

DIPLOMARBEIT

Programmierung der Zustands- und Transportgrößen von Wasser und Wasserdampf

ausgeführt zum Zwecke der Erlangung des akademischen Grades
eines Diplom-Ingenieurs

unter Anleitung von
Ao. Univ. Prof. Dipl.-Ing. Dr. techn. Heimo Walter,
E302 Institut für Energietechnik und Thermodynamik

eingereicht an der Technischen Universität Wien,
Fakultät für Maschinenwesen und Betriebswissenschaften

von
Philipp Freiler, BSc.
Nussbaumallee 6/2/2.07
1110 Wien

Wien, Juni 2015

Philipp Freiler

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand im Zuge meines Studienabschlusses an der Technischen Universität Wien. Neben der Dokumentation des von mir erstellten Programms zur Berechnung der Zustands- und Transportgrößen von Wasser und Wasserdampf stellt dieses Werk auch eine umfassende Zusammenführung der aktuellen Publikation der IAPWS-IF97 und ergänzender Veröffentlichungen dar.

Großes Lob gebührt der IAPWS für ihre umfassende Arbeit im Bereich der thermodynamischen Zustandsgrößen von Wasser, ohne welche die Erstellung der Anwendung nicht möglich gewesen wäre. Die Veröffentlichungen der IAPWS werden von den vielen teilnehmenden Arbeitsgruppen laufend aktualisiert und sollten daher für hohe Ansprüche thermodynamischer Berechnungen von Wasser die erste Anlaufstelle darstellen. Eine große Hilfe bei der Entwicklung der Anwendung war auch das Buch „Properties of Water and Steam“ [15] von Prof. em. Dr.-Ing. Wolfgang Wagner, dessen Ergebnistabellen bei der Überprüfung der Gleichungen instrumentell waren. Professor Wagner stand mir auch bei einzelnen Fragen zu thermodynamischen Ableitungen hilfreich zur Seite, wofür ich mich nochmals bedanken möchte.

Ich bedanke mich besonders bei meinem Betreuer, Ao. Univ. Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Heimo Walter, dessen umfassende Sachkenntnis, vor allem auch im relevanten Fachgebiet der Zustandsgrößen von Wasser, eine große Hilfe war. Stets war er auch bemüht, mir die Erstellung dieser Arbeit durch das zur Verfügung stellen von diversen Unterlagen, Hilfsmitteln und Referenzen zu erleichtern.

Meiner Partnerin Iris, die in den letzten Zügen dieser Arbeit nur wenig von mir gesehen hat, trotzdem aber eine unerlässliche Stütze während des gesamten Studiums war, möchte ich diese Arbeit widmen, da es diese ohne sie nicht geben würde.

Zuletzt will ich mich bei meiner Mutter bedanken, die mich gelehrt hat aus Fehlern zu lernen, Chancen zu nützen und Erfolge zu feiern - und nie den Kopf hängen zu lassen.

Kurzfassung

Die vorliegende Arbeit dokumentiert die Entwicklung einer Anwendung zur Berechnung der Zustands- und Transportgrößen von Wasser und Wasserdampf. Die in die Anwendung implementierten Gleichungen basieren auf dem Industrie-Standard IAPWS-IF97. Dieses Werk dient als umfassende Sammlung aktueller Veröffentlichungen der *International Association for the Properties of Water and Steam* zur Formulation IF97 und behandelt auch thermodynamische Grundlagen.

Das entwickelte Programm liegt als Windows-Anwendung und als Schnittstelle für das Programm Mathcad vor. Die Verwendung dieser Applikationen wird beschrieben und mit Beispielen hinterlegt.

Darstellungen des Programmablaufs, wichtiger Prozeduren und die Beschreibung aller benötigten Gleichungen ermöglichen eine Weiterentwicklung der erstellten Anwendung auf Basis des zur Verfügung gestellten Quelltextes.

Abstract

This document describes the development of an application for the calculation of thermodynamic and transport properties of water and steam. The equations implemented in the application are based on the Industrial Standard IAPWS-IF97. This paper serves as a comprehensive collection of current releases of the International Association for the Properties of Water and Steam to formulation IF97 and also covers basics of thermodynamics. Through descriptions of program sequences, important procedures and all required equations it shall be possible to expand upon the created application.

The developed program exists as Windows application and as interface for the program Mathcad. Usage of these applications is described and supported by examples.

Depiction of the program flow, important procedures and the description of all required equations allow for a continued development of the created application on the basis of the provided source code.

Inhaltsverzeichnis

Einleitung	1
1 Thermodynamische Grundlagen	2
1.1 Begriffe	2
1.1.1 Thermodynamik	2
1.1.2 Hauptsätze der Thermodynamik	3
1.1.3 System, Zustand und Phase	3
1.1.4 Fundamentalgleichungen	4
1.1.5 Reduzierte Zustandsgrößen	4
1.2 Zustandsgleichungen fluider Phasen	5
1.3 Zustandsdiagramme	5
1.3.1 p, v, T -Diagramm	6
1.3.2 p, T -Diagramm	8
1.3.3 T, s -Diagramm	8
1.3.4 h, s -Diagramm	9
1.3.5 p, h -Diagramm	10
1.4 Zustands- und Transportgrößen von Wasser	11
1.5 Thermodynamische Konstanten	12
2 Berechnungssysteme	14
2.1 IAPWS-IF97	16
2.1.1 Struktur	16
2.1.2 Region 1	17
2.1.2.1 Rückwärtsgleichungen in Region 1	18
2.1.2.1.1 Rückwärtsgleichung $T(p, h)$	19
2.1.2.1.2 Rückwärtsgleichung $T(p, s)$	19
2.1.3 Region 2	19

2.1.3.1	Zusatzgleichungen für das metastabile Dampfgebiet	23
2.1.3.2	Rückwärtsgleichungen in Region 2	23
2.1.3.2.1	Rückwärtsgleichungen $T(p, h)$	24
2.1.3.2.2	Rückwärtsgleichungen $T(p, s)$	25
2.1.4	Regionsgrenze zwischen Region 2 und 3	26
2.1.5	Region 3	26
2.1.6	Region 4	29
2.1.6.1	Sättigungsdruck-Gleichung (Basisgleichung)	29
2.1.6.2	Siedetemperatur-Gleichung (Rückwärtsgleichung)	30
2.1.7	Region 5	30
2.1.8	Unsicherheiten der IAPWS-IF97	33
2.2	Transportgrößen und andere thermophysikalische Eigenschaften	36
2.2.1	Dynamische Viskosität	36
2.2.2	Wärmeleitfähigkeit	37
2.2.3	Oberflächenspannung	38
2.2.4	Statische Dielektrizitätskonstante	38
2.2.5	Brechungsindex	39
2.3	Supplementary Release „vpT3“	40
2.3.1	Struktur	40
2.3.2	Rückwärtsgleichungen $v(p, T)$ für die Subregionen 3a bis 3t	42
2.3.2.1	Grenzgleichungen	42
2.3.2.2	Rückwärtsgleichungen	45
2.3.3	Zusatzgleichungen $v(p, T)$ für die Subregionen nahe dem kritischen Punkt	45
2.3.3.1	Grenzgleichungen	46
2.3.3.2	Zusatzgleichungen	47
2.4	Supplementary Release „phs12“	48
2.4.1	Struktur	48
2.4.2	Rückwärtsgleichung $p(h, s)$ für Region 1	49
2.4.3	Rückwärtsgleichungen $p(h, s)$ für Region 2	49
2.4.4	Rückwärtsgleichungen $T(h, s)$ für Regionen 1 und 2	51
2.5	Supplementary Release „phs3“	52
2.5.1	Struktur	52
2.5.2	Rückwärtsgleichungen $p(h, s)$	54
2.5.3	Berechnung von $T(h, s)$ in Region 3	54

2.5.4	Berechnung von $v(h, s)$ in Region 3	54
2.5.5	Gleichungen für Regionsgrenzen bei gegebener Enthalpie und Entropie	55
2.5.5.1	Grenzgleichungen $h'_1(s)$ und $h'_{3a}(s)$ für die Siedelinie . . .	56
2.5.5.2	Grenzgleichungen $h''_{2ab}(s)$ und $h''_{2c3b}(s)$ für die Taulinie . . .	57
2.5.5.3	Gleichung $h_{B13}(s)$ für die Grenze zwischen den Regionen 1 und 3	57
2.5.5.4	Gleichung $T_{B23}(h, s)$ für die Grenze zwischen Regionen 2 und 3	58
2.5.6	Rückwärtsgleichungen $T_{sat}(h, s)$, $p_{sat}(h, s)$ und $x(h, s)$ für die Zwei- phasenregion 4	59
2.5.6.1	Rückwärtsgleichung $T_{sat}(h, s)$	59
2.5.6.2	Berechnung von $p_{sat}(h, s)$	60
2.5.6.3	Berechnung von $x(h, s)$	60
2.6	Supplementary Release „Tv(ph,ps)3“	61
2.6.1	Struktur	61
2.6.2	Rückwärtsgleichungen $T(p, h)$	62
2.6.3	Rückwärtsgleichungen $v(p, h)$	63
2.6.4	Rückwärtsgleichungen $T(p, s)$	63
2.6.5	Rückwärtsgleichungen $v(p, s)$	64
2.6.6	Grenzgleichungen $p_{sat}(h)$ und $p_{sat}(s)$ für die Sättigungslinien von Region 3	64
2.6.6.1	Grenzgleichung $p_{3sat}(h)$	66
2.6.6.2	Grenzgleichung $p_{3sat}(s)$	66
3	Implementierung	67
3.1	Entwickelte Anwendungen	67
3.1.1	Umfang	68
3.1.2	Genauigkeit	69
3.1.3	Verwendung der Konsolenanwendung	70
3.1.4	Verwendung der Mathcad User-DLL	72
3.1.5	Beispiele	79
3.1.5.1	Konsolenanwendung	79
3.1.5.2	Mathcad User-DLL	80
3.2	Entwicklungsumgebungen	83
3.3	Programmablauf	83
3.3.1	Wichtige Prozeduren	86

3.3.1.1	Regionsbestimmung bei gegebenem h, s -Zustandspunkt . .	86
3.3.1.2	Zustandsgrößenberechnung in Region 1	89
3.3.1.3	Iteration zur Bestimmung von $v''(T)$	90
3.3.1.4	Aufbau der Mathcad-Schnittstelle einer Funktion	92
3.3.2	Fehlerbehandlung	93
Zusammenfassung		94
A Koeffizienten und Exponenten		102

Formelzeichen

Symbol	Einheit	Bedeutung
Lateinische Formelzeichen		
A	–	diverse Koeffizienten
B	–	diverse Koeffizienten
C	–	diverse Koeffizienten
c_p	J/(kg K)	spezifische isobare Wärmekapazität
c_v	J/(kg K)	spezifische isochore Wärmekapazität
D	–	diverse Koeffizienten
E	–	diverse Koeffizienten
F	–	diverse Koeffizienten
f	J/kg	spezifische helmholtzsche freie Energie
G	–	diverse Koeffizienten
g	K/kg	spezifische gibbssche freie Energie
g	–	Harris-Alder-Faktor
h	J/kg	spezifische Enthalpie
I	–	Exponent
J	–	Exponent
k	J/K	Boltzmann Konstante
m	kg	Masse
M	g mol ⁻¹	molare Masse
n	–	Koeffizient; Brechungsindex
N_A	mol ⁻¹	Avogadro-Konstante
p	Pa	Druck
p_c	Pa	kritischer Druck
p_t	Pa	Tripelpunktspannung
R	kJ/(kg K)	spezifische Gaskonstante
R_m	mol ⁻¹	molare (universelle) Gaskonstante
s	J/(kg K)	spezifische Entropie
t	°C	Celsius-Temperatur
T	K	Kelvin-Temperatur
u	J/kg	spezifische innere Energie
v	m ³ /kg	spezifisches Volumen
V	m ³	Volumen
w	m/s	Schallgeschwindigkeit
x	–	Dampfgehalt
Griechische Formelzeichen		
α	C ² J ⁻¹ m ²	mittlere molekulare Polarisierbarkeit eines einzelnen Wassermoleküls
β	–	transformierter Druck, Gl. (2.1.62b)
γ	–	dimensionslose freie Enthalpie
δ	–	reduzierte Dichte

(wird fortgesetzt)

Symbol	Einheit	Bedeutung
ϵ	–	relative statische Dielektrizitätskonstante
ϵ_0	$\text{C}^2 \text{J}^{-1} \text{m}^{-1}$	elektrische Feldkonstante (Permittivität des Vakuums)
η	–	reduzierte Enthalpie
η	$\mu\text{Pa s}$	dynamische Viskosität
θ	–	reduzierte Temperatur
ϑ	–	transformierte Temperatur, Gl. (2.1.62c)
κ	–	Isentropenexponent
λ	W/m K	Wärmeleitfähigkeit
λ	μm	Wellenlänge des Lichts
Λ	–	reduzierte Wärmeleitfähigkeit; reduzierte Wellenlänge des Lichts
μ	C m	Dipolmoment eines einzelnen Wassermoleküls
π	–	reduzierter Druck
ρ	kg/m^3	Dichte
σ	–	reduzierte Entropie
τ	–	inverse reduzierte Temperatur
ϕ	–	dimensionslose freie Energie
Ψ	–	reduzierte dynamische Viskosität
ω	–	reduziertes Volumen

Indizes

Index	Bedeutung
Index hochgestellt	
97	Größe oder Gleichung aus IAPWS-IF97 [2]
01	Größe oder Gleichung aus IAPWS-IF97-S01 [11]
03	Größe oder Gleichung aus IAPWS-IF97-S03rev [12]
04	Größe oder Gleichung aus IAPWS-IF97-S04 [13]
*	Reduzierende Größe
'	Gesättigte Flüssigphase
''	Gesättigte Dampfphase
°	Idealgas-Anteil
r	Residueller Anteil
Index tiefgestellt	
1 - 5	Region 1 - 5
[1-3][a-z]	Subregion [a-z] in Region [1-3]
[1-3][a-z] ₁ [a-z] ₂	Grenze zwischen Subregionen [1-3][a-z] ₁ und [1-3][a-z] ₂
c	Wert im kritischen Punkt

(wird fortgesetzt)

Index	Bedeutung
i	Laufindex
j	Laufindex
t	Wert im Tripelpunkt
B13	Bereichsgrenze zwischen Regionen 1 und 3
B23	Bereichsgrenze zwischen Regionen 2 und 3
min	Minimalwert einer Größe
max	Maximalwert einer Größe
sat	Größe im Zweiphasengebiet (gesättigter Dampf / gesättigte Flüssigkeit)

Abkürzungen

Abb.	Abbildung
bzgl.	bezüglich
bzw.	beziehungsweise
CDT	C/C++ Development Tooling
DLL	Dynamic Link Library
dyn.	dynamische
Gl.	Gleichung
IAPWS	International Association for the Properties of Water and Steam
IDE	Integrated Development Environment
IEC	International Electrotechnical Commission
IEEE	Institute of Electrical and Electronics Engineers
ISO	International Organization for Standardization
IF97	Industrial Formulation 1997
Kap.	Kapitel
LOC	Lines of Code
spez.	spezifisch
Tab.	Tabelle
z.B.	zum Beispiel

Einleitung

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurden eine Konsolenanwendung sowie eine Schnittstelle für das Programm PTC[®] Mathcad entwickelt, die die Berechnung der Zustands- und Transportgrößen von Wasser und Wasserdampf ermöglichen. Gesuchte Größen können ausgehend von einem beliebigen Zustandspunkt innerhalb der Gültigkeitsbereiche der zum Einsatz kommenden Wasserdampf tabel ermittelt werden.

Die Berechnungen basieren auf den Gleichungen der IAPWS-IF97 (The **I**nternational **A**ssociation for the **P**roperties of **W**ater and **S**tream - **I**ndustrial **F**ormulation **1997**) [2] und ergänzender Veröffentlichungen [10] [11] [12] [13]. Diese Sammlung stellt eine Weiterentwicklung der IAPWS95 zur Berechnung der thermodynamischen Zustandsgrößen von Wasser für generellen und wissenschaftlichen Gebrauch dar.

Die Formulierungen in diesen Dokumenten wurden für die Anwendung in der computerunterstützten Berechnung entwickelt, so dass auf schnelle Gleichungen besonderer Wert gelegt wurde. Dabei genügt die Genauigkeit der Berechnungen in der IAPWS-IF97 industriellen Anwendungen.

Die derzeit am Markt befindlichen Programme auf der Basis dieser Veröffentlichungen sind zumeist kostenpflichtig oder mit einschränkenden Lizenzen versehen. Die im Zuge der Diplomarbeit erstellte Anwendungen wurden für das Institut für Energietechnik und Thermodynamik an der Technischen Universität Wien entwickelt und entsprechend den Erfordernissen des Instituts angepasst. Durch das zur Verfügung stellen des Quellcodes wird eine kontinuierliche Weiterentwicklung der Anwendung ermöglicht. Die Implementation des Programms ist in dieser Arbeit dokumentiert, um den generellen Ablauf, wichtige Prozeduren und die Verwendung der Konsolenanwendung und der Mathcad-Schnittstelle zu verdeutlichen.

Zusätzlich dient diese Arbeit als Nachschlagewerk für alle aktuellen Veröffentlichungen der IAPWS bezüglich des Industrie-Standards IF97 bis zum Jahr 2014.

Kapitel 1

Thermodynamische Grundlagen

In diesem Kapitel wird ein Überblick über thermodynamische Grundlagen gegeben. Die wichtigsten thermodynamischen Begriffe dieser Arbeit werden erklärt und fachliche Grundlagen geschaffen, um die Vorgangsweise der Berechnung der Zustandsgrößen mittels der IAPWS-IF97 nachvollziehen zu können.

Danach werden die wichtigsten Zustandsdiagramme erläutert und in ihren Besonderheiten kurz beschrieben. Abschließend werden die Zustandsgrößen und andere thermodynamische Größen, die durch die entwickelten Anwendungen (vgl. Kapitel 3) ermittelt werden können, aufgelistet sowie die wichtigsten Zustandsgrößen von Wasser definiert.

1.1 Begriffe

Zur besseren Verständlichkeit der Inhalte im Kapitel 2 Berechnungssysteme werden hier wichtige und häufig vorkommende Begriffe kurz erläutert.

1.1.1 Thermodynamik

Eindeutige Abgrenzungen von Wissenschaften gegenüber ihren Nachbarwissenschaften sind schwierig, so auch im Fall der Thermodynamik, die in ihrem Umfang den ursprünglichen Rahmen der Wärmelehre längst gesprengt hat. Heute wird die Thermodynamik als allgemeine Energielehre definiert, die die Unterscheidung verschiedener Energieformen lehrt. Sie zeigt deren Verhältnis in den Energiebilanzen des 1. Hauptsatzes auf, außerdem werden Umwandlungen und Grenzen der verschiedenen Energieformen bei technischen Prozessen und natürlichen Vorgängen mittels des 2. Hauptsatzes beschrieben.

Besonders im Bereich der Energietechnik kommt der Thermodynamik große Bedeutung zu. Dieses Gebiet beschäftigt sich mit der Planung, Einrichtung und dem Betrieb energietechnischer Anlagen wie z.B. Pumpen, Verdichter, Wärmeübertrager, Turbinen

und deren Kombination in Kraftwerken. Aber auch in der Fahrzeugtechnik bei der Entwicklung von Motoren sowie in der Klimatechnik und vielen anderen Anwendungen müssen die Gesetze der Thermodynamik beachtet werden.

Die Thermodynamik liefert allgemein gültige Beziehungen, denen alle Materialgesetze für reine Stoffe und Gemische entsprechen müssen. Diese Allgemeingültigkeit der Thermodynamik bedingt die Abhängigkeit von konkreten Materialgesetzen, die die Thermodynamik nicht liefern kann, sondern durch Messungen oder aufgrund molekularer Modellvorstellungen bestimmt werden [1, S. 9f.].

1.1.2 Hauptsätze der Thermodynamik

Der **1. Hauptsatz der Thermodynamik** beschreibt die Erhaltung der Energie. Auf diesem Grundsatz basiert die Definition der neuen Energieformen innere Energie und Wärme. Ebenso sagt er aus, dass die im System gespeicherte Energie eine Zustandsgröße des Systems darstellt. Der Wärmeübergang wird als besondere Form des Energietransports über Systemgrenzen hinaus beschrieben. [1, S. 43].

Der **2. Hauptsatz der Thermodynamik** liefert Aussagen über die Beschränkung von Richtung und Ausführbarkeit realer technischer Anlagen. Da nicht jede Form der Energieumwandlung möglich ist, die der 1. Hauptsatz theoretisch zulässt, ist auch nicht jeder Prozess ausführbar. Er ergibt auch Beziehungen zwischen thermischer und kalorischer Zustandsgleichung und erstellt damit eine Verknüpfung von reinen Stoffen und Gemischen. Zur quantitativen Formulierung des 2. Hauptsatzes dient die Entropie, welche 1865 von R. Clausius eingeführt wurde [1, S. 93].

1.1.3 System, Zustand und Phase

Ein (thermodynamisches) **System** ist ein abgegrenzter Bereich im Raum, auf den sich eine Untersuchung beziehen soll. Es wird durch die Systemgrenzen, welche materielle oder gedachte Begrenzungsflächen sein können, von der Umgebung getrennt. Die Festlegung der Systemgrenzen gehört zur eindeutigen Definition eines thermodynamischen Systems. Man unterscheidet geschlossene Systeme, die für Materie undurchlässig sind, und offene Systeme, bei der sich Materie über die Grenzen des Systems bewegen kann. Zu den wichtigsten Materialien in thermodynamischen Systemen gehören flüssige und gasförmige Stoffe, die als **Fluide** zusammengefasst werden.

Neben der Grenzen ist das System auch durch seine Eigenschaften gekennzeichnet. Wenn diese Eigenschaften feste Werte annehmen, spricht man davon, dass sich das System in einem gewissen **Zustand** befindet. Dieser wird durch die Eigenschaften des Systems definiert, die man deshalb als **Zustandsgrößen** bezeichnet. *Innere* Zustandsgrößen beschreiben die Eigenschaften der Materie innerhalb des Systems, z.B.

Dichte, Temperatur und Druck. *Äußere* Zustandsgrößen hingegen klären den Betrachter über den mechanischen Zustand des Systems im Raum auf, z.B. die Position oder die Geschwindigkeit [1, S. 12ff.].

Man spricht von einer *extensiven* Zustandsgröße, wenn sich der Wert dieser Größe bei einer gedachten Teilung eines Systems als Summe dieser Teile ergibt, wie es z.B. beim Volumen V und der Masse m der Fall ist. Verhalten sich Zustandsgrößen nicht in dieser Art und Weise, spricht man von *intensiven* Zustandsgrößen. Der Druck p ändert sich bei der Teilung eines Systems nicht. Er ist in beiden Teilen genauso groß wie im zusammengesetzten System, daher ist er eine intensive Zustandsgröße [1, S. 16].

Sind die physikalischen Eigenschaften und die chemische Zusammensetzung innerhalb der Systemgrenzen gleich, spricht man von einem *homogenen* System. Dies kann auch zutreffen, wenn es sich um Gemische handelt, solange das Mischungsverhältnis im ganzen System gleich groß ist. Homogene Bereiche eines Systems bezeichnet man als **Phase**. In einer Phase sind also die Zusammensetzung und die physikalischen Eigenschaften des Stoffes in jedem Punkt gleich. An den Phasengrenzen ändern sich die Zustandsgrößen sprunghaft [1, S. 15].

1.1.4 Fundamentalgleichungen

Normalerweise benötigt man zur vollständigen Beschreibung der thermodynamischen Eigenschaften eines Systems drei Gleichungen:

- die thermische Zustandsgleichung $p = p(T, v)$
- die kalorische Zustandsgleichung $u = u(T, v)$
- und die Entropie-Zustandsgleichung $s = s(T, v)$.

Wenn sich eine Gleichung findet, die diese drei Zustandsgleichungen vereint, wie z.B. die sich als Folge des 2. Hauptsatzes ergebende Beziehung

$$s = s(u, v),$$

enthält diese die vollständigen Informationen über alle thermodynamische Eigenschaften der Phase. Eine Gleichung dieser Art zwischen einem Satz von drei Zustandsgrößen nennt man eine **Fundamentalgleichung** einer Phase. Sie ist mit den drei Zustandsgleichungen äquivalent [1, S. 137f.].

1.1.5 Reduzierte Zustandsgrößen

Indem man Zustandsgrößen wie Druck p oder Temperatur T auf ihre Werte in einem bestimmten Zustand bezieht, erhält man diese Größen in dimensionsloser Form. Die

Bezugsgrößen p_k und T_k im kritischen Punkt bieten sich dafür besonders an. Werden die Größen mit diesen Werten dimensionslos gemacht, so dass $\pi = p/p_k$ und $\sigma = T/T_k$ gilt, spricht man von **reduzierten Zustandsgrößen**. Diese beschränken sich nicht nur auf Druck und Temperatur, sondern können auch für spezifisches Volumen, Entropie usw. gebildet werden [1, S. 190].

1.2 Zustandsgleichungen fluider Phasen

Alle intensiven Zustandsgrößen einer Phase ändern sich nur, wenn sich der Zustand der Phase ändert. Wenn die fluide Phase aus einem reinen Stoff besteht, wird der Zustand dieser Phase durch zwei unabhängige intensive Zustandsgrößen und eine extensive Zustandsgröße, welche Informationen zur Größe der Phase liefert (z.B. Masse m), eindeutig beschrieben. Ist die Größe der Phase nicht von Interesse, reichen bereits die beiden unabhängigen intensiven Zustandsgrößen zur Beschreibung des Zustands, der dann *intensiver Zustand* genannt wird, aus. Man kann die intensiven Zustände einer Phase in Diagrammen darstellen, in denen die beiden intensiven Zustandsgrößen die Koordinatenachsen bilden, siehe Kapitel 1.3.

Eine fluide Phase hat nur zwei unabhängige intensive Zustandsgrößen, wenn es sich um einen reinen Stoff handelt. Daher bestehen Materialgesetze der Form

$$z = f(x, y),$$

die als **Zustandsgleichungen** bezeichnet werden. Sie drücken die Materialeigenschaften eines Fluids aus und enthalten nur intensive Zustandsgrößen, da Materialgesetze unabhängig von der Systemgröße sind. Aus diesem Grund werden spezifische Größen z verwendet, die unabhängig von der Masse m des Stoffes sind und definiert werden zu

$$z = Z/m,$$

wobei Z in diesem Fall eine extensive Zustandsgröße ist [1, S. 16, 20f.].

1.3 Zustandsdiagramme

Zur Auswertung thermodynamischer Beziehungen werden die benötigten Zustandsgrößen in Zustandsdiagrammen dargestellt. Dies ermöglicht eine grafische Veranschaulichung von Prozessen. Diagramme werden mit Zustandsgleichungen erstellt (z.B. den Fundamentalggleichungen). In diesem Kapitel werden die in technischen Anwendungen wichtigsten Diagramme vorgestellt.

1.3.1 p, v, T -Diagramm

Die für jeden homogenen reinen Stoff geltende thermische Zustandsgleichung

$$F(p, v, T) = 0$$

lässt sich im p, v, T -Diagramm als Fläche darstellen, siehe Abb. 1.1. Das Diagramm veranschaulicht verschiedene Zustandsgebiete, die für das Verständnis der 5 Regionen der IAPWS, die in Kapitel 2.1.1 vorgestellt werden, hilfreich sind.

Die Gebiete im p, v, T -Diagramm basieren auf den Zustandsgleichungen von Gas, Flüssigkeit und Festkörper und stellen auch Bereiche dar, in denen zwei Phasen gleichzeitig vorhanden sind. Hier ist besonders das Nassdampfgebiet¹ von Interesse. Die betrachtete Linie A \rightarrow F beschreibt isobare Zustandsänderungen².

Im Festkörpergebiet ändert sich das spezifische Volumen auch bei großem Druck und hohen Temperaturen kaum. Bei isobarer Erhöhung der Temperatur durchschreitet man zuerst in B \rightarrow C das Schmelzgebiet, ab der Schmelzlinie in B schmilzt der Stoff. Man erkennt, dass neben dem Druck in diesem Zweiphasengebiet³ auch die Temperatur konstant bleibt, da sich Flüssigkeit bildet. Nach dem Erreichen von Punkt C ist der Stoff vollständig geschmolzen und erreicht bei weiterer isobarer Temperaturerhöhung die **Siedelinie** in Punkt D, welche den Beginn des Nassdampfgebiets und damit den Beginn der Verdampfung signalisiert. Führt man weiter mit einem isobaren Prozess Wärme zu, bleibt die Temperatur konstant, da sich Dampf bildet. Dabei vergrößert sich das spezifische Volumen stark. In Punkt E ist dann auf der sogenannten **Taulinie**⁴ das Gasgebiet erreicht, die Flüssigkeit ist vollständig verdampft. Weitere isobare Wärmezufuhr bis Punkt F erhöht wieder die Temperatur, man spricht in diesem Gebiet in der Nähe der Taulinie von *überhitztem* Dampf. Gas, dessen Zustand auf der Taulinie liegt, bezeichnet man als *gesättigten* Dampf.

Ein Stoff, dessen Zustand sich im Nassdampfgebiet befindet, wird als *nasser* Dampf bezeichnet und besteht aus einem Gemisch aus siedender Flüssigkeit und gesättigtem Dampf, die im thermodynamischen Gleichgewicht stehen, also gleichen Druck und Temperatur besitzen [1, S. 178ff.].

¹Beschreibt ein Gleichgewicht zwischen Gas und Flüssigkeit. Im Fall von Wasser daher flüssiges Wasser und Wasserdampf

²Der Druck bleibt konstant

³Stoff ist nicht mehr homogen, sondern besteht aus flüssiger und fester Phase

⁴Symbolisiert jene Zustände, in denen das Gas zu kondensieren beginnt

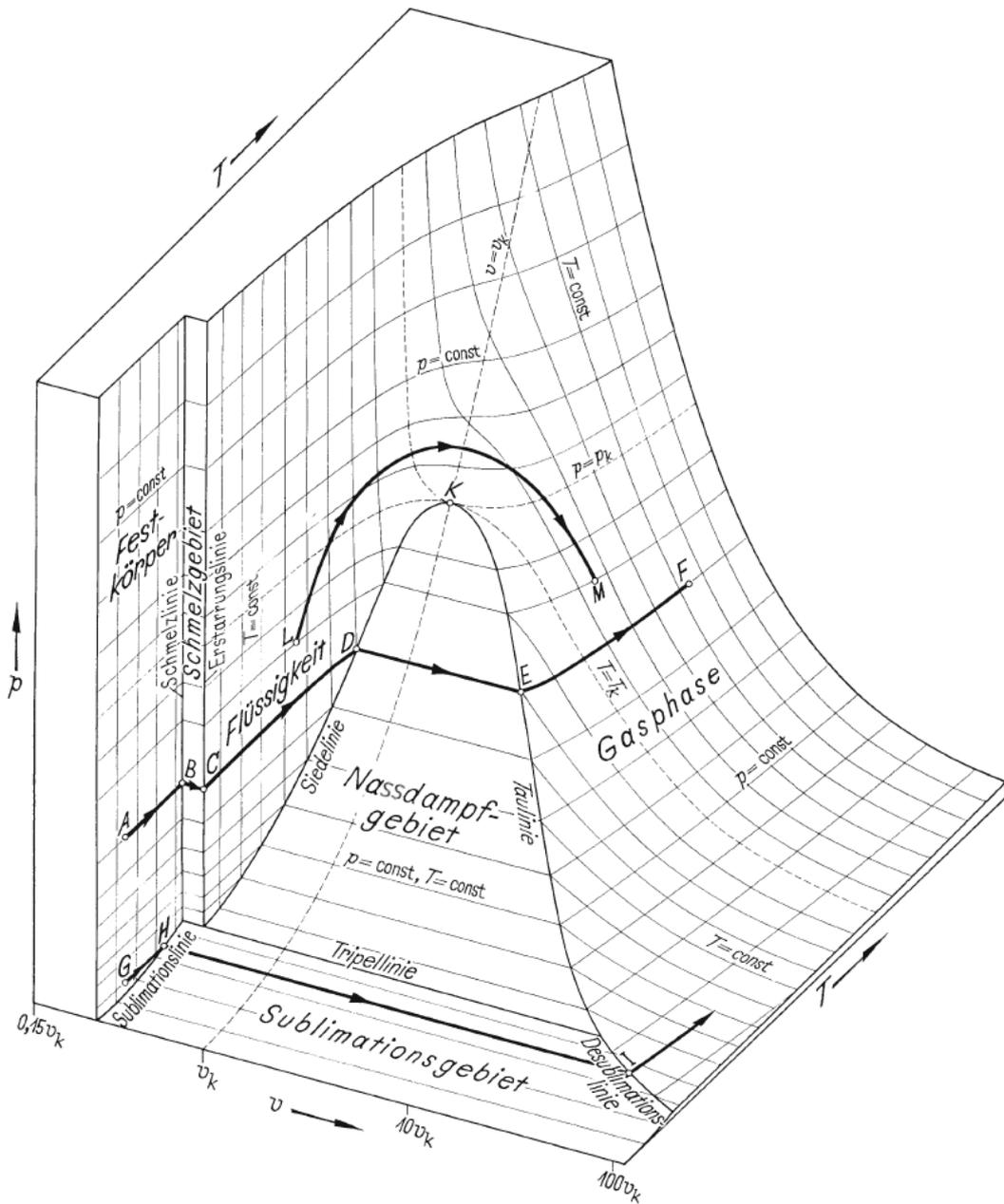


Abbildung 1.1: p, v, T -Fläche eines reinen Stoffes. Das spezifische Volumen v ist logarithmisch aufgetragen [1, Abb.4.1]

1.3.2 p, T -Diagramm

Wird die p, v, T -Fläche auf die p, T -Ebene projiziert, siehe Abb. 1.2, entsteht das p, T -Diagramm, das in Kapitel 2.1.1, Abb. 2.1, zur Darstellung der Regionen der IAPWS-IF97 verwendet wird. In dieser Ansicht sind nun das feste, flüssige und gasförmige Gebiet durch die Schmelzdruckkurve, Dampfdruckkurve und Sublimationsdruckkurve getrennt, die Projektionen der Zweiphasengebiete darstellen.

