



DIPLOMARBEIT

Titel der Diplomarbeit

Entwicklung einer Methode zur Klassifizierung und Darstellung von systematisch auftretenden Geometriefehlern in Altkarten

*ausgeführt zum Zwecke der Erlangung des akademischen Grades
einer Diplom-Ingenieurin unter der Leitung von
Univ.Prof. Mag.rer.nat. Dr.rer.nat. Georg Gartner
E127 - Institut für Geoinformation und Kartographie
Fakultät für Mathematik und Geoinformation*

eingereicht an der Technischen Universität Wien - Fakultät für Architektur und
Raumplanung - von Katharina SCHUHFRIED 9426611

ZUSAMMENFASSUNG

Im Zuge der vorliegenden Diplomarbeit wird eine neue Methode für die Genauigkeitsuntersuchung von Altkarten entwickelt, die systematisch auftretende Geometriefehler aufdeckt und klassifiziert. Diese neue Methode soll Historikern und Kartographen ermöglichen innere geometrische Zusammenhänge umfassend zu analysieren.

Die Ergebnisse dieser sehr spezifischen Fragestellung ermöglichen eine Vielzahl von Rückschlüssen über die zu untersuchende Altkarte. Somit werden im Folgenden nur einige exemplarische Fragestellungen an die Karte angeführt:

- Geodätische Genauigkeit der Karte
- Aufdecken und Abgrenzung von unterschiedlichen Quellkarten (beispielsweise Portolankarte siehe Abb.A)
- Aufdecken von unterschiedlichen Aufnahmemethoden oder Vorgehen bei den Vermessungsarbeiten
- Aufdecken von Lagefehlern von topographischen Objekten

Nebenbei werden im Zuge dieser neuen Analyse Ausreißerpunkte hervorstechen da sie nicht zu diesen geometrischen Strukturen der systematischen Fehler passen.

Die neue Methode erfüllt folgende Anforderungen:

- Komplexe innere geometrische Zusammenhänge werden durch gleichzeitige Analyse unterschiedlicher Geometriefehler aufgedeckt.
- Innere Zusammenhänge der Geometrie der Altkarte werden nicht auf lokale Teilbereiche begrenzt analysiert.
- Beobachtete Verzerrungseigenschaften fließen möglichst unverfälscht in die zu entwickelnde Methode ein.

Keine der bisher bekannten Methoden der Genauigkeitsanalyse von Altkarten erfüllt all diese Anforderungen gleichzeitig.

In anderen Arbeiten zeigt sich der Bedarf nach der hier zu entwickelnden Methode. So spricht sich *Beineke* in seiner Dissertation für die Entwicklung eines „*automatisierten Analyseverfahrens zur Erkennung von Punktgruppen (Segmentierung) mit gleichartigen Strukturen von Restklaffungsvektoren*“ (aus *Beineke* [2001, S181]) aus. Weiters sieht *Beineke* Forschungsbedarf, ob hierbei statistische Methoden herangezogen werden können. (*Beineke* [2001], S81)

Die im Zuge dieser Arbeit zu entwickelnde Methode analysiert rein die Geometrie einer Altkarte und ist hierbei auf eine sehr spezifische Fragestellung zugeschnitten. Die Ergebnisdarstellungen liefern somit keinen Überblick über die Verzerrungsverläufe der einzelnen Werte über die gesamte Altkarte.

Altkarten

Zumeist versteht man unter Altkarten jene gedruckte Karten, die ab Ende des 15. Jhd. bis Ende des 18. Jhd. entstanden sind (Beineke [2001], S3). Karten nach dieser Definition eignen sich besonders gut zur Genauigkeitsanalyse mit den gängigen Methoden. Jedoch werden mit dieser Definition interessante Karten nicht berücksichtigt und werden so von der Genauigkeitsanalyse ausgeschlossen. Aus diesem Grund werden für die vorliegende Arbeit Altkarten als jene Karten definiert, die älter als jene sind, die dem aktuellen Stand der Wissenschaft entsprechen. Jedoch mit der Einschränkung, dass diese Karten kritisch hinterfragt werden, ob sie sich für die geometrische Genauigkeitsanalyse eignen.

Abb.A (rechts): „zerrissene“ Portolankarte, blau: Nachzeichnung der Küstenlinie der Portolankarte, rot: tatsächlicher Verlauf der Küstenlinie (Mercator Projektion) aus TU Delft: *Open GRS Seminar: Portolan charts, a historic and cartographic riddle* [2015]

*Neukarten*

Eine Neukarte ist eine moderne Karte, die dem aktuellen Stand der Wissenschaft entspricht und im Vergleich zur Altkarte eine höhere Genauigkeit besitzt. Für die Analyse von Altkarten wird diese als Referenzkarte herangezogen und als fehlerlos definiert, dies ist selbstverständlich eine Idealisierung. (Beineke [2001], S3)

Homologe Passpunkte

Homologe Passpunkte sind Passpunktpaare, die die Position von eindeutig identifizierten kartographische Objekten, z.B. einer bestimmten Stadt, sowohl in der Alt- als auch in der Neukarte angeben.

Der erste Teil der vorliegenden Arbeit geht auf wesentliche Fragen der Genauigkeitsanalyse von Altkarten ein, die besonders praxisnah mit vielen Beispielen erläutert werden.

Nachdem ein kurzer Überblick über unterschiedliche Genauigkeitsaspekte gegeben wird, beschränken sich alle weitere Überlegungen auf die geometrische Genauigkeit der historischen Darstellung. Hierbei spielen mögliche Fehler in der Altkarte aufgrund ihrer hohen Aussagekraft eine wichtige Rolle, weshalb

auf deren Einteilung und Ursachen ausführlich eingegangen wird.

Bei den Genauigkeitsuntersuchungen wird eine Referenzkarte, die dem aktuellen Stand der Wissenschaft entspricht und im Vergleich zur Altkarte eine höhere Genauigkeit besitzt, herangezogen.

Diese Neukarte muss in ihrer Anlage, somit in ihrem Netzentwurf, Maßstab und ihrer Orientierung, jener der Altkarte entsprechen. Hierbei stellt sich jedoch die prinzipielle Frage, ob diese möglichst jener Anlage entsprechen soll, die der historische Kartograph für sein Werk gewählt hat, oder ob diese möglichst optimiert werden soll, sodass sich die Neukartendarstellung möglichst an jene der Altkarte angleicht. Hierbei spielt auch die Wahl des Deckungspunkts eine wesentliche Rolle. Welche Anlage herangezogen wird, sollte abhängig von der Fragestellung an die historische Darstellung und aufgrund der Analysemethode sorgfältig gewählt werden, da sich diese erheblich auf die Ergebnisse der Genauigkeitsuntersuchungen auswirkt. Aus diesem Grund wird in der vorliegenden Arbeit auf jeden einzelnen Aspekt der historischen Kartenanlage separat überblicksartig anhand von Beispielen eingegangen.

Weiters werden wichtige kartometrische Methoden der Altkartenanalyse, deren Ergebnisse graphisch dargestellt werden, vorgestellt. Die jeweils beigefügten Analysebeispiele verdeutlichen welche unterschiedlichen Aspekte der Darstellungsgenauigkeit der Altkarte die Ergebnisse der jeweiligen Methoden aufdecken können.

ENTWICKLUNG DER NEUEN METHODE

Im zweiten Teil der vorliegenden Arbeit wird eine neue Methode entwickelt, der verstärkt innere geometrische Zusammenhänge, also Lagebeziehungen innerhalb der Altkarte, aufdecken soll. Hierzu sollen systematisch auftretende Geometriefehler analysiert und klassifiziert werden. Diese zu entwickelnde Methode soll beispielsweise bei der Aufdeckung unterschiedlicher Quellenkarten und unterschiedlicher Aufnahmemethoden unterstützen.

Nicolai identifizierte bei der Portolankarte von *Dulcert* aus dem Jahr 1339 (siehe Abb.A) fünf Quellkarten. Diese Teilgebiete der Altkarte mit gleicher Rotation und gleichem Maßstab ermittelte *Nicolai* mühsam durch Zusammenschau mehrerer Ergebnisdarstellungen von Isodeformaten. Auf eine automatisierte Methode konnte er hierbei nicht zurückgreifen. (*Nicolai* [2014])

Bei der neuen Methode werden jeder homologen Strecke ihre Parameter, die bei der *Helmert-Transformation* vom Neukartensystem in jenes der Altkarte auftreten, als Eigenschaften zugeordnet. Im nächsten Schritt werden Strecken mit ähnlichen Eigenschaften mittels multivariater Datenanalyse in Gruppen (Cluster) klassifiziert. Hierbei ist es Ziel der Klassifizierung, dass Strecken mit ähnlichen Parametern „Objekte“ bilden. Ein Objekt muss mindestens aus drei Strecken bestehen, die ein Dreieck bilden. Jeder weitere Punkt des Objekts muss Verbindungsstrecken zu allen anderen Endpunkten der in dem Objekt bereits beinhalteten Strecken aufweisen. Auf diese Weise ent-

stehen vollständige Netze, deren Strecken über ähnliche Eigenschaften verfügen.

Im Zuge der vorliegenden Arbeit wurde diese Methode im Mathematikprogramm Scilab umgesetzt. Aufgrund des Grundgedankens der **K**lassifizierung und **D**arstellung von systematisch auftretenden **F**ehlern in **A**ltkarten, wird das hiermit entwickelte Programm „K DFA“ abgekürzt. Mit Hilfe der herangezogenen Klassifizierungsmethode c-means werden die Strecken der Altkarte anhand ähnlicher Eigenschaften gruppiert, wobei die Ergebnisse bei einer Gesamtclusteranzahl von zwei bis zehn Cluster ermittelt werden.

DAS QUADRATBEISPIEL

Um das Programm „K DFA“ zu testen wurden insgesamt vier Beispiele herangezogen, nämlich zwei Testbeispiele und zwei Altkartenbeispiele. Die beiden Testbeispiele (das Quadratbeispiel und das Österreichbeispiel) sind fiktiver Natur und basieren auf idealen Datenstrukturen. So verfügen die Strecken der Objekte jeweils über genau die gleichen Geometriefehler.

Das so genannte „Quadratbeispiel“ (siehe Abb.B) diente hierbei insbesondere zur Überprüfung der Programmierung der Parameterberechnung auf Fehler. Das Ergebnis dieses Beispiels mittels „K DFA“ bei einer Gesamtclusteranzahl von zehn ist in folgender Abbildung (siehe Abb.C), wie sie auch von „K DFA“ ausgegeben wird, wiedergegeben. Hierbei werden alle Streckenverbindungen der Altkarte im ersten Koordinatensystem in den Farben ihrer Clusterzuordnung (siehe Abb.C) dargestellt. Die zehn anschließenden Darstellungen (siehe Abb.C) zeigen je einen Cluster mit den darin befindlichen Streckengruppen. Hierbei verfügen jeweils die drei Quadrate über die gleichen Geometriefehler und ergeben somit jeweils ein Objekt (nach oben genannter Definition), die erwartungsgemäß jeweils in einen separaten Cluster gruppiert werden. In Abb.C werden somit die drei Quadrate klar in drei einzelne Cluster zugeordnet. Alle übrigen Streckenverbindungen gehören keinem Objekt an, sie gehören dem Rauschen an.

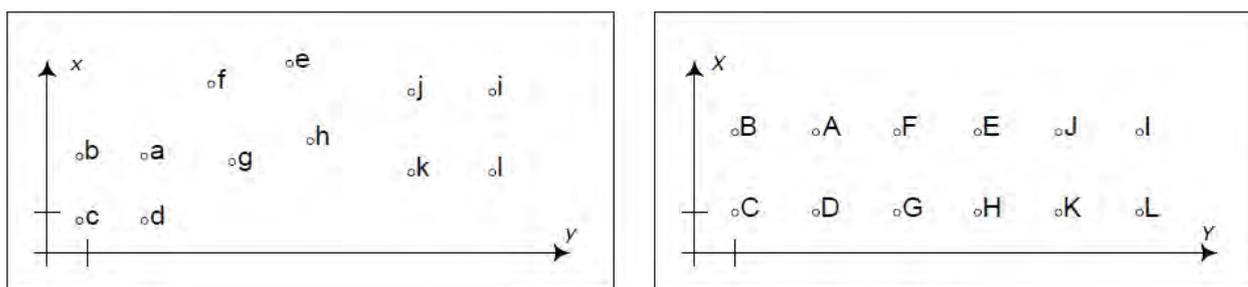
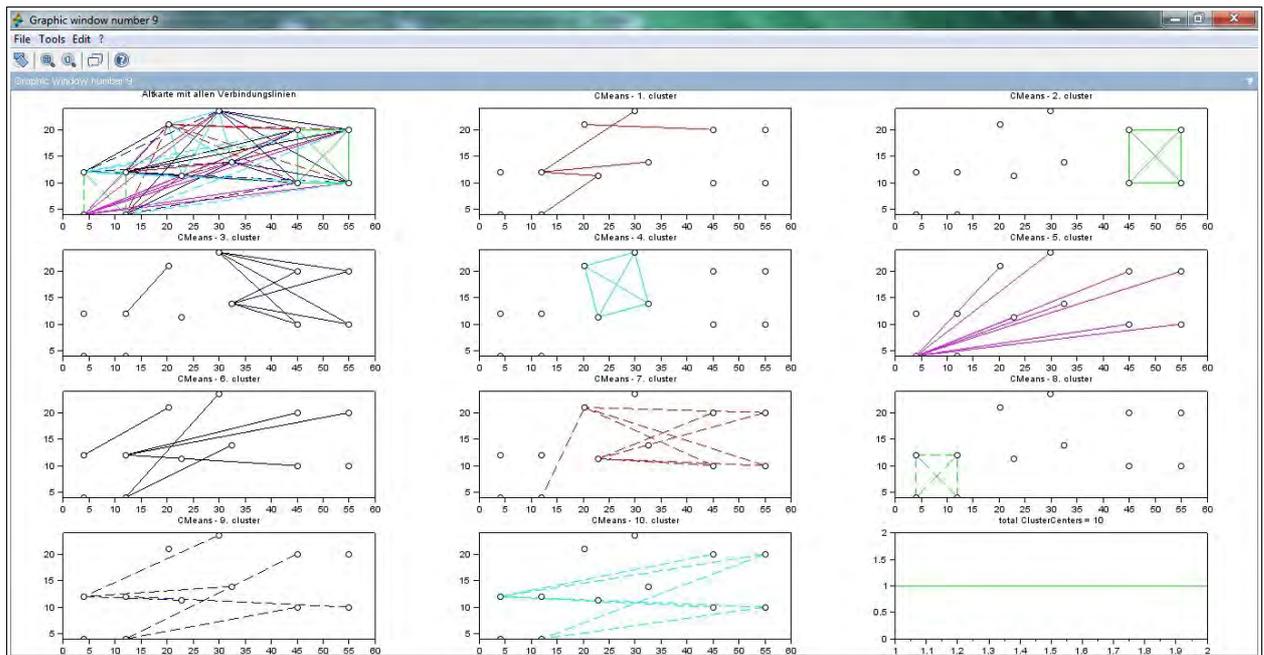


Abb.B (oben): Quadratbeispiel, links die „Altkarte“ und rechts die „Neukarte“

Abb.C (nächste Seite): Ergebnis des Quadratbeispiels bei einer Gesamtclusteranzahl von zehn Clustern, so wie von „K DFA“ ausgegeben

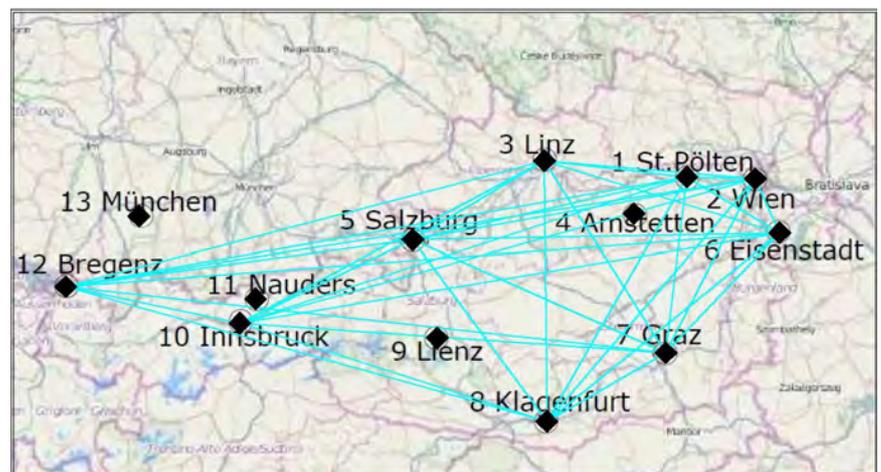
Somit beantwortet die neue Methode (und somit das Programm „K DFA“) die Forschungsfrage am Quadratbeispiel in perfekter Weise. Hierbei besteht nur eine Einschränkung, dass aufgrund der gewählten statistischen Methode (c-means), die einzelnen Programmdurchläufe unterschiedliche Ergebnisse liefern. So können bei einer Gesamtclusteranzahl von zehn zwei Objekte, hier die Strecken der zwei Quadrate, in einen Cluster klassifiziert werden. Bei einer höheren Gesamtclusteranzahl würden diese beiden Quadrate konsequent in zwei Cluster differenziert.



DAS ÖSTERREICH-BEISPIEL

Als zweites Testbeispiel wird das vereinfachte Kartenbeispiel der Österreichkarte herangezogen. Hierbei werden zu den Landeshauptstädten mit korrekter Lage drei weitere Städte hinzugefügt. Diese drei-Städtegruppe verfügt über den gleichen systematisch auftretenden Geometriefehler. Das Programm „K DFA“ erkennt die hohe Genauigkeit der Landeshauptstädte. Somit werden die Verbindungsstrecken dieser Positionen, bei einer Gesamtclusteranzahl von zehn, korrekt in einen Cluster geordnet (siehe Abb.D). Die Strecken der drei-Städtegruppe werden ebenfalls in einem Cluster zusammengefasst, jedoch sind auch weitere Einzelstrecken darin enthalten (siehe Abb.E). Wie bereits definiert, besteht ein Objekt aus mindestens einem Dreieck und muss ein vollständiges Netz bilden. Da diese Einzelstrecken mit dem Dreieck der Städtegruppe kein vollständiges Netz ergeben sind diese dem Rauschen zuzuschreiben. Die Geometriefehler der Verbindungsstrecken der drei-Städtegruppe sind ident, folglich in einem sehr geringen Streuungsbereich. Sie werden somit als Objekt erkannt. Aufgrund der bereits erwähnten Überlegungen werden die übrigen Cluster des Ergebnisses des Österreichbeispiels als Rauschen erkannt.

Abb.D (rechts): Ergebnis des Österreichbeispiels mit zehn Clustern, Darstellung des zehnten Clusters, unterlegt mit einem Kartenausschnitt aus OpenStreetMap [2015] als Baskarte



Die Stadt München wird von der neuen Methode als Ausreißer erkannt. Alle Endpunkte von Strecken, die Objekten zugeordnet werden, sind keine Ausreißer. Hingegen sind Punkte, die ausschließlich Endpunkte von Strecken sind, die dem Rauschen zugeschrieben werden, per Definition Ausreißer. Nur die Stadt München ist in keinem Objekt enthalten und somit ein Ausreißerpunkt.

Abb.E (rechts): Ergebnis des Österreichbeispiels mit zehn Clustern, Darstellung des achten Clusters, unterlegt mit einem Kartenausschnitt aus *OpenStreetMap* [2015] als Basiskarte



Erst durch „hartes Clustern“ würde beispielsweise das Objekt der drei-Städtegruppe in einen Cluster, ohne weitere Einzelstrecken, klassifiziert werden. „Hartes Clustern“ bedeutet, dass eine hohe Clusteranzahl relativ zur Streckenanzahl gewählt wird. Es ist jedoch fraglich, ob dieses „harte Clustern“ bei der Altkartenanalyse zielführend ist. Da im Unterschied zu den fiktiven Beispielen die Geometriefehler der Strecken von Altkarten über einen höheren Streubereich verfügen, auch wenn diese zu einem einzigen Objekt gehören. Bei zu „harten Clustern“ könnten diese Strecken nicht als zu einem Objekt gehörig erkannt werden.

Es ist somit zu klären, welche Gesamtclusteranzahl für die Fragestellung gewählt werden sollte und ob diese bei zehn Clustern, wie im Programm „K DFA“ umgesetzt, zu gering ist. Weiters hat sich bei den beiden Testbeispielen gezeigt, dass für die Differenzierung der Objekte vom Rauschen der Streubereich der Geometriefehler bekannt sein muss. Die Geometriefehler der einzelnen Strecken werden vom Programm „K DFA“ berechnet, jedoch fehlt ein Kriterium, das die Streuweite der Geometriefehler von Streckengruppen definiert.

DIE ANWENDUNGS- BEISPIELE

Somit wird die Methode erst bei den beiden Anwendungsbeispielen an Objekten mit Geometriefehlern die sich in Streubereichen befinden, getestet. Die beiden Altkartenbeispiele sind einerseits die Alpenvereinskarte des Hochgebirges des Brentamassives von 1908, der sogenannten Brenta-Karte, und andererseits ein Ausschnitt der Karte „Die Eydgnoschafft Pünt en vnd Wallis, Helvetia cum Confinijs“ von *Hans Conrad Gyger* aus dem Jahr 1637, der sogenannten Gyger-Karte. Für die Genauigkeitsanalyse der Gyger-Karte mussten die Passpunkt-paare erst unter Heranziehung des Programms *MapAnalyst* ermittelt werden. Die Wertigkeit der geometrischen Genauigkeit der beiden Altkarten sind hierbei unterschiedlich. Die Brenta-

Karte zeichnet sich durch hohe und die Gyger-Karte durch geringere Genauigkeit auf. Somit bewegen sich die Geometriefehler ihrer Strecken in sehr unterschiedlichen Fehlerbereichen. Diese großen Unterschiede in ihren Datenstrukturen wirken sich jedoch nicht auf die Klassifizierungsergebnisse aus.

Bei den beiden Altkartenbeispielen fließen deutlich mehr homologe Passpunkte in die Analyse ein als bei den beiden Testbeispielen. Durch die Gaußschen Summenformel ist bekannt, dass hierdurch die zu klassifizierenden Strecken potentiell zunehmen. Somit werden bei den Ergebnisdarstellungen eine Vielzahl an Strecken in die Cluster sortiert. Einerseits finden sich hier einzelne Cluster, die schnell und eindeutig als Rauschen-Cluster zu erkennen sind. Andererseits treten Hauptcluster (Cluster mit Vielzahl der Strecken) auf, bei denen auf den ersten Blick nicht zu unterscheiden ist, ob und wie viele Objekte sich darin befinden und welche Strecken dem Rauschen zuzuschreiben sind. Somit ist das Ergebnis bei den Anwendungsbeispielen deutlich unübersichtlicher und schwerer zu interpretieren.

Als Erstes wurde die Brenta-Karte als Anwendungsbeispiel untersucht. Unter anderem wurden die 42 „Hauptpunkte“, die ein Netz über die gesamte Brenta-Karte bilden, mittels „K DFA“ analysiert. Hierbei können diese Analysen der Brenta-Karte auf die intensiven Recherchen und Genauigkeitsanalysen des Lehrstuhls für Kartographie und Topographie der Universität der Bundeswehr München in den Jahren von 1982 bis 1987, die in einer Aufsatzsammlung, der „Brenta-Monographie“ veröffentlicht wurden, zurückgreifen.

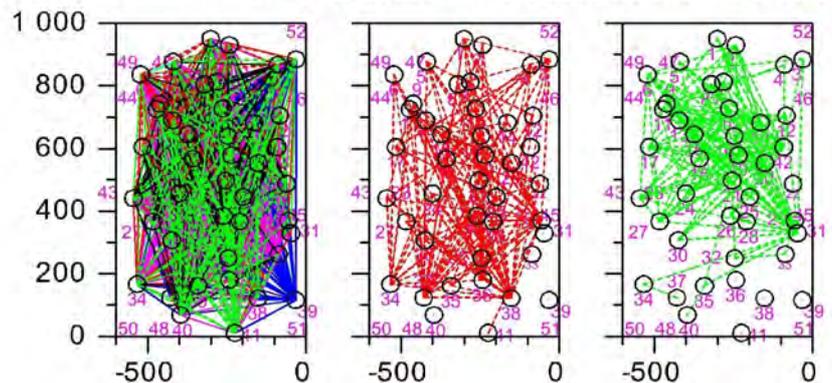
Die Darstellungen der Kurven der beiden Fehlerindizes (Davis-Bouldin-Index und der Quantifizierung des Clusterfehlers) bei zunehmender Gesamtclusteranzahl weisen bei den Anwendungsbeispielen einen komplexen Verlauf auf. Bei welcher Gesamtclusteranzahl das Ergebnis untersucht wird, wird basierend auf dieser Visualisierung der Fehlerverteilung ausgewählt. Aufgrund der Grafik der beiden Fehlerindizes wird das Ergebnis der Hauptpunkte bei einer Gesamtclusteranzahl von acht Clustern (siehe Abb.F) näher betrachtet. Jedoch zeigt sich bei näherer Untersuchung, dass die Ergebnisse bei einer anderen Gesamtclusteranzahl mehr dem erwarteten Ergebnis entspricht. Somit eignen sich diese Fehlerindizes nicht für die Qualifizierung des Ergebnisses bei der Altkartenanalyse. Weiters hat sich hierbei gezeigt, dass die maximale Gesamtclusteranzahl bei den beiden Anwendungsbeispielen, die vom Programm „K DFA“ auf zehn Cluster begrenzt ist, ausreicht.

Das Ergebnis bei einer Gesamtclusteranzahl von acht Clustern (siehe Abb.F) ist aufgrund der hohen Streckenanzahl, wobei unklar ist, ob diese Objekte bilden oder die Strecken dem Rauschen zugeordnet werden müssen, wenig übersichtlich, weshalb zwei Cluster (siehe Abb.G und Abb.H), Nummer drei und acht, zur näheren Analyse herausgegriffen wurden. Um die Qualität dieser beiden Cluster abschätzen zu können, werden die darin enthaltenen Strecke basierend auf ihre Eigenschaften untersucht. Hierbei werden für die einzelnen Streckengruppen jeweils der Mittelwert und die Standardabweichung der einzelnen Parameter der Strecken ermittelt. Da diese Analysen aus-

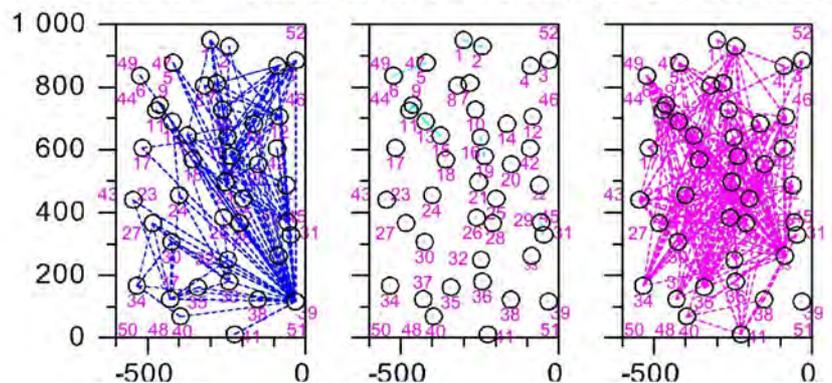
sagekräftige Einblicke in die Datenstruktur liefern werden diese angewendet, obwohl diese von der Normalverteilung der Geometriefehler ausgehen, die bekannterweise bei der Datenstruktur von Altkarten nicht zutrifft. Alle Strecken von Cluster drei und acht können kein Objekt im Sinne der oben genannten Definition sein, da die Strecken kein vollständiges Netz bilden. Aus diesem Grund wurden die farblich hervorgehobenen Teilnetze (siehe Abb.G und Abb.H) herausgegriffen. Der Mittelwert und die Standardabweichung der Geometriefehler der Strecken des gesamten Clusters wird somit im Relation mittels Blasendiagramm zu jener eines Teilnetzes, möglicherweise einem Objekt, gesetzt.

Abb.F (rechts): Verbindungslinien der Hauptpunkte bei einer Gesamtclusteranzahl von acht Clustern

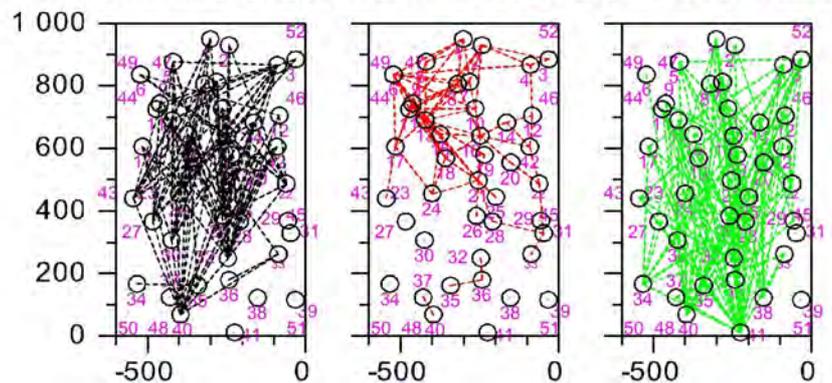
Altkarte mit allen Verbindungslinien - 1. cluster CMeans - 2. cluster



CMeans - 3. cluster CMeans - 4. cluster CMeans - 5. cluster



CMeans - 6. cluster CMeans - 7. cluster CMeans - 8. cluster



Die relativ hohe Genauigkeit der Brenta-Karte spiegelt sich in den Werten der Eigenschaften dieser beiden Cluster wider. Jedoch weist der dritte Cluster (siehe Abb.I) erwartungsgemäß höhere Fehlerbereiche auf als der achte. Im dritten Cluster

fächern sich scheinbar ausgehend von einem Zentrumspunkt, dem Ausreißer Nummer 39, viele langgestreckte Dreiecke und einzelne Strecken auf. Aus diesem Grund müssen nahezu alle Strecken dieses Clusters dem Rauschen zugeschrieben werden und deren Eigenschaften weisen auch höhere Streuungsbereiche (Standardabweichungen) auf.

Abb.G (rechts): links: Cluster Nummer 3 mit zwei farbig (gelb und orange) hervorgehobenen Teilnetzen, Verbindungslinien der Hauptpunkte bei einer Gesamtclusteranzahl von acht Clustern

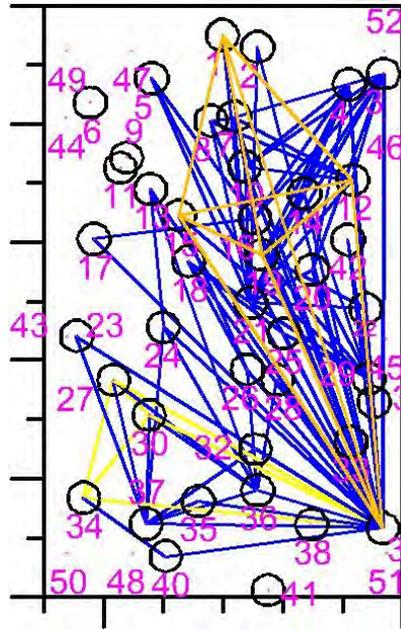


Abb.H (rechts): rechts: Cluster Nummer 8 mit einem farbig (rot) hervorgehobenen Teilnetzen, Verbindungslinien der Hauptpunkte bei einer Gesamtclusteranzahl von acht Clustern

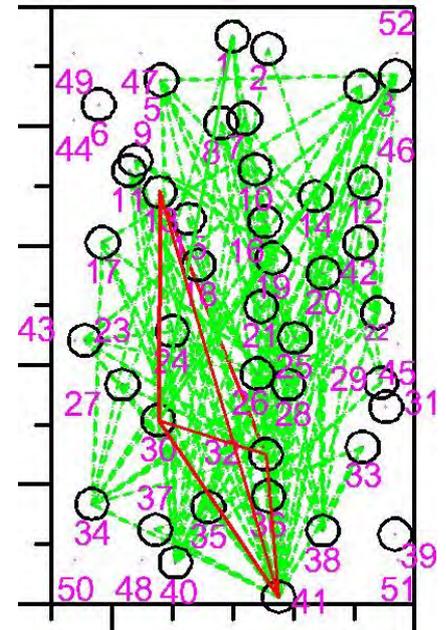
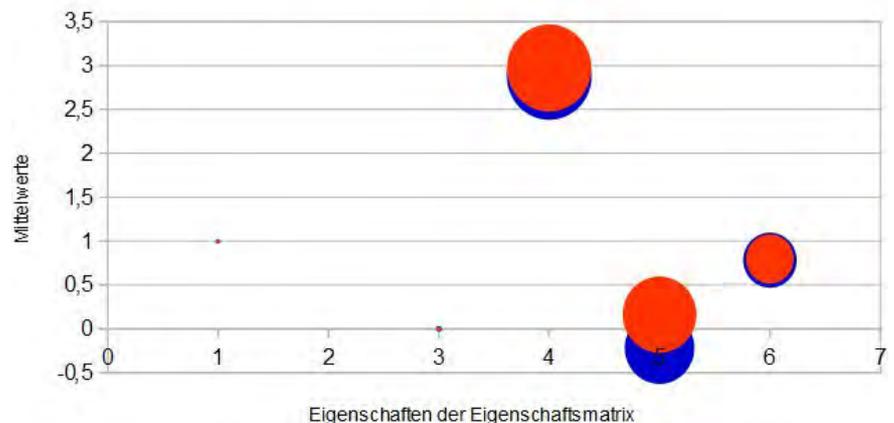


Abb.I (rechts): Blasendiagramm des Mittelwerts (Lage des Mittelpunkts der Blase) und der Standardabweichung (Größe der Blase) des dritten Clusters (blau) und des orangen Teilnetzes bei einer Gesamtclusteranzahl von acht Clustern

Cluster 3 - Gesamt und ein Netz



- 1: M Maßstabsfaktor
- 2: WX, 3: WY Koordinaten des Einheitsvektors des Rotationswinkels
- 4: X Länge des Translationsvektors
- 5: TWX, 6: TWY Koordinaten des Einheitsvektors des Winkels des Translationsvektors

Diese Analyse der Ergebnisse zeigt, dass für den Klassifizierungsalgorithmus die Strecken, die dem Rauschen zuzuschreiben sind, von jenen, die zu einem Objekt gehören, schwer zu unterscheiden sind. Beide Streckentypen weisen zu ähnliche Geometriefehler auf, sodass auch bei Zunahme der Gesamtclusteranzahl nicht davon auszugehen ist, dass reine Objektcluster erreicht werden können. Somit sind alle gängigen Methoden der multivariaten Datenanalyse, wie die Anwendung von c-means gezeigt hat, nur bedingt geeignet, die Datenstrukturen von Altkarten korrekt zu klassifizieren. Die Lösung dieses Problems besteht darin, bereits bei der Klassifizierung nur solche Strecken zu berücksichtigen, die ein Objekt bilden. Somit wird als Ergebnis der Clusterverteilung ausschließlich Strecken in einem Cluster zu finden sein, die ein Objekt bilden.

Diese neue Darstellung des Klassifizierungsergebnisses wäre auch weitaus übersichtlicher und leichter zu interpretieren.

Um der Frage nachzugehen, ob durch Reduktion der zu untersuchenden Strecken, Ergebnisdarstellungen erreicht werden könnten, die übersichtlicher sind, wurde im Folgenden das Ergebnis der Klassifizierung der Gyger-Karte bei einer Gesamtclusteranzahl zehn und vier Clustern herangezogen. Diese Strecken wurden soweit gelöscht (siehe Abb.J und Abb.K), sodass nur jene Linien dargestellt werden, die eine Dreiecksvermaschung bilden. Diese Darstellung liefert recht gute und übersichtliche Ergebnisse, jedoch geht diese zu Lasten eines enormen Informationsverlustes, sodass die ursprünglich formulierte Forschungsfrage dieser Arbeit nicht in ihrem vollen Umfang beantwortet werden kann.

Abb.J (rechts):
Reduzierung der Strecken bei einer Gesamtclusteranzahl von zehn Clustern auf eine Dreiecksvermaschung (Flächen, die von Linien gleicher Farbe (gleichen Clusters) begrenzt werden, sind farbig hervorgehoben)

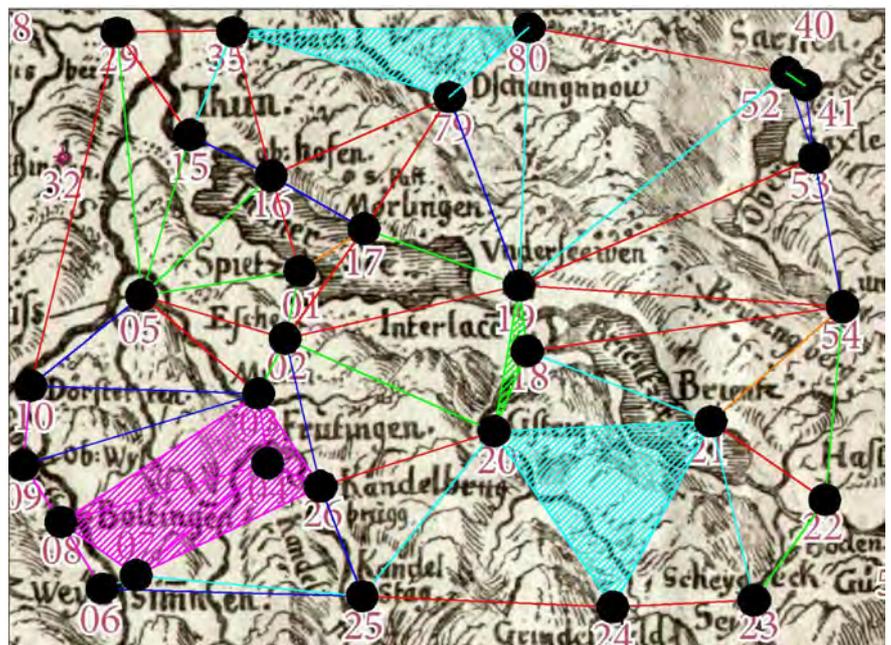
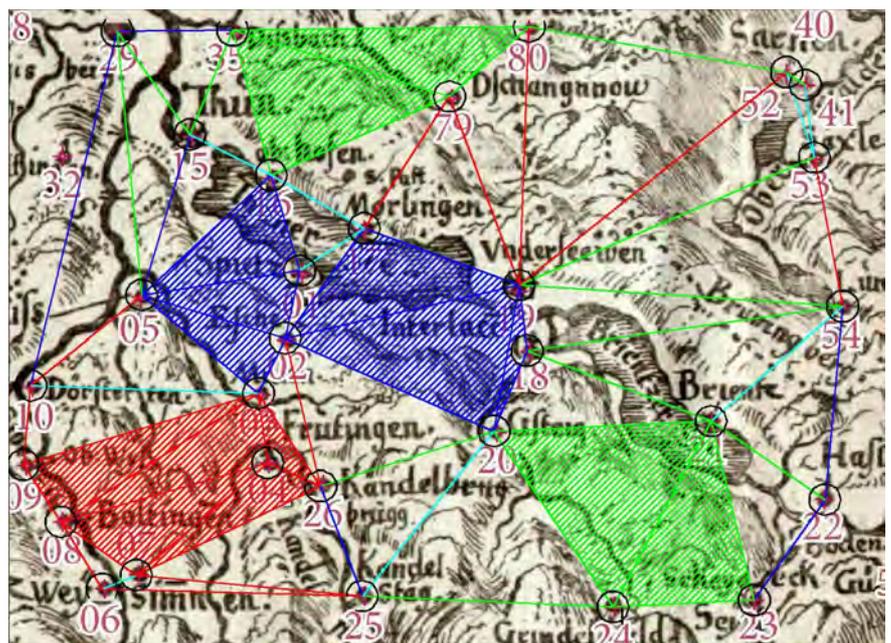


Abb.K (rechts):
Reduzierung der Strecken bei einer Gesamtclusteranzahl von vier Clustern auf eine Dreiecksvermaschung (Flächen, die von Linien gleicher Farbe (gleichen Clusters) begrenzt werden, sind farbig hervorgehoben)



Der Ansatz, die Strecken nach ähnlichen Parametern zu klassifizieren, ist für die Beantwortung der Forschungsfrage prinzipiell sehr gut geeignet. Jedoch sind die gängigen Methoden der multivariaten Datenanalyse nur bedingt geeignet. Aus diesem Grund wird abschließend, als Gesamtergebnis der in dieser Arbeit vorgestellten Untersuchungen, zwei Algorithmen entwickelt, der die räumlichen Zusammenhänge der Strecken bereits bei der Klassifizierung berücksichtigt. Hierbei werden somit nur solche Strecken in Cluster gruppiert, die ein Objekt, somit ein vollständiges Streckennetz, bilden. Bei diesen Klassifizierungsmethoden ist es einerseits möglich, dass eine Strecke in keinem Cluster vorkommt und andererseits, dass eine Strecke in mehreren Objekten enthalten ist.

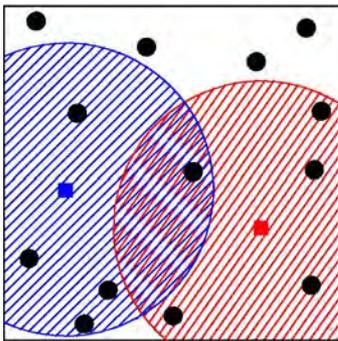


Abb.L (oben): jeder Punkt im sechsdimensionalen Raum repräsentiert eine Strecke der Altkarte, die Kreise symbolisieren die Umkreise als Einflussbereiche, hier vereinfacht in zwei Dimensionen dargestellt

Um zu erkennen, welche Strecken über ähnliche Eigenschaften verfügen, werden hier die Werte der sechs Parameter als Koordinaten im sechsdimensionalen Raum interpretiert. Somit wird jede Strecke durch einen Punkt im sechsdimensionalen Raum repräsentiert (siehe Abb.L). Der Abstand dieser Punkte im Raum lässt sich leicht rechnerisch ermitteln. Eine große Distanz zwischen zwei Punkten bedeutet, dass die Parameter der Strecken über große Wertunterschiede verfügen.

Die Definition von ähnlichen Eigenschaften der Strecken, somit der berücksichtigte Fehlerbereich, kann folglich leicht basierend auf den Abständen im sechsfachen Raum erfolgen. Welche Strecken als Objekt zusammengefasst werden sollen auf zwei Arten erfolgen. Einerseits kann hierzu eine Klassifizierungsmethode der multivariaten Datenanalyse (mit beispielsweise c-means) erfolgen. Andererseits kann auch ein fixer Fehlerbereich (siehe Abb.L) gewählt werden, der somit nur Objekte mit gleichen Fehlerweiten ermittelt.

SUMMARY

The aim of this thesis is to develop a new method for the assessment of the accuracy of old maps, which analyses and classifies systematically occurring and geometric errors. This new method should help historians and cartographers to comprehensively analyse the inner geometric context.

The results of this very specific question enable a multitude of conclusions of the explored old map. Therefore, in the following are just some examples of questions to maps presented:

- Geodesic accuracy of a map
- Discover and find the boundaries of different source-maps (for example portolan map see fig.A)
- Discover different survey methods and approaches of measurement
- Discover errors in positions of topographic objects

In course of this new analysis, outliers will stick out since they do not fit into these geometric structures of the systematically occurring errors.

Therefore, the new method fulfils following requirements:

- Complex inner geometric context is discovered through analysing different geometric errors
- Inner geometric context of the old map will not be analysed limited to sub-areas
- Observed characteristics of distortion should flow unadulterated into the new method

None of the known methods of the assessment of the accuracy of old maps fulfils all of these requirements at once.

Other works show the demand for the new method. For instance *Beineke* argues in his dissertation for the exploration of „an automatic method of analysis to discover groups of points (segmentation) with identical structures of vectors of residue“ (from *Beineke* [2001, S181]). Furthermore, *Beineke* sees demand in research, if statistical methods can be used. (*Beineke* [2001], S81)

The new method only analyses the geometry of the old map and is tailored to a very particular question. The results do not deliver a general overview over the single values of the distortions in the old map.

Old map

Mostly old maps are understood as printed maps, which came to existence from the end of the 15th century until the end of the 18th century (*Beineke* [2001], S3). Maps with this definition are most suitable for the analysis of the assessment of the accuracy with the established methods. But because of this definition interesting maps are not included and are excluded

from the analysis of the accuracy. For this reason for this work old maps are defined as maps, which are older than those of the current state of the art. This holds true with the restriction that these maps here to be critically assessed, if they are suited for the analysis of the geometric accuracy.

New map

A new map is a modern map, which is at the state of the art and has a higher accuracy compared to old maps. For the analysis of old maps, a reference map is defined as error-less. Of course this is an idealization.

Corresponding sets of points

Corresponding sets of points are pairs of points, which indicate specific positions of explicit identified cartographic objects, for example, a specific city, both in the old map and in the new map.

The first part of this work deals with essential questions of the assessment of the accuracy of old maps, which are discussed with several examples.

After a short overview of different aspects of accuracy, further considerations are limited to the geometric accuracy of the historic depiction. In the latter case possible errors of the old maps are important because of their high explanatory power. Hence, the arrangement and the reasons of errors are presented in detail.

fig.A (right): „disrupted“ Portolan-Chart, blue: retraced lines of the coast of the Portolan-Chart, red: actual shape of the coastline (mercator map projection) from *TU Delft: Open GRS Seminar: Portolan charts, a historic and cartographic riddle* [2015]



For the assessment of accuracy, a modern reference map is needed, which is at the current state of the art and has a higher accuracy compared to old maps. This new map needs the same arrangement as the old map, for example its map projection, its scale and its orientation. In this case, the fundamental question is how to choose this arrangement. On the one hand it is possible to take the most supposable arrangement

which was chosen by the historic cartographer for his work. On the other hand it is possible to choose an optimized arrangement which leads to the most assimilate depiction of the new map to the one of the old map. In this context, the choice of the point of covering plays an important role. Since it has a big effect on the results of the assessment of the accuracy of old maps, the arrangement should be chosen carefully, based on the matter of the historic depiction and on the analytical method. Therefore, this work gives an overview using examples of each aspect of the historic map arrangement.

Furthermore, the important cartometric analytic methods of the assessment of the accuracy of old maps are introduced which lead to results which are displayed as graphs. The presented examples of analyses show different aspects of the accuracy of the depiction of the old map which can be discovered with each method.

DEVELOPMENT OF THE METHOD

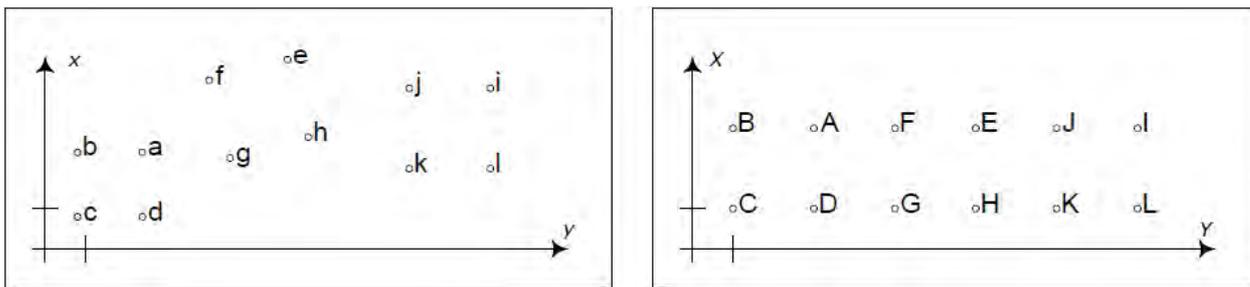
The second part of this work deals with the development of a method which should enhance the discovery of inner geometric relations within the old map. In order to achieve this, systematically occurring geometric errors are analysed and classified. The newly developed method should for example help to discover different source-maps (see fig.A) and different survey methods.

Nicolai identified five source maps in the portolan-map from *Dulcert* from the year 1339 (see fig.A). *Nicolai* detected these sub-areas of the old map with the same rotation and same scale by synopses of several presentations of the results of the isolines. An automatic method was not available here. (*Nicolai* [2014])

The new method presented in this work assigns the parameters of the helmert-transformation, which are derived from the transformation from the new map system to the old map system, to each homolog segment as their characteristics. At the next step, the segments with similar characteristics are categorized in groups (clusters) by using multivariate data analysis. The aim of the classification is to build „objects“ using segments with similar characteristics. An object on the map needs to have at least three segments, which form a triangle. Any further point of an objekt needs to have connection-segments to all other points of an object. In doing so, a complete network is formed, whose segments have similar characteristics.

In the course of this work the method as described was realized with the maths program scilab. Because of the basic idea of this approach of the classification and presentation of systematic occurrent geometric errors in old maps (in German: **K**lassifizierung und **D**arstellung von systematisch auftretenden **F**ehlern in **A**ltkarten), this program is named in short „K DFA“. The classification method c-means arranges the segments of the old map with similar characteristics in to groups. Therein the results are presented in a total number of clusters of two to ten.

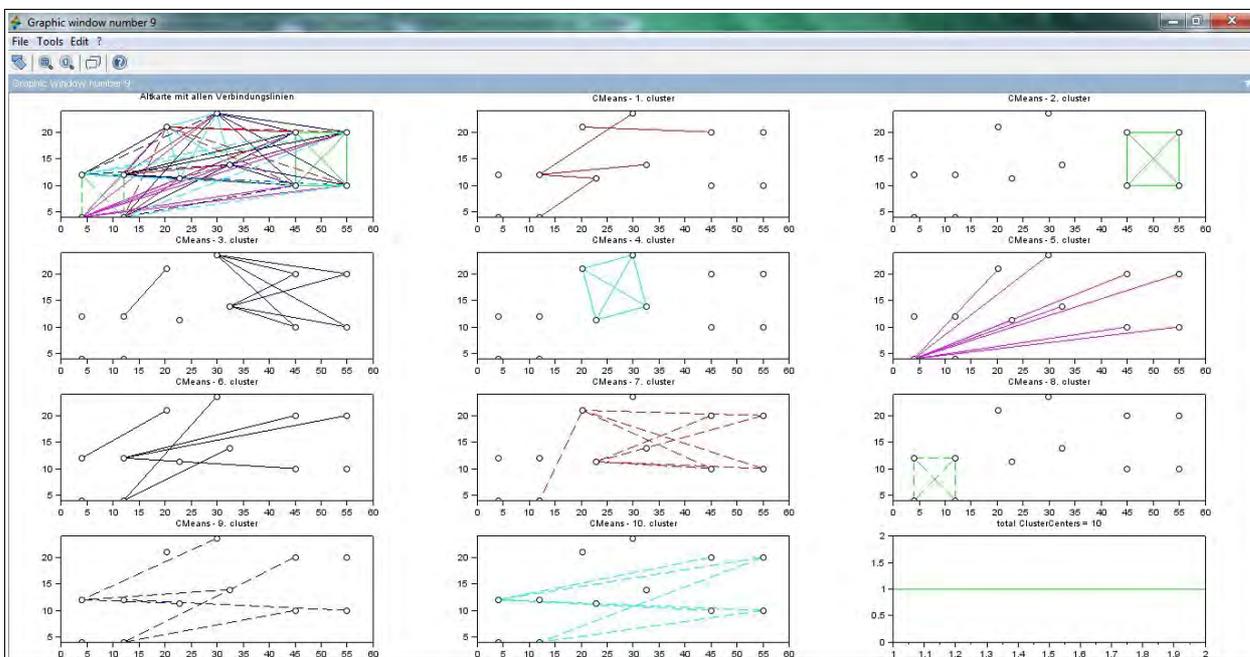
fig.B (below): example of squares, left the „old map“ and right the „new map“



THE „EXAMPLE OF SQUARES“

For checking the program „K DFA“, four examples were used, two testing examples and two real world examples of old maps. The two testing examples (the „example of squares“ and the „Austrian example“) are of fictitious nature and are based on ideal datastructures. Therefore, the distances of the objects have the same geometric errors. The so called „example of squares“ (see fig.B) was used to search for mistakes in the programming of the parameters. The results of this example of total number of clusters of ten is presented (see fig.C) as it was displayed with „K DFA“. All segments, coloured group membership, of the old map are shown in the first graph (see fig.C). The following ten diagrams present each cluster with the containing segments. Here each of the three squares have the same geometric error and each square is one object (see definition) and is clustered in separate groups, as it was expected. All remaining segments are not part of an object, they are random noise.

fig.C (below): results of the example of squares of a total number of ten clusters, as displayed with „K DFA“



Therefore, the new method (and so the new computer program „K DFA“) answers the scientific question in the „example of squares“ in a perfect way. The only limitation that can be found is, that because of the chosen statistical method (c-means), the different program runs yield different results.

So for example of a total number of ten clusters, two objects, here the distances of two squares, can be classified into a single cluster. At a higher amount of the total number of clusters these two squares would be consequently separated in two different clusters.

THE „AUSTRIAN EXAMPLE“

The second testing example is a simplified Austrian map. Here, three additional cities were added to the provincial capitals, which are correctly positioned. This three-cities-group has identical, systematic occurring geometric errors. The program „K DFA“ identifies the high accuracy of the provincial capitals. Therefore, all distances of these positions, of a total number of ten clusters, are correctly classified in a single cluster (see fig.D). Also, the distances of the three-cities-group are combined into a cluster, but some single distances as well (see fig.E). As already defined, an object needs to have at least one triangle and have to form a complete network. Since these single distances do not form a complete network with the triangle of the provincial capitals, they are random noise. The geometric errors of the distances of the three-cities-group are identical, so they are in a little range of dispersion and are identified as an object. Based on the mentioned considerations all other clusters of the „Austrian example“ are random noise.

fig.D (right): result of the „Austrian example“ of a total number of ten clusters, presentation of the tenth cluster, overlaid with a cut-out of a map, from *OpenStreetMap* [2015] used as based map

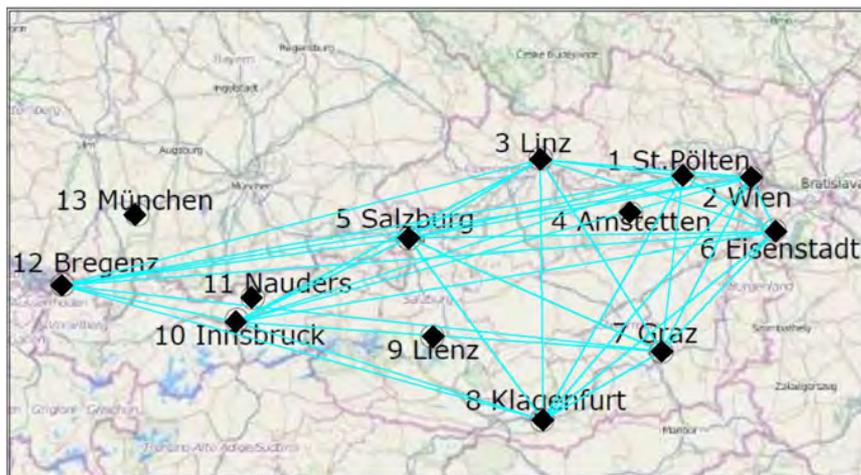
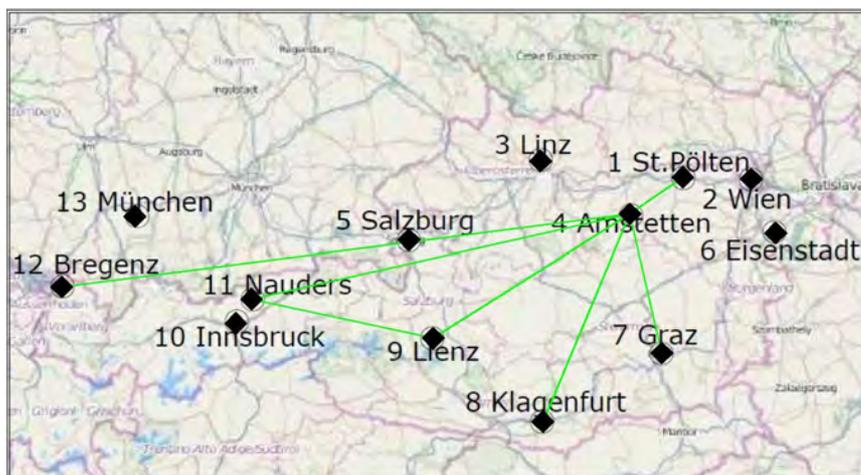


fig.E (right): result of the „Austrian example“ of a total number of ten clusters, presentation of the eighth cluster, overlaid with a cut-out of a map, from *OpenStreetMap* [2015] used as based map



The city Munich is identified by the new method as outlier. All ending points of the distances, which are part of objects, are no outliers. On the other hand all points, which are just ending

points of segments, which are detected as random noise, are per definition outliers. The city Munich is an outlier since it is the only point which is not part of an object.

Only „hard clustering“ would have the effect for example on the segments of the three-cities-group, that they were classified in one cluster without any single segments. „Hard clustering“ means to choose a high amount of clusters compared to the number of segments. But the question is, if this „hard clustering“ is constructive in the case of the analysis of old maps. In contrast to the fictitious examples, geometric errors of the distances from old maps exist with a high range of dispersion, even though they are part of a single object. „Hard clustering“ could have the effect, that these segments will not be discovered as part of a single object.

So there is the need to clarify which total number of clusters should be chosen for this scientific question and if ten clusters, as implemented in the program „K DFA“, is too little. Further, testing examples showed, that for the differentiation of the objects from the random noise the range of dispersion of the geometric errors should be known. The geometric errors of all single segments are calculated by the program „K DFA“, but there is a lack of a criterion, which defines the value of the spreading of the geometric errors.

REAL OLD MAP EXAMPLES

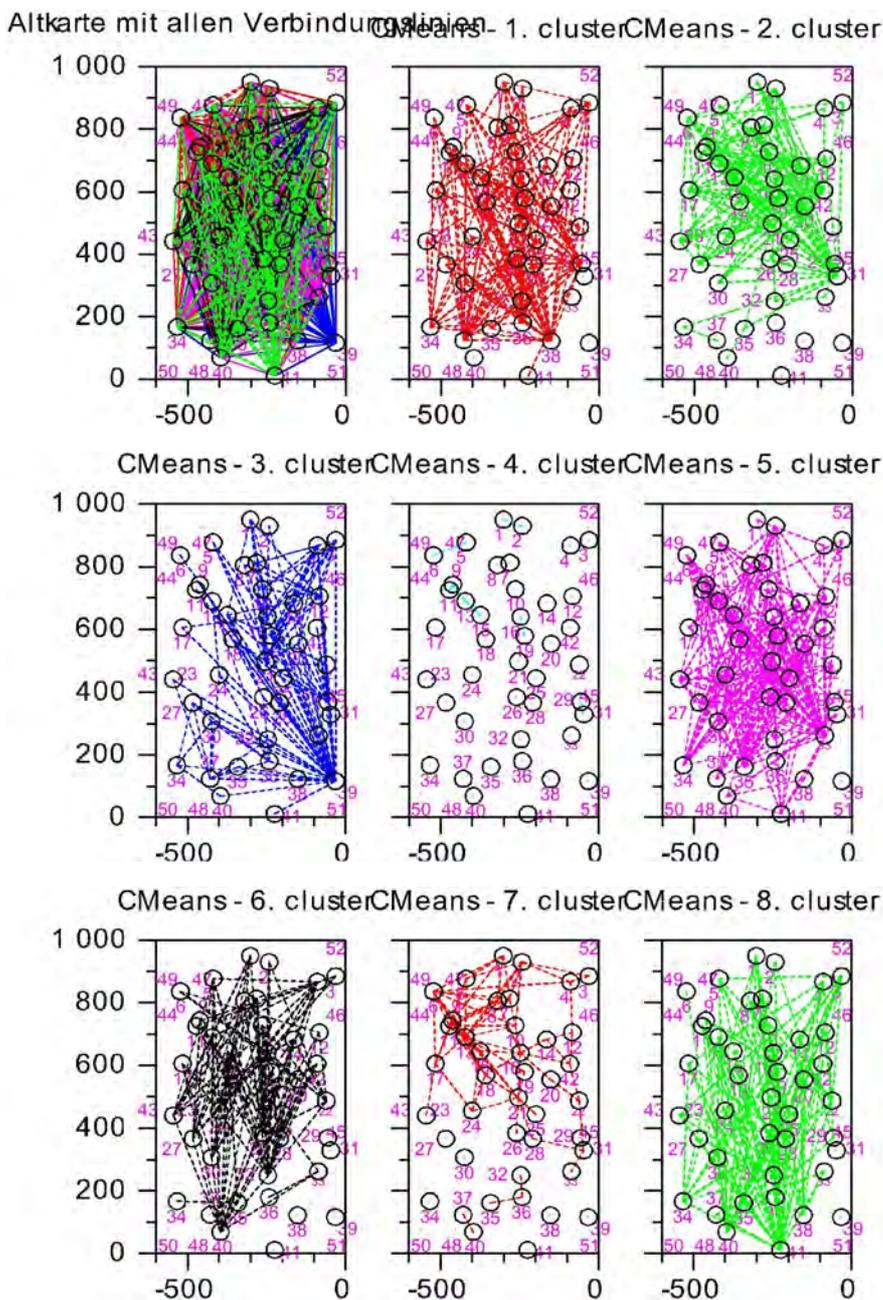
So the method will be tested on objects with geometric errors in a higher range of dispersion but not on real old map examples. The two examples of old maps are first, the map of the alpine club of the mountains of Brenta from 1908, the Brenta-map, and second, the detail of the map „Die Eydgnoschafft Püntten vnd Wallis, Helvetia cum Confinijs“ from *Hans Conrad Gyger* from the year 1637, the Gyger-map. For the assessment of the accuracy of the Gyger-map a corresponding set of points needed to be found using the programm *MapAnalyst*. The quality of the geometric accuracy of these two old maps are very different. The Brenta-map has a high and the Gyger-map of less accuracy. Therefore, the geometric errors of their segments show very varying areas of errors. The big differences in their data structure have no effect on the classification.

Analysing the two examples of old maps a lot of more corresponding points are included than with the two testing examples. The totals formula of Gauss shows the effect of a potential rising number of segments which need to be classified. Therefore, for the presentations of the results a high amount of segments needs to be sorted. On the one hand single clusters are found, which clearly belong to random noise. On the other hand main clusters (multitude of the segments) appear, of which it cannot be distinguished at first view, if and how many objects they include and which distances need to be seen as random noise. Therefore, the results of the examples of the real old maps are harder to interpret.

The first real old map example was the Brenta-map. Among other analyses the 42 „main points“, which build a network over the whole Brenta-map, were analysed with „K DFA“. The

analysis of the Brenta-map was based on the intensive researches of the chair in cartography and topography of the university of the federal armed forces of western Germany in the years from 1982 to 1987, which were presented in a collection of articles, the so called „Brenta-monograph“.

fig.F (right): connection segments of the main points, results of a total number of eight clusters



The presentations of the curves of the two indices of error (the „Davis-Bouldin-Index“ and the quantification of cluster error) with increasing total number of clusters show for the examples of old maps a complex trend. How many total number of clusters should be chosen is based on the visualisation of the distribution of error. Based on the presentation of the two indices of error, the result of the analysis of the „main points“ with the total number of clusters of eight (see fig.F) is considered the best. However, the result of a total number of clusters of two appears to be more the expected result. Therefore, the two indices of error are not suitable to represent the

quality of the results of the analysis of old maps. Furthermore, it is shown, that the maximum of the total number of clusters of ten is adequate for analysing old maps. By the program „KDFA“ the maximum of the total number of clusters is limited to ten.

fig.G (right): left: cluster number three with two coloured (yellow and orange) partial networks, segments of the main points, of a total number of eight clusters

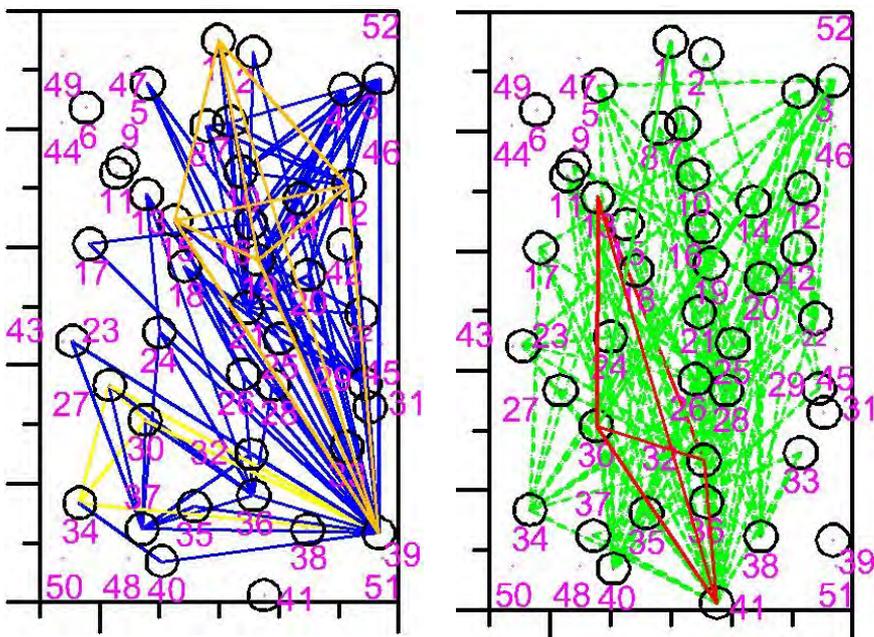
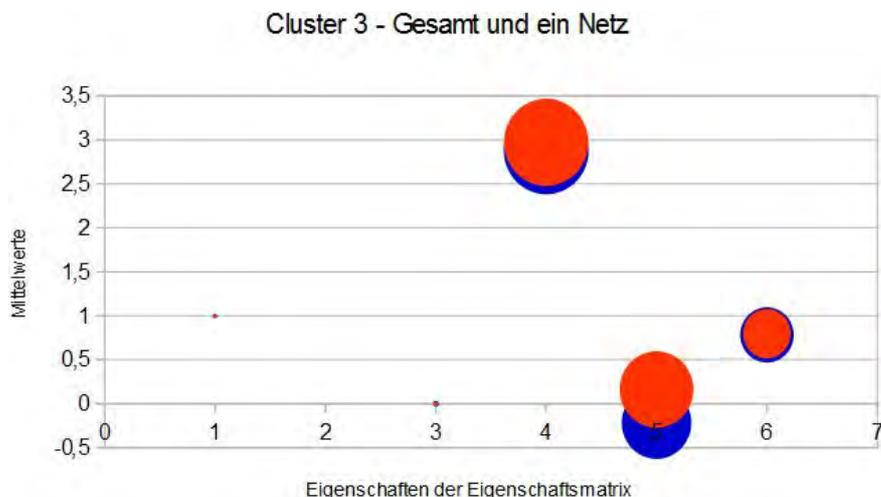


fig.H (right): right: cluster number eight with two coloured (yellow and orange) partial networks, segments of the main points, of a total number of eight clusters

fig.I (right): bubble diagram of the mean value (position of the centre of the bubble) and the standard deviation (size of the bubble) of the third group (blue) and of the orange coloured partial network of a total number of eight clusters

- 1: M scalefactor
- 2: WX, 3: WY coordinates of the unit vector of the rotation angle
- 4: X length of the translation vector
- 5: TWX, 6: TWY coordinates of the unit vector of the rotation angle of the translation vector



The results of a total number of clusters of eight (see fig.F) is not clearly presented, since it is not obvious if the high amount of segments belong to an object or to random noise. That is why two clusters (see fig.E and fig.F), number three and eight, were selected for a detailed analysis. The quality of these two cluster groups was estimated by calculating the mean value and the standard deviation of each parameter of the segments. Since these analyses give meaningful views into the structure of data, they are utilized, though they act on the assumption normal distribution of the geometric errors, which is known not to be the case for the structure of data of old maps. All segments of cluster number three and eight can not be objects by above definition, they do not form full networks. For this reason the coloured partial networks (see fig.G and fig.H) were singled out. Using bubble diagrams the mean value and the standard

the correct way to answer the scientific question of this work. But common methods of multivariate data analysis are not fully suitable. As conclusion, as the overall result of the presented examinations of this work, two algorithms is suggested, which incorporates position-relations of the segments already during the classification.

fig.K (right): reduction of the segments of a total number of cluster of four, those lines with form a meshing triangle (areas which are bordered with same coloured lines (same cluster) are coloured as well

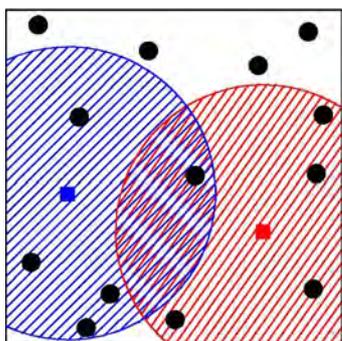
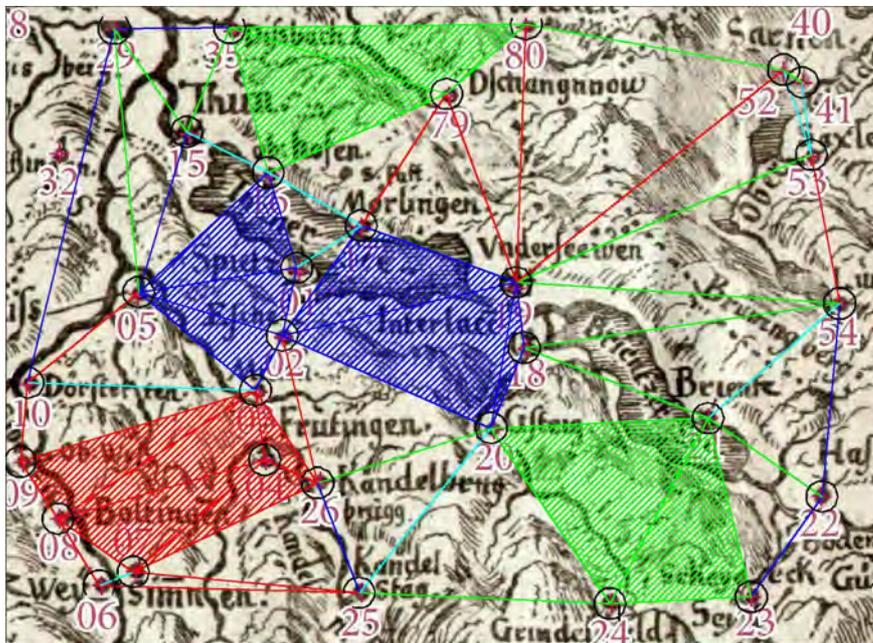


fig.L (above): each point in the six dimensional room represents segments of the old map, the circles symbolizes the circumscribed area of influences, here simplified presented in two dimensions

For the identification of the segments with similar characteristics, the values of the six parameters are interpreted as coordinates in a six dimensional space. Thus each segment is presented by a point in the six dimensional space (see fig.L). The distance of these points in space can be easily calculated. A big distance between two points means, that the parameters of the distances have big differences in values.

Thus, the definition of similar characteristics of segments (the considered error range) can easily be based on the distances in the six dimensional room. The segments which form an object can be found in two ways. On the one hand a classification method of multivariate data-analysis (for example c-means) can be used. On the other hand fixed circumscribed areas of influences (see fig.L) can be chosen, therefore the objects have the same error ranges.

DANKSAGUNG

Herrn Prof. Dr. Gartner und Herrn DI Orttag möchte ich für die Möglichkeit danken mit dieser Diplomarbeit eigene Wege gehen zu können.

Herrn Zumstein danke ich für die zur Verfügungsstellung einer bereits gescannten Originalkarte aus seiner Sammlung und für die Erlaubnis, diese für die vorliegende Arbeit verwenden zu dürfen.

Meiner Schwester Erna danke ich für ihre tatkräftige Unterstützung bei der Realisierung des Programms „K DFA“ und für ihren wackeren Kampf gegen meine Rechtschreib- und Grammatikfehler, die sie als Lektorin dieser Arbeit geführt hat.

Einigen Menschen möchte abschließend herzlich danken:
Meinem Vater, Annemarie, Beate, Doris, Eva, Gabriele, Judith, Linda, Magret, Melanie und Michael.

INHALTSVERZEICHNIS

1 EINLEITUNG UND ZIELSETZUNG.....1
 1.1 Zielsetzung und Begriffsdefinitionen.....2
 1.2 Einteilung der Genauigkeit.....4
 1.3 Fehler in Altkarten.....5
 1.3.1 Unbewusste Fehler.....8
 1.3.2 Bewusste Fehler11
 1.3.3 Ermittlung von Fehlern in Altkarten.....12
 2 ANFORDERUNGEN AN DIE NEUKARTE.....14
 2.1 Netzentwurf.....15
 2.1.1 Unterschiedliche Netzentwürfe.....18
 2.2 Maßstab.....26
 2.2.1 Methoden zur Bestimmung des Maßstabs.....27
 2.3 Orientierung.....29
 2.4 Deckungspunkt.....32
 3 METHODEN ZUR ERMITTLUNG DER GEOMETRISCHEN
 GENAUGENAUIGKEIT.....34
 3.1 Direkter Geometrievergleich - Punktwolke.....35
 3.1.1 Fehlervektoren (Restklaffungsvektoren).....35
 3.2 Direkter Geometrievergleich - Strecke.....36
 3.2.1 Dreiecksnetzmethode.....37
 3.2.2 Dreiecksseitenmethode.....38
 3.3 Direkter Geometrievergleich – Dreieck.....40
 3.3.1 Dreiecksumfangmethode.....40
 3.3.2 Dreiecksflächenmethode.....40
 3.4 Direkter Geometrievergleich – gleichmäßige Struktur.....43
 3.4.1 Isodeformate.....43
 3.4.2 Verzerrungsgitter.....45
 3.4.3 Verzerrungsellipse (Tissotsche Indikatrix).....50
 3.5 Statistische Lagegenauigkeit von Punkten in Relation zur Gesamtkarte.....51
 3.5.1 Kreismethode.....51
 3.5.2 Fehlerellipsen.....53
 4 ENTWICKLUNG DER METHODE.....55
 4.1 Fragestellung.....58
 4.2 Entwicklung der Theorie der Methode.....60
 4.2.1 Klassische Helmert-Transformation.....62
 4.2.2 Objektdefinition.....63
 4.2.3 Streckenauswahl.....65
 4.2.4 Klassifizierung mittels multivariater Datenanalyse.....66
 4.3 Darstellung und Interpretation des Ergebnisses.....68
 4.4 Umsetzung der Methode mit Scilab.....69
 4.4.1 Dateneingabe.....70
 4.4.2 Parameterberechnung.....72
 4.4.3 Eigenschaftsmatrix.....72
 4.4.4 Multivariate Datenanalyse.....73
 4.4.5 Ausgabe des Ergebnisses.....73
 4.5 Diskussion der Ergebnisse.....75
 5 ANWENDUNGSBEISPIEL: „Karte der Brentagruppe“80
 5.1 Entwicklung der Karte ab 1908.....81
 5.2 Quellen der Karte.....83
 5.3 Historische Originalunterlagen.....84
 5.4 Genauigkeitsuntersuchungen85
 5.4.1 Netz der Hauptpunkte.....85
 5.4.2 Punkte des Kartenrahmens.....96
 5.4.3 Netz der Geländepunkte.....99
 6 ANWENDUNGSBEISPIEL: „Die beiden Seen – der Thuner- und
 der Brienersee“.....107
 6.1 Historisches über die Karte.....108
 6.2 Quellen der Karte.....109
 6.3 Originalexemplar – Digitalisierung.....109
 6.4 Datengewinnung – Passpunkte.....110
 6.5 Vorbereiten der Daten zur Analyse mit dem Scilab- Programm.....111
 6.6 Kartenanalyse mit MapAnalyst.....112
 6.7 Kartenanalyse mit „K DFA“.....114
 7 SCHLUSSBEWERTUNG.....120
 8 LITERATURVERZEICHNIS.....126

ABBILDUNGSVERZEICHNIS

1	Weltkarte, Johann Babtist Homann, 1730, aus <i>historic-maps</i> [2014]
2	„Geographische Positionen von <i>Island</i> auf der <i>Europa</i> -Karte (1554), der Weltkarte (1569) und der <i>Island</i> - Karte (1595) von <i>Gerhad Mercator</i> (Skizze von <i>Werner Schutzbach, Wil/Schweiz</i>)“, aus <i>Dreyer-Eimbcke</i> [1996, S40]
3	„Anordnung von <i>Thurner</i> - und <i>Brienzersee</i> . Links: <i>Gyger, Hans Conrad</i> : „Die Eydgnoschafft Püntten vnd Wallis, Helvetia cum Confinijs“, 1637, ca. 1:1.200.000. Mitte: <i>Scheuchzer, Johann Jakob</i> : „Nouvelle carte de la Suisse divisées en ses treize canton, ses alliez et ses sujets“, ca. 1720, ca. 1:320.000. Rechts: „Carte Générale de l’Atlas Suisse“, 1802, ca. 1:500.000.“ aus <i>Jenny et al.</i> in <i>Koller et al.</i> [2009, S5]
4	Karte des Südpazifik, weißer Kreis markiert die Phantominsel „ <i>Sandy Island</i> “, aus <i>Südpazifische Insel von beträchtlicher Größe existiert gar nicht – Welt – derStandard.at > Wissenschaft</i> [2014]
5	„ <i>Carte vom Thurgau</i> “, <i>Ferdinand Rudolf Hassler</i> , 1798-1801, 1:82.000, Manuskriptkarte, 85,5cm x 51cm, <i>Staatsarchiv Bern</i> aus <i>Jenny et al.</i> [2011, S409]
6	„Die Landgraafschaft Thurgeü und allen darin liegenden Herschafften, wie auch der Stetten, Clösteren Schlösseren, und der meisten Dörfferen und Höfen, samt angränzenden Landschafften“, <i>Nötzli Johann Caspar</i> , vor Mitte des 18. Jhd., ca. 1:110.000, Manuskriptkarte, 64cm x 36cm, Zentralbibliothek Zürich, Kartensammlung, MK 2157, aus <i>Jenny et al.</i> in <i>Koller et al.</i> [2009, S12]
7	Ausschnitt aus den Blättern Nr. 3 und 4 des „Atlas Suisse“, <i>Johann Rudolf Meyer, Johann Heinrich Weiss</i> und <i>Joachim Eugen Müller</i> , 1796-1802, ca. 1:120.000, 16 Karten, je ca. 70cm x 51cm aus <i>Jenny et al.</i> in <i>Koller et al.</i> [2009, S12]
8	Verzerrungsgitter für Hasslers „ <i>Carte vom Thurgau</i> “ (strichliert) und <i>Nötzlis</i> „ <i>Die Landgraafschaft Thurgeü [...]</i> “ (durchgezogen), aus <i>Jenny et al.</i> in <i>Koller et al.</i> [2009, S14]
9	Verzerrungsgitter für Hasslers „ <i>Carte vom Thurgau</i> “ (schwarz) und <i>Nötzlis</i> „ <i>Die Landgraafschaft Thurgeu [...]</i> “, die schwarzen Punkte markieren die Passpunkte, aus <i>Rickenbacher</i> [2007, S17]
10	Verzerrungsgitter für Hasslers „ <i>Carte vom Thurgau</i> “ (strichliert) und für den „ <i>Atlas Suisse</i> “ (durchgezogen), aus <i>Jenny et al.</i> in <i>Koller et al.</i> [2009, S14]
11	Verzerrungsgitter für Hasslers „ <i>Carte vom Thurgau</i> “ (schwarz) und für den „ <i>Atlas Suisse</i> “, aus <i>Rickenbacher</i> [2007, S17]
12	23 Messungen der astronomischen Breite und Länge, August – Dezember 1973, Wien-Hietzing, aus <i>Waldhäusl</i> [1976, S107]
13	Übersichtskarte des „ <i>Atlas tyrolensis</i> “ – die „ <i>Bauernkarte</i> “ von <i>Tirol, Peter Anich</i> und <i>Blasius Hueber</i> , 1774, 1:103.800 (Übersichtskarte: 1:545.000), 20 Blätter, 217,5cm x 226cm, Wien; Original im <i>Tiroler Landesarchiv</i> in <i>Innsbruck</i> ; Faksimiledruck: <i>H. Kinzl</i> , 1974, herausgegeben von <i>H. Kinzl</i> , aus <i>Beimrohr</i> [2006, S2]
14	„Die Kennzahl K ist ein Mass für die Güte der Längenangaben einer alten Landkarte oder Positionstabelle. Das Diagramm zeigt die Änderungen dieser Kennzahl über den Untersuchungszeitraum von 300 Jahren“, aus <i>Forstner</i> und <i>Brunner</i> [2006, S39]
15	Blatt 8 der „ <i>Carte Topographique de la Grande Route de</i>

	<i>Berne à Zurich & Zurzach</i> “, in dieser Karte fehlt die Stadt Aarau, <i>Pierre Bel</i> , 1787, ca. 1:35.000, stark verkleinert, aus <i>Cranach</i> [2000, S32]
16	Normalverteilung mit blau schraffiertem 3-Sigma Bereich, aus <i>Standardabweichung – Wikipedia</i> [2014]
17	schematische Darstellung einer topologischen Unstimmigkeit, aus <i>Beineke</i> [2001, S107]
18	Konturenvergleich – Vergleich der Umriss der Kontinente, rot: Karte von Johann Baptist Homann (1722), blau: aktuelle Referenzkarte, aus <i>Forstner und Oehrli</i> [1998, S37]
19	Konturenvergleich verschiedener Projektionen – Vergleich der Umriss der Kontinente, weiß: lineare Nachzeichnung der Kontinentumriss der Portolan-Karte von <i>Dulcert</i> (1339), rot: längentreue transversale Zylinderprojektion der Neukarte, Abbildungen mit unterschiedlichen berührenden Meridianen - von oben nach unten: 30°, 36°, 42° und 48°, aus <i>Lacroix et al.</i> [2014]
20	zwei extrem unterschiedliche Abbildungen, links: quadratische Plattkarte, rechts: Mercator-Projektion, aus <i>Bretterbauer</i> [2002, S23]
21	transversale flächentreue Zylinderprojektion aus <i>DGGS – Cylindrical Equal-Area Projection</i> [2014]
22	„ <i>Carte vom Thurgau</i> “, <i>Ferdinand Rudolf Hassler</i> , 1798-1801, 1:82.000, Manuskriptkarte, 85,5cm x 51cm, <i>Staatsarchiv Bern</i> aus <i>Jenny et al.</i> [2011, S409]
23	Augpunkt der stereographischen Projektion liegt im Antipodenpunkt des Berührungspunkts der Bildebene, aus <i>Kartennetzentwurf – Wikipedia</i> [2014]
24	<i>Loxodrom</i> strichliert und Großkreis voll, aus <i>Bretterbauer</i> [2002, S21]
25	Augpunkt der gnomonischen Projektion liegt im Erdmittelpunkt, aus <i>Kartennetzentwurf – Wikipedia</i> [2014]
26	Tissot´sche Verzerrungsellipsen unterschiedlicher Azimutalprojektionen im Vergleich, Parallelkreise im Abstand von 15°, aus <i>Bretterbauer</i> [2002, S37]
27	stereographische Polarprojektion, aus <i>Bretterbauer</i> [2002, S32]
28	gnomonische Polarprojektion, aus <i>Bretterbauer</i> [2002, S33]
29	Augpunkt der orthographischen Projektion liegt im Unendlichen, aus <i>Kartennetzentwurf – Wikipedia</i> [2014]
30	mittabstandstreue Polarprojektion, aus <i>Bretterbauer</i> [2002, S35]
31	orthographische Polarprojektion, aus <i>Bretterbauer</i> [2002, S29]
32	Übernahme von längentreuen Meridianen, aus <i>Kartennetzentwurf – Wikipedia</i> [2014]
33	links: quadratische Plattkarte, rechts: Verzerrungsellipsen, aus <i>Bretterbauer</i> [2002, S41]
34	Schema der Mercator-Projektion mit Schrittweiten von jeweils 10°, aus <i>Schröder</i> [1988, S79ff]
35	links: Mercator-Projektion mit zwei Loxodromen und einem Großkreis, rechts: Verzerrungsellipsen, aus <i>Bretterbauer</i> [2002, S39]
36	Schema der Lambert-Projektion, aus <i>Kartennetzentwurf – Wikipedia</i> [2014]
37	links: Lambert-Projektion, rechts: Verzerrungsellipsen, aus <i>Bretterbauer</i> [2002, S42]

38	links: konforme transversale Zylinderprojektion von Lambert, rechts: Verzerrungsellipsen, aus <i>Bretterbauer</i> [2002, S41]
39	links: <i>Sanson/Flamsteed-Projektion</i> , aus <i>Bretterbauer</i> [2002, S45], rechts: Verzerrungsellipsen, aus <i>Bretterbauer</i> [2002, S24]
40	links: Mollweide-Projektion, rechts: Verzerrungsellipsen, aus <i>Bretterbauer</i> [2002, S47]
41	links: Hammer-Projektion aus <i>Bretterbauer</i> [2002, S51] rechts: Verzerrungsellipsen aus <i>Snyder et al.</i> [1989, S160]
42	links: Äquistante Kegelprojektion, rechts: Verzerrungsellipsen (Abbildung zeigt eigentlich mittabstandstreue Kegelprojektion) aus <i>Bretterbauer</i> [2002, S66]
43	links: konformer Kegelentwurf von Lambert, rechts: Verzerrungsellipsen, aus <i>Bretterbauer</i> [2002, S64]
44	links: Entwurf von Albers, rechts: Verzerrungsellipsen aus <i>Bretterbauer</i> [2002, S66]
45	links: Bonnescher Entwurf, rechts: Verzerrungsellipsen, aus <i>Bretterbauer</i> [2002, S71]
46	links: Stab/Wernerscher Entwurf, aus <i>Bretterbauer</i> [2002, S72] rechts: Verzerrungsellipsen aus <i>Snyder et al.</i> [1989, S114]
47	Globularprojektion von <i>Nicolosi</i> aus <i>Bretterbauer</i> [2002, S75]
48	Schema der Trapezabbildung aus <i>Beineke</i> [2001, S47]
49	eine der fünf Maßstabsleisten der Portolankarte von <i>Albino de Canepa</i> aus dem Jahr 1489 aus <i>File:Portolan chart by Albino de Canepa 1489.jpg - Wikimedia Commons</i> [2015]
50	„Polygone zur Maßstabberechnung in den Karten „alt“ und „neu“.“ aus <i>Forstner</i> [1998, S35]
51	Nordrichtungspfeil in Ausschnitt der Karte „ <i>Fraischgrenze</i> zwischen <i>Plech</i> , <i>Hiltpolstein</i> und <i>Betzenstein</i> “, 1574, in der Staatsarchiv Bamberg (Inv.Nr.9) aus <i>Feldmann</i> [2006, S48]
52	Lineare Umzeichnung einer babylonischen Tontafel-Karte (ost-orientiert), die Himmelsrichtungen sind mit Kreisen gekennzeichnet und beschriftet, um 2300 v.Chr. (älteste erhaltene topographische Karte der Welt), <i>Semitic Museum, Harvard Universität, Cambridge</i> aus <i>Podossinov</i> [1993, S33]
53	Die Lazarus-Karte (1528) mit linearen Strukturen der Neukarte überlagert, schwarz: Netz der Längen und Breitengrade, rot: die historischen Grenzen von Ungarn, blau: Netz der Flussläufe aus <i>Timàr et al.</i> in <i>Gartner et al.</i> [2010, S494]
54	moderne Darstellung der ersten Projektion von <i>Ptolemäus</i> Anfang des 20. Jahrhunderts aus <i>Claudius Ptolemäus - Wikipedia</i> [2014]
55	Lage der Lazarus-Karte in der Netzstruktur der ersten Projektion von <i>Ptolemäus</i> aus <i>Timàr et al.</i> in <i>Gartner et al.</i> [2010, S490]
56	verkleinerte Abbildung in schwarz/weiß des färbigen Kartenfelds (Randtext und Wappenzeile nicht abgebildet) der Karte „Beschreibung des Hegöws: des schwartz walds vnd vrsprungß der Donaw / im jar Christi M.D.XXXVII. durch Sebastian Münster in truck verfaßt.“, Karte des Hegaus und des Schwarzwaldes, gesüdet, Sebastian Münster, 1537, ca. 1:500.000, Kartenfeldgrösse 27cm x 16cm, 2 Druckexemplare erhalten: eines in der Coburger Landesbibliothek und das zweite in der Herzog-August-Bibliothek in Wolfenbüttel, aus <i>Höhn</i> [1991, S17]

57	„Nachzeichnung der Flussläufe und ausgewählter Orte der Hegau-Schwarzwaldkarte, 1537 (schwarz) im Vergleich mit einer heutigen Karte (grau).“, genordet, Alfred Höhn, 1991, 18,4cm x 12,3cm, aus <i>Höhn</i> [1991, S19]
58	Übersichtskarte des „Atlas tyrolensis“ – die „Bauernkarte“ von Tirol, Peter Anich und Blasius Hueber, 1774, 1:545.000 (Detailkarten auf 20 Blätter, 1:103.800), 43,7m x 43,7cm, Wien; Original im Tiroler Landesarchiv in Innsbruck; Faksimiledruck: H. Kinzl, 1974, herausgegeben von H. Kinzl, aus <i>Beimrohr</i> [2006, S2]
59	<i>Verbesserungsvektoren</i> (und <i>Mekenkamps</i> Kreisdarstellung) der Genauigkeitsanalyse des „Atlas tyrolensis“ aus <i>Bretterbauer</i> [1993, S49]
60	<i>Restklaffungsvektoren</i> der Genauigkeitsanalyse des „Atlas tyrolensis“, aus <i>Bretterbauer</i> [1993, S49]
61	Optimale Dreiecksvermaschung im Ausgangs-Koordinatensystem (links) und Ziel-Koordinatensystem (rechts)
62	„Gough Map“ von Großbritannien, anonymen Kartograph, 1355-1366, Originalformat: liegend (ost-orientiert), 115cm x 56cm; Original in der Bodleian Library, Oxford aus <i>Gough Map – Wikipedia, the free encyclopedia</i> [2015]
63	Dreiecksnetzmethode der „Gough Map“, links: Altkarte mit optimaler Dreiecksvermaschung, rechts: Netz der Altkarte in die Neukarte übertragen aus <i>Tobler</i> [1994, S204]
64	Netz in der Neukarte ohne Ausreißerstädte aus <i>Tobler</i> [1994, S206]
65	Ausschnitt der Mecklenburg-Karte von 1552 (eingefärbte Fotokopie) aus <i>Geschichte der Kartographie Mecklenburgs</i> [2015]
66	Dreiecksseitenmethode der Mecklenburg-Karte aus <i>Pápay</i> [1988, S213]
67	Fotografie des Faksimiledrucks des Hoinckhusen-Atlas – Karte VI „Südteil des Amtes Ribnitz und die Rostocker Stadtgüter sowie die Güter der Hospitäler zum Heiligen Geist und Sankt Georg“, Bertram Christian von Hoinckhusen, um 1700, 1.100.000, ca. 67cm x ca. 57cm aus <i>mecklenburg karte des – ZVAB.com</i> [2015]
68	Dreiecksnetz der Referenzkarte des Hoinckhusen-Atlas – Karte VI aus <i>Pápay in Scharfe et al.</i> [1996, S105]
69	Dreiecksnetz der Altkarte, des Hoinckhusen-Atlas – Karte VI aus <i>Pápay in Scharfe et al.</i> [1996, S105]
70	Dreiecksumfangmethode des Hoinckhusen-Atlas – Karte VI aus <i>Pápay in Scharfe et al.</i> [1996, S108]
71	Dreiecksflächenmethode des Hoinckhusen-Atlas – Karte VI aus <i>Pápay in Scharfe et al.</i> [1996, S110]
72	Isodeformate mit linearer Interpolation ermittelt (Linien gleicher Fehlervektorenlängen) mit Dreiecksnetz hinterlegt der Schlesienkarte von Martin Helwig von 1581 aus <i>Beincke</i> [2001, S110]
73	Isodeformate mit bivarianter Interpolation über der Dreiecksvermaschung mit Polynomen 5. Ordnung mit C1-Kontinuität ermittelt (Linien gleicher Fehlervektorenlängen) der Schlesienkarte von Martin Helwig von 1581 aus <i>Beincke</i> [2001, S111]
74	„Germania Universalis“, G. Mercator, 1585, 48,5cm x 35,8cm aus <i>germania von deutschland – ZVAB.com</i> [2015]
75	Isodeformate der Längen der Restklaffungsvektoren der „Germania Universalis“ aus <i>Nell</i> [2009, S31]
76	„Andreas Benincasa, filius Gratosi anconitanus composuit 1476“, Joachim Lelewel, 1852, Kartenfeldgröße 21cm x 28cm aus <i>Lelewel</i> [1852, Atlasband Folie XXXIV]

