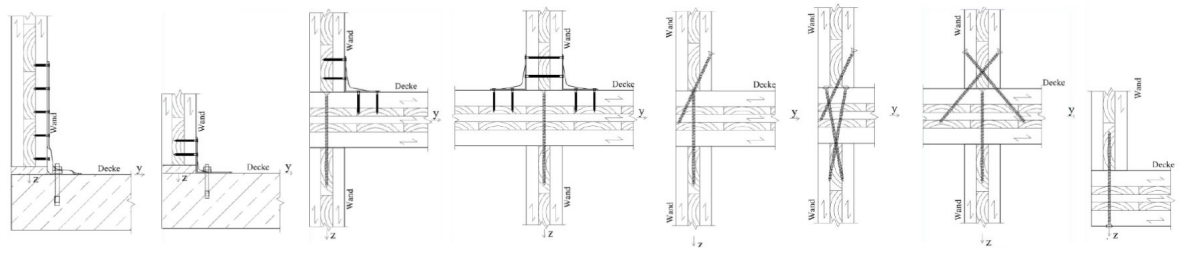


Abb. 5.7: Beispiele: Wand-Decke-Wand-Anschlüsse nach [31]

Wand-Wand-Anschluss

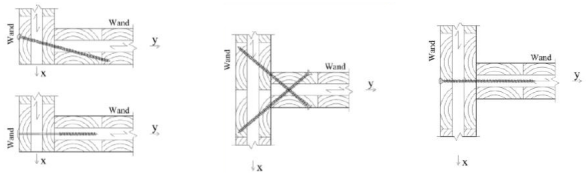


Abb. 5.8: Beispiele: Wand-Wand-Anschlüsse nach [31]

Decke-Decke-Anschluss

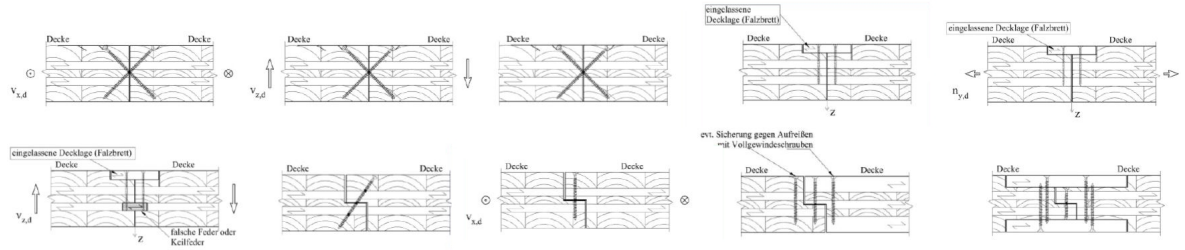


Abb. 5.9: Beispiele: Decke-Decke-Anschlüsse nach [31]

5.1.4 Beispiel: Detail 02 / Wand-Decke-Wand – Winkel – obere Verbindung

Im Nachfolgenden wird ein konkretes Beispiel, wie es im UTC-Projekt analysierte wurde, vorgestellt (siehe [31]). Zu beachten ist, dass das Detail nach Abbildung 5.10 nicht nur statische Funktionen hat. Bei Außenwänden gelten zusätzliche Anforderungen an den Brandschutz, an die Luftdichtheit und an den Schallschutz. Demzufolge sind Statistiken über Montagefreundlichkeit, Wirtschaftlichkeit und Häufigkeit (im Sinne von: häufige Anwendung) eine gutes Hilfsmittel, um die Marktsituation von Holzverbindungen besser einschätzen zu können. Zudem sind solche Auswertungen für die zukünftige Verbindungsmittelentwicklung hilfreich. Abbildung 5.11 zeigt die statistische Auswertung der Expertenbefragung in [31].

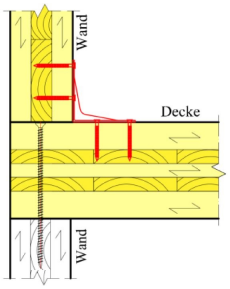


Abb. 5.10: Detail aus [31]

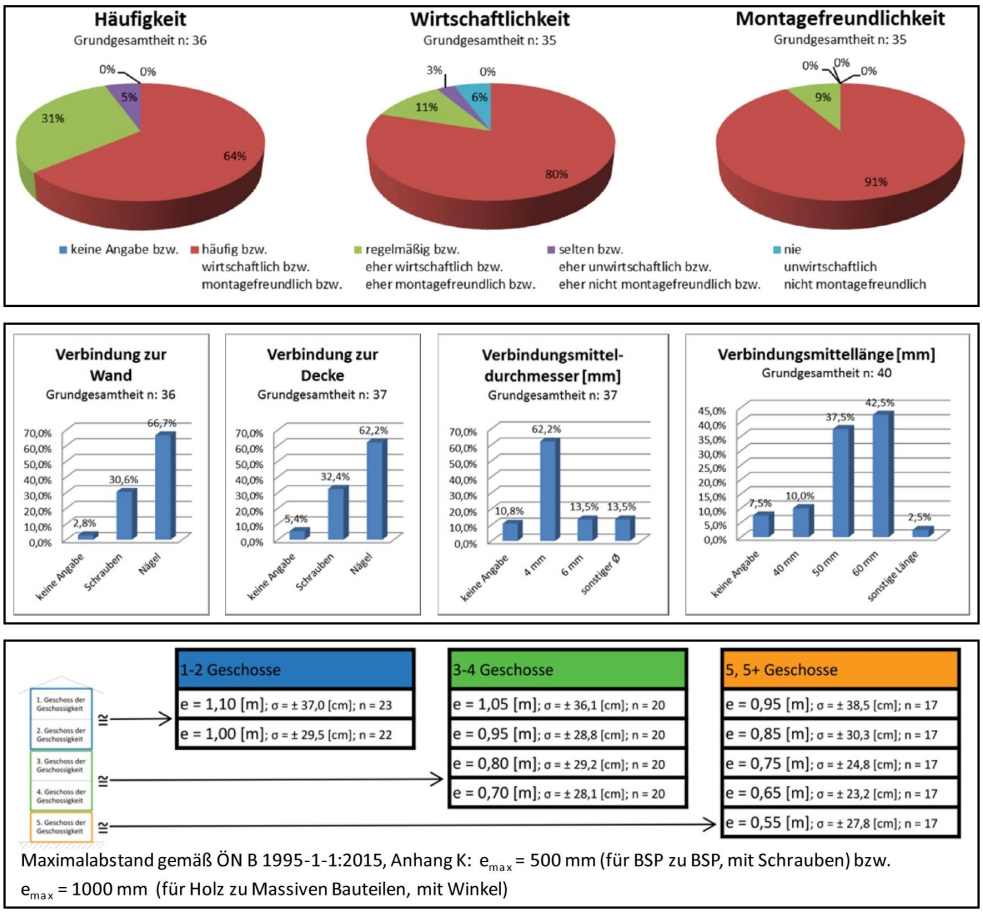


Abb. 5.11: Datenauswertung und Empfehlung für den Verbindungsmittelabstand nach [31]

5.2 Berechnung von Verbindungen

Bei der Berechnung von Verbindungen werden generell zwei Verbindungstypen unterschieden [vgl. [21]]:

- eigens entworfene Verbindungen
- vorgegebene Verbindungen bzw. Verbindungssysteme (mit allg. bauaufsichtlicher Zulassung)

Die eigens entworfene Verbindung wird vom Ingenieur an das jeweilige Tragwerk angepasst und nach allgemeinen Verordnungen und Richtlinien berechnet und nachgewiesen. Bei den vorgegebenen Verbindungssystemen ist nicht immer eine ausführliche „Normenberechnung“ notwendig, da von den Verbindungsmittelherstellern die Traglasten geprüft und in Tabellenform veröffentlicht werden. Hierbei müssen die einwirkenden Lasten mit den aufzunehmenden Lasten verglichen werden. Nichtsdestotrotz muss bei der Entwicklung solcher Systeme auf Berechnungs- und Modellierungsmethoden nach den allgemeinen Verordnungen zurückgegriffen werden. [vgl. [21]]

Für die Berechnung von Verbindungen sind im allgemeinen drei Teilbereiche zu berücksichtigen. Diese sind

- die Tragfähigkeit und Steifigkeit des einzelnen Verbindungsmittels bzw. der Verbindungsmittelgruppe,
- die Tragfähigkeit und Steifigkeit des Stahlteils (sofern vorhanden) und
- die Tragfähigkeit und Steifigkeit des umliegenden Holzes.

Aus diesen Punkten ist jener Wert maßgebend, der die geringste Tragfähigkeit besitzt. Zudem muss zwischen einzelnen Verbindungsmitteln und einer Gruppe von Verbindungsmitteln unterschieden werden.

5.2.1 Tragfähigkeit/Steifigkeit des einzelnen Verbindungsmittels

Wie schon erwähnt, haben sich aus wirtschaftlichen Gründen vor allem die stiftförmigen Verbindungsmittel durchgesetzt. In diesem Kapitel erfolgt eine kurze Betrachtung der – in dieser Arbeit hauptsächlich betrachteten – stiftförmigen Verbindungsmitteln und deren Berechnungsgrundlagen. Für detailiertere Berechnungsverfahren und dazugehörige mechanische Modelle wird auf [49] verwiesen.

Dieser Typus von Verbindungsmitteln kann auf zwei Arten beansprucht werden. Zum einen auf Abscheren, wenn die Kraft rechtwinklig zur Stiftachse einwirkt. Zum anderen auf Herausziehen, wenn die Kraft in Richtung der Stiftachse wirkt. Auch kombinierte Beanspruchungen sind möglich.

5.2.1.1 Beanspruchung auf Abscheren

Mechanische Grundlagen

Die Tragfähigkeit einer stiftförmigen Verbindung wird von der Lochleibungsfestigkeit der miteinander verbundenen Bauteile und dem Fließmoment des Stiftes bestimmt. Diese Theorie basiert auf den Forschungsarbeiten von **K. W. Johansen (1949)** und ist auch – mit Erweiterung der Seilwirkung (siehe Kapitel 5.2.1.2) – in EC 5 enthalten.

In Abbildung 5.12 ist das Verformungsbild und die zugehörige Kraft- und Spannungsverteilung am Beispiel einer einschnittigen Verbindung dargestellt.

Die Kraftübertragung erfolgt über:

- Die Kraft F wird über den Kontakt (Pressung, Lochleibung) im Bereich der Scherfuge auf den Stift übertragen.
- Die Kräfte F_1 besitzen eine Exzentrizität und bilden ein Kräftepaar, welches vom betragsmäßigen kleineren Kräftepaar F_2 aufgenommen wird (Momentengleichgewicht).

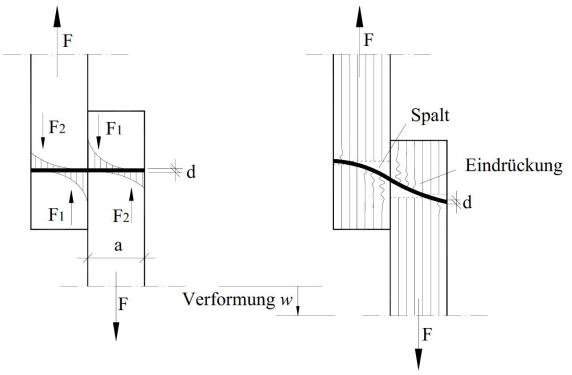


Abb. 5.12: Kraftübertragung und Verformung bei stiftförmigen Verbindungsmitteln [18]

Lochleibungsfestigkeit

Die Lochleibungsfestigkeit ist kein reiner Materialkennwert. Vielmehr handelt es sich um einen Systemwert vom System „beanspruchtes stiftförmiges Verbindungsmittel - beanspruchtes angrenzendes Bauteil“.

Einflussparameter für die Lochleibungsfestigkeit sind:

- der Verbindungsmitteltyp (Nägel, Klammern,...)
- der Durchmesser des Verbindungsmittels
- die Oberflächenbeschaffenheit des Verbindungsmittels (glatt oder profiliert)
- das Eintreibverfahren des Verbindungsmittels (mit oder ohne Vorbohrung)
- die Art des Werkstoffes der angrenzenden Bauteile
- die Dicke der Bauteile (je nach Werkstoff)
- die Rohdichte der Bauteile (je nach Werkstoff)
- der Winkel zwischen Kraft- und Faserrichtung des Holzes

Als Beispiel kann die Lochleibungsfestigkeit für Holzschrauben mit einem eff. Durchmesser von kleiner als 6 mm in nicht vorgebohrten Löchern nach [2] berechnet werden zu:

$$f_{h,k} = 0,082 \cdot \rho_k \cdot (d_{Gk} \cdot 1,1)^{-0,3} \qquad \text{in } N/mm^2 \tag{5.1}$$

Dabei ist:

ρ_k charakteristische Rohdichte des Holzes in kg/m^3

d_{Gk} Kerndurchmesser im Gewindebereich des Verbindungsmittels in mm

Fließmoment des Stiftes

Das Fließmoment $M_{y,Rk}$ für einen kreisförmigen Stift aus Stahl errechnet sich aus dem plastischen Widerstandsmoment W_{pl} und der Zugfestigkeit f_u des verwendeten Werkstoffs:

$$W_{pl} = \frac{1}{2} \cdot A \cdot (z_1 + z_2) \qquad \text{mit} \qquad z_1 = z_2 = \frac{2 \cdot d}{3 \cdot \pi} \qquad \text{mit} \qquad A = \frac{d^2 \cdot \pi}{4}$$

$$M_{y,Rk} = f_u \cdot W_{pl} = f_u \cdot (\frac{1}{2} \cdot \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \cdot 2 \cdot \frac{2 \cdot d}{3 \cdot \pi}) = f_u \cdot \frac{d^3}{6} \qquad \text{in } N \cdot mm \tag{5.2}$$

Lt. ON EN 409 wird davon ausgegangen, dass sich bei einem Biegewinkel des Stiftes von 45° die Plastifizierung voll ausbildet. Im Rahmen durchgeführter Versuche stellte sich – je nach Schlankheit des Verbindungsmittels – meist nur ein Biegewinkel zwischen 5° und 15° ein. Aus diesem Grund kann für Holzschrauben lt. [2] ein charakteristischer Wert des Fließmomentes angenommen werden mit:

$$M_{y,Rk} = 0,3 \cdot f_{u,k} \cdot (d_{Gk} \cdot 1,1)^{2,6} \qquad \text{in } N \cdot mm \tag{5.3}$$

Dabei ist:

$f_{u,k}$ Drahtzugfestigkeit in N/mm^2

d_{Gk} Kerndurchmesser im Gewindebereich des Verbindungsmittels in mm

Tragfähigkeit eines Verbindungsmittels auf Abscheren – Johansen-Modell

Die Tragfähigkeit einer stiftförmigen Verbindung gilt als erreicht, wenn die Lochleibungsfestigkeit in mindestens einem Verbindungsmittel erreicht ist und/oder sich ein Fließgelenk im Verbindungsmittel ausbildet. Welcher Versagensmechanismus auftritt ist daher abhängig von:

- der Geometrie der Verbindung (ein-, zwei- oder mehrschnittig)
- der Dicke der verbundenen Bauteile
- dem Fließmoment des Stiftes und
- der Lochleibungsfestigkeit

Folgende Abbildungen zeigen Versagensmechanismen bei ein- und zweischnittigen Verbindungen:

5.2.1.2 Beanspruchung auf Herausziehen und Seilwirkung

Stiftförmige Verbindungsmittel werden auch in Richtung ihrer Schaftachse beansprucht. Die Tragfähigkeit ist dabei von der Oberflächengeometrie des Stiftes abhängig. Ein glatter Stabdübel besitzt so gut wie keine Ausziehtragfähigkeit. Im Gegensatz dazu besitzen selbstbohrende Holzschrauben eine relativ hohe Tragfähigkeit in Richtung der Stiftachse. Auch der Winkel zwischen Stift und Holzfaser spielt eine große Rolle für die Ausziehtragfähigkeit.

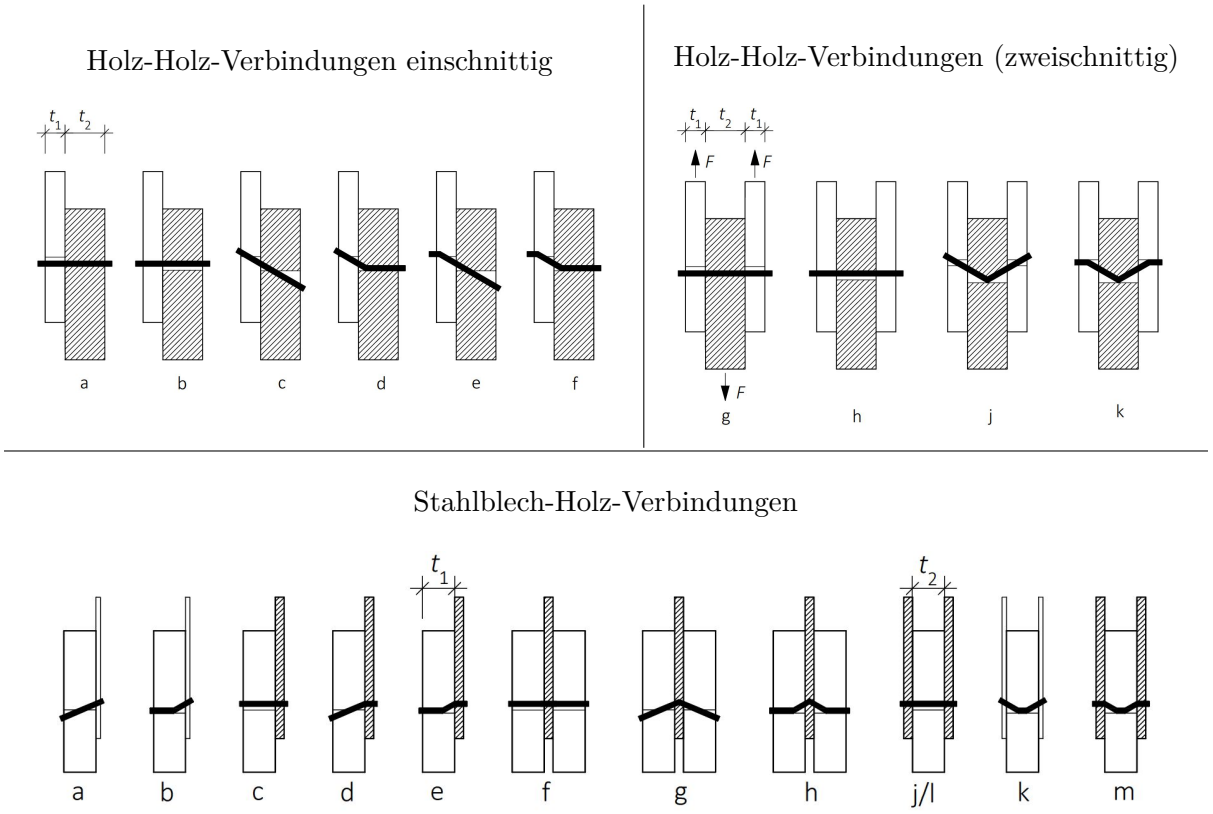


Abb. 5.13: Versagensmechanismen bei ein- und zweischnittigen Verbindungen

Generell können bei Axialbeanspruchungen folgende Versagensmechanismen auftreten:

- Ausziehversagen
- Kopfdurchziehversagen
- Zugversagen des Verbindungsmittels

Weitere Versagensmöglichkeiten sind:

- Blockversagen von einer Verbindungsmittelgruppe
- Knickversagen bei auf Druck beanspruchten Stiften

Demnach kann der charakteristische Ausziehwiderstand für Holzschrauben mit einem Durchmesser von kleiner als 6 mm nach [2] berechnet werden mit:

$$F_{ax,\alpha,RK} = \frac{n_{ef} \cdot f_{ax,k} \cdot d \cdot l_{ef}}{1,2 \cdot cos(\alpha)^2 + sin(\alpha)^2} \cdot \left(\frac{\rho_k}{\rho_a}\right)^{0,8} \qquad \text{in } N \tag{5.4}$$

Dabei ist:

$f_{ax,k}$: der char. Wert der Ausziehfestigkeit in N/mm^2 mit:
$f_{ax,k} = 0,52 \cdot d^{-0,5} \cdot l_{ef}^{-0,1} \cdot \rho_k^{0,8}$ für $0,6 \leq d_1/d \leq 0,75$
$f_{ax,k} = 0,67 \cdot (0,52 \cdot d^{-0,5} \cdot l_{ef}^{-0,1} \cdot \rho_k^{0,8})$ für $d_1/d > 0,75$

d: der Außendurchmesser des Gewindes in mm

d_1: der Innendurchmesser des Gewindes in mm

n_{ef}: die wirksame Anzahl der Schrauben

l_{ef}: die Eindringtiefe des Gewindeteils in mm

α: der Winkel zwischen Schraubenachse und Faserrichtung

ρ_a: die zugehörige Rohdichte für $f_{ax,k}$ in kg/m^3

ρ_k: die charakteristische Rohdichte des Holzes in kg/m^3

Seileffekt (Einhängeeffekt)

Bei Versagensmechanismen, bei denen es zu einer Schrägstellung der Verbindungsmittel kommt, treten Normalkräfte in den Stiften auf. Gerade bei Holzschrauben, die sich durch ihr Gewinde im Holz verankern, können erhebliche Laststeigerungen erzielt werden. Die entstehende Zugkraft in der Schraubenachse kann in zwei Richtungen zerlegt werden. Zum einen in eine Druckkraftkomponente rechtwinklig zur Scherfuge, und zum anderen in eine Schubkraftkomponente parallel zur Scherfuge. Durch die Druckkraftkomponente auf die Fuge entsteht eine zusätzliche Reibkraft zwischen den beiden Hölzern, die sich positiv auf die Tragfähigkeit der Verbindung auswirkt.

5.2.1.3 Tragfähigkeit eines Verbindungsmittels

Mit den Parametern der Lochleibungsfestigkeit, dem Fließmoment des Stiftes und dem Ausziehwiderstand kann die Tragfähigkeit eines stiftförmigen Verbindungsmittels nach [2] berechnet werden, wobei in folgenden Formeln der Anteil der Seilwirkung an der Tragfähigkeit zu begrenzen ist. Je nach Stiftart sind unterschiedliche Grenzwerte einzuhalten (siehe dazu [2]).

Die charakteristische Tragfähigkeit einer einschnittigen Holz-Holz- und Holzwerkstoff-Holz-Verbindung ist der kleinste Wert aus den in Tabelle 5.1 angegebenen Formeln.

Dabei ist β das Verhältnis der Lochleibungsfestigkeiten der Bauteile zueinander.

$$\beta = \frac{f_{h,2,k}}{f_{h,1,k}} \tag{5.11}$$

Der Bemessungswert der Tragfähigkeit ergibt sich aus:

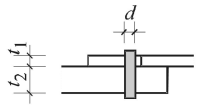
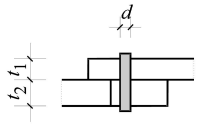
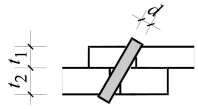
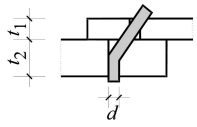
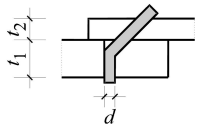
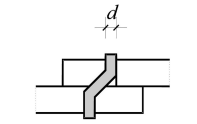
$$F_{v,Rd} = k_{mod} \cdot \frac{F_{v,Rk}}{\gamma_M} \qquad \text{in } N \tag{5.12}$$

5.2.1.4 Verbindungsmittelgruppe

Ist der Bemessungswert der Tragfähigkeit eines einzelnen Verbindungsmittels bekannt, muss – bei einer aus mehreren Verbindungsmitteln bestehenden Verbindung – die Tragfähigkeit wie folgt berechnet werden [vgl. [21]]:

$$F_{ges,v,Rd} = F_{v,Rd} \cdot s \cdot m \cdot n_{ef} \tag{5.13}$$

Tab. 5.1: Tragfähigkeit einer einschnittigen Verbindung lt. [2]

	$F_{v,Rk} = f_{h,1,k} \cdot t_1 \cdot d$ (5.5)
	$F_{v,Rk} = f_{h,2,k} \cdot t_2 \cdot d$ (5.6)
	$F_{v,Rk} = \frac{f_{h,1,k} \cdot t_1 \cdot d}{1+\beta} \cdot \left[\sqrt{\beta + 2\beta^2\left[1 + \frac{t_2}{t_1} + \left(\frac{t_2}{t_1}\right)^2\right] + \beta^3\left(\frac{t_2}{t_1}\right)^2} - \beta\left(1 + \frac{t_2}{t_1}\right)\right] + \frac{F_{ax,Rk}}{4}$ (5.7)
	$F_{v,Rk} = 1,05 \cdot \frac{f_{h,1,k} \cdot t_1 \cdot d}{2+\beta} \cdot \left[\sqrt{2\beta(1+\beta) + \frac{4\beta(2+\beta)M_{y,Rk}}{f_{h,1,k} \cdot d \cdot t_1^2}} - \beta\right] + \frac{F_{ax,Rk}}{4}$ (5.8)
	$F_{v,Rk} = 1,05 \cdot \frac{f_{h,1,k} \cdot t_2 \cdot d}{1+2\beta} \cdot \left[\sqrt{2\beta^2(1+\beta) + \frac{4\beta(1+2\beta)M_{y,Rk}}{f_{h,1,k} \cdot d \cdot t_2^2}} - \beta\right] + \frac{F_{ax,Rk}}{4}$ (5.9)
	$F_{v,Rk} = 1,15 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot \beta}{1+\beta}} \cdot \sqrt{2 \cdot M_{y,Rk} \cdot f_{h,1,k} \cdot d} + \frac{F_{ax,Rk}}{4}$ (5.10)

Dabei ist:

$F_{ges,v,Rd}$:	der Bemessungswert der Tragfähigkeit von der Verbindungsmittelgruppe in N
$F_{v,Rd}$:	der Bemessungswert der Tragfähigkeit vom einzelnen Verbindungsmittel in N
s:	die Anzahl der Schnittfugen
m:	die Verbindungsmittelanzahl je Reihe
n_{ef}:	die wirksame Anzahl der Schrauben

Zudem müssen die Verbindungsmittelabstände untereinander und alle Randabstände eingehalten werden, um zum einen das Ausreißen zu verhindern und zum anderen die Wirkungsbereiche der Verbindungsmittel zu gewährleisten. Für eine detailierte Berechnung wird auf [2] verwiesen. [vgl. [21]]

5.2.2 Verhalten des Stahlteils

Bei Verbindungen mit Stahlteilen muss nachgewiesen werden, ob der Stahl die einwirkenden bzw. die zu übertragenden Lasten aufnehmen kann. Für derartige Berechnungen muss nach ÖNORM EN 1993 vorgegangen werden. [vgl. [21]]

5.2.3 Verhalten des umliegenden Holzes

Bei der Berechnung von Verbindungen muss zudem ein sogenannter Nettoquerschnittsnachweis geführt werden. Gerade bei vorgebohrten Verbindungen kann eine Querschnittsschwächung die Tragfähigkeit erheblich mindern. Liegen die Bohrlöcher ungünstig in einer Linie, ist zudem das sogenannte „Blockscheren“ – welches eine Kombination aus Zug- und Schubversagen entlang der Verbindungsmittelreihen darstellt – zu verhindern bzw. nachzuweisen. [vgl. [21]]

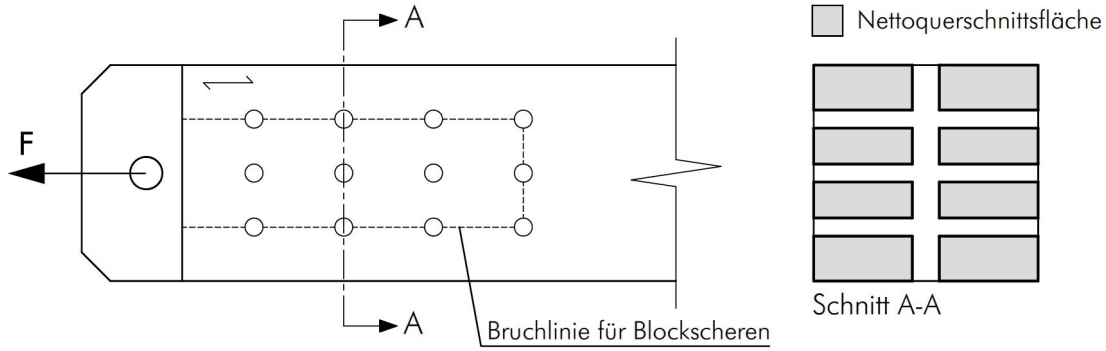


Abb. 5.14: Nettoquerschnitt und Bruchlinie für Blockscheren einer Stabdübel-Verbindung mit innenliegendem Stahlblech. [21]

5.3 Dynamisches Verhalten von Verbindungen

Wie schon erwähnt, hängt das Verhalten von Holzbauten unter dynamischen Einwirkungen stark von den verwendeten Verbindungssystemen ab. Abgesehen von durch Querdruck beanspruchtem Holz verhält sich das Holzbauteil – mehr oder weniger – linear-elastisch und zeigt ein sprödes Bruchverhalten. Will man in einem Tragwerk duktiles Verhalten durchsetzen, muss dies dementsprechend über die Verbindungen bzw. Verbindungsmitteln erfolgen. [vgl. [21]]

Das Verhalten einer Verbindung unter zyklischer Beanspruchung ist in hohem Maße abhängig von [vgl. [21]]:

- **Lochleibungsfestigkeit des Holzes und Fließfähigkeit des Stahls**
  Durch das (lokale) Plastifizieren des Holzes in der Lochleibung und besonders durch die Ausbildung von Fließgelenken in Stahlteilen und Verbindungsmitteln (Nagel, Dübel, Bolzen,...) kann Energie dissipiert werden.

- **Schlankheitsgrad des Verbindungsmittels**
  Über die richtige Wahl des Schlankheitsgrades – das Verhältnis der Abmessung des Holzteils zum Durchmesser des Verbindungsmittels ($\lambda = t/d$) – kann die Ausbildung eines Fließgelenks begünstigt werden.

- **Randabstände**
  Die Einhaltung entsprechender (normgemäßer) Randabstände verhindert ein Aufreißen des Holzes im Bereich des Verbindungsmittels und somit ein sprödes mechanisches Verhalten der Verbindung.

5.3.1 Verhalten von Verbindungen unter zyklischer Beanspruchung

Die Aufzeichnung einer Last-Verschiebungs-Kurve unter einem zyklischen Belastungsmuster liefert die sogenannte Hystereseschleife. Befindet sich das beanspruchte Material im elastischen Bereich, kann sich noch keine Last-Verschiebungs-Hysterese ausbilden (vgl. Abbildung 5.15 a)). Wird der elastische Bereich verlassen, tritt die Hystereseschleife zutage (vgl. Abbildung 5.15 b) und c)). Die von ihr eingeschlossene Fläche kann als – die von dieser Verbindung – dissipierte Energie betrachtet werden. [vgl. [21]]

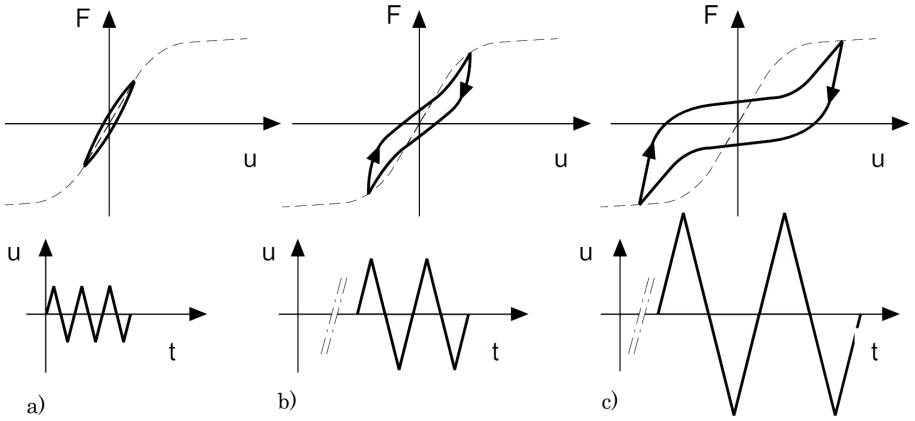


Abb. 5.15: Hysteresekurven von Holzverbindungen bei unterschiedlichen Laststufen [46]

Beschreibung und Modellierung des Hystereseverlaufs

Folgende Abbildung zeigt die einzelnen Teilbereiche von zwei aufeinanderfolgenden (linearisierten) Hystereseschleifen einer einschnittigen Holz-Holz-Verbindung mit einem stiftförmigen Verbindungsmittel und unterschiedlichen Verformungsamplituden. [vgl. [21]]

Wird eine Holzverbindung über die Elastizitätsgrenze hinaus verschoben, entstehen plastische Bereiche. Das Bauteil erfährt je nach Werkstoff irreversible Verformungen. Ebenso erreicht das Verbindungsmittel das Fließmoment. Bei Belastung der Holzverbindung in die entgegengesetzte Richtung erfolgt zuerst die Verformung des Verbindungsmittels bis zum Ausgangspunkt. Danach liegt das Verbindungsmittel am noch unverformten Bauteil an, bis sich bei weiterer Belastung ebenfalls ein plastischer Bereich ausbildet.

Eine ausführliche Beschreibung und wie ein solcher Hystereseverlauf modelliert werden kann, ist in [8] nachzulesen.

Form der Last-Verschiebungs-Hysterese einer Holzverbindung

Abhängig von der Tragfähigkeit, der Steifigkeit, der Duktilität sowie der Belastungsstufe, können sich unterschiedliche Formen von Hysteresekurven ausbilden (siehe dazu Abbildung 5.17). [vgl. [21]]

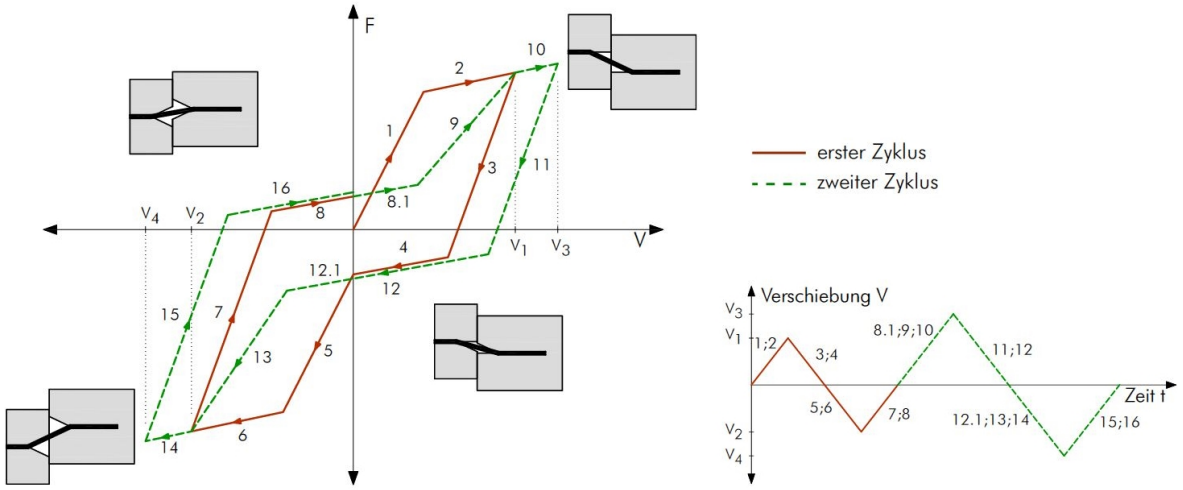


Abb. 5.16: Hystereseverlauf nach [21] mit zugehörigem Prüfverlauf

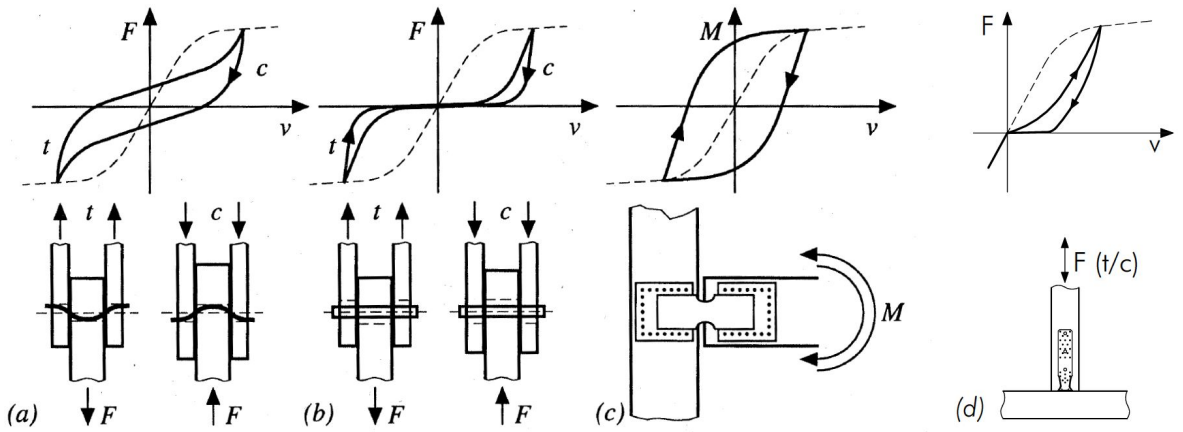


Abb. 5.17: Hysteresekurven von Holzverbindungen bei unterschiedlichen Steifigkeiten [21]

In Abbildung 5.17 (a) erkennt man eine Stabdübelverbindung, welche durch die Plastifizierung des Stahls ausreichend Energie dissipiert. [vgl. [21]]

In Abbildung 5.17 (b) erkennt man die gleiche Verbindung mit einem größeren Stabdübel. Hierbei entstehen ausschließlich Plastifizierungen im Holz. Somit ist die von der Hysteresekurve eingeschlossene Fläche viel geringer. Folglich wird bei dieser Verbindung weniger Energie dissipiert. [vgl. [21]]

Ein annähernd ideal-plastisches Verhalten zeigt Abbildung 5.17 (c). Hierbei wird die gesamte Energie in der dünnen Stahllasche dissipiert. [vgl. [21]]

Abbildung 5.17 (d) zeigt eine asymmetrische Hysteresekurve. Der Anschluss besteht aus einer Holz-Stahlblechverbindung, die bei Zugbeanspruchung (*I. Quadrant*) eine Last-Verschiebungs-Hysterese bildet, bei Querdruckbeanspruchung (*III. Quadrant*) jedoch den linear-elastischen Verlauf beibehält. [vgl. [21]]

5.3.2 Hüllkurve

Nach einer zyklischen Belastung erreicht eine Holzverbindung die gleiche Maximalbelastung, als wäre sie einer monotonen Beanspruchung ausgesetzt worden. In Abbildung 5.15 und Abbildung 5.17 ist dies durch die gestrichelte Linie angedeutet. Abweichungen von mehr als 10 % entstehen nur bei größeren Veränderungen innerhalb der Verbindung (z.B. Herausziehen eines Nagels). [vgl. [21]]

5.3.3 Tragfähigkeitsverlust

Wie in Abbildung 5.21 ersichtlich, wird bei einer quasi-statischen zyklischen Prüfung die Lastamplitude kontinuierlich gesteigert. Zu Beginn wird die Verbindung mit nur einem Zyklus belastet. Ab einer bestimmten Verschiebung werden drei Zyklen der gleichen Amplitude durchgeführt. In diesem Zusammenhang entsteht der Begriff Tragfähigkeitsverlust bzw. Festigkeitsminderung. Generell kann man sagen, dass zwischen dem ersten und dem zweiten Zyklus einer gleichen Lastamplitude der Tragfähigkeitsverlust am größten ist. [vgl. [21]]

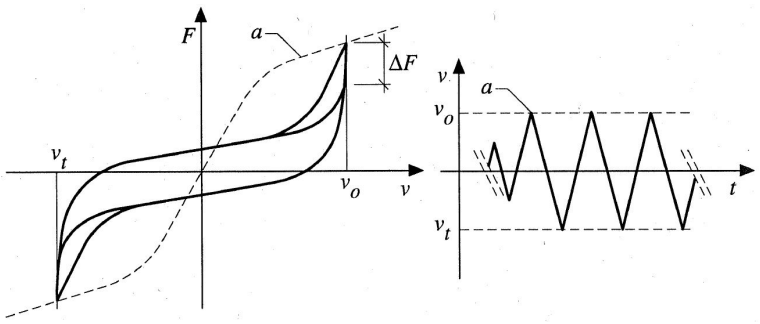


Abb. 5.18: Tragfähigkeitsverlust zwischen der ersten (a) und der dritten Belastung bei derselben Verschiebung [21]

5.3.4 Dämpfungsverhalten

Befindet sich eine Verbindung im elastischen Bereich, erfolgt die Dämpfung durch das viskose Verhalten der Holzbauteile. Das Dämpfungsmaß liegt hierbei bei ca. 1%. Sobald plastische Verformungen auftreten, wird Energie dissipiert und es kann ein äquivalentes hysteresisches Dämpfungsmaß (v_{eq}) ermittelt werden. Legt man eine Verbindung auf Energiedissipation aus, können Dämpfungen von $v_{eq} = 8 - 10\%$ erreicht werden. Im Holzbau wird standardmäßig von einer Dämpfung von 5% ausgegangen. Der Grund dafür sind Reibung- und Querdruckeinflüsse auch von nichttragenden Bauteilen. [vgl. [21]]

Energiedissipation

Die Energiedissipation wird in der EN 12512:2005 wie folgt definiert:

$$v_{eq} = \frac{E_d}{2 \cdot \pi \cdot E_p} \tag{5.14}$$

Eine Erklärung für die oben angeführte Formel der proportionalen – oder äquivalenten Dämpfung – findet sich in [21].