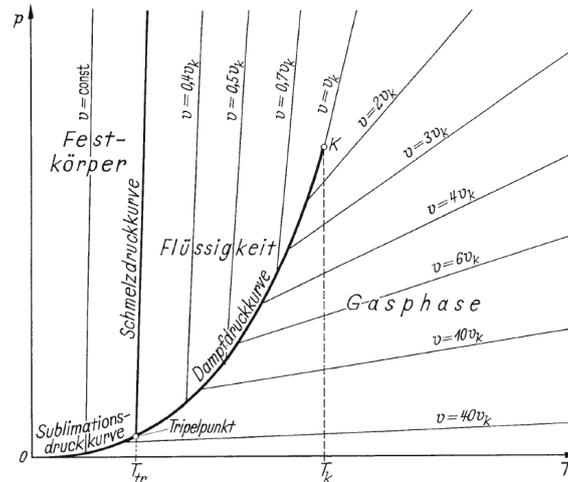


Abbildung 1.2: p, T -Diagramm für Wasser mit Isochoren und den drei Grenzkurven der Phasen [1, Abb.4.3]

Dampfdruck-, Schmelzdruck- und Sublimationsdruckkurve treffen sich im **Tripelpunkt**, in dem die drei Phasen Festkörper, Flüssigkeit und Gas im thermodynamischen Gleichgewicht miteinander sind. Der Treffpunkt von Siede- und Taulinie wird **kritischer Punkt** genannt. Die Grenze zwischen Gasphase und flüssiger Phase ist bei Temperaturen über dem kritischen Punkt T_k nicht mehr scharf definiert⁵. Tripelpunktswerte und Werte am kritischen Punkt von Wasser finden sich in Kapitel 1.5.

Auf Dampfdruckkurve, Sublimationsdruckkurve und Schmelzdruckkurve herrscht Gleichgewicht zwischen jeweils zwei der Phasen Gas, Flüssigkeit und Festkörper [1, S. 182f.].

1.3.3 T, s -Diagramm

Durch Eintragung der Siede- und Taulinie ins T, s -Diagramm, Abb. 1.3, erhält man eine glockenartige Form der beiden Kurven, die sich im kritischen Punkt treffen. Innerhalb der Siede- und Taulinie befindet sich das Nassdampfgebiet. Üblicherweise sind in diesen Diagrammen Isobare $p = \text{const.}$, Isochore $v = \text{const.}$ und Isenthalpen $h = \text{const.}$ eingetragen.

⁵Das ist der Grund dafür, dass man Gase und Flüssigkeiten als Fluide bezeichnet

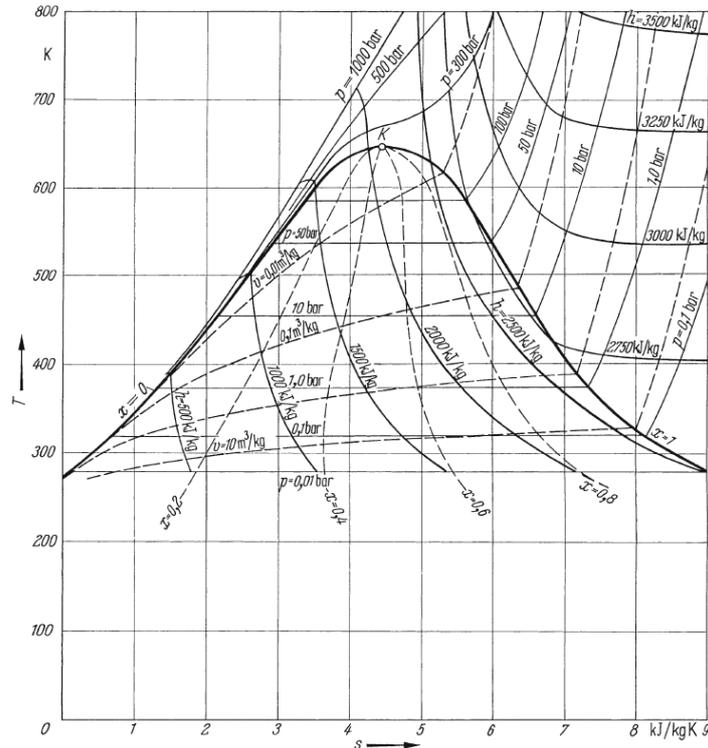


Abbildung 1.3: T, s -Diagramm für Wasser mit Isochoren, Isobaren, Isenthalpen und Linien konstanten Dampfgehalts [1, Abb.4.20]

Im Nassdampfgebiet finden sich auch die Linien konstanten Dampfgehalts x , welcher definiert ist zu

$$x = \frac{\text{Masse des gesättigten Dampfes}}{\text{Masse des nassen Dampfes}},$$

wodurch für die Siedelinie $x = 0$ und für die Taulinie $x = 1$ gilt [1, S. 203, 231f.].

1.3.4 h, s -Diagramm

Im h, s -Diagramm, nach seinem Erfinder auch Mollier-Diagramm genannt, Abb. 1.4, können Enthalpiedifferenzen direkt als senkrechte Strecken entnommen werden. Trägt man die zusammengehörenden Werte h' und s' sowie h'' und s'' ein, erhält man die Grenzen des Nassdampfgebiets. Der kritische Punkt liegt in dieser Darstellung am Wendepunkt der dort zusammenlaufenden Siede- und Taulinie. Im Nassdampfgebiet unter Siede- und Taulinie gibt es für jede Temperatur einen konstanten Sättigungsdruck und für jeden Druck eine konstante Siedetemperatur.

Die Isobaren $p = \text{const.}$ verlaufen umso steiler, je höher die Temperatur ist. Im homogenen Zustandsgebiet nehmen sie die Form von schwach gekrümmten Kurven an, im Nassdampfgebiet verlaufen sie gerade. Die Linien konstanten Dampfgehalts $x = \text{const.}$

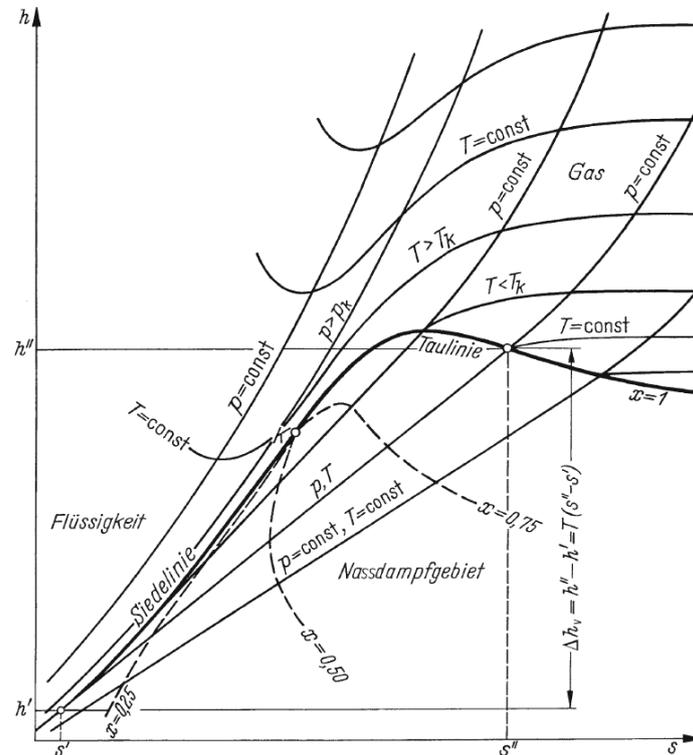


Abbildung 1.4: h, s -Diagramm mit Isobaren, Isothermen und Linien konstanten Dampfgehalts [1, Abb.4.21]

laufen, wie auch in den anderen Diagrammen, im kritischen Punkt zusammen.

Die Isothermen sind im Nassdampfgebiet mit den Isobaren identisch, an den Grenzkurven knicken sie dann aber leicht ein und verlaufen in der Gasphase weniger steil als die Isobaren, was die schwache Krümmung der Isobaren erklärt. Bei niedrigeren Drücken verhält sich reales wie ideales Gas. Die Isothermen verlaufen in diesem Bereich waagrecht und sind daher identisch zu den Isenthalpen⁶ [1, S. 232f.].

1.3.5 p, h -Diagramm

Da die Isobaren hier horizontale Linien sind und isobare Zustandsänderungen sich daher besonders einfach darstellen lassen, ist das p, h -Diagramm in manchen Anwendungen noch vorteilhafter als das h, s -Diagramm und kommt in der Kältetechnik am häufigsten zum Einsatz. Durch logarithmisches Auftragen des Drucks lassen sich größere Druckbereiche darstellen, man spricht dann von einem $\lg p, h$ -Diagramm, siehe Abb. 1.5.

Man erkennt, dass Isothermen und Isenthalpen in der Flüssigphase gleich verlaufen, da die

⁶Was mit der Tatsache im Einklang steht, dass die Enthalpie eines idealen Gases nur von der Temperatur abhängt

spezifische Enthalpie von Flüssigkeiten kaum vom Druck abhängt. In der Gasphase sind die Isothermen, besonders bei niedrigeren Drücken, annähernd senkrecht, da Isenthalpen und Isothermen bei idealen Gasen zusammenfallen, wie schon im h, s -Diagramm, Kapitel 1.3.4, beobachtet [1, S. 234].

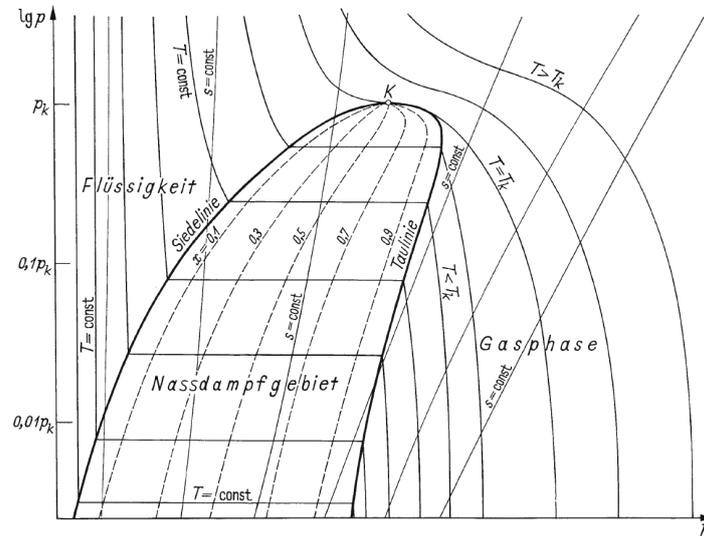


Abbildung 1.5: $\lg p, h$ -Diagramm mit Isobaren, Isothermen und Linien konstanten Dampfgehalts [1, Abb.4.21]

1.4 Zustands- und Transportgrößen von Wasser

Die Größen in Tabelle 1.1 können mit Anwendungen auf Basis der Gleichungen in Kapitel 2 berechnet werden oder dienen als Eingangsgrößen für Berechnungen. Der Zustand eines Systems kann durch innere und äußere thermodynamische Zustandsgrößen beschrieben werden. *Innere* Zustandsgrößen beschreiben die Eigenschaften der Materie innerhalb des Systems, z.B. Dichte, Temperatur und Druck. *Äußere* Zustandsgrößen hingegen klären den Betrachter über den mechanischen Zustand des Systems im Raum auf, z.B. die Position oder die Geschwindigkeit des Systems. [1]

Tabelle 1.1: Relevante Zustands- und Transportgrößen von Wasser und Wasserdampf

Bezeichnung	Symbol	Einheit
Zustandsgrößen		
Druck	p	Pa
Temperatur (Kelvin)	T	K
Temperatur (Celsius)	t	°C
Dichte	ρ	kg/m ³
spez. Volumen	v	m ³ /kg

(wird fortgesetzt)

Tabelle 1.1: Relevante Zustands- und Transportgrößen von Wasser und Wasserdampf

Bezeichnung	Symbol	Einheit
spez. innere Energie	u	kJ/kg
spez. Enthalpie	h	kJ/kg
spez. Entropie	s	kJ/(kg K)
spez. isobare Wärmekapazität	c_p	kJ/(kg K)
spez. isochore Wärmekapazität	c_v	kJ/(kg K)
Isentropenexponent	κ	–
Schallgeschwindigkeit	w	m/s
Transportgrößen		
Dynamische Viskosität	η	μPa s
Wärmeleitfähigkeit	λ	mW/K
Thermophysikalische Größen		
Oberflächenspannung	σ	mN/m
Statische Dielektrizitätskonstante	ϵ	–
Brechungsindex	n	–

1.5 Thermodynamische Konstanten

In diesem Kapitel werden alle Konstanten angeführt, die für die Gleichungen in Kapitel 2 benötigt werden [2, S. 5] [15, S. 53].

Die spezifische Gaskonstante von Wasser ergibt sich zu

$$R = 0,461\,526 \text{ kJ kg}^{-1} \text{ K}^{-1} \quad (1.1)$$

Dies folgt aus der molaren Gaskonstante

$$R_m = 8,314\,51 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1} \quad (1.2)$$

und der Molmasse von natürlichem Wasser

$$M = 18,015\,257 \text{ g mol}^{-1} \quad (1.3)$$

Die Werte der kritischen Parameter ergeben sich zu

$$T_c = 647,096 \text{ K} \quad (1.4)$$

$$p_c = 22,064 \text{ MPa} \quad (1.5)$$

$$\rho_c = 322 \text{ kg m}^{-3} \quad (1.6)$$

Gemäß der internationalen Temperaturskala von 1990 (ITS-90) [14] beträgt die Tripelpunkttemperatur

$$T_t = 273,16 \text{ K} \quad (1.7)$$

und der Tripelpunktsdruck wird zu

$$p_t = 611,657 \text{ Pa} \quad (1.8)$$

bestimmt.

Kapitel 2

Berechnungssysteme

In diesem Kapitel werden der Industrie-Standard IAPWS-IF97 sowie aktuelle Supplementary Releases der IAPWS vorgestellt. Neben den angewandten Formulationen werden auch deren Gültigkeitsbereiche angegeben, da diese für die Fehlerbehandlung des Programms (siehe 3.3.2) ausschlaggebend sind. Alle Supplementary Releases wurden 2014 in ihrer revidierten Version neu veröffentlicht. Das Release des Industrie-Standards IF97 wurde 2007 in einer neuen Fassung publiziert, worin die Gleichungen in Region 5 in Ihrer Gültigkeit von 10 MPa auf 50 MPa angepasst wurden.

Folgende Supplementary Releases wurden implementiert:

Bezeichnung	Titel	Beschreibung
Supp- phs12 -2014	Revised Supplementary Release on Backward Equations for Pressure as a Function of Enthalpy and Entropy $p(h, s)$ for Regions 1 and 2 of the IAPWS Industrial Formulation 1997 for the Thermodynamic Properties of Water and Steam	Rückwärtsfunktionen $p(h, s)$ in Region 1 und 2 sowie empfohlene Vorgangsweise zur Berechnung von $T(h, s)$ in Region 1 und 2
Supp- phs3 -2014	Revised Supplementary Release on Backward Equations $p(h, s)$ for Region 3, Equations as a Function of h and s for the Region Boundaries, and an Equation $T_{sat}(h, s)$ for Region 4 of the IAPWS Industrial Formulation 1997 for the Thermodynamic Properties of Water and Steam	Rückwärtsfunktion $p(h, s)$ in Region 3, Bestimmung der Regionsgrenzen im h, s -Gebiet und Berechnung von $T_{sat}(h, s)$, $p_{sat}(h, s)$ und $x_{sat}(h, s)$ in Region 4

Bezeichnung	Titel	Beschreibung
Supp- vpT3 -2014	Revised Supplementary Release on Backward Equations for Specific Volume as a Function of Pressure and Temperature $v(p, T)$ for Region 3 of the IAPWS Industrial Formulation 1997 for the Thermodynamic Properties of Water and Steam	Rückwärtsfunktion $v(p, T)$ in Region 3
Supp- Tv(ph,ps)3 -2014	Revised Supplementary Release on Backward Equations for the Functions $T(p, h)$, $v(p, h)$ and $T(p, s)$, $v(p, s)$ for Region 3 of the IAPWS Industrial Formulation 1997 for the Thermodynamic Properties of Water and Steam	Rückwärtsgleichungen $T(p, h)$, $v(p, h)$, $T(p, s)$ und $v(p, s)$ in Region 3 sowie Berechnung der gesättigten Dampfkurven $p_{sat}(h)$ und $p_{sat}(s)$ dieser Region

Die Supplementary Releases beschreiben ausschließlich Rückwärtsgleichungen, wodurch die Anwendung von Iterationen im Programm (mit wenigen Ausnahmen) nicht mehr erforderlich ist.

In den folgenden Kapiteln werden die IAPWS-IF97 und ihre Supplementary Releases eingehender betrachtet und alle verwendeten Formeln angegeben. Bei der IAPWS-IF97 wird allgemein auf die Unsicherheiten eingegangen, für genaue numerische Konsistenzen und maximale Abweichungen der Supplementary Releases sei auf die zitierten Werke verwiesen.

2.1 IAPWS-IF97

1997 verabschiedete die IAPWS (International Association for the Properties of Water and Steam) den ‘‘Industrie-Standard IAPWS-IF97‘‘ zur Berechnung der thermodynamischen Zustandsgrößen von Wasser und Wasserdampf als neuen Industrie-Standard. IF-97 steht dabei für ‘‘Industrial Formulation 1997‘‘. Diese neue Formulierung ersetzt den alten Industrie-Standard ‘‘IFC-67‘‘, der seit den 1960er-Jahren bei der Berechnung verschiedenster industrieller Anwendungen zum Einsatz kommt. [15, S. Vf.]

2007 wurde eine Revision veröffentlicht, die die Gültigkeit von Region 5 auf höhere Drücke erweiterte. [2]

IAPWS-IF97 enthält Fundamentalgleichungen auf Basis der spezifischen gibbsschen freien Energie $g(p, T)$ für die Flüssig-Region 1, Dampf-Region 2 und Hochtemperatur-Region 5, eine Fundamentalgleichung auf Basis der helmholtzschen freien Energie $f(\rho, T)$ für die kritische und superkritische Region 3 sowie Gleichungen für die Berechnung des Sättigungsdrucks $p_{sat}(T)$ und der Siedetemperatur $T_{sat}(p)$. [2, S. 34]

Die Gleichungen der IAPWS-IF97 wurden nicht auf Basis von experimentellen Daten entwickelt, sondern aus Werten entsprechender Zustandsgrößen der IAPWS-95 Formulierung. [16, S. 9]

2.1.1 Struktur

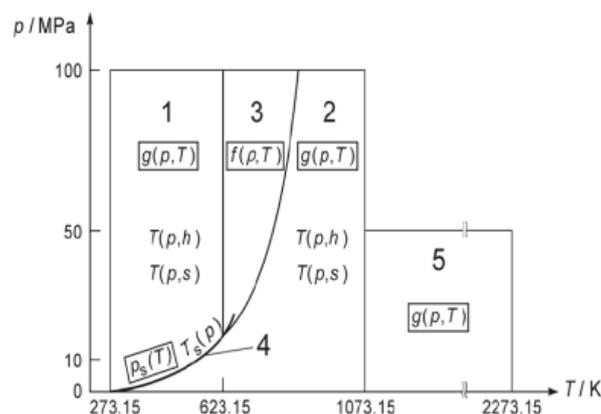


Abbildung 2.1: Regionen im p, T -Diagramm sowie Fundamentalgleichungen der IAPWS-IF97 [15]

Abbildung 2.1 zeigt die Einteilung des p, T -Diagramms in die fünf Berechnungsregionen; weiters werden die 5 angewandten Basisgleichungen verdeutlicht.

Hieraus lässt sich bereits der allgemeine Gültigkeitsbereich des Industrie-Standards IF97 ableiten. Dieser ergibt sich zu:

$$\begin{array}{llll} 273,15 \text{ K} & \leq T & \leq 1073,15 \text{ K} & p \leq 100 \text{ MPa} \\ 1073,15 \text{ K} & \leq T & \leq 2273,15 \text{ K} & p \leq 50 \text{ MPa} \end{array}$$

Die Grenzen zwischen den Bereichen lassen sich ebenfalls aus Abbildung 2.1 entnehmen und werden bei der näheren Betrachtung der Regionen genauer beschrieben. Neben den 5 Basisgleichungen (Fundamentalgleichungen $g(p, T)$ (Region 1, 2 und 5) und $f(\rho, T)$ (Region 3) sowie Sättigungsdruckgleichung $p_s(T)$ (Region 4)) sind in der aktuellen Auflage der IAPWS-IF97 sogenannte Rückwärtsgleichungen für die Berechnung von $T(p, h)$, $T(p, s)$ in Region 1 und Region 2 sowie der Siedetemperatur $T_s(p)$ gegeben. Dadurch können diese Größen ohne Iteration berechnet werden.

2.1.2 Region 1

Die Fundamentalgleichung der spezifischen freien Enthalpie g (auch *freie gibbssche Energie* genannt) bildet die Basisgleichung für Region 1 der IAPWS-IF97.

$$\frac{g(p, T)}{RT} = \gamma(\pi, \tau) = \sum_{i=1}^{34} n_i (7, 1 - \pi)^{I_i} (\tau - 1, 222)^{J_i} \quad (2.1.1)$$

mit $\pi = p/(16,53 \text{ MPa})$, $\tau = (1386 \text{ K})/T$, R aus Gl. (1.1) und den Koeffizienten n_i , I_i und J_i wie in Tabelle A.1 angeführt.

Aus der Fundamentalgleichung $g(p, T)$, Gl. (2.1.1), und ihren Ableitungen in Tab. 2.1 lassen sich alle thermodynamischen Zustandsgrößen ermitteln, siehe Tab. 2.2.

Tabelle 2.1: Ableitungen der dimensionslosen freien Enthalpie γ , Gl. (2.1.1)

$$\gamma_\pi = \left(\frac{\partial \gamma}{\partial \pi} \right)_\tau = \sum_{i=1}^{34} -n_i I_i (7, 1 - \pi)^{I_i - 1} (\tau - 1, 222)^{J_i} \quad (2.1.2)$$

$$\gamma_{\pi\pi} = \left(\frac{\partial^2 \gamma}{\partial \pi^2} \right)_\tau = \sum_{i=1}^{34} n_i I_i (I_i - 1) (7, 1 - \pi)^{I_i - 2} (\tau - 1, 222)^{J_i} \quad (2.1.3)$$

$$\gamma_\tau = \left(\frac{\partial \gamma}{\partial \tau} \right)_\pi = \sum_{i=1}^{34} n_i (7, 1 - \pi)^{I_i} J_i (\tau - 1, 222)^{J_i - 1} \quad (2.1.4)$$

$$\gamma_{\tau\tau} = \left(\frac{\partial^2 \gamma}{\partial \tau^2} \right)_\pi = \sum_{i=1}^{34} n_i (7, 1 - \pi)^{I_i} J_i (J_i - 1) (\tau - 1, 222)^{J_i - 2} \quad (2.1.5)$$

$$\gamma_{\pi\tau} = \left(\frac{\partial^2 \gamma}{\partial \pi \partial \tau} \right) = \sum_{i=1}^{34} -n_i I_i (7, 1 - \pi)^{I_i - 1} J_i (\tau - 1, 222)^{J_i - 1} \quad (2.1.6)$$

Tabelle 2.2: Thermodynamische Zustandsgrößen und Beziehungen zur dimensionslosen freien Enthalpie γ , Gl. (2.1.1), und ihren Ableitungen

Zustandsgröße	Beziehung	
spezifisches Volumen $v = (\partial g / \partial p)_T$	$v(\pi, \tau) \frac{p}{RT} = \pi \gamma_\pi$	(2.1.7)
spezifische innere Energie $u = g - T(\partial g / \partial T)_p - p(\partial g / \partial p)_T$	$\frac{u(\pi, \tau)}{RT} = \tau \gamma_\tau - \pi \gamma_\pi$	(2.1.8)
spezifische Entropie $s = -(\partial g / \partial T)_p$	$\frac{s(\pi, \tau)}{R} = \tau \gamma_\tau - \gamma$	(2.1.9)
spezifische Enthalpie $h = g - T(\partial g / \partial T)_p$	$\frac{h(\pi, \tau)}{RT} = \tau \gamma_\tau$	(2.1.10)
spezifische isobare Wärmekapazität $c_p = (\partial h / \partial T)_p$	$\frac{c_p(\pi, \tau)}{R} = -\tau^2 \gamma_{\tau\tau}$	(2.1.11)
spezifische isochore Wärmekapazität $c_v = (\partial u / \partial T)_v$	$\frac{c_v(\pi, \tau)}{R} = -\tau^2 \gamma_{\tau\tau} + \frac{(\gamma_\pi - \tau \gamma_{\pi\tau})^2}{\gamma_{\pi\pi}}$	(2.1.12)
Schallgeschwindigkeit $w = v[-(\partial p / \partial v)_s]^{1/2}$	$\frac{w^2(\pi, \tau)}{RT} = \frac{\gamma_\pi^2}{\frac{(\gamma_\pi - \tau \gamma_{\pi\tau})^2}{\tau^2 \gamma_{\tau\tau}} - \gamma_{\pi\pi}}$	(2.1.13)

Gültigkeitsbereich

Region 1 ist in der IAPWS-IF97 durch folgenden Druck- und Temperaturbereich definiert:

$$273,15 \text{ K} \leq T \leq 623,15 \text{ K} \quad p_{sGl.(2.1.63)}(T) \leq p \leq 100 \text{ MPa}$$

$p_s(T)$ bezieht sich auf die Sättigungsdruckkurve. Zusätzlich zu dem angegebenen Bereich liefert diese Gleichung auch akzeptable Werte für den Bereich der metastabilen überhitzten Flüssigkeit in der Nähe der Siedelinie [2, S. 9].

2.1.2.1 Rückwärtsgleichungen in Region 1

Um die thermodynamischen Zustandsgrößen auf der Basis von p, h oder p, s in Region 1 ohne Iteration berechnen zu können, liefert die IAPWS-IF97 entsprechende Rückwärtsgleichungen für diesen Bereich.

2.1.2.1.1 Rückwärtsgleichung $T(p, h)$

Die Rückwärtsgleichung $T(p, h)$ ergibt sich in ihrer dimensionslosen Form zu:

$$\frac{T(p, h)}{1\text{K}} = \theta(\pi, \eta) = \sum_{i=1}^{20} n_i \pi^{I_i} (\eta + 1)^{J_i} \quad (2.1.14)$$

mit $\theta = T/(1\text{ K})$, $\pi = p/(1\text{ MPa})$, $\eta = h/(2500\text{ kJ/kg})$ sowie den Koeffizienten n_i und Exponenten J_i wie in Tabelle A.2 angeführt. Gleichung 2.1.14 hat den gleichen Gültigkeitsbereich wie die Fundamentalgleichung in Region 1, Gl. (2.1.1), allerdings ist sie in diesem Fall nicht im Bereich der metastabilen überhitzten Flüssigkeit anwendbar [2, S. 10].

2.1.2.1.2 Rückwärtsgleichung $T(p, s)$

Die Rückwärtsgleichung $T(p, s)$ ergibt sich in ihrer dimensionslosen Form zu:

$$\frac{T(p, s)}{1\text{K}} = \theta(\pi, \sigma) = \sum_{i=1}^{20} n_i \pi^{I_i} (\sigma + 2)^{J_i} \quad (2.1.15)$$

mit $\theta = T/(1\text{ K})$, $\pi = p/(1\text{ MPa})$, $\sigma = s/(1\text{ kJ}/(\text{kg K}))$ sowie den Koeffizienten n_i und Exponenten I_i und J_i wie in Tabelle A.3 angeführt. Gleichung (2.1.15) hat den gleichen Gültigkeitsbereich wie die Fundamentalgleichung in Region 1, Gl. (2.1.1), allerdings ist sie in diesem Fall nicht im Bereich der metastabilen überhitzten Flüssigkeit anwendbar [2, S. 12].

2.1.3 Region 2

Die Fundamentalgleichung der spezifischen freien Enthalpie g , aufgeteilt in den Anteil des idealen Gases γ^o und den residuellen Anteil γ^r , bildet die Basisgleichung für Region 2 der IAPWS-IF97. Es gilt daher

$$\frac{g(p, T)}{RT} = \gamma(\pi, \tau) = \gamma^o(\pi, \tau) + \gamma^r(\pi, \tau) \quad (2.1.16)$$

mit R gemäß Gl. (1.1). π und τ werden ident den Gleichungen (2.1.17) und (2.1.18) berechnet.

Folgende Gleichung liefert den Anteil γ^o des idealen Gases der dimensionslosen freien Enthalpie:

$$\gamma^o = \ln \pi + \sum_{i=1}^9 n_i^o \tau^{J_i^o} \quad (2.1.17)$$

mit $\pi = p/(1\text{ MPa})$, $\tau = (540\text{ K})/T$ und den Koeffizienten n_i^o und den Exponenten J_i^o aus Tabelle A.4.

Folgende Gleichung liefert den residuellen Anteil γ^r der dimensionslosen freien Enthalpie:

$$\gamma^r = \sum_{i=1}^{43} n_i \pi^{I_i} (\tau - 0,5)^{J_i} \quad (2.1.18)$$

mit $\pi = p/(1 \text{ MPa})$, $\tau = (540 \text{ K})/T$ und den Koeffizienten n_i und den Exponenten I_i und J_i aus Tabelle A.5.

Durch entsprechende Kombination der dimensionslosen Größen des idealen Gasanteils $\gamma^o(\pi, \tau)$, Gl. (2.1.17), und der residuellen freien Energie $\gamma^r(\pi, \tau)$, Gl. (2.1.18), bzw. deren Ableitungen, wie in Tabellen 2.3 und 2.4 dargestellt, lassen sich alle thermodynamischen Zustandsgrößen ermitteln.

Der Zusammenhang zwischen den Zustandsgrößen und den verschiedenen Anteilen der dimensionslosen gibbsschen Energie und ihrer Ableitungen ist in Tabelle 2.5 dargestellt.

Gültigkeitsbereich

Region 2 ist in der IAPWS-IF97 durch folgenden Druck- und Temperaturbereich definiert:

$$\begin{array}{llll} 273,15 \text{ K} & \leq T & \leq 623,15 \text{ K} & 0 < p \leq p_s(T)_{Gl.(2.1.63)} \\ 623,15 \text{ K} & < T & \leq 863,15 \text{ K} & 0 < p \leq p_{B23}(T)_{Gl.(2.1.45)} \\ 863,15 \text{ K} & < T & \leq 1073,15 \text{ K} & 0 < p \leq 100 \text{ MPa} \end{array}$$

$p_s(T)$ bezieht sich auf die Sättigungsdruckkurve, $p_{B23}(T)$ auf die B23-Grenze zwischen den Bereichen 2 und 3. Für Drücke über 10 MPa liefert Gl. (2.1.16) auch sinnvolle Werte für das metastabile Dampfgebiet. Bei Drücken $p \leq 10 \text{ MPa}$ ist diese Gleichung nicht gültig. Stattdessen müssen angepasste Gleichungen verwendet werden, siehe Kapitel 2.1.3.1.

