

DISSERTATION

Untersuchung des Einflusses der Lotabweichungen auf geodätische Ingenieurnetze im Gebiet Sarajevo

ausgeführt zum Zwecke der Erlangung des akademischen Grades eines Doktors der technischen Wissenschaften unter der Leitung von

Em. O. Univ. Prof. Dr.-Ing. Heribert Kahmen

E128

Forschungsgruppe Ingenieurgeodäsie

Department für Geodasie und Geoinformation

eingereicht an der Technischen Universität Wien

Fakultät für Mathematik und Geoinformation der Technischen Universität Wien

von

Dipl. –Ing. Jasmin Taletović

Matrik. Nr. 0327315 Gußhausstr. 27-29, 1040 Wien, Österreich

Wien, Juni 2014

(Dipl. –Ing. Jasmin Taletović)



Untersuchung des Einflusses der Lotabweichungen auf geodätische Ingenieurnetze im Gebiet Sarajevo

DISSERTATION

submitted in partial fulfillment of the requirements for the degree of

Doktor/in der technischen Wissenschaften

by

Dipl. –Ing. Jasmin Taletović,

Registration Number 0327315

to the Faculty of Mathematics and Geoinformation at the Vienna University of Technology

Advisor: Em. Univ.Prof. Dipl.Ing. Dr.techn. Heribert Kahmen

The dissertation has been reviewed by:

(Prof. Heribert Kahmen)

(Prof. Robert Weber)

Vienna, June 2014

(Dipl. – Ing. Jasmin Taletović)

Erklarung zur Verfassung der Arbeit

Dipl. –Ing. Jasmin Taletović Otto-Probst Straße 12/4/7, 1100 Wien

Hiermit erkäre ich, dass ich diese Arbeit selbsändig verfasst habe, dass ich die verwendeten Quellen und Hilfsmittel vollsändig angegeben habe und dass ich die Stellen der Arbeit einschließlich Tabellen, Karten und Abbildungen -, die anderen Werken oder dem Internet im Wortlaut oder dem Sinn nach entnommen sind, auf jeden Fall unter Angabe der Quelle als Entlehnung kenntlich gemacht habe.

(Ort, Datum)

(Unterschrift Verfasser)

Erklarung zur Verfassung der Arbeit

Dipl. –Ing. Jasmin Taletović Otto-Probst Straße 12/4/7, 1100 Vienna

I hereby declare, that I independently drafted this manuscript, that all sources and references used are correctly cited and that the respective parts of this manuscript - including tables, maps and figures - which were included from other manuscripts or the internet, either semantically or syntactically, are made clearly evident in the text and all respective sources are correctly cited.

(Ort, Datum)

(Unterschrift Verfasser)

Kurzfassung

Im Gegensatz zu Streckenmessungen werden Richtungsmessungen und Zenitwinkel vom Schwerefeld beeinflusst, weshalb für höchste Genauigkeitsforderungen die Berücksichtigung von Lotabweichungen nötig ist.

Diese Arbeit untersucht den Einfluss der Lotabweichungen auf geodätische Ingenieurnetze im Gebiet Sarajevo. Die Berechnung der Lotabweichungen erfolgte mit Hilfe verschiedener Methoden (Quadermethode und schnelle Fourier-Transformation). Die benötigten Berechnungsprogramme wurden vom Department für Geodäsie und Geoinformation (TU Wien) zur Verfügung gestellt.

Bis heute wurden im Bereich von Sarajevo nur sehr wenige Forschungsarbeiten über das lokale Lotabweichungsfeld durchgeführt, obwohl dessen Berücksichtigung wesentliche Folgen für den Bau von bedeutenden Infrastrukturprojekten wie z.B. Tunnel, Brücken usw. hat.

In der Region Sarajevo wurden 105 in Profilen angeordnete Testpunkte ausgewählt (Punktabstand 2-3 km), in denen die Terrainkorrektur berechnet wurde. Die Lage und Länge der Profile ergab sich aus dem Reduktionsradius von 30 km und wird von der geringen Ausdehnung des vorhandenen 50m-Höhenrasters diktiert. Mit Hilfe der Terrainkorrektur kann auf die von der lokalen Topographie hervorgerufenen Lotabweichungskomponenten in Länge und Breite geschlossen werden.

Mit Hilfe von Simulationsrechnungen wird in der vorliegenden Arbeit der Einfluss der Lotabweichungen auf geodätische Messgrößen in verschiedenen Azimuten und Zenitwinkeln untersucht.

Im Rahmen dieser Untersuchungen wurden auf Basis von Modellannahmen Graphiken erstellt, welche dem Vermessungsingenieur erlauben die Wirkung der Lotabweichung auf Zielpunktskoordinaten abhängig vom Azimut und dem Zenitwinkel der Messung zu.

Als Testnetz wurde ein GPS-Netzwerk in Sarajevo mit rund 250 GPS-Punkten mit einem durchschnittlichen Abstand von 1 km genutzt. Dieses Netz wurde mit einem Polygonnetz verdichtet, das mit Totalstationen eingemessen wurde.

Abstract

The task of this work is to investigate the influence of the deflections of the vertical on geodetic networks used for the construction of major buildings and infrastructures such as tunnels and bridges in the area of Sarajevo. In contrast to distance measurements, directions and zenith angles are influenced by the gravity field. Therefore, for the highest accuracy requirements, it may be necessary to consider the impact of local deflections of the vertical. Until now there is available only sparse information about the deflection field in the vicinity of Sarajevo.

In this context 105 test points (2-3 km point distance), arranged in profiles, were selected where the terrain correction has been calculated through various methods, i.e., the prism method and the Fast Fourier Transformation. The calculations were carried out by an upgraded version of the Fortran program LOTAB, developed at the Institute of Geodesy and Geophysics of the Vienna University of Technology. From the horizontal components of the terrain correction the deflections of the vertical were derived. The location and length of the chosen profiles resulted from the introduced influence zone (reduction radius) of 30km and is dictated by the small size of the available terrain grid (resolution 50m x 50m).

First of all, with the help of simulations, the overall influence of the deflections of the vertical on geodetic measurements in different azimuths and zenith angles is investigated. Methodically the surveyor can quickly and easily decide by means of a provided graphical representation if for a given coordinate accuracy to be accomplished the local deflection of the vertical has to be taken into account. Later on the above mentioned calculated deflections were applied to a test network of 250 GPS stations with an average distance of 1km around Sarajevo which was further densified by polygon lines measured with total stations.

Danksagung

An dieser Stelle sei allen gedankt, durch deren Mithilfe diese Arbeit entstehen konnte.

Insbesondere gilt dieser Dank Herrn Em. Univ.Prof. Dr.-Ing. Heribert Kahmen, der die Anregung zu dieser Arbeit gab und deren Begutachtung übernommen hat. Weiteres danke ich Herrn Prof. Kahmen für die Möglichkeiten zum Studieren und Arbeiten in seinem Institut sowie für die Erfahrungen und das Lernen mit ihm und seinem Assistenten und Mitarbeitern in der Ingeniergeodäsie. Ich bedanke mich sehr herzlich sowohl für seine Betreuung dieser Arbeit als auch für vielfältige Hilfen, unter anderem bei der wissenschaftlichen Formulierung dieser Arbeit und seine tatkräftige Unterstützung und seinen Zuspruch die Arbeit zügig voranzutreiben.

Für die freundliche Übernahme der 2. Begutachtung der Dissertation möchte ich mich bei Herrn Ao.Univ.Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Robert Weber bedanken, der durch seine äußerst wertvollen Kommentare zum Gelingen der Arbeit beigetragen hat.

Für die Korrekturlesung eines Teils der Arbeit möchte ich mich auch bei Herrn Ao.Univ.Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Günther Retscher bedanken.

Ich bedanke mich außerdem bei Herrn Univ.Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Harald Schuh und Herrn Univ.Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Andreas Wieser fur Ihre Gastfreundschaft am Institut für Geodäsie und Geophysik.

Der wichtigste Dank aber gilt meiner lieben Frau Zekija, die für so viel Zeit auf mich verzichtet hat und mich dennoch immer wieder davon überzeugt hat, wie wichtig es ist diese Arbeit fertigzustellen.

Weiteres danke ich dem Institut für Planung der Kanton Sarajevo (Zavod za planiranje razvoja Kantona Sarajevo) für die Ermöglichung des Karenzjahres und Unterstützung.

Den verschiedenen Experten danke ich für ihr Wissen.

1. Einleitu	ng	1
1.1 Zie	lsetzung	1
1.2 Mot	tivation	2
1.3 Vor	gehensweise (Inhaltsübersicht)	3
2. Grundla	igen	5
2.1 Lot	abweichungen	5
2.2 Dig	itales Geländemodell (DGM) im Raum Kanton Sarajevo	7
2.3 Rec	luktion der Messungen	10
2.4 Gel	bräuchliche Referenzsysteme in Bosnien und Herzegowina	14
2.4.1	Terrestrisches Bezugssystem in Bosnien-Herzegowina - BHTRS98	15
2.4.2	Höhen-Bezugssystem in Bosnien-Herzegowina	15
2.4.3	Gauß-Krüger Meridianstreifensystem - BHTRS23/TM	16
2.5 Koo	ordinatentransformationen im Untersuchungsgebiet	17
2.6 Ing	enieurgeodätische Netze	19
2.6.1	Spezialvermessungen - Tunnelnetze	19
2.6.2	Spezialvermessungen - Brückennetze	21
2.6.3	Zusammenfassung	22
3. Untersu	chungen zu einer geeigneten Erfassung der Lotabweichungskompo	nenten
fur inge	nieurgeodatische Projekte	24
3.1 Ges	schichtliche Entwicklung	24
3.2 Ube	erblick über die verschiedenen numerischen Verfahren	29
3.2.1	. Kreissektorenverfahren	
3.2.2	. Quadermethode	31
3.2.3	Die Fourier-Transformation	35
3.3 Ber	echnung von Lotabweichungen im Untersuchungsgebiet Sarajevo.	41
3.4 Ein	fluss der Lotabweichung auf einzelnen Messstationen	46
3.4.1	Die Verbesserung der horizontalen Winkel	46
3.4.2	Die Verbesserung der Zenitwinkel	49
3.4.3	Zusammenfassung	51
4. Untersu	chung des Einflusses der Lotabweichung auf geodätische Netze	52
4.1. Sim der	ulationsrechnungen mit linearen Netzen bei maximalen Auswi Lotabweichungen (Modell 1)	rkungen 52
4.1.1	Einfluss von $\xi~$ und $\eta~$ auf $~$ Höhen bei einem Azimut von 50 und 3 $~$	50 Gon
		52

4.1.2 350 Go	Einfluss von ξ und η auf Lagekoordinaten bei einem Azimut von 50 un mn	nd .54
4.2 Simu verso	lationsrechnungen mit linearen Netzen gestützt auf DGM in chiedenen Testgebieten (Modell 2)	.56
4.2.1	Auswahl Testgebiete	.56
4.2.2	Planung der Experimente	.57
4.2.3	Simulationsrechnungen mit linearen Netzen mit Hilfe des DGM	.58
4.2.4.	Zusammenfassung	70
4.3 Unte	rsuchungen in den Testgebieten basierend auf Messungen (Modell 3)	,72
4.3.1 Lotabw	Vergleich der Netzberechnungen mit und ohne Berücksichtigung der veichungen in Modell 3	.72
4.3.2	Vergleich der Ergebnisse von Modell 3 und Modell 1	83
4.3.3 (durch	Vergleich der Ergebnisse von Modell 2 (DGM gestützt) und Modell 3 Messungen gestützt)	.84
4.3.4 den Te	Vergleich der Ergebnisse aus terrestrischen Messungen (Modell 3) in stnetzen mit den übergeordneten GPS Netzen	.91
4.4 Disku	ussion der drei Modelle	.93
5. Zusamme	enfassung und Ausblick	.94
Literaturve	rzeichnis	96
Lebenslauf		01
ANHANG A.		02
ANHANG B.		05

1. Einleitung

1.1 Zielsetzung

Das trigonometrische Netz I. Ordnung in Bosnien und Herzegowina ist vom MGI (Militärgeographisches Institut) Wien 1872 als Teil des österreichisch-ungarischen trigonometrischen Netzes I. Ordnung gemessen und berechnet worden.

Das Datum dieser Triangulation wurde wie folgt definiert:

- astronomische Breite und Länge des Ausgangspunktes I. Ordnung Hermannskogel in Wien,
- astronomisches Ausgangsazimut zwischen den trigonometrischen Punkten I. Ordnung vom Hermannskogel zum Hundsheimer Berg und
- Parameter des Besselellipsoids von 1841.

1921-1940 wurde das trigonometrische Netz vom Staat Jugoslawien weiter entwickelt und eine Verbindung mit Netzwerken von angrenzenden Ländern hergestellt.

Das trigonometrische Netz in Sarajevo wurde von Mai bis September 1967 erneut vermessen und besteht aus 57 neuen und 10 alten Punkten. Die Richtungen wurden gegenseitig und direkt gemessen. Winkel wurden durch die "Methode der Horizontschließung im Standpunkt" gemessen. Die Punkte wurden in 6 Sätzen beobachtet. Das Netzwerk hat 122 Dreiecke. Ein neues GPS-Netz und darauf bezogene digitale geodätische Pläne für das Gebiet Stadt Sarajevo bilden heute die Grundlage für die Sicherung und Entwicklung des modernen Systems der Verwaltung von Immobilien. Die geodätischen Pläne der Region sind nicht mehr auf dem neuesten Stand und eine gründliche Überarbeitung hatte sich daher als notwendig erwiesen.

Es wurde deshalb 2005-2006 eine neues GPS-Netzwerk in Sarajevo mit rund 250 Punkten eingemessen. Der durchschnittliche Punktabstand beträgt 1-2 km. Dieses Netz wurde mit einem Polygonnetz (ungefähr 2000 Polygonpunkte) verdichtet (Abb. 1.1). Das neue Festpunktfeld weist eine hohe Genauigkeit auf und kann daher für die Sicherung des Eigentums, den Aufbau eines GIS Systems (Geographic Information System) und Ingenieuraufgaben genutzt werden.



Abb. 1.1: GPS-Netzwerk der Stadt Sarajevo

1.2 Motivation

Die neu geplante Autobahn durch Bosnien und Herzegowina erstreckt sich von Svilaj (nördliche Grenze mit der Republik Kroatien) bis Ploče (südliche Grenze mit der Republik Kroatien)(Abb. 1.2). Die Trasse der Autobahn hat eine Gesamtlänge von 340 km, die Gesamtlänge der Tunnel beträgt 75,5 Kilometer (26% der gesamten Länge der Trasse) und der längste Tunnel ist 6,5 km bei Prenj. Die gesamte Länge der Brücken ist 33 km, das sind 11% der Gesamtlänge der Trasse.

Bisher fehlt es noch an methodischen Untersuchungen, mit denen einfach und wirtschaftlich ermittelt werden kann, ob in derartigen Projekten der Ingenieurvermessung gemessene Horizontal- und Vertikalwinkel aufgrund von Lotabweichungen zu korrigieren sind. Dieser Mangel war Motivation für die vorliegende Arbeit.

Aufgrund der bewegten Topographie wurde die Umgebung von Sarajevo als Testgebiet gewählt (Abb. 1.3).



Abb. 1.2: Trasse der Autobahnen Korridor Vc

1.3 Vorgehensweise (Inhaltsübersicht)

Kapitel zwei beschäftigt sich mit dem Ursprung und der Definition von Lotabweichungen. Es beschreibt auch das Digitale Geländemodell (DGM) im Raum Kanton Sarajevo. Reduktion der geodätischen Messungen wegen Einfluss der Lotabweichungen sind auch in diesem Kapitel beschrieben. Koordinatensysteme die Bosnien Herzegowina Verwendung finden in und und auch die Koordinatentransformation vom globalen Koordinatensystem in nationale oder lokale Koordinatensysteme werden ebenfalls beschrieben. Danach folgt eine kurze Einführung in ingenieurgeodätische Netze (Tunnelnetze und Brückennetze).

Kapitel drei beschreibt die historische Entwicklung der Rechenmodelle zur Ableitung von Lotabweichungen in Bosnien und Herzegowina. Im Detail betrifft dies das Prismenverfahren (Quadermethode) und die FFT-Methode (schnelle Fourier-Transformation). Dann wird ein Überblick über verschiedene numerische Verfahren zur Berechnung der Lotabweichungen und deren Vor- und Nachteile gegeben. In diesem Kapitel werden auch die Ergebnisse von Komponentenberechnungen für die Lotabweichungen im Raum Kanton Sarajevo (Quader- und FFT-Methode) angegeben. Es folgt eine detaillierte Beschreibung der Berechnung der Korrekturen für Richtungen aufgrund topographischer Einflüsse der Lotabweichung.

Das vierte Kapitel beschäftigt sich mit der Erforschung des Einflusses der Lotabweichung auf geodätische Netze. Die Simulationsrechnungen und die praktische Messungen wurden in vier verschiedenen Testgebieten durchgeführt, die sich durch ihre Topographie und durch die Beträge der Lotabweichungen unterscheiden. Es wird die Auswirkung der Lotabweichungen auf lineare Netzwerke (Polygonzüge) durch Simulationsrechnungen und Vergleiche mit Feldmessungen untersucht. In diesem Kapitel werden die Koordinaten mit und ohne dem Einfluss der Lotabweichungen berechnet und mit den mittels GPS-ermittelten Koordinaten verglichen. Ein Vergleich der Ergebnisse und eine Diskussionen der drei beschriebenen Modelle schließen diese Arbeit ab.



Abb. 1.3: Testgebiet

2. Grundlagen

2.1 Lotabweichungen

Im Gegensatz zu Streckenmessungen werden Richtungen und Zenitwinkel vom Schwerefeld beeinflusst, weshalb für höchste Genauigkeitsanforderungen die Berücksichtigung von Lotabweichungen nötig sein kann.

Der Winkel zwischen der Richtung der Tagente an die aktuelle Lotlinie und die durch die Normale auf das Bezugsellipsoid definierte Bezugsrichtung wird als Lotabweichung (Θ) bezeichnet (Torge 2002) (Abb. 2.1). Es ist für praktische Zwecke noch zwischen der Oberflächenlotabweichung im Messpunkt und der Lotabweichung in Höhe=0 (Geioidlotabweichung) zu unterscheiden.



Abb. 2.1: Einfluss der topografischen Massen auf die Lotrichtung

Die Lotabweichungen hängen von den ellipsoidischen Koordinaten und damit von den Parametern des Bezugs- oder Referenzellipsoides und von dessen Lagerung gegenüber der Erde ab. Handelt es sich um ein geozentrisch (im Erdschwerpunkt) gelagertes Bezugsellipsoid, so spricht man von absoluten Lotabweichungen, andernfalls von relativen Lotabweichungen [siehe Kapitel 3].

Die Lotabweichungen setzen sich aus zwei Anteilen zusammen: Die regionalen Unterschiede zwischen der Bezugsfläche (in der Regel einem Ellipsoid) und dem Geoid bewirken niederfrequente Lotabweichungs-Variationen, die topografischen Massen dagegen hochfrequente Lotabweichungsanteile (Abb. 2.1). Diese Lotabweichungsanteile, im Folgenden mit ξ_{top} (Nord-Süd-) und η_{top} (West-Ost-Komponente) bezeichnet, können bei Kenntnis des Geländes ermittelt werden.

Welche Beträge die Lotabweichung erreichen kann, hängt von mehreren Einflussgrößen ab:

a) Von der Rauhigkeit der Topografie. In den Alpen können einzelne Gebirgsketten lokale Ablenkungen der Lotrichtung bis fast 30 Bogensekunden (ca. 0,008°) verursachen. In den Anden und dem Himalaya sind fast die doppelten Beträge möglich;

- b) von der Geologie dem unterirdischen Verlauf der Gesteinsschichten. Wo die horizontale Lagerung stark gestört ist wie z. B. in Molassebecken oder in der Schweizer Ivreazone sind sogar regionale Ablenkungen über 60" möglich;
- c) von der Lagerung des Referenzellipsoids der Landesvermessung (relative versus absolute Lotabweichungen).

Man spricht von einer astrogeodätischen Lotabweichung, wenn die Bestimmung der Lotrichtung mit den Methoden der geodätischen Astronomie erfolgt. Dagegen beruht die gravimetrische Lotabweichung auf der Bestimmung von Schwereanomalien und sie wird über die Lösung der geodätischen Randwertaufgabe erhalten.

Eine Möglichkeit zur Berechnung des Geländeeinflusses auf einen Aufpunkt P ist die Quadermethode (Elmiger 1969). Bei dieser Methode wird das Gelände in quaderförmige Säulen mit quadratischem oder rechteckigem Grundriß zerlegt (Abb. 3.6, 3.7). Liegen nun für einen solchen Quader Lage, Höhe und Dichte vor, so ermittelt sich seine Wirkung auf den Aufpunkt P, indem über die Attraktionswirkung dieser differentiellen Massenelemente integriert wird. Die Formel (2.1) zeigt den Einfluß der Massen (der einzelnen Säulen) auf die Lotabweichungskomponenten (ξ , η). Die gesamte Wirkung der Topographie auf den Aufpunkt berechnet sich aus der Summation der Einflüsse aller Quader in einem gewählten Einzugsgebiet. Die Komponenten des Attraktionsvektors (Kapitel 3). Dabei ist zu beachten, daß der Einfluß der Massenelemente auf Schweremessungen für Δx , $\Delta y \sim r$ und $\Delta z \ll r$ mit der dritten Potenz von r, jener auf die Lotabweichung genähert mit dem Quadrat von r zurückgeht (*Weber 1990*).

$$\frac{d\xi}{d\eta} = \frac{G\rho}{g} \int_{v} \frac{d\left(\frac{1}{r}\right)}{d\left\{\frac{x}{y}\right\}} dV = -\frac{G\rho}{g} \int_{v} \frac{\left\{\frac{x}{y}\right\}}{r^{3}} dV$$
(2.1)

- *r Aufpunktentfernung (Strecke zwischen Aufpunkt und Quader)*
- G- Gravitationskonstante
- g— Erdbeschleunigung
- ρ Dichte (plausible Abschätzung für die Region Sarajevo: 2,67 g/cm³)
- ξ Lotabweichung in Nord-Süd-Richtung
- η Lotabweichung in Ost-West-Richtung
- x, y— Ebene Koordinate (Gauß-Krüger)
- $\begin{vmatrix} x \\ y \end{vmatrix}$ beschreibt die Lage des differentiellen Volumselements relativ zum Aufpunkt

Dies bedeutet, dass man den Einflussbereich für die Berechnung der Lotabweichung eng begrenzen kann. Für linienhafte Ingenieurprojekte (Straßen-, Autobahn-, Eisenbahn-, Brücken- und Tunnelprojekte) stehen normalerweise DGM mit ausreichender Ausdechnung zur Verfügung. Die Größen g und ρ können für Bereiche einer Baustelle als konstant angenommen werden.

Sind die Höhen in einem regelmäßigen Gitter gegeben, so lässt sich der Einfluss der Topographie auch besonders wirtschaftlich mit FFT (Fast Fourier Transform)-Techniken berechnen (Weber 1990, Schwarz et al. 1990).

Die Lotabweichungen lassen sich dann folglich mit numerischen Verfahren bestimmen, dass heißt rein rechnerisch. Die Untersuchungen dieser Arbeit beschäftigen sich mit diesen Verfahren.

2.2 Digitales Geländemodell (DGM) im Raum Kanton Sarajevo

Ein digitales Geländemodell (möglichst auch mit der Berücksichtigung von Dichtevariationen) erlaubt die Berechnung des Einflusses der Topographie auf die Lotabweichungen.

Die Beschreibung der dreidimensionalen Oberflächenform eines Geländes in numerischer Form durch die Raumkoordinaten x, y, z einer ausreichenden Menge von Punkten der Objektoberfläche wird als digitales Geländemodell (DGM, oder DTM = Digital Terrain Model bzw. DEM = Digital Elevation Model oder auch DHM = Digitales Höhenmodell) bezeichnet. Als Bezugssystem dient dabei ein Geländekoordinatensystem, i.d.R. das Landeskoordinatensystem (Hildebrandt, 1996). Ist man stärker an der eigentlichen Oberfläche (z.B. Vegetationshöhe) interessiert, spricht man von einem digitalen Oberflächenmodell (DOM).

DHM und DGM stehen heute global und in vielen Gebieten auch regional zur Verfügung. Sie sind bisher häufig aus digitalisierten topographischen und bathymetrischen Karten abgeleitet worden. In zunehmendem Maße werden Raumtechniken zur Entwicklung - insbesondere von globalen Geländemodellen - eingesetzt. So dient die Satelliten-Radaraltimetrie zur Höhenbestimmung der Eiskappen in Grönland und in der Antarktis (Smith und Sandwell 1994). Das von Satelliten oder Flugzeugen aus eingesetzte *Interferometric Synthetic Aperture Radar* (INSAR) trägt wesentlich zur Entwicklung hochauflösender digitaler Geländemodelle bei (Nielsen et al. 1998). In jüngster Zeit werden hochgenaue meist lokale DGM mit Hilfe von Airborne-Laserscanning erzeugt.

Die methodisch einfachste Vorgehensweise zur Generierung eines DGM's ist die Digitalisierung einer analogen oder bereits digital vorliegenden topographischen Kartenvorlage mit Höheninformation. Durch das Digitalisieren der Isohypsen werden Vektoren erzeugt, welche als Attributwerte die Höhenlage einer jeden Isolinie enthalten.

Im Bereich Kanton Sarajevo (43°38'N< ϕ <44°05'N und 18°01'E< λ <18°39'E) wurden digitalisierte Höhenlinien und DGM mit den topographischen Karten Maßstab 1:25.000 erzeugt (Abb 2.2).

Die Topographie verhält sich in diesem Bereich als sehr bewegt (Abb. 2.2 und 2.3).



Abb. 2.2: Bereich des DGM (Auflösung 50x50m) Kanton Sarajevo (das schwarz markierte Feld beschreibt den Bereich, wo Lotabweichungen bestimmt wurden)

Für die Berechnung der Lotabweichungskomponenten ξ (in Nord-Süd Richtung) und η (in Ost-West Richtung) wurde ein DGM der Auflösung 50x50 m ($\approx 2''x2''$) mit einer Ausdehnung von 50 x 50 km genutzt (Abb. 2.2).

Dieses DGM wurde in ein ASCII file exportiert, die ersten 10 Zeilen werden in Tabelle 2.1 wiedergegeben. Reihe 1 und 2 beschreiben die Größe der Matrix, Reihe 3 und 4 die Koordinaten (Gauß-Krüger Koordinaten) der unteren linken Ecke, Reihe 5 geht auf die Rasterweite ein, Reihe 6 definiert einen Standardwert für Zellen in denen keine Daten verfügbar sind. Die Höhen (in Meter) werden beginnend in der linken oberen Ecke von links nach rechts z.B. 982, 987, 972, usw. gelesen, und sind in dem File in weiteren Reihen enthalten.

Tabelle 2.1: ASCII file

ncols	1000	Anzahl der Spalten im Datensatz		
nrows	1000	Anzahl der Zeilen im Datensatz		
yllcorner	6501725	West-Ost Koordinate der unteren linken Ecke (Gauß-Krüger)		
xllcorner	4832475	Nord-Süd Koordinate der unteren linken Ecke (Gauß-Krüger)		
cellsize	50	Rasterweite [m]		
Nodata_va	Nodata_value -9999 Wert für Rasterzellen mit unbekanntem Wert			
982 977 972	2 974 964 94	45 931 920 915 913 910 909 907 902 892 886 883 882 885 887 893 900 902 900		
896 892 88	7 883 882 88	35 894 904 916 927 935 930 918 902 885 869 852 833 818 797 782 772 762 761		
764 768 76	6 766 761 7	54 749 739 727 717 710 710 712 715 718 723 724 721 719 713 707 704 700 705		
713 720 72	5 725 716 70	05 700 694 692 693 697 697 699 704 709 719 732 749 773 791 800 804 807 804		

Abbildung 2.3 verdeutlicht die Topographie und Tabelle 2.2 beschreibt die wichtigsten Merkmale des DGM.



Abb. 2.3: DGM mit der Auflösung 50x50 m im Bereich Kanton Sarajevo

1	Gebietsausdehnung des DGM	50 x 50 = 2500 km ²
2	Anzahl der DGM-Punkte und Auflösung	1 000 000 / 50 m
3	Anzahl der aus DGM gebildeten Quader	1 000 000 Quader
4	Fläche des Berechnungsgebietes	30 x 30 = 900 km ²
5	Anzahl der berechneten Punkte und Punktabstand	105 / 1-3 km

Tabelle 2.2: Merkmale des digitalen Geländemodells

2.3 Reduktion der Messungen

Zur Bestimmung der Position von Punkten auf der Erdoberfläche sind geodätische Beobachtungen erforderlich. Der Großteil der Beobachtungsverfahren ist vom Erdschwerefeld beeinflußt und auf die natürliche Lotrichtung bezogen. Bevor geodätische Berechnungen auf dem Ellipsoid erfolgen können, müssen die Beobachtungen auf das Ellipsoid bzw. auf die Ellipsoidnormale (Abb. 2.1) reduziert werden. Für diese Reduktion ist eine detaillierte Kenntnis der Lotabweichung notwendig. Vernachlässigt man die Differenzen zwischen dem modellhaften und dem realen Schwerefeld, so können systematische Fehler auftreten, deren Beträge die erreichbaren Meßgenauigkeiten vielfach übersteigen.

Die Kombination von traditionellen und satellitengestützten Meßverfahren erweist sich oft in wirtschaftlicher und fehlertheoretischer Hinsicht als optimal. Da GPS-Vektoren einen räumlichen Bezug vermitteln, liegt es nahe, der Auswertung ein gemeinsames, dreidimensionales Lage/Höhen-Modell zugrundezulegen. Eine Vernachlässigung der Lotabweichung kann die Ergebnisse der Zusammenführung heterogener Beobachtungsdaten nachhaltig beeinträchtigen.

Die folgenden Gruppen von Messungen werden zu den klassischen geodätischen Messungen gezählt (Sünkel 1988):

Horizontalwinkel: Eine Horizontalwinkelmessung erfordert drei Punkte; sie ist daher von diesen drei Positionen auf der Erdoberfläche abhängig. Der Begriff "horizontal" bringt aber bereits zum Ausdruck, daß die Messung in Bezug auf die örtliche Horizontale erfolgt. Diese Horizontale ist Tangentialebene an die örtliche Äquipotentialfläche (Niveaufläche), also eine ausgezeichnete Fläche des Erdschwerefeldes, und somit ist eine Messung eines Horizontalwinkels vom Erdschwerefeld abhängig. Die Abhängigkeit von anderen physikalischen Feldern (subsumiert in F), wie etwa dem Zustand der Erdatmosphäre etc., sowie die zeitliche Abhängigkeit zufolge der Positionsänderung der Meßpunkte und der Zustandsänderung von W (Schwerepotential) ist evident.

Vertikalwinkel: Eine Vertikalwinkelmessung erfolgt immer in Bezug auf die lokale Vertikale (oder auch Horizontale - dann spricht man von Höhenwinkel) und der Richtung zu einem Punkt. Damit ist diese Messung wegen des Bezugs auf die Vertikale (oder Horizontale) auch vom lokalen Erdschwerefeld im Standpunkt abhängig. Bezüglich der Abhängigkeit von der Atmosphäre gilt oben Gesagtes unverändert auch hier. Um Koordinatenberechnungen auf dem Ellipsoid durchführen zu können, müssen die gemessenen Azimute $A_{i,k}$, Zenitwinkel $\zeta_{i,k}$ und Strecken $s_{i,k}$ auf die entsprechenden ellipsoidischen, auf die geodätische Linie bezogenen Größen, nämlich geodätisches Azimut α (2.2) und Strecke S, reduziert werden.