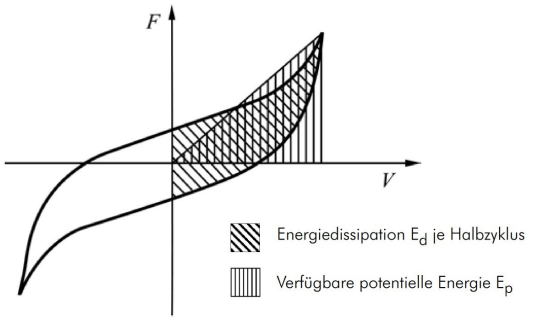


Abb. 5.19: Energiedissipation bzw. proportionales Dämpfungsverhältnis nach [39]

5.4 Ermittlung der Verbindungsmittelkenndaten

Widmet man sich bei einer statischen und/oder dynamischen Berechnung dem Gesamttragwerk, müssen vorab alle wichtigen Verbindungsmittelkenndaten ermittelt werden. Diese Kenndaten sind neben der Tragfähigkeit auch die Steifigkeit und die Duktilität einer Verbindung (siehe dazu Kapitel 2.2). Diese Kenndaten können aus unterschiedlichen Quellen bezogen werden und sind in den folgenden Kapiteln beschrieben.

5.4.1 Verbindungsmittelkenndaten aus normativer Berechnung inkl. zugehöriger Zulassungen

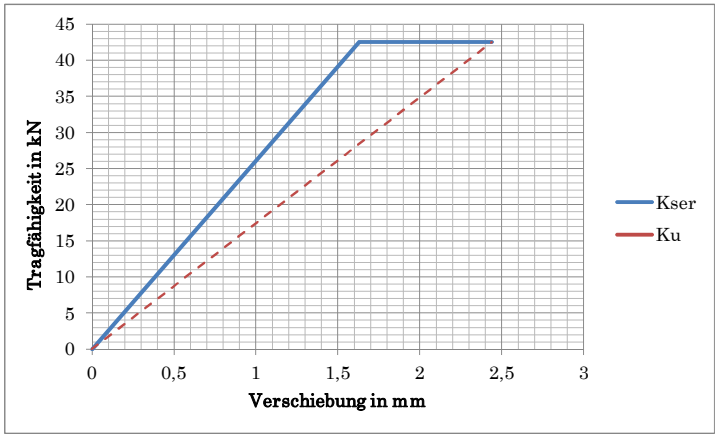
Die wohl häufigste Form Verbindungsmittelkenndaten zu beziehen ist die normative Berechnung. Zusammen mit einer normativen Verbindungsmittelberechnung gehen immer Zulassungen für gewisse Bauteile oder auch gesamte Bauteilgruppen einher. Zum Beispiel können die Materialeigenschaften der Winkel im EC 5 genormt sein, jedoch die verwendeten Verbindungsmittel – z.B. die Schrauben – in spezifischen Zulassungen der Produktentwickler geregelt sein. Bei einer normativen Verbindungsmittelberechnung sind diese Regelungen zu beachten.

Grundsätzlich werden die – nach ÖNORM EN 1995-1-1:2015 inkl. nationales Anwendungsdokument – vorgegebenen Berechnungsabläufe in Tabellenkalkulationsprogrammen als Vorlage-Datei einprogrammiert und können für ähnliche Verbindungstypen durch Ändern der Eingangswerte neu berechnet werden. Die Grundlagentheorie für die normative Berechnung wurde in Kapitel 5.2 vorgestellt. Generell wird die Nachweisführung für stiftförmige Verbindungsmittel im EC 5 sehr mannigfaltig geregelt. Die Arbeit von Hochreiner im Jahr 2014 (siehe [28]) zeigt auf, welche Elemente noch zu ergänzen wären, um den aktuellen Anwendungsbereich erweitern bzw. das aktuelle Regelwerk durch Systematisierung vereinheitlichen zu können. Zudem werden in dieser Arbeit Modelle vorgestellt, die es dem Ingenieur ermöglichen, stiftförmige Verbindungmittel – und deren Arbeitslinien – durch kommerzielle Statikprogramme (zB. FEM-Software wie RFEM von der Fa. Dlubal) zu berechnen (näheres siehe dazu in Kapitel 5.4.3).

Folgend wird ein Beispiel vorgestellt, welche den Berechnungsablauf nach ÖNORM EN 1995-1-1:2015 inkl. NAD zeigt.

Beispiel: Winkelverbinder TTF 200 von der Fa. Rothoblaas

Berechnet wird eine Schubverbindung zwischen zwei Brettsperrholzscheiben mittels Winkelverbinder TTF 200 von der Fa. Rothoblaas. Der nach ÖNORM EN 1995-1-1:2015 inkl. NAD berechnete Ablauf kann dem **Anhang B** entnommen werden. Die Ergebnisse sind folgend angeführt.



Ankernägel:	30 Stk. 4x60 mm
Blechdicke:	3 mm
Holzdicke:	10 cm
F_{Rd}	$= 42,52\ kN$
K_{ser}	$= 26,09\ kN/mm$
K_u	$= 17,40\ kN/mm$
u_y	$= 1,63\ mm$
u_u	$= 2,44\ mm$
u_{ult}	k.A.

Abb. 5.20: Diagramm: Ergebnisse der normativen Verbindungsmittelberechnung

Ein großer Nachteil der normativen Verbindungsmittelberechnung ist, dass keine Verformungswerte im Bruchzustand (u_{ult}) ermittelt werden können. Aus diesem Grund kann keine Aussage über die Duktilität getroffen werden.

5.4.2 Verbindungsmittelkenndaten aus Modellversuchen

Eine weitere Möglichkeit ist es, Verbindungsmittelkenndaten aus Versuchsreihen zu ermitteln. Die Durchführung solcher Versuchsreihen sind in folgenden Richtlinien vorgegeben:

- EN 12512:2005 [39]
- ISO 16670:2003 [29]

5.4.2.1 Ermittlung der dynamischen Parameter von Verbindungen

Um die Parameter zur Beschreibung des Verhaltens von Verbindungen unter dynamischer Beanspruchung zu erhalten, sind quasi-statische Versuche vorgeschrieben. Hierbei sind sowohl monotone als auch zyklische Versuche durchzuführen. Die ermittelten Werte aus den monotonen Versuchen (Fließverformung bzw. Bruchverformung der Verbindung) dienen als Eingangsparameter (Referenzverformung) der zyklischen Versuche. Bei den zyklischen Versuchen wird das Verhalten der Verbindung unter einer „Wechsellast“ mit steigender Amplitude beobachtet (siehe Abbildung 5.21). [vgl. [21]]

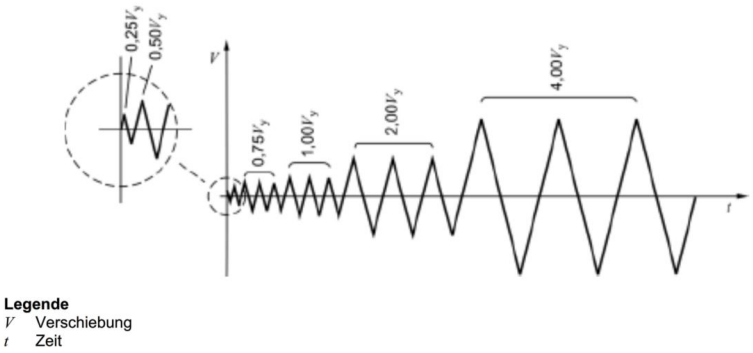


Abb. 5.21: zyklischer Prüfverlauf nach [39]

Anzumerken ist hierbei, dass die Ergebnisse von den Versuchen nach [39] nicht mit jenen der sogenannten „low cycle“ Versuche – die für die Erdbebenforschung verwendet werden – zu vergleichen sind. Im Falle eines Erdbebens tritt kein (primäres) Ermüdungsversagen ein. Während eines Erdbebens sind die Zyklen viel geringer, doch die Belastung dafür umso größer. Demzufolge tritt oft schon bei einem geringen Lastzyklus Bruchversagen ein. [vgl. [21]]

Solche Versuchsreihen werden großteils von Forschungseinrichtungen und Verbindungsmittelherstellern durchgeführt. Ein Forschungsprojekt der TU Graz mit dem Titel *„Verbindungstechnik in BSP bei monotoner und zyklischer Beanspruchung“* (siehe [23]) untersuchte mehrere Verbindungsmittel für Verbindungsmittelkenndaten. Außerdem wurden in diesem Bericht die Vor- und Nachteile der unterschiedlichen Richtlinien im Bezug auf die Versuchsdurchführung erörtert. Im Folgenden wird als Beispiel ein Ergebnisblatt aus einem Einzelversuch in [23] vorgestellt.

5.4.2.2 Beispiel: Ergebnisblatt des Winkelverbinders SST AE76 der Fa. Simpson®

In folgender Abbildung wird ein Ergebnisblatt aus einem Einzelversuch gezeigt. Aus den Daten mehrerer Einzelversuche wurden Mittelwerte gebildet.

Summary of Testresults

W_V2_T3_Z01

		positive area			negative area			
		v_{max} [mm]	corr. F [N]	ΔF [%]	v_{min} [mm]	corr. F [N]	ΔF [%]	v_{eq} [%]
cycle_1	1,25 % of v_u'	0,34	4869		-0,25	-5504		
cycle_2	2,5 % of v_u'	0,74	8200		-0,63	-9493		
cycle_3	5,0 % of v_u'	1,53	14463	-	-1,42	-16725	-	-
cycle_4	7,5 % of v_u'	2,33	20166		-2,23	-22419		
cycle_5	10 % of v_u'	3,16	24907		-3,07	-27515		
cycle_6_1	20 % of v_u'	6,54	38688	0,00%	-6,49	-41119	0,00%	16,67%
cycle_6_2		6,62	35811	7,44%	-6,52	-38894	5,41%	10,23%
cycle_6_3		6,65	34645	10,45%	-6,53	-37928	7,76%	9,47%
cycle_7_1	40 % of v_u'	13,49	55059	0,00%	-13,40	-57818	0,00%	18,77%
cycle_7_2		13,64	49266	10,52%	-13,46	-53628	7,25%	12,10%
cycle_7_3		13,70	46840	14,93%	-13,48	-51698	10,59%	11,13%
cycle_8_1	60 % of v_u'	20,54	63921	0,00%	-20,40	-65802	0,00%	16,75%
cycle_8_2		20,75	55469	13,22%	-20,51	-58969	10,38%	12,29%
cycle_8_3		20,85	51806	18,95%	-20,55	-55046	16,35%	11,33%
cycle_9_1	80 % of v_u'	27,81	64261	0,00%	-27,54	-64048	0,00%	15,25%
cycle_9_2		28,05	53163	17,27%	-27,68	-53455	16,54%	12,25%
cycle_9_3		28,16	45675	28,92%	-27,70	-46434	27,50%	11,57%
cycle_10_1	100 % of v_u'	35,08	51395	0,00%	-34,69	-50698	0,00%	14,55%
cycle_10_2		35,25	39871	22,42%	-34,79	-41299	18,54%	12,90%
cycle_10_3		35,34	32424	36,91%	-34,93	-33976	32,98%	12,21%
cycle_11_1	120 % of v_u'	42,45	31959	0,00%	-42,20	-30907	0,00%	15,42%
cycle_11_2		42,55	25084	21,51%	-42,22	-24428	20,96%	13,87%
cycle_11_3		42,62	21499	32,73%	-42,27	-19216	37,83%	11,99%
cycle_12_1	140 % of v_u'	0,00	#NV	#NV	0,00	#NV	#NV	#NV
cycle_12_2		0,00	#NV	#NV	0,00	#NV	#NV	#NV
cycle_12_3		0,00	#NV	#NV	0,00	#NV	#NV	#NV

		F_{max} [N]	corr.v [mm]	F_y [N]	v_y [mm]	F_u [N]	v_u [mm]
first envelope curve	pos. area	67270,3	27,6	51046,0	6,7	53816,2	35,0
	neg. area	-69776,1	-20,3	-51828,4	-5,9	-55820,9	-33,6
second envelope curve	pos. area	57671,8	20,7	40322,8	4,9	46137,5	32,9
	neg. area	-61634,5	-20,5	-42482,0	-4,5	-49307,6	-31,5
third envelopecurce	pos. area	53424,6	20,8	35546,5	4,2	42739,7	30,7
	neg. area	-56736,3	-20,5	-38318,0	-3,8	-45389,0	-29,3

		$K_{ser,dyn}$ [N/mm]	$K_{ser,Fest}$ [N/mm]	μ [-]	INFO
first envelope curve	pos. area	1802,2	1868,2	5,2	Fu = 0,8*Fmax
	neg. area	2033,6	2113,7	5,7	Fu = 0,8*Fmax
second envelope curve	pos. area	1941,4	1867,0	6,7	Fu = 0,8*Fmax
	neg. area	2182,3	2113,7	7,1	Fu = 0,8*Fmax
third envelopecurce	pos. area	1995,7	1866,3	7,4	Fu = 0,8*Fmax
	neg. area	2273,9	2113,7	7,6	Fu = 0,8*Fmax

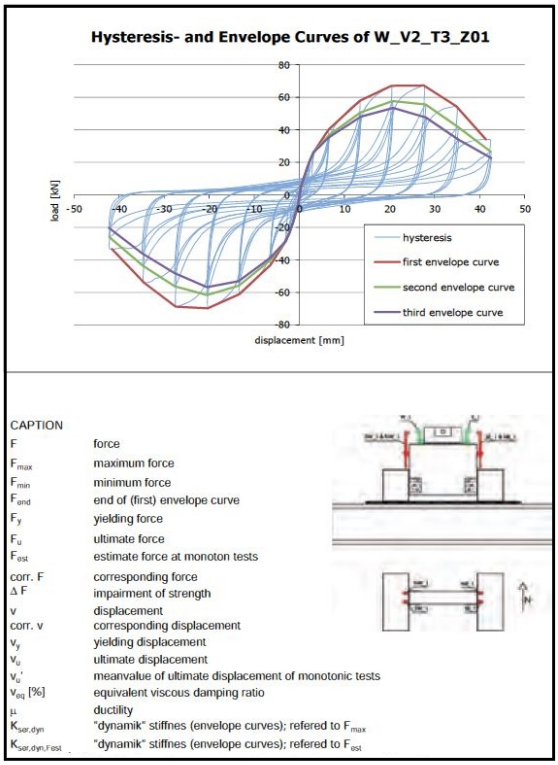


Abb. 5.22: Beispiel: Ergebnisblätter zyklischer Einzelversuche nach [23]

Leider muss im Zuge dieser Arbeit festgestellt werden, dass Verbindungsmittelkenndaten durch Modellversuche nur spärlich zu finden sind. Für eine dynamische Berechnung von Tragwerken sollten dem (Holz-)Bauingenieur solche Kenndaten jedoch zur Verfügung stehen.

5.4.3 Verbindungsmittelkenndaten aus FEM-Simulationen

Da die historisch gewachsene Verbindungsmittelberechnung nach Norm die Nachgiebigkeiten bzw. Duktilitäten nur unzureichend behandelt, beschäftigte sich Hochreiner in seiner Dissertation im Jahr 2014 (siehe [28]) mit der Verbindungsmittelberechnung durch gängige FEM-Softwares. Er entwickelte Stabmodelle, die das nichtlineare Last-Verschiebungsverhalten berücksichtigen. Durch diesen Ansatz ist es dem Ingenieur möglich, Verbindungsmittelkenndaten wirtschaftlich (ohne aufwändige Modellversuche) zu ermitteln. Im Folgenden wird ein Beispiel aus [28] als Zusammenfassung vorgestellt.

Beispiel: Verbindungsmittelberechnung mit FEM-Software

Durch geeignete *„Stabmodelle können makroskopisch beobachtete Phänomene wie elastisch-plastische Bettungsverhälnisse in der Kontaktzone zwischen stiftförmige Verbindungsmittel und Holz oder die Ausbildung plastischer Rotationen im stiftförmige Verbindungsmittel für Bauaufgaben ausreichend genau abgebildet werden.“* [28]

In Abbildung 5.23 erkennt man die Eingangswerte mit den Bauteilabmessungen (oben) und dem zugehörigen Stabmodell (unten). Die genaue Modellbildung kann in [28] nachgelesen werden.

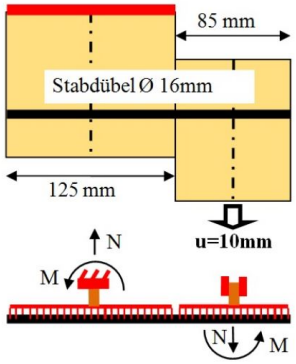


Abb. 5.23: Modell aus [28]

Neben den Bettungskräften, den Querkräften und dem Momentenverlauf (siehe Abbildung 5.24) kann auch eine Last-Verschiebungskurve (LV-Kurve) ausgegeben werden (siehe Abbildung 5.25). Hierbei ist die Berechnung als Stabkette (SK) und mit der Fließgelenk-Theorie (FG) durchgeführt worden. Man erkennt, dass sich die Arbeitslinien nahezu decken. Aus dieser Arbeitslinie können nichtlineare Federkennlinien ganzer Verbindungsmittelgruppen abgeleitet werden.

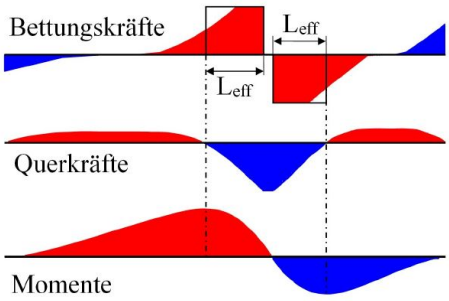


Abb. 5.24: Schnittkräfte aus [28]

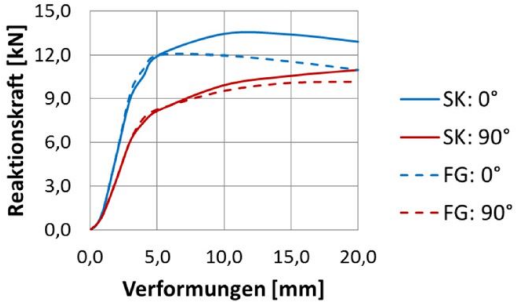


Abb. 5.25: LV-Kurve aus [28]

Das gezeigte Beispiel ist eine einschnittige Holz-Holz-Verbindung. Selbstverständlich lassen sich diese Modelle auch auf Holz-Stahl- bzw. Holz-Holzwerkstoff-Verbindungen anwenden. Entscheidend ist die korrekte Modellbildung mit allen zugehörigen Materialparametern.

5.4.4 Vergleich der Kenndaten einer ausgewählten Verbindung

Folgendes Diagramm zeigt die Verbindungsmittelkenndaten des Schubwinkel TTF 200 der Fa. Rothoblaas, mit je 30 Stk. Ankernägeln ø4 x 60 mm befestigt. Hierbei wird ersichtlich,

welche Unterschiede die Kenndaten aufweisen können. Verglichen werden die Kenndaten aus der normativen Berechnung (diese Berechnung wurde in Kapitel 5.4.1 durchgeführt) mit den Kenndaten aus Modellversuchen (die Ergebnisse wurden von der Fa. Rothoblaas zur Verfügung gestellt).

	Ergebnis aus normativer Berechnung	Ergebnis aus einem Einzelversuch	
F_{Rd} =	42,52	76,20	kN
K_{ser} =	26,09	8,21	kN / mm
K_u =	17,40	5,47	kN / mm
u_y =	1,63	7,01	mm
u_u =	2,44	15,50	mm
u_{ult} =	k.A.	26,08	mm

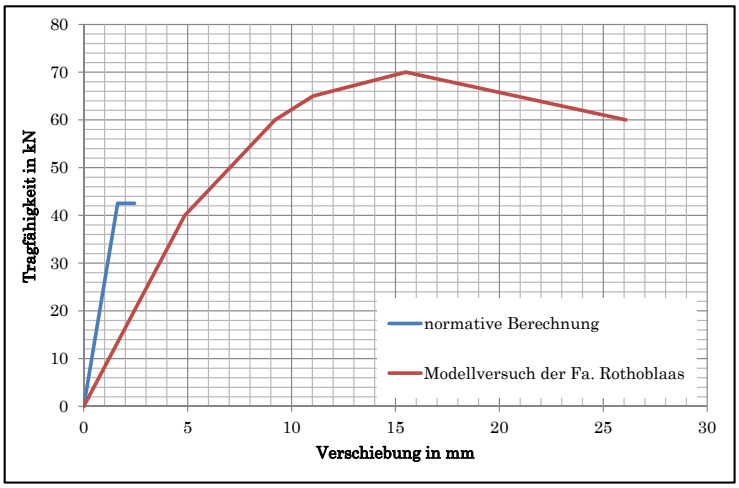


Abb. 5.26: Diagramm mit Tabellenwerten: Vergleich der Verbindungsmittelkenndaten

Wie in Kapitel 2.2.2.3 beschrieben, kann mit dem *„Verformungsmodul im Bruchzustand (K_u)“* (K_u ist ein Wert aus der normativen Verbindungsmittelberechnung) eine Aussage über das Verhalten der Verbindung in der Nähe des Bruchzustandes gemacht werden. Wie jedoch in Abbildung 5.26 ersichtlich, liegen die Bruchzustände doch sehr weit auseinander. In den folgenden Kapiteln wird man erkennen, dass gerade solche nichtlinearen Verbindungsmittelkenndaten in einer dynamischen Strukturberechnung von ausschlaggebender Bedeutung sind.

Aus der Sicht des Verfassers ist davon auszugehen, dass Verbindungsmittelkenndaten aus Modellversuchen eher der Realität entsprechen als Kenndaten aus einer normativen Berechnung, in der unter anderem die Steifigkeit als Funktion der Rohdichte des Holzes ermittelt wird (siehe Formel 5.15). Die Erfahrung zeigt, dass die Rohdichten der Hölzer – je nach Holzlieferant – doch sehr weit streuen können.

$$K_{ser} = 2 \cdot \frac{\rho_m^{1,5} \cdot d^{0,8}}{30} \qquad \text{und} \qquad K_u = \frac{2}{3} \cdot K_{ser} \qquad \text{in } N/mm \tag{5.15}$$

Dabei ist:

ρ_m ... mittlere Rohdichte des Holzes in kg/m^3

d ... der Nageldurchmesser in mm

Angesichts der großen Unterschiede bei der Steifigkeit (K_{ser} und K_u) aber auch der Tatsache geschuldet, dass die Duktilität aus der normativen Berechnung nicht hervorgeht, empfiehlt es sich, die Verbindungsmittelkenndaten soweit wie möglich aus realen Versuchsergebnissen zu beziehen!

5.5 Beispiel: Simulation der Verbindungsmittel an einer Wandscheibe

Um den Einfluss der einzelnen Verbindungen und die Wirkungsweise auf das Gebäude besser verstehen zu können, sind Untersuchungen an einzelnen Wänden durchaus praktikabel. Bei den Modellen kann der Einfluss der sog. Gruppenwirkung der Verbindungen im Wandsystem und nicht zuletzt das Verformungsverhalten der Wand bei unterschiedlichen Verbindungskonfigurationen und Wandöffnungen untersucht werden. [vgl. [22]]

Das folgende Beispiel soll zeigen, welchen Einfluss die Verbindungsmittel an einer einzelnen Wandscheibe haben. Zuerst wird die Wand mit den realitätsnahen Verbindungsmitteln in einer Finite-Elemente-Software simuliert. Anschließend werden die Kapazitätskurven mit einem 1:1 Modell der Universität Kassel verglichen, um die Legitimität der Simulationen zu bestätigen. Als Vergleich wird die starre Verbindung zum Untergrund (Einspannung) ebenfalls betrachtet.

5.5.1 Angaben und Randbedingungen

Die Angabe bezieht sich auf die Versuchsreihe der Universität Kassel, die im Jahr 2012 durchgeführt wurde. Ein Bericht hierzu findet sich in [22].

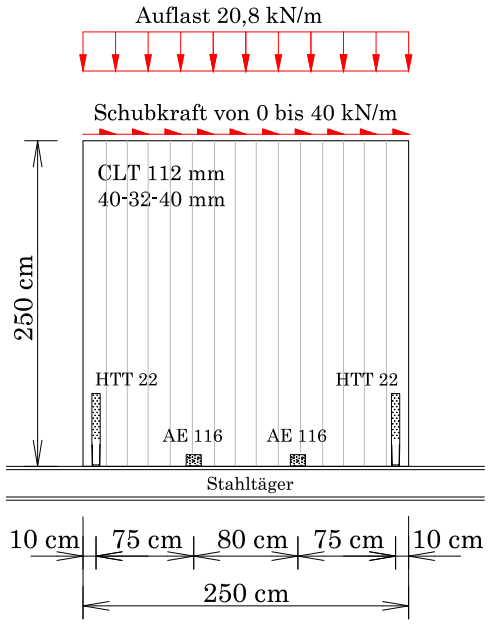


Abb. 5.27: Skizze: Wandmodell aus [22]

CLT 112 mm:	40 - 32 - 40 mm aus C24
Breite:	250 cm
Höhe:	250 cm
Schubwinkel:	2 Stk. AE116 von Simpson
Wandanschluss:	14 Stk. Rillennägel ø4x 60 mm
Bodenanschluss:	2 Stk. Bolzen ø12 mm
Zuganker:	2 Stk. HTT22 von Simpson
Wandanschluss:	15 Stk. Rillennägel ø4x 60 mm
Bodenanschluss:	1 Stk. Bolzen ø16 mm
Lasten:	
Auflast:	20,8 kN/m
Schubkraft:	wird gesteigert von 0-40 kN/m
Reibbeiwert:	zw. Stahl und Holz $\mu = 0,4$

Die Arbeitslinien der Verbindungsmittel wurden aus einer Versuchsreihe der TU Graz entnommen und können in [23] nachgelesen werden! Sämtliche Simulationen wurden mit der FEM-Software RFEM der Fa. Dlubal durchgeführt.

5.5.2 Wandscheibe mit nachgiebiger Verbindung

Bei der nachgiebigen Verbindungsmittelmodellierung besteht die Herausforderung darin, die Wirklichkeit so realistisch wie nur möglich abzubilden. Modellierungen auf der *„sicheren Seite“* oder sonstige Vereinfachungen können die Ergebnisse erheblich beeinflussen.

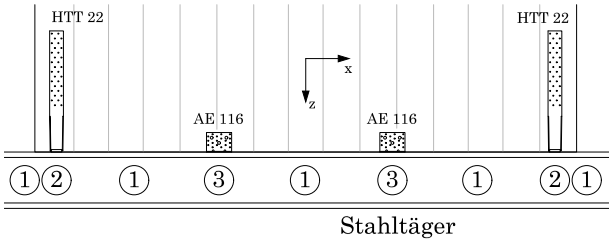


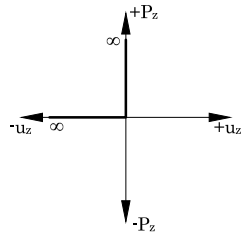
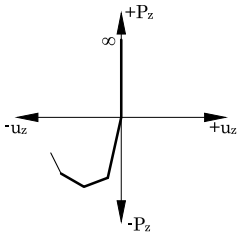
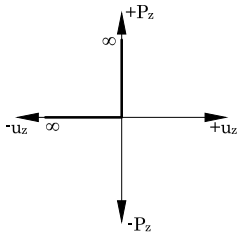
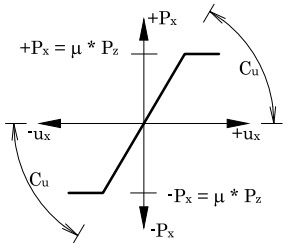
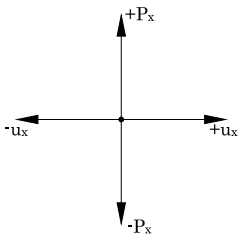
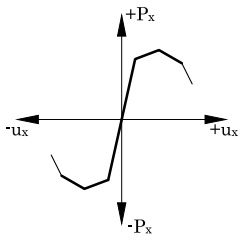
Abb. 5.28: Auflagersituation der Wandscheibe

In Abbildung 5.28 wird der Anschluss zwischen Stahlträger und Brettsperrholzwand in 3 Teile unterteilt:

- (1) - normales Auflager
- (2) - Zuganker
- (3) - Schubwinkel

In einer ebenen Betrachtung (2D) hat jeder Anschluss drei Gelenkbedingungen: ein Normalkraftgelenk (u_z), ein Querkraftgelenk (u_x) und ein Momentengelenk (φ_y). Da das Momentengelenk ohne Federsteifigkeit voll existiert, wird das Normalkraft- und Querkraftgelenk wie folgt definiert:

Tab. 5.2: Diagramme: Schematische Darstellung der Gelenkbedingungen (Nichtlinearitäten)

	(1) Normales Auflager	(2) Zuganker	(3) Schubwinkel
Normalkraft-gelenk u_z			
	Wird das Gelenk positiv belastet, können die Kräfte übertragen werden. Bei einer negativen Belastung wird die Wand abgehoben.	Wird das Gelenk positiv belastet, können die Kräfte übertragen werden. Bei einer negativen Belastung wird die Arbeitslinie des Zugankers aktiviert.	Wird das Gelenk positiv belastet, können Kräfte übertragen werden. Bei einer negativen Belastung wird die Wand abgehoben (Theoretisch kann der Schubwinkel nur wenig Zugkräfte aufnehmen).
Querkraft-gelenk u_x			
	Die Reibkraft zwischen Wand und Stahlträger wird bestimmt durch den Reibungskoeffizienten μ und der Auflast P_z. Die Nachgiebigkeit (Verformung) bestimmt die Federkonstante C_u.	Praktisch kann der Zuganker nur wenig Schubkräfte übertragen. Hier wird die Annahme getroffen, dass der Zuganker keine Querkräfte überträgt.	In beide Richtungen wird die Arbeitslinie des Schubwinkels aktiviert.

Modellierung in RFEM:

Die Anschlüsse werden in RFEM mit sogenannten Koppelstäben modelliert (siehe Abbildung 5.29). Hierbei werden die Stäbe alle 5 cm angeordnet und als unendlich starr angenommen. Bei den Anschlüssen zwischen Stäben und Wand werden die jeweiligen Gelenksbedingungen nach Tabelle 5.2 zugeordnet.

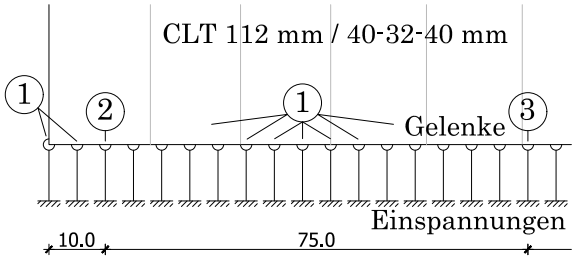


Abb. 5.29: Auflagersituation der nachgiebigen Wand

Ergebnisse der Wandscheibe mit nachgiebiger Verbindung

Die Abbildung 5.30 zeigt das Ergebnis bei einer horizontalen Schubkraft von 50 kN ($40,0\ kN/m \cdot 2,5\ m \cdot 0,5 = 50\ kN$). Die Wand wird hierbei soweit angehoben, dass der Zuganker mit 24,2 kN und die Schubwinkel mit 15,6 kN aktiviert werden. Die restlichen Horizontalkräfte werden von der Reibung zwischen BSP-Wand und Stahlträger übernommen.

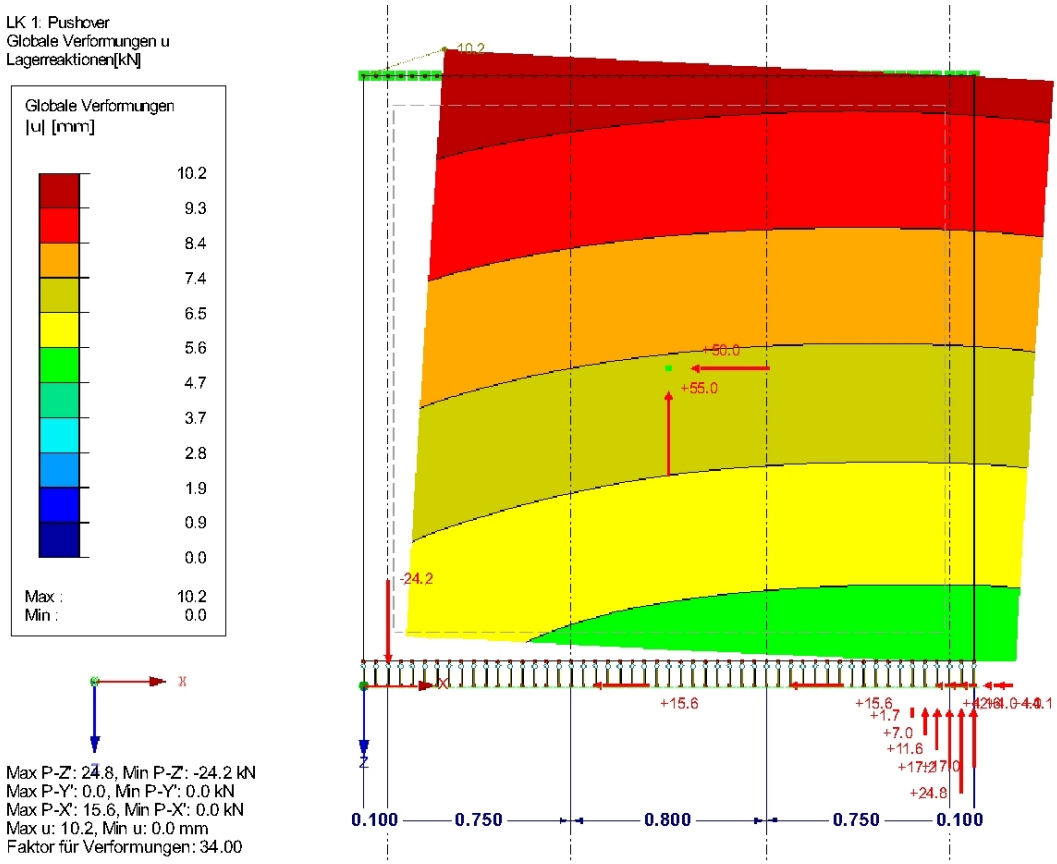


Abb. 5.30: Ergebnisse der Wandscheibe mit nachgiebiger Verbindung

5.5.3 Wandscheibe mit starrer Verbindung

Modellierung in RFEM:

Die Anschlüsse werden hierbei ebenfalls mit Koppelstäben modelliert (siehe Abbildung 5.31). Der Unterschied zum Beispiel mit den nachgiebigen Verbindungen besteht darin, dass keine Gelenkbedingungen modelliert wurden. Hierbei werden die Anschlüsse als Einspannung angenommen.

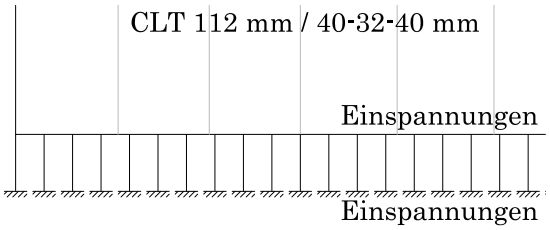


Abb. 5.31: Auflagersituation der starren Wand

Ergebnisse der Wandscheibe mit starrer Verbindung

Die Abbildung 5.32 zeigt das Ergebnis bei einer horizontalen Schubkraft von 50 kN ($40,0\ kN/m \cdot 2,5\ m \cdot 0,5 = 50\ kN$). Im Gegensatz zur Abbildung 5.30 erkennt man, dass die Wand nicht abhebt. Aus diesem Grund sind die Verformungen am Wandkopf um ein Vielfaches geringer.

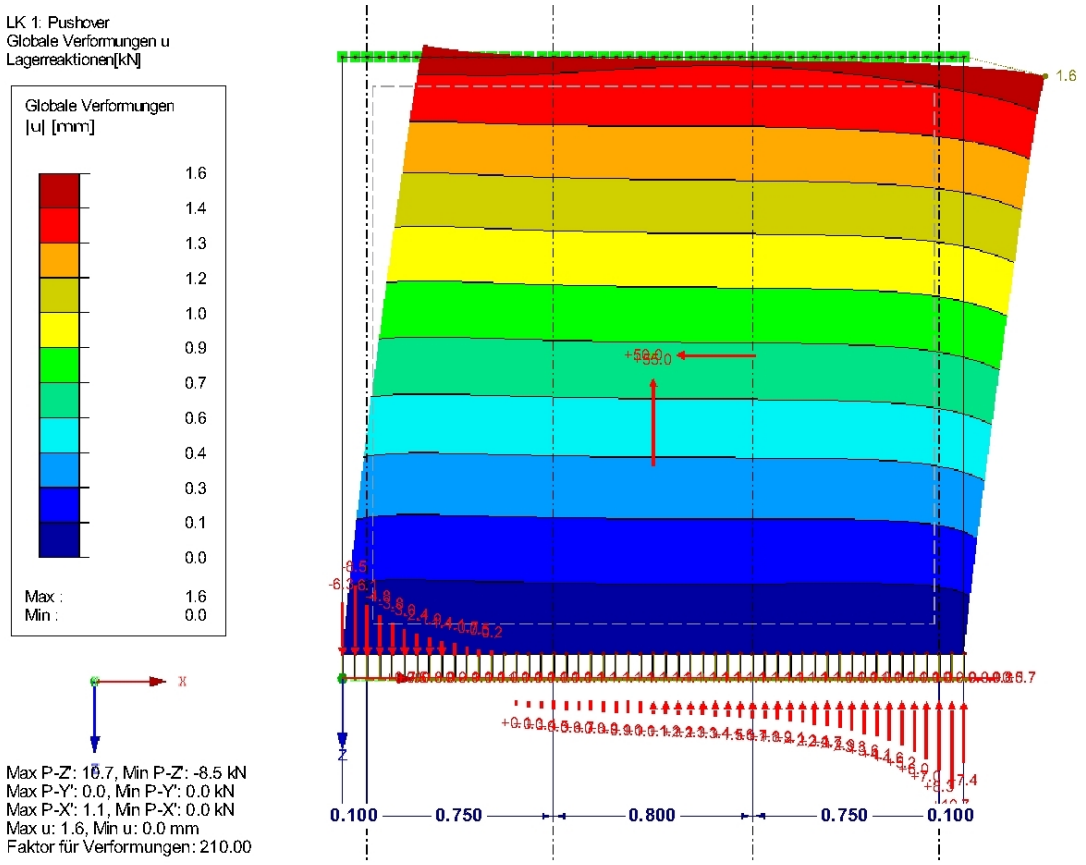


Abb. 5.32: Ergebnisse der Wandscheibe mit starrer Verbindung

5.5.4 Vergleich der Ergebnisse zwischen starrer und nachgiebiger Verbindung

Die Ergebnisse werden anhand einer Kapazitätskurve verglichen. Eine Kapazitätskurve stellt den Zusammenhang zwischen Belastung und Verformung eines statischen Systems dar. In Abbildung 5.33 wird ersichtlich, welchen Einfluss die Anschlüsse bzw. Verbindungen haben. Bei einer Schubkraft von knapp 75 kN (die Auflast beträgt immer 20,8 kN/m) sind die Verformungen bei einer nachgiebigen Verbindung um ca. 15 mal größer als bei einer starren Verbindung. Man erkennt zudem, dass bei geringer Schubkraft (bis 20 kN) die Steifigkeiten ähnlich sind. Wird die Wand abgehoben und die Reibkraft zwischen Stahlträger und BSP-Wand inaktiv, stellen sich größere Verformungen ein und die Steifigkeit der Wand sinkt.