Tabelle 2.3: Ableitungen des idealen Gasanteils der dimensionslosen freien Enthalpie γ^o , Gl. (2.1.17)

$$\gamma_{\pi}^o = \left(\frac{\partial \gamma^o}{\partial \pi} \right)_{\tau} = 1/\pi \quad (2.1.19)$$

$$\gamma_{\pi\pi}^o = \left(\frac{\partial^2 \gamma^o}{\partial \pi^2} \right)_{\tau} = -1/\pi^2 \quad (2.1.20)$$

$$\gamma_{\tau}^o = \left(\frac{\partial \gamma^o}{\partial \tau} \right)_{\pi} = \sum_{i=1}^9 n_i^o J_i^o \tau^{J_i^o - 1} \quad (2.1.21)$$

$$\gamma_{\tau\tau}^o = \left(\frac{\partial^2 \gamma^o}{\partial \tau^2} \right)_{\pi} = \sum_{i=1}^9 n_i^o J_i^o (J_i^o - 1) \tau^{J_i^o - 2} \quad (2.1.22)$$

$$\gamma_{\pi\tau}^o = \left(\frac{\partial^2 \gamma^o}{\partial \pi \partial \tau} \right) = 0 \quad (2.1.23)$$

Tabelle 2.4: Ableitungen des residuellen Anteils der dimensionslosen freien Enthalpie γ^r , Gl. (2.1.18)

$$\gamma_{\pi}^r = \left(\frac{\partial \gamma^r}{\partial \pi} \right)_{\tau} = \sum_{i=1}^{43} n_i I_i \pi^{I_i - 1} (\tau - 0,5)^{J_i} \quad (2.1.24)$$

$$\gamma_{\pi\pi}^r = \left(\frac{\partial^2 \gamma^r}{\partial \pi^2} \right)_{\tau} = \sum_{i=1}^{43} n_i I_i (I_i - 1) \pi^{I_i - 2} (\tau - 0,5)^{J_i} \quad (2.1.25)$$

$$\gamma_{\tau}^r = \left(\frac{\partial \gamma^r}{\partial \tau} \right)_{\pi} = \sum_{i=1}^{43} n_i J_i \pi^{I_i} (\tau - 0,5)^{J_i - 1} \quad (2.1.26)$$

$$\gamma_{\tau\tau}^r = \left(\frac{\partial^2 \gamma^r}{\partial \tau^2} \right)_{\pi} = \sum_{i=1}^{43} n_i J_i (J_i - 1) \pi^{I_i} (\tau - 0,5)^{J_i - 2} \quad (2.1.27)$$

$$\gamma_{\pi\tau}^r = \left(\frac{\partial^2 \gamma^r}{\partial \pi \partial \tau} \right) = \sum_{i=1}^{43} n_i I_i J_i \pi^{I_i - 1} (\tau - 0,5)^{J_i - 1} \quad (2.1.28)$$

Tabelle 2.5: Thermodynamische Zustandsgrößen und Beziehungen zum freien Gasanteil der freien Enthalpie γ^o , Gl. (2.1.17), dem residuellen Anteil der freien Enthalpie γ^r , Gl. (2.1.18), und deren Ableitungen

Zustandsgröße	Beziehung
spezifisches Volumen $v = (\partial g / \partial p)_T$	$v(\pi, \tau) \frac{p}{RT} = \pi(\gamma_\pi^o + \gamma_\pi^r)$ (2.1.29)
spezifische innere Energie $u = g - T(\partial g / \partial T)_p - p(\partial g / \partial p)_T$	$\frac{u(\pi, \tau)}{RT} = \tau(\gamma_\tau^o + \gamma_\tau^r) - \pi(\gamma_\pi^o + \gamma_\pi^r)$ (2.1.30)
spezifische Entropie $s = -(\partial g / \partial T)_p$	$\frac{s(\pi, \tau)}{R} = \tau(\gamma_\tau^o + \gamma_\tau^r) - (\gamma^o + \gamma^r)$ (2.1.31)
spezifische Enthalpie $h = g - T(\partial g / \partial T)_p$	$\frac{h(\pi, \tau)}{RT} = \tau(\gamma_\tau^o + \gamma_\tau^r)$ (2.1.32)
spezifische isobare Wärmekapazität $c_p = (\partial h / \partial T)_p$	$\frac{c_p(\pi, \tau)}{R} = -\tau^2(\gamma_{\tau\tau}^o + \gamma_{\tau\tau}^r)$ (2.1.33)
spezifische isochore Wärmekapazität $c_v = (\partial u / \partial T)_v$	$\frac{c_v(\pi, \tau)}{R} = -\tau^2(\gamma_{\tau\tau}^o + \gamma_{\tau\tau}^r) - \frac{(1 + \pi\gamma_\pi^r - \tau\pi\gamma_{\pi\tau}^r)^2}{1 - \pi^2\gamma_{\pi\pi}^r}$ (2.1.34)
Schallgeschwindigkeit $w = v[-(\partial p / \partial v)_s]^{1/2}$	$\frac{w^2(\pi, \tau)}{RT} = \frac{1 + 2\pi\gamma_\pi^r + \pi^2\gamma_\pi^{r2}}{(1 - \pi^2\gamma_{\pi\pi}^r) + \frac{(1 + \pi\gamma_\pi^r - \tau\pi\gamma_{\pi\tau}^r)^2}{\tau^2(\gamma_{\tau\tau}^o + \gamma_{\tau\tau}^r)}}$ (2.1.35)

2.1.3.1 Zusatzgleichungen für das metastabile Dampfgebiet

Im metastabilen Dampfgebiet der Region 2 gilt weiterhin Gl. (2.1.16), wobei sich die Gleichung für den idealen Gasanteil γ^o nicht ändert (siehe Gl. (2.1.17)), allerdings sind die Werte für die zwei Koeffizienten n_1^o und n_2^o unterschiedlich. Sie wurden angepasst⁷, um die hohen Anforderungen bezüglich der Zustandsgrößen h und s entlang der Siedelinie zu erfüllen und belaufen sich auf $n_1^o = -0,969\,372\,683\,930\,49 \cdot 10^1$ und $n_2^o = 0,100\,872\,759\,700\,06 \cdot 10^2$.

Die Gleichung für den residuellen Anteil γ^r des metastabilen Dampfgebietes ergibt sich zu

$$\gamma^r = \sum_{i=1}^{13} n_i \pi^{I_i} (\tau - 0,5)^{J_i} \quad (2.1.36)$$

mit $\pi = p/(1 \text{ MPa})$, $\tau = (540 \text{ K})/T$, den Koeffizienten n_i und den Exponenten I_i und J_i aus Tabelle A.6.

Gültigkeitsbereich

Die angepassten Gleichungen sind gültig im metastabilen Dampfgebiet von der Taulinie bis zu einer Linie konstanten Dampfgehaltes von 95%, die sich für einen gegebenen Druck aus den Gleichgewichtswerten h' und h'' ergeben, bei Drücken vom Tripelpunktsdruck, siehe Gl. (1.8), bis 10 MPa.

2.1.3.2 Rückwärtsgleichungen in Region 2

Um die thermodynamischen Zustandsgrößen auf der Basis von p, h oder p, s in Region 2 ohne Iteration berechnen zu können, liefert die IAPWS-IF97 entsprechende Rückwärtsgleichungen für diesen Bereich. Wie in Abb. 2.2 erkennbar, wird Region 2 in drei Subregionen aufgeteilt. Daraus ergeben sich drei Gleichungen für die Berechnung von $T(p, h)$ und drei Gleichungen für die Berechnung von $T(p, s)$.

Die Subregionen 2a und 2b sind durch die Isobare $p = 4 \text{ MPa}$ getrennt, die Trennlinie zwischen Subregionen 2b und 2c entsprechen der Isentropen $s = 5,85 \text{ kJ kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$.

Um die Einordnung in die Subregionen 2b und 2c auf Basis von p, h ohne Iteration zu ermöglichen, wird eine spezielle Grenzliniengleichung, genannt „B2bc-Gleichung“, benötigt, die eine Näherung der Isentropen $s = 5,85 \text{ kJ kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ darstellt⁸. Sie ergibt sich zu

$$\pi = n_1 + n_2 \eta + n_3 \eta^2 \quad (2.1.37)$$

⁷Im metastabilen Dampfgebiet gibt es keine experimentellen Daten, an die die Gleichungen angepasst werden könnten. Darum basieren die angeführten Gleichungen auf Extrapolierung mit Hilfe einer speziellen Gasgleichung für niedrige Dichten, die für diese Anwendung als zuverlässiger eingestuft wurde [2, S. 18]

⁸Gleichung (2.1.37) beschreibt die Isentrope $s = 5,85 \text{ kJ}/(\text{kg K})$ nicht exakt. Die Entropie-Werte auf dieser Linie schwanken zwischen $s = 5,81 \text{ kJ}/(\text{kg K})$ und $s = 5,85 \text{ kJ}/(\text{kg K})$ [2, S. 21]

mit $\pi = p/(1 \text{ MPa})$, $\eta = h/(1 \text{ kJ/kg})$ und den Koeffizienten n_1 bis n_3 aus Tabelle A.7.

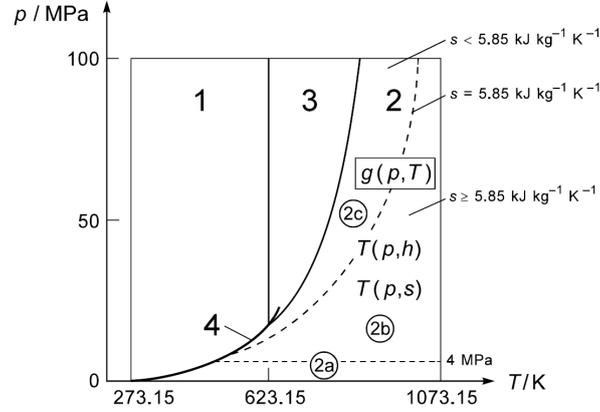


Abbildung 2.2: Aufteilung von Region 2 in die drei Subregionen 2a, 2b und 2c für die Rückwärtsgleichungen $T(p, h)$ und $T(p, s)$ im p, T -Diagramm [2, Abb.2]

Die dimensionslose Enthalpie-Form dieser Gleichung ergibt sich zu

$$\eta = n_4 + [(\pi - n_5)/n_3]^{1/2} \quad (2.1.38)$$

mit π und η wie in Gl. (2.1.37) und den Koeffizienten n_3 bis n_5 aus Tabelle A.7

Die Einteilung in die Subregionen 2b und 2c auf Basis von p, s ist durch die gegebene isentrope Grenze trivial.

2.1.3.2.1 Rückwärtsgleichungen $T(p, h)$

Die Rückwärtsgleichung $T(p, h)$ für **Subregion 2a** ergibt sich in dimensionsloser Form zu

$$\frac{T_{2a}(p, h)}{1 \text{ K}} = \theta_{2a}(\pi, \eta) = \sum_{i=1}^{34} n_i \pi^{I_i} (\eta - 2,1)^{J_i} \quad (2.1.39)$$

mit $\theta = T/(1 \text{ K})$, $\pi = p/(1 \text{ MPa})$ und $\eta = h/(2000 \text{ kJ/kg})$. Die Koeffizienten n_i und die Exponenten I_i und J_i sind in Tabelle A.8 aufgeführt.

Die Rückwärtsgleichung $T(p, h)$ für **Subregion 2b** ergibt sich in dimensionsloser Form zu

$$\frac{T_{2b}(p, h)}{1 \text{ K}} = \theta_{2b}(\pi, \eta) = \sum_{i=1}^{38} n_i (\pi - 2)^{I_i} (\eta - 2,6)^{J_i} \quad (2.1.40)$$

mit $\theta = T/(1 \text{ K})$, $\pi = p/(1 \text{ MPa})$ und $\eta = h/(2000 \text{ kJ/kg})$. Die Koeffizienten n_i und die Exponenten I_i und J_i sind in Tabelle A.9 aufgeführt.

Die Rückwärtsgleichung $T(p, h)$ für **Subregion 2c** ergibt sich in dimensionsloser Form zu

$$\frac{T_{2c}(p, h)}{1 \text{ K}} = \theta_{2c}(\pi, \eta) = \sum_{i=1}^{23} n_i (\pi + 25)^{I_i} (\eta - 1,8)^{J_i} \quad (2.1.41)$$

mit $\theta = T/(1 \text{ K})$, $\pi = p/(1 \text{ MPa})$ und $\eta = h/(2000 \text{ kJ/kg})$. Die Koeffizienten n_i und die Exponenten I_i und J_i sind in Tabelle A.10 aufgeführt.

Gültigkeitsbereich

Gleichungen (2.1.39), (2.1.40) und (2.1.41) sind gültig innerhalb der in Kapitel 2.1.3.2 angegebenen Subregionsgrenzen. Der niedrigste Druck⁹, für den Gl. (2.1.39) noch gilt, ist 611,2127 Pa.

2.1.3.2.2 Rückwärtsgleichungen $T(p, s)$

Die Rückwärtsgleichung $T(p, s)$ für **Subregion 2a** ergibt sich in dimensionsloser Form zu

$$\frac{T_{2a}(p, s)}{1 \text{ K}} = \theta_{2a}(\pi, \sigma) = \sum_{i=1}^{46} n_i \pi^{I_i} (\sigma - 2)^{J_i} \quad (2.1.42)$$

mit $\theta = T/(1 \text{ K})$, $\pi = p/(1 \text{ MPa})$ und $\sigma = s/(2 \text{ kJ/(kg K)})$. Die Koeffizienten n_i und die Exponenten I_i und J_i sind in Tabelle A.11 aufgeführt.

Die Rückwärtsgleichung $T(p, s)$ für **Subregion 2b** ergibt sich in dimensionsloser Form zu

$$\frac{T_{2b}(p, s)}{1 \text{ K}} = \theta_{2b}(\pi, \sigma) = \sum_{i=1}^{44} n_i \pi^{I_i} (10 - \sigma)^{J_i} \quad (2.1.43)$$

mit $\theta = T/(1 \text{ K})$, $\pi = p/(1 \text{ MPa})$ und $\sigma = s/(0,7853 \text{ kJ/(kg K)})$. Die Koeffizienten n_i und die Exponenten I_i und J_i sind in Tabelle A.12 aufgeführt.

Die Rückwärtsgleichung $T(p, s)$ für **Subregion 2c** ergibt sich in dimensionsloser Form zu

$$\frac{T_{2c}(p, s)}{1 \text{ K}} = \theta_{2c}(\pi, \sigma) = \sum_{i=1}^{30} n_i \pi^{I_i} (2 - \sigma)^{J_i} \quad (2.1.44)$$

mit $\theta = T/(1 \text{ K})$, $\pi = p/(1 \text{ MPa})$ und $\sigma = s/(2,9251 \text{ kJ/(kg K)})$. Die Koeffizienten n_i und die Exponenten I_i und J_i sind in Tabelle A.13 aufgeführt.

Gültigkeitsbereich

Gleichungen (2.1.42), (2.1.43) und (2.1.44) sind gültig innerhalb der in Kapitel 2.1.3.2 angegebenen Subregionsgrenzen. Der niedrigste Druck¹⁰, für den Gl. (2.1.42) noch gilt, ist 611,2127 Pa.

⁹Entspricht dem Sättigungsdruck bei einer Temperatur von 273,15 K. [2, S. 24]

¹⁰Entspricht dem Sättigungsdruck bei einer Temperatur von 273,15 K. [2, S. 28]

2.1.4 Regionsgrenze zwischen Region 2 und 3

Die Grenze zwischen Region 2 und 3 wird definiert durch eine quadratische Temperatur-Druck Beziehung, genannt B23-Gleichung, und ergibt sich ausgedrückt in ihrer dimensionslosen Druckform zu

$$\pi = n_1 + n_2\theta + n_3\theta^2 \quad (2.1.45)$$

mit $\pi = p/(1 \text{ MPa})$ und $\theta = T/(1 \text{ K})$. Die Koeffizienten n_1 bis n_3 sind in Tabelle A.14 zu finden. Gleichung (2.1.45) beschreibt eine ungefähr isentrope Linie, deren Entropiewerte sich zwischen $s = 5,047 \text{ kJ}/(\text{kg K})$ und $s = 5,261 \text{ kJ}/(\text{kg K})$ bewegen.

Alternativ kann Gleichung (2.1.45) auch in ihrer dimensionslosen Temperaturform ausgedrückt werden:

$$\theta = n_4 + [(\pi - n_5)/n_3]^{1/2} \quad (2.1.46)$$

mit π, θ wie in Gl. (2.1.45) und den Koeffizienten n_3 bis n_5 aus Tabelle A.14.

Gültigkeitsbereich

Gleichungen (2.1.45) und (2.1.46) decken den folgenden Bereich ab:

$$623,15 \text{ K} \leq T \leq 863,15 \text{ K} \quad 16,5292 \text{ MPa} \leq p \leq 100 \text{ MPa}$$

2.1.5 Region 3

Die Basisgleichung von Region 3 ist eine Fundamentalgleichung für die helmholtzsche freie Energie f . Diese Gleichung ausgedrückt in ihrer dimensionslosen Form lautet

$$\frac{f(\rho, T)}{RT} = \phi(\delta, \tau) = n_1 \ln \delta + \sum_{i=2}^{40} n_i \delta^{I_i} \tau^{J_i} \quad (2.1.47)$$

mit $\delta = \rho/\rho^*$ und $\tau = T^*/T$, wobei gilt $\rho^* = \rho_c$ aus Gl. (1.6), $T^* = T_c$ aus Gl. (1.4) und R aus Gl. (1.1). Die Koeffizienten n_i und die Exponenten I_i und J_i finden sich in Tabelle A.15.

Neben der Repräsentation der thermodynamischen Eigenschaften im homogenen Zustandsgebiet erfüllt Gl. (2.1.47) auch die Phasengleichgewichtsbedingung (Maxwell-Kriterium¹¹) entlang der Sättigungslinie für $T \geq 623,15 \text{ K}$ bis T_c aus Gl. (1.4). Weiters reproduziert Gl. (2.1.47) die kritischen Parameter Gl. (1.4) bis (1.6) exakt und liefert Null für die ersten beiden Ableitungen des Drucks in Bezug zur Dichte¹² am kritischen Punkt.

Durch entsprechende Kombination der dimensionslosen helmholtzschen freien Energie $\phi(\delta, \tau)$ aus Gleichung (2.1.47) und deren Ableitungen aus Tabelle 2.6 lassen sich alle

¹¹Beschreibt die Gleichheit der spezifischen freien Enthalpie in gleichzeitig existierenden Dampf- und Flüssigphasen.

¹² $(\partial p/\partial \rho)_T = 0$ und $(\partial^2 p/\partial \rho^2)_T = 0$

thermodynamischen Zustandsgrößen ermitteln. Die Zusammenhänge sind in Tabelle 2.7 dargestellt. Die Phasengleichgewichtsbedingung findet sich ebenfalls in Tabelle 2.7 und basiert auf

$$\frac{p_s}{RT\rho'} = \delta' \phi_\delta(\delta', \tau) \quad ; \quad \frac{p_s}{RT\rho''} = \delta'' \phi_\delta(\delta'', \tau) \quad (2.1.48)$$

Gültigkeitsbereich

Basisgleichung (2.1.47) deckt Region 3 ab, welche für folgenden Bereich definiert ist:

$$623,15 \text{ K} \leq T \leq T_{B23}(p)_{Gl.(2.1.46)} \quad p_{B23}(T)_{Gl.(2.1.45)} \leq p \leq 100 \text{ MPa}$$

$T_{B23}(p)$ und $p_{B23}(T)$ beziehen sich auf die Regionsgrenzen, dargestellt durch Gl. (2.1.46) und Gl. (2.1.45) in Kapitel 2.1.4.

Zusätzlich zum definierten homogenen Zustandsgebiet liefert Gl. (2.1.47) auch sinnvolle Werte für das metastabile Gebiet (für überhitzte Flüssigkeiten und unterkühlten Dampf) in der Nähe der Taulinie und Siedelinie.

Tabelle 2.6: Ableitungen der dimensionslosen freien Energie ϕ , Gl. (2.1.47)

$$\phi_\delta = \left(\frac{\partial \phi}{\partial \delta} \right)_\tau = n_1/\delta + \sum_{i=2}^{40} n_i I_i \delta^{I_i-1} \tau^{J_i} \quad (2.1.49)$$

$$\phi_{\delta\delta} = \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial \delta^2} \right)_\tau = -n_1/\delta^2 + \sum_{i=2}^{40} n_i I_i (I_i - 1) \delta^{I_i-2} \tau^{J_i} \quad (2.1.50)$$

$$\phi_\tau = \left(\frac{\partial \phi}{\partial \tau} \right)_\delta = \sum_{i=2}^{40} n_i J_i \delta^{I_i} \tau^{J_i-1} \quad (2.1.51)$$

$$\phi_{\tau\tau} = \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial \tau^2} \right)_\delta = \sum_{i=2}^{40} n_i J_i (J_i - 1) \delta^{I_i} \tau^{J_i-2} \quad (2.1.52)$$

$$\phi_{\delta\tau} = \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial \delta \partial \tau} \right) = \sum_{i=2}^{40} n_i I_i J_i \delta^{I_i-1} \tau^{J_i-1} \quad (2.1.53)$$

Tabelle 2.7: Thermodynamische Zustandsgrößen und Beziehungen zur dimensionslosen freien Energie ϕ , Gl. (2.1.47), und ihren Ableitungen

Zustandsgröße	Beziehung	
Druck $p = \rho^2(\partial f/\partial\rho)_T$	$\frac{p(\delta, \tau)}{\rho RT} = \delta\phi_\delta$	(2.1.54)
spezifische innere Energie $u = f - T(\partial f/\partial T)_\rho$	$\frac{u(\delta, \tau)}{RT} = \tau\phi_\tau$	(2.1.55)
spezifische Entropie $s = -(\partial f/\partial T)_\rho$	$\frac{s(\delta, \tau)}{R} = \tau\phi_\tau - \phi$	(2.1.56)
spezifische Enthalpie $h = f - T(\partial f/\partial T)_\rho + \rho(\partial f/\partial\rho)_T$	$\frac{h(\delta, \tau)}{RT} = \tau\phi_\tau + \delta\phi_\delta$	(2.1.57)
spezifische isobare Wärmekapazität $c_p = (\partial h/\partial T)_p$	$\frac{c_p(\delta, \tau)}{R} = -\tau^2\phi_{\tau\tau} + \frac{(\delta\phi_\delta - \delta\tau\phi_{\delta\tau})^2}{2\delta\phi_\delta + \delta^2\phi_{\delta\delta}}$	(2.1.58)
spezifische isochore Wärmekapazität $c_v = (\partial u/\partial T)_\rho$	$\frac{c_v(\delta, \tau)}{R} = -\tau^2\phi_{\tau\tau}$	(2.1.59)
Schallgeschwindigkeit $w = [(\partial p/\partial\rho)_s]^{1/2}$	$\frac{w^2(\delta, \tau)}{RT} = 2\delta\phi_\delta + \delta^2\phi_{\delta\delta} - \frac{(\delta\phi_\delta - \delta\tau\phi_{\delta\tau})^2}{\tau^2\phi_{\tau\tau}}$	(2.1.60)
Phasengleichgewichtsbedingung (Maxwell-Kriterium)	$\frac{p_s}{RT} \left(\frac{1}{\rho''} - \frac{1}{\rho'} \right) = \phi(\rho', \tau) - \phi(\rho'', \tau)$	(2.1.61)

2.1.6 Region 4

Region 4 der IAPWS-IF97 beschreibt die Siedelinie. Dieser Abschnitt liefert die Gleichung für Siedetemperatur und Sättigungsdruck.

Die Gleichung zur Beschreibung der Siedelinie ist eine quadratische Gleichung¹³, die sowohl nach Siedetemperatur $T_s(p)$ als auch nach Sättigungsdruck $p_s(T)$ aufgelöst werden kann. Sie folgt zu

$$\beta^2 \vartheta^2 + n_1 \beta^2 \vartheta + n_2 \beta^2 + n_3 \beta \vartheta^2 + n_4 \beta \vartheta + n_5 \beta + n_6 \vartheta^2 + n_7 \vartheta + n_8 = 0 \quad (2.1.62a)$$

mit

$$\beta = (p_s / (1 \text{ MPa}))^{1/4} \quad (2.1.62b)$$

und

$$\vartheta = \frac{T_s}{(1 \text{ K})} + \frac{n_9}{(T_s / (1 \text{ K})) - n_{10}} \quad (2.1.62c)$$

Die Koeffizienten n_1 bis n_{10} finden sich in Tabelle A.16.

2.1.6.1 Sättigungsdruck-Gleichung (Basisgleichung)

Die Lösung von Gl. (2.1.62a) bezüglich des Sättigungsdrucks beläuft sich auf

$$\frac{p_s}{1 \text{ MPa}} = \left[\frac{2C}{-B + (B^2 - 4AC)^{1/2}} \right]^4 \quad (2.1.63a)$$

mit den Koeffizienten

$$A = \vartheta^2 + n_1 \vartheta + n_2 \quad (2.1.63b)$$

$$B = n_3 \vartheta^2 + n_4 \vartheta + n_5 \quad (2.1.63c)$$

$$C = n_6 \vartheta^2 + n_7 \vartheta + n_8 \quad (2.1.63d)$$

und mit ϑ aus Gl. (2.1.62c). Die Koeffizienten n_i finden sich in Tabelle A.16.

Gültigkeitsbereich

Gleichung (2.1.63a) gilt entlang der gesamten Siedelinie von der Tripelpunktstemperatur T_t , Gl. (1.7), bis zur kritischen Temperatur T_c , Gl. (1.4), und kann zu 273,15 K extrapoliert werden, sodass sich der Gültigkeitsbereich ergibt zu

$$273,15 \text{ K} \leq T \leq 647,096 \text{ K}$$

¹³Gleichungen (2.1.62) bis (2.1.64) reproduzieren die Temperatur- und Druckwerte am Tripelpunkt, am kritischen Punkt und am normalen Siedepunkt exakt [2, S.34]

2.1.6.2 Siedetemperatur-Gleichung (Rückwärtsgleichung)

Die Lösung der Gl. (2.1.62a) bezüglich der Siedetemperatur beläuft sich auf

$$\frac{T_s}{1 \text{ K}} = \frac{n_{10} + D - [(n_{10} + D)^2 - 4(n_9 + n_{10}D)]^{1/2}}{2} \quad (2.1.64a)$$

mit dem Koeffizienten

$$D = \frac{2G}{-F - (F^2 - 4EG)^{1/2}} \quad (2.1.64b)$$

und

$$E = \beta^2 + n_3\beta + n_6 \quad (2.1.64c)$$

$$F = n_1\beta^2 + n_4\beta + n_7 \quad (2.1.64d)$$

$$G = n_2\beta^2 + n_5\beta + n_8 \quad (2.1.64e)$$

und mit β aus Gl. (2.1.62b). Die Koeffizienten n_i finden sich in Tabelle A.16.

Gültigkeitsbereich

Gleichung (2.1.64a) hat den selben Gültigkeitsbereich wie Gl. (2.1.63a), das heißt sie deckt die Siedelinie ab vom extrapolierten Druckwert der Siedetemperatur-Gleichung (611,213 Pa) bis zum kritischen Druck p_c , Gl. (1.5), entsprechend dem Druckbereich

$$611,213 \text{ Pa} \leq T \leq 22,064 \text{ MPa}$$

2.1.7 Region 5

Region 5 ist die Hochtemperatur-Region, der die Fundamentalgleichung der gibbsschen freien Energie¹⁴ g zugrunde liegt. Die Gleichung wird in der dimensionslosen Form $\gamma = \frac{g}{RT}$ ausgedrückt und besteht, wie die Fundamentalgleichung von Region 2, aus einem idealen Gasanteil γ^o und einem residuellen Anteil γ^r , so dass gilt

$$\frac{g(p, T)}{RT} = \gamma(\pi, \tau) = \gamma^o(\pi, \tau) + \gamma^r(\pi, \tau) \quad (2.1.65)$$

mit $\pi = p/(1 \text{ MPa})$, $\tau = (1000 \text{ K})/T$ und R aus Gl. (1.1).

Gleichung (2.1.66) liefert den Anteil γ^o des idealen Gases der dimensionslosen freien Enthalpie:

$$\gamma^o = \ln \pi + \sum_{i=1}^6 n_i^o \tau^{J_i^o} \quad (2.1.66)$$

¹⁴Auch „freie Enthalpie“ genannt

mit $\pi = p/(1 \text{ MPa})$, $\tau = (1000 \text{ K})/T$, den Koeffizienten n_i^o und den Exponenten J_i^o aus Tabelle A.17.

Gleichung (2.1.67) liefert den residuellen Anteil γ^r der dimensionslosen freien Enthalpie:

$$\gamma^r = \sum_{i=1}^6 n_i \pi^{I_i} \tau^{J_i} \quad (2.1.67)$$

mit $\pi = p/(1 \text{ MPa})$, $\tau = (1000 \text{ K})/T$, den Koeffizienten n_i und den Exponenten I_i und J_i aus Tabelle A.18.

Durch entsprechende Kombination der dimensionslosen Größen des idealen Gasanteils $\gamma^o(\pi, \tau)$, Gl. (2.1.66), und der residuellen freien Energie $\gamma^r(\pi, \tau)$, Gl. (2.1.67), bzw. deren Ableitungen, wie in Tabellen 2.8 und 2.9 dargestellt, lassen sich alle thermodynamischen Zustandsgrößen ermitteln.

Der Zusammenhang zwischen den Zustandsgrößen und den verschiedenen Anteilen der dimensionslosen gibbsschen Energie und ihrer Ableitungen ist in Tabelle 2.10 dargestellt.

Gültigkeitsbereich

Region 5 ist in der IAPWS-IF97 durch folgenden Druck- und Temperaturbereich definiert:

$$1073,15 \text{ K} \leq T \leq 2273,15 \text{ K} \quad 0 < p \leq 50 \text{ MPa}$$

Gleichung (2.1.65) ist nur für reines, nichtdissoziiertes Wasser gültig. Mögliche Dissoziationen müssen zusätzlich berücksichtigt werden.

Tabelle 2.8: Ableitungen des idealen Gasanteils der dimensionslosen freien Enthalpie γ^o , Gl. (2.1.66)

$$\gamma_{\pi}^o = \left(\frac{\partial \gamma^o}{\partial \pi} \right)_{\tau} = 1/\pi \quad (2.1.68)$$

$$\gamma_{\pi\pi}^o = \left(\frac{\partial^2 \gamma^o}{\partial \pi^2} \right)_{\tau} = -1/\pi^2 \quad (2.1.69)$$

$$\gamma_{\tau}^o = \left(\frac{\partial \gamma^o}{\partial \tau} \right)_{\pi} = \sum_{i=1}^6 n_i^o J_i^o \tau^{J_i^o-1} \quad (2.1.70)$$

$$\gamma_{\tau\tau}^o = \left(\frac{\partial^2 \gamma^o}{\partial \tau^2} \right)_{\pi} = \sum_{i=1}^6 n_i^o J_i^o (J_i^o - 1) \tau^{J_i^o-2} \quad (2.1.71)$$

$$\gamma_{\pi\tau}^o = \left(\frac{\partial^2 \gamma^o}{\partial \pi \partial \tau} \right) = 0 \quad (2.1.72)$$

Tabelle 2.9: Ableitungen des residuellen Anteils der dimensionslosen freien Enthalpie γ^r , Gl. (2.1.67)

$$\gamma_{\pi}^r = \left(\frac{\partial \gamma^r}{\partial \pi} \right)_{\tau} = \sum_{i=1}^6 n_i I_i \pi^{I_i-1} \tau^{J_i} \quad (2.1.73)$$

$$\gamma_{\pi\pi}^r = \left(\frac{\partial^2 \gamma^r}{\partial \pi^2} \right)_{\tau} = \sum_{i=1}^6 n_i I_i (I_i - 1) \pi^{I_i-2} \tau^{J_i} \quad (2.1.74)$$

$$\gamma_{\tau}^r = \left(\frac{\partial \gamma^r}{\partial \tau} \right)_{\pi} = \sum_{i=1}^6 n_i J_i \pi^{I_i} \tau^{J_i-1} \quad (2.1.75)$$

$$\gamma_{\tau\tau}^r = \left(\frac{\partial^2 \gamma^r}{\partial \tau^2} \right)_{\pi} = \sum_{i=1}^6 n_i J_i (J_i - 1) \pi^{I_i} \tau^{J_i-2} \quad (2.1.76)$$

$$\gamma_{\pi\tau}^r = \left(\frac{\partial^2 \gamma^r}{\partial \pi \partial \tau} \right) = \sum_{i=1}^6 n_i I_i J_i \pi^{I_i-1} \tau^{J_i-1} \quad (2.1.77)$$

Tabelle 2.10: Thermodynamische Zustandsgrößen und Beziehungen zum freien Gasanteil der freien Enthalpie γ^o , Gl. (2.1.66), dem residuellen Anteil der freien Enthalpie γ^r , Gl. (2.1.67), und deren Ableitungen

Zustandsgröße	Beziehung
spezifisches Volumen $v = (\partial g / \partial p)_T$	$v(\pi, \tau) \frac{p}{RT} = \pi(\gamma_{\pi}^o + \gamma_{\pi}^r) \quad (2.1.78)$
spezifische innere Energie $u = g - T(\partial g / \partial T)_p - p(\partial g / \partial p)_T$	$\frac{u(\pi, \tau)}{RT} = \tau(\gamma_{\tau}^o + \gamma_{\tau}^r) - \pi(\gamma_{\pi}^o + \gamma_{\pi}^r) \quad (2.1.79)$
spezifische Entropie $s = -(\partial g / \partial T)_p$	$\frac{s(\pi, \tau)}{R} = \tau(\gamma_{\tau}^o + \gamma_{\tau}^r) - (\gamma^o + \gamma^r) \quad (2.1.80)$
spezifische Enthalpie $h = g - T(\partial g / \partial T)_p$	$\frac{h(\pi, \tau)}{RT} = \tau(\gamma_{\tau}^o + \gamma_{\tau}^r) \quad (2.1.81)$
spezifische isobare Wärmekapazität $c_p = (\partial h / \partial T)_p$	$\frac{c_p(\pi, \tau)}{R} = -\tau^2(\gamma_{\tau\tau}^o + \gamma_{\tau\tau}^r) \quad (2.1.82)$
spezifische isochore Wärmekapazität $c_v = (\partial u / \partial T)_v$	$\frac{c_v(\pi, \tau)}{R} = -\tau^2(\gamma_{\tau\tau}^o + \gamma_{\tau\tau}^r) - \frac{(1 + \pi\gamma_{\pi}^r - \tau\pi\gamma_{\pi\tau}^r)^2}{1 - \pi^2\gamma_{\pi\pi}^r} \quad (2.1.83)$
Schallgeschwindigkeit $w = v[-(\partial p / \partial v)_s]^{1/2}$	$\frac{w^2(\pi, \tau)}{RT} = \frac{1 + 2\pi\gamma_{\pi}^r + \pi^2\gamma_{\pi}^{r2}}{(1 - \pi^2\gamma_{\pi\pi}^r) + \frac{(1 + \pi\gamma_{\pi}^r - \tau\pi\gamma_{\pi\tau}^r)^2}{\tau^2(\gamma_{\tau\tau}^o + \gamma_{\tau\tau}^r)}} \quad (2.1.84)$

2.1.8 Unsicherheiten der IAPWS-IF97

Die Berechnung des spezifischen Volumens, der spezifischen isobaren Wärmekapazität, der Schallgeschwindigkeit und des Sättigungsdrucks mit den Gleichungen der IAPWS-IF97 ist mit gewissen Unsicherheiten verbunden, die hier kurz dargestellt werden sollen, siehe Abb. 2.3 bis 2.6.