Die Reduktion des astronomischen Azimuts $A_{i,k}$, auf ein geodätisches Azimut $\alpha_{i,k}$, setzt sich aus drei Anteilen (2.2) zusammen. Die Laplace-Gleichung (2.2) berücksichtigt den Einfluss der Lotabweichung. Auf den Normalschnitt bezogen lautet die entsprechende Reduktion (Torge 2002):

$$\begin{aligned} \alpha_{i,k} - A_{i,k} &= -(\eta_i \cdot \tan \varphi_i + \cot \varphi_{i,k} \cdot \xi_i \cdot \sin A_{i,k} - \cot \varphi_{i,k} \cdot \eta_i \cos A_{i,k}) = -\delta_{\theta_{i,k}} \\ \text{wenn} \\ \delta_{\theta_{i,k}} &= (\eta_i \cdot \tan \varphi_i + \cot \varphi_{i,k} \cdot \xi_i \cdot \sin A_{i,k} - \cot \varphi_{i,k} \cdot \eta_i \cos A_{i,k}). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \alpha_{i,k} - \text{Geodätisches Azimut von Punkt i nach k} \\ A_{i,k} - \text{Gemessenes Azimut von Punkt i nach k} \\ A_{i,k} - \text{Zenitwinkel von Punkt i nach k} \\ \varphi_i - \text{geographische Breite} \end{aligned}$$

$$(2.2)$$

Der Term $\eta_i \cdot \tan \varphi_i$ in (2.2) ist die horizontale Komponente der Lotabweichung. Er hängt nicht vom Azimut ab und entspricht einer Verdrehung des beobachteten Richtungssatzes (Orientierungsfehler). Der andere Teil der Terms (2.2) kann als lotabweichungsbedingter Aufstellungsfehler (Lotrichtung anstelle der Ellipsoidnormalen) des Theodolits angesehen werden. Er ist vom Azimut abhängig. Während der erste Term ($\eta_i \cdot \tan \varphi_i$) die Größenordnung der Lotabweichung und mehr

erreichen kann, tritt im zweiten und dritten Term in (2.2) durch *cot* $\zeta_{i,k}$ eine erhebliche Verkleinerung ein. Im Flachland bleibt dieser Anteil im Bereich von wenigen 0,1", im Hochgebirge kann er aber einige Bogensekunden erreichen.

Die Korrekturgröße (für die Richtungen) ist neben den Werten der Lotabweichungen vom Azimut und von der Steilheit der Visur abhängig. Die Korrektur der Richtungen erreicht ihr Maximum, wenn die Visurebene mit der Ebene der Lotabweichung einen rechten Winkel einschließt (siehe Kapitel 3.4.1).

Um gemessene horizontale Winkel auf das Ellipsoid zu reduzieren, wird jeder Winkel als eine Differenz von zwei Azimuten betrachtet (*Heiskanen und Moritz 1967*):

$$\omega_{i,j,k} = \alpha_{i,k} - \alpha_{i,j} \tag{2.3}$$

Deshalb können wir die Formel (2.2) anwenden. Ein Winkel als Differenz zwei Azimute hat den Vorteil, dass der standpunktabhängige Teil $\eta_i \cdot tan \varphi_i$ eliminiert wird

und sich die Reduktion beobachteter Winkel auf ellipsoidische Winkel daher beschränkt auf

$$\omega_{i,j,k} = \alpha_{i,k} - \alpha_{i,j} = \left\{ A_{i,k} - \left[\eta_i \cdot \tan \varphi_i + \cot \zeta_{i,k} \cdot \left(\xi_i \cdot \sin A_{i,k} - \eta_i \cos A_{i,k} \right) \right] \right\} - \left\{ A_{i,j} - \left[\eta_i \cdot \tan \varphi_i + \cot \zeta_{i,j} \cdot \left(\xi_i \cdot \sin A_{i,j} - \eta_i \cos A_{i,j} \right) \right] \right\} = (A_{i,k} - A_{i,j}) + \left\{ \cot \zeta_{i,j} \cdot \left(\xi_i \cdot \sin A_{i,j} - \eta_i \cos A_{i,j} \right) - \cot \zeta_{i,k} \cdot \left(\xi_i \cdot \sin A_{i,k} - \eta_i \cos A_{i,k} \right) \right\} \right\}$$

$$(2.4)$$

 $\omega_{i,j,k}$ – ellipsoidische Horizontalwinkel

So, aus der Formel 2.4 können wir sehen, dass die gesamte Reduktion für annähernd horizontale Visuren ignoriert werden kann.

Die Korrektur gemessener Zenitdistanzen zufolge der Lotabweichung ergibt sich durch Projektion des Lotabweichungsvektors auf den Richtungsvektor $\varepsilon_{i,k}$ (Heiskanen und Moritz 1967). Die Formel für die Korrektur des Zenitwinkels lautet:

$$\zeta_{i,k} = Z_{i,k} + (\xi_i \cos A_{i,k} + \eta_i \sin A_{i,k})$$

Mit
$$\varepsilon_{i,k} = (\xi_i \cos A_{i,k} + \eta_i \sin A_{i,k}),$$
(2.5)
folgt :
$$\zeta_{i,k} = Z_{i,k} + \varepsilon_{i,k}.$$

ζi,k -	Geodätischer (ellipsoidische) Zenitwinkel
Zi,k -	Gemessener Zenitwinkel von Punkt i nach k
Ei,k -	Lotabweichung im Azimut der Beobachtung $A_{i,k}$
ξi -	Lotabweichungskomponente Nord-Süd
η _i -	Lotabweichungskomponente West-Ost

Die Zenitdistanzen werden maximal beeinflusst, wenn die Visurebene mit der Ebene der Lotabweichung zusammenfällt. Somit bleiben Richtungen unbeeinflusst, wenn die Korrektur der Zenitdistanzen maximal ist und umgekehrt, was auch der Anschauung entspricht (siehe Kapitel 3.4.2).

Um die trigonometrische Höhenmessung in ellipsoidischen Höhendifferenzen überzuführen, bedarf es Korrekturen welche von der Lotabwichungskomopnenten an den beiden Endpunkten *i* und *k* abhängig ist (Gleinsvik 1960)

$$\Delta H_{i,k}^{'} = \Delta H_{i,k} + \frac{1}{2} \frac{1}{p} \frac{S_{ik}^{'}}{\sin^{2} \zeta} \left\{ \left(\xi_{i} + \xi_{k} \right) \cos A_{i,k} + \left(\eta_{i} + \eta_{k} \right) \sin A_{i,k} \right\} = \Delta H_{i,k} + \frac{1}{2} \frac{1}{p} \frac{S_{ik}^{'}}{\sin^{2} \zeta} \left(\varepsilon_{i} + \varepsilon_{k} \right).$$
(2.6)

 ΔH_{ik} - ellipsoidische Höhendifferenz zwischen i und k

 $\begin{array}{lll} \Delta H'_{ik} & \text{- trigonometrische H\"ohendifferenz zwischen i und k} \\ S'_{ik} & \text{- Horizontaldistanz} \\ p & \text{- 180/}\,\pi \end{array}$

Die Gleichung (2.6) bringt die wichtige funktionelle Beziehung zwischen den ellipsoidischen Höhenunterschieden und den aus den rohen Höhenwinkeln resultierenden Höhenunterschieden zum Ausdruck. Die Gleichung (2.6) hat generelle Gültigkeit, wenn die Indizes der $\Delta H'$ und die in der Formel $\varepsilon = \xi \cdot cosA + \eta \cdot sinA$ auftretenden Azimute miteinander übereinstimmen.

Der Einfluss der Lotabweichung auf Kreiselazimute kann im ungünstigen Fall betragsmässig ein Mehrfaches der äußeren Genauigkeit des Kreisel ausmachen.

Die Korrektur gemessener Kreiselazimute um den Eichwert, um die Meridiankonvergenz und um den Einfluss der Lotabweichung ist immer notwendig. Alle Korrekturen und Reduktionen bis hin zur Kreiselrichtung t_{K} im Gauß-Krüger Meridianstreifensystem - BHTRS23/TM (Kapitel 2.4.3) erfolgen durch die Gleichung (Zanini 1993, Heister 2010):

$$\mathbf{t}_{\mathrm{K}} = A_{i,k} + E_0 + \Delta E + v_T - \delta_{\Theta_{i,k}} + d\alpha - \gamma + dT$$
(2.7)

Hierin bedeuten

 $A_{i,k}$ – Gemessenes Azimut von Punkt i nach k (Kreiselmessung)

 E_0 – Kalibrierwert

 ΔE – lokale Kalibrierwertkorrektur $E_{LOK} = E_0 + \Delta E$

 v_T – Temperaturverbesserung, Referenz 20°C

 $\delta_{\Theta_{i,k}}$ – Korrektur wegen Lotabweichungen

 $d\alpha$ – Höhenreduktion

 γ – Meridiankonvergenz.

dT – *Richtungsreduktion ins ebene Projektionssystem.*

Mit der graphischen Darstellung (Abb. 2.4) soll nachfolgend mit einem Beispiel einführend verdeutlicht werden, wie sich Lotabweichungen mit Beträgen von $\xi=\eta=20"$ auf das geodätische Azimut α auswirken, wenn die Zenitwinkel Z von 100 Gon bis 80 Gon variiert werden. Man erkennt deutlich, dass die Korrekturen bis zu 9" betragen können. Im Testgebiet Sarajevo (Abb. 2.2), wo die Lotabweichungen (ξ , η) maximal 20" betragen können, muss also mit diesen Abweichungen gerechnet werden.



Abb. 2.4: Beispiel für die Korrektur der gemessenen Richtungen für Zenitwinkel von 80 bis 100 Gon und $\xi = 20^{\prime\prime}$, $\eta = 20^{\prime\prime}$.

Die Größenordnung des Schwerefeldeinflusses bei der Reduktion terrestrischer Meßdaten bzw. Berechnung Lagekoordinatenunterschiede und trigonometrischer Höhenunterschiede im Kapitel 4 wird untersucht.

2.4 Gebräuchliche Referenzsysteme in Bosnien und Herzegowina

An dieser Stelle sollen die gebräuchlichsten in Bosnien und Herzegowina (auch im Untersuchungsgebiets) verwendeten Referenzsysteme mit ihren wesentlichsten Eigenschaften kurz vorgestellt werden.

Das geodätische Bezugssystem von Bosnien und Herzegowina besteht aus den folgenden Komponenten:

- 1. Terrestrisches Bezugssystem in Bosnien-Herzegowina BHTRS98,
- 2. Höhen-Bezugssystem in Bosnien-Herzegowina,
- 3. Transversale Mercator-Projektion (Gauß-Krüger) BHTRS23/TM für die Landvermessung und Kataster.

2.4.1 Terrestrisches Bezugssystem in Bosnien-Herzegowina - BHTRS98

Das 3D-Bezugssystem BHTRS98 (*Bosnien-Herzegowina Terrestrial Reference System* 1998) ist eng an das europäische Bezugssystem ETRS89 (*European Terrestrial Reference System 1989*) angelehnt und mit diesem zum Zeitpunkt 1998.7 identisch. Es enthält ein kinematisches Modell und eignet sich für wissenschaftliche Zwecke und anspruchsvolle Ingenieurprojekte. Genauere Information zu ETRS89 findet man z.B in Drews 2009 und URL3.

Das Netz in Bosnien und Herzegowina besteht aus 13 ETRS89 EUREF Punkten, die gleichmäßig über das Gebiet verteilt sind.

Seit 1989 wird das ETRS89-System in vielen europäischem Staaten immer mehr verdichtet und bietet einen guten lokalen Zugang. In Bosnien und Herzegowina ist so in den Jahren 1998 und 2000 unter der Kampagnenbezeichnung BIHREF das ETRS89 Koordinatensystem mit Hilfe eines GPS-Netzes von 40 fest stabilisierten geodätischen Punkten verdichtet worden.

Da die meisten Koordinaten im Untersuchungsgebiets (Abb. 1.1 und 1.3) mit GPS bestimmt werden, wurde als Bezugssystem BHTRS98 gewählt, nicht Landeskoordinaten (BHTRS23/TM). Die Anbindung BHTRS98 und Landeskoordinaten (BHTRS23/TM) im Testgebiet wurde durch 18 identischen Punkten realisiert (Kapitel 2.5).

2.4.2 Höhen-Bezugssystem in Bosnien-Herzegowina

Das erste geometrische Nivellement in Bosnien und Herzegowina wurden vom MGI (Militärgeographisches Institut) Wien Ende des 19. und Anfang des 20. Jahrhunderts durchgeführt. Die Oberfläche des Geoids, die durch den mittleren Meeresspiegel am Pegel von Triest (Molo Sartorio) bestimmt wird, ist die Referenzfläche (Epoche 1875) für die Berechnung der Höhen in Bosnien und Herzegovina. Das Geoid ist eine ausgezeichnete Bezugsfläche im Schwerefeld der Erde zur Vermessung und Beschreibung der Erdfigur (Abb. 2.1). In Bosnien und Herzegowina werden orthometrische Höhen verwendet. Als Basis des Höhenreferenzsystems wurde ein Netz höherer Ordnung von dauerhaft stabilisierten Festpunktnivellelements bestimmt. Unter einer orthometrischen Höhe versteht man den in der Lotlinie gemessenen Abstand vom Geoid bis zum Oberflächenpunkt (Kahmen 2006).

In dieser Arbeit (Kapiteln 2.2, 3.3, 4.2 und 4.3) wurden für Untersuchungen auch die orthometrischen Höhe verwendet.

Es gibt aber auch Festpunktnivellelements in den Zügen II Normalhöhen in Bosnien und Herzegowina (Messungen von 1970-1973) mit dem Höhenbezug Maglaj. Normalhöhen beschreiben den Abstand eines Punktes entlang der leicht gekrümmten normalen Lotlinie vom Quasigeoid (Torge 2003).

Die Angliederung von Festpunktnivellelements mit niedriger Ordnungen an die Festpunktnivellelements II wurden nicht ausgeführt und deswegen haben viele Festpunktnivellelements eine doppelte Höhe in den offiziellen Dokumenten (nämlich orthometrische und Normalhöhen).

2.4.3 Gauß-Krüger Meridianstreifensystem - BHTRS23/TM

Im Rahmen der Landesvermessung wurde in Bosnien und Hezegowina ein lokal gelagertes Bezugssystem BHTRS23/TM realisiert, welches noch immer als Standard für die Amtliche Vermessung, GIS-Anwendungen und Kartografie gilt.

Die Bosnische Landesvermessung verwendet seit ihrer Einführung 1923 die Meridianstreifenprojektion einheitliche nach Gauß-Krüger. Das Meridianstreifensystem wurde 1923 im damaligen Jugoslawien eingerichtet. Als Bezugsfläche wird das Besselellipsoid, als Projektion die Gauß-Krüger-Pprojektion und als Datum der Hermannskogel in Österreich (1892) gewählt. Das Besselellipsoid ist durch seine große Halbachse mit a=6377397,155 m und seine Abplattung mit f=1:299,15281 definiert. Die Koordinaten beziehen sich jeweils auf einen Meridianstreifen, wobei in Bosnien und Herzegowina die Längenkreise 15°, 18° und 21° als Hauptmeridiane (Abszissenachsen) gelten (Abb. 2.5). Da so für jeden Meridianstreifen einzeln eine guerachsige Mercatorprojektion gültig ist, kann die Verzerrung auf maximal 10 cm pro Kilometer an den Rändern eines Meridianstreifens reduziert werden (wenn keine Korrekturen für Maßstab angewendet sind).

Im bosnischen Vermessungswesen sind die Lagefestpunkte überwiegend im Gauß-Krüger Koordinatensystem bestimmt. Sarajevo liegt z.B. im System des 18. Längengrades auf 6 529 900 / 4 856 150 (Rechtswert / Hochwert) (Abb. 2.5).



Abb. 2.5: Meridianstreifen nach Gauß-Krüger in Bosnien und Herzegowina

2.5 Koordinatentransformationen im Untersuchungsgebiet

Für manche Zwecke wurden neben BHTRS98-Koordinaten auch Lagekoordinaten im Landessystem (BHTRS23/TM) benötigt. So ist das zur Geländereduktion (Kapitel 3) verwendete digitale Geländemodell (Kapitel 2.2) in einem Gaus-Krüger-BHTRS23/TM-Gitter gegeben. Deshalb war eine lokale Transformation zwischen BHTRS98 und BHTRS23/TM erforderlich. Sie wurde als Helmerttransformation mit 18 identischen Punkten realisiert. Die identischen Punkte sind trigonometrische Punkte, welche vom Bosnischen Landesvermessungsamt ausgewählt und mit Koordinaten und ellipsoidischen Höhen bezüglich BHTRS98 und BHTRS23/TM zur Verfügung gestellt wurden.

Die 18 Passpunkte umschließen das Gebiet Sarajevo (Abb. 1.1) mit einer Ausdehnung von ca. 30 x 20 km. Die Restklaffungen der identischen Punkte nach der Helmerttransformation zwischen den beiden Systemen BHTRS98 und BHTRS23/TM liegen für alle 18 identischen Punkte unter 8 cm. Die Maximalwerte der Restklaffungen der identischen Punkte ergaben sich zu 5,4 cm in der Y-Koordinate, 7,6 cm in der X-Koordinate und 7,9 cm in der Höhe. Die Restklaffungen sind in Tabelle 2.1 angeführt.

Die geringen Residuen nach der Transformation geben einen klaren Hinweis auf die hohe Qualität der heutigen städtischen trigonometrischen Netze. Die Berechnung der räumlichen Transformationen kann z.B. Bilajbegovic 1991, Torge 2003, Kahmen 2006 entnommen werden.

Pkt.Nr.	Northing	Easting	Height
SRJV	-0,0055m	0,0004m	-0,0180m
T1342	-0,0120m	0,0135m	-
T1343	-0,0014m	0,0048m	0,0097m
T1345	-0,0217m	0,0099m	0,0151m
T1348	0,0207m	-0,0052m	-0,0115m
T1351	-0,0228m	0,0088m	-0,0397m
T1354	0,0179m	0,0211m	0,0126m
T1357	0,0235m	0,0137m	-0,0067m
T1358	-0,0266m	-0,0464m	-0,0777m
T1359	0,0625m	0,0309m	-0,0567m
T1362	-0,0069m	0,0544m	0,0608m
T1364	-0,0148m	-0,0058m	-
T1365	-0,0476m	-0,0422m	-
T1366	-0,0318m	-0,0158m	0,0790m
T1368	0,0760m	-0,0093m	-
T1385	-0,0050m	0,0029m	-
T1447	-0,0164m	-0,0023m	0,0015m
T1449	0,0119m	-0,0334m	-0,0022m

Tabelle 2.1: Restklaffungen der Kontrollpunkte (Landeskoordinaten)

Die Qualität der in dieser Untersuchung verwendeten GPS-Punkte (Abbildung 1.1) erfüllen die hohen Anforderungen an Genauigkeit, die heute von modernen geodätischen Netzen gefordert werden. Die Koordinaten der GPS-Punkte wurden mit einer Genauigkeit von ca. 1 cm bestimmt und decken damit die Netzspannungen von bis zu 8cm im trigonometrisch bestimmten Landesnetz leicht auf.

Die Koordinaten der GPS-Punkte (Abb. 1.1) wurden in dieser Arbeit benutzt als:

- Positionen, an denen die Lotabweichungen berechnet werden (Kapitel 3),
- Start-und Endpunkt des Liniennetzes (Kapitel 4),
- Punkte für die Kontroll Berechnung (Kapitel 4).

2.6 Ingenieurgeodätische Netze

Sowohl für den Hochbau (Wohn-, Geschäfts-, Industriebauten) als auch für den Tiefbau (Straßen, Eisenbahn, Tunnel, Brücken, Erdbau, Wasserbau, Kanalisation, Bergbau) ist neben geodätischen Messverfahren spezielle Baumesstechnik erforderlich. Als Grundlage für die Absteckung und Überwachung ist bei Ingenieurbauten ein sehr gutes geodätisches Festpunktfeld erforderlich.

Bedenkt man, daß die Lotabweichung im Gebirge durchaus bis 30" betragen kann (Kapitel 2.1), so ist für präzise Ingenieurvermessungen eine Vernachlässigung sträflich. Moderne Distanzmeßgeräte weisen eine innere Meßgenauigkeit von \pm (1 mm + 1 ppm) auf, durch die Schwierigkeiten bei der Erfassung der Meteorologie entlang des Meßstrahles erreicht man eine äußere Genauigkeit von etwa \pm 2-3 ppm in Gebirge. Um den Fehler der Reduktionen (Kapitel 2.3) auf einige mm zu beschränken, benötig man die Lotabweichungen genauer als \pm 1" (Daxinger 1996).

Hochgenaue Richtungsmessungen sind insbesondere bei Tunnelnetzen, Brückennetzen und Industrienetzen im Maschienenbau notwendig. Auf Tunnel- und Brückennetze soll nachfolgend eingegangen werden.

2.6.1 Spezialvermessungen - Tunnelnetze

Tunnel: Röhrenförmige Verbindung unterhalb der Erdoberfläche zwischen den beidseitigen Portalpunkten durch Hindernisse hindurch, wie Gebirge, Wasserläufe, Bauten, Anlagen.

Die Teilung durch die Länge des Tunnels (Grgić 2003):

- Kleine Tunnel (bis 50 m),
- Kurze Tunnel (50-500 m)
- Mitte Tunnel (500-2200 m)
- Lange Tunnel (2200-4000 m)
- Sehr lange Tunnel (über 4000 m).

In dieser Arbeit wurden die geodätischen Netze für lange und sehr lange Tunnel untersucht.

Tunnelnetz: Geodätisches Netz als Grundlage für die Planung und Realisierung der Geometrie eines Tunnels. Grundsätzlich ist für die Vermessung aller Tunnel ein geodätisches Grundlagennetz zu schaffen (Siemssen 1983), das als homogenes Netz spannungsfrei gemessen und in seiner inneren Genauigkeit der Einhaltung von Bautoleranzen und den übrigen Anforderungen gerecht wird. Ein Beispiel für den prinzipiellen Aufbau eines Tunnelnetzes wird in Abb. 2.6 dargestellt. Tunnelnetze bestehen aus zwei Teilnetzen mit je unterschiedlichen Zwecken (*Kahmen 2006*):

- a) einem Hauptnetz (Abb. 2.6), das die Verbindung zwischen den Portalen herstellt und
- b) dem unterirdischen Netz (Abb. 2.7), dass der Steuerung des Vortriebs und die Absteckung sowie Kontrolle der Bauwerke dient.

Das Hauptnetz besteht aus Hauptpunkten, von denen je einer in der Nähe der Tunnelausgängen (Portale) erkundet wird (Abb. 2.6). Für den Richtungsanschluss müssen außerdem in der Nähe der Hauptpunkte je zwei bis drei Nebenpunkte vorhanden sein. Die Nebenpunkte sollten maximal 1 bis 2 km von den Hauptpunkten entfernt sein.

Für die Lagebestimmung sind die Triangulation, die Trilateration, ein Polygonnetz, das GPS-Netz und Kombinationen dieser Verfahren möglich (Kahmen 2006). Für die Höhebestimmung (für Tunnelnetze) sind die trigonometrische-, hydrostatische-, barometrische- und GPS- Höhebestimmung, Präzisionsnivellements und Kombinationen dieser Verfahren möglich (Bašić 2009).

Wegen der in der Regel geringen Ausdehnung des Arbeitsgebiets werden Lagenetze in einer ebenen Abbildung (meist Gauß-Krüger) berechnet (Kovačević 1978). Dabei wird angestrebt, möglichst geringe Reduktionen für Winkel und Strecken zu erhalten oder diese praktisch zu vermeiden. Bei der Gauß-Krüger Abbildung wird dies erreicht, indem der Bezugsmeridian in der Mitteses Arbeitsgebiets und die Nullnivelaufläche in der mittleren Höhe des unterirdischen Bauwerks gewält werden.



Abb. 2.6: Hauptnetz des Tunnels mit Festpunkten des Landesnetzes, Haupt- und Nebenpunkten (aus Kahmen 2006)

Die vermessungstechnische Begleitung von Tunnelprojekten steht oftmals vor dem Problem, eine bautechnisch vorgegebene Durchschlags-Genauigkeit zu gewährleisten, die durch fehlertheoretisch ungünstige Netzformen realisiert werden muss. Damit ist das Durchschlagsproblem sowohl ein Genauigkeits-, als auch ein Zuverlässigkeitsproblem. Bei der Absteckung von langen Tunnelbauwerken ist es somit unerlässlich, nebst dem Tachymeter auch einen Vermessungskreisel einzusetzen. Die Berücksichtigung von Kreiselazimuten fürt somit zu einer besseren Übereinstimmung der inneren Netzgeometrien. Häufig zeigt sich, daß die Variante 2 (Abb. 2.7) mit Kreiselaufstellungen auf jedem 2. Punkt eine optimale Ausfürung ermöglicht (siehe z.B. Krüger, Niemeier 1984, Zanini 1992, Kahmen 2006).



Abb. 2.7: Mögliche Varianten eines unterirdischen Netzes (aus Krüger, Niemeier 1984, Kahmen 2006)

2.6.2 Spezialvermessungen - Brückennetze

Brücke: Bauwerk zur Überführung eines Verkehrsweges (wie Straßen, Eisenbahnstrecken, Geh- und Radwegen, Wasserstraßen und Rollbahnen für Flugzeuge) oder einer Leitung über ein Hindernis.

Brückennetz: Geodätisches Netz als Grundlage für die Planung und Realisierung der Brücke. Die baubegleitende Vermessung beim Brückenbau umfasst (Kahmen 2006): Grundlagenmessungen (das Anlegen von Lage- und Höhenfestpunktnetzen), bautechnische Detailvermessungen (Festlegung und Vermarkung der Brückenachse, der Pfeilerachsen, der Widerlagerachsen und der Höhenfestpunkte an der Strompfeilern, usw.) und Bauwerksuntersuchungen (Beobachtung der Pfeiler auf Setzung und Kippung, usw.).

Die Lage- und Höhenbestimmung (für Brückennetze, Abb. 2.8) erfolgt mit dengleichen Verfahren wie für Tunnelnetze (siehe 2.6.1).

Zu denspeziellen vermessungstechnischen Beiträgen im Brückenbau zählen die Absteckung und Senkrechtstellung der Stahlpylone, Pfeiler- und Widerlagerachsen (Abb. 2.8). Herkömmlicherweise werden bei Brückenvermessungen moderne Präzisionstachymeter eingesetzt, insbesondere für die Absteckung nach der Polarmethode. Für die Genauigkeit einer Brücke aus Stahlbeton werden meist folgende Standardabweichungen gefordert (Möser u.a. 2000): Längsrichtung: 10 mm, Querrichtung: 5 mm, Höhe: 2 mm. Für sonstige Massivbrücken gilt der zweifache Betrag. Meist werden allerdings die Genauigkeitsvorgaben vertraglich festgelegt. Bei großen Brückenbauwerken - soweit sie nicht im Taktschiebeverfahren gebaut werden - ist es empfehlenwert, für die weitere Absteckung von Überbauten auf den bereits erstellten Widerlagern und Brückenfeldern Neupunkte zu bestimmen. Für weitere Informationen über ingenieurgeodätische Netze sei auf (Kahmen 2006) verwiesen.



Abb. 2.8: Absteckung der Pfeiler- und Widerlagerachsen (Kahmen 2006)

1.6.3 Zusammenfassung

Da es oft der Fall ist, dass man die Satellitenpositionierung für die Bestimmung des Grundnetzes der Tunnel und Brücken (wegen der natürlichen Barrieren, Behinderung der Satellitensignale, ...) nicht verwenden kann, werden terrestrische Methoden gewählt. Im Gebirge und dort besonders an Hängen treten im Allgemeinen deutlich unterschiedliche Lotabweichungen auf, die wie ein Stehachsfehler auf die Richtungsmessungen wirken und daher die Beobachtungen verfälschen. Bei Grundlagennetzen (für Tunnel- und Brückenabsteckungen) im Gebirge stellt sich somit die wichtige Frage, ob die Lotabweichungen berücksichtigt werden müssen oder nicht. Den Einfluss der Lotabweichungen auf die Querabweichung bei linearen Netzen (=gestreckte Polygonzüge) (Abb. 2.6 und 2.8) kann man durch die Formel angenähert berechnen:

 $Q = S'_{ik} * \sin \delta_{\Theta_{i,k}} \tag{2.8}$

Q – die Querabweichung [m] S'_{ik} – Horizontaldistanz [m] $\delta_{\Theta_{i,k}}$ – Korrektur wegen Lotabweichungen Zum Beispiel verursacht ein Azimutfehler bei eine 3 km lange Polygonzug wegen Lotabweichungen (Beispiel aus Abb. 2.4, $A_{i,k}=150gon$, $Z_{i,k}=80gon$, $\xi_i=\eta_i=20''$, $\delta_{\Theta_{i,k}}=0^\circ,0025$ (9'')) eine Querabweichung von 13,1 cm.

Die Lotabweichungskomponenten bei Tunnel- und Brückennetzen (Abb. 2.6 und 2.8) sind zu berücksichtigen:

- um die gemessenen Winkel und orientierten Richtungen auf das Ellipsoid zu reduzieren (2.4),
- um das astronomische Azimut auf ein geodätisches Azimut zu reduzieren (2.2),
- um die Genauigkeit des Azimute der ersten Polygonseite zu erhöhen (dies gilt speziell wenn die erste Seite für die Ausrichtung des Polygonzuges steil ist),
- um die mittels trigonometrischer Höhenmessung bestimmten Höhenunterschiede in ellipsoidische Höhendifferenzen überzuführen (2.6),
- um Kreiselrichtungen zu korrigieren (2.7).

Zusammenfassend kann man sagen, dass die Auswirkung der Lotabweichung auf die horizontalen und vertikalen Winkel in Tunnel- und Brückennetzen (Abb. 2.6 und 2.8) in der Regel berücksichtigt werden müssen. Bei allen Präzisionsnivellements (insbesondere in den Vortrieben) muss der Einfluss des Schwerefeldes zusätzlich in Form von orthometrischen Korrekturen berücksichtigt werden.

Da es sich um langgestreckte Liniennetze handelt, pflanzt sich ein Orientierungsfehler am Anfang in Abhängigkeit von der Länge des Zuges fort. Dies wird in den Folgekapiteln (Kapitel 4.1) daher vertieft untersucht. Ebenfalls erklärt wird der Einfluss der Lotabweichungen auf die Verbesserung der Genauigkeit von terrestrischen Messungen.

3. Untersuchungen zu einer geeigneten Erfassung der Lotabweichungskomponenten für ingenieurgeodätische Projekte

Wie schon in Kapitel 2.1 angedeutet, sollen die Lotabweichungen in dem Testgebiet mit numerischen Verfahren bestimmt werden. Bevor auf technische Details eingegangen wird, soll zunächst kurz auf die historische Entwicklung der Lotabweichungsbestimmung in Europa und speziell in Bosnien und Herzegowina eingegangen werden.

3.1 Geschichtliche Entwicklung

Erste Messungen der Lotabweichung wurden um 1800 nach theoretischen Untersuchungen von Carl Friedrich Gauß im Zuge der hannoveranischen Landesvermessung durchgeführt, und zwar im Gebiet des Harzes, wo Gauß die größten Effekte erwartete. Um 1970 etablierte hier die TU Hannover unter W. Torge ein modernes astro-geodätisches "Testnetz Westharz" (Torge 1977).