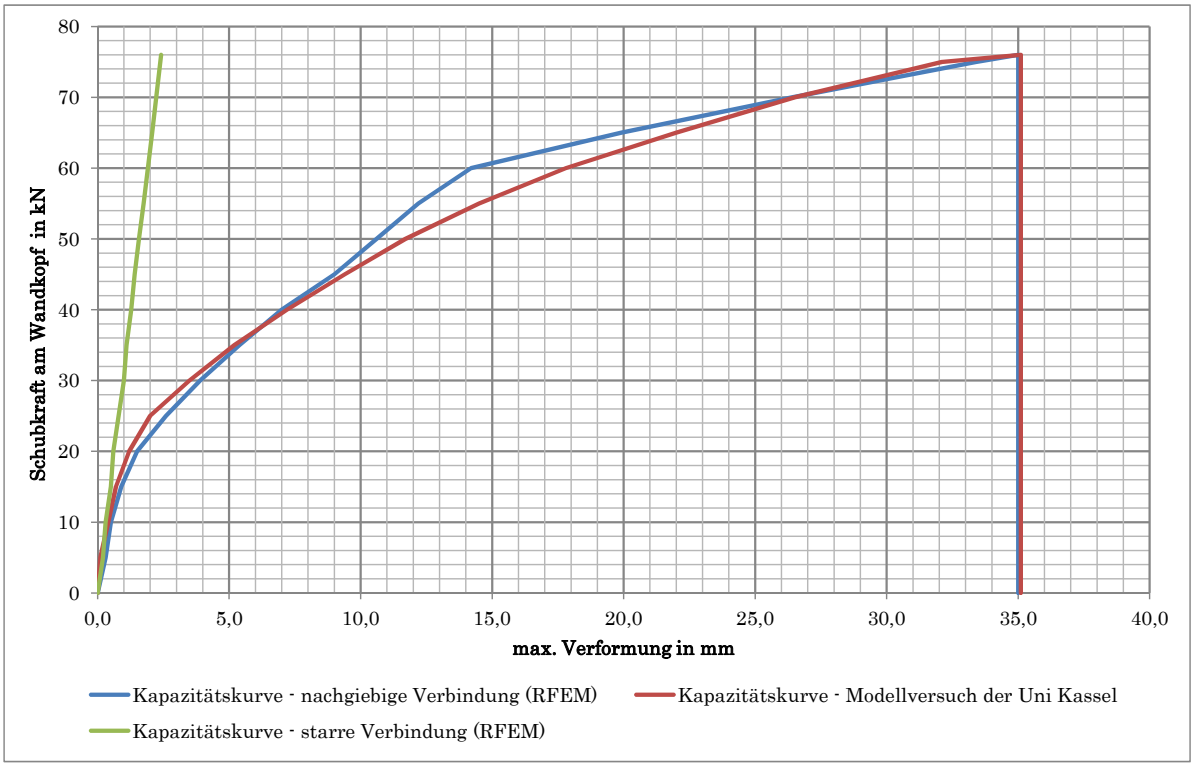


Abb. 5.33: Diagramm: Vergleich zwischen starrer und nachgiebiger Verbindung anhand einer Kapazitätskurve

Zum Vergleich wird in Abbildung 5.33 auch das Ergebnis aus dem Modellversuch der Universität Kassel angegeben. Man erkennt, dass das Versuchsergebnis mit dem Simulationsergebnis für den baupraktischen Bereich nahezu übereinstimmt. Ein Bericht zum Modellversuch findet sich in [22]. Zudem werden in diesem Bericht noch andere Wandtypen (mit Längsstoß, mit Öffnungen,...) mit unterschiedlichen Verbindungen vorgestellt.

Aus dem gezeigten Beispiel wird ersichtlich, dass die Ergebnisse – in diesem Fall das Last-Verformungsdiagramm – der Simulationen mit den gewählten Modellierungen durchaus für eine weiterführende Berechnung am Gesamttragwerk herangezogen werden kann.

Kapitel 6

Entwurf und Berechnung von mehrgeschossigen Brettsperrholzbauten

Dieses Kapitel befasst sich zu Beginn mit dem grundlegenden Erdbebenentwurf von Brettsperrholzbauten. Hierbei werden Konstruktionsregeln und die Leitprinzipien des Erdbebenentwurfs vorgestellt. Anschließend wird auf die nichtlineare Berechnung durch die Kapazitätsspektrum-Methode eingegangen. Dabei wird ein Rezept vorgestellt, bei dem der Verhaltensbeiwert – individuell für jedes Beben und individuell für jedes Tragwerk – ermittelt werden kann.

6.1 Erdbebengerechter Entwurf im Brettsperrholzbau

6.1.1 Konstruktionsregeln

Da die Stärke eines Erdbebens nicht mit Sicherheit voraus zu sehen ist, müssen Grundregeln und Leitprinzipien im Erdbebenentwurf eingehalten werden. Durch diese Grundregeln – wie Einfachheit, Regelmäßigkeit und Redundanz (Schaffung alternativer Kraftpfade) –, kann man davon ausgehen, dass Bauwerke auch über dem Bemessungsbeben ein akzeptables Verhalten zeigen. [vgl. [15]]

Obwohl die Berechnungs- und Bemessungsmöglichkeiten durch FEM-Simulationen immer besser werden, darf die Grundkonstruktion nicht aus den Augen verloren werden. Ein grober Verstoß gegen die Grundregeln kann durch eine noch so ausgeklügelte und detaillierte Berechnung nicht wieder gut gemacht werden. Hierbei empfiehlt sich die enge Zusammenarbeit zwischen Architekt und (Holz-)Bauingenieur schon in der frühen Entwurfsphase. [vgl. [21]]

6.1.2 Die Leitprinzipien des Entwurfkonzepts

An dieser Stelle werden kurz die grundlegenden Leitprinzipien eines Erdbebenentwurfs vorgestellt. Detailliertere Ausführungen können in [15] nachgelesen werden.

6.1.2.1 Konstruktive Einfachheit

Konstruktive Einfachheit im Sinne von klaren und direkten Wegen der Kraftableitung. Hierbei können Unsicherheiten im Berechnungsmodell verringert werden und erleichtern die Erdbebenberechnung erheblich. [vgl. [21], [15]]

6.1.2.2 Regelmäßigkeit, Symmetrie und Redundanz

Eine regelmäßige Grundrissgestaltung bedeutet, dass in orthogonaler Richtung die symmetrische Tragstruktur angestrebt wird. Ist zudem noch eine Kompaktheit möglich, ergibt sich das Steifigkeitszentrum (Schubmittelpunkt: Schwerpunkt der Steifigkeiten aller in der horizontalen Aussteifung beteiligten vertikalen Tragelemente) in der Nähe des Massenzentrums (Schwerpunkt

aller darüber liegenden Massen). Wird die regelmäßige Grundrissgestaltung über die einzelnen Stockwerke weitergeführt, spricht man von einer regelmäßigen Aufrissgestaltung. Unter Redundanz versteht man die Möglichkeit der Lastumlagerung. D.h. es werden im Normalfall nicht benötigte Tragelemente unter – der außergewöhnlichen Einwirkung – Erdbeben aktiviert. Günstige und ungünstige Grundriss- und Aufrissgestaltungen werden in Kapitel 6.1.3 gezeigt. [vgl. [21], [15]]

6.1.2.3 Torsionsbeanspruchbarkeit und Torsionssteifigkeit

Sind Schubmittelpunkt und Massenmittelpunkt zu weit voneinander entfernt, entstehen Torsionsbewegungen. Durch zusätzliche Tragelemente bzw. durch steifere Holzverbindungen kann die Torsionssteifigkeit erhöht und Drehbewegungen unter Erdbebenlast vermieden werden. [vgl. [21], [15]]

6.1.2.4 Scheibenwirkung der Decken auf Geschossebene

Die Scheibenwirkung der Geschossdecken ist für die Aufnahme und gleichmäßige Verteilung der einwirkenden Erdbebenkräfte verantwortlich. Damit die benötigte Steifigkeit in Deckenebene gewährleistet ist, muss die Auswahl der Holzverbindungen unter den einzelnen Brettsperrholz-Deckenelementen sorgfältig getroffen werden. [vgl. [21], [15]]

6.1.2.5 Ausreichende Gründung

Die Gründung muss Erdbebenlasten auf die darüber liegenden Bauteile soweit wie möglich gleichmäßig verteilen. Welche Gründungsarten für das jeweilige Bauwerk geeignet sind, muss individuell abgestimmt werden. Bei unterschiedlichen Bodenbeschaffenheiten gilt besondere Vorsicht. [vgl. [21], [15]]

6.1.3 Grund- und Aufrissgestaltung

Folgende Abbildungen zeigen günstige und ungünstige Grund- und Aufrissgestaltungen, wie sie in der ÖNORM EN 1998-1:2013 [3] und in einschlägiger Literatur vorgeschlagen werden. Man erkennt gut, wie sich das Steifigkeitszentrum durch architektonische Elemente steuern lässt. [vgl. [21]]

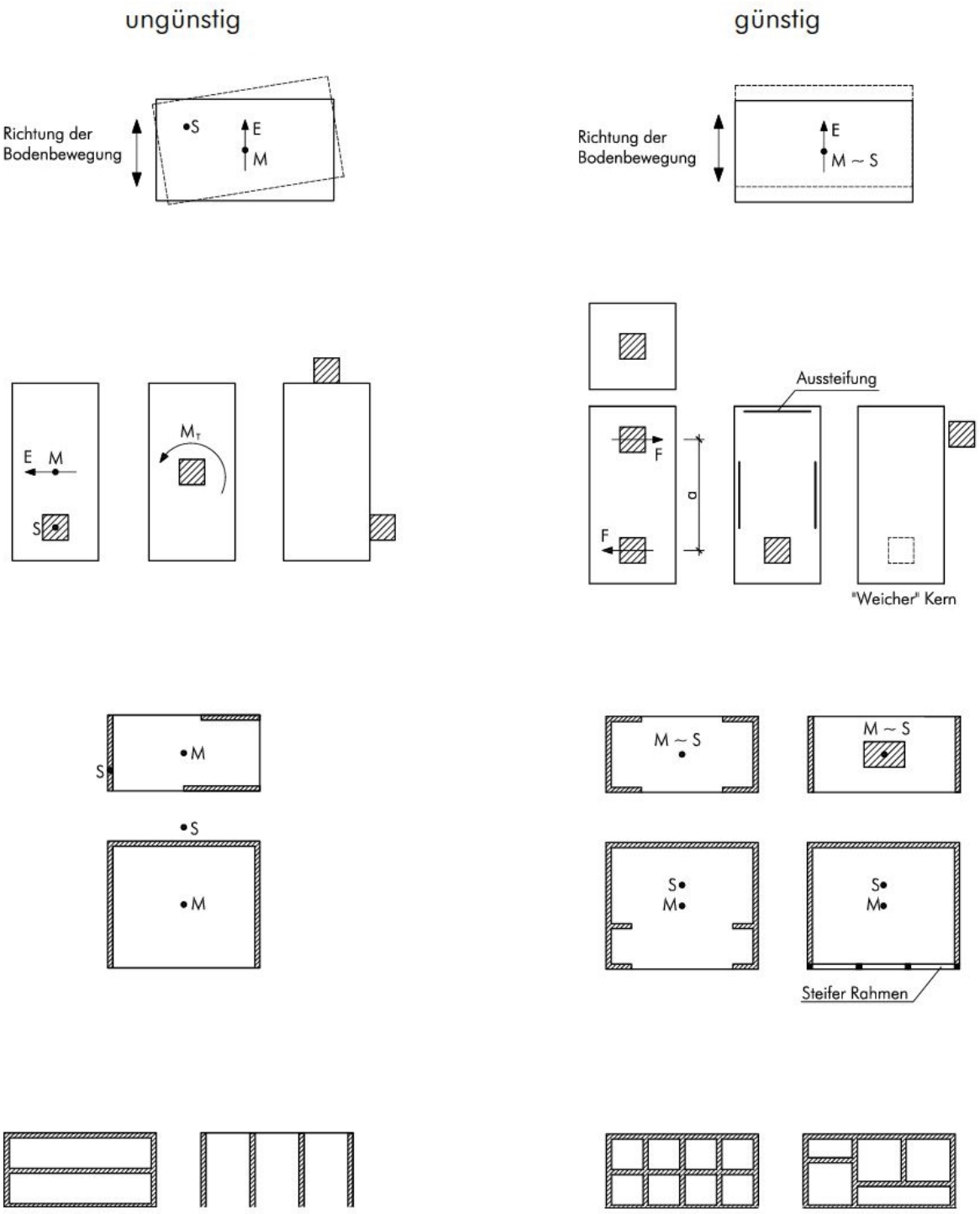


Abb. 6.1: günstige und ungünstige Verteilung von Massen und Steifigkeiten im Grundriss [21]

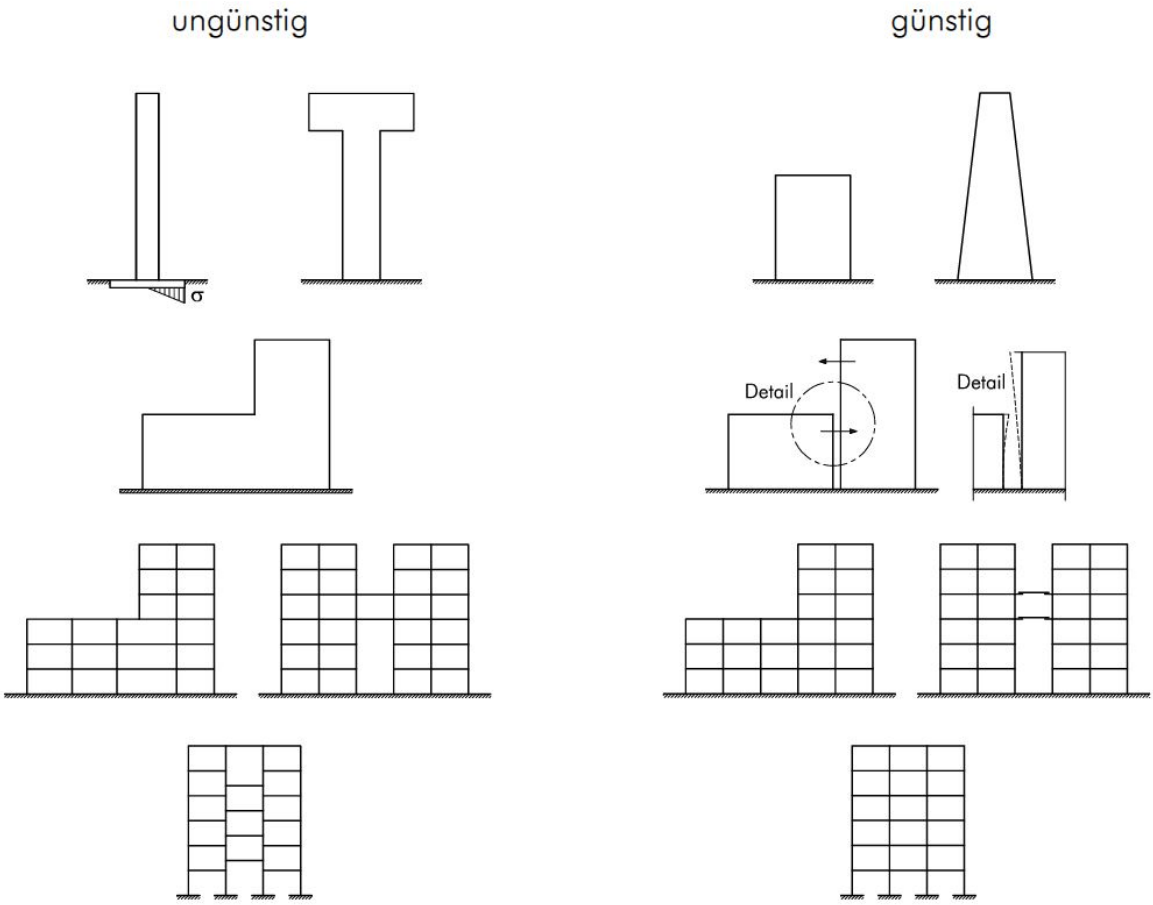


Abb. 6.2: günstige und ungünstige Aufrissgestaltung [21]

6.2 Nichtlineare Berechnung durch die Kapazitätsspektrum-Methode

6.2.1 Allgemeines zur nichtlinearen statischen Berechnung

Die nichtlineare statische Berechnung gehört zur verformungsbasierten Berechnung. Dieses Berechnungsverfahren geht wesentlich genauer auf das Verhalten des Bauwerks bzw. auf die einwirkenden Kräfte ein als rein lineare Berechnungen. Wird zudem mit der Kapazitätsbemessung das Tragwerksverhalten unter Erdbebenbelastung bestimmt, können Tragwiderstände und Duktilitäten je nach Wunsch angepasst werden. Ein großer Vorteil ist hierbei, dass für eine lineare Berechnung (zb. für das Antwortspektrumverfahren) der Verhaltensbeiwert (q-Faktor) bestimmt werden kann. [vgl. [37]]

Im Folgenden wird die nichtlineare Berechnung durch die Kapazitätsspektrum-Methode als Zusammenfassung beschrieben. Eine detailliertere Ausführung kann in [37] nachgelesen werden.

6.2.2 Berechnung des Gebäude-Kapazitätsspektrums

Grundlage einer nichtlinearen statischen Berechnung bildet die Ermittlung der Bauwerkskapazität („Pushover-Kurve“). Hierbei werden die Vertikallasten (Eigengewicht, Nutzlasten,...) konstant gehalten und die Horizontallasten (eben die Erdbebenlasten) so lange monoton gesteigert, bis Systemversagen eintritt. Durch die Berücksichtigung von nichtlinearem Materialverhalten, Sys-

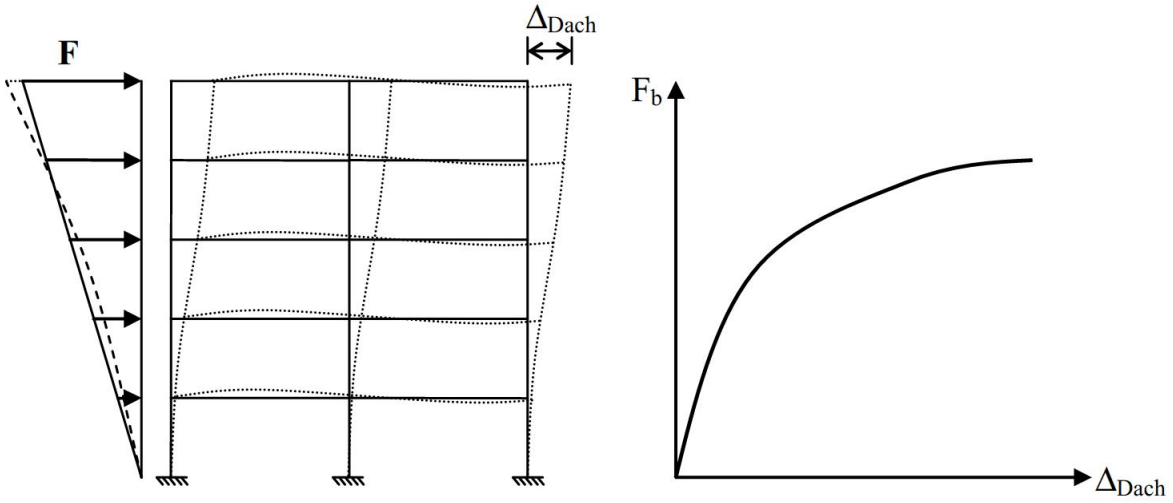


Abb. 6.3: Ermittlung der Last-Verformungskurve (Pushover-Kurve) [37]

temverhalten (Einflüsse aus Theorie 2. Ordnung, etc.) und dem Verhalten der Verbindungen, kann eine nichtlineare Last-Verformungskurve ermittelt werden. Üblicherweise wird die Verschiebung am Dach (meist im Massenmittelpunkt) als Funktion des Fundamentschubes dargestellt (Abbildung 6.3). [vgl. [37]]

6.2.2.1 Transformation der Bauwerkskapazität

Wird die Kapazitätskurve bzw. die Last-Verformungskurve in ein Spektralbeschleunigungs-Spektralverschiebungsdiagramm (S_a als Funktion von S_d) transformiert, kann mit Hilfe des Antwortspektrums die maximale Spektralverschiebung (der sogenannte „Performance Point“) ermittelt werden (Abbildung 6.4). Bei der Umrechnung wird jeder Punkt der Kapazitätskurve ($F_{b,i}$, $\Delta_{Dach,i}$) durch die Beziehungen

$$S_{a,i} = \frac{F_{b,i}}{M_{\Sigma.Mo.eff} \cdot f_{me.1}} \qquad \text{und} \qquad S_{d,i} = \frac{\Delta_{Dach,i}}{\Gamma_1 \cdot \phi_{1.3}} \tag{6.1}$$

in den zugehörigen Punkt ($S_{a,i}$ und $S_{d,i}$) des Kapazitätsspektrums transformiert. [vgl. [37]]

Dabei ist:

$S_{a,i}$	... Spektralbeschleunigung
$S_{d,i}$	... Spektralverschiebung
$M_{\Sigma.Mo.eff}$	... effektive Gesamtmasse
$f_{me.1}$	... Verhältnis der eff. Modalmasse $M_{Mo.1.eff}$ zur eff. Gesamtmasse $M_{\Sigma.Mo.eff}$
Γ_1	... Anteilsfaktor für die erste Grundeigenform
$\phi_{1.3}$	... Ordinate der Grundeigenform auf Höhe des Daches

Die beschriebenen Faktoren können entweder aus einer Modalanalyse (siehe zb. Anhang A für den Aussichtsturm mit starrer Verbindung) oder bei einer FEM-Simulation aus dem Programm entnommen werden. [vgl. [37]]

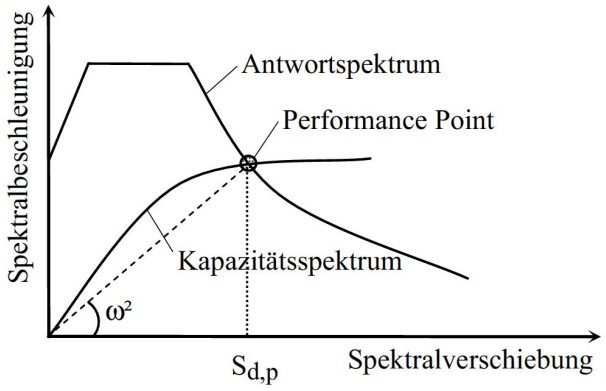


Abb. 6.4: Überlagerung von Antwort- und Kapazitätsspektrum [37]

6.2.2.2 Abminderung des Antwortspektrums

In der Regel wird bei der Kapazitätsspektrum-Methode ein elastisches Antwortspektrum verwendet. Die Umrechnung in ein Spektralbeschleunigungs-Spektralverschiebungsdiagramm (S_a als Funktion von S_d) erfolgt nach folgender Gleichung:

$$S_{d,i} = S_{a,i} \cdot \frac{T_i^2}{4 \cdot \pi^2} \tag{6.2}$$

Der Einfluss der Energiedissipation kann durch die Abminderung des elastischen Antwortspektrums ermittelt werden. Hierbei wird die effektive Gesamtdämpfung des Systems ζ_{eff} wie folgt beschrieben:

$$\zeta_{eff} = \zeta_0 + \zeta_{eq} \tag{6.3}$$

Hierbei ist ζ_0 die viskose Holz-Bauteildämpfung. Im Holzbau kann dieser Wert mit 5% angenommen werden. Grund dafür sind Reibungs- und Querdruckeinflüsse. Der Wert ζ_{eq} beschreibt die äquivalente viskose Dämpfung, die aus der nichtlinearen Last-Verformungskurve wie folgt berechnet werden kann. [vgl. [37]]

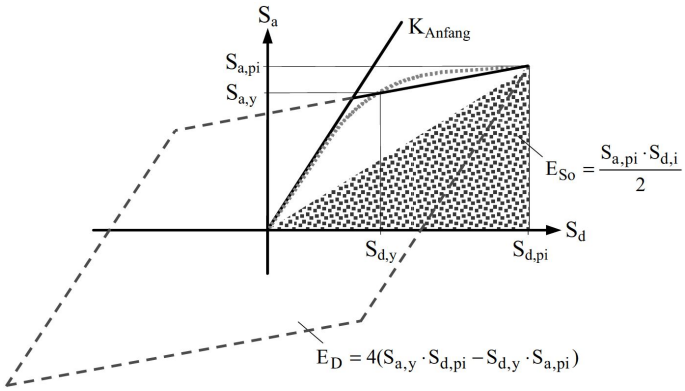


Abb. 6.5: Ableitung der äquivalenten viskosen Dämpfung [37]

$$\zeta_{eq} = \frac{1}{4 \cdot \pi} \cdot \frac{E_D}{E_{So}} \tag{6.4}$$

Mit E_{So} wird die maximale Dehnungsenergie und mit E_D die Hystereseenergie (von der Hystereseschleife umschlossene Fläche im Last-Verformungsdiagramm) beschrieben (siehe Abbildung 6.5). Entspricht der tatsächliche Hystereseverlauf nicht dem in Abbildung 6.5, kann mit einem Korrekturbeiwert κ die äquivalente viskose Dämpfung reduziert werden (näheres in [37]).

6.2.3 Iterative Ermittlung des Performance Point

Da das Antwortspektrum von der Dämpfung abhängig ist, ist eine iterative Bestimmung des Performance Points notwendig. Zunächst wird ein Ausgangspunkt aus der Anfangssteifigkeit gewählt. Durch diesen Punkt wird eine zugehörige bilineare Darstellung des Kapazitätsspektrums entwickelt. Mit der neu zu berechnenden Dämpfung kann das elastische Antwortspektrum bestimmt werden (siehe Abbildung 6.6). [vgl. [37]]

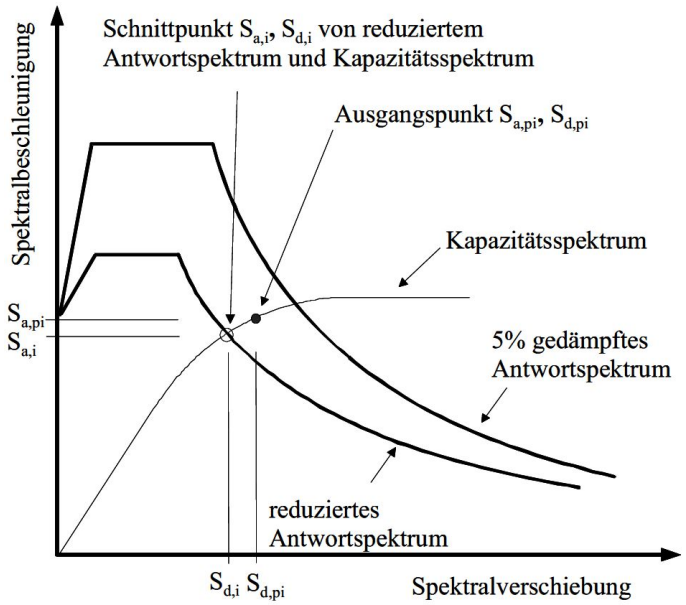


Abb. 6.6: Überlagerung von Antwort- und Kapazitätsspektrum mit reduziertem Antwortspektrum [37]

Liegt die Spektralverschiebung $S_{d,i}$ – also der Schnittpunkt zwischen reduziertem Antwortspektrum und Kapazitätsspektrum – innerhalb der erlaubten Toleranzen von

$$0,95 \cdot S_{d,pi} \leq S_{d,i} \leq 1,05 \cdot S_{d,pi} \tag{6.5}$$

so ist der Performance Point gefunden. $S_{d,pi}$ stellt hierbei die zu erwartende maximale Spektralverschiebung für das Bemessungsbeben dar. In Abbildung 6.7 ist der iterative Ablauf zur Bestimmung des Performance Points dargestellt. [vgl. [37]]

6.2.4 Berücksichtigung der normativen Anforderungen

Im Folgenden werden die wichtigsten Punkte zur Durchführung einer nichtlinear statischen Berechnung aus der ÖNORM EN 1998-1:2013 angeführt.

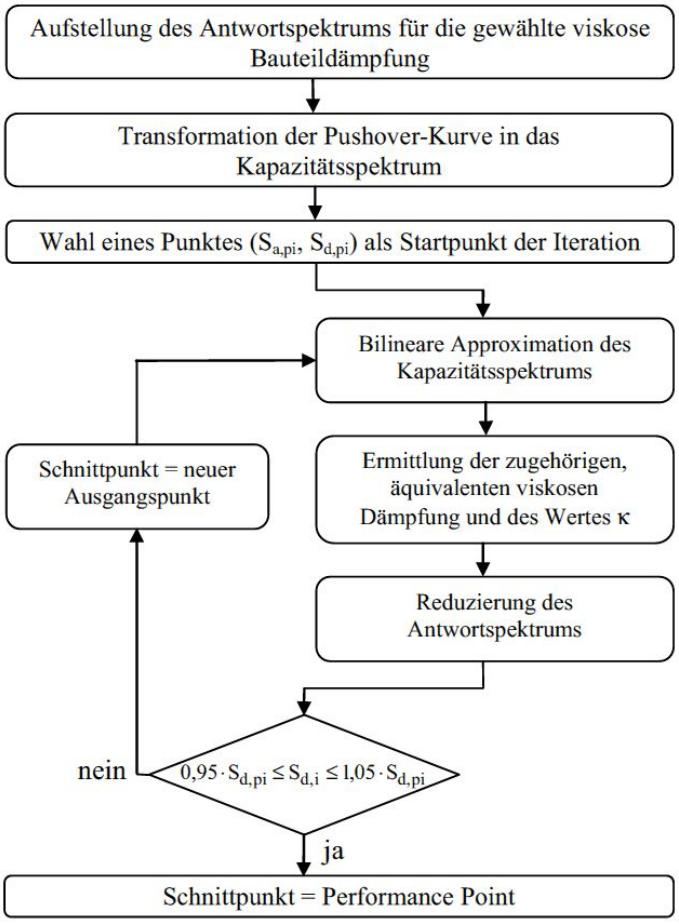


Abb. 6.7: Flussdiagramm zur iterativen Bestimmung des Performance Points [37]

6.2.4.1 Allgemeines

„Die „pushover"-Berechnung ist eine nichtlineare statische Berechnung, die unter konstanten Gewichtslasten und monoton wachsenden Horizontalkräften durchgeführt wird. Sie darf sowohl bei der Auslegung neuer als auch bei bereits bestehenden Hochbauten [..., d. Verf.] angewendet werden: ..." [3]

„Hochbauten, die den Regelmäßigkeitskriterien von 4.2.3.2 [siehe Seite 43 in [3], d. Verf.] oder den Kriterien von 4.3.3.1(8)a) bis e) [siehe Seite 50 in [3], d. Verf.] nicht genügen, müssen unter Verwendung eines räumlichen Modells berechnet werden. Es dürfen zwei unabhängige Berechnungen mit Horizontalkräften, die nur in einer Richtung wirken, durchgeführt werden." [3]

„Bei Hochbauten, die den Regelmäßigkeitskriterien von 4.2.3.2 [siehe Seite 43 in [3], d. Verf.] oder den Kriterien von 4.3.3.1(8)a) bis d) [siehe Seite 50 in [3], d. Verf.] genügen, darf die Berechnung unter Verwendung von zwei ebenen Modellen, jeweils von einem für jede der beiden horizontalen Hauptrichtungen, durchgeführt werden." [3]

6.2.4.2 Kapazitätskurve

„Die Beziehung zwischen der Gesamterdbebenkraft und der Kontrollverschiebung („Kapazitätskurve") sollte, für Werte der Kontrollverschiebung zwischen null und 150 % der Zielverschiebung

wie in 4.3.3.4.2.6 [siehe Seite 56 in [3], d. Verf.] definiert, durch eine „pushover"-Berechnung ermittelt werden." [3]

6.2.4.3 Zielverschiebung

„Die Zielverschiebung ist über die vom elastischen Antwortspektrum nach 3.2.2.2 [siehe Seite 56 in [3], d. Verf.] bestimmte Verschiebung eines äquivalenten Einmassenschwingers definiert." [3]

6.2.4.4 Verfahren zur Abschätzung der Torsionswirkungen

„Eine mit den in 4.3.3.4.2.2 [siehe Seite 56 in [3], d. Verf.] angegebenen Kräfteverteilungen durchgeführte „pushover"-Berechnung könnte Verformungen der steifen/starken Seite eines torsionsweichen Bauwerks, d. h. eines Bauwerks mit vorwiegenden Torsionsanteilen in der 1. Eigenform, wesentlich unterschätzen. Dies gilt auch für die Verschiebungen der steifen/starken Seite in einer Richtung bei einem Bauwerk mit vorwiegenden Torsionsanteilen in der zweiten Eigenform. Für solche Bauwerke müssen die Verschiebungen der steifen/starken Seite im Vergleich zu jenen eines entsprechenden, nicht torsionsbeanspruchten Bauwerks erhöht werden." [3]

„Wenn zwei ebene Modelle für die Berechnung von im Grundriss regelmäßigen Bauwerken verwendet werden, dürfen die Torsionswirkungen nach 4.3.3.2.4 [siehe Seite 52 in [3], d. Verf.] oder 4.3.3.3.3 [siehe Seite 54 in [3], d. Verf.] abgeschätzt werden." [3]

6.2.5 Maximal aufnehmbares Erdbeben und Bestimmung des Verhaltensbeiwerts

6.2.5.1 Ermittlung des maximal aufnehmbaren Erdbebens

„Mit der Kapazitätspektrum-Methode ist es auch möglich, die maximale Erdbebenbelastung zu bestimmen, bei der das Gebäude gerade noch standsicher ist. Dies erfolgt in einem iterativen Prozess durch wiederholende Berechnungen mit dem durch den Bemessungswert der Bodenbeschleunigung a_g skalierten Ausgangsspektrum. Es wird der Punkt ermittelt, in dem sich die beiden Kurven gerade noch schneiden." [37]

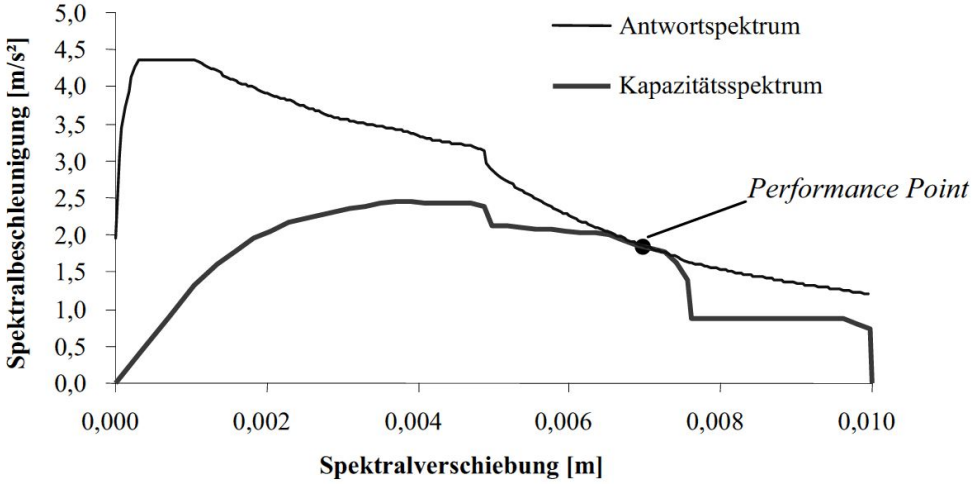


Abb. 6.8: Maximal aufnehmbares Erdbeben (Beispiel aus [37])

6.2.5.2 Bestimmung des Verhaltensbeiwerts (q-Faktor)

Ein quantitativer Vergleich zwischen verformungsbasierter Berechnung und kraftbasierter Berechnung ist möglich, wenn für das Ergebnis des verformungsbasierten Nachweises der Verhaltensbeiwert q ermittelt wird.

„Der q-Faktor wird als Verhältnis der Erdbebenkraft H_e bei linear-elastischem Strukturverhalten zu der minimalen seismischen Kraft H_{du} des realen Bauwerks unter Miteinbeziehung plastischer Verformungen bestimmt. Um den q-Faktor entsprechend der vorangestellten Definition zu bestimmen wird das maximale Erdbeben ermittelt, so dass gerade noch kein Systemversagen auftritt. Aus dem sich ergebenden „Performance Point“ wird die zugehörige Erdbebenkraft H_{du} ermittelt. Diese wird ins Verhältnis gesetzt zu der Erdbebenkraft H_e, die sich für das Bauwerk bei Ansatz einer konstanten linear elastischen Steifigkeit, die gleich der Anfangssteifigkeit des realen Bauwerks ist, ergibt. Gemäß dieser Definition kann der Verhaltensbeiwert q wie folgt berechnet werden:

$$q = \frac{S_a(T_{elastisch}) \cdot f_{me.elastisch} \cdot M_{\Sigma.Mo.eff}}{S_a(T_{PerfPoint}) \cdot f_{me.PerfPoint} \cdot M_{\Sigma.Mo.eff}} \tag{6.6}$$

wobei $S_a(T)$ die zu T gehörige Spektralbeschleunigung und f_{me} das Verhältnis der effektiven modalen Masse zur effektiven Gesamtmasse $M_{\Sigma.Mo.eff}$ des Bauwerks sind. Dabei wurde $f_{me.elastisch}$ im elastischen Zustand und $f_{me.PerfPoint}$ im Bereich der maximalen Auslenkung ermittelt.“ [37]

Kapitel 7

Fallbeispiele: Aussichtsturm mit nachgiebiger Verbindung

Folgendes Beispiel soll dazu beitragen, die Theorie der vorangegangenen Punkte besser zu verstehen. Es wird gezeigt, wie mit entsprechenden Verbindungsmittelkenndaten ein Simulationsmodell eines Tragwerks entsteht. Zum einen soll die Eingabe und Berechnung in RFEM der Fa. Dlubal vorgestellt werden. Zum anderen soll

- durch **Variation der Verbindungen** und
- durch **Variation der horizontalen Erdbeschleunigung (Erdbebeneinwirkung)**

das Tragwerksverhalten unter Erdbebenlast untersucht werden. Aus den Variationsberechnungen – mit der Kapazitätsspektrum-Methode – soll das Verformungsverhalten und der Verhaltensbeiwert (q-Faktor) – zur Abminderung der Erdbeben-Bemessungslast – abgeleitet werden.

Anmerkung: Es ist zu beachten, dass für dieses Beispiel keine besondere Rücksicht auf die Normenregelungen genommen wurde, sondern die Berechnungsverfahren an und für sich im Mittelpunkt stehen.

7.1 Angaben und Randbedingungen

Berechnet wird das bekannten Beispiel *„Aussichtsturm“* nach Kapitel 3.7 (mit starrer Verbindung). Sämtliche Grund-Angaben können aus diesem Beispiel entnommen werden.

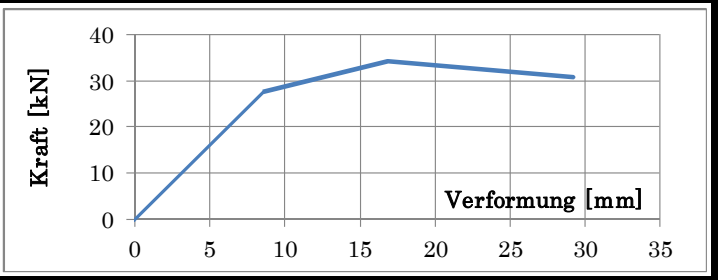
Für das folgende Beispiel mit den nachgiebigen Holzverbindungen (mit Einfluss der Federsteifigkeiten von Holzverbindungen) werden drei Varianten untersucht, bei denen die Anzahl der Winkelverbinder variiert wird. Durch diese Variation kann die Federsteifigkeit des Gesamttragwerks beeinflusst werden. Die Angaben hierzu finden sich in Kapitel 7.1.2.

Um ein Gefühl dafür zu bekommen, welchen Einfluss das standortbezogene Erdbeben auf das Tragverhalten hat, werden die Aussichtstürme an drei Standorten mit unterschiedlich starken horizontalen Erdbeschleunigungen simuliert. Die Angaben hierzu finden sich in Kapitel 7.1.3.

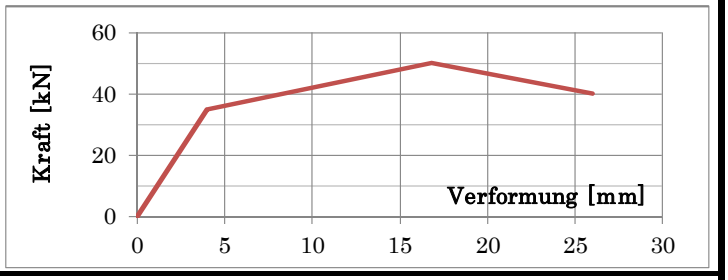
7.1.1 Gewählte Verbindungen

Sämtliche Winkelverbinder, die in den Varianten verwendet werden, wurden aus Modellversuchen entnommen. Die Befestigung der einzelnen Verbinder und deren Arbeitslinien kann aus folgender Abbildung entnommen werden.