Ermittelt wurden diese auf Basis der Unsicherheiten der IAPWS-95 Formulierung, mit der die Eingangswerte für die Anpassung der IAPWS-IF97-Gleichungen berechnet wurden. Weiters wurden bei der Ermittlung auch die Abweichungen zwischen IAPWS-IF97 und IAPWS-95 bezüglich der betrachteten Zustandsgrößen berücksichtigt.

Die Unsicherheit der spezifischen Enthalpie, Abb. 2.7, folgt aus IAPWS Advisory Note 1 [16], in dem die Unsicherheit der spezifischen Enthalpie in IAPWS-95 als Startpunkt verwendet wird. Die Abweichung der Enthalpie-Werte der IAPWS-IF97 aus den berechneten Werten mittels IAPWS-95 ist sehr viel kleiner als die Unsicherheit der IAPWS-95 bzgl. der Enthalpie. Weiters oszillieren diese kleinen Abweichungen regelmäßig um die Enthalpie-Werte der IAPWS-95. [2, S. 46]

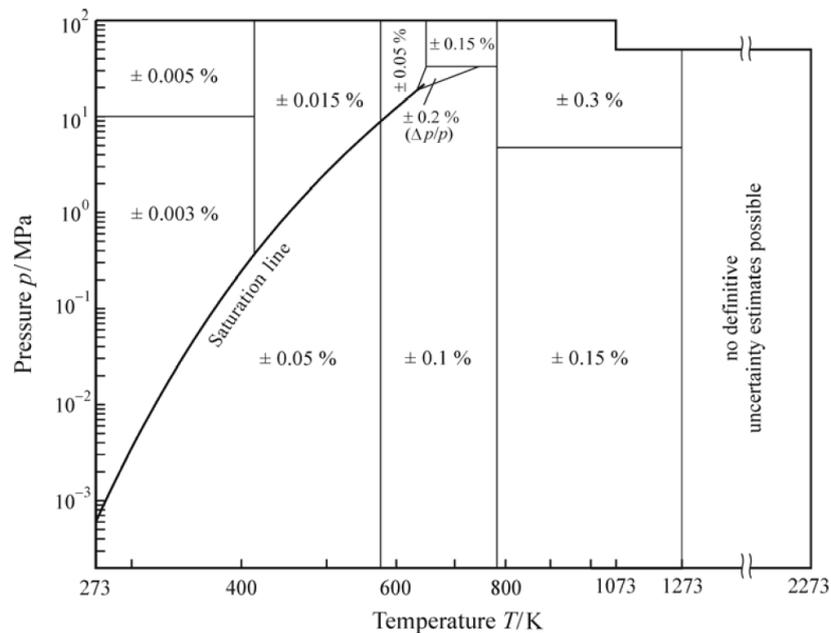


Abbildung 2.3: Unsicherheiten des spezifischen Volumens, $\Delta v/v$, geschätzt für die entsprechenden Gleichungen der IAPWS-IF97. Die kritische Region ist vergrößert (Dreieck) und die Unsicherheit wird dort als prozentuelle Unsicherheit des Drucks $\Delta p/p$ dargestellt. Die Region ist begrenzt von den zwei Isochoren $0,0019 \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1}$ und $0,0069 \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1}$ und der Isobaren 30 MPa [2, Abb. 3]

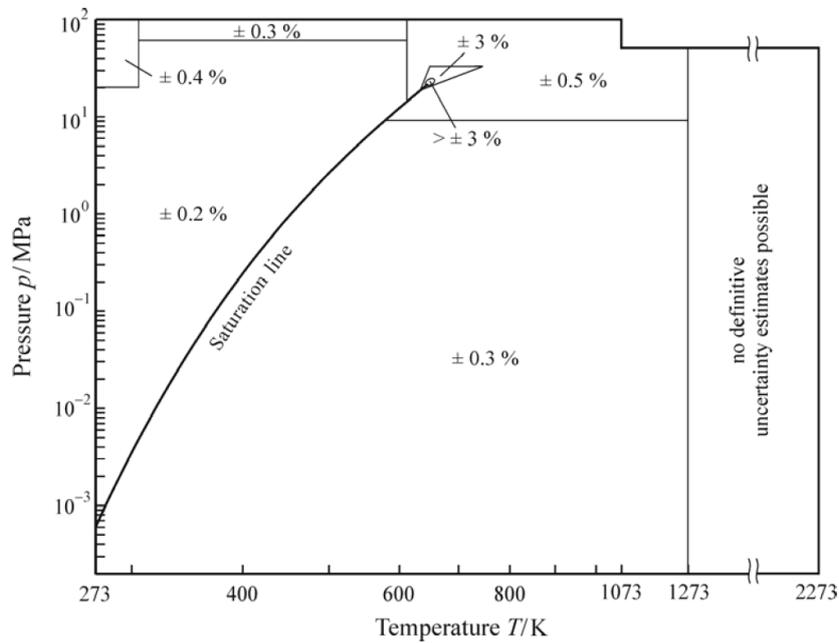


Abbildung 2.4: Unsicherheiten der spezifischen isobaren Wärmekapazität, $\Delta c_p / c_p$, geschätzt für die entsprechenden Gleichungen der IAPWS-IF97. Die kritische Region (Dreieck) ist vergrößert dargestellt [2, Abb. 4]

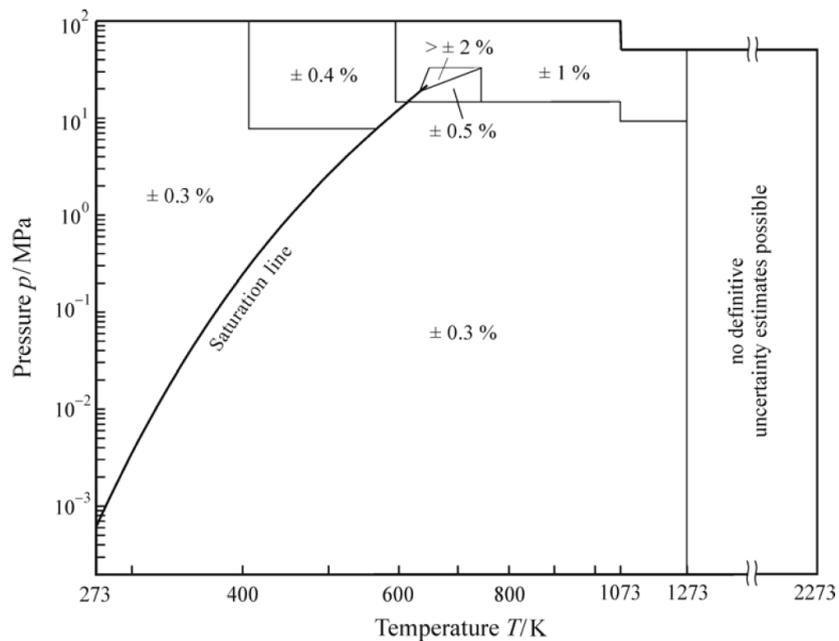


Abbildung 2.5: Unsicherheiten der Schallgeschwindigkeit, $\Delta w / w$, geschätzt für die entsprechenden Gleichungen der IAPWS-IF97. Die kritische Region (Dreieck) ist vergrößert dargestellt [2, Abb. 5]

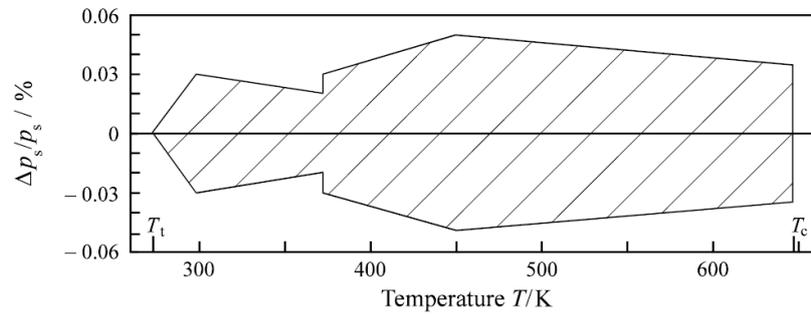


Abbildung 2.6: Unsicherheiten des Sättigungsdrucks, $\Delta p_s/p_s$, geschätzt für die Sättigungsdruck-Gleichung der IAPWS-IF97 (Region 4) [2, Abb. 6]

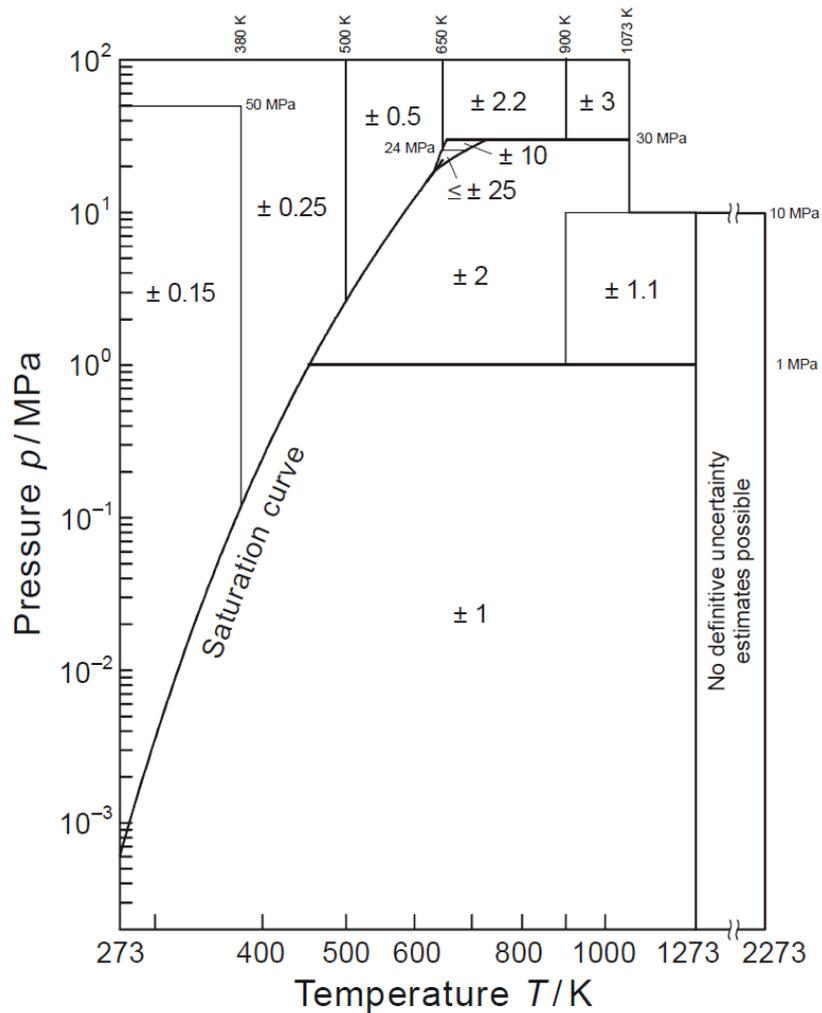


Abbildung 2.7: Absolute Unsicherheiten Δh der spezifischen Enthalpie h , geschätzt für die entsprechenden Gleichungen der IAPWS-IF97 in der Einheit kJ kg^{-1} . Die kritische Region (Dreieck) ist vergrößert dargestellt [16, Abb. 5]

2.2 Transportgrößen und andere thermophysikalische Eigenschaften

Die IAPWS hat neben den Zustandsgrößen von Wasser und Wasserdampf auch Gleichungen für die Transportgrößen und andere thermodynamische Eigenschaften entwickelt. Die Gleichungen in diesem Kapitel stammen aus [15], in dem die neuesten IAPWS-Gleichungen zusammengefasst werden. Die Gleichungen (mit Ausnahme der Oberflächenspannung) enthalten immer die Dichte als Eingangsgröße, die zuerst mittels der IAPWS-IF97 berechnet werden muss, wenn die gesuchten Größen auf Basis von Druck oder Temperatur berechnet werden sollen. Für andere Kombinationen von Eingangsgrößen (Entropie, Enthalpie, ...) benötigt man außerdem die Rückwärtsgleichungen der IAPWS-IF97 sowie der verschiedenen Supplementary Releases.

2.2.1 Dynamische Viskosität

Die Gleichung zur Berechnung der reduzierten dynamischen Viskosität ergibt sich zu

$$\Psi(\delta, \tau) = \Psi_0(\tau) \cdot \Psi_1(\delta, \tau) \quad (2.2.1)$$

Für Gleichungen (2.2.1) bis (2.2.3) gilt $\Psi = \eta / (55,071 \times 10^{-6} \text{ Pa s})$, $\delta = \rho / (317,763 \text{ kg m}^{-3})$ und $\tau = (647,226 \text{ K}) / T$.

Der Term $\Psi_0(\tau)$ aus Gl. (2.2.1) berechnet die Viskosität des Wasserdampfes im Grenzübergang zum idealen Gas und ergibt sich zu

$$\Psi_0(\tau) = \left[\tau^{0,5} \sum_{i=0}^3 n_i^o \tau^i \right]^{-1} \quad (2.2.2)$$

mit den Koeffizienten n_i^o aus Tabelle A.19.

Der zweite Term $\Psi_1(\delta, \tau)$ aus Gl. (2.2.1) ergibt sich zu

$$\Psi_1(\delta, \tau) = \exp \left[\delta \sum_{i=1}^{19} n_i (\delta - 1)^{I_i} (\tau - 1)^{J_i} \right] \quad (2.2.3)$$

mit den Koeffizienten n_i und den Exponenten J_i und I_i aus Tabelle A.20.

Gültigkeitsbereich

Für Gleichung (2.2.1) gilt der folgende Gültigkeitsbereich:

$$\begin{array}{llll} 273,15 \text{ K} & \leq T & \leq 423,15 \text{ K} & p \leq 500 \text{ MPa} \\ 423,15 \text{ K} & < T & \leq 873,15 \text{ K} & p \leq 350 \text{ MPa} \\ 873,15 \text{ K} & < T & \leq 1173,15 \text{ K} & p \leq 300 \text{ MPa} \end{array}$$

2.2.2 Wärmeleitfähigkeit

Die Gleichungen in diesem Kapitel zur Berechnung der Wärmeleitfähigkeit basieren, wie in [15] empfohlen, auf der IAPWS-95 [9] Formulierung.

Die Hauptgleichung zur Berechnung der Wärmeleitfähigkeit bildet sich zu

$$\Lambda(\delta, \tau) = \Lambda_0(\tau) \cdot \Lambda_1(\delta, \tau) + \Lambda_2(\delta, \tau) \quad (2.2.4)$$

mit $\Lambda = \lambda/(0,4945 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1})$, $\delta = \rho/(317,763 \text{ kg m}^{-3})$ und $\tau = (647,226 \text{ K})/T$.

Der erste Term $\Lambda_0(\tau)$ aus Gl. (2.2.4) beschreibt die Wärmeleitfähigkeit von Wasserdampf im Grenzübergang zum idealen Gas und bildet sich zu

$$\Lambda_0(\tau) = \left[\tau^{0,5} \sum_{i=0}^3 n_i^o \tau^i \right]^{-1} \quad (2.2.5)$$

mit $\tau = (647,226 \text{ K})/T$ und den Koeffizienten n_i^o aus Tabelle A.21.

Der zweite Term $\Lambda_1(\delta, \tau)$ aus Gl. (2.2.4) beschreibt die Wärmeleitfähigkeit von Wasserdampf im Grenzübergang zum idealen Gas und bildet sich zu

$$\Lambda_1(\delta, \tau) = \exp \left[\delta \sum_{i=0}^4 \sum_{j=0}^5 n_{ij} (\tau - 1)^i (\delta - 1)^j \right] \quad (2.2.6)$$

mit $\delta = \rho/(317,763 \text{ kg m}^{-3})$ und $\tau = (647,226 \text{ K})/T$. Die Koeffizienten n_{ij} finden sich in Tabelle A.22.

Der dritte Term $\Lambda_2(\delta, \tau)$ aus Gl. (2.2.4) beschreibt die Erhöhung der Wärmeleitfähigkeit im kritischen Gebiet, ist aber auch für die korrekte Berechnung der Wärmeleitfähigkeit außerhalb des kritischen Gebiets notwendig. Die Vorgehensweise zur Herleitung und Berechnung der partiellen Ableitungen $(\frac{\partial \pi}{\partial \tau^{-1}})_\delta$ und $(\frac{\partial \delta}{\partial \pi})_\tau$ ist in IAPWS Revised Advisory Note No. 3 [8] zu finden.

$$\Lambda_2(\delta, \tau) = \frac{0,001\,384\,8}{\Psi(\delta, \tau)_{\text{Gl.}(2.2.1)}} (\tau \delta)^{-2} \left(\frac{\partial \pi}{\partial (\tau^{-1})} \right)_\delta^2 \left[\delta \left(\frac{\partial \delta}{\partial \pi} \right)_\tau \right]^{0,4678} \delta^{0,5} \cdot \exp [-18,66(\tau^{-1} - 1)^2 - (\delta - 1)^4] \quad (2.2.7)$$

Gültigkeitsbereich

Die Gleichungen zur Berechnung der Wärmeleitfähigkeit sind in folgenden Druck- und Temperaturbereichen gültig:

$$\begin{array}{llll} 273,15 \text{ K} & \leq T & \leq 398,15 \text{ K} & p \leq 400 \text{ MPa} \\ 398,15 \text{ K} & < T & \leq 523,15 \text{ K} & p \leq 200 \text{ MPa} \\ 523,15 \text{ K} & < T & \leq 673,15 \text{ K} & p \leq 150 \text{ MPa} \\ 673,15 \text{ K} & < T & \leq 1073,15 \text{ K} & p \leq 100 \text{ MPa} \end{array}$$

2.2.3 Oberflächenspannung

Die Oberflächenspannung ergibt sich aus

$$\sigma/(1 \text{ mN m}^{-1}) = 235,8(1 - \theta)^{1,256}[1 - 0,625(1 - \theta)] \quad (2.2.8)$$

mit $\theta = T/T_{cGl.(1.4)}$.

Gültigkeitsbereich

Gleichung (2.2.8) gilt entlang der Sättigungslinie von T_t , Gl. (1.7), bis T_c , Gl. (1.4).

2.2.4 Statische Dielektrizitätskonstante

Die Gleichung zur Berechnung der statischen Dielektrizitätskonstante basiert auf dem Harris-Alder-Faktor g [15, S. 94] und bildet sich zu

$$\epsilon = \frac{1 + A + 5B + (9 + 2A + 18B + A^2 + 10AB + 9B^2)^{0,5}}{4 - 4B} \quad (2.2.9a)$$

wobei gilt

$$A = \frac{10^3 N_A \mu^2 \rho g}{M \epsilon_0 k T} \quad (2.2.9b)$$

$$B = \frac{10^3 N_A \alpha \rho}{3M \epsilon_0} \quad (2.2.9c)$$

Die in Gl. (2.2.9b) und Gl. (2.2.9c) verwendeten Konstanten finden sich in Tabelle 2.11. Die Molmasse M wurde in Gleichung (1.3) festgelegt. Der Harris-Alder-Faktor g ergibt sich zu

$$g = 1 + \sum_{i=1}^{11} n_i \delta^{I_i} \tau^{J_i} + n_{12} \delta \left(\frac{T}{228 \text{ K}} - 1 \right)^{-1,2} \quad (2.2.10)$$

mit $\delta = \rho/\rho_c$, mit ρ_c aus Gl. (1.6), und $\tau = T_c/T$, mit T_c aus Gl. (1.4). Die Koeffizienten n_i und die Exponenten I_i und J_i finden sich in Tabelle A.23.

Gültigkeitsbereich

Gleichung (2.2.9) zur Berechnung der statischen Dielektrizitätskonstante liefert in folgendem Bereich gültige Werte:

$$\begin{array}{l} 273,15 \text{ K} \leq T \leq 323,15 \text{ K} \quad 0 < p \leq p_{max} \\ 323,15 \text{ K} < T \leq 873,15 \text{ K} \quad 0 < p \leq 600 \text{ MPa} \end{array}$$

p_{max} bezieht sich dabei auf den Schmelzdruck von Eis VI [3] bzw. maximal 1000 MPa. Gleichung (2.2.9) gilt weiters auch für die metastabile unterkühlte Flüssigkeit bei Atmosphärendruck (0,101 325 MPa) für Temperaturen von 238,15 K bis 273,15 K. Man kann die Gleichung (2.2.9) auch extrapolieren bis auf 1200 K bei 1200 MPa.

Tabelle 2.11: Konstanten der Gleichungen (2.2.9b) und (2.2.9c)

Konstante	Wert
Boltzmann Konstante k	1,380 658 $\cdot 10^{-23}$ J K ⁻¹
Avogadro-Zahl N_A	6,022 136 7 $\cdot 10^{23}$ mol ⁻¹
Mittlere molare Polarisierbarkeit α	1,636 $\cdot 10^{-40}$ C ² J ⁻¹ m ²
Permittivität des Vakuums ϵ_0	8,854 187 817 $\cdot 10^{-12}$ C ² J ⁻¹ m ⁻¹
Molekulares Dipolmoment μ	6,138 $\cdot 10^{-30}$ C m

2.2.5 Brechungsindex

Die Gleichung für den Brechungsindex basiert neben der Dichte und Temperatur auch auf der Wellenlänge λ als Eingangsgröße. Für den Brechungsindex folgt

$$n = \left(\frac{2A + 1}{1 - A} \right)^{0,5} \quad (2.2.11a)$$

Dabei ergibt sich A zu

$$A = \delta \left(a_0 + a_1\delta + a_2\theta + a_3\Lambda^2\theta + a_4\Lambda^{-2} + \frac{a_5}{\Lambda^2 - \Lambda_{UV}^2} + \frac{a_6}{\Lambda^2 - \Lambda_{IR}^2} + a_7\delta^2 \right) \quad (2.2.11b)$$

mit $\delta = \rho/(1000 \text{ kg m}^{-3})$, $\theta = T/(273,15 \text{ K})$ und $\Lambda = \lambda/(0,589 \text{ }\mu\text{m})$. Die reduzierte effektive Ultraviolett-Resonanz Λ_{UV} und die reduzierte effektive Infrarot-Resonanz Λ_{IR} ergeben sich zu $\Lambda_{UV} = 0,229 202$ und $\Lambda_{IR} = 5,432 937$.

Gültigkeitsbereich

Gleichung (2.2.11) zur Berechnung des Brechungsindex ist in folgendem Bereich gültig:

$$\begin{aligned} 261,15 \text{ K} &\leq T \leq 773,15 \text{ K} \\ 0 \text{ kg m}^{-3} &< \rho \leq 1060 \text{ kg m}^{-3} \\ 0,2 \text{ }\mu\text{m} &\leq \lambda \leq 1,1 \text{ }\mu\text{m} \end{aligned}$$

Wenn es sich um flüssiges Wasser handelt, kann der Gültigkeitsbereich von Gl. (2.2.11) auf Wellenlängen von $1,9 \text{ }\mu\text{m}$ erhöht werden, da die Extrapolation in diesem Bereich noch sinnvolle Werte ergibt. [4]

2.3 Supplementary Release „vpT3“

Dieses Kapitel beschreibt die Gleichungen aus dem Supplementary Release „supp-vpT3-2014“ (Kurzbezeichnung der IAPWS), welches Rückwärtsgleichungen für das spezifische Volumen auf Basis von Druck und Temperatur liefert. Die Möglichkeit, Zustandsgrößen in Region 3 aus Druck und Temperatur berechnen zu können, ist für eine lückenlose Berechnung von Zustandsgrößen im gesamten Bereich der IAPWS-IF97 ohne Iteration wichtig. Da die thermodynamischen und anderen thermophysikalischen Größen größtenteils auf der Dichte als Eingangsgröße basieren, siehe Kapitel 2.2, ermöglicht dieses Supplementary Release gleichzeitig auch die Berechnung aller in Kapitel 2.2 genannten Größen in Region 3 ohne Iteration.

Sämtliche Gleichungen, Gültigkeitsbereiche und Anmerkungen in diesem Kapitel basieren auf [10].

2.3.1 Struktur

Abbildung 2.8 zeigt alle Regionen der IAPWS-IF97 sowie die Gleichungen und Rückwärtsgleichungen inklusive einiger Supplementary Releases. Die Rückwärtsgleichung dieses Kapitels ist dabei hervorgehoben. Bei der Bezeichnung „IAPWS-IF97-S01“ handelt es sich um das Supplementary Release zur Berechnung von $p(h, s)$ in Region 1 und 2 [11], die Bezeichnung „IAPWS-IF97-S03rev“ beschreibt das Supplementary Release zur Berechnung von $T(p, h)$, $v(p, h)$, $T(p, s)$ und $v(p, s)$ in Region 3 [12]. Die Bezeichnung „IAPWS-IF97-S04“ bezieht sich auf das Supplementary Release zur Berechnung von $p(h, s)$ in Region 3 sowie $T_{sat}(h, s)$ in Region 4 [13].

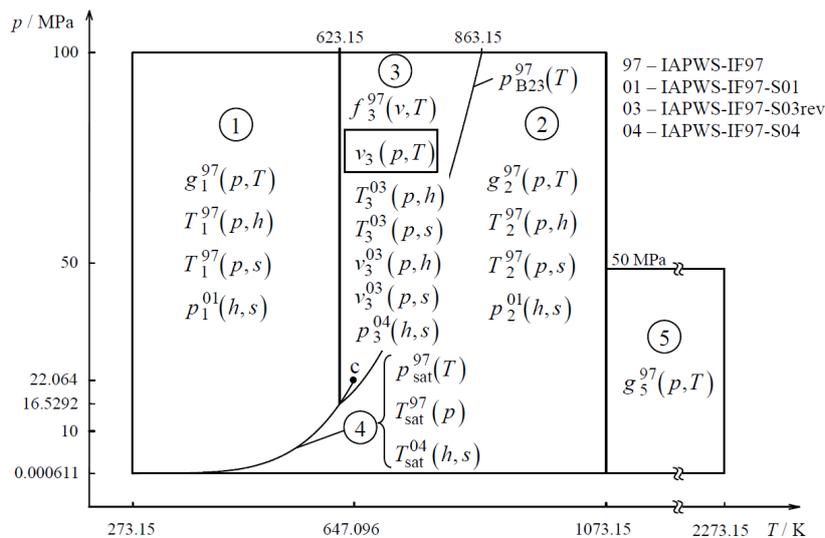


Abbildung 2.8: Regionen und Gleichungen der IAPWS-IF97 und Supplementary Releases mit hervorgehobener Rückwärtsfunktion des betrachteten Supplementary Releases [10, Abb. 1]

Da das spezifische Volumen in Region 3 eine komplizierte Struktur hat, darunter auch eine unendliche Steilheit am kritischen Punkt, wird Region 3 in 26 Subregionen aufgeteilt. Die ersten 20 Subregionen decken fast den gesamten Bereich von Region 3 ab und werden in Kapitel 2.3.2 beschrieben. Für einen kleinen Bereich in der Nähe des kritischen Punktes werden die 6 weiteren Subregionen benötigt, um die numerische Konsistenz zu wahren. Diese finden sich in Kapitel 2.3.3. Eine grobe Aufteilung von Region 3 in Rückwärtsgleichungen und Zusatzgleichungen ist in Abbildung 2.11 dargestellt. Die genaue Aufteilung von Region 3 in die 26 Subregionen findet sich in Abbildung 2.9 und 2.10.

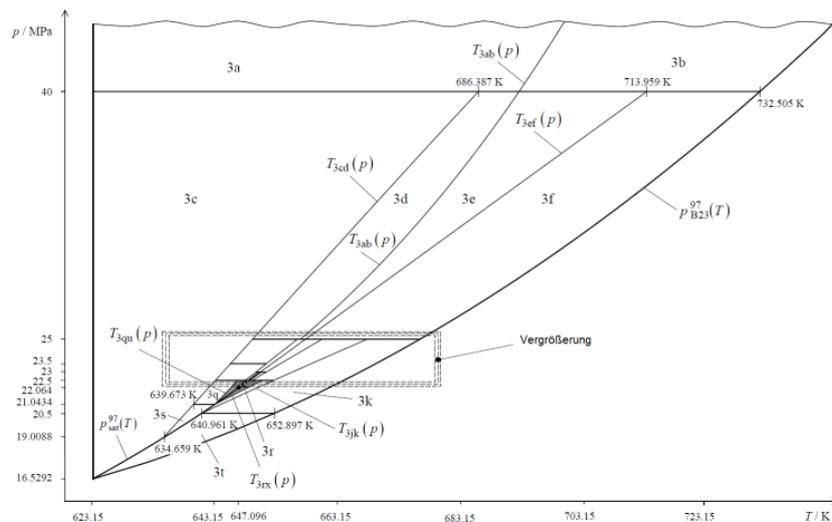


Abbildung 2.9: Aufteilung von Region 3 in Subregionen für die Rückwärtsgleichungen $v_3(p, T)$ [10, Abb. 3]

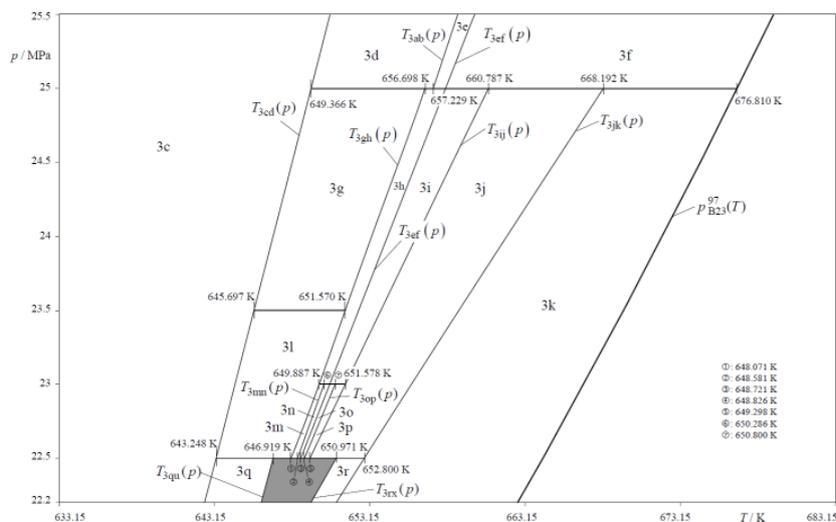


Abbildung 2.10: Vergrößerung eines Bereichs in der Abbildung 2.9 zur besseren Darstellung von Subregionen 3c bis 3r [10, Abb. 4]

Gültigkeitsbereich

Der Gültigkeitsbereich der Rückwärtsgleichungen dieses Kapitels ist in Abb. 2.11 dargestellt.

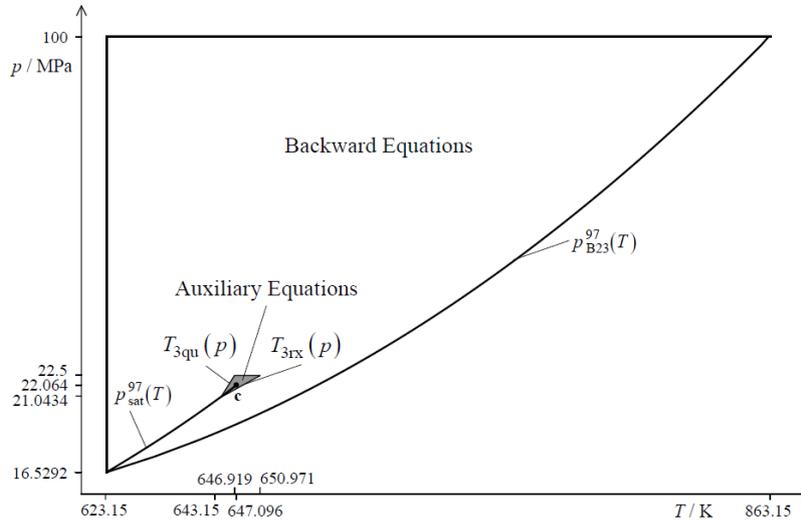


Abbildung 2.11: Aufteilung von Region 3 in Rückwärtsgleichungen und Zusatzgleichungen sowie Gültigkeitsbereiche dieser Gleichungen [10, Abb. 2]

2.3.2 Rückwärtsgleichungen $v(p, T)$ für die Subregionen 3a bis 3t

2.3.2.1 Grenzgleichungen

Um einen Eingangspunkt der korrekten Subregion zuordnen zu können, müssen verschiedene Referenztemperatur-Werte aus sogenannten Grenzgleichungen berechnet werden. Durch Vergleich der gegebenen Temperatur und des gegebenen Drucks mit den Grenzwerten lässt sich so die korrekte Subregion bestimmen, siehe Tabelle 2.12.