Ähnliche Überlegungen und astrogeodätische Messungen gab es 1820 durch die Forscher Jean-Baptiste Biot und F. Carlini am Mont Cenis bei Bordeaux (URL1). Um 1930 wurden die Messungen zu einem Standardverfahren der Geodäsie und die wichtigste Grundlage für die geforderte astro-geodätische Netzausgleichung, da die Genauigkeit der Vermessungsnetze den damaligen Bedürfnissen nicht mehr genügte. Zwischen 1970 und 2000 erreichte die Forschung zu den Themen Lotabweichung, Geoid und geodätische Gravimetrie einen Höhepunkt und zwar aus gleichzeitig vier aktuellen Bedürfnissen:

- dem Bedarf nach Vermessungsnetzen mit Genauigkeiten besser als 1:1 Million (mm pro km),
- 2. dem zunehmenden Bau von Straßentunneln durch die Alpen und andere Gebirge, wo die Lotabweichung bei linearen Netzen bisweilen Fehler von einigen Zentimetern pro Kilometer hervorrufen kann,
- 3. der Forderung nach dem sog. Zentimeter-Geoid (Begriff erstmals von Torge geprägt), weil bereits 1980 das Aufkommen cm-genauer Satellitenortung (GPS, GLONASS, SLR) und kosmischer Interferometrie (VLBI) abzusehen war,
- 4. dem Bedarf nach potentialtheoretischen Untersuchungen der Erdkruste, wofür die Lotabweichung bessere geologische Schichtneigungen liefern kann als die herkömmliche Gravimetrie (siehe z.B. die Untersuchungen von Gerstbach (*Gerstbach 1983* TU Wien) und Papp im Wiener Becken, bzw. von Gurtner

(Gurtner 1978) (Ivrea-Körper in der Südschweiz) und der umfangreichen TESLA-Projektplanung für den 30 km-Linearbeschleuniger bei Hamburg).

Durch verschiedene Großprojekte in Mitteleuropa (vor allem in Ländern wie Deutschland, Österreich, Schweiz, Slowenien und der Slowakei), in Südeuropa (Kroatien, Griechenland, Türkei) und in Südamerika (v. a. Argentinien) wurde das Geoid von 20-50 cm Genauigkeit im deutschen Sprachraum auf 2-5 cm, anderswo auf 5-10 cm verbessert. In Deutschland steht das aus Lotabweichungen bestimmte "Astrogeoid" in Konkurrenz zum "gravimetrischen Geoid", während Gebirgsländer wie Österreich, Schweiz, Slowakei und Griechenland das Astrogeoid bevorzugen. In diesen Ländern steht seit etwa 1990 ein dichtes Netz von (in Österreich \approx 700, in Bosnien und Herzegowina \approx 20) Lotabweichungs- und Laplace-Punkten zur Verfügung (Punktabstände zwischen 10 und 50 km). Weltweit gibt es einige zehntausend Vermessungspunkte, an denen die genaue Lotrichtung gemessen wurde (AGC 1983, 1987).

Unter den ersten Publikationen auf dem Gebiet der geophysikalischen Forschung nach dem Zweiten Weltkrieg für das ehemalige Yugoslawien ist die Doktorarbeit von Professor A. Muminagić (Muminagić 1971)(Fakultät für Bauingenieurwesen in Sarajevo) zu benennen. In seiner Forschung hat sich Professor Muminagić vor allem mit dem Problem der Orientierung des trigonometrischen Landesnetzes beschäftigt und er berechnete das erste relative Geoid für das ehemalige Jugoslawien.

Er hat für die Berechnung des Geoids die Daten von astronomischen Messungen von 170 Punkten verwendet. Die Höhenunterschiede des Geoids zwischen den Punkten (i,j) wurde durch die Gleichung von Helmert berechnet (*Muminagić* 1974, 1987):

$$\Delta N_{i,j} = -0.90 \left[\frac{\xi_i^{"} + \xi_j^{"}}{2} \Delta \phi' + \frac{\eta_i^{"} + \eta_j^{"}}{2} \Delta \lambda' \cos \phi_i \right] cm.$$
(3.1)

 $\Delta N_{i,j}$ – Höhenunterschied des Geoids zwischen den Punkten

 ϕ_i — Breite des Punktes i

 $\Delta \phi'$ — Breitendifferenz in Bogenminuten

- $\Delta \lambda' = -$ Längendifferenz in Bogenminuten
- ξ Lotabweichung in Nord-Süd-Richtung
- η Lotabweichung in Ost-West-Richtung

Es wurden insgesamt 360 Höhenunterschiede bestimmt. Alle Höhenunterschiede im Netz wurden mit bedingter Ausgleichung ermittelt. Vor der Ausgleichung der Höhenunterschiede wurde die Kontrolle der Rechungen in geschlossenen geometrischen Figuren ausgeführt. Nach der Beseitigung von groben Fehlern hat sich gezeigt, dass die größten Abweichungen an den astronomischen Punkten, die nicht optimal ausgewählt wurden, verursacht worden waren.

Alle Höhenunterschiede des Geoids wurden durch eine Ausgleichung verbessert. Als Referenzspunkt wurde der Ausgangspunkt des damaligen trigonometrischen Landesnetzes gewählt. Die Geoidundulation wurde in diesem Punkt auf No =0,00 m gesetzt. Auf diese Weise wurde das Geoid an das Landeshöhennetz angepasst. Für die Interpolation und graphische Darstellung des Geoids wird in Abb. 3.1 ein Linienabstand von 0.5 m gewählt.

Andere Messungen in Bosnien und Herzegowina (in der Nähe von Sarajewo) zur Bestimmung eines lokalen Geoidprofils entlang eines Meridians (Abb. 3.2) wurden von Eldin Donlagić durchgeführt. Er bestimmte ein Geoidprofil der Länge von 20 km basierend auf 10 Messpunkten mit Hilfe eines Theodolit "THEO 010" von Carl Zeiss Jena.

Angesichts der Tatsache, dass die Messungen entlang des Meridians gemacht wurden, waren die ξ Lotabweichungskomponente ausreichend, um das Profil des Geoids zu bestimmen.



Abb.3.1: Geoid von Prof. Muminagic für Bosnien und Herzegowina (Jahr 1974)

Für die Bestimmung der Höheunterschiede ΔN des Geoids zwischen den Messpunkten hat er die Methode des astronomischen Nivellements genutzt. Die Undulationsdifferenzen ergeben sich nach Helmert (vergl. Gl. 3.1) (*Donlagić*, 1989):

$$\Delta N_{i,j} = -0.90 \left(\frac{\xi_i^{"} + \xi_j^{"}}{2} \right) \Delta \phi'[cm]$$
(3.2)

 $\Delta \phi'$ – Breitendifferenz in Bogenminuten

In der Abb. 3.2 und in Tabelle 3.1 werden längs des beschriebenen Profils die Lotabweichungskomponenten ξ an der Erdoberfläche und ξ_0 auf dem Ellipsoid (normale Lotkrümmungskorrektur: $\xi_0 = \xi - 0'', 171 \cdot H_{[km]} \cdot \sin 2\phi$, wobei H die orthometrische Höhe des Standpunktes in Kilometern bezeichnet) ersichtlich gemacht. Zudem sind die absolute und die relative Geoidundulation (*N*) wiedergeben. In dem Punkt 8 wurde N=0,00m gesetzt (*Donlagić, 1989*).

Es muss allerdings darauf hingewiesen werden, dass die normale Lotkrümmung nur einen kleinen Teil der wahren Lotkrümmung umfasst. Die Berechnung der wahren Lotkrümmung ist aber nur mit Hilfe geeigneter digitaler Höhenmodelle und Gesteinsdichteannahmen möglich. Diese Modelle und die benötigte Computer-Software war 1989 noch nicht verfügbar.


Abb. 3.2: Meridianprofil des Geoids (Donlagić, 1989)

Tabelle 3.1: Verlauf der Lotabweichungskomponente (ξ), Differenz der Geoidundulationen (Δ N) und Geoidundulation (N) im Meridianprofil (Abb. 3.2)

Punkte	Name des Punktes	ξ"	ξο"	ΔN [cm]	N [cm]	Punktabstand [m]
1	Bjelašnica	-2,15	-2,4	2 4	35,1	6925
2	Crni vrh	4,7	4,5	-5,4	31,7	2024
3	Glavnjatac	9,3	9,1	-0,5	25,2	2034
4	Bijela kosa	11.7	11.5	-9,9	15.3	2094
5	Stoičevac	10	9.9	-7,2	8 1	995
6	Vrolo Bosno	5	10	-4,7	2 1	1771
0	VIELO DOSILE	J	4,9	-1,8	3,4	939
7	Autokamp	3,4	3,3	-1.6	1,6	2057
8	Zabosna	0,3	0,2	-1,0	0	2037
9	Sastavci	-7.1	-7.7	0,9	-0.9	2496
10	Lađenci	-2,8	-2,9	0,6	-1,5	1266

befindet Das Profil sich im Untersuchungsgebiet. Diese gemessenen Lotabweichungskomponenten ٤ können daher bei den nachfolgenden Untersuchungen für Genauigkeitsabschätzungen herangezogen werden.

3.2 Überblick über die verschiedenen numerischen Verfahren

Den Einfluss der Topographie auf die Lotabweichungen kann man auf verschiedenen Wegen berechnen:

- Topographische Reduktion Attraktion der topographischen Massen über dem Geoid auf den Aufpunkt,
- Geländekorrektion Attraktion der Unregelmäßigkeiten der Topographie in Bezug auf die Bouguer-Platte (Abb. 3.3 und 3.4),

Die Attraktion der topographischen Massen berechnet sich aus dem Gravitationsgesetz. Die entsprechende Auswertung der geltenden Integrale gestaltet sich jedoch schwierig, da die Erdoberfläche eine unregelmäßige Geometrie besitzt und die Gesteinsdichte nicht konstant ist. Die topographischen Massen werden deshalb in Elementarkörper zerlegt, für die geschlossene Lösungen der Integrale existieren. Besonders geeignet hierfür sind z.B. rechtwinklige Quader konstanter Dichte (vgl. Kapitel 2.1), da digitale Geländemodelle in dieser Form gespeichert werden (Torge 2003).

Die topographische Reduktion dient dazu, den Einfluß der Topographie auf die Lotrichtung und in Folge auf gemessene Richtungen und Zenitdistanzen zu bestimmen und diesen zu korrigieren. Besonders wichtig ist die Durchführung einer topographischen Reduktion in einem Gelände mit sehr großen Höhenunterschieden, z.B. im Hochgebirge.

Unter Terrainkorrektur (*tc*) versteht man allgemein den nicht linearen Anteil der topographischen Reduktion (Abb. 3.3).



Abb. 3.3: Terrainkorrektur (tc - terrain correction)

Die Geländekorrektur (Terrainkorrektur) entspricht der topographischen Reduktion in der Höhe des Messpunktes P. Sie berücksichtigt die Unregelmäßigkeiten der Topographie und stellt eine (ebene oder sphärische) Platte konstanter Mächtigkeit und Dichte her: die Bouguerplatte. Dies geschieht durch Auffüllen der Massendefizite unterhalb des Aufpunkts P und Abtragen der oberhalb von P liegenden Massen (Abb. 3.4).

In ebener Näherung entsteht dabei eine unendlich weit ausgedehnte horizontale Platte. Da die Schwere in P sowohl durch den Auftrag als auch durch den Abtrag der Massen vergrössert wird, ist die Geländekorrektion hierbei stets positiv (dies gilt allerdings nicht für die Lotabweichungskomponenten). Sie lässt sich mit Hilfe eines digitalen Geländemodells (Quadermethode) berechnen (Torge 2003).



Abb 3.4: Bouguerplatte und Geländekorrektion (Torge 2003)

Der historischen Entwicklung folgend, kann man drei Rechenverfahren zur Bestimmung der Geländeattraktion unterscheiden:

- Kreissektorenverfahren,
- Quadermethode,
- Schnelle Fourier-Transformation.

3.2.1. Kreissektorenverfahren

Das Kreissektorenverfahren ist die älteste Methode zur Berechnung der Wirkung der Topographie. Mit dem Kreissektorenverfahren sind die Unregelmäßigkeiten der Topographie für jeden Aufpunkt (*P*) individuell zu diskretisieren. Dies wurde früher durch transparente Folien mit einem aufgezeichneten Kreissektorenmuster bewerkstelligt (Abb. 3.5); die mittleren Höhen für die Zonensektoren mussten manuell geschätzt werden. In jedem Fall zieht dieses Vorgehen einen gewaltigen manuellen Aufwand nach sich.



Abb. 3.5: Einteilung des Geländes in Zonensektoren.

3.2.2. Quadermethode

Mit dem verstärkten Einsatz von Computern und der Vorlage von Geländeinformationen in Form von Höhenrastern wurde auf die von Elmiger (Elmiger 1969) erläuterte Quadermethode übergegangen.

Verglichen mit der Kreissektoren Methode brachte die Quadermethode bereits eine Arbeitsersparnis. Hier kann auf digitale Höhenmodelle, basierend auf gleichmäßigen Gittern, zurückgegriffen werden (Abb. 3.6). Wie später noch gezeigt wird, ist es allerdings notwendig, in der Nähe des Aufpunktes mit quadratischen Rastern unterschiedlicher Maschenweite zu arbeiten.



Abb. 3.6: Einteilung des Geländes in quadratische Raster.

Bei der von Elmiger 1969 angegebenen Methode wird das Gelände durch ein digitales Geländemodell angenähert, und zwar in der Weise, daß die Gesteinsmassen in quaderförmige Säulen mit quadratischem oder rechteckigem Grundriß zerlegt werden.

Die Summation der Einflüsse aller Quader in einem gewählten Einzugsgebiet liefert die Gesamtwirkung der Topographie auf den Aufpunkt.

Die Komponenten der Lotabweichung ergeben sich aus den horizontalen Komponenten des Attraktionsvektors (Elmiger 1969):

$$\xi'' = -\frac{Ax}{g} \rho'' \qquad \eta'' = -\frac{Ay}{g} \rho''$$
(3.3)

Ax, Ay - Komponenten der Anziehung

g - Erdbeschleunigung

Die Größen Ax, Ay entsprechen damit den in der Gleichung (2.1) angegebenen und bereits numerisch ausgewerteten Integralen. Zur Berechnung den Komponenten Ax und Ay des Attraktionsvektors gibt es Formeln abgestufter Genauigkeit.

In dieser Arbeit wurden verwendet: die Quaderformel (3.4), die Massenlinienformel (3.7).

a) Quaderformel für Quader nahe zum Aufpunkt.

Die Höhe der Quaderdeckfläche entsteht durch Mittelbildung aus den Höhen der vier entsprechenden Profilpunkte. Die Achsen des Koordinatensystems werden parallel zu den Kanten des Quaders angenommen, und zwar x und y horizontal und z nach oben positiv (Abbildung 3.7).

$$Ax = -G\rho \cdot \sum_{i=1}^{4} (-1)^{i} \operatorname{sign}(y_{i}x_{i}) \cdot F_{x}(i)$$

$$Ay = -G\rho \cdot \sum_{i=1}^{4} (-1)^{i} \operatorname{sign}(z_{i}x_{i}) \cdot F_{y}(i)$$

$$G - \operatorname{Gravitationskonstante} = 6.67259 \cdot 10^{-11} \, \mathrm{m}^{3} \mathrm{kg}^{-1} \mathrm{s}^{-2}$$

$$\rho - \operatorname{Mittlere Dichte}$$
(3.4)

Dabei bezeichnet der Index *i* die vier oberen Eckpunkte des Quaders (Abb. 3.7) $P_i = P(x_i, y_i, z_i)$ (Koordinatenursprung im Aufpunkt).

Die Funktionen $F_x(i)$, $F_y(i)$ ergeben sich mit

$$r_{1i} = \sqrt{x_i^2 + y_i^2}, \ r_{2i} = \sqrt{x_i^2 + z_i^2} \quad r_{3i} = \sqrt{y_i^2 + z_i^2}, \ r_{4i} = \sqrt{x_i^2 + y_i^2 + z_i^2}$$

$$F_x(i) = x_i \arctan \frac{y_i z_i}{x_i r_{4i}} + y_i \cdot \ln \frac{r_{1i}(z_i + r_{3i})}{y_i(z_i + r_{4i})} + z_i \cdot \ln \frac{r_{2i}(y_i + r_{3i})}{z_i(y_i + r_{4i})}$$
(3.5)

zu:

$$F_{y}(i) = y_{i} \arctan \frac{x_{i}z_{i}}{y_{i}r_{4i}} + x_{i} \cdot \ln \frac{r_{1i}(z_{i} + r_{2i})}{x_{i}(z_{i} + r_{4i})} + z_{i} \cdot \ln \frac{r_{3i}(x_{i} + r_{2i})}{z_{i}(x_{i} + r_{4i})}$$
(3.6)
$$Z \bigwedge^{n} X \bigwedge^{n}$$



Abb. 3.7: Quader in Relation zu Aufpunkt

b) Massenlinienformel für Quader fern von Aufpunkt

In größerer Entfernung (einige km) vom Aufpunkt läßt sich der Quader ohne Genauigkeitsverlust durch eine vertikale Massenlinie annähern. Die Distanz vom Aufpunkt, ab welcher dieses einfachere Massenmodell eingesetzt werden kann, ist abhängig von der Rasterweite des Geländemodells und vom Verhältnis der Höhe des betrachteten Quaders zu den Seitenlängen. Besonders geeignet ist die Massenlinie zur Approximation eines Quaders, wenn dessen Seitenlängen im Verhältnis zur Höhe klein sind (*Daxinger W. 1996*).

Die Massenlinie (auch Draht genannt) entsteht durch Kondensation der Quadermasse auf die Achse des Quaders (Abb. 3.8).

Die Komponenten Ax und Ay in Richtung der Horizontalprojektion ergeben sich zu:

$$Ax = \frac{Aq}{q}\Delta x$$
, $Ay = \frac{Aq}{q}\Delta y$ (3.7)

mit

$$Aq = \frac{G\rho\Delta F}{q} \left(\frac{\Delta z}{p_T} + \frac{E}{p_E}\right); \quad \Delta z = h - E$$

h – Maßgebende Terrainhöhe

 Δz – Höhenunterschied im rechtwinkeligen Koordinatensystem

p_T, p_E – Räumliche Distanz Aufpunkt – Massenelement

q – Ebene Distanz aus Projektion

E – Erdkrümmung

Die Massenlinie wurde erstmals von (*Heiskanen, 1953*) zur Berechnung der isostatischen Reduktion eingesetzt.



Abb. 3.8: Quader einige km von Aufpunkt entfernt

Als weitere Approximation des Quaders eignen sich die Massenschicht und der Massenpunkt. Die Massenschicht ist eine gute Annäherung eines Quaders, wenn dessen Höhe im Verhältnis zu den Seitenlängen sehr gering ist. Da diese Modelle in der vorliegenden Arbeit nicht zu Anwendung gelangen, sei auf die Literatur verwiesen (*Reinhart, 1968*), (*Grüninger, 1990*).

Ein Beispiel für den Einfluss der einzelnen Quader auf die Lotabweichungskomponente ξ für einen mittig gelegenen Aufpunkt ist in Abb. 3.9 gezeigt.



Abb. 3.9: Einfluss der einzelnen Quader auf die Lotabweichungskomponente ξ für einen mittig gelegenen Aufpunkt. In Richtung Norden wurde ein Massenüberschuss und in Richtung Süden folglich ein Massendefizit angenommen (Schüler T. 1997).

3.2.3 Die Fourier-Transformation

a) Überblick

Der französische Mathematiker Joseph Fourier (1768 - 1830) hat bewiesen, dass jede periodische Funktion in Sinus-und Cosinus Funktionen zerlegt werden kann. Periodische Funktion g(t) lassen sich so als Reihe darstellen:

$$g(t) = \sum_{n=0}^{\infty} \left[a_n \cos\left(\frac{2\pi n}{T}t\right) + b_n \sin\left(\frac{2\pi n}{T}t\right) \right].$$
(3.8)

a und *b* sind Koeffizienten, die aus empirischen Daten bestimmt werden. Die Fourier-Transformation zerlegt das Signal (Raum / Zeit und Amplitude) in Frequenzen und Amplituden (URL2).

b) Das Fourierintegral

Das eindimensionale Fourierintegral wird durch die Beziehung

$$H(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} h(x)e^{-j\omega x} dx$$
(3.9)

definiert, wobei gilt

ω.... Kreisfrequenz (Einheit: Perioden / Distanz)x ... Distanzvariablej ... imaginäre Einheit

Die Gleichung (3.9) transformiert die Raumfunktion h(x) in die Funktion $H(\omega)$ im Frequenzbereich.

Analog gelten für die 2-dimensionale FT die folgenden Beziehungen

$$H(u,v) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h(x,y) e^{-j2\pi(ux+vy)} dxdy$$
(3.10)

$$h(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} H(u, v) e^{-j2\pi(ux+vy)} du dv$$
(3.11)

wobei die Frequenzen u, v nun die Kreisfrequenz ω ersetzen.

$$\omega = 2\pi u$$
 bzw. $\omega = 2\pi v$

Zur praktischen Auswertung der Gleichungen (3.10) und (3.11) sind die Integrale durch Doppelsummen zu ersetzen (diskretisieren der Funktionen h(x,y) und H(u,v)).

c) Die diskrete Fourier-Transformation

Für die diskrete Fourier-Transformation werden die Eingangsdaten in gitterförmiger Anordnung benötigt.

Die diskrete Fourier-Transformation verwendet im Vergleich zur Quadermethode in jedem Fall Raster gleicher Maschenweite (Abb. 3.6). Wendet man die *Fourier-Transformations-Techniken* an, so erhält man die Lotabweichungs Komponenten (ξ , η) für alle Gitterpunkte in einem Rechenschritt.



Abb. 3.10: Bezeichnungen der Diskretisierung.

Diskretisiert man die Beziehungen (3.10) und (3.11) so erhalten wir

$$H(m,n) = \frac{xy}{MN} \sum_{k=0}^{M-1} \sum_{l=0}^{N-1} h(k,l) e^{-j2\pi(mk/M+nl/N)}$$
(3.12)

wobei die Wellenlängen in der Ebene x=k Δx , y=l Δy den Frequenzbereichen u=m Δu , v=n Δv entsprechen.

Entsprechend lautet die Formel für die inverse diskrete Fourier-Transformation. $h(k,l) = \frac{1}{xy} \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} H(m,n) e^{-j2\pi(mk/M+nl/N)}$ (3.13)

Mehr Details findet man in (Weber 1990).

d) Die schnelle Fourier -Transformation (FFT)

Die schnelle Fourier-Transformation (FFT) ist ein seit sieben Jahrzehnten bekannter Algorithmus. An der überwiegenden Zahl der im Gebrauch stehenden Computeranlagen sind FFT-Routinen zumeist im Rahmen von Programmbibliotheken installiert. Die Mehrzahl der implementierten Unterprogramme beruhen auf dem COOLEY-TUKEY oder dem SANDE-TUKEY-Algorithmus. Dem Benutzer bleibt im Grunde nur der Aufruf einer "black-box", die ihm die Fouriertransformierte bzw. die inverse Transformation korrekt und schnell liefert, sofern die Eingabespezifikationen beachtet werden (*Weber 1990*).

Vereinfachen wir die Beziehung 3.12 (hier als Beispiel eindimensional)

$$H(n) = \sum_{k=0}^{N-1} h(k) e^{-j2\pi nk/N}$$
 n=0, 1, 2,, N-1 (3.14)
j - imaginäre Einheit

mit $W = e^{-j2\pi/N}$ so gewinnt man die Darstellung

$$H(n) = \sum_{k=0}^{N-1} h(k) W^{kn}$$
(3.15)

(3.15) ausgeschrieben mit (W° = 1, N = 4) hat die Gestalt

$$\begin{pmatrix} H(0) \\ H(1) \\ H(2) \\ H(3) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & W^1 & W^2 & W^3 \\ 1 & W^2 & W^4 & W^6 \\ 1 & W^3 & W^6 & W^9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} h(0) \\ h(1) \\ h(2) \\ h(3) \end{pmatrix}$$
(3.16)

Aufgrund der Periode 2π gilt $W^{kn} = W^{kn \mod N}$ und somit

$$H(n) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & W^{1} & W^{2} & W^{3} \\ 1 & W^{2} & W^{0} & W^{2} \\ 1 & W^{3} & W^{2} & W^{1} \end{pmatrix} h(n)$$
(3.17)

Gelingt es uns nun, zusätzlich die Matrix in (3.17) passend zu faktorisieren,

$$H\begin{pmatrix} 0\\2\\1\\3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & W^{0} & 0 & 0\\1 & W^{2} & 0 & 0\\0 & 0 & 1 & W^{1}\\0 & 0 & 1 & W^{3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & W^{0} & 0\\0 & W^{2} & 0 & W^{0}\\1 & 0 & W^{2} & 0\\0 & 1 & 0 & W^{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0\\1\\2\\3 \end{pmatrix}$$
(3.18)

so können wir unter Berücksichtigung von W^o =- W², W¹ =- W³ feststellen, daß der Rechenaufwand von (3.17) bei N=2^{γ} auf N γ /2 komplexe Multiplikationen und N γ komplexen Additionen gegenüber N² komplexen Multiplikationen und *N*(*N*-1) komplexen Additionen gesunken ist (Weber 1990).

Die schnelle Fourier-Transformation (FFT) ist ein diskreter Fourier-Transformations Algorithmus, der die Anzahl der Berechnungen für N Punkte bei Bedarf von $2N^2$ auf 2NlgN reduziert, wobei lg der Logarithmus zur Basis 2 ist. Wenn die Frequenzfunktion nicht harmonisch bezogen auf die Sampling-Frequenz ist, sieht die Antwort einer FFT wie eine sinc-Funktion aus (auch wenn die integrierte Power immer noch korrekt ist). Aliasing (Leckage) kann durch Aproximation mit einer spitz zulaufenden Funktion reduziert werden. Allerdings erfolgt die Aliasing Reduktion auf Kosten der Verbreiterung der spektralen Empfindlichkeit.

In der physikalischen Geodäsie wird die schnelle Fourier-Transformation (Fast Fourier Transformation, FFT) bei der Behandlung des Stokes-Integrals, des Vening-Meinesz Integrals, des Molodensky Integrals, der Kollokationen nach der Methode der kleinsten Quadrate, der topographische Reduktion und bei der Berechnung der Kovarianz Funktionen und Leistungsspektren verwendet. Da die Frequenz die Basisvariable in der Fourier-Transformation ist, erlaubt sie die Modellierung der Schwerkraftfelder im Frequenzbereich. Der Hauptvorteil der FFT ist es, große Datenmengen in kurzer Zeit zu verarbeiten.

e) Anwendung auf die Berechnung der Terrainkorrektur

Um nun die FFT auf die Beziehung (2.1) anzuwenden, sind diese Gleichungen wie folgt umzuformen. Die Lotabweichungskomponenten (ξ , η) erhalten in linearer Näherung die Gestalt

$$tc_{\xi}(P) = -\frac{G\rho}{\gamma} \int_{E} \int_{h_{p}}^{h_{Q}} \frac{x_{Q} - x_{P}}{r_{0}^{3}} dz dE$$

$$tc_{\eta}(P) = -\frac{G\rho}{\gamma} \int_{E} \int_{h_{p}}^{h_{Q}} \frac{y_{Q} - y_{P}}{r_{0}^{3}} dz dE$$

$$(3.19)$$

Es sei darauf hingewiesen, dass die Integranden nun frei von der Punkthöhe h_p sind. Damit entspricht die lineare Approximation für die Lotabweichungskomponenten einem Kondensationsmodell, in dem die Massen in einer unendlich dünnen Schicht über der xy-Ebene aufgetragen sind. Die Integration über die Höhenkoordinate z ergibt (Weber 1990)

$$tc_{\xi}(P) = -\frac{G\rho}{\gamma} \int_{E} \Delta x \frac{h_{Q} - h_{P}}{r_{0}^{3}} dE$$

$$tc_{\eta}(P) = -\frac{G\rho}{\gamma} \int_{E} \Delta y \frac{h_{Q} - h_{P}}{r_{0}^{3}} dE$$
(3.20)

Setzt man

$$f = \begin{cases} \Delta x \\ \Delta y \end{cases} \frac{1}{r_0^3}$$

so erhält man den Ausdruck für die Lotabweichungskomponenten (ξ , η sind blind gegenüber dem Einfluss der Bouguerplatte $\rightarrow h_p = 0$). Als Faltung angeschrieben erhalten wir

$$\frac{tc_{\xi}}{tc_{\eta}} = -\frac{G\rho}{\gamma} [f * h].$$
(3.21)

- γ Betrag des Schwerevektors
- G die Gravitation (v. lat. gravitas "Schwere")

h - der Höhenraster

- tc die Geländekorrektur (terrain correction)
- ρ die konstante Dichte
- *f* Abstandsfunktion = Filter
- (f * h) Faltungsprodukt

Diese Entwicklung umfasst nur 4 Transformationen; eines Filters f pro Komponente, des Höhenrasters h sowie die Rückwandlung des Faltungsproduktes.

Diesem numerischen Vorteil steht jedoch eine eingeschränkte Präzision der Ergebnisse in Gebieten mit bewegter Topographie gegenüber (z.B. Forsberg 1984, Weber 1990). Zudem wird häufig auf die meist beschränkte Zahl von Lotabweichungspunkten hingewiesen, die ebenso rationell mit der Quadermethode zu bearbeiten sei.

In den Kapiteln 3.2.1 (Kreissektorenmethode), 3.2.2 (Quadermethode) und 3.2.3 (schnelle Fourier-Transformation) wurden diese drei Methoden beschrieben. Aus dem zugehörigen Formelapparat lassen sich bestimmte Vor- und Nachteile dieser drei Methoden ableiten. Ein (+) Vorzeichen ist als Vorteil, ein (-) als Nachteil zu werten:

- a) Kreissektorenmethode (Kapitel 3.2.1):
 - Berechnung der topographischen Effekte an beliebigen vorgegebenen Messpunkten (+)
 - DGM kann nicht unmittelbar verwendet werden (-),
 - Erdkrümmung kann auf einfache Weise berücksichtigt werden (+),

- Enormer Rechenaufwand. F
 ür jeden Aufpunkt ben
 ötigen man neue H
 öhen f
 ür die Kreissektoren (-),
- Komplexe geologische Strukturen können nicht ohne weiteres berücksichtigt werden (-).
- b) Quadermethode (Kapitel 3.2.2):
 - DGM liefert Resultate an vielen Rasterpunkten (+),
 - Erdkrümmung und komplexe geologische Strukturen können berücksichtigt werden (+),
 - Interpolationsmethoden müssen verwendet werden, wenn die Aufpunkte irregulär verteilt vorliegen (-),
 - Rechenzeit intensiv (-).
- c) Schnelle Fourier-Transformation (Kapitel 3.2.3):
 - Geringe Rechenzeit (+),
 - Die Lotabweichungen werden für das gesamte Gitter erhalten (+),
 - Digitales Höhenmodell kann verwendet worden (+),
 - Interpolationsmethoden müssen verwendet werden, wenn die Aufpunkte irregulär verteilt vorliegen (-),
 - Komplexe geologische Strukturen können nicht ohne weiteres berücksichtigt werden (-).

Welche Methode zur Berechnung der Lotabweichungen in ingenieurgeodätischen Netzen genutzt werden kann, hängt von der Größe des Arbeitsgebietes und der verfügbaren Software ab. Bei einem großen Arbeitsgebiet und sehr bewegter Topographie sowie bei variabler Anzahl von Festpunkten ist die FFT-Methode mit Vorteil zu nutzen. Für kleinere Arbeitsgebiete mit weniger Festpunkten kann die Quadermethode (Kapitel 3.2.2) verwendet werden.

3.3 Berechnung von Lotabweichungen im Untersuchungsgebiet Sarajevo

Im Untersuchungsgebiet Sarajevo liegt ein Satz von 105 gut verteilten Netzpunkten auf einer Fläche von 30 x 30 km vor. Die Punkte wurden mit GPS bestimmt, die Lageund Höhengenauigkeit ist besser als ein Zentimeter (Abb. 3.11).

Für die Lotabweichungsberechnungen mit der Quader- und FFT-Methode lag ein digitales Geländemodell (Kapitel 2.2) in Form eines 50x50 m Rasters mit maximalen Höhenunterschieden von 1090 m vor (Abb. 2.2 und Abb. 2.3). In diesem Geländemodell wurde ein Arbeitsbereich 50x50km, X_{min} [4832475], Y_{min} [6501725] und X_{max} [4882475], Y_{max} [6551725], definiert.