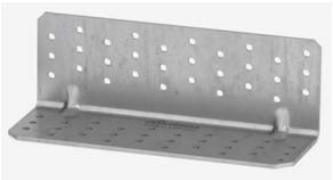
Schubwinkel:	Wandanschluss:	Boden-/ Deckenanschluss:
AE116 von Simpson	14 Stk. Rillennägel ⌀ 4x60 mm	2 Stk. Bolzen ⌀ 12 mm

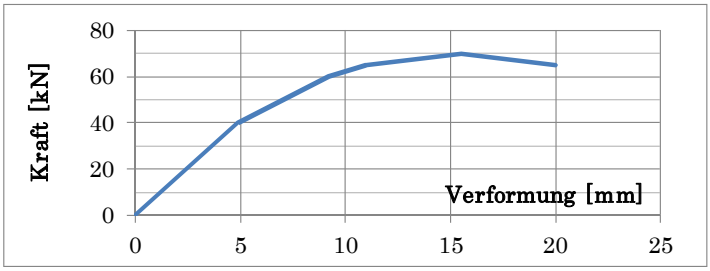


Zuganker	Wandanschluss:	Boden-/ Deckenanschluss:
HTT22 von Simpson	16 Stk. Rillennägel ⌀ 4x60 mm	1 Stk. Bolzen ⌀ 16 mm



Schubwinkel	Wandanschluss:	Boden-/ Deckenanschluss:
TTF 200 von Rothoblaas	30 Stk. Rillennägel ⌀ 4x60 mm	30 Stk. Rillennägel ⌀ 4x60 mm





Schubwinkel:	Wandanschluss:	Boden-/ Deckenanschluss:
WHT 340 von Rothoblaas	20 Stk. Rillennägel ⌀ 4x60 mm	1 Stk. Bolzen ⌀ 16 mm

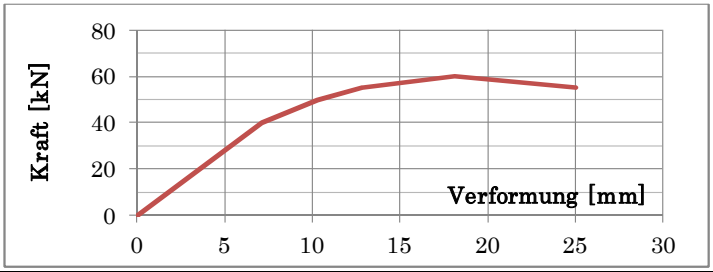


Abb. 7.1: gewählte Winkelverbinder für den Aussichtsturm mit nachgiebiger Verbindung

Die Arbeitslinien der Verbinder AE 116 (Simpson) und HTT 22 (Simpson) wurden aus einer Versuchsreihe der TU Graz entnommen (siehe [23]). Die Arbeitslinien der Verbinder TTF 200 (Rothoblaas) und WHT 340 (Rothoblaas) wurden von der Fa. Rothoblaas zur Verfügung gestellt.

7.1.2 Variation der Verbindungen

7.1.2.1 Variante 1 - Mittlere Anzahl an Winkelverbindern

Die folgende Variante (Variante 1) zeigt eine frei definierte Anzahl und eine beliebige Anordnung der Winkelverbinder. Sie dient als Ausgangspunkt für weitere Variationsberechnungen und stellt – im Vergleich zu den anderen Varianten – eine mittlere Anzahl an Winkelverbindern dar.

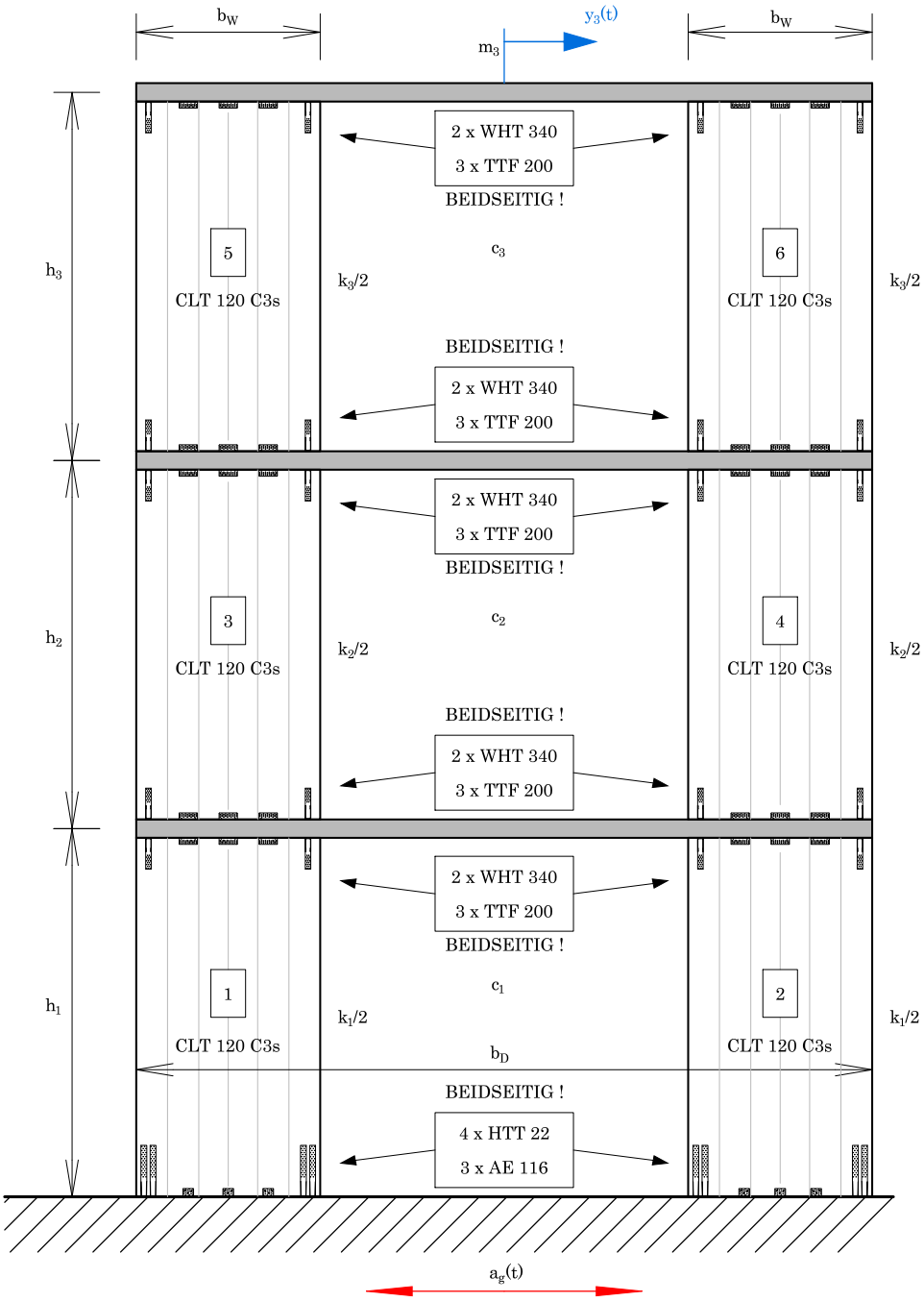


Abb. 7.2: Skizze: Aussichtsturm - Variante 1

7.1.2.2 Variante 2 - Niedrige Anzahl an Winkelverbindern

Für Variante 2 werden die Winkelverbinder nur einseitig angeordnet. Somit kann – im Vergleich zur Variante 1 – von einer niedrigen Anzahl an Winkelverbindern gesprochen werden.

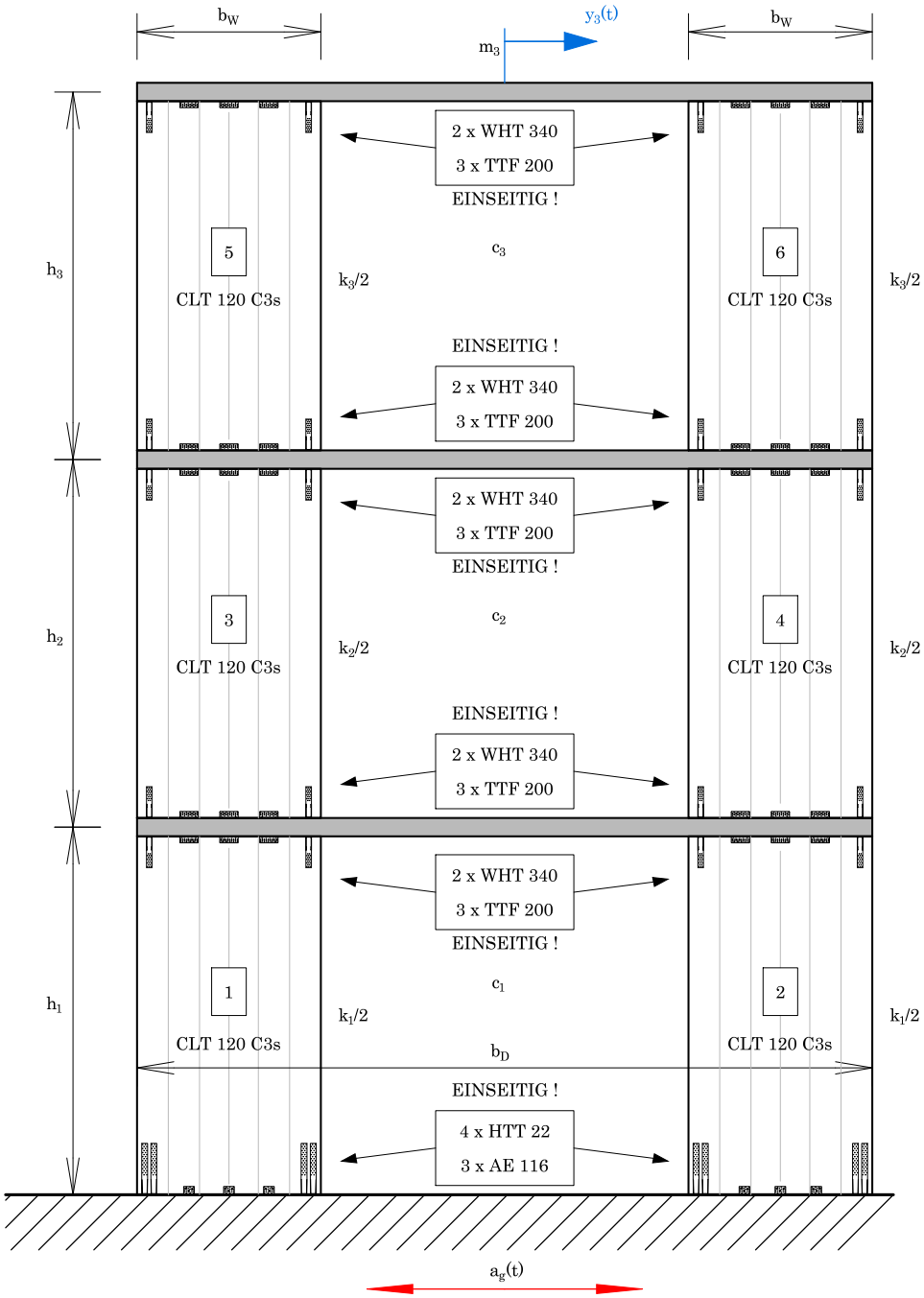


Abb. 7.3: Skizze: Aussichtsturm - Variante 2

7.1.2.3 Variante 3 - Hohe Anzahl an Winkelverbindern

Bei Variante 3 wird die Anzahl an Winkelverbindern erhöht und diese beidseitig angeordnet. Somit kann – im Vergleich zur Variante 1 – von einer hohen Anzahl an Winkelverbindern gesprochen werden.

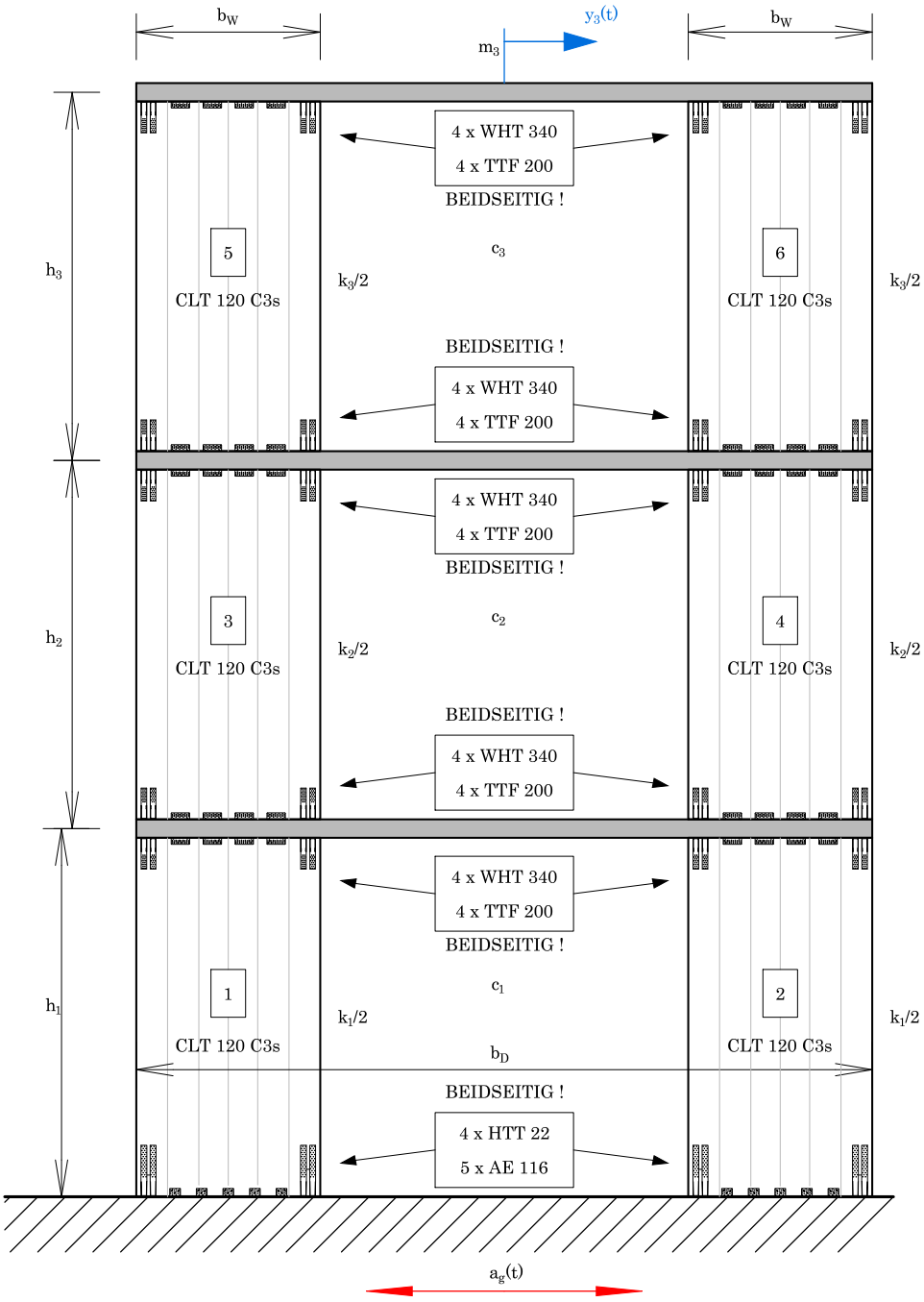


Abb. 7.4: Skizze: Aussichtsturm - Variante 3

7.1.3 Variation der horizontalen Erdbeschleunigung (Erdbebeneinwirkung)

Die Erdbebeneinwirkung wird mit einem elastischen Antwortspektrum nach Tabelle 7.1 beschrieben.

Tab. 7.1: Beschreibung des elastischen Antwortspektrums

Spektrum-Art			
Spektrum-Art		1	
Spektrumrichtung		Horizontales Spektrum	
Parameter zur Beschreibung des Antwortspektrums			
Baugrundklasse B			
S	$T_{B\text{-}H}$	$T_{C\text{-}H}$	$T_{D\text{-}H}$
1,200	0,150	0,500	2,000
Beiwerte			
Dämpfungs-Korrekturbeiwert	η	1,000	
Grenzwert für das horizontale Bemessungsspektrum	β	0,200	

Um einen Vergleich zu bekommen, welchen Einfluss die Verbindungsmittel bei unterschiedlicher Erdbebeneinwirkung haben, werden drei Standorte verglichen. Deren Erdbebenintensitäten werden in Tabelle 7.2 angeführt.

Tab. 7.2: Erdbebeneinwirkung der drei Standorte

Erdbebeneinwirkung in Wien (Österreich)	**Variante A**		
Referenz-Spitzenbodenbeschleunigung	a_{gR}	0,800	[m/s^2]
Bedeutungskategorie		III	
Zonengruppe		3	
Bedeutungsbeiwert	γ_I	1,200	[-]
Bemessungs-Bodenbeschleunigung	a_g	0,960	[m/s^2]
Erdbebeneinwirkung in Murau (Österreich)	**Variante B**		
Referenz-Spitzenbodenbeschleunigung	a_{gR}	1,170	[m/s^2]
Bedeutungskategorie		III	
Zonengruppe		4	
Bedeutungsbeiwert	γ_I	1,400	[-]
Bemessungs-Bodenbeschleunigung	a_g	1,638	[m/s^2]
Erdbebeneinwirkung in Amatrice (Italien)	**Variante C**		
Referenz-Spitzenbodenbeschleunigung	a_{gR}	3,250	[m/s^2]
Bedeutungskategorie		III	
Zonengruppe		4	
Bedeutungsbeiwert	γ_I	1,400	[-]
Bemessungs-Bodenbeschleunigung	a_g	4,550	[m/s^2]

7.2 Modellierung und Berechnung in RFEM

Mit RFEM der Fa. Dlubal ist es möglich, eine Kapazitätskurve zu ermitteln und diese nach Excel zu exportieren. Im Folgenden wird die Vorgehensweise schrittweise angeführt:

Schritt 1: Modellierung der Konstruktion

Die Modellierung der Wand wurde mit dem Zusatzmodul *„RF-Laminate – Bemessung von Laminatflächen“* durchgeführt. Die Decke wurde mit einem Stab modelliert und dient dazu, die 2 m x 4 m großen Wandelemente zu verbinden.

Schritt 2: Definition von nichtlinearen Gelenkbedingungen

Die Modellierung der Wand- und Deckenanschlüsse wurde wie in Kapitel 5.5.2 mit Koppelstäben durchgeführt. (Näheres auf Seite 106)!

Schritt 3: Definition der Last-Schemas für die nichtlineare Analyse

Eine Lastverteilung analog zum Verlauf der Eigenform kann mit dem Zusatzmodul *„RF-DYNAM Pro – Dynamische Analyse“* Ersatzlasten automatisch generiert werden. Dieses Modul ermittelt Eigenwerte und Ersatzlasten basierend auf dem Antwortspektrenverfahren. Für jeden gewählten Eigenwert werden Ersatzlasten generiert und in Lastfälle umgewandelt.

Schritt 4: Laststeigerung in RFEM

Die Laststeigerung erfolgte manuell, indem die Erdbeben-Ersatzlast, mit einer Lastkombination aus Eigengewicht (wirkt immer voll) und einer horizontalen Erdbebenlast (wirkt veränderlich), in definierten Schritten gesteigert wurde.

Schritt 5: Erstellung der Pushover Kurve

Die Kapazitätskurve kann nun aus den einzelnen Laststeigerungen – die den Fundamentschub darstellt – und den dazugehörigen Verformungen ermittelt werden.

Die RFEM-Berechnung erfolgt hierbei nach Theorie II. Ordnung und wird so lange iteriert, bis sich Gleichgewicht einstellt. Abbildung 7.5 zeigt das Diagramm der Iterationsberechnung. Man erkennt, dass die Verformung u in mm zwischen zwei bis drei Millimeter schwankt. Für den baupraktischen Bereich kann dies als ausreichend genau betrachtet werden.

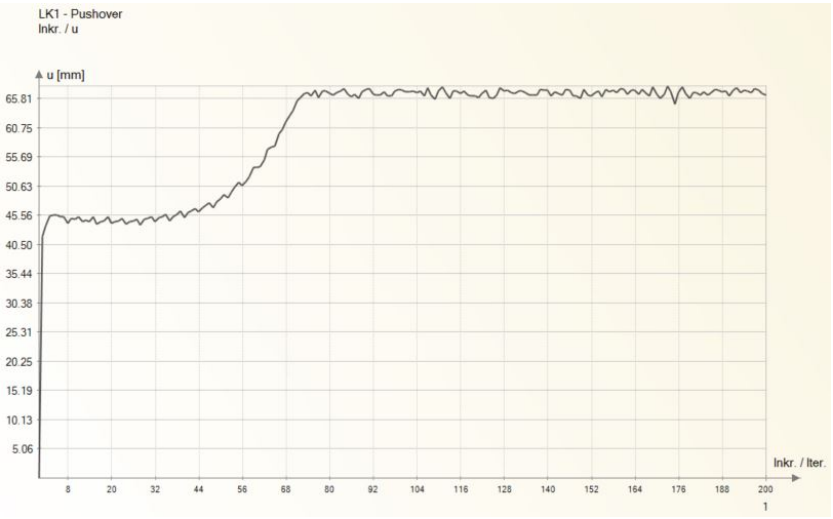


Abb. 7.5: Diagramm: Verformung (u in mm) abhängig der Iterationsschritte

Als Beispiel wird folgend eine Berechnungsgrafik der Variante 1 (Mittlere Anzahl von Winkelverbindern) gezeigt, wie sich der Aussichtsturm, bei einer resultierenden Erdbebenlast in Richtung X von 338,9 kN, verformt.

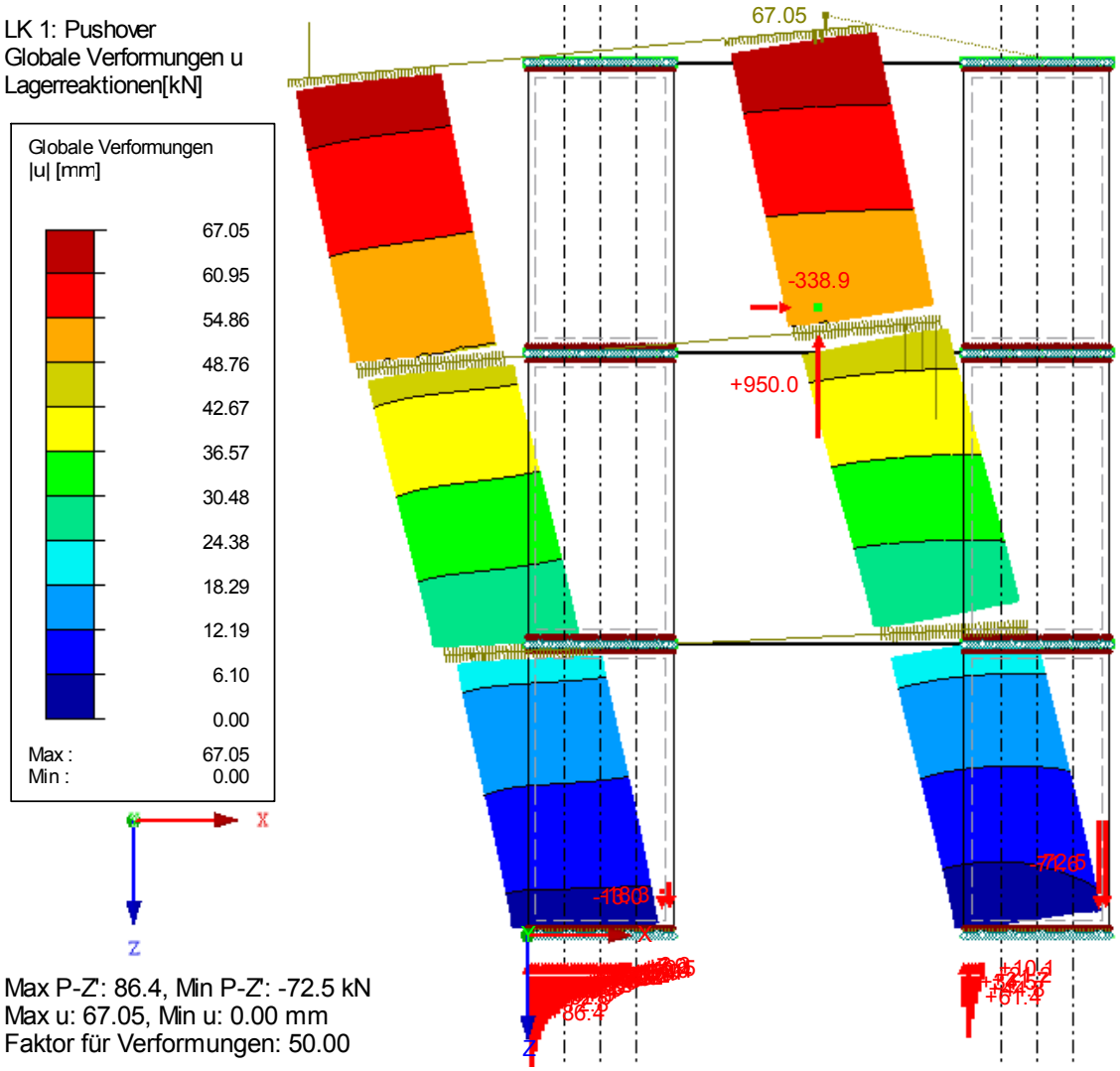


Abb. 7.6: Verformung des Aussichtsturms mit nachgiebiger Verbindung

Man kann in Abbildung 7.6 erkennen, wie die Auflager am Fundamentanschluss reagieren. Bei der rechten unteren Wandscheibe werden die Zuganker mit knapp 72 kN aktiviert. Durch die Trennung der Kontaktfläche zwischen BSP-Wand und Betonfundament kann keine Reibungskraft übernommen werden.

7.3 Einfluss der Verbindungen und der Erdbebeneinwirkung auf die Verformung

Anhand der in Kapitel 7.2, beschriebenen Vorgehensweise kann nun die Last-Verformungskurve (Kapazitätskurve oder auch Pushover-Kurve) exportiert werden. Die Kurve beschreibt die Auslenkung der Masse 3 in Richtung X als Funktion des Fundamentschubes (resultierende Erdbebenlast in Richtung X). Die blaue Linie zeigt die Bauwerkskapazität des Aussichtsturms mit starrer Verbindung. Die anderen Linien (Rot, Grün, Violett) beschreiben die Kapazitäten der Aussichtstürme mit nachgiebiger Verbindung.

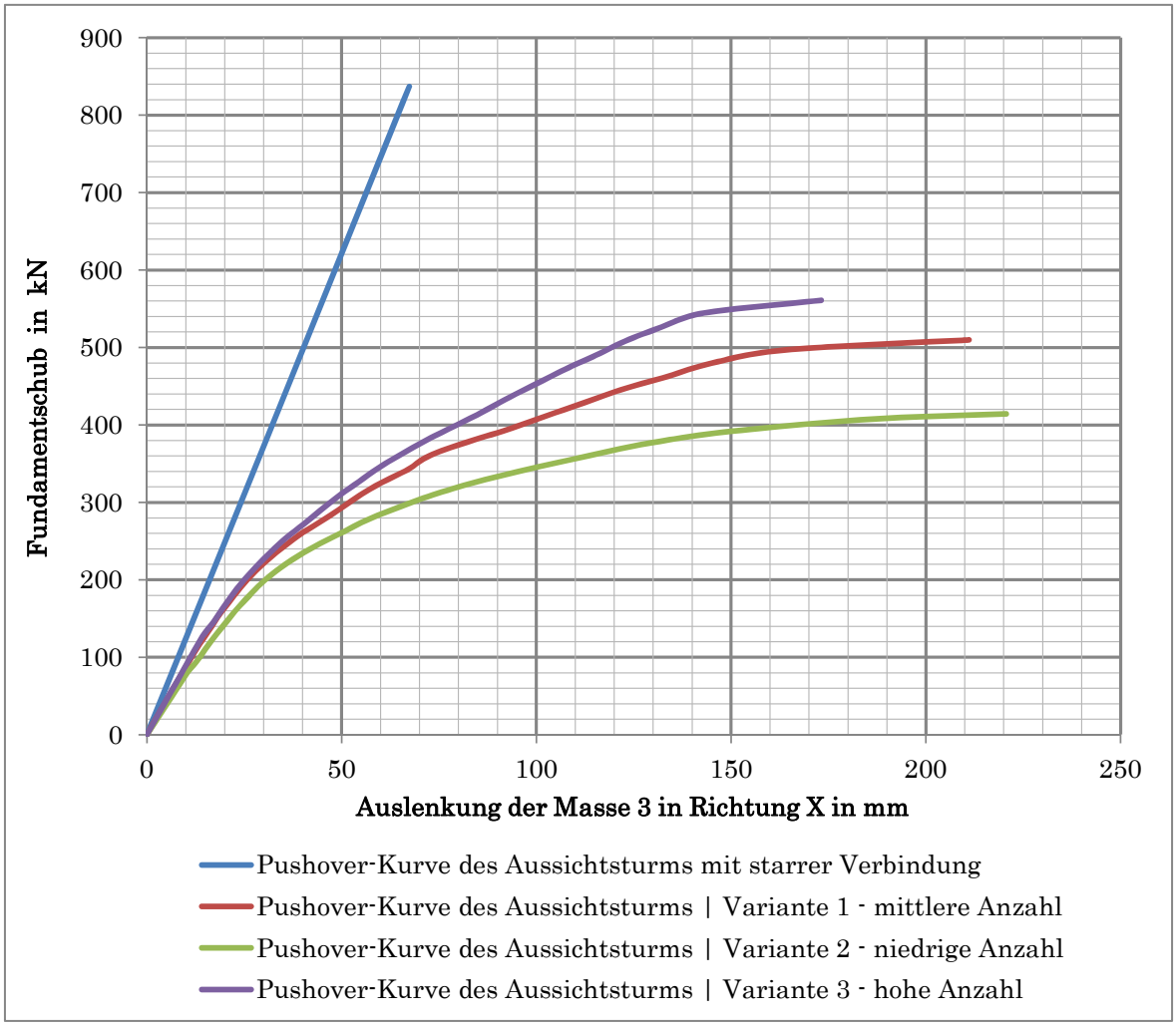


Abb. 7.7: Pushover-Kurven der Aussichtstürme

7.3.1 Transformation der Bauwerkskapazität

Die Transformation der Kapazitätskurven in das Kapazitätsspektrum erfolgt nach Kapitel 6.2.2.1.

Das Spektralbeschleunigungs-Spektralverschiebungsdiagramm mit den Bauwerkskapazitäten der Aussichtstürme und den Antwortspektren für die drei Standorte mit unterschiedlichen Erdbebeneinwirkungen wird in folgender Abbildung beschrieben.

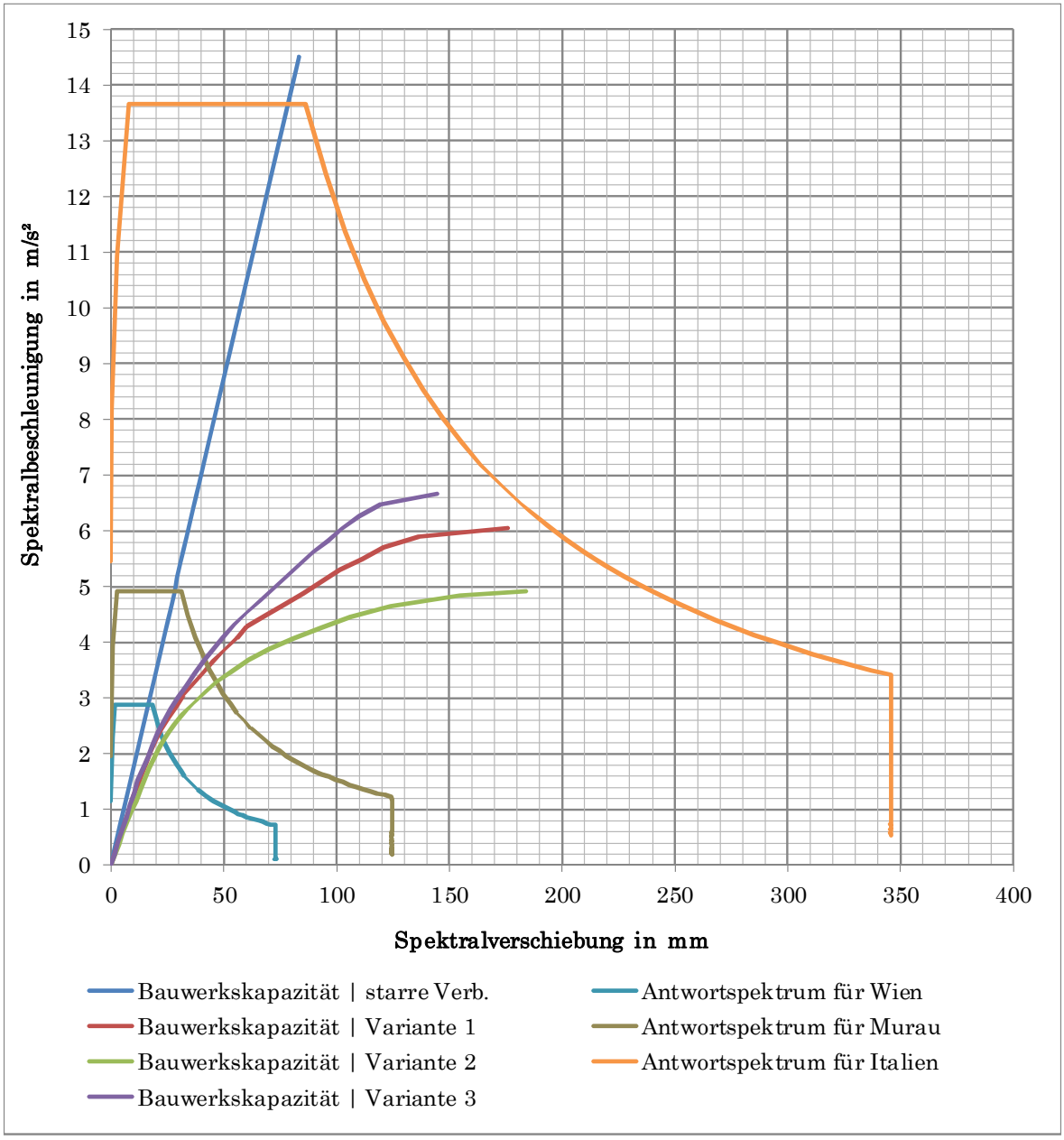


Abb. 7.8: Überlagerung von Antwort- und Kapazitätsspektrum

Mit den drei Verbindungsmittelvariationen und den drei Standorten mit unterschiedlichen Erdbebeneinwirkungen ergeben sich **neun Vergleichsberechnungen**.

7.3.2 Abminderung des Antwortspektrums und iterative Ermittlung des Performance Points

Im Folgenden wird die Variante 1 des Aussichtsturms (Mittlere Anzahl an Winkelverbindern) am Standort Murau als Beispiel vorgezeigt. Die weiteren Variationsberechnungen erfolgen nach dem gleichen Schema.

Die Abminderung des Antwortspektrums erfolgt nach Kapitel 6.2.2.2. Vom Schnittpunkt der Ausgangsgerade (Anfangssteifigkeit) mit dem Antwortspektrum wird lotrecht der Schnittpunkt mit dem Kapazitätsspektrum ($S_{a,pi}$, $S_{d,pi}$) ermittelt. Die Zahlenwerte betragen $S_{a,p1} = 2,8\ m/s^2$ sowie $S_{d,p1} = 28,04\ mm$. Die Flächeninhalte A_1 und A_2 nach Abbildung 7.9 werden nun grafisch gleich gesetzt.

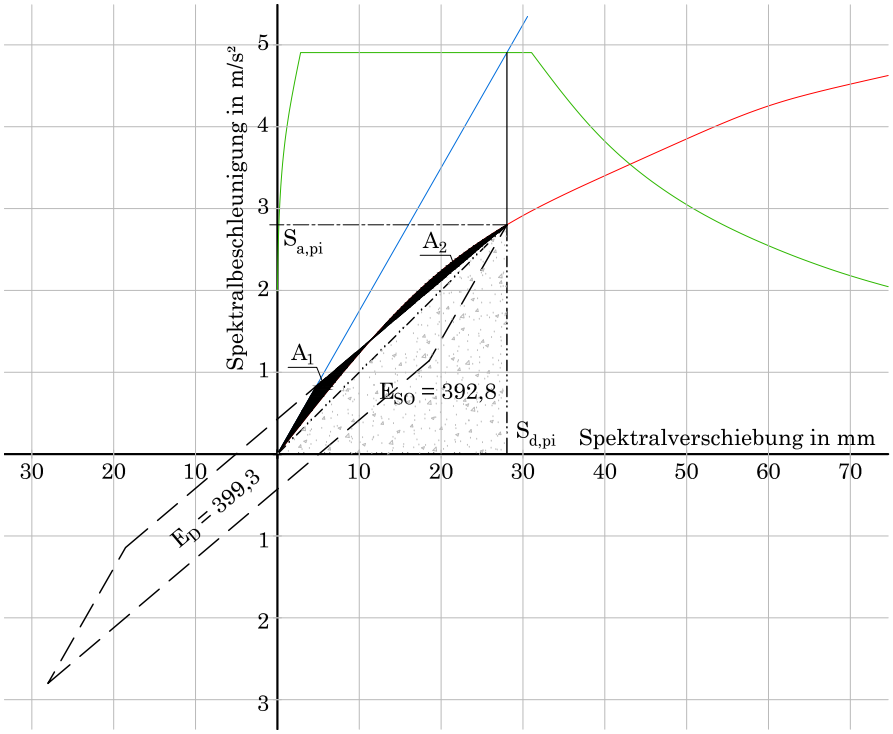


Abb. 7.9: Ableitung der äquivalenten viskosen Dämpfung für den Standort Murau

Aufgrund der starren Brettsperrholzbauweise mit den relativ stabilen Hystereseschleifen der Winkelverbinder (hohe Energiedissipation) wird der Korrekturfaktor κ bei der Berechnung der effektiven Gesamtdämpfung mit 1 angenommen:

$$\zeta_{eff} = \zeta_0 + \kappa \cdot \zeta_{eq} = \zeta_0 + \kappa \cdot \frac{1}{4 \cdot \pi} \cdot \frac{E_D}{E_{So}} \tag{7.1}$$

Die effektive Gesamtdämpfung ergibt sich in Zahlenwerten mit:

$$\zeta_{eff} = 0,05 + 1 \cdot \frac{1}{4 \cdot \pi} \cdot \frac{399,3}{392,8} = 0,05 + 1 \cdot 0,081 = 0,131 = 13,1\ \% \tag{7.2}$$

Der Dämpfungskorrekturbeiwert η nach ÖNORM EN 1998-1:2013 für das elastische Antwortspektrum darf nach folgender Formel berechnet werden:

$$\eta = \sqrt{\frac{10}{5 + \zeta_{eff}}} = \sqrt{\frac{10}{5 + 13,1}} = 0,743 \tag{7.3}$$

Somit wird das Antwortspektrum im ersten Schritt für eine effektive Dämpfung von= 13,1% gezeichnet und wiederum der Schnittpunkt mit dem Kapazitätsspektrum ermittelt (Abbildung 7.10).