Die Grenzgleichungen zur Einordnung in die korrekte Subregion bilden sich, mit Ausnahme von $T_{3ab}(p)$, $T_{3ef}(p)$ und $T_{3op}(p)$, zu

$$\frac{T(p)}{1 \text{ K}} = \theta(\pi) = \sum_{i=1}^N n_i \pi^{I_i} \quad (2.3.1)$$

mit $\theta = T/(1 \text{ K})$ und $\pi = p/(1 \text{ MPa})$. Die Koeffizienten n_i und Exponenten I_i sind Tabelle A.24 zu entnehmen. N bezieht sich auf den maximalen Index.

Die Grenzgleichungen $T_{3ab}(p)$ und $T_{3op}(p)$ sind gegeben mit

$$\frac{T(p)}{1 \text{ K}} = \theta(\pi) = \sum_{i=1}^N n_i (\ln \pi)^{I_i} \quad (2.3.2)$$

mit $\theta = T/(1 \text{ K})$ und $\pi = p/(1 \text{ MPa})$. Die Koeffizienten n_i und Exponenten I_i sind Tabelle A.24 zu entnehmen. N bezieht sich auf den maximalen Index.

Die Grenzgleichung $T_{3ef}(p)$ ergibt sich zu

$$\frac{T_{3ef}(p)}{1 \text{ K}} = \theta_{3ef}(\pi) = \left. \frac{\partial \theta_{sat}}{\partial \pi} \right|_c (\pi - 22,064) + 647,096 \quad (2.3.3)$$

mit $\theta = T/(1 \text{ K})$, $\pi = p/(1 \text{ MPa})$ und $(\partial \theta_{sat}/\partial \pi)|_c = 3,727\,888\,004$.

Die Gleichung $T_{3ab}(p)$ approximiert die kritische Isentrope von 25 MPa bis 100 MPa und bildet die Grenze zwischen den Subregionen 3a und 3d.

Die Gleichung $T_{3cd}(p)$ reicht von $p_{3cd} = 1,900\,881\,189\,173\,929 \cdot 10^1 \text{ MPa}$ bis 40 MPa. Der Druck von p_{3cd} ergibt sich aus $T_{sat}^{97}(p) - T_{3cd}(p) = 0$. Gleichung $T_{3cd}(p)$ bildet die Grenze zwischen den Subregionen 3d, 3g, 3l, 3q oder 3s und 3c.

Die Gleichung $T_{3gh}(p)$ reicht von 22,5 MPa bis 25 MPa und bildet die Grenze zwischen Subregionen 3h oder 3m und 3g oder 3l.

Die Gleichung $T_{3ij}(p)$ approximiert die Isochore $v = 0,0041 \text{ m}^3\text{kg}^{-1}$ von 22,5 MPa bis 25 MPa und bildet die Grenze zwischen Subregionen 3j und 3i oder 3p.

Die Gleichung $T_{3jk}(p)$ approximiert die Isochore $v = v''(20,5 \text{ MPa})$ von 20,5 MPa bis 25 MPa und bildet die Grenze zwischen Subregionen 3k und 3j oder 3r.

Die Gleichung $T_{3mn}(p)$ approximiert die Isochore $v = 0,0028 \text{ m}^3\text{kg}^{-1}$ von 22,5 MPa bis 23 MPa und bildet die Grenze zwischen Subregionen 3n und 3m.

Die Gleichung $T_{3op}(p)$ approximiert die Isochore $v = 0,0034 \text{ m}^3\text{kg}^{-1}$ von 22,5 MPa bis 23 MPa und bildet die Grenze zwischen Subregionen 3p und 3o.

Die Gleichung $T_{3qu}(p)$ approximiert die Isochore $v = v'(643,15 \text{ K})$ von $p = p_{sat}^{97}(643,15 \text{ K}) = 2,104\,336\,732 \cdot 10^1 \text{ MPa}$ bis 22,5 MPa und bildet die Grenze zwischen Subregionen 3q und 3r (vgl. Abb. 2.12).

Die Gleichung $T_{3rx}(p)$ approximiert die Isochore $v = v''(643,15 \text{ K})$ von $p = p_{sat}^{97}(643,15 \text{ K}) = 2,104\,336\,732 \cdot 10^1 \text{ MPa}$ bis 22,5 MPa und bildet die Grenze zwischen Subregionen 3r und 3x (vgl. Abb. 2.12).

Die Gleichung $T_{3ef}(p)$ ist eine gerade Linie von 22,064 MPa zu 40 MPa mit der Steigung der Sättigungstemperatur-Kurve der IAPWS-IF97 am kritischen Punkt. Sie trennt Subregionen 3f, 3i oder 3o von 3e, 3h oder 3n.

Tabelle 2.12: Einordnung eines gegebenen Druck-Temperatur-Punktes in die korrekte Subregion

Druckbereich	Temperaturbereich	Subregion
40 MPa < p ≤ 100 MPa	$T \leq T_{3ab}(p)$	3a
	$T > T_{3ab}(p)$	3b
25 MPa < p ≤ 40 MPa	$T \leq T_{3cd}(p)$	3c
	$T_{3cd}(p) < T \leq T_{3ab}(p)$	3d
	$T_{3ab}(p) < T \leq T_{3ef}(p)$	3e
	$T > T_{3ef}(p)$	3f

(wird fortgesetzt)

Tabelle 2.12: Einordnung eines gegebenen Druck-Temperatur-Punktes in die korrekte Subregion

Druckbereich	Temperaturbereich	Subregion
$23,5 \text{ MPa} < p \leq 25 \text{ MPa}$	$T \leq T_{3cd}(p)$	3c
	$T_{3cd}(p) < T \leq T_{3gh}(p)$	3g
	$T_{3gh}(p) < T \leq T_{3ef}(p)$	3h
	$T_{3ef}(p) < T \leq T_{3ij}(p)$	3i
	$T_{3ij}(p) < T \leq T_{3jk}(p)$	3j
	$T > T_{3jk}(p)$	3k
$23 \text{ MPa} < p \leq 23,5 \text{ MPa}$	$T \leq T_{3cd}(p)$	3c
	$T_{3cd}(p) < T \leq T_{3gh}(p)$	3l
	$T_{3gh}(p) < T \leq T_{3ef}(p)$	3h
	$T_{3ef}(p) < T \leq T_{3ij}(p)$	3i
	$T_{3ij}(p) < T \leq T_{3jk}(p)$	3j
	$T > T_{3jk}(p)$	3k
$22,5 \text{ MPa} < p \leq 23 \text{ MPa}$	$T \leq T_{3cd}(p)$	3c
	$T_{3cd}(p) < T \leq T_{3gh}(p)$	3l
	$T_{3gh}(p) < T \leq T_{3mn}(p)$	3m
	$T_{3mn}(p) < T \leq T_{3ef}(p)$	3n
	$T_{3ef}(p) < T \leq T_{3op}(p)$	3o
	$T_{3op}(p) < T \leq T_{3ij}(p)$	3p
	$T_{3ij}(p) < T \leq T_{3jk}(p)$	3j
	$T > T_{3jk}(p)$	3k
$p_{sat}^{97}(643,15 \text{ K}) < p \leq 22,5 \text{ MPa}$	$T \leq T_{3cd}(p)$	3c
	$T_{3cd}(p) < T \leq T_{3qu}(p)$	3q
	$T_{3rx}(p) < T \leq T_{3jk}(p)$	3r
	$T > T_{3jk}(p)$	3k
$20,5 \text{ MPa} < p \leq p_{sat}^{97}(643,15 \text{ K})$	$T \leq T_{3cd}(p)$	3c
	$T_{3cd}(p) < T \leq T_{sat}^{97}(p)$	3s
	$T_{sat}^{97}(p) \leq T \leq T_{3jk}(p)$	3r
	$T > T_{3jk}(p)$	3k
$p_{3cd} < p \leq 20,5 \text{ MPa}$	$T \leq T_{3cd}(p)$	3c
	$T_{3cd}(p) < T \leq T_{sat}^{97}(p)$	3s
	$T \geq T_{sat}^{97}(p)$	3t
$p_{sat}^{97}(643,15 \text{ K}) < p \leq p_{3cd}$	$T \leq T_{sat}^{97}(p)$	3c
	$T \geq T_{sat}^{97}(p)$	3t
$p_{3cd} = 1,900\ 881\ 189\ 173\ 929 \cdot 10^1 \text{ MPa}$		

2.3.2.2 Rückwärtsgleichungen

Die Rückwärtsgleichungen $v(p, T)$ für die Subregionen 3a bis 3t, mit Ausnahme von 3n, ergeben sich in ihrer dimensionslosen Form zu

$$\frac{v(p, T)}{v^*} = \omega(\pi, \theta) = \left[\sum_{i=1}^N n_i [(\pi - a)^c]^{I_i} [(\theta - b)^d]^{J_i} \right]^e \quad (2.3.4)$$

Die Rückwärtsgleichung $v_{3n}(p, T)$ für Subregion 3n ergibt sich in ihrer dimensionslosen Form zu

$$\frac{v_{3n}(p, T)}{v^*} = \omega_{3n}(\pi, \theta) = \exp \left[\sum_{i=1}^N n_i (\pi - a)^{I_i} (\theta - b)^{J_i} \right] \quad (2.3.5)$$

Für Gleichungen (2.3.4) und (2.3.5) gilt $\omega = v/v^*$, $\pi = p/p^*$ und $\theta = T/T^*$. Die Anzahl der Koeffizienten N , die reduzierenden Größen v^* , p^* und T^* , die nicht-linearen Parameter a und b und die Exponenten c , d und e sind für die Subregionen 3a bis 3t in Tabelle 2.13 aufgeführt. Die Koeffizienten n_i und Exponenten I_i und J_i aller Gleichungen finden sich in Tabellen A.25 bis A.44.

Tabelle 2.13: Anzahl der Koeffizienten N , reduzierende Größen v^* , p^* und T^* , nicht-lineare Parameter a , b und Exponenten c , d und e von Gleichungen (2.3.4) und (2.3.5)

Subregion	v^*	p^*	T^*	N	a	b	c	d	e
3a	0,0024	100	760	30	0,085	0,817	1	1	1
3b	0,0041	100	860	32	0,280	0,779	1	1	1
3c	0,0022	40	690	35	0,259	0,903	1	1	1
3d	0,0029	40	690	38	0,559	0,939	1	1	4
3e	0,0032	40	710	29	0,587	0,918	1	1	1
3f	0,0064	40	730	42	0,587	0,891	0,5	1	4
3g	0,0027	25	660	38	0,872	0,971	1	1	4
3h	0,0032	25	660	29	0,898	0,983	1	1	4
3i	0,0041	25	660	42	0,910	0,984	0,5	1	4
3j	0,0054	25	670	29	0,875	0,964	0,5	1	4
3k	0,0077	25	680	34	0,802	0,935	1	1	1
3l	0,0026	24	650	43	0,908	0,989	1	1	4
3m	0,0028	23	650	40	1	0,997	1	0,25	1
3n	0,0031	23	650	39	0,976	0,997	0	0	0
3o	0,0034	23	650	24	0,974	0,996	0,5	1	1
3p	0,0041	23	650	27	0,972	0,997	0,5	1	1
3q	0,0022	23	650	24	0,848	0,983	1	1	4
3r	0,0054	23	650	27	0,874	0,982	1	1	1
3s	0,0022	21	640	29	0,886	0,990	1	1	4
3t	0,0088	20	650	33	0,803	1,02	1	1	1

2.3.3 Zusatzgleichungen $v(p, T)$ für die Subregionen nahe dem kritischen Punkt

Die Zusatzgleichungen beschreiben die Subregionen 3u bis 3z, die sich sehr nahe am kritischen Punkt befinden.

Gültigkeitsbereich

Die Zusatzgleichungen sind gültig im Bereich (siehe Abb. 2.12):

$$T_{3qu}(p) < T \leq T_{3rx}(p) \quad p_{sat}^{97}(643,15 \text{ K}) < p \leq 22,5 \text{ MPa}$$

2.3.3.1 Grenzgleichungen

Die Grenzgleichung $T_{3uv}(p)$ hat die Form der Gleichung (2.3.1) und die Grenzgleichung $T_{3wx}(p)$ hat die Form der Gleichung (2.3.2). Die Koeffizienten n_i und Exponenten I_i der Grenzgleichungen finden sich in Tabelle A.45. Die Einteilung eines gegebenen Druck- und Temperaturpunktes in die korrekte Subregion wird in Tabellen 2.14 und 2.15 erläutert.

Tabelle 2.14: Einordnung eines gegebenen Druck-Temperatur-Punktes in die korrekte Subregion, 3u oder 3z, für den überkritischen Druckbereich

Überkritischer Druckbereich		
Druckbereich	Temperaturbereich	Subregion
22,11 MPa < p ≤ 22,5 MPa	$T_{3qu}(p) < T \leq T_{3uv}(p)$	3u
	$T_{3ef}(p) < T \leq T_{3wx}(p)$	3w
	$T_{3uv}(p) < T \leq T_{3ef}(p)$	3v
	$T_{3wx}(p) < T \leq T_{3rx}(p)$	3x
22,064 MPa < p ≤ 22,11 MPa	$T_{3qu}(p) < T \leq T_{3uv}(p)$	3u
	$T_{3ef}(p) < T \leq T_{3wx}(p)$	3z
	$T_{3uv}(p) < T \leq T_{3ef}(p)$	3y
	$T_{3wx}(p) < T \leq T_{3rx}(p)$	3x

Tabelle 2.15: Einordnung eines gegebenen Druck-Temperatur-Punktes in die korrekte Subregion, 3u oder 3z, für den unterkritischen Druckbereich

Unterkritischer Druckbereich			
Temp.	Druckbereich	Temperaturbereich	Subregion
$T \leq T_{sat}^{97}(p)$	$p_{sat}^{97}(0,00264 \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1}) < p \leq 22,064 \text{ MPa}$	$T_{3qu}(p) < T \leq T_{3uv}(p)$	3u
		$T_{3uv}(p) < T$	3y
	$p_{sat}^{97}(643,15 \text{ K}) < p \leq p_{sat}^{97}(0,00264 \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1})$	$T_{3qu}(p) < T$	3u
$T \geq T_{sat}^{97}(p)$	$p_{sat}^{97}(0,00385 \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1}) < p \leq 22,064 \text{ MPa}$	$T \leq T_{3wx}(p)$	3z
		$T_{3wx}(p) < T \leq T_{3rx}(p)$	3x
	$p_{sat}^{97}(643,15 \text{ K}) < p \leq p_{sat}^{97}(0,00385 \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1})$	$T \leq T_{3rx}(p)$	3x

$p_{sat}^{97}(0,00264 \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1}) = 2,193\,161\,551 \cdot 10^1 \text{ MPa}$
 $p_{sat}^{97}(0,00385 \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1}) = 2,190\,096\,265 \cdot 10^1 \text{ MPa}$

Die Gleichung $T_{3uv}(p)$ approximiert die Isochore $v = 0,00264 \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1}$ von $p = p_{sat}^{97}(0,00264 \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1}) = 2,193\,161\,551 \cdot 10^1 \text{ MPa}$ bis 22,5 MPa und bildet die Grenze zwischen Subregionen 3v oder 3y und 3u, siehe Abb. 2.12.

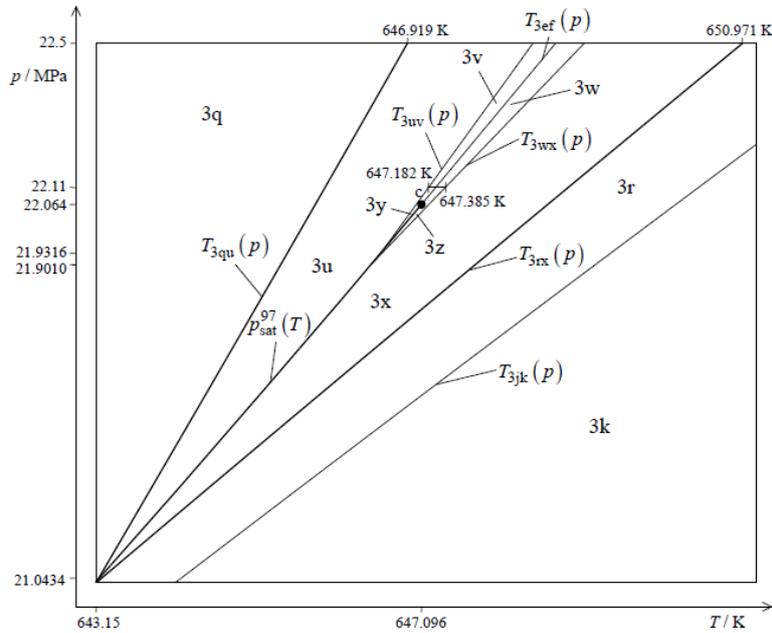


Abbildung 2.12: Aufteilung von Region 3 in Subregionen 3u bis 3z für die Zusatzgleichungen [10, Abb. 5]

Die Gleichung $T_{3wx}(p)$ approximiert die Isochore $v = 0,00385 \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1}$ von $p = p_{sat}^{97}(0,00385 \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1}) = 2,190096265 \cdot 10^1 \text{ MPa}$ bis 22,5 MPa und bildet die Grenze zwischen Subregionen 3x und 3w oder 3z, siehe Abb. 2.12.

2.3.3.2 Zusatzgleichungen

Die Zusatzgleichungen für Subregionen 3u bis 3z haben die selbe Form wie die dimensionslose Gleichung (2.3.4). Die Anzahl der Koeffizienten N , die reduzierenden Größen v^* , p^* und T^* , die nicht-linearen Parameter a und b und die Exponenten c , d und e sind für die Subregionen 3u bis 3z in Tabelle 2.16 aufgeführt. Die Koeffizienten n_i und Exponenten I_i und J_i aller Gleichungen finden sich in Tabellen A.46 bis A.51.

Tabelle 2.16: Anzahl der Koeffizienten N , reduzierende Größen v^* , p^* und T^* , nicht-lineare Parameter a , b und Exponenten c , d und e von Gleichung (2.3.4) für die Subregionen 3u bis 3z

Subregion	v^*	p^*	T^*	N	a	b	c	d	e
3u	0,0026	23	650	38	0,902	0,988	1	1	1
3v	0,0031	23	650	39	0,960	0,995	1	1	1
3w	0,0039	23	650	35	0,959	0,995	1	1	4
3x	0,0049	23	650	36	0,910	0,988	1	1	1
3y	0,0031	22	650	20	0,996	0,994	1	1	4
3z	0,0038	22	650	23	0,993	0,994	1	1	4

2.4 Supplementary Release „phs12“

Dieses Kapitel beschreibt die Gleichungen aus dem Supplementary Release „supp-phs12-2014“ (Kurzbezeichnung der IAPWS), welches Rückwärtsgleichungen für den Druck als Funktion von Enthalpie und Entropie für Regionen 1 und 2 liefert.

Sämtliche Gleichungen, Gültigkeitsbereiche und Anmerkungen in diesem Kapitel basieren auf [11].

2.4.1 Struktur

Abbildung 2.13 zeigt alle Regionen der IAPWS-IF97 sowie die Gleichungen und Rückwärtsgleichungen der IAPWS-IF97. Die Rückwärtsgleichungen dieses Kapitels sind dabei hervorgehoben. Die Regionsgrenzen wurden für Region 1 in Kapitel 2.1.2 und für Region 2 in Kapitel 2.1.3 beschrieben.

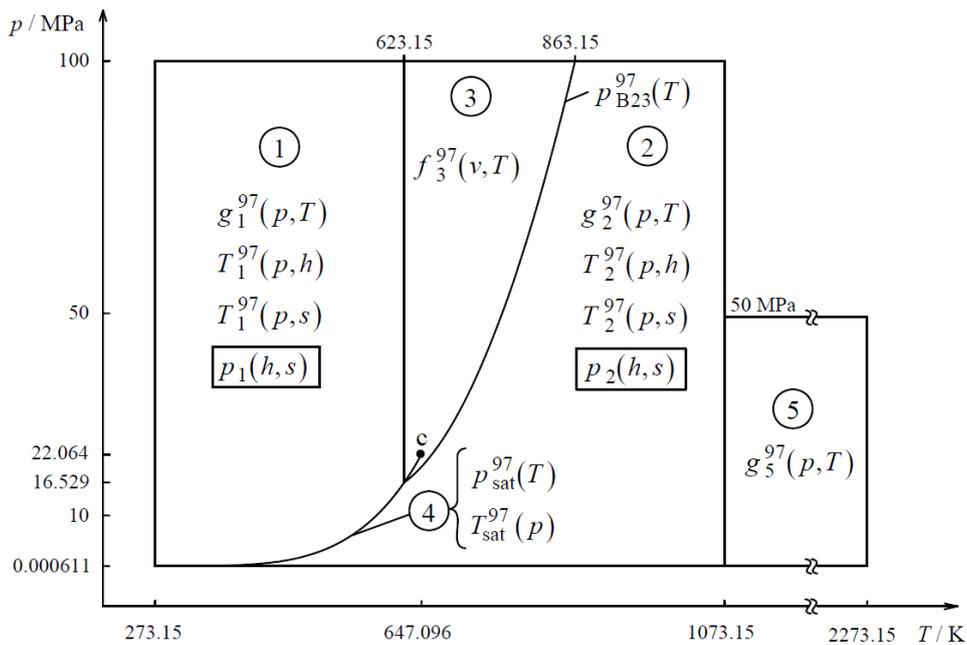


Abbildung 2.13: Regionen und Gleichungen der IAPWS-IF97 und Supplementary Releases mit hervorgehobener Rückwärtsfunktion des betrachteten Supplementary Releases [11, Abb. 1]

2.4.2 Rückwärtsgleichung $p(h, s)$ für Region 1

Die Rückwärtsgleichung $p(h, s)$ für Region 1 bildet sich in ihrer dimensionslosen Form zu

$$\frac{p_1(h, s)}{100 \text{ MPa}} = \pi(\eta, \sigma) = \sum_{i=1}^{19} n_i (\eta + 0,05)^{I_i} (\sigma + 0,05)^{J_i} \quad (2.4.1)$$

mit $\pi = p/(100 \text{ MPa})$, $\eta = h/(3400 \text{ kJ kg}^{-1})$ und $\sigma = s/(7,6 \text{ kJ kg}^{-1} \text{ K}^{-1})$. Die Koeffizienten n_i und die Exponenten I_i und J_i sind in Tabelle A.52 angeführt.

2.4.3 Rückwärtsgleichungen $p(h, s)$ für Region 2

Region 2 wurde von der IAPWS-IF97 zur Berechnung der Rückwärtsgleichungen $T(p, h)$ und $T(p, s)$ in drei Unterregionen aufgeteilt, siehe Kapitel 2.1.3.2. Diese drei Unterregionen 2a, 2b und 2c kommen auch bei der Bestimmung von $p(h, s)$ zum Einsatz. Die Einteilung des gesamten p, T -Bereichs in die Regionen 1 und 2a, 2b und 2c wird in Abbildung 2.14 dargestellt.

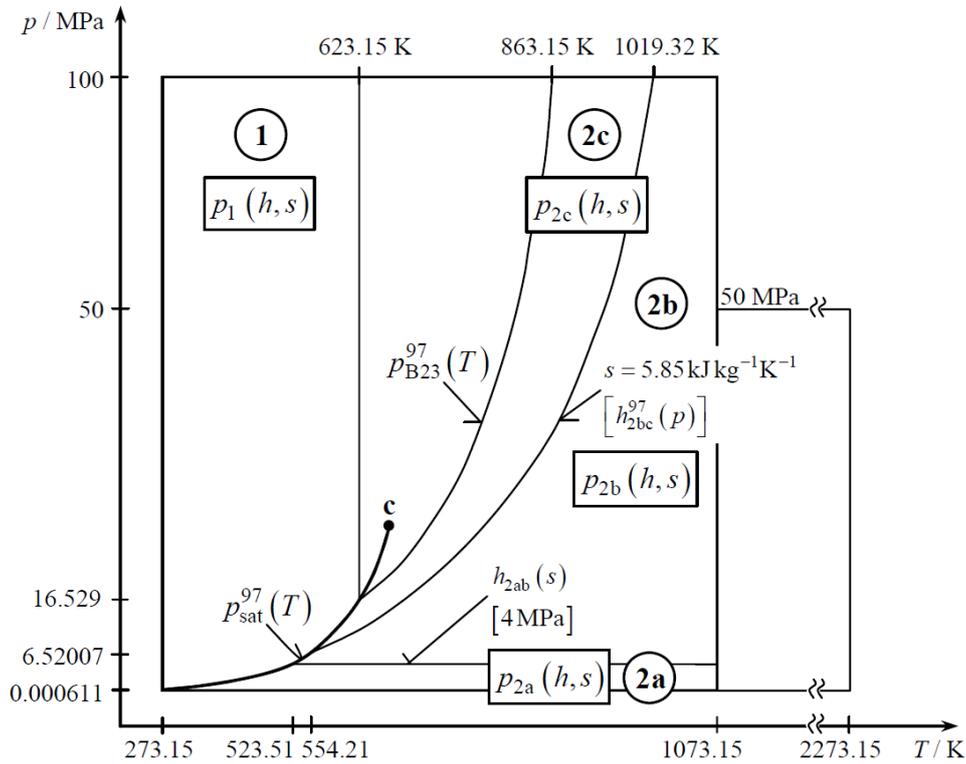


Abbildung 2.14: Regionen und Subregionen des p, T Bereichs in Bezug auf die Rückwärtsgleichungen $p(h, s)$ [11, Abb. 2]

Die Grenze zwischen Subregionen 2a und 2b entspricht der Isobaren $p = 4$ MPa. Um eine Einteilung in die Subregionen 2a oder 2b bei gegebener Enthalpie und Entropie zu ermöglichen, muss die folgende Grenzgleichung, $h_{2ab}(s)$, verwendet werden:

$$\frac{h_{2ab}(s)}{1 \text{ kJ kg}^{-1}} = \eta(\sigma) = n_1 + n_2\sigma + n_3\sigma^2 + n_4\sigma^3 \quad (2.4.2)$$

mit $\eta = h/(1 \text{ kJ kg}^{-1})$, $\sigma = s/(1 \text{ kJ kg}^{-1} \text{ K}^{-1})$ und den Koeffizienten n_1 bis n_4 aus Tabelle A.53.

Die Grenzgleichung¹⁵ $h_{2ab}(s)$ erstreckt sich von $s''(p = 4 \text{ MPa})$ auf der Taulinie zu $s_2^{97}(p = 4 \text{ MPa}, T = 1073,15 \text{ K})$, siehe Abb. 2.14. Die Grenze zwischen den Subregionen 2b und 2c bildet die Isentrope $s = 5,85 \text{ kJ kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$, was einen direkten Vergleich der eingegebenen Entropie-Werte ermöglicht.

Subregion 2a

Die Rückwärtsgleichung $p_{2a}(h, s)$ für Subregion 2a bildet sich in ihrer dimensionslosen Form zu

$$\frac{p_{2a}(h, s)}{4 \text{ MPa}} = \pi(\eta, \sigma) = \left[\sum_{i=1}^{29} n_i(\eta - 0,5)^{I_i}(\sigma - 1,2)^{J_i} \right]^4 \quad (2.4.3)$$

mit $\pi = p/(4 \text{ MPa})$, $\eta = h/(4200 \text{ kJ kg}^{-1})$ und $\sigma = s/(12 \text{ kJ kg}^{-1} \text{ K}^{-1})$. Die Koeffizienten n_i und die Exponenten I_i und J_i von Gl. (2.4.3) sind in Tabelle A.54 angeführt.

Subregion 2b

Die Rückwärtsgleichung $p_{2b}(h, s)$ für Subregion 2b bildet sich in ihrer dimensionslosen Form zu

$$\frac{p_{2b}(h, s)}{100 \text{ MPa}} = \pi(\eta, \sigma) = \left[\sum_{i=1}^{33} n_i(\eta - 0,6)^{I_i}(\sigma - 1,01)^{J_i} \right]^4 \quad (2.4.4)$$

mit $\pi = p/(100 \text{ MPa})$, $\eta = h/(4100 \text{ kJ kg}^{-1})$ und $\sigma = s/(7,9 \text{ kJ kg}^{-1} \text{ K}^{-1})$. Die Koeffizienten n_i und die Exponenten I_i und J_i von Gl. (2.4.4) sind in Tabelle A.55 angeführt.

Subregion 2c

Die Rückwärtsgleichung $p_{2c}(h, s)$ für Subregion 2c bildet sich in ihrer dimensionslosen Form zu

$$\frac{p_{2c}(h, s)}{100 \text{ MPa}} = \pi(\eta, \sigma) = \left[\sum_{i=1}^{31} n_i(\eta - 0,7)^{I_i}(\sigma - 1,1)^{J_i} \right]^4 \quad (2.4.5)$$

mit $\pi = p/(100 \text{ MPa})$, $\eta = h/(3500 \text{ kJ kg}^{-1})$ und $\sigma = s/(5,9 \text{ kJ kg}^{-1} \text{ K}^{-1})$. Die Koeffizienten n_i und die Exponenten I_i und J_i von Gl. (2.4.5) sind in Tabelle A.56 angeführt.

¹⁵Aufgrund ihrer simplen Form beschreibt Gleichung (2.4.2) die Isobare $p = 4$ MPa nicht exakt. Die maximale Druckabweichung beträgt 22 kPa [11, S. 7]

2.4.4 Rückwärtsgleichungen $T(h, s)$ für Regionen 1 und 2

Die in Kapitel 2.4.2 und 2.4.3 angeführten Rückwärtsgleichungen $p(h, s)$ zusammen mit den Rückwärtsgleichungen $T^{97}(p, h)$ der IAPWS-IF97, Kapitel 2.1.3.2, ermöglichen die Berechnung von $T(h, s)$ in den Regionen 1 und 2 ohne Iteration. Die Vorgangsweise wird im Supplementary Release wie folgt angeführt:

Region 1

Zuerst wird der Druck mittels $p_1(h, s)$, Gl. (2.4.1), berechnet. Daraus wird dann die Temperatur T mittels der IAPWS-IF97 Gleichung T_1^{97} , Gl. (2.1.14), siehe Kapitel 2.1.2.1.1, ermittelt.

Region 2

Mittels der Grenzgleichung $h_{2ab}(s)$, Gl. (2.4.2), und der Isentropen $s = 5,85 \text{ kJ kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ wird die entsprechend Subregion 2a, 2b oder 2c für gegebene Enthalpie und Entropie ermittelt. Der Druck p für diese Subregion kann dann mittels den Gleichungen $p_{2a}(h, s)$, Gl. (2.4.3), $p_{2b}(h, s)$, Gl. (2.4.4), oder $p_{2c}(h, s)$, Gl. (2.4.5), ermittelt werden.

Danach verwendet man die IAPWS-IF97 Grenzgleichung $h_{2bc}^{97}(p)$, Gl. (2.1.37), und die Isobare $p = 4 \text{ MPa}$, um die IAPWS-IF97 Subregion 2a, 2b oder 2c für den gegebenen Wert der Enthalpie und den berechneten Druck zu bestimmen. Daraus wird mittels der IAPWS-IF97 Rückwärtsgleichungen $T_{2a}^{97}(p, h)$, Gl. (2.1.39), $T_{2b}^{97}(p, h)$, Gl. (2.1.40), oder $T_{2c}^{97}(p, h)$, Gl. (2.1.41), die Temperatur ermittelt, siehe Kapitel 2.1.3.2.1.

2.5 Supplementary Release „phs3“

Dieses Kapitel beschreibt die Gleichungen aus dem Supplementary Release „supp-phs3-2014“ (Kurzbezeichnung der IAPWS), welches Rückwärtsgleichungen für den Druck als Funktion von Enthalpie und Entropie für Region 3 liefert sowie die Vorgangsweise zur Berechnung von $T(h, s)$ und $v(h, s)$ beschreibt. Weiters werden darin Gleichungen für die Regionsgrenzen in Abhängigkeit von Enthalpie und Entropie und die Gleichung $T_{sat}(h, s)$ für die Zweiphasenregion angegeben.

2.5.1 Struktur

Abbildung 2.8 zeigt alle Regionen der IAPWS-IF97 sowie die Gleichungen, Grenzgleichungen und Rückwärtsgleichungen inklusive einiger Supplementary Releases. Die Rückwärtsgleichung dieses Kapitels ist dabei hervorgehoben. Bei der Bezeichnung „IAPWS-IF97-S01“ handelt es sich um das Supplementary Release zur Berechnung von $p(h, s)$ in Region 1 und 2 [11]. Die Bezeichnung „IAPWS-IF97-S03“ beschreibt das Supplementary Release zur Berechnung von $T(p, h)$, $v(p, h)$, $T(p, s)$ und $v(p, s)$ in Region 3 [12].