Am Rande des Untersuchungsgebiets entsteht so ein 10km Streifen, dessen Breite den Reduktionsradius definiert (Skizze 1).



Skizze 1: Arbeitsbereich

Mit der Quadermethode wurden Lotabweichungen auf den 105 GPS Punkten bestimmt, die einen Abstand von ca. 2 km aufweisen (Abb. 3.11). Die FFT-Methode liefert Lotabweichungen auf allen Punkten des 50x50m Rasters (Abb. 3.12 und 3.13). Die Lotabweichungen auf den GPS Punkten ergaben sich durch Interpolation aus dem zugehörigen Raster.

In der Praxis ist meist nur ein Oberflächendichtemodell vorhanden oder es wird (in dieser Arbeit auch) ein konstanter Dichtewert von 2670 kg/m³ verwendet. Dieser Standardwert ist im Gebirge ein gute Annäherung für Granit oder paleozoische Sedimente. Ein globales Erdschweremodell bis zum Grad 70, berechnet aus Satellitenmissionen (GRACE EIGEN.GL04S), wurde verwendet, um die langwellige Komponente zu berücksichtigen.

Die Terrainkorrektur (*tc*) wurde mit den vom Department für Geodäsie und Geoinformation (TU Wien) zur Verfügung gestellten Programmen berechnet. Die Berechnungen der Lotabweichungen (ξ und η) erfolgte mit einer verbesserten

Version des Fortran 77 Programms LOTAB. Den Berechnungen liegt die sogenannte 'remove-restore' Technik zugrunde.

Die im Anhang A tabullierten ξ und η Werte geben die Attraktion des umgebenden Geländes bis zu einer Entfernung von 10 km vom Punkt wider.



Abb. 3.11: Lage der Messpunkte und die Lotabweichungskomponenten ξ und η im DGM (Beispiel Punktnummer =D168, ξ =13,47", η =7,72")

In dem farbig angelegten Feld (Abb. 3.12) wurden 105 in Profilen angeordnete Testpunkte ausgewählt (Punktabstand 2-3 km). Das Untersuchungsgebiet wurde auf 30 km begrenzt, da so schon eine ausreichend interessante Topographie abgedeckt war. Die Beträge der Lotabweichungskomponenten erreichen in Nord-Süd Richtung (ξ) bis zu 18" und in West-Ost Richtung (η) bis zu -11" (Abb. 3.11 und 3.13, auch Anhang A).



Abb. 3.12: Verlauf der Lotabweichungkomponente ξ (in Nord-Süd Richtung)



Abb. 3.13: Verlauf der Lotabweichungskomponente η (in Ost-West Richtung)

Die Tabelle 3.2 vergleicht die mittels Quader- und FFT-Methode für alle Testpunkte berechneten Lotabweichungen anhand ihrer Differenzen (d ξ''_{Q-FTT} , η''_{Q-FTT}).

abelle 3.2. Vergleich der Quader- und Frit-Methode								
	dξ"q-ftt	$d\eta'' \varrho_{\text{-FTT}}$						
Maximalwert	3,16	-2,26						
Mittelwert	0,27	0,46						
Standardabweichung (σ)	± 0,80	± 0,90						

Tabelle	3.2:	Vergleich	der	Quader-	und	FFT-/	Nethode
abette	J	ver steren	aci	Quader	ana		necificac

Die Standardabweichung der Differenzen (σ) wurde nach $\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (\xi_i - \bar{\xi})^2}{n-1}}$ aus den Daten der im Anhang A gegebenen Tabellen 1 und 2 gerechnet.

Die Standardabweichungen und Mittelwerte der Differenzen in Tabelle 3.2 sind klein (unter 1"). Da die Lotabweichungen in dem Testgebiet bis zu 20 mal größer sind, können daher beide Methoden (Quader- und FFT-Merhode) erfolgreich eingesetzt werden.

Die Tabelle 3.3 zeigt Lotabweichungen, die mit 3 verschiedenen Methoden für ein Meridianprofil (Abb. 3.2) der Länge 20 km erhaltenen wurden. Spalte 1 beschreibt die in Kapitel 3.1, schon wiedergegebenen Lotabweichungskomponenten ξ der astrogeodätischen Methode. Die Spalten 2 und 3 zeigen in den gleichen Punkten die Ergebnisse der Lotabweichungen, die mit der schnellen Fourier Transformation (FFT) und der Quadermethode erhalten wurden. Spalte 4 gibt die Mittelwerte aus den drei Methoden wieder. Es zeigt sich, dass die Abweichungen von diesem Mittelwert fast immer kleiner als 1" sind. Es bestätigt sich hier erneut das schon aus Tabelle 3.2 abgeleitete Ergebnis: beide Methoden der Lotabweichungsbestimmung sind von der Genauigkeit her gleichwertig.

	Astro- Geod.	FFT	Quader	
	1	2	3	4
Punktname	ی"	بلار الم	٤"	Mittelwerte
Crni vrh	4,7	5,1	6,5	5,4
Glavnjatovac	9,3	6,6	8,3	8,1
Bijela kosa	11,7	9,8	11,9	11,1
Stojčevac	10,0	9,4	11,5	10,3
Vrelo Bosne	5,0	4,4	5,5	5,0
Autokamp	3,4	3,4	4,2	3,7
Zabosna	0,3	1,6	2,0	1,3
Sastavci	-2,1	-0,7	-0,8	-1,2
Lađenci	-2,8	-1,3	-1,5	-1,9

Tabelle 3.3: Vergleich von Lotabweichungen, die mit drei Methoden längs eines Meridianprofils gewonnen wurden

3.4 Einfluss der Lotabweichung auf einzelnen Messstationen

Um einen ersten Einblick in das Verhalten der Lotabweichungskorrekturen für Zenitwinkel Zv und Horizontalrichtungen Hv in Abhängigkeit vom Azimut A_{ik} , Zenitwinkel Zv_{ik} und dem Betrag der Lotabweichungen (ξ , η) zu bekommen, sind zunächst für die Annahmen ξ , η = 5" und 20" Simulationsrechnungen ausgeführt worden. Wie Abbildung 3.12 und 3.13 zeigen, treten in der Region Sarajevo Oberflächen-Lotabweichungskomponenten mit Beträgen bis zu ±20" auf. Die Azimute variieren dabei zwischen 0 und 400 Gon und die Zenitwinkel zwischen 80 und 120 Gon; für die Wahl der Zenitwinkelbereiche waren die Geländeneigungen in der Region Sarajevo maßgeblich.

Von der Netzausgleichung ist es notwendig, die Lotabweichungskorrektur an die Meßgrößen anzubringen. Die Korrekturgrößen (für das Azimut A_{ik} und den Zenitwinkel Zv_{ik}) wurden mit den Formeln (2.2) und (2.5) berechnet (siehe Abschnitt 2.3).

3.4.1 Die Verbesserung der horizontalen Winkel

Die Abbildungen 3.14 und 3.15 und die Tab. 3.4 und 3.5 zeigen an Beispielen die Korrekturen für horizontale Winkel. Wie Abbildung 3.14 für ξ = 5", η = 5", zeigt, treten aufgrund der hier gewählten symmetrischen Annahme die größten Werte für ein Azimut von 150 und 350 Gon auf. So kann man zum Beispiel der Abbildung 3.14 und Tabelle 3.4 bei einem Azimut von 350 Gon und Zenitwinkel von 80 Gon die maximale Verbesserung -2,3" entnehmen. Für einen Zenitwinkel von 90 Gon erhält man entsprechend -1,1".

Unter der Annahme einer Lotabweichung von ξ =-5", η = -5" erhalten wir die gleiche Richtungskorrektur, aber mit entgegengesetztem Vorzeichen (Tabelle 3.4).



Abbildung 3.14: Korrektur der horizontalen Winkel für Zenitwinkel von 80 bis 100 Gon und $\xi,\,\eta$ von 5"

Weiter kann man zum Beispiel für ξ = 20", η = 20" in Abbildung 3.15 und Tabelle 3.5 bei einem Azimut von 350 Gon und Zenitwinkel von 80 Gon die maximale Verbesserung -9,2" ablesen. Für einem Zenitwinkel von 90 Gon erhält man entsprechend -4,5". Symmetrie ergibt sich jeweils durch die spezielle Annahme ξ = η .

			die	-				d	lie	,	
Azimut	Zenit-	Lotabw	/eichungs-	Korre 7v	ekturgröße Hv	Azimut	Zenit- winkel	Lotabwe	eichungs-	Korrekt	urgröße Hv
Azimut	-	копро		<u></u>		Azimut	-	Kompo		<u> </u>	
α_{ik}	Z _{ik}	Ši "	η_i "	Eik"	∆r _{ik} "	α_{ik}	Z _{ik}	ŝi "	η_i "	E _{ik} "	⊿r _{ik} "
0	90	5,0	5,0	5,0	-0,8	0	80	5,0	5,0	5,0	-1,6
25	90	5,0	5,0	6,5	-0,4	25	80	5,0	5,0	6,5	-0,9
50	90	5,0	5,0	7,1	0,0	50	80	5,0	5,0	7,1	0,0
75	90	5,0	5,0	6,5	0,4	75	80	5,0	5,0	6,5	0,9
100	90	5,0	5,0	5,0	0,8	100	80	5,0	5,0	5,0	1,6
125	90	5,0	5,0	2,7	1,0	125	80	5,0	5,0	2,7	2,1
150	90	5,0	5,0	0,0	1,1	150	80	5,0	5,0	0,0	2,3
175	90	5,0	5,0	-2,7	1,0	175	80	5,0	5,0	-2,7	2,1
200	90	5,0	5,0	-5,0	0,8	200	80	5,0	5,0	-5,0	1,6
225	90	5,0	5,0	-6,5	0,4	225	80	5,0	5,0	-6,5	0,9
250	90	5,0	5,0	-7,1	0,0	250	80	5,0	5,0	-7,1	0,0
275	90	5,0	5,0	-6,5	-0,4	275	80	5,0	5,0	-6,5	-0,9
300	90	5,0	5,0	-5,0	-0,8	300	80	5,0	5,0	-5,0	-1,6
325	90	5,0	5,0	-2,7	-1,0	325	80	5,0	5,0	-2,7	-2,1
350	90	5,0	5,0	0,0	-1,1	350	80	5,0	5,0	0,0	-2,3
375	90	5,0	5,0	2,7	-1,0	375	80	5,0	5,0	2,7	-2,1

Tabelle 3.4: Verbesserungen der Horizontal- und Zenitwinkel für Lotabweichungen ξ und η von 5" (Δr_{ik} - Korrekturgröße für der Horizontalwinkel, ε_{ik} - Korrekturgröße für der Zenitwinkel)



Abbildung 3.15: Korrektur der horizontalen Winkel für Zenitwinkel von 80 bis 100 Gon und ξ , η von 20"

		die	<u>,</u>	9				die	2		
	Zenit-	Lotabwei	- chungs-	Korrekt	urgröße		Zenit-	Lotabwei	chungs-	Korrekturgröße	
Azimut	winkel	kompone	eneten	Zv	Hv	Azimut	winkel	kompone	eneten	Zv	Hv
α_{ik}	Z _{ik}	~ "	,,	"	. "	α_{ik}	Z _{ik}	s 11			. "
[Gon]	[Gon]	ξi	η_i	Eik	Δr_{ik}	[Gon]	[Gon]	ξi	η_i	Eik	Δr_{ik}
0	90	20,0	20,0	20,0	-3,2	0	80	20,0	20,0	20,0	-6,5
25	90	20,0	20,0	26,1	-1,7	25	80	20,0	20,0	26,1	-3,5
50	90	20,0	20,0	28,3	0,0	50	80	20,0	20,0	28,3	0,0
75	90	20,0	20,0	26,1	1,7	75	80	20,0	20,0	26,1	3,5
100	90	20,0	20,0	20,0	3,2	100	80	20,0	20,0	20,0	6,5
125	90	20,0	20,0	10,8	4,1	125	80	20,0	20,0	10,8	8,5
150	90	20,0	20,0	0,0	4,5	150	80	20,0	20,0	0,0	9,2
175	90	20,0	20,0	-10,8	4,1	175	80	20,0	20,0	-10,8	8,5
200	90	20,0	20,0	-20,0	3,2	200	80	20,0	20,0	-20,0	6,5
225	90	20,0	20,0	-26,1	1,7	225	80	20,0	20,0	-26,1	3,5
250	90	20,0	20,0	-28,3	0,0	250	80	20,0	20,0	-28,3	0,0
275	90	20,0	20,0	-26,1	-1,7	275	80	20,0	20,0	-26,1	-3,5
300	90	20,0	20,0	-20,0	-3,2	300	80	20,0	20,0	-20,0	-6,5
325	90	20,0	20,0	-10,8	-4,1	325	80	20,0	20,0	-10,8	-8,5
350	90	20,0	20,0	0,0	-4,5	350	80	20,0	20,0	0,0	-9,2
375	90	20,0	20,0	10,8	-4,1	375	80	20,0	20,0	10,8	-8,5

Tabelle 3.5: Verbesserungen der horizontalen Winkel und Zenitwinkel für die Lotabweichungen ξ und η von 20"

Wie Abb. 3.12 - 3.15 (bzw. Tabellen 3.4 und 3.5) verdeutlichen, treten in der Region von Sarajevo Lotabweichungen bis zu 20" und somit Richtungsverbesserungen bis zu 9,2" auf. Diese Werte sind erheblich größer als die Standardabweichung ($\leq 0,2$ mgon) einer mit Präzisionstheodoliten gemessenen Richtung.

3.4.2 Die Verbesserung der Zenitwinkel

Formel (2.5) erlaubt die Berechnung der Verbesserung von Zenitwinkeln bei unterschiedlichen Azimuten und Lotabweichungskomponenten (ξ , η). Diese Zenitwinkelkorrektur ist vom Zenitwinkel selbst unabhängig (siehe entsprechende spalten Zv zu der Tabellen 3.5 und 3.6).

Abbildung 3.16 zeigt die Werte für die Verbesserung von Zenitwinkeln, wenn die Lotabweichungen (ξ , η) Werte von 5 bis 40 Sekunden annehmen. Nur weil in der Simulation wieder die symmetrische Annahme $\xi = \eta$ getroffen wurde, treten die größten Korrekturen in den Azimuten 50 und 250 Gon auf.



Abbildung 3.16: Die Verbesserung der Zenitwinkel für die Lotabweichungskomponente ($\xi, \eta)$ von 5" bis 40"

So kann man zum Beispiel bei einem Azimut von 50 Gon und (ξ,η) - Werten von 40 Sekunden Korrekturen von 56" ablesen.

Die Korrekturen der Zenitwinkel in dem Azimuten 150, und 350 Gon sind dagegen Null (Tabelle 3.6).

,									
Azimut	die Lotaby kompor	weichungs- neneten	Korrekturgröße Zv						
α _{ik} [Gon]	ξι"	η_{ι}''	ε _{ικ} ″						
	5	5	5						
	10	10	10						
0	20	20	20						
	30	30	30						
	40	40	40						
	5	5	6,5						
25	10	10	13,1						
	20	20	26,1						

Azimut	die Lotaby kompoi	weichungs- neneten	Korrekturgröße Zv	
α _{ik} [Gon]	ξι"	η_{ι}''	$\mathcal{E}_{l\kappa}''$	
	5	5	-5	
	10	10	-10	
200	20	20	-20	
	30	30	-30	
	40	40	-40	
	5	5	-6,5	
225	10	10	-13,1	
	20	20	-26,1	

Tabelle 3.6: Die Korrekturen der Zenitwinkel für die Lotabweichungskomponente $\xi,~\eta$ von 5" bis 40"

	30	30	39,2			30	30	-39,2
	40	40	52,3			40	40	-52,3
	5	5	7,1			5	5	-7,1
	10	10	14,1			10	10	-14,1
50	20	20	28,3		250	20	20	-28,3
	30	30	42,4			30	30	-42,4
	40	40	56,6			40	40	-56,6
	5	5	6,5	6,5		5	5	-6,5
	10	10	13,1			10	10	-13,1
75	20	20	26,1		275	20	20	-26,1
	30	30	39,2			30	30	-39,2
	40	40	52,3			40	40	-52,3
	5	5	5			5	5	-5
	10	10	10			10	10	-10
100	20	20	20		300	20	20	-20
	30	30	30			30	30	-30
	40	40	40			40	40	-40
	5	5	2,7			5	5	-2,7
	10	10	5,4			10	10	-5,4
125	20	20	10,8		325	20	20	-10,8
	30	30	16,2			30	30	-16,2
	40	40	21,7			40	40	-21,6
	5	5	0			5	5	0
	10	10	0			10	10	0
150	20	20	0		350	20	20	0
	30	30	0			30	30	0
	40	40	0			40	40	0
	5	5	-2,7			5	5	2,7
	10	10	-5,4			10	10	5,4
175	20	20	-10,8		375	20	20	10,8
	30	30	-16,2			30	30	16,2
	40	40	-21,7			40	40	21,6

3.4.3 Zusammenfassung

In der Region um Sarajevo müssen aufgrund von Lotabweichungen an Horizontal- und Vertikalrichtungen Korrekturen angebracht werden, die erheblich größer sind als die auftretenden Unsicherheiten (Standardabweichungen) der Richtungsmessungen. Es ist jedoch wegen der starken Variation der Parameter (ξ , η , Zv, α) noch nicht durchgreifend zu erkennen, wieweit die Genauigkeit von Netzen in Ingenieurprojekten (Brückenbau, Tunnelbau, Eisenbau, Straßenbau, ...) beeinflusst werden. Dies soll anhand von linearen Netzen (Polygonzügen) nachfolgend weiter untersucht werden.

4. Untersuchung des Einflusses der Lotabweichung auf geodätische Netze

Dieses Kapitel beschreibt den Einfluss der Lotabweichung auf ingenieurgeodätische Netze anhand von 3 Modellen. Als Netztyp wurden Lineare Netze (Polygonzüge) gewählt. Modell 1 beschreibt die theoretischen Einflüsse der Lotabweichungen auf lineare Netze bis zu 3 km Länge (Anhang B bis zu 5 km). Modell 2 beschreibt den Einfluss der Lotabweichungen auf lineare Netze bis zu 3 km Länge, wobei die Lage der Netzpunkte einem DGM und einer topographischen Karte entnommen wurden. Modell 3 beschreibt den Einfluss der Lotabweichungen in realen linearen Netzen bis zu 3 km Länge, die aus Feldmessungen berechnet wurden.

4.1. Simulationsrechnungen mit linearen Netzen bei maximalen Auswirkungen der Lotabweichungen (Modell 1)

Simulationsrechungen dienen der Vorbereitung für praktische Messungen im Feld. Um überflüssige Arbeiten weitgehend zu vermeiden können anhand dieser Berechnungen dann die Feldarbeiten zielsicherer und wirtschaftlicher ausgeführt werden.

Zunächst wurden für die Untersuchungen lineare Netze mit einem Azimut von 50 und 350 Gon ausgewählt (Kapitel 4.1.1 und 4.1.2). Bei den Lotabweichungskomponenten wurde wieder $\xi=\eta$ angenommen und die Fälle von 5", 10", 20", 30" und 40" untersucht (Abb. 4.1 und 4.3). Die Zenitwinkel wurden durchgehend mit 80 Gon gewählt, da dieser Wert häufig bei praktischen Messungen in der Region von Sarajevo auftritt. (Die Ergebnisse gelten natürlich auch für Zenitwinkel bis 120 Gon, allerdings muss der Vorzeichenwechsel bei 100 Gon berücksichtigt werden). Die Länge der linearen Netze wurde auf 3000 m ausgedehnt, da so viele praktisch vorkommende Fälle von Netzen der Ingenieurgeodäsie abgedeckt werden (sehen Kapitel 2.6).

4.1.1 Einfluss von $\xi\,$ und $\eta\,$ auf $\,$ Höhen bei einem Azimut von 50 und 350 Gon

Wie Abbildung 4.1c zeigt, ergeben sich für der Spezialfall $\xi=\eta=20"$ bei einem Az = 50 Gon in der Höhe Abweichungen von 1 dm bei einer Zuglänge von etwa 2,5 km und Abweichungen von 2 dm bei einer Zuglänge von etwa 4,5 km (Anhang B). Umgekehrt ergeben sich bei dieser Wahl der Lotabweichungskomponenten für einer Polygonzug im Az=350 Gon keinerlei Korrekturen der Höhen (siehe Abb 4.3c).



Abb. 4.1a: Einfluss von $\xi=\eta=5$, 10, 20, 30, 40 Sekunden auf Rechtswert (Ost-West-Richtung) für Az=50 und Zv=80 Gon



Abb. 4.1b: Einfluss von $\xi=\eta=5$, 10, 20, 30, 40 Sekunden auf Hochwert (Nord-Süd-Richtung) für Az=50 und Zv=80 Gon



Abb. 4.1c: Einfluss von $\xi=\eta=5$, 10, 20, 30, 40 Sekunden auf Höhen für Az=50 und Zv=80 Gon

4.1.2 Einfluss von ξ und $~\eta$ auf Lagekoordinaten bei einem Azimut von 50 und 350 Gon

Abbildung 4.1a und 4.1b zeigen, wie theoretisch vorhersagbar, dass sich bei Az = 50 Gon und $\xi=\eta$ nur geringe Auswirkungen auf Lagekoordinaten ergeben.

Die dennoch erkennbaren Auswirkungen auf die Lagekoordinaten entstehen hier durch den Einfluss der Lotabweichungen bei den Anschlussrichtungen (Abb. 4.2).



Abb. 4.2: Anschlussrichtungen zum Beispiel in Abb. 4.1

Dies ist z.B. der typische Fall bei Tunnelnetzen (Kapitel 2.6.1). Wie Abbildung 4.3a und 4.3b zeigen, ergeben sich dagegen im Az = 350 Gon (bei Lotabweichungen von 20") in den Lagekoordinaten spürbare Abweichungen von 1 dm bei einer Zuglänge von etwa 1,5 km und Abweichungen von 2 dm bei einer Zuglänge von etwa 2,2 km , was z.B. bei Tunnelbauten die Durchschlagsgenauigkeit erheblich übertrifft.



Abb. 4.3a: Einfluss von $\xi=\eta=5$, 10, 20, 30, 40 Sekunden auf Rechtswert (Ost-West-Richtung) bei einem Azimut Az=350 Gon und einem Zenitwinkel von Zv=80



Abb. 4.3b: Einfluss von $\xi=\eta=5$, 10, 20, 30, 40 Sekunden auf Hochwert (Nord-Süd-Richtung) bei einem Azimut Az=350 Gon und einem Zenitwinkel von Zv=80



Abb. 4.3c: Einfluss von $\xi=\eta=5$, 10, 20, 30, 40 Sekunden auf Höhen bei einem Azimut Az=350 Gon und einem Zenitwinkel von Zv=80 Gon

Zusammenfassend kann man sagen, dass sich unter extremen Annahmen in Bezug auf das Azimut bei durchschnittlichen Lotabweichungen vom $\xi=\eta=20^{\prime\prime}$ und einem Zenitwinkel von 80 Gon Abweichungen in den Lagekoordinaten und Höhen von ca. 1-2 dm ergeben. Die Einflüsse sind damit erheblich größer als die Messfehler.

Bei Polygonzügen in gebirgigen Gebieten dürfte der Einfluß der Messfehler bei etwa 3-4 cm liegen.

4.2 Simulationsrechnungen mit linearen Netzen gestützt auf DGM in verschiedenen Testgebieten (Modell 2)

Um die Ergebnisse vom Kapitel 4.1.1 und 4.1.2 weiter zu verdichten, sollen jetzt noch weitere ähnlich geplante Untersuchungen durchgeführt werden, welche sich auf das Digitale Geländemodell stützen. Es wird so möglich, diese Simulationsrechnungen mit denen von Kapitel 4.1 zu vergleichen. Das DGM wurde bereits in Kapitel 2.2 genauer beschrieben.

Die hier durchgeführten Untersuchungen stützen sich auf Simulationsrechnungen linearer Netze mit Hilfe des DGM der Region Sarajevo (Kapitel 4.2.3). Die in Kapitel 4.1 getroffenen Annahmen für Azimute, Zenitwinkel und Zuglängen werden auch hier möglichst eingehalten. Die für die Lotabweichungen (ξ , η) angesetzen Beträge (bis 20") wurden bereits in Kapitel 3.4 begründet.

Die mit digitalen Geländemodell geplanten linearen Netze (Polygonzüge) sollen so entworfen werden, dass sie in weiteren Untersuchungen auch gemessen werden können. Ihr Verlauf hängt wesentlich von der Topographie und dem Bewuchs ab. Zur Berechnung der Azimute und Zenitwinkel diente das DGM und die topographische Karte 1:25000.

4.2.1 Auswahl Testgebiete

Die Auswahl des Testgebietes stand eigentlich schon zu Beginn meiner Forschung fest, nämlich das Gebiet um Sarajevo. Es war eine gute Wahl, da es für dieses Gebiet neben einem DGM und einer Topographischen Karte auch ein sehr dichtes GPS-Netz (Abb. 1.1) gibt.

Die Abbildung 4.4 zeigt die Bereiche, in denen Messungen und Datenverarbeitung durchgeführt wurden. Ziel war es, den Einfluss von ξ und η auf die Höhe und Lagekoordinaten zu zeigen.

Speziell für die Untersuchung wurden auch hier Liniennetze (Polygonzüge) in Gebieten ausgewählt, wo ein möglichst großer Einfluss der Lotabweichungen auftritt, wo es ein genaues GPS-Netzes gibt, sowie das Terrain günstig für die Feldmessungen mit einer Totalstation ist.



Abb. 4.4: Testgebiete

4.2.2 Planung der Experimente

Die Planung eines Experiments ist ein komplexer Prozess. Dazu gehört die Planung der zu verwendenden Geräte, des Versuchsaufbaus, der Durchführung und evtl. auch schon der Auswertung und grafischen Darstellung.

Es war notwendig, einen angemessenen Bereich zu finden, in dem ein möglichst hoher Einfluss der Lotabweichungen auf die Meßgrößen des Polygonzüges eintritt. Um ein Gebiet mit großeren Neigungen zu finden, wurde die Topographische Karte 1:25000 und ein Digitales Geländemodell verwendet (Kapitel 2.2). Es wurden hier spezielle Testgebiete nach folgenden Kriterien ausgewählt :

- Entfernung der Geländes von der Mitte des Stadtzentrums,
- Zugang zu den Gebieten mit dem Auto,
- Bewuchs des Geländes, usw.

Basierend auf den oben genannten Gesichtspunkten wurde das Gebiet 1 zwischen Crepoljsko und Bukovik (Mocioci) ausgewählt, das nördlich von Sarajevo in einer Entfernung von mehreren Kilometern liegt, das Gebiet 2 Grdonj in Sarajevo, das Gebiet 3 Lokve in Hadzici und das Gebiet 4 Igman (Abb 4.4).

Mit Hilfe der Karte (Abb. 4.4) wurden vier Polygonzüge ausgewählt. Die Länge der Polygonzüge sollte maximal 3 km betragen und das Azimut ungefähr 50 (bzw. 250) oder 350 (bzw. 150) Gon. Diese Bedingung wurden eingehalten, wenn es die örtlichen Gegebenheiten im Gelände zuließen. Die Zenitwinkel sind bei diesen Polygonzügen im Bereich von 75 bis 125 Gon. Start- und Endpunkte der Polygonzüge wurden mit GPS-Beobachtungen bestimmt, um eine Kontrolle zu haben.

Das Gelände ist mit Gras und Sträuchern bewachsen. Die Temperatur bei der Messung war etwa 24°C. Druck, Temperatur und relative Luftfeuchte wurden bei jeder Station gemessen.

Im Gebiet 1 wurde mit einer Leica Totalstation und in den Gebieten 2, 3 und 4 mit einer Geodimeter Totalstation gemessen. Die Genauigkeit der Winkelmessung beträgt 1" und der Streckenmessung 2mm + 2ppm. Die verwendeten GPS-Empfänger waren die geodätischen Zweifrequenzempfänger Trimble 4000SSi. Für die Auswertung der GPS-Beobachtungen wurde die Trimble Total Control Software Version 2.7 und für die Polygonzüge die Software Geosi Version 6.0 verwendet.

4.2.3 Simulationsrechnungen mit linearen Netzen mit Hilfe des DGM

a) Testnetz 1 (Mocioci)

Die Lage des Testgebietes 1 im Bereich von Sarajevo ist in Abb. 4.4. und 4.5. dargestellt. In einem Ausschnitt der Topographischen Karte 1:25000 ist das erste lineare Netz eingezeichnet.

Die Resultate der Simulationsrechnungen des Polygonzuges von den Punkten B641 bis 15 sind in den Tabellen 4.1 und 4.2 und Abbildung 4.5 wiedergegeben.

Die aus dem DGM entnommenen Daten für die Azimute Az und Zenitwinkel Zv findet man in Tabelle 4.1. Der Einfachheit halber wurde die Länge aller Netzseiten zu 200 m gewählt. Die Lotabweichungen für die einzelnen Punkte des Netzes können der Abbildung 3.12 und 3.13 entnommen werden. Wie sich leicht erkennen läßt, können die Beträge für beide Komponenten im gesamten Bereich des Netzes mit ξ = -1,7" bis 2,1" und η = -4,2" bis -7,8" angenommen werden; dies hat auch den Vorteil, dass die nachfolgende Interpretation der Korrekturen übersichtlich durchgeführt werden kann. Spalte 8 und 9 zeigen schließlich die punktweise berechneten Korrekturen ε_{ij} und Δr_{ij} für die Zenitwinkel und Horizontalrichtungen.



Abb. 4.5: Simulation des Polygonzuges von den Punkten B641 bis 15

Die Auswirkungen auf das weitgehend lineare Netz sind in Tabelle 4.2 wiedergegeben. In den Spalten 2 bis 7 sind die Ergebnisse der Berechnungen des einseitig angeschlossen Linienzuges widergegeben. In der 2., 3. und 4. Spalte sind die Koordinaten ohne Berücksichtigung der Lotabweichungen angegeben. In der 5., 6. und 7. Spalten findet man die Koordinaten des gleichen Polygonzuges, aber diesmal wurden die Lotabweichungen auf jeder Messstation berücksichtigt. Die 8., 9. und 10. Spalte zeigen die Unterschiede der Koordinaten (siehe auch Abb. 4.6). Spalte 10 zeigt, dass der Einfluss der Lotabweichungen auf die Höhen ständig zunimmt. Dies erklären Abb. 3.16 und Tabelle 3.6, wenn wir in Betracht ziehen, dass das Azimut Az ständig in dem Bereich 300>Az<400 Gon liegt.