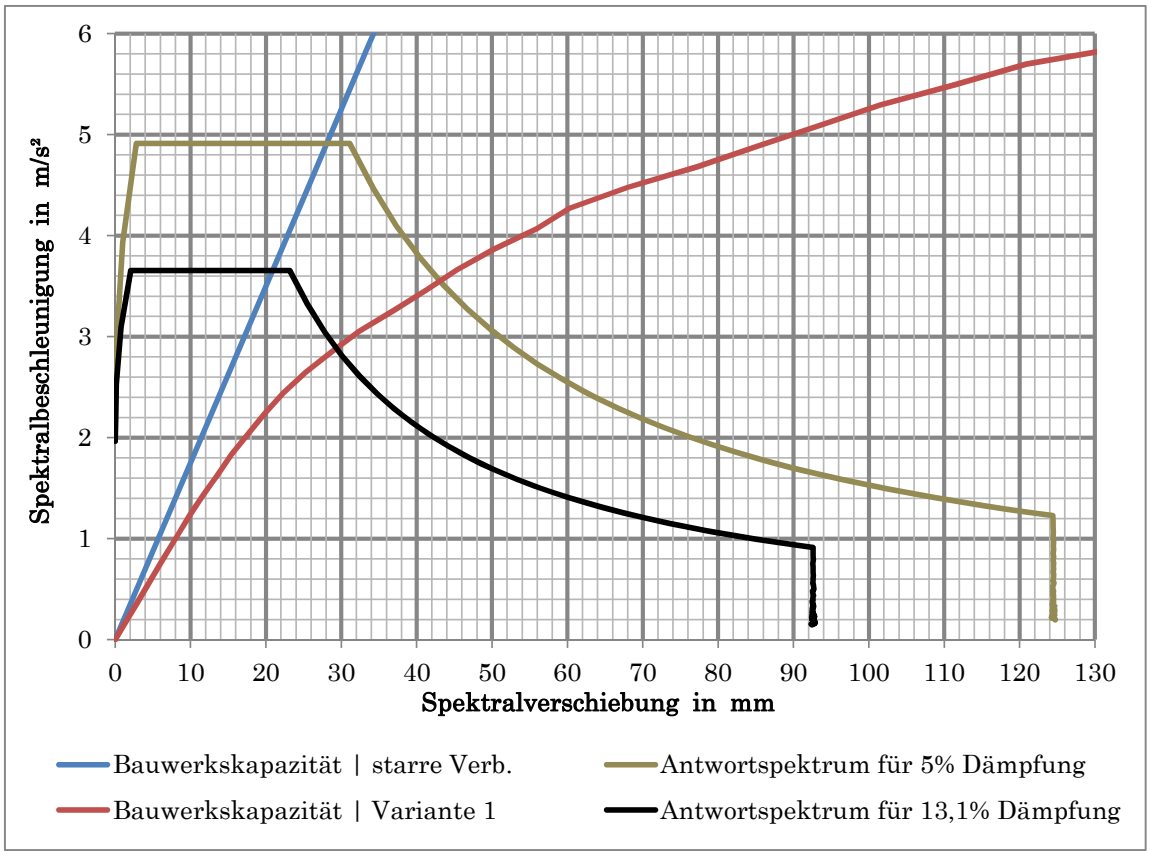


Abb. 7.10: Bestimmung des Performance Point

Die Zahlenwerte für den Schnittpunkt ($S_{a,1}$, $S_{d,1}$) betragen $S_{a,1} = 2,9\ m/s^2$ und $S_{d,1} = 29,2\ mm$. Die Toleranzkontrolle liefert:

$$S_{d,1} = 29,2 \text{ mm} \leq 1,05 \cdot S_{d,p1} = 29,44 \text{ mm} \tag{7.4}$$

Der resultierende Schnittpunkt ($S_{a,1}$, $S_{d,1}$) erfüllt also schon nach der ersten Abminderung des Antwortspektrums die Toleranzbedingungen, womit der Performance Point gefunden ist. Dies besagt nun, dass bei der gewählten Einwirkung (dem Bemessungsbeben nach EC8) eine spektrale Verschiebung von $S_{d,1} = 29,2\ mm$ zu erwarten ist. Eine Rücktransformation zur Verformungskurve ergibt folgende Auslenkung an Masse 3 in x-Richtung:

$$\Delta_{Dach,i} = S_{d,i} \cdot \Gamma_1 \cdot \phi_{1.3} = 29,2 \cdot 1,2 \cdot 1 = 35,0 \text{ mm} \tag{7.5}$$

Das Verformungsmuster des gesamten Aussichtsturms kann mit dem Eigenvektor – der die Eigenform darstellt – wie folgt berechnet werden:

$$\begin{bmatrix} y_3 \\ y_2 \\ y_1 \end{bmatrix} = S_{d,i} \cdot \Gamma_1 \cdot \begin{bmatrix} \phi_{1.3} \\ \phi_{1.2} \\ \phi_{1.3} \end{bmatrix} = 29,2 \cdot 1,2 \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 0,727 \\ 0,367 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3,5 \\ 2,6 \\ 1,3 \end{bmatrix} \text{ cm} \tag{7.6}$$

Für die gewählte Einwirkung ist somit die maximale Stockwerksauslenkung von 1% der Geschosshöhe ($h_1 = h_2 = h_3 = 400\ cm \Rightarrow 400\ cm \cdot 0,01 = 4\ cm \geq 3,5 - 2,6 = 0,9\ cm$) unterschritten.

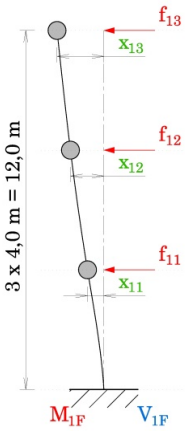
7.3.3 Vergleich der Verformungen

Mit den drei Verbindungsmittelvariationen und den drei Standorten mit unterschiedlichen Erdbebeneinwirkungen ergeben sich **neun Vergleichsberechnungen** die folgend – in Bezug auf die Verformung – verglichen werden. Detailliertere Ergebnisse sind dem **Anhang C** zu entnehmen!

In Tabelle 7.3 erkennt man die effektive Gesamtdämpfung (ζ), den Dämpfungskorrekturbeiwert (η) und die vorhandenen Stockwerksauslenkungen (x_{1i}) bei einem Bemessungsbeben nach EC8.

Es wird ersichtlich, dass der Einfluss der Federsteifigkeit von Holzverbindungen wenig Auswirkung auf die Verformung hat. Sogar bei einem relativ starken Erdbeben in Italien schwanken die Verformungen nur im Millimeterbereich. Vielmehr spielt die Erdbebenstärke selbst eine Rolle. Man erkennt dies auch im Dämpfungsverhalten (ζ) bei unterschiedlichen Erdbebenstärken. Wird in Wien nur knapp 8 % der Erdbebenenergie dissipiert, kann in Amatrice (Italien) von über 20 % Energiedissipation gesprochen werden. Vor allem ist auch zu beachten, dass – im Bezug auf die Energiedissipation – die Federsteifigkeiten von Holzverbindungen eine umso größere Rolle spielen, je stärker das Erdbeben ausfällt. D.h., dass in Amatrice die Dämpfungswerte zwischen 21,40 % und 28,30 % schwanken, jedoch in Wien und in Murau die Dämpfungswerte nahezu ähnlich sind.

Tab. 7.3: Vergleich der Verformungen

	**Variante 2** niedrige Anzahl an Winkelverbindern	**Variante 1** mittlere Anzahl an Winkelverbindern	**Variante 3** hohe Anzahl an Winkelverbindern
Erdbeben in **Wien (B)**	ζ = 8,30% η = 0,869 x_{13} = 2,40 cm x_{12} = 1,74 cm x_{11} = 0,88 cm	ζ = 7,60% η = 0,890 x_{13} = 2,29 cm x_{12} = 1,67 cm x_{11} = 0,84 cm	ζ = 8,50% η = 0,860 x_{13} = 2,18 cm x_{12} = 1,59 cm x_{11} = 0,80 cm
Erdbeben in **Murau (A)**	ζ = 12,60% η = 0,753 x_{13} = 3,79 cm x_{12} = 2,96 cm x_{11} = 1,50 cm	ζ = 13,10% η = 0,743 x_{13} = 3,50 cm x_{12} = 2,55 cm x_{11} = 1,29 cm	ζ = 12,40% η = 0,759 x_{13} = 3,38 cm x_{12} = 2,45 cm x_{11} = 1,24 cm
Erdbeben in **Amatrice (C)**	ζ = 28,30% η = 0,550 x_{13} = 10,34 cm x_{12} = 7,52 cm x_{11} = 3,80 cm	ζ = 24,20% η = 0,585 x_{13} = 10,07 cm x_{12} = 7,32 cm x_{11} = 3,70 cm	ζ = 21,40% η = 0,616 x_{13} = 9,99 cm x_{12} = 7,26 cm x_{11} = 3,67 cm

7.4 Einfluss der Verbindungen und der Erdbebeneinwirkung auf die Bemessungslast

7.4.1 Bestimmung des Verhaltensbeiwerts

Im Folgenden wird die Variante 1 des Aussichtsturms (Mittlere Anzahl an Winkelverbindern) am Standort Murau als Beispiel vorgezeigt. Die weiteren Variationsberechnungen erfolgen nach dem gleichen Schema.

Der Verhaltensbeiwert (q-Faktor) wird nach Kapitel 6.2.5 bestimmt. Wird nun das Antwortspektrum abgemindert und skaliert, ergibt sich der Perfomance Point mit dem maximal aufnehmbaren Erdbeben an der Stelle, an der das Systemversagen auch mit der RFEM-Berechnung auftritt. Dies kann damit begründet werden, dass die relativ steifen Brettsperrholzwände – aus der Kapazitätsbemessung – überdimensioniert sind und Systemversagen in der Regel in den Verbindungen auftritt. Hierbei ist immer ein plötzlicher Abriss der Kapazitätskurve zu erkennen.

Anhand dem Spektralbeschleunigungs-Spektralverschiebungsdiagramm in Abbildung 7.8 kann man erkennen, dass die Variante 1 des Aussichtsturms mit nachgiebiger Verbindung bei einer Spektralbeschleunigung von $S_a = 6,06\ m/s^2$ und einer Spektralverschiebung von $S_d = 0,176\ m$ gerade noch standsicher ist. Die Periode $T_{PerfPoint}$ für das maximal aufnehmbare Erdbeben ergibt sich in diesem Beispiel zu:

$$T_{PerfPoint} = \sqrt{\frac{4 \cdot \pi^2 \cdot S_d}{S_a}} = \sqrt{\frac{4 \cdot \pi^2 \cdot 0,176}{6,06}} = 1,07\ \text{s} \tag{7.7}$$

Mit dem elastischen Antwortspektrum ergibt sich die Spektralbeschleunigung für das gewählte Erdbeben und der neuen Periode $T_{PerfPoint}$ für das maximal aufnehmbare Erdbeben zu:

$$S_a(T_{PerfPoint}) = a_g \cdot S \cdot \eta \cdot 2,5 \cdot \left(\frac{T_C}{T_{PerfPoint}}\right) = 1,638 \cdot 1,2 \cdot 0,743 \cdot 2,5 \cdot \left(\frac{0,5}{1,07}\right) = 1,705\ m/s^2 \tag{7.8}$$

Der Verhaltensbeiwert kann nun nach Formel 6.6 berechnet werden mit:

$$q = \frac{S_a(T_{elastisch}) \cdot f_{me.elastisch} \cdot M_{\Sigma.Mo.eff}}{S_a(T_{PerfPoint}) \cdot f_{me.PerfPoint} \cdot M_{\Sigma.Mo.eff}} = \frac{4,914 \cdot 0,896 \cdot 95000}{1,705 \cdot 0,886 \cdot 95000} = 2,91 \tag{7.9}$$

Dabei wurden die Werte aus folgenden Quellen entnommen:

$S_a(T_{elastisch})$	... Wert aus Anhang A
$f_{me.elastisch}$	... Wert aus Anhang A
$M_{\Sigma.Mo.eff}$	... Wert aus Anhang A
$S_a(T_{PerfPoint})$	... siehe oben
$f_{me.PerfPoint}$	... Wert aus RFEM-Berechnung
$M_{\Sigma.Mo.eff}$	... Wert aus RFEM-Berechnung

7.4.2 Vergleich der Bemessungslasten

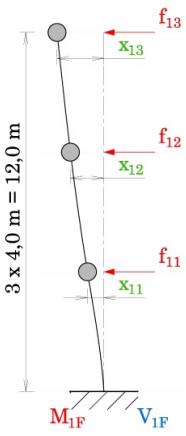
Mit den drei Verbindungsmittelvariationen und den drei Standorten mit unterschiedlichen Erdbebeneinwirkungen ergeben sich **neun Vergleichsberechnungen** die folgend – in Bezug auf den Verhaltensbeiwert und auf die Bemessungslast – verglichen werden. Detailliertere Ergebnisse sind dem **Anhang C** zu entnehmen!

In Tabelle 7.4 erkennt man zum einen die Bemessungs-Bodenbeschleunigung (a_g), den ermittelten Verhaltensbeiwert (q-Faktor), sowie die Bemessungslasten der einzelnen Stockwerke und die wichtigsten Schnittkräfte am Fundamentanschluss (Querkraft und Moment).

Im Gegensatz zu den Verformungen spielen die Federsteifigkeiten von Holzverbindungen eine wesentliche Rolle im Bezug auf die Bemessungslast. Dies erkennt man am Verhaltensbeiwert. Ist in Wien die Erdbebenlast eher gering und wird der Aussichtsturm mit einer hohen Anzahl an Winkelverbindern ausgeführt, kann ein Verhaltensbeiwert von knapp 2,17 angesetzt werden. Ist jedoch das Erdbeben in Italien um eine vielfaches höher und wird der Aussichtsturm mit einer niedrigen Anzahl an Winkelverbinder ausgeführt, ist ein Verhaltensbeiwert von 4,46 ermittelt worden.

Beschränkt man sich auf Österreich, kann je nach Erdbebenstärke und je nach Verbindungsmittelanzahl bzw. je nach Systemsteifigkeit ein Verhaltensbeiwert zwischen 2,0 und 3,3 angesetzt werden. Für Regionen mit erheblich stärkeren Erdbeben – wie zum Beispiel in Italien – wird empfohlen, den Verhaltensbeiwert projektspezifisch zu ermitteln. Hierbei könnte die Ermittlung des Verhaltensbeiwerts (siehe Kapitel 6.2) iterativ mit der Bemessung der Verbindungen erfolgen. D.h. die Verbindungen bzw. Anzahl der Verbindungen kann auf ein optimales Minimum reduziert werden. Hierbei stellt sich die Frage, ob die Erdbebenbemessung mit anderen Bemessungsgrößen (z.B. Windbemessung) kompatibel ist.

Tab. 7.4: Vergleich der Bemessungslasten

	**Variante 2** niedrige Anzahl an Winkelverbindern	**Variante 1** mittlere Anzahl an Winkelverbindern	**Variante 3** hohe Anzahl an Winkelverbindern
Erdbeben in **Wien (B)**	a_g = 0,960 m/s² q = 2,82 f_{13} = 49,0 kN f_{12} = 26,7 kN f_{11} = 11,2 kN V_{1F} = 87 kN M_{1F} = 847 kNm	a_g = 0,960 m/s² q = 2,43 f_{13} = 56,8 kN f_{12} = 31,0 kN f_{11} = 13,1 kN V_{1F} = 101 kN M_{1F} = 982 kNm	a_g = 0,960 m/s² q = 2,17 f_{13} = 63,7 kN f_{12} = 34,7 kN f_{11} = 14,6 kN V_{1F} = 113 kN M_{1F} = 1 100 kNm
Erdbeben in **Murau (A)**	a_g = 1,638 m/s² q = 3,26 f_{13} = 72,3 kN f_{12} = 39,4 kN f_{11} = 16,6 kN V_{1F} = 128 kN M_{1F} = 1 249 kNm	a_g = 1,638 m/s² q = 2,91 f_{13} = 81,0 kN f_{12} = 44,2 kN f_{11} = 18,6 kN V_{1F} = 144 kN M_{1F} = 1 400 kNm	a_g = 1,638 m/s² q = 2,46 f_{13} = 95,8 kN f_{12} = 52,3 kN f_{11} = 22,0 kN V_{1F} = 170 kN M_{1F} = 1 656 kNm
Erdbeben in **Amatrice (C)**	a_g = 4,550 m/s² q = 4,46 f_{13} = 146,8 kN f_{12} = 80,1 kN f_{11} = 33,7 kN V_{1F} = 261 kN M_{1F} = 2 537 kNm	a_g = 4,550 m/s² q = 3,70 f_{13} = 176,9 kN f_{12} = 96,5 kN f_{11} = 40,6 kN V_{1F} = 314 kN M_{1F} = 3 058 kNm	a_g = 4,550 m/s² q = 3,03 f_{13} = 216,1 kN f_{12} = 117,9 kN f_{11} = 49,6 kN V_{1F} = 384 kN M_{1F} = 3 734 kNm

7.5 Vergleich der Variante 2 mit Kenndaten aus unterschiedlichen Quellen

In weiterer Folge soll die Variante 2 des Aussichtsturms (Niedrige Anzahl an Winkelverbindern) mit den Verbindungsmittelkenndaten aus der normativen Verbindungsmittelberechnung untersucht werden. Schlussendlich werden diese Resultate den Ergebnissen in Kapitel 7.3.3 und 7.4.2 – also dem Modell mit den Verbindungsmittelkenndaten aus Modellversuchen – gegenübergestellt.

Wie in Kapitel 5.4.4 werden in Abbildung 7.11 die Verbindungsmittelkenndaten aus Modellversuchen mit den Kenndaten aus der normativen Berechnung verglichen. Die Kenndaten wurden im benannten Kapitel diskutiert. Die normativen Berechnungen für die verwendeten Verbindungsmittel können dem **Anhang D** entnommen werden.

Die Berechnungsabläufe für die Variante 2 mit den Verbindungsmittelkenndaten aus normativer Berechnung erfolgt wie schon in Kapitel 7.2 und Kapitel 7.3. Im Folgenden werden die Ergebnisse diskutiert.

7.5.1 Vergleich der Verformungen

Mit den zwei Verbindungsmittelvariationen (Verbindungsmittelkenndaten aus Modellversuchen und der normativen Berechnung) und den drei Standorten mit unterschiedlichen Erdbebeneinwirkungen ergeben sich **sechs Vergleichsberechnungen** die folgend – in Bezug auf die Verformung – verglichen werden.

In Tabelle 7.6 erkennt man die effektive Gesamtdämpfung (ζ), den Dämpfungskorrekturbeiwert (η) und die vorhandenen Stockwerksauslenkungen (x_{1i}) bei einem Bemessungsbeben nach EC8.

7.5.2 Vergleich der Bemessungslasten

Mit den zwei Verbindungsmittelvariationen (Verbindungsmittelkenndaten aus Modellversuchen und der normativen Berechnung) und den drei Standorten mit unterschiedlichen Erdbebeneinwirkungen ergeben sich **sechs Vergleichsberechnungen** die folgend – in Bezug auf den Verhaltensbeiwert und auf die Bemessungslast – verglichen werden.

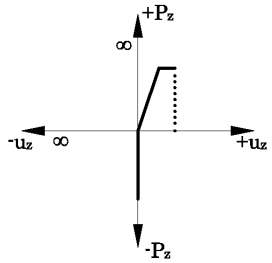
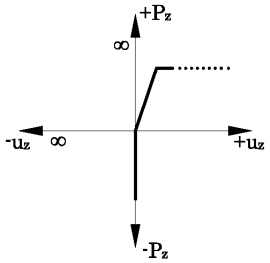
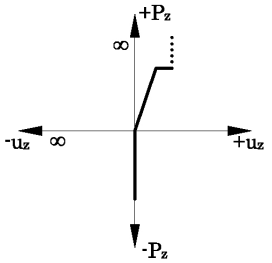
In Tabelle 7.7 erkennt man die Bemessungs-Bodenbeschleunigung (a_g), den ermittelten Verhaltensbeiwert (q-Faktor), sowie die Bemessungslasten der einzelnen Stockwerke und die wichtigsten Schnittkräfte am Fundamentanschluss (Querkraft und Moment).

7.5.3 Diskussion der Ergebnisse

Auf den ersten Blick sind die Ergebnisse – aus dem Modell mit den normativen Verbindungsmittelkenndaten – durchaus plausibel. Es sei an dieser Stelle jedoch erwähnt, dass die Kenndaten in der Nähe des Bruchzustandes (*„Verformungsmodul im Bruchzustand (K_u)“*) bei der Modelleingabe angenommen werden müssen. Es sind die Annahmen dahingehend zu treffen, ob die Verbindung an der Stelle reißt, oder ob die Verbindung zu fließen beginnt. Der Unterschied zwischen Reißen, Fließen und Anschlag nach dem letzten Schritt einer Verbindung wird in Abbildung 7.5 dargestellt.

Aufgrund der zu treffenden Annahmen bei der Modelleingabe sind, wie schon in Kapitel 5.4.4 empfohlen, die Verbindungsmittelkenndaten soweit wie möglich aus realen Versuchsergebnissen zu beziehen!

Tab. 7.5: Verlauf nach dem letzten Schritt einer Verbindung

Reißen	Fließen	Anschlag
		

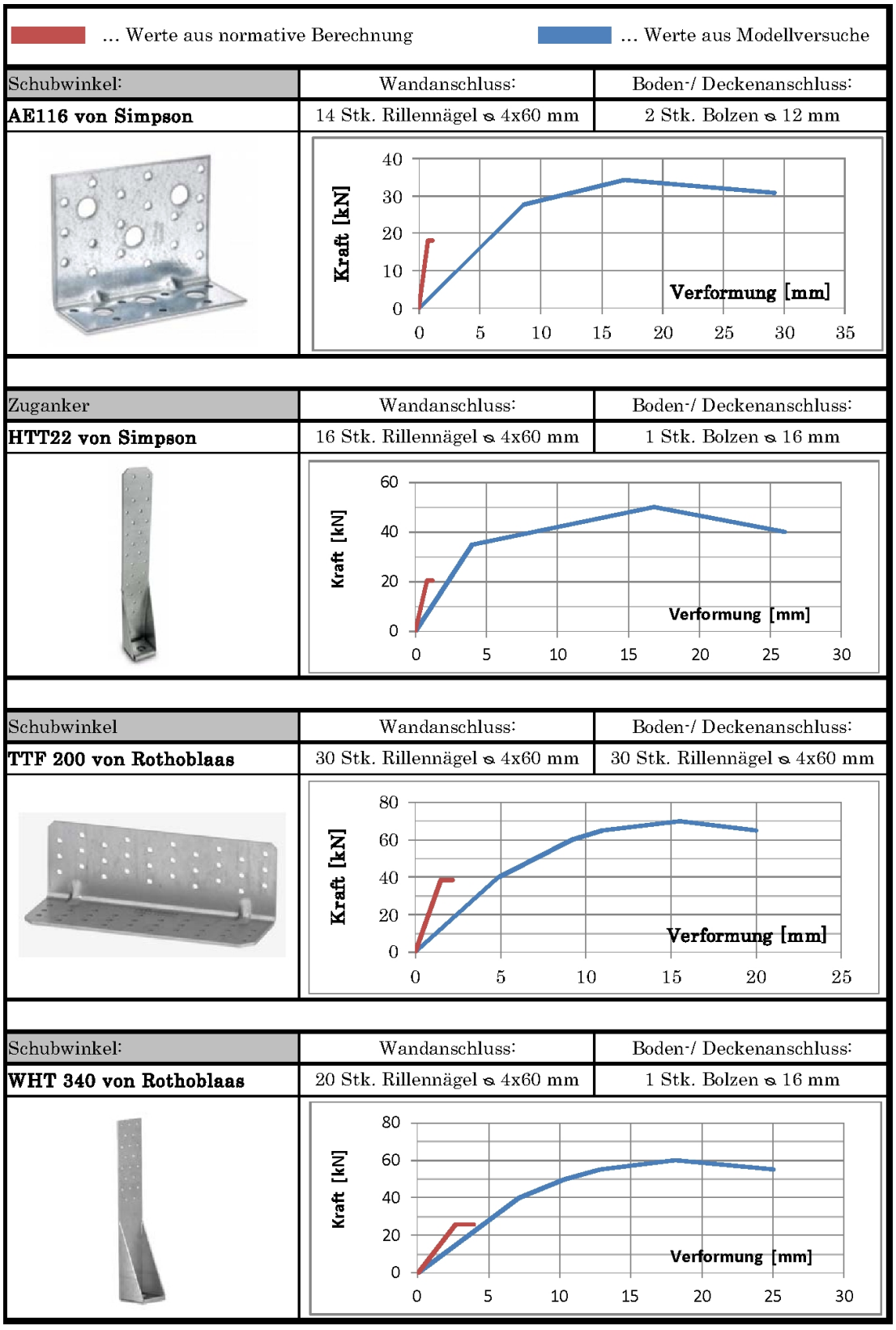
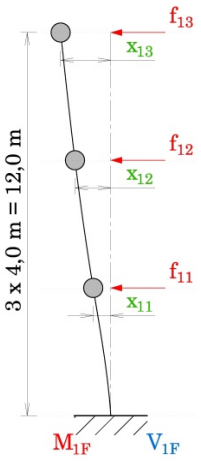
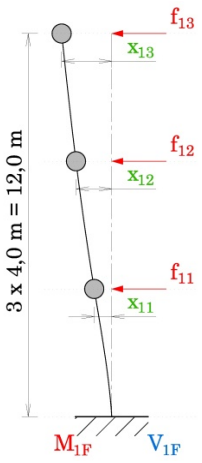


Abb. 7.11: Vergleich der Winkelverbinder für Variante 2

Tab. 7.6: Vergleich der Verformungen

	**Variante 2** niedrige Anzahl an Winkelverbindern Verbindungsmittelkenndaten aus: **Modellversuche**	**Variante 2** niedrige Anzahl an Winkelverbindern Verbindungsmittelkenndaten aus: **normativer Berechnung**
Erdbeben in **Wien (B)**	ζ = 8,30% η = 0,869 x_{13} = 2,40 cm x_{12} = 1,74 cm x_{11} = 0,88 cm	ζ = 9,40% η = 0,833 x_{13} = 2,21 cm x_{12} = 1,61 cm x_{11} = 0,81 cm
Erdbeben in **Murau (A)**	ζ = 12,60% η = 0,753 x_{13} = 3,79 cm x_{12} = 2,96 cm x_{11} = 1,50 cm	ζ = 12,50% η = 0,755 x_{13} = 3,53 cm x_{12} = 2,56 cm x_{11} = 1,29 cm
Erdbeben in **Amatrice (C)**	ζ = 28,30% η = 0,550 x_{13} = 10,34 cm x_{12} = 7,52 cm x_{11} = 3,80 cm	ζ = 35,60% η = 0,500 x_{13} = 9,37 cm x_{12} = 6,82 cm x_{11} = 3,44 cm

Tab. 7.7: Vergleich der Bemessungslasten

	**Variante 2** niedrige Anzahl an Winkelverbindern Verbindungsmittelkenndaten aus: **Modellversuche**	**Variante 2** niedrige Anzahl an Winkelverbindern Verbindungsmittelkenndaten aus: **normativer Berechnung**
Erdbeben in **Wien (B)**	a_g = 0,960 m/s² q = 2,82 f_{13} = 49,0 kN f_{12} = 26,7 kN f_{11} = 11,2 kN V_{1F} = 87 kN M_{1F} = 847 kNm	a_g = 0,960 m/s² q = 1,76 f_{13} = 78,9 kN f_{12} = 44,9 kN f_{11} = 17,1 kN V_{1F} = 141 kN M_{1F} = 1 374 kNm
Erdbeben in **Murau (A)**	a_g = 1,638 m/s² q = 3,26 f_{13} = 72,3 kN f_{12} = 39,4 kN f_{11} = 16,6 kN V_{1F} = 128 kN M_{1F} = 1 249 kNm	a_g = 1,638 m/s² q = 1,94 f_{13} = 124,9 kN f_{12} = 65,1 kN f_{11} = 30,0 kN V_{1F} = 220 kN M_{1F} = 2 140 kNm
Erdbeben in **Amatrice (C)**	a_g = 4,550 m/s² q = 4,46 f_{13} = 146,8 kN f_{12} = 80,1 kN f_{11} = 33,7 kN V_{1F} = 261 kN M_{1F} = 2 537 kNm	a_g = 4,550 m/s² q = 2,93 f_{13} = 224,0 kN f_{12} = 124,9 kN f_{11} = 50,0 kN V_{1F} = 399 kN M_{1F} = 3 887 kNm

Kapitel 8

Schlussbetrachtung und Ausblick

Die jüngste Vergangenheit zeigt wieder, dass Erdbeben eine ernstzunehmende Naturgewalt sind. Anfang September 2017 riss ein Erdbeben in Mexico-City mehr als 90 Menschen in den Tod. Im Zuge dieser Diplomarbeit konnten mehrere Erkenntnisse gewonnen werden, wenn die individuelle Erdbebenberechnung in der praktischen (Holz-)Bauingenieurtätigkeit zum Einsatz kommt.

Allgemeines zum Holzbau

Trat der Holzbau aufgrund seiner erdbebenresistenten Bauweise (geringe Masse und weiche zimmermannsmäßige Holzverbindungen) immer positiv in Erscheinung, muss beachtet werden, dass sich auch der Holzbau verändert. Aufgrund der hohen Massen im Deckenbereich (aus bauphysikalischer Sicht) und der relativ steifen Brettsperrholzbauweise, dürfen traditionelle Argumente nicht in die moderne Bauweise übertragen werden. Je nach Erdbebenstärke empfiehlt sich – schon in der frühen Entwurfsphase – die enge Zusammenarbeit zwischen Architekt und (Holz-)Bauingenieur.

Verbindungsmittelkenndaten

Um im Zuge der Projektentwicklung den Holzbau wirtschaftlich zu gestalten, ist in der Entwurfsphase die Wahl der einzusetzenden Holzverbindungen zu treffen. Jedoch sollte beachtet werden, dass in der Baudynamik die *„Sichere Seite“* nicht mit steiferen Verbindungen einhergeht. Die richtigen Verbindungsmittelkenndaten sind für eine baustatische und baudynamische Berechnung von entscheidender Bedeutung. Aus heutiger Sicht sollten die Kenndaten – wie Tragfähigkeit, Steifigkeit und Duktilität (Arbeitslinie einer Verbindung) – aus Modellversuchen entnommen werden, da es der Realität am nächsten kommt. Wie Kapitel 5.4.4 zeigt, sind die Verbindungsmittelkenndaten aus der normativen Berechnung für eine dynamische Analyse am Gesamttragwerk ungeeignet. Gerade bei der Steifigkeit (K_{ser}) können große Unterschiede festgestellt werden. Die Duktilität – die für die *„Güte“* des Erdbebenverhaltens zuständig ist – geht aus der normativen Verbindungsmittelberechnung nicht hervor.

Allerdings sind Verbindungsmittelkenndaten aus Modellversuchen nur spärlich zu finden. Es gibt nur wenige Institute und Verbindungsmittelhersteller, die solche Daten veröffentlichen. Empfohlen wird, dass Verbindungsmittelhersteller im Zuge der Verbindungsmittelprüfversuche die Verbindungsmittelkenndaten veröffentlichen, um die Berechnungen im Zuge einer Erdbebensimulation für (Holz-)Bauingenieure zu vereinfachen. Für Verbindungsmittelkenndaten aus FEM-Berechnungen kann auf die Arbeit von Herrn Dr. Hochreiner (siehe [28]) zurückgegriffen werden.

Simulationen mit gängigen FEM-Softwares

Um eine effiziente Modellierung komplexer Tragwerke zu gewährleisten, muss meist auf eine FEM-Software zurückgegriffen werden. Aufgrund der Tatsache, dass derartige Softwares teuer sind, haben sich wenige für eine anwendungsorientierte Ingenieurtätigkeit durchgesetzt.

Eine weit verbreitete FEM-Software ist das RFEM der Fa. Dlubal. Im Zuge der Ausarbeitung dieser Arbeit wurde festgestellt, dass gerade in der Kombination Dynamik und Nichtlinearität Anwendungsgrenzen der benannten Software zum Vorschein treten.

Generell sind mit dem Zusatzpaket *„RF-DYNAM Pro“* dynamische Analysen im linearen Bereich möglich. Eine dynamischen Tragwerksanalyse mit nichtlinearen Modelldaten, wie

- nichtlineare Lagerbedingungen,
- nichtlineare Gelenkbedingungen,
- Stabnichtlinearitäten,
- ...,

wird zur Zeit von Dlubal entwickelt und wurde mit Einschränkungen in der Beta-Version veröffentlicht. Aus diesem Grund entwickelte sich diese Arbeit dahingehend, dass Berechnungen und Auswertungen mit der Kapazitätspektrummethode – als zweidimensionales Problem – durchgeführt wurden. Die benötigten Pushover-Kurven (Kapazitätskurven von Tragwerken) konnten mit RFEM ermittelt werden. Eine Vorgehensweise wurde in Kapitel 7.2 beschrieben.

Um Torsionsbewegungen von Gebäuden unter Erdbebenlasten gering zu halten, muss der Schubmittelpunkt (Steifigkeitszentrum) nahe dem Massenzentrum (Schwerpunkt) angeordnet werden. Mit RFEM-Zusatzpaketen sind Querschnittswerte – und somit auch der Schubmittelpunkt – im Grundriss eines Gebäudes zu ermitteln. Jedoch wären weitere Simulationen in diesem Zusammenhang aufwändig und würden den Rahmen der Arbeit sprengen. Mit den Grundlagen dieser Diplomarbeit würde sich eine derartige Untersuchung anbieten und könnte Stoffgebiet einer zusätzlichen Forschungsarbeit sein.

Tragwerksverhalten durch Variation der Steifigkeit

Können gewisse Duktilitäten am Tragwerk garantiert werden, darf eine Abminderung der „elastischen Erdbeben-Ersatzlast“ erfolgen. Mit andern Worten, je verformungsfreundlicher – in diesem Zusammenhang sind hauptsächlich plastische Verformungen betroffen (siehe dazu Abbildung 3.11) – ein Bauwerk ist, desto geringer sind die Erdbebenlasten auf das Tragwerk. Die Abminderung der Erdbeben-Ersatzlast erfolgt mit dem sogenannten q-Faktor (Verhaltensbeiwert). In Zusammenhang mit der Kapazitätsspektrummethode wurden in Kapitel 7 die Federsteifigkeiten von Holzverbindungen variiert, um deren Einfluss auf die Bemessungslast (darauf folgend der Verhaltensbeiwert) und auf die Verformung zu untersuchen. Die Ergebnisse wurden in Kapitel 7.3.3 und Kapitel 7.4.2 verglichen. Im Folgenden werden die wichtigsten Punkte aus den benannten Kapiteln zusammengefasst:

Beschränkt man sich auf Österreich, kann je nach Erdbebenstärke und je nach Verbindungsmittelanzahl bzw. je nach Systemsteifigkeit ein Verhaltensbeiwert zwischen 2,0 und 3,3 angesetzt werden. Für Regionen mit erheblich stärkeren Erdbeben – wie zum Beispiel in Italien – wird empfohlen, den Verhaltensbeiwert projektspezifisch zu ermitteln. Obwohl die Bemessungslasten

zwischen den einzelnen Systemsteifigkeiten um bis zu 50% variieren (in Österreich nur 30%), weist die Verformung nahezu keine Unterschiede auf. Mit anderen Worten: ist die Steifigkeit geringer (z.B. durch weniger Verbindungsmittel), kann die Erdbeben-Bemessungslast herabgesetzt werden. Die Verformung jedoch bleibt ähnlich, als ob das gleiche Tragwerk steifer ausgeführt wird.

Einordnung der Resultate in den Forschungsstand

Nach ÖNORM EN 1998-1:2013 inkl. NAD dürfen Brettsperrholzbauwerke mit einem q-Faktor von $2,0$ bemessen werden (siehe dazu Kapitel 4.4.4.3). Aus der Sicht des Verfassers kann diese Vorgabe nicht 1:1 übernommen werden. Wie das Fallbeispiel in Kapitel 7 zeigt, hat nicht nur die Bauwerkssteifigkeit eine Bedeutung, sondern auch die horizontale Erdbeschleunigung (die standortbezogene Erdbebeneinwirkung) spielt eine wesentliche Rolle. Mit der in dieser Arbeit angewandten Methode können weitere Einflüsse wie Bauwerksgeometrie und Bauwerkslasten beachtet werden, und je nach Tragwerkssystem können sich unterschiedliche q-Faktoren ergeben.

Wie in Kapitel 4.5 erwähnt, wurde aus Forschungsprojekten ein q-Faktor von rund $3,0$ für BSP-Bauwerke ermittelt. Sieht man sich die Ergebnisse dieser Arbeit in Kapitel 7.4.2 genauer an, kann daraus abgeleitet werden, dass je nach horizontaler Erdbeschleunigung und je nach Steifigkeit q-Faktoren um $3,0$ erhalten wurden. Aus der Sicht des Verfassers wären shaking table-Versuche und daraus folgende Vergleichsrechnungen mit den Ergebnissen dieser Arbeit ein weiteres Stoffgebiet für Forschungsarbeiten zu diesem Thema.

Abbildungsverzeichnis

1.1 Kraft-Verschiebungs-Kurven. Dargestellt ist F als Belastung je Scherfuge. [38] . 11
1.2 Steifigkeiten für Wandsysteme [15] 13
1.3 Duktiles Bauteilverhalten von stiftförmigen Verbindungsmitteln [59] 14

2.1 Aufbau von Brettsperrholz [52] 16
2.2 Haupt- und Nebentragrichtung [32] 17
2.3 a) einachsig gespannte Decke und b) zweiachsig gespannte Decke [vgl.[56]] 17
2.4 c) vertikal und horizontal belastete Wandscheibe und d) Scheibenträger [vgl.[56]] 18
2.5 Spannungsverlauf einer Plattenbeansp. BSP-Platte ohne Seitenverleimung [7] . . 19
2.6 Spannungsverlauf einer Plattenbeansp. BSP-Platte mit Seitenverleimung [7] . . . 19
2.7 Spannungsverlauf einer Scheibenbeansp. BSP-Platte ohne Seitenverleimung [7] . 19
2.8 Spannungsverlauf einer Scheibenbeansp. BSP-Platte mit Seitenverleimung [7] . . 19
2.9 Vergleich der Berechnungsverfahren an einem Einfeldträger nach [53] 21
2.10 Vergleich der Berechnungsverfahren an einem Zweifeldträger nach [53] 21
2.11 Mögliche Einteilung von Holzverbindungen [49] 23
2.12 Typische Arbeitslinie mit wesentlichen Grundbegriffen (überarbeitet) [vgl. [49]] . 24
2.13 Modell nach Foschi [21] 29
2.14 Last-Verschiebungs-Beziehung nach Blaß [21] 30
2.15 Last-Verschiebungs-Beziehung nach Blaß [21] 30
2.16 Grundbegriffe einer Sinusschwingung [vgl. [21]] 32
2.17 Zufallsschwingung [vgl. [21]] 33
2.18 Kräfte am Einmassenschwinger 34
2.19 Freie, ungedämpfte Schwingung (links: Modell / rechts: Schwingungsdiagramm) . 35
2.20 Freie, gedämpfte Schwingung (links: Modell / rechts: Schwingungsdiagramm) . . 38
2.21 Erzwungene Schwingung des gedämpften Einmassenschwingers [vgl. [21]] 39
2.22 Verstärkungsfaktor in Abhängigkeit des Frequenzverhältnisses [vgl. [21]] 40
2.23 Ebener Rahmen 41
2.24 Kräfte am Zweimassenschwinger 41
2.25 Rayleigh-Dämpfung [vgl. [60]] 44

3.1 Schnitt durch ein Herdgebiet [21] 47
3.2 Ausbreitung P-Welle [5] 49
3.3 Ausbreitung S-Welle [5] 49
3.4 Ausbreitung Love-Welle [5] 50
3.5 Ausbreitung Rayleigh-Welle [5] 50
3.6 Erdbeben in Amatrice 2016 [25] 51
3.7 Isolinien der Referenzbodenbeschleunigung a_{gR} in m/s^2 für Österreich nach [3] . 52
3.8 Ermittlung eines Antwortspektrums (vereinfachte Darstellung) [21] 53
3.9 oben: Einheitsimpuls / unten: Antwort auf den Einheitsimpuls [21] 54
3.10 Bewegungsdefinitionen eines Einmassenschwingers [21] 55
3.11 Verschiedene Möglichkeiten zur Ausbildung eines Tragwerks für ein bestimmtes Bemessungsbeben [5] 57

3.12 Kragarm mit Einzelkraft im Fließzustand [5] 59
3.13 Ansätze zur Abminderung des Tragwiderstandes bzw. der Ersatzkraft [21] 60
3.14 Mathematische Abminderungsfunktionen in Abhängigkeit der Duktilität [5] . . . 61
3.15 Skizze: Aussichtsturm mit starrer Verbindung 68
3.16 Modell des Dreimassenschwingers 69
3.17 Skizze: Federkomponenten eines Dreimassenschwingers 69
3.18 Eigenschwingungsformen des Aussichtsturms 70
3.19 Eigenschwingungsformen des Aussichtsturms 71

4.1 Vorgehen bei der Bemessung bei den Nachweisen der Tragfähigkeit [18] 74
4.2 Vorgehen bei der Bemessung der Nachweise der Gebrauchstauglichkeit [18] 75
4.3 siebenstöckiges Versuchsobjekt [45] 83

5.1 Definition der Kontaktfugen (überarbeitet) [31] 85
5.2 Beispiel Nagel [65] 86
5.3 Beispiel Holzschraube [65] 86
5.4 Winkelverbinder von Rothoblaas 87
5.5 Plattenverbinder von Rothoblaas 87
5.6 X-Rad Verbindungssystem von Rothoblaas 88
5.7 Beispiele: Wand-Decke-Wand-Anschlüsse nach [31] 89
5.8 Beispiele: Wand-Wand-Anschlüsse nach [31] 89
5.9 Beispiele: Decke-Decke-Anschlüsse nach [31] 89
5.10 Detail aus [31] 90
5.11 Datenauswertung und Empfehlung für den Verbindungsmittelabstand nach [31] . 90
5.12 Kraftübertragung und Verformung bei stiftförmigen Verbindungsmitteln [18] . . 92
5.13 Versagensmechanismen bei ein- und zweischnittigen Verbindungen 94
5.14 Nettoquerschnitt und Bruchlinie für Blockscheren einer Stabdübel-Verbindung mit innenliegendem Stahlblech. [21] 97
5.15 Hysteresekurven von Holzverbindungen bei unterschiedlichen Laststufen [46] . . . 98
5.16 Hystereseverlauf nach [21] mit zugehörigem Prüfverlauf 99
5.17 Hysteresekurven von Holzverbindungen bei unterschiedlichen Steifigkeiten [21] . . 99
5.18 Tragfähigkeitsverlust zwischen der ersten (a) und der dritten Belastung bei derselben Verschiebung [21] 100
5.19 Energiedissipation bzw. proportionales Dämpfungsverhältnis nach [39] 101
5.20 Diagramm: Ergebnisse der normativen Verbindungsmittelberechnung 102
5.21 zyklischer Prüfverlauf nach [39] 102
5.22 Beispiel: Ergebnisblätter zyklischer Einzelversuche nach [23] 103
5.23 Modell aus [28] 104
5.24 Schnittkräfte aus [28] 104
5.25 LV-Kurve aus [28] 104
5.26 Diagramm mit Tabellenwerten: Vergleich der Verbindungsmittelkenndaten 105
5.27 Skizze: Wandmodell aus [22] 106
5.28 Auflagersituation der Wandscheibe 107
5.29 Auflagersituation der nachgiebigen Wand 108
5.30 Ergebnisse der Wandscheibe mit nachgiebiger Verbindung 108
5.31 Auflagersituation der starren Wand 109
5.32 Ergebnisse der Wandscheibe mit starrer Verbindung 109
5.33 Diagramm: Vergleich zwischen starrer und nachgiebiger Verbindung anhand einer Kapazitätskurve 110

6.1 günstige und ungünstige Verteilung von Massen und Steifigkeiten im Grundriss [21] 113
6.2 günstige und ungünstige Aufrissgestaltung [21] 114
6.3 Ermittlung der Last-Verformungskurve (Pushover-Kurve) [37] 115
6.4 Überlagerung von Antwort- und Kapazitätsspektrum [37] 116
6.5 Ableitung der äquivalenten viskosen Dämpfung [37] 116
6.6 Überlagerung von Antwort- und Kapazitätsspektrum mit reduziertem Antwortspektrum [37] 117
6.7 Flussdiagramm zur iterativen Bestimmung des Performance Points [37] 118
6.8 Maximal aufnehmbares Erdbeben (Beispiel aus [37]) 119

7.1 gewählte Winkelverbinder für den Aussichtsturm mit nachgiebiger Verbindung . 122
7.2 Skizze: Aussichtsturm - Variante 1 123
7.3 Skizze: Aussichtsturm - Variante 2 124
7.4 Skizze: Aussichtsturm - Variante 3 125
7.5 Diagramm: Verformung (u in mm) abhängig der Iterationsschritte 127
7.6 Verformung des Aussichtsturms mit nachgiebiger Verbindung 128
7.7 Pushover-Kurven der Aussichtstürme 129
7.8 Überlagerung von Antwort- und Kapazitätsspektrum 130
7.9 Ableitung der äquivalenten viskosen Dämpfung für den Standort Murau 131
7.10 Bestimmung des Performance Point 132
7.11 Vergleich der Winkelverbinder für Variante 2 140

Tabellenverzeichnis

2.1 Wirkungsgrad η einiger typischer Holzverbindungen [vgl. [49]] 25
2.2 Klassifizierungen von Verbindungen aufgrund der statischen Duktilität nach [49] 27

3.1 MSK-Skala mit Magnitudenvergleich [21] 48
3.2 Geschwindigkeiten von Raumwellen [vgl. [21]] 49
3.3 Physikalische Kenngrößen örtlicher Bodenbewegungen [vgl. [5]] 50
3.4 Duktilitätsklassen, Richtwerte für die Bemessungsduktilität und empfohlenen Bemessungsverfahren nach [21] (überarbeitet) 66
3.5 Übersicht über Erdbeben-Berechnungsverfahren [61] 67
3.6 Ergebnisse aus der dynamischen Berechnung 70
3.7 Vergleich zwischen vereinfachtem ASV und multimodalem ASV 71

4.1 Baugrundklassen nach [3] 77
4.2 Bedeutungskategorien nach [3] 78
4.3 Bedeutungsbeiwert nach [3] 79
4.4 Auslegungskonzepte, Tragwerkstypen und Höchstbeträge der Verhaltensbeiwerte für die drei Duktilitätsklassen nach [3] 82

5.1 Tragfähigkeit einer einschnittigen Verbindung lt. [2] 96
5.2 Diagramme: Schematische Darstellung der Gelenkbedingungen (Nichtlinearitäten) 107

7.1 Beschreibung des elastischen Antwortspektrums 126
7.2 Erdbebeneinwirkung der drei Standorte 126
7.3 Vergleich der Verformungen 134
7.4 Vergleich der Bemessungslasten 137
7.5 Verlauf nach dem letzten Schritt einer Verbindung 139
7.6 Vergleich der Verformungen 141
7.7 Vergleich der Bemessungslasten 142

Literaturverzeichnis

[1] Austrian Standards Institute. *Eurocode 0: Grundlagen der Tragwerksplanung.* 15.03.2013.