77	Ausschnitt aus Abb.76, graphische Analyse von Lelewel der Benincasa-Karte von 1476, 21cm x 16,2cm, aus <i>Lelewel</i> [1852, Atlasband Folie XXXIV]
78	„Geometrische Konstruktion der Gitterlinie $X=10\text{km}$ mit Punkten im Streifen $5 < X < 15\text{km}$. Das rechte Teilbild zeigt die für die Konstruktion verwendeten Punkte in der Karte „neu.“ aus <i>Forstner</i> [1998, S34]
79	„Geometrische Konstruktion der Gitterlinie $X=10\text{km}$ mit Punkten im Bereich $0 < X < 20\text{km}$. Das rechte Teilbild zeigt die für die Konstruktion verwendeten Punkte in der Karte „neu.“ aus <i>Forstner</i> [1998, S34]
80	„Konstruktion der Gitterlinie $X=10\text{km}$ aus den Lotabständen der Punkte unter Benutzung des mittleren Masstabes, verwendete Punkte im Bereich $5 < X < 15\text{km}$. Das rechte Teilbild zeigt die Lotabstände in der Karte „neu.“ aus <i>Forstner</i> [1998, S36]
81	„Konstruktion der Gitterlinie $X=10\text{km}$ aus den Lotabständen der Punkte unter Benutzung des mittleren Masstabes, verwendete Punkte im Bereich $5 < X < 20\text{km}$. Das rechte Teilbild zeigt die Lotabstände in der Karte „neu.“ aus <i>Forstner</i> [1998, S36]
82	Preußen-Karte, H. Zell, 1542, ca. 1:712.000, Regionalkarte, 38cm x 49cm, Originalkarte in Biblioteca Marciana, Venedig aus <i>Bagrow</i> [2010, S131]
83	Verbindung der Fehlervektorenfeld der Schnittpunkte des geographischen Soll-Netzbildes im Altkartensystem aus <i>Beineke</i> [2001, S117]
84	links: Fehlervektoren im Altkartensystem aus <i>Beineke</i> [2001, S115] rechts: Fehlervektorenfeld der Schnittpunkte des Soll-Netzbildes im Altkartensystem aus <i>Beineke</i> [2001, S116]
85	links: Verzerrungsellipsen der „Gough Map“, dazu zum Vergleich rechts: Verzerrungsgitter aus <i>Tobler</i> [1994, S206]
86	alle Strecken des beobachteten Punkts p_1
87	Gelderland-Karte mit Ergebnissen der Kreismethode aus <i>Mekenkamp in Scharfe et al.</i> [1991, S116]
88	Donaukarte, Vincenzo Maria Coronelli, 1691, ca. 1:744.300, 6 Blätter mit jeweils 43,2cm x 58cm großem Kartenfeld, Originalkarte in der Kartensammlung der Österreichischen Nationalbibliothek und des Österreichischen Kriegsarchivs, Wien aus <i>Antique map of Danube River by Coronelli V.M. (1650-1718) Sanderus Antique Maps</i> [2015]
89	Fehlerellipsen und Verzerrungsgitter der Donaukarte von Coronelli aus <i>Ulbrich</i> [1963, S8]
90	„zerrissene“ Portolankarte, blau: Nachzeichnung der Küstenlinie der Portolankarte, rot: tatsächlicher Verlauf der Küstenlinie (Mercator Projektion) aus <i>TU Delft: Open GRS Seminar: Portolan charts, a historic and cartographic riddle</i> [2015]
91	Portolankarte mit farbig hervorgehobenen Teilgebieten, die aus unterschiedlichen Quellenkarten stammen aus <i>Origin of 'medieval' sea charts disproven</i> [2015]
92	Portolankarte „ <i>ano MCCCXXXVIII mense Augusto Angelino Dulcert in civitate Maioricarum composuit</i> “, Angelino „Dulcert“, 1339, 75cm x 102cm (zwei Blätter zu einem zusammengefügt), Französische Nationalbibliothek (B.696), Paris aus <i>Angelino Dulcert - Wikipedia, the free encyclopedia</i> [2015]
93	Verzerrungsellipsen der Preußen-Karte von H. Zell von 1542 aus <i>Beineke</i> [2007, S26]
94	Linien mit gleicher relativer (Stufen von 50%) Flächenver-

	zerrung (von schwarz (<50%) bis weiß (>250%)) der Preußen-Karte von H. Zell von 1542 aus <i>Beineke</i> [2007, S26]
95	Erstellung der „Altkarte“, Einfügen der Städte Nauders, Lienz und Amstetten, die im Vergleich zur Darstellung der Landeshauptstädte leicht verschoben, verdreht und in einem anderen Maßstab abgebildet sind, erstellt mit <i>MapAnalyst</i> und einem Kartenausschnitt aus <i>OpenStreet-Map</i> [2015] als Basiskarte
96	„Neukarte“ des Österreichbeispiels, erstellt mit <i>MapAnalyst</i> und einem Kartenausschnitt aus <i>OpenStreet-Map</i> [2015] als Basiskarte
97	„Altkarte“ des Österreichbeispiels, erstellt mit <i>MapAnalyst</i> und einem Kartenausschnitt aus <i>OpenStreet-Map</i> [2015] als Basiskarte
98	„Neukarte“ des Österreichbeispiels mit Verzerrungsgitter, erstellt mit <i>MapAnalyst</i> und einem Kartenausschnitt aus <i>OpenStreetMap</i> [2015] als Basiskarte
99	„Neukarte“ des Österreichbeispiels mit Fehlervektoren und unterlegt mit einem Kartenausschnitt aus <i>OpenStreetMap</i> [2015] als Basiskarte
100	die Strecke abgebildet links im Ausgangs-Koordinatensystem und rechts im Ziel-Koordinatensystem
101	die Strecke, angepasst an den Maßstab des Ziel-Koordinatensystems, abgebildet im Ausgangs-Koordinatensystem
102	die Strecke, angepasst an den Maßstab des Ziel-Koordinatensystems, abgebildet im Ausgangs-Koordinatensystem, relativ zum Ziel-Koordinatensystem gedreht, sodass die Strecken beider Systeme parallel verlaufen
103	Verschiebung der Strecke im Ausgangs-Koordinatensystem um den <i>Translationsvektor</i> , folglich deckt sich die Ausgangsstrecke mit der Strecke im Ziel-Koordinatensystem
104	Darstellung des Österreichbeispiels mit den zwei relevanten Punktgruppen, deren Verbindungslinien farbig hervorgehoben sind, unterlegt mit einem Kartenausschnitt aus <i>OpenStreetMap</i> [2015] als Basiskarte
105	im Ausgangs-Koordinatensystem: ein gleichseitiges Dreieck (a, b, c) und ein Quadrat (d, e, f, g)
106	im Ziel-Koordinatensystem: ein gleichseitiges Dreieck (A, B, C) und ein Quadrat (D, E, F, G)
107	Abb.105+106 mit hervorgehobenen Quadraten und gleichseitigen Dreiecken
108	im Ausgangs-Koordinatensystem: ein gleichseitiges Dreieck (a, b, c) und ein Quadrat (d, e, f, g)
109	alle Strecken eines Passpunkts zu den übrigen Passpunkten
110	Erstversuche mit dem Statistikprogramm Tanagra aus <i>Tanagra</i> [2004]; <i>Tanagra</i> [2005]
111	Skizze von k-means mit als Kreisen markierten Clusterzentren aus <i>Fuzzy C-Means – Wikipedia</i> [2014]
112	Skizze von k-means wobei die Datensätze jeweils einem Clusterzentrum zugeordnet sind aus <i>Fuzzy C-Means – Wikipedia</i> [2014]
113	Skizze von k-means, die Lage der Clusterzentren werden verbessert aus <i>Fuzzy C-Means – Wikipedia</i> [2014]
114	Skizze von k-means, Darstellung des Ergebnisses aus <i>Fuzzy C-Means – Wikipedia</i> [2014]
115	Ausschnitt aus Abb.117, Österreichbeispiel, die Ausreißerstadt München, zu ihr führen ausschließlich Linien, die dem Rauschen zugeordnet werden, unterlegt mit einem Karten-

	ausschnitt aus <i>OpenStreetMap</i> [2015] als Basiskarte
116	Darstellung des Ergebnisses des Österreichbeispiels in vereinfachter Form, nur die Objektcluster sind mit Farben (grün und cyan) markiert, unterlegt mit einem Kartenausschnitt aus <i>OpenStreetMap</i> [2015] als Basiskarte
117	Quadratbeispiel, links die „Altkarte“ und rechts die „Neukarte“
118	Koordinaten des Quadratbeispiels in Form einer ASCII-Datei. Hierbei entspricht eine Zeile jeweils einem Punktpaar in der Alt- und Neukarte (die Koordinaten sind in dieser Liste auf vier Kommastellen gerundet, gerechnet wurde jedoch mit 13 Stellen)
119	Quadratbeispiel, die „Altkarte“
120	Quadratbeispiel, die „Neukarte“
121	acht Abbildungen, Ausgabe des Ergebnisses des Österreichbeispiels bei einer Gesamtclusteranzahl von zwei bis neun Clustern, bei neun Cluster werden nur acht angezeigt (der fehlende ist ein leerer Cluster)
122	Ausgabe des Ergebnisses des Österreichbeispiels, zehn Cluster
123	Ergebnis des Österreichbeispiels, Verbesserungsvektoren
124	Ausgabe des Ergebnisses des Österreichbeispiels, Quantifizierung des Clusterfehlers und der Davis-Bouldin-Index
125	Ergebnis des Quadratbeispiels bei einer Gesamtclusteranzahl von zehn Clustern, so wie von „K DFA“ ausgegeben
126	Alternativergebnis (von einem anderen Durchlauf des Programms) des Quadratbeispiels bei einer Gesamtclusteranzahl von zehn Clustern, so wie von „K DFA“ ausgegeben
127	Ergebnis des Österreichbeispiels mit zehn Clustern, Darstellung aller Strecken mit unterschiedlichen Farben nach Clusterzuordnung, unterlegt mit einem Kartenausschnitt aus <i>OpenStreetMap</i> [2015] als Basiskarte
128	Ergebnis des Österreichbeispiels mit zehn Clustern, Darstellung aller zehn Cluster, unterlegt mit einem Kartenausschnitt aus <i>OpenStreetMap</i> [2015] als Basiskarte
129	Ergebnis des Österreichbeispiels mit zehn Clustern, Darstellung des zehnten Clusters, unterlegt mit einem Kartenausschnitt aus <i>OpenStreetMap</i> [2015] als Basiskarte
130	Ergebnis des Österreichbeispiels mit zehn Clustern, Darstellung des achten Clusters, unterlegt mit einem Kartenausschnitt aus <i>OpenStreetMap</i> [2015] als Basiskarte
131	Ergebnis des Österreichbeispiels mit zehn Clustern, Darstellung des vierten Clusters, unterlegt mit einem Kartenausschnitt aus <i>OpenStreetMap</i> [2015] als Basiskarte
132	„Karte der BrentaGruppe“, 1:25.000, 53cm x 85cm, in 3 Farben, 1. Auflage 1908, aus <i>ZVAB.com: Karte der BrentaGruppe</i> [2015], verkleinert
133	Ausschnitt 10,7cm x 7,9cm aus „Karte der BrentaGruppe“, 1:25.000, 53cm x 85cm, in 7 Farben, 5. Auflage 2005, aus <i>Alpenverein</i> [2012], Originalgröße
134	Lage der Brenta-Karte relativ zu den Blättern der 3. und 4. Österreichischen Landesaufnahme, aus <i>Beineke in Neugebauer et al.</i> [1987, S36]
135	Trigonometrisches Festpunktnetz nach <i>L. Aegerter</i> , verkleinert aus <i>Aegerter (2)</i> [1908, S83]
136	Trigonometrisches Festpunktnetz nach <i>L. Aegerter</i> , verkleinert aus <i>Aegerter (2)</i> [1908, S83] mit überlagertem Punkthaufen mit Punktnummerierungen nach <i>Beineke</i> , Hauptpunkte Nr. 1-42, Punkte des Kartenrahmens Nr. 43-

	52
137	Restklaffungsvektoren (fünffache Länge) Netz der Hauptpunkte nach einer Affin-Transformation aus <i>Beineke</i> in <i>Neugebauer et al.</i> [1987, S46], verkleinert
138	Restklaffungsvektoren (fünffache Länge) Netz der Hauptpunkte ohne Punktnummern 6, 31 und 39, nach einer Affin-Transformation aus <i>Beineke</i> in <i>Neugebauer et al.</i> [1987, S46], verkleinert
139	Verbindungslinien der Hauptpunkte bei einer Gesamtclusteranzahl von zwei Clustern
140	Verlauf der Quantifizierung des Clusterfehlers bei steigender Clusteranzahl (von zwei bis 10), unten: Verlauf des Davis-Bouldin-Indexes bei steigender Clusteranzahl (von zwei bis 10)
141	Verbindungslinien der Hauptpunkte bei einer Gesamtclusteranzahl von acht Clustern Cluster Nummer 3 mit zwei farbig (gelb und orange) hervorgehobenen Teilnetzen, Verbindungslinien der Hauptpunkte bei einer Gesamtclusteranzahl von acht Clustern
142	Cluster Nummer 3 mit zwei farbig (gelb und orange) hervorgehobenen Teilnetzen, Verbindungslinien der Hauptpunkte bei einer Gesamtclusteranzahl von acht Clustern
143	Cluster Nummer 8 mit einem farbig (rot) hervorgehobenen Teilnetzen, Verbindungslinien der Hauptpunkte bei einer Gesamtclusteranzahl von acht Clustern
144	Blasendiagramm des Mittelwerts (Lage des Mittelpunkts der Blase) und der Standardabweichung (Größe der Blase) des dritten Clusters (blau) und des gelben Teilnetzes bei einer Gesamtclusteranzahl von acht Clustern 1: M Maßstabsfaktor 2: WX, 3: WY Koordinaten des Einheitsvektors des Rotationswinkels 4: X Länge des Translationsvektors 5: TWX, 6: TWY Koordinaten des Einheitsvektors des Winkels des Translationsvektors
145	Blasendiagramm des Mittelwerts (Lage des Mittelpunkts der Blase) und der Standardabweichung (Größe der Blase) des dritten Clusters (blau) und des orangenen Teilnetzes bei einer Gesamtclusteranzahl von acht Clustern 1: M Maßstabsfaktor 2: WX, 3: WY Koordinaten des Einheitsvektors des Rotationswinkels 4: X Länge des Translationsvektors 5: TWX, 6: TWY Koordinaten des Einheitsvektors des Winkels des Translationsvektors
146	Blasendiagramm des Mittelwerts (Lage des Mittelpunkts der Blase) und der Standardabweichung (Größe der Blase) des achten Clusters (grün) und des roten Teilnetzes bei einer Gesamtclusteranzahl von acht Clustern 1: M Maßstabsfaktor 2: WX, 3: WY Koordinaten des Einheitsvektors des Rotationswinkels 4: X Länge des Translationsvektors 5: TWX, 6: TWY Koordinaten des Einheitsvektors des Winkels des Translationsvektors
147	Verbindungslinien der Hauptpunkte bei einer Gesamtclusteranzahl von zwei Clustern
148	Blasendiagramm des Mittelwerts (Lage des Mittelpunkts der Blase) und der Standardabweichung (Größe der Blasen) des ersten Clusters (orange) und des roten Hauptnetzes bei einer Gesamtclusteranzahl von zwei Clustern

	<p>1: M Maßstabsfaktor 2: WX, 3: WY Koordinaten des Einheitsvektors des Rotationswinkels 4: X Länge des Translationsvektors 5: TWX, 6: TWY Koordinaten des Einheitsvektors des Winkels des Translationsvektors</p>
149	Reduzierung der Strecken bei einer Gesamtclusteranzahl von zwei Clustern auf eine Dreiecksvermaschung (Flächen, die von Linien gleicher Farbe (gleichen Clusters) begrenzt werden, sind farbig hervorgehoben)
150	Reduzierung der Strecken bei einer Gesamtclusteranzahl von acht Clustern auf eine Dreiecksvermaschung (Flächen, die von Linien gleicher Farbe (gleichen Clusters) begrenzt werden, sind farbig hervorgehoben)
151	grafische Beschreibung der Passpunkte des Kartenrahmens inklusive Nummerierung nach <i>Beineke</i> aus <i>Beineke</i> in <i>Neugebauer et al.</i> [1987, S51]
152	stark übertriebene Darstellung der Verbesserungen (im Maßstab 1:25.000 in mm-Angaben) des geographischen Bezugsnetzes im Kartenrahmen der Brenta-Karte, strichlierte Linien: Originalrahmen und geographisches Bezugsnetz der Brenta-Karte, durchgezogene Linien: geographisches Bezugsnetz im System des verbesserten Festpunktfelds aus <i>Beineke</i> in <i>Neugebauer et al.</i> [1987, S55]
153	Verbindungslinien der Passpunkte bei einer Gesamtclusteranzahl von zehn Clustern
154	Verbesserungsvektoren 50-fach vergrößert im Vergleich zur Darstellung der Punktlagen
155	<p>Ausschnitt (nur in schwarz-weiß wiedergegeben) 11,9cm x 16,7cm der „Karte der Brenta-Gruppe“, 1:25.000, in 3 Farben, 1908, verkleinert aus <i>Neugebauer</i> in <i>Neugebauer et al.</i> [1987, S74]</p> <p>Im rot umrandeten Bereich wurden von <i>Neugebauer</i> die Vermessungspunkte wie in der Legende (siehe Abb.154) markiert.</p>
156	Legende zur oberen Abbildung, aus <i>Neugebauer</i> in <i>Neugebauer et al.</i> [1987, S74]
157	Restklaffungsvektoren (dreifache Länge) der Passpunkte der Geländepunkte eines Kartenausschnitts (nur in schwarz-weiß wiedergegeben), Kartenfeld: 12,2cm x 17,5cm, verkleinert aus <i>Beineke</i> in <i>Neugebauer et al.</i> [1987, S57] verkleinert
158	oben: Verlauf der Quantifizierung des Clusterfehlers bei steigender Clusteranzahl (von zwei bis 10), unten: Verlauf des Davis-Bouldin-Indexes bei steigender Clusteranzahl (von zwei bis 10)
159	Ausschnitt des ersten Clusters der die beiden Ausreißerpunkte (Punkt-Nr. 127 und 115)
160	Verbindungslinien der Geländepunkte bei einer Gesamtclusteranzahl von fünf Clustern
161	Cluster Nummer 1 mit einem farbig (magenta) hervorgehobenen Teilnetz, Verbindungslinien der Hauptpunkte bei einer Gesamtclusteranzahl von fünf Clustern
162	Cluster Nummer 3 mit einem farbig (cyan) hervorgehobenen Teilnetz, Verbindungslinien der Hauptpunkte bei einer Gesamtclusteranzahl von fünf Clustern
163	Blasendiagramm des Mittelwerts (Lage des Mittelpunkts der Blase) und der Standardabweichung (Größe der Blase) des ersten Clusters (rot) und des magenta-farbenen Teilnetzes bei einer Gesamtclusteranzahl von fünf Clustern

	<p>1: M Maßstabsfaktor 2: WX, 3: WY Koordinaten des Einheitsvektors des Rotationswinkels 4: X Länge des Translationsvektors 5: TWX, 6: TWY Koordinaten des Einheitsvektors des Winkels des Translationsvektors</p>
164	<p>Blasendiagramm des Mittelwerts (Lage des Mittelpunkts der Blase) und der Standardabweichung (Größe der Blase) des dritten Clusters (blau) und des cyan-farbenen Teilnetzes bei einer Gesamtclusteranzahl von fünf Clustern</p> <p>1: M Maßstabsfaktor 2: WX, 3: WY Koordinaten des Einheitsvektors des Rotationswinkels 4: X Länge des Translationsvektors 5: TWX, 6: TWY Koordinaten des Einheitsvektors des Winkels des Translationsvektors</p>
165	<p>Verbindungslinien der Geländepunkt bei einer Gesamtclusteranzahl fünf Clustern</p>
166	<p>Blasendiagramm des Mittelwerts (Lage des Mittelpunkts der Blase) und der Standardabweichung (Größe der Blase) des zweiten Clusters (hellgrün) und des dunkelgrünen Hauptnetzes bei einer Gesamtclusteranzahl von zwei Clustern</p>
167	<p>Reduzierung der Strecken bei einer Gesamtclusteranzahl von zwei Clustern auf eine Dreiecksvermaschung (Flächen, die von Linien gleicher Farbe (gleichen Clusters) begrenzt werden, sind farbig hervorgehoben)</p>
168	<p>Reduzierung der Strecken bei einer Gesamtclusteranzahl von fünf Clustern auf eine Dreiecksvermaschung (Flächen, die von Linien gleicher Farbe (gleichen Clusters) begrenzt werden, sind farbig hervorgehoben)</p>
169	<p>„Die Eydgnoschafft Pünten vnd Wallis, Helvetia cum Confinijs“, Hans Conrad Gyger, 1637, 1:1.000.000 - 1.200.000, 34cm x 26cm, aus <i>Zumstein</i> [2010], verkleinert</p>
170	<p>Ausschnitt aus „Die Eydgnoschafft Pünten vnd Wallis, Helvetia cum Confinijs“, Hans Conrad Gyger, 1637, 1:1.000.000 - 1.200.000, 8,3cm x 5,5cm, aus <i>Zumstein</i> [2010], vergrößert</p>
171	<p>Thunersee und Brienersee, <i>GoogleMaps</i> [2012]</p>
172	<p>Markierung des Analyseausschnitts in „Die Eydgnoschafft Pünten vnd Wallis, Helvetia cum Confinijs“, Hans Conrad Gyger, 1637, 1:1.000.000 - 1.200.000, 34cm x 26cm, aus <i>Zumstein</i> [2010], verkleinert</p>
173	<p>Ausschnitt aus „Die Eydgnoschafft Pünten vnd Wallis, Helvetia cum Confinijs“, Hans Conrad Gyger, 1637, 1:1.000.000 - 1.200.000, 10,3cm x 8,3cm, aus <i>Zumstein</i> [2010], Originalgröße</p>
174	<p>Legende - Ausschnitt aus „Die Eydgnoschafft Pünten vnd Wallis, Helvetia cum Confinijs“, Hans Conrad Gyger, 1637, 1:1.000.000 - 1.200.000, 4cm x 2cm, aus <i>Zumstein</i> [2010], Originalgröße</p>
175	<p>beide Bilder sind Screenshots aus dem Programm MapAnalyst, links: Ausschnitt aus „Die Eydgnoschafft Pünten vnd Wallis, Helvetia cum Confinijs“ mit Passpunktmarkierungen, rechts: Ausschnitt aus OpenStreetMap [2015] mit Passpunktmarkierungen</p>
176	<p>nummerierte Passpunkte im gewählten Ausschnitt aus „Die Eydgnoschafft Pünten vnd Wallis, Helvetia cum Confinijs“, Hans Conrad Gyger, 1637, 1:1.000.000 - 1.200.000, 10,4cm x 8,3cm, aus <i>Zumstein</i> [2010], Originalgröße</p>
177	<p>Methode von Mekenkamp im Maßstab 1:1, erstellt mit Hilfe</p>

	von MapAnalyst (Ausschnitt aus „Die Eydgnoschafft Püntten vnd Wallis, Helvetia cum Confinijs“, Hans Conrad Gyger, 1637, 1:1.000.000 - 1.200.000, 10,4cm x 8,3cm, aus <i>Zumstein</i> [2010]), Originalgröße
178	Restklaffungsvektoren im Maßstab 1:1, erstellt mit Hilfe von MapAnalyst (Ausschnitt aus „Die Eydgnoschafft Püntten vnd Wallis, Helvetia cum Confinijs“, Hans Conrad Gyger, 1637, 1:1.000.000 - 1.200.000, 10,4cm x 8,3cm, aus <i>Zumstein</i> [2010]), Originalgröße
179	Rotationsisolines in 30° Intervallen, erstellt mit Hilfe von MapAnalyst (Ausschnitt aus „Die Eydgnoschafft Püntten vnd Wallis, Helvetia cum Confinijs“, Hans Conrad Gyger, 1637, 1:1.000.000 - 1.200.000, 10,4cm x 8,3cm, aus <i>Zumstein</i> [2010]), Originalgröße
180	Maßstabsisolines in 500.000 Intervallen, Beschriftung abgekürzt beispielsweise „1,5“ für „1:1.500.000“, erstellt mit Hilfe von MapAnalyst (Ausschnitt aus „Die Eydgnoschafft Püntten vnd Wallis, Helvetia cum Confinijs“, Hans Conrad Gyger, 1637, 1:1.000.000 - 1.200.000, 10,4cm x 8,3cm, aus <i>Zumstein</i> [2010]), Originalgröße
181	Verzerrungsgitter, erstellt mit Hilfe von <i>MapAnalyst</i> im Begleitbeispiel (Ausschnitt aus „Die Eydgnoschafft Püntten vnd Wallis, Helvetia cum Confinijs“, Hans Conrad Gyger, 1637, 1:1.000.000 - 1.200.000, 10,4cm x 8,3cm, aus <i>Zumstein</i> [2010]), Originalgröße
182	oben: Verlauf der Quantifizierung des Clusterfehls bei steigender Clusteranzahl (von zwei bis 10), unten: Verlauf des Davis-Bouldin-Indexes bei steigender Clusteranzahl (von zwei bis 10)
183	Cluster Nummer eins bis zehn bei einer Gesamtclusteranzahl von zehn Clustern
184	Cluster Nummer vier bei einer Gesamtclusteranzahl von zehn
185	Cluster Nummer acht bei einer Gesamtclusteranzahl von zehn
186	Cluster Nummer 4 mit einem farbig (rot) hervorgehobenen Teilnetz, Verbindungslinien der Hauptpunkte bei einer Gesamtclusteranzahl zehn Clustern
187	Cluster Nummer 8 mit einem farbig (rot) hervorgehobenen Teilnetz, Verbindungslinien der Hauptpunkte bei einer Gesamtclusteranzahl zehn Clustern
188	Blasendiagramm des Mittelwerts (Lage des Mittelpunkts der Blase) und der Standardabweichung (Größe der Blase) des vierten Clusters (orange) und des roten Hauptnetzes bei einer Gesamtclusteranzahl von zehn Clustern
189	Blasendiagramm des Mittelwerts (Lage des Mittelpunkts der Blase) und der Standardabweichung (Größe der Blase) des achten Clusters (orange) und des roten Hauptnetzes bei einer Gesamtclusteranzahl von zehn Clustern
190	Reduzierung der Strecken bei einer Gesamtclusteranzahl von zehn Clustern auf eine Dreiecksvermaschung (Flächen, die von Linien gleicher Farbe (gleichen Clusters) begrenzt werden, sind farbig hervorgehoben)
191	Reduzierung der Strecken bei einer Gesamtclusteranzahl von vier Clustern auf eine Dreiecksvermaschung (Flächen, die von Linien gleicher Farbe (gleichen Clusters) begrenzt werden, sind farbig hervorgehoben)
192	vereinfachte Darstellung einer Altkarte mit zwei darin befindlichen Objekten, das rote und das blaue Netz, die einander leicht überlappen
193	jeder Punkt im sechs-dimensionalen Raum repräsentiert eine Strecke der Altkarte, die Kreise symbolisieren die Um-

	kreise als Einflussbereiche, hier vereinfacht in zwei Dimensionen dargestellt
194	jeder Punkt im sechs-dimensionalen Raum repräsentiert eine Strecke der Altkarte, die drei Kreise symbolisieren die Umkreise der drei Punkte, deren Strecken in der Altkarte ein Dreieck bilden, hier vereinfacht in zwei Dimensionen dargestellt
Anhang	
1	Ergebnis des Quadratbeispiels bei einer Gesamtclusteranzahl von zwei Clustern
2	Ergebnis des Quadratbeispiels bei einer Gesamtclusteranzahl von drei Clustern
3	Ergebnis des Quadratbeispiels bei einer Gesamtclusteranzahl von vier Clustern
4	Ergebnis des Quadratbeispiels bei einer Gesamtclusteranzahl von fünf Clustern
5	Ergebnis des Quadratbeispiels bei einer Gesamtclusteranzahl von sechs Clustern
6	Ergebnis des Quadratbeispiels bei einer Gesamtclusteranzahl von sieben Clustern
7	Ergebnis des Quadratbeispiels bei einer Gesamtclusteranzahl von acht Clustern
8	Ergebnis des Quadratbeispiels bei einer Gesamtclusteranzahl von neun Clustern
9	Ergebnis des Quadratbeispiels bei einer Gesamtclusteranzahl von zehn Clustern
10	oben: Verlauf der Quantifizierung des Clusterfehlers bei steigender Clusteranzahl (von zwei bis 10), unten: Verlauf des Davis-Bouldin-Indexes bei steigender Clusteranzahl (von zwei bis 10)
11	Restklaffungsvektoren (100-fache Länge) der Hauptpunkte nach einer Helmert-Transformation, erstellt mit <i>MapAnalyst</i> [2010]
12	Restklaffungsvektoren (100-fache Länge) der Hauptpunkte ohne Punktnummern 6, 31 und 39 nach einer Helmer-t-Transformation, erstellt mit <i>MapAnalyst</i> [2010]
13	Restklaffungsvektoren (100-fache Länge) der Hauptpunkte nach einer Affin-Transformation (6 Parameter), erstellt mit <i>MapAnalyst</i> [2010]
14	Restklaffungsvektoren (100-fache Länge) der Hauptpunkte ohne Punktnummern 6, 31 und 39 nach einer Affin-Transformation (6 Parameter), erstellt mit <i>MapAnalyst</i> [2010]

TABELLENVERZEICHNIS

1	Fließdiagramm mit schematischem Aufbau des Programms KDFA
2	Ausgaben der „Alpenvereinskarte BrentaGruppe“ und begleitende Veröffentlichungen aus <i>Öster. Alpenverein Brenta</i> [2012]; <i>Karte Brenta</i> [2015]; <i>BrentaGruppe – Amazon</i> [2015]
3	Mittelwert und Standardabweichung der Verbindungslinien des dritten Clusters (und zweier Teilnetze) bei einer Gesamtclusteranzahl von acht Clustern M Maßstabsfaktor WX, WY Koordinaten des Einheitsvektors des Rotationswinkels X Länge des Translationsvektors TWX, TWY Koordinaten des Einheitsvektors des Winkels des Translationsvektors
4	Mittelwert und Standardabweichung der Verbindungslinien des achten Clusters (und eines Teilnetzes) bei einer Gesamtclusteranzahl von acht Clustern M Maßstabsfaktor WX, WY Koordinaten des Einheitsvektors des Rotationswinkels X Länge des Translationsvektors TWX, TWY Koordinaten des Einheitsvektors des Winkels des Translationsvektors
5	Mittelwert und Standardabweichung der Verbindungslinien des ersten Clusters (und eines Hauptnetzes) bei einer Gesamtclusteranzahl von zwei Clustern
6	Mittelwert und Standardabweichung der Verbindungslinien des ersten Clusters (und eines Teilnetzes) bei einer Gesamtclusteranzahl von fünf Clustern M Maßstabsfaktor WX, WY Koordinaten des Einheitsvektors des Rotationswinkels X Länge des Translationsvektors TWX, TWY Koordinaten des Einheitsvektors des Winkels des Translationsvektors
7	Mittelwert und Standardabweichung der Verbindungslinien des zweiten Clusters (und eines Teilnetzes) bei einer Gesamtclusteranzahl von zwei Clustern M Maßstabsfaktor WX, WY Koordinaten des Einheitsvektors des Rotationswinkels X Länge des Translationsvektors TWX, TWY Koordinaten des Einheitsvektors des Winkels des Translationsvektors
8	Mittelwert und Standardabweichung der Verbindungslinien des zweiten Clusters (und eines Teilnetzes) bei einer Gesamtclusteranzahl von zwei Clustern M Maßstabsfaktor WX, WY Koordinaten des Einheitsvektors des Rotationswinkels X Länge des Translationsvektors TWX, TWY Koordinaten des Einheitsvektors des Winkels des Translationsvektors
9	Mittelwert und Standardabweichung der Verbindungslinien des vierten Clusters (und eines Teilnetzes) bei einer Gesamtclusteranzahl von zehn Clustern
10	Mittelwert und Standardabweichung der Verbindungslinien des achten Clusters (und eines Teilnetzes) bei einer

	Gesamtclusteranzahl von zehn Clustern
11	Mittelwert und Standardabweichung der Strecken der schraffierten Flächen der Dreiecksvermaschung (siehe Abb.189) bei einer Gesamtclusteranzahl von vier Clustern
Anhang	
1	Ergebnismatrix des Quadratbeispiels inklusive des Beschriftungsvektors, hervorgehoben sind die Ergebnisse der drei Quadrate
2	Koordinaten der Brentakarte (Hauptpunkte, Punkte des Kartenrahmens und Geländepunkte) nach <i>Beineke</i> aus <i>Beineke</i> in <i>Neugebauer et al.</i> [1987, S60ff]
3	Passpunkte der Gyger-Karte
4	Koordinaten der Passpunkte der Gyger-Karte

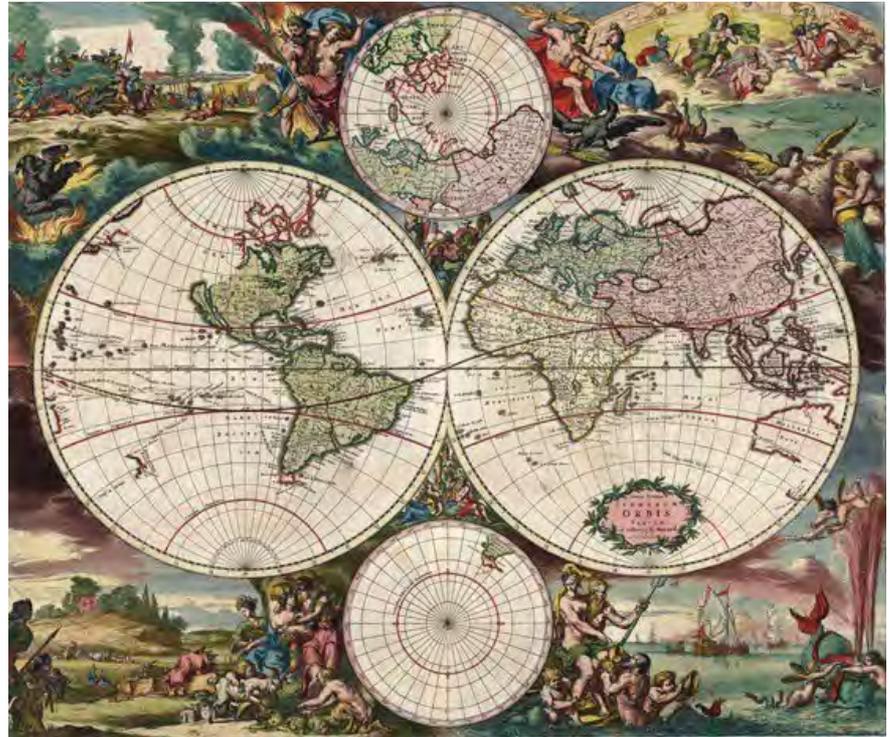
ABKÜRZUNGSVERZEICHNIS

DÖAV	Deutscher und Österreichischer Alpenverein (1938-1945, danach zwei getrennte Alpenvereine; <i>Neugebauer S13 in Neugebauer [1987]</i>)
ÖAV	Österreichischer Alpenverein
MGI	Militärgeographisches Institut in Wien
m	Meter
Jhd.	Jahrhundert
UniBwM	Universität der Bundeswehr München
Bem.	Bemerkung
n. Chr.	nach Christus
v. Chr.	vor Christus
ca.	circa
dt.	deutsch
lat.	lateinisch
Nr.	Nummer
Hg.	Herausgeber
et al.	et alii/ et aliae
bzw.	beziehungsweise
d. Ä.	der Ältere
ca.	zirka
UNESCO	United Nations Educational, Scientific Cultural Organization
Abb.	Abbildung
Tab.	Tabelle
fig.	figure

1 EINLEITUNG UND ZIELSETZUNG

Viele historische Karten sind bereits durch ihre kunstvollen Verzierungen und Kartendarstellungen herausragende Meisterstücke. Der Wissensgehalt dieser Karten widerspiegelt das soziale, religiöse und wissenschaftliche Weltbild ihrer Zeit, das durch genaue Analysen nach unterschiedlichen Gesichtspunkten und mit vielen unterschiedlichen (historischen, kartometrischen, etc.) Methoden aufgedeckt werden kann.

Abb.1: Weltkarte, Johann Babtist Homann, 1730, aus *historic-maps* [2014]



Die Analyse des Informationsgehalts lassen hierbei beispielsweise Rückschlüsse auf Aufnahmemethoden und Kartenquellen der Altkarte, sowie Bevölkerungsentwicklung und Gletscherrückgang zu.

Untersuchungen bezüglich der geometrischen Darstellungsgenauigkeit in Form von vergleichenden Gegenüberstellungen von Altkarten gab es bereits Mitte des 18. Jhd.. Ende des darauf folgenden Jahrhunderts wurde begonnen mit rechnerischen Methoden die Genauigkeit zu ermitteln und diese Ergebnisse zu visualisieren. (*Beineke* [2001], S1)

Beineke erfasste in seiner Dissertation¹ aus dem Jahr 2001 alle elementaren Rechenmethoden, wie sie bei der Genauigkeitsanalyse notwendig sind. Darin sind alle Begriffe, die zur Untersuchung von Altkarten üblich sind, mathematisch eindeutig definiert. *Beineke* hat somit einen wesentlichen Beitrag zur Standardisierung der Methoden zur Genauigkeitsbeurteilung von Altkarten geliefert. Folglich sind auch Vergleiche der Ergebnisse von unterschiedlichen Altkarten erleichtert worden. Weiters behandelte *Beineke* die grundlegenden Verfahren zur Bestimmung des Maßstabes und entwickelte Ansätze für neue Rechen- und

1 *Beineke* D.: „Verfahren zur Genauigkeitsanalyse für Altkarten“. In: Schriftenreihe des Instituts für Geodäsie und Geoinformation, Universität der Bundeswehr in Neubiberg, München, 2001, Heft 71

Visualisierungsverfahren.

Die Genauigkeitsanalyse der Kartendarstellung setzte lange Zeit das Vorliegen der Originalkarte oder eines genauen Replikats (Faksimile) voraus. Die zunehmende Digitalisierung der Altkarten, deren Archivierung in digitalen Bibliotheken und zunehmende Verbreitung durch das Internet, erleichtert den Zugang zu den digitalisierten Archivalien, wodurch die Wissenschaft verstärkt auf diesem Gebiet tätig ist.

1.1 Zielsetzung und Begriffsdefinitionen

Im Zuge der vorliegenden Arbeit wird eine neue Altkartenanalysemethode für die Genauigkeitsuntersuchung von Altkarten entwickelt, die innere geometrische Zusammenhänge umfassend analysiert. Diese neue Methode soll Kartographen und Historikern ermöglichen komplexe Erkenntnisse über die Altkarte graphisch darzustellen. Hierfür werden systematisch auftretende Geometriefehler in Altkarten bestimmt und klassifiziert.

Die neue Methode deckt somit unterschiedliche innere geometrische Strukturen einer Altkarte auf. Die Ergebnisse dieser sehr spezifischen Fragestellung ermöglichen eine Vielzahl von Rückschlüssen über die zu untersuchende Altkarte. Somit werden im Folgenden nur einige exemplarische Fragestellungen an die Karte angeführt, die mit Hilfe der hier zu entwickelnden Methode beantwortet werden können.

Beispiele von Fragestellungen an die Altkarte:

- Geodätische Genauigkeit der Karte (siehe Kapitel 1.2)
- Aufdecken und Abgrenzung von unterschiedlichen Quellkarten (siehe beispielsweise Abb.90, eine Portolankarte mit fünf Vorläuferkarten)
- Aufdecken von unterschiedlichen Aufnahmemethoden oder Vorgehen bei den Vermessungsarbeiten (siehe beispielsweise Abb.56 und Abb.57, Vermessung erfolgte nach einer einfachen Triangulation im Vorwärtseinschneiden entlang der Flussläufe)
- Aufdecken von Lagefehlern von topographischen Objekten (siehe beispielsweise Abb.3, die Lage des *Brienzersees*)

Die neue Methode erfüllt folgende Anforderungen:

- Komplexe innere geometrische Zusammenhänge werden durch gleichzeitige Analyse unterschiedlicher Geometriefehler aufgedeckt.
- Innere Zusammenhänge der Geometrie der Altkarte werden nicht auf lokale Teilbereiche begrenzt analysiert. Sondern es wird die Altkarte abstrakt als Punkthaufen betrachtet, um so komplexere Zusammenhänge zu erkennen.
- Beobachtete Verzerrungseigenschaften fließen möglichst unverfälscht in die zu entwickelnde Methode ein.

Keine der bisher bekannten Methoden der Genauigkeitsanalyse von Altkarten (siehe Kapitel 3) erfüllt all diese Anforderungen gleichzeitig.

Das Ergebnis der Methodenentwicklung wird die Umsetzung der Methode als Computerprogramm „K DFA“ sein.

Nebenbei werden im Zuge dieser neuen Analyse Ausreißerpunkte hervorstechen da sie nicht zu diesen geometrischen Strukturen der systematischen Fehler passen.

In anderen Arbeiten zeigt sich der Bedarf nach der hier zu entwickelnden Methode. So spricht sich *Beineke* in seiner Dissertation für die Entwicklung eines „*automatisierten Analyseverfahrens zur Erkennung von Punktgruppen (Segmentierung) mit gleichartigen Strukturen von Restklaffungsvektoren*“ (aus *Beineke* [2001, S181]) aus. Weiters sieht *Beineke* Forschungsbedarf, ob hierbei statistische Methoden herangezogen werden können. (*Beineke* [2001], S81)

Nicolai identifizierte bei der Portolankarte von *Dulcert* aus dem Jahr 1339 (siehe Abb.90) fünf Quellkarten. Diese Teilgebiete der Altkarte mit gleicher Rotation und gleichem Maßstab identifizierte *Nicolai* mühsam durch Zusammenschau mehrerer Ergebnisdarstellungen von Isodeformaten (siehe Kapitel 3.4.1). Auf eine automatisierte Methode konnte er hierbei nicht zurückgreifen. (*Nicolai* [2014])

Die im Zuge dieser Arbeit zu entwickelnde Methode analysiert ausschließlich die Geometrie einer Altkarte und ist hierbei auf eine sehr spezifische Fragestellung zugeschnitten. Die Ergebnisdarstellungen liefern somit keinen Überblick über die Verzerrungsverläufe der einzelnen Werte über die gesamte Altkarte. Weiters ist zu erwarten, dass der Rechenaufwand bei der Anwendung dieser neuen Methode sehr hoch ist und nur von einem Computerprogramm bewältigt werden kann. Somit verliert der User den Einblick in alle Rechenschritte und muss seine Interpretation primär auf die Ergebnisdarstellungen des Computerprogramms stützen. Es entsteht somit ein *Black-Box-Verfahren*.

In dieser Arbeit wird die Analyse der Höhenangaben in Altkarten bewusst ausgeklammert und nur die Genauigkeit der ebenen Kartendarstellung behandelt. Weiters wird davon ausgegangen, dass die zu analysierende Altkartendarstellung im Originalzustand vorliegt, weshalb allenfalls vorhandener Verzug des Kartenträgermaterials in dieser Arbeit nicht behandelt wird. Außerdem werden die durch Digitalisierungen (wie Fotografieren und Scannen) auftretenden Verzerrungen nicht thematisiert. Der Einfluss unterschiedlicher Aufnahmemethoden und das dazu herangezogene Aufnahmegerät wird nur fallweise erwähnt.

Altkarten

Zumeist versteht man unter Altkarten jene gedruckte Karten, die ab Ende des 15. Jhd. bis Ende des 18. Jhd. entstanden sind (*Beineke* [2001], S3). Karten nach dieser Definition eignen sich besonders gut zur Genauigkeitsanalyse mit den gängigen Methoden. Jedoch werden mit dieser Definition interessante Karten nicht berücksichtigt und werden so von der Genauigkeitsanalyse

ausgeschlossen. Aus diesem Grund werden für die vorliegende Arbeit Altkarten als jene Karten definiert, die älter als jene sind, die dem aktuellen Stand der Wissenschaft entsprechen. Jedoch mit der Einschränkung, dass diese Karten kritisch hinterfragt werden, ob sie sich für die geometrische Genauigkeitsanalyse eignen.

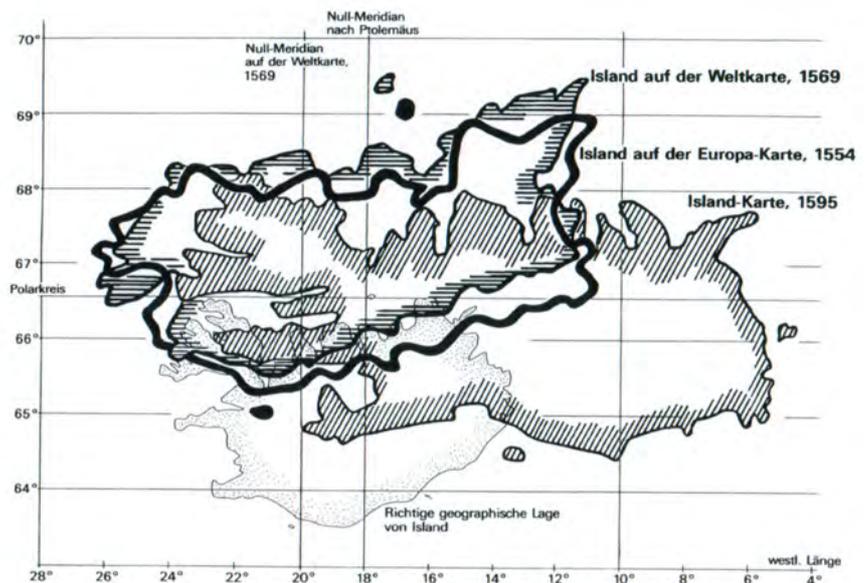
Neukarten

Eine Neukarte ist eine moderne Karte, die dem aktuellen Stand der Wissenschaft entspricht und im Vergleich zur Altkarte eine höhere Genauigkeit besitzt. Für die Analyse von Altkarten wird diese als Referenzkarte herangezogen und als fehlerlos definiert, dies ist selbstverständlich eine Idealisierung. (Beineke [2001], S3)

Homologe Passpunkte

Homologe Passpunkte sind Passpunktpaare, die die Positionen von eindeutig identifizierten kartographischen Objekten, z.B. einer bestimmten Stadt, sowohl in der Alt- als auch in der Neukarte angeben.

Abb.2: „Geographische Positionen von Island auf der Europa-Karte (1554), der Weltkarte (1569) und der Island- Karte (1595) von Gerhad Mercator (Skizze von Werner Schutzbach, Wil/Schweiz)“, aus Dreyer-Eimbcke [1996, S40]



1.2 Einteilung der Genauigkeit

Die Genauigkeit der Altkartendarstellung kann nach verschiedenen Aspekten untersucht werden. Der anschließende Überblick gibt eine weitumfassende Definition der Genauigkeit des Informationsgehalts alter Karten, die, angelehnt an Blakemore's² Auflistung von Jenny et al.³, in drei Aspekte unterteilt wird:

1) *Topographische Genauigkeit*

Die topographische Genauigkeit von Altkarten behandelt die Vollständigkeit und Genauigkeit des Informationsgehalts von Altkarten. Hierbei ist der Zweck, den die Karte zu erfüllen hatte in die Analyse einzubeziehen. Abhängig davon wurden Informationen besonders hervorgehoben, verfälscht oder weggelassen.

2 Blakemore, M. J.; Harley, J. B.: „Concepts in the History of Cartography: A Review and Perspective“. In: Dahl, E. G. (Hg.): Cartographica Nr. 17(4), Monograph 26, 1980. Chapter 5: The search for accuracy.
 3 Jenny, B.; Jenny, H.; Hurni, L.: „Alte Karten als historische Quelle – Wie lässt sich die geometrische Genauigkeit des Karteninhalts abschätzen?“. In: Koller, C.; Jucker-Kupper, P. (Hg.): „Karten, Kartographie und Geschichte – Von der Visualisierung der Macht zur Macht der Visualisierung“, 2009, Zürich.

2) *Chronometrische Genauigkeit*

Für Historiker ist die wichtigste Frage welchen Zeitstand die Darstellung der Siedlungsstruktur, des Wegenetzes etc. wiedergibt, also aus welcher Zeit die Geländeaufnahme stammt (*Cranach [2000], S35*). Hierbei gibt das Entstehungsdatum der Karte den ersten Hinweis, der beispielsweise durch die Randinformationen, Analyse des Kartenmediums und dem Stil der Darstellung bestimmt werden kann (*Jenny et al. in Koller et al. [2009], S4-5*). Bei hoher chronometrischer Genauigkeit entspricht der Zeitstand des Informationsgehalts mit dem Entstehungsdatum der Karte überein.

3) *Geometrische Genauigkeit*

Bei der geometrischen Genauigkeit von Altkarten lassen sich zwei Gruppen unterscheiden, die geodätische und der planimetrische (*Jenny et al. in Koller et al. [2009], S5-6*).

Geodätische Genauigkeit

Die Lage und Orientierung der Altkarte in einem übergeordneten System (des geographischen Koordinatensystems) wird als geodätische Genauigkeit bewertet (*Jenny et al. in Koller et al. [2009], S5-6; Forstner und Oehrli [1998], S35-43*).

Planimetrische Genauigkeit

Hierbei wird die Darstellungsgenauigkeit der Positionen, Strecken, Flächen und Winkel überprüft. (*Jenny et al. in Koller et al. [2009], S5-6*)

1.3 Fehler in Altkarten

Ist die vorliegende Karte eine Kopie einer älteren? Wurde an der Karte Informationen aktualisiert, weggelassen oder sind Übertragungsfehler unterlaufen? Die Quellenkritik beschäftigt sich mit diesen und ähnlichen Fragen um zu unterscheiden welche Teile einer Karte neu vermessen wurden und welche aus anderen Quellen stammen. (*Cranach [2000], S35*)

Wenn ein Kartenteilgebiet ebenso wie mehrere Vorläuferkarten mit hoher Genauigkeit wiedergegeben werden, ist nicht erkennbar, welche Karte als Quelle diente. Findet sich jedoch eine fehlerhafte Darstellung in einer historischen Karte, wie beispielsweise extreme Verzerrungen und topographisch unmögliche Verkehrswege, in einer noch älteren wieder, so ist sehr wahrscheinlich, dass die ältere Karte als Quelle der jüngeren diente (*Cranach [2000], S35*). Daraus ist erkennbar, dass charakteristische Fehler über hohen Informationsgehalt verfügen. Aus diesem Grund ist es von Vorteil, Fehler in Altkarten besonderer Aufmerksamkeit zu schenken und so Rückschlüsse beispielsweise neben den Kartenquellen über die Aufnahmemethoden, Arbeitsweisen und Wissensstand der historischen Kartographen zu ziehen.

Dieses Prinzip nutzen auch Verlage, die ihre Kartenwerke schützen indem sie charakteristische Falschangaben, beispielsweise fehlerhafte Straßenbezeichnungen, in ihre Kartendarstellung einfließen lassen. Kommen diese in Konkurrenzkarten ebenfalls vor, ist es sehr wahrscheinlich, dass es sich hierbei um Plagiate handelt.

Durch dieses Übernehmen der Kartendarstellung von anderen Quellen können sich Fehler auch sehr lange in den Karten erhalten, wie beispielsweise die Lage des *Thuner-* und *Brienzersees* (siehe Abb.3). So wurden diese beiden Seen in vielen Altkarten in gleicher Ausrichtung dargestellt, tatsächlich liegen sie jedoch in einem Winkel zueinander. (Jenny et al. in Koller et al. [2009], S5)



Abb.3 (oben): „Anordnung von Thuner- und Brienzersee. Links: Gyger, Hans Conrad: „Die Eydgnoschaft Pünten vnd Wallis, Helvetia cum Confinijs“, 1637, ca. 1:1.200.000. Mitte: Scheuchzer, Johann Jakob: „Nouvelle carte de la Suisse divisées en ses treize canton, ses alliez et ses sujets“, ca. 1720, ca. 1:320.000. Rechts: „Carte Générale de l’Atlas Suisse“, 1802, ca. 1:500.000.“ aus Jenny et al. in Koller et al. [2009, S5]

Am 22. November 2012 berichtete der *Standard* auf seiner Webpräsentation über *Sandy Island* (auch *Île de Sable* genannt), eine südpazifische Insel (siehe Abb.4). Wissenschaftler haben erkundet, dass diese Insel nicht existiert, obwohl sie auf zahlreichen Seekarten und Atlanten vermerkt ist und ebenfalls auf *Google Maps* verzeichnet war. (Südpazifische Insel von beträchtlicher Größe existiert gar nicht – Welt – derStandard.at > Wissenschaft [2014]; *Île de Sable (Phantominsel)* – Wikipedia [2014])

Die ursprüngliche Quelle dieser Karteninformation ist bekannt. So wurde die als *Île de Sable* bezeichnete Insel am 1. Juli 1792 vom Seefahrer *Joseph Bruny d’Entrecasteaux* als Teil einer Inselgruppe entdeckt. Das Walfangschiff *Velocity* berichtete im Jahr 1876 von einer Sichtung einer Insel, die ebenfalls als *Sandy Island* bezeichnet wurde. (*Île de Sable (Phantominsel)* – Wikipedia [2014])

Insbesondere bei Altkarten war es üblich auch unbestätigte Informationen einzuarbeiten, wenn diese wichtig erschienen, wie beispielsweise kleine Inseln, da diese für die Schifffahrt besonders gefährlich waren. (*Île de Sable (Phantominsel)* – Wikipedia [2014])

Abb.4 (rechts): Karte des Südpazifik, weißer Kreis markiert die Phantominsel „Sandy Island“, aus *Südpazifische Insel von beträchtlicher Größe existiert gar nicht – Welt – derStandard.at > Wissenschaft* [2014]

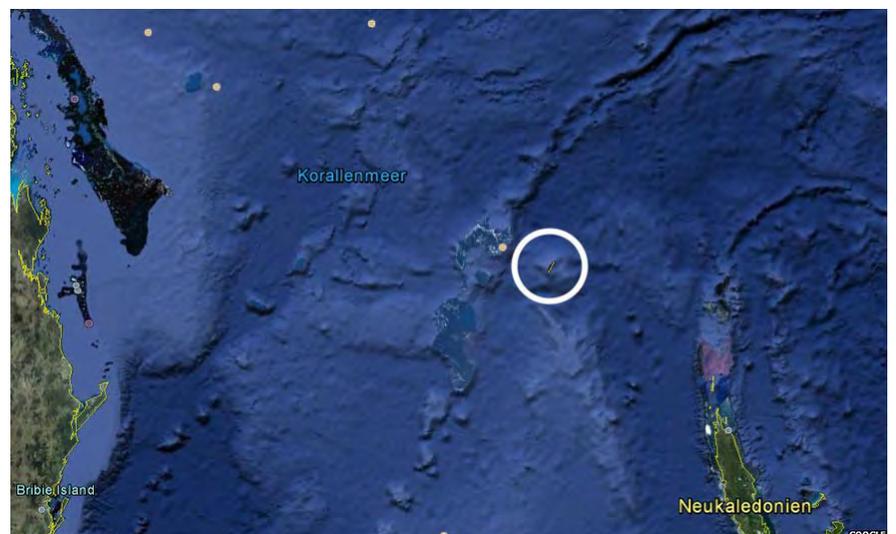




Abb.5 (oben): „Carte vom Thurgau“, Ferdinand Rudolf Hassler, 1798-1801, 1:82.000, Manuskriptkarte, 85,5cm x 51cm, Staatsarchiv Bern aus Jenny et al. [2011, S409]



Abb.6 (oben): „Die Landgraafschaft Thurgeü [...]“, Nötzli Johann Caspar, vor Mitte des 18. Jhd., ca. 1:110.000, Manuskriptkarte, 64cm x 36cm, Zentralbibliothek Zürich, Kartensammlung, MK 2157, aus Jenny et al. in Koller et al. [2009, S12]

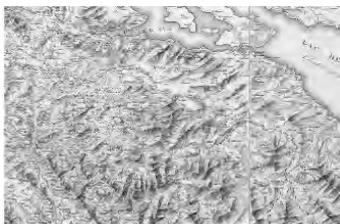


Abb.7 (oben): Ausschnitt aus den Blättern Nr. 3 und 4 des „Atlas Suisse“, Johann Rudolf Meyer, Johann Heinrich Weiss und Joachim Eugen Müller, 1796-1802, ca. 1:120.000, 16 Karten, je ca. 70cm x 51cm aus Jenny et al. in Koller et al. [2009, S12]

Die bisher vorgestellten Fehler waren eindeutig identifizierbar und sehr charakteristisch, sodass dadurch leicht auf die Fehlerquelle zurückgeschlossen werden konnte. Jedoch können bereits Ähnlichkeiten in den Grafiken der Genauigkeitsanalyse von Altkarten, Hypothesen welche Vorläuferkarte als Informationsquelle diente, untermauern oder verwerfen, wie das folgende Beispiel einer Karte vom Thurgau (einem Kanton in der Schweiz) eindrucksvoll zeigt.

Der Thurgau wurde von Ferdinand Rudolf Hassler in einer Manuskriptkarte „Carte vom Thurgau“ von 1798 (siehe Abb.5) festgehalten. Martin Rickenbacher⁴ ging der Frage nach, welche von zwei möglichen als Quelle für diese Darstellung diente oder ob sie sogar auf einer Neuvermessung basiert. Aufbauend auf den Analyseergebnissen von Rickenbacher wiederholte Jenny et al.⁵ die Untersuchungen. Schon im 19. Jahrhundert äußerte Rudolf Wolf die Vermutung, dass die Karte Johannes Nötzlis⁶ (hier eine Kopie dessen von Johannes Caspar Nötzli „Die Landgraafschaft Thurgeü und allen darin liegenden Herschafften, wie auch der Stetten, Clösteren Schlösseren, und der meisten Dörfereu und Höfen, samt angränzenden Landschafften“ (siehe Abb.6)) die Vorlage für Hasslers Manuskriptkarte sein könnte. Die Anlage (Kartenausschnitt, Blattaufteilung, fast identer Maßstab) der Karten ähneln einander auffällig. Zur selben Zeit wie Hasslers Manuskriptkarte entstand der „Atlas Suisse“ (siehe Abb.7), wodurch auch dieser als mögliche Quelle in Frage kam. (Rickenbacher [2007], S11ff; Jenny et al. in Koller et al. [2009], S11-15; Jenny et al. [2011], S408ff; Wolf [1879], S73-75)

Sowohl Rickenbacher als auch Jenny et al. erstellten für alle drei Altkarten im Vergleich mit einer aktuellen Referenzkarte Visualisierungen der Verzerrungen. Diese Herangehensweise ist der empfohlene Weg, wie zwei oder mehr Altkarten miteinander verglichen werden sollten. Es ist theoretisch jedoch möglich, mit einem Computeraltkartenanalyseprogramm die beiden Altkarten direkt miteinander zu vergleichen, die dadurch gewonnen Grafiken von Verzerrungsgittern, Fehlervektoren etc. sind natürlich anders zu interpretieren, als wären sie mit einer aktuellen Referenzkarte erstellt. (Rickenbacher [2007], S11ff; Jenny et al. in Koller et al. [2009], S11-15; Jenny et al. [2011], S408-410; MapAnalyst – Frequently Asked Questions about MapAnalyst [2014])

Martin Rickenbacher erfasste mit ArcMap 52 homologen Passpunkte in allen drei zu vergleichenden Altkarten und der Referenzkarte, die anschließend mit dem Programm DiGrid⁷ ausgewertet wurden (Rickenbacher [2007], S11ff). Mit Hilfe von MapAnalyst⁸ haben Jenny et al. ebenfalls die Verzerrungsgitter

-
- 4 Rickenbacher, M.: „Ferdinand Rudolf Hassler und die Vermessung der Schweiz 1791-1803“. In: Cartographica Helvetica Nr. 36, Juli 2007.
 - 5 Jenny, B.; Jenny, H.; Hurni, L. : „Alte Karten als historische Quelle – Wie lässt sich die geometrische Genauigkeit des Karteninhalts abschätzen?“. In: Koller, C.; Jucker-Kupper, P. (Hg.): „Karten, Kartographie und Geschichte – Von der Visualisierung der Macht zur Macht der Visualisierung“, 2009, Zürich.
 - 6 Das Original dieser Karte, die Manuskriptkarte von Johannes Nötzli (entstanden zwischen 1712-1720) wurde vermutlich 1778 bei einem Feuer zerstört. Aus diesem Grund sind nur noch einige zeitgenössische Kopien und Überarbeitungen erhalten. Die hier analysierte Karte ist eine sehr frühe Kopie vermutlich angefertigt von Johannes Nötzlis Sohn (Wolf [1879], S73-75).
 - 7 DiGrid wurde von Jana Niederöst im Zuge ihrer Dissertation über das Relief der Urschweiz von Franz Ludwig Pfyffer (1716-1802) entwickelt.

aller drei Altkarten erstellt und konnte dabei auf Ergebnisse von Martin Rickenbacher zurückgreifen. (*Jenny et al. in Koller et al. [2009], S11-15; Jenny et al. [2011], S408-410*)

Durch Überlagerung der Verzerrungsgitter der beiden Manuskriptkarten (siehe Abb.8, Abb.9) überzeugt die große Übereinstimmung, dass *Hassler* seine Karte in direkter Vorlage der von *Nötzli* erstellt hat. Im Gegensatz dazu der Vergleich der Karte von *Hassler* mit dem „*Atlas Suisse*“ (siehe Abb.10, Abb.11), hier lassen sich keine Gemeinsamkeiten erkennen. Erstaunlicherweise besitzt Hasslers Manuskriptkarte eine höhere Genauigkeit als der zwischen 70 und 80 Jahre jüngere „*Atlas Suisse*“. (*Rickenbacher [2007], S11ff; Jenny et al. in Koller et al. [2009], S11-15; Jenny et al. [2011], S408-410*)

Der mittlere Lagefehler der beiden Manuskriptkarten liegt bei rund einem Kilometer in natura bzw. bei ca. 10-13mm in der Karte. Im Gegensatz dazu ist der mittlere Lagefehler des *Atlas Suisse* ungefähr doppelt so groß. (*Rickenbacher [2007], S11ff*)

In vielen Wissensgebieten müssen Messungen an der Natur vorgenommen und ausgewertet werden. Hierbei können aus unterschiedlichen Gründen Fehler auftreten. Die Kategorisierung der Fehlerursachen und die statistisch-mathematische Analyse der Datenbereiche sind aufgrund ihrer Bedeutung bereits umfangreich wissenschaftlich aufgearbeitet worden.

Der Gesamtfehler einer Karte vermittelt einen guten ersten Eindruck der Qualität einer Altkarte. Erst weiterführende Genauigkeitsbeurteilungen und Nachforschungen, beispielsweise Vergleiche mit Vorgängerkarten und weiteren historischen Quellen, können die Ursachen der in Altkarten auftretenden Fehler erforschen und diese beispielsweise in zwei Gruppen unterteilen, jene der unbewussten und der bewussten Fehler.

1.3.1 Unbewusste Fehler

Unbewusste Fehler treten zufällig oder systematisch auf. Diese können basierend auf den statistischen Mittelwert oder die Korrektur um eine Konstante ausgeglichen werden. In der Praxis lassen sich die Ursachen der auftretenden Fehler jedoch nicht immer eindeutig ermitteln.

Zufällige Fehler

Bei wiederholten Messungen, beispielsweise bei der Längenmessung einer Strecke, werden trotz gleicher Bedingungen die einzelnen Ergebnisse sich um zufällige Fehler unterscheiden. Um diese auszugleichen können müssen statistische Methoden herangezogen werden. Hierbei gilt generell, desto mehr Messungen vorliegen, desto besser ist die Näherung an den wahren Wert möglich. Theoretisch werden zufällige Fehler bei unendlich vielen Messungen im Mittel aufgehoben. (*Zufällige Abweichung – Wikipedia [2014]; Systematischer Fehler – Wikipedia [2014]*)

Für die Analyse historischer Karten empfiehlt es sich diese Definition zu erweitern und zufällige Fehler während des gesamten Herstellungsprozesses einer Karte, von der Vermessung bis zur Ausfertigung der Karte, zu berücksichtigen. Diese Fehler können beispielsweise Ungenauigkeiten und Irrtümer bei der Vermes-

8 *MapAnalyst*: Programm zur Untersuchung der Genauigkeit von Altkarten, Download von <http://mapanalyst.cartography.ch/> (MapAnalyst [2010])

sung und deren Aufnahme (beispielsweise bei der Namensgebung von Städten und charakteristischen topografischen Objekten) sowie Übertragungs- und Auftragsfehler sein.

Systematische Fehler

Systematischer Fehler treten aufgrund eines konstanten Einflusses, der auf die Messungen einwirkt, auf, beispielsweise durch falsch geeichte Messinstrumente (instrumentelle Fehler) und können im Gegensatz zu zufälligen Fehlern nicht durch statistische Methoden ausgeglichen werden (*Systematischer Fehler* – Wikipedia [2014]). Falls die Fehlerursache und deren Einflussgröße als Konstante bekannt ist, kann diese rechnerisch korrigiert werden.

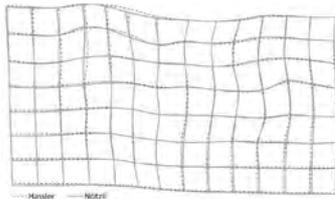


Abb.8 (oben):
Verzerrungsgitter für Hasslers „Carte vom Thurgau“ (strichliert) und Nötzlis „Die Landgraafschaft Thurgeü [...]“ (durchgezogen), aus Jenny et al. in Koller et al. [2009, S14]

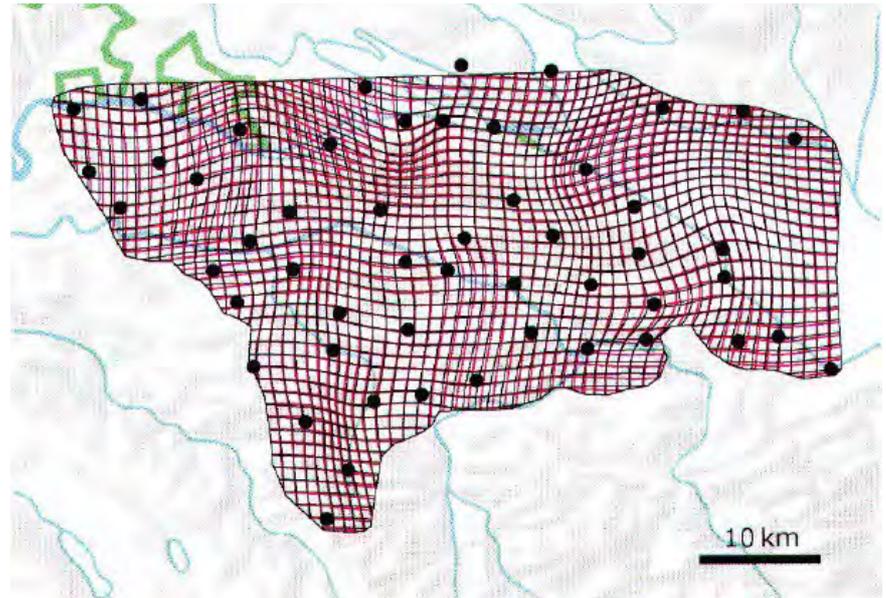


Abb.9 (rechts):
Verzerrungsgitter für Hasslers „Carte vom Thurgau“ (schwarz) und Nötzlis „Die Landgraafschaft Thurgeü [...]“, die schwarzen Punkte markieren die Passpunkte, aus Rickenbacher [2007, S17]

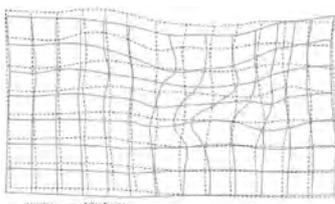


Abb.10 (oben):
Verzerrungsgitter für Hasslers „Carte vom Thurgau“ (strichliert) und für den „Atlas Suisse“ (durchgezogen), aus Jenny et al. in Koller et al. [2009, S14]

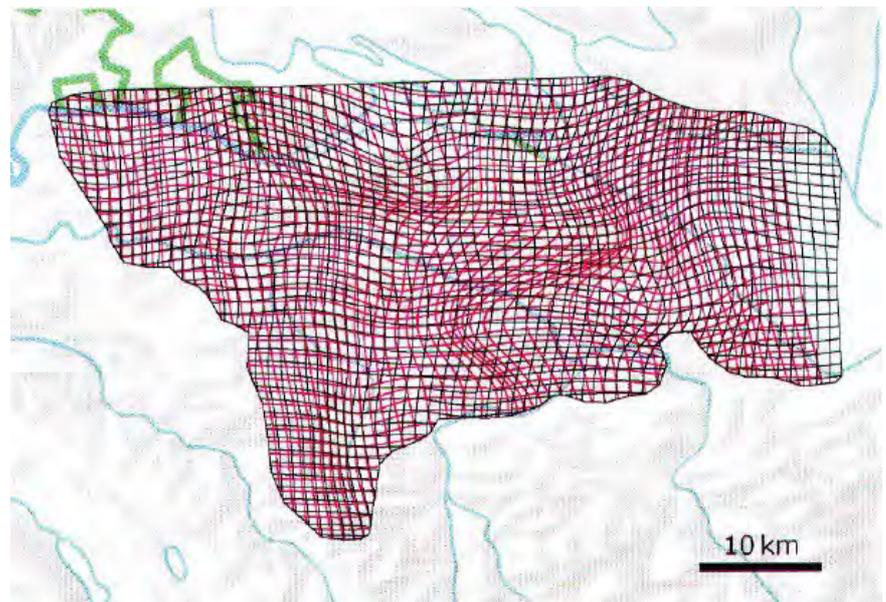


Abb.11 (rechts):
Verzerrungsgitter für Hasslers „Carte vom Thurgau“ (schwarz) und für den „Atlas Suisse“, aus Rickenbacher [2007, S17]

Bei der astronomischen Breitenbestimmung mit Sternen treten bei den Messungen an verschiedenen Abenden (siehe Abb.12) aufgrund meteorologischer Einflüsse (Schichtneigung) größere

Differenzen auf. In der Literatur wird dieser systematischer Fehler als *Abendfehler* bezeichnet. Hierbei kann die innere Genauigkeit zweier Messreihen von $\pm 0,1''$ bis $0,5''$ variieren. (*Systematische Fehler* – Wikipedia [2014]; Gerstbach in Waldhäusl [1976], S106f)

Bei Altkarten empfiehlt es sich, auch diese Definition zu erweitern und ebenfalls den gesamten Herstellungsprozess der Karte kritisch zu hinterfragen.

Abb.12: 23 Messungen der astronomischen Breite und Länge, August – Dezember 1973, Wien-Hietzing, aus Waldhäusl [1976, S107]

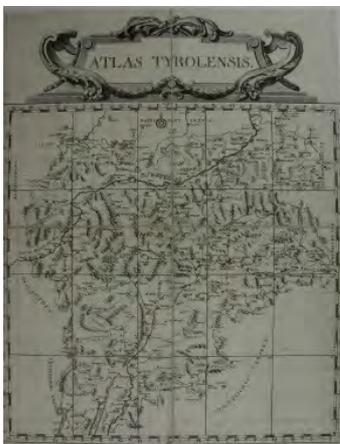
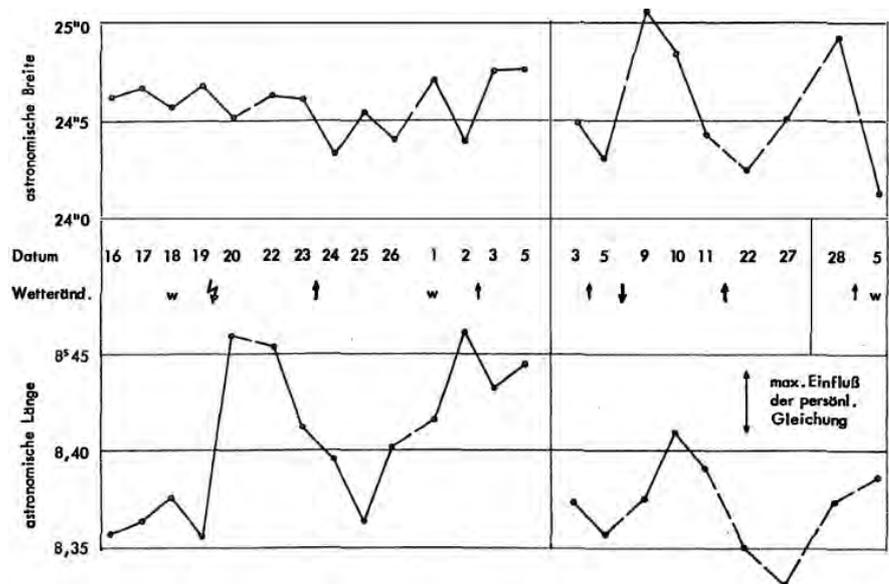


Abb.13 (oben): Übersichtskarte des „Atlas tyrolensis“ – die „Bauernkarte“ von Tirol, Peter Anich und Blasius Hueber, 1774, 1:103.800 (Übersichtskarte: 1:545.000), 20 Blätter, 217,5cm x 226cm, Wien; Original im Tiroler Landesarchiv in Innsbruck; Faksimiledruck: H. Kinzl, 1974, herausgegeben von H. Kinzl, aus Beimrohr [2006, S2]

Systematische Fehler können dem historischen Kartographen beispielsweise bei der Ermittlung der geographischen Breite unterlaufen, die aus dem Höhenwinkel der Sonne (höchster Sonnenstand = Mittagsbreite) oder aus dem Höhenwinkel eines Fixsterns (an der Nordhalbkugel zumeist des Polarsterns) über dem nautischen Horizont relativ einfach ermittelt werden kann. (Minow² [2004], S433)

Jedoch können auch bei dieser Ermittlung systematische Fehler auftreten, wie sie beispielsweise von Heinrich Hartl 1885⁹ in der Karte des *Atlas tyrolensis* (die „Bauernkarte“ von Tirol, siehe Abb.13) festgestellt wurden. So weist diese Darstellung einen systematischen Fehler von mehr als 2' in allen Breiten auf, da der Kartograph Peter Anich in seiner Heimatstadt Oberperfuss durch Messungen bei Sonnenbeobachtungen im Vergleich mit jenen des Polarsterns zu diesem fehlerhaften Ergebnis gekommen ist. Damit wird auch erklärt, wieso die innere Genauigkeit des Atlas tyrolensis weitaus größer als die absolute Lagegenauigkeit ist (Bretterbauer [1993], S47). Für weitere Informationen bezüglich dieser Karte siehe Kapitel 3.1.1.

Die geographische Länge ist im Vergleich zur geographischen Breite deutlich komplizierter zu ermitteln und muss weiters in Relation zum Nullmeridian gesetzt werden. Im Gegensatz zum Äquator stellt jedoch der Nullmeridian keinen natürlichen Nullpunkt dar und muss willkürlich festgelegt werden.

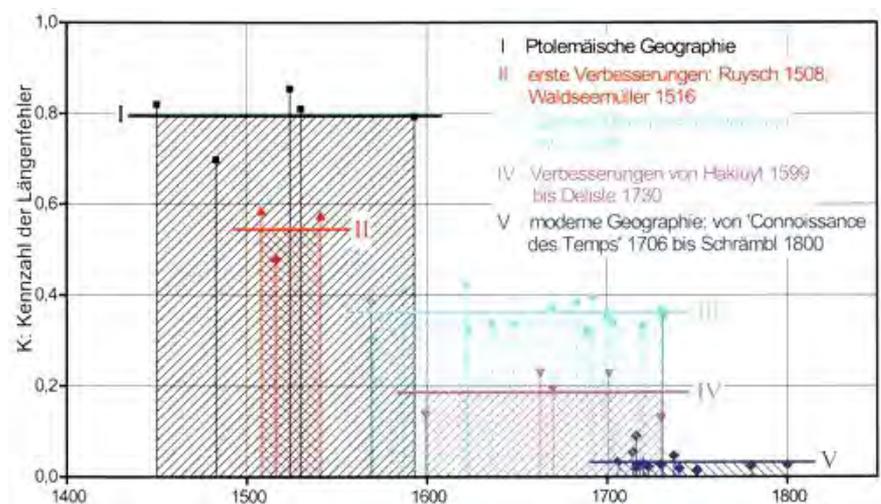
9 H. Hartl; „Die Aufnahme von Tirol durch Peter Anich und Blasius Hueber“. In: Mitteilungen des k. k. Militär-geographischen Instituts, 1885, V. Band

Wie *Forstner* ist seiner Dissertation¹⁰, in der er Längenfehler und Ausgangsmeridiane in Landkarten und Positionstabellen untersuchte, eindrucksvoll nachwies, stützten deshalb historische Kartographen ihre Werke auf jene der angesehenen Koryphäen ihrer Zeit. Der jeweilige historische Stand der Wissenschaft wies somit systematische falsche Annahmen auf, die sich auf viele Folgenergebnisse auswirkten. (*Forstner und Brunner* [2006], S39-41)

Die Graphik (siehe Abb.14) zeigt die stufenweise Entwicklung der Verbesserungen in den geographischen Längen über einen Zeitraum von 300 Jahren. Hierbei wurde die Kennzahl K unter anderem aus der Länge der Mittelmeerachse zwischen *Gibraltar* und *Alexandretta* ermittelt. (*Forstner und Brunner* [2006], S39-41)

So hat *Ptolemäus* diese Länge mit 62° um 20° überdimensioniert. Jedoch konnten sich verbesserte Längen von Europa (z.B. von *Ruysch* 1508 und *Waldseemüller* 1516) gegen *Ptolemäus* hohes Ansehen nicht durchsetzen, weshalb die zeitgenössischen Kartographen des Spätmittelalters für ca. 150 Jahre an diesen Angaben festhielten. Vermutlich inspiriert durch arabischen Einfluss führte *Gerhard Mercator* mit seiner Europakarte von 1554 eine Verbesserung der Länge der Mittelmeerachse auf 53° ein, die jedoch weiterhin um 11° überschätzt war. Vermessungen während Expeditionen der Königlichen Akademie der Wissenschaften in Paris gegen Ende des 17. Jhd. erstellte das Grundgerüst der europäischen Längenwerte. Alte Werte blieben jedoch durch die Weiterverwendung der Kupferdruckplatten noch bis ungefähr Mitte des 18. Jhd. in den Karten erhalten. (*Forstner und Brunner* [2006], S39-41)

Abb.14: „Die Kennzahl K ist ein Maß für die Güte der Längenangaben einer alten Landkarte oder Positionstabelle. Das Diagramm zeigt die Änderungen dieser Kennzahl über den Untersuchungszeitraum von 300 Jahren“, aus *Forstner und Brunner* [2006, S39]



1.3.2 Bewusste Fehler

Die historischen Kartographen selektierten bewusst den Informationsgehalt ihrer Karten. Das Fehlen gewisser Kartenobjekte wird somit als bewusste Fehler der Altkarten interpretiert.

Entsprechend dem Zweck, den die Karte zu erfüllen hatte, unterscheidet man zwischen den Kategorien „Tradition“ und „Überrest“. Wenn ein Herrscher für die Nachwelt die Größe seines Reichs in einer Karte festhält, dann handelt es sich hierbei um

¹⁰ G. Forstner: „Längenfehler und Ausgangsmeridiane in alten Landkarten und Positionstabellen“. In: Schriftenreihe des Instituts für Geodäsie und Geoinformation, Universität der Bundeswehr in Neubiberg, München, 2005, Heft 80

„Tradition“, denn die Darstellung soll ein bestimmtes Bild über die Macht des Herrschers vermitteln. Jedoch ist die selbe Karte auch als „Überrest“ zu sehen, sie gibt Einblick in den Stand der Technik der damaligen Kartographen. Somit hängt genau genommen von der Fragestellung an die Quelle ab in welche Kategorie sie fällt. (Cranach [2000], S31)

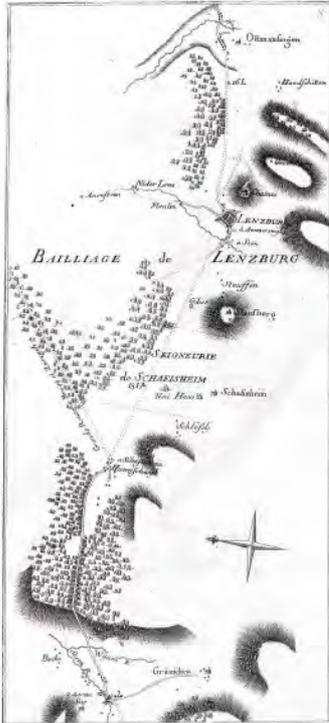


Abb.15 (oben): Blatt 8 der „Carte Topographique de la Grande Route de Berne à Zurich & Zurzach“, in dieser Karte fehlt die Stadt Aarau, Pierre Bel, 1787, ca. 1:35.000, stark verkleinert, aus Cranach [2000, S32]

Zumeist werden die Altkarten als „Überrest“ gewertet (Cranach [2000], S31) und abhängig vom genauen Zweck der Karte wurden die geographischen Objekte gewählt und generalisiert dargestellt. Die Frage lautet, ob alle Objekte der jeweiligen Objektgruppen vollständig und konsequent fehlerlos klassifiziert dargestellt worden sind (Jenny et al. in Koller et al. [2009], S4). So weisen beispielsweise die europäischen Seekarten (erste europäische Seekarte ca. 1300 n. Chr.) hohe Genauigkeit und Vollständigkeit der Küstendarstellungen und der dort gelegenen Städte. Im Gegenteil zum Landesinneren das kaum Darstellungsdetails aufweist. (Nußer [2008], S120-129)

Der Karteninhalt kann auch danach selektiert worden sein, sodass sie die aktuelle Politik des Herrschers bestmöglich unterstützte. Beispielsweise wollte der Kanton Bern schon seit dem Ende des 15. Jhd. den Verkehr und den aufkommenden Tourismus möglichst lange durch sein Gebiet und über die Kantonshauptstadt führen. Um diese Streckenführung zu bewerben wurden von Pierre Bel zwei Straßenkarten angefertigt, eine zeigt die Verbindung von Bern nach Genf (aus dem Jahr 1783) und die zweite von Bern nach Zürich (aus dem Jahr 1787). Die nahegelegene Konkurrenzverbindung über Solothurn und Fribourg wurde dabei bewusst nicht dargestellt und als Kartenformat, die streifenförmige Straßenkarte, gewählt. Pierre Bel ging hierbei sogar soweit, dass er die Stadt Aarau nicht einzeichnete, obwohl sie im Kartenausschnitt lag (siehe Abb.15). (Cranach [2000], S31-34)

Auch aufgrund militärischer Geheimhaltung und politischer Interessen wurde und wird der Karteninhalt bewusst verfälscht. Beispielsweise wurde durch den König von Portugal im Jahr 1504 verboten, die neuentdeckten Gebiete in Seekarten zu vermerken. Aus diesem Grund und auch aus wirtschaftlichen Gründen unterlag die damalige Kartographie vermutlich strenger Geheimhaltung. (Jenny et al. in Koller et al. [2009], S4; Minow² [2004], S435)

1.3.3 Ermittlung von Fehlern in Altkarten

Bei der Genauigkeitsuntersuchung von Altkarten werden nicht nur Passpunkte mit hoher Lagegenauigkeit, sondern auch solche mit geringer Lagegenauigkeit ermittelt. Somit lassen sich mit allen in Kapitel 3 beschriebenen Methoden auch Fehler in Altkarte ermitteln. Qualitativ unterscheiden sich jedoch diese Fehler, weshalb im Folgenden werden zwei fehlerspezifische Methoden vorgestellt werden. Die erste dient der Ermittlung von Ausreißern und die zweite deckt logische Fehler der Altkartendarstellung auf.

Ausreißerpunkte

Ausreißerpunkte der Altkarte verfügen über erheblich höhere Lageungenauigkeiten als der Gesamtfehler. Da diese das Gesamtergebnis der Altkarte verzerren, sollten sie vor weiteren Untersuchungen aussortiert werden. (Beineke [2001], S89)

Die historischen Kartographen waren bemüht auch Ortschaften, die bereits außerhalb des Kartenausschnittes liegen, doch noch auf dem Kartenbild zu platzieren. Dadurch entstehen in den Kartenrändern höhere Ungenauigkeiten und folglich auch *Ausreißer*. (Forstner und Oehrli [1998], S35-43)

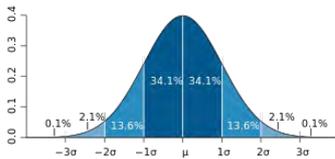


Abb.16: Normalverteilung mit blau schraffiertem 3-Sigma Bereich, aus *Standardabweichung – Wikipedia* [2014]

Die Ermittlung von *Ausreißern* können mit Hilfe der *Restklaffungsvektoren* (siehe Kapitel 3.1.1) und der *3-Sigma-Regel* erfolgen. Diese Regel wird laut *Beineke* wie folgt definiert: „[...] *alle Restklaffungsvektoren deren Abweichungen vom Mittelwert der Restklaffungsvektoren größer als der dreifache Betrag der Standardabweichung sind* [...]“ (aus *Beineke* [2001, S104]). Bei Vorliegen der idealen Normalverteilung wäre bei dieser Definition 0,3% der *Restklaffungsvektoren* *Ausreißer* (siehe Abb.16). Jedoch betont *Beineke* weiter, dass grundsätzlich bei der Häufigkeitsverteilung der Längen der Restklaffungsvektoren nicht von einer Normalverteilung ausgegangen werden darf und deshalb für Aussagen über die Genauigkeit von Altkarten prinzipiell ungeeignet sind. (*Beineke* [2001], S85 u. S103ff; *Standardabweichung – Wikipedia* [2014])

Plausibilitätsprüfung

Beispielsweise durch fehlerhafte Beschriftungen von Ortschaften kommt es möglicherweise zu topologischen Unstimmigkeiten in Altkarten. Topologie wird definiert als „*die Lehre von der Lage und Anordnung geometrischer Gebilde im Raum oder in der Ebene*“ (aus *Beineke* [2001, S106]). Bei der Darstellung von Verzerrungsgittern können topologische Unstimmigkeiten zu Schlaufenbildung führen. Aus diesem Grund sollten diese Widersprüche vor der Altkartenanalyse eliminiert werden. (*Beineke* [2001], S106f)

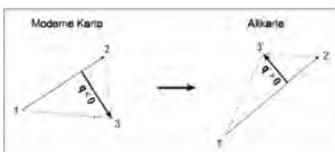


Abb.17: schematische Darstellung einer topologischen Unstimmigkeit aus *Beineke* [2001, S107]

Die Abbildung (siehe Abb.17) zeigt eine schematische Darstellung zur grafischen Ermittlung von topologischen Unstimmigkeiten. Alle Passpunkte werden mit einem Netz aus möglichst kleinen Dreiecken verbunden (*Delaunay-Triangulation*, siehe Kapitel 3.2). Beim Vergleich jenes Dreiecks in der Alt- mit jenem in der Neukarte müssen beide über den gleichen Drehsinn (beim Zählen der Eckpunkte des Dreiecks von eins bis drei) verfügen, andernfalls handelt es sich um eine topologische Unstimmigkeit. Diese Analysemethode kann auch rechnerisch angewendet werden. Detailliert wird diese Rechenmethode von *Beineke* in seiner Dissertation vorgestellt. (*Beineke* [2001], S106f)

2 ANFORDERUNGEN AN DIE NEUKARTE

Zur Analyse der geometrischen Genauigkeit einer Altkarte muss eine adäquate Referenzkarte herangezogen werden. Diese Neukarte entspricht einer höherwertigen Genauigkeit und wird somit für Vergleichszwecke als fehlerlos definiert. Ein optimaler direkter Vergleich der historischen mit der modernen Karte lässt sich erzielen, wenn letztere über die gleiche Orientierung, den gleichen Maßstab und Netzentwurf, im Folgenden als historische Kartenanlage bezeichnet, wie die zu untersuchende Altkarte verfügt. Weiters muss der Deckungspunkt beider Karten, der im Prinzip frei gewählt werden kann, definiert werden.

Abb.18 (rechts): Konturenvergleich – Vergleich der Umriss der Kontinente, rot: Karte von Johann Baptist Homann (1722), blau: aktuelle Referenzkarte, aus *Forstner und Oehrli* [1998, S37]



Die historische Kartenanlage entspricht der wahrscheinlichsten Orientierung, dem wahrscheinlichsten Maßstab und dem wahrscheinlichsten Kartennetzentwurf, die vom historischen Kartographen für sein Werk gewählt wurde. Die Informationsangaben im Kartenrand und in der Kartendarstellung, beispielsweise Maßstabsleisten und Windrosen, können zur Ermittlung der historischen Kartenanlage herangezogen werden. Diese Angaben sind jedoch kritisch zu hinterfragen, da sie häufig erst später ergänzt wurden, wodurch diese die Kartendarstellung schlecht repräsentieren und müssen möglicherweise als grobe Fehler klassifiziert werden. (*Beineke* [2001], S57)

Im Gegensatz zur historischen Anlage kann eine optimierte Anpassung der Neukarte an die alte Darstellung vorgenommen werden. Hierbei wird nicht jener Netzentwurf herangezogen, der auch wahrscheinlich vom historischen Kartographen angewendet wurde, sondern jener, dem die Kartendarstellung am ehesten entspricht. So wird mit Hilfe der Ausgleichsrechnung die optimale Anpassung der Neukarte an die Darstellung der Altkarte

konsequent erreicht, wodurch besonders aussagekräftige und objektive Ergebnisse erzielt werden. Bei der *Helmert-Transformation* wird der Passpunkthaufen der Referenzkarte an die ausgeglichene (optimiert durch Methode der kleinsten Quadrate oder robuste Schätzer) Orientierung und den ausgeglichenen Maßstab der historischen Karte angepasst und durch Ermittlung des ausgeglichenen Translationsvektors in optimaler Deckung mit dem Passpunkthaufen der Altkarte gebracht. (*Beineke* [2001], S71)

Natürlich können neben der *Helmert-Transformation* auch andere ebene Koordinatentransformationen herangezogen werden. Hier sei insbesondere die *Affin-Transformation* (5- oder 6-Parameter-Transformation) hervorgehoben. Durch die Anpassung die Neukarte an zwei unterschiedliche Maßstäbe entlang der Koordinatenachsen eignet sich diese Transformation besonders für Karten bei denen unterschiedliche Fehler in den Längen- und Breitendarstellungen auftreten (siehe Abb.18). Die wichtigsten ebenen Koordinatentransformationen werden in der Dissertation von *Beineke* mathematisch definiert und auf deren Einsatzgebiete bei der Analyse von Altkarten überprüft. (*Beineke* [2001], S11-29, S71ff)

Im Zuge der Ausgleichsrechnung werden große Fehler, unter anderem Ausreißer, auf Kosten von kleineren Lagefehlern reduziert. Aus diesem Grund sollte neben der Eliminierung der Ausreißer auch auf eine möglichst hohe Zahl von Passpunkten geachtet werden. (*Beineke* [2001], S103)

Abhängig von der wissenschaftlichen Fragestellung an die zu untersuchende Altkarte muss die Anpassungsart sorgfältig gewählt werden, da sich diese Wahl erheblich auf die Ergebnisse der Genauigkeitsanalyse auswirkt.

In den folgenden Unterkapiteln werden jeweils der Netzentwurf, der Maßstab und die Orientierung der Altkarte sowie der Deckungspunkt beider Vergleichskarten behandelt, wobei hier nur ein kurzer Einblick gegeben werden soll. Bei den historischen Rückblicken liegt der Schwerpunkt auf den europäischen Raum inklusive der Küstenländer des Mittelmeers.

2.1 Netzentwurf

Bereits in der Antike war die Kugelgestalt der Erde fixer Bestandteil der Lehre von *Pythagoras*, *Sokrates*, *Aristoteles* und *Platon*. *Eratosthenes* (ca. 276 bis ca. 195 v. Chr.) gelang es den Erdumfang anhand von Beobachtungen rechnerisch zu ermitteln, sein Ergebnis weicht um nur etwa 1,5% vom tatsächlichen Wert ab. Um die Erdkugel auf einer Ebene abbilden zu können wird sie mit Längen- und Breitenkreisen versehen. Dieses Orientierungsnetz geht bereits auf *Hipparch von Nicäa* (ca. 190 bis ca. 125 v. Chr.) zurück. Darauf basierend wird die Abbildungsvorschrift, um die Kugeloberfläche als Ebene darstellen zu können, als Netzentwurf oder Projektion bezeichnet. Wobei die Bezeichnung „Projektion“ auch irreführend ist, denn nicht alle Netzentwürfe basieren tatsächlich auf einer Projektion der Erdoberfläche aus einem Augpunkt auf eine Ebene. Die Erdoberfläche kann winkel- (konform) und flächentreu (äquivalent), jedoch nicht längentreu (äquidistant) in allen Richtungen auf eine Ebene abgebildet werden. (*Forstner* [2005], SVII; *Schröder*

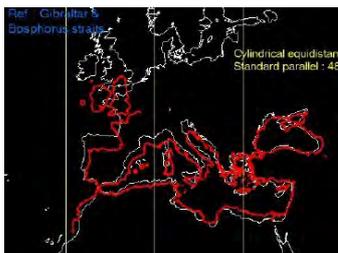
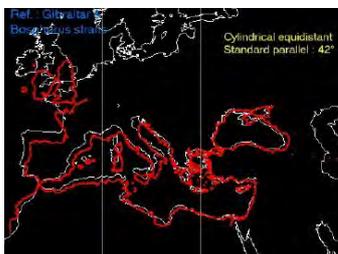
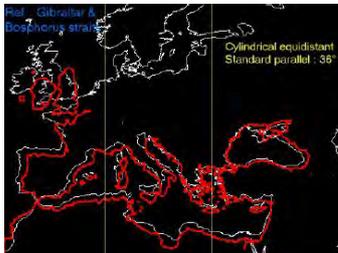
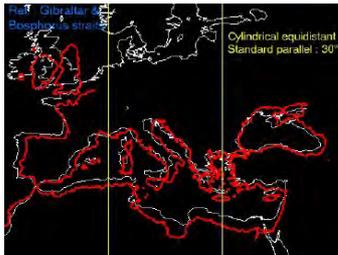


Abb.19 (oben): Konturenvergleich verschiedener Projektionen – Vergleich der Umriss der Kontinente, weiß: lineare Nachzeichnung der Kontinentalumrisse der Portolan-Karte von *Dulcert* (1339), rot: längentreue transversale Zylinderprojektion der Neukarte, Abbildungen mit unterschiedlichen berührenden Meridianen - von oben nach unten: 30°, 36°, 42° und 48°, aus *Lacroix et al.* [2014, S9]

[1988], S16f u. S32; *Bretterbauer* [2002], S22, *Kartennetzentwurf – Wikipedia* [2014])

Bereits im letzten Viertel des 17. Jahrhunderts kamen neue Erkenntnisse auf, die später zu Zweifeln an der Kugelgestalt der Erde führten. Mit Mitte des 18. Jahrhunderts war das Rotationsellipsoids als Projektionskörper der Erdoberfläche ein etabliertes Modell. Die in dieser Diplomarbeit vorgestellten Abbildungen, gehen jedoch ausschließlich von der Kugelgestalt der Erde aus, da diese von größerer historischer Bedeutung sind. Weiters sind die Abweichungen des Rotationsellipsoids im Vergleich zur Kugel so gering, sodass diese vernachlässigt werden können. (*Forstner* [2005], S7f u. S44)

Die Wahl des adäquaten Netzentwurfs der Neukarte kann einerseits jene Projektionsvorschrift sein, die am wahrscheinlichsten vom historischen Kartographen für sein Werk gewählt wurde, oder andererseits jener Entwurf wodurch die Neukartendarstellung der Altkarte am ähnlichsten ist. Welcher Netzentwurf gewählt wird, hängt insbesondere von der Fragestellung an die Altkarte ab. (*Beineke* [2001], S41)

Es ist jedoch nicht immer bekannt, welche und ob eine Abbildungsvorschrift im heutigen Sinn für die Erstellung einer Altkarte verwendet wurde. Historische Kartographen ermittelten ihre Kartenabbildung vermutlich rein graphisch-geometrisch und nicht, wie heute üblich, rechnerisch anhand von Abbildungsgleichungen. Beispielsweise ist überliefert, dass der arabisch-persische Gelehrte *al-Biruni* ca. 995 n. Chr. einen ca. fünf Meter im Durchmesser großen Globus zu Hilfe nahm. (*Beineke* [2001], S41; *Minow*¹ [2004], S376)

Die Abbildungsvorschrift alleine aufgrund der Altkartendarstellung zu bestimmen, ist nur bedingt möglich, und historische Recherchen sind notwendig. Weiters war bereits Ptolemäus (ca. 90 bis ca. 160 n. Chr.) bekannt, dass die Wahl eines geeigneten Netzentwurfs von der Größe des dargestellten Ausschnitts der Erdoberfläche abhängt, somit mit dem Kartenmaßstab korreliert. Diese Einsicht setzte sich jedoch erst nach 1880 durch. (*Beineke* [2001], S42ff; *Maßstab (Kartographie) -Wikipedia* [2015])

Das Gradnetz der Altkarte, falls vorhanden, gibt einen ersten Hinweis über die Abbildungsvorschrift, jedoch wurden diese Netze häufig später ergänzt und fügen sich schlecht in die übrige Kartendarstellung ein. Auch sind sehr unterschiedliche Projektionen wie beispielsweise die *quadratische Plattkarte* von der *Mercator-Projektion* nur aufgrund ihres Abbilds kaum zu unterscheiden (siehe Abb.20).