Numm.	von	nach	Aij [gon]	Zij [gon]	ξ"	η"	eij"	∆ r ij"	εij [<i>mgon</i>]	∆ľij[mgon]
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	B641	T1343C1	209,17	99,00	-1,74	-4,16	2,32	-0,06	0,39	-0,01
2	B641	T1343C2	208,52	99,00	-1,74	-4,16	2,28	-0,06	0,38	-0,01
3	B641	1	310,51	111,12	-1,74	-4,16	3,82	-0,42	0,64	-0,07
4	1	2	310,51	111,12	-1,70	-4,37	4,03	-0,42	0,67	-0,07
5	2	3	310,51	111,12	-1,65	-4,58	4,25	-0,42	0,71	-0,07
6	3	4	310,51	111,12	-1,62	-4,79	4,46	-0,42	0,74	-0,07
7	4	5	310,51	111,12	-1,47	-5,01	4,70	-0,40	0,78	-0,07
8	5	6	310,51	111,12	-1,31	-5,29	5,00	-0,38	0,83	-0,06
9	6	7	310,51	111,12	-1,12	-5,59	5,33	-0,36	0,89	-0,06
10	7	8	310,51	111,12	-0,92	-5,92	5,69	-0,33	0,95	-0,06
11	8	9	375,49	90,14	-0,73	-6,18	1,64	0,94	0,27	0,16
12	9	10	375,49	90,14	-0,16	-6,38	2,25	0,93	0,37	0,16
13	10	11	338,23	85,71	0,30	-6,54	5,57	0,79	0,93	0,13
14	11	12	338,23	85,71	0,71	-6,84	6,04	0,75	1,01	0,12
15	12	13	338,23	85,71	1,06	-7,11	6,46	0,72	1,08	0,12
16	13	14	338,23	85,71	1,43	-7,37	6,89	0,68	1,15	0,11
17	14	15	338,23	85,71	1,84	-7,67	7,37	0,64	1,23	0,11
18	15	16	338,23	111,56	2,11	-7,86	7,68	-0,50	1,28	-0,08
19	15	T1383C1	196,63	101,00	2,11	-7,86	-2,52	0,12	-0,42	0,02
20	15	T1383C2	196,18	101,00	2,11	-7,86	-2,58	0,12	-0,43	0,02
21	15	T1449C	240,95	104,49	2,11	-7,86	3,03	0,53	0,50	0,09

Tabelle 4.1: Die Verbesserungen der horizontalen Winkel und Zenitwinkel

	Ohne L	otabweichur	ngen	Mit Lo	tabweichun	gen	Ohne - Mit			
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
Pun.N.	Yo	Xo	H₀	YLOT	XLOT	HLOT	Y0-YLOT	X0-XLOT	Ho-Hlot	
B641	6538890,972	4864355,711	1524,411	6538890,972	4864355,711	1524,411	0,000	0,000	0,000	
1	6538696,411	4864386,076	1489,652	6538696,410	4864386,077	1489,654	0,001	-0,001	-0,002	
2	6538501,849	4864416,441	1454,893	6538501,849	4864416,442	1454,897	0,000	-0,001	-0,004	
3	6538307,288	4864446,806	1420,133	6538307,287	4864446,808	1420,140	0,001	-0,002	-0,007	
4	6538112,726	4864477,170	1385,374	6538112,725	4864477,173	1385,382	0,001	-0,003	-0,008	
5	6537918,165	4864507,533	1350,614	6537918,164	4864507,539	1350,625	0,001	-0,006	-0,011	
6	6537723,603	4864537,896	1315,855	6537723,602	4864537,905	1315,868	0,001	-0,009	-0,013	
7	6537529,042	4864568,259	1281,095	6537529,041	4864568,270	1281,111	0,001	-0,011	-0,016	
8	6537334,480	4864598,622	1246,335	6537334,479	4864598,636	1246,354	0,001	-0,014	-0,019	
9	6537258,398	4864780,950	1277,190	6537258,399	4864780,965	1277,209	-0,001	-0,015	-0,019	
10	6537182,316	4864963,279	1308,044	6537182,319	4864963,294	1308,065	-0,003	-0,015	-0,021	
11	6537020,357	4865071,783	1352,547	6537020,361	4865071,800	1352,571	-0,004	-0,017	-0,024	
12	6536858,397	4865180,288	1397,050	6536858,403	4865180,305	1397,076	-0,006	-0,017	-0,026	
13	6536696,438	4865288,793	1441,552	6536696,445	4865288,810	1441,582	-0,007	-0,017	-0,030	
14	6536534,479	4865397,298	1486,054	6536534,487	4865397,316	1486,088	-0,008	-0,018	-0,034	
15	6536372,520	4865505,804	1530,556	6536372,529	4865505,821	1530,593	-0,009	-0,017	-0,037	

Tabelle 4.2: Die Koordinaten des simulierten Zuges ohne und mit Berücksichtigung der Lotabweichungen und die Koordinatendifferenzen [m]

Auch die Verbesserungen der x- Koordinaten wirken aus diesem Grund stets in gleicher Richtung. Ähnliche Verhältnisse zeigen sich bei den y- Koordinaten. Zwischen Punkt 1 und 8 sind die Korrekturen praktisch Null und zwischen Punkt 9 und 15 nehmen sie stetig zu.

Insgesamt kann festgestellt werden, dass die Koordinatenabweichungen in unserem Beispiel bezogen auf Tunnelnetze im Bereich der Durchschlagsgenauigkeit liegen.

Die Beträge sind geringer im Vergleich zu Kapitel 4.1.1 und 4.1.2, weil ξ , η noch gering sind und $\xi \neq \eta$.

In Abb. 4.6 sind die Ergebnisse zusätzlich graphisch wiedergegeben.

Ein Vergleich mit den in Abb. 4.3 gezeigten Simulationsrechnungen eines ähnlich ausgerichteten Zuges, zeigt bei Lotabweichungskomponenten von ca. 5":

- die Lagekoordinatenabweichungen sind geringer
- die Höhenabweichungen nehmen leicht höhere Werte an.



Abb. 4.6: Differenzen der Koordinaten (m) aus Tabelle 4.2

b) Testnetz 2 (Grdonj)

In dem Polygonzug des Testgebietes 2 (Abb. 4.4 und 4.7) hat das Azimut Werte zwischen 30>Az<60 Gon. Die Zenitwinkel liegen im Bereich von 88 bis 101 Gon. In diesem Gebiet liegen die Lotabweichungen im Bereich von $\xi = -3,6"$ bis -6,3" und $\eta = -5,7"$ bis -7,6". In diesem Polygonzug werden kleine Beträge für die Verbesserungen der horizontalen Winkel und größere Verbesserungen für die Zenitwinkel erwartet. Die Verbesserungen der Zenitwinkel sind in Spalte 8 angegeben und liegen im Bereich von -8,5" bis 5,3". Die Verbesserungen der Richtungen in Spalte 9 sind praktisch vernachlässigbar.



Abb. 4.7: Simulation des Polygonzuges von den GPS-Punkten G11 bis G63

Tabelle 4.3. Die Verbesserungen der nonzontalen winket und zemtwinket										
Numm.	von	nach	Aij [gon]	Zij [gon]	క"	η"	сij"	∆ ſ ij"	εіј [<i>mgon</i>]	∆ r ij[<i>mgon</i>]
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	G11	T1383C2	174,89	92,35	-3,60	-6,95	0,65	-0,94	0,11	-0,16
2	G11	350	54,53	88,04	-3,60	-6,95	-7,61	0,35	-1,27	0,06
3	350	349	54,53	88,04	-3,69	-7,06	-7,75	0,35	-1,29	0,06
4	349	348	54,53	88,04	-3,78	-7,20	-7,92	0,35	-1,32	0,06
5	348	347	54,53	88,04	-3,88	-7,32	-8,07	0,35	-1,35	0,06
6	347	T1348	54,53	88,04	-3,99	-7,50	-8,28	0,36	-1,38	0,06
7	T1348	346	33,09	101,08	-4,07	-7,61	-7,31	-0,08	-1,22	-0,01
8	346	345	33,09	101,08	-4,28	-7,48	-7,43	-0,07	-1,24	-0,01
9	345	332	33,09	97,20	-4,51	-7,26	-7,52	0,18	-1,25	0,03
10	332	333	59,40	94,07	-4,67	-7,11	-8,49	0,04	-1,42	0,01
11	333	334	59,40	94,07	-4,77	-7,01	-8,47	0,03	-1,41	0,01
12	334	335	59,40	94,07	-4,87	-6,89	-8,44	0,02	-1,41	0,00
13	335	336P	59,40	94,07	-4,98	-6,74	-8,38	0,00	-1,40	0,00
14	336P	336	59,40	94,07	-5,04	-6,69	-8,38	-0,01	-1,40	0,00
15	336	337	59,40	94,07	-5,10	-6,55	-8,30	-0,02	-1,38	0,00
16	337	338	59,40	99,40	-5,20	-6,43	-8,26	0,00	-1,38	0,00
17	338	339	59,40	99,40	-5,32	-6,30	-8,23	0,00	-1,37	0,00
18	339	340	29,25	97,25	-5,42	-6,17	-7,59	0,14	-1,27	0,02
19	340	341	29,25	96,80	-5,69	-5,92	-7,73	0,14	-1,29	0,02
20	341	342	29,25	99,50	-5,86	-5,83	-7,84	0,02	-1,31	0,00
21	342	343	29,25	98,20	-6,02	-5,75	-7,95	0,07	-1,32	0,01
22	343	344	29,25	97,00	-6,14	-5,77	-8,06	0,12	-1,34	0,02
23	344	G63	29,25	95,60	-6,22	-5,82	-8,16	0,17	-1,36	0,03
24	G63	T1343C2	190,67	94,68	-6,27	-5,85	5,35	-0,56	0,89	-0,09

Tabelle 4.3: Die Verbesserungen der horizontalen Winkel und Zenitwinkel
In Tabelle 4.4 sind die Koordinaten der Polygonpunkte ohne und mit Berücksichtigung der Lotabweichungen sowie deren Differenzen angegeben. Eine grafische Darstellung der Koordinatendifferenzen zeigt die Abb. 4.8. Die Differenzen im Rechtswert (Ost-West-Richtung) Y₀-Y_{LOT} und Hochwert (Nord-Süd-Richtung) X₀-X_{LOT} betragen nur wenige Millimeter. Die Differenzen in der Höhe H₀-H_{LOT} betragen maximal rund -5 cm.

Der Einfluss der Lotabweichungen auf die Höhen- und Lagebestimmung zeigt wieder eine gute Übereinstimmung mit Modell 1 (siehe Abb. 4.1a,b,c in Kapitel 4.1).

Ein Vergleich mit der entsprechenden Abb. 4.1 zeigt jetzt bei Lotabweichungskomponenten von etwa –5":

- Die Lagekoordinatenabweichungen haben weitgehed übereinstimmende Werte
- Die Höhenabweichungen haben weitgehend übereinstimmende Werte.

			, 		-					
	Ohne I	otabweichung	en	Mit I	otabweichunge	en	Ohne - Mit			
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
Pun. N.	Yo	Xo	Но	Ylot	Xlot	Hlot	Yo-Ylot	Xo-Xlot	Ho-Hlot	
G11	6534680,281	4859191,228	813,343	6534680,281	4859191,228	813,343	0,000	0,000	0,000	
350	6534760,700	4859247,619	832,019	6534760,700	4859247,619	832,022	0,000	0,000	-0,003	
349	6534841,119	4859304,011	850,696	6534841,119	4859304,010	850,700	0,000	0,001	-0,004	
348	6534921,538	4859360,402	869,372	6534921,537	4859360,402	869,379	0,001	0,000	-0,007	
347	6535001,957	4859416,794	888,049	6535001,956	4859416,793	888,058	0,001	0,001	-0,009	
T1348	6535038,146	4859442,170	896,453	6535038,144	4859442,169	896,463	0,002	0,001	-0,010	
346	6535097,749	4859522,423	894,757	6535097,748	4859522,422	894,769	0,001	0,001	-0,012	
345	6535157,352	4859602,675	893,060	6535157,351	4859602,674	893,075	0,001	0,001	-0,015	
332	6535231,200	4859702,107	898,512	6535231,198	4859702,106	898,530	0,002	0,001	-0,018	
333	6535311,103	4859742,634	906,862	6535311,101	4859742,632	906,882	0,002	0,002	-0,020	
334	6535391,007	4859783,160	915,213	6535391,005	4859783,159	915,235	0,002	0,001	-0,022	
335	6535470,910	4859823,687	923,563	6535470,908	4859823,686	923,587	0,002	0,001	-0,024	
336P	6535550,814	4859864,214	931,913	6535550,811	4859864,212	931,939	0,003	0,002	-0,026	
336	6535630,717	4859904,741	940,263	6535630,715	4859904,739	940,291	0,002	0,002	-0,028	
337	6535710,621	4859945,267	948,613	6535710,618	4859945,266	948,644	0,003	0,001	-0,031	
338	6535790,867	4859985,968	949,461	6535790,864	4859985,966	949,494	0,003	0,002	-0,033	
339	6535888,946	4860035,713	950,498	6535888,943	4860035,711	950,533	0,003	0,002	-0,035	
340	6535953,993	4860136,392	955,680	6535953,990	4860136,390	955,718	0,003	0,002	-0,038	
341	6536019,018	4860237,037	961,709	6536019,016	4860237,035	961,750	0,002	0,002	-0,041	
342	6536084,124	4860337,806	962,652	6536084,122	4860337,804	962,695	0,002	0,002	-0,043	
343	6536149,206	4860438,538	966,044	6536149,203	4860438,536	966,091	0,003	0,002	-0,047	
344	6536214,242	4860539,199	971,697	6536214,239	4860539,197	971,746	0,003	0,002	-0,049	
G63	6536293,809	4860662,350	981,849	6536293,806	4860662,348	981,902	0,003	0,002	-0,053	

Tabelle 4.4: Die Koordinaten des simulierten Zuges ohne und mit Berücksichtigung der Lotabweichungen und die Koordinatendifferenzen [m]



c) Testnetz 3 (Lokve)

Die Lage des Testgebietes 3 im Bereich von Sarajevo ist in den Abb. 4.4 und Abb. 4.9. dargestellt.

Dieses Testgebiet wurde ausgewählt, weil die Lotabweichungen im Bereich für ξ [+7" bis +10"] und η [-1" bis -6"] (Tabelle 4.5) liegen. Das Azimut des untersuchten Liniennetzes liegt im Bereich von 80>Az<130 Gon (Abb. 4.9 und Tabelle 4.5), während die Zenitwinkel den Bereich von 90>Zv<97 Gon abdecken. Tabelle 4.5 zeigt wieder die aus dem DGM berechneten Azimute (Spalte 4) und die Zenitwinkel (Spalte 5). In Spalte 8 sind die Verbesserungen der Zenitwinkel angegeben, die im Bereich von 0,4" bis -9,9" liegen, und in Spalte 9 sind die Verbesserungen der Richtungen angegeben, die sich von -0,7" bis 0,7" erstrecken. In diesem Polygonzug werden kleine Beträge für die Verbesserungen der horizontalen Winkel und die Zenitwinkel erwartet, da die aus dem DGM berechneten Zenitwinkel genähert horizontalen Visuren entsprechen.



Abb. 4.9: Simulation des Polygonzuges von den GPS-Punkten G134 bis G133

In Tabelle 4.6 sind die Koordinaten der Polygonpunkte ohne und mit Berücksichtigung der Lotabweichungen sowie deren Differenzen angegeben. Eine grafische Darstellung der Koordinatendifferenzen ohne und mit Berücksichtigung der Lotabweichungen sowie deren Differenzen zeigt die Abb. 4.10. Die Differenzen im Rechtswert (Ost-West-Richtung) Y₀-Y_{LOT} betragen bis zu 3,5 cm und im Hochwert (Nord-Süd-Richtung) X₀-X_{LOT} bis zu 7,7 cm. Die Differenzen in der Höhe H₀-H_{LOT} betragen maximal -3,6 cm.

Numm.	von	nach	Aij [gon]	Zij [gon]	٤"	ŋ"	Еіј "	Δr_{ij} "	εij [<i>mgon</i>]	$\Delta \mathbf{\hat{r}}_{ij}$ [mgon]
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	G134	T1359C	353,98	89,00	7,74	-1,30	6,66	-0,72	1,11	-0,12
2	G134	2386	86,21	94,27	7,74	-1,30	0,39	0,71	0,07	0,12
3	2386	2385	86,21	94,27	7,79	-1,68	0,03	0,72	0,01	0,12
4	2385	2384	86,21	94,27	7,73	-1,84	-0,14	0,72	-0,02	0,12
5	2384	2383	86,21	94,27	7,85	-2,14	-0,40	0,73	-0,07	0,12
6	2383	2382	132,59	97,09	7,93	-2,39	-5,97	0,26	-0,99	0,04
7	2382	2381	132,59	97,09	8,12	-2,70	-6,33	0,26	-1,06	0,04
8	2381	2380	132,59	97,09	8,34	-3,00	-6,70	0,27	-1,12	0,04
9	2380	2379	132,59	97,09	8,68	-3,48	-7,29	0,27	-1,21	0,04
10	2379	2378	132,59	97,09	8,74	-3,67	-7,48	0,27	-1,25	0,04
11	2378	2377	132,59	97,09	8,89	-3,88	-7,74	0,27	-1,29	0,04
12	2377	2376	132,59	97,09	9,16	-4,32	-8,25	0,27	-1,38	0,04
13	2376	2375	132,59	97,09	9,38	-4,79	-8,77	0,27	-1,46	0,04
14	2375	2374	132,59	97,09	9,67	-5,15	-9,23	0,27	-1,54	0,05
15	2374	2373	132,59	97,09	9,80	-5,49	-9,59	0,27	-1,60	0,04
16	2373	G133	132,59	97,09	9,90	-5,82	-9,92	0,26	-1,65	0,04
17	G133	T1359C	342,41	94,00	9,94	-5,96	10,83	-0,39	1,80	-0,07

Tabelle 4.5: Die Verbesserungen der horizontalen Winkel und Zenitwinkel

	Ohne Lo	otabweichur	ngen	Mit Lo	tabweichung	gen	Ohne - Mit			
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
Pun.N.	Yo	Xo	H₀	Y_{LOT}	XLOT	HLOT	Yo-Ylot	X0-XLOT	Ho-Hlot	
G134	6515078,842	4849287,174	674,628	6515078,842	4849287,174	674,628	0,000	0,000	0,000	
2386	6515180,962	4849309,641	684,062	6515180,962	4849309,641	684,063	0,000	0,000	-0,001	
2385	6515283,083	4849332,108	693,497	6515283,084	4849332,105	693,499	-0,001	0,003	-0,002	
2384	6515385,204	4849354,576	702,931	6515385,206	4849354,568	702,934	-0,002	0,008	-0,003	
2383	6515487,325	4849377,043	712,366	6515487,328	4849377,030	712,370	-0,003	0,013	-0,004	
2382	6515583,983	4849322,733	717,447	6515583,983	4849322,715	717,454	0,000	0,018	-0,007	
2381	6515680,642	4849268,423	722,528	6515680,638	4849268,399	722,538	0,004	0,024	-0,010	
2380	6515777,300	4849214,113	727,608	6515777,293	4849214,084	727,621	0,007	0,029	-0,013	
2379	6515873,958	4849159,803	732,689	6515873,948	4849159,769	732,705	0,010	0,034	-0,016	
2378	6515970,616	4849105,493	737,770	6515970,603	4849105,453	737,789	0,013	0,040	-0,019	
2377	6516067,274	4849051,183	742,851	6516067,257	4849051,137	742,872	0,017	0,046	-0,021	
2376	6516163,932	4848996,872	747,932	6516163,912	4848996,821	747,956	0,020	0,051	-0,024	
2375	6516260,590	4848942,562	753,012	6516260,566	4848942,505	753,040	0,024	0,057	-0,028	
2374	6516357,248	4848888,252	758,093	6516357,221	4848888,188	758,124	0,027	0,064	-0,031	
2373	6516453,906	4848833,942	763,174	6516453,875	4848833,872	763,207	0,031	0,070	-0,033	
G133	6516550,564	4848779,632	768,255	6516550,529	4848779,555	768,291	0,035	0,077	-0,036	

Tabelle 4.6: Die Koordinaten des simulierten Zuges ohne und mit Berücksichtigung der Lotabweichungen und die Koordinatendifferenzen [m]

Die Auswirkungen der Lotabweichungen auf die Lagebestimmung in den Simulationsrechnungen in diesem Polygonzug stimmen gut mit den theoretischen Modellen in Kapitel 4.1 (siehe Abb. 4.3a und 4.3b) überein.

Der Einfluss der Lotabweichungen auf die Höhenbestimmung zeigt eine nicht gute Übereinstimmung mit Modell 1 (siehe Abb. 4.3c in Kapitel 4.1). Die Beträge sind geringer im Vergleich zu Kapitel 4.1.1 und 4.1.2, weil $\xi \neq \eta$ sind. Bei durchschnittlichen Lotabweichungskomponenten von $\xi = 9^{"}$ und $\eta = -4^{"}$ zeigt der Vergleich mit Modell 1:

- Die Lagekoordinatenabweichungen stimmen gut überein
- Die Höhenabweichungen fallen in Modell 2 größer aus.

In Abb. 4.10 sind die Ergebnisse zusätzlich graphisch wiedergegeben.



Abb. 4.10: Differenzen der Koordinaten (m) aus Tabelle 4.6

d) Testnetz 4 (Igman)

Der Polygonzug in Testgebiet 4 (Abb. 4.4 und 4.11) weist sehr unterschiedliche Azimute auf. Sie liegen in dem Bereich von 390>Az<120 Gon. In diesem Testnetz wurden die Lotabweichungen sowohl aus den Terrainmodell gerechnet als auch mit der astrogeodätischen Methode bestimmt (Abb. 3.2 und Tabelle 3.1).



Abb. 4.11: Simulation des Polygonzuges von den GPS-Punkten GPS4 bis 4235

Hier gibt es auch neu bestimmte GPS-Punkte. Tabelle 4.7 zeigt die aus dem DGM berechnete Azimute (Spalte 4) und Zenitwinkel (Spalte 5). In Spalte 8 sind wieder die Verbesserungen der Zenitwinkel angegeben, die im Bereich von 5,2" bis 12,8" liegen, und in Spalte 9 sind die Verbesserungen der Richtungen angegeben, die im Bereich von - 3,4" bis 2,4" liegen.

Tabelle 4.8 zeigt die Koordinaten des simulierten Zuges ohne (Spalten 2, 3 und 4) und mit (Spalten 5, 6 und 7) Berücksichtigung der Lotabweichungen und die Koordinatendifferenzen (Spalten 8, 9 und 10).

In Abb. 4.12 sind die Ergebnisse zusätzlich graphisch wiedergegeben.

										/
Numm.	von	nach	Aij [gon]	Zij [gon]	یں	η"	εij"	∆rij"	εij [<i>mgon</i>]	∆ ſ ij[mgon]
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	GPS4	GPS3	237,147	103,700	10,63	6,95	-12,70	0,00	-2,12	0,00
2	GPS4	33	33,427	95,745	10,63	6,95	12,68	-0,05	2,11	-0,01
3	33	32	33,427	95,745	10,75	6,99	12,81	-0,04	2,13	-0,01
4	32	31	1,037	112,051	10,70	6,97	10,81	1,30	1,80	0,22
5	31	30	1,037	112,051	10,73	6,98	10,84	1,30	1,81	0,22
6	30	29	1,037	112,051	10,93	7,03	11,04	1,31	1,84	0,22
7	29	28	1,037	112,051	11,18	7,10	11,29	1,33	1,88	0,22
8	28	27	1,037	112,051	11,42	7,16	11,54	1,34	1,92	0,22
9	27	26	1,037	112,051	11,62	7,22	11,74	1,35	1,96	0,22
10	26	25	94,769	113,758	11,61	7,22	8,15	-2,41	1,36	-0,40
11	25	24	94,769	113,758	11,50	7,20	8,12	-2,39	1,35	-0,40
12	24	23	94,769	113,758	11,20	7,12	8,02	-2,32	1,34	-0,39
13	23	22	94,769	113,758	11,14	7,10	7,99	-2,31	1,33	-0,38
14	22	21	94,769	113,758	11,05	7,08	7,96	-2,29	1,33	-0,38
15	21	20	94,769	113,758	11,01	7,07	7,95	-2,28	1,32	-0,38
16	20	19	94,769	113,758	10,71	6,99	7,85	-2,22	1,31	-0,37
17	19	18	390,544	117,177	10,65	6,98	9,50	2,35	1,58	0,39
18	18	17	390,544	117,177	10,79	7,02	9,63	2,36	1,61	0,39
19	17	16	390,544	117,177	10,93	7,05	9,77	2,38	1,63	0,40
20	16	15	390,544	117,177	10,92	7,09	9,75	2,39	1,63	0,40
21	15	GPS2	390,544	117,177	11,02	7,08	9,85	2,39	1,64	0,40
22	GPS2	9	390,544	117,177	11,12	7,11	9,95	2,40	1,66	0,40
23	9	10	390,544	117,177	11,22	7,13	10,04	2,41	1,67	0,40
24	10	11	110,361	116,954	11,37	7,17	5,23	-3,38	0,87	-0,56
25	11	12	110,361	116,954	11,22	7,13	5,22	-3,34	0,87	-0,56
26	12	13	110,361	116,954	10,77	7,02	5,18	-3,21	0,86	-0,53
27	13	14	110,361	116,954	10,64	6,99	5,17	-3,17	0,86	-0,53
28	14	GPS1	110,361	116,954	9,99	6,93	5,22	-3,00	0,87	-0,50
29	GPS1	8	26,379	113,870	9,96	6,81	11,86	0,49	1,98	0,08
30	8	7	26,379	113,870	10,03	6,71	11,88	0,47	1,98	0,08
31	7	6	26,379	113,870	10,14	6,75	12,00	0,46	2,00	0,08
32	6	4235	26,379	113,870	10,15	6,86	12,05	0,49	2,01	0,08
33	4235	4237	55,333	106,400	10,14	6,85	11,8	-0,3	1,96	-0,06

Tabelle 4.7: Die Verbesserungen der horizontalen Winkel und Zenitwinkel (Simulation)



Abb. 4.12: Differenzen der Koordinaten (m) aus Tabelle 4.8

Ein Vergleich mit der entsprechenden Abb. 4.1 zeigt hier bei Lotabweichungskomponenten von etwa 10":

- Die Lagekoordinatenabweichungen stimmen gut überein
- Die Höhenabweichungen stimmen gut überein.

4.2.4. Zusammenfassung

Insgesamt kann festgstellt werden, dass die Auswirkungen der Lotabweichungen bei den Simulationsrechnungen mit und ohne DGM (Modell 2 und Modell 1) bei den Lagekoordinaten bis auf wenige cm übereinstimmen. Wenn das DGM hinzugenommen wird, ergeben sich bei den Untersuchungen kleinere Korrekturen. Dies liegt daran, dass sich bei den DGM gestützten Simulationsrechnungen die Parameter (Azimut, Zenitdistanz und Lotabweichungskomponenten) häufiger ändern und damit die Korrekturen sich teilweise kompensieren, was natürlich den Gegebenheiten in der Praxis besser entspricht. Im Detail erklären dies Abb. 3.14 und 3.15. Entsprechende Untersuchungen der Höhenabweichungen ergeben ein ähnliches Bild.

Algemein läßt sich sagen, dass DGM - gestützte Untersuchungen zuverlässigere Ergebnisse liefern, was nachfolgend weiter vertieft werden muß.

Wichtig ist hier noch, dass die Koordinatenabweichungen in Modell 2 nur durch die Lotabweichungen hervorgerufen werden, d.h. es wurde kein Einfluss von Messfehlern berücksichtigt.

Bei durchschnittlichen Lotabweichungskomponenten von 5" bis 10" in dem Testgebiet betragen die Koordinatenabweichungen in den 2-3 km langen linearen Netzen 2-8 cm in der Lage und 4-6 cm in der Höhe.

Tabelle 4.8: Die Koordinaten des simulierten Zuges ohne und mit Berücksichtigung der

	Ohne	Lotabweichung	en	Mitl	otabweichunger	ı	Ohne - Mit		
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Pkt.N.	Yo	Хо	Но	Ylot	Xlot	Hlot	Yo-Ylot	Xo-Xlot	Ho-Hlot
GPS4	6523135,104	4849487,029	1140,082	6523135,104	4849487,029	1140,082	0,000	0,000	0,000
33	6523183,860	4849571,192	1146,594	6523183,860	4849571,192	1146,591	0,000	0,000	0,003
32	6523232,616	4849655,355	1153,107	6523232,617	4849655,355	1153,100	-0,001	0,000	0,007
31	6523234,413	4849765,644	1131,970	6523234,413	4849765,644	1131,960	0,000	0,000	0,010
30	6523236,209	4849875,934	1110,832	6523236,211	4849875,934	1110,821	-0,002	0,000	0,011
29	6523238,006	4849986,225	1089,695	6523238,009	4849986,224	1089,680	-0,003	0,001	0,015
28	6523239,803	4850096,516	1068,558	6523239,808	4850096,514	1068,540	-0,005	0,002	0,018
27	6523241,599	4850206,807	1047,420	6523241,608	4850206,804	1047,399	-0,009	0,003	0,021
26	6523243,396	4850317,098	1026,283	6523243,408	4850317,095	1026,260	-0,012	0,003	0,023
25	6523319,215	4850323,342	1009,579	6523319,228	4850323,337	1009,555	-0,013	0,005	0,024
24	6523395,035	4850329,587	992,875	6523395,048	4850329,580	992,849	-0,013	0,007	0,026
23	6523470,855	4850335,831	976,171	6523470,867	4850335,823	976,143	-0,012	0,008	0,028
22	6523546,676	4850342,075	959,467	6523546,687	4850342,068	959,438	-0,011	0,007	0,029
21	6523622,496	4850348,319	942,763	6523622,507	4850348,314	942,732	-0,011	0,005	0,031
20	6523698,317	4850354,563	926,059	6523698,327	4850354,560	926,027	-0,010	0,003	0,032
19	6523774,138	4850360,808	909,355	6523774,148	4850360,808	909,321	-0,010	0,000	0,034
18	6523765,224	4850420,375	892,695	6523765,232	4850420,374	892,659	-0,008	0,001	0,036
17	6523756,311	4850420,375	892,695	6523756,317	4850420,374	892,659	-0,006	0,001	0,036
16	6523747,398	4850539,510	859,375	6523747,402	4850539,508	859,336	-0,004	0,002	0,039
15	6523738,485	4850599,078	842,715	6523738,489	4850599,076	842,675	-0,004	0,002	0,040
GPS2	6523729,571	4850658,646	826,055	6523729,576	4850658,644	826,013	-0,005	0,002	0,042
9	6523720,658	4850718,214	809,395	6523720,664	4850718,211	809,352	-0,006	0,003	0,043
10	6523711,744	4850777,783	792,735	6523711,752	4850777,780	792,690	-0,008	0,003	0,045
11	6523838,346	4850756,995	757,733	6523838,353	4850756,988	757,687	-0,007	0,007	0,046
12	6523964,948	4850736,206	722,732	6523964,954	4850736,198	722,683	-0,006	0,008	0,049
13	6524091,551	4850715,418	687,730	6524091,557	4850715,410	687,680	-0,006	0,008	0,050
14	6524218,155	4850694,630	652,728	6524218,160	4850694,624	652,676	-0,005	0,006	0,052
GPS1	6524344,760	4850673,841	617,727	6524344,765	4850673,839	617,673	-0,005	0,002	0,054
8	6524370,701	4850732,822	603,461	6524370,704	4850732,821	603,405	-0,003	0,001	0,056
7	6524396,642	4850791,804	589,195	6524396,643	4850791,803	589,137	-0,001	0,001	0,058
6	6524422,583	4850850,786	574,929	6524422,582	4850850,785	574,869	0,001	0,001	0,060
4235	6523838,346	4850756,995	757,733	6523838,353	4850756,988	757,687	-0,007	0,007	0,046

Lotabweichungen und die Koordinatendifferenzen [m]

4.3 Untersuchungen in den Testgebieten basierend auf Messungen (Modell 3)

- 4.3.1 Vergleich der Netzberechnungen mit und ohne Berücksichtigung der Lotabweichungen in Modell 3
- a) Testnetz 1 (Mocioci)

Im Testgebiet 1 (Mocioci) wurde ein Polygonzug zwischen den GPS-Punkten B641 und 18 mit 17 Polygonpunkten gemessen (siehe Abb. 4.13). Der Höhenunterschied des Anfangs-(B641) und Mittelpunkts (10) beträgt ca. 270 m, und weitere 270 m Höhenunterschied bis zu Endpunkt (18).



Abb. 4.13: Gemessener Polygonzug zwischen den GPS-Punkten B641 bis 18

Die realen Azimute und Zenitdistanzen der Polygonzugseiten sind in Tabelle 4.9 in Spalte 4 und 5 angegeben. Die Lotabweichungen in den GPS- und Polygonpunkten (Spalte 6 und 7 in Tabelle 4.9) betragen -1,8" bis 2,0" in der Nord- Südkomponente ξ und -4,2" bis -7,8" in der Ost- Westkomponente η . In den Spalten 8 und 9 in Tabelle 4.9 findet man die Verbesserungen für die Zenitwinkel ϵ_{ij} und für die Horizontalwinkel Δr_{ij} . Die Verbesserungen für die Zenitwinkel ϵ_{ij} betragen -0,41 mgon bis 1,19 mgon. Für die Horizontalrichtung liegen die Verbesserungen im Bereich von - 0,11 mgon bis + 0,26 mgon.