[2] Austrian Standards Institute. *Eurocode 5: Bemessung und Konstruktion von Holzbauten - Teil 1-1: Allgemeines — Allgemeine Regeln und Regeln für den Hochbau.* 15.06.2015.

[3] Austrian Standards Institute. *Eurocode 8: Auslegung von Bauwerken gegen Erdbeben - Teil 1: Grundlagen, Erdbebeneinwirkungen und Regeln für Hochbauten.* 15.06.2013.

[4] Autorenteam: „Mehrgeschossiger Holzbau in Österreich: Holzskelett- und Holzmassivbauweise“. ProHolz Austria. Wien, 2002.

[5] Bachmann Hugo. „Erdbebensicherung von Bauwerken: Mit 30 Tabellen“. Birkhäuser. Basel u.a., 2002.

[6] Bachmann Hugo. „Vibration problems in structures: Practical guidelines“. Birkhäuser. Basel u.a., 1995.

[7] Battisti V. „Faltwerke aus Brettsperrholz“. Diplomarbeit/Dissertation. Graz, Jänner 2009.

[8] Blaß H. J. „Timber structures in seismic regions. RILEM state-of-the-art report: Mater. and struct. 27 (1994) S. 157-184.“ Zeitschriftenaufsatz. 1994.

[9] Blaß H. J., Ehlbeck J., Kreuzinger H. und Steck G. „Erläuterungen zu DIN 1052:2004-08 auf Seite 52-56 und 81-84“. Diss. Bruderverlag Karlsruhe, 2004.

[10] Blaß H. J. und Fellmoser P. „Bemessung von Mehrschichtplatten“. In: Bauen mit Holz 105, Heft 8. Karlsruhe, 2003.

[11] Blaß H. J. und Goerlacher R. „Brettsperrholz - Berechnungsgrundlagen“. In: Holzbaukalender 2003, Seite 580 – 59. Bruderverlag Karlsruhe, 2003.

[12] Blaß H. J., Goerlacher R. und Steck G. „Step 1 | Holzbauwerke nach Eurocode 5 | Bemessung und Baustoffe“. Fachverlag Holz, ISBN: 0446-2114.

[13] Blaß H. J. und Uibel T. „Tragfähigkeit von stiftförmigen Verbindungsmitteln in Brettsperrholz“. Karlsruher Berichte zum Ingenieurholzbau - Band 8. 2007.

[14] Bogensperger T. und Pürgstaller A. „Modellierung von Strukturen aus Brettsperrholz unter Berücksichtigung der Verbindungstechnik“. In: Tagungsband der 7. Grazer Holzbau-Fachtagung. 2008.

[15] Brunner R., Jung P., Steiger R., Wenk T., Wirz N. „Erdbebengerechte mehrgeschossige Holzbauten“. Manuskript von Lignum. Zürich, Juni 2010.

[16] Bucher C. „Mechanik 2“. Skriptum. Wien: TU Wien, WS 2012/13.

[17] CADFEM Wiki. *Rayleigh-Dämpfung: Web.* 11.08.2016. URL: `http://www.cae-wiki.info/wikiplus/index.php/Rayleigh-D%C3%A4mpfung`.

[18] Colling F. „Holzbau: Grundlagen, Bemessungshilfen“. Vieweg + Teubner. Wiesbaden, 2008.

[19] Costa A. C., Candeias P. X., Schickhofer G. und Flatscher G. „SERIES - Seismic Engineering Research Infrastructures for European Synergies“. Bericht. Graz: TU Graz, Juli 2013.

[20] Europäisches Komitee für Normung. *Holzbauwerke - Verbindungen mit mechanischen Verbindungsmitteln Allgemeine Grundsätze für die Ermittlung der Tragfähigkeit und das Verformungsverhalten*. 1.08.1991.

[21] Flatscher G. „Außergewöhnliche Einwirkung „Erdbeben“ - Überlegungen zur versuchstechnischen Erfassung der Verbindungstechnik im Holz-Massivbau“. Masterarbeit. Graz: TU Graz, August 2010.

[22] Flatscher G. „Versuchstechnische Betrachtung zyklisch beanspruchter Wandelemente in der Holz-Massivbauweise“. Manuskript. Graz: TU Graz, 2012.

[23] Flatscher G. und Schickhofer G. „Verbindungstechnik in BSP bei monotoner und zyklischer Beanspruchung“. Statusbericht. Graz: TU Graz, 2011.

[24] Foschi R. O. „Load-Slip Characteristics of Nails: Vol. 7, Nr. 1, p. 69 - 76“. Wood Sciense. Juli 1974.

[25] Geiser M. „Erdbebengerechtes Bauen mit Holz“. Vortrag bei Rothoblaas. Kurtatsch, Februar 2017.

[26] Heimeshoff B. „Zur Berechnung von Biegeträgern aus nachgiebig miteinander verbundenen Querschnittsteilen im Ingenieurholzbau“. In: Holz als Roh- und Werkstoff 45 Seite 237–241. 1987.

[27] Heuer Rudolf. „Baudynamik - Erdbeben“. Manuskript. Wien: TU Wien, SS 2016.

[28] Hochreiner G. „Die Bedeutung baustatischer Modellbildung für den Eurocode 5: Darstellung an ausgewählten Beispielen“. Dissertation. Wien: TU Wien, August 2014.

[29] *ISO 16670: Timber structures - Joints made with mechanical fasteners - Quasi-static reversed-cyclic test method*.

[30] Jöbstl R. A. „Praxisgerechte Bemessung von Brettsperrholz“. In: Ingenieurholzbau - Karlsruher Tage. Bruderverlag Karlsruhe, 2007.

[31] Koppelhuber J. und Huter P. „Projekt Unified Timber Connection (UTC): Standardisierung von Verbindungssystemen im Holzbau - Langfassung (Teil BBW)“. Manuskript. Graz: Holzcluster Steiermark GmbH, September 2016.

[32] Koppelhuber J., Wallner-Novak M. und Pock K. „Brettsperrholz Bemessung: Grundlagen für Statik und Konstruktion nach Eurocode“. Manuskript. Wien: proHolz Austria, Juli 2013.

[33] Kramer H. „Angewandte Baudynamik: Grundlagen und Praxisbeispiele“. Ernst & Sohn. Berlin, 2013.

[34] Krämer V. „Trag- und Verformungsverhalten genagelter Brettstapelelemente unter Querlast“. Dissertation. Universität Karlsruhe, 2003.

[35] Kreuzinger H. „Platten, Scheiben und Schalen“. In: Bauen mit Holz 1/99, Seite 34-39. 1999.

[36] Melhorn G. „Der Ingenieurbau: Bd. 8: Tragwerkszuverlässigkeit, Einwirkungen“. Ernst&Sohn. Berlin, 1997.

[37] Meskouris K., Hinzen K.-G., Butenweg C. und Mistler M. „Bauwerke und Erdbeben: Grundlagen - Anwendung - Beispiele“. Vieweg + Teubner. 2011.

[38] Neuhaus H. „Ingenieurholzbaus“. Buch. Wiesbaden, 2009.

[39] Österreichisches Normungsinstitut. *ÖNORM EN 12512: Holzbauwerke - Prüfverfahren - Zyklische Prüfungen von Anschlüssen mit mechanischen Verbindungsmitteln*. 1.12.2005.

[40] Peer H. und at. al. „Semi-rigid timber joints - Structural behaviour, modelling and new technologies: Cost C1“. Final Report of Working Group "Timber Joints".

[41] Pock K. „Projekt Unified Timber Connection (UTC): Standardisierung von Verbindungssystemen im Holzbau - (Teil KPZT)“. Manuskript. Graz: Holzcluster Steiermark GmbH, Juli 2016.

[42] proHolz Austria. „Bauen mit Holz ist aktiver Klimaschutz“. Web. Wien, Februar 2017. URL: http://www.proholz.at/co2-klima-wald/co2-bilanz/bauen-mit-holz-ist-aktiver-klimaschutz/.

[43] proHolz Austria. „zuschnitt 51: Wald in der EU“. Zeitschrift. Wien, Februar 2017.

[44] proHolz Austria. „Zweiter Erdbeben-Großversuch eines Massivholzbaus weltweit“. Web. Wien, August 2017.

[45] Sandhaas C. „Earthquake resistance of multi-storey massive timber buildings“. Manuskript. Karlsruhe, 2012.

[46] Schädle P. „Innovative Wandbausysteme aus Holz unter Erdbebeneinwirkungen“. Dissertation. Karlsruhe: Universität Fridericiana zu Karlsruhe, 2012.

[47] Schelling W. „Zur Berechnung nachgiebig zusammengesetzter Biegeträger aus beliebig vielen Einzelquerschnitten“. In: Ehlbeck, J. (Hrsg.); Steck, G. (Hrsg.): Ingenieurholzbau in Forschung und Praxis. Bruderverlag Karlsruhe, 1982.

[48] Schickhofer G. „Das Erdbebenverhalten von Hochbauten in Holz-Massivbauweise: Eine vergleichende Betrachtung mit anderen Massivbauweisen“. Bericht. Graz, Juni 2011.

[49] Schickhofer G. „Holzbau - Nachweisführungen für Konstruktionen aus Holz“. Manuskript. Graz: TU Graz, 2009.

[50] Scholz A. „Schubanalogie in der Praxis: Möglichkeiten und Grenzen“. In: Ingenieurholzbau - Karlsruher Tage. Bruderverlag Karlsruhe, 2004.

[51] Schrentewein T. „Konzentration auf den Punkt“. In: Bauen mit Holz 1/2008. 2008.

[52] Silly G. „Numerische Studien zur Drill- und Schubsteifigkeit von Brettsperrholz (BSP)“. Diplomarbeit. Graz: TU Graz, Juni 2010.

[53] Silly G. und Bogensperger T. „Biegespannungsberechnung von Brettsperrholzplatten - Methodenvergleich“. Seminar Holz-Massivbauweise in Brettsperrholz. Holzinnovationszentrum Zeltweg, 13. und 14. Mai 2011.

[54] Studer J. A., Koller M. G. und Laue J. „Bodendynamik: Grundlagen, Kennziffern, Probleme und Lösungsansätze“. Springer-Verlag. Berlin, Heidelberg, 2008.

[55] Studiengemeinschaft Holzleimbau e.V. „Bauen mit Brettsperrholz: Tragende Massivholzelemente für Wand, Decke und Dach“. Manuskript. Wuppertal, April 2010.

[56] Timbory / Haas Fertigbau GmbH. „Profihandbuch für Brettsperrholz“. Manuskript. Falkenberg, Juli 2013.

[57] Uibel T. „Brettsperrholz – Verbindungen mit mechanischen Verbindungsmitteln“. In: Ingenieurholzbau - Karlsruher Tage. Bruderverlag Karlsruhe, 2007.

[58] Van de Kuilen J. W. G. „Creep of timber joints“. COST-E24. Florenz, Italien, Mai 2004.

[59] Walter B. und Wiesenkämper T. „Nachweis der Erdbebensicherheit von Holzgebäuden“. Manuskript. Düsseldorf: Ingenieurkammer-Bau, Mai 2011.

[60] Weber B. „Tragwerksdynamik“. Skriptum. Zürich: ETH Zürich, 2002.

[61] Wenk T. „Erdbebensicherung von Bauwerken I: Folienkopien FS 2011“. Manuskript. Zürich: ETH Zürich, Februar 2011.

[62] Wikipedia. „Schwingung“. Web. 5.04.2017. URL: https://de.wikipedia.org/w/index.php?oldid=164059748.

[63] Wikipedia. „UN-Klimakonferenz in Paris 2015“. Web. 22.02.2017. URL: https://de.wikipedia.org/w/index.php?oldid=162901082.

[64] Winter S., Kreuzinger H. und Mestek P. „TP 15 Flächen aus Brettstapeln: Brettsperrholz und Verbundkonstruktionen“. Diss. TU München, 2008.

[65] www.bauhaus.info. „Schrauben, Nägel & Dübel | BAUHAUS“. Web. 13.06.2017. URL: https://www.bauhaus.info/schrauben-naegel-duebel/c/10000002.

Anhang A

Modalanalyse inkl. Antwortspektrumverfahren

Einfluss der Federsteifigkeiten von Holzverbindungen im mehrgeschossigen Brettsperrholzbau unter Erdbebenlast

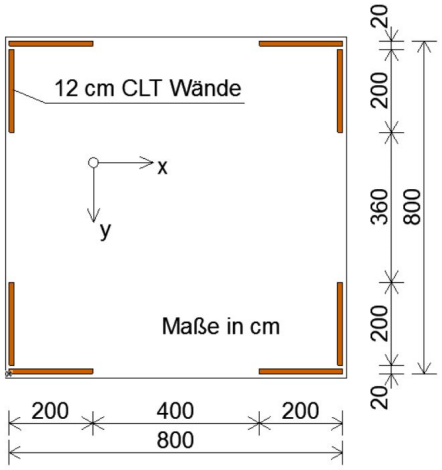
Fakultät für Bauingenieurwesen
der Technischen Universität Wien

Bernhard Krupka, BSc.

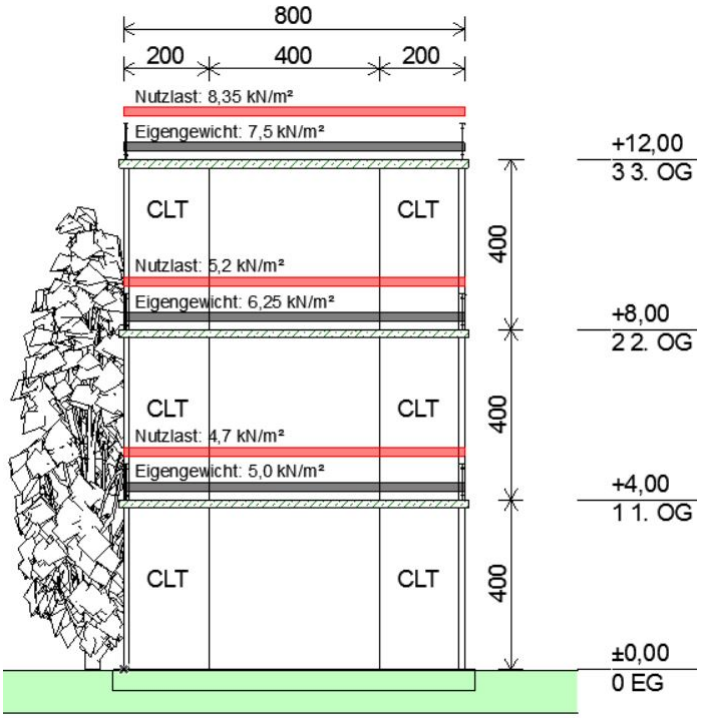
Oktober 2017

Angabe

Grundriss



Schnitt



Beispiel m1:

$$E_d := 5\ \frac{kN}{m^2} + 4.7\ \frac{kN}{m^2} \cdot 0.6 = 7.82\ \frac{kN}{m^2}$$

$$m_{1.F} := E_d \cdot 4\ m \cdot 8\ m = 250.24\ kN$$

Axonometrie

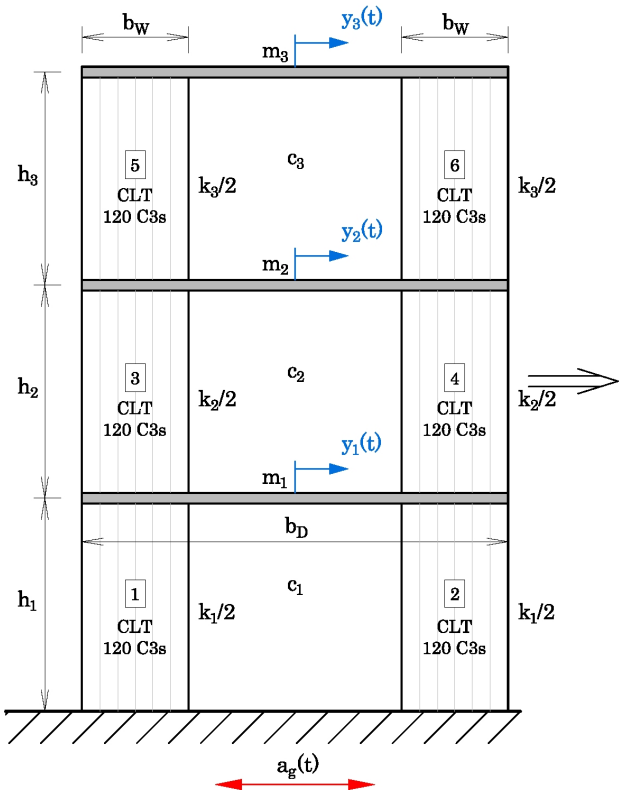
Nur nichtkommerzielle Verwendung

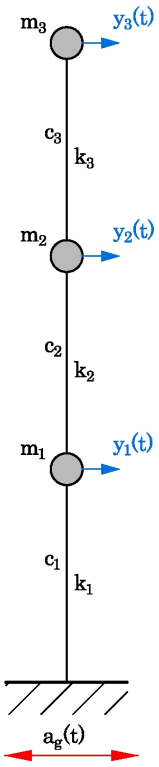
Allgemeine Modellierung

... Eingabe

... Kontrollwerte

1) Angaben





$h_1 := 4\ m$

$h_2 := 4\ m$

$h_3 := 4\ m$

$s_1 := h_1 = 4\ m$

$s_2 := h_1 + h_2 = 8\ m$

$s_3 := h_1 + h_2 + h_3 = 12\ m$

$$h := \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 8 \\ 12 \end{bmatrix} m$$

$m_1 := 25\ tonne$ $\quad \zeta_1 := 0.05$

$m_2 := 30\ tonne$ $\quad \zeta_2 := 0.05$

$m_3 := 40\ tonne$ $\quad \zeta_3 := 0.05$

$$M := \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 25000 & 0 & 0 \\ 0 & 30000 & 0 \\ 0 & 0 & 40000 \end{bmatrix} kg$$

$m_{ges} := m_1 + m_2 + m_3 = 95000\ kg$

$$K := \begin{bmatrix} 89258 & -45960 & 2658 \\ -45960 & 89258 & -43206 \\ 2658 & -43206 & 39282 \end{bmatrix} \frac{kN}{m}$$

Nur nichtkommerzielle Verwendung

2) Eigenwerte:

$$o := \det\left(K - \omega^2 \cdot M\right) = 0 \xrightarrow{solve,\,\omega} ? = \begin{bmatrix} 71.8784 \\ -71.8784 \\ 14.8635 \\ 46.2624 \\ -14.8635 \\ -46.2624 \end{bmatrix} \frac{1}{s}$$

$\omega_1 := 14.8635 \ \frac{rad}{s}$ $\quad f_1 := \frac{\omega_1}{2 \cdot \pi} = 2.3656 \ \frac{1}{s}$ $\quad T_1 := \frac{1}{f_1} = 0.4227 \ s$

$\omega_2 := 46.2624 \ \frac{rad}{s}$ $\quad f_2 := \frac{\omega_2}{2 \cdot \pi} = 7.3629 \ \frac{1}{s}$ $\quad T_2 := \frac{1}{f_2} = 0.1358 \ s$

$\omega_3 := 71.8784 \ \frac{rad}{s}$ $\quad f_3 := \frac{\omega_3}{2 \cdot \pi} = 11.4398 \ \frac{1}{s}$ $\quad T_3 := \frac{1}{f_3} = 0.0874 \ s$

3) Eigenvektoren

Eigenvektor 1: $\omega_1 = 14.8635 \ \frac{1}{s}$

$$A_{1.1.1} := \frac{\left(K - \omega_1^{\,2} \cdot M\right)}{\frac{kg}{s^2}} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}^{T} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = 83734909.194$$

$$A_{1.1.2} := \frac{\left(K - \omega_1^{\,2} \cdot M\right)}{\frac{kg}{s^2}} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}^{T} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = -45960000$$

$$A_{1.1.3} := \frac{\left(K - \omega_1^{\,2} \cdot M\right)}{\frac{kg}{s^2}} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}^{T} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = 2658000$$

Nur nichtkommerzielle Verwendung

$$A_{1.2.1} := \frac{\left(K - \omega_1^{\,2} \cdot M\right)}{\frac{kg}{s^2}} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = -45960000$$

$$A_{1.2.2} := \frac{\left(K - \omega_1^{\,2} \cdot M\right)}{\frac{kg}{s^2}} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = 82630291.033$$

$$A_{1.2.3} := \frac{\left(K - \omega_1^{\,2} \cdot M\right)}{\frac{kg}{s^2}} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = -43206000$$

$$A_{1.3.1} := \frac{\left(K - \omega_1^{\,2} \cdot M\right)}{\frac{kg}{s^2}} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = 2658000$$

$$A_{1.3.2} := \frac{\left(K - \omega_1^{\,2} \cdot M\right)}{\frac{kg}{s^2}} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = -43206000$$

$$A_{1.3.3} := \frac{\left(K - \omega_1^{\,2} \cdot M\right)}{\frac{kg}{s^2}} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = 30445054.71$$

$$\phi_{1.3} := 1$$

$$\phi_{1.2} := A_{1.3.1} \cdot \phi_{1.1} + A_{1.3.2} \cdot \phi_{1.2} + A_{1.3.3} \cdot \phi_{1.3} = 0 \xrightarrow{solve,\, \phi_{1.2}} 0.061519233439800027774 \cdot \phi_{1.1} + 0.70464876892098319678$$

$$\phi_{1.1} := A_{1.2.1} \cdot \phi_{1.1} + A_{1.2.2} \cdot \phi_{1.2} + A_{1.2.3} \cdot \phi_{1.3} = 0 \xrightarrow{solve,\, \phi_{1.1}} 0.36743063941075298163$$

$$\phi_{1.2} := 0.061519233439800027774 \cdot \phi_{1.1} + 0.70464876892098319678 = 0.727$$

$$\phi_1 := \begin{bmatrix} \phi_{1.1} \\ \phi_{1.2} \\ \phi_{1.3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.3674 \\ 0.7273 \\ 1 \end{bmatrix}$$ ... Eigenvektor 1!

$$\phi_{1.N} := \frac{\phi_1}{\sqrt{\phi_{1.1}^{\,2} + \phi_{1.2}^{\,2} + \phi_{1.3}^{\,2}}} = \begin{bmatrix} 0.285 \\ 0.564 \\ 0.775 \end{bmatrix}$$

Probe: $K \cdot \phi_1 = \begin{bmatrix} 2029.58 \\ 4820.02 \\ 8836.95 \end{bmatrix} \frac{kN}{m}$ = $\omega_1^{\,2} \cdot M \cdot \phi_1 = \begin{bmatrix} 2029.35 \\ 4820.02 \\ 8836.95 \end{bmatrix} \frac{kN}{m}$

Nur nichtkommerzielle Verwendung

Eigenvektor 2: $\omega_2 = 46.2624 \ \frac{1}{s}$

$$A_{2.1.1} := \frac{\left(K - {\omega_2}^2 \cdot M\right)}{\frac{kg}{s^2}} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = 35752758.656$$

$$A_{2.1.2} := \frac{\left(K - {\omega_2}^2 \cdot M\right)}{\frac{kg}{s^2}} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = -45960000$$

$$A_{2.1.3} := \frac{\left(K - {\omega_2}^2 \cdot M\right)}{\frac{kg}{s^2}} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = 2658000$$

$$A_{2.2.1} := \frac{\left(K - {\omega_2}^2 \cdot M\right)}{\frac{kg}{s^2}} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = -45960000$$

$$A_{2.2.2} := \frac{\left(K - {\omega_2}^2 \cdot M\right)}{\frac{kg}{s^2}} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = 25051710.387$$

$$A_{2.2.3} := \frac{\left(K - {\omega_2}^2 \cdot M\right)}{\frac{kg}{s^2}} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = -43206000$$

$$A_{2.3.1} := \frac{\left(K - {\omega_2}^2 \cdot M\right)}{\frac{kg}{s^2}} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = 2658000$$

$$A_{2.3.2} := \frac{\left(K - {\omega_2}^2 \cdot M\right)}{\frac{kg}{s^2}} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = -43206000$$

$$A_{2.3.3} := \frac{\left(K - {\omega_2}^2 \cdot M\right)}{\frac{kg}{s^2}} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = -46326386.15$$

Nur nichtkommerzielle Verwendung

$\phi_{2.3} := 1$

$\phi_{2.2} := A_{2.3.1} \cdot \phi_{2.1} + A_{2.3.2} \cdot \phi_{2.2} + A_{2.3.3} \cdot \phi_{2.3} = 0 \xrightarrow{solve,\, \phi_{2.2}} 0.061519233439800027774 \cdot \phi_{2.1} - 1.0722211301763643938$

$\phi_{2.1} := A_{2.2.1} \cdot \phi_{2.1} + A_{2.2.2} \cdot \phi_{2.2} + A_{2.2.3} \cdot \phi_{2.3} = 0 \xrightarrow{solve,\, \phi_{2.1}} -1.5774157184116166726$

$\phi_{2.2} := 0.061519233439800027774 \cdot \phi_{2.1} - 1.0722211301763643938 = -1.169$

$$\phi_2 := \begin{bmatrix} \phi_{2.1} \\ \phi_{2.2} \\ \phi_{2.3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1.5774 \\ -1.1693 \\ 1 \end{bmatrix}$$ ... Eigenvektor 2!

$$\phi_{2.N} := \frac{\phi_2}{\sqrt{\phi_{2.1}^{\,2} + \phi_{2.2}^{\,2} + \phi_{2.3}^{\,2}}} = \begin{bmatrix} -0.716 \\ -0.531 \\ 0.454 \end{bmatrix}$$

Probe:

$$K \cdot \phi_2 = \begin{bmatrix} -84399.67 \\ -75074.01 \\ 85608.39 \end{bmatrix} \frac{kN}{m} \quad = \quad \omega_2^{\,2} \cdot M \cdot \phi_2 = \begin{bmatrix} -84400.01 \\ -75074.01 \\ 85608.39 \end{bmatrix} \frac{kN}{m}$$

Eigenvektor 3:

$$\omega_3 = 71.8784 \ \frac{1}{s}$$

$$A_{3.1.1} := \frac{\left(K - \omega_3^{\,2} \cdot M\right)}{\frac{kg}{s^2}} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = -39904609.664$$

$$A_{3.1.2} := \frac{\left(K - \omega_3^{\,2} \cdot M\right)}{\frac{kg}{s^2}} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = -45960000$$

$$A_{3.1.3} := \frac{\left(K - \omega_3^{\,2} \cdot M\right)}{\frac{kg}{s^2}} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = 2658000$$

$$A_{3.2.1} := \frac{\left(K - \omega_3^{\,2} \cdot M\right)}{\frac{kg}{s^2}} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = -45960000$$

Nur nichtkommerzielle Verwendung

$$A_{3.2.2} := \frac{\left(K - \omega_3^{\,2} \cdot M\right)}{\frac{kg}{s^2}} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}^{T} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = -65737131.597$$

$$A_{3.2.3} := \frac{\left(K - \omega_3^{\,2} \cdot M\right)}{\frac{kg}{s^2}} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}^{T} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = -43206000$$

$$A_{3.3.1} := \frac{\left(K - \omega_3^{\,2} \cdot M\right)}{\frac{kg}{s^2}} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{T} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = 2658000$$

$$A_{3.3.2} := \frac{\left(K - \omega_3^{\,2} \cdot M\right)}{\frac{kg}{s^2}} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{T} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = -43206000$$

$$A_{3.3.3} := \frac{\left(K - \omega_3^{\,2} \cdot M\right)}{\frac{kg}{s^2}} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{T} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = -167378175.462$$

$\phi_{3.3} := 1$

$\phi_{3.2} := A_{3.3.1} \cdot \phi_{3.1} + A_{3.3.2} \cdot \phi_{3.2} + A_{3.3.3} \cdot \phi_{3.3} = 0 \xrightarrow{solve,\, \phi_{3.2}} 0.061519233439800027774 \cdot \phi_{3.1} - 3.8739567528213674027$

$\phi_{3.1} := A_{3.2.1} \cdot \phi_{3.1} + A_{3.2.2} \cdot \phi_{3.2} + A_{3.2.3} \cdot \phi_{3.3} = 0 \xrightarrow{solve,\, \phi_{3.1}} 4.22878951032759455$

$\phi_{3.2} := 0.061519233439800027774 \cdot \phi_{3.1} - 3.8739567528213674027 = -3.614$

$$\phi_3 := \begin{bmatrix} \phi_{3.1} \\ \phi_{3.2} \\ \phi_{3.3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4.2288 \\ -3.6138 \\ 1 \end{bmatrix}$$

... Eigenvektor 3!

$$\phi_{3.N} := \frac{\phi_3}{\sqrt{\phi_{3.1}^{\,2} + \phi_{3.2}^{\,2} + \phi_{3.3}^{\,2}}} = \begin{bmatrix} 0.748 \\ -0.639 \\ 0.177 \end{bmatrix}$$

Probe:

$$K \cdot \phi_3 = \begin{bmatrix} 546201.77 \\ -560122.16 \\ 206660.18 \end{bmatrix} \frac{kN}{m} \quad = \quad \omega_3^{\,2} \cdot M \cdot \phi_3 = \begin{bmatrix} 546201.49 \\ -560122.16 \\ 206660.18 \end{bmatrix} \frac{kN}{m}$$

Nur nichtkommerzielle Verwendung

Zusammenfassung mit $e_{1.1.1} := \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$

$\omega_1 = 14.8635 \ \frac{rad}{s}$ $\omega_2 = 46.2624 \ \frac{rad}{s}$ $\omega_3 = 71.8784 \ \frac{rad}{s}$ ... Eigenwerte

$\overrightarrow{\phi_1} = \begin{bmatrix} 0.367 \\ 0.727 \\ 1 \end{bmatrix}$ $\overrightarrow{\phi_2} = \begin{bmatrix} -1.577 \\ -1.169 \\ 1 \end{bmatrix}$ $\overrightarrow{\phi_3} = \begin{bmatrix} 4.229 \\ -3.614 \\ 1 \end{bmatrix}$ ... Eigenvektoren

$\Omega := \begin{bmatrix} \omega_1^{\,2} & 0 & 0 \\ 0 & \omega_2^{\,2} & 0 \\ 0 & 0 & \omega_3^{\,2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 220.924 & 0 & 0 \\ 0 & 2140.21 & 0 \\ 0 & 0 & 5166.504 \end{bmatrix} \frac{1}{s^2}$ ... Spektralmatrix

$\phi := \begin{bmatrix} \phi_{1.1} & \phi_{2.1} & \phi_{3.1} \\ \phi_{1.2} & \phi_{2.2} & \phi_{3.2} \\ \phi_{1.3} & \phi_{2.3} & \phi_{3.3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.367431 & -1.577416 & 4.22879 \\ 0.727253 & -1.169263 & -3.613805 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ ... Modalmatrix

4) Modale Steifigkeit

$K_{Mo.1} := \overrightarrow{\phi_1}^{\mathrm{T}} \cdot K \cdot \overrightarrow{\phi_1} = 13088.05 \ \frac{kN}{m}$

$K_{Mo.2} := \overrightarrow{\phi_2}^{\mathrm{T}} \cdot K \cdot \overrightarrow{\phi_2} = 306522.972 \ \frac{kN}{m}$

$K_{Mo.3} := \overrightarrow{\phi_3}^{\mathrm{T}} \cdot K \cdot \overrightarrow{\phi_3} = 4540604.66 \ \frac{kN}{m}$

$K_{Mo} := \overrightarrow{\phi}^{\mathrm{T}} \cdot K \cdot \overrightarrow{\phi} = \begin{bmatrix} 13088.05 & -0.422 & 1.019 \\ -0.422 & 306522.972 & 2.783 \\ 1.019 & 2.783 & 4540604.66 \end{bmatrix} \frac{kN}{m}$ ... modale Steifigkeit

Nur nichtkommerzielle Verwendung

5) Modale Masse

$$M_{Mo.1} := \overrightarrow{\phi_1}^{T} \cdot M \cdot \overrightarrow{\phi_1} = 59242.032\ kg$$

$$M_{Mo.2} := \overrightarrow{\phi_2}^{T} \cdot M \cdot \overrightarrow{\phi_2} = 143221.255\ kg$$

$$M_{Mo.3} := \overrightarrow{\phi_3}^{T} \cdot M \cdot \overrightarrow{\phi_3} = 878854.086\ kg$$

$$M_{Mo} := \overrightarrow{\phi}^{T} \cdot M \cdot \overrightarrow{\phi} = \begin{bmatrix} 59242.032 & -0.256 & 0.177 \\ -0.256 & 143221.255 & 0.623 \\ 0.177 & 0.623 & 878854.086 \end{bmatrix} kg$$

... modale Masse

6) Partizipationsfaktoren

$$L_1 := \overrightarrow{\phi_1}^{T} \cdot M \cdot e_{1.1.1} = 71003.351\ kg \qquad \Gamma_1 := \frac{L_1}{M_{Mo.1}} = 1.199$$

$$L_2 := \overrightarrow{\phi_2}^{T} \cdot M \cdot e_{1.1.1} = -34513.269\ kg \qquad \Gamma_2 := \frac{L_2}{M_{Mo.2}} = -0.241$$

$$L_3 := \overrightarrow{\phi_3}^{T} \cdot M \cdot e_{1.1.1} = 37305.592\ kg \qquad \Gamma_3 := \frac{L_3}{M_{Mo.3}} = 0.042$$

$$L := \begin{bmatrix} L_1 \\ L_2 \\ L_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 71003.351 \\ -34513.269 \\ 37305.592 \end{bmatrix} kg$$

$$\Gamma := \begin{bmatrix} \Gamma_1 \\ \Gamma_2 \\ \Gamma_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.199 \\ -0.241 \\ 0.042 \end{bmatrix}$$

... Partizipationsfaktoren (Beteiligungsfaktoren)

Nur nichtkommerzielle Verwendung

7) Effektive modale Masse

$$M_{Mo.1.eff} := \frac{L_1^{\,2}}{M_{Mo.1}} = 85099.644\ kg$$

$$M_{Mo.2.eff} := \frac{L_2^{\,2}}{M_{Mo.2}} = 8316.962\ kg$$

$$M_{Mo.3.eff} := \frac{L_3^{\,2}}{M_{Mo.3}} = 1583.547\ kg$$

$$M_{\Sigma.Mo.eff} := M_{Mo.1.eff} + M_{Mo.2.eff} + M_{Mo.3.eff} = 95\ tonne$$

$$f_{me.1} := \frac{M_{Mo.1.eff}}{M_{\Sigma.Mo.eff}} = 0.896$$ ... effektiver Modalmassenfaktor 1

$$f_{me.2} := \frac{M_{Mo.2.eff}}{M_{\Sigma.Mo.eff}} = 0.088$$ ... effektiver Modalmassenfaktor 2

$$f_{me.3} := \frac{M_{Mo.3.eff}}{M_{\Sigma.Mo.eff}} = 0.017$$ ... effektiver Modalmassenfaktor 3

8) Effektive modale Höhe

$$H_{1.eff} := \frac{h^{\mathrm{T}} \cdot M \cdot \phi_1}{L_1} = 9.74\ m$$

$$H_{1.eff} := \frac{h^{\mathrm{T}} \cdot M \cdot \phi_2}{L_2} = -1.21\ m$$

$$H_{3.eff} := \frac{h^{\mathrm{T}} \cdot M \cdot \phi_3}{L_3} = 0.95\ m$$

Nur nichtkommerzielle Verwendung

9) Rayleigh - Dämpfung

$$\alpha_{0.12} := \frac{2 \cdot \omega_1 \cdot \omega_2 \cdot \left(\zeta_1 \cdot \omega_2 - \zeta_2 \cdot \omega_1\right)}{\omega_2^{\,2} - \omega_1^{\,2}} = 1.125 \ \frac{rad}{s}$$

$$\alpha_{1.12} := \frac{2 \cdot \left(\zeta_2 \cdot \omega_2 - \zeta_1 \cdot \omega_1\right)}{\omega_2^{\,2} - \omega_1^{\,2}} = 0.002 \ \frac{s}{rad}$$

$$\alpha_{0.23} := \frac{2 \cdot \omega_3 \cdot \omega_2 \cdot \left(\zeta_3 \cdot \omega_2 - \zeta_2 \cdot \omega_3\right)}{\omega_2^{\,2} - \omega_3^{\,2}} = 2.815 \ \frac{1}{s}$$

$$\alpha_{1.23} := \frac{2 \cdot \left(\zeta_2 \cdot \omega_2 - \zeta_3 \cdot \omega_3\right)}{\omega_2^{\,2} - \omega_3^{\,2}} = 0.001 \ s$$