Nur durch Abwägen aller Analyseergebnisse besteht die Möglichkeit auf den wahrscheinlichsten, vom historischen Kartographen für sein Werk gewählten, Netzentwurf zu schließen. (*Bretterbauer* [2002], S23; *Forstner* [2005], S44f; *Beineke* [2001], S42ff)

Wenn die Ost-West-Ausdehnung der Altkarte 10° übersteigt, sollte der Netzentwurf der Neukarte an jene der historischen an-

gepasst werden. Für die Analyse vieler mittel- oder kleinmaßstäblicher Altkarten wird jedoch gerne die *transversale flächentreue Zylinderprojektion* (siehe Abb.21) verwendet, da die Kartendarstellung dieser modernen Neukartenabbildung häufig jener der Altkarte am ähnlichsten ist (siehe Abb.19). *MapAnalyst – OpenStreetMap* [2014]

Abb.20 (rechts): zwei extrem unterschiedliche Abbildungen, links: quadratische Plattkarte, rechts: Mercator-Projektion, aus *Bretterbauer* [2002, S23]

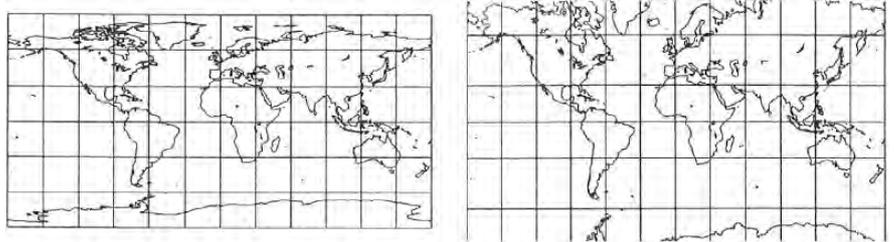
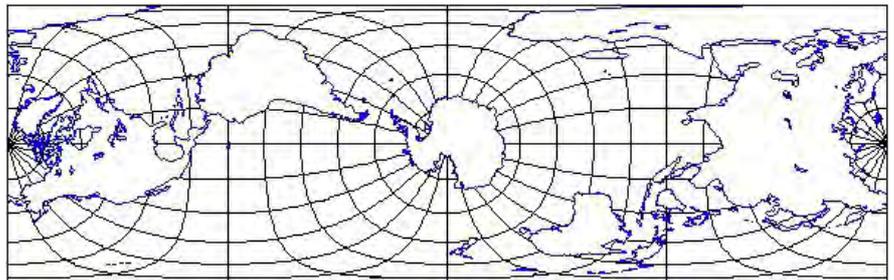


Abb.21 (rechts): transversale flächentreue Zylinderprojektion aus *DGGS – Cylindrical Equal-Area Projection* [2014]



Die Anpassung der modernen Kartenabbildung an die historische spielt keine große Rolle für große und mittelgroße Maßstäbe und kann selbst bei Altkarten mit großen Verzerrungen häufig ignoriert werden. So wird bei der Genauigkeitsanalyse der *Hassler-Karte* (siehe Abb.22, bereits in Kapitel 1.3 vorgestellt) angegeben, dass diese Darstellung relativ ungenau und in einem großen Maßstab (1:82.000) gezeichnet wurde. Daher wird mit geringen zusätzlichen projektionsbedingten Verzerrungen gerechnet und die Anpassung der Neukarte an die historische Abbildungsvorschrift kann ganz entfallen. (*Jenny et al. in Koller et al. [2009], S12f; MapAnalyst – OpenStreetMap [2014]*)

Abb.22 (rechts): „*Carte vom Thurgau*“, *Ferdinand Rudolf Hassler*, 1798-1801, 1:82.000, Manuskriptkarte, 85,5cm x 51cm, *Staatsarchiv Bern* aus *Jenny et al. [2011, S409]*



Wenn Altkarten mit einem kleinen Maßstab analysiert werden, die ganze Kontinente oder sogar den ganzen Erdglobus zeigen, sollte eine Referenzkarte in der passenden historischen Projektion verwendet werden. Im anschließenden Unterkapitel werden

einige historische Netzentwürfe vorgestellt, diese werden bei modernen Karten natürlich nicht mehr angewendet. Hierbei ist die Neukarte, die für die Genauigkeitsanalyse herangezogen wird, eine Sammlung von Ortspositionen der Passpunkte der modernen Karte, die durch Transformation an die Abbildungsvorschrift der Altkarten angepasst werden. (Beineke [2001], S41; *MapAnalyst – OpenStreetMap* [2014])

2.1.1 Unterschiedliche Netzentwürfe

Die Zahl der möglichen Netzentwürfe ist nahezu unbeschränkt, wobei heute sicher über 400 unterschiedliche Projektionen bekannt sind. Somit können im Folgenden nur eine kleine Auswahl einiger Netzentwürfe (hier Abbildungen der Kugel), vorgestellt werden. Abbildungen des Ellipsoides sind wohl in der Geodäsie von großer Bedeutung, jedoch handelt es sich hierbei eher um die Ermittlung von Isothermen Koordinatensystemen, weshalb diese hier nicht behandelt werden. Weiters ist der Unterschied der Abbildung zwischen Kugel und Ellipsoid zu gering um in der Altkartenanalyse von Belang zu sein. (*Kartennetzentwurf – Wikipedia* [2014], *Bretterbauer* [2002], S5 u. S22)

1) Azimutalprojektionen

Azimutalprojektion ist eine Projektion auf eine Tangentialebene der Erdkugel, diese Ebene berührt somit die Erdoberfläche in einem beliebigen Punkt, dem Hauptpunkt. Bei polarer oder normaler Projektion befindet sich dieser Hauptpunkt in einem der Pole. Falls dieser Berührungspunkt jedoch entlang des Äquators liegt, wird die Projektion als äquatorial oder transversal bezeichnet. Im Folgenden werden die unterschiedlichen Azimutalprojektionen mit Beispielen belegt, die zum besseren Vergleich alle normal sind. Bei allen anderen Varianten der Lage des Hauptpunkts handelt es sich um eine schiefe Projektion. Großkreise (Azimute) durch die Hauptpunkte werden als Geraden dargestellt. Perspektivische Azimutalprojektionen sind Projektionen, wobei die Sehstrahlen aus einem Augpunkt heraus erfolgen. Analytische Projektionen verfügen nur über einen rein rechnerischen Zusammenhang zwischen dem geographischen und dem kartesischen System. (*Bretterbauer* [2002], S22)

Stereographische Projektion

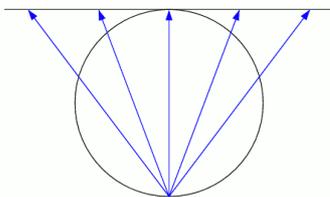


Abb.23 (oben): Augpunkt der stereographischen Projektion liegt im Antipodenpunkt des Berührungspunkts der Bildebene, aus *Kartennetzentwurf – Wikipedia* [2014]

Bei der *stereographischen Projektion* (siehe Abb.27, Verzerrungsellipsen siehe Abb.26) liegt der Augpunkt der Projektion im *Antipodenpunkt* des Berührungspunkts der Bildebene (siehe Abb.23), sie gehört damit zu den *perspektivischen Azimutalprojektionen*. *Hipparch von Nicäa* (ca. 190 bis ca. 125 v. Chr.) soll diese Projektion entdeckt haben. Obwohl die Vorzüge dieser Abbildungsvorschrift, die kreis- und winkeltreue, bereits von *Ptolemäus* (ca. 90 bis ca. 160 n. Chr.) hergeleitet wurden, wurde diese Abbildungsvorschrift lange Zeit nur für Sternkarten eingesetzt. Das Himmelsgewölbe war damals im Gegensatz zur Erdoberfläche bereits relativ genau vermessen. Somit fand die *stereographische Projektion* erst nach der Entdeckung Amerikas und durch Förderung von *Johannes Weber* (1468-1528) Anwendung zur Darstellung der damals bekannten Erdteile. (*Schröder* [1988], S32ff; *Bretterbauer* [2002], S31f)

Die Loslösung von der Küstenschifffahrt wurde durch die Einführung des Kompasses (*Genueser Nadel*) Anfang des 13. Jahr-

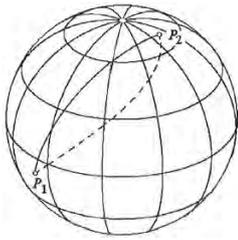


Abb.24 (oben): *Loxodrom* strichliert und Großkreis voll, aus *Bretterbauer* [2002, S21]

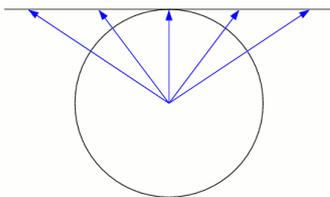


Abb.25 (oben): Augpunkt der gnomonischen Projektion liegt im Erdmittelpunkt, aus *Kartennetzentwurf – Wikipedia* [2014]

hunderts erheblich erleichtert. Hierbei wurde eine einfache Seemannsregel herangezogen, die besagt, bei der Navigation einen fixen Winkel relativ zu den Meridianen einzuhalten. Die Schifffahrtsrouten führten somit entlang *loxodromischer* Kurven (*Azimutgleiche*, siehe Abb.24). Der portugiesischer Mathematiker *Pedro Nuñez* (auch *Nonius*, 1492-1577) entwickelte die mathematische Definition dieser Kurve und unterstützte die Anwendung bei der Seefahrt. Seekarten der *stereographischen Projektion* (eine *Azimutalprojektion*) eignen sich hervorragend für die Einsetzung dieser Seemannsregel, da diese Abbildungen winkeltreu ist. (*Schröder* [1988], S32ff; *Bretterbauer* [2002], S31f)

Gnomonische Projektion

Bei der *gnomonischen Projektion* (siehe Abb.28, Verzerrungselipsen siehe Abb.26) liegt der Augpunkt der Projektion im Erdmittelpunkt (siehe Abb.25), sie gehört damit ebenfalls zu den *perspektivischen Azimutalprojektionen*. Bereits um 600 v. Chr. soll diese Abbildung *Thales von Milet* bekannt gewesen sein. Im Jahr 1909 existierten nur ca. sieben Ozeankarten dieser Projektion. So erfuhr diese Abbildung Anfang des 20. Jahrhunderts eine Blütezeit. Man legte zunehmend Wert auf möglichst ökonomische Routenwahl und dies nicht nur in der Schifffahrt sondern auch beispielsweise beim Bau von Eisenbahnstrecken und später bei der Festlegung der Flugrouten. Die kürzeste Verbindung zweier Punkte auf der Erdoberfläche beschreibt einen Großkreis (*Orthodrom*, Schnittebene durch den Erdmittelpunkt). Bei der *gnomonischen Projektion* werden die Großkreise als Geraden abgebildet. Daher wurden diese Karten, beispielsweise als Ozeankarten, verstärkt ab der ersten Hälfte des 20. Jahrhunderts hergestellt. (*Schröder* [1988], S36ff; *Bretterbauer* [2002], S33)

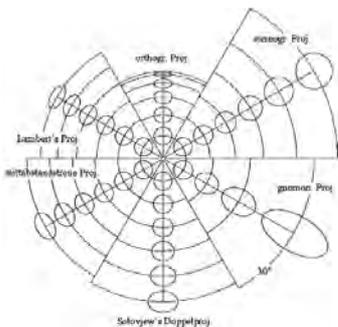


Abb.26 (oben): Tissot'sche Verzerrungselipsen unterschiedlicher Azimutalprojektionen im Vergleich, Parallelkreise im Abstand von 15°, aus *Bretterbauer* [2002, S37]

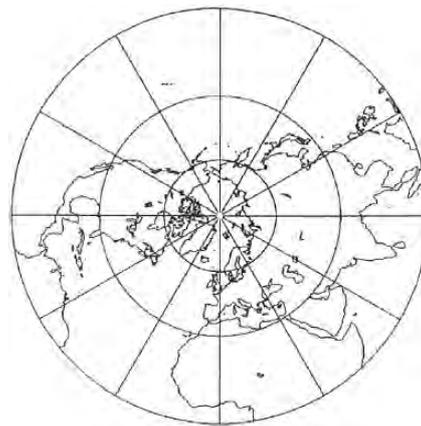


Abb.27 (links): stereographische Polarprojektion, aus *Bretterbauer* [2002, S32]

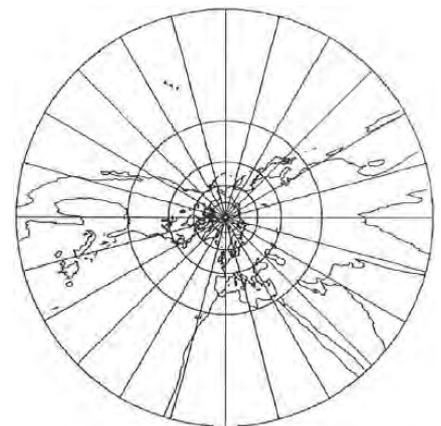


Abb.28 (rechts): gnomonische Polarprojektion, aus *Bretterbauer* [2002, S33]

Mittabstandstreuer Azimutalentwurf

Beim *mittabstandstreuen Azimutalentwurf* (siehe Abb.30) werden die Meridiane in wahrer Länge wiedergegeben, sie gehört damit zu den *analytischen Azimutalprojektionen*. Die Erfindung des *mittabstandstreuen Azimutalentwurfs* werden dem *Kardinal Nicolaus Cusanus* (1458) und *Willebrord Snellius* (1621) zugeschrieben und findet bei den Arbeiten von *Mercator* (1569) und

Postel (1581) Anwendung. (Schröder [1988], S96; Bretterbauer [2002], S35f)

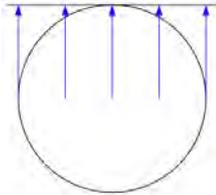


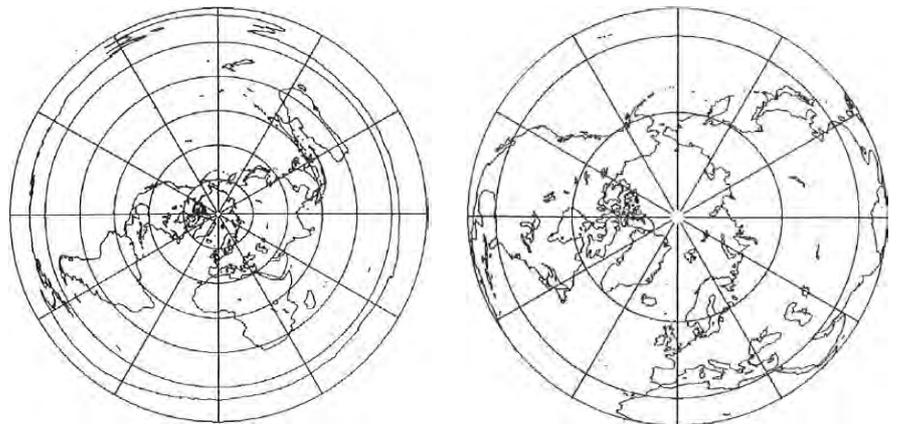
Abb.29 (oben): Augpunkt der orthographischen Projektion liegt im Unendlichen, aus *Kartennetzentwurf – Wikipedia* [2014]

Orthographische Projektion

Bei der *orthographischen Projektion* (siehe Abb.31) liegt der Augpunkt im Unendlichen und die Seestrahlen fallen somit im rechten Winkel auf die Tangentialebene (siehe Abb.29), sie gehört damit ebenfalls zu den *perspektivischen Azimutalprojektionen*. Dieser Netzentwurf ist weder winkel- noch flächentreu. Der Vorteil der orthographischen Projektion liegt in ihrem anschaulichen Abbild der Erde, weshalb sie bei den Weltkarten von *Stab* und *Dürer* aus dem Jahr 1515 angewendet wurde. (Schröder [1988], S98; Bretterbauer [2002], S28f)

Abb.30 (rechts): links: mittabstandstreue Polarprojektion, aus *Bretterbauer* [2002, S35]

Abb.31 (rechts): rechts: orthographische Polarprojektion, aus *Bretterbauer* [2002, S29]



2) Zylinderprojektionen

Zylinderprojektionen werden je nach Achsenlage in normal (Zylinderachse durch beide Pole), transversal (durch den Äquator) oder schief (alle übrigen Achsenlagen) unterschieden. Bei echten Zylinderprojektionen sind die Abbilder der Meridiane und der Parallelkreise Geradenscharen, die im rechten Winkel zueinander stehen, wodurch eine konforme Abbildung möglich ist. Im Gegensatz zu unechten (Pseudo-) Zylinderprojektionen, hier ist Konformität von vornherein unmöglich. (Bretterbauer [2002], S38)

Plattkarte

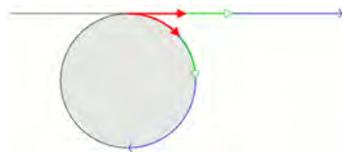
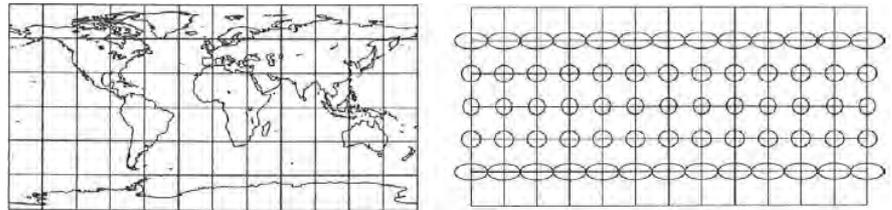


Abb.32 (oben): Übernahme von längentreuen Meridianen, aus *Kartennetzentwurf – Wikipedia* [2014]

Die *Plattkarte* (siehe Abb.33) ist die einfachste Kartenabbildung und wird in der modernen Netzabbildung als *normale mittabstandstreue* (Meridiane längentreu abgebildet, siehe Abb.32) *echte Zylinderabbildung* bezeichnet, die weder flächen- noch winkeltreu („*aphylaktisch*“) ist. Diese Abbildung soll bereits von *Marinus von Tyros* um 100 n. Chr. erwähnt worden sein. Diese Projektionsvorschrift wurde aber vermutlich nicht vor 1500 für Seekarten angewendet. Bereits *Ptolemäus* (ca. 90 bis ca. 160 n. Chr.) war bekannt, dass sich diese Abbildungsvorschrift nur für kleinere Ausschnitte der Erdoberfläche eignet. Hierbei werden zwei Varianten unterschieden, die aufgrund der Abbildung der Netzmaschen als quadratische (mit längentreuem Äquator) und die rechteckige Plattkarte (mit zwei symmetrisch gelegenen, längentreuen und parallelen Breitenkreisen) bezeichnet werden. (Beineke [2001], IIIf u. S42ff; Schröder [1988], S76 u. S163;

Snyder et al. [1989], S22ff)

Abb.33 (rechts): links: quadratische Plattkarte, rechts: Verzerrungsellipsen, aus Bretterbauer [2002, S41]



Mercator-Projektion

Die *Mercator-Projektion* (siehe Abb.35) wird in der modernen Netzabbildung als *konforme normale echte Zylinderabbildung* bezeichnet. Wie bereits erwähnt führten die Schifffahrtsrouten entlang *loxodromischer* Kurven, die vom portugiesischem Mathematiker *Pedro Nuñez* (auch *Nonius*, 1492-1577) mathematisch definiert wurden. Um diese Routen auch bei der echten Zylinderprojektion als Geraden einzeichnen zu können musste diese Projektion winkeltreu sein. *Mercator* (1512-1594) löste diese Forderung grafisch und wandte das in der Abbildung (siehe Abb.34) gezeigte Schema an. Bei seiner 1569 veröffentlichten Weltkarte „ad usum navigantium“ erlangte er Weltruhm, bei der *Mercator* seine Entwicklung mit Schrittweiten von jeweils einem Grad einsetzte. Diese Schrittweite hielt *Mercator* für ausreichend genau, die vollständige mathematische Ausformulierung konnte jedoch erst von *Nikolaus Kauffmann* (1620-1687) im Jahr 1666 erzielt werden. (*Schröder* [1988], S79ff; *Bretterbauer* [2002], S39; *Flyer_Mercator* [2014]; *Snyder et al.* [1989], S10f)

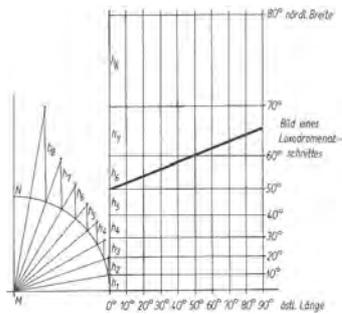


Abb.34 (oben): Schema der Mercator-Projektion mit Schrittweiten von jeweils 10°, aus *Schröder* [1988, S79ff]

Abb.35 (rechts): links: Mercator-Projektion mit zwei Loxodromen und einem Großkreis, rechts: Verzerrungsellipsen, aus *Bretterbauer* [2002, S39]

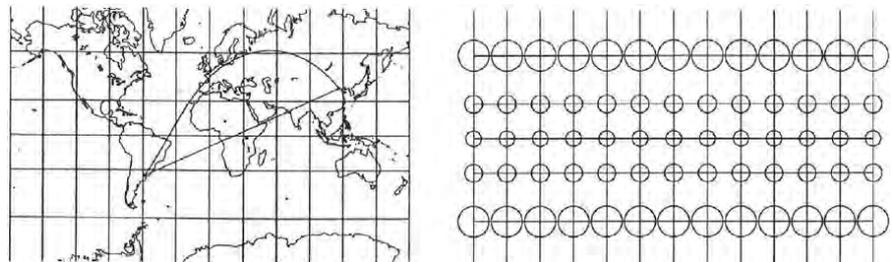
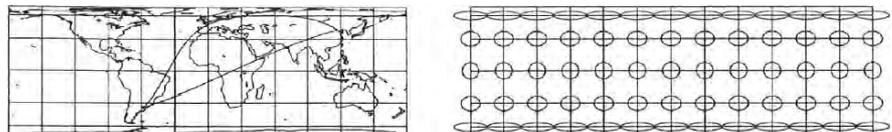


Abb.37 (rechts): links: Lambert-Projektion, rechts: Verzerrungsellipsen, aus *Bretterbauer* [2002, S42]



Lambert-Projektion

Die *Lambert-Projektion* (siehe Abb.37) wird in der modernen Netzabbildung als *flächentreue normale echte Zylinderabbildung* bezeichnet und wird auch *archimedischer Zylinderentwurf* genannt, da bereits *Archimedes* (287-212 v. Chr.) die Formel des Flächeninhalts von Kugelzonen bekannt war. Jedoch wandte erst *Johann Heinrich Lambert* (1728-1777) dieses Wissen zur Entwicklung dieses Zylinderentwurfes an, den er 1772 präsentierte. Für die grafische Konstruktion dieses Netzentwurfs wird das Schema (siehe Abb.36) angewandt. Die *Loxodrome* sind bei dieser Abbildung keine Geraden, bei den Zylinderentwürfen ist das nur bei der *Mercator-Projektion* der Fall. (*Schröder* [1988], S75f; *Bretterbauer* [2002], S42f; *Snyder et al.* [1989], S16)

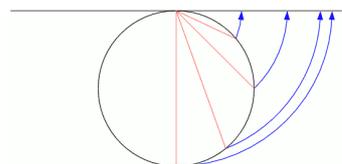
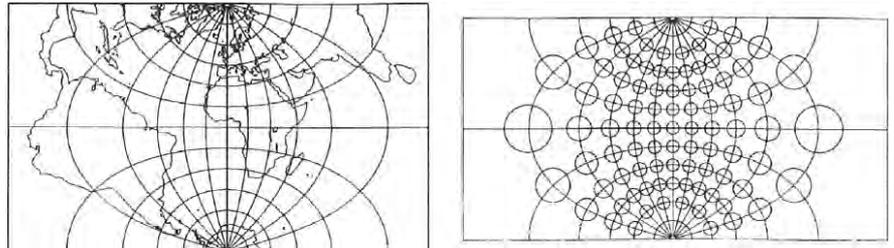


Abb.36 (oben): Schema der Lambert-Projektion, aus *Kartennetzentwurf – Wikipedia* [2014]

Konforme transversale Zylinderprojektion von Lambert

Diese echte Zylinderabbildung (siehe Abb.38) ist die *Mercator-Abbildung* in transversaler Lage und wurde aus der Forderung einer winkeltreuen Abbildung von *Johann Heinrich Lambert* (1782-1777) im Jahr 1772 entwickelt. Fast zeitgleich gelangte *Lagrange* (1736-1813) 1779 zu denselben Ergebnissen, die er im Gegensatz zu *Lambert*, in allgemeiner mathematischer Form darstellte. Auf dieser Abbildung basiert die heute gängige *Gauß-Krüger-Abbildung*. (*Schröder* [1988], S90f; *Bretterbauer* [2002], S40f; *Snyder et al.* [1989], S12f)

Abb.38 (rechts): links: konforme transversale Zylinderprojektion von Lambert, rechts: Verzerrungsellipsen, aus *Bretterbauer* [2002, S41]



Sanson/Flamsteed-Projektion

Die *Sanson/Flamsteed-Projektion* (siehe Abb.39) oder *Sinusoidalprojektion* ist eine *flächentreue unechte Zylinderabbildung*, die im 16. Jahrhundert entwickelt wurde. J. Cossin wendete diese Abbildung im Jahr 1570 an, benannt wurde sie jedoch nach anderen Anwendern. Ab Mitte des 17. Jahrhunderts publizierte der französische Kartograph *Nicolas Sanson d. Ä.* (1600-1667) zahlreiche Karten dieses Netzentwurfs, der auf *Mercator* zurückgeht. *Sanson* veröffentlichte zu Lebzeiten den „Atlas von Frankreich“ mit 140 Karten. Sein Schaffen wurde von seinen Söhnen weitergeführt und dominierte den damaligen französischen Markt. (*Schröder* [1988], S140ff; *Bretterbauer* [2002], S45f; *Snyder et al.* [1989], S37ff)

Abb.39 (rechts): links: *Sanson/Flamsteed-Projektion*, aus *Bretterbauer* [2002, S45], rechts: Verzerrungsellipsen, aus *Bretterbauer* [2002, S24]

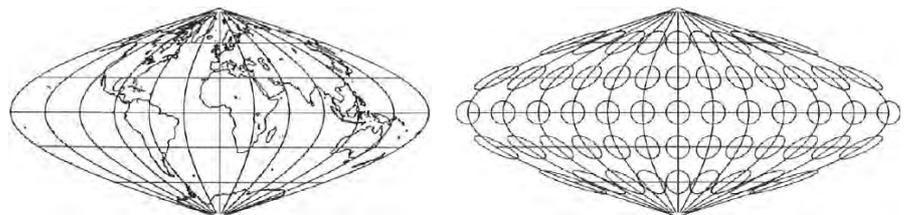
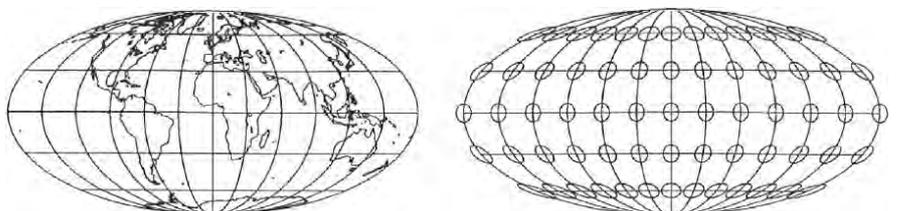


Abb.40 (rechts): links: *Mollweide-Projektion*, rechts: Verzerrungsellipsen, aus *Bretterbauer* [2002, S47]



Mollweide-Projektion

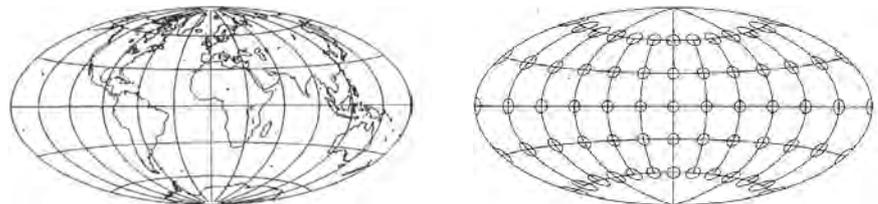
Die *Mollweide-Projektion* (siehe Abb.40) ist eine *flächentreue unechte Zylinderabbildung*, wobei die Parallelkreise als parallele Gerade und die Meridiane als Ellipsen (mit Ausnahme des Mittelmeridians) abgebildet werden. Diese Projektion wurde im Jahre 1805 vom deutschen Astronom *Karl Brandau Mollweide* (1774-1825) veröffentlicht. Im Laufe des 19. Jahrhunderts wurde diese Abbildung häufig zur Darstellung der Erdoberfläche herangezogen, da das elliptische Gesamtbild für unsere Wahrnehmung

harmonischer ist. Aber auch hier gab es bald Kritik an den starken Verzerrungen, die an den Kartenrändern auftretenden. (Schröder [1988], S143ff; Bretterbauer [2002], S46; Snyder et al. [1989], S54ff)

Hammer-Projektion

Die *Hammer-Projektion* (auch *Hammer I*, siehe Abb.41) wird in der modernen Netzabbildung als eine *flächentreue unechte Zylinderabbildung* bezeichnet, die im Vergleich zur *Mollweide-Projektion* aufgrund konvexer Aufwölbungen der Parallelkreise über geringere Verzerrungen in den Randzonen verfügt. Nach der Entwicklung und Veröffentlichung im Jahr 1892 dieses Netzentwurfs durch *Ernst von Hammer* (1858-1925) fand der *Hammerische Entwurf* in Schulatlanten, beispielsweise in dem 1955 in Berlin erschienen Schulatlas zur Erd- und Länderkunde, wie auch in geographisch und populärwissenschaftlichen Kartendarstellungen Anwendung. (Schröder [1988], S148ff; Bretterbauer [2002], S51; Snyder et al. [1989], S160f)

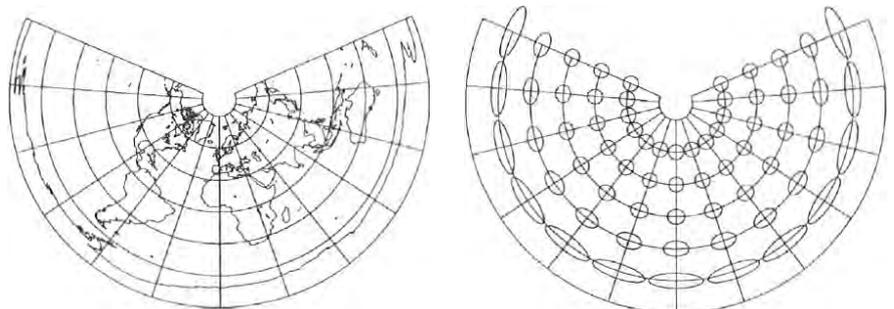
Abb.41 (rechts): links: Hammer-Projektion aus Bretterbauer [2002, S51] rechts: Verzerrungsellipsen aus Snyder et al. [1989, S160]



3) Kegelprojektionen

Kegelprojektionen werden üblicherweise in normaler (Kege-lachse durch beide Pole) Achsenlage dargestellt. Bei echten Kegelprojektionen schneiden einander die Abbildungen der Meridiane und der Parallelkreise im rechten Winkel, wodurch eine konforme Abbildung möglich ist. Im Gegensatz zu unechten (Pseudo-) Kegelprojektionen, hier ist Konformität im Vorhinein unmöglich. (Bretterbauer [2002], S60)

Abb.42 (rechts): links: Äquidistante Kegelprojektion, rechts: Verzerrungsellipsen (Abbildung zeigt eigentlich mittabstandstreue Kegelprojektion – Unterschied nur minimal) aus Bretterbauer [2002, S66]



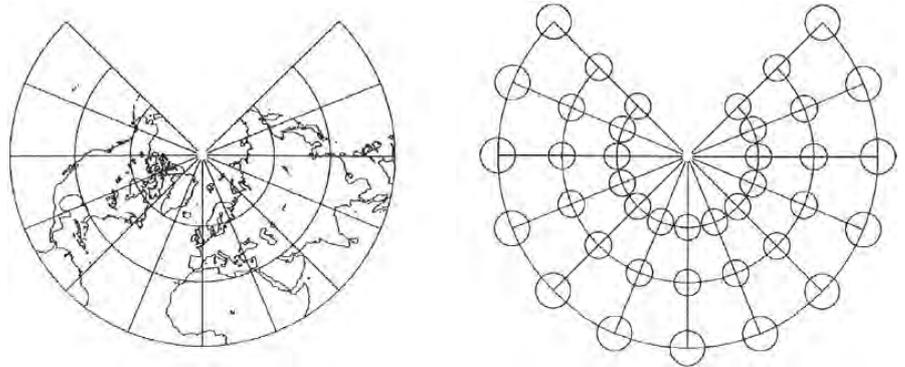
Äquidistante Kegelprojektion

Diese *längentreue echte Kegelprojektion* (siehe Abb.42) wurde bereits von *Ptolemäus* (ca. 90 bis ca. 160 n. Chr.) angeführt, die so genannte „erste ptolemäische Projektion“, und ist der einfachste Kegelentwurf. In den folgenden Jahrhunderten wurde dieser Netzentwurf unter anderem von *Johannes Ruysch* im Jahr 1908, *Gerhard Mercator* im späten 16. Jahrhundert und von *Nicolas de l'Isle* im Jahr 1745 weiterentwickelt. (Schröder [1988], S108ff; Bretterbauer [2002], S66; Snyder et al. [1989], S92ff u. 224; Stückelberger [2015], S34)

Konformer Kegelentwurf von Lambert

Dieser winkeltreuer echter Kegelentwurf (siehe Abb.43) wird in *Lamberts* Buch „*Beyträge zum Gebrauche der Mathematik [...]*“ aus dem Jahr 1772 angeführt, worin *Lambert* die Entwicklung neuer Netzentwürfe anhand von mathematischen Grundsätzen angibt. (*Schröder* [1988], S124ff; *Bretterbauer* [2002], S63; *Snyder et al.* [1989], S95ff)

Abb.43 (rechts): links: konformer Kegelentwurf von Lambert, rechts: Verzerrungsellipsen, aus *Bretterbauer* [2002, S64]



Entwurf von Albers

Diese äquivalente echte Kegelprojektion (siehe Abb.44) wurde von *H. Ch. Albers* (1773-1833) im Jahr 1805 veröffentlicht und wird in 70% der Karten des „*Haack Großer Weltatlas*“ angewendet. (*Schröder* [1988], S120ff; *Bretterbauer* [2002], S65f; *Snyder et al.* [1989], S100f)

Abb.44 (rechts): links: Entwurf von Albers, rechts: Verzerrungsellipsen aus *Bretterbauer* [2002, S66]

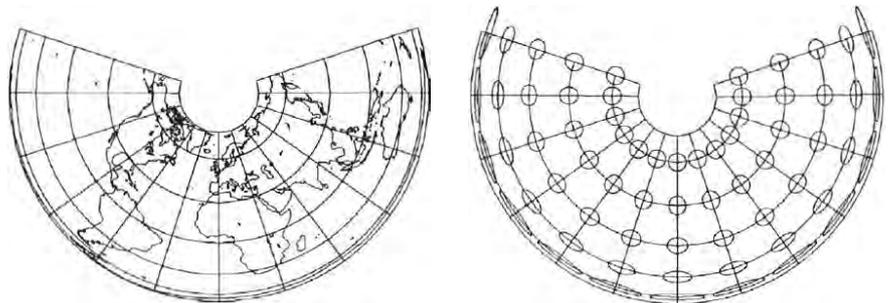
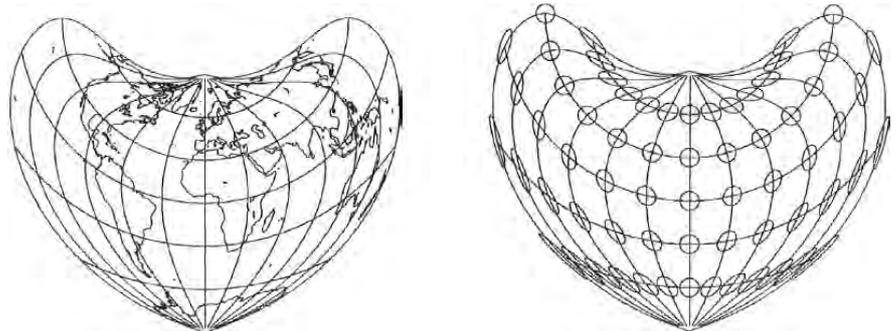


Abb.45 (rechts): links: Bonnescher Entwurf, rechts: Verzerrungsellipsen, aus *Bretterbauer* [2002, S71]



Bonnescher Entwurf

Der *Bonnescher Entwurf* (siehe Abb.45) ist eine *unechte Kegelprojektion in Herzform* und wurde im Jahr 1752 vom französischen Ingenieur-Geographen *Rigobert Bonne* (1727-1795) veröffentlicht und erhielt auch dessen Namen. Diese Abbildung erfuhr Ende des 18. Jahrhunderts und im Folgejahrhundert seine Blütezeit und wurde für viele bedeutende Kartenwerke angewendet, beispielsweise die *Carte de France* von 1821, die unter

Mitwirkung von *Laplace* entstanden ist. Nach diesem Netzentwurf wurden auch Weltkarten hergestellt. Wegen ihrer starken Verzerrungen in den Randzonen wurde im Laufe des 19. Jahrhunderts zunehmend Kritik an dieser Abbildungsvorschrift, beispielsweise durch *Tissot*, *Hammer* und *Zöpplitz*, laut. (*Schröder* [1988], S134ff; *Bretterbauer* [2002], S71; *Snyder et al.* [1989], S112f)

Stab/Wernerscher Entwurf

Der *Stab/Wernerscher Entwurf* (siehe Abb.46) ist ein *unechte flächentreuer Kegelprojektion in Herzform* und damit eine Sonderform des Bonneschen Entwurfs. Diese Abbildung war bereits in der Antike bekannt und wurde von *Ptolemäus* um ca. 150 n. Chr. für seine Karten herangezogen. Die Namensgebung beruht auf den Nürnberger Kleriker *Johannes Werner* (1468-1528) und dem Wiener Mathematiker *Johann Stöberer* (lat. *Stabius*, ca. 1450-1522), da historisch dokumentiert wurde, wie im Jahr 1514 *Werner* diese Abbildungsvorschrift unter der Anleitung von *Stöberer* für eine Weltkarte angewendet hatte. Eine Weltkarte aus dem Jahr 1530 nach diesem Netzentwurf aus der Hand der Ingolstädter Offizin von *Peter Apianus* (dt. *Bienewitz*) ist im Original erhalten. (*Schröder* [1988], S129ff u. S163; *Bretterbauer* [2002], S71; *Snyder et al.* [1989], S114f)

Abb.46 (rechts): links:
Stab/Wernerscher Entwurf, aus
Bretterbauer [2002, S72]
rechts: Verzerrungsellipsen
aus *Snyder et al.* [1989, S114]

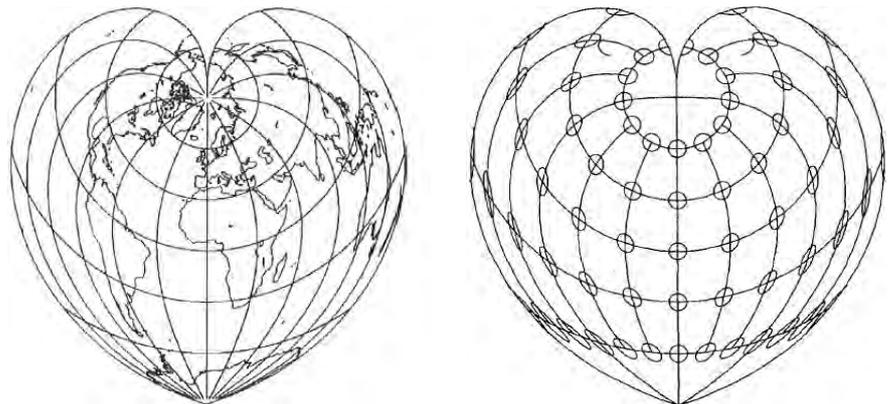


Abb.47 (rechts):
Globularprojektion von
Nicolosi aus *Bretterbauer*
[2002, S75]



4) *Konventionelle Projektionen*

In diesem Unterkapitel sind jene Netzentwürfe angeführt, die keinem der vorangegangenen Kategorien eindeutig zugeordnet werden können. (*Bretterbauer* [2002], S73)

Globularprojektion von Nicolosi

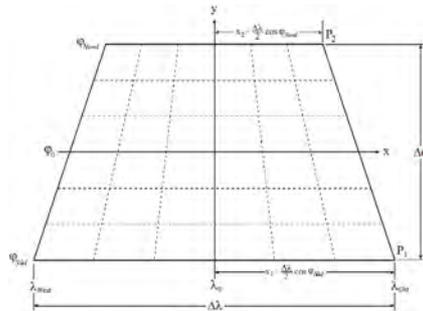
Dieser Netzentwurf (siehe Abb.47) wurde von *al-Biruni* ca.

1.000 n. Chr. präsentiert. Zugeschrieben wird diese Globularprojektion jedoch *G. B. Nicolosi* (1610-1670), der sie im Jahre 1660 wieder entdeckte. Anwendung fand sie in historischen Darstellungen der Erdoberfläche, die auf zwei Kreisflächen abgebildet wurde. (*Schröder* [1988], S138ff; *Bretterbauer* [2002], S75ff; *Snyder et al.* [1989], S176)

Trapezabbildung

Die *Trapezabbildung* (siehe Abb.48) fand besonders bei relativ großen Ausschnitten der Erdoberfläche in Altkarten Anwendung und wurde bereits in den Handschriften des *Ptolemäus* (ca. 90 bis ca. 160 n. Chr.) am Anfang des 15. Jahrhunderts angegeben. Diese Abbildungsvorschrift wurde jedoch erst ab dem Jahr 1460 durch *Nikolaus Germanus* konsequent umgesetzt. Hierbei wird die *Meridiankonvergenz* berücksichtigt und ein realistischeres Abbild der kugelförmigen Erdoberfläche geschaffen. (*Beineke* [2001], S45ff; *Schröder* [1988], S163)

Abb.48 (rechts): Schema der Trapezabbildung aus *Beineke* [2001, S47]



2.2 Maßstab

Eine Karte ist, vereinfacht definiert, ein verkleinertes Abbild der Erdoberfläche. Das Verkleinerungsverhältnis der tatsächlichen Länge einer Strecke in der Natur zu jener in der Karte entspricht dem Maßstab der Karte. Auf diese Weise ließe sich von jeder Strecke in der Altkarte der Maßstab ermitteln. Im Gegensatz zu modernen Karten muss bei Altkarten mit starken Maßstabsschwankungen gerechnet werden, die beispielsweise aufgrund von ungenauen Aufnahmemethoden oder aufgrund des gewählten Netzentwurfs entstanden sind. (*Finsterwalder* [1988], S193)

Bereits auf der ältesten erhaltenden Portolankarte, der *Pisaner Karte* um ca. 1280, ist eine graphische Maßstabsangabe vorhanden. Eine leiterförmige Maßstabsleiste (siehe Abb.49) entwickelte sich bald darauf, die jedoch über keine Bezifferung der einzelnen Abstände verfügte. Bis ins 17. Jahrhundert verfügten die meisten historischen Kartographen über keine mathematische Ausbildung, weshalb auf vielen Altkarten über keine Maßstabsangaben nach dem heutigen Verständnis zu finden sind. (*Minow*¹ [2004], S375; *Maßstab (Kartographie)* -Wikipedia [2015])

Die heutige Darstellungsform des Maßstabs ist in Form eines Bruchs, beispielsweise 1:100.000, und wurde Anfang des 19. Jahrhunderts eingeführt. So findet sich beispielsweise in der Karte des österreichischen Kaisertums von *Fallon* aus dem Jahr 1822 die Maßstabsangabe von 1:864.000. Der Maßstab ist ein bewusst gewähltes Verkleinerungsverhältnis der Kartendarstellung zur tatsächlichen Größe. Heute werden, unterstützt durch



Abb.49 (oben): eine der fünf Maßstabsleisten der Portolankarte von *Albino de Canepa* aus dem Jahr 1489 aus *Portolan chart by Albino de Canepa 1489.jpg* - *Wikimedia Commons* [2015]

2.2.1 Methoden zur Bestimmung des Maßstabs

das metrische System (entwickelt um 1800), runde Werte als Maßstabszahlen gewählt. Es existiert eine Vielzahl historischer Maßstäbe, die sich aus den Verhältnissen alter uneinheitlicher Längenmaße zueinander ergeben. Beispielsweise werden die Maßstäbe 1:72.000, 1:144.000 und 1:288.000 aus jeweils dem Verhältnis von einer Meile zu ein, zwei und vier Zoll berechnet. Die genaue Länge einer Meile kann aus dem festgelegten Zusammenhang folgender Längenmaße ermittelt werden: 1 Meile = 1.500 Ruten = 4.000 passus. Bereits im 15. Jahrhundert wurde eine weitere Definition der Meile als ein Fünfteil eines Breitengrads definiert, die *geographische Meile*. *Peter Apian* trug am Anfang des 16. Jahrhunderts wesentlich zur Verbreitung dieser Definition bei. Damit stand jedoch die genaue Länge einer Meile im direkten Zusammenhang mit Größe der Erdkugel. Das Wissen um die genaue Länge der Erdradius schwankte im Laufe der Jahrhunderte aufgrund unterschiedlicher Messergebnisse, die sich somit auch auf die *geographische Meile* auswirkten. Im 16. Jahrhundert entsprach eine *geographische Meile* ungefähr 6.700 Meter, tatsächlich beträgt sie 7.420 Meter. Welche Definition der Meile für eine Karte herangezogen wurde, muss aufgrund von Analysen für jede Karte selbst untersucht werden, wobei für praxisnahe Werke eine Meile eher aus dem Verhältnis zu Ruten ermittelt und die *geographische Meile* eher von Gelehrten favorisiert wurde. (*Finsterwalder* [1988], S193f; *Beineke* [2001], S55; *Maßstab (Kartographie)* -*Wikipedia* [2015])

Der Maßstab ist eine wichtige Information einer Altkarte. Daher sollte ein Maßstab berechnet werden, der jener der Kartendarstellung am ehesten entspricht. Jener Maßstab einer Karte, den der historische Kartograph für sein Werk vorgesehen hat, lässt sich direkt aus den Randinformationen, wie die graphische Maßstabsangabe (Maßstabsleiste) und der Graduierungsangaben, ermitteln. Jedoch sind diese Angaben mit großer Vorsicht zu behandeln, da diese häufig später ergänzt wurden und somit die Kartendarstellung schlecht repräsentieren und sie müssen möglicherweise als mit groben Fehlern behaftet klassifiziert werden. Im Gegensatz zu modernen Karten, von denen man einen homogenen Maßstab über die gesamte Kartendarstellung erwartet, können Altkarten diese Forderung häufig bereits aufgrund des gewählten Netzentwurfs nicht erfüllen. Weiters sind viele Details zur Maßstabsermittlung unbekannt, wie die angenommene Meilenlänge, der angenommene Erdradius, wie auch die angewandte Projektionsmethode. Trotzdem empfiehlt es sich die Randbemerkungen zu analysieren und die daraus gewonnene Maßstabsangaben mit den rechnerischen Ergebnissen zu vergleichen. (*Finsterwalder* [1988], S194; *Forstner* [1998], S35; *Beineke* [2001], S57)

Häufig wird deshalb für die Neukarte der *mittlere Maßstab* herangezogen, der mit Hilfe der im Anschluss vorgestellten Methoden aus der Altkartendarstellung bestimmt wird:

1) *Mittels mehrerer Ortsentfernungen*

Für eine größere Anzahl von Distanzen, die möglichst gleichmäßig über die Kartendarstellung verteilt sein sollten, wird der Maßstab im Vergleich mit der aktuellen Referenzkarte bestimmt. Wichtig ist darauf zu achten, dass diese Strecken keine bevor-

zugte Richtung aufweisen. (Forstner [1998], S35)

Beispielsweise durch alle Verbindungsstrecken aller Passpunkte: Jeder Passpunkt wird mit den übrigen Punkten verbunden. Die Anzahl der dadurch gewonnenen Verbindungsstrecken lassen sich mit der Formel 2.1 ermitteln. Die Summe aller wahren Streckenlängen (D_{ij} ; $i=1, \dots, n$) dividiert durch die Längen in der Altkarte (d_{ij} ; $i=1, \dots, n$) ergibt den mittleren Maßstab (siehe Formel 2.2). Auf diese Weise wird der mittlere Maßstab anhand des arithmetischen Mittels bestimmt. (Bretterbauer [1993], S47; Beineke [2001], S63f)

$$\frac{n * (n-1)}{2} \quad (2.1)$$

$$\bar{m} = \frac{\sum_{ij=1}^n d_{ij}}{\sum_{ij=1}^n D_{ij}} \quad (2.2)$$

Anzahl aller Verbindungsstrecken aller Passpunkte (Passpunktanzahl n)

\bar{m} Mittlerer Maßstabsfaktor

d_{ij} ; $i=1, \dots, n$ Distanzen in der Altkarte

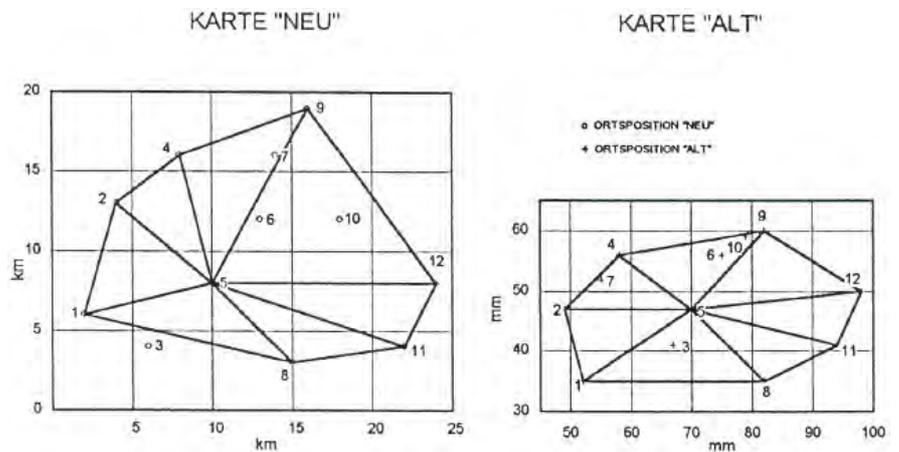
D_{ij} ; $i=1, \dots, n$ tatsächliche Längen der Distanzen aus der aktuellen Referenzkarte ermittelt

Alternativ kann der mittlere Maßstab auch mit Hilfe des gewichteten Mittels errechnet werden. (Beineke [2001], S65ff)

2) Mittels Polygonvermessung

Diese Methode wird kaum angewendet eignet sich aber gut um mehrere Altkarten miteinander zu vergleichen wenn hierbei genügend homologe Passpunkte in allen Karten bekannt sind (Forstner [1998], S35).

Abb.50: „Polygone zur Maßstabberechnung in den Karten „alt“ und „neu.“ aus Forstner [1998, S35]



In der Altkarte werden mehrere Randpunkte und ein Punkt ungefähr in der Mitte miteinander verbunden (siehe Abb.50). Mit diesen Distanzen (d_{ij} ; $i,j=1, \dots, n$) werden durch Vergleich mit der neuen Referenzkarte die tatsächlichen Längen der Verbindungsstrecken ermittelt (D_{ij} ; $i,j=1, \dots, n$). In der Folge wird der mittlere Maßstab der jeweiligen Altkarte bestimmt (siehe Formel 2.3). (Wolf [1879], S6)

Je nach Wahl der Punkte aus dem Polygon kann man zwischen dem Radial- und Tangentialfehler unterscheiden. (Wolf [1879], S6)

$$\bar{m} = \frac{\sum_{ij=1}^n d_{ij}}{\sum_{ij=1}^n D_{ij}} \quad (2.3)$$

\bar{m}	Mittlerer Maßstabsfaktor
$d_{ij}; i=1, \dots, n$	Distanzen in der Altkarte
$D_{ij}; i=1, \dots, n$	tatsächliche Längen der Distanzen aus der aktuellen Referenzkarte ermittelt (Passpunktanzahl n)

3) Mittels Ausgleichsrechnung

Hierbei werden die Punkte im Ausgangssystem mit Hilfe der *Ähnlichkeitstransformation (Helmert-Transformation)* in das Zielsystem übergeführt. Bei mehr als zwei homologen Passpunkten besteht ein überbestimmtes Gleichungssystem, das durch Ausgleichung (Methode der kleinsten Quadrate) gelöst werden kann. Durch Minimierung der *Residuen (Restklaffungen)* werden die ausgeglichenen Parameter der *Helmert-Transformation* bestimmt. Auf diesem Weg wird der Maßstab der Alt- im Vergleich zur Neukarte ermittelt. Durch Heranziehen der *Affin-Transformation* können in jeweils der x-Achse und der y-Achse ein eigener, voneinander unterschiedlicher Maßstab gefunden werden. Diese Transformation eignet sich insbesondere für Altkarten bei denen unterschiedliche Fehler in den Längen- und Breitendarstellung auftreten (siehe Abb.18). (Beineke [2001], S6f, 12f u. S70ff; Forstner und Oehrli [1998], S35-43; Bretterbauer [1993], S49)

2.3 Orientierung

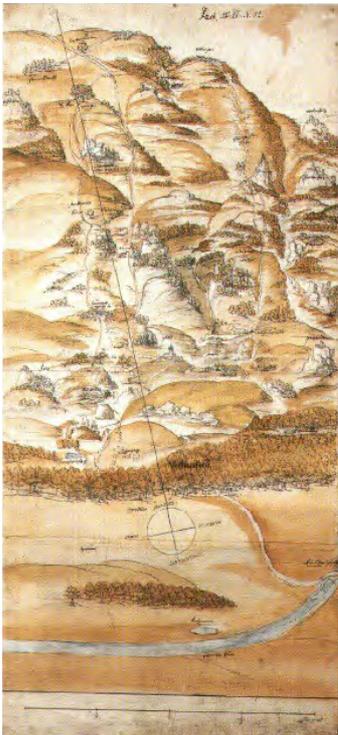


Abb.51 (oben): Nordrichtungspfeil in Ausschnitt der Karte „Fraischgrenze zwischen Plech, Hiltpoltstein und Betzenstein“, 1574, in der Staatsarchiv Bamberg (Inv.Nr.9) aus Feldmann [2006, S48]

Auf Altkarten können die Himmels- bzw. Windrichtungen mittels Kompassrosen, Windrosen, Richtungspfeilen (siehe Abb.51) oder Ähnlichem angegeben sein. Als Orientierung von Altkarten wird die Ausrichtung der Kartendarstellung auf dem Kartenträger bezeichnet (welche Himmelsrichtung „oben“ dargestellt ist). Die Nord-Orientierung von Karten ist heutzutage, beginnend ab dem 16. Jhd. und ausgehend von den europäischen Gebieten, die übliche Darstellungsform. (Podossinov [1993], S33; Feldmann [2006], S47)

Bei der Genauigkeitsanalyse wird die Abweichung der Himmelsrichtungen der Altkarte von den tatsächlichen ermittelt. Diese Untersuchungen beschränken sich häufig auf die Nordrichtung (Beineke [2001], S13). Aus diesem Grund wird im Folgenden die Frage, was ist Norden, erörtert.

Für jede Position auf der Erde entspricht *geographisch Nord* jener Richtung der kürzesten Verbindung, somit entlang eines Meridians, zum *geographischen Nordpol* (Schnittpunkt aller Meridiane auf der Nordhalbkugel).

Der *magnetische Pol* (Entdeckung des Kompass (*Genueser Nadel*) Beginn des 13. Jahrhunderts) hingegen weicht vom *geographischen* ab. Diese *Nadelabweichung* wird als Winkel, die *Deklination*, definiert. Diese ist jedoch keine Konstante, sondern abhängig von der Verschiebung des magnetischen Nordpols und ist ortsabhängig. Bei Altkarten kann es vorkommen, dass diese Abweichung nicht berücksichtigt wurde und *Magnetisch Nord* abgebildet wird (Milz [1995], S6). Zur Positionsbestimmung dienen ebenfalls die Mittagssonne oder der Polarstern. Die Anpeilung des Polarsterns weicht jedoch vom *geographisch Nord* leicht ab. (Schröder [1988], S33)

Abhängig vom gewählten Netzentwurf, beispielsweise bei einer transversalen Zylinderabbildung, weist ein quadratisches und gleichabständliches Gitternetz nur mit seinem *Mittelmeridian (Hauptmeridian)* in Richtung *geographisch Nord*. Die übrigen Senkrechten weisen nach *Gitter Nord* und weichen um einen Winkel, die *Meridiankonvergenz*, von *geographisch Nord* ab. Somit deckt sich nur entlang des Mittelmeridians die Richtung *Gitter Nord* mit *geographisch Nord*. (Resnik et al. [2000], S13f)

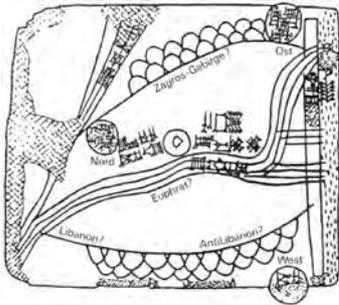


Abb.52: Lineare Umzeichnung einer babylonischen Tontafel-Karte (ost-orientiert), die Himmelsrichtungen sind mit Kreisen gekennzeichnet und beschriftet, um 2300 v.Chr. (älteste erhaltene topographische Karte der Welt), *Semitic Museum, Harvard Universität, Cambridge* aus Podossinov [1993, S33]

Von jeher war die Darstellung der Himmels- bzw. Windrichtungen auf den Karten ein zentrales Thema. So finden sich auf der ältesten erhaltenden topographischen Karte bereits Angaben über Nord-, Ost-, Westrichtung (siehe Abb.52), diese Kartendarstellung ist ost-orientiert. Die Orientierung von historischen Karten können aufgrund ihrer symbolischen Bedeutung oder als Ausdruck der Kultur und des religiösen Weltbilds (beispielsweise die Ost-Orientierung bei christlichen Kulturen) der jeweiligen Epoche gewählt worden sein. Jeder historische Kartograph wählte bewusst die Orientierung für seine Karte und konnte sich auch gegen die damals üblichen Darstellungsform entscheiden. Weiters wurde die Wahl der Kartenorientierung auch von sehr banalen Ursachen beeinflusst, wie beispielsweise die Form der Kartendarstellung relativ zum zur Verfügung stehenden Platz am Kartenträgermaterial. (Podossinov [1993], S33ff; Feldmann [2006], S47f)

Bei den Portolanen ist beispielsweise auffällig, dass ihre Kartendarstellung nicht genau nach den Himmelsrichtungen (süd-orientiert) ausgerichtet sind, Abweichungen von sieben bis zwölf Grad wurden festgestellt. Vermutlich wurde die Kartenachse an das Trägermaterial angepasst, um die natürliche Form der Tierhäute bestmöglich auszunutzen. (Minow¹ [2004], S374; Feldmann [2006], S47; Podossinov [1993], S33ff)



Abb.54 (oben): links: moderne Darstellung der ersten Projektion von Ptolemäus Anfang des 20. Jahrhunderts aus Claudius Ptolemäus - Wikipedia [2014]

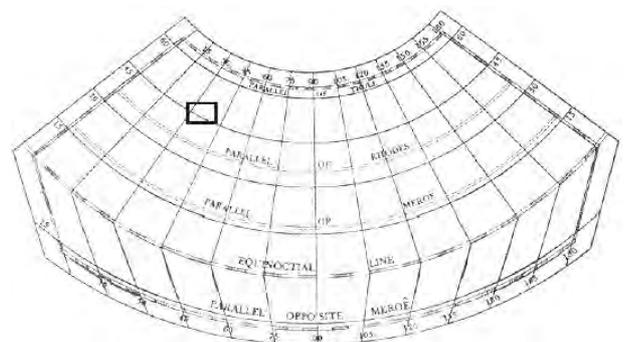


Abb.55 (oben): rechts: Lage der Lazarus-Karte in der Netzstruktur der ersten Projektion von Ptolemäus aus Timär et al. in Gartner et al. [2010, S490]

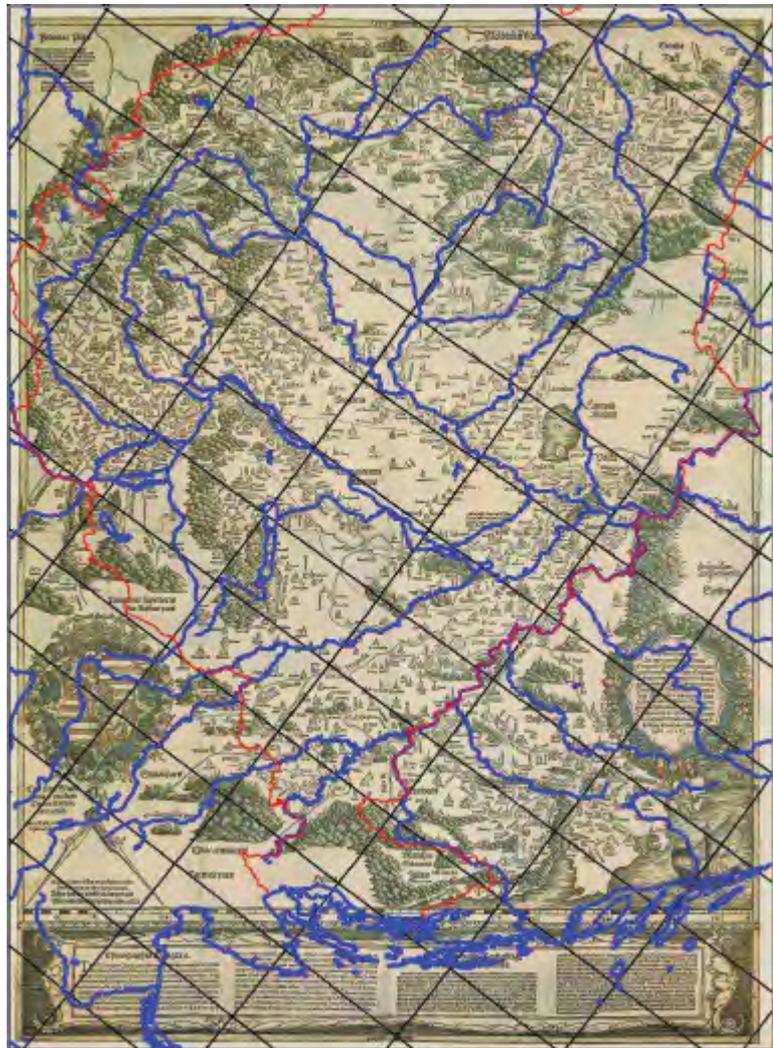
Der *Duisburger* Stadtplan von 1566 weist eine Orientierungsabweichung von ca. sieben Grad auf. *Joseph Milz* vermutet, dass der historische Kartograph *Johannes Corputius* von der korrekten Ost-West-Ausrichtung der *Salvatorkirche* ausging und bei der Anlage seines Stadtplans diese übernahm. Tatsächlich weicht die Ausrichtung der Kirche ebenfalls um ca. sieben Grad ab. (Milz [1995], S6)

Die Nord-Ost-Orientierung der Karte von *Lazarus* (siehe Abb.53) von 1528 war Anlass einer langen Debatte unter den ungarischen Kartographen des 20. Jahrhunderts. Möglicherweise ist

diese Anordnung der Kartendarstellung Resultat der bestmöglichen Ausnutzung des vorhandenen Platzes auf dem rechtwinkligen Kartenträgermaterial (hier sind vier Blätter zu einem zusammengefügt). (*Timár et al. in Gartner et al. [2010], S494*)

Eine andere Erklärung präsentierte *Cholonoky*¹¹ bereits 1943, dass diese Kartenorientierung auf die Anwendung der Projektion von *Ptolemäus*, eine *längentreue Kegelprojektion*, zurückzuführen sei (siehe Abb.54 und 55). Diese Abbildungsvorschrift war für Weltkarten im Raum des heutigen Ungarn in der Entstehungsepoche der Lazarus-Karte üblich. Die Genauigkeitsanalysen anhand von mehr als 600 Passpunkten und weitere Überlegungen zur Projektion von *Ptolemäus* der *Lazarus-Karte* von *Timár et al.*¹² bestätigen diese Erklärung von *Cholonoky* als mögliche Ursache der ungewöhnlichen Kartenorientierung. (*Timár et al. in Gartner et al. [2010], S494*)

Abb.53 (rechts): Die Lazarus-Karte (1528) mit linearen Strukturen der Neukarte überlagert, schwarz: Netz der Längen und Breitengrade, rot: die historischen Grenzen von Ungarn, blau: Netz der Flussläufe aus *Timár et al. in Gartner et al. [2010], S494*



Auch die Orientierungsabweichung der Nordrichtung kann mit Hilfe der Ausgleichsrechnung gefunden werden. Hierbei werden die Punkte im Ausgangssystem mit Hilfe der *Helmert-Transformation* in das Zielsystem übergeführt. Bei mehr als zwei homo-

11 Cholonoky, J. : „Magyarország első jó térképe“. In: Magyar Katonai Szemle 13(7), S94-97, 1943

12 Timár, G.; Molnár, G.; Székely, B.; Plihal, K. : „Orientation of the Map of Lazarus (1528) of Hungary – Result of the Ptolemaic Projection?“. In: Gartner, G.; Ortog, Felix (Hg.): „Cartography in Central und Eastern Europe – Selected Papers of the 1st ICA Symposium on Cartography for central and Eastern Europe“, 2010, Berlin Heidelberg.

logon Passpunkten besteht ein überbestimmtes Gleichungssystem, das durch Ausgleichung (Methode der kleinsten Quadrate) gelöst werden kann. Durch Minimierung der *Residuen* (*Restklaffungen*) werden die ausgeglichenen Parameter der *Helmert-Transformation* bestimmt. Auf diesem Weg wird die Orientierungsabweichung der historischen Karte im Vergleich zur Neukarte ermittelt. Ob diese Abweichung als Fehler oder als bewusste Darstellungsform zu werten sind, muss bei jeder Altkarte einzeln geklärt werden. (*Beineke* [2001], S6f u. 12f; *Forstner und Oehrli* [1998], S35-43; *Bretterbauer* [1993], S49)

2.4 Deckungspunkt

Durch die vorangehenden Anpassungen der modernen Karte an die Altkarte konnte eine adäquate Referenzkarte ermittelt werden. Abschließend muss somit bestimmt werden, wie diese beiden Abbildungen, die Alt- und die Neukarte, in Deckung gebracht werden können. Da die Orientierung der beiden Karten zueinander bereits festgelegt wurde, beschränkt sich diese Definition der Deckung auf einen einzelnen Punkt, dem Deckungspunkt.

Die beiden Abbildungen können entlang charakteristischer Konfigurationen (beispielsweise Grenzlinien, Küsten, Ausschnitte aus dem hydrographischem Netz und einzelne Städte) übereinander gelegt werden. (*Forstner und Oehrli* [1998], S35-43)

Abb.56: verkleinerte Abbildung in schwarz/weiß des farbigen Kartenfelds (Randtext und Wappenzeile nicht abgebildet) der Karte „Beschreibung des Hegöws: des schwartz walds vnd vrsprungß der Donaw / im jar Christi M.D.XXXVII. durch Sebastian Münster in truck verfaßt.“, Karte des Hegaus und des Schwarzwaldes, gesüdet, Sebastian Münster, 1537, ca. 1:500.000, Kartenfeldgrösse 27cm x 16cm aus *Höhn* [1991, S17]

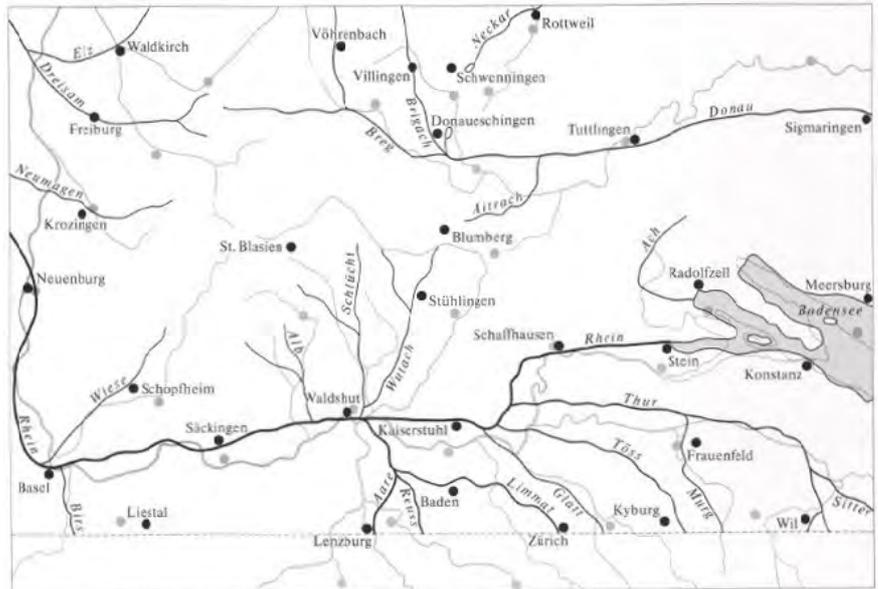


So analysierte *Alfred Höhn* die Karte des Hegaus und des Schwarzwaldes von *Sebastian Münster* aus dem Jahr 1537 (siehe Abb.56) und brachte die moderne Karte entlang des Flusses Rhein mit der Altkarte in Deckung. Im direkten Vergleich mit den korrekten Lagen der Städte und Flussläufe durch Übereinanderlegen (siehe Abb.57) ist erkennbar, dass das Gebiet von Basel bis zum Bodensee eine höhere Lagegenauigkeit aufweist als andere Teile der Karte. Die Vermessung erfolgte vermutlich nach einer einfachen Triangulation im Vorwärtseinschneiden entlang der Flussläufe. (*Höhn* [1991], S15-20)

Diese Karte des Hegaus betitelt mit „Beschreibung des Hegöws: des schwartz walds vnd vrsprungß der Donaw / im jar Christi M.D.XXXVII. durch Sebastian Münster in truck verfaßt.“, wurde 1537 von *Sebastian Münster* hergestellt (siehe Abb.56). Es sind zwei eingefärbte Holzdruckexemplare erhalten, eines in der

Coburger Landesbibliothek und das zweite in Herzog-August-Bibliothek in Wolfenbüttel (Höhn [1991], S15-20).

Abb.57: „Nachzeichnung der Flussläufe und ausgewählter Orte der Hegau-Schwarzwaldkarte, 1537 (schwarz) im Vergleich mit einer heutigen Karte (grau).“, genordet, Alfred Höhn, 1991, aus Höhn [1991, S19]



Im Prinzip eignet sich jede Position in der Altkarte als Deckungspunkt. Jedoch verändert sich abhängig von dieser Wahl die Gesamtgenauigkeit der Altkarte. Es empfiehlt sich deshalb die optimale Lage der gesamten Passpunktgruppe der Altkarte relativ zur Referenzkarte zu ermitteln um so eine möglichst hohe Lagegenauigkeit der Altkarte zu erzielen (Bretterbauer [1993], S49).

Zur rechnerischen Ermittlung der optimalen Lage des Deckungspunkts eignen sich folgende beiden Methoden:

1) *Mittels Schwerpunkt*

Hierbei bringt man die Schwerpunkte beider Passpunkthaufen (jener der Altkarte und jener der Referenzkarte) zur Deckung. (Bretterbauer [1993], S49)

2) *Mittels Ausgleichsrechnung*

Hierbei werden die Punkte im Ausgangssystem mit Hilfe der *Ähnlichkeitstransformation (Helmert-Transformation)* in das Zielsystem übergeführt. Bei mehr als zwei homologen Passpunkten besteht ein überbestimmtes Gleichungssystem, das durch Ausgleichung (Methode der kleinsten Quadrate) gelöst werden kann. Durch Minimierung der *Residuen (Restklaffungen)* werden die ausgeglichenen Parameter der *Helmert-Transformation* bestimmt. Auf diesem Weg wird der Verschiebungsvektor und somit der Deckungspunkt der Alt- im Vergleich zur Neukarte ermittelt. (Beineke [2001], S6f u. 12f; Forstner und Oehrli [1998], S35-43; Bretterbauer [1993], S49)

3 METHODEN ZUR ERMITTLUNG DER GEOMETRISCHEN GENAUGENAUIGKEIT

Bei allen hier vorgestellten Methoden wird die Altkarte mit der Neukarte verglichen. Diese kartometrischen Methoden ermöglichen Rückschlüsse über die Genauigkeit der historischen Karte. Die dabei herangezogene Referenzkarte muss bestimmte Anforderungen erfüllen, die in Kapitel 2 bereits diskutiert wurden. In beiden Karten müssen die kartesischen Koordinaten von kartenidenten, homologen Punkten, sogenannten Passpunkten, ermittelt werden. Hierbei wird beispielsweise die Lage einer Stadt als Punkt markiert und mit der Lage der selben Stadt in der Referenzkarte verglichen. Hauptsächlich sind Ortspositionen von charakteristischen, kartographischen Objekten geeignet, wie beispielsweise Städte, Berge und Schnittpunkte von Netzen der Infrastruktur und hydrographischen Netzen. Die Passpunkte sollten möglichst gleichmäßig über die Kartendarstellung verteilt sein. Sowohl Lücken als auch zu eng gewählte Passpunktverteilungen über die zu untersuchende Fläche wirken sich ungünstig auf die Ergebnisse der Analysen aus. (*Forstner und Oehrli* [1998], S35-43; *Forstner* [1998], S34-38; *Beineke* [2001], S34)

Die Grundmethoden der Genauigkeitsanalyse von alten Karten lassen sich in rein rechnerische Verfahren (beispielsweise zur Ermittlung des mittleren Maßstabs, siehe hierzu Kapitel 2.2.1) und in graphisch-rechnerische Verfahren unterscheiden. Lange war es schwierig, ohne einheitliche Maßzahlen die Ergebnisse der einzelnen Analysen zu vergleichen. Die Dissertation von *Dieter Beineke* [2001] bietet eine kompakte Übersicht über die wichtigsten elementaren Rechenverfahren, die für die Genauigkeitsuntersuchung von Altkarten benötigt werden, wobei auch auf eine einheitliche Begrifflichkeit Wert gelegt wurde. (*Beineke* [2001], S2; *Forstner und Oehrli* [1998], S35)

Bei der Altkartenanalyse steht die Aufdeckung von relativen Lagen der Passpunkte zueinander im Vordergrund. Absolute Lagegenauigkeiten in Form von Maßzahlen sind hingegen weniger von Belang. Aus diesem Grund werden im Folgenden nur die wichtigsten jener Methoden vorgestellt, die Visualisierungen der relativen Genauigkeitsuntersuchungen liefern. Der Visualisierung kann eine Berechnung voraus gehen.

Abhängig von der Fragestellung an die Altkarte liefern die einzelnen Methoden Einblicke in unterschiedliche Aspekte des historischen Werks. Aus diesem Grund wird erst durch das Zusammenspiel mehrerer Methoden ein möglichst vielschichtiges Analyseergebnis der Altkarte erzielt.

Wie in Kapitel 2 bereits beschrieben muss jene Neukarte, die für die Altkartenanalyse herangezogen wird, bestimmte Anforderungen erfüllen. Jedoch können diese abhängig von der angewendeten Methode teilweise vernachlässigt werden, wenn das Analyseergebnis nicht beeinflusst wird. In jedem Fall muss jedoch vor Anwendung einer Genauigkeitsuntersuchung der Netzentwurf beider zu vergleichenden Karten aufeinander abgestimmt werden.

Der direkte Vergleich der Geometrie der Altkarte mit jener der

Referenzkarte ermöglicht sehr anschauliche und leicht nachvollziehbare Analyseergebnisse, in denen die Verzerrungen grafisch dargestellt werden. Die Geometrie der Karten können hier, basierend auf den homologen Passpunkten, als Summe ihrer Punkte, Strecken, Dreiecke und anderen geometrischen Formen reduziert betrachtet werden. Es ist auch möglich, das Netz der Passpunkte in der Neukarte mit einer regelmäßigen Struktur zu überlagern und diese in die Altkarte zu transformieren. Die Verzerrungen der transformierten Struktur widerspiegelt jene der Altkarte wider. Im Folgenden werden die Methoden des direkten Geometrievergleichs nach der betrachteten geometrischen Form aufgegliedert. Abschließend werden noch zwei Methoden vorgestellt, die die Lagegenauigkeit eines Punkts in Relation zur Gesamtkarte aufdecken.

3.1 Direkter Geometrievergleich - Punktwolke

Hierbei wird die Geometrie einer Karte auf ihre einzelnen Punkte reduziert betrachtet, der Punktwolke oder dem Punkthaufen. Der Punkt stellt eine sehr einfache geometrische Form dar. Keine Ausdehnung oder Orientierung kennzeichnen den Punkt. Nur die Ortspositionen der homologen Punkte im Alt- und Neukartensystem werden hier verglichen.

3.1.1 Fehlervektoren (Restklaffungsvektoren)

Die Ortslagefehler der Passpunkte werden mit Hilfe von *Verschiebungsvektoren* (beispielsweise in der Altkarte: Anfangspunkt ist Lage in der Altkarte und Endpunkt sind die korrekten Koordinaten des homologen Passpunktes) dargestellt. Aus der Darstellung dieser Vektoren für alle Passpunkte (=Vektorenfeld) lassen sich Größe und Orientierung ablesen, so können „Ausreißer“ leicht erkannt werden. Stark unterschiedliche Vektorfelder ermöglichen Rückschlüsse über beispielsweise unterschiedliche Quellenkarten. Bei dieser Methode muss der Deckungspunkt beider Karten festgelegt werden und die Referenzkarte an den Maßstab und die Orientierung der alten Karte angepasst werden, diese Festlegungen wirken sich auf die Analyseergebnisse aus. (Forstner und Oehrli [1998], S35-43; Beineke [2001], S81)

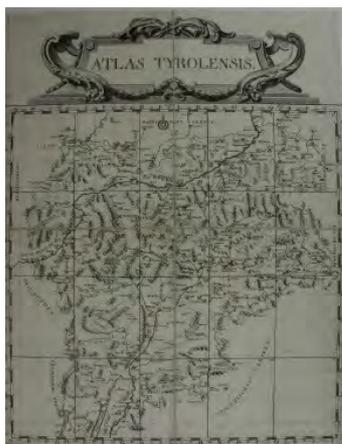


Abb.58 (oben):
Übersichtskarte des „Atlas tyrolensis“ – die „Bauernkarte“ von Tirol, Peter Anich und Blasius Hueber, 1774, 1:545.000 (Detailkarten auf 20 Blätter, 1:103.800), 43,7m x 43,7cm, Wien; Original im Tiroler Landesarchiv in Innsbruck; Faksimiledruck: H. Kinzl, 1974, herausgegeben von H. Kinzl, aus *Beimrohr* [2006, S2]

Normalerweise werden *Richtungsvektoren* als *Verbesserungsvektoren* (= negative *Fehlervektoren*) im Altkartensystem dargestellt. Die separate Untersuchung der beiden Vektorkoordinaten kann wichtige Rückschlüsse über unterschiedliche Fehler in Längen- und Breiten geben. (Beineke [2001], S104; Bretterbauer [1993], S49; Forstner und Oehrli [1998], S35-43)

Anwendungsbeispiel: Atlas tyrolensis – die „Bauernkarte“ von Tirol, von Peter Anich und Blasius Hueber

Der „Atlas tyrolensis“, die „Bauernkarte“ von Peter Anich und Blasius Hueber, wurde 1774 von Johann Ernst Mansfeld mittels Kupferstich gedruckt und fand so weite Verbreitung. Das Übersichtsblatt (siehe Abb.58) dieses Kartenwerks wird mittels Fehlervektoren und der Kreismethode von Mekenkamp (siehe Kapitel 3.5.1) analysiert (siehe Abb.59). Die Darstellungsgenauigkeit im nordöstlichen Teil der Karte (Nordtirol, besonders Inntal) ist deutlich schlechter als die übrige Kartendarstellung. Aus der abschließend für alle 990 Passpunkte ermittelten Standardabweichung ergibt sich eine durchschnittliche Distanzabweichung relativ zum korrekten Wert mit $\pm 5.9\%$, ein gutes Gesamtergebnis für diese Karte. (Bretterbauer [1993], S47-49)



Abb.59 (oben):
Verbesserungsvektoren (und Mekenkamps Kreisdarstellung) der Genauigkeitsanalyse des „Atlas tyrolensis“ aus Bretterbauer [1993, S49]



Abb.60 (oben):
Restklaffungsvektoren der Genauigkeitsanalyse des „Atlas tyrolensis“, aus Bretterbauer [1993, S49]

Bei der vorliegenden Genauigkeitsanalyse der „Bauernkarte“ wurden die Fehlervektoren basierend auf zwei unterschiedlich an die Altkarte angepassten Neukarten ermittelt. Für jene Vektoren der ersten Analyse (siehe Abb.59) wurden hierbei wie folgt vorgegangen: „Man reduziert die wahren Koordinatenwerte auf den Kartenmaßstab und bringt die Schwerpunkte beider Punkthaufen zur Deckung. Dann kann man die Verschiebung der Istlage auf die Sollage berechnen und in der Karte darstellen.“ (Bretterbauer [1993], S49). Die dadurch ermittelten Verbesserungsvektoren werden in dieser Grafik (siehe Abb.59) zur besseren Lesbarkeit mit doppelter Länge dargestellt. (Bretterbauer [1993], S49)

Die Anpassung der Neukarte an die Anlage der Altkarte kann, wie in Kapitel 3 bereits beschrieben, auch mittels Ausgleichsrechnung erfolgen. Die Abbildung (siehe Abb.60) zeigt die mit Hilfe dieses Ansatzes ermittelten Fehlervektoren, die somit auch als Restklaffungsvektoren bezeichnet werden können. Die Anpassung der beiden Karten erfolgt mit der Ähnlichkeitstransformation (Helmert-Transformation). Die Minimierung der Längen der Residuen (Restklaffungen) wird mit Hilfe der Methode der kleinsten Quadrate erreicht. Auf diesem Weg wird der Maßstab, die Orientierung und der Verschiebungsvektor (somit der Deckungspunkt) der Alt- im Vergleich zur Neukarte ermittelt. Die Restklaffungsvektoren sind jene Verbindungsvektoren der Passpunkte im Ausgangssystem mit den homologen Punkten des Zielsystems, die durch Transformation mit ausgeglichenen Parametern ermittelt wurden. Auch hier werden die Restklaffungsvektoren in dieser Grafik (siehe Abb.60) zur besseren Lesbarkeit mit doppelter Länge dargestellt. (Bretterbauer [1993], S49f; Beineke [2001], S6f, 12f u. 103f; Forstner und Oehrli [1998], S35ff)

Die beiden Ergebnisgrafiken des „Atlas tyrolensis“ (siehe Abb.59 u. 60) weisen erhebliche Unterschiede in den Richtungen und Längen der Fehlervektoren auf. Zur Berechnung der Ergebnisse in beiden Fällen wurden die gleichen Rohausgangsdaten herangezogen, jedoch mit unterschiedlicher Anpassungsmethodik des Passpunkthaufens der Neukarte an die Anlage der Altkarte. Damit wird erneut verdeutlicht, dass sich die Anpassungsmethodik erheblich auf die Ergebnisse der Genauigkeitsanalyse auswirkt.

3.2 Direkter Geometrievergleich - Strecke

Eine Strecke ist begrenzt durch ihren Anfangs- und Endpunkt. Sie wird auch durch deren Länge und Lage, sowie durch jenen Winkel, den sie mit der Koordinatenachse einschließt, eindeutig bestimmt. Eine Strecke verfügt jedoch im Gegensatz zum Vektor über keine Orientierung.

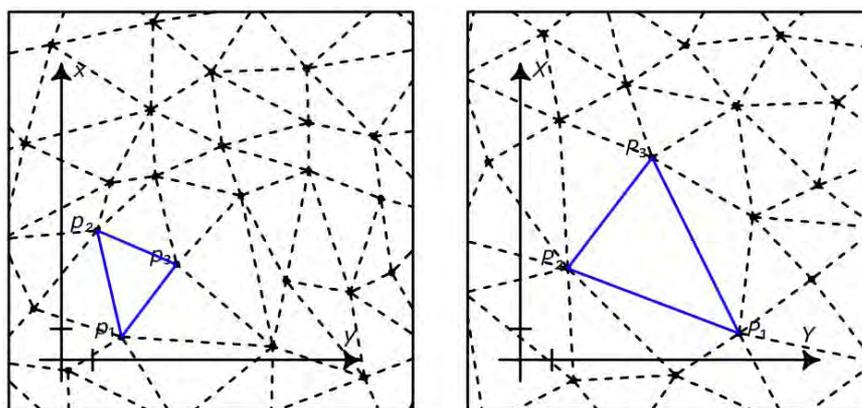
Die Verbindung aller Passpunkte untereinander ergeben alle möglichen, zu analysierenden Strecken der Altkarte. Die Wahl, welche Strecken für die Analyse ausgewählt werden, hängt von der angewendeten Analysemethode und der Fragestellung ab. Es gibt viele unterschiedliche Auswahlvarianten, wie die für die Analyse heranzuziehenden Strecken bestimmt werden können. Bereits bei der Ermittlung des mittleren Maßstabs in Kapitel 2.2.1 wurden unterschiedliche Streckenauswahlmöglichkeiten angeführt. Mit Hilfe der optimalen Dreiecksvermaschung wird ein homogenes Dreiecksnetz über die ganze Altkartendarstel-

lung erzeugt.

Optimale Dreiecksvermaschung

Um die optimale Dreiecksvermaschung der Passpunkte (siehe Abb.61) zu ermitteln ist die Delaunay-Triangulation¹³ (*Delaunay-Triangulation*) die geeignetste Methode. Hierbei ist die Grundbedingung, dass sich innerhalb des Umkreisradius kein weiterer Passpunkt befindet. Die dadurch gewonnenen Dreiecke haben verschiedene Eigenschaften, beispielsweise dass der minimale Winkel maximiert und der Umkreisradius minimiert wird. (Joswig et al. [2008], S107ff; Beineke [2001], S106ff)

Abb.61 (rechts): Optimale Dreiecksvermaschung im Ausgangs-Koordinatensystem (links) und Ziel-Koordinatensystem (rechts)



3.2.1 Dreiecksnetzmethode

Der direkte visuelle Vergleich der beiden Netze in der Alt- mit der Neukarte wird *Dreiecksnetzmethode* genannt und eignet sich insbesondere für den Fall, dass für die Erstellung von Verzerrungsgittern (siehe Kapitel 3.4.2) keine ausreichende Passpunktdichte erreicht werden kann. Hierbei wird das Dreiecksnetz der Neukarte in die Altkarte übertragen indem die identen homologen Passpunkte miteinander verbunden werden. Eine Anpassung der Neukarte an die Altkarte, wie in Kapitel 2 beschrieben, ist nur dann notwendig, wenn die Dreiecksnetze der beiden Karten nebeneinander, also im direkten Vergleich, abgebildet werden. (Forstner und Oehrli [1998], S36f)



Abb.62 (links): „Gough Map“ von Großbritannien, anonymer Kartograph, 1355-1366, Originalformat: liegend (ost-orientiert), 115cm x 56cm; Original in der Bodleian Library, Oxford aus *Gough Map - Wikipedia, the free encyclopedia* [2015]

Anwendungsbeispiel: „Gough Map“, Straßenkarte von Großbritannien von 1355-1366

Die „Gough Map“ (siehe Abb.62) wurde nach *Richard Gough* benannt, der diese Karte der *Bodleian Library*, der Hauptbibliothek der Universität Oxford, im Jahr 1809 stiftete. Aus diesem Grund wird diese Karte ebenfalls „*Bodleian Map*“ genannt und ist die älteste überlieferte Straßenkarte von Großbritannien. Im Jahr 2011 wurde sie von der UNESCO in die Liste des Weltkulturerbes aufgenommen. Die Originalkarte ist im liegenden Format, also ost-orientiert. Zur leichteren Erfassung wurden alle hier gezeigten Abbildungen der Karte und deren Analysegrafiken gedreht, sodass diese nach Norden orientiert sind. (*Gough Map - Wikipedia, the free encyclopedia* [2015])

13 Erstmals veröffentlicht in Delaunay, B.: Sur la Shère Vide. Bulletin de l'Académie des Sciences De L'URSS, 1934, S. 793-800

Die Datierung der Karte wird nach aktuellsten Untersuchungen, basierend auf der Kartendarstellung, dem Zeitraum von 1355 bis 1366 zugeordnet. Das früheste Entstehungsdatum fundiert auf der Darstellung der Stadtmauer von Coventry, die bekannterweise erstmals im Jahr 1355 errichtet worden war, bestimmt. Im Jahr 1366 wurde die auf der Karte vermerkte Stadt *Sheppey* in *Queenborough* umbenannt, auf diese Weise wurde die zweite Begrenzung des Entstehungszeitraums bestimmt. (*Gough Map – Wikipedia, the free encyclopedia* [2015])

Für die Genauigkeitsanalyse werden, basierend auf einem großen Faksimiledruck, 37 Passpunkte herangezogen, die im Zuge eines Studentenprojekts im Jahr 1966 ermittelt wurden. Bereits die Grafik der Dreiecksnetzmethode (siehe Abb.63) zeigt, dass zwei Städte, *Dornock* und *Inverness* (im oberen Teil der Grafik) aufgrund topologischer Widersprüche (siehe Kapitel 1.3.3) grob falsch platziert sind. Deswegen wurden diese beiden Städte als Ausreißer klassifiziert und für die Genauigkeitsanalyse nicht weiter berücksichtigt (siehe Abb.64). (*Tobler* [1994], S200ff)

Abb.63 (rechts): Dreiecksnetzmethode der „Gough Map“, links: Altkarte mit optimaler Dreiecksvermaschung, rechts: Netz der Altkarte in die Neukarte übertragen aus *Tobler* [1994, S204]

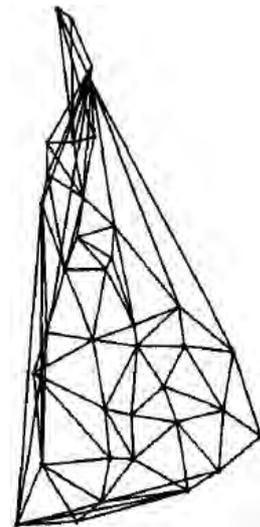
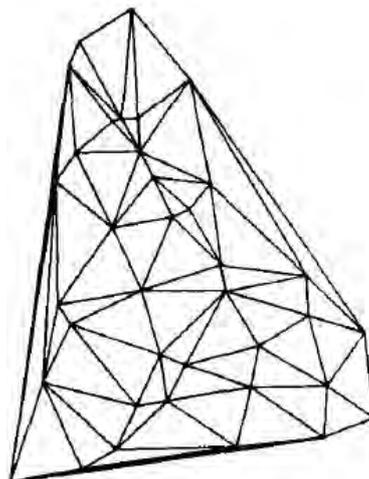
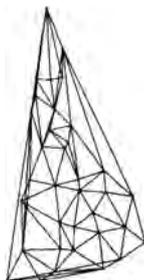


Abb.64 (oben): Netz in der Neukarte ohne Ausreißerstädte aus *Tobler* [1994, S206]

3.2.2 Dreiecksseitenmethode

Bei der *Dreiecksseitenmethode* werden die Streckenlängen (die Verbindung zweier Passpunkte) in der Altkarte mit der korrekten Länge verglichen. Hierbei ist es nur notwendig, die Neukarte an den mittleren Maßstab der Altkarte anzupassen. Die Wahl des Deckungspunkts oder der Orientierungsabweichung der Altkarte wirkt sich hierbei nicht auf das Ergebnis aus. Bei der Dreiecksseitenmethode werden die prozentualen Abweichungen der Distanzen in der Altkarte graphisch mit unterschiedlichen Liniensignaturen dargestellt. Diese Darstellung wird von *Forstner* und *Oehrli* [1998, S35ff] als wenig anschaulich kritisiert. (*Forstner* und *Oehrli* [1998], S35ff)

Anwendungsbeispiel: Mecklenburg-Karte von Tilemann Stella von 1552

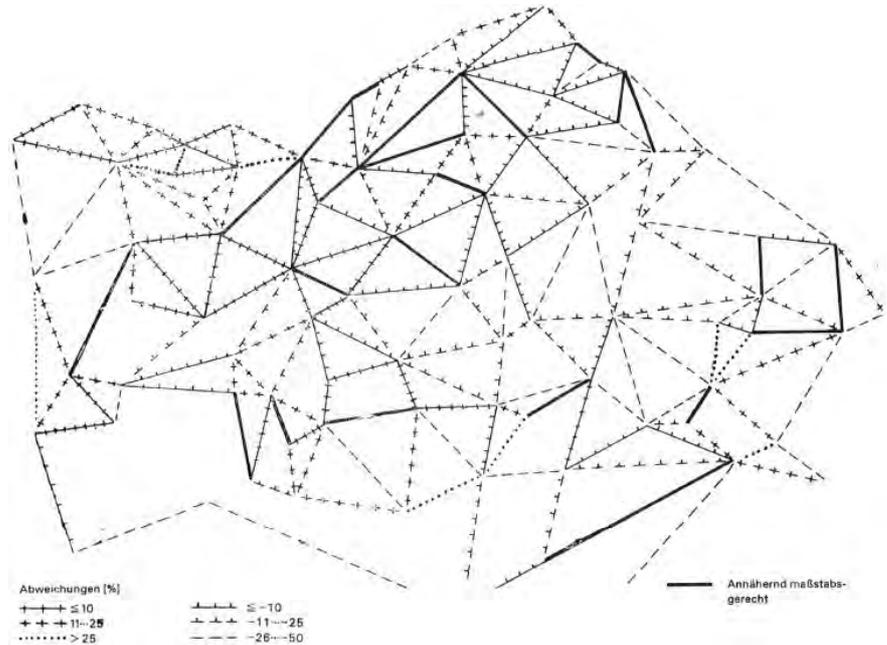
Diese Regionalkarte von *Tilemann Stella* (1525-1589) erschien in Rostock im Jahr 1552 und ist die erste Aufnahme Mecklenburgs. Von dieser Karte ist leider kein Original erhalten geblieben.

ben. Im Jahre 1623 wurde jedoch von *Gert-Ewert Pilot* eine Kopie von *Stellas* Karte angefertigt, jedoch ist auch dieses Werk verschollen und nur eine Fotokopie (siehe Abb.65) konnte zur Genauigkeitsanalyse herangezogen werden. (*Pápay* [1988], S209ff)

Abb.65 (rechts): Ausschnitt der Mecklenburg-Karte von 1552 (eingefärbte Fotokopie) aus *Geschichte der Kartographie Mecklenburgs* [2015]



Abb.66 (rechts): Dreiecksseitenmethode der Mecklenburg-Karte aus *Pápay* [1988, S213]



Aus den drei graphischen Maßstabsangaben bewegt sich der Maßstab zwischen 1:490.000 und 1:520.000. Der durchschnittliche Maßstab des Kartenzentrums beträgt ungefähr 1:480.000. *Pápay* [1988] untersuchte die Hypothese, dass Teile der Kartendarstellung mittels Kreisschnittmethode konstruiert wurden. Den zu großen Maßstab des Kartenzentrums erklärte er damit, dass die Distanzen überschätzt wurden. Der Abstand zweier Ortschaften wurde entlang der Straßenverbindungen gemessen und nicht als Luftlinie, folglich waren diese länger. (*Pápay* [1988], S209ff)

In der Ergebnisgrafik der Dreiecksseitenmethode (siehe Abb.66) werden Strecken im Maßstab von 1:480.933 bis 1:520.000 als

annähernd Maßstabsgetreu klassifiziert. Die fehlenden Linien der Dreiecksvermaschung sind extrem ungenau (-50% Abweichung) und aus diesem Grund nicht dargestellt. Die nahezu korrekten Strecken bilden kein zusammenhängendes System und befinden sich in unmittelbarer Nähe von Distanzen mit starken Abweichungen. Die Anwendung der Kreisschnittmethode zur Erstellung dieser Karte gilt somit als wahrscheinlich, wurde aber nicht konsequent umgesetzt. (Pápay [1988], S209ff)

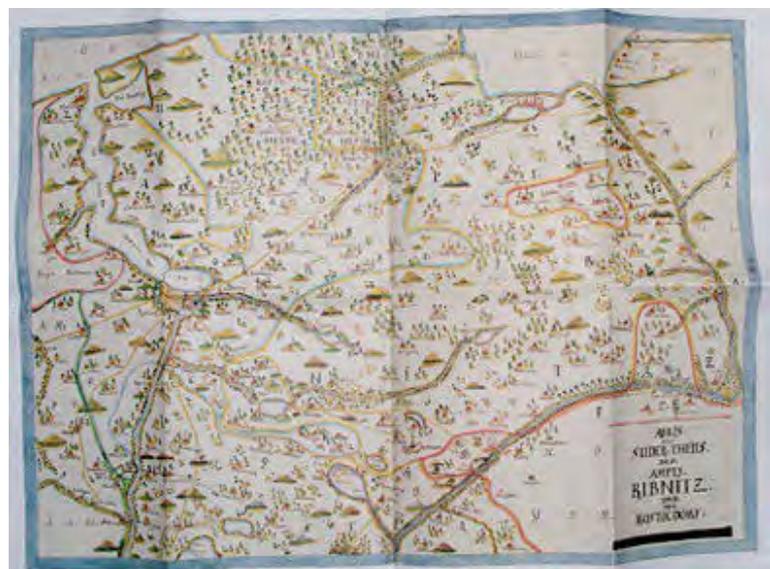
3.3 Direkter Geometrievergleich – Dreieck

Die Altkarte kann auch als Sammlung vieler Dreiecke betrachtet werden, die in Summe beispielsweise ein homogenes Dreiecksnetz beschreiben. Hierbei könnten viele unterschiedliche geometrische Eigenschaften eines Dreiecks betrachtet werden. Aus Gründen der Anschaulichkeit ist es jedoch nur üblich den Umfang (siehe Kapitel 3.3.1) und den Flächeninhalt (siehe Kapitel 3.3.2) zu heranzuziehen.