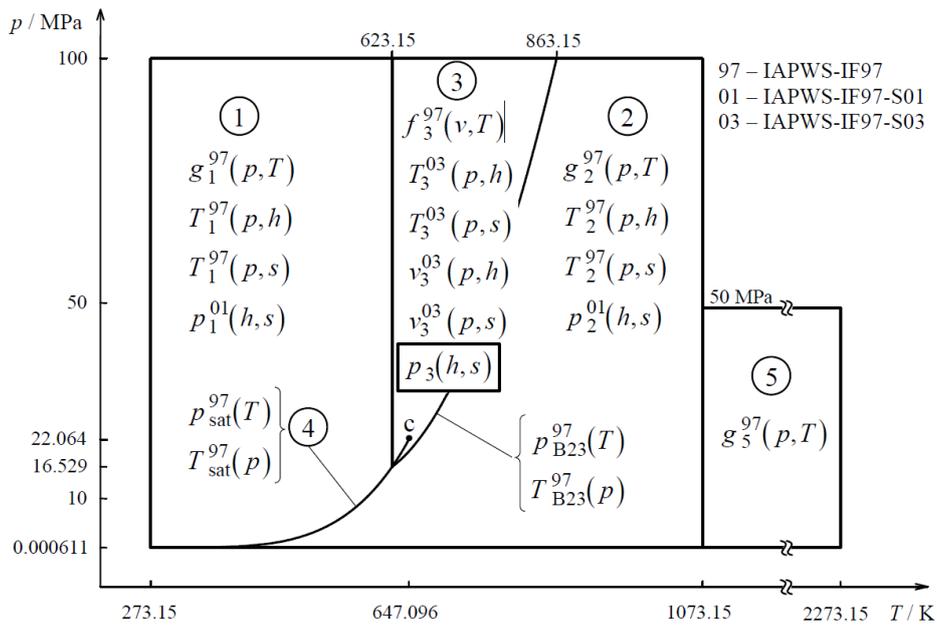


Abbildung 2.15: Regionen und Gleichungen der IAPWS-IF97 und Supplementary Releases mit hervorgehobener Rückwärtsgleichung des betrachteten Supplementary Releases [13, Abb. 1]

Die Rückwärtsgleichung in diesem Kapitel bezieht sich auf Region 3, die definiert ist als:

$$623,15 \text{ K} \leq T \leq 863,15 \text{ K} \quad p_{B23}^{97}(T) \leq p \leq 100 \text{ MPa}$$

mit $p_{B23}^{97}(T)$ definiert als B23 Grenzgleichung, Gl. (2.1.45), der IAPWS-IF97, siehe Kapitel 2.1.4.

Region 3 wird zur Berechnung der Rückwärtsgleichungen $p_3(h, s)$ in zwei Subregionen 3a und 3b aufgeteilt, siehe Abb. 2.16. Sie entsprechen den Subregionen der Rückwärtsgleichungen des Supplementary Releases zur Berechnung von $T(p, h)$, $v(p, h)$, $T(p, s)$ und $v(p, s)$, siehe Kapitel 2.6.1. Tabelle 2.17 beschreibt, wie für einen gegebenen Enthalpie-Entropie-Punkt die korrekte Subregion bestimmt wird, wobei sich p_c auf den kritischen Druck, Gl. (1.4), und die kritische Isentrope $s_c = 4,412\,021\,482\,234\,76 \text{ kJ kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ bezieht. Die Grenzgleichungen $h'_{3a}(s)$, Gl. (2.5.4), und $h''_{2c3b}(s)$, Gl. (2.5.6), sind in Kapitel 2.5.5 näher beschrieben.

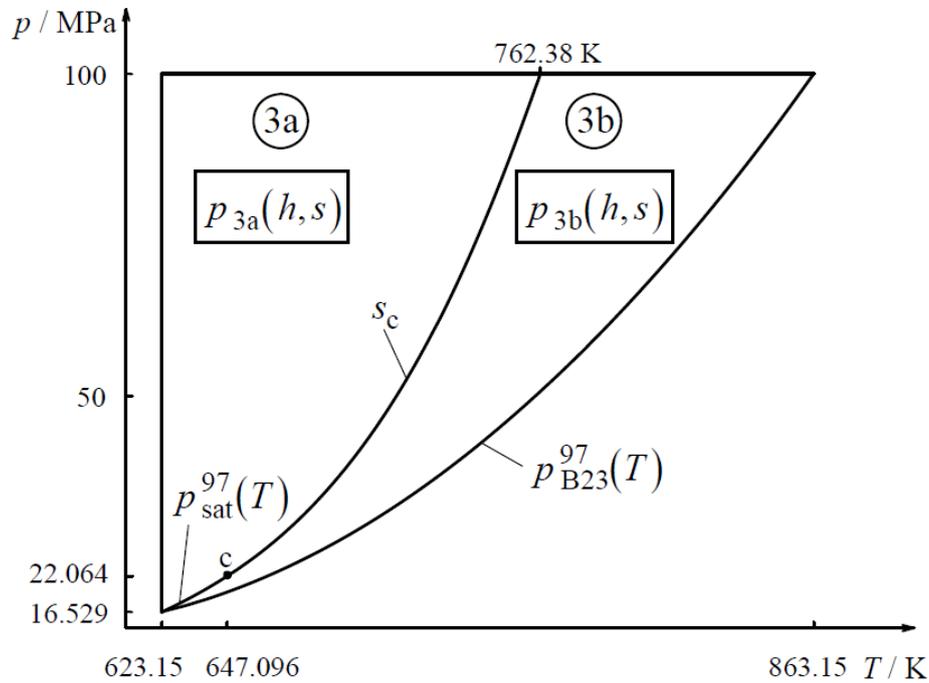


Abbildung 2.16: Aufteilung von Region 3 in Subregionen 3a und 3b [13, Abb. 2]

Tabelle 2.17: Kriterien zur Einteilung in die korrekte Subregion, 3a oder 3b, für die Rückwärtsgleichung $p(h, s)$

	Subregion	
	3a	3b
$p < p_c$:	$h \leq h'_{3a}(s)$	$h \geq h''_{2c3b}(s)$
$p \geq p_c$:	$s \leq s_c$	$s > s_c$

2.5.2 Rückwärtsgleichungen $p(h, s)$

Subregion 3a

Die Rückwärtsgleichung für Subregion 3a ergibt sich in ihrer dimensionslosen Form zu

$$\frac{p_{3a}(h, s)}{99 \text{ MPa}} = \pi_{3a}(\eta, \sigma) = \sum_{i=1}^{33} n_i (\eta - 1,01)^{I_i} (\sigma - 0,750)^{J_i} \quad (2.5.1)$$

mit $\pi = p/(99 \text{ MPa})$, $\eta = h/(2300 \text{ kJ kg}^{-1})$ und $\sigma = s/(4,4 \text{ kJ kg}^{-1} \text{ K}^{-1})$. Die Koeffizienten n_i und Exponenten I_i und J_i finden sich in Tabelle A.57.

Subregion 3b

Die Rückwärtsgleichung für Subregion 3b ergibt sich in ihrer dimensionslosen Form zu

$$\frac{16,6 \text{ MPa}}{p_{3b}(h, s)} = \frac{1}{\pi_{3b}}(\eta, \sigma) = \sum_{i=1}^{35} n_i (\eta - 0,681)^{I_i} (\sigma - 0,792)^{J_i} \quad (2.5.2)$$

mit $\pi = p/(16,6 \text{ MPa})$, $\eta = h/(2800 \text{ kJ kg}^{-1})$ und $\sigma = s/(5,3 \text{ kJ kg}^{-1} \text{ K}^{-1})$. Die Koeffizienten n_i und Exponenten I_i und J_i finden sich in Tabelle A.58.

2.5.3 Berechnung von $T(h, s)$ in Region 3

Die $p_3(h, s)$ Gleichungen in Kapitel 2.5.2 zusammen mit den Rückwärtsgleichungen $T_3^{03}(p, h)$ des Supplementary Releases IAPWS-IF97-S03¹⁶ in Kapitel 2.6.2 ermöglicht die Ermittlung der Temperatur T aus Enthalpie und Entropie ohne Iteration.

Zuerst muss die Subregion von Region 3, wie in Kapitel 2.5.1 beschrieben, identifiziert werden. Dann wird der Druck p über Gleichung $p_{3a}(h, s)$, Gl. (2.5.1), oder $p_{3b}(h, s)$, Gl. (2.5.2), ermittelt.

Mit dem berechneten Druck und der gegebenen Enthalpie¹⁷ kann dann mit den Gleichungen $T_{3a}^{03}(p, h)$, Gl. (2.6.2), oder $T_{3b}^{03}(p, h)$, Gl. (2.6.3), nachdem die korrekte Subregion wie in Kapitel 2.6.2 beschrieben bestimmt wurde, die gesuchte Temperatur berechnet werden.

2.5.4 Berechnung von $v(h, s)$ in Region 3

Die $p_3(h, s)$ Gleichungen in Kapitel 2.5.2 zusammen mit den Rückwärtsgleichungen $v_3^{03}(p, s)$ des Supplementary Releases IAPWS-IF97-S03 in Kapitel 2.6.3 ermöglicht die Ermittlung der Temperatur T aus Enthalpie und Entropie ohne Iteration.

¹⁶Entspricht der Kurzbezeichnung „supp-Tv(ph,ps)3-2014“

¹⁷Die Gleichung $T_3(p, h)$ führt in diesem Fall zu besserer numerischer Konsistenz als die Gleichung $T_3(p, s)$ [13, S.11]

Die Grenze zwischen den Regionen 2 und 3 ist durch die B23-Gleichung der IAPWS-IF97 definiert, siehe Kapitel 2.1.4. Da diese Gleichung für eine gegebene Entropie mehrere Enthalpie-Werte ergibt, siehe Abbildung 2.17, müsste diese Gleichung in drei Subregionen aufgeteilt werden und für jede dieser Subregionen mittels Iteration die B23-Grenze bestimmt werden. Um das zu vermeiden, ist die Regionsgrenze zwischen Regionen 2 und 3 über die Gleichungen $T_{B23}(h, s)$, Gl. (2.5.8), und $p_{2c}^{01}(h, s)$, Gl. (2.4.5), zu bestimmen. Bei der Bezeichnung „IAPWS-IF97-S01“ in Abb. 2.17 handelt es sich um das Supplementary Release zur Berechnung von $p(h, s)$ in Region 1 und 2 [11].

2.5.5.1 Grenzgleichungen $h'_1(s)$ und $h'_{3a}(s)$ für die Siedelinie

Grenzgleichung $h'_1(s)$

Gleichung $h'_1(s)$ beschreibt die Siedelinie von der Tripelpunktstemperatur $T_t = 273,16$ K, Gl. (1.7), zu 623,15 K und kann auf 273,15 K extrapoliert werden, sodass folgender Bereich abgedeckt wird:

$$s'(273,15 \text{ K}) \leq s \leq s'(623,15 \text{ K})$$

mit $s'(273,15 \text{ K}) = -1,545\,495\,919 \cdot 10^{-4} \text{ kJ kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ und $s'(623,15 \text{ K}) = 3,778\,281\,340 \text{ kJ kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$.

Die Grenzgleichung bildet sich zu

$$\frac{h'_1(s)}{1700 \text{ kJ kg}^{-1}} = \eta'_1(\sigma) = \sum_{i=1}^{27} n_i (\sigma - 1,09)^{I_i} (\sigma + 0,366 \cdot 10^{-4})^{J_i} \quad (2.5.3)$$

mit $\eta = h/(1700 \text{ kJ kg}^{-1})$ und $\sigma = s/(3,8 \text{ kJ kg}^{-1} \text{ K}^{-1})$. Die Koeffizienten n_i und Exponenten I_i und J_i finden sich in Tabelle A.59.

Grenzgleichung $h'_{3a}(s)$

Gleichung $h'_{3a}(s)$ beschreibt die Siedelinie im folgenden Entropiebereich:

$$s'(623,15 \text{ K}) \leq s \leq s_c$$

mit $s'(623,15 \text{ K}) = 3,778\,281\,340 \text{ kJ kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ und $s_c = 4,412\,021\,482\,234\,76 \text{ kJ kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$.

Die Grenzgleichung bildet sich zu

$$\frac{h'_{3a}(s)}{1700 \text{ kJ kg}^{-1}} = \eta'_{3a}(\sigma) = \sum_{i=1}^{19} n_i (\sigma - 1,09)^{I_i} (\sigma + 0,366 \cdot 10^{-4})^{J_i} \quad (2.5.4)$$

mit $\eta = h/(1700 \text{ kJ kg}^{-1})$ und $\sigma = s/(3,8 \text{ kJ kg}^{-1} \text{ K}^{-1})$. Die Koeffizienten n_i und Exponenten I_i und J_i finden sich in Tabelle A.60.

2.5.5.2 Grenzgleichungen $h''_{2ab}(s)$ und $h''_{2c3b}(s)$ für die Taulinie

Grenzgleichung $h''_{2ab}(s)$

Gleichung $h''_{2ab}(s)$ beschreibt die Taulinie vom Tripelpunkt zu $5,85 \text{ kJ kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ und kann auf $273,15 \text{ K}$ extrapoliert werden, so dass sie folgenden Entropiebereich abdeckt:

$$5,85 \text{ kJ kg}^{-1} \text{ K}^{-1} \leq s \leq s''(273,15 \text{ K})$$

mit $s''(273,15 \text{ K}) = 9,155\,759\,395 \text{ kJ kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$.

Die Grenzgleichung bildet sich zu

$$\frac{h''_{2ab}(s)}{2800 \text{ kJ kg}^{-1}} = \eta''_{2ab}(\sigma) = \exp \left[\sum_{i=1}^{30} n_i (\sigma_1^{-1} - 0,513)^{I_i} (\sigma_2 - 0,524)^{J_i} \right] \quad (2.5.5)$$

mit $\eta = h/(2800 \text{ kJ kg}^{-1})$, $\sigma_1 = s/(5,21 \text{ kJ kg}^{-1} \text{ K}^{-1})$ und $\sigma_2 = s/(9,2 \text{ kJ kg}^{-1} \text{ K}^{-1})$. Die Koeffizienten n_i und Exponenten I_i und J_i finden sich in Tabelle A.61.

Grenzgleichung $h''_{2c3b}(s)$

Gleichung $h''_{2c3b}(s)$ beschreibt die Siedelinie im folgenden Entropiebereich:

$$s_c \leq s \leq 5,85 \text{ kJ kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$$

mit $s_c = 4,412\,021\,482\,234\,76 \text{ kJ kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$.

Die Grenzgleichung bildet sich zu

$$\frac{h''_{2c3b}(s)}{2800 \text{ kJ kg}^{-1}} = \eta''_{2c3b}(\sigma) = \left[\sum_{i=1}^{16} n_i (\sigma - 1,02)^{I_i} (\sigma - 0,726)^{J_i} \right] \quad (2.5.6)$$

mit $\eta = h/(2800 \text{ kJ kg}^{-1})$ und $\sigma = s/(5,9 \text{ kJ kg}^{-1} \text{ K}^{-1})$. Die Koeffizienten n_i und Exponenten I_i und J_i finden sich in Tabelle A.62.

2.5.5.3 Gleichung $h_{B13}(s)$ für die Grenze zwischen den Regionen 1 und 3

Die Gleichung $h_{B13}(s)$ beschreibt den Verlauf der Enthalpie als Funktion der Entropie für die Isotherme $T = 623,15 \text{ K}$ von der Siedelinie bis zu 100 MPa . Der Bereich bildet sich daher zu:

$$s(100 \text{ MPa}, 623,15 \text{ K}) \leq s \leq s'(623,15 \text{ K})$$

mit $s(100 \text{ MPa}, 623,15 \text{ K}) = 3,397\,782\,955 \text{ kJ kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ und $s'(623,15 \text{ K}) = 3,778\,281\,340 \text{ kJ kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$.

Die Grenzgleichung ergibt sich in ihrer dimensionslosen Form zu

$$\frac{T_{B23}(h, s)}{900 \text{ K}} = \theta_{B23}(\eta, \sigma) = \sum_{i=1}^{25} n_i (\eta - 0,727)^{I_i} (\sigma - 0,864)^{J_i} \quad (2.5.8)$$

mit $\theta = T/(900 \text{ K})$, $\eta = h/(3000 \text{ kJ kg}^{-1})$ und $\sigma = s/(5,3 \text{ kJ kg}^{-1} \text{ K}^{-1})$. Die Koeffizienten n_i und Exponenten I_i und J_i finden sich in Tabelle A.64.

2.5.6 Rückwärtsgleichungen $T_{sat}(h, s)$, $p_{sat}(h, s)$ und $x(h, s)$ für die Zweiphasenregion 4

Bei der Modellierung von Kreisprozessen und Dampfturbinen werden thermodynamische Zustandsgrößen auf Basis von Enthalpie und Entropie im Zweiphasengebiet benötigt. Der relevante Bereich für Dampfturbinenberechnungen befindet sich im Entropiebereich $s \geq s''$ (623,15 K) [13, S. 28], in dem die Sättigungstemperatur kleiner als 635,15 K ist und sich die Zweiphasenregion zwischen Regionen 1 und 2 befindet, vergleiche Abbildung 2.19. Um T_{sat} auf Basis von h, s berechnen zu können, wäre eine Iteration notwendig. Um das zu vermeiden, liefert das betrachtete Supplementary Release eine im anwendungsrelevanten Bereich gültige Rückwärtsfunktion $T_{sat}(h, s)$.

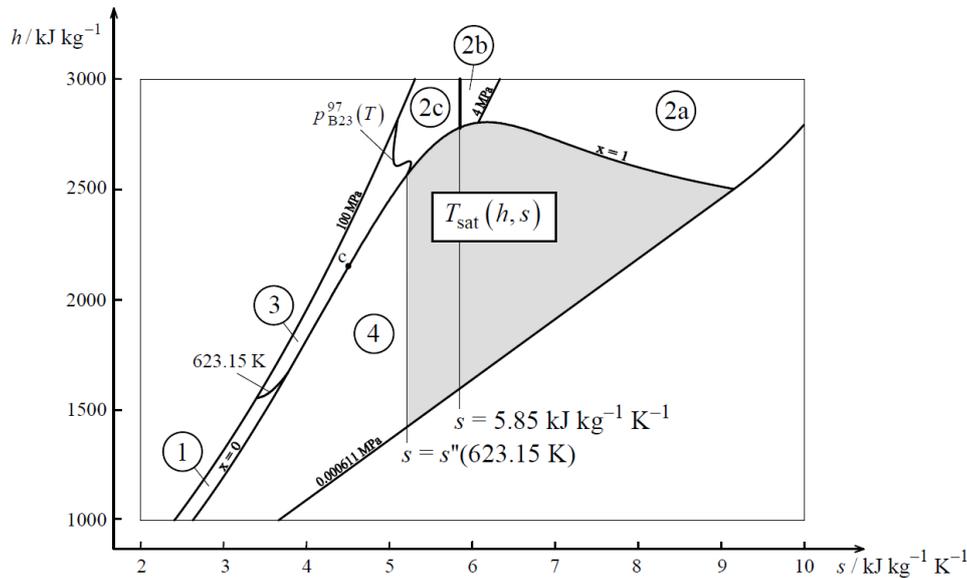


Abbildung 2.19: IAPWS Regionen in der h, s Ebene mit hervorgehobenem Gültigkeitsbereich der Gleichung $T_{sat}(h, s)$ [13, Abb. 6]

2.5.6.1 Rückwärtsgleichung $T_{sat}(h, s)$

Die dimensionslose Form der Gleichung $T_{sat}(h, s)$ bildet sich zu:

$$\frac{T_{sat}(h, s)}{550 \text{ K}} = \theta_{sat}(\eta, \sigma) = \sum_{i=1}^{36} n_i (\eta - 0,119)^{I_i} (\sigma - 1,07)^{J_i} \quad (2.5.9)$$

mit $\theta = T/(550 \text{ K})$, $\eta = h/(2800 \text{ kJ kg}^{-1})$ und $\sigma = s/(9,2 \text{ kJ kg}^{-1} \text{ K}^{-1})$. Die Koeffizienten n_i und Exponenten I_i und J_i finden sich in Tabelle A.65.

Gültigkeitsbereich

Die Rückwärtsgleichung $T_{sat}(h, s)$, Gl. (2.5.9), ist gültig im folgenden Bereich:

$$s \geq s''(623,15 \text{ K})$$

mit $s''(623,15 \text{ K}) = 5,210\,887\,825 \text{ kJ kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$. Das entspricht dem Temperaturbereich

$$273,15 \text{ K} \leq T \leq 623,15 \text{ K}$$

2.5.6.2 Berechnung von $p_{sat}(h, s)$

Um den Sättigungsdruck als Funktion von Enthalpie und Entropie zu erhalten, muss zuerst die Siedetemperatur $T_{sat}(h, s)$ mittels Gleichung (2.5.9) berechnet werden. Mit dem berechneten Temperaturwert wird dann aus der Gleichung $p_{sat}^{97}(T_{sat})$, Gl. (2.1.63a), der Sättigungsdruck berechnet.

2.5.6.3 Berechnung von $x(h, s)$

Um den Dampfgehalt als Funktion von Enthalpie und Entropie zu erhalten, muss folgendermaßen vorgegangen werden:

1. Berechnung der Siedetemperatur $T_{sat}(h, s)$ mittels Gl. (2.5.9)
2. Berechnung des Sättigungsdrucks $p_{sat}^{97}(T_{sat})$ aus Gl. (2.1.63a) mit der berechneten Siedetemperatur als Parameter
3. Berechnung des Dampfgehalts x mittels der Beziehung¹⁹ $x = \frac{h-h'}{h''-h'}$, wobei $h' = h_1^{97}(p_{sat}, T_{sat})$, Gl. (2.1.10), und $h'' = h_2^{97}(p_{sat}, T_{sat})$, Gl. (2.1.32), ist.

¹⁹Die Berechnung des Dampfgehalts auf Basis der Entropie liefert ungenauere Ergebnisse [13, S.32]

4,412 021 482 234 76 kJ kg⁻¹ K⁻¹. Für die Gleichungen $T(p, s)$ und $v(p, s)$ kann die gegebene Entropie also direkt überprüft werden.

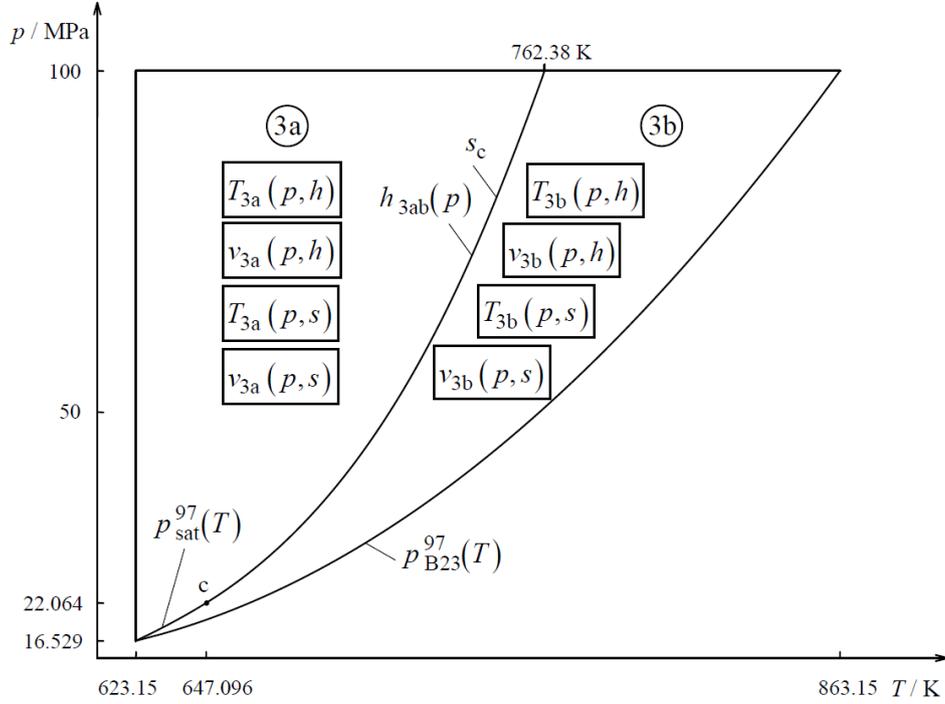


Abbildung 2.21: Aufteilung von Region 3 in die Subregionen 3a und 3b für die Rückwärtsgleichungen $T(p, h)$, $v(p, h)$, $T(p, s)$ und $v(p, s)$ [12, Abb. 2]

Um für Gleichungen $T(p, h)$ und $v(p, h)$ die korrekte Subregion zu bestimmen, muss folgende Grenzgleichung²⁰ $h_{3ab}(p)$ verwendet werden, die in ihrer dimensionsloser Form gegeben ist zu:

$$\frac{h_{3ab}(p)}{1 \text{ kJ kg}^{-1}} = \eta_{3ab}(\pi) = n_1 + n_2\pi + n_3\pi^2 + n_4\pi^3 \quad (2.6.1)$$

mit $\eta = h/(1 \text{ kJ kg}^{-1})$ und $\pi = p/(1 \text{ MPa})$. Die Koeffizienten n_1 bis n_4 finden sich in Tabelle A.66.

2.6.2 Rückwärtsgleichungen $T(p, h)$

Subregion 3a

Die Rückwärtsgleichung $T_{3a}(p, h)$ für Subregion 3a bildet sich in ihrer dimensionslosen Form zu

$$\frac{T_{3a}(p, h)}{760 \text{ K}} = \theta_{3a}(\pi, \eta) = \sum_{i=1}^{31} n_i(\pi + 0,240)^{L_i}(\eta - 0,615)^{J_i} \quad (2.6.2)$$

²⁰Gleichung (2.6.1) bildet die Isentrope s_c bei Drücken unter p_c , Gl. (1.5), nicht ganz korrekt nach, allerdings sind die berechneten Werte nicht höher als die Enthalpie auf der Taulinie und nicht niedriger als die Enthalpie auf der Siedeline [12, S.7]

mit $\theta = T/(760 \text{ K})$, $\pi = p/(100 \text{ MPa})$ und $\eta = h/(2300 \text{ kJ kg}^{-1})$. Die Koeffizienten n_i und Exponenten I_i und J_i finden sich in Tabelle A.67.

Subregion 3b

Die Rückwärtsgleichung $T_{3b}(p, h)$ für Subregion 3b bildet sich in ihrer dimensionslosen Form zu

$$\frac{T_{3b}(p, h)}{860 \text{ K}} = \theta_{3b}(\pi, \eta) = \sum_{i=1}^{33} n_i (\pi + 0,298)^{I_i} (\eta - 0,720)^{J_i} \quad (2.6.3)$$

mit $\theta = T/(860 \text{ K})$, $\pi = p/(100 \text{ MPa})$ und $\eta = h/(2800 \text{ kJ kg}^{-1})$. Die Koeffizienten n_i und Exponenten I_i und J_i finden sich in Tabelle A.68.

2.6.3 Rückwärtsgleichungen $v(p, h)$

Subregion 3a

Die Rückwärtsgleichung $v_{3a}(p, h)$ für Subregion 3a bildet sich in ihrer dimensionslosen Form zu

$$\frac{v_{3a}(p, h)}{0,0028 \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1}} = \omega_{3a}(\pi, \eta) = \sum_{i=1}^{32} n_i (\pi + 0,128)^{I_i} (\eta - 0,727)^{J_i} \quad (2.6.4)$$

mit $\omega = v/(0,0028 \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1})$, $\pi = p/(100 \text{ MPa})$ und $\eta = h/(2100 \text{ kJ kg}^{-1})$. Die Koeffizienten n_i und Exponenten I_i und J_i finden sich in Tabelle A.69.

Subregion 3b

Die Rückwärtsgleichung $v_{3b}(p, h)$ für Subregion 3b bildet sich in ihrer dimensionslosen Form zu

$$\frac{v_{3b}(p, h)}{0,0088 \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1}} = \omega_{3b}(\pi, \eta) = \sum_{i=1}^{30} n_i (\pi + 0,0661)^{I_i} (\eta - 0,720)^{J_i} \quad (2.6.5)$$

mit $\omega = v/(0,0088 \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1})$, $\pi = p/(100 \text{ MPa})$ und $\eta = h/(2800 \text{ kJ kg}^{-1})$. Die Koeffizienten n_i und Exponenten I_i und J_i finden sich in Tabelle A.70.

2.6.4 Rückwärtsgleichungen $T(p, s)$

Subregion 3a

Die Rückwärtsgleichung $T_{3a}(p, s)$ für Subregion 3a bildet sich in ihrer dimensionslosen Form zu

$$\frac{T_{3a}(p, s)}{760 \text{ K}} = \theta_{3a}(\pi, \sigma) = \sum_{i=1}^{33} n_i (\pi + 0,240)^{I_i} (\sigma - 0,703)^{J_i} \quad (2.6.6)$$

mit $\theta = T/(760 \text{ K})$, $\pi = p/(100 \text{ MPa})$ und $\sigma = s/(4,4 \text{ kJ kg}^{-1} \text{ K}^{-1})$. Die Koeffizienten n_i und Exponenten I_i und J_i finden sich in Tabelle A.71.

Subregion 3b

Die Rückwärtsgleichung $T_{3b}(p, s)$ für Subregion 3b bildet sich in ihrer dimensionslosen Form zu

$$\frac{T_{3b}(p, s)}{860 \text{ K}} = \theta_{3b}(\pi, \sigma) = \sum_{i=1}^{28} n_i (\pi + 0,760)^{I_i} (\sigma - 0,818)^{J_i} \quad (2.6.7)$$

mit $\theta = T/(860 \text{ K})$, $\pi = p/(100 \text{ MPa})$ und $\sigma = s/(5,3 \text{ kJ kg}^{-1} \text{ K}^{-1})$. Die Koeffizienten n_i und Exponenten I_i und J_i finden sich in Tabelle A.72.

2.6.5 Rückwärtsgleichungen $v(p, s)$ **Subregion 3a**

Die Rückwärtsgleichung $v_{3a}(p, s)$ für Subregion 3a bildet sich in ihrer dimensionslosen Form zu

$$\frac{v_{3a}(p, s)}{0,0028 \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1}} = \omega_{3a}(\pi, \sigma) = \sum_{i=1}^{28} n_i (\pi + 0,187)^{I_i} (\sigma - 0,755)^{J_i} \quad (2.6.8)$$

mit $\omega = v/(0,0028 \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1})$, $\pi = p/(100 \text{ MPa})$ und $\sigma = s/(4,4 \text{ kJ kg}^{-1} \text{ K}^{-1})$. Die Koeffizienten n_i und Exponenten I_i und J_i finden sich in Tabelle A.73.

Subregion 3b

Die Rückwärtsgleichung $v_{3b}(p, s)$ für Subregion 3b bildet sich in ihrer dimensionslosen Form zu

$$\frac{v_{3b}(p, s)}{0,0088 \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1}} = \omega_{3b}(\pi, \sigma) = \sum_{i=1}^{31} n_i (\pi + 0,298)^{I_i} (\sigma - 0,816)^{J_i} \quad (2.6.9)$$

mit $\omega = v/(0,0088 \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1})$, $\pi = p/(100 \text{ MPa})$ und $\sigma = s/(5,3 \text{ kJ kg}^{-1} \text{ K}^{-1})$. Die Koeffizienten n_i und Exponenten I_i und J_i finden sich in Tabelle A.74.

2.6.6 Grenzgleichungen $p_{sat}(h)$ und $p_{sat}(s)$ für die Sättigungslinien von Region 3

Die Siedelinie $x = 0$ und Taulinie $x = 1$ bilden die Grenze zwischen Region 3 und der Zweiphasenregion 4, siehe Abbildungen 2.22 und 2.23. Die Grenzgleichungen ermöglichen die Einordnung eines Zustandspunktes in die Regionen 3 oder 4 ohne Iteration.

Die Grenze zwischen Region 1 und Region 3 kann direkt aus dem gegebenen Druck und der Grenztemperatur $T = 623,15 \text{ K}$ mittels der IAPWS-IF97 Basisgleichung von Region 1 $g_1^{97}(p, T)$, siehe Kapitel 2.1.2, berechnet werden. Die Grenze zwischen Region 2 und Region 3 kann direkt aus dem gegebenen Druck und der B23-Gleichung $T_{B23}(p)$, Gl. (2.1.46), mittels der IAPWS-IF97 Basisgleichung von Region 2 $g_2^{97}(p, T)$, Gl. (2.1.16), berechnet werden.