$C_{Mo.1} := 2 \cdot \zeta_1 \cdot \omega_1 \cdot M_{Mo.1} = 88.054 \ s \cdot \frac{kN}{m}$ = $\alpha_{0.12} \cdot M_{Mo.1} + \alpha_{1.12} \cdot K_{Mo.1} = 88.055 \ s \cdot \frac{kN}{m}$

$C_{Mo.2} := 2 \cdot \zeta_2 \cdot \omega_2 \cdot M_{Mo.2} = 662.576 \ s \cdot \frac{kN}{m}$ = $\alpha_{0.12} \cdot M_{Mo.2} + \alpha_{1.12} \cdot K_{Mo.2} = 662.575 \ s \cdot \frac{kN}{m}$

$C_{Mo.3} := 2 \cdot \zeta_3 \cdot \omega_3 \cdot M_{Mo.3} = 6317.063 \ s \cdot \frac{kN}{m}$ = $\alpha_{0.23} \cdot M_{Mo.3} + \alpha_{1.23} \cdot K_{Mo.3} = 6317.064 \ s \cdot \frac{kN}{m}$

Erdbebenbemessung

1) Allgemeine Angabe

$a_{gR} := 1.17 \ \frac{m}{s^2}$ $\gamma_I := 1.4$ $q := 1$ ... Verhaltensbeiwert

$a_g := a_{gR} \cdot \gamma_I = 1.638 \ \frac{m}{s^2}$

$S := 1.2$ $T_B := 0.15 \ s$ $T_C := 0.5 \ s$ $T_D := 2 \ s$ ... lt. EC 8 Seite 34

Nur nichtkommerzielle Verwendung

2) Vereinfachtes Antwortspektrumverfahren (Ersatzkraftverfahren) ... lt. EC 8 Seite 50

$A_i := 2 \cdot 0.12\ m \cdot 2\ m = 0.48\ m^2$ $l_1 := 4\ m$ $H_i := s_3 = 12\ m$

$$A_c := \frac{A_i \cdot \left(0.2 + \left(\frac{l_1}{H_i} \right)^2 \right)}{m^2} = 0.149 \qquad C_t := \frac{0.075}{\sqrt{A_c}} = 0.194$$

$$T_{1.EK} := 0.085 \cdot \left(\frac{s_3}{m} \right)^{\left(\frac{3}{4} \right)} \cdot s = 0.548\ s \qquad \beta := 0.2$$

$$S_{dT} := \max\left(\begin{bmatrix} a_g \cdot S \cdot \frac{2.5}{q} \cdot \frac{T_C}{T_{1.EK}} \\ \beta \cdot a_g \end{bmatrix} \right) = 4.483\ \frac{m}{s^2}$$ ... lt. EC 8 - Seite 37

$\lambda := 0.85$ ... lt. EC 8 - Seite 51

$F_b := S_{dT} \cdot m_{ges} \cdot \lambda = 362.029\ kN$

Verteilung der horizontalen Kräfte

$$F_3 := F_b \cdot \frac{m_3 \cdot s_3}{m_1 \cdot s_1 + m_2 \cdot s_2 + m_3 \cdot s_3} = 211.9\ kN$$

$$F_2 := F_b \cdot \frac{m_2 \cdot s_2}{m_1 \cdot s_1 + m_2 \cdot s_2 + m_3 \cdot s_3} = 106\ kN$$

$$F_1 := F_b \cdot \frac{m_1 \cdot s_1}{m_1 \cdot s_1 + m_2 \cdot s_2 + m_3 \cdot s_3} = 44.1\ kN$$

Ermittlung der Schnittgrößen

$V_2 := F_3 = 211.9\ kN$ $M_2 := F_3 \cdot s_1 = 847.7\ kN \cdot m$

$V_1 := F_3 + F_2 = 317.9\ kN$ $M_1 := F_3 \cdot s_2 + F_2 \cdot s_1 = 2119.2\ kN \cdot m$

$V_F := F_3 + F_2 + F_1 = 362\ kN$ $M_F := F_3 \cdot s_3 + F_2 \cdot s_2 + F_1 \cdot s_1 = 3567.3\ kN \cdot m$

Nur nichtkommerzielle Verwendung

3) Antwortspektrumverfahren

$T_1 = 0.423\ s$ ----> $S_{d.1} := a_g \cdot S \cdot \frac{2.5}{q} = 4.914\ \frac{m}{s^2}$

$T_2 = 0.136\ s$ ----> $S_{d.2} := a_g \cdot S \cdot \left(\frac{2}{3} + \frac{T_2}{T_B} \cdot \left(\frac{2.5}{q} - \frac{2}{3} \right) \right) = 4.573\ \frac{m}{s^2}$

$T_3 = 0.087\ s$ ----> $S_{d.3} := a_g \cdot S \cdot \left(\frac{2}{3} + \frac{T_3}{T_B} \cdot \left(\frac{2.5}{q} - \frac{2}{3} \right) \right) = 3.41\ \frac{m}{s^2}$

Statische Auswertung der Eigenformen

1. Grundschwingung:

$f_{13} := m_3 \cdot \phi_{1.3} \cdot \Gamma_1 \cdot S_{d.1} = 235.583\ kN$

$f_{12} := m_2 \cdot \phi_{1.2} \cdot \Gamma_1 \cdot S_{d.1} = 128.496\ kN$

$f_{11} := m_1 \cdot \phi_{1.1} \cdot \Gamma_1 \cdot S_{d.1} = 54.1\ kN$

$f_{1.ges} := f_{13} + f_{12} + f_{11} = 418.18\ kN$

2. Grundschwingung:

$f_{23} := m_3 \cdot \phi_{2.3} \cdot \Gamma_2 \cdot S_{d.2} = -44.082\ kN$

$f_{22} := m_2 \cdot \phi_{2.2} \cdot \Gamma_2 \cdot S_{d.2} = 38.658\ kN$

$f_{21} := m_1 \cdot \phi_{2.1} \cdot \Gamma_2 \cdot S_{d.2} = 43.46\ kN$

$f_{2.ges} := f_{23} + f_{22} + f_{21} = 38.036\ kN$

3. Grundschwingung:

$f_{33} := m_3 \cdot \phi_{3.3} \cdot \Gamma_3 \cdot S_{d.3} = 5.791\ kN$

$f_{32} := m_2 \cdot \phi_{3.2} \cdot \Gamma_3 \cdot S_{d.3} = -15.695\ kN$

$f_{31} := m_1 \cdot \phi_{3.1} \cdot \Gamma_3 \cdot S_{d.3} = 15.305\ kN$

$f_{3.ges} := f_{33} + f_{32} + f_{31} = 5.401\ kN$

Nur nichtkommerzielle Verwendung

Ermittlung der Verschiebung:

1. Grundschwingung:

$$x_{13} := \Gamma_1 \cdot \phi_{1.3} \cdot \frac{S_{d.1}}{\omega_1^{\,2}} = 26.659\ mm$$

$$x_{12} := \Gamma_1 \cdot \phi_{1.2} \cdot \frac{S_{d.1}}{\omega_1^{\,2}} = 19.388\ mm \qquad \Delta x_{1.2_1.3} := |x_{12} - x_{13}| = 7.271\ mm$$

$$x_{11} := \Gamma_1 \cdot \phi_{1.1} \cdot \frac{S_{d.1}}{\omega_1^{\,2}} = 9.795\ mm \qquad \Delta x_{1.1_1.2} := |x_{11} - x_{12}| = 9.592\ mm$$

2. Grundschwingung:

$$x_{23} := \Gamma_2 \cdot \phi_{2.3} \cdot \frac{S_{d.2}}{\omega_2^{\,2}} = -0.515\ mm$$

$$x_{22} := \Gamma_2 \cdot \phi_{2.2} \cdot \frac{S_{d.2}}{\omega_2^{\,2}} = 0.602\ mm \qquad \Delta x_{2.2_2.3} := |x_{22} - x_{23}| = 1.117\ mm$$

$$x_{21} := \Gamma_2 \cdot \phi_{2.1} \cdot \frac{S_{d.2}}{\omega_2^{\,2}} = 0.812\ mm \qquad \Delta x_{2.1_2.2} := |x_{21} - x_{22}| = 0.21\ mm$$

3. Grundschwingung:

$$x_{33} := \Gamma_3 \cdot \phi_{3.3} \cdot \frac{S_{d.3}}{\omega_3^{\,2}} = 0.028\ mm$$

$$x_{32} := \Gamma_3 \cdot \phi_{3.2} \cdot \frac{S_{d.3}}{\omega_3^{\,2}} = -0.101\ mm \qquad \Delta x_{3.2_3.3} := |x_{32} - x_{33}| = 0.129\ mm$$

$$x_{31} := \Gamma_3 \cdot \phi_{3.1} \cdot \frac{S_{d.3}}{\omega_3^{\,2}} = 0.118\ mm \qquad \Delta x_{3.1_3.2} := |x_{31} - x_{32}| = 0.22\ mm$$

Nur nichtkommerzielle Verwendung

Ermittlung der Schnittgrößen für 1. Grundschwingung:

$V_{12} := f_{13} = 235.6\ kN$ $\qquad$ $M_{12} := f_{13} \cdot s_1 = 942.3\ kN \cdot m$

$V_{11} := f_{13} + f_{12} = 364.1\ kN$ $\qquad$ $M_{11} := f_{13} \cdot s_2 + f_{12} \cdot s_1 = 2398.6\ kN \cdot m$

$V_{1F} := f_{13} + f_{12} + f_{11} = 418.2\ kN$ $\qquad$ $M_{1F} := f_{13} \cdot s_3 + f_{12} \cdot s_2 + f_{11} \cdot s_1 = 4071.4\ kN \cdot m$

Ermittlung der Schnittgrößen für 2. Grundschwingung:

$V_{22} := f_{23} = -44.1\ kN$ $\qquad$ $M_{22} := f_{23} \cdot s_1 = -176.3\ kN \cdot m$

$V_{21} := f_{23} + f_{22} = -5.4\ kN$ $\qquad$ $M_{21} := f_{23} \cdot s_2 + f_{22} \cdot s_1 = -198\ kN \cdot m$

$V_{2F} := f_{23} + f_{22} + f_{21} = 38\ kN$ $\qquad$ $M_{2F} := f_{23} \cdot s_3 + f_{22} \cdot s_2 + f_{21} \cdot s_1 = -45.9\ kN \cdot m$

Ermittlung der Schnittgrößen für 3. Grundschwingung:

$V_{32} := f_{33} = 5.8\ kN$ $\qquad$ $M_{32} := f_{33} \cdot s_1 = 23.2\ kN \cdot m$

$V_{31} := f_{33} + f_{32} = -9.9\ kN$ $\qquad$ $M_{31} := f_{33} \cdot s_2 + f_{32} \cdot s_1 = -16.5\ kN \cdot m$

$V_{3F} := f_{33} + f_{32} + f_{31} = 5.4\ kN$ $\qquad$ $M_{3F} := f_{33} \cdot s_3 + f_{32} \cdot s_2 + f_{31} \cdot s_1 = 5.1\ kN \cdot m$

SRSS - Überlagerung:

$$x_{SRSS.3} := \sqrt{x_{13}^2 + x_{23}^2 + x_{33}^2} = 26.664\ mm$$

$$x_{SRSS.2} := \sqrt{x_{12}^2 + x_{22}^2 + x_{32}^2} = 19.397\ mm$$

$$x_{SRSS.1} := \sqrt{x_{11}^2 + x_{21}^2 + x_{31}^2} = 9.83\ mm$$

$$V_{SRSS.2} := \sqrt{V_{12}^2 + V_{22}^2 + V_{32}^2} = 239.742\ kN$$

$$V_{SRSS.1} := \sqrt{V_{11}^2 + V_{21}^2 + V_{31}^2} = 364.254\ kN$$

$$V_{SRSS.F} := \sqrt{V_{1F}^2 + V_{2F}^2 + V_{3F}^2} = 419.941\ kN$$

Nur nichtkommerzielle Verwendung

$$M_{SRSS.2} := \sqrt{M_{12}{}^2 + M_{22}{}^2 + M_{32}{}^2} = 958.967 \ kN \cdot m$$

$$M_{SRSS.1} := \sqrt{M_{11}{}^2 + M_{21}{}^2 + M_{31}{}^2} = 2406.866 \ kN \cdot m$$

$$M_{SRSS.F} := \sqrt{M_{1F}{}^2 + M_{2F}{}^2 + M_{3F}{}^2} = 4071.63 \ kN \cdot m$$

Nur nichtkommerzielle Verwendung

Anhang B

Normative Verbindungsmittelberechnung

Einfluss der Federsteifigkeiten von Holzverbindungen im mehrgeschossigen Brettsperrholzbau unter Erdbebenlast

Fakultät für Bauingenieurwesen
der Technischen Universität Wien

Bernhard Krupka, BSc.

Oktober 2017

Stiftförmige Holzverbindung

... Eingabe

... Kontrollwerte

TTF 200 (Rothoblaas)

Berechnet wird eine stiftförmige Holzverbindung mit einschnittigem Stahlblech lt folgender Angabe.

Geometrical properties of specimens for tests on TTF200 angle brackets

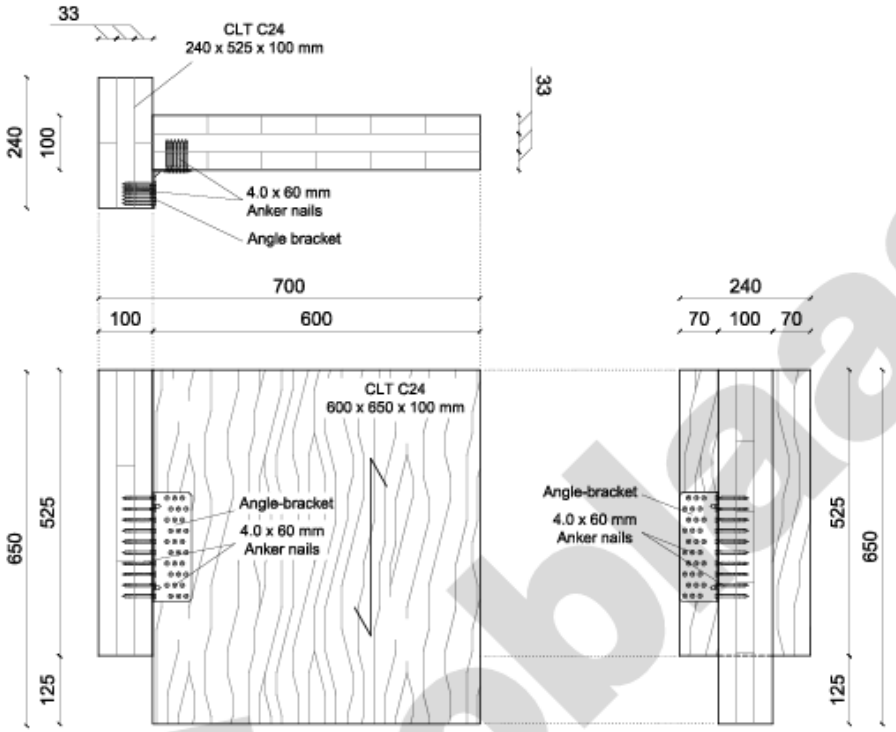
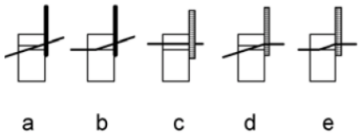


Figure 3.25: *Geometrical properties of specimens for tests on TTF200 angle brackets; outer boards vertically displaced*

Figure 3.26: *Geometrical properties of specimens for tests on TTF200 angle brackets*

Nur nichtkommerzielle Verwendung

1) Eingangswert



$F_{v,Rk}$ charakteristischer Wert der Tragfähigkeit pro Scherfuge und Verbindungsmittel;

$f_{h,k}$ charakteristischer Wert der Lochleibungsfestigkeit im Holzteil;

t_1 der kleinere Wert der Seitenholzdicke oder der Eindringtiefe;

t_2 Dicke des Mittelholzes;

d Durchmesser des Verbindungsmittels;

$M_{y,Rk}$ charakteristischer Wert des Fließmomentes des Verbindungsmittels;

$F_{ax,Rk}$ charakteristischer Wert des Ausziehwiderstand des Verbindungsmittels;

$\rho_k := 350$ kg/m³ charakt. Wert der Rohdichte für C24

$f_u := 600$ N/mm² Drahtzugfestigkeit (siehe EC 5:2015, Seite 97)

$d := 4$ mm Nageldurchmesser

$d_h := 8$ mm Kopfdurchmesser von Nagel

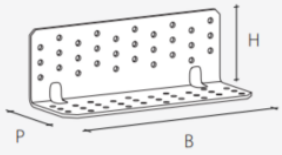
$l_{nagel} := 60$ mm Nagellänge

$s_{blech} := 3$ mm Blechdicke

$t_{1.Holz} := 100$ mm Seitenholzdicke

$n_H := 30$ $n_V := 30$

TITAN F - TTF



Art.-Nr.	Typ	B [mm]	P [mm]	H [mm]	n_H Ø5 [Stk]	n_v Ø5 [Stk]	s [mm]		Stk./Konf.
TTF200	TTF200	200	71	71	30	30	3	•	10

$t_{pen} := l_{nagel} - s_{blech} = 57$ mm Eindringtiefe

$t_1 := min\left(\begin{bmatrix} t_{1.Holz} \\ t_{pen} \end{bmatrix}\right) = 57$ mm der kleinere Wert der Seitenholzdicke oder der Eindringtiefe

Nur nichtkommerzielle Verwendung

2) Bemessungswert der Tragfähigkeit

$\gamma_M := 1$ Sicherheitsbeiwert für Verbindungen bei Erdbebenlast

$k_{mod} := 1.1$ Modifikationsbeiwert für sehr kurze Einwirkungen und NKL 1

Beanspruchung in Richtung der Nagelachse (EC 5:2015, Seite 106):

$f_{ax.k} := 20 \cdot 10^{-6} \cdot \rho_k{}^2 = 2.45$ N/mm² Ausziehfestigkeit auf Seite der Nagelspitze

$f_{head.k} := 70 \cdot 10^{-6} \cdot \rho_k{}^2 = 8.575$ N/mm² Kopfdurchziehfestigkeit

$F_{ax.RK} := min\left(\begin{bmatrix} f_{ax.k} \cdot d \cdot t_{pen} \\ f_{head.k} \cdot d_h{}^2 \end{bmatrix}\right) = 548.8$ N Ausziehwiderstand von Nägel (rechtw. zur Faser)

Beanspruchung rechtwinklig zur Nagelachse (EC 5:2015, Seite 97):

$M_{y.Rk} := 0.3 \cdot f_u \cdot d^{2.6} = 6616.503$ Nmm Fießmoment für runde Nagelquerschnitte

$f_{h.k} := 0.082 \cdot \rho_k \cdot d^{-0.3} = 18.935$ N/mm² Lochleibungsf. für nicht vorgebohrte Löcher und d < 8 mm

Tragfähigkeit einer Stahl-Holz-Verbindung / Einschnittig (EC 5:2015, Seite 93):

$$F_{Rk.i} := \frac{1\ kN}{1000} \cdot min\left(\begin{bmatrix} 0.4 \cdot f_{h.k} \cdot t_1 \cdot d \\ 1.15 \cdot \sqrt{2 \cdot M_{y.Rk} \cdot f_{h.k} \cdot d} + \frac{F_{ax.RK}}{4} \\ f_{h.k} \cdot t_1 \cdot d \\ f_{h.k} \cdot t_1 \cdot d \cdot \left(\sqrt{2 + \frac{4 \cdot M_{y.Rk}}{f_{h.k} \cdot t_1{}^2 \cdot d}} - 1\right) + \frac{F_{ax.RK}}{4} \\ 2.3 \cdot \sqrt{M_{y.Rk} \cdot f_{h.k} \cdot d} + \frac{F_{ax.RK}}{4} \end{bmatrix}\right) = 1.29\ kN$$

$F_{Rd.i} := \frac{F_{Rk.i} \cdot k_{mod}}{\gamma_M} = 1.42\ kN$

$F_{Rd.ges.H} := F_{Rd.i} \cdot n_H = 42.521\ kN$

$F_{Rd.ges.V} := F_{Rd.i} \cdot n_V = 42.521\ kN$

$F_{Rd} := min\left(F_{Rd.ges.H}, F_{Rd.ges.V}\right) = 42.521\ kN$

Nur nichtkommerzielle Verwendung

3) Verschiebungsmodul

$\rho_m := 420$ kg/m³ Mittelwert der Rohdichte für C24

Verschiebungsmodul eines Nagels:

$$K_{ser.i} := \frac{2\ kN}{1000 \cdot mm} \cdot \left(\frac{{\rho_m}^{1.5} \cdot d^{0.8}}{30} \right) = 1.74\ \frac{kN}{mm}$$ Verschiebungsmodul (EC 5:2015, S. 73)

$$K_{u.i} := \frac{2}{3} \cdot K_{ser.i} = 1.16\ \frac{kN}{mm}$$ Verschiebungsmodul im GZT (EC 5:2015, S. 29)

Verschiebungsmodul der Nagelgruppe am horizontalen Flansch des Winkels:

$$K_{ser.ges.H} := n_H \cdot K_{ser.i} = 52.186\ \frac{kN}{mm}$$ Verschiebungsmodul

$$K_{u.ges.H} := \frac{2}{3} \cdot K_{ser.ges.H} = 34.79\ \frac{kN}{mm}$$ Verschiebungsmodul im GZT

Verschiebungsmodul der Nagelgruppe am vertikalen Flansch des Winkels:

$$K_{ser.ges.V} := n_V \cdot K_{ser.i} = 52.186\ \frac{kN}{mm}$$ Verschiebungsmodul

$$K_{u.ges.V} := \frac{2}{3} \cdot K_{ser.ges.V} = 34.79\ \frac{kN}{mm}$$ Verschiebungsmodul im GZT

Zusammenwirken des Schubwinkels parallel zur Wand:

$$K_{ser} := \frac{1}{\frac{1}{K_{ser.ges.H}} + \frac{1}{K_{ser.ges.V}}} = 26.093\ \frac{kN}{mm} \qquad u_y := \frac{F_{Rd}}{K_{ser}} = 1.63\ mm$$

$$K_u := \frac{1}{\frac{1}{K_{u.ges.H}} + \frac{1}{K_{u.ges.V}}} = 17.395\ \frac{kN}{mm} \qquad u_u := \frac{F_{Rd}}{K_u} = 2.444\ mm$$

Nur nichtkommerzielle Verwendung

Anhang C

Variationsberechnungen

Einfluss der Federsteifigkeiten von Holzverbindungen im mehrgeschossigen Brettsperrholzbau unter Erdbebenlast

Fakultät für Bauingenieurwesen
der Technischen Universität Wien

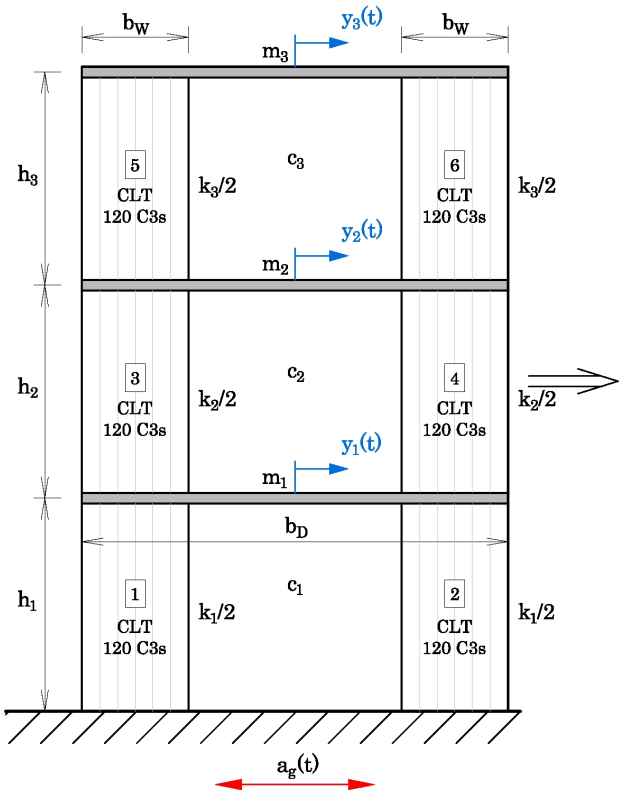
Bernhard Krupka, BSc.

Oktober 2017

Allgemeine Modellierung

... Eingabe

1) Allgemeine Angaben



$h_1 := 4\ m$

$h_2 := 4\ m$

$h_3 := 4\ m$

$s_1 := h_1 = 4\ m$

$s_2 := h_1 + h_2 = 8\ m$

$s_3 := h_1 + h_2 + h_3 = 12\ m$

$$h := \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 8 \\ 12 \end{bmatrix} m$$

$m_1 := 25\ tonne$ $m_2 := 30\ tonne$ $m_3 := 40\ tonne$

$m_{ges} := m_1 + m_2 + m_3 = 95000\ kg$

2) Werte aus einer elast. Erdbebenberechnung (Modalanalyse aus Anhang A01)

Eigenvektor der 1. Grundschwingung :

$\phi_{1.1} := 0.3674$ $\phi_{1.2} := 0.7273$ $\phi_{1.3} := 1$ ----> $\phi_1 := \begin{bmatrix} \phi_{1.3} \\ \phi_{1.2} \\ \phi_{1.1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0.727 \\ 0.367 \end{bmatrix}$

$\Gamma_1 := 1.199$ ... Partizipationsfaktor der 1. Grundschwingung

$f_{me.1} := 0.886$ ... effektiver Modalmassenfaktor der 1. Grundschwingung

Nur nichtkommerzielle Verwendung

Erdbebenbemessung für Variante 1 in Murau (V1.A)

1) Auswertung aus der Kapazitätsspektrummethode:

Werte aus dem Spektralbeschleunigungs-Spektralverschiebungsdiagramm:

$S_{a.V1.A} := 2.90 \ \frac{m}{s^2}$ $S_{d.V1.A} := 29.2 \ mm$

Eigenwert der 1. Grundschwingung:

$\omega_{1.V1.A} := \sqrt{\frac{S_{a.V1.A}}{S_{d.V1.A}}} = 9.9657 \ \frac{1}{s}$ $f_{1.V1.A} := \frac{\omega_{1.V1.A}}{2 \cdot \pi} = 1.5861 \ \frac{1}{s}$ $T_{1.V1.A} := \frac{1}{f_{1.V1.A}} = 0.6305 \ s$

2) Antwortspektrumverfahren nach EC8 für eine lineare Erdbebenberechnung:

$a_{gR} := 1.17 \ \frac{m}{s^2}$ $\gamma_I := 1.4$

$q := 2.91$ ... Verhaltensbeiwert ermittelt aus der Kapazitätsspektummethode (Beispiel siehe Kapitel 7.4.1)

$a_g := a_{gR} \cdot \gamma_I = 1.638 \ \frac{m}{s^2}$

$S := 1.2$ $T_B := 0.15 \ s$ $T_C := 0.5 \ s$ $T_D := 2 \ s$

$T_1 := 0.425 \ s$ ... Schwingungsdauer aus der Modalanalyse einer elastischen Erdbebenberechnung

$S_{d.1.EC8} := a_g \cdot S \cdot \frac{2.5}{q} = 1.689 \ \frac{m}{s^2}$

Nur nichtkommerzielle Verwendung

Statische Auswertung der Variante 1 in Murau (V1.A)

1. Grundschwingung:

$f_{13} := m_3 \cdot \phi_{1.3} \cdot \Gamma_1 \cdot S_{d.1.EC8} = 80.988\ kN$

$f_{12} := m_2 \cdot \phi_{1.2} \cdot \Gamma_1 \cdot S_{d.1.EC8} = 44.177\ kN$

$f_{11} := m_1 \cdot \phi_{1.1} \cdot \Gamma_1 \cdot S_{d.1.EC8} = 18.597\ kN$ $\qquad$ $f_{1.ges} := f_{13} + f_{12} + f_{11} = 143.762\ kN$

Ermittlung der Schnittgrößen für 1. Grundschwingung:

$V_{12} := f_{13} = 81\ kN$

$V_{11} := f_{13} + f_{12} = 125.2\ kN$

$V_{1F} := f_{13} + f_{12} + f_{11} = 143.8\ kN$

$M_{12} := f_{13} \cdot s_1 = 324\ kN \cdot m$

$M_{11} := f_{13} \cdot s_2 + f_{12} \cdot s_1 = 824.6\ kN \cdot m$

$M_{1F} := f_{13} \cdot s_3 + f_{12} \cdot s_2 + f_{11} \cdot s_1 = 1399.7\ kN \cdot m$

Ermittlung der Verschiebung mittels Kapazitätsspektrummethode:

1. Grundschwingung:

$x_{13.V1.A} := \Gamma_1 \cdot \phi_{1.3} \cdot \frac{S_{a.V1.A}}{\omega_{1.V1.A}^2} = 35.011\ mm$

$x_{12.V1.A} := \Gamma_1 \cdot \phi_{1.2} \cdot \frac{S_{a.V1.A}}{\omega_{1.V1.A}^2} = 25.463\ mm$ $\qquad$ $\Delta x_{1.2_1.3} := \left| x_{12.V1.A} - x_{13.V1.A} \right| = 9.547\ mm$

$x_{11.V1.A} := \Gamma_1 \cdot \phi_{1.1} \cdot \frac{S_{a.V1.A}}{\omega_{1.V1.A}^2} = 12.863\ mm$ $\qquad$ $\Delta x_{1.1_1.2} := \left| x_{11.V1.A} - x_{12.V1.A} \right| = 12.6\ mm$

Nur nichtkommerzielle Verwendung

Erdbebenbemessung für Variante 2 in Murau (V2.A)

1) Auswertung aus der Kapazitätsspektrummethode:

Werte aus dem Spektralbeschleunigungs-Spektralverschiebungsdiagramm:

$S_{a.V2.A} := 2.70 \ \frac{m}{s^2}$ $S_{d.V2.A} := 31.61 \ mm$

Eigenwert der 1. Grundschwingung:

$\omega_{1.V2.A} := \sqrt{\frac{S_{a.V2.A}}{S_{d.V2.A}}} = 9.2421 \ \frac{1}{s}$ $f_{1.V2.A} := \frac{\omega_{1.V2.A}}{2 \cdot \pi} = 1.4709 \ \frac{1}{s}$ $T_{1.V2.A} := \frac{1}{f_{1.V2.A}} = 0.6798 \ s$

2) Antwortspektrumverfahren nach EC8 für eine lineare Erdbebenberechnung:

$a_{gR} := 1.17 \ \frac{m}{s^2}$ $\gamma_I := 1.4$

$q := 3.26$ ... Verhaltensbeiwert ermittelt aus der Kapazitätsspektummethode (Beispiel siehe Kapitel 7.4.1)

$a_g := a_{gR} \cdot \gamma_I = 1.638 \ \frac{m}{s^2}$

$S := 1.2$ $T_B := 0.15 \ s$ $T_C := 0.5 \ s$ $T_D := 2 \ s$

$T_1 := 0.425 \ s$ ... Schwingungsdauer aus der Modalanalyse einer elastischen Erdbebenberechnung

$S_{d.1.EC8} := a_g \cdot S \cdot \frac{2.5}{q} = 1.507 \ \frac{m}{s^2}$

Nur nichtkommerzielle Verwendung

Statische Auswertung der Variante 2 in Murau (V2.A)

1. Grundschwingung:

$f_{13} := m_3 \cdot \phi_{1.3} \cdot \Gamma_1 \cdot S_{d.1.EC8} = 72.293\ kN$

$f_{12} := m_2 \cdot \phi_{1.2} \cdot \Gamma_1 \cdot S_{d.1.EC8} = 39.434\ kN$

$f_{11} := m_1 \cdot \phi_{1.1} \cdot \Gamma_1 \cdot S_{d.1.EC8} = 16.6\ kN$

$f_{1.ges} := f_{13} + f_{12} + f_{11} = 128.327\ kN$

Ermittlung der Schnittgrößen für 1. Grundschwingung:

$V_{12} := f_{13} = 72.3\ kN$

$V_{11} := f_{13} + f_{12} = 111.7\ kN$

$V_{1F} := f_{13} + f_{12} + f_{11} = 128.3\ kN$

$M_{12} := f_{13} \cdot s_1 = 289.2\ kN \cdot m$

$M_{11} := f_{13} \cdot s_2 + f_{12} \cdot s_1 = 736.1\ kN \cdot m$

$M_{1F} := f_{13} \cdot s_3 + f_{12} \cdot s_2 + f_{11} \cdot s_1 = 1249.4\ kN \cdot m$

Ermittlung der Verschiebung mittels Kapazitätsspektrummethode:

1. Grundschwingung:

$x_{13.V2.A} := \Gamma_1 \cdot \phi_{1.3} \cdot \frac{S_{a.V2.A}}{\omega_{1.V2.A}^2} = 37.9\ mm$

$x_{12.V2.A} := \Gamma_1 \cdot \phi_{1.2} \cdot \frac{S_{a.V1.A}}{\omega_{1.V2.A}^2} = 29.607\ mm$

$\Delta x_{1.2_1.3} := \left| x_{12.V2.A} - x_{13.V2.A} \right| = 8.294\ mm$

$x_{11.V2.A} := \Gamma_1 \cdot \phi_{1.1} \cdot \frac{S_{a.V1.A}}{\omega_{1.V2.A}^2} = 14.956\ mm$

$\Delta x_{1.1_1.2} := \left| x_{11.V2.A} - x_{12.V2.A} \right| = 14.651\ mm$

Nur nichtkommerzielle Verwendung

Erdbebenbemessung für Variante 3 in Murau (V3.A)

1) Auswertung aus der Kapazitätsspektrummethode:

Werte aus dem Spektralbeschleunigungs-Spektralverschiebungsdiagramm:

$S_{a.V3.A} := 3.00 \ \frac{m}{s^2}$ $S_{d.V3.A} := 28.15 \ mm$

Eigenwert der 1. Grundschwingung:

$\omega_{1.V3.A} := \sqrt{\frac{S_{a.V3.A}}{S_{d.V3.A}}} = 10.3234 \ \frac{1}{s}$ $f_{1.V3.A} := \frac{\omega_{1.V3.A}}{2 \cdot \pi} = 1.643 \ \frac{1}{s}$ $T_{1.V3.A} := \frac{1}{f_{1.V3.A}} = 0.6086 \ s$

2) Antwortspektrumverfahren nach EC8 für eine lineare Erdbebenberechnung:

$a_{gR} := 1.17 \ \frac{m}{s^2}$ $\gamma_I := 1.4$

$q := 2.46$ ... Verhaltensbeiwert ermittelt aus der Kapazitätsspektummethode (Beispiel siehe Kapitel 7.4.1)

$a_g := a_{gR} \cdot \gamma_I = 1.638 \ \frac{m}{s^2}$

$S := 1.2$ $T_B := 0.15 \ s$ $T_C := 0.5 \ s$ $T_D := 2 \ s$

$T_1 := 0.425 \ s$ ... Schwingungsdauer aus der Modalanalyse einer elastischen Erdbebenberechnung

$S_{d.1.EC8} := a_g \cdot S \cdot \frac{2.5}{q} = 1.998 \ \frac{m}{s^2}$

Nur nichtkommerzielle Verwendung

Statische Auswertung der Variante 3 in Murau (V3.A)

1. Grundschwingung:

$f_{13} := m_3 \cdot \phi_{1.3} \cdot \Gamma_1 \cdot S_{d.1.EC8} = 95.803\ kN$

$f_{12} := m_2 \cdot \phi_{1.2} \cdot \Gamma_1 \cdot S_{d.1.EC8} = 52.258\ kN$

$f_{11} := m_1 \cdot \phi_{1.1} \cdot \Gamma_1 \cdot S_{d.1.EC8} = 21.999\ kN$ $\qquad$ $f_{1.ges} := f_{13} + f_{12} + f_{11} = 170.06\ kN$

Ermittlung der Schnittgrößen für 1. Grundschwingung:

$V_{12} := f_{13} = 95.8\ kN$

$V_{11} := f_{13} + f_{12} = 148.1\ kN$

$V_{1F} := f_{13} + f_{12} + f_{11} = 170.1\ kN$

$M_{12} := f_{13} \cdot s_1 = 383.2\ kN \cdot m$

$M_{11} := f_{13} \cdot s_2 + f_{12} \cdot s_1 = 975.5\ kN \cdot m$

$M_{1F} := f_{13} \cdot s_3 + f_{12} \cdot s_2 + f_{11} \cdot s_1 = 1655.7\ kN \cdot m$

Ermittlung der Verschiebung mittels Kapazitätsspektrummethode:

1. Grundschwingung:

$x_{13.V3.A} := \Gamma_1 \cdot \phi_{1.3} \cdot \frac{S_{a.V3.A}}{\omega_{1.V3.A}^2} = 33.752\ mm$

$x_{12.V3.A} := \Gamma_1 \cdot \phi_{1.2} \cdot \frac{S_{a.V3.A}}{\omega_{1.V3.A}^2} = 24.548\ mm$ $\qquad$ $\Delta x_{1.2_1.3} := \left| x_{12.V3.A} - x_{13.V3.A} \right| = 9.204\ mm$

$x_{11.V3.A} := \Gamma_1 \cdot \phi_{1.1} \cdot \frac{S_{a.V3.A}}{\omega_{1.V3.A}^2} = 12.4\ mm$ $\qquad$ $\Delta x_{1.1_1.2} := \left| x_{11.V3.A} - x_{12.V3.A} \right| = 12.147\ mm$

Nur nichtkommerzielle Verwendung

Erdbebenbemessung für Variante 1 in Wien (V1.B)

1) Auswertung aus der Kapazitätsspektrummethode:

Werte aus dem Spektralbeschleunigungs-Spektralverschiebungsdiagramm:

$S_{a.V1.B} := 2.17 \ \frac{m}{s^2}$ $S_{d.V1.B} := 19.10 \ mm$

Eigenwert der 1. Grundschwingung:

$\omega_{1.V1.B} := \sqrt{\frac{S_{a.V1.B}}{S_{d.V1.B}}} = 10.6589 \ \frac{1}{s}$ $f_{1.V1.B} := \frac{\omega_{1.V1.B}}{2 \cdot \pi} = 1.6964 \ \frac{1}{s}$ $T_{1.V1.B} := \frac{1}{f_{1.V1.B}} = 0.5895 \ s$

2) Antwortspektrumverfahren nach EC8 für eine lineare Erdbebenberechnung:

$a_{gR} := 0.80 \ \frac{m}{s^2}$ $\gamma_I := 1.2$

$q := 2.43$ ... Verhaltensbeiwert ermittelt aus der Kapazitätsspektummethode (Beispiel siehe Kapitel 7.4.1)

$a_g := a_{gR} \cdot \gamma_I = 0.96 \ \frac{m}{s^2}$

$S := 1.2$ $T_B := 0.15 \ s$ $T_C := 0.5 \ s$ $T_D := 2 \ s$

$T_1 := 0.425 \ s$ ... Schwingungsdauer aus der Modalanalyse einer elastischen Erdbebenberechnung

$S_{d.1.EC8} := a_g \cdot S \cdot \frac{2.5}{q} = 1.185 \ \frac{m}{s^2}$

Nur nichtkommerzielle Verwendung

Statische Auswertung der Variante 1 in Wien (V1.B)

1. Grundschwingung:

$f_{13} := m_3 \cdot \phi_{1.3} \cdot \Gamma_1 \cdot S_{d.1.EC8} = 56.841\ kN$

$f_{12} := m_2 \cdot \phi_{1.2} \cdot \Gamma_1 \cdot S_{d.1.EC8} = 31.006\ kN$

$f_{11} := m_1 \cdot \phi_{1.1} \cdot \Gamma_1 \cdot S_{d.1.EC8} = 13.052\ kN$ $\qquad$ $f_{1.ges} := f_{13} + f_{12} + f_{11} = 100.899\ kN$

Ermittlung der Schnittgrößen für 1. Grundschwingung:

$V_{12} := f_{13} = 56.8\ kN$

$V_{11} := f_{13} + f_{12} = 87.8\ kN$

$V_{1F} := f_{13} + f_{12} + f_{11} = 100.9\ kN$

$M_{12} := f_{13} \cdot s_1 = 227.4\ kN \cdot m$

$M_{11} := f_{13} \cdot s_2 + f_{12} \cdot s_1 = 578.8\ kN \cdot m$

$M_{1F} := f_{13} \cdot s_3 + f_{12} \cdot s_2 + f_{11} \cdot s_1 = 982.4\ kN \cdot m$

Ermittlung der Verschiebung mittels Kapazitätsspektrummethode:

1. Grundschwingung:

$x_{13.V1.B} := \Gamma_1 \cdot \phi_{1.3} \cdot \frac{S_{a.V1.B}}{\omega_{1.V1.B}^{\ 2}} = 22.901\ mm$

$x_{12.V1.B} := \Gamma_1 \cdot \phi_{1.2} \cdot \frac{S_{a.V1.B}}{\omega_{1.V1.B}^{\ 2}} = 16.656\ mm$ $\qquad$ $\Delta x_{1.2_1.3} := \left| x_{12.V1.B} - x_{13.V1.B} \right| = 6.245\ mm$

$x_{11.V1.B} := \Gamma_1 \cdot \phi_{1.1} \cdot \frac{S_{a.V1.B}}{\omega_{1.V1.B}^{\ 2}} = 8.414\ mm$ $\qquad$ $\Delta x_{1.1_1.2} := \left| x_{11.V1.B} - x_{12.V1.B} \right| = 8.242\ mm$

Nur nichtkommerzielle Verwendung

Erdbebenbemessung für Variante 2 in Wien (V2.B)

1) Auswertung aus der Kapazitätsspektrummethode:

Werte aus dem Spektralbeschleunigungs-Spektralverschiebungsdiagramm:

$S_{a.V2.B} := 1.97 \ \frac{m}{s^2}$ $S_{d.V2.B} := 20.00 \ mm$

Eigenwert der 1. Grundschwingung:

$\omega_{1.V2.B} := \sqrt{\frac{S_{a.V2.B}}{S_{d.V2.B}}} = 9.9247 \ \frac{1}{s}$ $f_{1.V2.B} := \frac{\omega_{1.V2.B}}{2 \cdot \pi} = 1.5796 \ \frac{1}{s}$ $T_{1.V2.B} := \frac{1}{f_{1.V2.B}} = 0.6331 \ s$

2) Antwortspektrumverfahren nach EC8 für eine lineare Erdbebenberechnung:

$a_{gR} := 0.80 \ \frac{m}{s^2}$ $\gamma_I := 1.2$

$q := 2.82$ ... Verhaltensbeiwert ermittelt aus der Kapazitätsspektummethode (Beispiel siehe Kapitel 7.4.1)

$a_g := a_{gR} \cdot \gamma_I = 0.96 \ \frac{m}{s^2}$

$S := 1.2$ $T_B := 0.15 \ s$ $T_C := 0.5 \ s$ $T_D := 2 \ s$

$T_1 := 0.425 \ s$ ... Schwingungsdauer aus der Modalanalyse einer elastischen Erdbebenberechnung

$S_{d.1.EC8} := a_g \cdot S \cdot \frac{2.5}{q} = 1.021 \ \frac{m}{s^2}$

Nur nichtkommerzielle Verwendung

Statische Auswertung der Variante 2 in Wien (V2.B)

1. Grundschwingung:

$f_{13} := m_3 \cdot \phi_{1.3} \cdot \Gamma_1 \cdot S_{d.1.EC8} = 48.98\ kN$

$f_{12} := m_2 \cdot \phi_{1.2} \cdot \Gamma_1 \cdot S_{d.1.EC8} = 26.718\ kN$

$f_{11} := m_1 \cdot \phi_{1.1} \cdot \Gamma_1 \cdot S_{d.1.EC8} = 11.247\ kN$ $\qquad$ $f_{1.ges} := f_{13} + f_{12} + f_{11} = 86.945\ kN$

Ermittlung der Schnittgrößen für 1. Grundschwingung:

$V_{12} := f_{13} = 49\ kN$

$V_{11} := f_{13} + f_{12} = 75.7\ kN$

$V_{1F} := f_{13} + f_{12} + f_{11} = 86.9\ kN$

$M_{12} := f_{13} \cdot s_1 = 195.9\ kN \cdot m$

$M_{11} := f_{13} \cdot s_2 + f_{12} \cdot s_1 = 498.7\ kN \cdot m$

$M_{1F} := f_{13} \cdot s_3 + f_{12} \cdot s_2 + f_{11} \cdot s_1 = 846.5\ kN \cdot m$

Ermittlung der Verschiebung mittels Kapazitätsspektrummethode:

1. Grundschwingung:

$x_{13.V2.B} := \Gamma_1 \cdot \phi_{1.3} \cdot \frac{S_{a.V2.B}}{\omega_{1.V2.B}^{\ 2}} = 23.98\ mm$

$x_{12.V2.B} := \Gamma_1 \cdot \phi_{1.2} \cdot \frac{S_{a.V2.B}}{\omega_{1.V2.B}^{\ 2}} = 17.441\ mm$ $\qquad$ $\Delta x_{1.2_1.3} := \left| x_{12.V2.B} - x_{13.V2.B} \right| = 6.539\ mm$

$x_{11.V2.B} := \Gamma_1 \cdot \phi_{1.1} \cdot \frac{S_{a.V2.B}}{\omega_{1.V2.B}^{\ 2}} = 8.81\ mm$ $\qquad$ $\Delta x_{1.1_1.2} := \left| x_{11.V2.B} - x_{12.V2.B} \right| = 8.63\ mm$

Nur nichtkommerzielle Verwendung

Erdbebenbemessung für Variante 3 in Wien (V3.B)

1) Auswertung aus der Kapazitätsspektrummethode:

Werte aus dem Spektralbeschleunigungs-Spektralverschiebungsdiagramm:

$S_{a.V3.B} := 2.15 \ \frac{m}{s^2}$ $S_{d.V3.B} := 18.22 \ mm$

Eigenwert der 1. Grundschwingung:

$\omega_{1.V3.B} := \sqrt{\frac{S_{a.V3.B}}{S_{d.V3.B}}} = 10.8629 \ \frac{1}{s}$ $f_{1.V3.B} := \frac{\omega_{1.V3.B}}{2 \cdot \pi} = 1.7289 \ \frac{1}{s}$ $T_{1.V3.B} := \frac{1}{f_{1.V3.B}} = 0.5784 \ s$

2) Antwortspektrumverfahren nach EC8 für eine lineare Erdbebenberechnung:

$a_{gR} := 0.80 \ \frac{m}{s^2}$ $\gamma_I := 1.2$

$q := 2.17$ ... Verhaltensbeiwert ermittelt aus der Kapazitätsspektummethode (Beispiel siehe Kapitel 7.4.1)

$a_g := a_{gR} \cdot \gamma_I = 0.96 \ \frac{m}{s^2}$

$S := 1.2$ $T_B := 0.15 \ s$ $T_C := 0.5 \ s$ $T_D := 2 \ s$

$T_1 := 0.425 \ s$ ... Schwingungsdauer aus der Modalanalyse einer elastischen Erdbebenberechnung

$S_{d.1.EC8} := a_g \cdot S \cdot \frac{2.5}{q} = 1.327 \ \frac{m}{s^2}$

Nur nichtkommerzielle Verwendung

Statische Auswertung der Variante 3 in Wien (V3.B)

1. Grundschwingung:

$f_{13} := m_3 \cdot \phi_{1.3} \cdot \Gamma_1 \cdot S_{d.1.EC8} = 63.652\ kN$

$f_{12} := m_2 \cdot \phi_{1.2} \cdot \Gamma_1 \cdot S_{d.1.EC8} = 34.721\ kN$

$f_{11} := m_1 \cdot \phi_{1.1} \cdot \Gamma_1 \cdot S_{d.1.EC8} = 14.616\ kN$ $\qquad$ $f_{1.ges} := f_{13} + f_{12} + f_{11} = 112.989\ kN$

Ermittlung der Schnittgrößen für 1. Grundschwingung:

$V_{12} := f_{13} = 63.7\ kN$

$V_{11} := f_{13} + f_{12} = 98.4\ kN$

$V_{1F} := f_{13} + f_{12} + f_{11} = 113\ kN$

$M_{12} := f_{13} \cdot s_1 = 254.6\ kN \cdot m$

$M_{11} := f_{13} \cdot s_2 + f_{12} \cdot s_1 = 648.1\ kN \cdot m$

$M_{1F} := f_{13} \cdot s_3 + f_{12} \cdot s_2 + f_{11} \cdot s_1 = 1100.1\ kN \cdot m$

Ermittlung der Verschiebung mittels Kapazitätsspektrummethode:

1. Grundschwingung:

$x_{13.V3.B} := \Gamma_1 \cdot \phi_{1.3} \cdot \frac{S_{a.V3.B}}{\omega_{1.V3.B}^{\ 2}} = 21.846\ mm$

$x_{12.V3.B} := \Gamma_1 \cdot \phi_{1.2} \cdot \frac{S_{a.V3.B}}{\omega_{1.V3.B}^{\ 2}} = 15.888\ mm$ $\qquad$ $\Delta x_{1.2_1.3} := \left| x_{12.V3.B} - x_{13.V3.B} \right| = 5.957\ mm$

$x_{11.V3.B} := \Gamma_1 \cdot \phi_{1.1} \cdot \frac{S_{a.V3.B}}{\omega_{1.V3.B}^{\ 2}} = 8.026\ mm$ $\qquad$ $\Delta x_{1.1_1.2} := \left| x_{11.V3.B} - x_{12.V3.B} \right| = 7.862\ mm$

Nur nichtkommerzielle Verwendung

Erdbebenbemessung für Variante 1 in Amatrice (V1.C)

1) Auswertung aus der Kapazitätsspektrummethode:

Werte aus dem Spektralbeschleunigungs-Spektralverschiebungsdiagramm:

$S_{a.V1.C} := 4.83 \ \frac{m}{s^2}$ $S_{d.V1.C} := 83.95 \ mm$

Eigenwert der 1. Grundschwingung:

$\omega_{1.V1.C} := \sqrt{\frac{S_{a.V1.C}}{S_{d.V1.C}}} = 7.5851 \ \frac{1}{s}$ $f_{1.V1.C} := \frac{\omega_{1.V1.C}}{2 \cdot \pi} = 1.2072 \ \frac{1}{s}$ $T_{1.V1.C} := \frac{1}{f_{1.V1.C}} = 0.8284 \ s$

2) Antwortspektrumverfahren nach EC8 für eine lineare Erdbebenberechnung:

$a_{gR} := 3.25 \ \frac{m}{s^2}$ $\gamma_I := 1.4$

$q := 3.70$ ... Verhaltensbeiwert ermittelt aus der Kapazitätsspektummethode (Beispiel siehe Kapitel 7.4.1)

$a_g := a_{gR} \cdot \gamma_I = 4.55 \ \frac{m}{s^2}$

$S := 1.2$ $T_B := 0.15 \ s$ $T_C := 0.5 \ s$ $T_D := 2 \ s$

$T_1 := 0.425 \ s$ ... Schwingungsdauer aus der Modalanalyse einer elastischen Erdbebenberechnung

$S_{d.1.EC8} := a_g \cdot S \cdot \frac{2.5}{q} = 3.689 \ \frac{m}{s^2}$

Nur nichtkommerzielle Verwendung

Statische Auswertung der Variante 1 in Amatrice (V1.C)

1. Grundschwingung:

$f_{13} := m_3 \cdot \phi_{1.3} \cdot \Gamma_1 \cdot S_{d.1.EC8} = 176.934\ kN$

$f_{12} := m_2 \cdot \phi_{1.2} \cdot \Gamma_1 \cdot S_{d.1.EC8} = 96.513\ kN$

$f_{11} := m_1 \cdot \phi_{1.1} \cdot \Gamma_1 \cdot S_{d.1.EC8} = 40.628\ kN$ $\qquad$ $f_{1.ges} := f_{13} + f_{12} + f_{11} = 314.075\ kN$

Ermittlung der Schnittgrößen für 1. Grundschwingung:

$V_{12} := f_{13} = 176.9\ kN$

$V_{11} := f_{13} + f_{12} = 273.4\ kN$

$V_{1F} := f_{13} + f_{12} + f_{11} = 314.1\ kN$

$M_{12} := f_{13} \cdot s_1 = 707.7\ kN \cdot m$

$M_{11} := f_{13} \cdot s_2 + f_{12} \cdot s_1 = 1801.5\ kN \cdot m$

$M_{1F} := f_{13} \cdot s_3 + f_{12} \cdot s_2 + f_{11} \cdot s_1 = 3057.8\ kN \cdot m$

Ermittlung der Verschiebung mittels Kapazitätsspektrummethode:

1. Grundschwingung:

$x_{13.V1.C} := \Gamma_1 \cdot \phi_{1.3} \cdot \frac{S_{a.V1.C}}{\omega_{1.V1.C}^{\ 2}} = 100.656\ mm$

$x_{12.V1.C} := \Gamma_1 \cdot \phi_{1.2} \cdot \frac{S_{a.V1.C}}{\omega_{1.V1.C}^{\ 2}} = 73.207\ mm$ $\qquad$ $\Delta x_{1.2_1.3} := \left| x_{12.V1.C} - x_{13.V1.C} \right| = 27.449\ mm$

$x_{11.V1.C} := \Gamma_1 \cdot \phi_{1.1} \cdot \frac{S_{a.V1.C}}{\omega_{1.V1.C}^{\ 2}} = 36.981\ mm$ $\qquad$ $\Delta x_{1.1_1.2} := \left| x_{11.V1.C} - x_{12.V1.C} \right| = 36.226\ mm$

Nur nichtkommerzielle Verwendung

Erdbebenbemessung für Variante 2 in Amatrice (V2.C)

1) Auswertung aus der Kapazitätsspektrummethode:

Werte aus dem Spektralbeschleunigungs-Spektralverschiebungsdiagramm:

$S_{a.V2.C} := 4.15 \ \frac{m}{s^2}$ $S_{d.V2.C} := 86.20 \ mm$

Eigenwert der 1. Grundschwingung:

$\omega_{1.V2.C} := \sqrt{\frac{S_{a.V2.C}}{S_{d.V2.C}}} = 6.9386 \ \frac{1}{s}$ $f_{1.V2.C} := \frac{\omega_{1.V2.C}}{2 \cdot \pi} = 1.1043 \ \frac{1}{s}$ $T_{1.V2.C} := \frac{1}{f_{1.V2.C}} = 0.9055 \ s$

2) Antwortspektrumverfahren nach EC8 für eine lineare Erdbebenberechnung:

$a_{gR} := 3.25 \ \frac{m}{s^2}$ $\gamma_I := 1.4$

$q := 4.46$ ... Verhaltensbeiwert ermittelt aus der Kapazitätsspektummethode (Beispiel siehe Kapitel 7.4.1)

$a_g := a_{gR} \cdot \gamma_I = 4.55 \ \frac{m}{s^2}$

$S := 1.2$ $T_B := 0.15 \ s$ $T_C := 0.5 \ s$ $T_D := 2 \ s$

$T_1 := 0.425 \ s$ ... Schwingungsdauer aus der Modalanalyse einer elastischen Erdbebenberechnung

$S_{d.1.EC8} := a_g \cdot S \cdot \frac{2.5}{q} = 3.061 \ \frac{m}{s^2}$

Nur nichtkommerzielle Verwendung

Statische Auswertung der Variante 2 in Amatrice (V2.C)

1. Grundschwingung:

$f_{13} := m_3 \cdot \phi_{1.3} \cdot \Gamma_1 \cdot S_{d.1.EC8} = 146.783\ kN$

$f_{12} := m_2 \cdot \phi_{1.2} \cdot \Gamma_1 \cdot S_{d.1.EC8} = 80.067\ kN$

$f_{11} := m_1 \cdot \phi_{1.1} \cdot \Gamma_1 \cdot S_{d.1.EC8} = 33.705\ kN$ $\qquad$ $f_{1.ges} := f_{13} + f_{12} + f_{11} = 260.555\ kN$

Ermittlung der Schnittgrößen für 1. Grundschwingung:

$V_{12} := f_{13} = 146.8\ kN$

$V_{11} := f_{13} + f_{12} = 226.9\ kN$

$V_{1F} := f_{13} + f_{12} + f_{11} = 260.6\ kN$

$M_{12} := f_{13} \cdot s_1 = 587.1\ kN \cdot m$

$M_{11} := f_{13} \cdot s_2 + f_{12} \cdot s_1 = 1494.5\ kN \cdot m$

$M_{1F} := f_{13} \cdot s_3 + f_{12} \cdot s_2 + f_{11} \cdot s_1 = 2536.8\ kN \cdot m$

Ermittlung der Verschiebung mittels Kapazitätsspektrummethode:

1. Grundschwingung:

$x_{13.V2.C} := \Gamma_1 \cdot \phi_{1.3} \cdot \frac{S_{a.V2.C}}{\omega_{1.V2.C}^{\ 2}} = 103.354\ mm$

$x_{12.V2.C} := \Gamma_1 \cdot \phi_{1.2} \cdot \frac{S_{a.V2.C}}{\omega_{1.V2.C}^{\ 2}} = 75.169\ mm$ $\qquad$ $\Delta x_{1.2_1.3} := \left| x_{12.V2.C} - x_{13.V2.C} \right| = 28.185\ mm$

$x_{11.V2.C} := \Gamma_1 \cdot \phi_{1.1} \cdot \frac{S_{a.V2.C}}{\omega_{1.V2.C}^{\ 2}} = 37.972\ mm$ $\qquad$ $\Delta x_{1.1_1.2} := \left| x_{11.V2.C} - x_{12.V2.C} \right| = 37.197\ mm$

Nur nichtkommerzielle Verwendung

Erdbebenbemessung für Variante 3 in Amatrice (V3.C)

1) Auswertung aus der Kapazitätsspektrummethode:

Werte aus dem Spektralbeschleunigungs-Spektralverschiebungsdiagramm:

$S_{a.V3.C} := 5.38 \ \frac{m}{s^2}$ $S_{d.V3.C} := 83.30 \ mm$

Eigenwert der 1. Grundschwingung:

$\omega_{1.V3.C} := \sqrt{\frac{S_{a.V3.C}}{S_{d.V3.C}}} = 8.0365 \ \frac{1}{s}$ $f_{1.V3.C} := \frac{\omega_{1.V3.C}}{2 \cdot \pi} = 1.2791 \ \frac{1}{s}$ $T_{1.V3.C} := \frac{1}{f_{1.V3.C}} = 0.7818 \ s$

2) Antwortspektrumverfahren nach EC8 für eine lineare Erdbebenberechnung:

$a_{gR} := 3.25 \ \frac{m}{s^2}$ $\gamma_I := 1.4$

$q := 3.03$ ... Verhaltensbeiwert ermittelt aus der Kapazitätsspektummethode (Beispiel siehe Kapitel 7.4.1)

$a_g := a_{gR} \cdot \gamma_I = 4.55 \ \frac{m}{s^2}$

$S := 1.2$ $T_B := 0.15 \ s$ $T_C := 0.5 \ s$ $T_D := 2 \ s$

$T_1 := 0.425 \ s$ ... Schwingungsdauer aus der Modalanalyse einer elastischen Erdbebenberechnung

$S_{d.1.EC8} := a_g \cdot S \cdot \frac{2.5}{q} = 4.505 \ \frac{m}{s^2}$

Nur nichtkommerzielle Verwendung

Statische Auswertung der Variante 3 in Amatrice (V3.C)

1. Grundschwingung:

$f_{13} := m_3 \cdot \phi_{1.3} \cdot \Gamma_1 \cdot S_{d.1.EC8} = 216.057\ kN$

$f_{12} := m_2 \cdot \phi_{1.2} \cdot \Gamma_1 \cdot S_{d.1.EC8} = 117.854\ kN$

$f_{11} := m_1 \cdot \phi_{1.1} \cdot \Gamma_1 \cdot S_{d.1.EC8} = 49.612\ kN$ $\quad$ $f_{1.ges} := f_{13} + f_{12} + f_{11} = 383.524\ kN$

Ermittlung der Schnittgrößen für 1. Grundschwingung:

$V_{12} := f_{13} = 216.1\ kN$

$V_{11} := f_{13} + f_{12} = 333.9\ kN$

$V_{1F} := f_{13} + f_{12} + f_{11} = 383.5\ kN$

$M_{12} := f_{13} \cdot s_1 = 864.2\ kN \cdot m$

$M_{11} := f_{13} \cdot s_2 + f_{12} \cdot s_1 = 2199.9\ kN \cdot m$

$M_{1F} := f_{13} \cdot s_3 + f_{12} \cdot s_2 + f_{11} \cdot s_1 = 3734\ kN \cdot m$

Ermittlung der Verschiebung mittels Kapazitätsspektrummethode:

1. Grundschwingung:

$x_{13.V3.C} := \Gamma_1 \cdot \phi_{1.3} \cdot \frac{S_{a.V3.C}}{\omega_{1.V3.C}^{\ 2}} = 99.877\ mm$

$x_{12.V3.C} := \Gamma_1 \cdot \phi_{1.2} \cdot \frac{S_{a.V3.C}}{\omega_{1.V3.C}^{\ 2}} = 72.64\ mm$ $\quad$ $\Delta x_{1.2_1.3} := \left| x_{12.V3.C} - x_{13.V3.C} \right| = 27.236\ mm$

$x_{11.V3.C} := \Gamma_1 \cdot \phi_{1.1} \cdot \frac{S_{a.V3.C}}{\omega_{1.V3.C}^{\ 2}} = 36.695\ mm$ $\quad$ $\Delta x_{1.1_1.2} := \left| x_{11.V3.C} - x_{12.V3.C} \right| = 35.946\ mm$

Nur nichtkommerzielle Verwendung

Anhang D

Normative Verbindungsmittelberechnungen für Variante 2

Einfluss der Federsteifigkeiten von Holzverbindungen im mehrgeschossigen Brettsperrholzbau unter Erdbebenlast

Fakultät für Bauingenieurwesen
der Technischen Universität Wien

Bernhard Krupka, BSc.

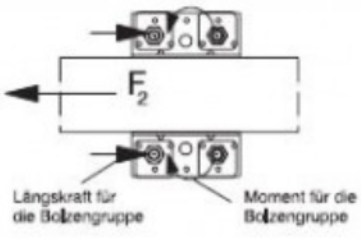
Oktober 2017

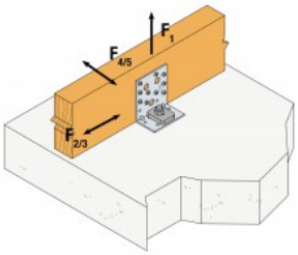
Stiftförmige Holzverbindung

AE 116 (Simpson)

Bem.: Es werden die char. Werte herangezogen, um die Berechnung am Gesamttragwerk vergleichen zu können!

Berechnet wird eine stiftförmige Holzverbindung mit einschnittigem Stahlblech lt folgender Angabe.





Indizes "W" für Wand

Indizes "D" für Decke

Stückzahl der Verbindungsmittel:

$n_W := 14$ 14 Stk. Ankernägel mit d 4 x 60 mm auf der Wandseite

$n_D := 2$ 2 Stk. Bolzen mit d 12 x 120 mm auf der Bodenseite

2) Tragfähigkeit in Richtung Schub (F2/3)

Wand:

$F_{Rk.i} := 1.29\ kN$ ... Tragfähigkeit eines Nagels (Quelle: siehe Anhang B)

$F_{Rk.ges.W} := n_W \cdot F_{Rk.i} = 18.06\ kN$ ... Tragfähigkeit des Nagelbildes auf Wandseite

Boden:

$f_u := 300\ \frac{N}{mm^2}$ ... Drahtzugfestigkeit Bolzen (EC 5 Seite 114)

$A := \frac{(12\ mm)^2 \cdot \pi}{4} = 113.097\ mm^2$ ... Fläche des Bolzens

$F_{Rk.ges.D} := f_u \cdot 2 \cdot A = 67.858\ kN$ ... Tragfähigkeit des Bolzenbildes auf Bodenseite

Bei dieser Verbindung wird angenommen, dass Versagen immer in der Wandverbindung auftritt. Bei einer Detailausbildung mit einbetonierten Schweißgrund ist diese Annahme durchaus zutreffend.

$F_{Rk} := min\left(F_{Rk.ges.W}, F_{Rk.ges.D}\right) = 18.06\ kN$

Nur nichtkommerzielle Verwendung

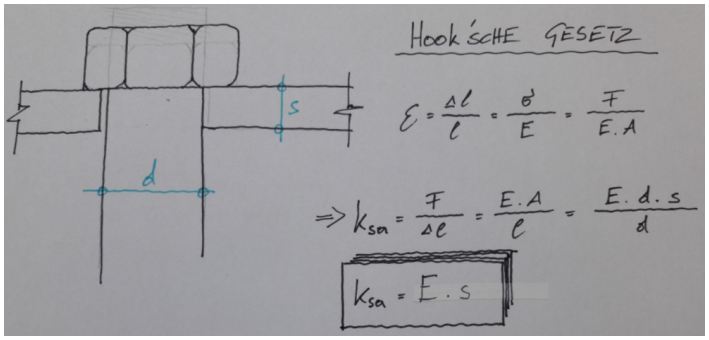
3) Steifigkeit in Richtung Schub

$K_{ser.i} := 1.74 \ \frac{kN}{mm}$ ... Steifigkeit eines Nagels (Quelle: siehe Anhang B)

$K_{ser.W} := K_{ser.i} \cdot n_W = 24.36 \ \frac{kN}{mm}$ ... Verschiebungsmodul auf Wandseite

$K_{u.W} := \frac{2}{3} \cdot K_{ser.W} = 16.24 \ \frac{kN}{mm}$ ... Verschiebungsmodul im GZT auf Wandseite

Bei dieser Verbindung wird angenommen, dass die Steifigkeit zum Bodenanschluss sehr hoch ist. Bei einer Detailausbildung mit einbetonierten Schweißgrund ist diese Annahme durchaus zutreffend.



$s_{Blech} := 3 \ mm$ ... Blechdicke

$E_s := 210000 \ \frac{N}{mm^2}$ ... E-Modul Stahl

$K_{ser.B} := E_s \cdot s_{Blech} \cdot 2 = 1260 \ \frac{kN}{mm}$ ... Verschiebungsmodul auf Bodenseite

$K_{u.B} := \frac{2}{3} \cdot K_{ser.B} = 840 \ \frac{kN}{mm}$ ... Verschiebungsmodul im GZT auf Bodenseite

Zusammenwirken des Schubwinkels parallel zur Wand:

$K_{ser} := \frac{1}{\frac{1}{K_{ser.W}} + \frac{1}{K_{ser.B}}} = 23.898 \ \frac{kN}{mm}$ $u_y := \frac{F_{Rk}}{K_{ser}} = 0.756 \ mm$

$K_u := \frac{1}{\frac{1}{K_{u.W}} + \frac{1}{K_{u.B}}} = 15.932 \ \frac{kN}{mm}$ $u_u := \frac{F_{Rk}}{K_u} = 1.134 \ mm$

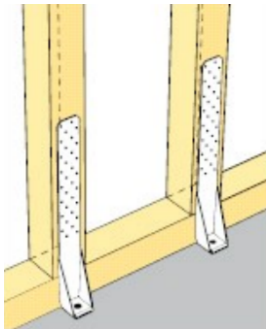
Nur nichtkommerzielle Verwendung

Stiftförmige Holzverbindung

HTT 22 (Simpson)

Bem.: Es werden die char. Werte herangezogen, um die Berechnung am Gesamttragwerk vergleichen zu können!

Berechnet wird eine stiftförmige Holzverbindung mit einschnittigem Stahlblech lt folgender Angabe.



Indizes "W" für Wand

Indizes "D" für Decke

Stückzahl der Verbindungsmittel:

$n_W := 16$ 16 Stk. Ankernägel mit d 4 x 60 mm auf der Wandseite

$n_D := 1$ 1 Stk. Bolzen mit d 16 x 120 mm auf der Bodenseite

2) Tragfähigkeit in Richtung Zug

Wand:

$F_{Rk.i} := 1.29\ kN$ ... Tragfähigkeit eines Nagels (Quelle: siehe Anhang B)

$F_{Rk.ges.W} := n_W \cdot F_{Rk.i} = 20.64\ kN$ ... Tragfähigkeit des Nagelbildes auf Wandseite

Boden:

$f_u := 300\ \frac{N}{mm^2}$ ... Drahtzugfestigkeit Bolzen (EC 5 Seite 114)

$A := \frac{(16\ mm)^2 \cdot \pi}{4} = 201.062\ mm^2$ ... Fläche des Bolzens

$F_{Rk.ges.D} := f_u \cdot A = 60.319\ kN$ ... Tragfähigkeit des Bolzenbildes auf Bodenseite

Bei dieser Verbindung wird angenommen, dass Versagen immer in der Wandverbindung auftritt. Bei einer Detailausbildung mit einbetonierten Schweißgrund ist diese Annahme durchaus zutreffend.

$F_{Rk} := min\left(F_{Rk.ges.W}, F_{Rk.ges.D}\right) = 20.64\ kN$

Nur nichtkommerzielle Verwendung

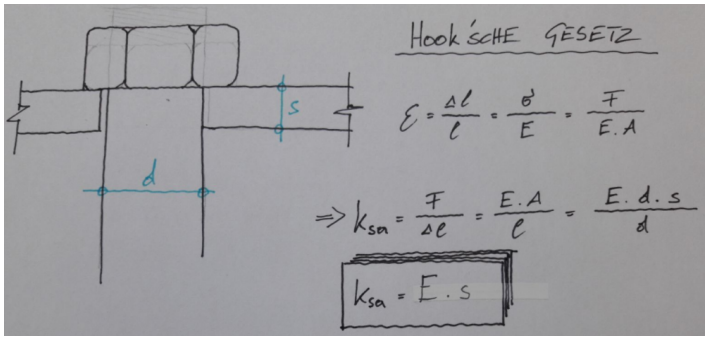
3) Steifigkeit in Richtung Zug

$K_{ser.i} := 1.74 \ \frac{kN}{mm}$ ... Steifigkeit eines Nagels (Quelle: siehe Anhang B)

$K_{ser.W} := K_{ser.i} \cdot n_W = 27.84 \ \frac{kN}{mm}$ ... Verschiebungsmodul auf Wandseite

$K_{u.W} := \frac{2}{3} \cdot K_{ser.W} = 18.56 \ \frac{kN}{mm}$ ... Verschiebungsmodul im GZT auf Wandseite

Bei dieser Verbindung wird angenommen, dass die Steifigkeit zum Bodenanschluss sehr hoch ist. Bei einer Detailausbildung mit einbetonierten Schweißgrund ist diese Annahme durchaus zutreffend.



$s_{Blech} := 3 \ mm$ ... Blechdicke

$E_s := 210000 \ \frac{N}{mm^2}$ ... E-Modul Stahl

$K_{ser.B} := \frac{E_s \cdot A}{100 \ mm} = 422.23 \ \frac{kN}{mm}$ ... Verschiebungsmodul auf Bodenseite

$K_{u.B} := \frac{2}{3} \cdot K_{ser.B} = 281.487 \ \frac{kN}{mm}$ ... Verschiebungsmodul im GZT auf Bodenseite

Zusammenwirken des Schubwinkels parallel zur Wand:

$K_{ser} := \frac{1}{\frac{1}{K_{ser.W}} + \frac{1}{K_{ser.B}}} = 26.118 \ \frac{kN}{mm}$ $\quad u_y := \frac{F_{Rk}}{K_{ser}} = 0.79 \ mm$

$K_u := \frac{1}{\frac{1}{K_{u.W}} + \frac{1}{K_{u.B}}} = 17.412 \ \frac{kN}{mm}$ $\quad u_u := \frac{F_{Rk}}{K_u} = 1.185 \ mm$

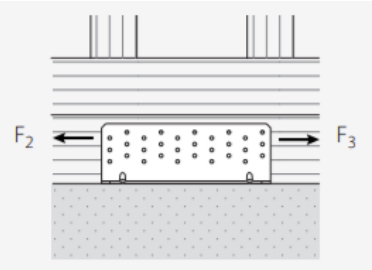
Nur nichtkommerzielle Verwendung

Stiftförmige Holzverbindung

TTF 200 (Rothoblaas)

Bem.: Es werden die char. Werte herangezogen, um die Berechnung am Gesamttragwerk vergleichen zu können!

Berechnet wird eine stiftförmige Holzverbindung mit einschnittigem Stahlblech lt folgender Angabe.



Indizes "W" für Wand

Indizes "D" für Decke

Stückzahl der Verbindungsmittel:

$n_W := 30$ 30 Stk. Ankernägel mit d 4 x 60 mm auf der Wandseite

$n_D := 30$ 30 Stk. Ankernägel mit d 4 x 60 mm auf der Deckenseite

2) Tragfähigkeit in Richtung Schub (F2)

Wand:

$F_{Rk.i} := 1.29\ kN$ ... Tragfähigkeit eines Nagels (Quelle: siehe Anhang B)

$F_{Rk.ges.W} := n_W \cdot F_{Rk.i} = 38.7\ kN$ ... Tragfähigkeit des Nagelbildes auf Wandseite

Decke:

$F_{Rk.i} := 1.29\ kN$ ... Tragfähigkeit eines Nagels (Quelle: siehe Anhang B)

$F_{Rk.ges.D} := n_D \cdot F_{Rk.i} = 38.7\ kN$ ... Tragfähigkeit des Nagelbildes auf Deckenseite

$F_{Rk} := min\left(F_{Rk.ges.W}, F_{Rk.ges.D}\right) = 38.7\ kN$

Nur nichtkommerzielle Verwendung

3) Steifigkeit in Richtung Schub

$K_{ser.i} := 1.74 \ \frac{kN}{mm}$ ... Steifigkeit eines Nagels (Quelle: siehe Anhang B)

$K_{ser.W} := K_{ser.i} \cdot n_W = 52.2 \ \frac{kN}{mm}$ ... Verschiebungsmodul auf Wandseite

$K_{u.W} := \frac{2}{3} \cdot K_{ser.W} = 34.8 \ \frac{kN}{mm}$ ... Verschiebungsmodul im GZT auf Wandseite

$K_{ser.D} := K_{ser.i} \cdot n_D = 52.2 \ \frac{kN}{mm}$ ... Verschiebungsmodul auf Deckenseite

$K_{u.D} := \frac{2}{3} \cdot K_{ser.D} = 34.8 \ \frac{kN}{mm}$ ... Verschiebungsmodul im GZT auf Deckenseite

Zusammenwirken des Schubwinkels parallel zur Wand:

$$K_{ser} := \frac{1}{\frac{1}{K_{ser.W}} + \frac{1}{K_{ser.D}}} = 26.10 \ \frac{kN}{mm} \qquad u_y := \frac{F_{Rk}}{K_{ser}} = 1.5 \ mm$$

$$K_u := \frac{1}{\frac{1}{K_{u.W}} + \frac{1}{K_{u.D}}} = 17.40 \ \frac{kN}{mm} \qquad u_u := \frac{F_{Rk}}{K_u} = 2.2 \ mm$$

Nur nichtkommerzielle Verwendung

Stiftförmige Holzverbindung

WHT 240 (Rothoblaas)

Bem.: Es werden die char. Werte herangezogen, um die Berechnung am Gesamttragwerk vergleichen zu können!

Berechnet wird eine stiftförmige Holzverbindung mit einschnittigem Stahlblech lt folgender Angabe.

Indizes "W" für Wand

Indizes "D" für Decke

Stückzahl der Verbindungsmittel:

$n_W := 20$ 20 Stk. Ankernägel mit d 4 x 60 mm auf der Wandseite

$n_D := 1$ 1 Stk. Bolzen mit d 16 x 200 mm auf der Deckenseite

2) Tragfähigkeit in Richtung Zug

Wand:

$F_{Rk.i} := 1.29\ kN$ ... Tragfähigkeit eines Nagels (Quelle: siehe Anhang B)

$F_{Rk.ges.W} := n_W \cdot F_{Rk.i} = 25.8\ kN$ ... Tragfähigkeit des Nagelbildes auf Wandseite

Boden:

$f_u := 300\ \frac{N}{mm^2}$ ... Drahtzugfestigkeit Bolzen (EC 5 Seite 114)

$A := \frac{(16\ mm)^2 \cdot \pi}{4} = 201.062\ mm^2$ ... Fläche des Bolzens

$F_{Rk.ges.D} := f_u \cdot A = 60.319\ kN$ ... Tragfähigkeit des Bolzenbildes auf Bodenseite

$F_{Rk} := min\left(F_{Rk.ges.W}, F_{Rk.ges.D}\right) = 25.8\ kN$

Nur nichtkommerzielle Verwendung

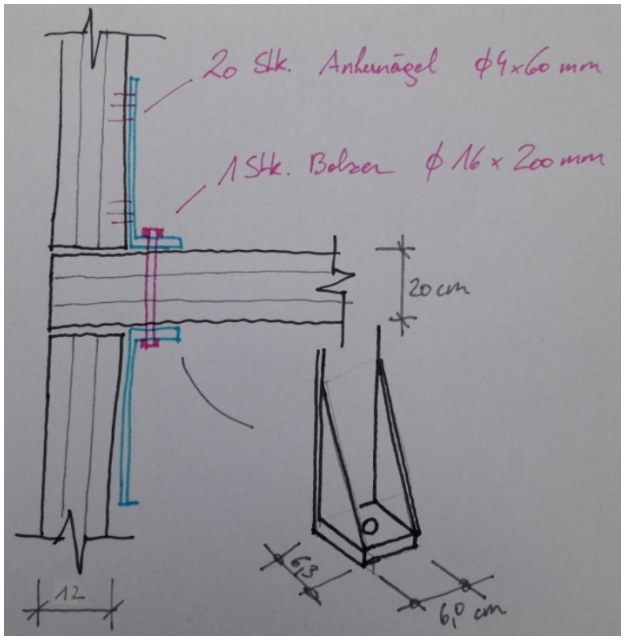
3) Steifigkeit in Richtung Zug

$K_{ser.i} := 1.74 \frac{kN}{mm}$ ... Steifigkeit eines Nagels (Quelle: siehe Anhang B)

$K_{ser.W} := K_{ser.i} \cdot n_W = 34.8 \frac{kN}{mm}$ ... Verschiebungsmodul auf Wandseite

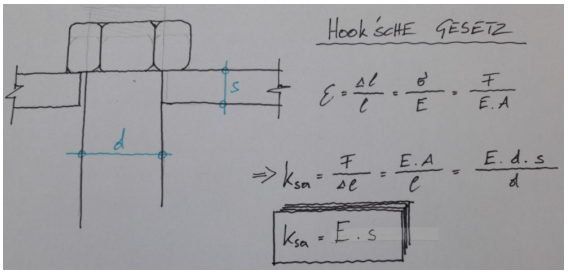
$K_{u.W} := \frac{2}{3} \cdot K_{ser.W} = 23.2 \frac{kN}{mm}$ ... Verschiebungsmodul im GZT auf Wandseite

Die Zugsteifigkeit des Deckenaschlusses wird durch die Nachgiebigkeit der Deckenplatte bestimmt.



$E_{90.mean} := 370 \frac{N}{mm^2}$ ... E-Modul C24

$E_s := 210000 \frac{N}{mm^2}$ ... E-Modul Stahl



$A_s := A = 201.062\ mm^2$

$A_h := 6.3\ cm \cdot 6.0\ cm = 37.8\ cm^2$

$K_{ser.Stahl} := \frac{E_s \cdot A_s}{10\ cm} = 422.23 \frac{kN}{mm}$ ... Verschiebungsmodul des Stahlbolzens

$K_{ser.Holz} := \frac{E_{90.mean} \cdot A_h}{10\ cm} = 13.986 \frac{kN}{mm}$ ... Verschiebungsmodul des Stahlbolzens

Nur nichtkommerzielle Verwendung

Da die kleinste Steifigkeit den größten Einfluss auf die Nachgiebigkeit hat, werden diese "Federsteifigkeiten" (Verschiebungsmodule) in Reihe geschaltet:

$$K_{ser.B} := \frac{1}{\frac{1}{K_{ser.Stahl}} + \frac{1}{K_{ser.Holz}}} = 13.538 \ \frac{kN}{mm}$$

$$K_{u.B} := \frac{2}{3} \cdot K_{ser.B} = 9.025 \ \frac{kN}{mm}$$

Zusammenwirken des Schubwinkels parallel zur Wand:

$$K_{ser} := \frac{1}{\frac{1}{K_{ser.W}} + \frac{1}{K_{ser.B}}} = 9.746 \ \frac{kN}{mm} \qquad u_y := \frac{F_{Rk}}{K_{ser}} = 2.647 \ mm$$

$$K_u := \frac{1}{\frac{1}{K_{u.W}} + \frac{1}{K_{u.B}}} = 6.497 \ \frac{kN}{mm} \qquad u_u := \frac{F_{Rk}}{K_u} = 3.971 \ mm$$

Nur nichtkommerzielle Verwendung