3.3.1 Dreiecksumfangmethode

Bei der *Dreiecksumfangmethode* werden die Umfanglängen der jeweiligen Dreiecke des Dreiecksnetzes in der Altkarte mit den korrekten Umfanglängen der Neukarte verglichen. Hierbei ist es nur notwendig, die Neukarte an den mittleren Maßstab der Altkarte anzupassen. Die Wahl des Deckungspunkts oder der durchschnittlichen Orientierungsabweichung der Altkarte wirkt sich hierbei nicht auf das Ergebnis aus. Bei der *Dreiecksumfangmethode* werden die prozentualen Abweichungen der Umfänge in der Altkarte zu den korrekten graphisch mit unterschiedlichen Flächensignaturen dargestellt. Anwendungsbeispiel siehe Dreiecksflächenmethode. (Forstner und Oehrli [1998], S35ff)

Abb.67 (rechts): Fotografie des Faksimiledrucks des Hoinckhusen-Atlas – Karte VI „Südteil des Amtes Ribnitz und die Rostocker Stadtgüter sowie die Güter der Hospitäler zum Heiligen Geist und Sankt Georg“, Bertram Christian von Hoinckhusen, um 1700, 1.100.000, ca. 67cm x ca. 57cm aus mecklenburg karte des – ZVAB.com [2015]



3.3.2 Dreiecksflächenmethode

Bei der *Dreiecksflächenmethode* werden die Flächeninhalte der jeweiligen Dreiecke des Dreiecksnetzes in der Altkarte mit den korrekten verglichen. Hierbei ist es nur notwendig, die Neukarte an den mittleren Maßstab der Altkarte anzupassen. Die Wahl des Deckungspunkts oder der durchschnittlichen Orientierungsabweichung der Altkarte wirkt sich hierbei nicht auf das Ergebnis aus. Bei der *Dreiecksflächenmethode* werden die prozentualen Abweichungen der Flächeninhalte graphisch mit unterschiedlichen Flächensignaturen dargestellt. (Forstner und Oehrli [1998], S35ff)

METHODEN ZUR ERMITTLUNG DER GEOMETRISCHEN GENAUGENAUGIGKEIT

Abb.68 (rechts): Dreiecksnetz der Referenzkarte des Hoinckhusen-Atlas – Karte VI aus Pápay in Scharfe et al. [2000, S105]

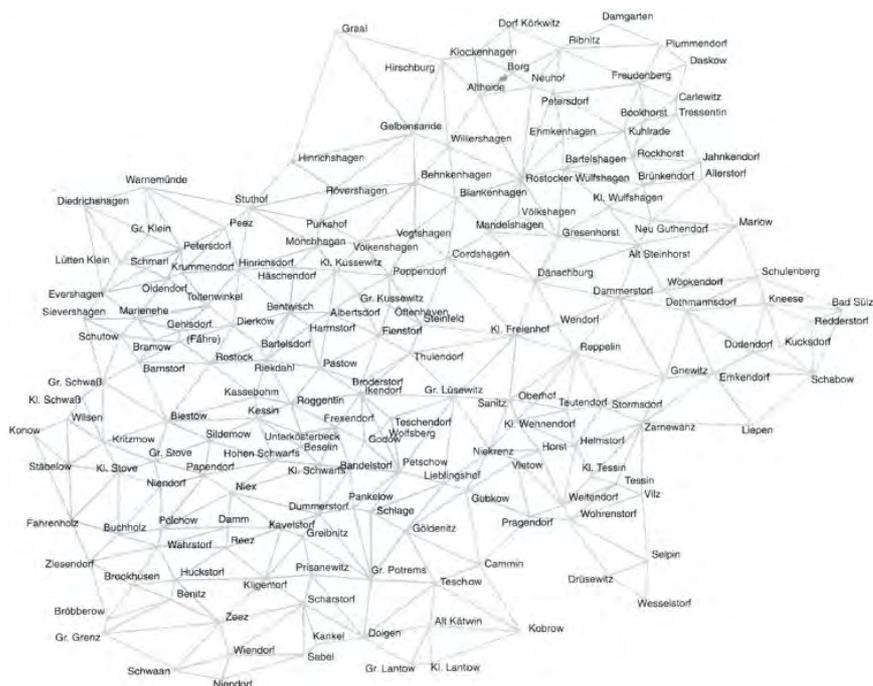
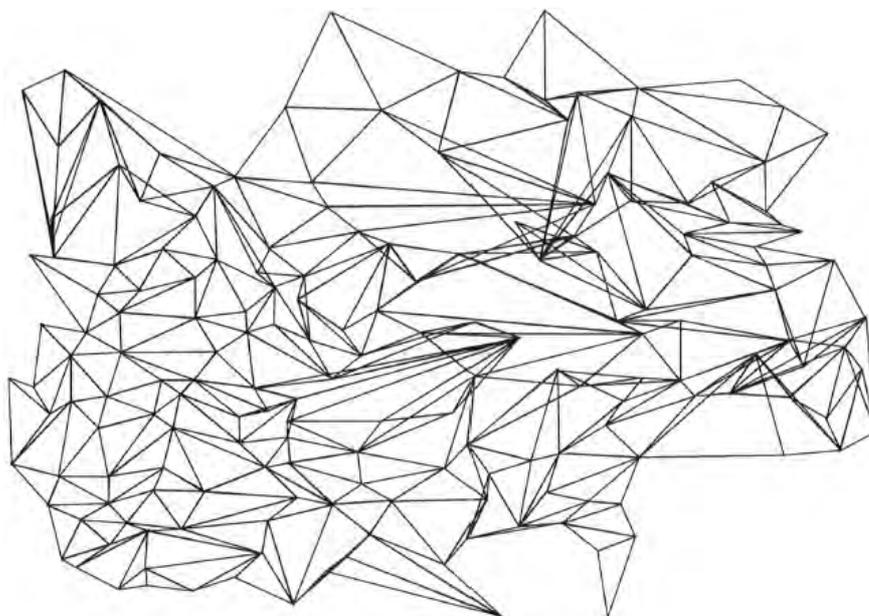


Abb.69 (rechts): Dreiecksnetz der Altkarte, des Hoinckhusen-Atlas – Karte VI aus Pápay in Scharfe et al. [2000, S105]



Anwendungsbeispiel: Hoinckhusen-Atlas - Karte VI um 1700

Dieses Werk ist der älteste Atlas, der das gesamte Gebiet von Mecklenburg im mittleren Maßstab darstellt. *Bertram Christian von Hoinckhusen* (1651-1722) verfasste hierbei neben dem Hauptteil aus 22 handgezeichneten und kolorierten Einzelkarten auch weitere Darstellungen, Verzeichnisse und Überblickskarten. Diese Landkarten mit ungewöhnlich reichem Karteninhalt wurden vom Juristen als exklusive Liebhaberei in jahrzehntelanger Arbeit erstellt. Der Atlas blieb lange in Familienbesitz und wird heute im Landeshauptarchiv Schwerin verwahrt. Zum 1000. Jahrestages der Ersterwähnung Mecklenburgs im Jahr 1995 wurde ein Faksimiledruck des Gesamtatlases herausgegeben. (*Historische Topographische Karten* [2015] S6f, *Kreßner* [2009], S13)

Abb.70 (rechts):
Dreiecksumfangmethode des
Hoinckhusen-Atlas – Karte VI
aus *Pápay in Scharfe et al.*
[2000, S108]

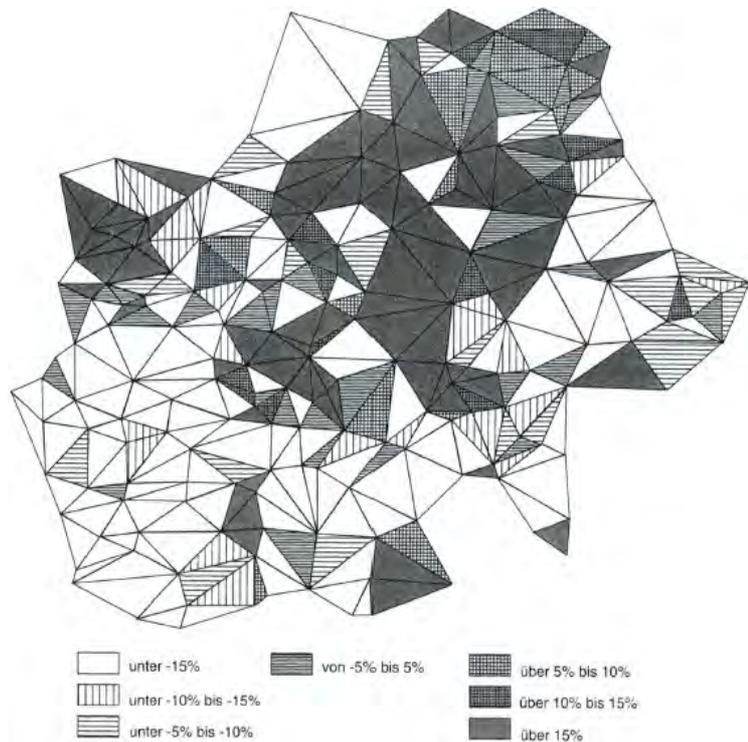
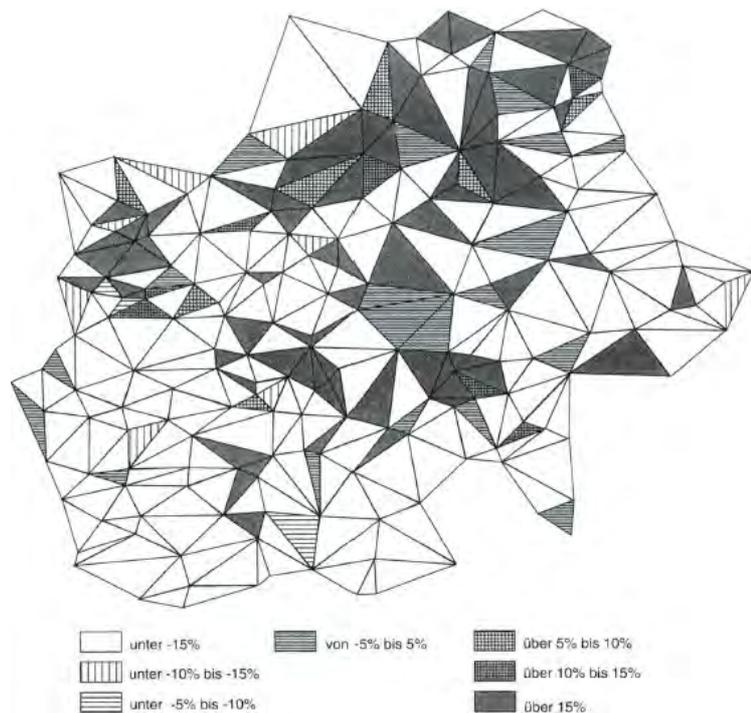


Abb.71 (rechts):
Dreiecksflächenmethode des
Hoinckhusen-Atlas – Karte VI
aus *Pápay in Scharfe et al.*
[2000, S110]



Für die Genauigkeitsanalyse wird die Karte VI des Hoinckhusen-Atlases (siehe Abb.67) herangezogen. Die Dreiecksnetzmethode (Dreiecksnetz der Neukarte siehe Abb.68 und jenes der Altkarte siehe Abb.69) gibt einen ersten Überblick über topologische Unstimmigkeiten. Die Dreiecksumfangmethode (siehe Abb.70) und die Dreiecksflächenmethode (siehe Abb.71) vermitteln ein Bild der geometrischen Genauigkeitsverteilung dieser Karte. (*Pápay in Scharfe et al.* [2000], S104f)

3.4 Direkter Geometrievergleich – gleichmäßige Struktur

Bei allen hier vorgestellten Methoden wird eine gleichmäßige geometrische Struktur (beispielsweise ein regelmäßiges Gitter) über die Neukarte gelegt. Anschließend wird diese Struktur in die Altkarte transformiert.

3.4.1 Isodeformate

Isodeformate sind im Prinzip „Höhenschichtlinien“ von gleichen Verzerrungswerten. Welche Charakteristika hier betrachtet werden sollen, wie beispielsweise Fehlerbeträge der Altkarte, sind frei wählbar. So eignen sich insbesondere die Länge der Fehlervektoren (Restklaffungen) für diese Methode, da diese für jeden Passpunkt der Altkarte leicht zu berechnen sind. Die Einführung von geeigneten Computerprogrammen erleichtert die Berechnung und Darstellung als Isodeformate von komplexeren Verzerrungswerten. Hierbei ist es üblich, dass die Abweichung von der Nordrichtung und der Maßstabsfaktor dargestellt werden. Aufgrund der fehlenden Anschaulichkeit wird üblicherweise auf die Darstellung des Translationsvektors verzichtet. (Forstner und Oehrli [1998], S35ff, Beineke [2001], S13 u. 109ff)

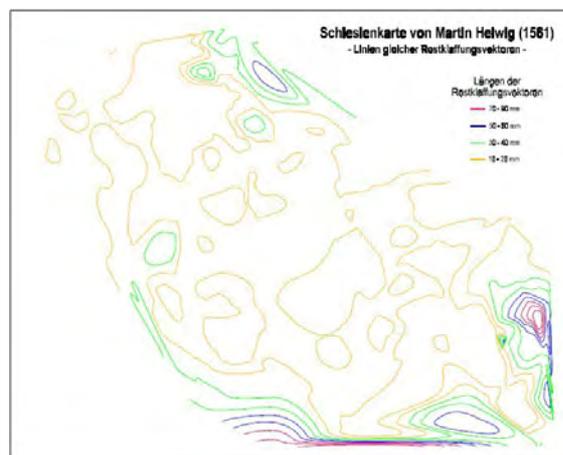
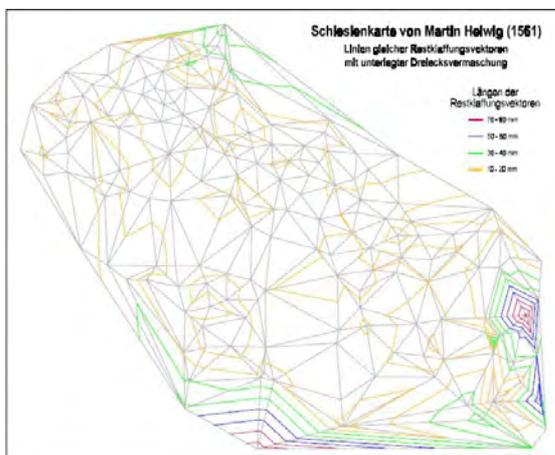


Abb.72 (oben): links: Isodeformate mit linearer Interpolation ermittelt (Linien gleicher Fehlervektorenlängen) mit Dreiecksnetz hinterlegt der Schlesienkarte von Martin Helwig von 1581 aus Beineke [2001, S110]

Abb.73 (oben): rechts: Isodeformate mit bivarianter Interpolation über der Dreiecksvermaschung mit Polynomen 5. Ordnung mit C1-Kontinuität ermittelt (Linien gleicher Fehlervektorenlängen) der Schlesienkarte von Martin Helwig von 1581 aus Beineke [2001, S111]

Wie Eingangs erwähnt repräsentiert eine „Höhenschichtlinie“ der *Isodeformate* gleiche Verzerrungswerte (beispielsweise gleiche *Restklaffungen*). Hierbei wird angenommen, dass die einzelnen Ergebnisse Teil eines Kontinuums sind. Für jeden der Punkte der Altkarte, deren Verzerrungswerte bekannt sind, werden diese Beträge in Richtung der Z-Achse zugeordnet. Diese fungieren als Stützpunkte jener Fläche, deren „Höhenschichtlinien“ die Isodeformate ergeben. Die Wahl des Deckungspunkts, wie auch der Maßstab und die Orientierung der Referenzkarte nehmen Einfluss auf das Ergebnis. (Forstner und Oehrli [1998], S35ff, Beineke [2001], S109ff)

Aufbauend auf dem Netz der optimalen Dreiecksvermaschung (siehe Kapitel 3.2) werden abhängig von der gewählten *Äquidistanz* (Abstand der „Höhenschichtlinien“) mit Hilfe der linearen Interpolation die fehlenden Werte ergänzt. Bei dieser sehr einfachen Interpolation werden die z-Beträge dreier Passpunkte, die mit einer Dreiecksmasche verbundenen sind, mit schiefen Flächen verbunden. Die Schnittpunkte dieser Flächen mit den jeweiligen Höhenschichten ergeben die benötigten Zwischenwerte um die Isodeformate darzustellen. Das Ergebnis ist ein eckiger Kurvenverlauf der Isodeformate (siehe Abb.72). (Forstner und Oehrli [1998], S35ff, Beineke [2001], S109ff)

Um einen glatten Verlauf der Isodeformate zu erhalten gibt es mehrere Möglichkeiten. Hierbei stellt die Zuordnung einer Fläche höherer Ordnung, aufbauend auf den Stützpunkten, eine rechnerisch elegante Lösung dar (siehe Abb73).

Abb.74 (rechts): „Germania Universalis“, G. Mercator, 1585, 48,5cm x 35,8cm aus *germania von deutschland* – ZVAB.com [2015]

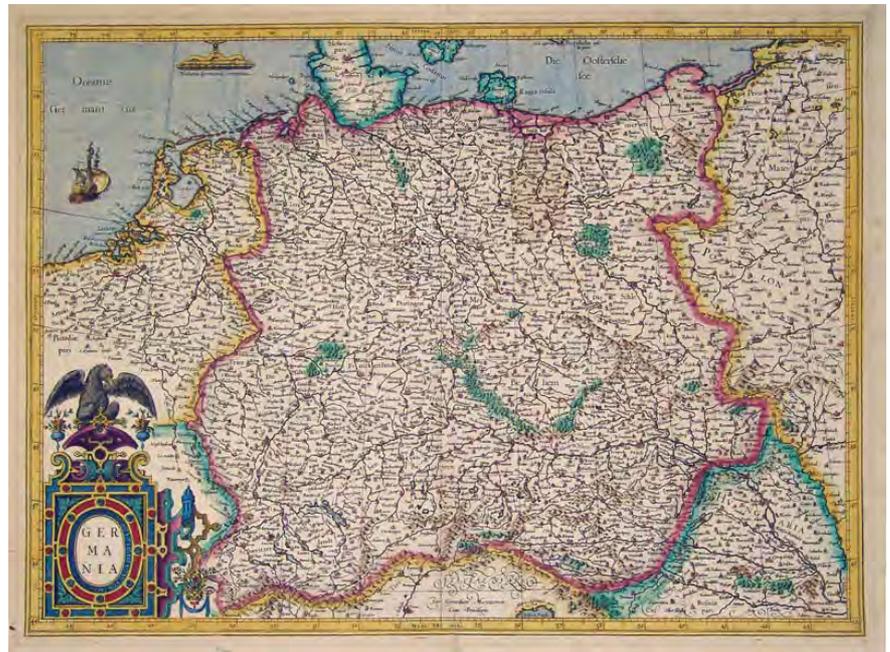
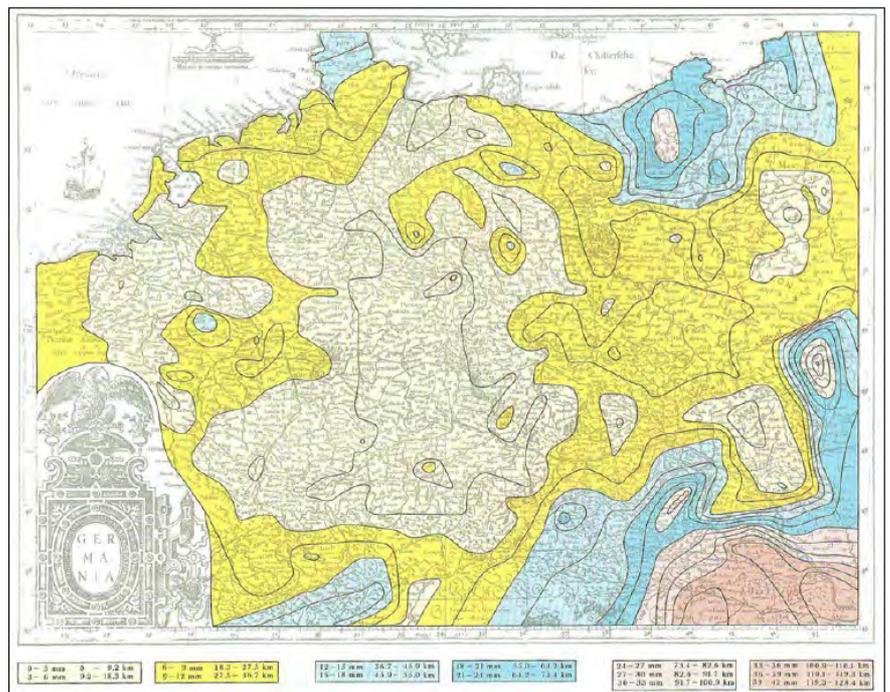


Abb.75 (rechts): Isodeformate der Längen der Restklaffungsvektoren der „Germania Universalis“ aus Nell [2009, S31]



Anwendungsbeispiel: „Germaniae Universalis“ von Gerhard Mercator von 1585

Die Karte „Germaniae Universalis“ (siehe Abb.74) aus dem Jahr 1585 ist Teil eines Sammelwerkes von *Gerhard Mercator* und verzeichnet auf einer Ost-West-Ausdehnung von Calais bis Brest ungefähr 1.700 Siedlungen. Nur das hydrographische Netz wird abgebildet, die Verkehrswege jedoch nicht. Der Netzentwurf ist vermutlich eine normalständige mittabstandstreue Schnittkegellabbildung. Die Darstellung des Kartennetzes und des Kartenin-

halts deuten daraufhin, dass beide unabhängig voneinander entworfen wurden. (*Mesenburg in Löffler et al. [1994], S221ff*)

Die Genauigkeitsanalyse dieser Karte basiert auf 505 Passpunkten, diese sind Ortschaften der Mercator-Karte deren tatsächliche Lage bekannt sind und die eine homologe Verteilung auf dem Kartenausschnitt ergeben. Nachdem die Neukarte an den historischen Netzentwurf angepasst wurde, wurde mittels Ähnlichkeitstransformation die optimale Anpassung beider Karten (Deckungspunkt, Orientierung und Maßstab) erzielt. Der mittlere Punktfehler beträgt 33,9km. Das Analyseergebnis der unterschiedlichen Restklaffungsvektoren wird als Isodeformate (siehe Abb.75) dargestellt. Daraus ist ersichtlich, dass der südöstliche und der nordöstliche Kartenausschnitt höhere Lagegenauigkeiten aufweisen. Offensichtlich hat *Mercator* für seine Kartendarstellung dieser Gebiete ungenauere Vorgängerkarten herangezogen. Im Gegensatz dazu weist die restliche Kartendarstellung eine ungewöhnlich hohe Genauigkeit der Geometrie auf. (*Mesenburg in Löffler et al. [1994], S221ff*)

3.4.2 Verzerrungsgitter

Das Verzerrungsgitter stellt die Genauigkeit der Altkarte anschaulich als kartesische Gitterstruktur dar, weshalb diese Methode sehr beliebt ist und oft angewendet wird. Ein in der modernen Karte befindliches Quadratgitter (wahlweise auch Rechteckgitter) wird in die Altkarte übertragen. Dieses Netz entspricht häufig dem geographischen Gitter der Längen- und Breitengrade. Verzerrungsgitter können sowohl rechnerisch ermittelt wie auch geometrisch konstruiert werden. Die Grafik des Verzerrungsgitters variiert je nach angewandeter Ermittlungsmethode und Umsetzungsmethode. Die allgemeinen Tendenzen der Kurvenverläufe bleiben jedoch zumeist erhalten. (*Forstner [1998], S33ff; Forstner und Oehrli [1998], S35ff*)

Das Verzerrungsgitter kann auch als Verbesserungsvektorenfeld der Schnittpunkte (siehe Anwendungsbeispiel Preußen-Karte von H. Zell) dargestellt werden. (*Forstner und Oehrli [1998], S35-43; Beineke [2001], S114ff*)

Im vorliegenden Kapitel werden nur vier Methoden zur Ermittlung von Verzerrungsgittern vorgestellt. Die zwei geometrischen Konstruktionsmethoden geben einen sehr praxisnahen Einblick der bei der Ermittlung der Verzerrungsgitter auftretenden Fragen. Die zeichnerische Konstruktion ist jedoch sehr zeitaufwendig. Im Gegensatz dazu können Computerprogramme wie *MapAnalyst* Verzerrungsgitter sehr schnell generieren. Computerprogramme greifen hierbei auf mathematische Berechnungsmethoden zurück um die Verzerrungsgitter abbilden zu können. Zwei dieser rechnerischen Methoden werden abschließend ebenfalls kurz vorgestellt. (*Forstner [1998], S33ff; Forstner und Oehrli [1998], S35ff*)

Bei beiden geometrischen Methoden werden die Linien des Gitters relativ zu den Verbindungslinien der Passpunkte in die Altkarte übernommen. Aus diesem Grund wirkt sich die Wahl des Deckungspunkts sowie die Orientierung und der Maßstab der Neukarte nicht auf das Ergebnis aus. Jedoch ist bei der Anwendung der zweiten geometrischen Konstruktionsmethode die Festsetzung des mittleren Maßstabs Voraussetzung und beein-

flusst auch die Ergebnisgrafik. (Forstner [1998], S33-40)

Bei der rechnerischen Ermittlung des Verzerrungsgitters mittels regulärer Gitternetze muss neben der Anpassung der Referenzkarte an die Orientierung und den Maßstab der Altkarte auch ein Deckungspunkt bestimmt werden. Im Gegensatz dazu spielen diese Überlegungen bei der Methode analog zur Berechnung der Isodeformate keine Rolle. Das auf diesem Weg entstandene Verzerrungsgitter widerspiegelt Verdrehungen, Stauchungen und Streckungen der alten Aufnahme. (Forstner und Oehrli [1998], S35-43; Forstner [1998], S33-40))

Abb.76 (unten): „Andreas Benincasa, filius Gratosi anconitanus composuit 1476“, Joachim Lelewel, 1852, Kartenfeldgröße 21cm x 28cm aus *Lelewel* [1852, Atlasband Folie XXXIV]

Höchstwahrscheinlich wurde erstmals von *Joachim Lelewel*¹⁴ (siehe Abb.76 u. Abb.77) im Jahr 1852 ein Gitter zur Untersuchung alter Karten eingesetzt, das ist aber noch kein Verzerrungsgitter im heutigen Sinn. *Joachim Lelewel* hat hierbei eine Portolankarte (Seekarte), eine Darstellung des Mittelmeer-

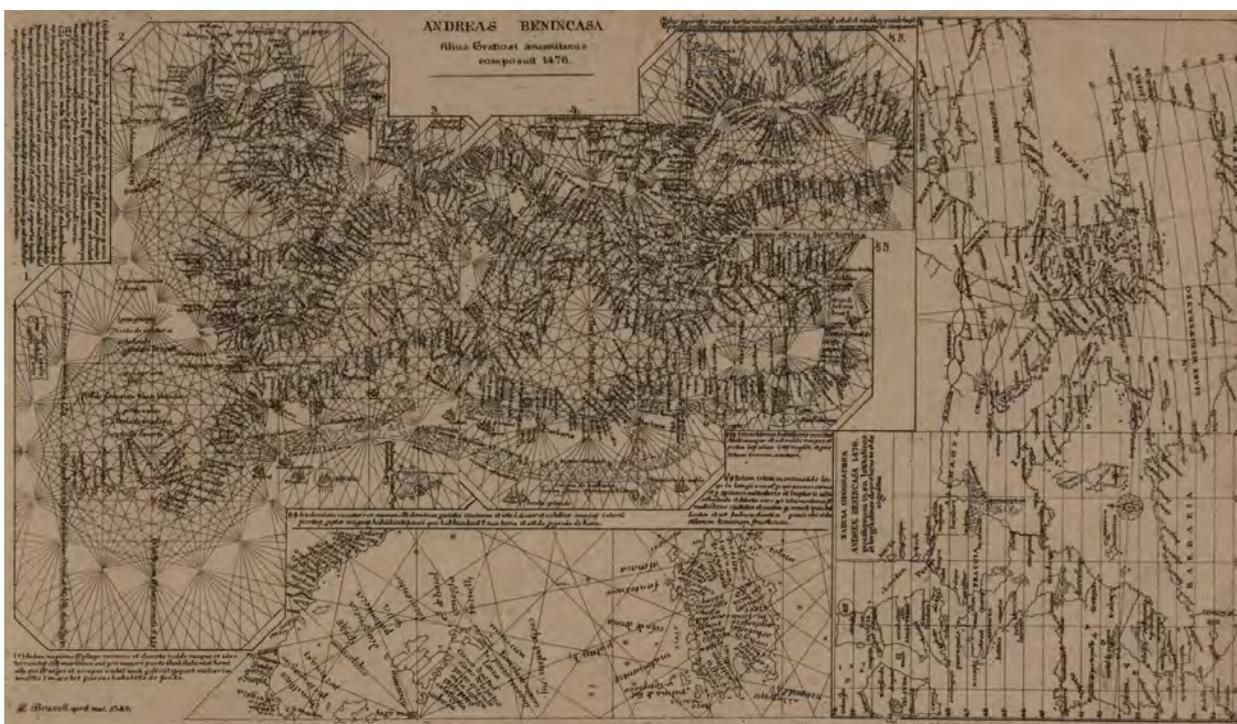


Abb.77 (rechts): Ausschnitt aus Abb.76, graphische Analyse von Lelewel der Benincasa-Karte von 1476, 21cm x 16,2cm, aus *Lelewel* [1852, Atlasband Folie XXXIV]



14 Lelewel, J.: „Géographie du Moyen Age“. Brüssel, 1852, Atlasband Folie XXXIV.

raums auf fünf Blättern von *Andreas Benincasa* aus dem Jahr 1476¹⁵, abgebildet und diese in einer weiteren Darstellung (siehe Abb.77) analysiert.

Er hat hierbei die korrekten Positionen der Längen- und Breitengrade grob an die Küstendarstellung angepasst. Das dargestellte geographische Gitter weist eindeutig abgrenzbare Flächenabschnitte auf. Es wäre zu prüfen, ob diese auf die Zusammenfügung der Darstellung von *Lelewel* aus den fünf Blättern der Benincasa-Karte zurückzuführen ist, oder ob dieses Gitter tatsächlich unterschiedliche Verzerrungen aufdeckt. (*Forstner und Oehrli* [1998], S35ff; *Lelewel* [1852], Atlasband Folie XXXIV)

Die Erstveröffentlichung von Verzerrungsgittern im heutigen Sinn wird *Hermann Wagner* (1840-1929) im Jahr 1895¹⁶ zugeschrieben. (*Forstner und Oehrli* [1998], S37; *Beineke* [2001], S111f)

Abb.78 (rechts):
„Geometrische Konstruktion der Gitterlinie X=10km mit Punkten im Streifen 5<X<15km. Das rechte Teilbild zeigt die für die Konstruktion verwendeten Punkte in der Karte „neu“.“ aus *Forstner* [1998, S34]

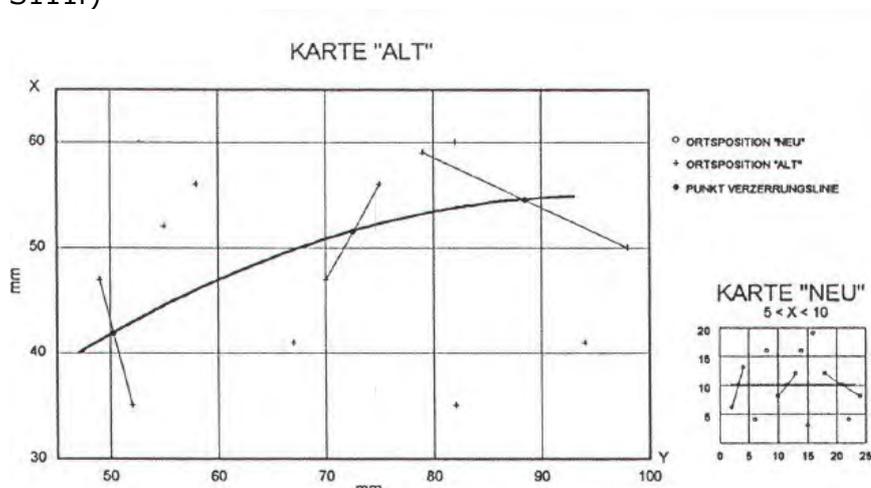
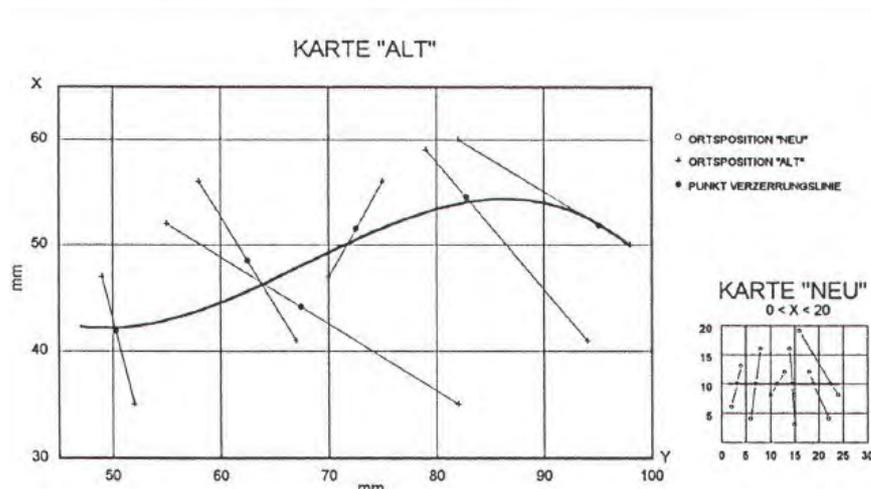


Abb.79 (rechts):
„Geometrische Konstruktion der Gitterlinie X=10km mit Punkten im Bereich 0<X<20km. Das rechte Teilbild zeigt die für die Konstruktion verwendeten Punkte in der Karte „neu“.“ aus *Forstner* [1998, S34]



1) *Geometrische Konstruktion mittels der Proportionalteilungsmethode:*

Die Verbindungslinie zweier Passpunkte der neuen Karte wird mit dem Quadratgitter geschnitten (siehe Abb.78 u. Abb.79).

15 Forstner und Oehrli [1998, S39] geben an, die Karte von Benincasa wäre aus dem Jahr 1508. Es wird jedoch in dieser Arbeit davon ausgegangen, dass es sich hierbei um einen Irrtum handelt, da wie in Abb.76 und Abb.77 erkennbar, vermerkte Lelewel bei seinen Grafiken das Entstehungsjahr 1476 der Benincasa-Karte.

16 Wagner G.: „Das Rätsel der Kompaßkarten im Lichte der gesamtentwicklung der Seekarten“. In: Verhandlungen des elften deutschen Geographentages zu Bremen am 17., 18. und 19. April.

Die Schnittpunkte, auch Stützpunkte genannt, werden in die alte Karte übertragen. Hierbei müssen die Längenverhältnisse der Strecken zwischen den drei Punkten, den beiden Passpunkten und dem Stützpunkt, in die Referenzkarte übernommen werden. Dieser Vorgang wird so lange wiederholt bis genügend Stützpunkte in der neuen Karte eingezeichnet wurden um mit glatten Kurven das Verzerrungsgitter konstruieren zu können. (Forstner [1998], S33-35)

Das Ergebnis ist nicht eindeutig in dem Sinne, dass es durch die Wahl der für die geometrische Konstruktion verwendeten Passpunktpaare beeinflusst wird. Besonders wichtig ist die Abstandsgröße der beiden Ausgangspunkte zueinander (siehe Abb.78 u. Abb.79). Unabhängig von der Wahl der Passpunkte bleiben die allgemeinen Tendenzen der Kurvenverläufe zumeist erhalten. (Forstner [1998], S33-35)

Abb.80 (rechts): „Konstruktion der Gitterlinie X=10km aus den Lotabständen der Punkte unter Benutzung des mittleren Masstabes, verwendete Punkte im Bereich $5 < X < 15$ km. Das rechte Teilbild zeigt die Lotabstände in der Karte „neu“.“ aus Forstner [1998, S36]

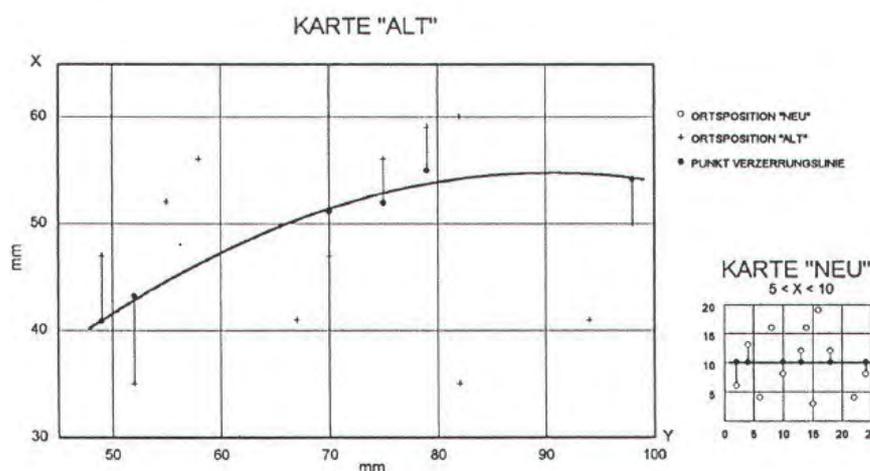
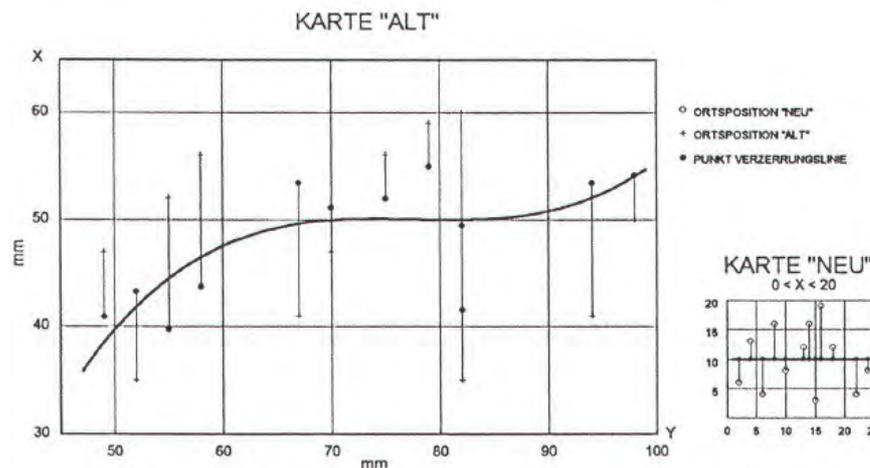


Abb.81 (rechts): „Konstruktion der Gitterlinie X=10km aus den Lotabständen der Punkte unter Benutzung des mittleren Masstabes, verwendete Punkte im Bereich $5 < X < 20$ km. Das rechte Teilbild zeigt die Lotabstände in der Karte „neu“.“ aus Forstner [1998, S36]



2) Geometrische Konstruktion mittels des mittleren Kartenmaßstabes:

Die Lotabstände der Passpunkte zu den Gitterlinien werden von der aktuellen Karte in die Altkarte übernommen (siehe Abb.80 u. Abb.81). Hierbei müssen die Distanzen an den mittleren Maßstab (siehe Kapitel 2.2.1) der historischen Karte angepasst werden. Die dadurch gewonnenen Stützpunkte werden mit glatten Kurven zum Verzerrungsgitter komplimentiert. (Forstner [1998], S35)

Auch hier ist das Ergebnis nicht eindeutig in dem Sinne, dass es durch die Wahl der für die geometrische Konstruktion verwendeten Passpunktpaare beeinflusst wird. Besonders wichtig ist die Abstandsgröße der gewählten Passpunkte zu den Gitterlinien (siehe Abb.80 u. Abb.81). Unabhängig von der Wahl der Passpunkte bleiben die allgemeinen Tendenzen der Kurvenverläufe auch hier zumeist erhalten. (Forstner [1998], S35)

3) *Rechnerische Ermittlung analog zur Ermittlung der Isodeformate*

Die rechnerische Ermittlung der Verzerrungsgitter kann angelehnt an die Berechnungsmethoden der Isodeformate erfolgen. Hierbei werden die Linien des Verzerrungsgitters als Linien gleicher geographischer Längen bzw. Breiten oder als Linien gleicher kartesischer Koordinaten (X- bzw. Y-Koordinate konstant) interpretiert. Die Berechnung erfolgt somit analog zu den Isodeformaten wie in Kapitel 3.4.1 bereits beschrieben. Hierfür müssen in zwei Rechenschritten die beiden Scharen der Verzerrungsgitter unabhängig voneinander berechnet werden. Die Ergebnisgrafik wird abschließend durch Zusammenführen beider Scharen erstellt. (Beineke [2001], S111ff)

4) *Rechnerische Ermittlung mittels regulärer Gitternetze (multiquadratische Interpolation)*

Die Berechnung des Verzerrungsgitters mittels regulärer Gitternetze wurde von Beineke im Zuge seiner Dissertation entwickelt. Im Folgenden wird dies Methode anhand eines Anwendungsbeispiels vorgestellt. (Beineke [2001], S29ff u. S114ff)

Anwendungsbeispiel: Preußen-Karte von H. Zell von 1542

Die Preußen-Karte (siehe Abb.82) ist ost-orientiert und wurde von Heinrich Zell erstellt und von Christoph Zell, einem Verwandten von H. Zell, in vier Holzstücke geschnitten. Es ist kein geographisches Netz auf dieser Karte dargestellt, die Abbildungsvorschrift entspricht höchstwahrscheinlich jener der rechteckigen Plattkarte, da dieser Netzentwurf in der Entstehungszeit für Regionalkarten üblich war. (Horn [1950], S67ff; Brunner in Zentai et al. [2006], S85)

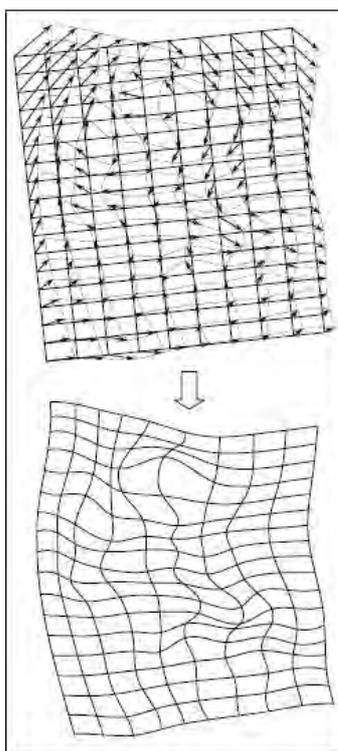


Abb.83 (oben): Verbindung des Fehlervektorenfelds der Schnittpunkte des geographischen Soll-Netzbildes im Altkartensystem aus Beineke [2001, S117]

Ausgehend vom Netzbild in der Neukarte lassen sich die Fehlervektoren der Netzschnittpunkte mittels multiquadratischer Interpolation berechnen. Die Anfangspunkte der jeweiligen Verschiebungsvektoren werden durch Übertragen des Gitters der Referenzkarte in die Altkarte gewonnen. Die Referenzkarte muss zuvor bezüglich Maßstab, Orientierung und unter Berücksichtigung des Deckungspunkts, an die Altkarte angeglichen werden. Dieses Fehlervektorenfeld (siehe Abb.84 rechts) gibt bereits einen ersten Eindruck über die Verzerrungsverteilung und kann als alternative Darstellungsmethode statt des Gitters herangezogen werden. In der unteren Abbildung (siehe Abb. 84) sind zwei Grafiken, eine mit dem Fehlervektorenfeld der Passpunkte und die andere mit jenem der Gitterschnittpunkte der Preußen-Karte, zum Vergleich gegenübergestellt. Das Verzerrungsgitter kann abschließend durch Verbinden der Stützpunkte, der Endpunkte des Fehlervektorenfeldes der Gitterschnittpunkte, zu glatten Kurven gewonnen werden (siehe Abb.83). (Beineke [2001], S29ff u. S114ff)

Abb.84 (rechts): links:
Fehlervektoren im
Altkartensystem
aus *Beineke* [2001, S115]
rechts: Fehlervektorenfeld der
Schnittpunkte des Soll-
Netzbildes im Altkartensystem
aus *Beineke* [2001, S116]

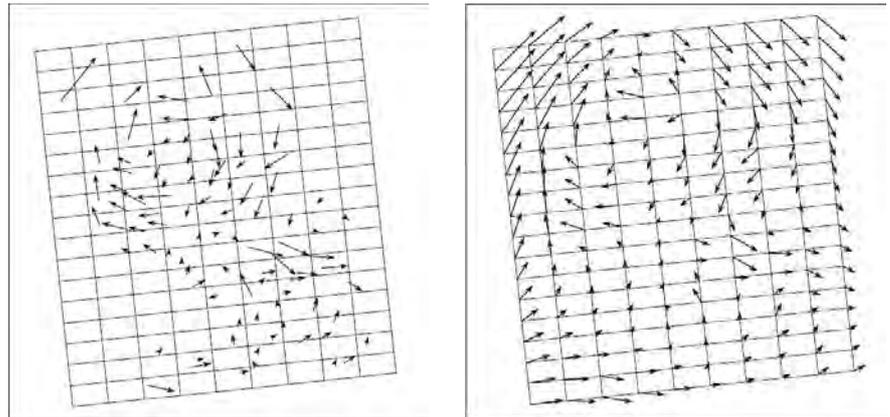
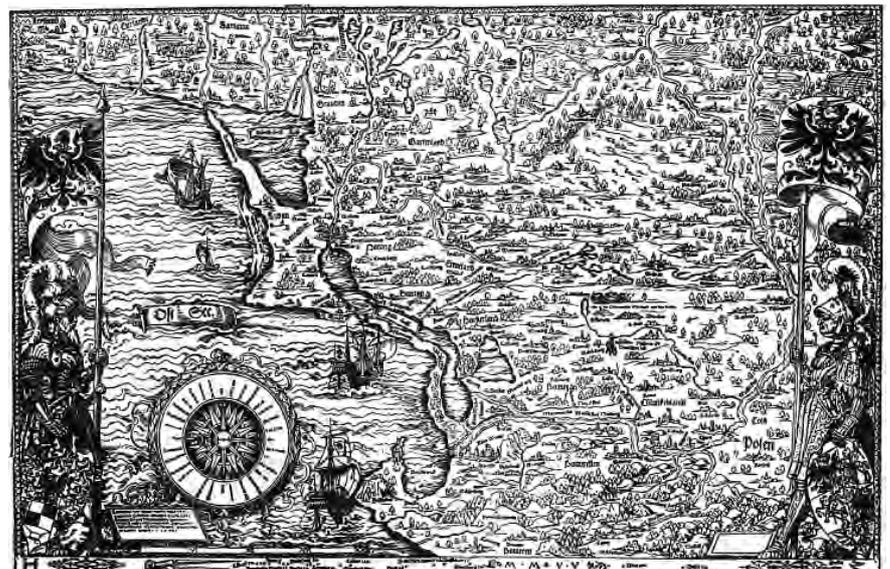


Abb.82 (rechts): Preußen-
Karte, H. Zell, 1542, ca.
1:712.000, Regionalkarte,
38cm x 49cm, Originalkarte in
Biblioteca Marciana, Venedig
aus *Bagrow* [2010, S131]



3.4.3 Verzerrungsel- lipse (Tissotsche Indika- trix)

Die *Verzerrungselipse*, auch *Tissotsche Indikatrix* genannt, wurde vom französischen Mathematiker *Nicolas Auguste Tissot* (1824-1890) zur Darstellung der durch den Netzentwurf entstehenden Verzerrungen entwickelt. (*Zippelt* [2010], S255)

Hierbei werden die Netzverzerrungen in jedem Schnittpunkt betrachtet, indem die Verformung von unendlich kleinen Kreisen untersucht wird. Diese Kreise werden bei der Transformation in die alte Aufnahme überwiegend zu Ellipsen (selten Kreise) verformt, die zu besserer Lesbarkeit stark vergrößert werden. (*Forstner und Oehrli* [1998], S35-43)

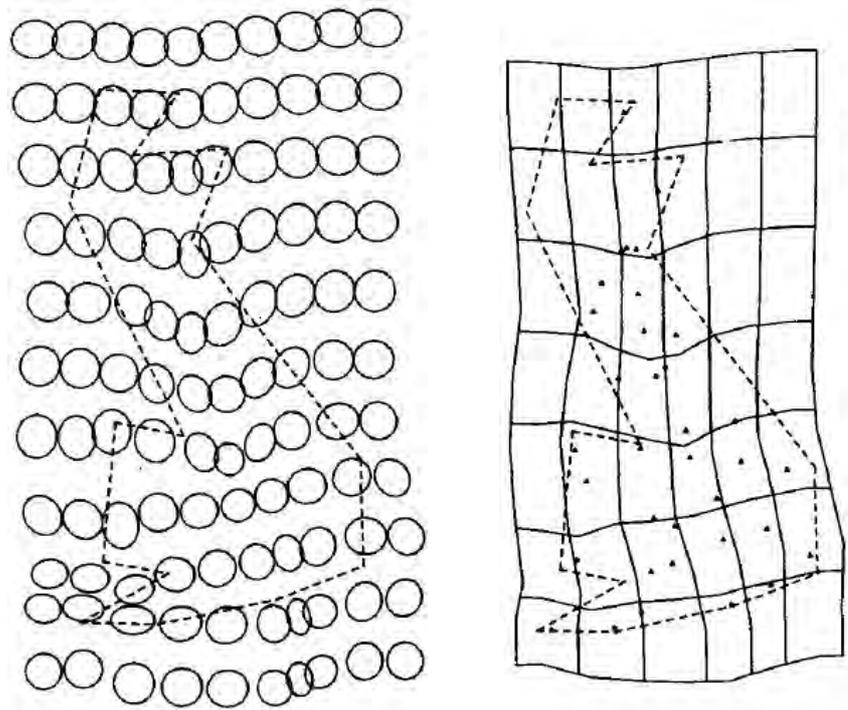
Diese Ellipsen geben aber keine Angabe über Fehlerverteilungen, wahrscheinliche Fehlerbeträge und Entfernungen zu Festpunkten (Passpunkten). (*Forstner und Oehrli* [1998], S35-43)

Anwendungsbeispiel: „Gough Map“, Straßenkarte von Großbritannien von 1355-1366

Die „*Gough Map*“ (siehe Abb.62) wurde bereits in Kapitel 3.2.1 vorgestellt. Die Verzerrungselipsen (siehe Abb.85) werden ebenfalls ohne die beiden Ausreißerstädte (*Dornock* und *Inverness*) ermittelt. Die maximale Streckung beträgt bei der Tissotschen Indikatrix 1,4435, das Minimum 0,6975. Die durchschnittlichen Achsen der Verzerrungselipsen betragen $a=1,2289$

und $b=1,0829$. (Tobler [1994], S200ff)

Abb.85 (rechts): links: Verzerrungsellipsen der „Gough Map“, dazu zum Vergleich rechts: Verzerrungsgitter aus Tobler [1994, S206]



3.5 Statistische Lagegenauigkeit von Punkten in Relation zur Gesamtkarte

Die Lagegenauigkeit von Punkten wird mit Hilfe statistischer Analysen angegeben, die die gesamte Karte berücksichtigen. Hierbei können beispielsweise die Standardabweichung von Lageungenauigkeiten und örtliche Wahrscheinlichkeitsbereiche betrachtet werden.

3.5.1 Kreismethode

Die Kreismethode wurde von *Mekenkamp* eigens für die Altkartenanalyse entwickelt und im Jahr 1991¹⁷ vorgestellt. Die Lagegenauigkeit eines Punkts wird mit Kreisen unterschiedlicher Durchmesser um den betrachteten Punkt dargestellt. Dieses Verfahren zeigt die Lagegenauigkeit des beobachteten Passpunkts relativ zum Durchschnitt der Gesamtkarte. (*Forstner und Oehrli* [1998], S35ff; *Bretterbauer* [1993], S47)

Mekenkamps Methode wurde wohl gelobt, dass sie sich gut für die Altkartenanalyse eigne und die Lagegenauigkeit eines Punkts nicht nur als lokale Größe angibt, sondern als durchschnittlicher Wert, die hierbei die Gesamtkarte berücksichtigt. Jedoch muss auch hinterfragt werden, ob sich die Darstellung von Fehlervektoren nicht besser eigne, da sie nicht nur die Größe, sondern zusätzlich die Richtung von Verbesserungen angibt. (*Forstner und Oehrli* [1998] S35ff; *Bretterbauer* [1993], S47)

Für die Kreismethode muss die Neukarte an den mittleren Maßstab der Altkarte (siehe Kapitel 2.2.1) angepasst werden. Der Deckungspunkt beider Karten und die Orientierung der Altkarte sind hierbei nicht von Belang. Alle Strecken vom beobachteten Punkt zu den übrigen Passpunkten (siehe Abb.86) werden mit den korrekten Distanzen verglichen und die Streckenabweichungen in Prozent ausgedrückt. Dabei wird nicht unterschieden, ob

¹⁷ Mekenkamp R.G.M.: „Die Entwicklung einer neuen Methode für die Bestimmung der Genauigkeit alter Karten“, 1991, 5. Kartographisches Kolloquium Oldenburg, Dietrich Reimer Verlag, Berlin

METHODEN ZUR ERMITTLUNG DER GEOMETRISCHEN GENAUGENAUGIGKEIT

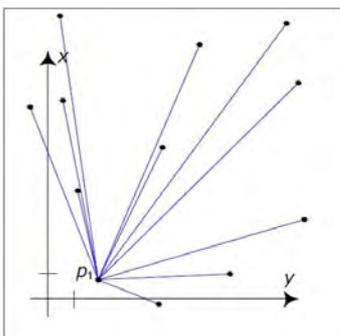
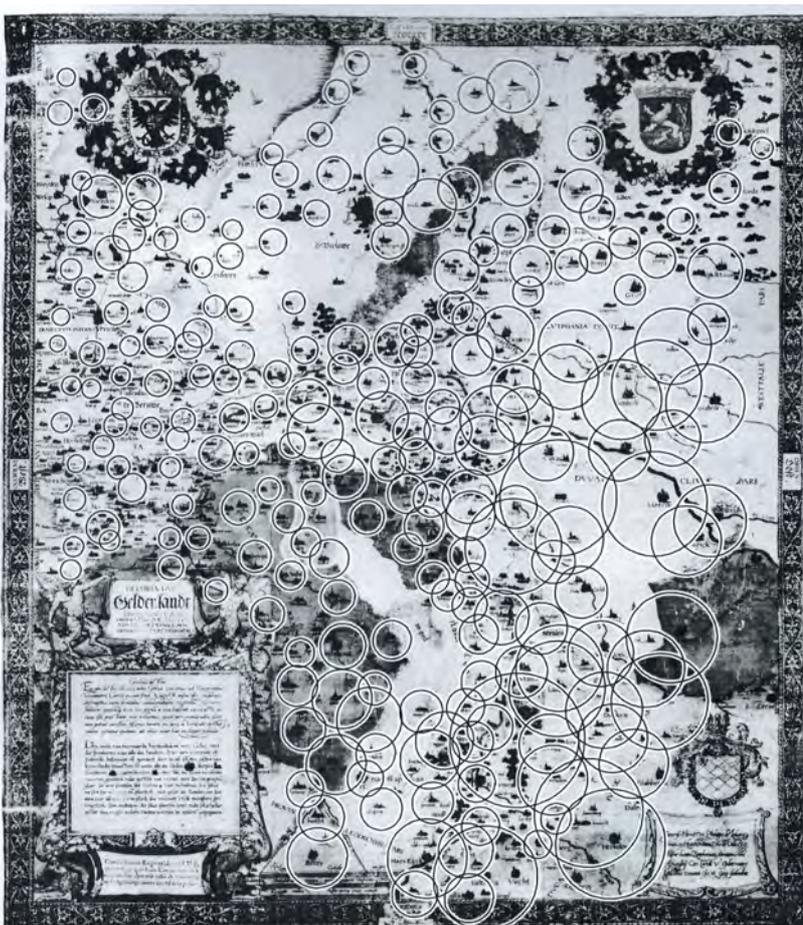


Abb.86 (oben): alle Strecken des beobachteten Punkts p_1

eine Distanz gestreckt oder gestaucht wird. Die Quadratsumme der Streckenabweichungen pro Punkt muss abschließend durch die Distanzanzahl (= Anzahl der Passpunkte minus eins) dividiert werden. Dieser Wert ist somit die statistische Standardabweichung der Streckenabweichungen des beobachteten Punktes zu den übrigen Passpunkten. Die Standardabweichung ist ein Wert in Prozent und wird als Kreis um den jeweiligen Punkt abgebildet. Ein größerer Kreis bedeutet eine größere Lagegenauigkeit des beobachteten Passpunktes. (Bretterbauer [1993], S47; Mekenkamp in Scharfe et al. [1991], S111ff)

Abb.87 (rechts): Gelderland-Karte mit Ergebnissen der Kreismethode aus Mekenkamp in Scharfe et al. [1991, S116]



NAUWKEURIGHEIDSANALYSE		ACCURACY ANALYSIS
Standaardnauwkeurigheidscirkel $r(\text{cm}) = d_j \times f \times 5.10^4 \times 1\text{cm}$ r: cirkelstraal d_j : puntonnauwkeurigheidswaarde f: numerieke waarde voor de gebruikte kaartschaal		Standard inaccuracy circle $r(\text{cm}) = d_j \times f \times 5.10^4 \times 1\text{cm}$ r: circle radius d_j : point inaccuracy value f: numerical value for the used mapscale
	d_j — 26,1 — 21,5 — 16,9 — 12,3 — 7,7 — 3,2 0 25km	

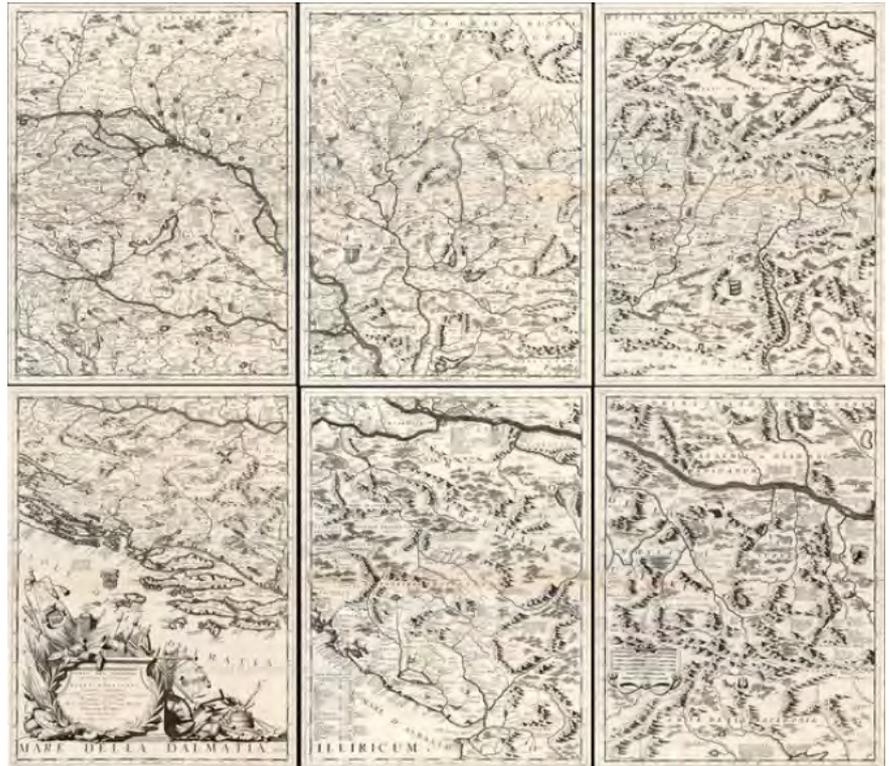
Anwendungsbeispiel: Gelderland-Karte von Jacob van Deventer aus dem Jahr 1552

Im Jahr 1530 erteilte Kaiser Karl V. Jacob van Deventer den Auftrag zur Herstellung von Karten der niederländischen Gebiete. Die Vermessung des „aufständigen“ Gelderlands gestaltete sich jedoch schwierig und Deventer räumte in seiner Kartenlegende daraus resultierende mögliche Ungenauigkeiten

ein. (*Mekenkamp in Scharfe et al. [1991], S115*)

Die Grafik des Ergebnisses der Kreismethode (siehe Abb.87) zeigt im westlichen Darstellungsgebiet vornehmlich kleine Kreise, im Gegensatz dazu sind jene im östlichen Bereich deutlich größer. Die ungewöhnliche Genauigkeit der Karte in den westlichen Grenzgebieten zu Holland und Brabant führt Mekenkamp auf genaue Quellenkarten (Provinzkarten der Nachbarländer) zurück. Die relativ großen Kreise befinden sich alle erwartungsgemäß in der Darstellung des damals von den Unruhen erschütterten *Gelderlands*. (*Mekenkamp in Scharfe et al. [1991], S115*)

Abb.88 (rechts): Donaukarte, Vincenzo Maria Coronelli, 1691, ca. 1:744.300, 6 Blätter mit jeweils 43,2cm x 58cm großem Kartenfeld, Originalkarte in der Kartensammlung der Österreichischen Nationalbibliothek und des Österreichischen Kriegsarchivs, Wien aus *Antique map of Danube River by Coronelli V.M. (1650-1718) Sanderus Antique Maps [2015]*



3.5.2 Fehlerellipsen

Die Fehlerellipse dient zur geometrisch anschaulichen Beurteilung der Genauigkeit von Netzen und eignet sich somit auch zur Analyse von Altkarten. Im Zuge der Ausgleichsrechnung lassen sich die große und kleine Halbachse, wie auch der Richtungswinkel der mittleren Fehlerellipsen berechnen. Somit befinden sich laut Definition 39% aller fehlerhaften Punkte innerhalb der Helmertschen Fehlerellipsen (berechnet mit Hilfe der Ähnlichkeits-Transformation). (*Forstner und Oehrli [1998], S35-43*); *Niemeier [2001], S256ff*)

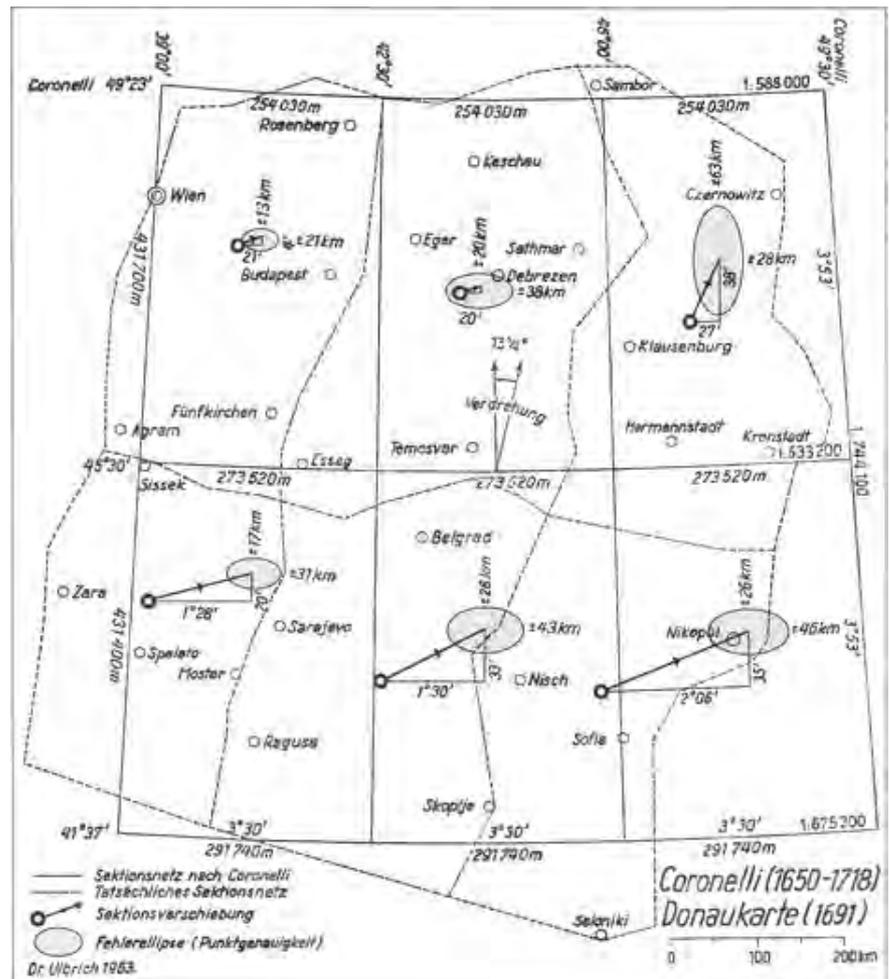
Anwendungsbeispiel: Donaukarte von Vincenzo Maria Coronelli von 1691

Die Donaukarte „*Corso del Danubio [...]*“ von *Vincenzo Maria Coronelli* aus dem Jahr 1691 wurde in Kupfer gestochen und die Karten anschließend handkoloriert. Somit sind mehrere Druckexemplare erhalten, die beispielsweise als Teil des Sammelwerks „*Atlante Veneto*“ und des Atlases „*Corso Geografico Universale*“ herausgebracht wurden, wie auch als Einzelwerk (siehe Abb.88) zu finden ist. Letzteres besteht aus sechs Einzelblättern, die sich besonders gut digitalisieren lassen und folglich für die Altkarten-

analyse herangezogen werden. (Ulbrich [1963], S9ff)

Den reichen Karteninhalt von rund 6.000, mehrsprachig angegebenen, Ortsnamen und zahlreichen markierten Schlachtenorten (mit jeweiligen Jahreszahlen) hat *Coronelli* aus unterschiedlichen Ressourcen, wie zum Beispiel Reisebeschreibungen zusammengefügt. Die Donaukarte wurde, wie damals üblich, ohne eigene Vermessungen, sondern nur durch Heranziehen von Quellenkarten entwickelt und wird als normalachsige Zylinderprojektion, genau genommen eine rechteckige Plattkarte, dargestellt (siehe Kapitel 2.1.1). (Ulbrich [1963], S9ff)

Abb.89 (rechts): Fehlerellipsen und Verzerrungsgitter der Donaukarte von Coronelli aus Ulbrich [1963, S8]



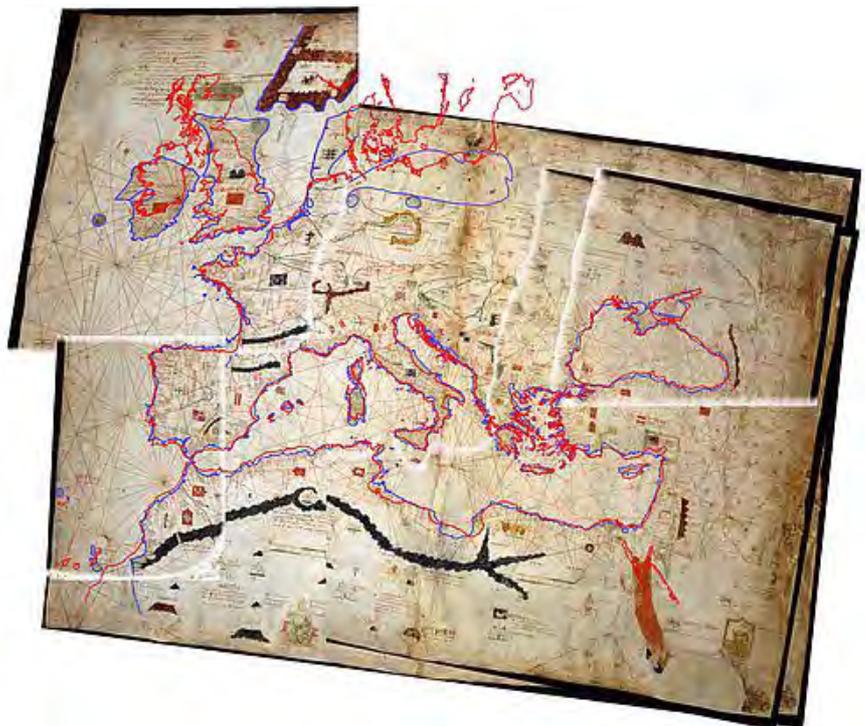
Die Abbildung der Fehlerellipsen (siehe Abb.89) sind im gleichen Maßstab wie die restliche Darstellung. Wie von *Forstner* und *Oehrli* [1998, S35-43] kritisiert sind diese Fehlerellipsen jedoch nicht in Richtung der Hauptwahrscheinlichkeitsachsen orientiert. Daraus ist erkennbar, dass unerwarteterweise das Nord-West-Blatt die kleinste Fehlerellipse und damit die höchste Genauigkeit aufweist. Aufgrund der ausgezeichneten venezianischen Vorläuferkarten, die *Coronelli* bekannt gewesen sein müssen, wäre zu erwarten gewesen, dass das Süd-West-Blatt über die genaueste Darstellung verfügt. (Ulbrich [1963], S15; *Forstner* und *Oehrli* [1998], S35-43)

4 ENTWICKLUNG DER METHODE

In diesem Kapitel wird eine neue Methode entwickelt, welche systematisch auftretende Geometriefehler in Altkarten aufdeckt und klassifiziert. Ziel ist es nicht nur Teilgebiete anhand ihrer Verzerrungseigenschaften zu unterscheiden, sondern vielmehr die Altkarte abstrakt als Punkthaufen zu betrachten um so komplexere Zusammenhänge zu erkennen.

Geometriefehler in Altkarten entstehen, wie bereits in Kapitel 1.3 beschrieben, aufgrund vieler unterschiedlicher Ursachen. Die zu entwickelnde Methode soll insbesondere Unterstützung beim Identifizieren unterschiedlicher Kartenquellen und Aufnahmemethoden bieten. Hierbei ist zu erwarten, dass Ausreißerpunkte sich anders als die systematischen Geometriefehler verhalten und somit herausstechen.

Abb.90 (rechts): „zerrissene“ Portolankarte, blau: Nachzeichnung der Küstenlinie der Portolankarte, rot: tatsächlicher Verlauf der Küstenlinie (Mercator Projektion) aus *TU Delft: Open GRS Seminar: Portolan charts, a historic and cartographic riddle* [2015]



Zur Entwicklung dieser neuen Methode wird analysiert, inwieweit bereits bekannte Methoden systematisch auftretende Geometriefehler aufzeigen und wie diese Ergebnisse präsentiert wurden. *R. Nicolai* stellte beispielsweise im Zuge seiner Dissertation¹⁸ seine Analyseergebnisse einer Seekarte sehr plakativ in Form einer „zerrissenen“ Altkarte (siehe Abb.90) dar. Somit ist bereits auf den ersten Blick nachvollziehbar, dass diese Portolan-karte auf mehreren Quellkarten basiert, die über keinen einheitlichen Maßstab und keine einheitliche Orientierung verfügen. Weiters konnte beim Zusammenfügen der einzelnen Küstenlinien nicht immer der korrekte Abstand zur restlichen Kartendarstellung erzielt werden. (*Nicolai* [2014])

Bereits bei der Überlagerung einer modernen Karte in Mercator Projektion über die Portolankarte ist erkennbar, dass die atlanti-

¹⁸ Nicolai R.: „A critical review of the hypothesis of a medieval origin for portolan charts“, Utrecht University, 2014, Dissertation gesperrt.

sche Küstenlinie im Vergleich zum tatsächlichen Verlauf zu klein dargestellt ist, wogegen das Schwarze Meer zu groß erscheint. Um eine rechnerische Genauigkeitsanalyse durchführen zu können ermittelte *Nicolai* 860 homologe Passpunkte. (*Nicolai* [2014])

Mit Hilfe von Isodeformaten gleicher Rotation und gleichen Maßstabs (siehe Kapitel 3.4.1) identifizierte *Nicolai* mehrere Gebiete mit jeweils ähnlich, systematisch auftretenden Geometriefehlern (siehe Abb.91) und schloss daraus, dass fünf Quellkarten zur Erstellung dieser Gesamtdarstellung von Europa und Nordafrika herangezogen wurden. (*Nicolai* [2014])

Abb.91 (rechts): Portolankarte mit farbig hervorgehobenen Teilgebieten, die aus unterschiedlichen Quellenkarten stammen aus *Origin of 'medieval' sea charts disproven* [2015]

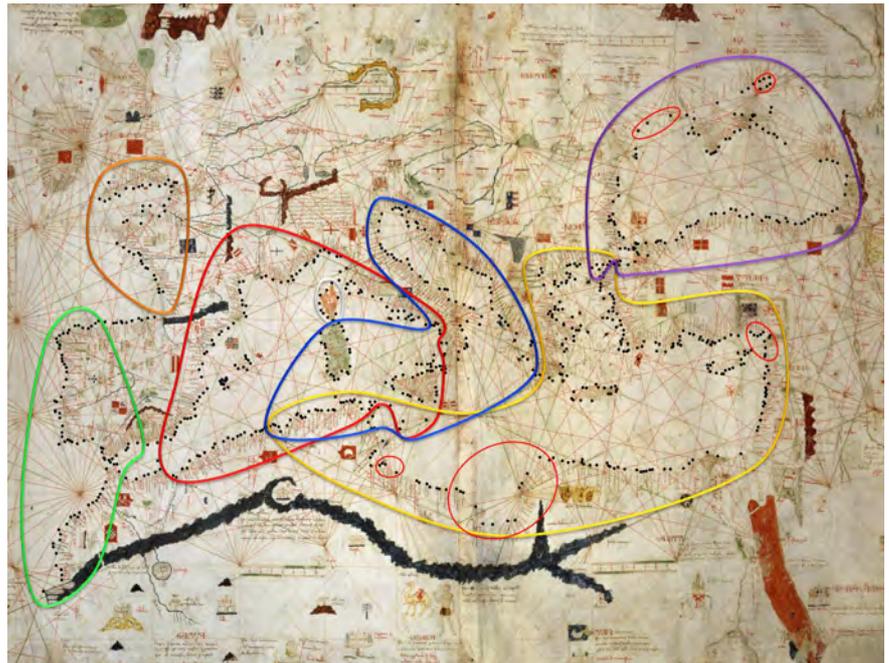


Abb.92 (rechts): Portolankarte „ano MCCCXXXVIII mense Augusto Angelino Dulcert in civitate Maioricarum composuit“, Angelino „Dulcert“, 1339, 75cm x 102cm (zwei Blätter zu einem zusammengefügt), Französische Nationalbibliothek (B.696), Paris aus *Angelino Dulcert - Wikipedia, the free encyclopedia* [2015]



Die von *R. Nicolai* analysierte Portolankarte (siehe Abb.92) wurde im Jahr 1339 von *Angelino „Dulcert“* in *Palma* gefertigt

und wird in der Französischen Nationalbibliothek in Paris aufbewahrt. Dieses Werk wird als Grundstein der mallorquinischen Schule angesehen. Es ist eine reich verzierte Karte mit kleinen Darstellungen von Menschen. Die Beschriftungen sind hierbei in Latein gehalten. (*Angelino Dulcert - Wikipedia, the free encyclopedia* [2015])

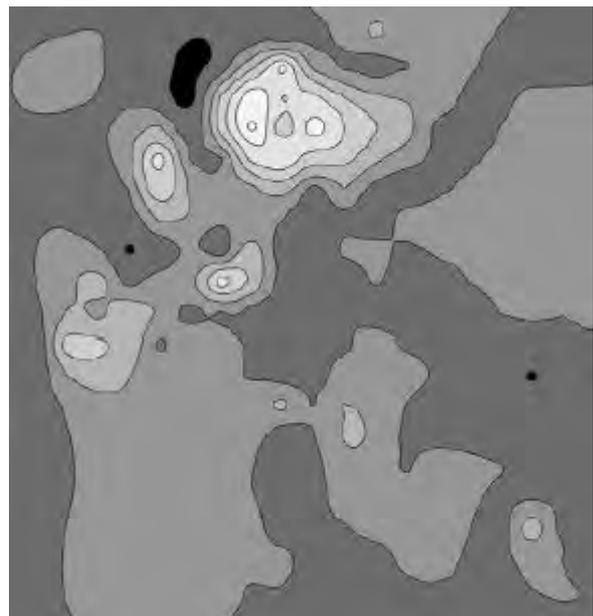
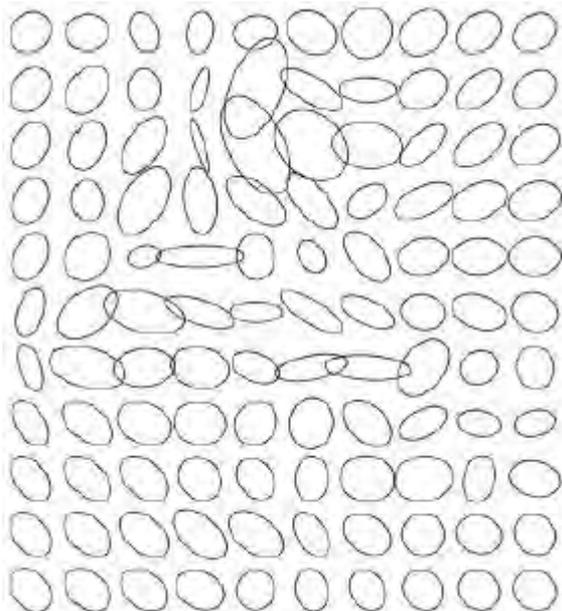
Somit konnte *Nicolai* bereits durch die Isodeformate gleicher Rotation und gleichen Maßstabs und durch mühsame Zusammenschau dieser beider Ergebnisdarstellungen Rückschlüsse über die unterschiedlichen Kartenquellen schließen. Es ist wünschenswert, eine Methode heranziehen zu können, die diese inneren geometrischen Zusammenhänge der Altkarte automatisiert erkennt und darstellt. Auf diesem Weg könnten auch solche Zusammenhänge aufgedeckt werden, die nicht bereits durch den direkten Vergleich beider Karten offensichtlich sind.

Eine weitere interessante Methode wurde unter Heranziehung der multiquadratischen Interpolationsmethode von *Beineke*¹⁹ entwickelt. Anhand der Preußen-Karte von *H. Zell* von 1542 (siehe Kapitel 3.4.2 Punkt 4) stellt *Beineke* das Ergebnis dieser neuen Methode (siehe Abb.93) vor, die jedem Punkt der Altkarte einen prozentualen Wert der Flächenverzerrung zuordnet. Zum Vergleich gegenübergestellt sind die Verzerrungsellipsen der selben Karte (siehe Abb.94). (*Beineke* [2007], S19ff)

Abb.93 (unten): links: Verzerrungsellipsen der Preußen-Karte von *H. Zell* von 1542 aus *Beineke* [2007, S26]

Abb.94 (unten): rechts: Linien mit gleicher relativer (Stufen von 50%) Flächenverzerrung (von schwarz (<50%) bis weiß (>250%)) der Preußen-Karte von *H. Zell* von 1542 aus *Beineke* [2007, S26]

Aber auch bei dieser Methode wird, ebenso wie bei Isodeformaten, nur jeweils ein Verzerrungskriterium lokal begrenzt beobachtet. Die Darstellung als Isolinien (sowohl bei den Isodeformaten als auch bei Beinekes Methode) geben ein sehr anschauliches Bild der Verzerrungsverteilung über die gesamte Altkarte. Jedoch ist fraglich wie gut die Verzerrungseigenschaften der Altkarte durch die einzelnen Werte jedes Punkts repräsentiert werden.



19 Beineke D.: „Zur Bestimmung lokaler Abbildungsverzerrungen in Altkarten mit Hilfe der multiquadratischen Interpolationsmethode“, Neubiberg, 2007/1, AVN (Allgemeine Vermessungs-Nachrichten)

Folglich ist eine Methode notwendig, die durch Aufdecken und Kategorisierung von systematisch auftretenden Geometriefehlern diese inneren Zusammenhänge automatisiert erkennt. Diese in diesem Kapitel zu entwickelnde Methode wird somit auch Einblicke in die Vermessungsarbeiten zur Erstellung der Altkarte liefern. Zum Beispiel weist die Karte des Hegaus und des Schwarzwaldes von *Sebastian Münster* aus dem Jahr 1537 (siehe Abb.56), wie bereits in Kapitel 2.4 ausgeführt, im Gebiet von Basel bis zum Bodensee eine höhere Lagegenauigkeit als die restliche Darstellung (siehe Abb.57) auf. Wahrscheinlich wurde die Vermessung dieses Gebiets mit höherer Genauigkeit durch Vorwärtseinschneiden entlang der Flussläufe vorgenommen. Es ist zu erwarten, dass bei der Analyse der systematisch auftretenden Geometriefehler sich die Teilgebiete der Karte mit höherer Lagegenauigkeit von der restlichen Darstellung unterscheiden. (*Höhn* [1991], S15-20)

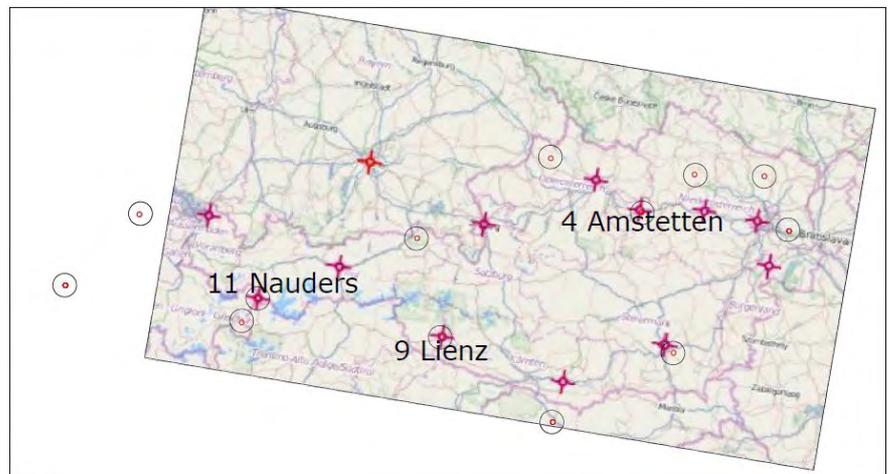
4.1 Fragestellung

Um die Fragestellung an die im Zuge dieser Arbeit zu entwickelnde Methode zu spezifizieren wird im Folgenden ein fiktives Altkartenbeispiel, das sogenannte Österreichbeispiel, entwickelt. Es dient auch der Veranschaulichung der Entwicklung der Methode bis zur Darstellung der Ergebnisse.

Die Koordinaten der Passpunkte des Österreichbeispiels werden mit Hilfe von *MapAnalyst*²⁰ ermittelt (siehe Abb.97). In der „Altkarte“ dieses fiktiven Beispiels sind die Landeshauptstädte auf ihren tatsächlichen Positionen mit Kreisen markiert. Jedoch ist die Städtegruppe: Nauders, Lienz und Amstetten in dieser Karte bewusst verschoben, verdreht und mit unterschiedlichem Maßstab eingefügt (siehe Abb.95).

Abschließend wird die Stadt München als Ausreißer markiert, dieser Punkt wird deutlich von der tatsächlichen Lage gesetzt. Zu Vergleichszwecken wird die „Neukarte“ (siehe Abb.96) dieses Beispiels mit den korrekten Positionen der erwähnten Städte herangezogen. Sowohl die „Altkarte“ als auch die „Neukarte“ sind mit einem Ausschnitt aus *OpenStreetMap* [2015] unterlegt, der ebenfalls mit *MapAnalyst* erstellt wird.

Abb.95: Erstellung der „Altkarte“, Einfügen der Städte Nauders, Lienz und Amstetten, die im Vergleich zur Darstellung der Landeshauptstädte leicht verschoben, verdreht und in einem anderen Maßstab abgebildet sind, erstellt mit *MapAnalyst* und einem Kartenausschnitt aus *OpenStreetMap* [2015] als Basiskarte



²⁰ *MapAnalyst*: Programm zur Untersuchung der Genauigkeit von Altkarten, Version 1.3.21, Copyright 2005-2010 by Bernhard Jenny and Adrian Weber, Institute of Cartography, ETH Zurich, Operating System: Windows 7 6.1, Java VM 1.6.0_31 (32bit) by Sun Microsystems Inc., download: <http://mapanalyst.cartography.ch/> (MapAnalyst [2010])

Dieses fiktive Einstiegsbeispiel kann somit als eine idealisierte Altkarte aus zwei Quellen mit einem Ausreißer interpretiert werden. Die Ausgangskordinaten stammen von einer aktuellen Karte, weshalb mit einem idealen Ergebnis bei der Aufdeckung und Klassifizierung der systematisch auftretenden Geometriefehler gerechnet werden kann, also ohne der bei Altkarten üblichen Streuungsbereiche.

Eine Österreichkarte mit den Landeshauptstädten, so wird es in diesem Beispiel interpretiert, stellt die erste Quelle dar, die im Vergleich zur Referenzkarte fehlerlos ist. In diese Karte wurde die drei-Städtegruppe eingearbeitet, diese stammt ebenfalls von einer fehlerlosen Karte, der zweiten Quelle. Diese zweite Karte stimmt jedoch im Maßstab nicht mit der ersten überein. Beim Übertragen der drei Städte werden weitere Fehler bewusst eingearbeitet. Die drei Städte werden bewusst verschoben und verdreht.

Abb.96: „Neukarte“ des Österreichbeispiels, erstellt mit *MapAnalyst* und einem Kartenausschnitt aus *OpenStreetMap* [2015] als Basiskarte



Abb.97: „Altkarte“ des Österreichbeispiels, erstellt mit *MapAnalyst* und einem Kartenausschnitt aus *OpenStreetMap* [2015] als Basiskarte



Ziel der neuen Methode ist systematisch auftretende Geometriefehler mit einer rechnerischen Methode zu analysieren und das Ergebnis graphisch darzustellen. Bei der Analyse dieses Beispiels sollen die beiden unterschiedlichen Kartenquellen anhand der Ergebnisgraphik leicht ablesbar sein.

Hierbei soll erkennbar sein, dass die Position der Stadt München zu keiner der beiden Punktwolken (jene der Landeshauptstädte und jene der drei Städte) passt und somit als Ausreißer zu klas-

sifizieren ist.

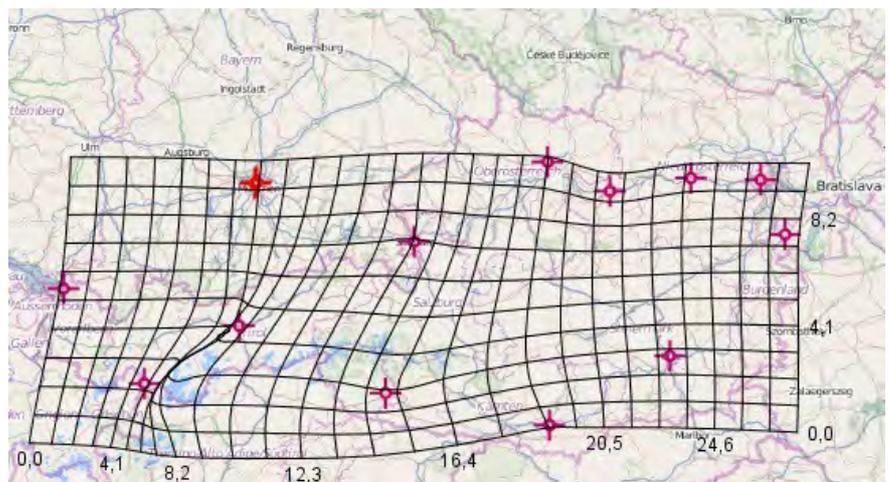
4.2 Entwicklung der Theorie der Methode

Die Entwicklung der Methode, der systematisch auftretende Geometriefehler in Altkarten aufdeckt und klassifiziert, wird im Wesentlichen in drei Schritten umgesetzt. Im ersten Schritt muss mathematisch definiert werden, welche Geometriefehler beobachtet werden sollen. Anschließend wird untersucht, ob diese Fehler systematisch auftreten und die Methode zur Klassifizierung gewählt. Im letzten Schritt wird festgelegt, wie die Ergebnisse graphisch dargestellt werden.

Das Österreichbeispiel wurde optimiert für die Fragestellung der vorliegenden Diplomarbeit entwickelt. Aus diesem Grund ist insbesondere interessant, welche Einblicke bekannte Methoden der Altkartenanalyse in die inneren geometrischen Zusammenhänge dieses Beispiels ermöglichen. Das Verzerrungsgitter stellt die Verzerrungseigenschaften einer Altkarte ungewöhnlich umfassend dar. Aus diesem Grund wird diese Methode am Österreichbeispiel (siehe Abb.98) angewendet. Das Verzerrungsgitter des Österreichbeispiels wurde mit *MapAnalyst*²¹ erstellt.

Ein Verzerrungsgitter gibt einen intuitiv erfassbaren Überblick über die Genauigkeitsverteilung einer Altkarte. Abhängig davon, wie stark die Gitterstruktur verzerrt ist, lassen sich lokal begrenzte Teilgebiete der Karte mit hoher von geringer Genauigkeit unterscheiden. So weist der Ostteil des Österreichbeispiels keine Verzerrungen auf. Jedoch können ähnliche relative Lageeigenschaften von Punkten der Karte, die nicht in unmittelbarer Umgebung zueinander stehen, nicht erkannt werden. Aus diesem Grund werden die beiden Punktgruppen, jene der drei Städte jene der Landeshauptstädte, nicht differenziert. Die Stadt München wird mit Hilfe des Verzerrungsgitters nicht als Ausreißer erkannt. Beim Verzerrungsgitter ist es üblich nur die Ergebnisgrafik zu analysieren und nicht die Zwischenergebnisse der einzelnen Rechenschritte, weshalb eine genaue qualitative Analyse entfällt.

Abb.98: „Neukarte“ des Österreichbeispiels mit Verzerrungsgitter, erstellt mit *MapAnalyst* und einem Kartenausschnitt aus *OpenStreetMap* [2015] als Basiskarte



Aus Gründen der Anschaulichkeit und der guten rechnerischen Erfassbarkeit scheinen die Methoden des „direkten Geometrie-

²¹ *MapAnalyst*: Programm zur Untersuchung der Genauigkeit von Altkarten, Version 1.3.21, Copyright 2005-2010 by Bernhard Jenny and Adrian Weber, Institute of Cartography, ETH Zurich, Operating System: Windows 7 6.1, Java VM 1.6.0_31 (32bit) by Sun Microsystems Inc., download: <http://mapanalyst.cartography.ch/> (MapAnalyst [2010])

vergleichs“ (siehe Kapitel 3) für die Ermittlung von systematisch auftretenden Geometriefehlern in Altkarten geeignet zu sein. Hierbei wird die Geometrie der Altkarten direkt mit jener der Referenzkarten verglichen. Wobei sehr einfache bis komplexe geometrische Formen zur Beobachtung gewählt werden können. Die Geometrie von Altkarten kann somit beispielsweise als Sammlung von Punkten (Punktswolke), Strecken und Dreiecken betrachtet werden. Diese Methoden erlauben weiters die Verzerrungen von Altkarten qualitativ zu ermitteln.

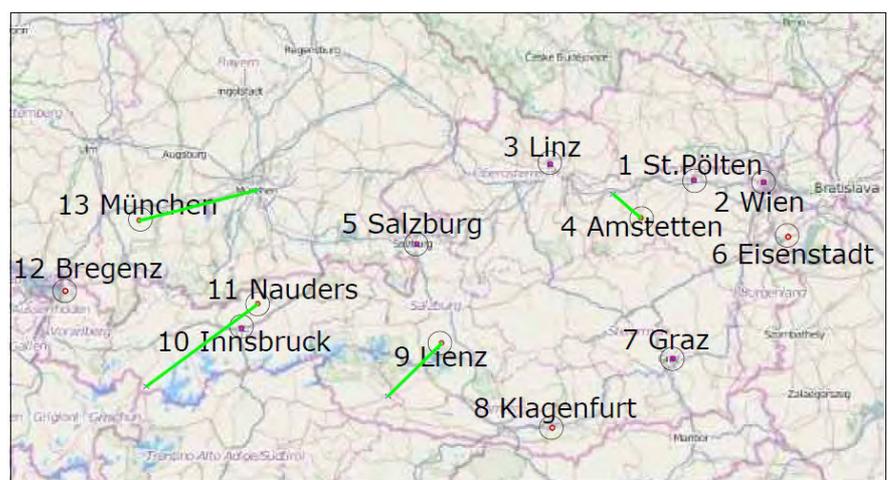
Betrachtung als Punktswolke

Bei der Betrachtung der Altkarte als Punktswolke (siehe Kapitel 3.1) und die Analyse der Ortslagefehler anhand der Verschiebungsvektoren erhält man bereits durch die graphische Darstellung dieses Vektorenfeld einen guten Überblick über die Fehlerverteilung. Wie bereits erwähnt können daraus bereits Ausreißer ermittelt werden und stark unterschiedliche Vektorfelder (lokal begrenzte ungefähr gleich lange, gleichgerichtete und gleichorientierte Vektoren oder lokal begrenzte radial orientierte Vektoren) lassen unterschiedliche Quellenkarten vermuten. *Beineke* spricht sich für die Entwicklung einer Methode aus, die automatisiert ähnliche Strukturen in den Restklaffungsvektoren erkennt. (*Beineke* [2001], S81)

Jedoch zeigt sich bereits beim Österreichbeispiel, dass die geometrischen Zusammenhänge der relativen Lagebeziehungen dreier Städte Nauders, Lienz und Amstetten zueinander durch die Fehlervektoren nicht aufgedeckt werden können (siehe Abb.99). Bei den Fehlervektoren handelt es sich nur um die Darstellung der Verschiebung der Punkte. Anhand der Fehlervektoren lassen sich somit komplexere Zusammenhänge, wie Teilbereiche der Altkarte mit unterschiedlichem Maßstab und/oder mit verschobener oder verdrehter Lage, nicht differenzieren.

Die Fehlervektoren von Nauders, Lienz, Amstetten und München sind ungefähr gleich lang, der Passpunkt der Stadt München ist damit nicht als Ausreißer zu differenzieren (siehe Abb.99).

Abb.99: „Neukarte“ des Österreichbeispiels mit Fehlervektoren und unterlegt mit einem Kartenausschnitt aus *OpenStreetMap* [2015] als Basiskarte



Betrachtung als Strecken

Die Analyse der Geometrie der Altkarte als eine Punktswolke liefert somit nicht das erhoffte Ergebnis. Die nächst höhere Stufe ist die Betrachtung der Altkarte als eine Vielzahl von Strecken. Im Prinzip beruhen die hiermit betrachteten Eigenschaften der einzelnen Strecken auf der *Helmert-Transformation*, genaue-

nommen auf den Parametern dieser Transformation. Bereits mehrere Methoden der Altkartenanalyse (siehe Kapitel 3) basieren auf der *Helmert-Transformation*.

Der Vergleich von homologen Strecken in Alt- und Neukarte wird anhand des Drehwinkels und des Maßstabsfaktors bereits in mehreren Methoden angewandt. Hierbei wird der Translationsvektor laut *Beineke* [2001, S13] aufgrund seiner geringen Anschaulichkeit bewusst ausgeklammert (siehe Kapitel 3.4.1). Dieser soll jedoch bei der zu entwickelnden Methode sehr wohl berücksichtigt werden, um so eine größere Informationsvielfalt einbeziehen zu können.

Basierend auf der *Helmert-Transformation* können jeder Strecke die Transformationsparameter als Eigenschaften zugeordnet werden. Die Transformation wird somit nicht als Rechenoperation herangezogen, um Punkte von einem Koordinatensystem in ein anderes zu transformieren, sondern um die Geometrie der zweier Karten anhand homologer Strecken zu vergleichen.

Betrachtung als Dreiecke

Die Betrachtung der Altkarte als eine Vielzahl von Dreiecken ist ebenfalls sehr spannend. Die Eigenschaften wonach diese Dreierpunktgruppen analysiert werden, sind frei wählbar (beispielsweise Umfang und Flächeninhalt der Dreiecke, siehe Kapitel 3.3). Insbesondere wäre hier interessant zwei unterschiedliche Maßstabsfaktoren (siehe Einleitung Kapitel 2), basierend auf der Affin-Transformation, zu unterscheiden.

Für die vorliegende Arbeit wird die Entwicklung der Methode auf die Betrachtung von Strecken beschränkt. Der Rechenaufwand hierbei ist, wenn auch hoch, geringer als bei der Betrachtung von Dreiecken. Es wird deshalb erwartet auf diesem Weg leichter gute Ergebnisse erzielen zu können. Somit wird im folgenden Kapitel die *Helmert-Transformation* im Detail vorgestellt.

4.2.1 Klassische Helmert-Transformation

Um die Bedeutung der einzelnen Parameter der *Helmert-Transformation* zu erklären, wird im Folgenden diese Transformation vorgestellt. Bei der klassischen *Helmert-Transformation* handelt es sich um eine zweidimensionale Transformation, die auch *konforme* oder *Ähnlichkeitstransformation* und in englischer Sprache: *euclidean transformation* genannt wird (*Beineke* [2001], S12; *Navratil* [2006], S136).

$$(4.1) \quad X = a + m \cdot \cos(\alpha) \cdot x - m \cdot \sin(\alpha) \cdot y$$

$$(4.2) \quad Y = b + m \cdot \sin(\alpha) \cdot x + m \cdot \cos(\alpha) \cdot y$$

Die klassische Helmert-Transformation (siehe Formeln 4.1 und 4.2, sowie in der Matrizendarstellung Formel 4.3) ist bereits durch zwei Punkte, somit eine Strecke, deren Positionen sowohl im Ausgangs- wie auch im Ziel-Koordinatensystem bekannt sind, genau bestimmt.

$$(4.3) \quad \begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} + m \cdot \begin{pmatrix} \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) \\ \sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

m

Maßstabsfaktor – Proportion der Strecke im Ausgangs-Koordinatensystem zur homologen Strecke im Ziel-Koordinatensystem, im Wertbereich < 1 entspricht der Verkleinerung, $= 1$ Strecke in beiden Koordinatensystemen besitzen gleiche Länge, > 1 entspricht einer Streckung

 α

Rotationswinkel – Drehung um den Koordinatenursprung, Darstellung des Winkels als Einheitsvektor in kartesischen Koordinaten besser (andernfalls Winkel 0° entspricht 360° , das führt zu falschen Ergebnissen bei der weiteren Untersuchung)

$$\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$

Translationsvektor – Verschiebung der Punkte um den Verschiebungsvektor, Verschiebung um Distanz „a“ entlang der x-Achse und um Distanz „b“ entlang der y-Achse

Polardarstellung dieses Vektors möglich, somit als Länge und Winkel zur positiven x-Achse

Wie die Abbildungen auf der Folgeseite zeigen, wird bei der Helmert-Transformation ein Punktfeld vom Ausgangs- in das Ziel-Koordinatensystem überführt. Dabei wird die Ausgangsstrecke (siehe Abb.100) im ersten Schritt gestaucht bzw. gedehnt, wodurch der Maßstab in beiden Koordinatensystemen übereinstimmt (siehe Abb.101). Abschließend wird die Strecke um den Translationsvektor verschoben, wodurch die Ausgangsstrecke in Deckung mit der Strecke im Ziel-Koordinatensystem kommt (siehe Abb.102 und 103).

4.2.2 Objektdefinition

Die Forschungsfrage an die zu entwickelnde Methode wird im Folgenden als die Suche nach Objekten konkretisiert. Ein Objekt, wie hiermit in dieser Arbeit definiert, besteht aus homologen Strecken, die beim Vergleich zwischen Alt- und Neukarte über gleiche oder ähnliche Charakteristika in der Geometrie verfügen.

Das Österreichbeispiel verfügt über zwei relevante Punktgruppen: jene der Landeshauptstädte und jene der drei anderen Städte. Die Verbindungsstrecken der drei Städte in der „Altkarte“ verfügen im Vergleich zur „Neukarte“ über den gleichen Maßstabsfaktor, den gleichen Rotationswinkel und den Translationsvektor. Ähnlich verhält es sich mit der Punktgruppe der Landeshauptstädte, deren Punktpositionen jedoch im „Altkartensystem“ und im „Neukartensystem“ ident sind.

Aufgrund dieser Eigenschaften werden jeweils diese beiden Punktgruppen mit ihren Verbindungslinien als jeweils ein Objekt definiert. In der folgenden Abbildung (siehe Abb.104) sind die Linien beider Objekte mit unterschiedlichen Linienfarben hervorgehoben. Alle restlichen Verbindungslinien sind in einem sehr hellen grau eingezeichnet, da diese nicht Teil eines Objekts sind. Die Stadt München ist somit als Ausreißer erkennbar, da keine der Strecken mit Endpunkt München in einem Objekt enthalten sind.

Weiters ergibt sich aus diesen Überlegungen, dass ein Objekt aus mindestens einem Dreieck bestehen und ein vollständiges Netz ergeben muss.