Numm.	von	nach	Aij [gon]	Zij [gon]	٤"	η"	εij [<i>mgon</i>]	Δ r ij [mgon]
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	B641	T1383C1	209,17	99,00	-1,74	-4,16	0,39	-0,01
2	B641	T1383C2	208,52	99,00	-1,74	-4,16	0,38	-0,01
3	B641	1	289,74	120,44	-1,74	-4,16	0,73	-0,06
4	1	2	286,45	113,53	-1,80	-4,30	0,76	-0,03
5	2	3	308,19	93,36	-1,83	-4,43	0,69	0,04
6	3	4	304,18	105,36	-1,78	-4,54	0,74	-0,03
7	4	5	299,37	106,13	-1,71	-4,77	0,80	-0,03
8	5	6	318,49	113,10	-1,69	-4,90	0,70	-0,11
9	6	7	321,39	111,92	-1,52	-5,15	0,73	-0,10
10	7	8	320,74	109,53	-1,35	-5,37	0,78	-0,08
11	8	9	299,61	115,85	-1,06	-5,74	0,96	-0,04
12	9	10	325,01	111,81	-1,02	-5,99	0,86	-0,10
13	10	11	370,00	88,52	-0,83	-6,20	0,35	0,18
14	11	12	395,25	85,56	-0,49	-6,35	0,00	0,24
15	12	13	360,49	97,59	-0,23	-6,42	0,59	0,03
16	13	14	357,08	97,43	0,23	-6,65	0,72	0,03
17	14	15	343,02	78,37	0,66	-6,88	0,96	0,22
18	15	16	356,86	86,38	1,24	-7,30	0,92	0,18
19	16	17	347,44	75,83	1,58	-7,50	1,10	0,26
20	17	18	343,50	93,10	1,88	-7,69	1,19	0,06
21	18	T1383C1	196,63	101,00	2,02	-7,78	-0,40	0,02
22	18	T1383C2	196,18	101,00	2,02	-7,78	-0,41	0,02

Tabelle 4.9: Die Verbesserungen der horizontalen Winkel und Zenitwinkel wegen Lotabweichungen

In Tabelle 4.10 sind die Koordinaten der Polygonpunkte ohne und mit Berücksichtigung der Lotabweichungen sowie deren Differenzen angegeben. Eine grafische Darstellung der Koordinatendifferenzen zeigt die Abb. 4.14. Die Differenzen im Rechtswert (Ost-West-Richtung) Y₀-Y_{LOT} betragen bis zu -1,9 cm und im Hochwert (Nord-Süd-Richtung) X₀-X_{LOT} bis zu -4,4 cm. Die Differenzen in der Höhe H₀-H_{LOT} betragen maximal -4,4 cm.

	Ohne L	otabweichur	igen	Mit Lo	tabweichung	en	Ohne - Mit			
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
Pun.N.	Yo	Xo	H₀	YLOT	X lot	HLOT	Yo-Ylot	X0-XLOT	Ho-Hlot	
B641	6538890,972	4864355,711	1524,411	6538890,972	4864355,711	1524,411	0,000	0,000	0,000	
1	6538765,790	4864335,360	1482,331	6538765,789	4864335,360	1482,335	0,001	0,000	-0,004	
2	6538658,671	4864312,213	1458,738	6538658,669	4864312,214	1458,744	0,002	-0,001	-0,006	
3	6538573,431	4864323,237	1467,546	6538573,430	4864323,238	1467,555	0,001	-0,001	-0,009	
4	6538396,334	4864334,871	1452,707	6538396,332	4864334,873	1452,720	0,002	-0,002	-0,013	
5	6538288,170	4864333,796	1442,292	6538288,168	4864333,799	1442,307	0,002	-0,003	-0,015	
6	6538117,875	4864384,695	1405,266	6538117,873	4864384,702	1405,286	0,002	-0,007	-0,020	
7	6537967,235	4864437,302	1374,964	6537967,234	4864437,313	1374,987	0,001	-0,011	-0,023	
8	6537712,932	4864523,210	1334,493	6537712,933	4864523,230	1334,522	-0,001	-0,020	-0,029	
9	6537508,031	4864521,948	1282,576	6537508,030	4864521,977	1282,609	0,001	-0,029	-0,033	
10	6537372,923	4864577,933	1255,176	6537372,926	4864577,968	1255,211	-0,003	-0,035	-0,035	
11	6537314,902	4864691,796	1278,282	6537314,909	4864691,834	1278,317	-0,007	-0,038	-0,035	
12	6537307,578	4864789,759	1301,075	6537307,587	4864789,797	1301,109	-0,009	-0,038	-0,034	
13	6537196,932	4864944,519	1308,476	6537196,945	4864944,560	1308,512	-0,013	-0,041	-0,036	
14	6537080,080	4865090,746	1316,043	6537080,097	4865090,789	1316,080	-0,017	-0,043	-0,037	
15	6536834,909	4865287,321	1427,148	6536834,928	4865287,365	1427,188	-0,019	-0,044	-0,040	
16	6536750,739	4865391,927	1456,391	6536750,757	4865391,970	1456,432	-0,018	-0,043	-0,041	
17	6536627,878	4865505,282	1523,007	6536627,892	4865505,320	1523,051	-0,014	-0,038	-0,044	
18	6536571,390	4865551,275	1530,901	6536571,403	4865551,311	1530,945	-0,013	-0,036	-0,044	

Tabelle 4.10: Die Koordinaten des gemessen Zuges ohne und mit Berücksichtigung der Lotabweichungen und die Koordinatendifferenzen [m]

Abb.4.14: Differenzen der Koordinaten (m) aus Tabelle 4.10



b) Testnetz 2 (Grdonj)

Im Testgebiet 2 (Grdonj) wurde ein Polygonzug zwischen den GPS-Punkten G11 und G63 mit 22 Polygonpunkten gemessen (siehe Abb. 4.15). Der Höhenunterschied des Anfangs- und Endpunkts beträgt ca. 150m.



Abb. 4.15 : Gemessener Polygonzug zwischen den GPS-Punkten G11 bis G63

Die Azimute und Zenitdistanzen der Polygonzugseiten sind in Tabelle 4.11 in Spalte 4 und 5 angegeben. Die Lotabweichungen in den GPS- und Polygonpunkten (Spalte 6 und 7 in Tabelle 4.11) betragen -3,0" bis -6,3" in der Nord- Südkomponente ξ und -5,8" bis -8,0" in der Ost- Westkomponente η . In Spalte 8 und 9 in Tabelle 4.11 findet man die Verbesserungen für die Zenitwinkel ϵ_{ij} und für die Horizontalwinkel Δr_{ij} . Die Verbesserungen für die Zenitwinkel ϵ_{ij} betragen -1,54 mgon bis 0,89 mgon. Für die Horizontalrichtung liegen die Verbesserungen im Bereich von - 0,13 mgon bis + 0,07 mgon.

In Tabelle 4.12 sind die Koordinaten der Polygonpunkte ohne und mit Berücksichtigung der Lotabweichungen sowie deren Differenzen angegeben. Eine grafische Darstellung der Koordinatendifferenzen zeigt die Abb. 4.16. Die Differenzen im Rechtswert (Ost-West-Richtung) Y₀-Y_{LOT} betragen bis zu -0,2 cm und im Hochwert (Nord-Süd-Richtung) X₀-X_{LOT} bis zu 0,7 cm. Die Differenzen in der Höhe H₀-H_{LOT} betragen maximal -4,2 cm.

Numm.	von	nach	Aij [gon]	Zij [gon]	٤"	η"	εij [<i>mgon</i>]	∆ľij [mgon]			
1	2	3	4	5	6	7	8	9			
1	G11	T1383C2	174,89	92,35	-3,00	-6,00	0,08	-0,13			
2	G11	350	54,53	88,04	-3,60	-6,94	-1,27	0,06			
3	350	349	54,53	88,04	-3,68	-7,84	-1,39	0,07			
4	349	348	54,53	88,04	-3,78	-7,22	-1,32	0,06			
5	348	347	54,53	88,04	-3,88	-7,28	-1,34	0,06			
6	347	T1348	54,53	88,04	-4,01	-7,43	-1,37	0,06			
7	T1348	346	33,09	101,08	-4,07	-7,60	-1,22	-0,01			
8	346	345	33,09	101,08	-4,22	-7,56	-1,24	-0,01			
9	345	332	33,09	97,20	-4,49	-7,30	-1,25	0,03			
10	332	333	59,40	94,07	-4,68	-7,12	-1,42	0,01			
11	333	334	59,40	94,07	-4,77	-7,97	-1,54	0,01			
12	334	335	59,40	94,07	-4,88	-6,83	-1,40	0,00			
13	335	336P	59,40	94,07	-4,97	-6,70	-1,39	0,00			
14	336P	336	59,40	94,07	-5,04	-6,65	-1,39	0,00			
15	336	337	59,40	94,07	-5,10	-6,58	-1,39	0,00			
16	337	338	59,40	99,40	-5,21	-6,44	-1,38	0,00			
17	338	339	59,40	99,40	-5,29	-6,33	-1,37	0,00			
18	339	340	29,25	97,25	-5,44	-6,17	-1,27	0,02			
19	340	341	29,25	96,80	-5,67	-5,94	-1,29	0,02			
20	341	342	29,25	99,50	-5,83	-5,89	-1,31	0,00			
21	342	343	29,25	98,20	-5,99	-5,83	-1,33	0,01			
22	343	344	29,25	97,00	-6,14	-5,77	-1,34	0,02			
23	344	G63	29,25	95,60	-6,22	-5,81	-1,36	0,03			
24	G63	T1383C2	190,67	94,68	-6,27	-5,85	0,89	-0,09			

Tabelle 4.11: Die Verbesserungen der horizontalen Winkel und Zenitwinkel für die Lotabweichungen (Messungen)

 Tabelle 4.12: Die Koordinaten des Zuges ohne und mit Berücksichtigung der

 Lotabweichungen und die Koordinatendifferenzen [m] (von G11 bis G63)

	Ohne l	otabweichung	en	Mit I	otabweichunge	en	Ohne - Mit			
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
Pun. N.	Yo	Хо	Но	Ylot	Xlot	Hlot	Yo-Ylot	Xo-Xlot	Ho-Hlot	
G11	6534680,281	4859191,228	813,343	6534680,281	4859191,228	813,343	0,000	0,000	0,000	
350	6534751,226	4859254,393	831,453	6534751,226	4859254,393	831,454	0,000	0,000	-0,001	
349	6534826,973	4859296,100	850,237	6534826,973	4859296,100	850,240	0,000	0,000	-0,003	
348	6534888,779	4859341,907	865,315	6534888,779	4859341,905	865,320	0,000	0,002	-0,005	
347	6534980,430	4859393,247	889,656	6534980,430	4859393,246	889,664	0,000	0,001	-0,008	
T1348	6535044,951	4859447,027	901,920	6535044,950	4859447,025	901,930	0,001	0,002	-0,010	
346	6535075,232	4859583,984	897,716	6535075,232	4859583,982	897,730	0,000	0,002	-0,014	
345	6535220,909	4859718,753	894,413	6535220,909	4859718,750	894,432	0,000	0,003	-0,019	
332	6535306,618	4859798,856	899,461	6535306,619	4859798,853	899,482	-0,001	0,003	-0,021	
333	6535390,788	4859839,496	908,086	6535390,788	4859839,492	908,109	0,000	0,004	-0,023	
334	6535453,171	4859871,176	916,145	6535453,171	4859871,172	916,170	0,000	0,004	-0,025	
335	6535512,005	4859908,678	921,772	6535512,005	4859908,674	921,799	0,000	0,004	-0,027	
336P	6535529,438	4859958,690	927,081	6535529,438	4859958,686	927,109	0,000	0,004	-0,028	
336	6535577,616	4859962,790	930,197	6535577,616	4859962,786	930,226	0,000	0,004	-0,029	
337	6535666,004	4860021,269	940,654	6535666,004	4860021,265	940,686	0,000	0,004	-0,032	
338	6535772,604	4860041,255	941,636	6535772,604	4860041,250	941,670	0,000	0,005	-0,034	
339	6535866,546	4860117,257	941,807	6535866,546	4860117,252	941,834	0,000	0,005	-0,027	
340	6535906,324	4860230,491	946,940	6535906,325	4860230,485	946,969	-0,001	0,006	-0,029	
341	6535948,417	4860377,892	954,825	6535948,418	4860377,886	954,858	-0,001	0,006	-0,033	
342	6535996,319	4860497,585	955,867	6535996,320	4860497,579	955,903	-0,001	0,006	-0,036	
343	6536063,006	4860609,082	959,418	6536063,008	4860609,076	959,456	-0,002	0,006	-0,038	
344	6536140,688	4860692,299	964,828	6536140,690	4860692,292	964,869	-0,002	0,007	-0,041	
G63	6536159,575	4860777,575	970,906	6536159,577	4860777,569	970,948	-0,002	0,006	-0,042	



Abb. 4.16: Differenzen der Koordinaten (m) aus Tabelle 4.12

c) Testnetz 3 (Lokve)

Im Testgebiet 3 (Lokve) wurde ein Polygonzug zwischen den GPS-Punkten G134 und G133 mit 14 Polygonpunkten gemessen (siehe Abb. 4.17). Der Höhenunterschied des Anfangs- und Endpunkts beträgt ca. 120 m.

Die Azimute und Zenitdistanzen der Polygonzugseiten sind in Tabelle 4.13 in Spalte 4 und 5 angegeben. Die Lotabweichungen in den GPS- und Polygonpunkten (Spalte 6 und 7 in Tabelle 4.13) betragen 1,5" bis 9,9" in der Nord- Südkomponente ξ und -0,8" bis -6,0" in der Ost- Westkomponente η . In Spalte 8 und 9 in Tabelle 4.13 findet man die Verbesserungen für die Zenitwinkel ϵ_{ij} und für die Horizontalwinkel Δr_{ij} . Die Verbesserungen für die Zenitwinkel ϵ_{ij} betragen -1,79 mgon bis 1,61 mgon. Für die Horizontalrichtung liegen die Verbesserungen im Bereich von - 0,06 mgon bis + 0,19 mgon.

In Tabelle 4.14 sind die Koordinaten der Polygonpunkte ohne und mit Berücksichtigung der Lotabweichungen sowie deren Differenzen angegeben. Eine grafische Darstellung der Koordinatendifferenzen zeigt die Abb. 4.18. Die Differenzen im Rechtswert (Ost-West-Richtung) Y₀-Y_{LOT} betragen bis zu 2,3 cm und im Hochwert (Nord-Süd-Richtung) X₀-X_{LOT} bis zu 3,9 cm. Die Differenzen in der Höhe H₀-H_{LOT} betragen maximal -3,6 cm.



Abb. 4.17 : Gemessener Polygonzug zwischen den GPS-Punkten G134 bis G133

Tabelle 4,13: Korrektur	der horizontalen	Winkel und	7enitwinkel	wegen l	otabweichung
	aci non zontaten	minice and		MCSCII L	Jocubriciciung

Numm.	von	nach	Aij [gon]	Zij [gon]	ື້	η"	εij [<i>mgon</i>]	Δ fij [mgon]
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	T1359C	G134	353,96	111,20	1,45	-0,81	0,27	0,01
2	G134	2386	72,26	91,33	7,74	-1,30	0,35	0,17
3	2386	2385	64,86	96,07	7,79	-1,68	0,44	0,08
4	2385	2384	104,72	90,70	7,73	-1,84	-0,40	0,19
5	2384	2383	104,45	91,88	7,85	-2,14	-0,45	0,16
6	2383	2382	122,82	95,74	7,93	-2,39	-0,84	0,07
7	2382	2381	144,42	101,66	8,12	-2,70	-1,21	-0,02
8	2381	2380	153,99	99,91	8,34	-3,00	-1,37	0,00
9	2380	2379	113,95	91,50	8,68	-3,48	-0,88	0,17
10	2379	2378	129,66	101,15	8,74	-3,67	-1,20	-0,02
11	2378	2377	132,13	97,91	8,89	-3,88	-1,28	0,03
12	2377	2376	125,18	94,59	9,16	-4,32	-1,25	0,10
13	2376	2375	158,01	95,30	9,38	-4,79	-1,72	0,02
14	2375	2374	137,39	94,69	9,67	-5,15	-1,61	0,07
15	2374	2373	148,07	93,64	9,80	-5,49	-1,79	0,06
16	2373	G133	2,75	103,88	9,90	-5,82	1,61	-0,06
17	G133	T1359C	342,41	110,10	9,94	-5,96	1,80	0,11

	Ohne Lo	otabweichun	igen	Mit Lo	tabweichung	gen	0	hne - M	it
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Pun.N.	Yo	Xo	H₀	YLOT	XLOT	HLOT	Y0-YLOT	X ₀ -X _{LOT}	Ho-Hlot
G134	6515078,842	4849287,174	674,628	6515078,842	4849287,174	674,628	0,000	0,000	0,000
2386	6515190,539	4849339,168	691,525	6515190,539	4849339,168	691,526	0,000	0,000	-0,001
2385	6515296,281	4849404,289	699,107	6515296,281	4849404,288	699,107	0,000	0,001	0,000
2384	6515405,653	4849396,165	715,423	6515405,653	4849396,162	715,425	0,000	0,003	-0,002
2383	6515486,936	4849390,477	725,730	6515486,936	4849390,472	725,734	0,000	0,005	-0,004
2382	6515581,617	4849355,009	732,612	6515581,616	4849355,002	732,618	0,001	0,007	-0,006
2381	6515672,710	4849278,619	729,544	6515672,707	4849278,609	729,553	0,003	0,010	-0,009
2380	6515749,572	4849191,471	729,520	6515749,566	4849191,459	729,533	0,006	0,012	-0,013
2379	6515858,905	4849167,110	744,514	6515858,899	4849167,095	744,529	0,006	0,015	-0,015
2378	6515975,417	4849108,512	742,608	6515975,408	4849108,493	742,626	0,009	0,019	-0,018
2377	6516104,142	4849037,406	747,246	6516104,131	4849037,384	747,268	0,011	0,022	-0,022
2376	6516274,588	4848966,233	762,818	6516274,574	4848966,204	762,845	0,014	0,029	-0,027
2375	6516339,035	4848883,122	770,722	6516339,018	4848883,091	770,752	0,017	0,031	-0,030
2374	6516443,558	4848813,543	781,165	6516443,539	4848813,509	781,198	0,019	0,034	-0,033
2373	6516547,548	4848715,673	795,349	6516547,525	4848715,635	795,387	0,023	0,038	-0,038
G133	6516550,463	4848782,973	791,246	6516550,442	4848782,934	791,282	0,021	0,039	-0,036

Tabelle 4.14: Die Koordinaten des Zuges ohne und mit Berücksichtigung der Lotabweichungen und die Koordinatendifferenzen [m] (von G134 bis G133)

Abb. 4.18: Differenzen der Koordinaten (m) aus Tabelle 4.14



d) Testnetz 4 (Igman)

Im Testgebiet 4 (Igman) wurde ein Polygonzug zwischen den GPS-Punkten G4 und 4235 mit 30 Polygonpunkten gemessen (siehe Abb. 4.19). Der Höhenunterschied des Anfangs- und Endpunkts beträgt ca. 620 m.

Die Azimute und Zenitdistanzen der Polygonzugseiten sind in Tabelle 4.15 in Spalte 4 und 5 angegeben. Die Lotabweichungen in den GPS- und Polygonpunkten (Spalte 6 und 7 in Tabelle 4.15) betragen 10,0" bis 11,6" in der Nord- Südkomponente ξ und 6,7" bis 7,2 " in der Ost- Westkomponente η . In Spalte 8 und 9 in Tabelle 4.15 findet man die Verbesserungen für die Zenitwinkel ϵ_{ij} und für die Horizontalwinkel Δr_{ij} . Die Verbesserungen für die Zenitwinkel ϵ_{ij} betragen -0,01 mgon bis 2,28 mgon. Für die Horizontalrichtung liegen die Verbesserungen im Bereich von -0,68 mgon bis + 0,71 mgon.



Abb. 4.19: Gemessener Polygonzug zwischen den GPS-Punkten GPS4 bis 4235

In Tabelle 4.16 sind die Koordinaten der Polygonpunkte ohne und mit Berücksichtigung der Lotabweichungen sowie deren Differenzen angegeben. Eine grafische Darstellung der Koordinatendifferenzen zeigt die Abb. 4.20. Die Differenzen im Rechtswert (Ost-West-Richtung) Y_0-Y_{LOT} betragen bis zu -1,5 cm und im Hochwert (Nord-Süd-Richtung) X_0-X_{LOT} bis zu 0,9 cm. Die Differenzen in der Höhe H_0-H_{LOT} betragen maximal 5,7 cm.

Numm.	von	nach	Aij [gon]	Zij [gon]	ξ"	η"	εij [<i>mgon</i>]	Δ f ij [mgon]
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	GPS3	GPS4	37,15	97,30	10,54	6,85	2,10	0,00
2	GPS4	33	6,35	99,72	10,63	6,95	1,88	0,00
3	33	32	53,32	107,95	10,75	6,99	2,06	-0,07
4	32	31	21,61	113,17	10,70	6,97	2,07	0,11
5	31	30	399,72	113,33	10,73	6,98	1,78	0,25
6	30	29	392,52	111,43	10,93	7,03	1,67	0,25
7	29	28	376,08	109,16	11,18	7,10	1,30	0,26
8	28	27	7,52	114,68	11,42	7,16	2,03	0,23
9	27	26	35,50	106,28	11,62	7,22	2,28	0,00
10	26	25	104,80	107,00	11,61	7,22	1,05	-0,22
11	25	24	113,78	108,96	11,50	7,20	0,76	-0,30
12	24	23	77,95	108,98	11,20	7,12	1,75	-0,19
13	23	22	119,68	115,44	11,14	7,10	0,56	-0,53
14	22	21	62,95	111,98	11,05	7,08	2,00	-0,17
15	21	20	93,32	118,01	11,01	7,07	1,36	-0,49
16	20	19	64,18	117,79	10,71	6,99	1,94	-0,26
17	19	18	5,59	122,13	10,65	6,98	1,87	0,36
18	18	17	380,18	112,28	10,79	7,02	1,35	0,32
19	17	16	37,95	114,40	10,93	7,05	2,17	-0,01
20	16	15	381,18	107,53	10,92	7,09	1,40	0,20
21	15	GPS2	368,39	105,51	11,02	7,08	1,05	0,17
22	GPS2	9	359,93	117,62	11,12	7,11	0,80	0,58
23	9	10	358,56	120,92	11,22	7,13	0,77	0,71
24	10	11	79,00	120,68	11,37	7,17	1,74	-0,47
25	11	12	107,14	112,22	11,22	7,13	0,97	-0,39
26	12	13	104,23	115,46	10,77	7,02	1,05	-0,46
27	13	14	137,18	117,32	10,64	6,99	-0,01	-0,59
28	14	GPS1	124,62	120,97	9,99	6,93	0,44	-0,68
29	GPS1	8	65,12	113,27	9,96	6,81	1,83	-0,17
30	8	7	1,69	108,16	10,03	6,71	1,70	0,14
31	7	6	352,99	109,83	10,14	6,75	0,49	0,31
32	6	4235	31,37	103,09	10,15	6,86	2,03	0,01
33	4235	4237	61,73	105,54	10,14	6,85	1,90	-0,07

Tabelle 4.15: Die Verbesserungen der horizontalen Winkel und Zenitwinkel für die Lotabweichungen (Messungen)

	Ohne	Lotabweichung	en	Mit I	otabweichunge	en	Ohne - Mit		t
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Pun. N.	Yo	Xo	Но	Ylot	Xlot	Hlot	Yo-Ylot	Xo-Xlot	Ho-Hlot
GPS4	6523135,104	4849487,029	1140,082	6523135,104	4849487,029	1140,082	0,000	0,000	0,000
33	6523145,250	4849588,424	1140,491	6523145,250	4849588,424	1140,490	0,000	0,000	0,001
32	6523224,609	4849659,917	1127,028	6523224,609	4849659,917	1127,023	0,000	0,000	0,005
31	6523236,993	4849694,984	1119,245	6523236,993	4849694,984	1119,238	0,000	0,000	0,007
30	6523236,383	4849834,483	1089,419	6523236,383	4849834,482	1089,409	0,000	0,001	0,010
29	6523218,626	4849984,991	1062,275	6523218,630	4849984,989	1062,261	-0,004	0,002	0,014
28	6523176,258	4850092,416	1045,829	6523176,265	4850092,415	1045,812	-0,007	0,001	0,017
27	6523195,217	4850252,179	1008,253	6523195,229	4850252,177	1008,231	-0,012	0,002	0,022
26	6523238,833	4850322,116	1000,199	6523238,848	4850322,112	1000,175	-0,015	0,004	0,024
25	6523295,557	4850317,832	993,807	6523295,571	4850317,826	993,782	-0,014	0,006	0,025
24	6523433,420	4850287,521	973,853	6523433,433	4850287,513	973,825	-0,013	0,008	0,028
23	6523476,169	4850302,952	967,576	6523476,183	4850302,943	967,548	-0,014	0,009	0,028
22	6523515,703	4850290,323	957,225	6523515,717	4850290,314	957,196	-0,014	0,009	0,029
21	6523553,920	4850315,473	948,471	6523553,933	4850315,465	948,440	-0,013	0,008	0,031
20	6523722,457	4850333,220	899,183	6523722,468	4850333,215	899,148	-0,011	0,005	0,035
19	6523769,834	4850363,094	883,201	6523769,844	4850363,091	883,165	-0,010	0,003	0,036
18	6523780,199	4850480,820	840,206	6523780,206	4850480,816	840,167	-0,007	0,004	0,039
17	6523763,225	4850533,573	829,751	6523763,231	4850533,569	829,710	-0,006	0,004	0,041
16	6523810,591	4850603,394	810,418	6523810,596	4850603,389	810,375	-0,005	0,005	0,043
15	6523795,365	4850653,376	804,119	6523795,370	4850653,372	804,075	-0,005	0,004	0,044
GPS2	6523771,800	4850696,878	799,777	6523771,805	4850696,874	799,735	-0,005	0,004	0,042
9	6523748,474	4850728,906	788,437	6523748,480	4850728,902	788,394	-0,006	0,004	0,043
10	6523709,501	4850780,075	766,613	6523709,509	4850780,072	766,569	-0,008	0,003	0,044
11	6523820,718	4850818,155	726,869	6523820,727	4850818,150	726,825	-0,009	0,005	0,044
12	6524032,697	4850794,289	685,399	6524032,706	4850794,281	685,354	-0,009	0,008	0,045
13	6524098,688	4850789,901	668,880	6524098,697	4850789,893	668,835	-0,009	0,008	0,045
14	6524169,881	4850742,846	644,947	6524169,890	4850742,839	644,902	-0,009	0,007	0,045
GPS1	6524341,741	4850672,873	581,527	6524341,752	4850672,875	581,478	-0,011	-0,002	0,049
8	6524485,283	4850760,474	546,069	6524485,288	4850760,482	546,015	-0,005	-0,008	0,054
7	6524486,992	4850824,946	537,760	6524486,995	4850824,955	537,705	-0,003	-0,009	0,055
6	6524433,724	4850883,473	525,766	6524433,725	4850883,479	525,710	-0,001	-0,006	0,056
4235	6524447,056	4850908,307	524,349	6524447,056	4850908,314	524,292	0,000	-0,007	0,057

 Tabelle 4.16: Die Koordinaten des Zuges ohne und mit Berücksichtigung der

 Lotabweichungen und die Koordinatendifferenzen [m]



Bei einem Vergleich der Koordinaten, die in Modell 3 mit und ohne Berücksichtigung der Lotabweichungen erhalten wurden, ergaben sich Differenzen in der Lage von 2-4 cm und in der Höche von 4-6 cm. Diese Differenzen spiegeln den Einfluß der Lotabweichungen auf die Koordinaten wieder. Die Größenordnung entspricht etwa auch der der erwartbaren Messfehler.

4.3.2 Vergleich der Ergebnisse von Modell 3 und Modell 1

a) Testnetz 1

Die Auswirkungen der Lotabweichungen auf die Lagekoordinaten und Höhen stimmen nicht mit denen in Modell 1 in Kapitel 4.1 (siehe Abb. 4.3a und 4.3b) überein, wenn wir durchschnittlich von Lotabweichungskomponenten von 5" ausgehen. Die Differenzen in den Höhenabweichungen betragen maximal -4,4 cm und in den Abweichungen der Lagekoordinaten ebenfalls bis -4,4 cm. Aufgrund der Variationen der Azimute der Polygonzugseiten und auch wegen $\xi \neq \eta$ ist der Einfluss der Lotabweichung auf die Höhen und Lagekoordinaten geringer als in Modell 1 in Kapitel 4.1 (siehe Abb. 4.3c).

b) Testnetz 2

Die Auswirkungen der Lotabweichungen auf Lagekoordinaten in dem Modell mit den praktischen Messungen stimmen sehr gut mit denen des Modells 1 in Kapitel 4.1 (siehe Abb. 4.1a und 4.1b) überein, wenn für die Lotabweichungen durchschnittlich $\xi=\eta=-5''$ angesetzt wird. Der Einfluss der Lotabweichungen auf die Höhenbestimmung zeigt eine gute Übereinstimmung mit Modell 1 (siehe Abb. 4.1c in Kapitel 4.1).

c) Testnetz 3

Die Auswirkungen der Lotabweichungen auf Lagekoordinaten in dem Modell mit den praktischen Messungen stimmt näherungsweise bis auf 4 cm mit Modell 1 in Kapitel 4.1 (siehe Abb. 4.3a und 4.3b) überein. Der Einfluss der Lotabweichungen auf die Höhenbestimmung zeigt eine nicht gute Übereinstimmung mit Modell 1 (siehe Abb. 4.3c in Kapitel 4.1). Aufgrund des unterschiedlichen Azimuts der Polygonzugseite ist der Einfluss der Lotabweichung auf die Höhen geringer als im theoretischen Modell in Kapitel 4.1 (siehe Abb. 4.3c).

d) Testnetz 4

Die Auswirkungen der Lotabweichungen auf die Lagekoordinaten der praktischen Messungen stimmen gut mit Kapitel 4.1 (siehe Abb. 4.1a und 4.1b) überein. Der Einfluss der Lotabweichungen auf die Höhenbestimmung zeigt ebenfalls eine gute Übereinstimmung mit dem Modell 1 (siehe Abb. 4.1c).

Ein Vergleich der Koordinatenabweichungen in Modell 1 und 3 zeigt, dass diese sich maximal um 4-6 cm unterscheiden. Dies läßt vermuten, dass die Messungen mit guter Qualität ausgeführt wurden. Bei Polygonzügen von 2-3 km Länge in einem schwierigen Gelände muß aufgrund von Messfehlern mit Abweichungen von 3-4 cm gerechnet werden.

4.3.3 Vergleich der Ergebnisse von Modell 2 (DGM gestützt) und Modell 3 (durch Messungen gestützt)

Der Vergleich soll anhand des Einflusses der Lotabweichungen in beiden Modellen durchgeführt werden. Den Einfluss der Lotabweichungen bekommen wir, wenn wir die Differenz bilden zwischen den Koordinatenbilden (Y_0 , X_0 , H_0), die noch den Einfluss der Lotabweichungen enthalten und den Koordinaten (Y_{LOT} , X_{LOT} , H_{LOT}), die vom Einfluss der Lotabweichungen befreit sind bilden. In den nachfolgenden Tabellen zeigen die Spalten zwei, drei und vier die berechneten Koordinatenunterschiede für Modell 3 die Spalten fünf, sechs und sieben die berechneten Koordinatenunterschiede für Modell 2.

a) Testnetz 1

Die Differenzen in Tabelle 4.17 zeigen für beide Modelle ähnliche Ergebnisse jeweils für das gesamte Netz. Wie Tabelle 4.17a zeigt, betragen die Mittelwerte der Differenzen (für Modell 3) -0,006m für die Y-Koordinaten, -0,024m für die X-Koordinaten und -0,028m für die H-Höhen. Die Maximalwerte der Differenzen ergaben sich zu -0,019m in den Y-Koordinaten, -0,044m in den X-Koordinaten und -0,044m in den H-Höhen.