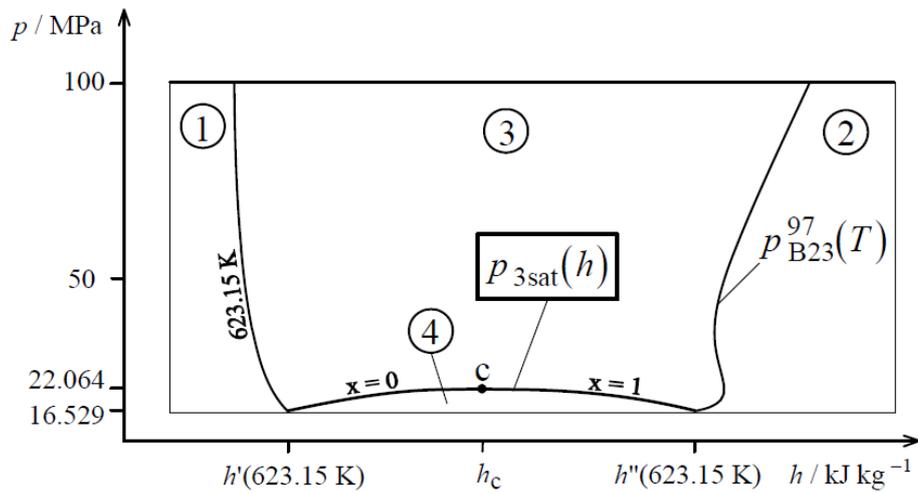


Abbildung 2.22: Darstellung der Regionen 1 bis 4 der IAPWS-IF97 und der Grenzgleichung $p_{3\text{sat}}(h)$ in der p, h -Ebene [12, Abb. 3]

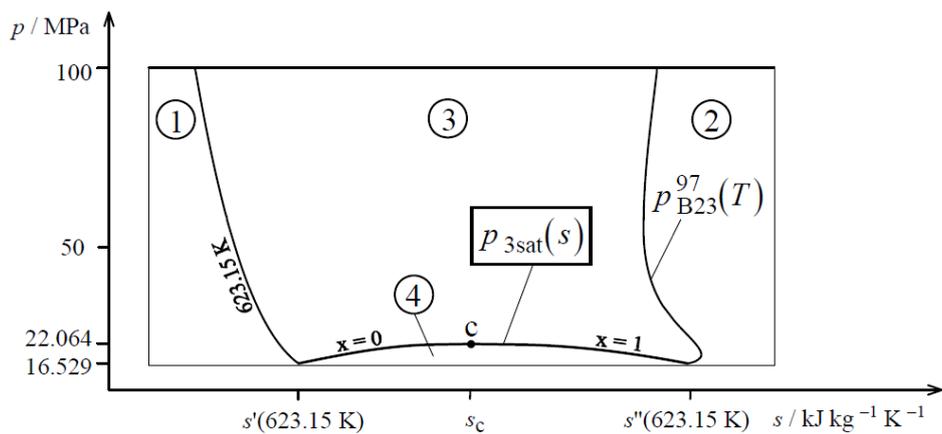


Abbildung 2.23: Darstellung der Regionen 1 bis 4 der IAPWS-IF97 und der Grenzgleichung $p_{3\text{sat}}(s)$ in der p, s -Ebene [12, Abb. 4]

2.6.6.1 Grenzgleichung $p_{3sat}(h)$

Die Grenzgleichung $p_{3sat}(h)$ beschreibt die Siedelinie und die Taulinie inklusive dem kritischen Punkt im Enthalpiebereich

$$h'(623,15 \text{ K}) \leq h \leq h''(623,15 \text{ K})$$

$$\text{mit } h'(623,15 \text{ K}) = 1,670\,858\,218 \cdot 10^3 \text{ kJ kg}^{-1} \quad \text{und} \quad h''(623,15 \text{ K}) = 2,563\,592\,004 \cdot 10^3 \text{ kJ kg}^{-1}.$$

Sie ergibt sich in ihrer dimensionslosen Form zu

$$\frac{p_{3sat}(h)}{22 \text{ MPa}} = \pi(\eta) = \sum_{i=1}^{14} n_i (\eta - 1,02)^{I_i} (\eta - 0,608)^{J_i} \quad (2.6.10)$$

mit $\pi = p/(22 \text{ MPa})$ und $\eta = h/(2600 \text{ kJ kg}^{-1})$. Die Koeffizienten n_i und Exponenten I_i und J_i finden sich in Tabelle A.75.

2.6.6.2 Grenzgleichung $p_{3sat}(s)$

Die Grenzgleichung $p_{3sat}(s)$ beschreibt die Siedelinie und die Taulinie inklusive dem kritischen Punkt im Entropiebereich

$$s'(623,15 \text{ K}) \leq s \leq s''(623,15 \text{ K})$$

$$\text{mit } s'(623,15 \text{ K}) = 3,778\,281\,340 \text{ kJ kg}^{-1} \text{ K}^{-1} \quad \text{und} \quad s''(623,15 \text{ K}) = 5,210\,887\,825 \text{ kJ kg}^{-1} \text{ K}^{-1}.$$

Sie ergibt sich in ihrer dimensionslosen Form zu

$$\frac{p_{3sat}(s)}{22 \text{ MPa}} = \pi(\sigma) = \sum_{i=1}^{10} n_i (\sigma - 1,03)^{I_i} (\sigma - 0,699)^{J_i} \quad (2.6.11)$$

mit $\pi = p/(22 \text{ MPa})$ und $\sigma = s/(5,2 \text{ kJ kg}^{-1} \text{ K}^{-1})$. Die Koeffizienten n_i und Exponenten I_i und J_i finden sich in Tabelle A.76.

Kapitel 3

Implementierung

Ziel dieser Arbeit war die Entwicklung einer Anwendung zur Berechnung der Zustands- und Transportgrößen von Wasser und Wasserdampf auf der Basis der Gleichungen der IAPWS-IF97 und ergänzender Veröffentlichungen, siehe Kapitel 2. Speziell sollten die Kalkulationen im Programm PTC[®] Mathcad aufrufbar sein, wodurch sich die Notwendigkeit der Entwicklung einer DLL-Schnittstelle ergab.

Zuerst werden die entwickelten Anwendungen, die Konsolenanwendung und die Mathcad User-DLL, beschrieben, ihre Verwendung aufgezeigt und mit Beispielen hinterlegt. Nach der Dokumentation der verwendeten Entwicklungsumgebungen wird in diesem Kapitel der interne Programmablauf in groben Zügen dargestellt, wobei auch exemplarisch wichtige Prozeduren der Anwendung beschrieben werden. Zuletzt zeigt das Unterkapitel Fehlerbehandlung den Umgang mit den Gültigkeitsbereichen der IAPWS-IF97 und mit falschen Eingaben auf.

Zwecks besserer Lesbarkeit bezeichnet der Ausdruck „Anwendung“ in diesem Kapitel sowohl Konsolenanwendung als auch Mathcad User-DLL.

3.1 Entwickelte Anwendungen

Im Zuge dieser Arbeit wurden zwei Anwendungen programmiert, die größtenteils auf dem gleichen Code basieren:

- die Konsolenanwendung **if97calc.exe**
- die Mathcad User-DLL **if97calc.dll**

Konsolenanwendungen werden innerhalb einer Windows-Konsole gestartet²¹, wobei man erst zu dem Verzeichnis navigieren muss, in dem sich die Anwendung befindet²². Die genaue Verwendung ist in Kapitel 3.1.3 dokumentiert.

DLL steht für Dynamic Link Library. Der Unterschied zu gewöhnlichen Anwendungen ist, dass sie nicht originär aufgerufen werden können. Vielmehr werden sie von anderen Programmen aufgerufen und die darin vorhandenen Routinen dem aufrufenden Programm zur Verfügung gestellt. Das aufrufende Programm ist in diesem Fall Mathcad, das die Verwendung selbsterstellter DLLs („User-DLLs“) unterstützt. In dieser Art können Mathcad neue Funktionen hinzugefügt werden, die dann in Berechnungen aufgerufen und verwendet werden können.

Der Grund der Entwicklung einer DLL zur Verwendung in Mathcad basiert auf der Notwendigkeit, eine große Anzahl an Berechnungen ausführen zu können. Ein Berechnungsvorgang liefert immer nur Ergebnisse für einen gegebenen Zustandspunkt. Um viele Zustandspunkte zu berechnen, z.B. zur Erstellung von Zustandsdiagrammen, siehe Kapitel 1.3, müssen die Routinen daher sehr oft aufgerufen werden. Die DLL-Schnittstelle stellt dafür eine schlanke, schnelle Lösung dar.

Die Konsolenanwendung ist zur Berechnung vieler Größen eines einzigen oder weniger gegebenen Zustandspunkte besser geeignet, da es die Ausgabe mehrerer Zustandsgrößen bei einem Berechnungsvorgang unterstützt. Im Gegensatz dazu liefern die Funktionen der DLL immer nur eine spezielle Zustandsgröße. Sollen mehrere Zustandsgrößen für einen beliebigen Zustandspunkt berechnet werden, muss die Funktion mehrmals aufgerufen werden.

3.1.1 Umfang

In der Softwaretechnik ist es üblich, als Metrik zur Bewertung des Umfangs eines Programms die Größe „Lines of Code“ (LOC) zu verwenden, die die Anzahl der geschriebenen Zeilen im Quelltext des Programms angibt. In der Branche rechnet man mit zwischen 10 bis 50 Codezeilen pro Mitarbeiter und Tag [7].

Die Anzahl der Zeilen trifft keine Aussagen über Effizienz oder über Qualität der Implementierung. Im Fall der hier entwickelten Anwendung kommt ein Großteil der Code-Zeilen durch die Eintragung der Konstanten zustande, welche halb-automatisiert durchgeführt wurde²³. Änderungen und Revisionen im Quelltext sowie Optimierungen,

²¹Die Windows-Konsole öffnet man unter Windows mit der Tastenkombination <WINDOWS-R>, gefolgt von der Eingabe „cmd“, gefolgt von der Taste <ENTER>

²²Unter Benutzung des Laufwerkwechselkommandos „[Laufwerk]:“ und des Verzeichniswechselkommandos „cd [Verzeichnis]“

²³Für die Implementierung der Konstanten in den Quelltext wurde ein Parser entwickelt, siehe Kapitel 3.2. Die Ausgaben des Parsers wurden dann in den Quelltext kopiert

die meistens in weniger Quelltext resultieren als davor, werden durch diese Metrik ebenfalls nicht berücksichtigt.

Durch die Implementierung aller Gleichungen der IAPWS-IF97 und ergänzender Veröffentlichungen sowie aller zugehörigen Koeffizienten, Exponenten und thermodynamischen Konstanten ist der Quelltext der Anwendung relativ umfangreich. Er enthält über 6700 Zeilen reinen Quelltextes zusätzlich zu 900 Zeilen Kommentaren. Nach der oben beschriebenen üblichen LOC-Rate entspricht das einem Aufwand von 152 bis 760 Tagen je Programmierer. Die Erstellung der Anwendung beläuft sich auf ungefähr 200 Arbeitsstunden, was 25 Arbeitstagen entspricht. Somit bildet sich die tatsächliche LOC-Rate zu 304 Zeilen pro Tag oder 38 Zeilen pro Stunde.

3.1.2 Genauigkeit

Programmiersprachen unterstützen unterschiedliche Arten von Variablen²⁴, z.B. „char“ für Zeichen, „integer“ für ganze Zahlen und viele andere. Die genaue Bezeichnung und Art der Variablentypen ist bei jeder Programmiersprache leicht unterschiedlich. Die Programmiersprache C, die für die Entwicklung der Anwendung verwendet wurde, basiert auf dem Standard für Gleitpunkt-Arithmetik IEEE 754 [6].

Um die Genauigkeit eines beliebigen Gleitkommatyps zu beschreiben, muss erst dessen Struktur erklärt werden. Im C-Standard werden Gleitkommatypen aufgeteilt in die Segmente Vorzeichen, Mantisse und Exponent. Die Anzahl der Bits²⁵ in der Mantisse ist für die Genauigkeit bestimmend, wohingegen der Wertebereich des Typs durch die Anzahl der Bits des Exponenten festgelegt wird.

Alle Gleitkommaberechnungen innerhalb der Anwendung wurden mit Variablen des Typs „*long double*“ durchgeführt, welcher 52 Bits in der Mantisse, 11 Bits im Exponent und 1 Vorzeichenbit umfasst. Dies entspricht einer Genauigkeit von 15 bis 17 signifikanten Stellen.

Die Konsolenanwendung gibt berechnete Zustandsgrößen mit einer Genauigkeit von 12 Stellen aus²⁶. Die Mathcad-Schnittstelle unterstützt bei der Übergabe von Variablen nur den Typ „*double*“, der einer Genauigkeit von 6 bis 9 signifikanten Stellen entspricht.

²⁴Eine Variable in der Informationstechnologie bezeichnet einen leeren Speicherbereich, der mit Werten belegt werden kann

²⁵Ein Bit steht für eine Ziffer einer binären Zahl

²⁶Die Anzahl der auszugebenden Stellen lässt sich im Quelltext einfach anpassen

3.1.3 Verwendung der Konsolenanwendung

Die Konsolenanwendung wird wie hier beschrieben aufgerufen. Ausdrücke in eckigen Klammern sind optional, Punkte signalisieren die Möglichkeit mehrerer gleichartiger Argumente.

```
if97calc.exe [/option1 ...] -input1=value1 [-input2=value2 ...] output1 [output2 ...]
```

Es werden drei Arten von Parametern unterschieden:

- Optionen beginnen mit einem Schrägstrich. Sie werden zur Ausführung des Programms nicht benötigt, können diese aber in ihrer Art modifizieren.
- Eingabegrößen beginnen mit einem Bindestrich. Das Programm benötigt je nach gesuchten Zustandsgrößen eine unterschiedliche Zahl an Eingangsgrößen, immer mindestens eine.
- Ausgangsgrößen haben kein vorangestelltes Symbol. Es können beliebig viele Ausgangsgrößen angefordert werden. Das Programm berechnet sie der Reihe nach.

Unterstützte Optionen:

- **/R[1-6]**: REGIONFORCE – Zwingt das Programm zur Verwendung einer bestimmten IAPWS-IF97 Region für die Berechnung, anstatt diese automatisch zu ermitteln. **/R6** steht dabei für das metastabile Dampfgebiet.
- **/s**: SILENT-MODE – Unterdrückt alle Ausgaben außer die gewünschten Ergebnisgrößen und überspringt die Ausgabe von Einheiten.
- **/i**: PROGRAMMINFO – Gibt allgemeine Informationen über das Programm aus, unter anderem auch die Programmversion.
- **/?**: HILFE – Zeigt Verwendungshinweise.

Eingabegrößen

Tabelle 3.1 zeigt, welche Größen für die Eingabe von Zustandspunkten verwendet werden können und deren zugehörige Einheiten.

Tabelle 3.1: Mögliche Eingabegrößen in der Konsolenanwendung

Bezeichnung	Eingabe	Einheit
Druck	p	MPa
Temperatur	T	K
Temperatur	t	°C
spez. Entropie	s	$\text{kJ kg}^{-1} \text{K}^{-1}$
spez. Enthalpie	h	kJ kg^{-1}
Wellenlänge	l	μm

Ausgabegrößen

Tabelle 3.2 zeigt, welche Zustandsgrößen von der Anwendung ausgegeben werden können sowie deren zugehörigen Einheiten. Die Spalte "Eingabe" bezieht sich damit auf die Form der Eingabe in das Programm, „Symbol“ bezieht sich auf die Größe wie in Tabelle 1.1 beschrieben bzw. wie in Tabelle 3.3 referenziert. Größen mit hochgestelltem ' liegen auf der Siedelinie, Größen mit hochgestellten '' auf der Taulinie. p_s bezieht sich auf den Sättigungsdruck, T_s auf die Siedetemperatur.

Bei der Ausgabe der IAPWS-Region ist zu beachten, dass Region 6 das metastabile Dampfgebiet bezeichnet, siehe Kap. 2.1.3.1.

Tabelle 3.2: Mögliche Ausgabegrößen in der Konsolenanwendung; Referenzen zu den Bezeichnern finden sich in Tabelle 3.3

Referenz	Eingabe	Symbol	Eingabe	Symbol	Eingabe	Symbol	Einheit
(A)	p	p	–	–	ps	p_s	MPa
(B)	T	T	–	–	Ts	T_s	K
(C)	h	h	1	h'	14	h''	kJ kg^{-1}
(D)	u	u	2	u'	15	u''	kJ kg^{-1}
(E)	v	v	3	v'	16	v''	$\text{m}^3 \text{kg}^{-1}$
(F)	r	ρ	4	ρ'	17	ρ''	kg m^{-3}
(G)	s	s	5	s'	18	s''	$\text{kJ kg}^{-1} \text{K}^{-1}$
(H)	L	λ	6	λ'	19	λ''	$\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}$
(I)	H	η	7	η'	20	η''	$10^{-6} \text{kg m}^{-1} \text{s}^{-1}$
(J)	E	ϵ	8	ϵ'	21	ϵ''	–
(K)	w	ω	9	ω'	22	ω''	m s^{-1}
(L)	cp	c_p	10	c_p'	23	c_p''	$\text{kJ kg}^{-1} \text{K}^{-1}$
(M)	cv	c_v	11	c_v'	24	c_v''	$\text{kJ kg}^{-1} \text{K}^{-1}$
(N)	K	κ	12	κ'	25	κ''	–
(O)	n	n	13	n'	26	n''	–
(P)	S	σ	–	–	–	–	mN m^{-1}
(Q)	x	x	–	–	–	–	–
(R)	R	R	–	–	–	–	–

Tabelle 3.3: Zuordnung von Bezeichnern und Referenzen für Tabelle 3.2

Bezeichnung	Referenz	Bezeichnung	Referenz
Druck	(A)	statische Dielektrizitätskonstante	(J)
Temperatur	(B)	Schallgeschwindigkeit	(K)
spez. Enthalpie	(C)	Isobarer Wärmekoeffizient	(L)
spez. innere Energie	(D)	Isochorer Wärmekoeffizient	(M)
spez. Volumen	(E)	Isentropenexponent	(N)
Dichte	(F)	Brechungsindex	(O)
spez. Entropie	(G)	Oberflächenspannung	(P)
Wärmeleitfähigkeit	(H)	Dampfgehalt	(Q)
dynamische Viskosität	(I)	IAPWS Region	(R)

Mögliche Kombinationen von Eingaben und Ausgaben

Tabelle 3.4 zeigt, welche Ausgangsgrößen für bestimmte Kombinationen von Eingangsgrößen unterstützt werden.

Tabelle 3.4: Unterstützte Ausgangsgrößen für Kombinationen von Eingangsgrößen, Symbole aus Tabelle 3.2

														gegebene Größen					
$-p, -T, -x$					$-h, -s$		$-p, -h$		$-p, -s$		$-T, -h$		$-T, -s$						
R	r	v	h	s	p	T	R	T	R	T	R	p	R	p					
u	cv	cp	w	H	R	x	x	v	x	v	x		x						
L	E	K	Ts	ps	T _s	p _s													
p oder T gegeben:						Sättigungsgrößen													
nur T gegeben:						Oberflächenspannung S													
l und p, T (optional x) gegeben:						Brechungsindex n													

3.1.4 Verwendung der Mathcad User-DLL

Um die Funktionen der User-DLL verwenden zu können, muss sie im Verzeichnis %Mathcad%/userrefi platziert werden. Die zur Verfügung stehenden Funktionen sind in Tabellen 3.5 bis 3.7 zusammengefasst, anschließend werden noch ergänzende Routinen vorgestellt. Die Funktionen wurden mit Mathcad Version 15.0 getestet.

Tabelle 3.5: Verfügbare Funktionen der User-DLL für den Aufruf in Mathcad

	Ausgabe	Parameter 1	Parameter 2	Parameter 3	Anmerkung
Funktionsaufruf:	if97_get_h_pT(p;T;x)				
Symbol	h	p	T	x	
Einheit	kJ kg^{-1}	MPa	K	–	(1)
Bezeichnung	spez. Enthalpie	Druck	Temperatur	Dampfgehalt	
Funktionsaufruf:	if97_get_u_pT(p;T;x)				
Symbol	u	p	T	x	
Einheit	kJ kg^{-1}	MPa	K	–	(1)
Bezeichnung	spez. innere Energie	Druck	Temperatur	Dampfgehalt	
Funktionsaufruf:	if97_get_v_pT(p;T;x)				
Symbol	v	p	T	x	
Einheit	$\text{m}^3 \text{kg}^{-1}$	MPa	K	–	(1)
Bezeichnung	spez. Volumen	Druck	Temperatur	Dampfgehalt	
Funktionsaufruf:	if97_get_s_pT(p;T;x)				
Symbol	s	p	T	x	
Einheit	$\text{kJ kg}^{-1} \text{K}^{-1}$	MPa	K	–	(1)
Bezeichnung	spez. Entropie	Druck	Temperatur	Dampfgehalt	

(wird fortgesetzt)

Tabelle 3.5: Verfügbare Funktionen der User-DLL für den Aufruf in Mathcad

	Ausgabe	Parameter 1	Parameter 2	Parameter 3	Anmerkung
Funktionsaufruf:	if97_get_L_pT(p;T;x)				
Symbol	λ	p	T	x	
Einheit	$\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}$	MPa	K	–	(2)
Bezeichnung	Wärmeleitfähigkeit	Druck	Temperatur	Dampfgehalt	
Funktionsaufruf:	if97_get_H_pT(p;T;x)				
Symbol	η	p	T	x	
Einheit	$10^{-6} \text{kg m}^{-1} \text{s}^{-1}$	MPa	K	–	(2)
Bezeichnung	dynamische Viskosität	Druck	Temperatur	Dampfgehalt	
Funktionsaufruf:	if97_get_E_pT(p;T;x)				
Symbol	ϵ	p	T	x	
Einheit	–	MPa	K	–	(2)
Bezeichnung	statische Dielektrizitätskonstante	Druck	Temperatur	Dampfgehalt	
Funktionsaufruf:	if97_get_w_pT(p;T;x)				
Symbol	ω	p	T	x	
Einheit	m s^{-1}	MPa	K	–	(2)
Bezeichnung	Schallgeschwindigkeit	Druck	Temperatur	Dampfgehalt	
Funktionsaufruf:	if97_get_cp_pT(p;T;x)				
Symbol	c_p	p	T	x	
Einheit	$\text{kJ kg}^{-1} \text{K}^{-1}$	MPa	K	–	(1)
Bezeichnung	isobare Wärmekapazität	Druck	Temperatur	Dampfgehalt	
Funktionsaufruf:	if97_get_cv_pT(p;T;x)				
Symbol	c_v	p	T	x	
Einheit	$\text{kJ kg}^{-1} \text{K}^{-1}$	MPa	K	–	(1)
Bezeichnung	isochore Wärmekapazität	Druck	Temperatur	Dampfgehalt	
Funktionsaufruf:	if97_get_K_pT(p;T;x)				
Symbol	κ	p	T	x	
Einheit	–	MPa	K	–	(1)
Bezeichnung	Isentropenexponent	Druck	Temperatur	Dampfgehalt	
Funktionsaufruf:	if97_get_S_T(T)				
Symbol	σ	T			
Einheit	mN m^{-1}	K			
Bezeichnung	Oberflächen- spannung	Temperatur			

(wird fortgesetzt)

Tabelle 3.5: Verfügbare Funktionen der User-DLL für den Aufruf in Mathcad

	Ausgabe	Parameter 1	Parameter 2	Parameter 3	Anmerkung
Funktionsaufruf:	if97_get_T_ph(p;h)				
Symbol	T	p	h		
Einheit	K	MPa	kJ kg^{-1}		
Bezeichnung	Temperatur	Druck	spez. Enthalpie		
Funktionsaufruf:	if97_get_v_ph(p;h)				
Symbol	v	p	h		
Einheit	$\text{m}^3 \text{kg}^{-1}$	MPa	kJ kg^{-1}		
Bezeichnung	spez. Volumen	Druck	spez. Enthalpie		
Funktionsaufruf:	if97_get_x_ph(p;h)				
Symbol	x	p	h		
Einheit	–	MPa	kJ kg^{-1}		
Bezeichnung	Dampfgehalt	Druck	spez. Enthalpie		
Funktionsaufruf:	if97_get_T_ps(p;s)				
Symbol	T	p	s		
Einheit	K	MPa	$\text{kJ kg}^{-1} \text{K}^{-1}$		
Bezeichnung	Temperatur	Druck	spez. Entropie		
Funktionsaufruf:	if97_get_v_ps(p;s)				
Symbol	v	p	s		
Einheit	$\text{m}^3 \text{kg}^{-1}$	MPa	$\text{kJ kg}^{-1} \text{K}^{-1}$		
Bezeichnung	spez. Volumen	Druck	spez. Entropie		
Funktionsaufruf:	if97_get_x_ps(p;s)				
Symbol	x	p	s		
Einheit	–	MPa	$\text{kJ kg}^{-1} \text{K}^{-1}$		
Bezeichnung	Dampfgehalt	Druck	spez. Entropie		
Funktionsaufruf:	if97_get_p_Th(T;h)				
Symbol	p	T	h		
Einheit	MPa	K	kJ kg^{-1}		
Bezeichnung	Druck	Temperatur	spez. Enthalpie		
Funktionsaufruf:	if97_get_x_Th(T;h)				
Symbol	x	T	h		
Einheit	–	K	kJ kg^{-1}		
Bezeichnung	Dampfgehalt	Temperatur	spez. Enthalpie		

(wird fortgesetzt)

Tabelle 3.5: Verfügbare Funktionen der User-DLL für den Aufruf in Mathcad

	Ausgabe	Parameter 1	Parameter 2	Parameter 3	Anmerkung
Funktionsaufruf:	if97_get_p_Ts(T;s)				
Symbol	p	T	s		
Einheit	MPa	K	$\text{kJ kg}^{-1} \text{K}^{-1}$		
Bezeichnung	Druck	Temperatur	spez. Entropie		
Funktionsaufruf:	if97_get_x_Ts(T;s)				
Symbol	x	T	s		
Einheit	–	K	$\text{kJ kg}^{-1} \text{K}^{-1}$		
Bezeichnung	Dampfgehalt	Temperatur	spez. Entropie		
Funktionsaufruf:	if97_get_p_hs(h;s)				
Symbol	p	h	s		
Einheit	MPa	kJ kg^{-1}	$\text{kJ kg}^{-1} \text{K}^{-1}$		(6)
Bezeichnung	Druck	spez. Enthalpie	spez. Entropie		
Funktionsaufruf:	if97_get_T_hs(h;s)				
Symbol	T	h	s		
Einheit	K	kJ kg^{-1}	$\text{kJ kg}^{-1} \text{K}^{-1}$		(6)
Bezeichnung	Temperatur	spez. Enthalpie	spez. Entropie		
Funktionsaufruf:	if97_get_x_hs(h;s)				
Symbol	x	h	s		
Einheit	–	kJ kg^{-1}	$\text{kJ kg}^{-1} \text{K}^{-1}$		(3)
Bezeichnung	Dampfgehalt	spez. Enthalpie	spez. Entropie		
Funktionsaufruf:	if97_get_T_xh(x;h;Tstart)				
Symbol	T	x	h	T	
Einheit	K	–	kJ kg^{-1}	K	(4)
Bezeichnung	Temperatur	Dampfgehalt	spez. Enthalpie	Temperatur	
Funktionsaufruf:	if97_get_T_xs(x;s;Tstart)				
Symbol	T	x	s	T	
Einheit	K	–	$\text{kJ kg}^{-1} \text{K}^{-1}$	K	(4)
Bezeichnung	Temperatur	Dampfgehalt	spez. Entropie	Temperatur	

Aufgrund der Anzahl der Parameter ist die Funktion zur Berechnung des Brechungsindex hier angeführt. Es gilt Anmerkung (2).

Aufruf:	if97_get_n_pTl(p;T;l;x)			
Ausgabe:	Brechungsindex	n	–	
Parameter 1:	Druck	p	[MPa]	
Parameter 2:	Temperatur	T	[K]	
Parameter 3:	Wellenlänge	l	[μm]	
Parameter 4:	Dampfgehalt	x	–	

Sättigungsdruck- und Siedetemperaturfunktionen

Die IAPWS-IF97 stellt für den Sättigungsdruck und die Siedetemperatur verschiedene Gleichungen zur Verfügung. Abgesehen von den Basisgleichungen $T_s(p)$ und $p_s(T)$ sind diese in ihrer Gültigkeit eingeschränkt.

Tabelle 3.6: Funktionen zur Bestimmung des Sättigungsdruckes oder der Siedetemperatur

	Ausgabe	Parameter 1	Parameter 2	Anmerkung
Funktionsaufruf:	if97_get_psat_T(T)			
Symbol	p	T		
Einheit	MPa	K		
Bezeichnung	Druck	Temperatur		
Funktionsaufruf:	if97_get_Tsat_p(p)			
Symbol	T	p		
Einheit	K	MPa		
Bezeichnung	Temperatur	Druck		
Funktionsaufruf:	if97_get_psat_h(h)			
Symbol	p	h		
Einheit	MPa	kJ kg^{-1}		(5)
Bezeichnung	Druck	spez. Enthalpie		
Funktionsaufruf:	if97_get_psat_s(s)			
Symbol	p	s		
Einheit	MPa	$\text{kJ kg}^{-1} \text{K}^{-1}$		(6)
Bezeichnung	Druck	spez. Entropie		
Funktionsaufruf:	if97_get_Tsat_hs(h;s)			
Symbol	T	h	s	
Einheit	K	kJ kg^{-1}	$\text{kJ kg}^{-1} \text{K}^{-1}$	(3)
Bezeichnung	Temperatur	spez. Enthalpie	spez. Entropie	
Funktionsaufruf:	if97_get_psat_hs(h;s)			
Symbol	p	h	s	
Einheit	MPa	kJ kg^{-1}	$\text{kJ kg}^{-1} \text{K}^{-1}$	(3)
Bezeichnung	Druck	spez. Enthalpie	spez. Entropie	

Anmerkungen

- (1) Befindet sich der Zustandspunkt im einphasigen Zustandsgebiet, muss $x = -1$ gesetzt werden. Befindet sich der Zustandspunkt im Nassdampfgebiet ($0 \leq x \leq 1$) muss entweder für den Druck oder die Temperatur $p = -1$ bzw. $T = -1$ gesetzt werden. Der Sättigungsdruck bzw. die Siedetemperatur wird automatisch auf Basis der anderen Eingabe berechnet. Da für diese Größe die Beziehung $x = \frac{h-h'}{h''-h'} = \frac{s-s'}{s''-s'} = \frac{v-v'}{v''-v'}$ gilt, liefert die Angabe des Dampfgehaltes x die entsprechende Zustandsgröße im Nassdampfgebiet.
- (2) Es gilt dasselbe wie in (1), allerdings handelt es sich hier nicht um eine extensive Zustandsgröße, darum kann der genaue Wert im Nassdampfgebiet auf Basis des Dampfgehaltes nicht berechnet werden. Die IAPWS-IF97 liefert für diese Größe keine Werte im Nassdampfgebiet. Bei Angabe von x wird der Wert der Größe auf der Siedelinie ausgegeben, falls $x < 0,5$ gilt; ansonsten wird der Wert auf der Taulinie ausgegeben.
- (3) Diese Funktion ist nur gültig²⁷ bei einem Entropiewert von $s \geq s''(623,15 \text{ K}) = 5,210\,887\,825 \text{ kJ kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$.
- (4) Dient zur Erstellung von Linien konstanten Dampfgehalts in T, h - und T, s -Diagrammen. Der Parameter „TStart“ dient zur Ermittlung von weiteren Temperaturwerten nach der ermittelten Temperatur. Das ist notwendig, wenn es mehrere Temperaturen für einen Zustandspunkt gibt, siehe Kapitel 3.1.5.2 Beispiel 3. Diese Funktion kann auch in Mathcad direkt implementiert werden, allerdings bedient sich die betrachtete Routine einer schnellen Näherungsfunktion für den Sättigungswert v'' , welcher sonst über Iteration bestimmt werden müsste. Dies führt zu einer signifikanten Geschwindigkeitssteigerung bei der Erstellung von thermodynamischen Diagrammen. Diese Routine ist *nicht* zur exakten Berechnung der Temperatur auf Basis von Dampfgehalt und Enthalpie oder Dampfgehalt und Entropie geeignet.
- (5) Gültig im Zweiphasengebiet. Der Gültigkeitsbereich von $p_s(h)$ wurde mittels Iteration ausgedehnt auf $h \leq 2563,592\,004 \text{ kJ kg}^{-1}$. Größere Enthalpiewerte werden nicht unterstützt, da die h -Linien dann die Taulinie zweimal schneiden und dadurch kein eindeutiges Ergebnis existiert.
- (6) Im Zweiphasengebiet nur gültig für Entropiewerte $s \geq s''(623,15 \text{ K}) = 5,210\,887\,825 \text{ kJ kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$, siehe (3).

Funktionen zur Regionsbestimmung

Die Funktionen in Tabelle 3.7 liefern die IAPWS-IF97 Region²⁸ eines gegebenen Zustandspunktes.