Abb.100 (rechts): die Strecke abgebildet links im Ausgangs-Koordinatensystem und rechts im Ziel-Koordinatensystem

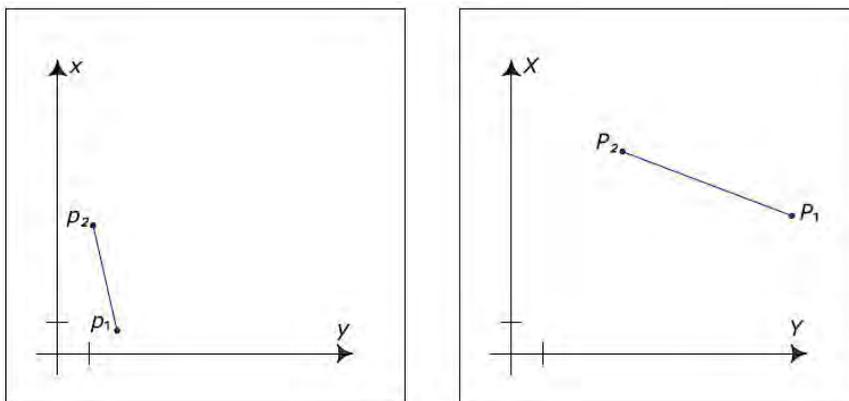


Abb.101 (rechts): die Strecke, angepasst an den Maßstab des Ziel-Koordinatensystems, abgebildet im Ausgangs-Koordinatensystem

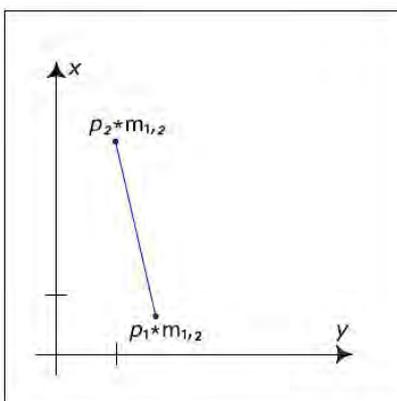


Abb.102 (rechts): die Strecke, angepasst an den Maßstab des Ziel-Koordinatensystems, abgebildet im Ausgangs-Koordinatensystem, relativ zum Ziel-Koordinatensystem gedreht, sodass die Strecken beider Systeme parallel verlaufen

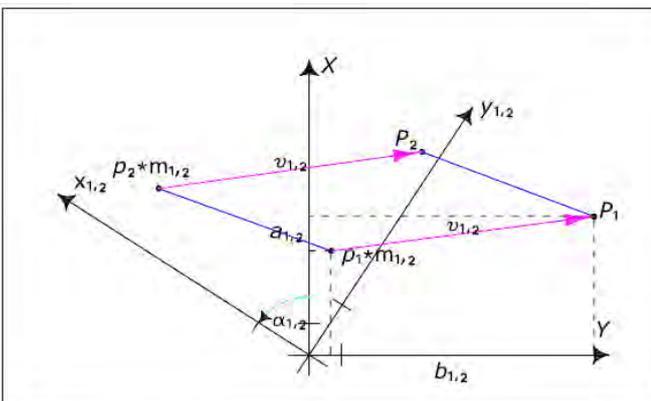
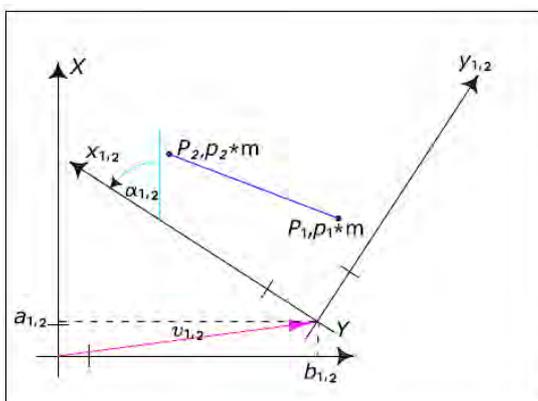


Abb.103 (rechts): Verschiebung der Strecke im Ausgangs-Koordinatensystem um den *Translationsvektor*, folglich deckt sich die Ausgangsstrecke mit der Strecke im Ziel-Koordinatensystem



Zur weiteren Verdeutlichung ist hier die Suche nach Objekten stark abstrahiert anhand einfacher geometrischer Figuren (siehe Abb.107) dargestellt. Das gleichseitige Dreieck in der linken Abbildung (siehe Abb.105) ist ein Objekt in dem Sinne, dass es so-

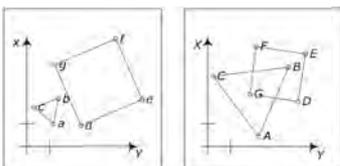


Abb.107 (oben):
Abb.105+106 mit
hervorgehobenen Quadraten
und gleichseitigen Dreiecken

Abb.104 (rechts): Darstellung
des Österreichbeispiels mit
den zwei relevanten
Punktgruppen, deren
Verbindungslinien farbig
hervorgehoben sind, unterlegt
mit einem Kartenausschnitt
aus *OpenStreetMap* [2015] als
Basiskarte

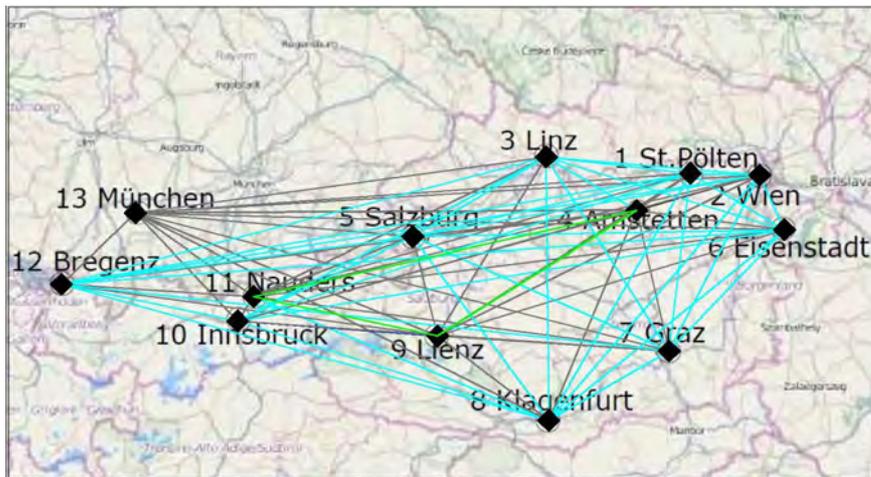


Abb.105 (links): im Ausgangs-
Koordinatensystem: ein
gleichseitiges Dreieck (a, b, c)
und ein Quadrat (d, e, f, g)

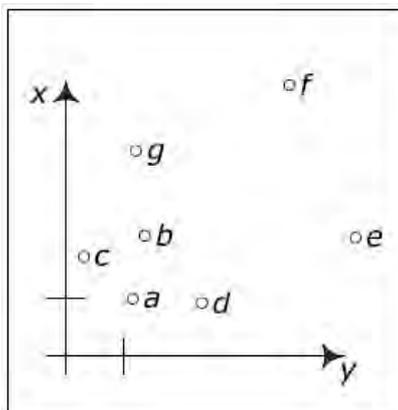


Abb.106 (rechts): im Ziel-
Koordinatensystem: ein
gleichseitiges Dreieck (A, B, C)
und ein Quadrat (D, E, F, G)

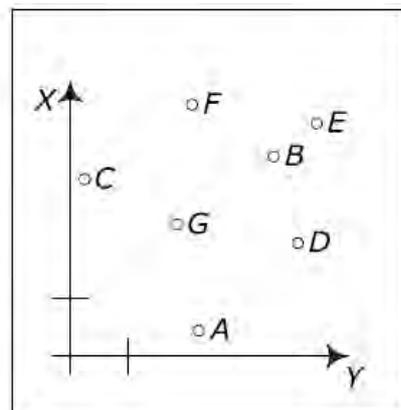
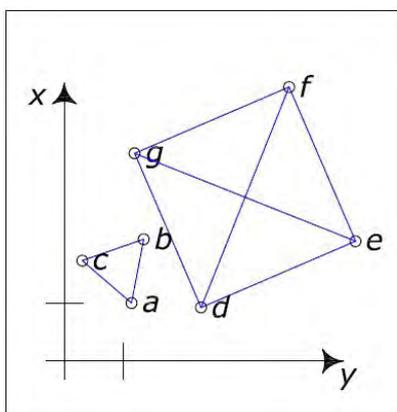


Abb.108 (rechts): im
Ausgangs-Koordinatensystem:
ein gleichseitiges Dreieck (a,
b, c) und ein Quadrat (d, e, f,
g)



4.2.3 Streckenauswahl

Die beobachteten Geometriefehler sollen nicht lokal gewichtet werden. In diesem Sinne müssen möglichst gleichmäßig über die Altkarten verteilte Strecken für die Methode gewählt werden. Somit kommt eine Reduzierung der beobachteten Strecken auf

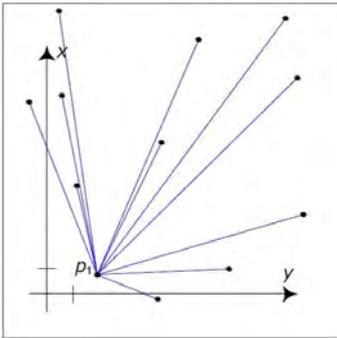


Abb.109 (oben): alle Strecken eines Passpunkts zu den übrigen Passpunkten

beispielsweise Polygone (siehe Kapitel 2.2.1) nicht in Frage. Für die zu entwickelnde Methode kann entweder die Strecken einer homogenen Netzstruktur oder die Summe aller möglichen Verbindungslinien der Passpunkte herangezogen werden.

Bei der Reduzierung der Streckenauswahl auf eine homogene Netzstruktur können jedoch nur lokal auftretende Geometriefehler erkannt werden. Weiters könnte kein Vergleich von mehreren Netzen unterschiedlicher Ordnung vorgenommen werden.

Somit werden alle möglichen Streckenverbindungen (siehe Abb. 109) bei der hier zu entwickelnden Methode für die Analyse herangezogen.

Die Berechnung der Streckenanzahl erfolgt mit der Gaußschen Summenformel (siehe Formel 4.4) wobei anhand der Anzahl der Passpunkte „n“ die Anzahl der Strecken „k“ ermittelt werden. Hierbei werden nur Strecken, im Gegensatz zu Vektoren, beobachtet. Somit spielt die Orientierung keine Rolle, und ob eine Strecke von Punkt 1 zu Punkt 2 führt oder umgekehrt ist unbedeutend und wird nicht unterschieden.

$$(4.4) \quad k = \frac{n^2 - n}{2}$$

4.2.4 Klassifizierung mittels multivariater Datenanalyse

Mit den bisherigen Überlegungen aus den vorangegangenen Kapiteln ist somit definiert, welche Strecken anhand welcher Eigenschaften untersucht werden. Im nächsten Schritt sollen diese Strecken in Gruppen zusammengefügt werden, wenn diese über gleiche oder ähnliche Charakteristika verfügen. Dieser Vorgang wird Klassifizierung genannt.

Bisher lag das Augenmerk auf den Objekten (im Sinne der Definition in Kapitel 4.2.2). Je nach der zu untersuchenden Altkarte ist eher zu erwarten, dass eine geringe Anzahl unterschiedlicher Objekte zu finden sind. Beispielsweise konnte *Nicolai* bei der Untersuchung der Portolankarte fünf Quellkarten, somit fünf Objekte, differenzieren (siehe Einleitung zu Kapitel 4). In diesen fünf Objekten sind jedoch bei weitem nicht alle Verbindungsstrecken der gesamten Altkarte enthalten. Ähnlich verhält es sich mit dem fiktiven Österreichbeispiel, in dem zwei unterschiedliche Objekte zu finden sind.

Jene Strecken, die keinem Objekt (im Sinne der Definition in Kapitel 4.2.2) zugeordnet werden können, werden als „Rauschen“ bezeichnet. Es ist zu erwarten, dass diese im Zuge der Klassifizierung auf viele kleine Gruppe aufgeteilt werden. Hierdurch sollten Ausreißer der Altkarte erkennbar sein, da alle Strecken, die zu ihnen führen, als Rauschen aufscheinen.

Die Aufgabenstellung der Klassifizierung wird klassischerweise von der Statistik gemeistert, der multivariaten Datenanalyse. Es sollen somit die vier Werte der Charakteristika einer Strecke (die vier Parameter der Helmert-Transformation, siehe Kapitel 4.2.1) gleichzeitig berücksichtigt, um die Strecke der richtigen Streckengruppe zuzuordnen. In der Statistik werden solche Gruppen als Cluster bezeichnet.

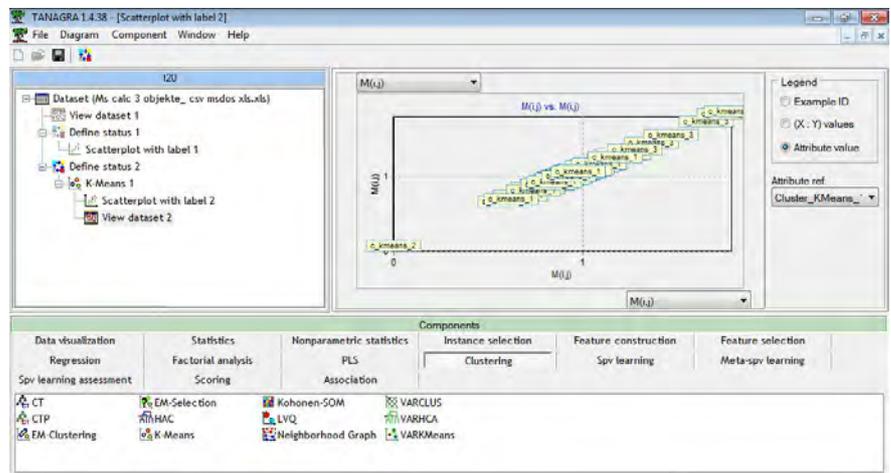
Statistische Untersuchungen können (theoretisch) auch differenzieren zwischen kompaktem Clustern (somit Objekt-Cluster) und nicht kompaktem Cluster (enthält nur Rauschen) unterscheiden. Es sollte jedoch möglich sein, diese nur anhand der darin befindlichen Strecken zu erkennen. Es wird erwartet, dass kompakte Cluster primär aus vollständigen Dreiecken besteht.

Es gibt sehr viele Klassifizierungsmethoden, die je nach der vorliegenden Datenstruktur die einzelnen zusammengehörigen Gruppen besser oder schlechter differenzieren kann. Um abschätzen zu können, welcher Algorithmus für die Analyse der Altkarten am besten geeignet ist, wurden Erstversuche (siehe Abb.110) mit dem Statistikprogramm *Tanagra*²² und *Weka*²³ durchgeführt. Die Ausgangsdaten für die statistische Berechnung wurden mit einem selbst erstellten *OpenOfficeDatsheet*²⁴ ermittelt.

Jedoch waren die Analysen mit dem *OpenOfficeDatsheet* aufwendig und die Ergebnisgrafiken waren schwierig zu erstellen, zu interpretieren und auf die Altkarte zu übertragen.

Um diese Probleme zu lösen standen drei unterschiedliche Mathematikprogramme zur Auswahl: *R*²⁵, *Matlab*²⁶ und *Scilab*²⁷. Die Wahl fiel schlussendlich auf das OpenSource Programm *Scilab*. Dieses Programm kann neben der statistischen Berechnung auch die Berechnung der geometrischen Charakteristik der einzelnen Strecken anhand der Alt-Neu-Koordinaten durchführen und macht eine kartenbezogene grafische Darstellung möglich.

Abb.110: Erstversuche mit dem Statistikprogramm Tanagra aus *Tanagra* [2004]; *Tanagra* [2005]



Klassifizierungsalgorithmus : c-means

Wie bereits betont, gibt es sehr viele Klassifizierungsalgorithmen. Welcher die besten Ergebnisse bei der Analyse für eine bestimmte Altkarte erzielt, müsste eigentlich für jeden Fall eigens geprüft werden. Aus diesem Grund sollte idealerweise bei der Klassifizierung der systematisch auftretenden Geometriefehler mehrere Algorithmen wahlweise probiert werden können.

22 Tanagra, ein freies Statistikprogramm
 23 Weka, ein freies Datenanalyseprogramm (Datamining) (*Weka* [2011])
 24 OpenOffice, ein freies Officepaket (*OpenOffice* [2015])
 25 R-Project, ein freies, mächtiges, programmierbares Statistikprogramm (*R-Project* [2011])
 26 Matlab, eine kommerzielle, programmierbare Softwareumgebung, auch für Statistik-Berechnungen geeignet (*Matlab* [2011])
 27 Scilab, eine freie, programmierbare Softwareumgebung, auch für Statistik-Berechnungen geeignet (*Scilab* [2013])

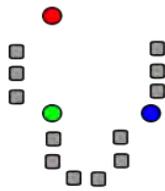


Abb.111 (oben): Skizze von k-means mit als Kreisen markierten Clusterzentren aus *Fuzzy C-Means - Wikipedia* [2014]

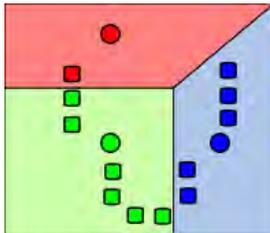


Abb.112 (oben): Skizze von k-means wobei die Datensätze jeweils einem Clusterzentrum zugeordnet sind aus *Fuzzy C-Means - Wikipedia* [2014]

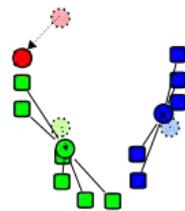


Abb.113 (oben): Skizze von k-means, die Lage der Clusterzentren werden verbessert aus *Fuzzy C-Means - Wikipedia* [2014]

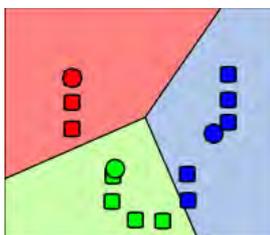


Abb.114 (links): Skizze von k-means, Darstellung des Ergebnisses aus *Fuzzy C-Means - Wikipedia* [2014]

4.3 Darstellung und Interpretation des Ergebnisses

Aufgrund des hohen Aufwands bei der Programmierung der einzelnen Algorithmen, muss im Rahmen dieser Arbeit das weitere Vorgehen jedoch auf eine einzelne statistische Klassifizierungsmethode beschränkt werden.

Die Wahl fiel hierbei auf den Klassifizierungsalgorithmus c-means, eine bereits sehr ausgereifte und weit verbreitete Standardmethode. Für das Mathematikprogramm *scilab* ist für diesen Algorithmus bereits ein gut entwickeltes Modul vorhanden. Weiters geht c-means nicht von einer Normalverteilung der Ausgangsdaten aus. Somit passt dieser Algorithmus gut zur Datenstruktur von Altkarten, die nicht normalverteilt sind.

Der Klassifizierungsalgorithmus c-means ist eine verbesserte Variante von k-means. Die Grundidee, wie sie im Folgenden kurz dargestellt wird, ist bei beiden Methoden ident, weshalb im Folgenden nur auf k-means eingegangen wird. (*Fuzzy C-Means - Wikipedia* [2014])

Bei der multivariaten Klassifizierung wird ein einzelner Datensatz als Punkt im „n“-dimensionalen Raum gedeutet, wobei „n“ die Anzahl der Charakteristika des Datensatzes bedeutet. Bei k-means muss zuerst die Anzahl der gesuchten Cluster festgelegt werden, deren Clusterzentren zufällig verteilt werden. In der Skizze (siehe Abb.111) sind diese Zentren als Kreise markiert. Im Anschluss werden jeweils die zu diesen Zentren naheliegenden (auch mehrdimensionale) Punkte zu Clustern zusammengefasst. (*Fuzzy C-Means - Wikipedia* [2014])

Diese Zuordnung muss im nächsten Schritt anhand der Summe aller (quadrierten) Abstände der Beobachtungen, in der Skizze als Quadrate markiert, zu deren Clusterzentren, überprüft (siehe Abb.112) werden, wodurch die einzelnen Datensätze gegebenenfalls in andere Cluster verschoben werden müssen. Die Lage der Clusterzentren werden verbessert (siehe Abb. 113). Auch diese Clusterverteilung wird erneut überprüft und optimiert. Dieses Vorgehen wird so oft wiederholt, bis die Summe aller (quadrierten) Abstände der Beobachtungen zu deren Clusterzentren minimiert sind und somit eine stabile Clusterverteilung erreicht wurde (siehe Abb.114). (*Fuzzy C-Means - Wikipedia* [2014])

Aufgrund der zufälligen Verteilung der Clusterzentren beim ersten Rechenschritt von k-means können die Endergebnisse von mehreren Durchläufen bei gleichen Ausgangsdaten variieren. (*Fuzzy C-Means - Wikipedia* [2014])

Wie Formel 4.4 in Kapitel 4.2.3 verdeutlicht, wird bei der hier zu entwickelnde Methode eine sehr hohe Streckenanzahl berücksichtigt, die abhängig von der Anzahl der zu beobachteten Passpunkte exponentiell ansteigt. Aus diesem Grund ist es notwendig eine besonders übersichtliche Ergebnisdarstellung zu wählen, um dieses auch benutzerfreundlich analysieren zu können.

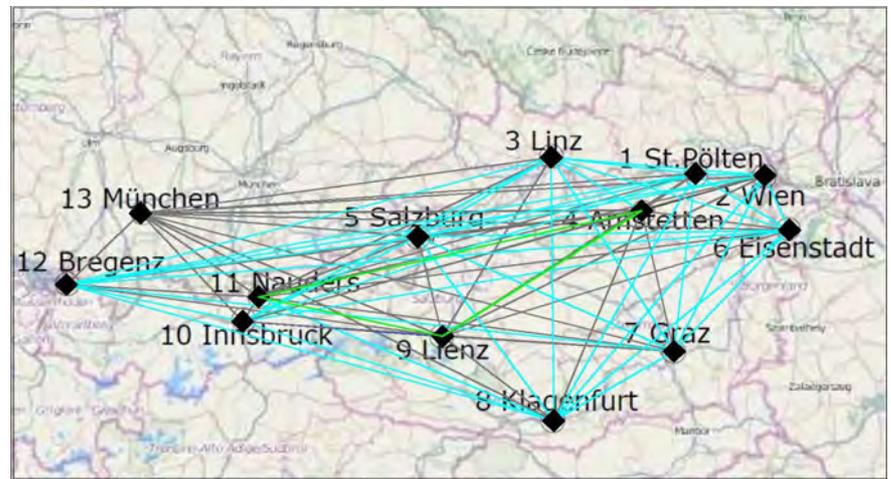


Abb.115 (oben): Ausschnitt aus Abb.116, Österreichbeispiel, die Ausreißerstadt München, zu ihr führen ausschließlich Linien, die dem Rauschen zugeordnet werden, unterlegt mit einem Kartenausschnitt aus *OpenStreetMap* [2015] als Basiskarte

Die Clusterzuordnung der einzelnen Strecken soll anhand von Farben und/oder Liniensignaturen im Altkartensystem dargestellt werden. Im Österreichbeispiel (siehe Abb.116) sind alle Verbindungslinien der Landeshauptstädte in cyan gehalten, wobei die Verbindungslinien der drei Städte in grün dargestellt sind. Diese beiden sind die wichtigen Objektcluster wogegen die Cluster mit Rauschen ohne weitere Differenzierung in einem grau gehalten sind. Natürlich soll die zu entwickelnde Methode auch dieses Rauschen in Cluster ordnen, die ebenfalls durch unterschiedliche Farben und/oder Liniensignaturen dargestellt werden. Es ist jedoch erst Aufgabe des Users die Differenzierung zwischen einem Objektcluster und einem Rauschen-Cluster vorzunehmen.

Die Ausreißerstadt München (siehe Abb.115) ist dadurch gekennzeichnet, dass nur Streckenverbindungen von Rauschen-Clustern zu diesem Punkt führen.

Abb.116 (rechts): Darstellung des Ergebnisses des Österreichbeiepiels in vereinfachter Form, nur die Objektcluster sind mit Farben (grün und cyan) markiert, unterlegt mit einem Kartenausschnitt aus *OpenStreetMap* [2015] als Basiskarte



Im Zuge der Ergebnisinterpretation müssen die einzelnen Cluster dahin untersucht werden, ob sie Objekte oder Rauschen enthalten. Wie bereits erwähnt, besteht ein Objekt aus mindestens drei Strecken, die ein Dreieck beschreiben. Alle weiteren Strecken müssen ein vollständiges Netz ergeben, somit von jedem Punkt dieses Netzes müssen Strecken zu allen anderen Punkten führen. Zumindest alle Strecken, die diese Kriterien nicht erfüllen, sind dem Rauschen zuzuschreiben.

Bei den fiktiven Beispielen sind die Eigenschaften der Objektstrecken völlig ident. Im Gegensatz dazu wären diese bei einer Altkarte in einem Streubereich. Aus diesem Grund muss hier damit gerechnet werden, dass sich vermehrt auch Strecken, die dem Rauschen zuzuordnen sind, in Objektclustern zu finden sind.

4.4 Umsetzung der Methode mit Scilab

In diesem Kapitel wird die Entwicklung des Programms zur **K**lassifizierung und **D**arstellung von systematisch auftretenden **F**ehlern in **A**ltkarten, im Folgenden „K DFA“ abgekürzt, behandelt. Wie bereits erwähnt, fiel die Wahl zur Umsetzung dieser Methode auf das OpenSource Mathematikprogramm *Scilab*²⁸. *Scilab* ist modulartig aufgebaut wodurch dem Grundprogramm, je nach Bedarf Zusatzmodule, genannt „Atoms“, implementiert

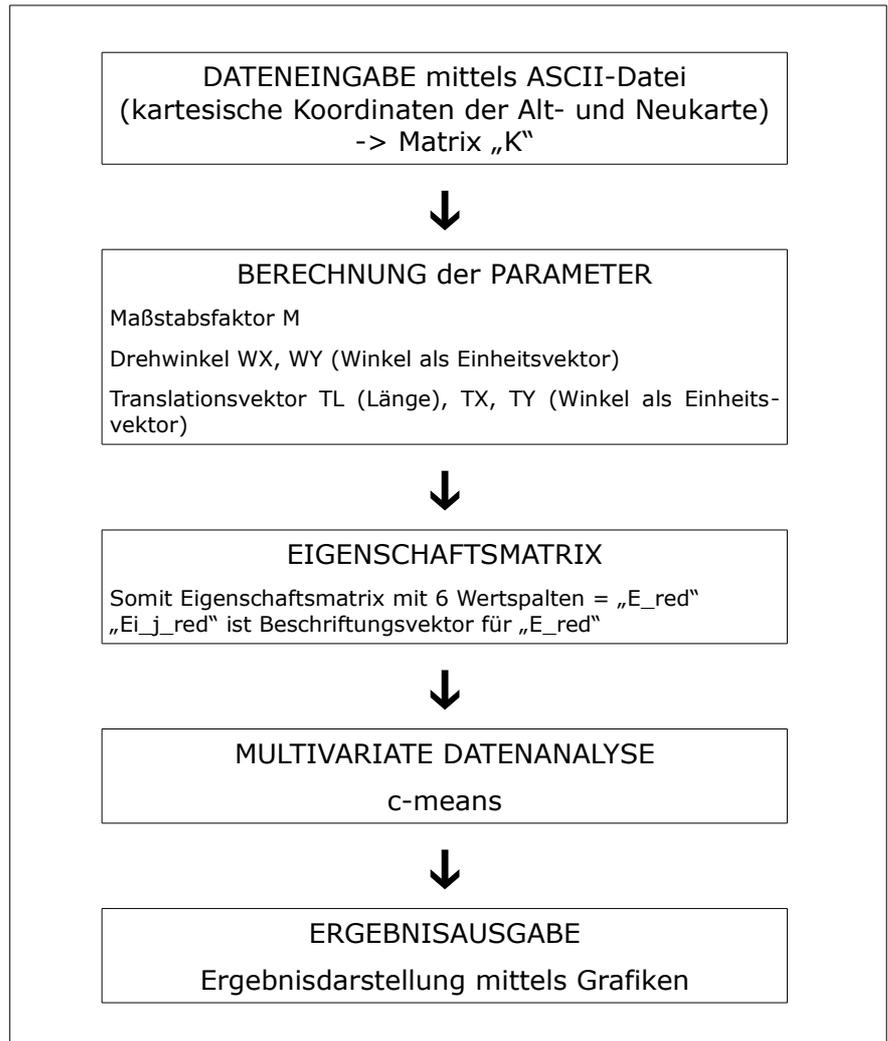
28 *Scilab*: Mathematikprogramm, Version 5.4.1, download: <http://www.scilab.org/> (*Scilab* [2013])

werden können. Für die Durchführung des Klassifizierungsalgorithmus c-means ist das Atom „clusterin“²⁹ notwendig.

Das Fließdiagramm (siehe Tab.1) zeigt schematisch den Aufbau des hier zu entwickelnden Programms „K DFA“, die Befehlszeilen des gesamten Programms findet sich im Anhang.

Von „K DFA“ wurde die Programmierung zur Berechnung der Parameter inklusive Erstellung der Ergebnismatrix von der Autorin durchgeführt. Die Einbindung der statistischen Methode wie auch die Programmierung der Ergebnisausgabe hat dankenswerterweise Frau Dr. Erna Schuhfried übernommen.

Tab.1 (rechts): Fließdiagramm mit schematischem Aufbau des Programms K DFA



4.4.1 Dateneingabe

Die Koordinaten der homologen Passpunkte, somit sowohl im Altkarten- als auch im Neukartensystem, müssen bereits als fertiger Datensatz als kartesisches Koordinaten vorliegen. Das Programm, zur Klassifizierung und Darstellung von systematisch auftretenden Geometriefehlern in Altkarten soll keine Anpassung unterschiedlicher Projektionen vornehmen und auch keine ausgleichenden Transformationen durchführen.

Ausreißer können auch mit dem vorliegenden Programm ermittelt und aussortiert werden. Jegliche Veränderung des Daten-

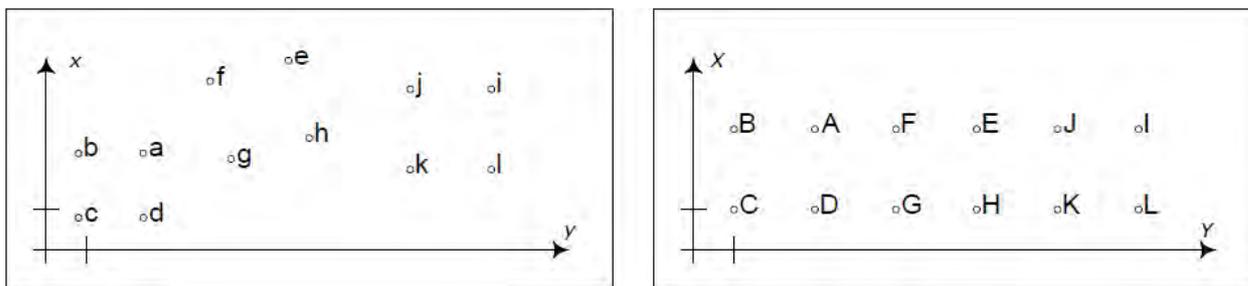
²⁹ Modulversion „clustering“, Version Cluster_3.1, download: <http://www.scilab.org/> (Scilab [2013])

satzes, wie die Eliminierung einzelner Passpunkte, nimmt Einfluss auf das Gesamtergebnis.

Die ASCII-Datei zur Dateneingabe muss so aufgebaut sein, dass eine Zeile aus jeweils einem homologen Punktpaar (der Alt- und Neukarte) besteht. Dieser Datensatz wird als Matrix „K“ in „K DFA“ zur weiteren Berechnung herangezogen.

Jede Zeile entspricht einem Punktpaar, in den ersten beiden Spalten befinden sich die kartesischen Koordinaten der x- und y-Achse der Altkarte, jene der Neukarte in den darauffolgenden beiden Spalten. Die erste Zeile entspricht dem ersten Passpunktpaar, die zweite dem zweiten etc.. Diese Nummerierung findet sich als Punktnummerierung des Anfangs- und Endpunkts der Ergebnismatrix der einzelnen homologen Strecken wieder.

Abb.117 (unten): Quadratbeispiel, links die „Altkarte“ und rechts die „Neukarte“



Datei	Bearbeiten	Format	Ansicht	?
12.00	12.00	15.00	15.00	
4.00	12.00	5.00	15.00	
4.00	4.00	5.00	5.00	
12.00	4.00	15.00	5.00	
29.9251	23.5475	35.00	15.00	
20.2658	20.9593	25.00	15.00	
22.8540	11.3001	25.00	5.00	
32.5133	13.8882	35.00	5.00	
55.00	20.00	55.00	15.00	
45.00	20.00	45.00	15.00	
45.00	10.00	45.00	5.00	
55.00	10.00	55.00	5.00	

Bei der Programmentwicklung dient eine sehr vereinfachte und abstrakte „Karte“ („Altkarte“ und „Referenzkarte“) zur Kontrolle der errechneten Zwischenwerte, diese wird im Folgenden kurz Quadratbeispiel genannt. Hierbei sind drei Quadrate in der „Neukarte“ dargestellt, deren Strecken parallel zu den Koordinatenachsen verlaufen. Im Vergleich hierzu sind diese drei Quadrate in der „Altkarte“ verkleinert, verdreht oder verschoben (siehe Abb.117).

Abb.118 (oben): Koordinaten des Quadratbeispiels in Form einer ASCII-Datei abgebildet, die als txt-Datei abgespeichert wurde. Hierbei entspricht eine Zeile jeweils einem Punktpaar in der Alt- und Neukarte (die Koordinaten sind in dieser Liste auf vier Kommastellen gerundet, gerechnet wurde jedoch mit 13 Stellen)

In der linken Abbildung (siehe Abb.118) ist der Datensatz des Quadratbeispiels in Form einer ASCII-Datei abgebildet, die als txt-Datei abgespeichert wurde. Hierbei bemerkt man, dass anstatt eines Kommas ein Punkt vor den Dezimalstellen verwendet werden muss, um von Scilab gelesen werden zu können.

Die drei Quadrate bestehen aus vier Punkten, somit besteht das Quadratbeispiel aus 12 homologen Passpunkten und die Matrix „K“ aus 12 Zeilen.

Abb.119 (rechts): Quadratbeispiel, die „Altkarte“

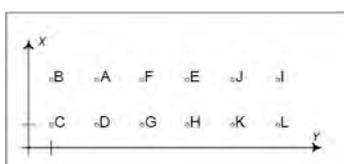
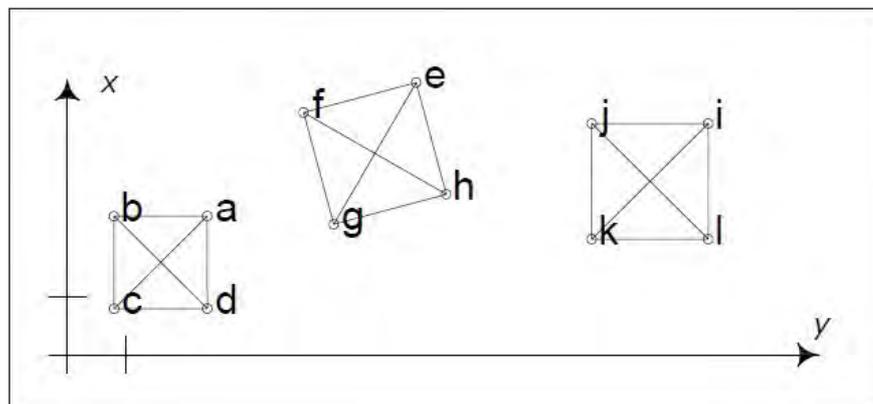


Abb.120 (oben): Quadratbeispiel, die „Neukarte“



W - Drehwinkel
 TW - Winkel des Translationsvektors relativ zur positiven X - Achse
 TL - Länge des Translationsvektors
 M - Maßstabsfaktor

Quadrat 1 (a,b,c,d): W = 0, TW = 0, TL = 0, M = 0,8

Quadrat 2 (e, f, g, h): W = 15, TW = 0, TL = 0, M = 1

Quadrat 3 (i, j, k, l): W = 0, TW = 90, TL = 5, M = 1

Maßstabsfaktor (M)

Der Maßstabsfaktor wird direkt aus dem Längenverhältnis der Strecke in der Neukarte zur jener in der Altkarte gewonnen. Diese Werte sind sicher positiv und liegen bei einer Verkleinerung der Strecke im Bereich größer als Null und kleiner als eins. Der Wert eins bedeutet, dass kein Größenunterschied der homologen Strecke in Alt- und Neukarte vorliegt.

Drehwinkel (WX, WY)

Zur Ermittlung des Drehwinkels im Gradmaß wird im ersten Schritt der positive Winkel der beiden Strecken (der Altkarte und der Neukarte) zur positiven x-Achse ermittelt. Der Drehwinkel ergibt sich aus der Differenz dieser beiden Werte. Der Winkel befindet sich im Wertebereich von 0° bis exklusive 360°.

Bei der Darstellung des Winkels im Gradmaß wird ein Winkel im Bereich um Null oder knapp darunter (beispielsweise 359°) nicht als ähnliche Werte erkannt. Aus diesem Grund werden die Winkel in Einheitsvektoren umgerechnet, somit $x = \cos(\text{Winkel})$ und $y = \sin(\text{Winkel})$.

Translationsvektor

Zur besseren Vorstellung wird für den Translationsvektor die Polardarstellung (Vektorlänge und -winkel) gewählt. Auch dieser Winkel wird, analog zu den Überlegungen bezüglich des Drehwinkels, in einen Einheitsvektor umgewandelt. Wahlweise wäre es hier möglich, den Translationsvektor in der Koordinatendarstellung zu belassen.

4.4.2 Parameterberechnung

Die Berechnung der Parameter direkt aus den Grundgleichungen der Helmert-Transformationsvorschrift war leider unrealistisch. Die Gleichungen sind nicht linear und die Lösungen hätten nur durch Näherungsverfahren gewonnen werden können. Aus diesem Grund wurde diese Berechnung basierend auf den geometrischen Zusammenhängen vorgenommen, die auch die bessere Nachvollziehbarkeit der einzelnen Zwischenergebnisse ermöglicht.

Die einzelnen Matrizen der Parameter liegen in quadratischer Form vor, wobei die Anzahl Spalten- und Zeilen der Anzahl der homologen Passpunkte der Matrix „K“ entspricht.

Im Quadratbeispiel sind in der „Neukarte“ (siehe Abb.120) drei Quadrate dargestellt, wovon deren Seiten jeweils parallel zu den Koordinatenachsen verlaufen. In der „Altkarte“ (siehe Abb.119) ist das erste Quadrat zu jenem in der „Neukarte“ auf 80% verkleinert. Das zweite wird um den Ursprung um 15° gedreht (reine Drehung). Das dritte Quadrat wird nur entlang eines Vektors parallel zur Y-Achse leicht verschoben.

4.4.3 Eigenschaftsmatrix

Das Ergebnis dieser Berechnung wird als Matrix dargestellt, jede Zeile enthält die Eigenschaften einer Strecke. In den sechs Spalten befinden sich jeweils die Werte des Maßstabsfaktors, des Drehwinkels als Einheitsvektor und des Translationsvektors in

Polarform (Vektorlänge und Vektorwinkel ebenfalls als Einheitsvektor).

Bei Berechnung werden Strecken im Gegensatz zu Vektoren betrachtet, die Orientierung ist somit nicht von Belang. Jedoch werden bei der Berechnung der Eigenschaftsmatrix aufgrund der Matrizendarstellung beide Orientierungsmöglichkeiten einer Strecke berechnet. Diese Matrix muss somit auf die für die weitere Berechnung relevanten Ergebnisse reduziert werden und diese Eigenschaftsmatrix wird im Programm als „E_red“ bezeichnet.

Die Eigenschaftsmatrix „E_red“ lässt sich in der Console von *Scilab* direkt abrufen, ebenfalls der Beschriftungsvektor „Ei_j_red“ von „E_red“.

4.4.4 Multivariate Datenanalyse

Wie bereits in Kapitel 4.2.4 angekündigt, wird c-means als Klassifizierungsmethode herangezogen. Hierbei musste die Maximalclusteranzahl begrenzt werden. C-means ist von seinem Ansatz her eher für eine geringere Anzahl von Clustern geeignet, die weitere Reduzierung gab jedoch *scilab* vor, da es bei einer Erhöhung der Clusteranzahl zu Fehlermeldungen kommt.

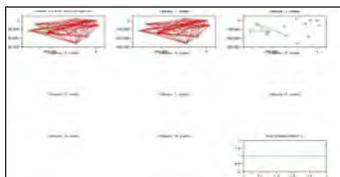
Jede Wertspalte der Eigenschaftsmatrix wirkt sich gleichwertig auf die Klassifizierung der einzelnen Strecken aus. Die Winkel sind jedoch überpräsentiert, da durch die o.g. Überlegungen pro Winkel zwei Wertspalten notwendig sind. Daher wird bei der Klassifizierung der Winkel stärker berücksichtigt als die anderen Eigenschaften. Im Programm wird die Klassifizierung automatisch durchgeführt, ohne Möglichkeit der Beeinflussung durch den User.

4.4.5 Ausgabe des Ergebnisses

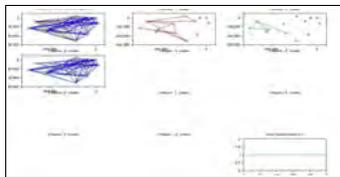
Das Programm „K DFA“ berechnet das Ergebnis für zwei bis zehn Cluster, die im Altkartensystem in unterschiedlichen Fenstern abgebildet werden (siehe Abb.121 und Abb.122). Hierbei werden in jedem Fenster zuerst alle Strecken mit unterschiedlichen Farben, abhängig von ihrer Clusterzuordnung, dargestellt. Die weiteren Abbildungen zeigen zur besseren Übersicht jeweils nur einen Cluster mit den darin befindlichen Strecken (siehe Abb.121 und Abb.122).

Weiters enthält die Ausgabe des Programms „K DFA“ eine Übersicht der Qualität der jeweiligen Cluster anhand der Darstellung der Quantifizierung des Clusterfehlers und des Davis-Bouldin-Indexes (siehe Abb.124). Diese beiden Werte geben der Qualität der Clusterverteilung, in dem sie untersuchen wie kompakt die einzelnen Cluster sind und ob diese einander überlappen. Wenn diese beide Indizes eher gering sind, ist die Qualität der Clusterverteilung gut. (*Liu* [2010], S912)

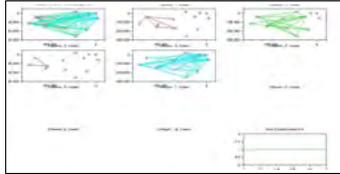
Die Ausgabe des Ergebnisses beinhaltet auch eine Abbildung der Verbesserungsvektoren (siehe Abb.123).



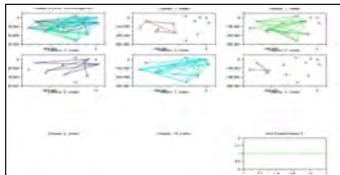
2 Cluster



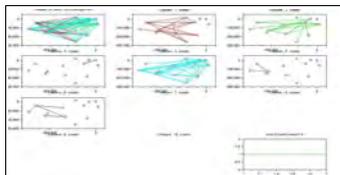
3 Cluster



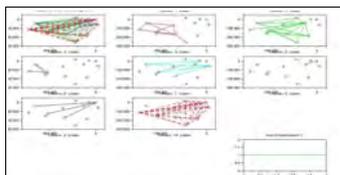
4 Cluster



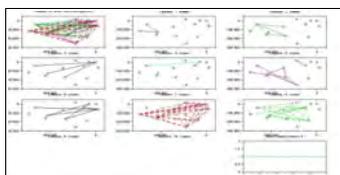
5 Cluster



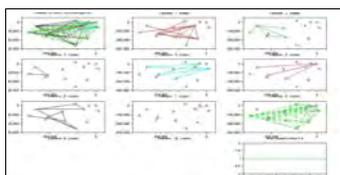
6 Cluster



7 Cluster



8 Cluster



9 Cluster

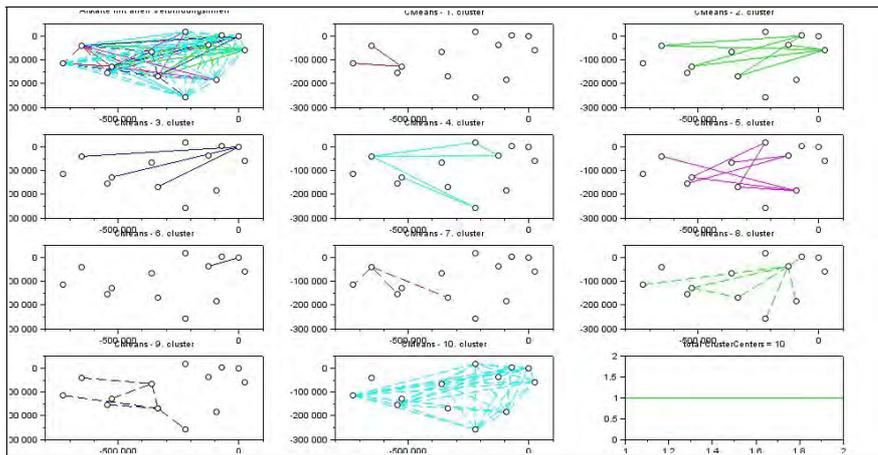


Abb.122 (oben): Ausgabe des Ergebnisses des Österreichbeispiels, zehn Cluster

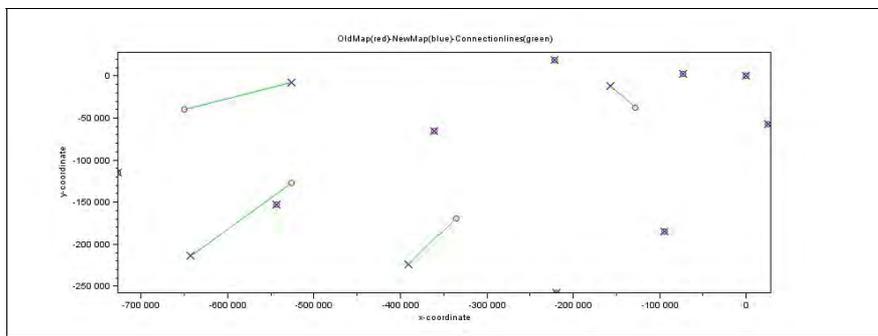


Abb.123 (oben): Ergebnis des Österreichbeispiels, Verbesserungsvektoren

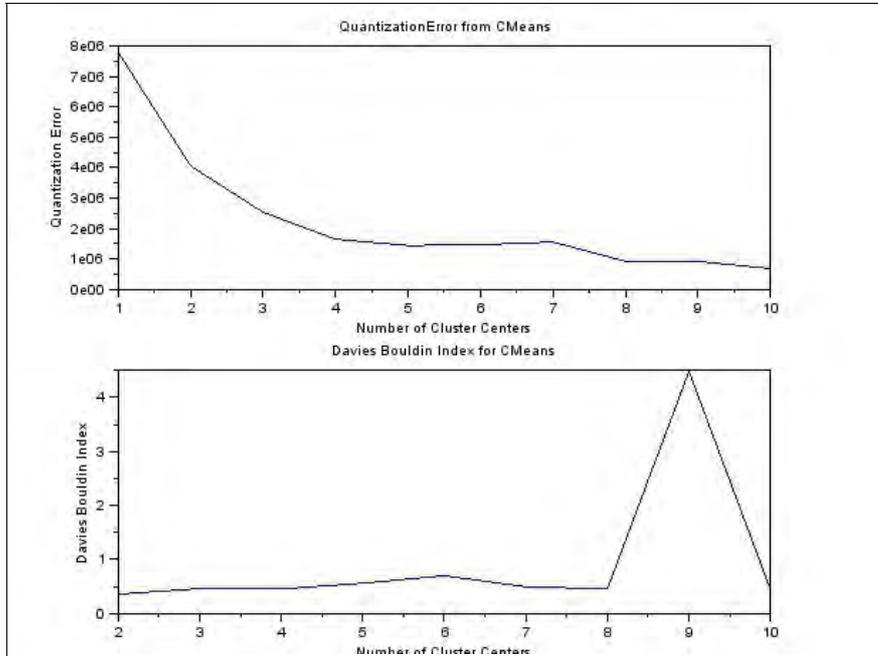


Abb.124 (oben): Ausgabe des Ergebnisses des Österreichbeispiels, Quantifizierung des Clusterfehlers und der Davis-Bouldin-Index

Abb.121 (links-oben): acht Abbildungen, Ausgabe des Ergebnisses des Österreichbeispiels bei einer Gesamtclusteranzahl von zwei bis neun Clustern, bei neun Cluster werden nur acht angezeigt (der fehlende ist ein leerer Cluster)

4.5 Diskussion der Ergebnisse

Abb.125 (unten): Ergebnis des Quadratbeispiels bei einer Gesamtclusteranzahl von zehn Clustern, so wie von „KDFA“ ausgegeben

An dieser Stelle sollen nur die Ergebnisse der beiden Testbeispiele (des Quadratbeispiels und des Österreichbeispiels) diskutiert werden. Wie bereits erwähnt verfügen diese Beispiele über ideale Datenstrukturen, somit ohne die bei Altkarten üblichen Streubereiche der Parameter. In den Kapiteln 5 und 6 werden zwei Altkarten vorgestellt und mit dem Programm „KDFA“ analysiert. Hierbei steht im Vordergrund die neue Methode zu testen und Weiterentwicklungsmöglichkeiten auszuloten.

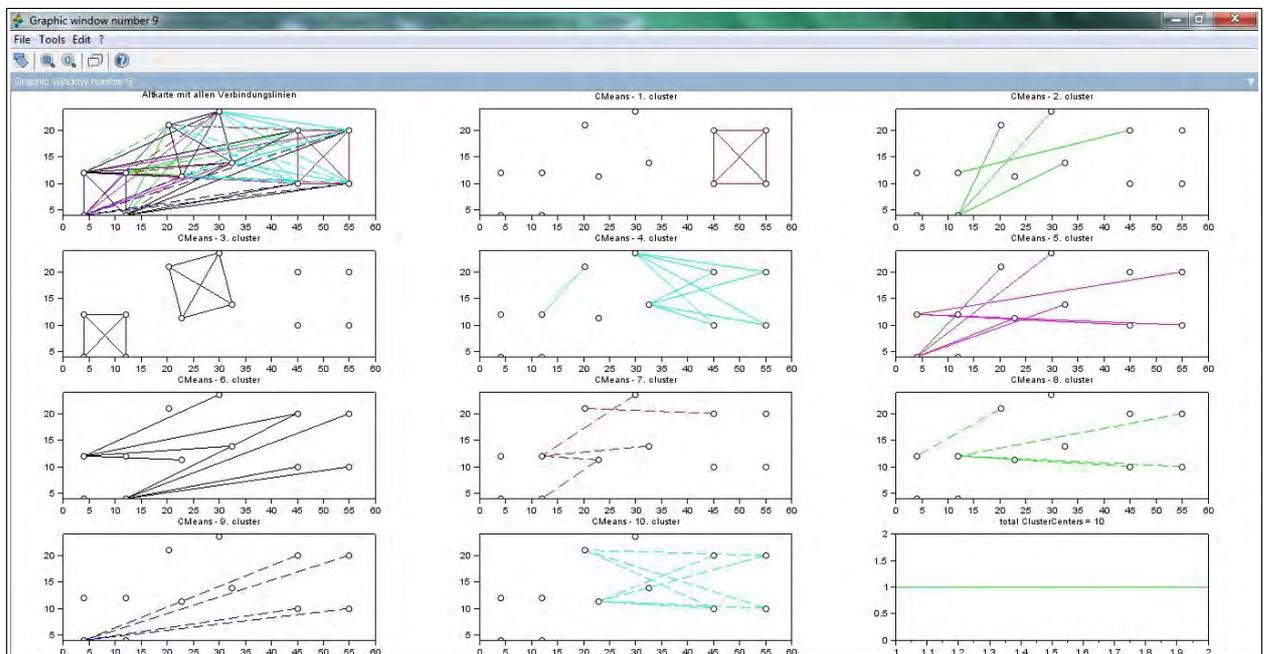
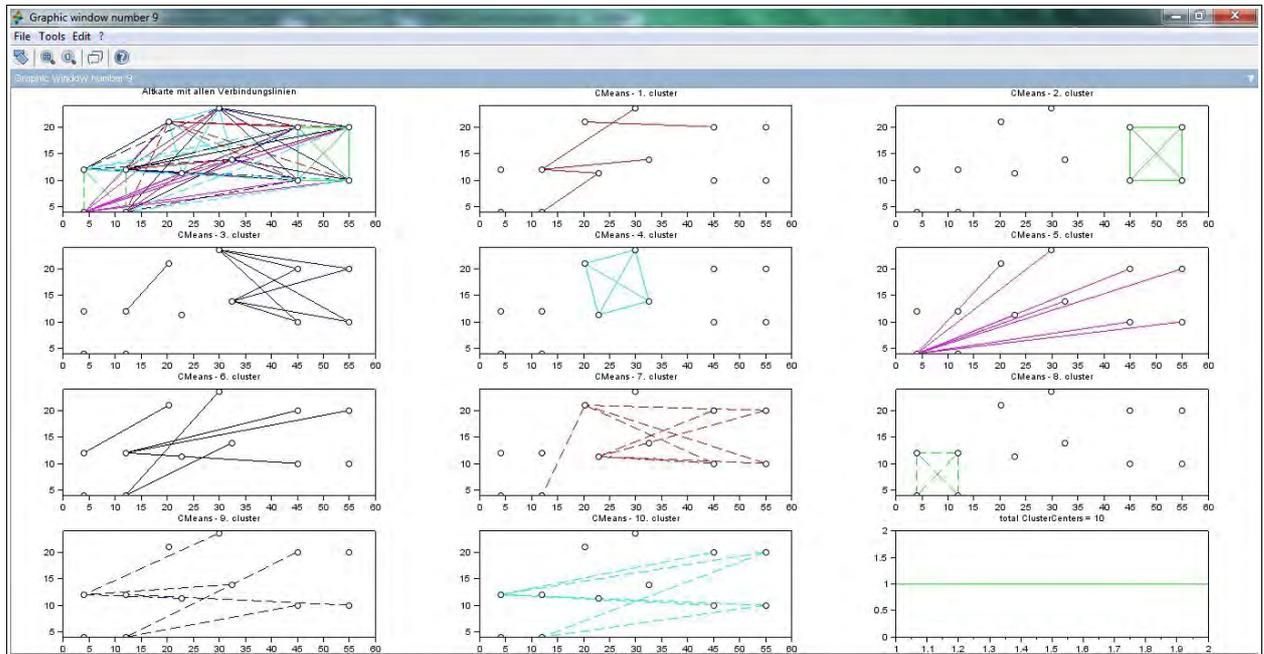


Abb.126 (oben): Alternativergebnis (von einem anderen Durchlauf des Programms) des Quadratbeispiels bei einer Gesamtclusteranzahl von zehn Clustern, so wie von „KDFA“ ausgegeben

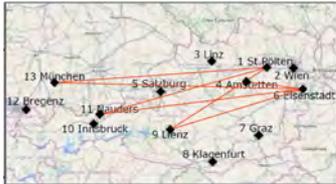
Im Gegensatz zu echten Altkarten sind diese beiden Beispiele fiktiver Natur und basieren auf idealisierten Werten. So verfügen die Strecken der Objekte jeweils über genau die gleichen Eigenschaften. Aus diesem Grund ist bei diesen Beispielen sehr „hartes Clustern“ notwendig, somit sollen nur jene Strecken, deren Eigenschaften sich in einem sehr geringen Streubere...

reich befinden, zu einem Cluster zusammengefasst werden.

Für „hartes Clustern“ sind relativ zur Streckenanzahl eine hohe Clusteranzahl notwendig. Es ist jedoch fraglich, ob dies bei der Analyse von Altkarten tatsächlich zielführend ist. Da im Unterschied zu den vorliegenden fiktiven Beispielen bei Altkarten ein Streubereich der Eigenschaften sehr wahrscheinlich ist, auch wenn diese Strecken zu einem einzigen Objekt gehören. Bei zu „hartem Clustern“ könnten diese Strecken nicht als zu einem Objekt gehörig erkannt werden.



Cluster Nr. 1



Cluster Nr. 2



Cluster Nr. 3



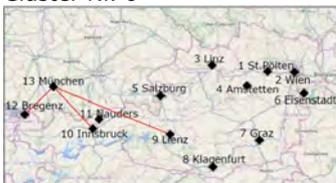
Cluster Nr. 4



Cluster Nr. 5



Cluster Nr. 6



Cluster Nr. 7



Cluster Nr. 8

Das Quadratbeispiel diente bei der Programmierung von „K DFA“ zur Kontrolle von Zwischenschritten. Aus diesem Grund unterscheiden sich die Quadrate der Altkarte von jenen der Neukarte jeweils nur im Maßstab, in der Rotation oder im Translationsvektor. Das Programm „K DFA“ kann bei der Analyse dieses Beispiels, bei einer Gesamtclusteranzahl von zehn, die einzelnen Quadrate als Objekte erkennen und ordnet diese folglich in jeweils einen separaten Cluster (siehe Abb.125). Die Objektcluster sind sehr kompakte Cluster da die darin befindlichen Strecken über idente Geometriefehler verfügen. Die übrigen Cluster enthalten nur Rauschen, da die darin befindlichen Strecken keine Dreiecke bilden. Die Rauschen-Cluster sind weniger kompakt als die Objektcluster da die darin befindlichen Strecken unterschiedliche Geometriefehler aufweisen.

Das Programm „K DFA“ bestimmt und klassifiziert somit die systematisch auftretenden Geometriefehler des Quadratbeispiels korrekt und beantwortet die Forschungsfrage in perfekter Weise. Die Clusteraufteilungen von zwei bis zehn Cluster dieses Durchlaufs sind im Anhang dieser Arbeit enthalten. Die Ergebnismatrix ist ebenfalls vollständig im Anhang zu finden, hier sind die Eigenschaften der Linien der drei Quadrate hervorgehoben.

Bei unterschiedlichen Durchläufen des Quadratbeispiels treten jedoch Alternativergebnisse auf. Beispielsweise werden zwei Objekte in einem Cluster klassifiziert (siehe Abb.126). Es stellt sich somit die Frage, ob die Limitierung des Programms „K DFA“ auf die Ergebnisausgabe von maximal zehn Clustern zu gering gewählt ist.

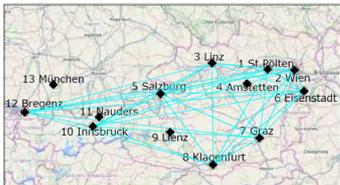
Bereits in Kapitel 4.4.5 wurde das Ergebnis des Österreichbeispiels in der Form, wie es das Programm „K DFA“ ausgibt, vorgestellt. Bei dem Ergebnis mit neun Clustern (siehe Abb.121) werden vom Programm jedoch nur acht ausgegeben, da einer dieser Cluster keine Daten enthält, also leer ist. Der Davis-Bouldin-Index zeigt aus diesem Grund bei Cluster neun einen Peek (siehe Abb.124).

Sowohl die Quantifizierung des Clusterfehlers und der Davis-Bouldin-Index erkennen beim Ergebnis mit zehn Clustern den geringsten Fehlerbereich, weshalb im Folgenden diese Clusteraufteilung näher untersucht wird. Hierbei werden die einzelnen Abbildungen mit der Karte des Österreichbeispiels unterlegt (siehe Abb.127 und Abb.128).

Zur leichteren Nachvollziehbarkeit sind die Cluster von eins bis zehn durchnummeriert (siehe Abb.128) und werden im ersten



Cluster Nr. 9



Cluster Nr. 10

Abb.128 (oben): Ergebnis des Österreichbeispiels mit zehn Clustern, Darstellung aller zehn Cluster, unterlegt mit einem Kartenausschnitt aus *OpenStreetMap* [2015] als Basiskarte

Schritt dahingehend untersucht, ob es sich hierbei um Objektcluster oder nur um Rauschen handelt. Die Cluster eins bis drei, fünf bis sieben und neun beinhalten offensichtlich nur Rauschen, da sich darin keine Strecken befinden, die vollständige Dreiecke beschreiben. Die Cluster mit den Nummern vier, acht und zehn müssen somit näher betrachtet werden, um zu differenzieren, ob diese reine Objektcluster oder doch teilweise dem Rauschen zuzuschreiben sind.

Der zehnte Cluster (siehe Abb.129) ist der Hauptcluster, er enthält den Großteil der Strecken. Diese sind alle Verbindungslinien der Landeshauptstädte. Somit ist ein vollständiges Netz in diesem Cluster enthalten und wirkt somit wie ein sehr kompakter Cluster. Keine der Strecken dieses Clusters haben als Endpunkt die Städte: München, Nauders, Lienz oder Amstetten und die übrigen Städte werden mit einem vollständigen Netz verbunden. Weiters sind die Geometriefehler, der in diesem Cluster befindlichen Strecken, völlig ident. Dieser Cluster entspricht somit perfekt dem erwarteten Ergebnis, dem Objektcluster der Landeshauptstädte, wie in Kapitel 4.3 beschrieben.

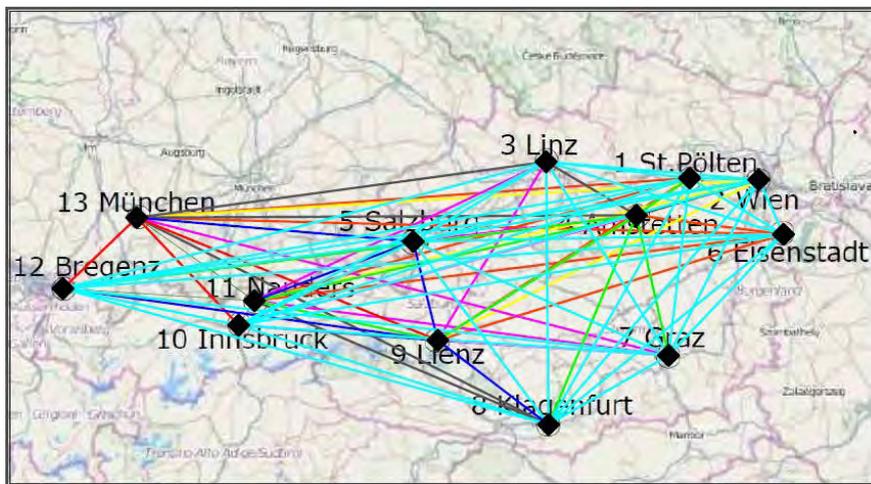


Abb.127 (oben): Ergebnis des Österreichbeispiels mit zehn Clustern, Darstellung aller Strecken mit unterschiedlichen Farben nach Clusterzuordnung, unterlegt mit einem Kartenausschnitt aus *OpenStreetMap* [2015] als Basiskarte

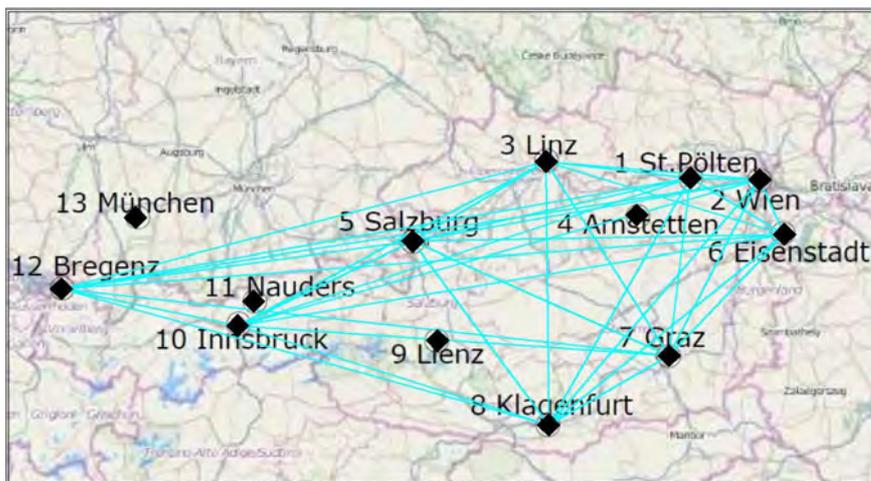


Abb.129 (oben): Ergebnis des Österreichbeispiels mit zehn Clustern, Darstellung des zehnten Clusters, unterlegt mit einem Kartenausschnitt aus *OpenStreetMap* [2015] als Basiskarte

Der Cluster Nummer acht (siehe Abb.130) ist kein reiner Objektcluster. Mehrere einzelne Strecken und nur ein Dreieck sind darin enthalten. Die Eckpunkte des Dreiecks sind die Städte Nauders, Lienz und Amstetten. Somit ist das Objekt die drei-Städtegruppe neben anderen Einzelstrecken in diesem Cluster enthalten. Die Geometriefehler der einzelnen Strecken dieses Objekts sind ebenfalls ident. Durch Aussortieren der Einzelstrecken wird der Cluster erheblich kompakter. Um im Zuge der Analyse mit „K DFA“ einen reinen Objektcluster zu erhalten hätte dieser weitere aufgeclustert werden müssen, das aufgrund der eher gering angesetzten Maximalclusteranzahl („K DFA“ kann maximal zehn Cluster unterscheiden) jedoch unterblieb.

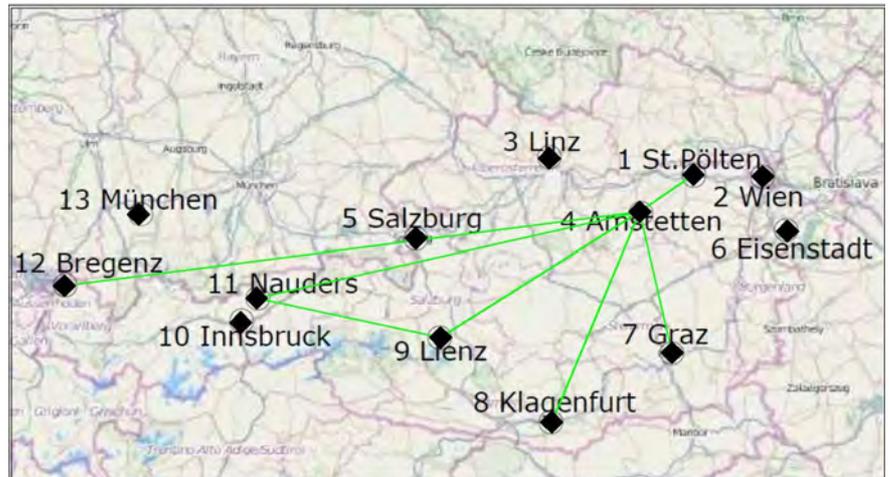


Abb.130 (oben): Ergebnis des Österreichbeispiels mit zehn Clustern, Darstellung des achten Clusters, unterlegt mit einem Kartenausschnitt aus *OpenStreetMap* [2015] als Basiskarte

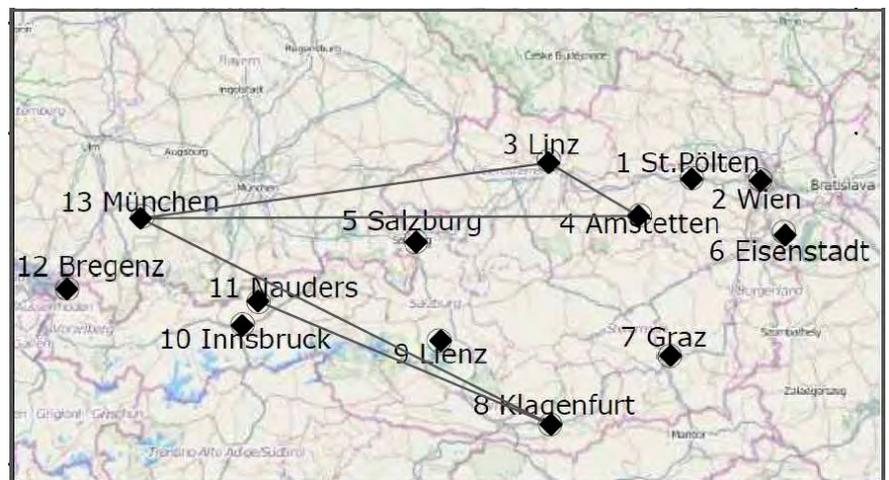


Abb.131 (rechts): Ergebnis des Österreichbeispiels mit zehn Clustern, Darstellung des vierten Clusters, unterlegt mit einem Kartenausschnitt aus *OpenStreetMap* [2015] als Basiskarte

Auch im Cluster Nummer vier (siehe Abb.131) sind einzelne Strecken und ein Dreieck enthalten. Es ist somit möglich, dass dieses Dreieck ebenfalls ein Objekt ergibt. Die Endpunkte dieses Dreiecks sind die Städte München, Lienz und Amstetten. Die Geometriefehler der drei Strecken des Dreiecks sind jedoch, im Vergleich zu den Objektclustern, relativ weit gestreut. Aus diesem Grund wird der Cluster Nummer vier zur Gänze als

Rauschen-Cluster eingestuft. Bei einer höheren Gesamtclusteranzahl würden die Strecken dieses Clusters weiter aufgeclustert werden und wären somit auf den ersten Blick dem Rauschen zuzuschreiben.

Abschließend soll überprüft werden, welche Passpunkte als Ausreißer zu werten sind. Wie bereits in Kapitel 4.2.2 erklärt, sind solche Punkte Ausreißer, die nur von solchen Strecken Endpunkte sind, die dem Rauschen zuzuordnen sind. Durch die vorangegangenen Analysen sind die beiden Objekte, das der Landeshauptstädte und das der drei-Städtegruppe, differenziert. Somit sind alle Objekte des Österreichbeispiels erkannt. Nur eine Stadt ist kein Endpunkt eines Objekts, München. Somit wurde München von „K DFA“ als Ausreißer erkannt.

5 ANWENDUNGSBEISPIEL: „Karte der Brentagruppe“

Als erstes Anwendungsbeispiel wird im Folgenden die „Karte der Brentagruppe“ (Aegerter (1) [1908], siehe Abb.132, Ausschnitt Abb.133) gewählt. Diese Karte repräsentiert Karten mit höherwertiger Genauigkeit, zu denen auch beispielsweise die Portolane gerechnet werden können. Somit wird im Folgenden am Anwendungsbeispiel der Brenta-Karte getestet, inwieweit das Programm KDFA in der Lage ist, diese Kartengruppe zu analysieren.

Abb.132: „Karte der Brentagruppe“, 1:25.000, 53cm x 85cm, in 3 Farben, 1. Auflage 1908, aus ZVAB.com: *Karte der Brentagruppe* [2015], verkleinert



ANWENDUNGSBEISPIEL: „Karte der Brentagruppe“

Die Brenta-Karte ist ein beeindruckender Vertreter der Hochgebirgskartographie und zeigt das Brentamassiv nordwestlich von Trient (Italien). (Neugebauer in Neugebauer et al. [1987], S7ff; Neugebauer [1993], S17)

Diese Karte gehört in die Blütezeit der klassischen Periode der Alpenvereinskartographie von 1900 bis 1936. Die kartographische Höchstleistung, insbesondere die naturnahe genetische Felszeichnung, war für den Lehrstuhl für Kartographie und Topographie der Universität der Bundeswehr München das Hauptargument diese alte Karte fortzuführen und sie so der breiten Bevölkerung zugänglich zu machen. Die Ergebnisse dieser Nachforschungen und Analysen wurden in einer Aufsatzsammlung, der „Brenta-Monographie“³⁰, präsentiert. Die Ergebnisse von D. Beineke werden hier in dieser Arbeit ausschnittsweise präsentiert und die Ergebnisse sollen mit dem Programm „K DFA“ zu Testzwecken nachvollzogen werden. (Neugebauer in Neugebauer et al. [1987], S7ff; Neugebauer [1993], S17)

In der folgenden Übersicht (siehe Tab.2) sind alle Ausgaben dieser Alpenvereinskarte, inklusive deren begleitenden Veröffentlichungen, aufgelistet.

Abb.133: Ausschnitt 10,7cm x 7,9cm aus „Karte der Brentagruppe“, 1:25.000, 53cm x 85cm, in 7 Farben, 5. Auflage 2005, aus *Alpenverein* [2012], Originalgröße



5.1 Entwicklung der Karte ab 1908

Die „Karte der Brentagruppe“ (im Maßstab 1:25.000) des Deutschen und Österreichischen Alpenvereins (DÖAV), veröffentlicht 1908, wurde von *Leo Aegerter* (Topograph und Kartenzeichner) und *Hans Rohn* (Steingraveur) erstellt. (Neugebauer in Neugebauer et al. [1987], S7ff)

Die Herstellung der Karte erfolgte mittels Druck von Gravursteinen. Damit waren die Anzahl der Farben begrenzt. Stark vereinfacht zusammengefasst wurde die Farbe schwarz für die Felszeichnung und die Beschriftung, braun für die Höhenlinien im Vegetationsgelände und blau für die Darstellung von Gletschern und Gewässern verwendet. (Neugebauer in Neugebauer et al.

³⁰ G. Neugebauer, D. Beineke, H.C. Berann, W. de Concini, G. Hell, D. Germ, H. Immel, U. Kleim, K. Ringle: „Brenta-Monographie, Grundlagenforschung auf dem Gebiet der Hochgebirgskartographie“, Schriftenreihe, Studiengang Vermessungswesen, Universität der Bundeswehr München, Neubiberg, August 1987, herausgegeben von G. Neugebauer

[1987], S17)

Dreißig Jahre nach der Originalkarte erschien im Jahr 1938 eine begrenzte Neuauflage (2. Ausgabe). Im selben Jahr berichtet der verantwortliche Kartograph *K. Finsterwalder*, Innsbruck, dem Deutschen Alpenverein, dass hierbei eine deutliche Verbesserung des Wegenetzes erzielt werden konnte. (*Neugebauer in Neugebauer et al. [1987], S7ff*)

Der Lehrstuhl für Kartographie und Topographie der Universität der Bundeswehr München hat diese Karte in den Jahren 1982 bis 1987 nach unterschiedlichen Gesichtspunkten (geometrische und topographische Genauigkeitsuntersuchung; kartographische, geomorphologische, geologische und namenskundliche Untersuchungen; etc.) analysiert. Weiteres Ziel des Instituts war die Fortführung der „Karte der Brentagruppe“, die 1993 in Form einer Forschungskarte in den „Kartographischen Nachrichten“³¹ veröffentlicht wurde. Diese Karte basiert auf der 3. Ausgabe der Alpenvereinskarte, die fünf Jahre zuvor herausgegeben wurde und bereits auf den Verbesserungen des Lehrstuhls beruht. (*Neugebauer in Neugebauer et al. [1987], S10f*)

Folglich sind Aktualisierungen betreffend des Wegenetzes, dem Vegetationsverlauf und der Ausdehnung der Gletschergebiete eingearbeitet worden. Weiters mussten stellenweise Korrekturen in der Felsdarstellung vorgenommen werden. (*Neugebauer in Neugebauer et al. [1987], S10f*)

Seit diesen weitgreifenden Verbesserungen der Brenta-Karte durch den Lehrstuhl für Kartographie und Topographie der Universität der Bundeswehr München wurde diese Karte immer wieder aktualisiert und an die modernen Anforderungen angepasst (siehe Tab.2). Die Sonderausgabe aus dem Jahr 2010 anlässlich 100 Jahre Alpenvereinskarte enthält die Gletscherstände der Erstausgabe (aus dem Jahr 1908).

Tab.2: Ausgaben der „Alpenvereinskarte Brentagruppe“ und begleitende Veröffentlichungen aus *Öster. Alpenverein Brenta [2012]*; *Karte Brenta [2015]*; *Brentagruppe – Amazon [2015]*

<p>1. Ausgabe 1908 Herausgeber: Deutscher und Österreichischer Alpenverein Meßtischaufnahme unter Verwendung der Triangulation des k.u. k. Militärgeographischen Instituts Wien und topographische Reinzeichnung: L. Aegerter Kartographische Originalherstellung (Steingravur): H. Rohn, Wien Seetiefenlotung: J. Damian, Trient Auflage: 75.000 Exemplare</p> <p>„Begleitwort zur Karte der Brentagruppe“, L. Aegerter, Zeitschrift des Deutschen und Österreichischen Alpenvereins, Band XXXIX, S80-91, 1908</p>
<p>2. Ausgabe 1938 Herausgeber: Deutscher und Österreichischer Alpenverein Einzelne Nachträge: K. Finsterwalder, Innsbruck</p> <p>„Brenta-Monographie, Grundlagenforschung auf dem Gebiet der Hochgebirgskartographie“, G. Neugebauer, D. Beineke, H.C. Berann, W. de Concini, G. Hell, D. Germ, H. Immel, U. Kleim, K. Ringle, Schriftenreihe, Studiengang Vermessungswesen, Universität der Bundeswehr München, Neubiberg, August 1987, herausgegeben von G. Neugebauer</p>
<p>3. Ausgabe 1988 Herausgeber: Deutscher Alpenverein, München</p>

31 „Die Hochgebirgskarte der Brentagruppe 1:25.000 als Forschungskarte (Beispiel einer naturähnlichen Kartengestaltung)“, G. Neugebauer, Kartographische Nachrichten, Heft 1, S16-20, 1993
Beilage: Forschungskarte im Maßstab 1:25.000, wissenschaftliche Ausgabe 1991, erstellt auf Grundlage der 3. Ausgabe der von 1988

ANWENDUNGSBEISPIEL: „Karte der Brentagruppe“

Bearbeitung: Lehrstuhl für Kartographie und Topographie der Universität der Bundeswehr München (UniBwM)
Planung und Leitung: Prof. Dr. G. Neugebauer
Topographische Geländeerkundung: Lehrstuhl für Kartographie und Topographie UniBwM
Stereophotogrammetrische Auswertung: H. D. Beineke und R. Neuhaus, Institut für Photogrammetrie und Kartographie, UniBwM
Reproduktionstechnische Arbeiten: A. Wollner, U. Kleim, Lehrstuhl für Kartographie und Topographie, UniBwM und Bayer, LVA München
Kartographische Originalherstellung: U. Kleim, Lehrstuhl für Kartographie und Topographie UniBwM
Geländeschattierung bei NW – Beleuchtung: H. D. Beineke, UniBwM
Numerierung der Alpenvereins-Wanderwege und Namenskontrolle: A. Valcano-Ver, Commissione Sentieri S.A.T., Trient
(Die Numerierung entspricht dem 1986 neu erstellten „Catasto Sentieri“ der Società deli Alpinisti Tridentini/ S.A.T./ Nach Angaben der S.A.T. Ist sie bis auf geringe Ausnahmen im Gelände nachvollzogen.)

„Die Hochgebirgskarte der Brentagruppe 1:25.000 als Forschungskarte (Beispiel einer naturähnlichen Kartengestaltung)“, G. Neugebauer, Kartographische Nachrichten, Heft 1, S16-20, 1993
Beilage: Forschungskarte im Maßstab 1:25.000, wissenschaftliche Ausgabe 1991, erstellt auf Grundlage der 3. Ausgabe von 1988

4. Ausgabe 1996
Kartographische Überarbeitung
Geländebegehung: H. D. Beineke und U. Kleim, Lehrstuhl für Kartographie und Topographie der Universität der Bundeswehr München
Kartographie: J. Fischer, München
Italienische Zeichenerklärung nach der wissenschaftlichen Ausgabe der Brenta-Karte von 1991, mit freundlicher Genehmigung des Herausgebers Prof. Dr. G. Neugebauer

5. Ausgabe 2005
Kartographische Überarbeitung
Geländebegehung: E. Hessenberger, M. Kasper, Innsbruck
Kartographie: J. Fischer
Georeferenzierung: H. D. Beineke, Professur für Kartographie und Topographie der Universität der Bundeswehr München
„Geländebegehung mit Erhebung einzelner Wege, beziehungsweise Wegänderungen. UTM-Gitter wurde aufgedruckt“

Ausgabe erschienen 2010
Ausschnitt der Originalkarte im Maßstab 1:15.000
Sonderausgabe anlässlich 100 Jahre Alpenvereinskarte mit Gletscherständen der Erstausgabe
Vergrößerter und bearbeiteter Ausschnitt aus der Alpenvereinskarte 51 Brentagruppe – Gruppo di Brenta (5. Ausgabe 2005), veröffentlicht mit freundlicher Genehmigung des Deutschen und des Österreichischen Alpenvereinskarte
Hergestellt am Institut für Kartographie der TU Dresden, herausgegeben im Nelles Verlag

6. Ausgabe 2011
Ausgabe mit Wegmarkierungen im Maßstab 1:25.000

5.2 Quellen der Karte

L. Aegerter arbeitete ab dem Jahr 1905 an seiner Karte der Brentagruppe wofür ihm folgende Kartenquellen (siehe Abb.134) zur Verfügung standen (*Beineke u. Neugebauer in Neugebauer et al. [1987], S35 u. S64*):

- 1) *Ergebnisse der 3. Österreichischen Landesaufnahme (Franzisco-Josephinische Landaufnahme), durchgeführt vom „k. und k. Militärgeographisches Institut in Wien“ (MGI), 1869-1887 (1886 das Gebiet der Brenta), diente zur Herstellung der neuen Specialkarte (siehe Abb.36) von Österreich-Ungarn, 1:75.000 (Beineke u. Neugebauer in Neugebauer et al. [1987], S35 u. S73)*
- 2) *Reambulierung der 3. Österreichischen Landesaufnahme*

me des MGI im Gebiet der Brenta von 1905 bis 1908 (Neugebauer in Neugebauer et al. [1987], S64)

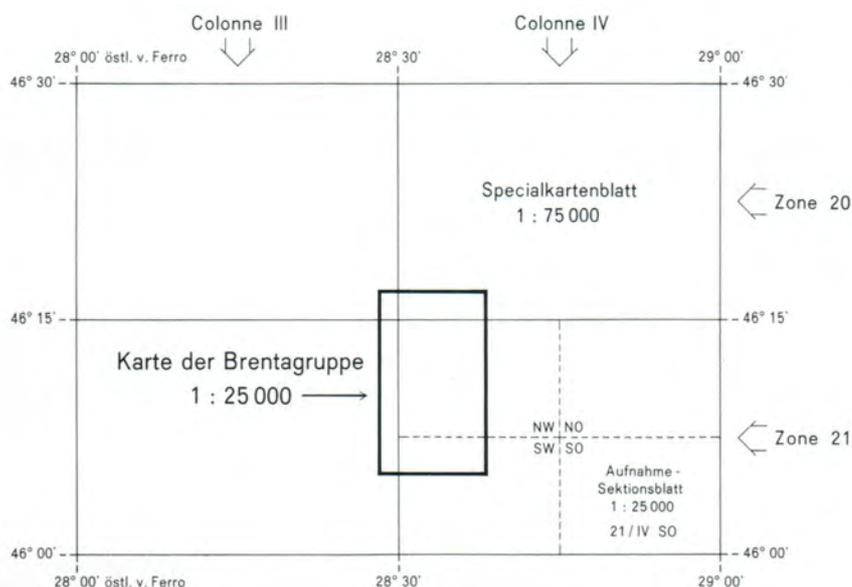
3) 4. Landesaufnahme, oder Präzisionsaufnahme (auf Aufnahmesektionsblätter im Maßstab 1:25.000); ab 1896 (ab 1915 wegen Erstem Weltkrieg unterbrochen). Die für das Gebiet der Brentagruppe betreffenden Feldarbeiten und Berechnungen entstehen 1902-1905 unter der Leitung des k. und k. Obersten Dr. Robert von Sterneck (Gebiet der Brenta erstreckt sich auf sechs Aufnahmesektionsblätter, Großteils auf dem Blatt: Zone 21, Colonne IV, NW; siehe Abb.36). (Beineke in Neugebauer et al. [1987], S37f)

Weitere Quellen:

Weiters wurden vom MGI Folgendes zur Verfügung gestellt: „183 terrestrisch-photogrammetrische Aufnahmen aus der Brentagruppe mit bezeichneten Paßpunkten, deren Lage und Höhe im Maßstab 1:25 000 aus den Konstruktionsblättern auf 4 Oleaten (Deckblätter, Pausleinwände) vom MGI übertragen wurden, [...]“. (Beineke in Neugebauer et al. [1987], S38)

Es sind sicher nicht alle Kartenquellen bekannt, die von L. Aegerter für seine Karte verwendet wurden. So ist ein Teilgebiet (im Gebiet Lago delle Malghette im NW, Val Meledrio im NO, Campo Carlo Magno, Madonna di Campiglio bis Monte Sabbione) in einer seiner Aufnahmeoriginale noch im Anfangsstadium der Aufnahme, das deutet auf eine Fremdquelle hin, die im Zuge der Brenta-Monographie nicht eruiert werden konnte. (Neugebauer in Neugebauer et al. [1987], S73)

Abb.134: Lage der Brenta-Karte relativ zu den Blättern der 3. und 4. Österreichischen Landesaufnahme, aus Beineke in Neugebauer et al. [1987, S36]



5.3 Historische Originalunterlagen

Für die Analyse standen dem Institut für Kartographie und Topographie der Universität der Bundeswehr München verschiedene Originalunterlagen von Leo Aegerter zur Verfügung. So sind die Originalaufnahmeblätter erhalten, die aus 0,7 mm starkem Zeichenkarton bestehen. Diese führte Aegerter bei seinen Vermessungen mit sich und waren somit unterschiedlichen klimatischen Bedingungen ausgesetzt, wodurch die Maßhaltigkeit

dieses Trägermaterials nicht gegeben ist und zu den relativ hohen Passpunktungenauigkeit beitragen. (*Beineke in Neugebauer et al.* [1987], S46ff)

Für die meisten Genauigkeitsuntersuchungen wurde ein damals ca. 50 Jahre altes Druckexemplar der Brenta-Karte herangezogen. Da das Kartenträgermaterial Stein über praktisch keine alters- und klimabedingten Verzerrungen verfügt, wäre es für das Institut wünschenswert gewesen, die Genauigkeitsuntersuchungen der Brenta-Karte auf den Originalgravursteinen durchführen zu können. Jedoch standen anfangs nur der Blau- und der Braundruck für die Untersuchungen zur Verfügung. Erst Anfang des Jahres 1986 konnte der dritte und wichtigste Originalstein für den Schwarzdruck der Brenta-Karte bei einem privaten Sammler aufgefunden werden. Zu diesem Zeitpunkt waren die Analysen und Arbeiten zur Fortführung der Brenta-Karte durch den Lehrstuhl für Kartographie und Topographie der Universität der Bundeswehr München fast abgeschlossen. Somit war aus zeitlichen und finanziellen Gründen statt des Papierexemplars die Druckplatten heranzuziehen nicht mehr möglich. Anstatt der Gravursteine wurde somit primär das Druckexemplar herangezogen. (*Beineke u. Neugebauer in Neugebauer et al.* [1987], S11 und 48ff)

5.4 Genauigkeitsuntersuchungen

Die Genauigkeitsuntersuchung der Brenta-Karte in der Brenta-Monographie in den 80er Jahren erfolgte basierend auf intensiver Archivsuche, einer Geländebegehung, eigenen Vermessungen und anderen Quellen. Die Lage- und Darstellungsgenauigkeit wurde punktweise, linienweise und flächenweise analysiert. Im Folgenden sollen wichtige Teile der Analyse der punktuellen Lagegenauigkeit, wie von *Beineke* durchgeführt, vorgestellt und anschließend mit dem neuen Programm „K DFA“ nachvollzogen werden. Hierbei steht im Mittelpunkt das Programm „K DFA“ zu testen und Möglichkeiten zur Weiterentwicklung auszuloten. (*Beineke in Neugebauer et al.* [1987], S55f)

5.4.1 Netz der Hauptpunkte

Das Trigonometrische Festpunktfeld wird von *L. Aegerter* als „Netz der Hauptpunkte“ bezeichnet, das er für seine Arbeit an der Brenta-Karte basierend auf den oben genannten Quellen, wie auch auf eigenen Vermessungen erstellte. Dieses Triangulationsnetz (siehe Abb.135) wurde 1908 erstmals in „Begleitwort zur Karte der Brenta-Gruppe“³² veröffentlicht. (*Aegerter* (2) [1908], S41; *Beineke in Neugebauer et al.* [1987], S40ff)

Zu Anfang der Arbeiten an der Brenta-Karte standen *L. Aegerter* nur die Ergebnisse der 3. Landesaufnahme zur Verfügung, die Präzisionsaufnahme fand ungefähr zeitgleich statt. *Aegerter* kritisierte jedoch bei einigen die schlechte Wahl der Aufstellungsorte der amtlichen Festpunkte, weshalb er für seine Hauptpunkte eigene Standorte in Nähe dieser suchte. Im Zuge der 4. Landesaufnahme wurden einige Punkte des trigonometrischen Festpunktfelds durch neue ersetzt, die in der Nähe des alten Standorts gesetzt wurden. (*Beineke in Neugebauer et al.* [1987], S40ff)

Im direkten Vergleich des Festpunktfelds nach *L. Aegerter* mit

32 *L. Aegerter*: „Begleitwort zur Karte der Brenta-Gruppe“, Zeitschrift des Deutschen und Österreichischen Alpenvereins, Band XXXIX, S80-91, 1908

5. Das von Aegerter dargestellte Triangulationsnetz, von ihm „Netz der Hauptpunkte“ genannt, entspricht nicht der Klassifizierung des MGI, das streng zwischen Hauptpunkten (Netz 1. Ordnung) und Nebenknoten (Netz 2. und 3. Ordnung) unterscheidet. Im Gebiet der Brentakarte fallen von den über 40 Festpunkten nur 6 in das amtliche MGI-Netz der Hauptpunkte 1. Ordnung (Pietra Grande (Bem.: PunktNr. 10), Monte Gallino (Bem.: PunktNr. 10), Sabbione (Bem.: PunktNr. 23), Cima di Ghes (Bem.: PunktNr. 32) und Monte Brugnot (Bem.: PunktNr. 40)).

6. Die Nomenklatur der Festpunkte ist zwischen Aegerter und dem MGI nicht immer einheitlich gewählt.“ (aus Beineke in Neugebauer et al. [1987], S40f)

Passpunkte aus dem Netz der Hauptpunkte

Die Hauptpunkte von L. Aegerter wurden für die Genauigkeitsanalyse von Beineke von 1 bis 42 nummeriert (siehe Abb.136) und ergeben hiermit ein Netz, das sich über die gesamte Brenta-Karte zieht. Einige im Triangulationsnetz von Aegerter angegebene Punkte befinden sich jedoch außerhalb des Kartenfelds der Brenta-Karte und wurden somit bei der Lagegenauigkeitsanalyse nicht miteinbezogen. (Beineke in Neugebauer et al. [1987], 42ff)

Erfassung der Passpunktkoordinaten der Hauptpunkte in der Altkarte

Für die Erfassung des Netzes der Hauptpunkte als ebene kartesische Tisch-Koordinaten (im Maßstab 1:25.000 und in mm-Angaben) wurde damals ein digitalisiertes „Film-Diapositiv des Scanner-Schwarzauszuges eines ca. 50 Jahre (Bem.: damals im Jahre 1987) alten und gefalteten Druckexemplars der „Brentakarte““ (Beineke in Neugebauer et al. [1987], S42) herangezogen. Beineke arbeitete damals sehr sorgfältig beim Digitalisierungsvorgang und bei den Punkteinmessungen, um die Genauigkeitsuntersuchungen möglichst genau nach der Originalkarte vornehmen zu können. (Beineke in Neugebauer et al. [1987], S42ff)

Erfassung der Referenzkoordinaten der Passpunkte der Hauptpunkte in der Neukarte

Das Netz der Hauptpunkte konnte Beineke in den Ergebnissen des MGI eindeutig zuordnen und so die Referenzpunkte als ellipsoidisch-geographischen Koordinaten zur Genauigkeitsuntersuchung heranziehen. Diese Koordinaten müssen in ebene rechtwinklige Koordinaten transformiert werden. Welche Projektion von L. Aegerter für die Brenta-Karte gewählt wurde ist jedoch nicht bekannt. Durch Beineke´s Untersuchungen im Wiener Kriegsarchiv konnte die Projektionsvorschrift, die für die Aufnahmesektionsblätter im Maßstab 1:25.000 herangezogen wurde, ermittelt werden. Es ist sehr wahrscheinlich, dass auch L. Aegerter für seine Karte die Koordinaten auf die selbe Weise umrechnete. (Beineke in Neugebauer et al. [1987], 42ff)

Beineke beschreibt diese Transformationsvorschrift wie folgt: „Ausgehend von der Blattmitte als Nullpunkt eines ebenen rechtwinkligen Koordinatensystems, wurden zunächst die geographischen Koordinatendifferenzen $\Delta\lambda$ “ und $\Delta\phi$ “ bezüglich des Nullpunktes berechnet und mit den Einheitsbogenlängen (1“) für die Ordinaten beziehungsweise Abszissen multipliziert. Die logarithmischen berechneten Y/X-Koordinaten konnten anschließend direkt kartiert werden. Die Einheitsbogenlängen, die sich

auf die geographischen Koordinaten des Blattmittelpunktes bezogen und für den Maßstab 1:25 000 beziehungsweise 1:12500 berechnet waren, wurden für das jeweilige Aufnahme-sektionsblatt einer Tafel entnommen („Engel-Tabelle“).“ (Beineke in Neugebauer et al. [1987], 43f)

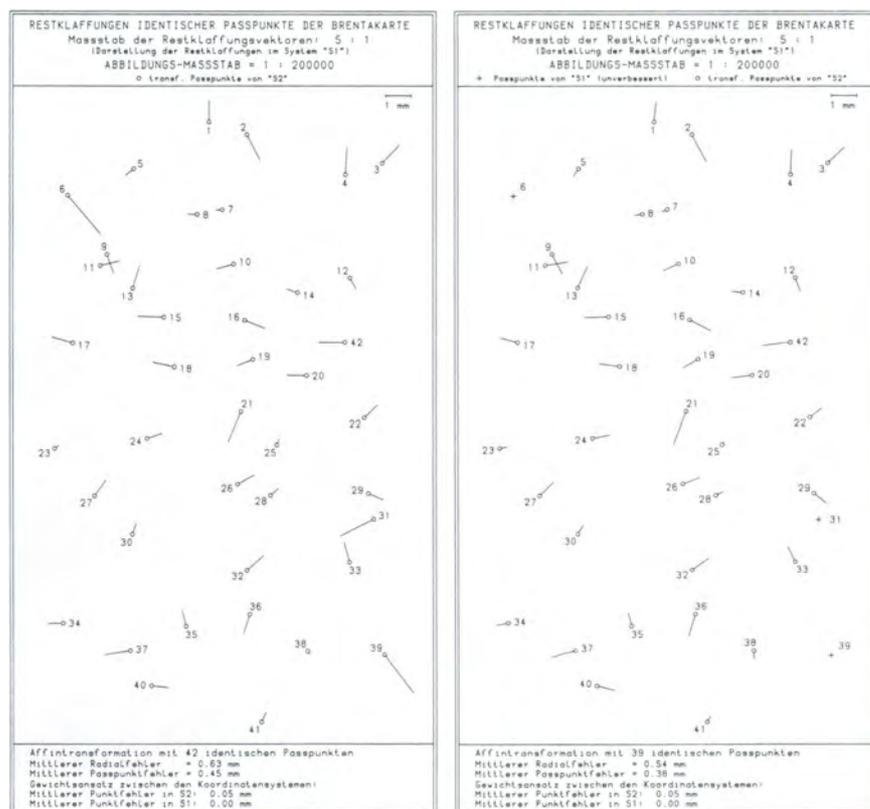
Aufgrund des relativ kleinen Ausschnitts der Erdoberfläche, der im Maßstab 1:25.000 dargestellt wird, und aufgrund der Zeichengenauigkeit von $\pm 0,1$ mm, die über den Abweichungen von einer strengen konformen Abbildung liegen, wird von Beineke auf die Transformation der Referenzkoordinaten in jene, die wahrscheinlich von Aegerter für die Brenta-Karte angewendet wurde, verzichtet. (Beineke in Neugebauer et al. [1987], 44f)

Beineke beschreibt die für die Neukarte angewendete Transformationsvorschrift wie folgt:

„Die ellipsoidisch-geographischen Koordinaten wurden deshalb mit Hilfe der Gauß'schen Abbildung in ebene konforme Koordinaten transformiert [...]. Als Bezugsfläche diente das Bessel-ellipsoid. [...] Der Hauptmeridian wurde dabei so gelegt, dass er genau durch den Festpunkt der Cima Brenta (Punkt 21 [...]) verlief, der etwas in der Mitte der gesamten „Brentakarte“ liegt.“ (Beineke in Neugebauer et al. [1987], S44)

Abb.137 (rechts): links: Restklaffungsvektoren (fünffache Länge³³) Netz der Hauptpunkte nach einer Affin-Transformation aus Beineke in Neugebauer et al. [1987, S46], verkleinert

Abb.138 (rechts): rechts: Restklaffungsvektoren (fünffache Länge) Netz der Hauptpunkte ohne Punktnummern 6, 31 und 39, nach einer Affin-Transformation aus Beineke in Neugebauer et al. [1987, S46], verkleinert



Genauigkeit der absoluten Höhen der Hauptpunkte

Die Höhenangaben der Hauptpunkte der Brenta-Karte sind im wesentlichen ident mit den Ergebnissen des MGI (4. Landesaufnahme). Die diesbezüglichen Grundlagenmessungen wurden im Zuge des Präzisions-Nivellement des MGI in den Jahren von

33 Die Abbildung ist verkleinert (ungefähr auf 50%) dargestellt, weshalb auch die Verbesserungsvektoren auf ungefähr die zweieinhalb fache Länge verkleinert ist. Üblicherweise werden die Längen der Verbesserungsvektoren relativ zum Maßstab der Darstellung der Lage der Passpunkte angegeben. Hier wurde jedoch die Längen der Verbesserungsvektoren relativ zum Originalmaßstab der Altkarte angegeben.