	C	hne - M	it	Ohne - Mit			
		Modell 3 Mod			Modell 2		
1	2	3	4	5	6	7	
Pun.N.	Y0-YLOT	X0-XLOT	H0-HLOT	Y_{0} - Y_{LOT}	X ₀ -Xlot	H0-HLOT	
B641	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	
1	0,001	0,000	-0,004	0,001	-0,001	-0,002	
2	0,002	-0,001	-0,006	0,000	-0,001	-0,004	
3	0,001	-0,001	-0,009	0,001	-0,002	-0,007	
4	0,002	-0,002	-0,013	0,001	-0,003	-0,008	
5	0,002	-0,003	-0,015	0,001	-0,006	-0,011	
6	0,002	-0,007	-0,020	0,001	-0,009	-0,013	
7	0,001	-0,011	-0,023	0,001	-0,011	-0,016	
8	-0,001	-0,020	-0,029	0,001	-0,014	-0,019	
9	0,001	-0,029	-0,033	-0,001	-0,015	-0,019	
10	-0,003	-0,035	-0,035	-0,003	-0,015	-0,021	
11	-0,007	-0,038	-0,035	-0,004	-0,017	-0,024	
12	-0,009	-0,038	-0,034	-0,006	-0,017	-0,026	
13	-0,013	-0,041	-0,036	-0,007	-0,017	-0,030	
14	-0,017	-0,043	-0,037	-0,008	-0,018	-0,034	
15	-0,019	-0,044	-0,040	-0,009	-0,017	-0,037	
16	-0,018	-0,043	-0,041				
17	-0,014	-0,038	-0,044				
18	-0,013	-0,036	-0,044				

Tabelle 4.17: Die Differenzen der Koordinaten [m] des Zuges ohne und mit Berücksichtigung der Lotabweichungen (Testgebiet 1)

Die Mittelwerte der Differenzen (für Modell 2) betragen -0,002m für die Y-Koordinaten, -0,011m für die X-Koordinaten und -0,018m für die H-Höhe. Die Maximalwerte der Differenzen ergaben sich zu -0,009m in den Y-Koordinaten, -0,017m in den X-Koordinaten und -0,037m in den H-Höhen.

	dYmess	dX _{Mess}	dHmess	dYsim	dXSim	dHSim
Maximalwert	-0,013	-0,036	-0,044	-0,009	-0,017	-0,037
Mittelwert	-0,006	-0,024	-0,028	-0,002	-0,011	-0,018

Tabelle 4.17a: Die statistischen Parameter für die Punkte in der Tabelle 4.17

Die Maximalwerte und Mittelwerte der Differenzen dY, dX, dH stimmen für Modell 2 und Modell 3 durchschnittlich auf 1 cm überein.

b) Testnetz 2

Die Differenzen in Tabelle 4.18 zeigen für beide Modelle ähnliche Ergebnisse jeweils für das gesamte Netz. Wie Tabelle 4.18a zeigt, betragen die Mittelwerte der Differenzen (für Modell 3) -0,000m für die Y-Koordinaten, 0,004m für die X-Koordinaten und -0,024m für die H-Höhen. Die Maximalwerte der Differenzen ergaben sich zu -0,002m in den Y-Koordinaten, 0,006m in den X-Koordinaten und -0,042m in den H-Höhen.

Die Mittelwerte der Differenzen (für Modell 2) betragen 0,002m für die Y-Koordinaten, 0,001m für die X-Koordinaten und -0,026m für die H-Höhen. Die Maximalwerte der Differenzen ergaben sich zu 0,003m in den Y-Koordinaten, 0,002m in den X-Koordinaten und -0,053m in den H-Höhen.

	dYmess	dX _{Mess}	dH _{Mess}	dYSim	dXSim	dHSim
Maximalwert	-0,002	0,006	-0,042	0,003	0,002	-0,053
Mittelwert	-0,000	0,004	-0,024	0,002	0,001	-0,026

Tabelle 4.18a: Die statistischen Parameter für die Punkte in der Tabelle 4.18

Die Maximalwerte und Mittelwerte der Differenzen dY, dX, dH stimmen für Modell 2 und Modell 3 durchschnittlich auf wenige mm überein.

		Ohne - Mit		Ohne - Mit			
		Modell 3			Modell 2		
1	2	3	4	5	6	7	
Pun. N.	Yo-Ylot	Xo-Xlot	Ho-Hlot	Yo-Ylot	Xo-Xlot	Ho-Hlot	
G11	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	
350	0,000	0,000	-0,001	0,000	0,000	-0,003	
349	0,000	0,000	-0,003	0,000	0,001	-0,004	
348	0,000	0,002	-0,005	0,001	0,000	-0,007	
347	0,000	0,001	-0,008	0,001	0,001	-0,009	
T1348	0,001	0,002	-0,010	0,002	0,001	-0,010	
346	0,000	0,002	-0,014	0,001	0,001	-0,012	
345	0,000	0,003	-0,019	0,001	0,001	-0,015	
332	-0,001	0,003	-0,021	0,002	0,001	-0,018	
333	0,000	0,004	-0,023	0,002	0,002	-0,020	
334	0,000	0,004	-0,025	0,002	0,001	-0,022	
335	0,000	0,004	-0,027	0,002	0,001	-0,024	
336P	0,000	0,004	-0,028	0,003	0,002	-0,026	
336	0,000	0,004	-0,029	0,002	0,002	-0,028	
337	0,000	0,004	-0,032	0,003	0,001	-0,031	
338	0,000	0,005	-0,034	0,003	0,002	-0,033	
339	0,000	0,005	-0,027	0,003	0,002	-0,035	
340	-0,001	0,006	-0,029	0,003	0,002	-0,038	
341	-0,001	0,006	-0,033	0,002	0,002	-0,041	
342	-0,001	0,006	-0,036	0,002	0,002	-0,043	
343	-0,002	0,006	-0,038	0,003	0,002	-0,047	
344	-0,002	0,007	-0,041	0,003	0,002	-0,049	
G63	-0,002	0,006	-0,042	0,003	0,002	-0,053	

Tabelle 4.18: Die Differenzen der Koordinaten [m] des Zuges ohne und mit Berücksichtigung der Lotabweichungen (Testgebiet 2)

c) Testnetz 3

Die Differenzen in Tabelle 4.19 zeigen im gesamten Netz für beide Modelle ähnliche Ergebnisse jeweils für das gesamte Netz. Wie Tabelle 4.19a zeigt, betragen die Mittelwerte der Differenzen (für Modell 3) 0,009m für die Y-Koordinaten 0,018m für die X-Koordinaten und -0,017m für die H-Höhen. Die Maximalwerte der Differenzen ergaben sich zu 0,023m in den Y-Koordinaten, 0,039m in den X-Koordinaten und -0,038m in den H-Höhen.

Die Mittelwerte der Differenzen (für Modell 2) betragen 0,012m für die Y-Koordinaten, 0,036m für die X-Koordinaten und -0,017m für die H-Höhen. Die Maximalwerte der Differenzen ergaben sich zu 0,035m in den Y-Koordinaten, -0,077m in den X-Koordinaten und -0,036m in den Höhen.

		Ohne - Mit		Ohne - Mit			
		Modell 3			Modell 2		
1	2	3	4	5	6	7	
Pun. N.	Yo-Ylot	Xo-Xlot	Ho-Hlot	Yo-Ylot	Xo-Xlot	Ho-Hlot	
G134	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	
2386	0,000	0,000	-0,001	0,000	0,000	-0,001	
2385	0,000	0,001	0,000	-0,001	0,003	-0,002	
2384	0,000	0,003	-0,002	-0,002	0,008	-0,003	
2383	0,000	0,005	-0,004	-0,003	0,013	-0,004	
2382	0,001	0,007	-0,006	0,000	0,018	-0,007	
2381	0,003	0,010	-0,009	0,004	0,024	-0,010	
2380	0,006	0,012	-0,013	0,007	0,029	-0,013	
2379	0,006	0,015	-0,015	0,010	0,034	-0,016	
2378	0,009	0,019	-0,018	0,013	0,040	-0,019	
2377	0,011	0,022	-0,022	0,017	0,046	-0,021	
2376	0,014	0,029	-0,027	0,020	0,051	-0,024	
2375	0,017	0,031	-0,030	0,024	0,057	-0,028	
2374	0,019	0,034	-0,033	0,027	0,064	-0,031	
2373	0,023	0,038	-0,038	0,031	0,070	-0,033	
G133	0,021	0,039	-0,036	0,035	0,077	-0,036	

Tabelle 4.19: Die Differenzen der Koordinaten [m] des Zuges ohne und mit Berücksichtigung der Lotabweichungen (Testgebiet 3)

Tabelle 4.19a: Die statistischen Parameter für die Punkte in der Tabelle 4.19

	dYmess	dX _{Mess}	dHmess	dYSim	dXSim	dHSim
Maximalwert	0,023	0,039	-0,038	0,035	0,077	-0,036
Mittelwert	0,009	0,018	-0,017	0,012	0,036	-0,017

Die Maximalwerte und Mittelwerte der Differenzen dY, dX, dH stimmen für Modell 2 und Modell 3 durchschnittlich auf wenige mm überein. Nur bei den X-Koordinaten gibt es größere Abweichungen. Vermutlich liegt hier ein gröberer Fehler vor, der noch nicht geklärt werden konnte.

d) Testnetz 4

Die Differenzen in Tabelle 4.20 zeigen ebenfalls für beide Modelle ähnliche Ergebnisse. Wie Tabelle 4.19a zeigt, betragen die Mittelwerte der Differenzen (für Modell 3) -0,007m für die Y-Koordinaten, 0,003m für die X-Koordinaten und 0,034m für die H-Höhen. Die Maximalwerte der Differenzen ergaben sich zu -0,014m in den Y-Koordinaten, 0,009m in den X-Koordinaten und 0,057m in den H-Höhen.

Die Mittelwerte der Differenzen (für Modell 2) betragen -0,006m für die Y-Koordinaten, 0,003m für die X-Koordinate und 0,034m für die Höhen. Die Maximalwerte der Differenzen ergaben sich zu -0,013m in der Y-Koordinate, 0,008m in der X-Koordinate und 0,060m in der Höhen.

Tubelle 1.200. Die Statistist	rubelle 1.200. Die Statistischen Faraneter far die Fankte in der Fabelle 1.20								
	dYmess	dX _{Mess}	dHmess	dYsim	dXsim	dHsim			
Maximalwert	-0,014	0,009	0,057	-0,013	0,008	0,060			
Mittelwert	-0,007	0,003	0,034	-0,006	0,003	0,034			

Tabelle 4.20a: Die statistischen Parameter für die Punkte in der Tabelle 4.20

Differenzen dY, dX, dH stimmen für Modell 2 und Modell 3 durchschnittlich bis auf 1 cm überein.

Ohne - Mit				Ohne - Mit			
		Modell 3			Modell 2		
1	2	3	4	5	6	7	
Pun. N.	Yo-Ylot	Xo-Xlot	Ho-Hlot	Yo-Ylot	Xo-Xlot	Ho-Hlot	
GPS4	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	
33	0,000	0,000	0,001	0,000	0,000	0,003	
32	0,000	0,000	0,005	-0,001	0,000	0,007	
31	0,000	0,000	0,007	0,000	0,000	0,010	
30	0,000	0,001	0,010	-0,002	0,000	0,011	
29	-0,004	0,002	0,014	-0,003	0,001	0,015	
28	-0,007	0,001	0,017	-0,005	0,002	0,018	
27	-0,012	0,002	0,022	-0,009	0,003	0,021	
26	-0,015	0,004	0,024	-0,012	0,003	0,023	
25	-0,014	0,006	0,025	-0,013	0,005	0,024	
24	-0,013	0,008	0,028	-0,013	0,007	0,026	
23	-0,014	0,009	0,028	-0,012	0,008	0,028	
22	-0,014	0,009	0,029	-0,011	0,007	0,029	
21	-0,013	0,008	0,031	-0,011	0,005	0,031	
20	-0,011	0,005	0,035	-0,010	0,003	0,032	
19	-0,010	0,003	0,036	-0,010	0,000	0,034	
18	-0,007	0,004	0,039	-0,008	0,001	0,036	
17	-0,006	0,004	0,041	-0,006	0,001	0,036	
16	-0,005	0,005	0,043	-0,004	0,002	0,039	
15	-0,005	0,004	0,044	-0,004	0,002	0,040	
GPS2	-0,005	0,004	0,042	-0,005	0,002	0,042	
9	-0,006	0,004	0,043	-0,006	0,003	0,043	
10	-0,008	0,003	0,044	-0,008	0,003	0,045	
11	-0,009	0,005	0,044	-0,007	0,007	0,046	
12	-0,009	0,008	0,045	-0,006	0,008	0,049	
13	-0,009	0,008	0,045	-0,006	0,008	0,050	
14	-0.009	0.007	0.045	-0.005	0.006	0.052	
GPS1	-0.011	-0.002	0.049	-0.005	0.002	0.054	
8	-0.005	-0.008	0.054	-0.003	0.001	0.056	
7	-0.003	-0.009	0.055	-0.001	0.001	0.058	
6	-0.001	-0.005	0.056	-0.001	0.001	0.050	
0	0,001	-0.007	0.057	-0.007	0.007	0,000	
11 12 13 14 GPS1 8 7 6 4235	-0,009 -0,009 -0,009 -0,011 -0,011 -0,005 -0,003 -0,001 0,000	0,005 0,008 0,007 -0,002 -0,008 -0,009 -0,006 -0,007	0,044 0,045 0,045 0,045 0,049 0,054 0,055 0,056 0,057	-0,007 -0,006 -0,005 -0,005 -0,003 -0,001 -0,001 -0,007	0,007 0,008 0,008 0,006 0,002 0,001 0,001 0,001 0,001	0,046 0,049 0,050 0,052 0,054 0,056 0,058 0,060 0,046	

Tabelle 4.20: Die Differenzen der Koordinaten [m] des Zuges ohne und mit
Berücksichtigung der Lotabweichungen (Testgebiet 4)

Zusammenfassend kann man sagen: es wurde nachgewiesen, dass auch Modell 2 den Einfluß der Lotabweichungen mit einer Genauigkeit von etwa 1 cm widergibt. Mit Modell 2 kann also ausreichend genau überprüft werden, ob die Lotabweichungen in einem tatsächlich gemessenen Netz berücksichtigt werden müssen. 4.3.4 Vergleich der Ergebnisse aus terrestrischen Messungen (Modell 3) in den Testnetzen mit den übergeordneten GPS Netzen

Im Rahmen der praktischen Tests wurden Berechnungen der linearen Netz ohne und mit Berücksichtigung der Lotabweichungen (Θ) in vier verschiedenen Testgebieten im Raum Sarajevo durchgeführt. Es gab jeweils am Anfang und im Endbereich der Netze mittels GPS eingemessene Punkte. In den nachfolgenden Tabellen werden die verschiedenen Ergebnisse der Messungen mittels GPS, mit den terrestrischen Messungen ohne und mit Lotabweichungen verglichen.

Tabelle 4.21: Koordinatenvergleich für Punkt 18 (GPS, ohne und mit Lotabweichungen) im Testgebiet 1 (Abb. 4.9)

Pkt. 18	Y	Х	H
GPS	6536571,443	4865551,321	1530,974
OhneΘ	6536571,390	4865551,275	1530,901
MitΘ	6536571,403	4865551,311	1530,945

Die Koordinatendifferenzen GPS-Mit Θ (bzw. GPS-Ohne Θ) in der Tabelle 4.21 betragen bei Punkt 18 ca. 4 cm (5,0 cm) in der Y-Koordinate, ca. 1 cm (5,5 cm) in der X-Koordinate und ca. 3 cm (7,3 cm) in der Höhe.

Tabelle 4.22: Koordinatenvergleiche für Punkt G63 (GPS, ohne und mit Lotabweichungen) im Testgebiet 2 (Abb. 4.10)

Pkt. G63	Y	Х	Н
GPS	6536159,623	4860777,531	970,973
Ohne⊖	6536159,575	4860777,575	970,906
MitΘ	6536159,577	4860777,569	970,948

Die Koordinatendifferenzen GPS-Mit Θ (bzw. GPS-Ohne Θ) in der Tabelle 4.22 betragen bei Punkt G63 ca. 4,5 cm (4,8 cm) in der Y-Koordinate, ca. 4 cm (5,6 cm) in der X-Koordinate und ca. 2,5 cm (6,7 cm) in der Höhe.

Tabelle 4.23: Koordinatenvergleiche für Punkt G133 (GPS, ohne und mit Lotabweichungen) im Testgebiet 3 (Abb. 4.11)

Pkt. G133	Y	Х	Н
GPS	6516550,419	4848782,899	791,321
Ohne⊖	6516550,463	4848782,972	791,246
MitΘ	6516550,442	4848782,934	791,282

Die Koordinatendifferenzen GPS-Mit Θ (bzw. GPS-Ohne Θ) in der Tabelle 4.23 treten bei Punkt G133 mit ca. -2 cm (-5,6 cm) in der Y-Koordinate, mit ca. -3,5 cm (-7,3 cm) in der X-Koordinate und mit ca. 4 cm (7,5 cm) in der Höhe auf.

Pkt. GPS1	Y	Х	Н
GPS	6524341,863	4850673,053	581,483
One _O	6524341,741	4850672,873	581,527
MitΘ	6524341,752	4850672,875	581,478
Pkt. GPS2	Y	Х	Н
GPS	6523771,724	4850696,891	799,698
One⊙	6523771,800	4850696,878	799,777
MitΘ	6523771,805	4850696,874	799,735
Pkt. 4235	Y	Х	Н
	6524446,896	4850908,600	524,258
One	6524447,056	4850908,307	524,349
MitΘ	6524447,056	4850908,314	524,292

Tabelle 4.24: Koordinatenvergleiche für Punkte GPS1, GPS2 und GPS5 (GPS, ohne und mit Lotabweichungen) im Testgebiet 4 (Abb. 4.12)

Die Koordinatendifferenzen GPS-Mit Θ (bzw. GPS-Ohne Θ) in der Tabelle 4.24 betragen bei Punkt GPS1 ca. 11 cm (12 cm) in der Y-Koordinate, ca. 17 cm (17 cm) in der X-Koordinate und ca. 1 cm (5,6 cm) in der H-Höhe.

Die Koordinatendifferenzen GPS-Mit Θ (bzw. GPS-Ohne Θ) in der Tabelle 4.24 betragen bei Punkt GPS2 ca. -8 cm (-7,6 cm) in der Y-Koordinate, ca. 2 cm (1 cm) in der X-Koordinate und ca. 4 cm (8 cm) in der H-Höhe.

Die maximalen Koordinatendifferenzen GPS-Mit Θ (bzw. GPS-Ohne Θ) im Testgebiet vier (siehe Tabelle 4.24) treten bei Punkt 4235 mit ca. 16 cm (16,0 cm) in der Y-Koordinate, mit ca. 29 cm (29,3 cm) in der X-Koordinate und mit ca. 3 cm (9,1 cm) in der H-Höhe auf. Der Punkt 4235 wurde nicht mit GPS bestimmt, er ist Teil des städtischen Polygonnetzes. Bei der Berechnung dieses Netzes wurden keine Lotabweichungen berücksichtigt. Dies kann der Grund für die großen Abweichungen der Koordinaten dieses Punkts. Insgesamt treten hier größere Koordinatendifferenzen auf, da:

- Das Gelände und der Bewuchs nur eine geringere Messgenauigkeit zuließen,
- Die Anzahl der Punkte größer war,
- grobe Messfehler zu Differenzen in den Lagekoordinaten geführt haben.

In Allgemeinen zeigt sich auch im Testnetz 4 eine klare Verbesserung der Höhen Koordinate bei Anbringung der Lotabweichung während die Lagekoordinaten kaum verbessert wurden.

4.4 Diskussion der drei Modelle

In Kapitel 4.1 wurden modellhaft die maximalen Auswirkungen der Lotabweichungen auf Punkte linearer Netze untersucht. In Abb. 4.1 und 4.3 wurde gezeigt, dass diese Einflüsse auf die Lagekoordinaten und Höhen einige Dezimeter abhängig von der Größe der Lotabweichungskomponenten (ξ , η) betragen können. So können zum Beispiel für einen Polygonzug mit einer Länge von bis zu 3 km (häufiger Fall in Ingenieurnetzen) die Auswirkungen der Lotabweichungskomponenten in der Größenordnung von bis 10" und Vertikalwinkel im Netz bis zu 15 Gon Abweichungen der Lagekoordinaten von bis zu 0,20 m (Abb. 4.3a, b) und in der Höhe von bis zu 0,15 m (Abb. 4.1c) hervorrufen. Diese Werte ergeben sich unter den theoretischen Annahmen $\xi=\eta$ und Polygonzugsazimuten von 50^{gon} +k*100^{gon}.

Bei Modell 2 wurden mit Hilfe eines DGM die Netzpunkte direkt am Geländemodell aufgesetzt, d.h. die Parameter Azimute und Zenitwinkel schwanken. Die so geplanten Netze entsprechen in ihrem Design weitgehend dem der später real gemessenen Netze. Es zeigte sich, daß die Auswirkungen der Lotabweichungen bis zu 50% kleiner ausfallen können, was auf die größeren Schwankungen der Polygonzugsazimute und Lotabweichungskomponenten zurückzuführen ist.

In Modell 3 üben neben den Lotabweichungen auch die Messfehler Einfluss auf die Koordinaten aus. Die Auswertungen zeigen:

- in den hier geplanten Netzen beeinflussen die Lotabweichungskomponenten (sie betragen durchschnittlich 5") die Koordinaten in der gleichen Größenordnung wie die Messfehler, d.h. der Einfluss der Lotabweichungen ist bei solchen Netzen zu berücksichtigen.
- Es bestätigt sich erneut, dass mit Modell 2 der Einfluss der Lotabweichungen bereits recht praxisnahe abgeschätzt werden kann.

Die Ergebnisse zwischen Modell 2 und Modell 3 (Die Maximalwerte der Differenzen dY, dX, dH) stimmen durchschnittlich bis auf 1 cm überein.

5. Zusammenfassung und Ausblick

Bei hochgenauen modernen Vermessungen sind die Lotabweichungen zu berücksichtigen, sobald die Visuren um mehr als einige Grade von der Horizontalen abweichen.

Im Hügelland erreichen diese Effekte einige Bogensekunden, im Gebirge das Zehnfache davon. Dass z. B. die Vermessung älterer Tunnelbauten trotzdem relativ genau ist, liegt an der annähernden Symmetrie der meisten Gebirgsketten.

Die in dieser Arbeit beschriebene Lotabweichungsbestimmung für die Region Sarajevo ermöglicht es für beliebige Punkte innerhalb dieser Region die beiden Lotabweichungskomponenten zu prädizieren. Somit sind die Voraussetzungen erfüllt, klassisch-geodätische Meßergebnisse vom Einfluss der Lotabweichungen zu befreien und sie so auf weitgehend geometrische Grundlage zu reduzieren.

Die Berechnung der Lotabweichungskomponenten (ξ und η) mit den Quader- und FFT-Methoden zeigte, dass für die praktische Anwendung des linearen Netzwerks erfolgreich beide Methoden angewandt werden können. Die Unterschiede der mit diesen Methoden berechneten Lotabweichungen sind in den Grenzen der Genauigkeit der Messungen der horizontalen und vertikalen Winkel.

Dem praktisch tätigen Vermessungstechniker stehen mit der Quadermethode und FFT effiziente Methoden zur hochauflösenden Berechnung der Lotabweichung zur Verfügung.

Im Rahmen dieser Arbeit wurde untersucht, inwieweit sich die 3D Koordinaten des Liniennetzes unterscheiden, wenn sie mit und ohne Berücksichtigung der Lotabweichungen berechnet werden. Die Differenz der Lösung der simulierten Beobachtungen (Modell 2) und jene der wahren Messungen (Modell 3) lag innerhalb der geforderten Genauigkeit des Ingenieur-geodätischen Netzes ist.

Im dieser Arbeit wurde weiters gezeigt, dass sich die Lotabweichungen insbesondere auf die Höhen auswirken. Für zweidimensionale lineare Netze wird sich deren Einfluss auch auswirken, da die Zenitwinkel zur Streckenreduktion verwendet werden. Bei der dreidimensionalen Netzausgleichung werden die Zenitwinkel hingegen maßgeblich zur Höhenbestimmung herangezogen, so dass sich eine Vernachlässigung der Lotabweichungen bei den Genauigkeiten der Höhen, aber durchaus auch bei den Lagekoordinaten zeigen wird.

Es muss jedoch angemerkt werden, dass die Berücksichtigung der Lotabweichungen auch das Netz orientiert (die Lotrichtung legt die Orientierung der Zenitwinkel fest) und deshalb bei einer dreidimensionalen Ausgleichung in der Regel Auswirkungen auf die bestimmten Koordinaten haben wird. Dies zeigen die durchgeführten Linearnetzausgleichungen ganz deutlich.

Bei durchschnittlichen Lotabweichungenskomponenten von 5" bis 10" im Testgebiet Sarajevo betragen die wegen den Lotabweichungen auftretenden Koordinatenabweichungen in den 2-3 km langen linearen Netzen in der Lage 2-4 cm und in der Höhe 4-6 cm.

Die Einbeziehung der Lotabweichungen führte zu einer deutlichen Verbesserung der ungleichmäßigen Netzqualität (damit eliminieren wir den Einfluss der Massenanziehung auf die Messgeräte und damit der unterschiedlichen Neigung der Lotlinie gegen die Ellipsoidnormale), was den Schluss zulässt, dass die Berücksichtigung von Lotabweichungen in einem Netzgebiet mit bewegter Topographie zwingend erforderlich ist cm-Genauigkeit der um in Koordinatenbestimmung zu erreichen.

Die nun vorliegende Kenntnis der Lotabweichungen in Region Sarajevo und die uns verfügbaren mathematisch-numerischen Verfahren (FFT- und Quadermethode) stellen somit ein ausgereiftes Werkzeug zur Geometrisierung klassischer geodätischer Daten dar und damit zur sauberen Verknüpfung mit GPS-Daten - eine absolute Notwendigkeit für die Zukunft moderner Ingenieurgeodäsie.

Literaturverzeichnis

- Austrian Geodetic Commission (AGC): The Gravity Field in Austria, Geodätische Arbeiten Österreichs für die internationale Erdmessung, Band III Graz, 1983.
- Austrian Geodetic Commission (AGC): The Gravity Field in Austria, Geodätische Arbeiten Österreichs für die internationale Erdmessung, Band IV Graz, 1987.
- Bašić T.: Predavanja iz kolegija Fizikalna Geodezija, Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb, 2009.
- Benz F., Rinner K.: Die Entfernungsmessung mit elektro-magnetischen Wellen und ihre geodätische Anwendung. JEK, Band VI, Handbuch der Vermessungskunde, J.B. Metzlersche Verlagsbuchhandlung, Stuttgart, 1966.
- Bilajbegović A., Hofman-Wellenhof B., Lichtenegger H.: Osnovni geodetski radovisuvremene metode GPS, Tehnička knjiga, Zagreb 1991.
- Daxinger W.: Astrogravimetrische Geoidbestimmung für Ingenieurprojekte, Geowiss. Mitt. 45, TU Wien, Wien 1996.
- Drews H.(ed.): Geodetic Reference Frames, International Association of Geodesy Symposia 134, Seite 131-136, Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2009.
- Đonlagić E.: Određivanje astronomskih latituda na tačkama lokalnog profila geoida na području Sarajeva, Geodetski glasnik, Sarajevo, 1988, br. 30, str. 60-69.
- Donlagić E.: Meridijanski profil geoida Grada Sarajeva po metodi astronomskog nivelmana, Geodetski glasnik, Sarajevo, 1989, br. 31, str. 34-41.
- Elmaghraby S.: Anlage und Optimierung von Tunnelnetzen mit Durschlagsergebnissen einiger schematischer Beispiele, Geowiss. Mitt. 162, Universität Hannover, Hannover 1989.
- Elmiger A.: Studien über die Berechnung von Lotabweichungen aus Massen, Interpolation von Lotabweichungen und Geoidbestimmung in der Schweiz. Mitt. Institut für Geodäsie und Photogrammetrie ETH Zürich, Nr. 12, Dissertation, 1969.
- Fischer J.-C., Hayotte M., Mayoud M. und Trouche, G. (1986): Underground Geodesy. In Symposium Applied Geodesy for particle Accelerators, CERN, Schweiz, April 1986.
- Forsberg R.: A Study of Terrain Reductions, Density Anomalies and Geophysical Inversion Methods in Gravity Field Modelling. The Ohio State University, Report 355; Columbus, Ohio, 1984.
- Gerstbach G., Bretterbauer K.: Die astro-geodätische Arbeiten der TU-Wien. Das

Geoid in Österreich - Geodätische Arbeiten Österreichs für die internationale Erdmessung, 1983.

- Gleinsvik P.: Studien über die Ermittlung der Geoidform und die Bestimmung von Meereshöhen aus Höhenwinkeln, Volume 7 of Mitteilungen aus dem Geodätischen Institut an der Eidgenössischen Technischen Hochschule in Zürich, Dissertationsdruckerei Leemann, 1960
- Grgić I.: Specifičnosti geodetske osnove u tunelogradnji. Magistarski rad, Geodetski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Zagreb 2003.
- Grüninger W.: Zur topographisch-isostatischen Reduktion der Schwere. Dissertation, Universität Fridericiana zu Karlsruhe, 1990.
- Gurtner W.: Das Geoid in der Schweiz, Techn. Hochsch., Diss., Zürich 1978.
- Heister H, Liebl W.: Zur Messunsicherheit von Kreiselmessungen im Gotthard-Basistunnel, Geomatik Schweiz, Heft 12, 2010.
- Heiskanen A. W., Moritz H.: Physical Geodesy, W.H. Freeman and Company, San Francisco and London, 1967.

Hildebrandt, G. (1996): Fernerkundung und Luftbildmessung für Forstwirtschaft, Vegetationskartierung und Landschaftsökologie. -- 676 S., Wichmann Verlag (Karlsruhe), 1996.

- Hofmann-Wellenhof B., Lichtenegger H., Collins J. (2001): GPS: Theory and Practice, 5th edition, Springer Verlag, Wien/New York.
- Huyo H.: Theorie und Praxis globaler Bezugssysteme, Geowiss. Mitt. 149, Technische Universität München, 1998.
- Jung K. : Schwerkraftverfahren in der angewandten Geophysik, Verlagsgesellschaft Geest und Portig, 1961.
- Kahmen H.: Vermessungskunde II, 14. Auflage, neu übearbeitete und erweiterte Auflage, Walter de Gruyter, Berlin-New York 1986.
- Kahmen H.: Vermessungskunde, 18. Auflage, das Lehrbuch, Walter de Gruyter, Berlin-New York 1993.
- Kahmen H., u.a.: Ein modulares Konzept zur Absteckung von Hochgeschwindigkeitstrassen. In: Der Vermessungsingenieur 4/1998:115-121, 1998.
- Kahmen H.: Vermessungskunde, 20. Auflage, das Lehrbuch, Walter de Gruyter, Berlin-New York 2006.
- Klaus H.: Grimm-Pitzinger A.: Genauigkeits- und Zuverlässigkeitskriterien für die Planung von Tunnelnetzen, Institutsmitteilungen Heft 12, Innsbruck, 1987.
- Kofler A.: Berücksichtigung der Lotabweichungseinflüsse in Deformationsnetzen

am Beispiel Druckschachthang Kaunertalkraftwerk, Dipl.-Arb., Techn. Univ., Instut für Geodäsie und Geophysik, Wien 1991.