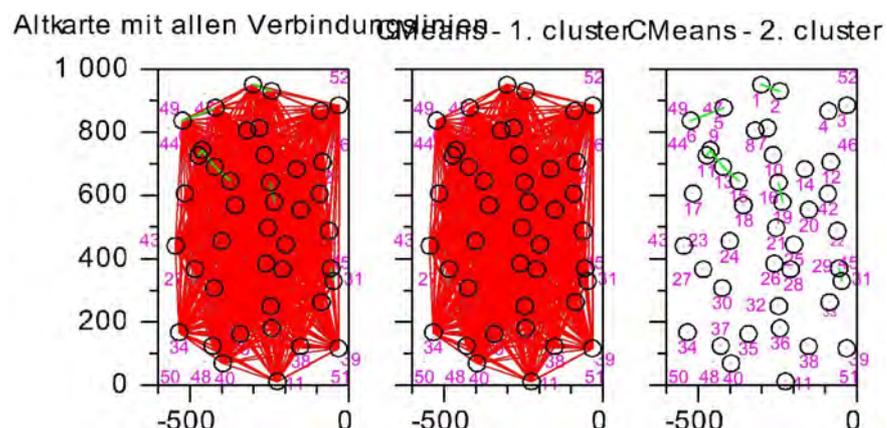
1873-1895 durchgeführt, wobei die Ausgangsmarke, der damalige Mittelwasserstand der Adria, nach mehrjährigen Beobachtungen jedoch um fast 9 cm falsch ermittelt wurde. Die Messungen des Präzisions-Nivellement weisen teilweise einen hohen systematischen Fehler auf. Sowohl die 4. Landesaufnahme, wie auch die Brenta-Karte basieren auf den Ergebnissen des Präzisions-Nivellements und weiteren ergänzenden Höhenmessungen. Die meisten Höhenangaben in der Brenta-Karte sind jedoch auf volle Meter ab- bzw. aufgerundet, weshalb der im Vergleich hierzu geringe Fehler des Präzisions-Nivellements keine Rolle spielt. Aus diesen Gründen beschränkten sich die Genauigkeitsuntersuchungen der Brenta-Karte durch Beineke auf die Analyse der Lagegenauigkeit der Karte. (Beineke in Neugebauer et al. [1987], S38ff)

Genauigkeit der
Passpunkte der
Hauptpunkte

Aufgrund des Alters des Druckexemplars rechnete Beineke mit einem Papierverzug des Kartenträgermaterials und wendete deshalb vor der Genauigkeitsanalyse eine ausgleichende Affin-Transformation an. Hierbei wurde ein mittlerer Radialfehler von $\pm 0,63$ mm, und ein mittlerer Passpunktfehler von $\pm 0,45$ mm bei einem Kartenmaßstab von 1:25.000 ermittelt. (Beineke in Neugebauer et al. [1987], S44)

Bei den Verbesserungsvektoren (siehe Abb.137) finden sich die größten Restklaffungen von ca. 2 mm bei den Punkt-Nummern 6, 31 und 39. Aufgrund der eher hohen Zahl der Beobachtungen (von ursprünglich 42 Passpunkten) weisen die neuen Ergebnisse nach einer neuerlichen Berechnung ohne diese Ausreißer nur unwesentliche Verbesserungen auf (siehe Abb.138, mittlerer Radialfehler $\pm 0,54$ mm, mittlerer Passpunktfehler $\pm 0,38$ mm). Das untersuchte Kartenexemplar war ursprünglich gefaltet, diese Deformationen sind in den Restklaffungen nicht nachvollziehbar, werden sich jedoch im Gesamtfehler sicher niederschlagen. (Beineke in Neugebauer et al. [1987], S44ff)

Abb.139 (rechts):
Verbindungs-
linien der
Hauptpunkte bei einer
Gesamtclusteranzahl von zwei
Clustern



Anknüpfend an die Ergebnisse der Brenta-Monographie werden im Folgenden neue Untersuchungen mit dem Scilab-Programm „KDFA“ durchgeführt, wobei die beiden Punktwolken unter Heranziehung der Helmert-Transformation (Coordinate Transformations - Engineering Surveyor [2015]) ausgeglichen und anschließend analysiert werden. Die Visualisierung der Fehlerverteilung (siehe Abb.140) bei unterschiedlicher Clusteranzahl zeigt interessanterweise einen steilen Anstieg des Davis-Boul-

ANWENDUNGSBEISPIEL: „Karte der Brentagruppe“

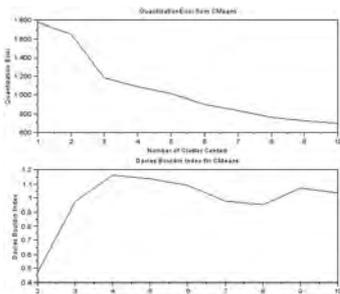
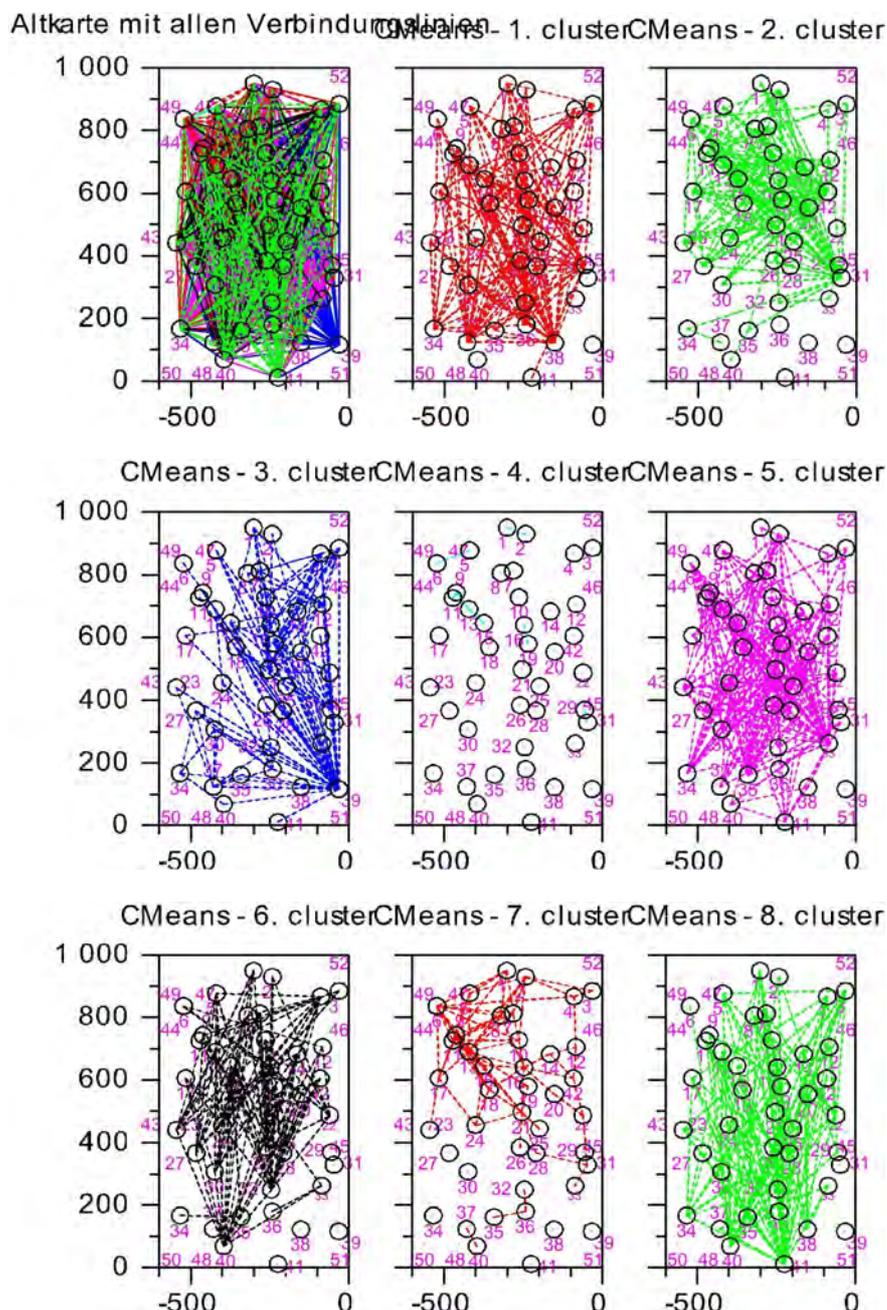


Abb.140 (oben): oben: Verlauf der Quantifizierung des Clusterfehlers bei steigender Clusteranzahl (von zwei bis 10), unten: Verlauf des Davis-Bouldin-Indexes bei steigender Clusteranzahl (von zwei bis 10)

die Indexe im Bereich der Clusteranzahl von zwei bis vier. Anschließend fällt dieser Index zu einem Tiefpunkt bei der Clusteranzahl acht, um dann erneut zu leicht anzusteigen und wiederum leicht zu sinken bei Clusteranzahl zehn. Die Quantifizierung des Clusterfehlers nimmt mit zunehmender Clusteranzahl stetig ab.

Aufgrund dieser beiden Indizes sollte das Ergebnis mit acht Clustern die beste Clusterverteilung aufweisen. Da der Davis-Bouldin-Indexes bei zwei Clustern auffallend niedrig ist, wird im Folgenden auch diese Variante näher untersucht.

Abb.141 (rechts): Verbindungslinien der Hauptpunkte bei einer Gesamtclusteranzahl von acht Clustern



ANWENDUNGSBEISPIEL: „Karte der Brentagruppe“

Bei der Klassifizierung bei einer Gesamtclusteranzahl von zwei Gruppen (siehe Abb.139) bildet sich ein Hauptcluster mit nahezu allen Linien. Nur wenige einzelne Strecken finden sich im zweiten Cluster, deren Endpunkte mögliche Ausreißer sind. Bei C-means können die Weite der einzelnen Cluster innerhalb einer Clusterverteilung unterschiedlich groß sein. Dieser Umstand erschwert leider die Interpretation des Ergebnisses.

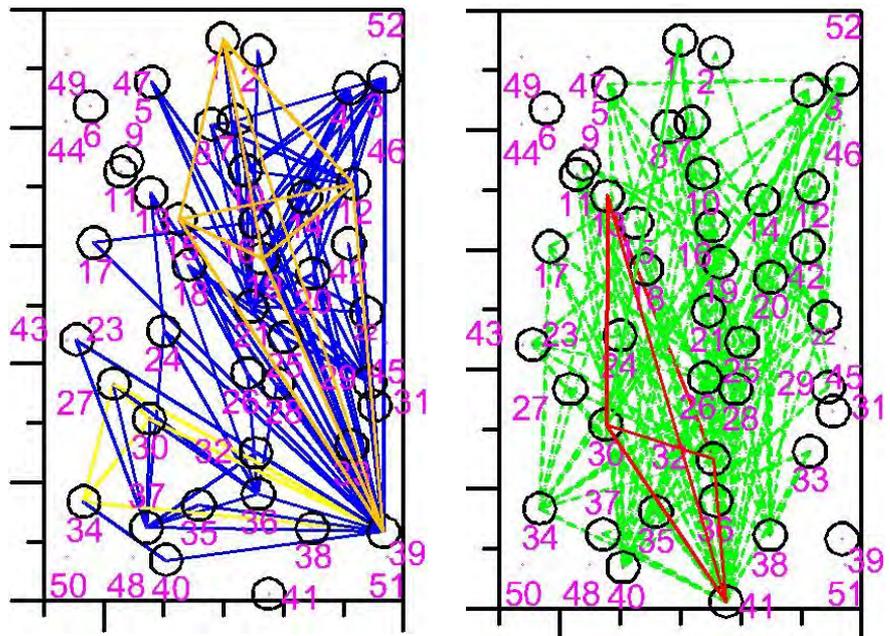
Folgende Endpunkte kommen im zweiten Cluster vor, : 1, 2, 5, 6, 9, 11, 13, 15, 16, 19, 29, 31. Erstaunlicherweise fehlt hierbei der Punkt mit der Nummer 39, dem signifikantesten Ausreißer dieses Punkthaufens. Punkt Nummer 39 verfügt über den längsten Verbesserungsvektor und weicht somit von der sonst sehr akkuraten Kartendarstellung stark ab.

Beim Ergebnis mit acht Clustern (siehe Abb.141) erscheint der vorangehende zweite Cluster als vierter Cluster. Dass diese beiden Gruppen völlig ident sind, beruht auf der zufällig gut getroffenen Lage der ersten beiden Clusterzentren im Zuge des Klassifizierungsprozesses.

Im dritten Cluster fächern sich scheinbar ausgehend von einem Zentrumspunkt, dem Ausreißer Nummer 39, viele langgestreckte Dreiecke und einzelne Strecken auf. Nahezu alle Strecken dieses Clusters müssen dem Rauschen zugeschrieben werden, da diese zu einem Ausreißerpunkt führen. Es ist auffällig, dass sogar alle möglichen Streckenverbindung mit diesem Ausreißer, der Punkt Nummer 39, in dieser Gruppe enthalten sind. Da diese Strecken in einer Gruppe klassifiziert wurden, müssen diese über ähnliche Charakteristika verfügen, diese resultieren vermutlich aus der grob schlechten Lagegenauigkeit des Ausreißerpunktes.

Abb.142 (rechts): links: Cluster Nummer 3 mit zwei farbig (gelb und orange) hervorgehobenen Teilnetzen, Verbindungslinien der Hauptpunkte bei einer Gesamtclusteranzahl von acht Clustern

Abb.143 (rechts): rechts: Cluster Nummer 8 mit einem farbig (rot) hervorgehobenen Teilnetzen, Verbindungslinien der Hauptpunkte bei einer Gesamtclusteranzahl von acht Clustern



Der dritte Cluster bedarf somit einer genauen Untersuchung und zu Vergleichszwecken wird der achte Cluster herangezogen. Die achte Gruppe macht einen sehr kompakten Eindruck, da nur eine darin enthaltene Strecke zu einem Ausreißerpunkt führt.

ANWENDUNGSBEISPIEL: „Karte der BrentaGruppe“

Wie bereits in Kapitel 4 definiert, besteht ein Objekt aus mindestens drei Linien, die ein Dreieck beschreiben, und jeder weitere Punkt eines Objekts müssen Linien zu den übrigen Punkten des Objekts führen. Um die Qualität dieser beiden Cluster überprüfen zu können, werden beide auf vollständige Netze untersucht. Für die beiden Cluster, Nummer drei und acht, werden jeweils solche Teilnetze (siehe Abb.142 und Abb.143) zur weiteren Untersuchung herausgegriffen. Im Cluster drei werden hierzu zwei herausgefiltert und im achten eines. Insbesondere bei Cluster Nummer acht war zu erwarten, dass darin große Teilnetze enthalten sind, jedoch konnte nur ein Netz mit nur vier Eckpunkten gefunden werden.

Tab.3 (unten): Mittelwert und Standardabweichung der Verbindungslinien des dritten Clusters (und zweier Teilnetze) bei einer Gesamtclusteranzahl von acht Clustern

M Maßstabsfaktor
 WX, WY Koordinaten des Einheitsvektors des Rotationswinkels
 X Länge des Translationsvektors
 TWX, TWY Koordinaten des Einheitsvektors des Winkels des Translationsvektors

Um die Teilnetze im Vergleich zu den Gesamtclustern untersuchen zu können, wurden die Eigenschaften der jeweiligen Strecken, wie sie vom Programm „K DFA“ als Ergebnismatrix ausgegeben werden, herangezogen. Um die Qualität dieser Streckengruppen einschätzen zu können, werden jeweils der Mittelwert und die Standardabweichung der einzelnen Charakteristika ermittelt. Natürlich gehen diese Werte von der Normalverteilung der Ergebnisse aus, das trifft hier bekannterweise nicht zu, trotzdem liefern diese aussagekräftige Einblicke. Die Mittelwerte und die Standardabweichung werden in einer Tabelle als Zahlenwerte und zur besseren graphisch als Blasendiagramm dargestellt.

[mm]	M (1)	WX (2)	WY (3)	X (4)	TWX (5)	TWY (6)
Alle Linien des dritten Clusters						
Mittelwert	0,99652682	0,99999300	0,00062654	2,88172644	-0,21758759	0,78294213
Standardabweichung	0,00223057	0,00001188	0,00370522	0,75108260	0,50303124	0,29937043
Alle Linien des gelben Netzes des dritten Clusters						
Mittelwert	0,99765824	0,99999269	0,00358783	2,83501839	0,05189236	0,77759033
Standardabweichung	0,00198054	0,00000461	0,00140801	0,90728885	0,60710677	0,27048918
Alle Linien des orangen Netzes des dritten Clusters						
Mittelwert	0,99727677	0,99999697	0,00128541	2,97218641	0,16314452	0,79602303
Standardabweichung	0,00170197	0,00000365	0,00221025	0,74009132	0,56651918	0,23777118

Die relativ hohe Genauigkeit der Brenta-Karte spiegelt sich in den Werten der Geometriefehler (siehe Tab.3) wider. Beim Cluster Nummer drei ist jedoch die Länge des Translationsvektors, der hier knapp drei Millimeter beträgt, auffällig. Dieser Wert reagiert offensichtlich am sensibelsten auf Abweichungen.

Bei der Beschränkung der beobachteten Linien eines Clusters auf ein Teilnetz wird erwartet, dass es zur Abnahme des Wertebereichs der Standardabweichung kommt. Bei Cluster Nummer drei ist das jedoch praktisch nicht zu bemerken (siehe Abb.144 und Abb.145). Dieser Cluster beinhaltet fast ausschließlich Strecken, die dem Rauschen zuzuschreiben sind. Die Strecken dieses Clusters weisen im Vergleich zum Cluster Nummer acht höhere Fehlerbereiche auf.

Abb.144 (rechts):
 Blasendiagramm des Mittelwerts (Lage des Mittelpunkts der Blase) und der Standardabweichung (Größe der Blase) des dritten Clusters (blau) und des gelben Teilnetzes bei einer Gesamtclusteranzahl von acht Clustern
 1: M Maßstabsfaktor
 2: WX, 3: WY Koordinaten des Einheitsvektors des Rotationswinkels
 4: X Länge des Translationsvektors
 5: TWX, 6: TWY Koordinaten des Einheitsvektors des Winkels des Translationsvektors

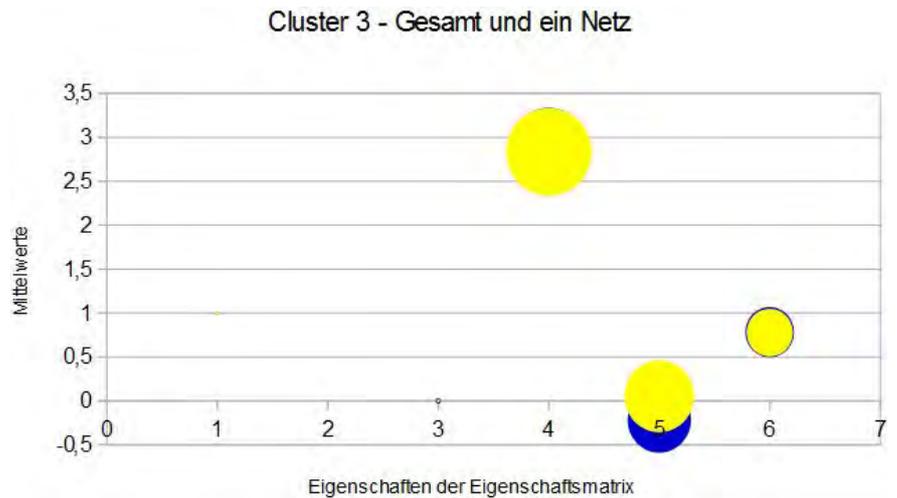


Abb.145 (rechts):
 Blasendiagramm des Mittelwerts (Lage des Mittelpunkts der Blase) und der Standardabweichung (Größe der Blase) des dritten Clusters (blau) und des orangen Teilnetzes bei einer Gesamtclusteranzahl von acht Clustern

1: M Maßstabsfaktor
 2: WX, 3: WY Koordinaten des Einheitsvektors des Rotationswinkels
 4: X Länge des Translationsvektors
 5: TWX, 6: TWY Koordinaten des Einheitsvektors des Winkels des Translationsvektors

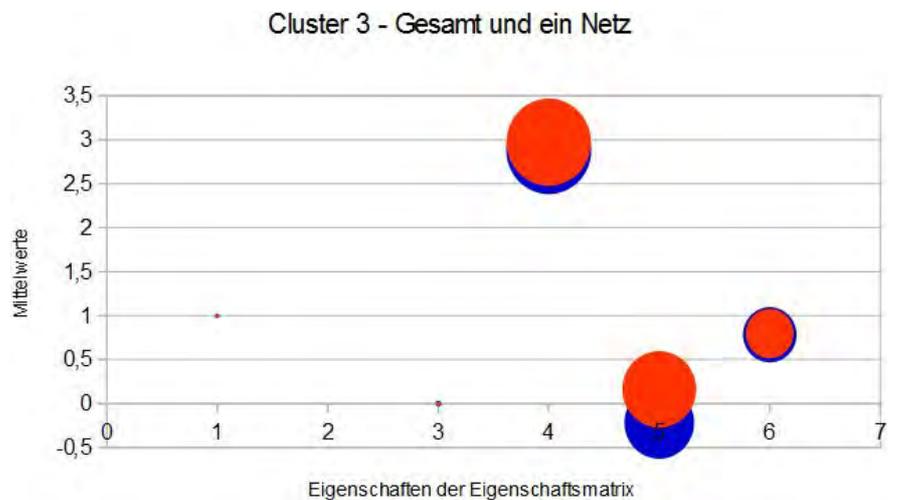
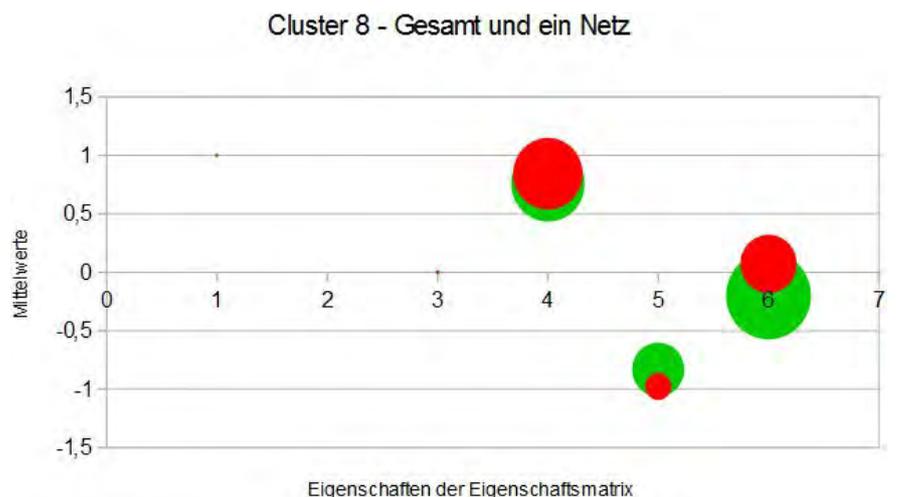


Abb.146 (rechts):
 Blasendiagramm des Mittelwerts (Lage des Mittelpunkts der Blase) und der Standardabweichung (Größe der Blase) des achten Clusters (grün) und des roten Teilnetzes bei einer Gesamtclusteranzahl von acht Clustern

1: M Maßstabsfaktor
 2: WX, 3: WY Koordinaten des Einheitsvektors des Rotationswinkels
 4: X Länge des Translationsvektors
 5: TWX, 6: TWY Koordinaten des Einheitsvektors des Winkels des Translationsvektors



Das Teilnetz des achten Clusters ist auffallend korrekt, die Charakteristika der einzelnen Strecken (siehe Tab.4 und Abb.146) bewegen sich in einem sehr engen Wertebereich. Es ist somit zu erwarten, dass diese Strecken auch bei weiterem Aufclustern weiterhin gemeinsam klassifiziert werden und somit diese ein

ANWENDUNGSBEISPIEL: „Karte der BrentaGruppe“

Objekt bilden. Insbesondere bei der auffallend korrekten Brenta-Karte wurden jedoch größere Netze erwartet.

[mm]	M (1)	WX (2)	WY (3)	X (4)	TWX (5)	TWY (6)
Alle Linien des achten Clusters						
Mittelwert	0,99952129	0,99999912	-0,00074745	0,75695324	-0,83263487	-0,19935918
Standardabweichung	0,00095500	0,00000171	0,00109917	0,36178004	0,18422279	0,48513769
Alle Linien des roten Netzes des achten Clusters						
Mittelwert	0,99869108	0,99999670	0,00045478	0,84324432	-0,97703694	0,07205819
Standardabweichung	0,00035586	0,00000063	0,00078360	0,32360725	0,04632515	0,21471308

Tab.4 (oben): Mittelwert und Standardabweichung der Verbindungslinien des achten Clusters (und eines Teilnetzes) bei einer Gesamtclusteranzahl von acht Clustern
M Maßstabsfaktor
WX, WY Koordinaten des Einheitsvektors des Rotationswinkels
X Länge des Translationsvektors
TWX, TWY Koordinaten des Einheitsvektors des Translationsvektors

Um größere Netze untersuchen zu können, wird auf das Ergebnis bei einer Clusterverteilung von zwei Clustern (siehe Abb.147) zurückgegriffen. Hierbei wird der erste Cluster (mit roten Linien) untersucht und auf ein vollständiges Netz reduziert. Hierfür werden alle Linien, die von den folgenden Endpunkten ausgehen aussortiert: Punktnummer 6, 9, 13 und 31. Jene Strecken, die im Cluster Nummer zwei vorkommen, sind dem Rauschen zuzuschreiben. Aus diesem Grund müssen jeweils, von jeder Strecke ein Endpunkt aus dem Cluster Nummer eins entfernt werden. Aufgrund ihrer langen Fehlervektoren fiel die Wahl auf die vier oben genannten Punktnummern.

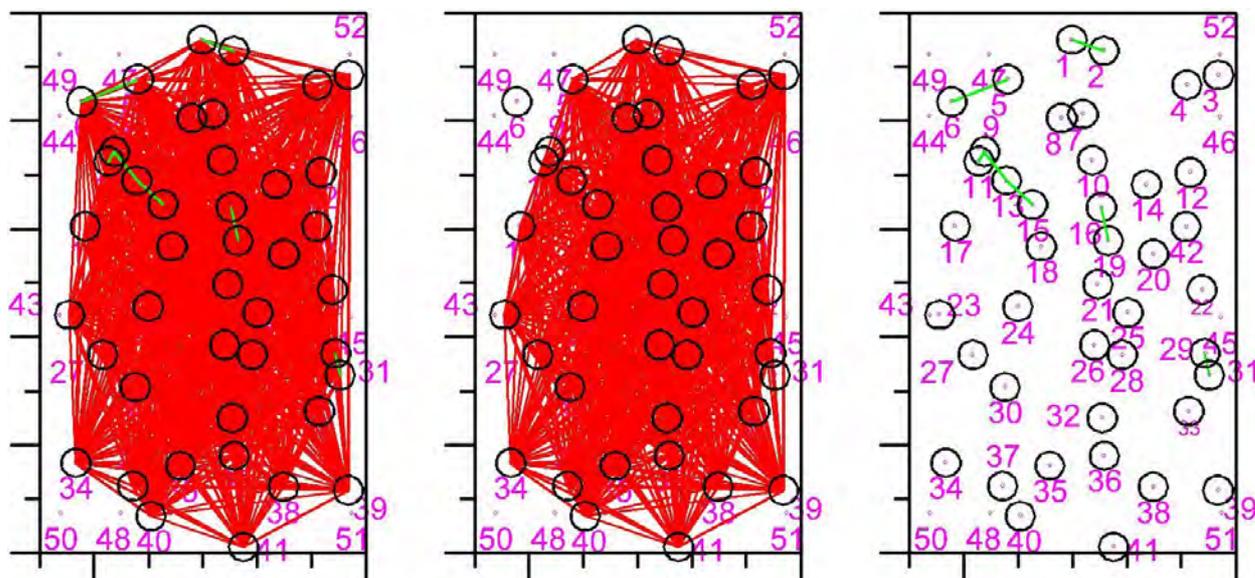


Abb.147 (oben): Verbindungslinien der Hauptpunkte bei einer Gesamtclusteranzahl von zwei Clustern

Der Cluster Nummer eins enthält fast alle Verbindungslinien der Hauptpunkte. Diese hohe Zahl an Beobachtungen erklärt weshalb die Eigenschaften des gesamten Clusters (siehe Tab.5 und Abb.148) und des untersuchten Hauptteilnetzes sich praktisch nicht unterscheiden, und somit die Mittelwerte und deren Standardabweichungen nahezu ident sind. Das ist erstaunlich, da bei der Reduktion der Strecken insbesondere Strecken mit Ausreißern aussortiert wurden.

Um der Frage nachzugehen, ob durch Reduktion der zu untersuchenden Strecken eine Verbesserung der Ergebnisse erreicht werden könnte, wurde im Folgenden das Ergebnis der Klassifi-

ANWENDUNGSBEISPIEL: „Karte der BrentaGruppe“

zierung mit zwei und acht Clustern herangezogen. Diese Strecken wurden soweit gelöscht (siehe Abb.149 und Abb.150), sodass nur jene Linien dargestellt werden, die eine Dreiecksvermaschung bilden. Diese beiden Netze bestätigen, dass die Klassifizierung mit acht Clustern für die Brenta-Karte eine zu hohe Gesamtclusteranzahl darstellt.

Die Dreiecksvermaschung mit nur zwei Clustern entspricht mehr dem erwarteten Ergebnis und ist hierbei die bessere Wahl. Jedoch ist erstaunlich, dass alle drei Ausreißerpunkte im Netz des Objektclusters zu finden sind. Das beste Ergebnis liegt somit vermutlich bei einer Gesamtclusteranzahl zwischen zwei und acht. Somit haben sich die beiden Indizis der Fehlerverteilung nicht bewährt.

Abb.148 (rechts): Blasendiagramm des Mittelwerts (Lage des Mittelpunkts der Blase) und der Standardabweichung (Größe der Blasen) des ersten Clusters (orange) und des roten Hauptnetzes bei einer Gesamtclusteranzahl von zwei Clustern

1: M Maßstabsfaktor
 2: WX, 3: WY Koordinaten des Einheitsvektors des Rotationswinkels
 4: X Länge des Translationsvektors
 5: TWX, 6: TWY Koordinaten des Einheitsvektors des Winkels des Translationsvektors

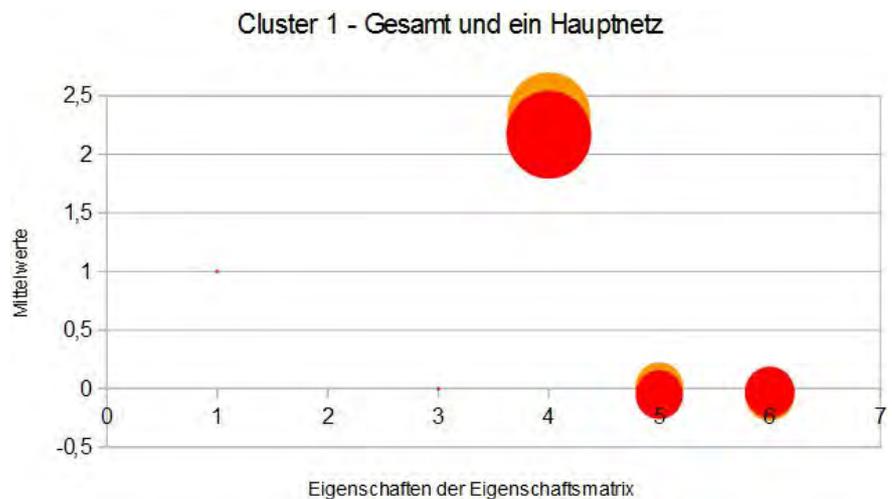
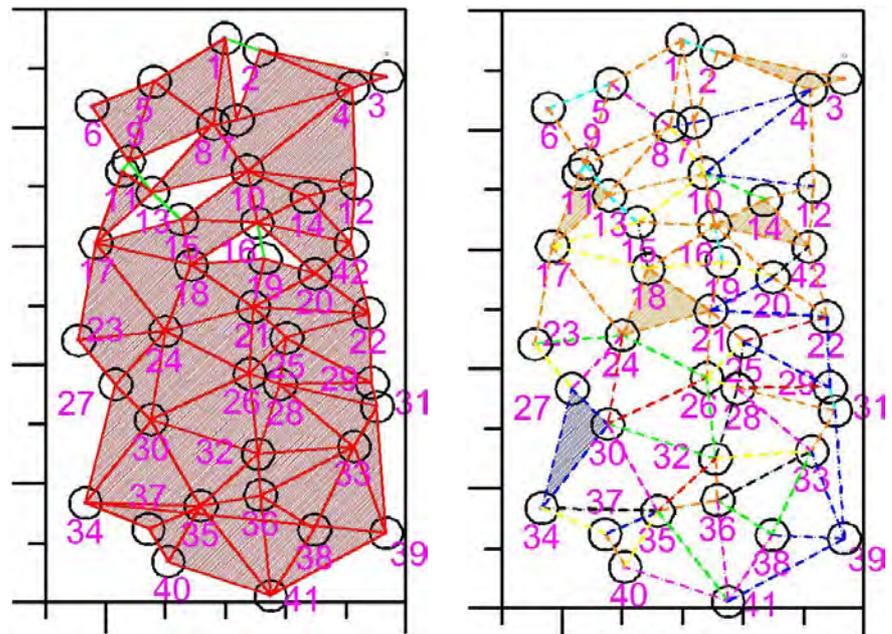


Abb.149 (rechts): links: Reduzierung der Strecken bei einer Gesamtclusteranzahl von zwei Clustern auf eine Dreiecksvermaschung (Flächen, die von Linien gleicher Farbe (gleichen Clusters) begrenzt werden, sind farbig hervorgehoben)

Abb.150 (rechts): rechts: Reduzierung der Strecken bei einer Gesamtclusteranzahl von acht Clustern auf eine Dreiecksvermaschung (Flächen, die von Linien gleicher Farbe (gleichen Clusters) begrenzt werden, sind farbig hervorgehoben)

Tab.5 (nächste Seite): Mittelwert und Standardabweichung der Verbindungslinien des ersten Clusters (und eines Hauptnetzes) bei einer Gesamtclusteranzahl von zwei Clustern



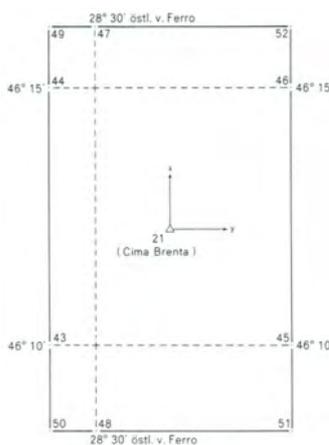
ANWENDUNGSBEISPIEL: „Karte der BrentaGruppe“

	M (1)	WX (2)	WY (3)	X (4)	TWX (5)	TWY (6)
Alle Linien des ersten Clusters						
Mittelwert	1,00033922	0,99999411	0,00017654	2,33320017	0,01501379	-0,05697105
Standardabweichung	0,00351878	0,00001648	0,00343110	2,05970263	0,68473863	0,72720709
Alle Linien des einen Hauptnetzes des ersten Clusters						
Mittelwert	0,99988231	0,99999366	-0,00002040	2,16737190	-0,05085784	-0,03034341
Standardabweichung	0,00322488	0,00002185	0,00356303	2,14828926	0,67181982	0,73930399

5.4.2 Punkte des Kartenrahmens

Der Kartenrahmen diente *Beineke* primär um die Genauigkeit des Druckexemplars der Brenta-Karte mit jener des Gravursteins des Schwarzdrucks vergleichen zu können. Weiters konnte er mithilfe der weiteren Passpunkte die Geometrie des Kartenrahmens festgestellt, wodurch nachgewiesen wurde, dass dieser bewusst windschief angelegt ist. (*Beineke* in *Neugebauer et al.* [1987], S49ff)

Passpunkte des Kartenrahmens



Zur Darstellung des Kartenrahmens wurden zehn Passpunkte (nummeriert nach *Beineke* von Punktnummer 43 bis 52, siehe Abb.151) ermittelt, nämlich die vier Eckpunkte und sechs weitere Punkte (Punkte im Mittelfeld des Kartenrahmens mit geographischen Längen- und Breitenangaben). (*Beineke* in *Neugebauer et al.* [1987], S48ff)

Abb.151 (links): grafische Beschreibung der Passpunkte des Kartenrahmens inklusive Nummerierung nach *Beineke* aus *Beineke* in *Neugebauer et al.* [1987, S51]

Erfassung der Passpunktkoordinaten des Kartenrahmens in der Altkarte

Auch für die Erfassung der Koordinaten der Passpunkte des Kartenrahmens als ebene kartesische Tisch-Koordinaten (im Maßstab 1:25.000 und in mm-Angaben) wurde ein digitalisiertes „Film-Diapositiv des Scanner-Schwarzauszuges eines ca. 50 Jahre (Bem.: damals im Jahre 1987) alten und gefalteten Druckexemplars der „Brentakarte“³⁴ (*Beineke* in *Neugebauer et al.* [1987], S42) herangezogen.

Erfassung der Referenzkoordinaten der Passpunkte des Kartenrahmens in der Neukarte

Die sechs Punkte des Kartenrahmens verfügen bereits über einen geographischen Bezug und waren somit eindeutig der Neukarte zuzuordnen. Wie jedoch die vier Eckpunkte des Kartenrahmens in der Neukarte von *Beineke* bestimmt wurden, geht aus seiner Beschreibung in der *Brenta-Monographie* leider nicht hervor. Es ist jedoch wahrscheinlich, dass auch hier die Angaben der geographischen Längen und Breiten herangezogen wurden. (*Beineke* in *Neugebauer et al.* [1987], S50f)

³⁴ *Beineke* erfasste die Koordinaten der Punkte des Kartenrahmens ebenfalls auf dem spät entdeckten Gravurstein der Farbe schwarz. Zur damaligen Zeit war es jedoch aufgrund der Größe und des hohen Gewichts der Druckplatte undenkbar, diesen zu digitalisieren, weshalb die Koordinaten nur direkt am Gravurstein vermessen werden konnten. In dieses Koordinatensystem transformierte *Beineke* die Hauptpunkte und führte eine erneute Genauigkeitsanalyse durch. Da dieses Koordinatensystem jedoch in der vorliegenden Arbeit nicht weiter behandelt wird, wird auf dieses auch nicht näher eingegangen. (*Beineke* und *Neugebauer* in *Neugebauer et al.* [1987], S11 u. 48ff)

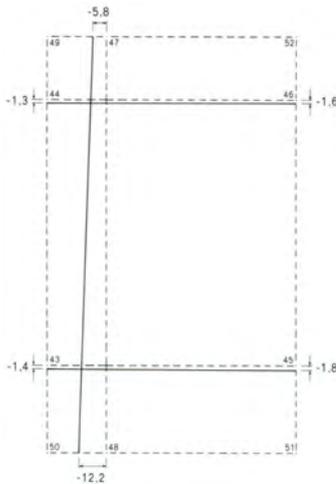


Abb.152 (links): stark übertriebene Darstellung der Verbesserungen (im Maßstab 1:25.000 in mm-Angaben) des geographischen Bezugsnetzes im Kartenrahmen der Brenta-Karte, strichlierte Linien: Originalrahmen und geographisches Bezugsnetz der Brenta-Karte, durchgezogene Linien: geographisches Bezugsnetz im System des verbesserten Festpunktfelds aus *Beineke in Neugebauer et al. [1987, S55]*

Genauigkeit der Passpunkte des Kartenrahmens

Diese zehn Passpunkte wurden gemeinsam mit den Hauptpunkten (das verbesserte Festpunktfeld, nach der Helmert-Transformation) analysiert, wodurch die relativen Abweichungen des geographischen Bezugsnetzes zur Darstellung des Karteninnenfelds ermittelt werden konnten. (*Beineke in Neugebauer et al. [1987], S52f*)



Abb.154 (oben): Verbesserungsvektoren 50-fach vergrößert im Vergleich zur Darstellung der Punktlagen

Hierbei wurden durch *Beineke* Differenzen von 1,3 bis 12,2 mm im Maßstab 1:25.000 (siehe Abb.152) festgestellt. Weiters ist daraus erkennbar, dass die Brenta-Karte nicht streng nach geographisch Nord orientiert ist. (*Beineke in Neugebauer et al. [1987], S52f*)

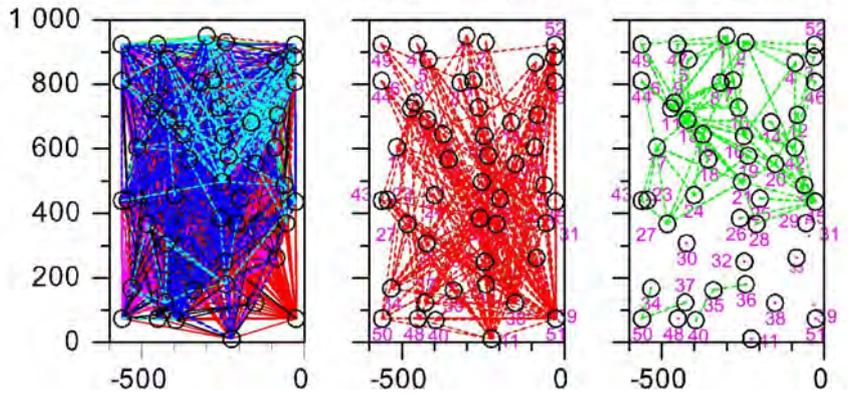
Anknüpfend an die Ergebnisse von *Beineke* wird im Zuge dieser Arbeit auch diese Punktgruppe mit dem neuen Programm „KDFA“ analysiert. Die Hauptpunkte (ohne die drei Ausreißer mit den Nummern 9, 31 und 39) werden gemeinsam mit den Punkten des Kartenrahmens mittels *Helmert-Transformation* ausgeglichen (*Coordinate Transformations - Engineering Surveyor [2015]*). Die Verbesserungsvektoren (siehe Abb.154) sind in fünfzigfacher Vergrößerung dargestellt.

Das Ergebnis bei der Clusterverteilung von zehn Gruppen (siehe Abb.153) ergibt im Vergleich der Analyse der Hauptpunkte keine neuen Erkenntnisse. Aus diesem Grund wird im Zuge dieser Arbeit die weitere Analyse dieser Punktgruppe unterlassen.

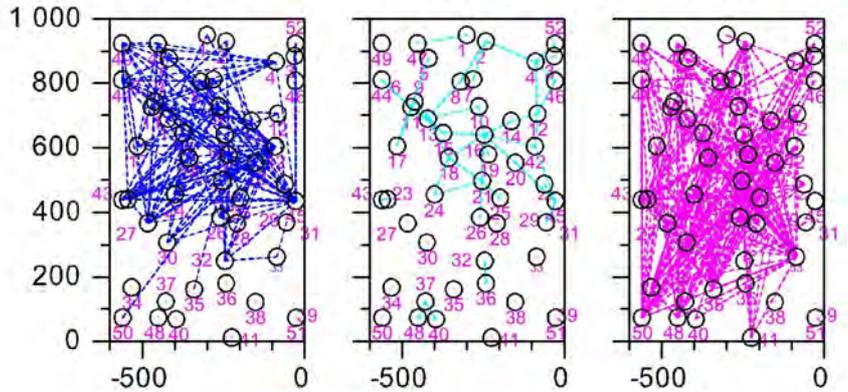
ANWENDUNGSBEISPIEL: „Karte der Brentagruppe“

Abb.153 (rechts):
Verbindungs-
linien der
Passpunkte bei einer
Gesamtclusteranzahl von zehn
Clustern

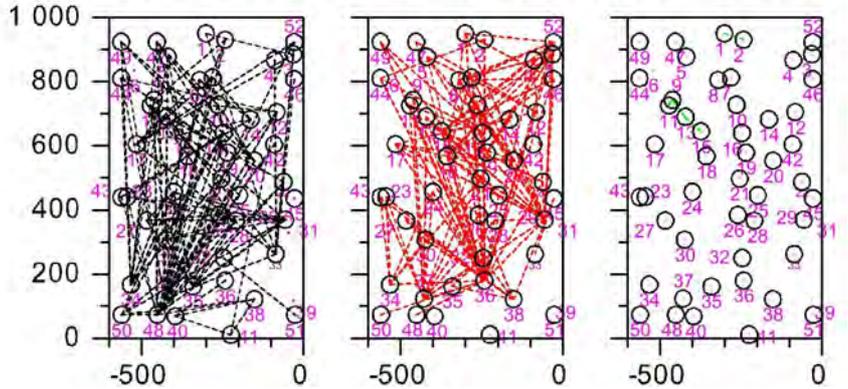
Altkarte mit allen Verbindungslinien CMeans - 1. cluster CMeans - 2. cluster



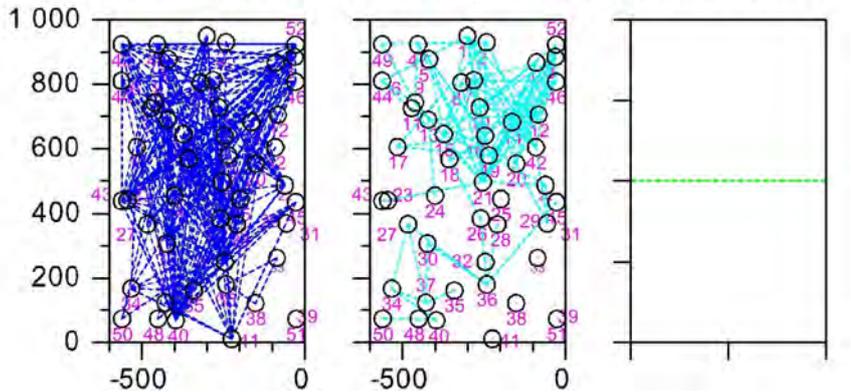
CMeans - 3. cluster CMeans - 4. cluster CMeans - 5. cluster



CMeans - 6. cluster CMeans - 7. cluster CMeans - 8. cluster



CMeans - 9. cluster CMeans - 10. cluster total ClusterCenters =



5.4.3 Netz der Geländepunkte

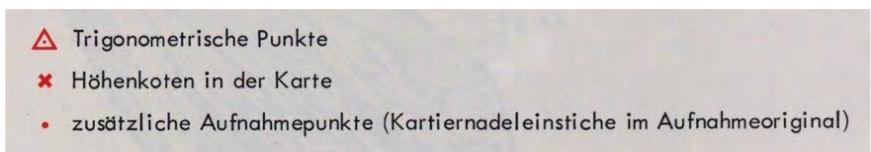
In das oben erwähnte Festpunktfeld hat L. Aegerter die topographische Aufnahme mit Hilfe weiterer Vermessungspunkte des Geländes (beispielsweise Gipfelpunkte) eingepasst. Diese natürlichen topografischen Geländepunkte sind teilweise mit Höhenkoten versehen und somit in der Brenta-Karte markiert, oder nur als Kartiernadeleinstiche in der Reinzeichnung, den Originalkarten von L. Aegerter (dienten als Vorlage zur Erstellung der Steingravur), erkennbar. Laut zeitgenössischer Kritik³⁵ von Fachleuten des MGI war die Dichte dieser Vermessungspunkte relativ niedrig gewählt. (Beineke und Neugebauer in Neugebauer et al. [1987], S55 und S73ff).

Abb.155: Ausschnitt (nur in schwarz-weiß wiedergegeben) 11,9cm x 16,7cm der „Karte der BrentaGruppe“, 1:25.000, in 3 Farben, 1908, verkleinert aus Neugebauer in Neugebauer et al. [1987, S74]

Im rot umrandeten Bereich wurden von Neugebauer die Vermessungspunkte wie in der Legende (siehe Abb.156) markiert.



Abb.156: Legende zur oberen Abbildung, aus Neugebauer in Neugebauer et al. [1987, S74]



35 Aus dem Schriftverkehr des DÖAV und des MGI zwischen 1905 und 1909, ÖAV-Archiv Innsbruck (Neugebauer in Neugebauer et al. [1987], S73)

Zur Untersuchung der Anzahl der Geländepunkte pro km² hat *Neugebauer* mehrere Kartenausschnitte herausgegriffen und dahingehend untersucht. Im Folgenden sind zwei dieser Teilgebiete herausgegriffen:

1) *Gebiet der Pietra Grande*

L. Aegerter hat diesen Bereich mittels Vorwärtseinschneiden von neun Standpunkten aus aufgenommen und dadurch 87 Geländepunkte ermittelt. Daraus ergibt sich rechnerisch ein Mittel von rund 16 Punkten pro km². Alle diese Vermessungspunkte sind in der Brenta-Karte, wie auch die Festpunkte, ebenfalls mit Höhenkoten versehen. (*Neugebauer in Neugebauer et al. [1987], 74*)

2) *Gebiet südlich und östlich vom Refugio Stoppani*

Durch die Topographie eignet sich dieses Gebiet (in Abb.155 rot umrandet) nicht für das Einschneideverfahren und *L. Aegerter* musste jeden Vermessungspunkt mühsam mit der Messlatte aufnehmen. In diesem ungefähr 4,5km² großen Gebiet konnte *Neugebauer* folgende Vermessungspunkte ausfindig machen:

2 Hauptpunkte (trigonometrische Festpunkte)

24 Höhenkoten

95 zusätzliche Geländepunkte (im Aufnahmeoriginal als Einstiche der Kartiernadel erhalten)

Daraus ergeben sich rechnerisch rund 27 Geländepunkte pro km². Dieses Gebiet wurde als Teil eines größeren Kartenausschnitts von *Beineke* auf Lagegenauigkeit der Geländepunkte analysiert (siehe Unterkapitel „Passpunkte der Geländepunkte“). (*Beineke u. Neugebauer in Neugebauer et al. [1987], S55ff u. S74*)

Durch die Untersuchungen dieser Kartenteilgebiete kam *Neugebauer* zum Ergebnis, dass *L. Aegerter* durchschnittlich 27 Vermessungspunkte pro Quadratkilometer (Gesamtkartengebiet umfasst ca. 300 km²) verwendet hatte. *Neugebauer* wertete diese Dichte als „sehr niedrig“. (*Neugebauer in Neugebauer et al. [1987], S78*).

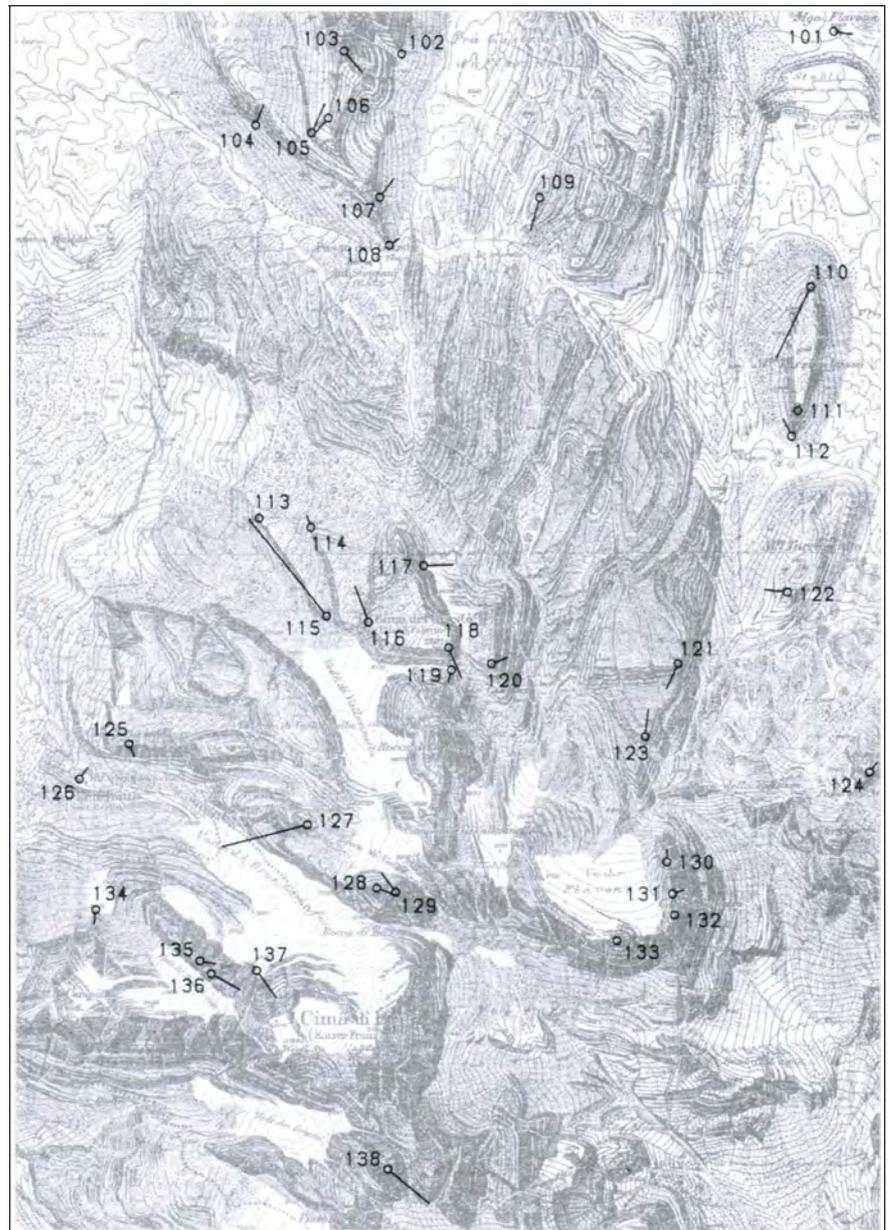
L. Aegerter hat es verstanden, trotz der Schwierigkeiten der erdgebundenen topographischen Tätigkeit, durch vor Ort erstellte bildhafte Skizzen ein erstaunliches Ergebnis zu erzielen. Das ist auf sein felsenzeichnerisches Talent, seine langjährigen Erfahrungen und die Fähigkeit all die ihm gebotenen Mittel optimal zu nutzen zurückzuführen. Jedoch erfuhr seine Darstellung durch die Einzelpunktbestimmung eine beträchtliche Generalisierung. (*Neugebauer in Neugebauer et al. [1987], S78ff*)

*Passpunkte der
Geländepunkte*

Die Ermittlung der Passpunkte der Geländepunkte ist sehr aufwendig und wurde von *Beineke* aus diesem Grund nur für einen kleineren Kartenausschnitt der Brenta-Karte (siehe Abb.157) durchgeführt. Im Kapitel „Gebiet der Pietra Grande“ hat *Neugebauer* für ein Teilgebiet dieses Untersuchungsausschnitts bereits die Punkte der Kartiernadeleinstiche markiert. Jedoch eignen sich nur wenige Geländepunkte (38 im Kartenausschnitt, nummeriert von 101 bis 138) für die Genauigkeitsuntersuchung, da ein eindeutig identer Bezug der Passpunkte in beiden Systemen (Alt- und Neukarte) zweifelsfrei gesichert sein muss. (*Beineke in*

Neugebauer et al. [1987], S55f)

Abb.157:
Restklaffungsvektoren
(dreifache Länge)
der
Passpunkte der Geländepunkte
eines Kartenausschnitts (nur in
schwarz-weiß wiedergegeben),
Kartenfeld: 12,2cm x 17,5cm,
verkleinert aus *Beineke* in
Neugebauer et al. [1987, S57]
Abbildung auf ungefähr 50%
verkleinert



*Erfassung der
Passpunktkoordinaten
der Geländepunkte in
der Altkarte*

Hierbei werden die Koordinaten der 38 Kartiernadelstiche im Aufnahmeoriginal erfasst (siehe Abb.157). (*Beineke* in *Neugebauer et al. [1987], S55f)*

*Erfassung der
Referenzkoordinaten der
Passpunkte der
Geländepunkte in der
Neukarte*

Im Zuge der Untersuchungen der Brenta-Karte der Universität der Bundeswehr in München war ursprünglich geplant einen deutlich größeren Kartenausschnitt zu analysieren, der mittels Aerotriangulation aufgenommen wurde. Aufgrund der Verkleinerung des Untersuchungsgebiets mussten weitere Passpunkte herangezogen werden. Die Erfassung der Koordinaten der Passpunkte der Geländepunkte in der Natur erfolgte mittels Stereokartierung in der photogrammetrischen Präzisionskartierung. (*Hell* und *Beineke* in *Neugebauer et al. [1987], S31f und S55f)*

*Genauigkeit der
Passpunkte der
Geländepunkte*

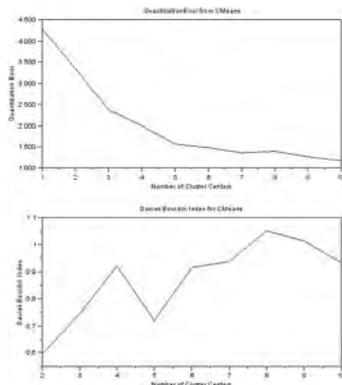


Abb.158 (oben): oben: Verlauf der Quantifizierung des Clusterfehlers bei steigender Clusteranzahl (von zwei bis 10), unten: Verlauf des Davis-Bouldin-Indexes bei steigender Clusteranzahl (von zwei bis 10)

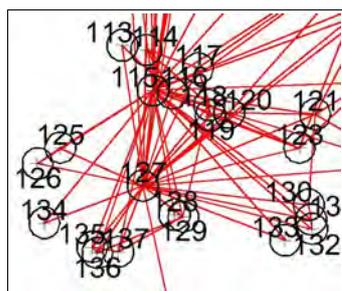


Abb.159 (oben): Ausschnitt des ersten Clusters der die beiden Ausreißerpunkte (Punkt-Nr. 127 und 115)

Bei der Helmert-Transformation (in Richtung von Altkarte zu Neukarte) ergeben einen mittleren Radialfehler von $\pm 1,2$ mm, und einen mittleren Passpunktfehler von $\pm 0,9$ mm bei einem Kartenmaßstab von 1:25.000. Die größten Restklaffungen (siehe Abb.157) finden sich bei den Punkt-Nummern 110 (Nordspitze des Monte Turion basso), 115 (westlich Cima Grostè) und 127 (Castelletto superiore). Hierbei tritt die größte Lageungenauigkeit in der Punkt-Nummer 115 auf, die Restklaffung verfügt über eine Länge von 6mm im Maßstab von 1:25.000. (Beineke in Neugebauer et al. [1987], S55f)

Die neue Analyse der Geländepunkte mit „K DFA“ erfolgte analog zu jener der Hauptpunkte, somit wurde einleitend eine ausgleichende *Helmert-Transformation* (*Coordinate Transformations - Engineering Surveyor* [2015]) durchgeführt. Die Visualisierung der Fehlerverteilung (siehe Abb.158) bei unterschiedlicher Clusteranzahl zeigt bei einer Clusteranzahl von fünf einen auffallend niedrigen Peak des Davis-Bouldin-Indexes. Aus der vorangehenden Untersuchung ist bekannt, dass eher geringere Clusteranzahl bei der Brenta-Karte empfehlenswert ist. Aus diesem Grund und da auch die Quantifizierung des Clusterfehlers bei der Clusteranzahl fünf bereits stark gefallen ist, wird dieses Klassifizierungsergebnis zur genaueren Analyse herangezogen.

Der erste Cluster bei der Verteilung von fünf Clustern (siehe Abb.160) weist auffallenderweise zwei Zentren auf, die Punkt-Nummern 127 und 115 (siehe Abb.159). Bereits aus den Untersuchungen von Beineke ist bekannt, dass es sich hierbei um zwei signifikante Ausreißerpunkte handelt. Dieses Phänomen der „auffächernden Dreiecke“ einem Ausreißer als Zentrum wurde bereits bei der vorangehenden Analyse der Hauptpunkte beobachtet.

Beim zweiten und dritten Clustern handelt es sich um zwei Hauptcluster, die beide eine hohe Anzahl an Streckenverbindungen enthalten. Zu Vergleichszwecken wird der dritte Cluster herangezogen, um den Ausreißercluster genauer untersuchen zu können.

Zwei Teilnetze dieser beiden Cluster sind farblich hervorgehoben (siehe Abb.161 und Abb.162) und werden zur weiteren Untersuchung herangezogen. Auch hier weisen die Mittelwerte und deren Standardabweichungen (siehe Tab.6, Abb.163 und Tab.7 und Abb.164) beim Cluster das Rauschen (erster Cluster) enthält höhere Fehlerbereiche auf als jener zum Vergleich herangezogene Hauptcluster (dritter Cluster).

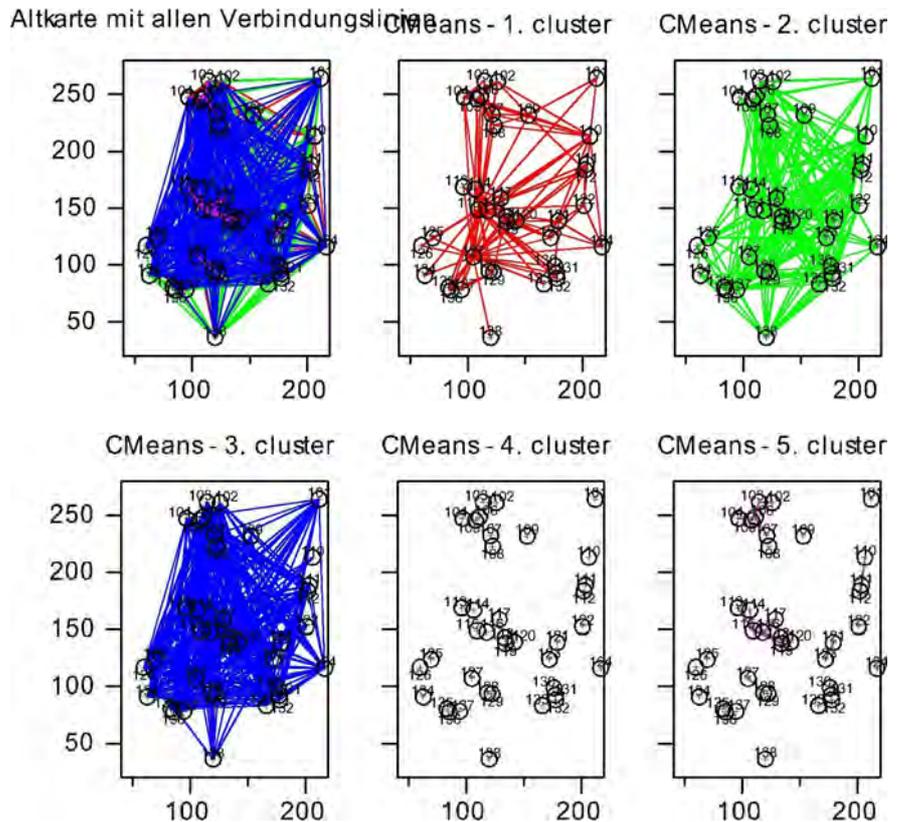
Das Teilnetz des dritten Clusters ist auffallend korrekt, die Charakteristika der einzelnen Strecken bewegen sich in einem sehr engen Wertebereich. Die Eigenschaften der Strecken beider Teilnetze (vom ersten und vom dritten Cluster) verteilen sich in einem leicht engeren Bereich als jene der jeweiligen Gesamtcluster. Um größere Teilnetze analysieren zu können wird auf das Ergebnis bei einer Gesamtclusteranzahl von zwei Clustern (siehe Abb.165) zurückgegriffen.

Die Strecken des zweiten Clusters (mit grünen Linien) wird im ersten Schritt auf ein vollständiges Netz reduziert. Hierfür wer-

ANWENDUNGSBEISPIEL: „Karte der Brentagruppe“

den alle Linien, die von den folgenden Endpunkten ausgehen aussortiert: Punktnummer 103, 106, 110, 112 und 115. Jene Strecken, die im Cluster Nummer eins vorkommen, sind dem Rauschen zuzuschreiben. Aus diesem Grund müssen jeweils von jeder Strecke ein Endpunkt aus dem Cluster Nummer zwei entfernt werden. In Zusammenschau mit den Fehlervektoren fiel die Wahl auf die vier oben genannten Punktnummern.

Abb.160 (rechts):
Verbindungs-
linien der
Geländepunkt bei einer
Gesamtclusteranzahl von fünf
Clustern



[mm]	M (1)	WX (2)	WY (3)	X (4)	TWX (5)	TWY (6)
Alle Linien des ersten Clusters						
Mittelwert	0,99129520	0,99845051	0,00720828	14,05887470	0,29495912	-0,02295708
Standardab- weichung	0,05241082	0,00219364	0,05561609	4,38622854	0,68528365	0,67136022
Alle Linien des magenta Netzes des ersten Clusters						
Mittelwert	1,00648222	0,99920492	0,01217758	13,46292010	0,07808020	-0,10840843
Standardab- weichung	0,03977698	0,00083502	0,04157873	3,55363475	0,89343740	0,61672597

Tab.6 (oben): Mittelwert und Standardabweichung der Verbindungslinien des ersten Clusters (und eines Teilnetzes) bei einer Gesamtclusteranzahl von fünf Clustern
M Maßstabsfaktor
WX, WY Koordinaten des Einheitsvektors des Rotationswinkels
X Länge des Translationsvektors
TWX, TWY Koordinaten des Einheitsvektors des Winkels des Translationsvektors

Tab.7 (siehe Folgeseite): Mittelwert und Standardabweichung der Verbindungslinien des zweiten Clusters (und eines Teilnetzes) bei einer Gesamtclusteranzahl von zwei Clustern

M Maßstabsfaktor
WX, WY Koordinaten des Einheitsvektors des Rotationswinkels
X Länge des Translationsvektors
TWX, TWY Koordinaten des Einheitsvektors des Winkels des Translationsvektors

ANWENDUNGSBEISPIEL: „Karte der Brentagruppe“

[mm]	M (1)	WX (2)	WY (3)	X (4)	TWX (5)	TWY (6)
Alle Linien des dritten Clusters						
Mittelwert	0,99911387	0,99997870	-0,00142669	1,77714063	-0,15922398	0,13280949
Standardabweichung	0,00717362	0,00002801	0,00681662	0,78731023	0,67910402	0,70729680
Alle Linien des cyan Netzes des dritten Clusters						
Mittelwert	0,99836784	0,99998616	-0,00046989	1,56226104	-0,20283712	0,12816522
Standardabweichung	0,00576327	0,00001936	0,00604468	0,71190608	0,64676624	0,74768245

Abb.161 (rechts): links: Cluster Nummer 1 mit einem farbig (magenta) hervorgehobenen Teilnetz, Verbindungslinien der Hauptpunkte bei einer Gesamtclusteranzahl von fünf Clustern

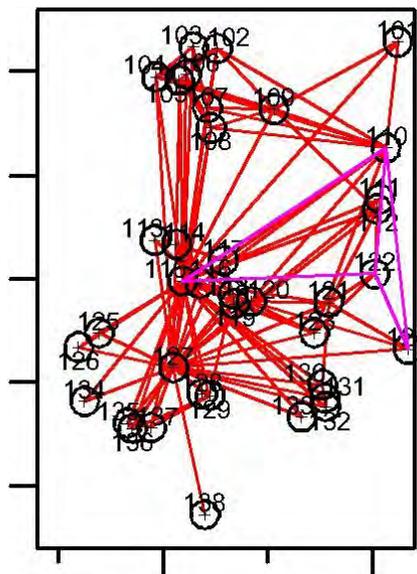


Abb.162 (rechts): rechts: Cluster Nummer 3 mit einem farbig (cyan) hervorgehobenen Teilnetz, Verbindungslinien der Hauptpunkte bei einer Gesamtclusteranzahl von fünf Clustern

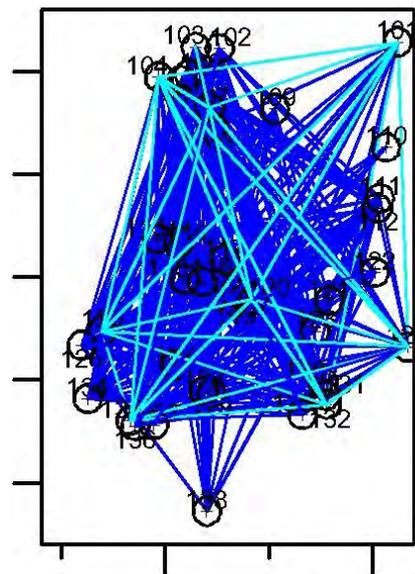
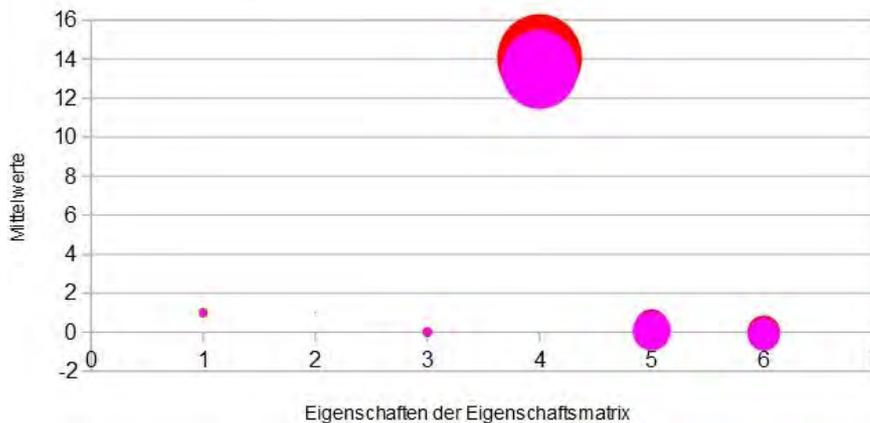


Abb.163 (rechts): Blasendiagramm des Mittelwerts (Lage des Mittelpunkts der Blase) und der Standardabweichung (Größe der Blase) des ersten Clusters (rot) und des magenta-farbenen Teilnetzes bei einer Gesamtclusteranzahl von fünf Clustern

Cluster 1 - Gesamt und ein Netz



1: M Maßstabsfaktor
 2: WX, 3: WY Koordinaten des Einheitsvektors des Rotationswinkels
 4: X Länge des Translationsvektors
 5: TWX, 6: TWY Koordinaten des Einheitsvektors des Winkels des Translationsvektors

Der Cluster Nummer zwei enthält fast alle Verbindungslinien der Geländepunkte. Diese hohe Zahl an Beobachtungen erklärt weshalb die Mittelwerte und deren Standardabweichung der Geometriefehler des gesamten Clusters (siehe Tab.8 und Abb.166) und des untersuchten Teilnetzes sich praktisch nicht unterscheiden, und somit die Mittelwerte und deren Standardabweichungen nahezu ident sind. Das ist erstaunlich, da bei der Reduktion der Strecken insbesondere Strecken mit Ausreißern aussortiert wurden.

Abschließend wurden auch hier für die Gesamtclusteranzahl von zwei und fünf Clustern das Ergebnis jeweils auf eine Dreiecksvermaschung reduziert. Die Ergebnisse (siehe Abb.167 und Abb.168) sind bestechend übersichtlich.

Abb.164 (rechts):
Blasendiagramm des Mittelwerts (Lage des Mittelpunkts der Blase) und der Standardabweichung (Größe der Blase) des dritten Clusters (blau) und des cyanfarbenen Teilnetzes bei einer Gesamtclusteranzahl von fünf Clustern

- 1: M Maßstabsfaktor
- 2: WX, 3: WY Koordinaten des Einheitsvektors des Rotationswinkels
- 4: X Länge des Translationsvektors
- 5: TWX, 6: TWY Koordinaten des Einheitsvektors des Winkels des Translationsvektors

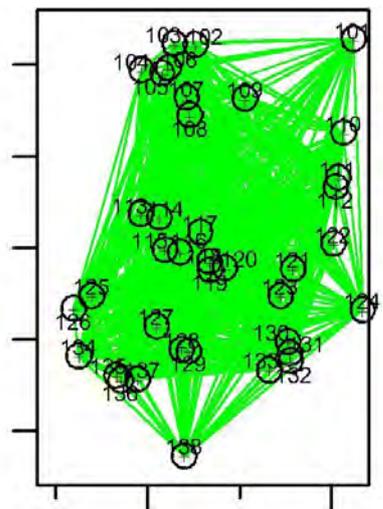
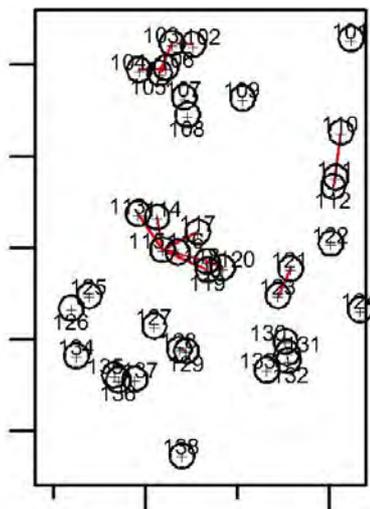
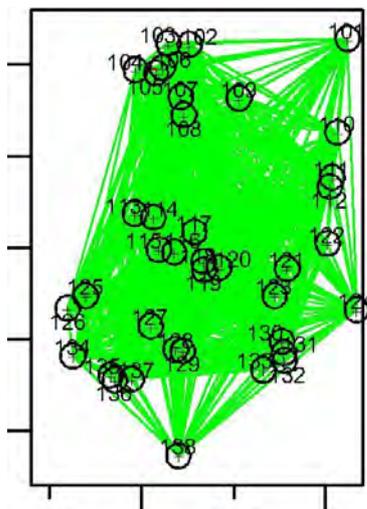
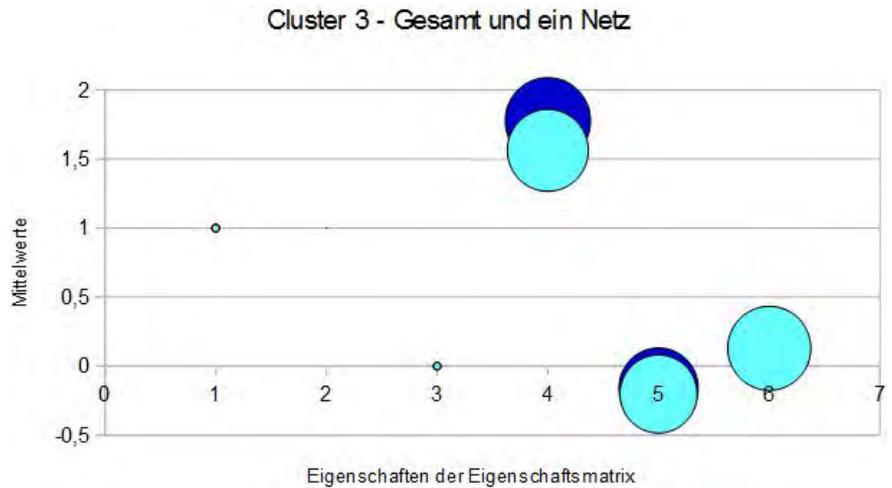
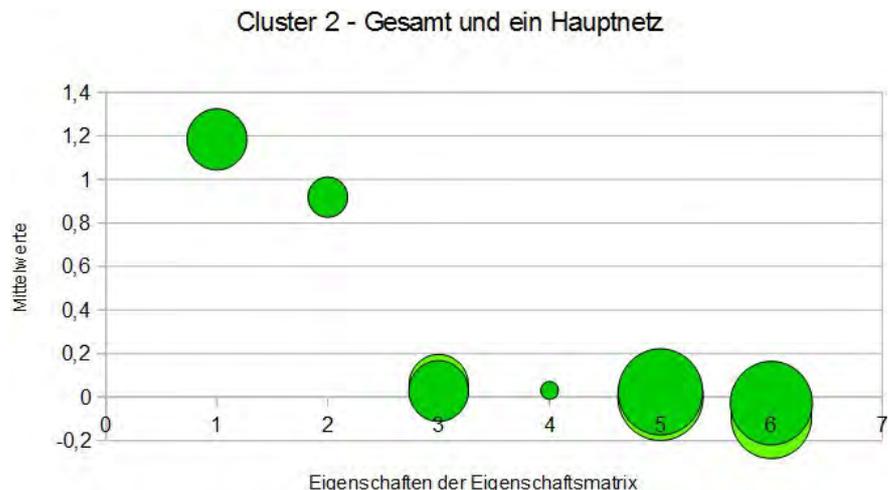


Abb.165 (oben):
Verbindungslinien der Geländepunkt bei einer Gesamtclusteranzahl fünf Clustern

Abb.166 (rechts):
Blasendiagramm des Mittelwerts (Lage des Mittelpunkts der Blase) und der Standardabweichung (Größe der Blase) des zweiten Clusters (hellgrün) und des dunkelgrünen Hauptnetzes bei einer Gesamtclusteranzahl von zwei Clustern



ANWENDUNGSBEISPIEL: „Karte der Brentagruppe“

[mm]	M (1)	WX (2)	WY (3)	X (4)	TWX (5)	TWY (6)
Alle Linien des zweiten Clusters						
Mittelwert	1,18793928	0,91910701	0,05757015	0,02875248	0,00053630	-0,09374964
Standardabweichung	0,33773025	0,15558066	0,35788878	0,02677410	0,74533467	0,66185117
Alle Linien eines grünen Hauptnetzes des achten Clusters						
Mittelwert	1,18362264	0,91807430	0,02777628	0,03109484	0,02386900	-0,02762285
Standardabweichung	0,36807469	0,15973889	0,36251919	0,00316287	0,72890362	0,68629315

Tab.8 (oben): Mittelwert und Standardabweichung der Verbindungslinien des zweiten Clusters (und eines Teilnetzes) bei einer Gesamtclusteranzahl von zwei Clustern

M Maßstabsfaktor
 WX, WY Koordinaten des Einheitsvektors des Rotationswinkels
 X Länge des Translationsvektors
 TWX, TWY Koordinaten des Einheitsvektors des Winkels des Translationsvektors

Abb.167 (rechts): links: Reduzierung der Strecken bei einer Gesamtclusteranzahl von zwei Clustern auf eine Dreiecksvermaschung (Flächen, die von Linien gleicher Farbe (gleichen Clusters) begrenzt werden, sind farbig hervorgehoben)

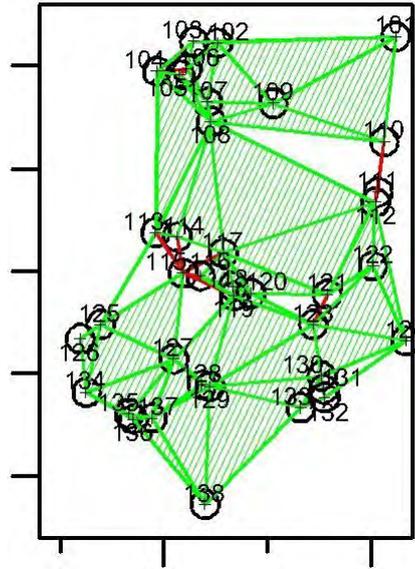
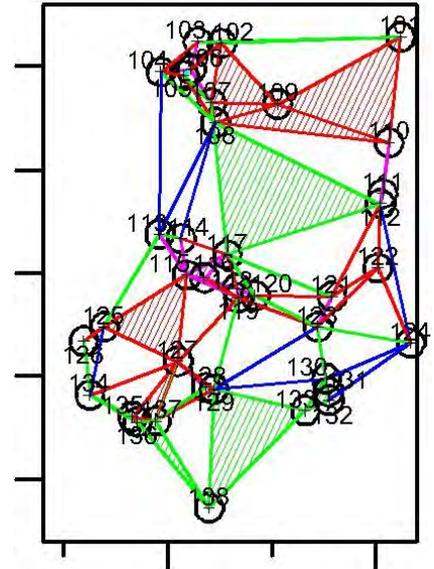


Abb.168 (rechts): rechts: Reduzierung der Strecken bei einer Gesamtclusteranzahl von fünf Clustern auf eine Dreiecksvermaschung (Flächen, die von Linien gleicher Farbe (gleichen Clusters) begrenzt werden, sind farbig hervorgehoben)



6 ANWENDUNGSBEISPIEL: „Die beiden Seen – der Thuner- und der Brienersee“

Die Karte „Die Eydgnoschafft Pünten vnd Wallis, Helvetia cum Confinijs“ (siehe Abb.169) wurde von *Hans Conrad Gyger* erstellt und im Jahr 1637 veröffentlicht. Auf diese Karte wird bereits in Kapitel 1.3 hingewiesen, sie diene als Beispiel, dass sich durch Übernehmen von Kartendarstellungen von Vorläuferkarten Fehler sehr lange in Karten erhalten können. Wie hier die fehlerhafte Lage des *Brienersees* zum *Thunersee*. Diese beiden Seen sind in vielen Altkarten in gleicher Ausrichtung dargestellt, tatsächlich liegen sie jedoch in einem Winkel zueinander. (*Jenny et al. in Koller et al. [2009], S5*)

Abb.169 (unten): „Die Eydgnoschafft Pünten vnd Wallis, Helvetia cum Confinijs“, Hans Conrad Gyger, 1637, 1:1.000.000 - 1.200.000, 34cm x 26cm, aus *Zumstein [2010]*, verkleinert



Bei dieser Gyger-Karte wurde die Distanz zweier Ortspositionen vermutlich, wie zu dieser Zeit üblich, entlang der Verkehrsverbindungen gemessen. Diese Aufnahmemethode bedingt Messergebnisse mit geringwertiger Genauigkeit. Somit kann die Gyger-Karte als Repräsentant von Karten mit geringwertiger Genauigkeit zu Testzwecken des Programms „K DFA“ herangezogen werden.

Der direkte Vergleich der Lagen beider Seen sowohl im Ausschnitt (siehe Abb.170) aus dieser detailreichen Gyger-Karte und in einer aktuellen Referenzkarte (hier *Google-Maps* siehe Abb.171) verdeutlicht die fehlerhafte Darstellung.

In diesem Kapitel soll dieser Ausschnitt der Altkarte mit dem

ANWENDUNGSBEISPIEL: „Die beiden Seen – der Thuner- und der Brienersee“

Programm „K DFA“ analysiert werden. Es soll hierbei der Frage nachgegangen werden, ob die grob falsche Lage des Brienersees relativ zum Thunersee erkannt werden kann, oder ob die insgesamt eher ungenaue Kartendarstellung diese Differenzierung behindert.

Es wird nach einer kurzen Einführung mit Hintergrundinformationen zur Gyger-Karte, eine Genauigkeitsanalyse anhand des Programms *Map-Analyst* durchgeführt. Dieses Programm hat den Vorteil, die zu ermittelnden Passpunkte in beiden Karten festlegen und als Koordinatenlisten exportieren zu können. Weiters führt *Map-Analyst* eine auf gängige Methoden beruhende Genauigkeitsanalyse durch, deren Ergebnisse ebenfalls in diesem Kapitel kurz vorgestellt werden.

Abb.170: Ausschnitt aus „Die Eydgnoschafft Pünten vnd Wallis, Helvetia cum Confinijs“, Hans Conrad Gyger, 1637, 1:1.000.000 - 1.200.000, 8,3cm x 5,5cm, aus Zumstein [2010], vergrößert



Abb.171: Thunersee und Brienersee, GoogleMaps [2012]



6.1 Historisches über die Karte

Die Schweizerkarte „Die Eydgnoschafft Pünten vnd Wallis, Helvetia cum Confinijs“ (Blumer No. 102)³⁶ hat Hans Conrad Gyger, ein bedeutender Kartograph seiner Zeit, im Jahr 1637 für den Frankfurter Verleger Matthäus Merian gezeichnet und sie wurde anschließend in Kupfer gestochen. (Dürst [1987], S5)

³⁶ Diese Angabe bezieht sich auf den Katalog der Gesamtkarten der Schweiz von Walter Blumer. Walter Blumer: Bibliographie der Gesamtkarten der Schweiz von Anfang bis 1802. (Bibliographia Helvetica, Faszikel 2), 1975, Bern. (Dürst [1987], S21)

ANWENDUNGSBEISPIEL: „Die beiden Seen – der Thuner- und der Brienersee“

Diese Karte zeichnet sich aus durch reichen detailgenauen Inhalt (Flussläufe, Städte, Schlösser und Burgen mit vielen Beschriftungen) und reiche Verzierungen, wie beispielsweise der Inszenierung des Titels als Wappentuch, das von einem Stierkopf bekrönt und von zwei Kriegern flankiert wird. (Dürst [1987], S15)

Diese Karte wurde weiters in der *Archontologia Cosmica* (Erstauflage 1638) als auch in der *Topographia Helvetiae* (1642) veröffentlicht. (Dürst [1987], S15)

6.2 Quellen der Karte

Die Karten von *Hans Conrad Gyger* werden aufgrund der hohen Genauigkeit und Verlässlichkeit ihrer Darstellung für über hundert Jahre immer wieder kopiert oder von Behörden als Informationsquelle herangezogen. Die hier vorgestellte Karte ist eine verkleinerte Kopie einer anderen Darstellung der Schweiz aus dem Jahr 1635, die ebenfalls von *Gyger* erstellt wurde. (Dürst [1987], S15)

Diese Karten von *Gyger* beruhen „jedoch nur zu einem kleinen Teil auf persönlicher Kenntnis des Geländes und entstanden vor allem durch Kompilation aus denjenigen zeitgenössischer Karten, die *Gyger* als die zuverlässigsten erachtete.“ (Dürst [1987], S7)

Abb.173 (rechts): Ausschnitt aus „Die Eydgnoschaft Pünten vnd Wallis, Helvetia cum Confinijs“, Hans Conrad Gyger, 1637, 1:1.000.000 - 1.200.000, 10,3cm x 8,3cm, aus *Zumstein* [2010], Originalgröße



6.3 Originalexemplar – Digitalisierung

Die hier durchzuführende Altkartenanalyse kann auf eine bereits digital vorliegende Karte zurückgreifen. Das Originalexemplar stammt aus der Sammlung von *Marcel Zumstein* (Schweiz), der nach eigenen Angaben³⁷ leider nicht wusste, aus welcher Veröffentlichung diese Karte stammt. Die Digitalisierung hat *Zumstein* mit einem A3-Flachbettscanner durchgeführt und ist somit als 300-dpi-JPEG Datei auf der Homepage von *Zumstein*³⁸ verfügbar. (*Zumstein* [2010], *Zumstein* [2015])

Um die Lage der beiden Seen analysieren zu können, reicht die Beschränkung der Genauigkeitsuntersuchung auf den folgenden

37 Laut E-Mail von *Zumstein* vom 22.5.2015 (*Zumstein* [2015])

38 www.zumbo.ch

ANWENDUNGSBEISPIEL: „Die beiden Seen – der Thuner- und der Brienersee“



Kartenausschnitt (siehe Abb.172 und Abb.173). Hierbei befinden sich im Zentrum die beiden Seen, wobei die Umgebung großzügig berücksichtigt wird. Es ist möglich, dass im Zuge der Genauigkeitsanalyse mit „K DFA“ eine Verkleinerung des zu analysierenden Kartenausschnitts sinnvoll erscheint.

Abb.172 (links): Markierung des Analyseausschnitts in „Die Eydgnoschaft Pünten vnd Wallis, Helvetia cum Confinijs“, Hans Conrad Gyger, 1637, 1:1.000.000 - 1.200.000, 34cm x 26cm, aus *Zumstein* [2010], verkleinert

6.4 Datengewinnung – Passpunkte



Abb.174 (oben): Legende - Ausschnitt aus „Die Eydgnoschaft Pünten vnd Wallis, Helvetia cum Confinijs“, Hans Conrad Gyger, 1637, 1:1.000.000 - 1.200.000, 4cm x 2cm, aus *Zumstein* [2010], Originalgröße

Für die Genauigkeitsuntersuchung eignen sich nur jene Punkte, für die ein eindeutig identer Bezug in beiden Systemen (Alt- und Neukarte) zweifelsfrei gegeben ist. Bei der vorliegenden Gyger-Karte der Schweiz, wie durch die Kartenlegende (siehe Abb.174) definiert, liegen unterschiedliche Markierungen der Städte, Schlösser, Klöster und Dörfer vor. Hierdurch ist eindeutig nachvollziehbar, welche genauen Lagen Gyger für diese Kartenobjekte vorgesehen hat. Somit müssen nur noch die tatsächlichen Orte auf einer aktuellen Referenzkarte gefunden werden. Insbesondere Schlösser und Klöster eigneten sich hier zur Verortung, da selbst nach knapp 400 Jahren nach Erstellung dieser Karte diese bis heute bestehen und somit auch deren tatsächliche Lage bekannt ist. Bei Städten und Dörfern ist jedoch möglich, dass es hierbei in den letzten Jahrhunderten zu Lageveränderungen gekommen ist, oder diese ganz aufgelassen wurden. Somit erinnern teilweise nur noch Straßen-, Gebiets- oder Stadtteilnamen an diese alten Ortschaften.

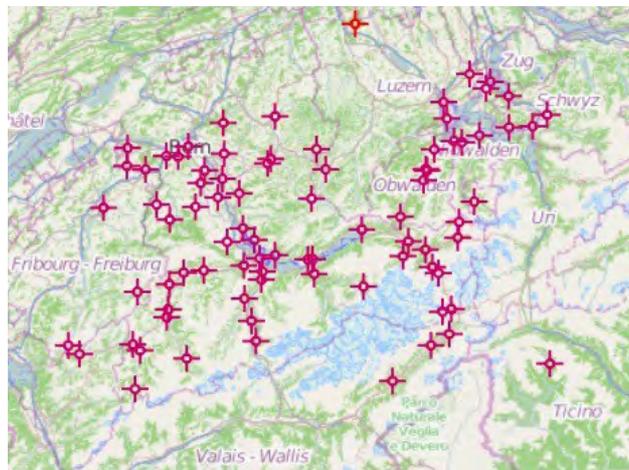
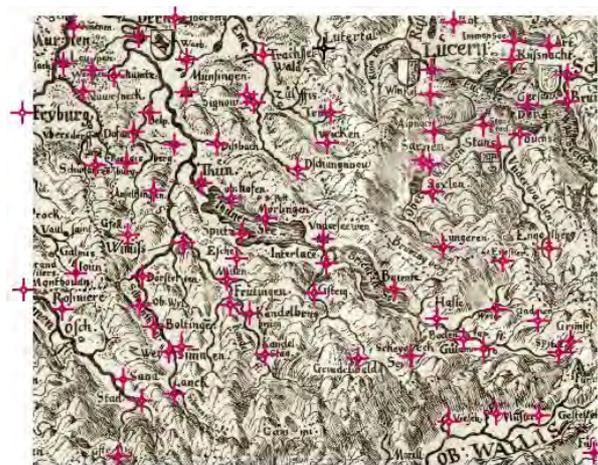


Abb.175 (oben): beide Bilder sind Screenshots aus dem Programm MapAnalyst, links: Ausschnitt aus „Die Eydgnoschaft Pünten vnd Wallis, Helvetia cum Confinijs“ mit Passpunktmarkierungen, rechts: Ausschnitt aus OpenStreetMap [2015] mit Passpunktmarkierungen

Mit Hilfe des Programms MapAnalyst³⁹ werden 83 homologe Passpunkte gefunden (siehe Abb.176). Konkret dienen hierbei folgende Ortsmarkierungen in der Altkarte zur Passpunktfindung: 55 Dorfsymbole, 8 Stadtsymbole, 15 Schlosssymbole, 2 Klostersymbole und 3 Seendarstellungen. Die Beschreibung der einzelnen Punkte und eine kurze Begründung, wie die tatsächlichen Lagen gefunden werden konnten, sind im Anhang zusammengestellt.

Bei einigen Passpunkten wären noch weitere historische Nachforschungen notwendig, um sicherzustellen, dass die hier gewählte Verortung korrekt vorgenommen wurde. Hiervon betref-

³⁹ *MapAnalyst*: Programm zur Untersuchung der Genauigkeit von Altkarten, Version 1.3.21, Copyright 2005-2010 by Bernhard Jenny and Adrian Weber, Institute of Cartography, ETH Zurich, Operating System: Windows 7 6.1, Java VM 1.6.0_31 (32bit) by Sun Microsystems Inc., download: <http://mapanalyst.cartography.ch/> (MapAnalyst [2010])

ANWENDUNGSBEISPIEL: „Die beiden Seen – der Thuner- und der Brienersee“

fene Passpunkte sind insbesondere die Nummern 22, 23, 29, 39, 58, 62, 64 und 68. Aufgrund der hohen Lageunsicherheit muss der Passpunkt Nummer 68 jedoch schon jetzt aussortiert werden.

Einen ersten Eindruck über die Passpunktverteilung sowohl in der Altkarte als auch in der Neukarte, der open source Karte OpenStreetMap [2015], geben Screenshots aus dem Programm MapAnalyst (siehe Abb.175).

6.5 Vorbereiten der Daten zur Analyse mit dem Scilab- Programm

Die mit Hilfe von *MapAnalyst* ermittelten Passpunkte (siehe Anhang Tab.3) können als Koordinaten der Neu- und der Altkarte exportiert werden. Beim vorliegenden Beispiel sind die Koordinaten der Altkarte in „pixel units“ direkt in der Altkarte gemessen. Für die Neukarte sind die Koordinaten mit OpenStreetMap [2015] erstellt (siehe Anhang Tab.4). Diese Daten sind somit nur Rohdaten, die noch vor der Analyse mit „K DFA“ vorbereitet werden müssen. (*MapAnalyst – What`s New* [2015])

Die vorliegende Karte soll sowohl mit dem Programm *MapAnalyst* als auch mit Scilab analysiert werden. Damit die Ergebnisse, die auf diesen beiden Wegen gewonnen werden, miteinander gut verglichen werden können, sollen die Ausgangsdaten sowohl in Projektion, Deckungspunkt und Maßstab übereinstimmen.

Abb.176: nummerierte Passpunkte im gewählten Ausschnitt aus „Die Eydgnoschafft Pünten vnd Wallis, Helvetia cum Confinijs“, Hans Conrad Gyger, 1637, 1:1.000.000 - 1.200.000, 10,4cm x 8,3cm, aus *Zumstein* [2010], Originalgröße



Standardmäßig transformiert *MapAnalyst* die Passpunkte der Neukarte in transversale, flächentreue Zylinderprojektion in der Annahme, dass sich dieser Netzentwurf am besten für große und mittlere Maßstäbe eigne. Dieser Netzentwurf ist somit Grundlage aller hier vorgestellten Ergebnisse, die mit Hilfe *MapAnalyst* ermittelt werden. (*MapAnalyst – OpenStreetMap* [2014])

Im Zuge der Analyse der Altkarte mit *MapAnalyst* ergibt sich bei der *Helmert-Transformation* ein mittleren Radialfehler von $\pm 7.180\text{m}$, und einen mittleren Passpunktfehler von $\pm 10.154\text{m}$, wobei ein durchschnittlicher Maßstab von 1:1.080.500 errechnet wird.

ANWENDUNGSBEISPIEL: „Die beiden Seen – der Thuner- und der Brienersee“

Aufgrund dieses hohen Fehlerbereichs und des Maßstabs der Gyger-Karte wird sind die Abweichungen, die durch unterschiedliche Netzentwürfe entstehen, vernachlässigbar, weshalb im Zuge der Analyse mit „K DFA“ keine Anpassung erfolgt. Die von *OpenStreetMap* [2015] ermittelten Koordinaten der Neukarte werden somit herangezogen, diese befinden sich in der Mercator Projektion. (*MapAnalyst – OpenStreetMap* [2014])

Für die Analyse mit „K DFA“ werden die Koordinaten abschließend mit Hilfe der *Helmert-Transformation* (*Coordinate Transformations - Engineering Surveyor* [2015]) ausgeglichen. *MapAnalyst* führt ebenfalls vor der Genauigkeitsanalyse diese Ausgleichung durch.

Abb.177: Methode von Mekenkamp im Maßstab 1:1, erstellt mit Hilfe von *MapAnalyst* (Ausschnitt aus „Die Eydgnoschafft Pünten vnd Wallis, Helvetia cum Confinijs“, Hans Conrad Gyger, 1637, 1:1.000.000 - 1.200.000, 10,4cm x 8,3cm, aus *Zumstein* [2010]), Originalgröße

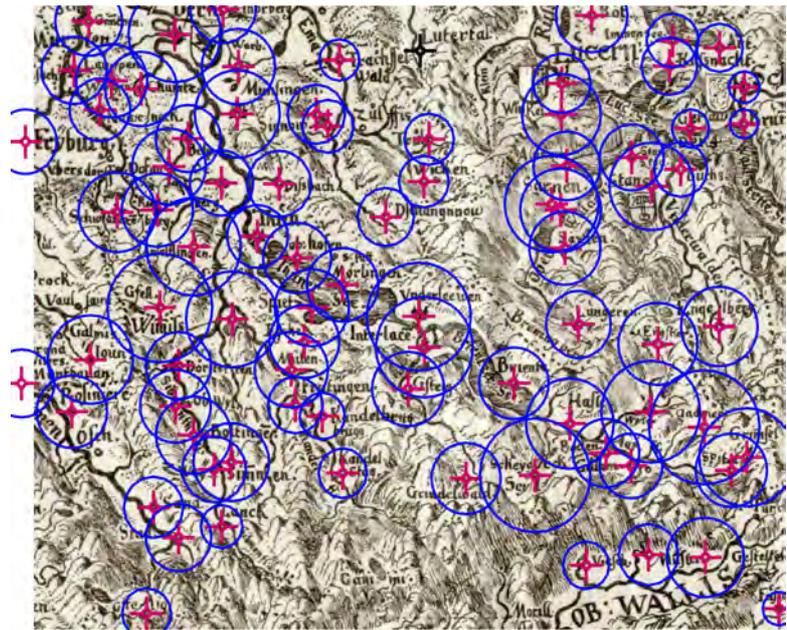
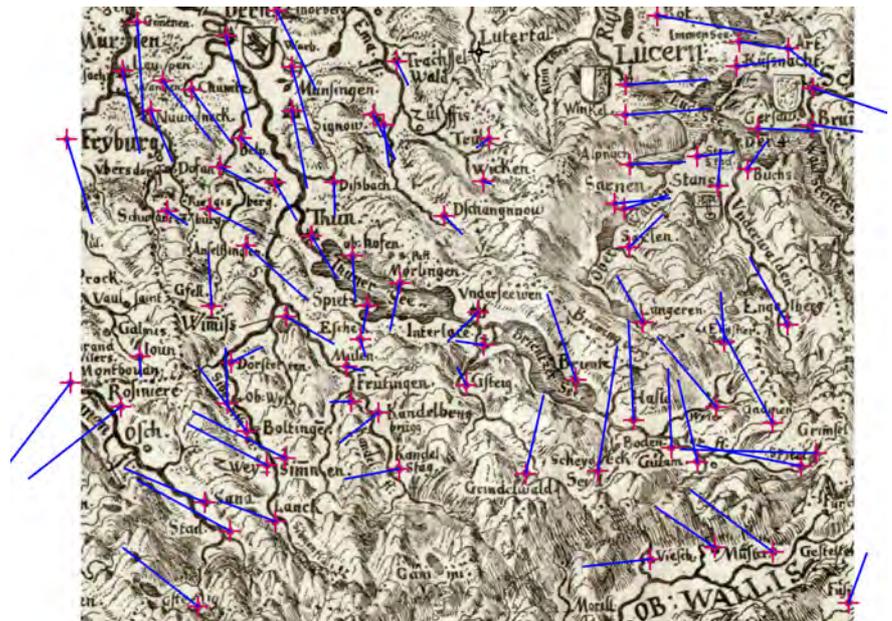


Abb.178: Restklaffungsvektoren im Maßstab 1:1, erstellt mit Hilfe von *MapAnalyst* (Ausschnitt aus „Die Eydgnoschafft Pünten vnd Wallis, Helvetia cum Confinijs“, Hans Conrad Gyger, 1637, 1:1.000.000 - 1.200.000, 10,4cm x 8,3cm, aus *Zumstein* [2010]), Originalgröße



6.6 Kartenanalyse mit MapAnalyst

Die folgenden Analysen werden mit dem Programm *MapAnalyst* 1.3.21 durchgeführt. Bereits die Darstellung der Fehlervektoren (siehe Abb.178) und der Ergebnisse der Kreismethode von Mekenkamp (siehe Abb.177) verdeutlicht, dass bei der vorlie-

ANWENDUNGSBEISPIEL: „Die beiden Seen – der Thuner- und der Brienersee“

genden Gyger-Karte große Ungenauigkeiten vorliegen. Aus diesem Grund treten große Durchmesser der Kreise bei der Methode von *Mekenkamp* auf und die großen Längen der Verbesserungsvektoren.

Die Isolinien der Rotation (siehe Abb.179) werden in 30° Intervallen dargestellt und weisen Winkelbereiche bis 90° auf. Eine Rotationsisolinie deckt sich nahezu mit der Uferlinie des Thunersees und grenzt einen Bereich mit ungefähr 0° ab. Somit wird erkannt, dass die Orientierung dieses Sees korrekt dargestellt wird. Der Brienersee wird von querenden Isolinien durchschnitten, die Winkel von ungefähr 0° bis 30° aufweisen. Hiermit ist ablesbar, dass der Darstellungsbereich des Brienersees nicht korrekt wiedergegeben wird.

Abb.179: Rotationsisolinien in 30° Intervallen, erstellt mit Hilfe von MapAnalyst (Ausschnitt aus „Die Eydgnoschafft Pünten vnd Wallis, Helvetia cum Confinijs“, Hans Conrad Gyger, 1637, 1:1.000.000 - 1.200.000, 10,4cm x 8,3cm, aus *Zumstein* [2010]), Originalgröße

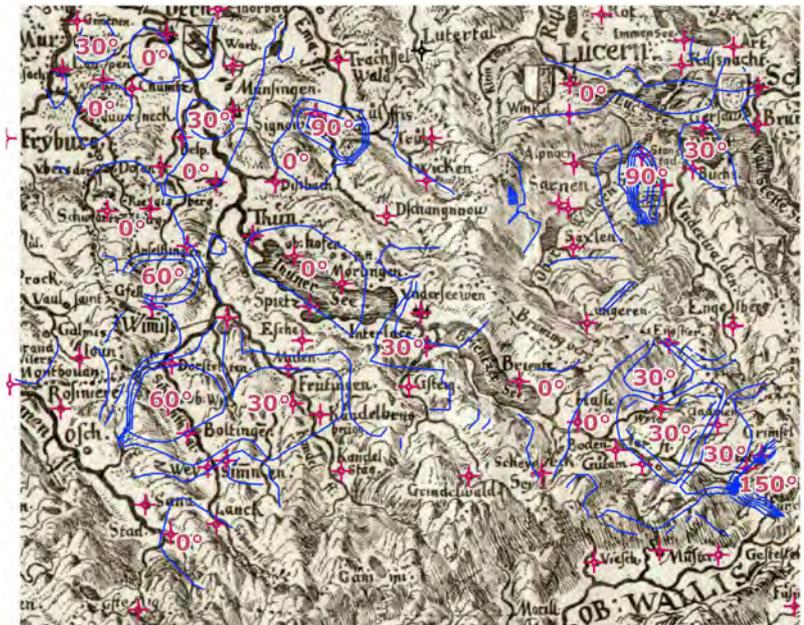
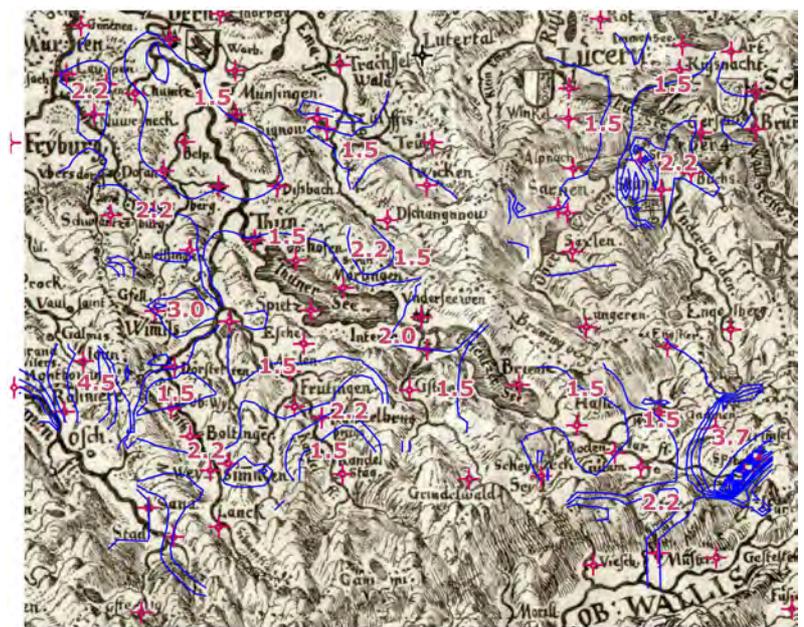


Abb.180: Maßstabsisolinien in 500.000 Intervallen, Beschriftung abgekürzt beispielsweise „1,5“ für „1:1.500.000“, erstellt mit Hilfe von MapAnalyst (Ausschnitt aus „Die Eydgnoschafft Pünten vnd Wallis, Helvetia cum Confinijs“, Hans Conrad Gyger, 1637, 1:1.000.000 - 1.200.000, 10,4cm x 8,3cm, aus *Zumstein* [2010]), Originalgröße



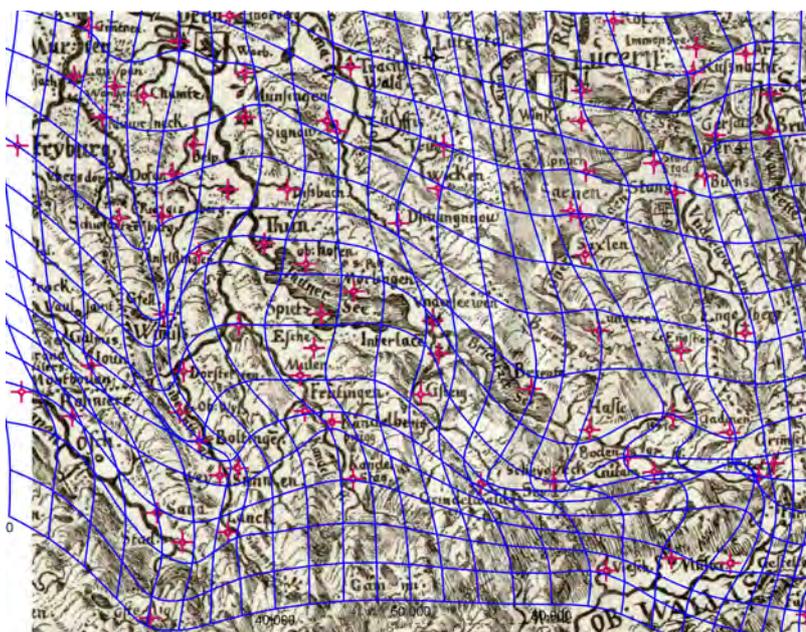
Die Darstellung der Maßstabsisolinien (siehe Abb.180) weisen Werte von 1 : 1.500.000 bis 4.500.000 auf. Der Isolinenverlauf im Bereich der beiden Seen deckt sich weitestgehend mit jenen

ANWENDUNGSBEISPIEL: „Die beiden Seen – der Thuner- und der Brienersee“

der Rotation. Dieser Umstand stimmt optimistisch, dass die unterschiedlichen Lageeigenschaften dieser beiden Seen auch bei der Analyse der systematisch auftretenden Geometriefehler ebenfalls differenziert werden können, da sich die Streuungsbereiche in einem ausreichend geringen Wertebereich bewegen.

In der Darstellung des Verzerrungsgitters (siehe Abb.181) ist die Verdrehung des Brienersees nachvollziehbar. Jedoch ist hier die korrekte Lage des Thunersees nicht so eindeutig erkennbar wie anhand der Isolinien.

Abb.181: Verzerrungsgitter, erstellt mit Hilfe von *MapAnalyst*⁴⁰ im Begleitbeispiel (Ausschnitt aus „Die Eydgnoschafft Pünten vnd Wallis, Helvetia cum Confinijs“, Hans Conrad Gyger, 1637, 1:1.000.000 - 1.200.000, 10,4cm x 8,3cm, aus *Zumstein* [2010]), Originalgröße



6.7 Kartenanalyse mit „K DFA“

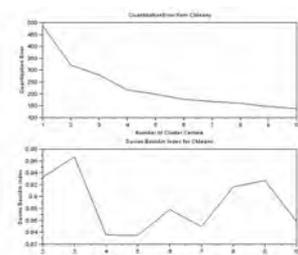


Abb.182 (oben): oben: Verlauf der Quantifizierung des Clusterfehlers bei steigender Clusteranzahl (von zwei bis 10), unten: Verlauf des Davis-Bouldin-Indexes bei steigender Clusteranzahl (von zwei bis 10)

Für die Analyse mit „K DFA“ wurde der Kartenausschnitt verkleinert und die somit reduzierte Auswahl an Passpunkten mit Hilfe der *Helmert-Transformation* (*Coordinate Transformations - Engineering Surveyor* [2015]) ausgeglichen.

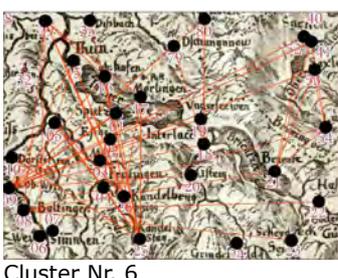
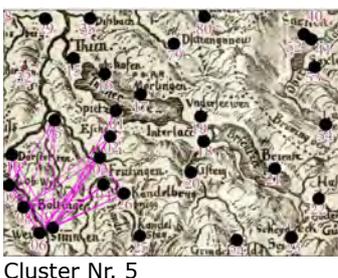
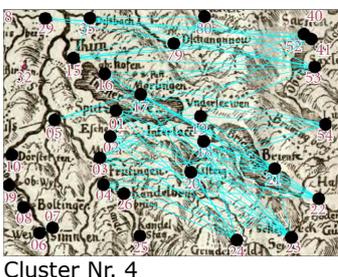
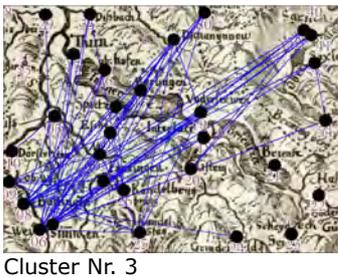
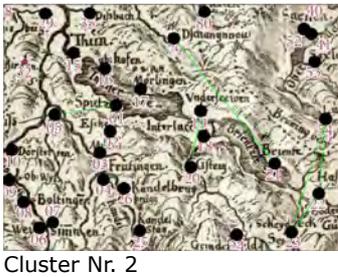
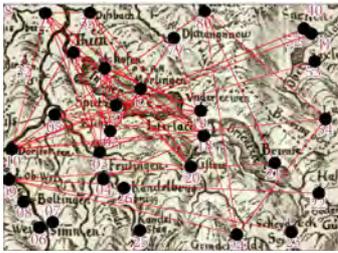
Der Thunersee ist von Passpunkten gut erfasst, jedoch befinden sich entlang des Ufers des Brienersees kaum Städte, wodurch dieser schwieriger analysierbar ist und kartographische Objekte in der Umgebung dieses Sees mitberücksichtigt werden müssen.

Bei der Analyse durch das Programm „K DFA“ tritt die Fehlerverteilung auf, wie sie in der Visualisierung (siehe Abb.182) dargestellt wird. Auch hier zeigt der Davis-Bouldin-Index einen interessanten Verlauf, da der Wert immer wieder ansteigt und fällt. Bei einer Clusteranzahl von vier weist dieser Index den absoluten Tiefstand an. Bei zehn Clustern ist der Davis-Bouldin-Index erneut bei einem niedrigen Wert. Die Quantifizierung des Clusterfehlers nimmt mit zunehmender Clusteranzahl stetig ab.

Auffallend ist hier beispielsweise Cluster Nummer zwei (siehe Abb.183), der viele stark verteilte Einzelstrecken aufweist, jedoch im unteren rechten Eck die Punkt-Nummern 22, 23 und 54 zu einem Dreieck verbindet. Weiters findet sich im Cluster

40 *MapAnalyst*: Programm zur Untersuchung der Genauigkeit von Altkarten, Version 1.3.21, Copyright 2005-2010 by Bernhard Jenny and Adrian Weber, Institute of Cartography, ETH Zurich, Operating System: Windows 7 6.1, Java VM 1.6.0_31 (32bit) by Sun Microsystems Inc., download: <http://mapanalyst.cartography.ch/> (*MapAnalyst* [2010])

ANWENDUNGSBEISPIEL: „Die beiden Seen – der Thuner- und der Brienersee“



Numer fünf eine lokal konzentrierte Streckenverteilung. Um die Clusterverteilung bei einer Gesamtclusteranzahl von zehn Clustern (siehe Abb.183) genauer untersuchen zu können, werden im Folgenden zwei Hauptcluster, Cluster Nummer vier und acht (siehe Abb.184 und Abb.185), näher betrachtet. Beide Cluster beinhalten Strecken, die sich beinahe über den gesamten Kartenausschnitt verteilen und auch Punkte der Seeufer berücksichtigen.

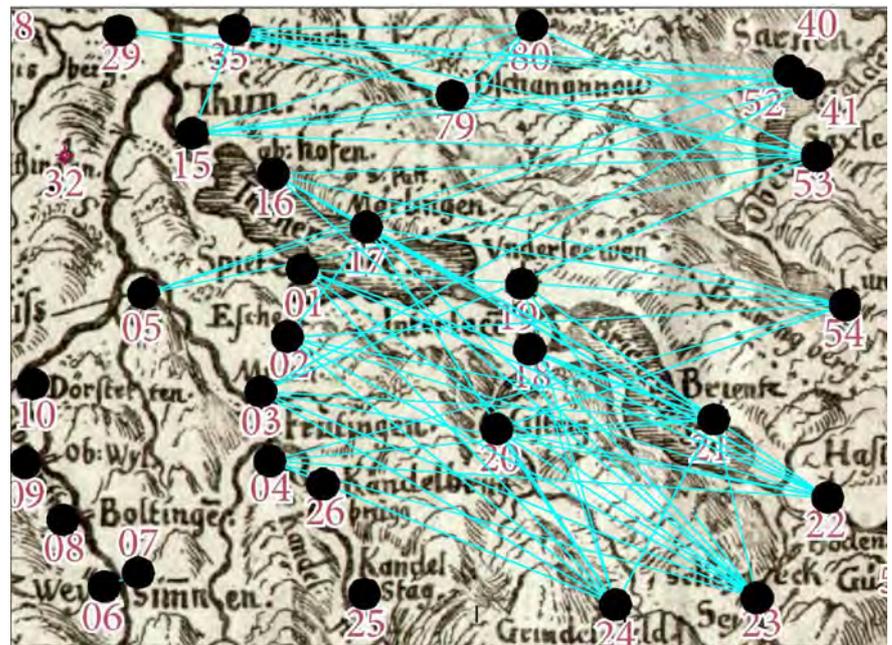


Abb.184 (oben): Cluster Nummer vier bei einer Gesamtclusteranzahl von zehn

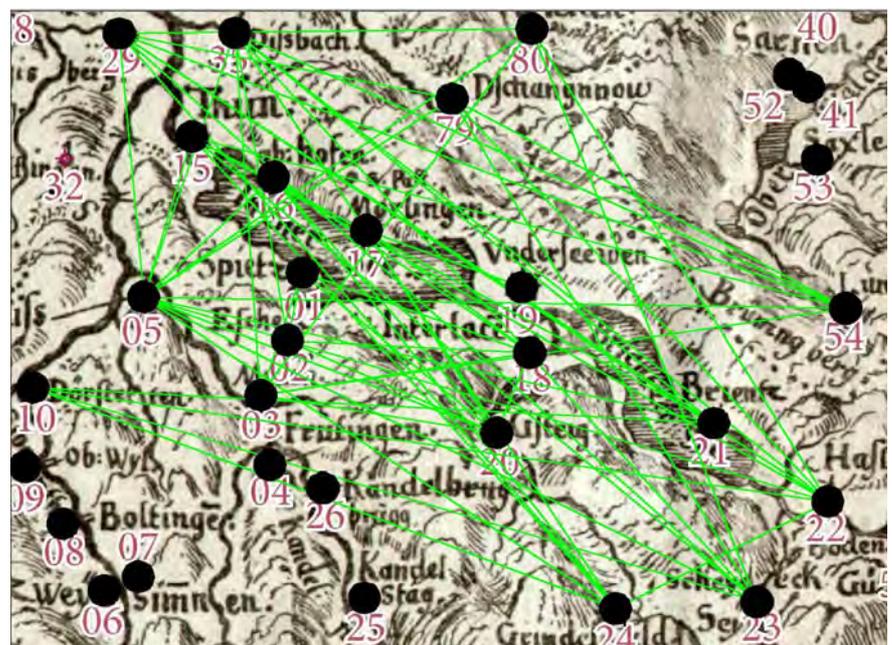
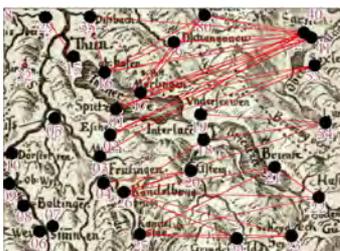


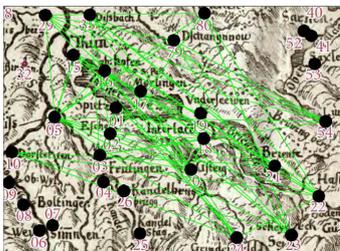
Abb.185 (oben): Cluster Nummer acht bei einer Gesamtclusteranzahl von zehn

Um die Qualität dieser beiden Cluster überprüfen zu können, werden auch diese beiden auf vollständige Netze untersucht. Für beide Cluster werden jeweils Teilnetze (siehe Abb.186 und

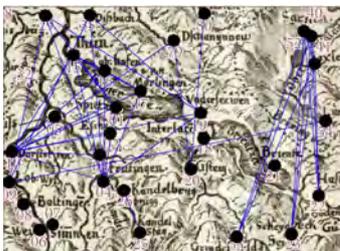
ANWENDUNGSBEISPIEL: „Die beiden Seen – der Thuner- und der Brienersee“



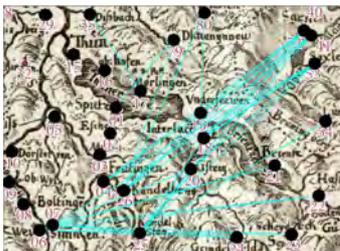
Cluster Nr. 7



Cluster Nr. 8



Cluster Nr. 9



Cluster Nr. 10

Abb.183 (oben): Cluster Nummer eins bis zehn bei einer Gesamtclusteranzahl von zehn Clustern

Abb.187 (rechts): Cluster Nummer 8 mit einem farbig (rot) hervorgehoben Teilnetz, Verbindungslinien der Hauptpunkte bei einer Gesamtclusteranzahl zehn

Abb.187) zur weiteren Untersuchung herausgegriffen. Die sternförmige Verteilung der darin befindlichen Strecken erschweren die Ermittlung eines Teilnetzes, da die Sternspitzen untereinander kaum Verbindungslinien aufweisen.

Die Mittelwerte und deren Standardabweichungen der Strecken beider Cluster und deren Teilnetze (siehe Tab.9, Abb.188 und Tab.10 und Abb.189) werden ebenfalls einander gegenüber gestellt. Hierbei weist bereits der Gesamtcluster Nummer vier eine deutlich bessere Fehlerverteilung als der Cluster Nummer acht auf. Das Teilnetz des vierten Clusters erfährt sogar eine weitere Verbesserung, wogegen jenes des achten Clusters zum Gesamtcluster kaum geringere Standardabweichungen aufweisen.

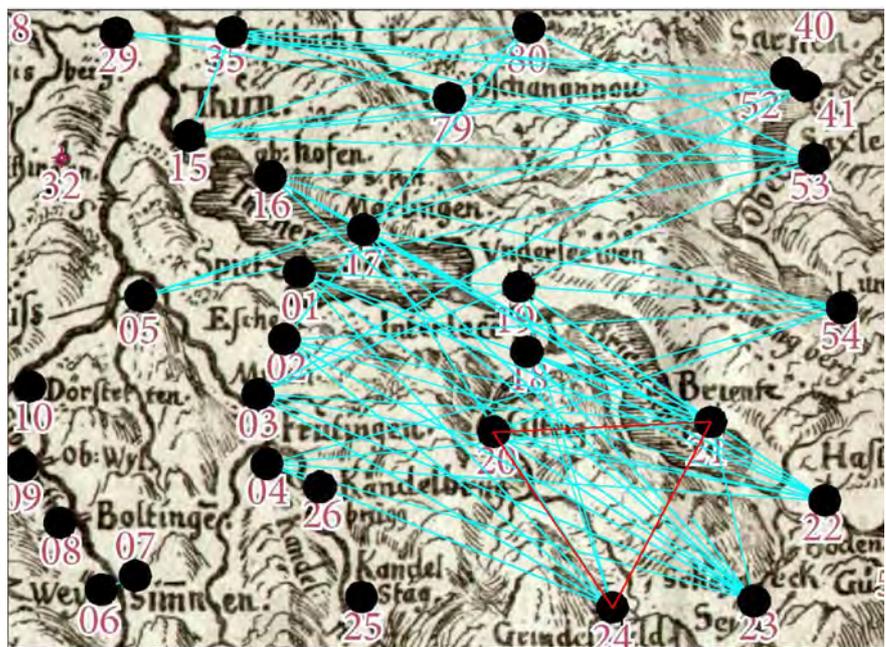
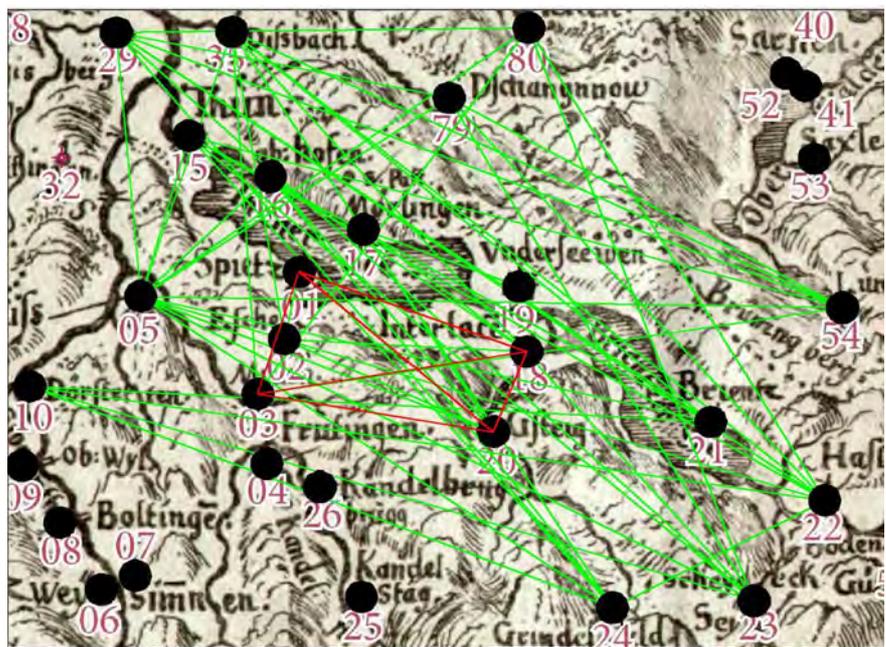


Abb.186 (oben): Cluster Nummer 4 mit einem farbig (rot) hervorgehoben Teilnetz, Verbindungslinien der Hauptpunkte bei einer Gesamtclusteranzahl zehn Clustern



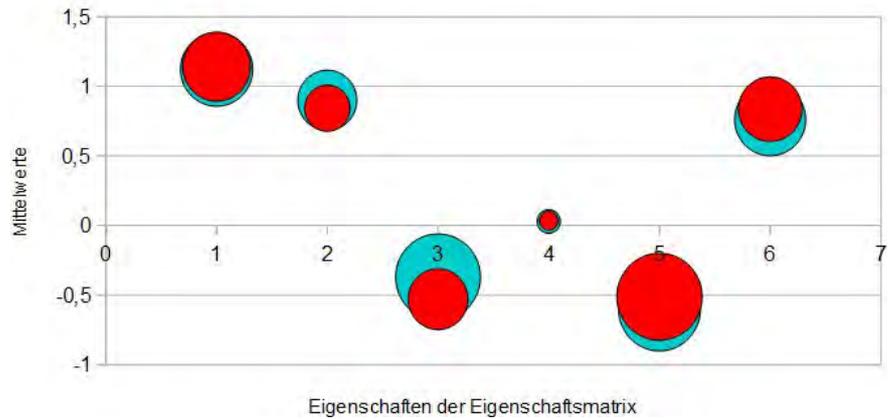
ANWENDUNGSBEISPIEL: „Die beiden Seen – der Thuner- und der Brienersee“

Clustern

Abb.188 (rechts):

Blasendiagramm des Mittelwerts (Lage des Mittelpunkts der Blase) und der Standardabweichung (Größe der Blase) des vierten Clusters (orange) und des roten Hauptnetzes bei einer Gesamtclusteranzahl von zehn Clustern

Cluster 4 - Gesamt und ein Netz



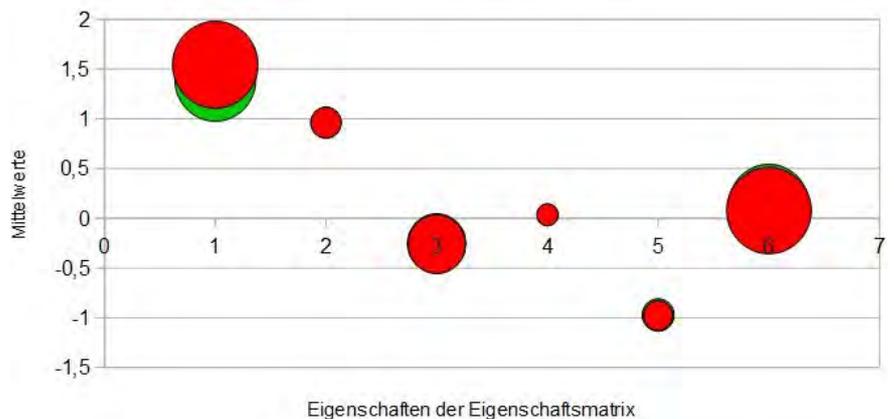
Tab.9 (unten): Mittelwert und Standardabweichung der Verbindungslinien des vierten Clusters (und eines Teilnetzes) bei einer Gesamtclusteranzahl von zehn Clustern

[pixel units]	M (1)	WX (2)	WY (3)	X (4)	TWX (5)	TWY (6)
Alle Linien des vierten Clusters						
Mittelwert	1,12143312	0,89972101	-0,37094018	0,02947140	-0,60145295	0,76146910
Standardabweichung	0,15150350	0,10114667	0,20853961	0,01580913	0,19450668	0,14657785
Alle Linien des roten Netzes des vierten Clusters						
Mittelwert	1,14123583	0,84280947	-0,52928853	0,03492350	-0,51218246	0,83599760
Standardabweichung	0,13322298	0,06016439	0,10329124	0,01000956	0,21108760	0,11665220

Abb.189 (rechts):

Blasendiagramm des Mittelwerts (Lage des Mittelpunkts der Blase) und der Standardabweichung (Größe der Blase) des achten Clusters (orange) und des roten Hauptnetzes bei einer Gesamtclusteranzahl von zehn Clustern

Cluster 8 - Gesamt und ein Netz



Tab.10 (unten): Mittelwert und Standardabweichung der Verbindungslinien des achten Clusters (und eines Teilnetzes) bei einer Gesamtclusteranzahl von zehn Clustern

[pixel units]	M (1)	WX (2)	WY (3)	X (4)	TWX (5)	TWY (6)
Alle Linien des achten Clusters						
Mittelwert	1,38982198	0,96153516	-0,25417246	0,03295544	-0,97264612	0,13051951
Standardabweichung	0,19340408	0,02753425	0,10140047	0,01309155	0,03025687	0,19148906
Alle Linien des roten Netzes des achten Clusters						
Mittelwert	1,54371812	0,96106862	-0,26050797	0,03627247	-0,97757825	0,07810872
Standardabweichung	0,21585482	0,02691757	0,09723537	0,01356789	0,02512460	0,21273577

ANWENDUNGSBEISPIEL: „Die beiden Seen – der Thuner- und der Brienersee“

Abschließend werden auch für diese Karte die Ergebnisse der Gesamtclusteranzahl von vier und acht Clustern auf jeweils eine Dreiecksvermaschung reduziert. Die Ergebnisse (siehe Abb.190 und Abb.191) sind bestechend übersichtlich.

Abb.190 (rechts):
Reduzierung der Strecken bei einer Gesamtclusteranzahl von zehn Clustern auf eine Dreiecksvermaschung (Flächen, die von Linien gleicher Farbe (gleichen Clusters) begrenzt werden, sind farbig hervorgehoben)

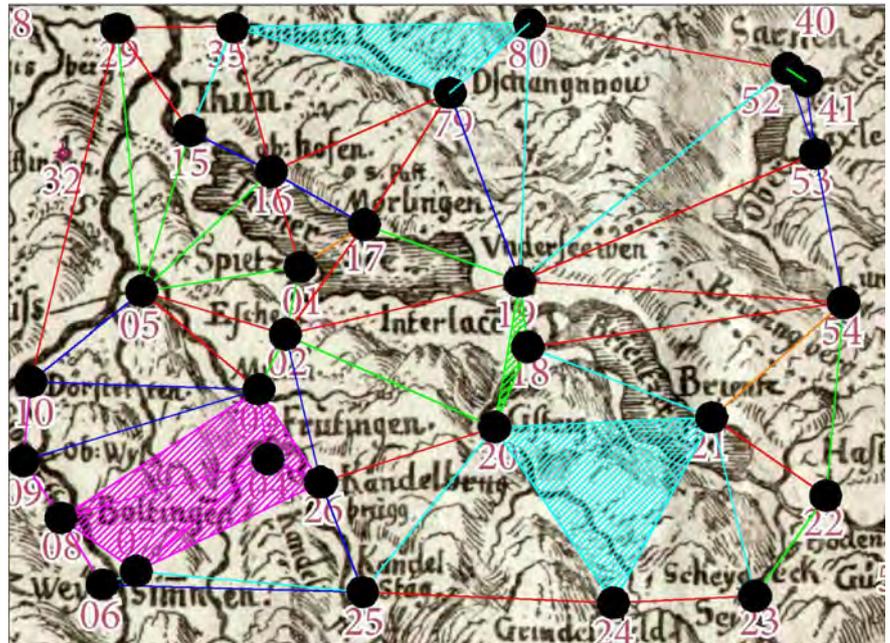
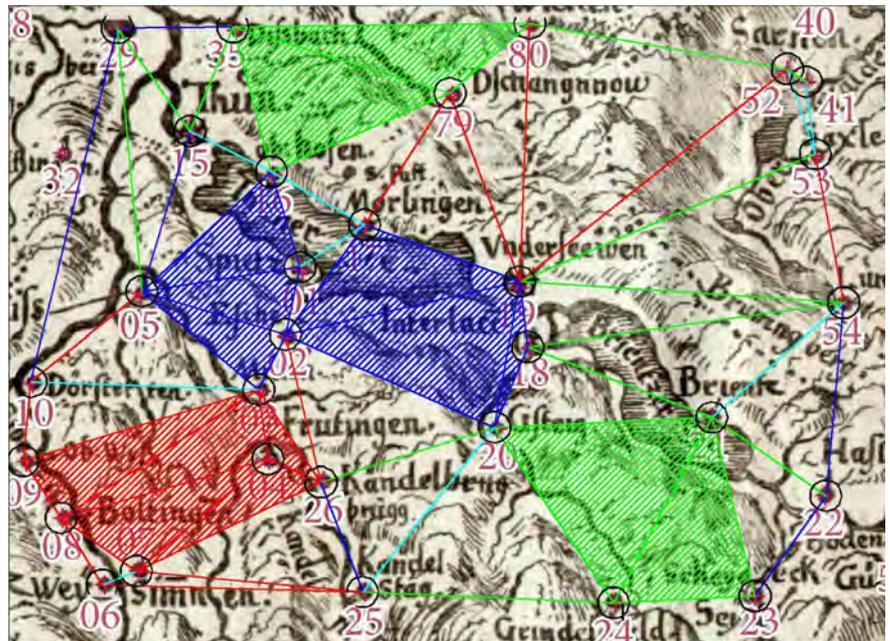


Abb.191 (rechts):
Reduzierung der Strecken bei einer Gesamtclusteranzahl von vier Clustern auf eine Dreiecksvermaschung (Flächen, die von Linien gleicher Farbe (gleichen Clusters) begrenzt werden, sind farbig hervorgehoben)



Es werden die Mittelwerte und die Standardabweichungen der Charakteristika der Streckengruppen der Dreiecksvermaschung mit einer Gesamtclusteranzahl von vier Clustern (siehe Tab.11) näher untersucht. Hierbei werden die Werte der beiden grünen Flächen separat berechnet. Die Rotationswinkel weisen hier hohe Unterschiede auf, der Mittelwert des Winkels der grünen nördlichen Fläche beträgt $-8,00^\circ$ im Gegensatz zur grünen südlichen Fläche mit $-32,91^\circ$.

ANWENDUNGSBEISPIEL: „Die beiden Seen – der Thuner- und der Brienersee“

Die zentrale blaue Fläche weist eine durchschnittliche Rotation von $-13,42^\circ$ auf, also eher einen, für diese Karte, geringen Wert. Diese Fläche repräsentiert den Thunersee, der, wie aus den Vorgängeruntersuchungen bekannt ist, über einen eher geringen Rotationswinkel verfügt. Interessanterweise wird jedoch dieser Bereich vergrößert dargestellt, der durchschnittliche Maßstabsfaktor beträgt ca. 2,2.

Die rote Fläche weist einen Rotationswinkel von $50,33^\circ$ auf, ein eher hoher Wert, der im linken unteren Bereich der Karte begrenzt ist. Der Maßstabsfaktor ist bei den untersuchten Teilflächen auffallend korrekt (mit Ausnahme der blauen Fläche). Die durchschnittlichen Werte bewegen sich von einer Verkleinerung auf 85,9% bis eine Vergrößerung auf 108,9%.

Die mittleren Längen der Translationsvektoren betragen alle unter 0,0 „pixel units“ und sind somit vernachlässigbar.

[pixel units]	M (1)	WX (2)	WY (3)	X (4)	TWX (5)	TWY (6)
Grüne Fläche links-oben						
Mittelwert	0,94747214	0,98416252	-0,13839220	0,01749992	-0,26231791	0,89716502
Standardabweichung	0,06492990	0,01850788	0,12246269	0,00661174	0,38692178	0,09025981
Rote Fläche						
Mittelwert	0,85893360	0,61183272	0,73771431	0,03723142	0,98701816	-0,12296603
Standardabweichung	0,16025615	0,25814272	0,15805198	0,01125824	0,01275394	0,10884008
Blaue Fläche						
Mittelwert	2,21157188	0,90536327	-0,21599003	0,07517745	-0,84021284	-0,20051109
Standardabweichung	0,80599438	0,22655841	0,30573800	0,06482381	0,18515867	0,49061909
Grüne Fläche rechts-unten						
Mittelwert	1,08857254	0,83609468	-0,54103086	0,03449624	-0,39090657	0,87942920
Standardabweichung	0,15605545	0,05266587	0,08669166	0,00987730	0,28356490	0,10879509

Tab.11 (oben): Mittelwert und Standardabweichung der Strecken der schraffierten Flächen der Dreiecksvermaschung (siehe Abb.191) bei einer Gesamtclusteranzahl von vier Clustern

7 SCHLUSSBEWERTUNG

Wie in der Forschungsfrage der vorliegenden Diplomarbeit formuliert, soll die neue Methode systematisch auftretende Geometriefehler in Altkarten aufdecken und klassifizieren. Im Zuge dieser Analyse sollen komplexe innere geometrische Zusammenhänge der Altkarte aufgedeckt werden. Da die Verzerrungseigenschaften nicht lokal begrenzt und unverfälscht in die neue Methode einfließen, sollen unterschiedliche innere geometrische Strukturen der Altkarte aufgedeckt werden. Die neue Methode soll somit Historikern und Kartographen ermöglichen die geodätische Genauigkeit, unterschiedliche Quellenkarten, unterschiedliche Aufnahmemethoden und das Vorgehen bei der Vermessung sowie Lagefehler von kartographischen Objekten aufdecken. Die Umsetzung der neuen Methode erfolgt als Computerprogramm „K DFA“.

Die neue Methode wird im Zuge dieser Arbeit anhand des Programms „K DFA“ an mehreren Beispielen, an zwei Test- und zwei Anwendungsbeispielen, getestet. Die beiden Testbeispiele (das Quadratbeispiel und das Österreichbeispiel) sind fiktiver Natur und basieren auf idealen Datenstrukturen. So verfügen die Strecken der Objekte jeweils über genau die gleichen Geometriefehler. Somit wird die Methode erst bei den beiden Anwendungsbeispielen an Objekten mit Geometriefehlern die sich in Streubereichen befinden, getestet. Die Wertigkeit der geometrischen Genauigkeit der beiden Altkarten sind hierbei unterschiedlich. Die Brenta-Karte zeichnet sich durch hohe und die Gyger-Karte durch geringere Genauigkeit auf.

Im Quadratbeispiel repräsentieren drei Quadrate den Karteninhalt und stellt somit ein sehr vereinfachtes und abstraktes Testbeispiel dar. Durch die Anwendung des Programms „K DFA“ deckt die neue Methode die inneren geometrischen Zusammenhänge dieses Beispiels auf. Systematisch auftretende Geometriefehler werden korrekt bestimmt und korrekt klassifiziert. Somit beantwortet die neue Methode (und somit das Programm „K DFA“) die Forschungsfrage am Quadratbeispiel in perfekter Weise. Hierbei besteht nur eine Einschränkung, dass aufgrund der gewählten statistischen Methode (c-means), die einzelnen Programmdurchläufe unterschiedliche Ergebnisse liefern. So können bei einer Gesamtclusteranzahl von zehn zwei Objekte, hier die Strecken der zwei Quadrate, in einen Cluster klassifiziert werden. Bei einer höheren Gesamtclusteranzahl würden diese beiden Quadrate konsequent in zwei Cluster differenziert.

Anhand der graphischen Darstellung des Ergebnisses des Quadratbeispiels lassen sich die komplexen inneren geometrischen Zusammenhänge des Quadratbeispiels leicht und schnell erfassen. Hierbei ist die Analyse der systematisch auftretende Geometriefehler nicht auf lokale Teilbereiche begrenzt. Die Fehler der Geometrie fließen unverfälscht in die Klassifizierung ein.

Als zweites Testbeispiel wird das vereinfachte Kartenbeispiel der Österreichkarte herangezogen. Hierbei werden zu den Landeshauptstädten mit korrekter Lage drei weitere Städte hinzuge-

fügt. Diese drei-Städtegruppe verfügt über den gleichen systematisch auftretenden Geometriefehler. Das Programm „K DFA“ erkennt die hohe Genauigkeit der Landeshauptstädte. Somit werden die Verbindungsstrecken dieser Positionen, bei einer Gesamtclusteranzahl von zehn, korrekt in einen Cluster geordnet. Die Strecken der drei-Städtegruppe werden ebenfalls in einem Cluster zusammengefasst, jedoch sind auch weitere Einzelstrecken darin enthalten. Wie im Kapitel 4.2.2 definiert besteht ein Objekt aus mindestens einem Dreieck und muss ein vollständiges Netz bilden. Da diese Einzelstrecken mit dem Dreieck der Städtegruppe kein vollständiges Netz ergeben sind diese dem Rauschen zuzuschreiben. Die Geometriefehler der Verbindungsstrecken der drei-Städtegruppe sind ident, folglich in einem sehr geringen Streuungsbereich. Sie werden somit als Objekt erkannt. Aufgrund der bereits erwähnten Überlegungen werden die übrigen Cluster des Ergebnisses des Österreichbeispiels als Rauschen erkannt.

Die Stadt München wird von der neuen Methode als Ausreißer erkannt. Alle Endpunkte von Strecken, die Objekten zugeordnet werden, sind keine Ausreißer. Hingegen sind Punkte, die ausschließlich Endpunkte von Strecken sind, die dem Rauschen zugeschrieben werden, per Definition Ausreißer. Nur die Stadt München ist in keinem Objekt enthalten und somit ein Ausreißerpunkt.

Erst durch „hartes Clustern“ würde beispielsweise das Objekt der drei-Städtegruppe in einen Cluster, ohne weitere Einzelstrecken, klassifiziert werden. „Hartes Clustern“ bedeutet, dass eine hohe Clusteranzahl relativ zur Streckenanzahl gewählt wird. Es ist jedoch fraglich, ob dieses „harte Clustern“ bei der Altkartenanalyse zielführend ist. Da im Unterschied zu den fiktiven Beispielen die Geometriefehler der Strecken von Altkarten über einen höheren Streuungsbereich verfügen, auch wenn diese zu einem einzigen Objekt gehören. Bei zu „harten Clustern“ könnten diese Strecken nicht als zu einem Objekt gehörig erkannt werden.

Es ist somit zu klären, welche Gesamtclusteranzahl für die Fragestellung gewählt werden sollte und ob diese bei zehn Clustern, wie im Programm „K DFA“ umgesetzt, zu gering ist. Weiters hat sich bei den beiden Testbeispielen gezeigt, dass für die Differenzierung der Objekte vom Rauschen der Streuungsbereich der Geometriefehler bekannt sein muss. Die Geometriefehler der einzelnen Strecken werden vom Programm „K DFA“ berechnet, jedoch fehlt ein Kriterium, das die Streuungsweite der Geometriefehler von Streckengruppen definiert.

Auch die beiden Anwendungsbeispiele an Altkarten verdeutlichen, dass die neue Methode, die Strecken anhand ihrer Geometriefehler zu klassifizieren, für die Beantwortung der Forschungsfrage prinzipiell sehr gut geeignet ist. Die Analyse der Altkarten zeigt, dass das neue Computerprogramm „K DFA“ schnelle und umfassende Ergebnisse liefert. Um insbesondere die Interpretation der Ergebnisse zu erleichtern werden im Folgenden jedoch Adaptionen der Methode empfohlen.

Vor der Analyse der beiden Anwendungsbeispiele wird eine aus-

gleichende *Helmert-Transformation* durchgeführt. Wie bereits im Kapitel 2 betont, ist es nicht sinnvoll, eine ausgleichende *Helmert-Transformation* zwischen Neu- und Altkarte automatisch, unabhängig von der Fragestellung an die Altkarte, durchzuführen. Für die vorliegende Fragestellung ist es jedoch zielführend diese anzuwenden, um der Methode zu erleichtern, Strecken mit ähnlichen Geometriefehlern zu finden.

Die Darstellungen der Kurven der beiden Fehlerindizes (Davis-Bouldin-Index und der Quantifizierung des Clusterfehlers) bei zunehmender Gesamtclusteranzahl weisen bei den Anwendungsbeispielen einen komplexen Verlauf auf. Bei welcher Gesamtclusteranzahl die Ergebnisse untersucht werden, werden basierend auf dieser Visualisierung der Fehlerverteilung ausgewählt. Jedoch zeigt sich bei näherer Untersuchung, dass die Ergebnisse bei einer anderen Gesamtclusteranzahl mehr dem erwarteten Ergebnis entspricht. Somit eignen sich diese Fehlerindizes nicht für die Qualifizierung des Ergebnisses bei der Altkartenanalyse. Weiters hat sich hierbei gezeigt, dass die maximale Gesamtclusteranzahl bei den beiden Anwendungsbeispielen, die vom Programm „K DFA“ auf zehn Cluster begrenzt ist, ausreicht.

Bei den beiden Altkartenbeispielen fließen deutlich mehr homologe Passpunkte in die Analyse ein als bei den beiden Testbeispielen. Durch die Gaußschen Summenformel ist bekannt, dass hierdurch die zu klassifizierenden Strecken potentiell zunehmen. Somit werden bei den Ergebnisdarstellungen eine Vielzahl an Strecken in die Cluster sortiert. Einerseits finden sich hier einzelne Cluster, die schnell und eindeutig als Rauschen-Cluster zu erkennen sind. Andererseits treten Hauptcluster (Cluster mit Vielzahl der Strecken) auf, bei denen auf den ersten Blick nicht zu unterscheiden ist, ob und wieviele Objekte sich darin befinden und welche Strecken dem Rauschen zuzuschreiben sind. Somit ist das Ergebnis bei den Anwendungsbeispielen deutlich unübersichtlicher und schwerer zu interpretieren.

Die Qualität der einzelnen Hauptcluster und der darin befindlichen Teilnetze (möglicherweise Objekte) werden detailliert analysiert. Hierzu werden die unterschiedlichen Geometriefehler von mehreren Streckengruppen anhand deren Mittelwerte und deren Standardabweichungen untersucht. Da diese Analysen aussagekräftige Einblicke in die Datenstruktur liefern werden diese angewendet, obwohl diese von der Normalverteilung der Geometriefehler ausgehen, die bekannterweise bei der Datenstruktur von Altkarten nicht zutrifft. Der Mittelwert und die Standardabweichung der Geometriefehler der Strecken des gesamten Clusters wird somit im Relation mittels Blasendiagramm zu jener eines Teilnetzes, möglicherweise einem Objekt, gesetzt.

Diese intensive Analyse der Ergebnisse zeigt, dass für den Klassifizierungsalgorithmus die Strecken, die dem Rauschen zuzuschreiben sind, von jenen, die zu einem Objekt gehören, schwer zu unterscheiden sind. Beide Streckentypen weisen zu ähnliche Geometriefehler auf, sodass auch bei Zunahme der Gesamtclusteranzahl nicht davon auszugehen ist, dass reine Objektcluster erreicht werden können. Somit sind alle gängigen Methoden der

multivariaten Datenanalyse, wie die Anwendung von c-means gezeigt hat, nur bedingt geeignet, die Datenstrukturen von Altkarten korrekt zu klassifizieren. Die Lösung dieses Problems besteht darin, bereits bei der Klassifizierung nur solche Strecken zu berücksichtigen, die ein Objekt bilden. Somit wird als Ergebnis der Clusterverteilung ausschließlich Strecken in einem Cluster zu finden sein, die ein Objekt bilden. Diese neue Darstellung des Klassifizierungsergebnisses wäre auch weitaus übersichtlicher und leichter zu interpretieren.

Die beiden Altkarten der Anwendungsbeispiele unterscheiden sich wesentlich in der Wertigkeit ihrer geometrischen Genauigkeit. Somit bewegen sich die Geometriefehler ihrer Strecken in sehr unterschiedlichen Fehlerbereichen. Diese großen Unterschiede in ihren Datenstrukturen wirken sich jedoch nicht auf die Klassifizierungsergebnisse aus.

Wie bereits erwähnt, sind die mittels des Programms „K DFA“ gewonnenen Ergebnisse insbesondere aufgrund ihrer hohen Streckenanzahl schwer interpretierbar. Um übersichtliche Ergebnisse zu erhalten werden bei den Darstellungen der gesamten klassifizierten Strecken auf jene der Dreiecksvermaschung reduziert. Diese Ergebnisdarstellung gibt eine sehr übersichtliche Grafik der Genauigkeitsverteilung der Altkarte. Jedoch verursacht die Reduzierung der beobachteten Strecken einen enormen Informationsverlust, sodass die ursprünglich formulierte Forschungsfrage dieser Arbeit, verstärkt innere geometrische Zusammenhänge der Lagefehler einer Altkarte ohne lokale Begrenzung aufzudecken, nicht in ihrem vollen Umfang beantwortet werden kann.

Die im Zuge der Erstellung dieser Arbeit gewonnenen Erkenntnisse werden im Folgenden dahin ausgewertet, sodass die mit dem neuen Programm „K DFA“ angewendete Methode weiterentwickelt und somit verbessert wird. Hierbei hat sich die Zuweisung der Parameter der *Helmert-Transformation* als zu untersuchende Eigenschaften für die Strecken einer Altkarte bewährt. Somit wird die Berechnung der sechs Parameter, wie sie im Kapitel 4.4.2 beschrieben wird, vorausgesetzt und die folgende Methode knüpft an diesen Rechenschritt an.

Folgende Schlussfolgerungen werden gezogen beziehungsweise empfohlen um einen verbesserten Algorithmus zu entwerfen:

1) *Helmert-Transformation*

Die Ausgangsdaten sollten einer ausgleichenden *Helmert-Transformation* unterzogen zu werden.

2) *Normierung der Eigenschaftsmatrix*

Die Parameter der *Helmert-Transformation*, die hier als Eigenschaften der Strecken der Altkarte herangezogen werden, bewegen sich in sehr unterschiedlichen Wertebereichen. Damit diese einzelnen Eigenschaften möglichst gleichwertig in die Klassifizierungsmethode einfließen können, wird hier die Normierung der Werte empfohlen. Das bedeutet, dass jeweils der Maximalwert (eines Parameters aller Strecken einer Altkarte) = 100 und der Minimalwert = 0 gesetzt wird und alle dazwischenliegenden

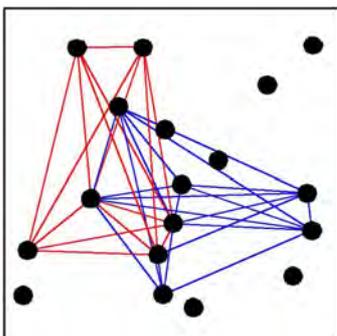


Abb.192 (oben): vereinfachte Darstellung einer Altkarte mit zwei darin befindlichen Objekten, das rote und das blaue Netz, die einander leicht überlappen

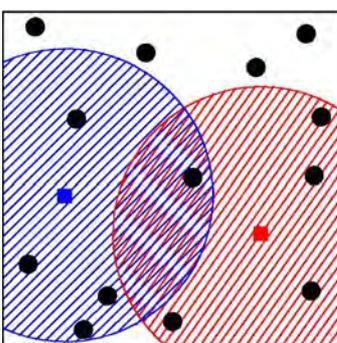


Abb.193 (oben): jeder Punkt im sechs-dimensionalen Raum repräsentiert eine Strecke der Altkarte, die Kreise symbolisieren die Umkreise als Einflussbereiche, hier vereinfacht in zwei Dimensionen dargestellt

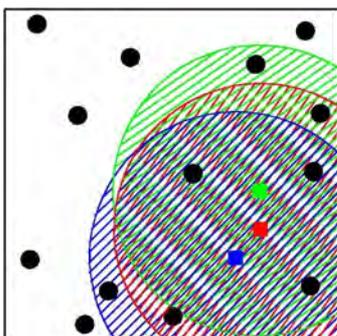


Abb.194 (oben): jeder Punkt im sechs-dimensionalen Raum repräsentiert eine Strecke der Altkarte, die drei Kreise symbolisieren die Umkreise der drei Punkte, deren Strecken in der Altkarte ein Dreieck bilden, hier vereinfacht in zwei Dimensionen dargestellt

Werte proportional an diesen Wertebereich angepasst werden.

3) Gewichtung der Eigenschaften

Die Winkel (jener der Rotation und jener des Translationsvektors in Polardarstellung) werden mittels Einheitsvektoren (siehe Kapitel 4.4.2) dargestellt. Somit werden statt der ursprünglich zwei Winkelwerte vier Werte in die Klassifizierung einfließen. Diese Überpräsenz der Winkel könnte strenggenommen durch eine korrigierende Gewichtung der Parameter behoben werden. Die dadurch erzielbare Verbesserung des Endergebnisses wird jedoch als vernachlässigbar eingeschätzt, weshalb die Gewichtung der Eigenschaften auch unterlassen werden kann.

4) Neue Algorithmen (Klassifizierungsmethoden)

Wie die Untersuchungsergebnisse der Portolankarte durch *Nicolai* zeigen, verfügen die einzelnen Quellenkarten über unterschiedliche Wertigkeiten der geometrischen Genauigkeit. Somit weisen die Cluster der fünf Objekte unterschiedliche Clusterweiten auf. Diese Objekte können aufgedeckt werden, der neue Algorithmus soll hierbei die Klassifizierung (mit beispielsweise c-means) auf solche Strecken beschränken, die laut Definition Objekte (Definition siehe Kapitel 4.2.2) ergeben. Ein Objekt (siehe Abb.192) muss mindestens aus drei Strecken bestehen, die ein Dreieck bilden. Jeder weitere Punkt des Objekts muss Verbindungsstrecken zu allen anderen Endpunkten der in dem Objekt bereits beinhalteten Strecken aufweisen. Auf diese Weise entstehen vollständige Netze, deren Strecken über ähnliche Eigenschaften verfügen.

Im Gegensatz hierzu, wird ein weiterer Algorithmus vorgeschlagen, der ausschließlich Objekte mit gleichen Fehlerweiten aufdeckt. Bei der Ergebnisinterpretation der beiden Anwendungsbeispiele hat sich gezeigt, dass diese erheblich erleichtert wäre, wenn die dargestellten Cluster über gleiche Weiten verfügen würden. Auch hier sollen nur Objekte (Definition siehe Kapitel 4.2.2) in den einzelnen Clustern zu finden sein und keine Strecken, die dem Rauschen zuzuschreiben sind.

Somit ist es hier, im Gegensatz zu den üblichen Klassifizierungsmethoden, nicht das Ziel, jede einzelne Strecke in Cluster aufzuteilen. Der hier vorgeschlagene Algorithmus soll einerseits ermöglichen, dass eine Strecke in keinem Objekt vorkommt und andererseits, dass eine Strecke in mehreren Objekten enthalten ist (siehe Abb.192).

Um zu erkennen, welche Strecken über ähnliche Eigenschaften verfügen, werden hier die Werte der sechs (normierten, siehe Punkt zwei) Parameter als Koordinaten im sechsdimensionalen Raum interpretiert. Somit wird jede Strecke durch einen Punkt im sechsdimensionalen Raum repräsentiert (siehe Abb.193). Der Abstand dieser Punkte im Raum lässt sich leicht rechnerisch ermitteln. Eine große Distanz zwischen zwei Punkten bedeutet, dass die Parameter der Strecken über große Wertunterschiede verfügen. Durch die Normierung bewegt sich jeder Parameter in einem Wertebereich von 0 bis 100 [Einheiten]. Die Raumdiagonale im sechs-dimensionalen Raum Dimensionen mit den Seitenlängen von 100 [Einheiten] ist somit der maximal mögliche

Abstand zwischen zwei Punkten.

Die Definition von ähnlichen Eigenschaften der Strecken, somit der berücksichtigte Fehlerbereich, kann folglich leicht basierend auf den Abständen im sechsfachen Raum erfolgen. Die Definition des berücksichtigten Fehlerbereichs kann somit leicht als Durchmesser des Umkreises erfolgen.

Der Mittelpunkt eines Umkreises ist hierbei selbst eine durch einen Punkt repräsentierte Strecke der Altkarte. In der Abbildung (siehe Abb.194) sind drei Punkte farbig hervorgehoben, das rote, blaue und grüne Quadrat. Diese drei Punkte repräsentieren drei Strecken, die in der Altkarte ein Dreieck bilden. Die Punkte sind dicht beisammen, somit verfügen sie über ähnliche Eigenschaften, sie bilden somit ein Objekt. Für jeden dieser drei Punkte wurde der gleiche Einflussbereich als Umkreis eingezeichnet. Trotz der räumlichen Nähe der drei Punkte berücksichtigen deren jeweiligen Einflussbereiche unterschiedliche Punkte. Aus diesem Grund ist es wichtig, jede Strecke als Zentrum herauszugreifen und Strecken mit ähnlichen Eigenschaften auf ihre Eignung als Objekt zu prüfen.

5) *Baumstruktur der Ergebnisse*

In Punkt vier dieser Auflistung wird davon ausgegangen, dass in jedem Durchlauf durch User-Eingabe nur ein Wert der Größe des Durchmessers des Umkreises berechnet werden soll. Wünschenswert wäre jedoch, wenn die Ergebnisse unterschiedlicher Durchmesser als Baumstruktur dargestellt würden. Auf diese Weise würde dem User ein besserer Überblick gegeben werden und die Wahl eines geeigneten Umkreises wäre erleichtert.

6) *Darstellung der Ergebnisse*

Der Mensch ist sehr gut in der Lage rein visuell ähnliche Netzstrukturen zu erkennen und zu bewerten. Somit sollte dem User das Ergebnis, die unterschiedlichen Netze der Objekte, im direkten Vergleich in der Altkarte und in der Neukarte zur Verfügung stehen. Um so dem User die visuelle Wertung des Ergebnisses zu ermöglichen. Hierbei sollten auch von diesen Teilnetzen die Parameter der ausgleichenden *Helmert-Transformation* ausgegeben werden.

7) *Index des Fehlers*

Um den User bei der Suche nach einem geeigneten Fehlerbereich zu unterstützen, wäre es wünschenswert, einen geeigneten Index angeben zu können. Mit dem derzeitigen Wissenstand ist hier leider nicht möglich eine geeignete Empfehlung abzugeben und weitere Untersuchungen und Nachforschungen sind hierfür notwendig.

Bereits die hier entworfene Algorithmen haben gute Voraussetzungen die Forschungsfrage zu bewältigen. Anhand von Altkarten, die bereits ausführlich analysiert wurden, soll zukünftig dieser methodische Ansatz überprüft werden. Wünschenswert ist ein Verfahren einfließen zu lassen, welches Ausreißer automatisiert erkennt. Hierbei kann das Phänomen der „auffächern Dreiecke“ (siehe Kapitel 5.4.1) einen brauchbaren Ansatz liefern.

8 LITERATURVERZEICHNIS

- Aegerter (1) L. (1908). *Karte der Brentagruppe 1:25.000*. Wien: Freytag und Berndt.
- Aegerter (2) L. (1908). Begleitwort zur Karte der Brentagruppe. *Zeitschrift des Deutschen und Österreichischen Alpenvereins, Band XXXIX*, S80–91.
- Angelino Dulcert - Wikipedia, the free encyclopedia. (o. J.). . Zugriff am 5.6.2015. Verfügbar unter:
http://en.wikipedia.org/wiki/Angelino_Dulcert
- Antique map of Danube River by Coronelli V.M. (1650-1718) Sanderus Antique Maps. (o. J.). . Zugriff am 23.2.2015. Verfügbar unter: [http://www.sanderusmaps.com/medstud/our-catalogue/detail/161478/antique-map-of-danube-river-by-coronelli-vm-\(1650-1718/](http://www.sanderusmaps.com/medstud/our-catalogue/detail/161478/antique-map-of-danube-river-by-coronelli-vm-(1650-1718/)
- Apache OpenOffice - Official Site - The Free and Open Productivity Suite. (o. J.). . Zugriff am 5.6.2015. Verfügbar unter: <https://www.openoffice.org/>
- Bagrow, L. (2010). *History of Cartography*. Chicago: Transaction Publishers.
- Beimrohr W. (2006). *Die Tirol-Karte oder der Atlas Tyrolensis des Peter Anich und des Blasius Hueber aus dem Jahre 1774*. Tiroler Landesarchiv. Zugriff am 6.10.2011. Verfügbar unter:
<http://www.tirol.gv.at/fileadmin/www.tirol.gv.at/themen/kultur/landesarchiv/downloads/AtlasTyrolensis.PDF>
- Beineke, D. (2007, Januar). Zur Bestimmung lokaler Abbildungsverzerrungen in Altkarten mit Hilfe der multiquadratischen Interpolationsmethode. AVN. Verfügbar unter:
https://www.unibw.de/ipk/karto/schriften/pubbeineke/wispub/avn-1-2007/at_download/down1
- Brentagruppe - Amazon. (o. J.). . Zugriff am 5.6.2015. Verfügbar unter:
<http://www.amazon.de/Brentagruppe-Topographische-Karte-1-25-000/dp/3928777041>
- Bretterbauer K. (1993). Zur Genauigkeitsbeurteilung alter Karten. *Cartographica Helvetica, Heft 8*, S47–49.
- Bretterbauer K. (2002). *Die runde Erde eben dargestellt - Abbildungslehre und sphärische Kartennetzentwürfe* (Geowissenschaftliche Mitteilungen) (Band 59). Wien.
- Brienzersee Thunersee, Schweiz - Google Maps. (o. J.). . Zugriff am 8.5.2012. Verfügbar unter: http://maps.google.at/maps?hl=de&q=brienzersee+thunersee&bav=on.2,or.r_gc.r_pw.r_qf.,cf.osb&biw=1366&bih=654&um=1&ie=UTF-8&ei=woipTrNIYmJ4gTosNyHCQ&sa=X&oi=mode_link&ct=mode&cd=3&ved=0C-CIQ_AUoAg
- Claudius Ptolemäus - Wikipedia. (o. J.). . Zugriff am 8.10.2014. Verfügbar unter: http://de.wikipedia.org/wiki/Claudius_Ptolem%C3%A4us
- Coordinate Transformations - Engineering Surveyor. (o. J.). . Zugriff am 5.6.2015. Verfügbar unter:
<http://www.engineeringsurveyor.com/software/transformations.xls>
- Cranach P. von. (2000). Alte Karten als Quellen. *Cartographica Helvetica, Heft 22*, S31–42.
- DGGS - Cylindrical Equal-Area Projection - 0°E, 0°N, 0° - wide. (o. J.). . Zugriff am 23.10.2014. Verfügbar unter:
<http://www.geometrie.tuwien.ac.at/karto/tran1002.html>
- Dreyer-Eimbcke, O. (1996). Island in den Kartenbildern von Mercator.
- Dürst A. (1987). *Hans Conrad Gyger - Karte der Eidgenossenschaft von 1635 - Begleittext zur Faksimileausgabe*. Hochdorf: Kunst - Verlag Impuls SA.
- Feldmann H.-U. (2006). Die Orientierung von alten Karten. *Cartographica Helvetica, Heft 34*, S47–48.
- Finsterwalder, R. (1988). *Maßstab und Genauigkeit alter Karten - gezeigt an*

- einigen Kartierungen Bayerns*. Weißhorn in Bayern: Konrad.
- Flyer_Mercator_2013_RZ_Flyermutter - Mercator-Flyer.pdf. (o. J.). . Zugriff am 19.11.2014. Verfügbar unter: <http://www.stadtmuseum-duisburg.de/pdf/Mercator-Flyer.pdf>
- Forstner G. (2005). *Längenfehler und Ausgangsmeridiane in alten Landkarten und Positionstabellen*. München: Universität der Bundeswehr, Neubiberg. Verfügbar unter: <http://137.193.200.177/ediss/forstner-gustav/inhalt.pdf> in <http://www.unibw.de/ipk/karto/schriftenreihe>
- Forstner G., Brunner K. (2006). Längenfehler und Ausgangsmeridiane in alten Landkarten und Positionstabellen. *Cartographica Helvetica, Heft 33*, S39–41.
- Forstner, G. & Oehrli, M. (1998). Graphische Darstellungen der Untersuchungsergebnisse alter Karten und die Entwicklung der Verzerrungsgitter. *Cartographica Helvetica, 17*, 35–43.
- Fuzzy C-Means – Wikipedia. (o. J.). . Zugriff am 2.9.2014. Verfügbar unter: http://de.wikipedia.org/wiki/Fuzzy_C-Means
- germania von deutschland - ZVAB.com. (o. J.). . Zugriff am 17.2.2015. Verfügbar unter: <http://www.zvab.com/buch-suchen/titel/germania/autor/deutschland>
- Geschichte der Kartographie Mecklenburgs. (o. J.). . Zugriff am 23.2.2015. Verfügbar unter: <http://www.kogge-mv.de/karto16stella52.html>
- Google Maps. (o. J.). Grimsensee. Zugriff am 7.5.2012. Verfügbar unter: http://maps.google.at/maps?oe=utf-8&rls=org.mozilla:de:official&client=firefox-a&q=grimsensee&um=1&ie=UTF-8&hq=&hnear=0x478f8081ba8a2b8f:0x8f4f89206cb22501,Grimsensee&gl=at&ei=xBeoT93oApGfOrXM0ZkD&sa=X&oi=geocode_result&ct=title&resnum=1&ved=0CCoQ8gEwAA
- Gough Map - Wikipedia, the free encyclopedia. (o. J.). . Zugriff am 13.2.2015. Verfügbar unter: http://en.wikipedia.org/wiki/Gough_Map
- Hari M. (2012). Religionsgeschichte. *Religionsgeschichte des Frutiglandes - Projektwochen Berner Oberland*. Zugriff am 5.5.2012. Verfügbar unter: http://www.projektwochen.info/download/kultur_religion.pdf
- historic-maps. (o. J.). . Zugriff am 1.3.2014. Verfügbar unter: <http://www.historic-maps.de/karten-atlanten/spezialkarten/weltkarten-allegorien/galerie/images/Weltkarte%201730.jpg>
- Höhn A. (1991). Die Karte des Hegaus und des Schwarzwaldes von Sebastian Münster, 1537. *Cartographica Helvetica, Heft 3*, S15–20.
- Horn, W. (1950). Die Karte von Preußen des Heinrich Zell (1542). *Erdkunde, 4* (1).
- Île de Sable (Phantominsel) – Wikipedia. (o. J.). . Zugriff am 24.9.2014. Verfügbar unter: [http://de.wikipedia.org/wiki/%C3%8Ele_de_Sable_\(Phantominsel\)](http://de.wikipedia.org/wiki/%C3%8Ele_de_Sable_(Phantominsel))
- Jenny B., Hurni L. (2011). Studying cartographic heritage: Analysis and visualization of geometric distortions. *Computer & Graphics, 35*, 402–411.
- Jenny B., Jenny H., Hurni L. (2009). Alte Karten als historische Quelle - Wie lässt sich die geometrische Genauigkeit des Karteneninhalts abschätzen? *Karten, Kartographie und Geschichte - Von der Visualisierung der Macht zur Macht der Visualisierung*. Zürich: herausgegeben von C. Koller und P. Jucker-Kupper. Zugriff am 19.4.2012. Verfügbar unter: http://cartography.oregonstate.edu/pdf/2009_jenny_KarteAlsQuelle.pdf in <http://cartography.oregonstate.edu>
- Joswig M., Theobald T. (2008). *Algorithmische Geometrie*. Wiebaden: Friedr. Vieweg & Sohn Verlag, GWV Fachverlage GmbH.
- Karte Brenta. (o. J.). . Zugriff am 5.6.2015. Verfügbar unter: <http://www.hochgebirgsforschung.de/brentagruppe.htm>
- Kartennetzentwurf. (o. J.). *Wikipedia*. Zugriff am 21.10.2014. Verfügbar unter: <http://de.wikipedia.org/w/index.php?>

- title=Kartennetzentwurf&oldid=134935258
- Kreßner L. (2009). *Digitale Analyse der Genauigkeit sowie der Erfassungs- und Darstellungsqualität von Altkarten aus Mecklenburg Vorpommern - dargestellt an den Kartenwerken von Wiebeking (ca. 1786) und Schmettau (ca. 1788)*. Rostock. Zugriff am 3.3.2015. Verfügbar unter: http://rosdok.uni-rostock.de/metadata/rosdok_disshab_000000000327
- Kultur- und Stadthistorisches Museum Duisburg. (o. J.). Gerhard Mercator - Schätze der Kosmographie - Flyer. Zugriff am 19.11.2014. Verfügbar unter: <http://www.stadtmuseum-duisburg.de/pdf/Mercator-Flyer.pdf>
- Lacroix J.-P., Bywater R. (o. J.). Map projections used in selected portolan style maps including the Piri Reis map of 1513. Zugriff am 16.10.2014. Verfügbar unter: <http://ancientcartography.net/Portulan-Projections.pdf>
- Lelewel J. (1852). *Géographie du moyen age*. Breslau: Schletter.
- Liste von Burgen und Schlössern in der Schweiz – Wikipedia. (o. J.). . Zugriff am 2.5.2012. Verfügbar unter: http://de.wikipedia.org/wiki/Liste_von_Burgen_und_Schl%C3%B6ssern_in_der_Schweiz in www.de.wikipedia.org
- Liu, Y., Li, Z., Xiong, H., Gao, X. & Wu, J. (o. J.). Understanding of Internal Clustering Validation Measures. *Data Mining (ICDM), 2010 IEEE 10th International Conference on*, (13.-17. Dec. 2010), 911–916. doi:10.1109/ICDM.2010.35
- Löffler, R. (1994). *Gerhard Mercator, Europa und die Welt: Begleitband zur Ausstellung „Verfolgt, geachtet, universal - Gerhard Mercator, Europa und die Welt“ anlässlich des 400. Todestages von Gerhard Mercator im Kultur- und Stadthistorischen Museum Duisburg vom 4. September 1994 bis zum 31. Januar 1995*. Duisburg: Stadt Duisburg ua.
- MapAnalyst - Frequently Asked Questions about MapAnalyst. (o. J.). . Zugriff am 17.11.2014. Verfügbar unter: <http://mapanalyst.org/faq.html>
- MapAnalyst - MapAnalyst Download. (o. J.). . Zugriff am 25.10.2010. Verfügbar unter: <http://mapanalyst.org/download.html>
- MapAnalyst - OpenStreetMap. (o. J.). . Zugriff am 25.6.2014. Verfügbar unter: <http://mapanalyst.org/man/openstreetmap.html>
- MapAnalyst - What's New. (o. J.). . Zugriff am 28.5.2015. Verfügbar unter: <http://mapanalyst.org/whatsnew.html>
- Maßstab (Kartografie) – Wikipedia. (o. J.). . Zugriff am 1.2.2015. Verfügbar unter: [http://de.wikipedia.org/wiki/Ma%C3%9Fstab_\(Kartografie\)](http://de.wikipedia.org/wiki/Ma%C3%9Fstab_(Kartografie))
- MATLAB - Die Sprache für technische Berechnungen - MathWorks Deutschland. (o. J.). . Zugriff am 5.6.2015. Verfügbar unter: <http://de.mathworks.com/products/matlab/>
- mecklenburg karte des - ZVAB.com. (o. J.). . Zugriff am 3.3.2015. Verfügbar unter: <http://www.zvab.com/buch-suchen/titel/mecklenburg--karte-des>
- Mecklenburg Vorpommern Geoinformation, Vermessungs- und Katasterwesen. (o. J.). Historische Topographische Karten. Zugriff am 3.3.2015. Verfügbar unter: http://www.laiv-mv.de/land-mv/LAiV_prod/LAiV/AfGVK/Publikationen/_faltblaetter/FB_historische_TK.pdf
- Milz J. (1995). Der Duisburger Stadtplan von 1566 des Johannes Corputius und seine Vermessungsgrundlagen. *Cartographica Helvetica, Heft 11*, S2–10.
- Minow (1) H. (2004). Portolankarten (I) Geschichte der mittelalterlichen Seekarten. *Géomatique Suisse*, 6.
- Minow (2) H. (2004). Portolankarten (II) Analyse der Mittelalterlichen Seekarten. *Géomatique Suisse*, 7.
- Navratil G., Staudinger M. (2006). *Ausgleichsrechnung II*. Wien: Institute for Geoinformation, Technical University Vienna. Zugriff am 30.4.2012. Verfügbar unter: <ftp://ftp.geoinfo.tuwien.ac.at/navratil/Ausgleich1.pdf> in <ftp://ftp.geoinfo.tuwien.ac.at/navratil/Ausgleich1.pdf>
- Nell D. (2009, September). *Methoden der Genauigkeitsanalyse historischer*

- Karten am Beispiel der Gradkartenblätter 1:25.000 Innsbruck und Lienz der Dritten Österreichischen Landesaufnahme.* Wien. Zugriff am 2.4.2015. Verfügbar unter: http://othes.univie.ac.at/6882/1/2009-09-07_0306508.pdf
- Neugebauer G. (1993). Die Hochgebirgskarte der Brentagruppe 1:25.000 als Forschungskarte (Beispiel einer naturähnlichen Kartengestaltung). *Kartographische Nachrichten, Heft 1*, S16–20.
- Neugebauer G., Beineke D., Berann H.C., de Concini W., Hell G., Germ D., Immel H., Kleim U., Ringle K. (1987). *Brenta-Monographie, Grundlagenforschung auf dem Gebiet der Hochgebirgskartographie* (Schriftenreihe, Studiengang Vermessungswesen, Universität der Bundeswehr München) (Band Heft 24). Neubiberg: herausgegeben von G. Neugebauer.
- Nicolai, R. (2014, November 26). Der Ursprung von Portolankarten. Onderzoeker, Universität Utrecht. Verfügbar unter: <https://www.youtube.com/watch?v=oVfO16Cwq4U>
- Niemeier, W. (2001). *Ausgleichsrechnung: eine Einführung für Studierende und Praktiker des Vermessungs- und Geoinformationswesens*. Berlin ua: de Gruyter.
- Nußler, H. (2008). *Die Entwicklung der Kartographie* (3., erw. Aufl. / bearb. von Horst Nußler. Mit neuen Graphiken, Vignetten, Landkt. und Fotos von Sibylle Festner.). München: Nusser-Verl.
- OpenStreetMap. (o. J.). . Zugriff am 5.2.2015. Verfügbar unter: <https://www.openstreetmap.org/#map=5/51.522/-0.088>
- Origin of „medieval“ sea charts disproven. (o. J.). . Zugriff am 5.6.2015. Verfügbar unter: <http://press.uu.nl/origin-of-medieval-sea-charts-disproven>
- Österreichischer Alpenverein. (o. J.). . Zugriff am 6.8.2012. Verfügbar unter: http://www.alpenverein.at/shop/index.php?script=/shop/wScripts/produkt_details.php&article_id=95101&viewMode=Karten&SubCat=S%FCdalpen&top_product=1
- Pápay, G. (1988). Aufnahmemethodik und Kartierungsgenauigkeit der ersten Karte Mecklenburgs von Tilemann Stella (1525-1589) aus dem Jahr 1552 und sein Plan zur Kartierung der deutschen Länder. *Petermanns Geographische Mitteilungen* 132, 3, S209–216.
- Pápay, G. (2000). Methoden der Graphischen Datenverarbeitung, der Computerkartographie und der Geo-Informationssystem in der historischen Kartographie und der historischen Geographie. *Vorträge und Berichte / 8. Kartographiehistorisches Colloquium Bern : 3. - 5. Oktober 1996*. Murten: Cartographica Helvetica.
- Podossinov A. V. (1993). Die Orientierung der alten Karten von den ältesten Zeiten bis zum frühen Mittelalter. *Cartographica Helvetica, Heft 7*, S33–43.
- Portolan chart by Albino de Canepa 1489.jpg - Wikimedia Commons. (o. J.). . Zugriff am 31.1.2015. Verfügbar unter: http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Portolan_chart_by_Albino_de_Canepa_1489.jpg
- Rakotomalala, R. (2005). TANAGRA - A free DATA MINING software for teaching and research. *Proceedings of EGC'2005, RNTI-E-3* (2), 697–207.
- Resnik, B. & Bill, R. (2000). *Vermessungskunde für den Planungs-, Bau- und Umweltbereich*. Heidelberg: Wichmann.
- Rickenbacher M. (2007). Ferdinand Rudolf Hassler und die Vermessung der Schweiz 1791–1803. *Cartographica Helvetica*, 36, 11–25.
- R: The R Project for Statistical Computing. (o. J.). . Zugriff am 5.6.2015. Verfügbar unter: <http://www.r-project.org/>
- Ruine Bürg - Wikipedia. (o. J.). . Zugriff am 2.5.2012. Verfügbar unter: http://de.wikipedia.org/wiki/Ruine_B%C3%BCrg www.de.wikipedia.org
- Schloss Spiez - Google Maps. (o. J.). . Zugriff am 2.5.2012. Verfügbar unter:

- http://maps.google.at/maps?hl=de&pq=schloss+spiez&cp=0&gs_id=8&xhr=t&q=Schloss%20Spiez&client=firefox-a&hs=Mpj&rls=org.mozilla:de:official&bav=cf.osb&biw=1366&bih=323&um=1&ie=UTF-8&sa=N&tab=wl
- Schloss Wimmis, 3752 Wimmis, Bern, Schweiz - Google Maps. (o. J.). . Zugriff am 2.5.2012. Verfügbar unter: http://maps.google.at/maps?q=wimmis+schloss&oe=utf-8&rls=org.mozilla:de:official&client=firefox-a&um=1&ie=UTF-8&ei=k72hT5CIMtGSswbXyN3WBw&sa=X&oi=mode_link&ct=mode&cd=3&ved=0CBQQ_AUoAg
- Schröder, E. (1988). *Kartenentwürfe der Erde : kartographische Abbildungsverfahren aus mathematischer und historischer Sicht* (1. Aufl.). Leipzig: Teubner.
- Scilab. (o. J.). . Zugriff am 1.9.2013. Verfügbar unter: <http://www.scilab.org/>
- Snyder, J.P. & Voxland, P.M. (1989). *An album of map projections*. Washington: United States Government PrintOffice.
- Standardabweichung – Wikipedia. (o. J.). . Zugriff am 19.9.2014. Verfügbar unter: <http://de.wikipedia.org/wiki/Standardabweichung>
- Stückelberger, A. (2004). Der geographische Atlas des Ptolemaios, ein oft verkanntes Meisterwerk. *Jahrbuch des Oberösterreichischen Musealvereines* (Band 149, S. 31–39). Linz. Zugriff am 6.2.2015. Verfügbar unter: http://www.landesmuseum.at/pdf_frei_remote/JOM_149a_0031-0039.pdf
- Südpazifische Insel von beträchtlicher Größe existiert gar nicht - *Wissenschaft*. (o. J.). . Zugriff am 24.9.2014. Verfügbar unter: <http://derstandard.at/1353206964959/Suedpazifische-Insel-von-betraechtlicher-Groesse-existiert-gar-nicht>
- Systematischer Fehler – Wikipedia. (o. J.). . Zugriff am 9.9.2014. Verfügbar unter: http://de.wikipedia.org/wiki/Systematischer_Fehler
- Timár G., Molnár G., Székely B., Plihal K. (2010). Orientation of the Map of Lazarus (1528) of Hungary - Result of the Ptolemaian Projection? *Cartography in Central and Eastern Europe*. Berlin Heidelberg: Springer.
- Tobler, W. R. (1994). Bidimensional Regression. *Geographical Analysis, Vol. 26, No. 3*, S187–212.
- TU Delft: Open GRS Seminar: Portolan charts, a historic and cartographic riddle. (o. J.). . Zugriff am 5.6.2015. Verfügbar unter: <http://www.citg.tudelft.nl/en/about-faculty/departments/geoscience-and-remote-sensing/current/agenda/event/detail/open-grs-seminar-portolan-charts-a-historic-and-cartographic-riddle/>
- Ulbrich K. (1963). Die Genauigkeit der „Donaukarte“ von Cornelli. *Der Globusfreund, Heft 12*, S.8–17.
- Waldhäusl P., Peters K., Perdich W., Kohlbeck F., Assmus E., Gerstbach G., Hauswirth E. K. (1976). *Kolloquium der Assistenten der Studienrichtung Vermessungswesen 1074 - 1976* (Geowissenschaftliche Mitteilungen) (Band 11). Wien. Zugriff am 28.9.2014. Verfügbar unter: <http://geo.tuwien.ac.at/fileadmin/editors/GM/GM11.pdf>
- Weka 3 - Data Mining with Open Source Machine Learning Software in Java. (o. J.). . Zugriff am 5.6.2015. Verfügbar unter: <http://www.cs.waikato.ac.nz/ml/weka/>
- Wolf R. (1879). *Geschichte der Vermessung in der Schweiz*. Zürich: Commission von S. Höhr.
- Zentai, L. [Hrsg & Klinghammer, I. (2006). *Térkép - tudomány : tanulmányok Klinghammer István professzor 65. születésnapja tiszteletére*. Budapest: ELTE Térképtudományi és Geoinformatikai Tanszék.

- Zippelt, K. (Hrsg.). (2010). *Vernetzt und ausgeglichen: Festschrift zur Verabschiedung von Prof. Dr.-Ing. habil. Dr.-Ing E.h. Günter Schmitt* (Schriftenreihe des Studiengangs Geodäsie und Geoinformatik). Zugriff am 8.6.2015. Verfügbar unter: https://books.google.at/books?id=C1Y0_DgFZUGC&pg=PA30&lpg=PA30&dq=zippelt+fehlerellipse&source=bl&ots=Sti19i1EMs&sig=Y5WnzolV_eJAfuye_aOZvIilorI&hl=de&sa=X&ei=6vV1VemhHcv_UpacgZAK&ved=0CB8Q6AEwAA#v=onepage&q=zippelt%20fehlerellipse&f=false
- Zufällige Abweichung – Wikipedia. (o. J.). . Zugriff am 26.9.2014. Verfügbar unter: http://de.wikipedia.org/wiki/Zuf%C3%A4llige_Abweichung
- Zumstein M. (2010). Alte Landkarten der Schweiz - Die Eydgnoschafft Pünten vnd Wallis Helvetia cum Confinijs. *Die Eydgnoschafft Pünten vnd Wallis Helvetia cum Confinijs*. Zugriff am 23.10.2011. Verfügbar unter: http://www.zumbo.ch/maps/navigate/navigate.php?map_nr=123&lang=de in <http://www.zumbo.ch>
- Zumstein, M. (2015, Mai 22). Gyger-Karte.
- ZVAB.com: Karte der Brentagruppe - Maßstab - 1:25.000 - 1908 von Hrsg.: k.A: - k:A, - - Antiquarische Fundgrube - Bücher. (o. J.). . Zugriff am 9.6.2015. Verfügbar unter: <http://www.zvab.com/Karte-Brentagruppe-Ma%C3%9Fstab-000-1908-A/225103434/buch>

1 ANHANG – zu Kapitel 4

Tab.1: Ergebnismatrix des Quadratbeispiels inklusive des Beschriftungsvektors, hervorgehoben sind die Ergebnisse der drei Quadrate

	Ei_j_red	Ergebnismatrix E_red					
	Strecke	M	WX	WY	X	TWX	TWY
Quadrat 1	2_1	0.8	1.	0.	0.	0.	0.
Quadrat 1	3_1	0.8	1.	0.	0.	0.	0.
Quadrat 1	3_2	0.8	1.	0.	0.	0.	0.
Quadrat 1	4_1	0.8	1.	0.	0.	0.	0.
Quadrat 1	4_2	0.8	1.	0.	0.	0.	0.
Quadrat 1	4_3	0.8	1.	0.	0.	0.	0.
	5_1	1.066133	0.8406605	0.5415625	12.417068	0.5812022	- 0.8137592
	5_2	0.9460196	0.9134807	0.4068821	6.1700909	0.8837672	- 0.4679269
	5_3	1.0267515	0.9478721	0.318651	2.6177481	0.2940434	- 0.9557921
	5_4	1.1861001	0.9341166	0.356968	8.2780456	- 0.3022861	- 0.9532172
	6_1	1.218994	0.6780887	0.7349801	19.014046	0.6858222	- 0.7277691
	6_2	0.9285047	0.8759169	0.482461	7.0861165	0.9388863	- 0.3442274
	6_3	1.0509027	0.9418776	0.3359563	2.8344471	0.2879496	- 0.9576456
	6_4	1.3340623	0.945429	0.3258282	10.021282	- 0.4735464	- 0.8807689
Quadrat 2	6_5	1.	0.9659258	0.258819	0.	0.	0.
	7_1	0.7690912	0.7511427	0.6601399	11.757277	0.9313515	- 0.3641213
	7_2	0.8437595	0.9104015	0.413726	5.5424341	0.9734855	- 0.2287487
	7_3	1.010899	0.9325387	0.3610699	2.7712166	0.4010927	- 0.9160375
	7_4	1.3080594	0.8297827	0.5580867	12.393258	- 0.0509166	- 0.9987029
Quadrat 2	7_5	1.	0.9659258	0.258819	0.	0.	0.
Quadrat 2	7_6	1.	0.9659258	0.258819	0.	0.	0.
	8_1	0.9212616	0.8496679	0.5273182	10.311814	0.7317310	- 0.6815935
	8_2	0.9036451	0.9257133	0.3782259	5.4348029	0.9097197	- 0.4152229
	8_3	1.005975	0.9447984	0.3276521	2.5619908	0.3496624	- 0.9368758
	8_4	1.1386112	0.9008039	0.4342262	8.5931775	- 0.1062362	- 0.9943409
Quadrat 2	8_5	1.	0.9659258	0.258819	0.	0.	0.
Quadrat 2	8_6	1.	0.9659258	0.258819	0.	0.	0.
Quadrat 2	8_7	1.	0.9659258	0.258819	0.	0.	0.
	9_1	1.0934464	0.98313	0.1829079	7.2132694	- 0.1559627	- 0.9877630
	9_2	1.0324728	0.9879195	0.1549678	4.3011629	0.3022434	- 0.9532308
	9_3	1.0482586	0.994323	0.1064036	1.8861835	- 0.3466495	- 0.9379947
	9_4	1.1127602	0.9938191	0.1110117	5.2159251	- 0.7612432	- 0.6484665
	9_5	1.2662295	0.9901397	- 0.1400834	19.899876	- 0.8350097	0.5502352
	9_6	1.1582462	0.9996188	- 0.0276097	10.157447	- 0.9016968	0.4323688
	9_7	1.0531145	0.9983505	- 0.0574132	8.4266124	- 0.4429652	0.8965388
	9_8	1.0421173	0.9804096	- 0.1969698	16.525948	- 0.2585377	0.9660012
	10_1	1.1318618	0.9718501	0.2356	8.5146935	- 0.0587221	- 0.9982744
	10_2	1.0443299	0.9814906	0.1915104	4.759858	0.3939196	- 0.9191449
	10_3	1.0674323	0.991935	0.1267473	2.0651157	- 0.2990855	- 0.9542263
	10_4	1.1597414	0.9916004	0.1293392	6.0207995	- 0.7474094	- 0.6643638
	10_5	1.5486678	0.9734096	- 0.2290713	31.16339	- 0.9035698	0.4284409
	10_6	1.2376369	0.9992486	- 0.0387579	11.929991	- 0.9531722	0.3024280
	10_7	1.0640782	0.9960131	- 0.089207	9.3310895	- 0.4411554	0.8974307
	10_8	0.983032	0.945971	- 0.3242512	20.459768	- 0.0795527	0.9968307
Quadrat 3	10_9	1.	1.	0.	5.	0.	1.
	11_1	1.0454664	0.966076	0.2582579	7.2560319	0.1240347	- 0.9922779

	Ei_j_red	Ergebnismatrix E_red					
	Strecke	M	WX	WY	X	TWX	TWY
	11_2	0.9955785	0.9808073	0.1949798	4.147997	0.4892506	- 0.8721432
	11_3	1.0359175	0.9894611	0.1447992	1.912133	- 0.1961168	- 0.9805805
	11_4	1.118034	0.9838699	0.1788854	5.7008775	- 0.6139407	- 0.7893522
	11_5	1.4331578	0.9985793	0.0532854	19.027861	- 0.9995157	- 0.0311173
	11_6	1.2098639	0.9989164	0.046541	9.2139418	- 0.9879960	0.1544794
	11_7	1.1092039	0.9982812	- 0.0586053	9.0083995	- 0.5720673	0.8202067
	11_8	1.3078085	0.9547798	- 0.2973138	24.984808	- 0.5256898	0.8506763
Quadrat 3	11_9	1.	1.	0.	5.	0.	1.
Quadrat 3	11_10	1.	1.	0.	5.	0.	1.
	12_1	1.0440307	0.9803634	0.1971995	6.4466142	- 0.0410616	- 0.9991566
	12_2	1.0009611	0.9875125	0.1575409	3.8853767	0.3662645	- 0.9305108
	12_3	1.0270346	1.0270346	0.1168412	1.7720054	- 0.2821672	- 0.9593652
	12_4	1.0854147	0.9904049	0.138196	4.9529047	- 0.6814187	- 0.7318938
	12_5	1.2745869	0.9994974	- 0.0317001	16.352262	- 0.9337589	0.3579026
	12_6	1.1517674	0.9998701	0.0161148	8.8529568	- 0.9314604	0.3638427
	12_7	1.0724076	0.9991832	- 0.0404108	8.1604522	- 0.5086633	0.8609655
	12_8	1.1410194	0.9853772	- 0.1703869	16.974769	- 0.4601225	0.8878554
Quadrat 3	12_9	1.	1.	0.	5.	0.	1.
Quadrat 3	12_10	1.	1.	0.	5.	0.	1.
Quadrat 3	12_11	1.	1.	0.	5.	0.	1.