- Kovačević D.: A Priori Genauigkeitsbeurteilung der Durchschlagsfehler unterirdischer Bauwerke in Hinblick auf Methoden der Ausgleichung der ober- und unterirdischen Netze und der Absteckung. Disertation, TU Graz, 1987.
- Krüger J., Niemeier W.: Genauigkeits- und Zuverlässigkeitsanalyse bei der Anlage von Tunnelabsteckungsnetzen, IX. Internationaler Kurs für Ingenieurvermessung, Graz, 1984, Beitrag D17.
- Mayer M.: Theoretische Untersuchungen über die Genauigkeit der dreidimensionalen terrestrischen Punktbestimmung, Deutsche Geodätische Kommission, Heft Nr. 244, 1978.
- Möser M., Müller G., Schlemmer H., Werner H. (Hrsg.): Handbuch Ingenieurgeodäsie, Band: Grundlagen. 3. Auflage, Wichmann Verlag, Heidelberg 2000.
- Muminagic A.: Ispitivanje realnog geoida u Jugoslaviji. Dissertation, Beograd, 1971.
- Muminagic A.: Ispitivanje realnog geoida u Jugoslaviji. Geodetski list, Zagreb, 1974, št. 1, str. 6-12.
- Muminagic A.: Viša geodezija I, Građevinski fakultet u Sarajevu, Sarajevo, 1981.
- Muminagic A.: Viša geodezija II, Građevinski fakultet u Sarajevu, Naučna knjiga, Beograd, 1981.
- Nielsen, C. S., R. Forsberg, S. Ekholm, J. J. Mohr (1998): SAR interferometry for improved terrain corrections in surface and airborne gravimetry. In Forsberg et al. (1998): 529-534.
- Pasalic N.: Inžinjerska geodezija, Građevinski fakultet u Sarajevu, Univerzitetska knjiga, Sarajevo, 1995.
- Reingart E.: Lotabweichungen aus sichtbaren Massen berechnet mit Hilfe einer Rechenanlage für das Basisvergrößerungsnetz Heerbrugg. Deutsche Geodätische Kommission, Reiche C, Heft Nr. 114, München, 1968.
- Riesen H-U., Schweizer B., Schlatter A., Wiget A.: Tunnelvermessung des BLS-AlpTransit Lötschberg- Basistunnels. Geomatik Schweiz 11/2005.
- Schödlbauer A.: Bezugsysteme und Koordinatentransformationen für geodätische und navigatorische Arbeiten mit dem Global Positioning System. In: Das Global Positioning System im praktischen Einzatz der Landes- und Ingenieurvermessung. Schriftenreiche des Studienganges Vermessungswesen der Universität der Bundeswehr, Heft 45, München 1993.
- Schüler T.: Berechnung der topografischen Anteile von Lotabweichungen, 1997

http://ifen.bauv.unibw-muenchen.de/software/gravap/ html/schoenb/topolote.htm

- Schwarz, K.-P., M. G. Sideris, R. Forsberg (1990): The use of FFT techniques in physical geodesy. Geophys. J. Int. 100: 485-514.
- Siemssen, K.H.: Grundzüge der Tunnelbauvermessung bei verschiedenartigen Tunnelbauverfahren. ZfV, Volumen 108, Heft Nr. 10, 1983.
- Smith, W. H., D. T. Sandwell (1994): Bathymetric prediction from dense satellite altimetry and sparce shipboard bathymetry. JGR 99: 21803-21824.
- Solarić N., Špoljarić D.: Nezavisna astronomska kontrola vanjske geodetske mreže tunela "Mala Kapela", Geod. list 2005, 1, 15-30.
- Stopar B., Kuhar M.: Moderni geodetski koordinatni sistemi in astrogeodetska mreža Slovenije, Geodetski vesnik, Ljubljana, 2001, br. 45, str. 11-26.
- Stengele R., Schätti I.: Grundlagen- und Hauptkontrollmessung im Gotthard-Basistunnel. Geomatik Schweiz 12/2010.
- Sünkel H.: Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen und Photogrammetrie (ÖZfVuPh) 76. Jg. (1988), Heft 3.
- Taletovic J. (2002): Accuracy and reliability research of GPS observations processing as functions of vector lengths, time of observation, using diverse software, master of Science Thesis, University of Sarajevo, Faculty of Civil Engineering, Sarajevo 2002, B&H
- Taletovic J. (2003): Istraživanje tačnosti i pouzdanosti obrade GPS mjerenja s različitim softverima kao funkcija dužine vektora i vremena mjerenja, Geodetski glasnik broj 36 (5-23), Savez udruženja građane geodetske struke Bosne i Hercegovine, Sarajevo 2003, B&H
- Torge W.: Geodäsie. Hrsg. Göschen, Walter de Gruyter, Berlin-New York 1975
- *Torge W*.: Untersuchungen zur Höhen- und Geoidbestimmung im dreidimensionalen Testnetz Westharz. Z.f.Verm.wesen 102, 173-186, 1977.
- Torge W. (1980): Geodesy. Walter de Gruyter, New York, Berlin.
- Torge W. (2002): Geodäsie. Hrsg. Göschen, Walter de Gruyter, Berlin-New York.
- Torge W. (2003): Geodäsie. 2., vollständig überarbeitete und erweiterte Auflage, Walter de Gruyter, Berlin-New York.
- von Fabeck W. (1980): Kreiselgeräte, Vogel-Verlag, Würzburg 1980.
- Weber R.: Lokale Schwerefeldmodellierung unter Berücksichtigung spektraler Methoden zur Geländereduktion, Geowiss. Mitt. 35, TU Wien, Wien 1990.
- Zakatov, P.S. (1976): Kurs vysšej geodezii. Moskva.

Zanini M.: Hochpräzise Azimutbestimmung mit Vermessungskreiseln, Eidgenössische
Technische Hochschule Zürich, Institut für Geodäsie und Photogrammetrie, Bericht 209, 1992.

Zanini M., Stengele R., Plazibat M.: Kreiselazimute in Tunnelnetzen unter Einfluss des Erdschwerefeldes, Eidgenössische Technische Hochschule Zürich, Institut für Geodäsie und Photogrammetrie, Bericht 214, 1993.

Weblinks:

URL1: www.weblexikon.de/Jean_Baptiste_Biot.html (27.04.2011.)

URL2:www.geof.hr/~zhecimovic/PFG_Predavanja/PFG_Predavanja.htm(27.04.2011)

URL3: http://www.euref.eu/euref_egrs.html (25.02.2012.)

Lebenslauf

Name		Jasmin Taletović				
Geburtstag und Ort	07.01.1970	Vučkovci, Gradačac, Bosnien und Herzegowina				
Familienstand	Februar 2008	Verheiratet mit Zekija Duranović (Inginieurin of Science), zwei Kinder				
Schulbildung	1977 - 1985 1985 - 1989	Grundschule in Srnice Mittelschule für Bautechnik und Geodäsi in Tuzla				
Militärdienst	1989- 1990 1992- 1995	Grundwehrdienst Grundwehrdienst				
Akademisches Studium	1990- 1998 Januar 1998 2000- 2002 August 2002	Studium an der Bauwesen Fakultät in Sarajevo, Studienrichtung Geodäsie Diplomingenieur der Geodäsie (Grad erworben an der Bauwesen Fakultät in Sarajevo, Studienrichtung Geodäsie) Masterstudium in der Bauwesen Fakultät in Sarajevo, Studienrichtung Geodäsie Master of technik Science (Grad erworben an der Bauwesen Fakultät in Sarajevo, Studienrichtung Geodäsie)				
Berufstätigkeit	1998- 2002 Dezember 2002 seit 2005	Institut für Geodäsie in Sarajevo, Facharbeiter Institut für Raumplanung für Kanton Sarajevo, Chef der Abteilung für Geodäsie OberAssistent an der Bauwesenfakultät, Abteilung für Geodäsie, Universität in Sarajevo				
Weiterausbildung	April 2003	Fachprüfung für Oberfacharbeiter in der Organe der Regierung				
Weiterstudium in Österreich	2005 - 2014	Abteilung Angewandete Geodäsie und Ingenieurgeodäsie 128/3 des Instituts für Geodäsie und Geophysik der Technischen Universität Wien				

ANHANG A

Die folgende Tabelle 1 beinhaltet die Terrainkorrekturgrößen, berechnet nach der Quadermethode.

Tabelle 1: Die Lotabweichungskomponente ξ (in Nord-Süd Richtung) und η (in Ost-West Richtung)

	Pkt.N.	X [m]	Y [m]	H [m]	ξ["]	η ["]		Pkt.N.	X [m]	Y [m]	H [m]	ξ["]	η ["]
1	B641	4864355,61	6538890,97	431,50	-1,740	-4,160	54	D246	4856759,21	6529925,46	489,36	-1,300	-2,280
2	B789	4860307,94	6512931,58	435,65	1,020	0,190	55	D247	4856260,75	6531762,84	504,32	0,530	-3,630
3	B890	4847442,25	6533774,55	446,53	-0,610	-7,040	56	D248	4856928,71	6532774,17	508,23	-0,330	-4,200
4	D023	4868860,88	6515070,52	459,28	0,570	1,220	57	D249	4855574,41	6528109,67	511,77	1,290	-1,660
5	D024	4865695,90	6515265.40	485.92	3.430	0.010	58	D250	4854927.39	6535519.28	518.25	6.380	-6.680
6	D029	4862623,98	6515375,42	487,31	-1,010	-0,080	59	D251	4853477,77	6534924,65	521,28	-1,080	-10,740
7	D030	4860062,50	6515486,18	490,32	-1,070	0,090	60	D252	4852713,73	6531314,82	522,18	1,880	-3,210
8	D060	4848799,58	6514961,50	497,35	8,800	-1,840	61	D253	4852762,58	6528056,02	522,23	3,090	-0,380
9	D160	4844747,43	6522124,71	502,71	4,610	4,560	62	D254	4851855,48	6525383,37	524,60	6,360	3,280
10	D161	4847158,81	6525566,38	511,57	7,040	8,940	63	D255	4854227,64	6530623,57	527,95	0,930	-2,680
11	D162	4847897,95	6523206,76	517,01	8,200	6,290	64	D256	4859046,83	6530037,08	530,18	-2,370	-0,660
12	D163	4848805,65	6520052,52	518,24	9,830	-1,300	65	D257	4851438,02	6534558,24	531,94	2,190	-8,200
13	D164	4846464,32	6516054,85	521,03	10,830	-7,930	66	D258	4850566,73	6531449,75	538,20	3,520	-2,810
14	D165	4845191,78	6515003,47	540,39	18,040	-3,990	67	D259	4850627,68	6528757,95	546,89	3,710	0,060
15	D166	4851024,15	6515156.07	544.49	4.260	0.580	68	D260	4847377.10	6529367.96	555.99	4.180	3.360
16	D167	4851893,48	6517606.97	559.26	6.060	-3.800	69	D261	4847641.15	6533713.94	559.95	-0.450	-7.060
17	D168	4851125.89	6522870.75	560.31	13.470	7.720	70	D262	4846312.06	6532970.34	571.30	1.820	-2.480
18	D169	4850242.80	6526160.84	563.01	7.900	4,500	71	D296	4844370.98	6537200.11	572.48	3.300	-10,180
19	D170	4853564.71	6526275.91	565.15	3.140	-0.400	72	D300	4847518.92	6536800.91	575.43	2.080	-8.420
20	D171	4854334,16	6522440.48	573.56	4.940	3.510	73	D301	4851212.17	6537818.60	580.68	-1.670	-5.880
21	D172	4853518.22	6518645.09	580.01	5.650	-1.520	74	D306	4853410.00	6538665.44	588.63	6.010	2.240
22	D173	4854066.02	6515743.87	596.25	1.820	0.820	75	D307	4855508.02	6539271.42	595.21	-1.000	-3,160
23	D174	4858331.78	6515321.92	607.40	2.910	1.470	76	D308	4857108.13	6536812.70	599.77	0.790	-4.930
24	D175	4856870.40	6519042.13	609.51	1.880	1.780	77	D311	4860063.06	6538763.38	612.90	-6.210	-4.870
25	D176	4856774.85	6522831.44	628.37	1.290	1.700	78	D314	4863587.56	6539493.88	617.94	-3.980	-2.670
26	D177	4857060.60	6525370.42	630.00	0.270	-0.360	79	D316	4868681.54	6539812.79	636.36	1.210	-2.760
27	D178	4859652.98	6525394.37	632,99	-1.350	-0.470	80	GPL751	4850950.00	6524456.64	649.32	10,180	6.870
28	D179	4859792.04	6521941.52	643.70	-2.210	1.330	81	SRJV	4858239.73	6533672.46	681.68	-1.670	-4.550
29	D180	4859895,59	6518909.50	645.28	-2.690	1.040	82	T1342	4863397.82	6532316.73	688.89	-3.250	-7.070
30	D181	4861862,48	6518525,25	646,50	-0,630	0,730	83	T1343	4863713,80	6527983,39	702,64	-3,900	-4,050
31	D182	4861176,56	6522200,83	657,21	-2,690	2,500	84	T1345	4861933,43	6529155,45	711,96	-2,470	-3,220
32	D183	4861784,96	6526128,33	678,23	-2,310	1,230	85	T1348	4859446,99	6535044,98	751,51	-4,070	-7,610
33	D184	4863756,56	6524761,15	690,04	1,400	1,830	86	T1349	4858648,60	6537470,19	764,31	-2,880	-7,520
34	D185	4863831,84	6520947,39	695,14	1,280	0,200	87	T1351	4856891,80	6535902,01	788,11	2,790	-6,250
35	D186	4865240,70	6525131,67	698,08	-2,190	-3,540	88	T1354	4860596,74	6527311,99	799,86	-0,400	-4,220
36	D187	4866270,17	6522674,73	708,60	1,200	-1,160	89	T1357	4860348,65	6518353,76	809,76	-1,350	-0,620
37	D188	4865995,22	6518873,43	798,09	1,950	-0,510	90	T1358	4856932,01	6515059,47	821,18	0,850	0,530
38	D189	4868616,75	6520994,08	807,20	0,230	0,610	91	T1359	4851454,89	6513187,55	832,67	1,400	-0,810
39	D190	4870216,17	6519458,75	832,16	0,670	0,490	92	T1362	4850989,95	6526523,91	883,69	6,150	2,930
40	D229	4869902,94	6536803,06	886,88	0,250	-6,170	93	T1364	4856149,92	6518947,49	901,40	1,470	1,450
41	D232	4867630,56	6527345,79	896,94	-4,350	-0,440	94	T1365	4856761,58	6521126,55	926,75	1,560	1,510
42	D233	4866371,58	6532453,87	908,24	-5,230	-2,420	95	T1366	4858852,11	6522151,47	937,43	-2,150	1,820
43	D234	4866490,68	6535848,99	935,65	4,710	-9,230	96	T1367	4858643,69	6525760,06	957,60	-0,560	-1,610
44	D236	4864851,78	6527827,46	961,53	-1,160	-4,920	97	T1368	4857714,99	6528830,15	999,28	-2,150	-3,220
45	D237	4862334,62	6529546,20	1150,38	-3,510	-3,650	98	T1369	4856853,67	6524455,63	1072,10	0,740	0,380
46	D238	4862452,07	6532474,55	1160,81	-4,290	-6,410	99	T1373	4853051,39	6529028,68	1079,55	2,550	-1,110
47	D239	4862133,35	6535870,47	1167,31	-7,200	-6,670	100	T1385	4855457,93	6532283,52	1081,82	0,980	-4,430
48	D240	4861169,73	6527541,73	1188,31	-0,310	-2,640	101	T1395	4857720,04	6527425,87	1116,49	-0,940	-1,920
49	D241	4861094,72	6531647,31	1194,94	-3,730	-4,820	102	T1409	4848880,32	6516845,60	1142,27	10,020	-6,340
50	D242	4860373,91	6536069,55	1211,41	-5,970	-5,640	103	T1447	4858819,40	6533071,76	1209,42	-2,010	-3,970
51	D243	4858439,33	6534924,31	1308,23	-4,120	-5,060	104	T1449	4858808,26	6531484,00	1293,91	-2,120	-3,960
52	D244	4858509,24	6532125,71	1362,86	-2,940	-2,110	105	T149	4869051,33	6521990,63	1388,11	-0,770	-2,820
53	D245	4858302,12	6528025,74	1524,04	-1,230	-2,460							

Die folgende Tabelle 2 beinhaltet die Terrainkorrekturgrößen, berechnet nach der FFT-Methode (Fast Fourier Transform).

	Pkt.N.	X [m]	Y [m]	H [m]	ξ["]	η ["]		Pkt.N.	X [m]	Y [m]	H [m]	ξ["]	η ["]
1	B641	4864355,61	6538890,97	431,50	-1,394	-4,037	54	D246	4856759,21	6529925,46	489,36	-1,255	-3,370
2	B789	4860307,94	6512931,58	435,65	0,670	1,323	55	D247	4856260,75	6531762,84	504,32	0,327	-4,327
3	B890	4847442,25	6533774,55	446,53	-0,747	-6,521	56	D248	4856928,71	6532774,17	508,23	-0,406	-4,840
4	D023	4868860,88	6515070,52	459,28	0,467	1,350	57	D249	4855574,41	6528109,67	511,77	0,960	-2,831
5	D024	4865695,90	6515265,40	485,92	2,886	0,434	58	D250	4854927,39	6535519,28	518,25	5,310	-6,750
6	D029	4862623,98	6515375,42	487,31	-0,996	0,389	59	D251	4853477,77	6534924,65	521,28	-1,119	-10,180
7	D030	4860062,50	6515486,18	490,32	-1,021	0,652	60	D252	4852713,73	6531314,82	522,18	1,333	-3,756
8	D060	4848799,58	6514961,50	497,35	6,777	-0,629	61	D253	4852762,58	6528056,02	522,23	2,385	-1,545
9	D160	4844747,43	6522124,71	502,71	3,448	3,765	62	D254	4851855,48	6525383,37	524,60	5,105	1,824
10	D161	4847158,81	6525566,38	511,57	5,551	6,854	63	D255	4854227,64	6530623,57	527,95	0,564	-3,495
11	D162	4847897,95	6523206,76	517,01	6,527	4,949	64	D256	4859046,83	6530037,08	530,18	-2,095	-2,111
12	D163	4848805,65	6520052,52	518,24	7,890	-0,939	65	D257	4851438,02	6534558,24	531,94	1,551	-7,599
13	D164	4846464,32	6516054,85	521,03	8,833	-5,668	66	D258	4850566,73	6531449,75	538,20	2,655	-3,222
14	D165	4845191,78	6515003,47	540,39	14,880	-2,406	67	D259	4850627,68	6528757,95	546,89	2,708	-0,907
15	D166	4851024,15	6515156,07	544,49	3,179	1,518	68	D260	4847377,10	6529367,96	555,99	3,115	2,187
16	D167	4851893,48	6517606,97	559,26	4,777	-2,529	69	D261	4847641,15	6533713,94	559,95	-0,656	-6,472
17	D168	4851125,89	6522870,75	560,31	11,087	6,112	70	D262	4846312,06	6532970,34	571,30	1,283	-2,698
18	D169	4850242,80	6526160,84	563,01	6,305	2,860	71	D296	4844370,98	6537200,11	572,48	2,620	-8,840
19	D170	4853564,71	6526275,91	565,15	2,466	-0,879	72	D300	4847518,92	6536800,91	575,43	1,468	-7,651
20	D171	4854334,16	6522440,48	573,56	4,003	2,448	73	D301	4851212,17	6537818,60	580,68	-1,625	-5,684
21	D172	4853518,22	6518645,09	580,01	4,555	-0,967	74	D306	4853410,00	6538665,44	588,63	5,046	1,046
22	D173	4854066,02	6515743,87	596,25	1,243	1,640	75	D307	4855508,02	6539271,42	595,21	-0,671	-3,490
23	D174	4858331,78	6515321,92	607,40	2,245	2,004	76	D308	4857108,13	6536812,70	599,77	0,841	-5,284
24	D175	4856870,40	6519042,13	609,51	1,487	1,478	77	D311	4860063,06	6538763,38	612,90	-5,078	-4,990
25	D176	4856774,85	6522831,44	628,37	1,035	0,624	78	D314	4863587,56	6539493,88	617,94	-3,316	-2,718
26	D177	4857060,60	6525370,42	630,00	0,146	-1,529	79	D316	4868681,54	6539812,79	636,36	1,314	-2,611
27	D178	4859652,98	6525394,37	632,99	-1,157	-1,892	80	GPL751	4850950,00	6524456,64	649,32	8,309	5,147
28	D179	4859792,04	6521941,52	643,70	-1,897	-0,221	81	SRJV	4858239,73	6533672,46	681,68	-1,417	-5,118
29	D180	4859895,59	6518909,50	645,28	-2,272	0,580	82	T1342	4863397,82	6532316,73	688,89	-2,669	-7,709
30	D181	4861862,48	6518525,25	646,50	-0,525	0,253	83	T1343	4863713,80	6527983,39	702,64	-3,324	-5,246
31	D182	4861176,56	6522200,83	657,21	-2,208	0,923	84	T1345	4861933,43	6529155,45	711,96	-2,158	-4,468
32	D183	4861784,96	6526128,33	678,23	-1,965	-0,651	85	T1348	4859446,99	6535044,98	751,51	-3,370	-7,613
33	D184	4863756,56	6524761,15	690,04	1,257	-0,083	86	11349	4858648,60	6537470,19	764,31	-2,339	-7,423
34	D185	4863831,84	6520947,39	695,14	1,175	-0,803	87	11351	4856891,80	6535902,01	788,11	2,398	-6,249
35	D186	4865240,70	6525131,67	698,08	-1,792	-4,759	88	11354	4860596,74	6527311,99	799,86	-0,438	-5,272
36	D187	4866270,17	6522674,73	708,60	1,272	-2,213	89	11357	4860348,65	6518353,76	809,76	-1,182	-0,632
37	D188	4865995,22	6518873,43	798,09	1,755	-1,024	90	11358	4856932,01	6515059,47	821,18	0,524	1,362
38	D189	4868616,75	6520994,08	807,20	0,302	-0,511	91	11359	4851454,89	6513187,55	832,67	0,806	0,652
39	D190	4870216,17	0519458,75	832,16	0,694	-0,304	92	11362	4850989,95	0520523,91	883,69	4,873	1,446
40	D229	4869902,94	6536803,06	886,88	0,369	-6,012	93	11364	4856149,92	6518947,49	901,40	1,182	1,315
41	D232	480/030,50	002/345,79	896,94	-3,082	-2,3/4	94	T1305	4050/01,58	65221120,55	920,75	1,217	0,869
42	D233	4800371,38	0002400,87	908,24	-4,100	-3,543	95	T1300	4606602,11	6525760.06	937,43	-1,771	0,073
43	D234	4000490,00	6527927 46	935,05	4,201	-0,024	90	T1260	4030043,09	652920 15	957,00	-0,556	-2,794
44	D230	4004001,70	6520546.20	901,00	-0,000	-0,124	97	T1260	4007714,99	6524455 62	999,20 1072 10	-1,990	-4, 191
40	D237	4002004,02	6532/7/ 55	1160.90	-3,001	-4,010	90	T1309	4853051 20	6520028 69	1072,10	1 007	-0,012
40	D230	4862133 25	6535870 47	1167 31	-5,805	-0,952	100	T1385	4855457 02	6532283 52	1019,00	0 602	-2,139
47	D239	4861160 73	6527541 73	1188 31	-0.306	-4 011	100	T1305	4857720 04	6527425.87	1116 40	-0.032	-3 164
40	D240	4861094 72	6531647 31	1194 94	-3 087	-5 684	107	T1400	4848880 32	6516845 60	1142 27	7 983	-4 620
50	D242	4860373 91	6536069 55	1211 41	-4 891	-5 990	102	T1447	4858819.40	6533071 76	1209 42	-1 662	-4 741
51	D243	4858439 33	6534924.31	1308 23	-3 433	-5 520	104	T1449	4858808 26	6531484 00	1293 91	-1 881	-4 697
52	D244	4858509 24	6532125 71	1362.86	-2,461	-3,208	105	T149	4869051 33	6521990 63	1388 11	-0.494	-3,526
53	D245	4858302,12	6528025,74	1524,04	-1,204	-3,664				,	,	.,	-,

Tabelle 2: Die Lotabweichungskomponente ξ (in Nord-Süd Richtung) und η (in Ost-West Richtung)

Quu			. J. Tubelle.	Nomponente					
	Pkt.N.	Ax	Ay	Az		Pkt.N.	Ax	Ay	Az
1	B641	-0.00019769	-0.00008249	0.00004790	54	D246	-0.00010840	-0.00006198	0.00000818
2	B789	0.00000903	0.00004865	0.00001460	55	D247	-0.00017242	0.00002525	0.00001243
3	B890	-0.00033469	-0.00002907	0.00003566	56	D248	-0.00019964	-0.00001567	0.00001347
4	D023	0.00005817	0.00002708	0.00002141	57	D249	-0.00007883	0.00006147	0.00000702
5	D024	0.0000064	0.00016292	0.00001460	58	D250	-0.00031720	0.00030328	0.00005628
6	D029	-0.0000384	-0.00004784	0.00001833	59	D251	-0.00051017	-0.00005113	0.00005723
7	D030	0.00000437	-0.00005063	0.0000889	60	D252	-0.00015239	0.00008949	0.00001020
8	D060	-0.00008763	0.00041806	0.00007493	61	D253	-0.00001791	0.00014699	0.00000858
9	D160	0.00021647	0.00021923	0.00001882	62	D254	0.00015567	0.00030212	0.00002422
10	D161	0.00042471	0.00033452	0.00004194	63	D255	-0.00012715	0.00004417	0.00000722
11	D162	0.00029868	0.00038948	0.00004393	64	D256	-0.00003134	-0.00011276	0.00002596
12	D163	-0.00006156	0.00046689	0.00003820	65	D257	-0.00038979	0.00010388	0.00004589
13	D164	-0.00037655	0.00051448	0.00012537	66	D258	-0.00013351	0.00016734	0.00001531
14	D165	-0.00018952	0.00085703	0.00011807	67	D259	0.00000285	0.00017631	0.00001673
15	D166	0.00002741	0.00020254	0.00004599	68	D260	0.00015962	0.00019848	0.00003704
16	D167	-0.00018060	0.00028770	0.00004604	69	D261	-0.00033558	-0.00002117	0.00003217
17	D168	0.00036665	0.00064022	0.00008767	70	D262	-0.00011805	0.00008627	0.00003782
18	D169	0.00021394	0.00037557	0.00003642	71	D296	-0.00048344	0.00015671	0.00005010
19	D170	0.00001921	0.00014918	0.00001061	72	D300	-0.00040028	0.00009896	0.00002363
20	D171	0.00016680	0.00023473	0.00002614	73	D301	-0.00027926	-0.00007948	0.00006316
21	D172	-0.00007225	0.00026832	0.00002367	74	D306	0.00010619	0.00028553	0.00005639
22	D173	0.00003894	0.00008628	0.00001253	75	D307	-0.00015013	-0.00004771	0.00007290
23	D174	0.00006970	0.00013826	0.00001032	76	D308	-0.00023423	0.00003744	0.00004915
24	D175	0.00008435	0.00008931	0.00000752	77	D311	-0.00023125	-0.00029528	0.00005410
25	D176	0.00008054	0.00006110	0.00000705	78	D314	-0.00012665	-0.00018918	0.00003036
26	D177	-0.00001717	0.00001279	0.00000487	79	D316	-0.00013115	0.00005743	0.00001939
27	D178	-0.00002226	-0.00006431	0.0000837	80	GPL751	0.00032647	0.00048380	0.00006338
28	D179	0.00006341	-0.00010483	0.00000516	81	SRJV	-0.00021629	-0.00007933	0.00001507
29	D180	0.00004928	-0.00012804	0.00001458	82	T1342	-0.00033592	-0.00015421	0.00005565
30	D181	0.00003480	-0.00002992	0.00000413	83	T1343	-0.00019241	-0.00018536	0.00003066
31	D182	0.00011889	-0.00012773	0.00002754	84	T1345	-0.00015303	-0.00011750	0.00001847
32	D183	0.00005823	-0.00010969	0.00001707	85	T1348	-0.00036156	-0.00019333	0.00004600
33	D184	0.00008711	0.00006660	0.00002420	86	T1349	-0.00035741	-0.00013673	0.00003926
34	D185	0.00000956	0.00006094	0.00000735	87	T1351	-0.00029706	0.00013268	0.00004751
35	D186	-0.00016805	-0.00010396	0.00002731	88	T1354	-0.00020067	-0.00001881	0.00002017
36	D187	-0.00005506	0.00005714	0.00001643	89	T1357	-0.00002964	-0.00006422	0.00002587
37	D188	-0.00002426	0.00009274	0.00000537	90	T1358	0.00002530	0.00004027	0.00003850
38	D189	0.00002878	0.00001094	0.00001213	91	T1359	-0.00003858	0.00006661	0.00007151
39	D190	0.00002325	0.00003196	0.00000898	92	T1362	0.00013933	0.00029233	0.00002346
40	D229	-0.00029314	0.00001211	0.00005406	93	T1364	0.00006879	0.00007007	0.00001093
41	D232	-0.00002104	-0.00020649	0.00003474	94	T1365	0.00007194	0.00007401	0.00000854
42	D233	-0.00011478	-0.00024835	0.00005914	95	T1366	0.00008661	-0.00010202	0.00001155
43	D234	-0.00043850	0.00022357	0.00007728	96	T1367	-0.00007657	-0.00002682	0.00000723
44	D236	-0.00023388	-0.00005501	0.00002065	97	T1368	-0.00015292	-0.00010214	0.00002030
45	D237	-0.00017350	-0.00016657	0.00001807	98	T1369	0.00001800	0.00003518	0.00000554
46	D238	-0.00030455	-0.00020362	0.00003170	99	11373	-0.00005265	0.00012139	0.00000822
47	D239	-0.00031698	-0.00034228	0.00005578	100	11385	-0.00021053	0.00004653	0.00001155
48	D240	-0.00012551	-0.00001454	0.00000948	101	T1395	-0.00009134	-0.00004481	0.00000525
49	D241	-0.00022887	-0.00017709	0.00001912	102	11409	00030102	.00047611	.00005671
50	D242	-0.00026797	-0.00028365	0.00002250	103	T1447	00018882	00009549	.00001350
51	D243	-0.00024042	-0.00019594	0.00003070	104	T 1449	00018816	00010090	.000046/4
52	D244	-0.00010019	-0.00013981	0.00002272	105	1149	00013377	00003642	.00001134
53	D245	-0.00011679	-0.00005821	0.00000635					

Die folgende Tabelle 3 beinhaltet die Komponente der Anziehung, berechnet nach der Quadermethode. Tab. 3: Tabelle: Komponente der Anziehung $[m/sec^2]$

ANHANG B







Abb. B.1b: Einfluss von $\xi=\eta=5$, 10, 20, 30, 40 Sekunden auf Hochwert (Nord-Süd-Richtung) für Az=50 und Zv=80 Gon



Abb. B.1c: Einfluss von $\xi=\eta=5,\ 10,\ 20,\ 30,\ 40$ Sekunden auf Höhen für Az=50 und Zv=80 Gon



Abb. B.2a: Einfluss von $\xi=\eta=5$, 10, 20, 30, 40 Sekunden auf Rechtswert (Ost-West-Richtung) bei einem Azimut Az=350 Gon und einem Zenitwinkel von Zv=80



Abb. B.2b: Einfluss von $\xi=\eta=5$, 10, 20, 30, 40 Sekunden auf auf Hochwert (Nord-Süd-Richtung) bei einem Azimut Az=350 Gon und einem Zenitwinkel von Zv=80



Abb. B.2c: Einfluss von $\xi=\eta=5$, 10, 20, 30, 40 Sekunden auf Höhen bei einem Azimut Az=350 Gon und einem Zenitwinkel von Zv=80 Gon