Abb.1 (unten): Ergebnis des Quadratbeispiels bei einer Gesamtclusteranzahl von zwei Clustern

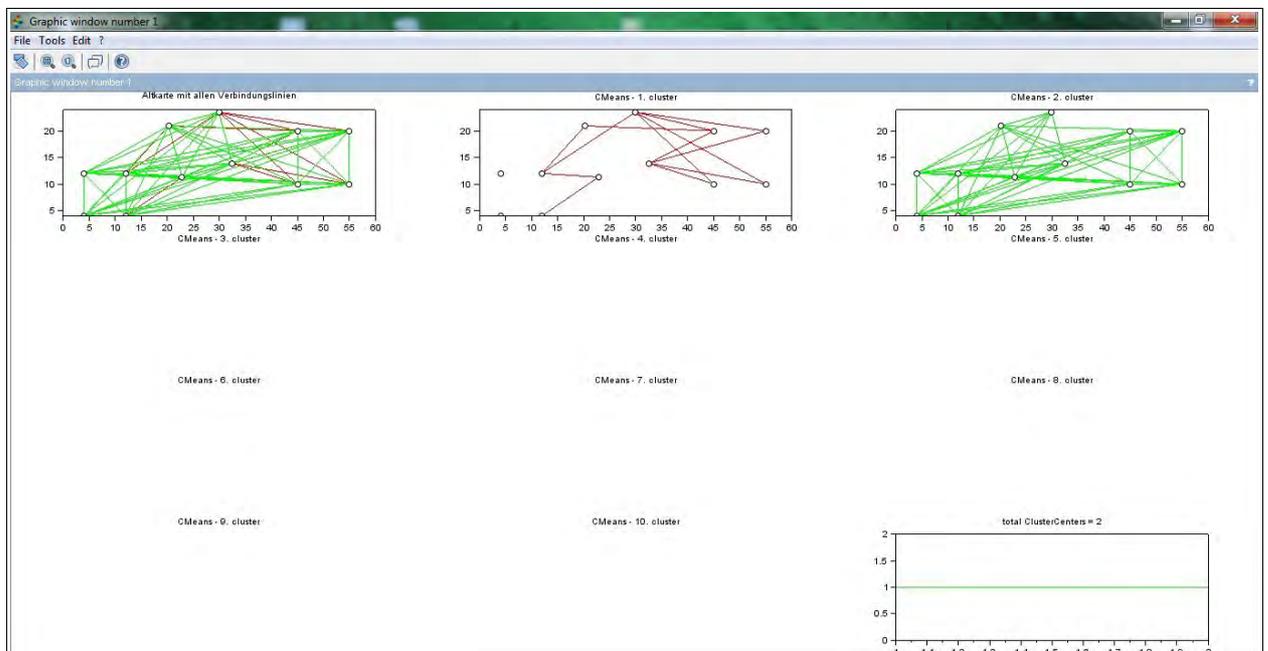


Abb.2 (unten): Ergebnis des Quadratbeispiels bei einer Gesamtclusteranzahl von drei Clustern

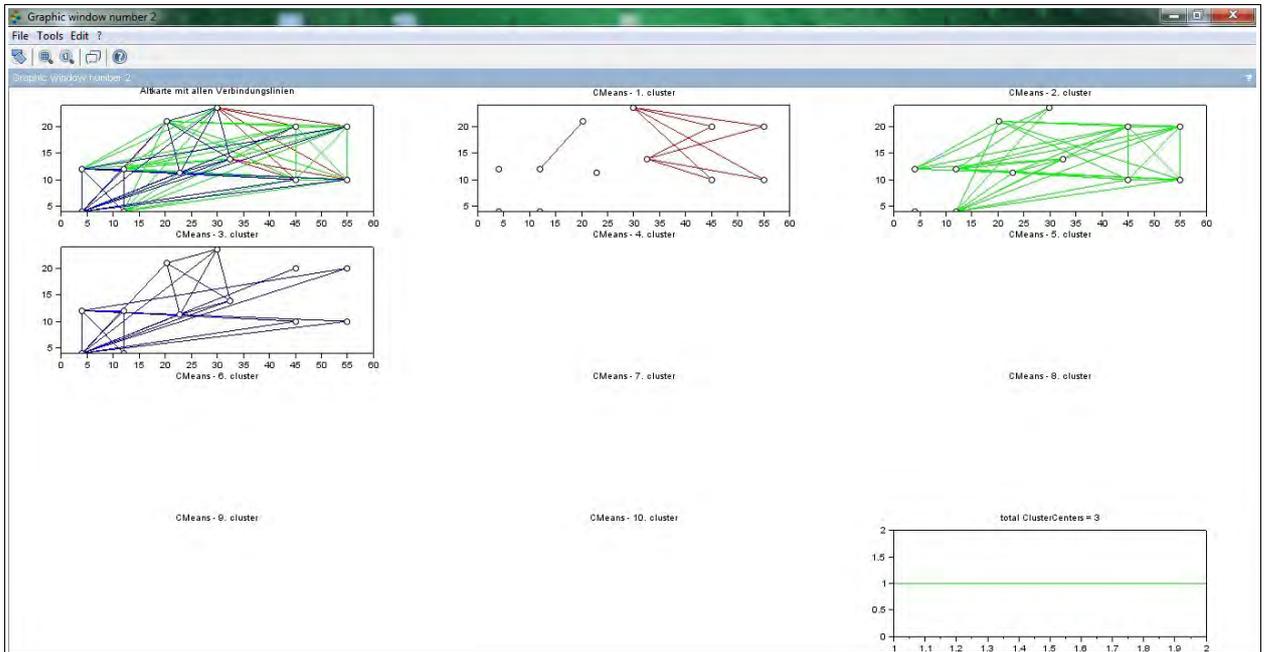


Abb.3 (unten): Ergebnis des Quadratbeispiels bei einer Gesamtclusteranzahl von vier Clustern

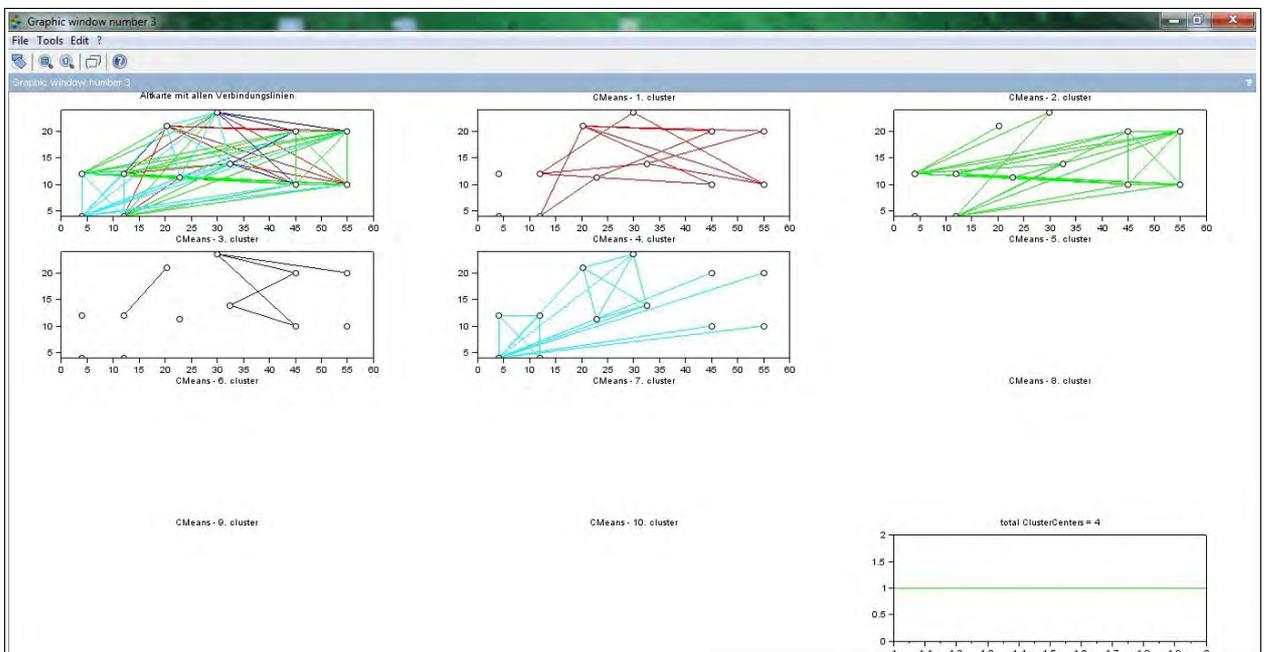


Abb.4 (unten): Ergebnis des Quadratbeispiels bei einer Gesamtclusteranzahl von fünf Clustern

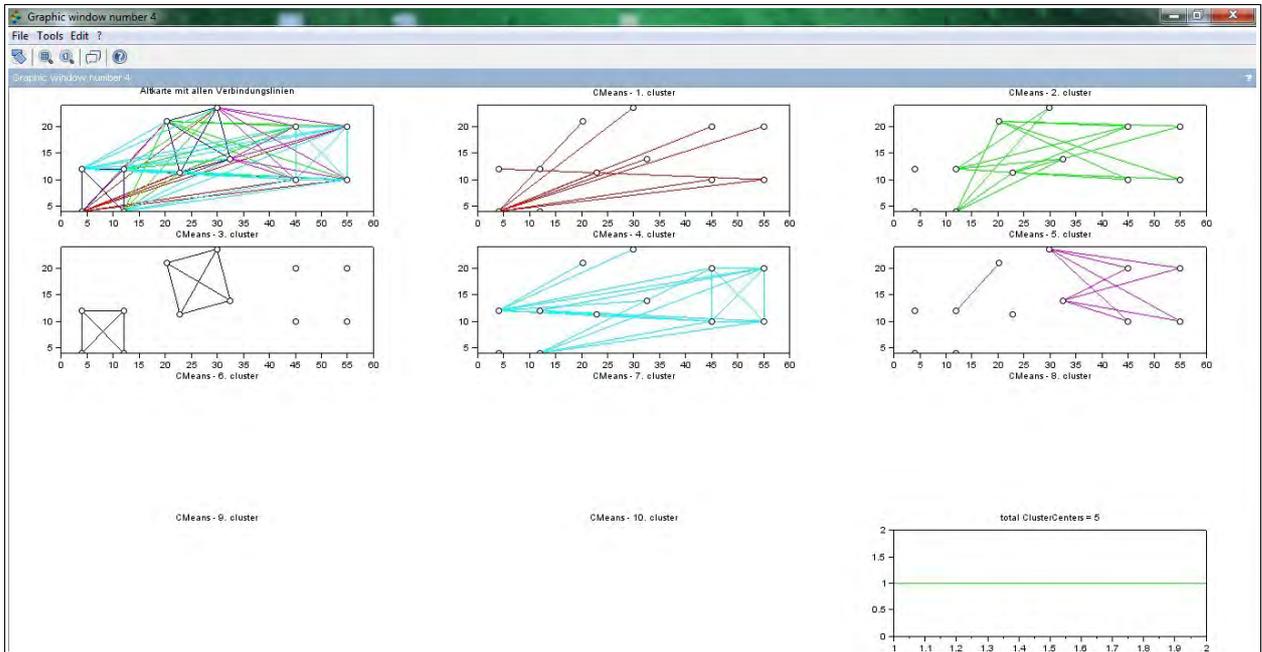


Abb.5 (unten): Ergebnis des Quadratbeispiels bei einer Gesamtclusteranzahl von sechs Clustern

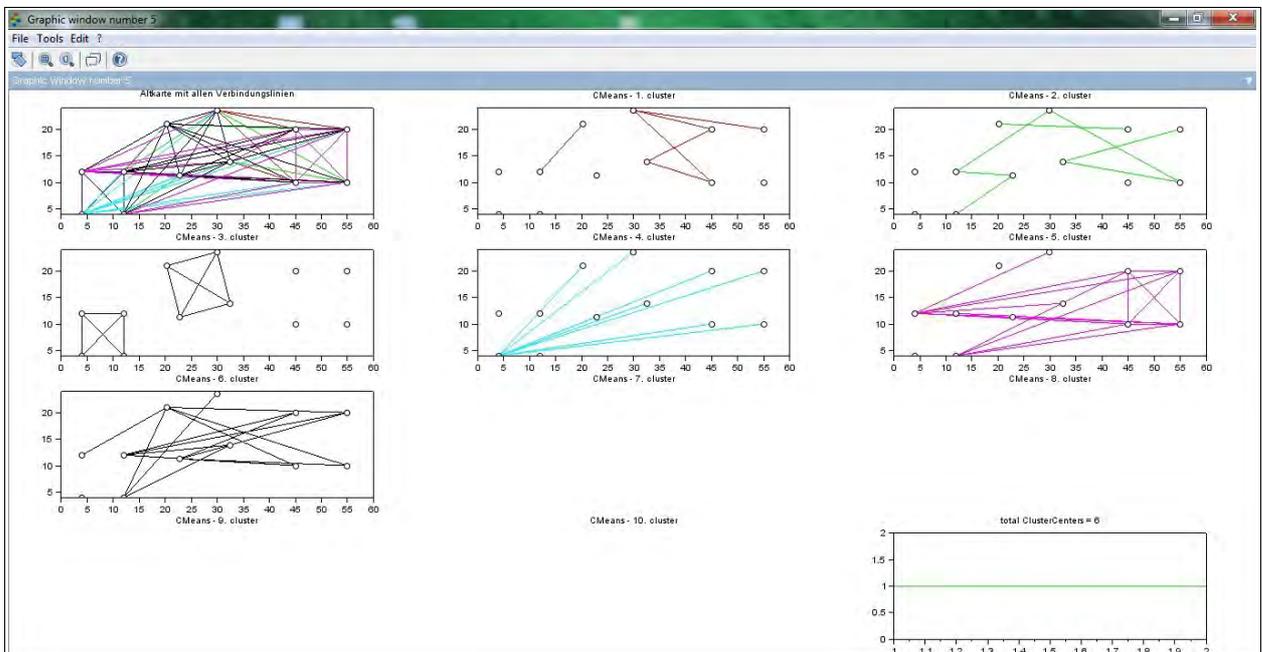


Abb.6 (unten): Ergebnis des Quadratbeispiels bei einer Gesamtclusteranzahl von sieben Clustern

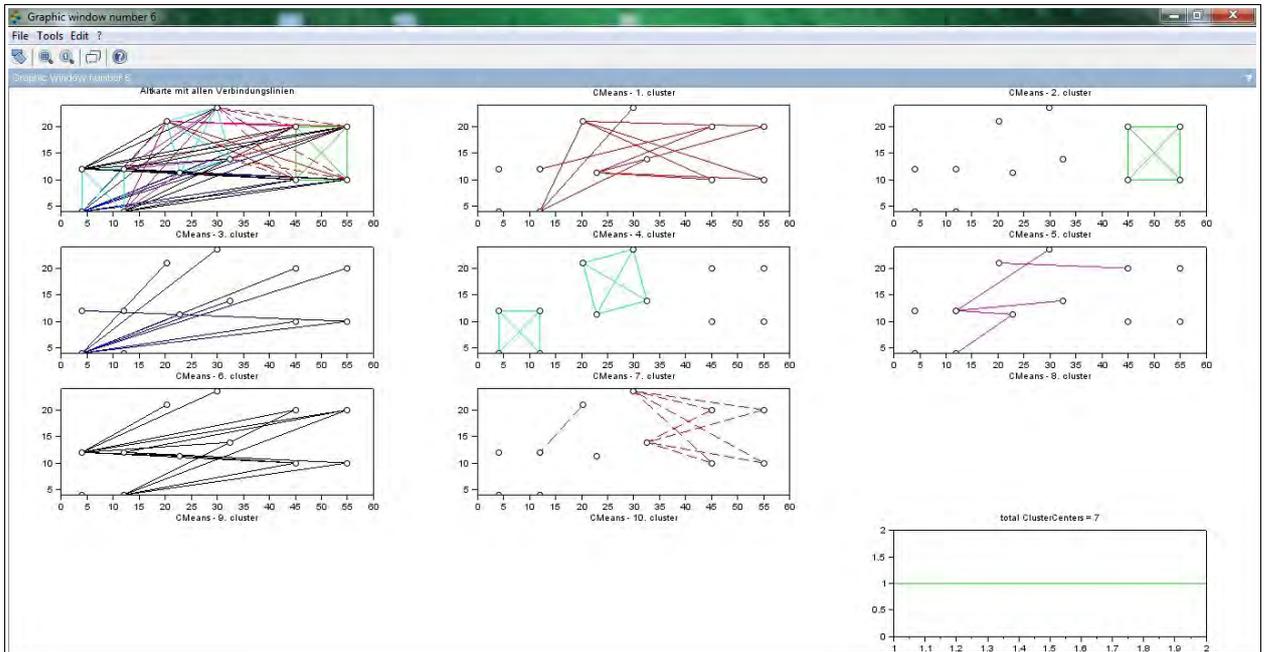


Abb.7 (unten): Ergebnis des Quadratbeispiels bei einer Gesamtclusteranzahl von acht Clustern

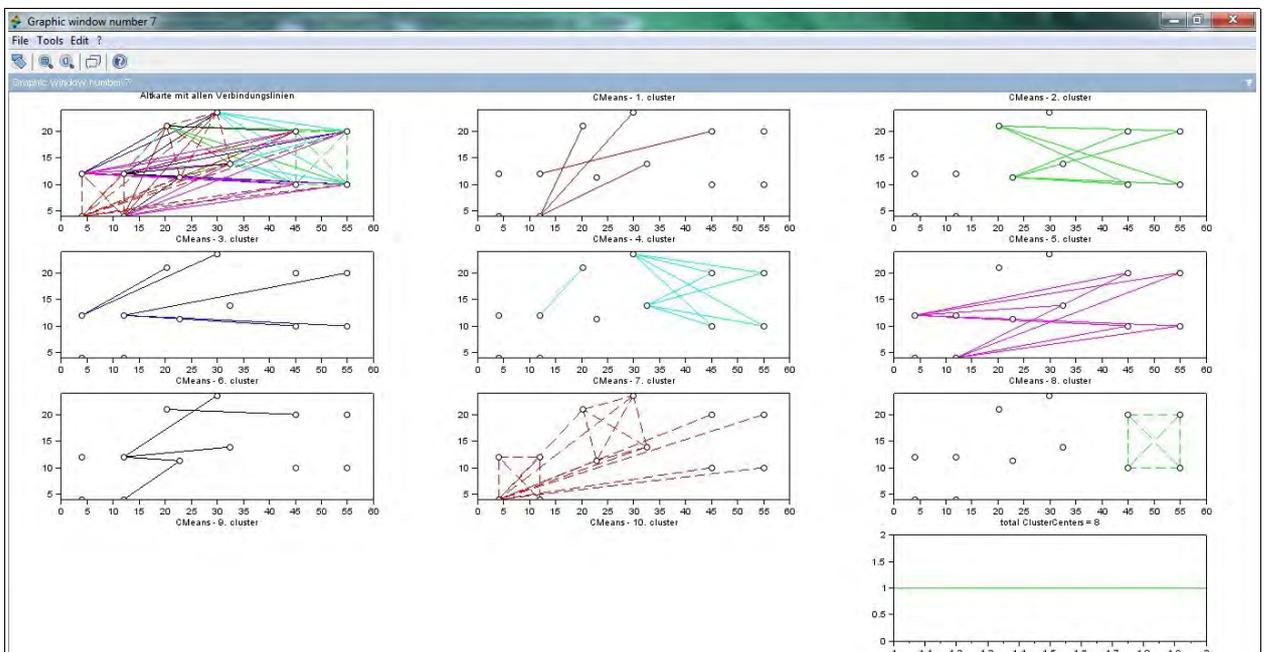


Abb.8 (unten): Ergebnis des Quadratbeispiels bei einer Gesamtclusteranzahl von neun Clustern

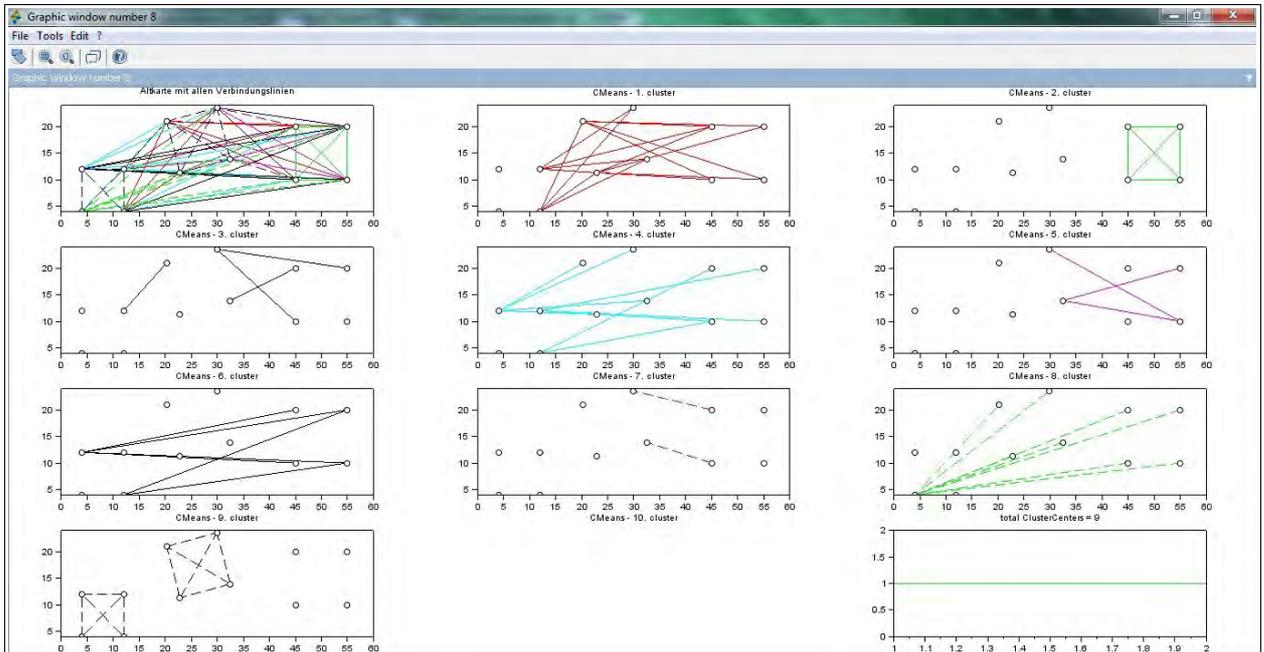


Abb.9 (unten): Ergebnis des Quadratbeispiels bei einer Gesamtclusteranzahl von zehn Clustern

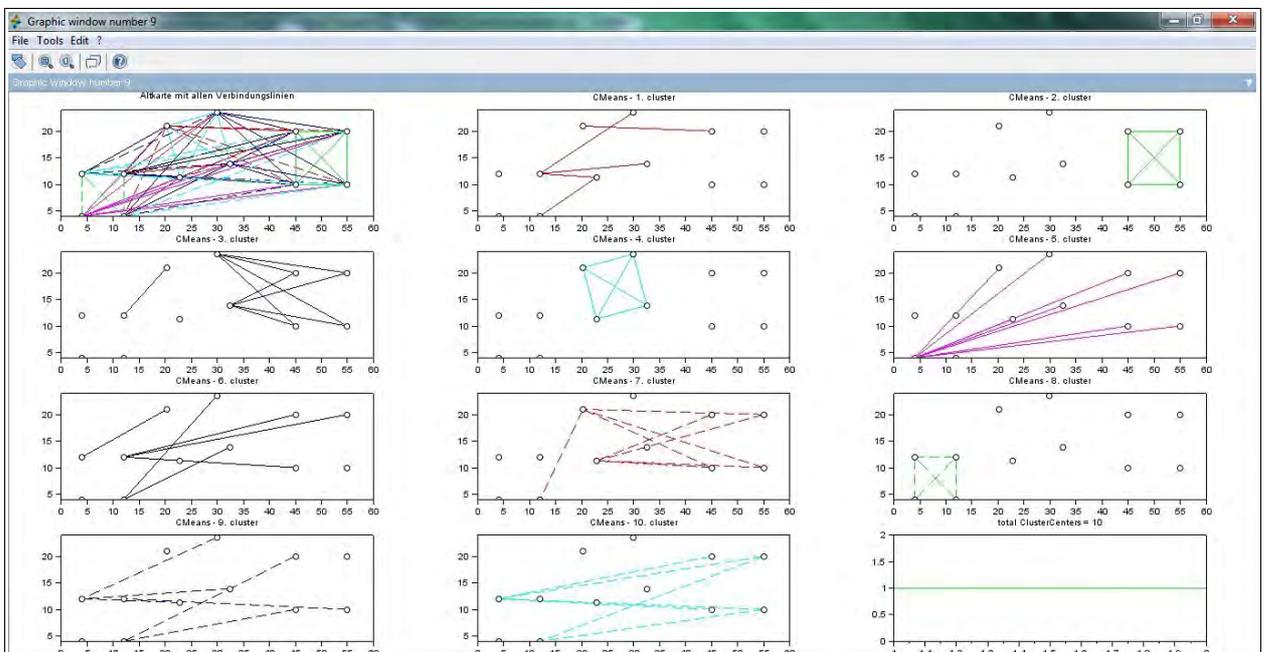
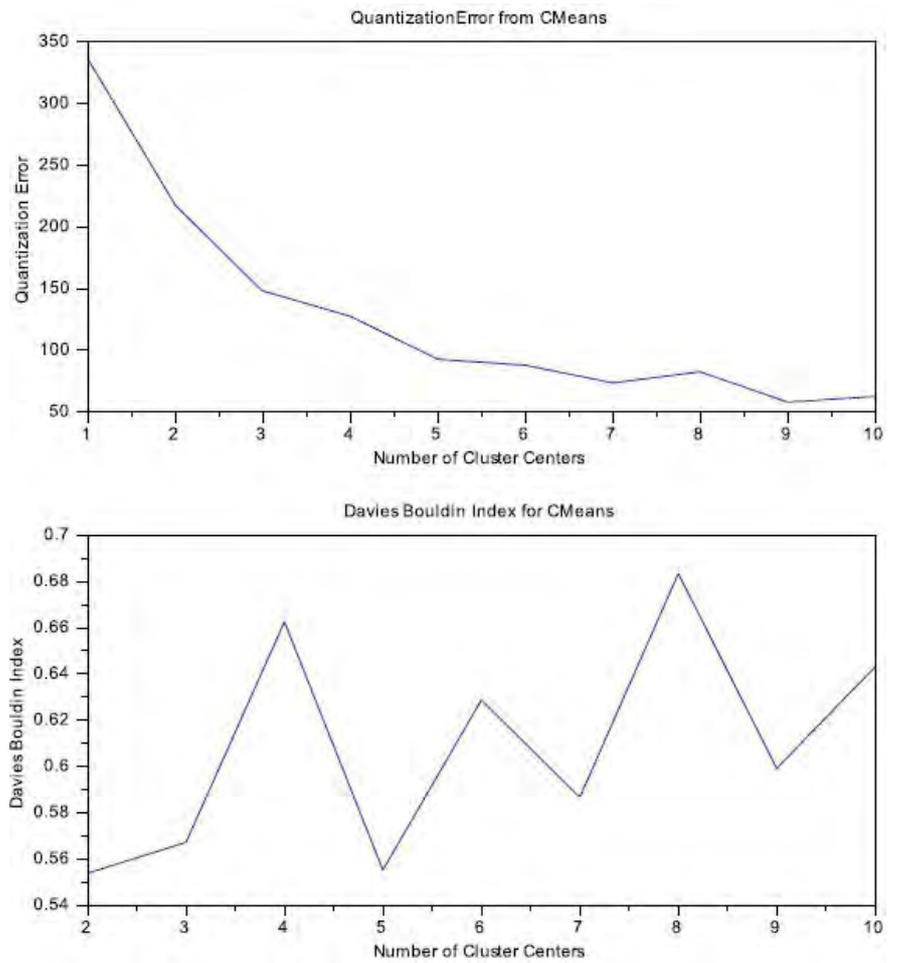


Abb.10 (rechts): oben: Verlauf der Quantifizierung des Clusterfehlers bei steigender Clusteranzahl (von zwei bis 10), unten: Verlauf des Davis-Bouldin-Indexes bei steigender Clusteranzahl (von zwei bis 10)



2 ANHANG – zu Kapitel 5

Tab.2: Koordinaten der Brentakarte (Hauptpunkte, Punkte des Kartenrahmens und Geländepunkte) nach *Beineke* aus *Beineke in Neugebauer et al. [1987, S60ff]*

Punktbezeichnung nach L. Aegerter	Punkt-Nr.	Y alte Karte	X alte Karte	Y neue Karte	X neue Karte
	Hauptpunkte nach L. Aegerter, Koordinaten nach Beineke				
Dos die Strinzi	1	950,65	300,52	-49,08	454,76
Sasso rosso	2	930,77	241,50	10,49	433,23
südl. Corno	3	885,46	30,59	221,53	390,27
Lago di Tovel	4	867,59	88,41	163,32	372,55
Mga. Malghette di sotto	5	877,83	418,24	-166,70	380,41
Genevria	6	836,55	521,70	-268,29	337,47
Sasso Alto	7	813,09	280,42	-28,62	316,29
Mondifra alto	8	805,80	319,41	-67,66	308,90
Fortini	9	743,65	460,83	-208,04	245,48
Pietra Grande	10	728,00	263,18	-11,38	231,00
Mad. Di Campiglio	11	726,02	471,34	-218,00	228,71
Cimon della Campa	12	705,64	82,20	170,46	208,98
M. Spinale	13	690,49	420,68	-167,67	194,02
Mga. Flavona	14	682,99	163,50	88,65	186,60
b. Cote 2114	15	645,50	372,78	-120,88	148,29
Groste	16	640,37	246,58	7,05	143,20
b. Fogajard	17	605,80	515,06	-262,67	108,29
b. Cote 2215	18	568,22	356,44	-104,01	71,13
Cima del Groste	19	579,18	233,98	18,54	82,08
C. die Mandrini	20	554,08	150,30	102,10	57,48
Cima di Brenta	21	498,16	253,02	0,00	0,00
M. Gallino	22	487,95	60,80	193,14	-7,94
Sabbione	23	441,88	544,19	-290,04	-56,01
Cima Fracinglo	24	457,03	399,58	-145,20	-40,29
Castello	25	446,29	197,64	56,17	-50,36
b. C. Brenta bassa	26	385,39	259,07	-4,38	-111,38
Pallon die Mughì	27	367,67	482,54	-227,80	-129,59
M. Daino	28	367,58	207,97	46,43	-129,13
Pradel	29	370,26	55,34	199,19	-126,47
Cima di Vallon	30	307,96	423,20	-168,53	-189,36
Molveno	31	330,21	46,88	205,97	-166,94
Cima di Ghes	32	250,64	245,25	10,06	-245,99
Corno b. Molveno	33	262,95	85,13	169,15	-232,97

Pozzol	34	167,75	532,25	-277,82	-330,49
La Crona	35	162,40	340,65	-85,66	-334,59
Doss delle Saette	36	180,85	241,30	13,45	-317,15
Castel die Camosci	37	124,37	427,78	-173,39	-373,72
b. Nembia	38	122,92	151,00	104,27	-374,26
b. M. Ronzo	39	116,85	31,63	224,63	-381,29
Monte Brugnol	40	69,43	395,11	-138,85	-428,52
b. Glolo	41	11,88	223,88	32,06	-485,12
M. Fibbion	42	605,05	90,28	161,59	108,68
Punkte des Kartenrahmens					
	43	440,51	561,71	-307,5767	-57,6426
	44	811,08	562,21	-310,0973	312,7328
	45	436,61	26,9	227,3465	-57,3285
	46	808,29	28,15	224,5669	312,9951
	47	923,99	452,27	-200,9560	426,2772
	48	74,17	450,27	-195,2239	-423,4602
	49	924,31	562,1	-310,8667	425,7917
	50	74,11	560,62	-305,0855	-423,7097
	51	74,03	25,47	230,0874	-422,4940
	52	923,44	28,26	223,7026	428,1527
Geländepunkte					
	101	206,8500	261,7460	212,0700	264,3840
	102	120,4500	257,7000	126,1020	261,2520
	103	110,0650	257,1600	114,6720	261,9900
	104	92,0700	244,4280	96,8520	247,4880
	105	103,3920	243,3000	107,9400	245,7600
	106	105,5160	244,2420	111,3360	248,6880
	107	116,8560	229,8780	121,2720	232,5360
	108	118,5180	219,7080	123,0000	222,8520
	109	147,3000	227,3040	153,0120	231,9720
	110	199,6500	207,6900	206,6100	213,2700
	111	198,7680	186,8400	203,6520	188,7000
	112	197,0520	182,3580	202,3380	183,6780
	113	92,2320	165,5580	96,2640	168,8520
	114	102,2520	164,0820	106,5300	166,8780
	115	101,9580	150,5100	109,4700	149,1720
	116	113,2380	146,4480	117,7680	147,8400
	117	126,1440	155,9400	128,8440	158,8800
	118	130,3320	138,3900	133,6200	142,6680
	119	130,1100	134,7960	134,1000	138,1500

120	138,9120	136,8840	142,0980	139,2900
121	174,4500	135,39	179,1240	138,7800
122	195,6000	150,7500	201,1320	152,5800
123	168,6120	123,1800	172,3380	124,0680
124	213,2400	115,2180	216,9300	116,2800
125	66,8100	119,8500	69,6100	124,0500
126	57,1500	113,9820	59,8440	117,1500
127	97,7640	103,3600	105,0000	107,4300
128	116,3820	91,6200	118,6200	94,7040
129	118,5780	92,0560	122,4000	93,8400
130	172,7820	97,6680	176,3100	99,0600
131	174,4080	90,9900	177,3600	92,7300
132	174,3240	86,7840	177,7200	88,5000
133	162,8100	81,5160	166,2000	83,5440
134	59,8800	86,9700	62,7000	91,1400
135	81,3180	77,2680	83,3100	80,5680
136	84,1380	74,0860	85,4820	77,9580
137	92,6880	74,2020	94,5240	78,4600
138	119,6220	34,5300	120,0600	36,5200

Abb.11 (rechts): links: Restklaffungsvektoren (100-fache Länge) der Hauptpunkte nach einer Helmert-Transformation, erstellt mit *MapAnalyst* [2010]

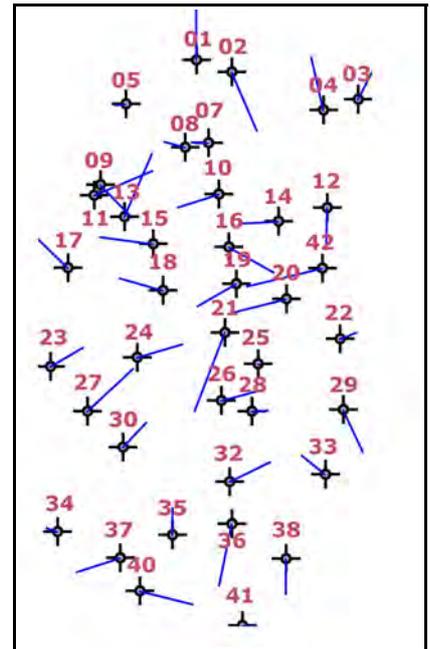
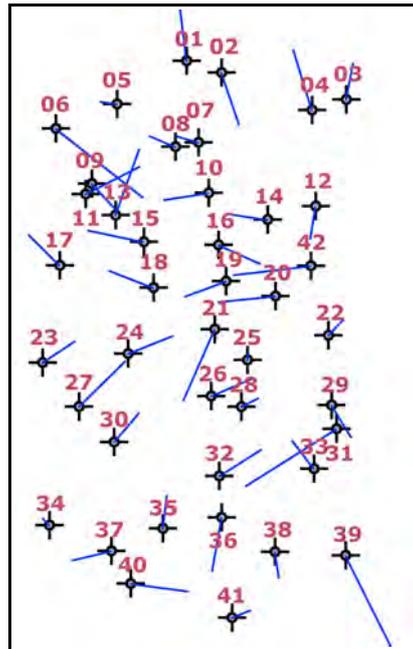


Abb.12 (rechts): rechts: Restklaffungsvektoren (100-fache Länge) der Hauptpunkte ohne Punktnummern 6, 31 und 39 nach einer Helmert-Transformation, erstellt mit *MapAnalyst* [2010]

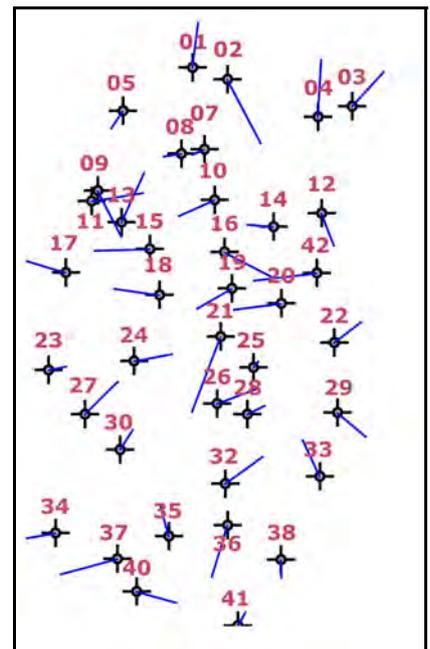
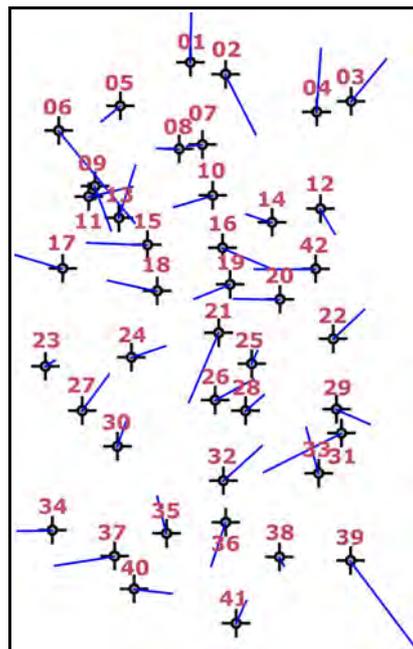


Abb.13 (rechts): links: Restklaffungsvektoren (100-fache Länge) der Hauptpunkte nach einer Affin-Transformation (6 Parameter), erstellt mit *MapAnalyst* [2010]

Abb.14 (rechts): rechts: Restklaffungsvektoren (100-fache Länge) der Hauptpunkte ohne Punktnummern 6, 31 und 39 nach einer Affin-Transformation (6 Parameter), erstellt mit *MapAnalyst* [2010]

3 ANHANG – Seenbeispiel

Tab.3 (unten): Passpunkte der Gyger-Karte

Punkt-Nr.	aktueller Name	Name in Altkarte	Bemerkung
1	Spiez	Spietz (Schlosssymbol)	Schlosssymbol mit Schloss verlinkt, Lage des Schlosses heute (<i>Schloss Spiez - Google Maps [2012]</i>)
2	Aeschi bei Spiez	Esche (Dorfsymbol)	aufgrund der vergleichbaren geographischen Lage und der Namensähnlichkeit
3	Mülenen	Mülen (Dorfsymbol)	aufgrund der vergleichbaren geographischen Lage und der Namensähnlichkeit
4	Burg bei Frutigen	Frutigen (Schlosssymbol)	bei Frutigen befinden sich zwei Burgen: Tellenburg und Bürg. Ruine Bürg verlinkt, da sie nahe zu Frutigen liegt und der Sitz der Ritter von Frutigen war (<i>Liste von Burgen und Schlössern in der Schweiz [2012]</i> und <i>Ruine Bürg [2012]</i>)
5	Schloss Wimmis	Wimiss (Schlosssymbol)	Schloss Wimmis verlinkt (<i>Schloss Wimmis, 3752 Wimmis, Bern, Schweiz - Google Maps [2012]</i>)
6	Zweisimmen	Zwey-Simnen (Dorfsymbol)	aufgrund der vergleichbaren geographischen Lage und der Namensähnlichkeit
7	Zweisimmen	Zwey-Simnen (Schlosssymbol)	zwei Burgen nebeneinander als Burglink genommen
8	Boltingen	Boltingen (Dorfsymbol)	kein Stadtsymbol in neuer Karte, Ortsbezeichnung zur Lageangabe herangezogen
9	Oberwil im Simmental	ob:Wyl (Dorfsymbol)	aufgrund der vergleichbaren geographischen Lage und der Namensähnlichkeit
10	Därstetten	Dörstetten (Dorfsymbol)	aufgrund der vergleichbaren geographischen Lage und der Namensähnlichkeit
11	Lenk im Simmental	Lank (Dorfsymbol)	aufgrund der vergleichbaren geographischen Lage und der Namensähnlichkeit - gibt auch eine Stadt mit Namen „Lenk“, aufgrund der Lage aber unwahrscheinlich
12	Saanen	Sana (Dorfsymbol)	aufgrund der vergleichbaren geographischen Lage und der Namensähnlichkeit

13	Gstaad	Stad (Dorfsymbol)	aufgrund der vergleichbaren geographischen Lage und der Namensähnlichkeit
14	Gsteig	Gsteig (Dorfsymbol)	
15	Thun	Thun (Stadtsymbol)	
16	Oberhofen am Thunersee	ob:Hofen (Dorfsymbol)	aufgrund der vergleichbaren geographischen Lage und der Namensähnlichkeit
17	Merlingen	Morlingen (Dorfsymbol)	aufgrund der vergleichbaren geographischen Lage und der Namensähnlichkeit
18	Interlaken	Interlace (Klostereymbol)	Kloster Interlaken aufgrund der Namensähnlichkeit
19	Unterseen	Vnderseewen (Stadtsymbol)	aufgrund der vergleichbaren geographischen Lage und der Namensähnlichkeit wurde diese kleine Stadt verlinkt
20	Gsteigwiler	Gsteig (Dorfsymbol)	aufgrund der vergleichbaren geographischen Lage und der Namensähnlichkeit
21	Brienz	Brientz (Dorfsymbol)	aufgrund der vergleichbaren geographischen Lage und der Namensähnlichkeit
22	Mehringen	Hasle (Dorfsymbol mit senkrechtem Strich)	aufgrund der vergleichbaren geographischen Lage und der Namensähnlichkeit des Stadtteils Mehringen-Hasliberg
23	Schattenhalb	Scheydeck (Dorfsymbol)	Scheideggstraße in Schattenhalb verlinkt, aufgrund der vergleichbaren geographischen Lage und der Namensähnlichkeit dieser Straße. Dieser Passpunkt ist damit sehr unsicher, jedoch ein wichtiger Punkt (in der Nähe der Seen) für die Fragestellung, somit belassen.
24	Grindelwald	Grindelwald (Dorfsymbol)	aufgrund der vergleichbaren geographischen Lage und der Namensähnlichkeit
25	Kandersteg	Kandel Stag (Dorfsymbol)	aufgrund der vergleichbaren geographischen Lage und der Namensähnlichkeit
26	Kandergrund	Kandelbrug brugg (Dorfsymbol)	aufgrund der vergleichbaren geographischen Lage und der Namensähnlichkeit
27	Belp	Belp (Schlosssymbol)	Schloss Belp verlinkt
28	Toffen	Dofan (Schlosssymbol)	Schloss Toffen verlinkt aufgrund der vergleichbaren geographischen Lage und der Na-

			mensähnlichkeit
29	Gerzensee	(ohne Ortsmarkierung)	Aufgrund der vergleichbaren geographischen Lage einen unbeschrifteter See mittig verlinkt
30	Riggisberg	Riggisberg (Schlosssymbol)	Schloss Riggisberg verlinkt
31	Schwarzburg	Schwartzeburg (Schlosssymbol)	Schloss Schwarzburg verlinkt
32	Amsoldigen	Anseltingen (Schlosssymbol)	Schloss Amsoldigen verlinkt (<i>Hari</i> [2012], S2)
33	Münsingen	Münsingen (Stadtsymbol)	
34	Signau	Signow (Schlosssymbol)	aufgrund der vergleichbaren geographischen Lage und der Namensähnlichkeit
35	Oberdiessbach	Dissbach (Dorfsymbol)	aufgrund der vergleichbaren geographischen Lage und der Namensähnlichkeit
36	Trachselwald	Trachsselwald (Schlosssymbol)	Schloss Trachselwald verlinkt
37	Trub	Trub (Dorfsymbol)	
38	Luzern	Lucern (Stadtsymbol)	
39	Horw	Winkel (Dorfsymbol)	Aufgrund der vergleichbaren geographischen Lage und der Namensgleichheit wurde Winkel, ein Ortsteil von Horw, verlinkt
40	Alpnach	Alpnach (Dorfsymbol)	
41	Sarnen	Sarnen (Dorfsymbol)	
42	Immensee	Immensee (Dorfsymbol)	
43	Arth	Art (Dorfsymbol)	aufgrund der vergleichbaren geographischen Lage und der Namensähnlichkeit
44	Gersau	Gersaw (Dorfsymbol)	aufgrund der vergleichbaren geographischen Lage und der Namensähnlichkeit
45	Küssnacht am Rigi	Küssnacht (Schlosssymbol)	Schloss Gesslerburg Küssnacht verlinkt
46	Root	Rot (Dorfsymbol)	aufgrund der vergleichbaren geographischen Lage und der Namensähnlichkeit
47	Schwyz	Schwytz (Stadtsymbol)	aufgrund der vergleichbaren geographischen Lage und der Namensähnlichkeit
48	Brunnen	Brunen (Dorfsymbol)	aufgrund der vergleichbaren geographischen Lage und der Namensähnlichkeit
49	Buochs	Buchs (Dorfsymbol)	aufgrund der vergleichbaren geographischen Lage und der

			Namensähnlichkeit
50	Stans	Stans stad (Dorfsymbol)	aufgrund der vergleichbaren geographischen Lage und der Namensähnlichkeit
51	Stans	Stans (Schlosssymbol)	Burg Rotzberg aufgrund der geographischen Lage verlinkt (<i>Liste von Burgen und Schlössern in der Schweiz</i> [2012])
52	Sarnen	Sarnen (Schlosssymbol)	Burg Landenberg verlinkt (<i>Liste von Burgen und Schlössern in der Schweiz</i> [2012])
53	Sachseln	Saxlen (Dorfsymbol)	aufgrund der vergleichbaren geographischen Lage und der Namensähnlichkeit
54	Lungern	Lungeren (Dorfsymbol)	aufgrund der vergleichbaren geographischen Lage und der Namensähnlichkeit
55	Boden	Boden (Dorfsymbol)	
56	Guttannen	Gutam (Dorfsymbol)	aufgrund der vergleichbaren geographischen Lage und der Namensähnlichkeit
57	Gadmen	Gadmen (Dorfsymbol)	
58	Engstlensee	Engstler (ohne Ortsmarkierung)	Mittelpunkt des Engstlensee verlinkt
59	Engelberg	Engelberg (Klostersonnensymbol)	Kloster Engelberg verlinkt
60	Rossiniere	Rosiniere (Dorfsymbol)	
61	Fiesch	Viesch (Dorfsymbol)	aufgrund der vergleichbaren geographischen Lage und der Namensähnlichkeit
62	Münster-Geschinen	Müster (Dorfsymbol)	
63	Fusio	Fusio (Dorfsymbol)	
64	Obergesteln	Gestellen (Dorfsymbol)	aufgrund der vergleichbaren geographischen Lage und der Namensähnlichkeit
65	Grimselsee	Grimsel (ohne Ortsmarkierung)	Mitte des Grimselsees eingelinkt (<i>Grimselsee – Google-Maps</i> [2012])
66	Grimsel Hospiz	Spital (Dorfsymbol)	aufgrund der vergleichbaren geographischen Lage und der Namensverwandtschaft (<i>Grimselsee – GoogleMaps</i> [2012])
67	Wyler	Wyler (Dorfsymbol)	
68	Lutertal	Lutertal (Dorfsymbol)	Aufgrund des Namens Strassenzug Lutertal verlinkt, jedoch zu große Unsicherheit deshalb Passpunkt verworfen

69	Laupen	Laupen (Stadtsymbol)	
70	Gümmenen	Gimenen (Dorfsymbol)	aufgrund der vergleichbaren geographischen Lage und der Namensähnlichkeit
71	Köniz	Chünitz (Dorfsymbol)	aufgrund der vergleichbaren geographischen Lage und der Namensähnlichkeit
72	Niederwangen	Wangen (Dorfsymbol)	aufgrund der vergleichbaren geographischen Lage und der Namensähnlichkeit
73	Neuenegg	Nüweneck (Dorfsymbol)	aufgrund der vergleichbaren geographischen Lage und der Namensähnlichkeit
74	Freiburg	Freyburg (Stadtsymbol)	Punkt eigentlich knapp nicht mehr am Kartenausschnitt, aber trotzdem gewählt
75	Signau	Signow (Dorfsymbol)	aufgrund der vergleichbaren geographischen Lage und der Namensähnlichkeit
76	Worb	Worb (Dorfsymbol)	
77	Bern	Bern (Stadtsymbol)	
78	Thorberg	Thorberg (Schlosssymbol)	Schloss Thorberg verlinkt
79	Schangnau	Dschangnow (Dorfsymbol)	aufgrund der vergleichbaren geographischen Lage und der Namensähnlichkeit
80	Wiggen	Wicken (Dorfsymbol)	aufgrund der vergleichbaren geographischen Lage und der Namensähnlichkeit
81	Fall	Gfell (Dorfsymbol)	Aufgrund der vergleichbaren geographischen Lage und der Namensähnlichkeit wurde Fall 3153 in Rüscheegg verlinkt
82	Montbovon	Montbuan (Dorfsymbol)	aufgrund der vergleichbaren geographischen Lage und der Namensähnlichkeit
83	Jaun	Ioun (Dorfsymbol)	aufgrund der vergleichbaren geographischen Lage und der Namensähnlichkeit

Tab.4: Koordinaten der Passpunkte der Gyger-Karte

Punkt Nr.	Altkarte		Neukarte	
	x	y	X	Y
1	0,038206	0,043014	854781,948680	5884911,023507
2	0,037214	0,038440	855822,084618	5879926,470818
3	0,035421	0,034695	855441,639752	5876875,997372
4	0,036043	0,029947	849116,738680	5869780,680139
5	0,027504	0,041356	848879,568279	5882145,925849
6	0,024843	0,021355	820034,767124	5862739,648403
7	0,027164	0,022298	820613,947576	5865610,904687
8	0,022056	0,025929	821032,296363	5875140,273488
9	0,019516	0,029819	826367,010080	5879503,685412
10	0,020030	0,035214	833908,338982	5880329,304572
11	0,025840	0,013667	827531,551876	5847222,462766
12	0,016545	0,016301	807377,433564	5852476,393546
13	0,019915	0,012402	810093,967884	5850241,824992
14	0,015584	0,002236	808217,108298	5835747,507224
15	0,030778	0,052309	848555,020234	5896169,990497
16	0,036265	0,049530	852766,302680	5891772,108644
17	0,042548	0,045899	860543,263666	5886097,456217
18	0,053580	0,037583	874564,122652	5884560,624085
19	0,053027	0,042026	872857,996546	5884470,924762
20	0,051353	0,032120	875169,329027	5879013,538569
21	0,066000	0,032792	892956,627847	5895714,315495
22	0,073714	0,027445	910363,031834	5891280,203689
23	0,068933	0,020581	908398,043687	5885686,714618
24	0,059373	0,020119	893614,855015	5874271,193439
25	0,042424	0,020867	853390,796235	5853766,520019
26	0,039608	0,028356	851736,492800	5861348,468430
27	0,021387	0,065239	834189,575965	5917975,759352
28	0,018412	0,061692	832739,792902	5913186,339234
29	0,025864	0,059346	839180,132344	5907819,086567
30	0,017141	0,055952	830772,432429	5904277,486872
31	0,011478	0,055575	816267,366852	5905128,175170
32	0,022053	0,050910	842648,634549	5891080,524936
33	0,027991	0,068956	840895,494971	5914847,894058
34	0,039017	0,068540	858952,321760	5922302,426270
35	0,033678	0,059395	847161,069294	5909339,010811
36	0,042020	0,075816	860561,634512	5938294,395451
37	0,054356	0,065307	876053,854995	5925959,197368

ANHANG – Seenbeispiel

38	0,072770	0,073070	923502,112299	5943647,813820
39	0,072537	0,068507	924776,019354	5937481,584487
40	0,073216	0,061694	920011,041033	5925825,998527
41	0,072379	0,055699	916853,522782	5918501,244010
42	0,087758	0,078353	940992,649783	5951245,234855
43	0,094194	0,077449	947799,827890	5945945,400198
44	0,090233	0,066624	948042,632685	5934171,149678
45	0,087390	0,074950	939437,237971	5948824,405612
46	0,076793	0,081799	933299,511964	5954251,903422
47	0,097630	0,072121	962248,605358	5938854,675096
48	0,097624	0,067311	956838,611115	5934589,635286
49	0,088874	0,061220	936918,850767	5931105,983122
50	0,082217	0,062925	930345,562916	5928577,015302
51	0,084866	0,058976	927426,116834	5928964,675873
52	0,071121	0,056549	917359,587459	5917894,335469
53	0,072993	0,050732	916028,758707	5914246,868050
54	0,074905	0,040585	907407,829674	5900528,813284
55	0,078620	0,023642	919342,493060	5881607,053288
56	0,082243	0,021865	921615,817760	5879340,133890
57	0,092161	0,027054	928820,942671	5892666,348748
58	0,085769	0,038025	929354,965282	5898564,085391
59	0,094192	0,040310	935004,229467	5906202,729849
60	0,005399	0,029144	787443,585997	5848896,266988
61	0,075913	0,008542	904450,818309	5838767,408106
62	0,084573	0,009963	918826,207606	5852187,207941
63	0,102394	0,002796	963298,842929	5845238,826302
64	0,092349	0,009655	925650,774460	5856373,622147
65	0,098155	0,023257	923131,529727	5864831,407376
66	0,095984	0,021254	926436,739267	5865854,414096
67	0,084594	0,029104	916757,356552	5888161,161360
68	-	-	-	-
69	0,005630	0,074247	805145,406836	5919621,613333
70	0,007515	0,080981	805450,407981	5926400,270068
71	0,014885	0,071966	824264,211138	5923146,804614
72	0,010815	0,073022	819930,529177	5923374,690992
73	0,009216	0,069153	812129,685636	5918309,790589
74	-0,001871	0,065179	796379,467262	5903905,080649
75	0,040410	0,067080	857794,249442	5920605,096857
76	0,028080	0,074957	841471,620249	5924247,694963

77	0,019348	0,079168	828130,011560	5926962,713678
78	0,026028	0,082611	841202,361720	5935860,370503
79	0,048339	0,054899	874174,801639	5907340,829186
80	0,053718	0,059665	879457,803607	5918392,712809
81	0,017358	0,042791	821193,083032	5899440,426788
82	-0,001626	0,032725	783243,042584	5852096,118973
83	0,007885	0,035754	809088,595023	5872269,46

4 ANHANG – Programm „K DFA“

```

//*****
//*****PROGRAMM - K DFA*****
//***** Klassifizierung und Darstellung von systematisch auftretenden Fehlern in Altkarten*****
//*****

clear//löscht alte Variablen
clear all
clf // löscht alte Grafiken

//*****Begin Dateneingabe*****

// Matrix "K" wird aus der externen Datei "liste_fertig" erzeugt, die soll in der Form sein, dass in der ersten Zeile die Koordinaten des
//zuerst x und y (später als Matrix A definiert) der Altkarte und dann x und y (später als Matrix B definiert) der Neukarte
K=fscanfMat('C:\Users\guenter\Desktop\liste_fertig.txt');

//*****Ende Dateneingabe*****

//Begin der Berechnung der Parameter: M (Maßstabsfaktor), WX WY (Winkel), TL (TV Länge),TX TY (TV Winkel)*****
//*****

//Neudefinition der einzelnen Koordinatenspalten als einzelne Spaltenvektoren A (Punkte Altkarte) und B (Punkte Neukarte)
Ax = K(:, 1)
Ay = K(:, 2)
Bx = K(:, 3)
By = K(:, 4)
B = [Bx By]
A = [Ax Ay]
// Anzahl der Passpunkte muss ermittelt werden =r (ermittelt als Matrizengröße von K, r= rows und c = columns)
[r,c]=size (K)

//*****Ermittlung des Maßstabsfaktors, Vergleich aller Strecken von Punkt n zu Punkt m,*****
//*****beide Indizes laufen deshalb von 1 bis r, also die Anzahl der Paßpunkte durch*****
n = r;
m = r;
for i = 1:n,
    for j = 1:m,

        k=i
        l=j
        if i==j then M(k,l) = 0, //bei i=j Division durch null ()Diagonalelemente) deshalb als =0 definiert
        elseif sqrt (( Bx(j,1)-Bx(i,1))^2 + (By(j,1)-By(i,1))^2)==0 then M(k,l) = 0, // Division durch null allgm definiert
        else
            MMM(i,j) =abs(sqrt ( ((Ax(j,1)-Ax(i,1))^2 + (Ay(j,1)-Ay(i,1))^2))/abs( sqrt (( Bx(j,1)-Bx(i,1))^2 + (By(j,1)-By(i,1))^2))),
            MM(i,j) =round(10000000*MMM (i,j));
            M (i,j) = MM (i,j)/10000000;
        end
    end
end

//*****Ermittlung des Drehwinkels*****
n = r;
m = r;
for i = 1:n,
    for j = 1:m,

// Berechnung der Strecken (Vektoren) in der Alt- und Neukarte
ax (i,j)=Ax(j,1)-Ax(i,1)
bx (i,j)=Bx(j,1)-Bx(i,1)
ay (i,j)=Ay(j,1)-Ay(i,1)
by (i,j)=By(j,1)-By(i,1)

// Ausschluss der Division durch Null wird folgendermaßen erreicht
if sqrt ((ax(i,j))^2+(ay(i,j))^2)== 0 then WPA(i,j) = 0;
elseif sqrt ((bx(i,j))^2+(by(i,j))^2) == 0 then WPB (i,j) = 0;

        else
// Berechnung der Winkel (WPA und WPB) von beiden Strecken (Vektoren in der Alt- und Neukarte)zur positiven x-Achse berechnet

```

```

(abs= damit Ergebnis der Wurzelziehung sicher positiv ist)
  WPA(i,j) = acosd (ax(i,j)/abs (sqrt ((ax(i,j))^2+(ay(i,j))^2)))
  WPB(i,j) = acosd (bx(i,j)/abs (sqrt ((bx(i,j))^2+(by(i,j))^2)))

      end
    end
  end

// die Ergebnisse der beiden Winkel (WPA und WPB) sind nur im Wertbereich 0 bis 180 Grad, um die Orientierung des Vektors zu
// berücksichtigen muss folgende Berechnung durchgeführt werden

n = r;
m = r;
for i = 1:n,
  for j = 1:m,

if ay (i,j) >= 0 then WA (i,j) = WPA (i,j);

elseif ay (i,j) < 0 then WA (i,j) = 360 - WPA (i,j);

else
  WA(i,j) =WPA (i,j);

end
end
end

n = r;
m = r;
for i = 1:n,
  for j = 1:m,

if by (i,j) >= 0 then WB (i,j) = WPB (i,j);
elseif by (i,j) < 0 then WB (i,j) = 360 - WPB (i,j);
else
  WB(i,j) =WPB (i,j);

end
end
end

// das Winkelergebnis soll im bereich 0 bis 360 liegen, nicht negativ und nicht grösser als 360 sein

n = r;
m = r;
for i = 1:n,
  for j = 1:m,

    WT (i,j) = WA (i,j) - WB (i,j);

      end
    end

n = r;
m = r;
for i = 1:n,
  for j = 1:m,
    if WT (i,j) >= 360 then W (i,j) = WT (i,j) -360;

elseif WT (i,j) < 0 then W (i,j) = 360 + WT (i,j) ;

else
  W (i,j) = WT (i,j);

end
end
end

```

```

n = r;
m = r;
for i = 1:n,
    for j = 1:m,

WXXX(i,j)= cosd(W(i,j))
    WXX(i,j) =round(10000000*WXXX (i,j));
    WX (i,j) = WXX (i,j)/10000000;

WYYY(i,j) =sind(W(i,j))
    WYY(i,j) =round(10000000*WYYY (i,j));
    WY (i,j) = WYY (i,j)/10000000;

end
end

//*****Translationsvektor*****
//NEW

//zuerst Punkt der Neukarte mit Maßstabsfaktor multiplizieren
n = r;
m = r;
for i = 1:n,
    for j = 1:m,
        mx(i,j) = Bx (j,1)* M (i,j);
        my(i,j) = By (j,1)* M (i,j);
end
end

//dann diesen Punkt um den Ursprung drehen im zugehörigen Drehwinkel
n = r;
m = r;
for i = 1:n,
    for j = 1:m,

        TX(i,j) = cosd(W(i,j))*mx(i,j)- sind(W(i,j))*my(i,j);
        TY(i,j) = sind(W(i,j))*mx(i,j)+ cosd(W(i,j))*my(i,j);

end
end

n = r;
m = r;
for i = 1:n,
    for j = 1:m,

XXX (i,j)= Ax (j,1) - TX(i,j),
    XX(i,j) =round(10000000*XXX (i,j));
    X (i,j) = XX (i,j)/10000000;
YYY (i,j)= Ay (j,1) - TY(i,j),
    YY(i,j) =round(10000000*YYY (i,j));
    Y(i,j) = YY (i,j)/10000000;

end
end

n = r;
m = r;
for i = 1:n,
    for j = 1:m,

// Division durch Null wird folgendermaßen berücksichtigt
if (X (i,j)*X (i,j)+Y (i,j)*Y (i,j))== 0 then TWY(i,j) = 0;
elseif (X (i,j)*X (i,j)+Y (i,j)*Y (i,j))== 0 then TWY (i,j) = 0;

```

```

else
TWX (i,j) = X (i,j)/abs( sqrt(X (i,j)*X (i,j)+Y (i,j)*Y (i,j)));
TWY (i,j)= Y (i,j)/abs( sqrt(X (i,j)*X (i,j)+Y (i,j)*Y (i,j)));
end
end
end
end

```

```
// Translationsvektor Länge TL
```

```

n=r;
m=r;
for i=1:n;
for j= 1:m,
TLLL (i,j) = abs( sqrt( X(i,j)^2 + Y(i,j)^2));
TLL(i,j)=round(10000000*TLLL (i,j));
TL (i,j) = TLL (i,j)/10000000;
end
end

```

```
//*****Ende Berechnung der Parameter*****
```

```
//*****Begin Eigenschaftsmatrix E_red, (Beschriftungsvektor Ei_j_red sh unten)*****
```

```
//*****
//zuerst wird die E-matrix für alle Strecken ermittelt, die doppelten (i_j und j_i) und die Strecken mit i=j werden später rediziert
//*****
```

```
//E (mit allen Strecken, also auch 1_1 oder 1_2 und 2_1) Matrix Konstruktion: Eigenschaftenmatrix M WX WY TL TX TY mit Variablen i_j z.B. 1_2 für die Strecke zw Pkt 1 und 2
```

```
//Matrix Konstruktion: Eigenschaftenmatrix M WX WY TL TX TY mit Variablen i_j z.B. 1_2 für die Strecke zw Pkt 1 und 2
```

```
//Ei_j (Beschriftung für alle Strecken) ist der Beschriftungsvektor mit i_j als 1_1 1_2 etc
```

```
r_quad=r*r //Definition der Länge der E Matrix
```

```

Em = matrix(M,r_quad,1)
Ewx = matrix(WX,r_quad,1)
Ewy = matrix(WY,r_quad,1)
Ex = matrix(TL,r_quad,1)
Etwx = matrix(TWX,r_quad,1)
Etwy = matrix(TWY,r_quad,1)
//Zusammenfügen zu E
E = [Em Ewx Ewy Ex Etwx Etwy]

```

```
// Beschriftungsvektor fuer E namens Ei_j
```

```
// Definition von i_j Elementen
```

```

for u = 1:r,
for v = 1:r,

```

```
Di_j(u,v) = string(u)+'_'+string(v);
```

```
if u == v then Di_j_01(u,v) = 0 // Definition Di_j_01 um die diagonalen Elemente (welche 0 sind) zu finden und
```

```
später zu eliminieren
```

```
else Di_j_01(u,v) = 1 //ebenfalls Definition von Di_j_01
```

```
end
```

```
end
```

```
end
```

```
Di_j_transp = Di_j' //transponierte Matrix
```

```
Ei_j =matrix(Di_j_transp,r_quad,1) //Umwandlung von Matrix in Spaltenvektor (=umschachteln)
```

```
Ei_j_01 =matrix(Di_j_01',r_quad,1) //Umwandlung von Di_j_01 Matrix in Spaltenvektor (=umschachteln)
```

```
//
```

```
//
```

```
//Definition von Di_j_trildia_01
```

```
//diagonale Elemente und jene des oberen Dreiecks sind 0
```

```
//Di_j_trildia_01 =
```

```
// 0. 0. 0. 0. 0. 0.
```

```
// 1. 0. 0. 0. 0. 0.
```

```
// 1. 1. 0. 0. 0. 0.
```

```
// 1. 1. 1. 0. 0. 0.
```

```
// 1. 1. 1. 1. 0. 0.
```

```
// 1. 1. 1. 1. 1. 0.
```

```
/////////
```

```
for u = 1:r,
```

```
for v = 1:r,
```

```
Di_j(u,v) = string(u)+'_'+string(v);
```

```
if u == v then Di_j_trildia_01(u,v) = 0 // Definition um die diagonalen Elemente (welche 0 sind) zu finden und
```

```
später zu eliminieren
```

```
elseif u<v then Di_j_trildia_01(u,v) = 0
```

```
else Di_j_trildia_01(u,v) = 1 //ebenfalls Definition von Di_j_tril_01
```

```

        end
    end
end
// Di_j_transp = Di_j' //transponierte Matrix
// Ei_j =matrix(Di_j_transp,r_quad,1) //Umwandlung von Matrix in Spaltenvektor (=umschachteln)
// EEi_j_01 =matrix(Di_j_trildia_01',r_quad,1) //Umwandlung von Di_j_01 Matrix in Spaltenvektor (=umschachteln)

//
//
//Definition der reduzierten E_red und Ei_j_red (Zeilenvektoren bzw Listen der Eigenschaften und deren Benennung, die keine i=j
Elemente mehr enthalten)
//Definition von neuen Eingabematrizen für Clustering ohne die redundanten i=j (Strecken auf sich selbst definiert, und haben daher
keine geometrische Relevanz)
//detto for Em, Ewx, Ewy, Ex, Etwx. Etwy
list_Ei_j = vec2list(Ei_j',ones(r_quad,2))
list_EEi_j_01 = vec2list(EEi_j_01',ones(r_quad,2))//um Dreiecksellement sowie Diagonale von E-matrix zu entfernen
// list_Di_j_trildia_01 = vec2list(Di_j_trildia_01',ones(r_quad,2)) // um clustering zu ermöglichen ohne der redundanten i=j sowie
oberen dreieckelementen derE-Matrix zu erlauben
list_Em = vec2list(Em',ones(r_quad,2))
list_Ewx = vec2list(Ewx',ones(r_quad,2))
list_Ewy = vec2list(Ewy',ones(r_quad,2))
list_Ex = vec2list(Ex',ones(r_quad,2))
list_Etwx = vec2list(Etwx',ones(r_quad,2))
list_Etwy = vec2list(Etwy',ones(r_quad,2))

//// Suche der Elemente mit i=j sowie oberen Dreieckelementen in list_Ei_j bzw listDi_j_trildia_01 und eintragen in listofzeros-
Liste
listofzeros =list() // Definition einer Leerenliste, soll Positionen der Elemente 0 in Ei_j_01 enthalten
for i = 1:r_quad
    if list_EEi_j_01(i) == 0 then listofzeros($+1) = i //filling of list with elements
    end
end

//Parameterübergabe von list_EEi_j_01 and list_Ei_j_01
list_Ei_j_01=list_EEi_j_01
Ei_j_01=EEi_j_01

// Löschen der Elemente mit i=j von lists und der oberen Dreieckselemente
list_Ei_j_red = list_Ei_j
list_Ei_j_01_red = list_Ei_j_01
list_Em_red = list_Em
list_Ewx_red = list_Ewx
list_Ewy_red = list_Ewy
list_Ex_red = list_Ex
list_Etwx_red = list_Etwx
list_Etwy_red = list_Etwy

for i = 1:length(listofzeros)
    b=listofzeros(i)//Laufvariable um Position von i=j anzugeben
    b=b-i+1 //Korrektur der Position in der Liste um bereits entfernte Elemente
    list_Ei_j_red(b) = null()
    list_Ei_j_01_red(b) = null()
    list_Em_red(b) = null()
    list_Ewx_red(b) = null()
    list_Ewy_red(b) = null()
    list_Ex_red(b) = null()
    list_Etwx_red(b) = null()
    list_Etwy_red(b) = null()
end

//
// Rücktransformations von lists (jetzt reduziert) zu Matrizen ..._red
// und Zusammenfügen zu E_red, der reduzierten Eigenschaftsmatrix ohne Elemente i=j
Ei_j_red = list2vec(list_Ei_j_red)
Ei_j_01_red = list2vec(list_Ei_j_01_red)
Em_red = list2vec(list_Em_red)
Ewx_red = list2vec(list_Ewx_red)
Ewy_red = list2vec(list_Ewy_red)
Ex_red = list2vec(list_Ex_red)
Etwx_red = list2vec(list_Etwx_red)
Etwy_red = list2vec(list_Etwy_red)
E_red = [Em_red, Ewx_red, Ewy_red, Ex_red, Etwx_red, Etwy_red]

[nr_E_red,nc_E_red]=size(E_red) //nr_red Anzahl der Zeilen von E_red; nc_red =Anzahl der Spalten

```

```

//*****End Eigenschaftsmatrix*****

//*****Begin Clustering*****
//*****mit CMEANS*****

//using CMEANS for clustering, number of initial centers 1-10 (selected randomly)
listofclcenters=list()// Definition Leerliste
for i=1:10 // Laufvariable für die Nummer an Clusterzentren (Ursprünglich und auch die finalen)
    Samples = E_red;
    InitialCenters = SelectRandomly(Samples, i);
    Centers = CMeans(Samples, InitialCenters, 2, 'iterations', 10)
    listofclcenters($+1) = Centers //inserts Matrix "Centers" into listofclusterCMeans - List //fkt suppl!!!
end
//
//
//calculate Distance Matrix // fkt, jedes Element ist eine Distanz, die Zeilen entsprechen den Zeilen in Samples, die Spalten sind für
die einzelnen
//Distances, could be alternatively calculated directly via "GetNearestNeighbor"
listofdistances=list()
for i=1:10 // Laufvariable für die Nummer an Clusterzentren (Ursprünglich und auch die finalen), sh clustering vorhergehender
Abschnitt
    Centers_i = listofclcenters(i) // Centers, selected from the listofclcenter (list of cluster center)-List
    Distances = CreateDistanceMatrix(Samples, Centers_i, 2)
    listofdistances($+1) = Distances // inserts Matrix "Distances" into list of listofdistances
end
//
//
//Neighbors //gibt an zu welchem Clusterzentrum ein Individuum (Zeile in Samples) gehört
listofNNeighbors=list()
for i=2:10 // Laufvariable für die Nummer an Clusterzentren (Ursprünglich und auch die finalen), sh clustering vorhergehender
Abschnitt
    //sinnvoll ab erst 2 clustern, daher i=2
    Centers_i = listofclcenters(i) // Centers, selected from the listofclcenter (list of cluster center)-List
    NearestNeighbors = GetNearestNeighbor(Samples, Centers_i, 2)
    listofNNeighbors($+1) = NearestNeighbors // inserts Matrix "NearestNeighbors" into list of listofNNeighbors
end
NNeighbors = list2vec(listofNNeighbors) // bad def, all together into one long vector, for all centers number =2 to =10

//calculate Quantization error
listofQError=list()
for i=1:10 // Laufvariable für die Nummer an Clusterzentren (Ursprünglich und auch die finalen), sh clustering vorhergehender
Abschnitt
    Centers_i = listofclcenters(i) // Centers, selected from the listofclcenter (list of cluster center)-List
    QuantizationError = GetQuantizationError(Samples, Centers_i, 2) //QuantizationError actually is a changing variable,
use QError-Matrix for // calculations with the results
    listofQError($+1) = QuantizationError // inserts Matrix "QuantizationError" into list of listofQError
end
QError=list2vec(listofQError)
// plot QError for determination of optimal cluster number

////////////////////////////////////
//Window No-1 Subplot 211 - QuantizationError
////////////////////////////////////
//
clf();//f4=scf(4); //creates figure with id==4 and make it the current one
h=11; //Graphics Handle
xset('window',h);
subplot(211)
plot(QError)// plot of Quantization error, important for optimal cluster number search (where knick is in curve),
// l_QE=length(listofQError) //wanted to add 1st derivative or elongated line between 1. and 2. data point and secondlast
and last.
xlabel('QuantizationError from CMeans', 'Number of Cluster Centers', 'Quantization Error')
//xlabel("sin(t)" versus t")
// does not work
// f_plot=[listofQError(1:2);listofQError((l_QE-1):l_QE)]
// plot(f_plot)
//
////////////////////////////////////

```

```

//
//
//Davies Bouldin Index "Diese Funktion beurteilt, wie kompakt Cluster sind und wie gut diese von einander separiert sind, indem der
Davies-Bouldin-Index berechnet wird. Ein niedriger Wert bedeutet, dass die Cluster sehr kompakt sind und sich kaum überlappen.
Ein hoher Wert bedeutet, dass sich die Cluster stark überlappen. Der Davies-Bouldin-Index ist nur definiert, wenn es mindestens
zwei von einander verschiedene Clusterzentren gibt.
//
    for i = 2 : 10 // i= variable for number of cluster centers; for min of 2 cluster centers, upto (here) 10 centers
        Centers_i = listofclcenters(i); // Centers, selected from the listofclcenter (list of cluster center)-List
        DaviesBouldinIndex = GetDaviesBouldinIndex(Samples, Centers_i, 2)
        listofDBIdx($+1) = DaviesBouldinIndex // inserts "DaviesBouldinIndex" into list of listofDBIdx
    end;
////////////////////////////////////
//Window No11 Subplot 212
////////////////////////////////////
    //plot into grafics window number -1, subplot2
    //scf(-1)

    //clf();//f4=scf(4); //creates figure with id==4 and make it the current one
    h=11; //Graphics Handle
    xset('window',h);
    subplot(212)
    DBIdx=list2vec(listofDBIdx)
    plot([2:10],DBIdx)
    xtitle('Davies Bouldin Index for CMeans', 'Number of Cluster Centers', 'Davies Bouldin Index')

//*****Ende Clustern*****

//*****Beginn Ausgabe als Grafiken*****
//*****

//Plot von A u B /
////////////////////////////////////
//Window No1 - plot 100 plot of old map (red marks), new map (blue marks) and lines of transformation (in green) of those
coordinates
////////////////////////////////////
//
h=100; //Graphics Handle
xset('window',h);
//

//subplot(331) //plots an empty plot
xtitle('OldMap(red)-NewMap(blue)-Connectionlines(green)', 'x-coordinate', 'y-coordinate')
b=max(K)*1.1 //def von b als maximalwert*1.1 von matrix K
//(um eine Grenze für den plot zu haben, ergibt somit später einen quadratischen plot ...)
q=[0,0,b,b]//def of boundaries for folgenden plot
//instead of this
//plot2d(Ax,Ay,rect=q, style=-1)
//plot2d(Bx,By,rect=q, style=-2)
//plots and empty plot with defined axes, later plots are drawn into this plot
plot2d([],rect=q, style=-1)

////////// Plot old and new map points into same plot old= red and o, new=blue and x
// here this plots into the initial subplot 1,1,1, which has an easier way to define boundaries
// Plot Old Map - New Map with lines of Transformation for each transformed point old-new
//subplot(331)
plot(Ax,Ay,'ro') // old map coordinate points
plot(Bx,By,'bx') //new map coordinate points
//plot([1,1;2,2],[4,5;6,7],'g')
//////////

/// plot of clustering results with different colors - plotting lines between old and new map
//
// example plot([1,1;2,2],[4,5;6,7],'og')
// plot(X,Y,'og')
// X and Y are Matrices of the X values / Y values

```

```

// hence: for A with Ay Ax and B with By and Bx
// and for A is old map B is new map
// X=   Ax1 Ax2 ...
//      Bx1 Bx2 ...
//      ... ..
//
// Y=   Ay1 Ay2 ...
//      By1 By2 ...
//      ... ..
//
Axt = Ax'
Bxt = Bx'
Ayt = Ay'
Byt = By'
Xplot = [Axt; Bxt]
Yplot = [Ayt; Byt]
plot(Xplot,Yplot,'g') // plots lines between old and corresponding new points in color 'g'

=====

////////////////////////////////////
//Koordinatenstreckenmatrix Konstruktion (pendent zur Ei_j Beschriftungsvektor)
// Konstruktion on KAx KAy KBx KBy via KoStrAx KoStrAy KoStrBx KoStrBy
//
// Strecke      Ei_j  1_1  1_2  1_3  ...  2_1  2_2  2_3  ...  3_1  3_2  3_3  ...
// A_koordinaten  KAx  Ax1  Ax1  Ax1  ...  Ax2  Ax2  Ax2  ...  Ax3  Ax3  Ax3  ...
// B_koordinaten  KBx  Bx1  Bx2  Bx3  ...  Bx1  Bx2  Bx3  ...  Bx1  Bx2  Bx3  ...
// detto mit den y-Anteilen von A und B z.B. Ay1
// detto          KAy
// detto          KBy
Ei_jt = Ei_j' //transponierter Beschriftungsvektor Ei_j
// KAx via KoStrAx
for u = 1:r,
    for v = 1:r,
        KoStrAx(u,v) = Ax(u,1);
    end
end;
KoStrAx_t = KoStrAx' //transponierte Matrix
KoStrAx_v =matrix(KoStrAx_t,r_quad,1) //Umwandlung von Matrix in Spaltenvektor (=umschachteln)
KAx = KoStrAx_v' // transponieren zu Zeilenvektor
// KAy via KoStrAy // Konstruktion wie KAx
for u = 1:r,
    for v = 1:r,
        KoStrAy(u,v) = Ay(u,1);
    end
end;
KoStrAy_t = KoStrAy' //transponierte Matrix
KoStrAy_v =matrix(KoStrAy_t,r_quad,1) //Umwandlung von Matrix in Spaltenvektor (=umschachteln)
KAy = KoStrAy_v' // transponieren zu Zeilenvektor
// KBx via KoStrBx
for u = 1:r,
    for v = 1:r,
        KoStrBx(u,v) = Bx(v,1);
    end
end;
KoStrBx_t = KoStrBx' //transponierte Matrix
KoStrBx_v =matrix(KoStrBx_t,r_quad,1) //Umwandlung von Matrix in Spaltenvektor (=umschachteln)
KBx = KoStrBx_v' // transponieren zu Zeilenvektor
// KBy via KoStrBy // Konstruktion wie KBx
for u = 1:r,
    for v = 1:r,
        KoStrBy(u,v) = By(v,1);
    end
end;
KoStrBy_t = KoStrBy' //transponierte Matrix
KoStrBy_v =matrix(KoStrBy_t,r_quad,1) //Umwandlung von Matrix in Spaltenvektor (=umschachteln)
KBy = KoStrBy_v' // transponieren zu Zeilenvektor

////////////////////////////////////
////////////////////////////////////
h=30; //Graphics Handle
xset('window',h);
//plotNo2

```

```

//plot of lines between points

//plots empty dummy plot for boundaries
subplot(332) //plots an empty plot
b=max(K)*1.1 //def von b als maximalwert*1.1 von matrix K (um eine Grenze für den plot zu haben, ergibt somit später einen
quadratischen plot ...)
q=[0,0,b,b]//def of boundaries for folgenden plot
plot2d([],rect=q, style=-1)
//////////
/// plot connection lines
// "Jeder Pkt mit Jedem - in Grün"
//between data points clustering results with different colors - plotting lines between old and new map
//
// X and Y are Matrices of the X values / Y values
// hence: for A with Ay Ax and B with By and Bx
// and for A is old map B is new map
// X= Ax1 Ax1 Ax1...Ax2 Ax2 Ax2...
// Bx1 Bx2 Bx3...Bx1 Bx2 Bx3...
// ... ..
//
// Y= Ay1 Ay1 Ay1...Ay2 Ay2 Ay2...
// By1 By2 By3...By1 By2 By3..
// ... ..
//
subplot(332)
Xplot2 = [KAx; KBx]
Yplot2 = [KAy; KBy]
plot(Xplot2,Yplot2,'g') // plots lines between old and corresponding new points in color 'g'

//plot data points
////////// Plot old and new map points into same plot old= red and o, new=blue and x
// here this plots into the initial subplot 1,1,1, which has an easier way to define boundaries
// Plot Old Map - New Map with lines of Transformation for each transformed point old-new
subplot(332)
plot(Ax,Ay,'ro')
plot(Bx,By,'bx')

//////////
// plotNo3 of lines in old map only
//////////
// Konstruktion von KAxAAA KAxABC KAyAAA KAyABC via KoStrAxAAA KoStrAxABC KoStrAyAAA KoStrAyABC
// für die Verbindungslinien von jedem Punkt zu jedem Punkt, getrennt in X un Y Vektoren für die plot-funktion
//////////
// Strecke Ei_j 1_1 1_2 1_3 ... 2_1 2_2 2_3 ... 3_1 3_2 3_3 ...
//dh 1_1: von Punkt 1 zu Punkt 1; die Strecke wurde geclustert nach ihren Eigenschaften (E-Matrix) von Alt-
zuNeukarte
//und somit für X-teil von KAxAAA zu KAxABC; detto mit y-anteil

// for Ax
// von_koordinaten KAxAAA Ax1 Ax1 Ax1 ... Ax2 Ax2 Ax2 ... Ax3 Ax3 Ax3 ...
// zu_koordinaten KAxABC Ax1 Ax2 Ax3 ... Ax1 Ax2 Ax3 ... Ax1 Ax2 Ax3 ...
// detto for Ay
// von_koordinaten KAyAAA Ay1 Ay1 Ay1 ... Ay2 Ay2 Ay2 ... Ay3 Ay3 Ay3 ...
// zu_koordinaten KAyABC Ay1 Ay2 Ay3 ... Ay1 Ay2 Ay3 ... Ay1 Ay2 Ay3 ...
//
// KAxAAA via KoStrAxAAA
for u = 1:r,
for v = 1:r,
KoStrAxAAA(u,v) = Ax(u,1);
end
end;
KoStrAxAAA_t = KoStrAxAAA' //transponierte Matrix
KoStrAxAAA_v =matrix(KoStrAxAAA_t,r_quad,1) //Umwandlung von Matrix in Spaltenvektor (=umschachteln)
KAxAAA = KoStrAxAAA_v' // transponieren zu Zeilenvektor
//
// KAyAAA via KoStrAyAAA
for u = 1:r,
for v = 1:r,
KoStrAyAAA(u,v) = Ay(u,1);
end
end;
KoStrAyAAA_t = KoStrAyAAA' //transponierte Matrix
KoStrAyAAA_v =matrix(KoStrAyAAA_t,r_quad,1) //Umwandlung von Matrix in Spaltenvektor (=umschachteln)
KAyAAA = KoStrAyAAA_v' // transponieren zu Zeilenvektor
//xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx
// KAxABC via KoStrAxABC
for u = 1:r,

```

```

    for v = 1:r,
        KoStrAxABC(u,v) = Ax(v,1);
    end
end;
KoStrAxABC_t = KoStrAxABC' //transponierte Matrix
KoStrAxABC_v = matrix(KoStrAxABC_t,r_quad,1) //Umwandlung von Matrix in Spaltenvektor (=umschachteln)
KAxABC = KoStrAxABC_v' // transponieren zu Zeilenvektor
//
// KAyABC via KoStrAyABC
for u = 1:r,
    for v = 1:r,
        KoStrAyABC(u,v) = Ay(v,1);
    end
end;
KoStrAyABC_t = KoStrAyABC' //transponierte Matrix
KoStrAyABC_v = matrix(KoStrAyABC_t,r_quad,1) //Umwandlung von Matrix in Spaltenvektor (=umschachteln)
KAyABC = KoStrAyABC_v' // transponieren zu Zeilenvektor
//
//
//
////////////////////
////////////////////
subplot(333) //plots an empty plot
b=max(K)*1.1 //def von b als maximalwert*1.1 von matrix K (um eine Grenze für den plot zu haben, ergibt somit später einen
quadratischen plot ...)
q=[0,0,b,b]//def of boundaries for folgenden plot
plot2d([],rect=q, style=-1)
//
//plots connection lines
subplot(333)
Xplot3 = [KAxAAA; KAxABC]
Yplot3 = [KAyAAA; KAyABC]

plot(Xplot3,Yplot3,'g') // plots lines in old map between Points in color 'g'
//
//plot data points - old only
subplot(333)
plot(Ax,Ay,'ro')
////////////////////

//
//
////////////////////
//reduzierte input matrizen - ohne i=j Diagonalelemente
////////////////////
//KAxAAA_red
//KAxABC_red
//KAyAAA_red
//KAyABC_red
//Ei_j_red //schon vorhanden! sh line 198 ca.
////////////////////
// for old plotNo3 of lines in old map only
////////////////////
// Konstruktion on KAxAAA KAxABC KAyAAA KAyABC via KoStrAxAAA KoStrAxABC KoStrAyAAA KoStrAyABC, jeweils mals_red,
also ohne i=j diagonalelemente
////////////////////
//schema (aber reduziert red)
// Strecke Ei_j 1_1 1_2 1_3 ... 2_1 2_2 2_3 ... 3_1 3_2 3_3 ...
// for Ax
// von_koordinaten KAxAAA Ax1 Ax1 Ax1 ... Ax2 Ax2 Ax2 ... Ax3 Ax3 Ax3 ...
// zu_koordinaten KAxABC Ax1 Ax2 Ax3 ... Ax1 Ax2 Ax3 ... Ax1 Ax2 Ax3 ...
// detto for Ay
// von_koordinaten KAyAAA Ay1 Ay1 Ay1 ... Ay2 Ay2 Ay2 ... Ay3 Ay3 Ay3 ...
// zu_koordinaten KAyABC Ay1 Ay2 Ay3 ... Ay1 Ay2 Ay3 ... Ay1 Ay2 Ay3 ...
//
//werden gebildet wie Ei_j_red
// aus KAxAAA, KAxABC, KAyAAA, KAyABC indem die i=j Elemente herausgefiltert werden
//Def der Reduzierte E_red und Ei_j_red Zeilenvektoren bzw listen der Eigenschaften und deren Benennung, die keine i=j Elemente
mehr enthalten
//=Definition von neuen Eingabematrizen für Clustering ohne die redundanten i=j (Strecken auf sich selbst definiert, und haben
daher keine Geometrische Relevanz// in den Karten)
// gegeben (sh oben) sind:
// list_Ei_j = vec2list(Ei_j',ones(r_quad,2))
// list_Ei_j_01 = vec2list(Ei_j_01',ones(r_quad,2))
// listofzeros

```

```

// transformation of KAxAAA, KAxABC, KAyAAA, KAyABC to lists - in lists it is possible to delete elements at specific positions
later
list_KAxAAA = vec2list(KAxAAA,ones(r_quad,2))
list_KAxABC = vec2list(KAxABC,ones(r_quad,2))
list_KAyAAA = vec2list(KAyAAA,ones(r_quad,2))
list_KAyABC = vec2list(KAyABC,ones(r_quad,2))
// deleting elements with i=j from lists
//first defining dummy lists from initial lists
list_KAxAAA_red = list_KAxAAA
list_KAxABC_red = list_KAxABC
list_KAyAAA_red = list_KAyAAA
list_KAyABC_red = list_KAyABC
// then eliminating i=j elements via list listofzeros (which gives the position of the redunant i=j elements)
for i = 1:length(listofzeros)
    bb=listofzeros(i)//Laufvariable um Position von i=j anzugeben
    bb=bb-i+1 //korrektur der Position in der Liste um bereits entfernte Elemente
    list_KAxAAA_red(bb) = null()
    list_KAxABC_red(bb) = null()
    list_KAyAAA_red(bb) = null()
    list_KAyABC_red(bb) = null()
end
//
// backtransformation of lists (now reduced) to matrices ..._red
// and building of E_red, reduced Eigenschaftsmatrix with no i=j elements
KAxAAA_red = list2vec(list_KAxAAA_red)
KAxABC_red = list2vec(list_KAxABC_red)
KAyAAA_red = list2vec(list_KAyAAA_red)
KAyABC_red = list2vec(list_KAyABC_red)
////////////////////
////////////////////7
//Plot No -200 with reduced data only (hence no i=j)
////////////////////
////////////////////
h=-200; //Graphics Handle
xset('window',h);

//plots an empty plot
b=max(K)*1.1 //def von b als maximalwert*1.1 von matrix K (um eine Grenze für den plot zu haben, ergibt somit später einen
quadratischen plot ...)
q=[0,0,b,b]//def of boundaries for folgenden plot
plot2d([],rect=q, style=-1)
//
//plots connection lines
Xplot3_red = [KAxAAA_red'; KAxABC_red']
Yplot3_red = [KAyAAA_red'; KAyABC_red']
plot(Xplot3_red,Yplot3_red,'g') // plots lines in old map between Points in color 'g'
//
//plot data points - old only
plot(Ax,Ay,'ro')
//
//Titel
xtitle('Connection lines in OldMap', 'x-coordinate', 'y-coordinate')
//ende von reduzierte input matrizen
//End Plot -200
////////////////////
////////////////////
//listofNNeighborCM enthält clusterzugehörigkeit zu cmEANSfür clustergrößen 1-10
//listofNNeighbors
////////////////////
// Marix namens Inhalt strukturieren zu 5x145 Matrix
//Inhalt_g =matrix(Inhalt,5,145)
//Inhalt_g_t=Inhalt_g'
//[rr,cc]=size(Inhalt_g_t)
//Inhalt_g_t_v=Inhalt_g_t([2:rr,:])//values only, no header
//Inhalt_h=Inhalt_g_t(1,:)// header of formated Inhalt Matrix Inhalt_g_t
////extracting numbers (defined!) from the matrixe
//c = part(Inhalt_g_t_v,6)
//z1=c(:,1);
//z5=c(:,5); //new for new clustering method
////res=isnum(c)
//d=part(Inhalt_g_t_v,7);
//z2=d(:,2);
//z3=d(:,3);
//e=part(_g_t_v,10);
//z4=e(:,4);
//z5=e(:,5);

```

```

//neustrukturieren der clusterzugehörigkeit von c-means von listofNNeighbors zu Matrix z (extension from CMeans with
clustercenterNo 1-10, hence z1-z10)
// extracting a list (of column vectors) to a matrix
for i=1:9 // i=1 is with 2 cluster centers, else there is no nearest neighbor
    z_i=list2vec(listofNNeighbors(i));
    zz(:,i)=z_i
end
//zz is a matrix with the cluster-Zugehörigkeit nach Spaltenvektoren zugehörig zu Strecken in E_red

////////////////////////////////////

// dividing zz into z1:z10, hence defacto: zz=[z1 z2 z3 z4 z5 ...]
//matrix z with extracted cluster allocations in 10 columns for 10 CMeans clustering mechanisms with clustercenters 1-10
// here z1 etc are already numerical
z1=zz(:,1)
z2=zz(:,2)
z3=zz(:,3)
z4=zz(:,4)
z5=zz(:,5)
z6=zz(:,6)
z7=zz(:,7)
z8=zz(:,8)
z9=zz(:,9)

//zz=evstr(z) //matrix z with extracted cluster allocations in 5 columns for 5 clustering mechanisms, numerical, else same as z
////////////////////////////////////
//z_i als Zeilenvektoren für die Clustering ergebnisse nach Methode geordnet, hier 9 varianten (von 2 bis 10 cluster zentren)
zz_t=zz'
z_1=zz_t(1,:);
z_2=zz_t(2,:);
z_3=zz_t(3,:);
z_4=zz_t(4,:);
z_5=zz_t(5,:);
z_6=zz_t(6,:);
z_7=zz_t(7,:);
z_8=zz_t(8,:);
z_9=zz_t(9,:);
////////////////////////////////////

////////////////////////////////////
//Plot No4 Colored distances in old card according to clusters
////////////////////////////////////
//plotting of distances in color
////////////////////////////////////
//
//arrangement for implementing clustering information
//

//
[o,p]=size(zz)// p yields how many methods of clustering where used (here: 1 clustering method with 10 centers, 1 center allne not
shown,
// hence, 10-1=9
s=max(zz) // max clusters in a method, dwtermines number of plots , attention should be 10 max as there are 10 cluster cetners

//loop changing the cluster method (results) via p - xxxxxxxxxxxxxxxversuch einen loop zu machen
//for w=1:p
//
y=0 // counting variable for loops, used for determining correct labels
for w=list(z_1,z_2,z_3,z_4,z_5,z_6,z_7,z_8,z_9); //number of cluster centers for a single clustering method, currently only c-
means.
y = y+1 // counting variable for plots and labels
z_allgm=w, //
//
//
//
//z_1=z_1 // ()Berechnung von der x-ten. clustermethode)
// Sortieren der Clusterzuordnungen

F_z1_wert1=(find(z_allgm==1));//eventuell F_z1_wert1=list(find(z_allgm==1));
F_z1_wert2=find(z_allgm==2);
F_z1_wert3=find(z_allgm==3);
F_z1_wert4=find(z_allgm==4);
F_z1_wert5=find(z_allgm==5);
F_z1_wert6=find(z_allgm==6);

```

```

F_z1_wert7=find(z_allgm==7);
F_z1_wert8=find(z_allgm==8);
F_z1_wert9=find(z_allgm==9);
F_z1_wert10=find(z_allgm==10);
//

//=====
//New Window No2 h=2)
//=====

//empty plot for def of borders
//
//b=max(K)*1.1 //def von b als maximalwert*1.1 von matrix K (um eine Grenze für den plot zu haben, ergibt somit später einen
quadratischen plot ...)
//q=[0,0,b,b]//def of boundaries for folgenden plot
//plot2d([],rect=q, style=-1)//plots an empty plot

h=y; //Graphics Handle
xset('window',h);

subplot(431) //plots an empty plot
title('Altkarte mit allen Verbindungslinien')//def of title for subgraphics window

//////////
//calc values and plot lines
//////////

//def of Xplot3_wi as empty matrices for easier handling later
Xplot3_w1_red=[]
Xplot3_w2_red=[]
Xplot3_w3_red=[]
Xplot3_w4_red=[]
Xplot3_w5_red=[]
Xplot3_w6_red=[]
Xplot3_w7_red=[]
Xplot3_w8_red=[]
Xplot3_w9_red=[]
Xplot3_w10_red=[]
Yplot3_w1_red=[]
Yplot3_w2_red=[]
Yplot3_w3_red=[]
Yplot3_w4_red=[]
Yplot3_w5_red=[]
Yplot3_w6_red=[]
Yplot3_w7_red=[]
Yplot3_w8_red=[]
Yplot3_w9_red=[]
Yplot3_w10_red=[]
//*****
KxAAA_red_t=KxAAA_red' //changing from line-vector to column-vector
KxABC_red_t=KxABC_red'
KAAA_red_t=KAAA_red'
KABC_red_t=KABC_red'
//*****

//wert1 koordinatenauswahl
KxAAA_w1_red = KxAAA_red_t(1,F_z1_wert1)
KxABC_w1_red = KxABC_red_t(1,F_z1_wert1)
KAAA_w1_red = KAAA_red_t(1,F_z1_wert1)
KABC_w1_red = KABC_red_t(1,F_z1_wert1)

// plot wert1
Xplot3_w1_red = [KxAAA_w1_red; KxABC_w1_red]
Yplot3_w1_red = [KAAA_w1_red; KABC_w1_red]
plot(Xplot3_w1_red,Yplot3_w1_red,'r') // plots lines in old map between Points in color 'g'

//wert2 koordinatenauswahl
KxAAA_w2_red = KxAAA_red_t(1,F_z1_wert2)
KxABC_w2_red = KxABC_red_t(1,F_z1_wert2)

```

```

KAyAAA_w2_red = KAyAAA_red_t(1,F_z1_wert2)

KAyABC_w2_red = KAyABC_red_t(1,F_z1_wert2)
// plot wert2
Xplot3_w2_red = [KAxAAA_w2_red; KAxABC_w2_red]
Yplot3_w2_red = [KAyAAA_w2_red; KAyABC_w2_red]
if Xplot3_w2_red==[], ,
elseif Yplot3_w2_red==[], ,
else
plot(Xplot3_w2_red,Yplot3_w2_red,'g') // plots lines in old map between Points in color 'g'
end

//wert3 koordinatenauswahl
KAxAAA_w3_red = KAxAAA_red_t(1,F_z1_wert3)
KAxABC_w3_red = KAxABC_red_t(1,F_z1_wert3)
KAyAAA_w3_red = KAyAAA_red_t(1,F_z1_wert3)
KAyABC_w3_red = KAyABC_red_t(1,F_z1_wert3)
// plot wert3
Xplot3_w3_red = [KAxAAA_w3_red; KAxABC_w3_red]
Yplot3_w3_red = [KAyAAA_w3_red; KAyABC_w3_red]
if Xplot3_w3_red==[], ,
elseif Yplot3_w3_red==[], ,
else
plot(Xplot3_w3_red,Yplot3_w3_red,'b') // plots lines in old map between Points in color 'b'
end

//wert4 koordinatenauswahl
KAxAAA_w4_red = KAxAAA_red_t(1,F_z1_wert4)
KAxABC_w4_red = KAxABC_red_t(1,F_z1_wert4)
KAyAAA_w4_red = KAyAAA_red_t(1,F_z1_wert4)
KAyABC_w4_red = KAyABC_red_t(1,F_z1_wert4)
// plot wert4
Xplot3_w4_red = [KAxAAA_w4_red; KAxABC_w4_red]
Yplot3_w4_red = [KAyAAA_w4_red; KAyABC_w4_red]
if Xplot3_w4_red==[], ,
elseif Yplot3_w4_red==[], ,
else
plot(Xplot3_w4_red,Yplot3_w4_red,'c') // plots lines in old map between Points in color 'c'
end

//wert5 koordinatenauswahl
KAxAAA_w5_red = KAxAAA_red_t(1,F_z1_wert5)
KAxABC_w5_red = KAxABC_red_t(1,F_z1_wert5)
KAyAAA_w5_red = KAyAAA_red_t(1,F_z1_wert5)
KAyABC_w5_red = KAyABC_red_t(1,F_z1_wert5)
// plot wert5
Xplot3_w5_red = [KAxAAA_w5_red; KAxABC_w5_red]
Yplot3_w5_red = [KAyAAA_w5_red; KAyABC_w5_red]
if Xplot3_w5_red==[], ,
elseif Yplot3_w5_red==[], ,
else
plot(Xplot3_w5_red,Yplot3_w5_red,'m') // plots lines in old map between Points in color 'c'
end

//wert6 koordinatenauswahl
KAxAAA_w6_red = KAxAAA_red_t(1,F_z1_wert6)
KAxABC_w6_red = KAxABC_red_t(1,F_z1_wert6)
KAyAAA_w6_red = KAyAAA_red_t(1,F_z1_wert6)
KAyABC_w6_red = KAyABC_red_t(1,F_z1_wert6)
// plot wert6
Xplot3_w6_red = [KAxAAA_w6_red; KAxABC_w6_red]
Yplot3_w6_red = [KAyAAA_w6_red; KAyABC_w6_red]
if Xplot3_w6_red==[], ,
elseif Yplot3_w6_red==[], ,
else
plot(Xplot3_w6_red,Yplot3_w6_red,'k') // plots lines in old map between Points in color 'k'=black
end

//wert7 koordinatenauswahl
KAxAAA_w7_red = KAxAAA_red_t(1,F_z1_wert7)
KAxABC_w7_red = KAxABC_red_t(1,F_z1_wert7)
KAyAAA_w7_red = KAyAAA_red_t(1,F_z1_wert7)
KAyABC_w7_red = KAyABC_red_t(1,F_z1_wert7)
// plot wert7

```

```

Xplot3_w7_red = [KxAAA_w7_red; KxABC_w7_red]
Yplot3_w7_red = [KyAAA_w7_red; KyABC_w7_red]
if Xplot3_w7_red==[], ,
elseif Yplot3_w7_red==[], ,
else
plot(Xplot3_w7_red,Yplot3_w7_red,'r--') //
end

//wert8 koordinatenauswahl
KxAAA_w8_red = KxAAA_red_t(1,F_z1_wert8)
KxABC_w8_red = KxABC_red_t(1,F_z1_wert8)
KyAAA_w8_red = KyAAA_red_t(1,F_z1_wert8)
KyABC_w8_red = KyABC_red_t(1,F_z1_wert8)
// plot wert8
Xplot3_w8_red = [KxAAA_w8_red; KxABC_w8_red]
Yplot3_w8_red = [KyAAA_w8_red; KyABC_w8_red]
if Xplot3_w8_red==[], ,
elseif Yplot3_w8_red==[], ,
else
plot(Xplot3_w8_red,Yplot3_w8_red,'g--') // plots lines in old map between Points in color 'k'=black
end

//wert9 koordinatenauswahl
KxAAA_w9_red = KxAAA_red_t(1,F_z1_wert9)
KxABC_w9_red = KxABC_red_t(1,F_z1_wert9)
KyAAA_w9_red = KyAAA_red_t(1,F_z1_wert9)
KyABC_w9_red = KyABC_red_t(1,F_z1_wert9)
// plot wert9
Xplot3_w9_red = [KxAAA_w9_red; KxABC_w9_red]
Yplot3_w9_red = [KyAAA_w9_red; KyABC_w9_red]
if Xplot3_w9_red==[], ,
elseif Yplot3_w9_red==[], ,
else
plot(Xplot3_w9_red,Yplot3_w9_red,'b--') // plots lines in old map between Points in color 'k'=black
end

//wert10 koordinatenauswahl
KxAAA_w10_red = KxAAA_red_t(1,F_z1_wert10)
KxABC_w10_red = KxABC_red_t(1,F_z1_wert10)
KyAAA_w10_red = KyAAA_red_t(1,F_z1_wert10)
KyABC_w10_red = KyABC_red_t(1,F_z1_wert10)
// plot wert10
Xplot3_w10_red = [KxAAA_w10_red; KxABC_w10_red]
Yplot3_w10_red = [KyAAA_w10_red; KyABC_w10_red]
if Xplot3_w10_red==[], ,
elseif Yplot3_w10_red==[], ,
else
plot(Xplot3_w10_red,Yplot3_w10_red,'c--') // plots lines in old map between Points in color 'k'=black
end

////////////////////
//plot data points - old only
////////////////////

subplot(431)
plot(Ax,Ay,'ko')

////////////////////
//Single lines subplots of cluster
////////////////////

subplot(432)
title('CMeans - 1. cluster')//def of title for subgraphics window
if Xplot3_w1_red==[], ,
elseif Yplot3_w1_red==[], ,
else
plot(Xplot3_w1_red,Yplot3_w1_red,'r')
plot(Ax,Ay,'ko') // plotting of points indicators put into if -else loop for conditional plotting
end

//
subplot(433)
title('CMeans - 2. cluster')//def of title for subgraphics window
if Xplot3_w2_red==[], ,
elseif Yplot3_w2_red==[], ,

```

```

else
plot(Xplot3_w2_red,Yplot3_w2_red,'g')
plot(Ax,Ay,'ko') // plotting of points indicators put into if -else loop for conditional plotting
end

//
subplot(434)
title('CMeans - 3. cluster')//def of title for subgraphics window
if Xplot3_w3_red==[], ,
elseif Yplot3_w3_red==[], ,
else
plot(Xplot3_w3_red,Yplot3_w3_red,'b')
plot(Ax,Ay,'ko') // plotting of points indicators put into if -else loop for conditional plotting
end

//
subplot(435)
title('CMeans - 4. cluster')//def of title for subgraphics window
if Xplot3_w4_red==[], ,
elseif Yplot3_w4_red==[], ,
else
plot(Xplot3_w4_red,Yplot3_w4_red,'c')
plot(Ax,Ay,'ko') // plotting of points indicators put into if -else loop for conditional plotting
end

//
subplot(436)
title('CMeans - 5. cluster')//def of title for subgraphics window
if Xplot3_w5_red==[], ,
elseif Yplot3_w5_red==[], ,
else
plot(Xplot3_w5_red,Yplot3_w5_red,'m') //
plot(Ax,Ay,'ko') // plotting of points indicators put into if -else loop for conditional plotting
end

//
subplot(437) //reserveplot für cluster6; fkt nur weil Xplot3_w6 und Yplot3_w6 als [] definiert
title('CMeans - 6. cluster')//def of title for subgraphics window
if Xplot3_w6_red==[], ,
elseif Yplot3_w6_red==[], ,
else
plot(Xplot3_w6_red,Yplot3_w6_red,'k') //
plot(Ax,Ay,'ko') // plotting of points indicators put into if -else loop for conditional plotting
end
//plot(Ax,Ay,'ko')// alternative, for plotting points no matter if cluster exists or not

subplot(438) //reserveplot für cluster6; fkt nur weil Xplot3_w6 und Yplot3_w6 als [] definiert
title('CMeans - 7. cluster')//def of title for subgraphics window
if Xplot3_w7_red==[], ,
elseif Yplot3_w7_red==[], ,
else
plot(Xplot3_w7_red,Yplot3_w7_red,'r--') //
plot(Ax,Ay,'ko') // plotting of points indicators put into if -else loop for conditional plotting
end

subplot(439) //reserveplot für cluster6; fkt nur weil Xplot3_w6 und Yplot3_w6 als [] definiert
title('CMeans - 8. cluster')//def of title for subgraphics window
if Xplot3_w8_red==[], ,
elseif Yplot3_w8_red==[], ,
else
plot(Xplot3_w8_red,Yplot3_w8_red,'g--') //
plot(Ax,Ay,'ko') // plotting of points indicators put into if -else loop for conditional plotting
end

subplot(4,3,10) //reserveplot für cluster6; fkt nur weil Xplot3_w6 und Yplot3_w6 als [] definiert
title('CMeans - 9. cluster')//def of title for subgraphics window
if Xplot3_w9_red==[], ,
elseif Yplot3_w9_red==[], ,
else
plot(Xplot3_w9_red,Yplot3_w9_red,'b--') //
plot(Ax,Ay,'ko') // plotting of points indicators put into if -else loop for conditional plotting
end

subplot(4,3,11) //reserveplot für cluster6; fkt nur weil Xplot3_w6 und Yplot3_w6 als [] definiert
title('CMeans - 10. cluster')//def of title for subgraphics window
if Xplot3_w10_red==[], ,

```

```

elseif Yplot3_w10_red==[], ,
else
plot(Xplot3_w10_red,Yplot3_w10_red,'c--') //
    plot(Ax,Ay,'ko') // plotting of points indicators put into if -else loop for conditional plotting
end

// title('nichts')
// plot([1,1], 'g') //
// //
subplot(4,3,12)
parttitle = 'total ClusterCenters = '
Inhalt_h= parttitle+string(y+1)
//t=Inhalt_h(1,y),
title(Inhalt_h)//title(t)
plot([1,1], 'g') //
//
end

//*****Ende Ausgabe als Grafiken*****

//*****
//*****PROGRAMM - K DFA - ENDE*****
//*****

```

EIDESTÄTTLICHE ERKLÄRUNG

Hiermit erkläre eidesstattlich, dass ich die vorliegende Diplomarbeit selbstständig angefertigt habe.

Wien, 29.6.2015
Katharina Schuhfried