²⁷Dies entspricht dem wichtigen Entropiebereich für Berechnungen von Dampfturbinen [13, S.28]

²⁸Region 6 bezeichnet dabei das metastabile Dampfgebiet wie in Kapitel 2.1.3.1 beschrieben

Tabelle 3.7: Funktionen zur Bestimmung der IAPWS-IF97 Region

	Parameter 1	Parameter 2	Parameter 3
Funktionsaufruf:	if97_get_R_pT(p;T;x)		
Symbol	p	T	x
Einheit	MPa	K	–
Bezeichnung	Druck	Temperatur	Dampfgehalt
Funktionsaufruf:	if97_get_R_ph(p;h)		
Symbol	p	h	–
Einheit	MPa	kJ kg^{-1}	–
Bezeichnung	Druck	spez. Enthalpie	–
Funktionsaufruf:	if97_get_R_ps(p;s)		
Symbol	p	s	–
Einheit	MPa	$\text{kJ kg}^{-1} \text{K}^{-1}$	–
Bezeichnung	Druck	spez. Entropie	–
Funktionsaufruf:	if97_get_R_Th(T;h)		
Symbol	T	h	–
Einheit	K	kJ kg^{-1}	–
Bezeichnung	Temperatur	spez. Enthalpie	–
Funktionsaufruf:	if97_get_R_Ts(T;s)		
Symbol	T	s	–
Einheit	K	$\text{kJ kg}^{-1} \text{K}^{-1}$	–
Bezeichnung	Temperatur	spez. Entropie	–
Funktionsaufruf:	if97_get_R_hs(h;s)		
Symbol	h	s	–
Einheit	kJ kg^{-1}	$\text{kJ kg}^{-1} \text{K}^{-1}$	–
Bezeichnung	spez. Enthalpie	spez. Entropie	–

Bestimmung der Sättigungswerte

Zur Bestimmung der Zustandsgrößen auf der Siedelinie $x = 0$ und der Taulinie $x = 1$ steht folgende Funktion zur Verfügung.

Aufruf:	if97_get_sat_value(Gesucht;Angabentyp;Wert)	
Ausgabe:	Sättigungswert	Die Einheit des ausgegebenen Wertes ist abhängig von der gesuchten Zustandsgröße und ist in Tabelle 3.2 aufgeführt.
Parameter 1:	Gesuchte Zustandsgröße	Hier gilt die Kodierung der Sättigungsgrößen wie in Tabelle 3.2 beschrieben. Angabe muss als String erfolgen ²⁹ .
Parameter 2:	Angabentyp	Dieser Parameter erwartet entweder den String ³⁰ "p", falls Sättigungsgrößen auf Druckbasis gesucht sind, oder "T", falls Sättigungsgrößen auf Basis der Temperatur gesucht sind.
Parameter 3:	Wert	Wert, auf dessen Basis die Sättigungsgröße berechnet werden soll. Drücke werden in MPa, Temperaturen in K erwartet.

²⁹Strings werden von Mathcad erkannt, wenn sie von " " umschlossen werden

³⁰Ein String ist ein Variablentyp, der Zeichenfolgen enthält

3.1.5 Beispiele

In diesem Kapitel soll durch diverse Beispiele die korrekte Verwendung der Konsolenanwendung und der Mathcad-Schnittstelle dargestellt werden.

3.1.5.1 Konsolenanwendung

Beispiel 1

Berechnung des spezifischen Volumens auf Basis des Zustandpunktes $h = 3000 \text{ kJ kg}^{-1}$, $s = 7 \text{ kJ kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ und Abfragen der zur Berechnung verwendeten IAPWS-Region:

```
Eingabe: if97calc.exe -h=3000 -s=7 p R
Ausgabe: Druck p = 1.075449202409 MPa
          Region = 2
Eingabe: if97calc.exe -h=3000 -p=1.075449202409 v
Ausgabe: spez. Volumen = 0.228669658635 m^3/kg
```

Zuerst wird der Druck berechnet, welcher dann als Eingangsgröße für die Berechnung des spezifischen Volumens aus Enthalpie und Druck verwendet wird.

Beispiel 2

Gesucht sind Werte des gesättigten Dampfes und der siedenden Flüssigkeit des spezifischen Volumens, der spezifischen Entropie, des isentropen Exponenten und der Schallgeschwindigkeit für einen Druck von $p = 15 \text{ MPa}$.

```
Eingabe: if97calc.exe -p=15 3 16 5 18 12 25 9 22
Ausgabe: spez. Volumen v' (siedend) = 0.001656962590 m^3/kg
          spez. Volumen v'' (gesaettigt) = 0.010340091705 m^3/kg
          spez. Entropie s' (siedend) = 3.684446042717 kJ/(kg K)
          spez. Entropie s'' (gesaettigt) = 5.310800319329 kJ/(kg K)
          Isentroper Exponent K' (siedend) = 16.468276921571
          Isentroper Exponent K'' (gesaettigt) = 1.233725350079
          Schallgeschwindigkeit w' (siedend) = 639.773226800839 m/s
          Schallgeschwindigkeit w'' (gesaettigt) = 437.438565832097 m/s
```

Beispiel 3

Berechnung des Dampfgehalts, der spez. Entropie und der Temperatur im Nassdampfgebiet für den Zustandpunkt $p = 10 \text{ MPa}$ und $h = 2700 \text{ kJ kg}^{-1}$. Überprüfung der IAPWS Region um zu validieren, dass die Gleichungen für das metastabile Dampfgebiet verwendet wurden.

```
Eingabe: if97calc.exe -h=2700 -p=10 R x T
Ausgabe: Region = 6
          Dampfgehalt x = 0.980667525423
          Temperatur T = 580.710987123857 K
Eingabe: if97calc.exe -p=10 -x=0.980667525423 s
Ausgabe: spez. Entropie s = 5.572332557025 kJ/(kg K)
```

Ausgabe von Region 6 zeigt, dass korrekterweise die Region des metastabilen Dampfgebietes für die Berechnung verwendet wurde. Nach Berechnung des Dampfgehaltes wurde

der p, x -Zustandspunkt als neue Eingangsgröße verwendet, um die spezifische Entropie zu erhalten. Ein p, T, x -Zustandspunkt ist ebenso möglich. Unterlassen des Dampfgehalts bei der Berechnung von s würde aber einen falschen Wert liefern, da ein nicht gegebener Dampfgehalt mit -1 interpretiert wird, so dass sich der Zustandspunkt fälschlicherweise nicht im Nassdampfgebiet befinden würde.

3.1.5.2 Mathcad User-DLL

Beispiel 1

Berechnung einiger thermodynamischer Zustandsgrößen auf Basis zweier Zustandspunkte im Zweiphasengebiet und im homogenen Zustandsgebiet.

```

Temperatur := 640.15 K
Enthalpie := 2150 kJ kg^-1
Region := if97_get_R_Th(Temperatur, Enthalpie) = 4
Wir befinden uns also im Zweiphasengebiet; Berechnung der extensiven ZG
Dampfgehalt := if97_get_x_Th(Temperatur, Enthalpie) = 0.558
Entropie := if97_get_s_pT(-1, Temperatur, Dampfgehalt) = 4.519 kJ kg^-1 K^-1
spezVol := if97_get_v_pT(-1, Temperatur, Dampfgehalt) = 4.05 × 10^-3 m^3 kg^-1

Jetzt betrachten wir einen höheren Enthalpiepunkt bei gleicher Temperatur:
Enthalpie2 := 2600 kJ kg^-1
Region2 := if97_get_R_Th(Temperatur, Enthalpie2) = 3
Wir befinden uns also im homogenen Zustandsgebiet
Druck := if97_get_p_Th(Temperatur, Enthalpie2) = 18.726 MPa
Entropie2 := if97_get_s_pT(Druck, Temperatur, -1) = 5.239 kJ kg^-1 K^-1
waermeLF := if97_get_L_pT(Druck, Temperatur, -1) = 0.136 W m^-1 K^-1
Kontrolle: Die Berechnung von T(p,s) sollte wieder die Ausgangstemperatur ergeben:
T_test := if97_get_T_ps(Druck, Entropie2) = 640.148 K

```

Abbildung 3.1: Beispiel 1 zur Verwendung der Mathcad User-DLL: Berechnung thermodynamischer Zustandsgrößen

Abbildung 3.1.5.2 verdeutlicht das Prinzip der Berechnung von Zustandsgrößen auf Basis von T, h, T, s, p, h, p, s und h, s . Zuerst wird die Temperatur oder der Druck ermittelt und danach die IAPWS-IF97 Gleichung zur Berechnung der gewünschten Zustandsgröße auf Basis von p, T berechnet.

Beispiel 2

Abbildung 3.2 zeigt eine qualitative Darstellung einiger Sättigungsgrößen in Abhängigkeit von der Temperatur.

Die Funktionsdefinition zu Beginn dient zum Abfangen der Fehlerwerte, was in diesem Fall nicht erforderlich ist, da die Sättigungsgrößen auf dem gesamten Wertebereich des X-Y-Graphen, $T = 273,15$ K bis $T = 646,15$ K, definiert sind. Diese Methode ist aber oft beim Erstellen von Graphen erforderlich, da sie eine Eintragung des Fehlerwertes in den Graphen verhindert, und soll hier zur Verdeutlichung gezeigt werden.

Zustandsgrößen auf der Siedelinie sind durchgängig, Zustandsgrößen auf der Taulinie sind gestrichelt dargestellt.

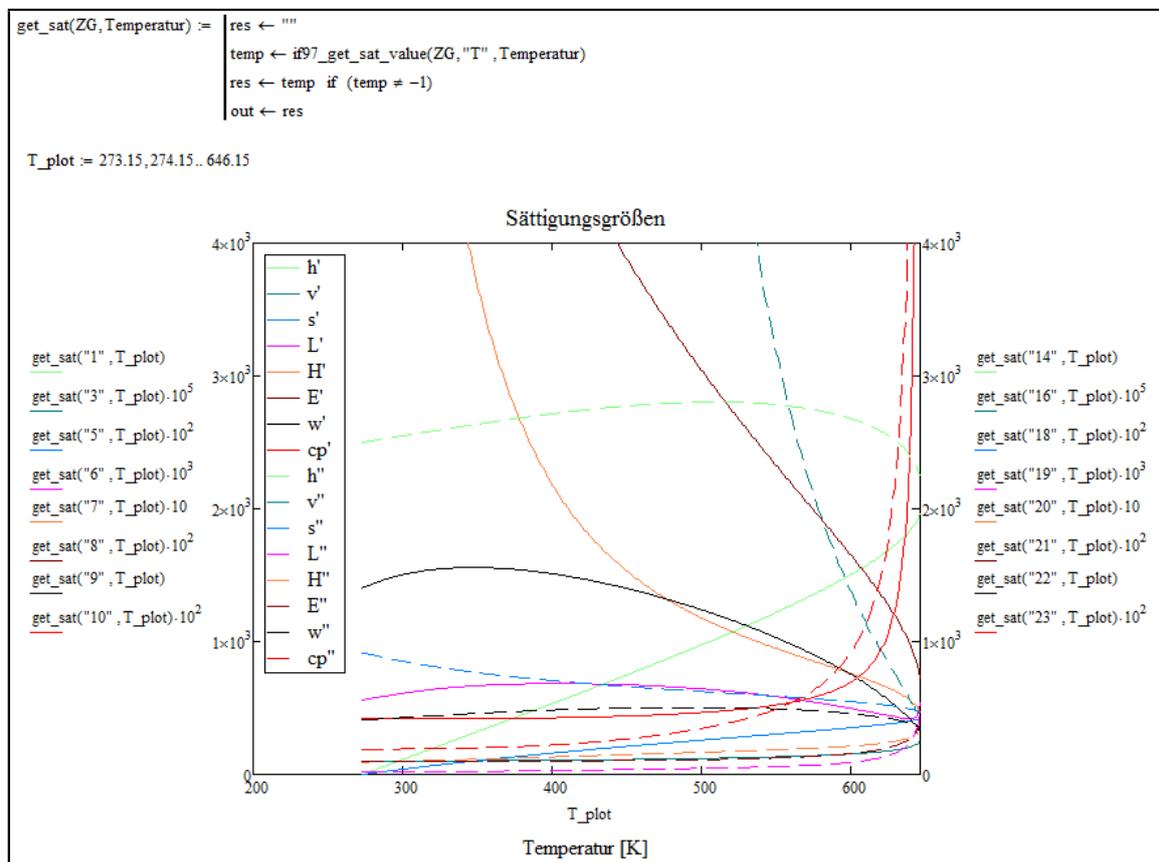


Abbildung 3.2: Beispiel 2 zur Verwendung der Mathcad User-DLL: Qualitative Darstellung der Sättigungsgrößen in Abhängigkeit von der Temperatur

Beispiel 3

In Abbildung 3.3 ist der prinzipielle Vorgang zur Erstellung eines T, h -Diagramms dargestellt, das erstellte Diagramm findet sich in Abbildung 3.4. Darin sind die Kurven konstanten Dampfgehaltes und einige Isenthalpen eingezeichnet. Aufgrund des großen Wertebereichs ist die Erstellungsdauer dieses Diagramms signifikant. Ein Hinzufügen weiterer Iso-Linien (z.B. Isochoren und Isentropen) lässt den Benutzer an die Grenzen von Mathcad stoßen, da X-Y-Graphen das Zeichnen von maximal 16 Funktionen gleichzeitig unterstützen.

Zur Erstellung der Linien konstanten Dampfgehaltes wurde die für diese Anwendung konzipierte Funktion $T(x, h)$ verwendet, siehe Tabelle 3.5. Ungenauigkeiten in der Darstellung ergeben sich aus der gewählten Auflösung der Berechnung sowie eines größeren Annahmehereiches der ermittelten T -Werte, um die Erstellungsdauer des Diagramms zu verringern.

```

h_plot := 0,5..3500

show_p(p, hp) := | res2 ← ""
                 | test ← if97_get_T_ph(p, hp)
                 | res2 ← test if (test ≠ -1)
                 | out2 ← res2

show_x(xges, hx) := | res3 ← ""
                   | temp1 ← if97_get_T_xh(xges, hx, 273.15)
                   | res3 ← temp1 if (temp1 ≠ -1)
                   | out ← res3

show_x2(xges2, hx2) := | Told ← show_x(xges2, hx2) + 20
                      | res3 ← ""
                      | temp ← if97_get_T_xh(xges2, hx2, Told)
                      | res3 ← temp if (temp ≠ -1)
                      | out ← res3

kuppe(enth) := | res ← ""
               | tempdruck ← if97_get_psat_h(enth)
               | res ← if97_get_Tsat_p(tempdruck) if (tempdruck ≠ -1)
               | out ← res

```

Abbildung 3.3: Beispiel 3 zur Verwendung der Mathcad User-DLL: Erforderliche Funktionen zur Erstellung eines T, h -Diagramms

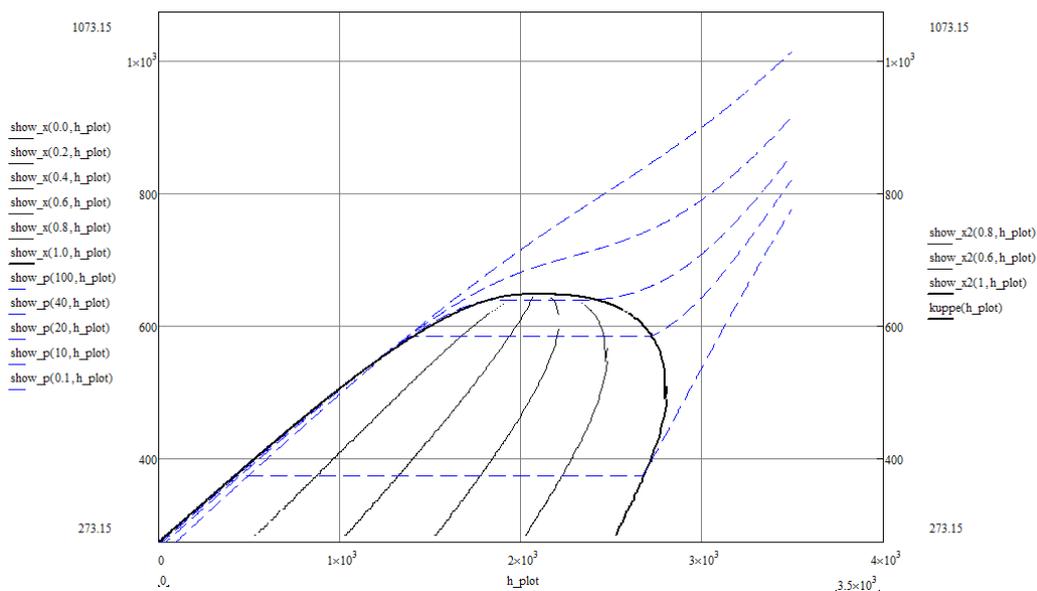


Abbildung 3.4: Beispiel 3 zur Verwendung der Mathcad User-DLL: Erstelltes T, h -Diagramm

3.2 Entwicklungsumgebungen

Die Anwendung wurde in der Programmiersprache C entwickelt. Wegen der mannigfaltigen Dialekte von C ist es wichtig, den verwendeten Dialekt festzulegen. In der Anwendung wurde der derzeitige Standard-Dialekt [5] von C, C11, verwendet.

Zur Entwicklung der Grundstruktur des Programms und der Implementierung der Gleichungen aus Kapitel 2 wurde die Entwicklungsumgebung³¹ **Eclipse CDT** (C/C++ Development Tooling) (*Luna Release*) verwendet. Es handelt sich dabei um eine öffentlich frei verfügbare Anwendung³².

Zur Entwicklung der DLL-Schnittstelle für PTC[®] Mathcad wurde Microsoft[®] **Visual Studio** 2013 verwendet. Die Notwendigkeit dazu ergab sich, da die Erstellung einer Schnittstelle mit Eclipse nicht möglich war. Die von PTC[®] zur Verfügung gestellten Beispiele zur Entwicklung einer User-DLL³³ bezogen sich auch auf Visual Studio.

Da die Gleichungen in Kapitel 2 auf sehr vielen Koeffizienten und Exponenten basieren, deren manuelle Eingabe in die Programmfunktionen fehleranfällig gewesen wäre, wurde ein Koeffizienten-Parser³⁴ entwickelt, um die Koeffizienten der Gleichungen, die alle in elektronischem PDF-Format zur Verfügung standen, in C-Code umzuwandeln. Dieser Parser wurde in der Visual Basic Umgebung von Microsoft[®] Excel 2013 entwickelt. Nach Kopieren der Koeffizienten-Tabellen der IAPWS-IF97 in Excel erstellt der Parser verwendungsbereiten C-Code. Somit konnte die größte mögliche Fehlerquelle, das fehlerhafte Eintragen von Koeffizienten und Exponenten, beseitigt werden.

3.3 Programmablauf

Zur einfachen Darstellung des Programmablaufs wurde die Form des Ablaufdiagramms gewählt. Die Erklärung der jeweiligen Symbole findet sich in Abbildung 3.5. „*Start / Ende*“ signalisiert den Anfang und den Abbruch der Anwendung. Die „*Benutzereingaben*“ sind Informationen, die der Benutzer der Anwendung zukommen lässt. Diese Informationen werden vom Programm aufbereitet und in strukturierte Anwendungsparameter umgewandelt, mit denen das Programm einfacher arbeiten kann. Eine „*Prozedur*“ ist eine programmierte Routine, die mit oder ohne Parameter aufgerufen werden kann, und kein Ergebnis liefert, während eine „*Funktion*“ ein Ergebnis liefern muss. „*Einprogrammierte Daten*“ sind festgelegte numerische Werte, in diesem Fall Koeffizienten, Exponenten, Konstanten und reduzierende Größen. „*Konditionen*“ sind Teil von Prozeduren und Funktionen, allerdings werden wichtige Konditionen im Ablaufdiagramm symbolisch

³¹Eine übliche Abkürzung für Entwicklungsumgebung ist IDE - Integrated Development Environment

³²Eclipse Public License: <https://eclipse.org/org/documents/epl-v10.html> (27.05.2015)

³³Bezeichnung für eine selbstentwickelte DLL zur Benutzung in Mathcad

³⁴Ein Parser ist ein Programm, um Eingaben in einer bestimmten Art zu zerlegen und umzuwandeln, so dass sie beliebig weiter verarbeitet werden können

extra aufgezeigt.

Die beiden Anwendungsformen (Konsolenanwendung und Mathcad User-DLL) unterscheiden sich im Quelltext nur in der Datei „start.c“, die im Fall der Konsolenanwendung die Aufteilung der Benutzerparameter und deren Einteilung zur entsprechenden Meta-Funktion übernimmt. Im Fall der User-DLL befindet sich darin die DLL-Schnittstelle zu Mathcad sowie die Deklaration aller unterstützten Funktionen.

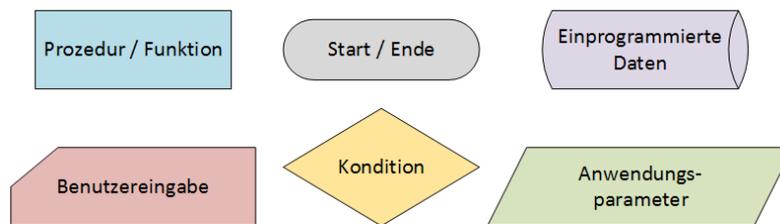


Abbildung 3.5: Symbol-Legende der Ablaufdiagramme

Konsolenanwendung

Der generelle Programmablauf der Konsolenanwendung *if97calc.exe* ist in Abbildung 3.6 dargestellt. Das Programm wird vom Benutzer mit einer Reihe von Parametern, siehe Kapitel 3.1.3, aufgerufen. Im Diagramm startet die Konsolenanwendung beim Einstiegspunkt „Start Anwendung“. Die Aufrufparameter werden zuerst von einem eingebauten Parser in gegebene Eingangsgrößen, gesuchte Ausgangsgrößen und verwendete Optionen aufgeteilt und im Programmspeicher entsprechend vermerkt. Bei einer fehlerhaften Eingabe wird das Programm abgebrochen und ein Fehlerwert ausgegeben. In einer umfangreichen Zuordnungs-Prozedur wird die Kombination aus Eingangs- und Ausgangsgrößen verwendet, um die passende Meta-Funktion zu finden.

Eine Meta-Funktion beschreibt hier die Zuordnung eines Zustandspunktes in die korrekte IAPWS-IF97 Region, siehe Kapitel 2.1.1, den Aufruf der entsprechenden Prozedur zur Berechnung der Gleichung und die Kontrolle, ob die gegebenen Werte innerhalb der Gültigkeitsbereiche liegen. Liegen die Eingangsgrößen nicht innerhalb der vorgeschriebenen Gültigkeitsbereiche, wird ein Fehlerwert³⁵ ausgegeben. Bei erfolgreicher Berechnung erfolgt die Ausgabe der Ergebnisse und das Ende des Programms.

Optionale Einstellungen des Benutzers werden in unterschiedlichsten Phasen des Programms berücksichtigt.

³⁵Der Fehlerwert ist standardmäßig -1

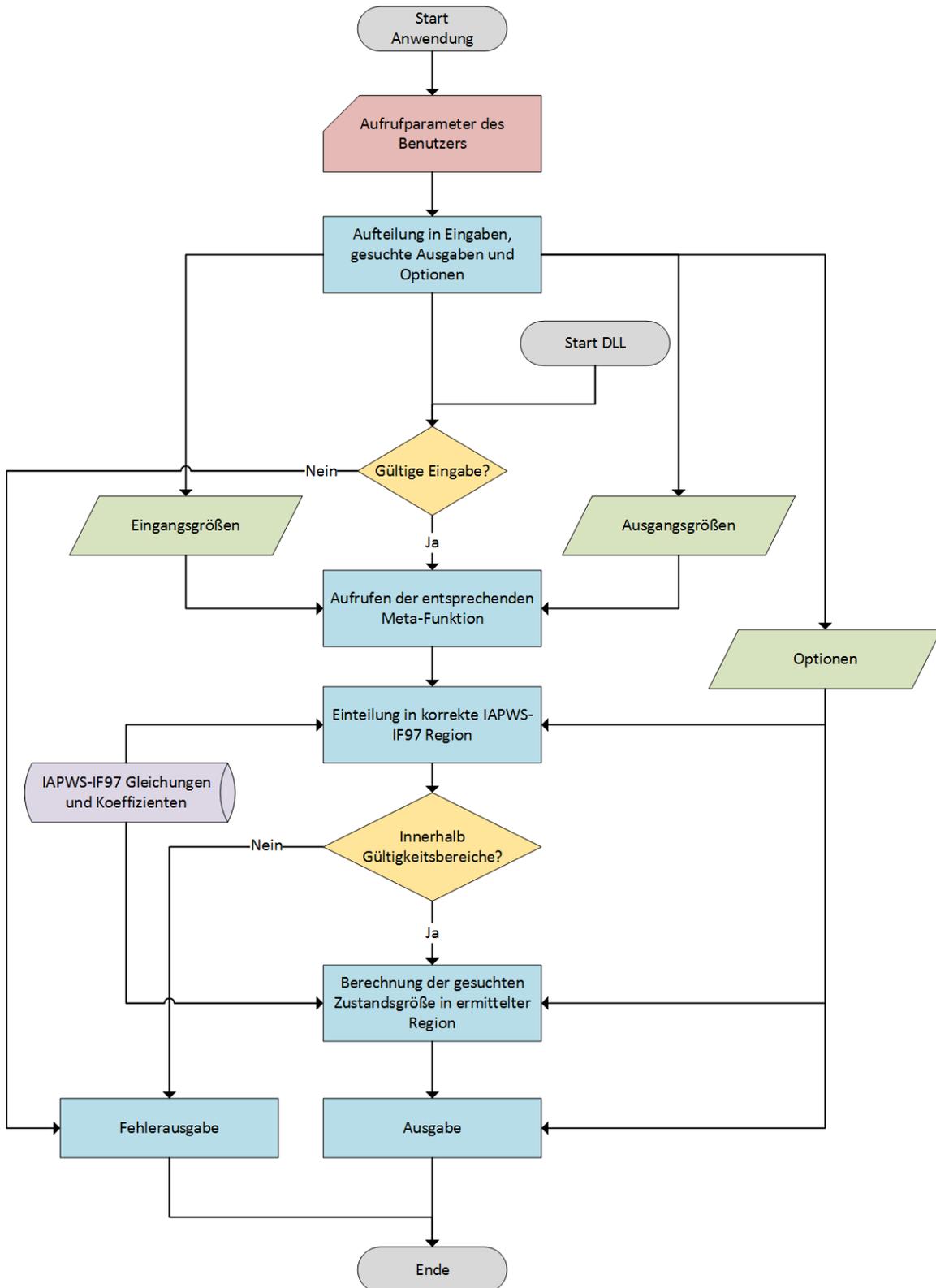


Abbildung 3.6: Genereller Programmablauf

Mathcad User-DLL

Die User-DLL *if97calc.dll* liefert eine Anzahl an Funktionen, die auf Basis gegebener Zustandsgrößen gesuchte Größen berechnen. Hier trifft bereits der Benutzer die Auswahl der anzuwendenden Funktion, sodass die Ablaufschritte der Konsolenanwendung bis inklusive Aufruf der entsprechenden Meta-Funktion nicht benötigt werden. Nach einer allgemeinen Kontrolle der Eingaben³⁶ wird für die gesuchte Zustandsgröße auf Basis des gegebenen Zustandspunktes die zu verwendende IAPWS-IF97 Region bestimmt und die gesuchte Größe auf Basis der korrekten Gleichungen berechnet und ausgegeben.

3.3.1 Wichtige Prozeduren

Um einen besseren Einblick in die Funktionsweise des Programms zu gewähren, werden in diesem Kapitel beispielhaft einige wichtige Funktionen des Programms, die in ähnlicher Form mehrere Male vorkommen oder auf die oft zugegriffen wird, stark kommentiert dargestellt.

3.3.1.1 Regionsbestimmung bei gegebenem h, s -Zustandspunkt

Eine der wichtigsten Funktionen des Programms ist es, einen Zustandspunkt in die korrekte IAPWS-IF97 Region einzuordnen. Dafür bedient sich das Programm unterschiedlichster Grenzgleichungen. Beispielhaft ist hier die Funktion zur Einordnung eines gegebenen h, s -Zustandspunktes in die korrekte Region dargestellt. Diese Art von Funktionen wird meist von Meta-Funktionen, siehe Kapitel 3.3, aufgerufen. Die Einteilung des Zustandspunktes basiert auf Abb. 2.17 und Abb. 2.18 in Kapitel 2.5.5 sowie Abb. 2.19 in Kapitel 2.5.6.

Quellcode 3.1: Funktion zur Einordnung eines h, s -Zustandspunktes in die korrekte IAPWS-IF97 Region

```
int getSectorNumber_from_h_s(long double Enthalpie,
    long double Entropie) {
    // Option "Force Region" aktiviert?
    if (OPTION_ForceRegion != -1) {
        switch (OPTION_ForceRegion) {
            case 1: return 1; // zwingt Berechnung in Region 1
            case 2: return 2; // zwingt Berechnung in Region 2
            case 3: return 3; // zwingt Berechnung in Region 3
            case 4: return 4; // zwingt Berechnung in Region 4
            case 5: return 5; // zwingt Berechnung in Region 5
            case 6: OPTION_ForceMS = WAHR; return 2; // zwingt
                // Berechnung im metastabilen Dampfgebiet
            default: break;
        }
    }
}
```

³⁶Überprüfung ob reale Zahlen verwendet werden

```

// Berechnung nach "Supp-phys3-2014", Kapitel 4
// Ermittlung der Grenzgrößen für den gegebenen Zustandspunkt
long double hb13 = get_boundary_hB13(Entropie);
long double h1_strich = get_boundary_h1_strich(Entropie);
long double h3a_strich = get_boundary_h3a_strich(Entropie);
long double h2c3b = get_boundary_h2c3b_strichstrich(Entropie);
long double h2ab = get_boundary_h2ab_strichstrich(Entropie);

// Festlegung der Konstanten
long double s_strich = 3.778281340;
long double s_c = 4.41202148223476;
long double s_min_b23 = 5.048096828;
long double s_max_b23 = 5.260578707;
long double h_min_b23 = 2.563592004 *pow(10,3);
long double h_max_b23 = 2.812942061 *pow(10,3);
long double sec_out = -1; // Initialisierung der
// Ergebnisvariable
// Links im h,s-Diagramm anfangen
if (isBigger(Entropie,s_strich)==FALSCH) {
// Zwischen 1, 3 und 4, links von s'
if (isSmaller(Enthalpie,h1_strich)==FALSCH) {
//liegt über Sättigungslinie
if (isBigger(Enthalpie, hb13)==FALSCH) {
sec_out = 1;
}
else {
sec_out = 3;
}
}
else {
//Unterhalb der Sättigungslinie, Region 4
sec_out = 4;
}
}
if ((isBigger(Entropie, s_strich)==WAHR) &&
(isSmaller(Entropie,s_min_b23)==WAHR)) {
// Zwischen Reg 3 und Reg 4, abklären ob
// über Sättigungslinie
if (isBigger(Entropie,s_c)==FALSCH){
// Links von Punkt C
if (isSmaller(Enthalpie, h3a_strich)==FALSCH) {
// Überhalb Sättigungslinie
sec_out = 3;
}
else {
// Unterhalb -> Region 4
sec_out = 4;
}
} else {
// Rechts von Punkt C
if (isSmaller(Enthalpie, h2c3b)==FALSCH) {
// Überhalb Sättigungslinie
sec_out = 3;
} else {
// Unterhalb Sättigungslinie

```

```

        sec_out = 4;
    }
}
}
// Horizontal innerhalb vom Kurven-Quadrat zwischen Reg 2, 3, 4
if ((isSmaller(Entropie,s_min_b23)==FALSCH) &&
    (isBigger(Entropie, s_max_b23)==FALSCH)) {
    // Checken wie groß h ist, falls kleiner h_min
    // -> Reg 3 oder 4.
    // Falls größer h_max -> Reg 2
    if (isSmaller(Enthalpie,h_min_b23)==WAHR) {
        // Entscheiden zw. Reg 3 und 4
        if (isSmaller(Enthalpie, h2c3b)==FALSCH) {
            sec_out = 3;
        } else {
            sec_out = 4;
        }
    }
} else if (isBigger(Enthalpie,h_max_b23)==WAHR) {
    // Überhalb vom Quadrat -> gültig wäre Region 2
    sec_out = 2;
    //
} else {
    // Innerhalb vom Quadrat, abchecken mit TB23
    // und p2c_01
    long double Tb23=
        get_boundary_TB23(Enthalpie,Entropie);
    long double p2c=
        getp_from_h_s_2c(Enthalpie,Entropie);
    long double pb23 =
        getGrenze_Sector2_pie(Tb23);
    // siehe Supp-phs3-Abbildung 5
    if (isSmaller(p2c,pb23)==WAHR) {
        sec_out = 2;
    } else {
        sec_out = 3;
    }
}
}
// Rechts von der Kurve (s_max_b23)
if (isBigger(Entropie,s_max_b23)==WAHR) {
    // Entweder Reg 2 oder 4
    // Zuerst schauen ob links oder rechts von s=5.85
    long double enth_grenze;
    if (isSmaller(Entropie,5.85)==WAHR) {
        enth_grenze = h2c3b;
    } else {
        enth_grenze = h2ab;
    }
    if (isSmaller(Enthalpie, enth_grenze)==FALSCH) {
        // Überhalb Sättigungslinie
        sec_out = 2;
    } else {
        // Unterhalb Sättigungslinie
        sec_out = 4;
    }
}
}

```

```

    }
    return sec_out; // Ergebnis ausgeben
}

```

3.3.1.2 Zustandsgrößenberechnung in Region 1

Die Berechnung der Zustandsgrößen erfolgt in allen 5 Regionen ähnlich. Erforderlich ist hier der Aufruf der Funktion zur Berechnung der Fundamentalgleichung 1, welche die dimensionslose freie Enthalpie $\gamma(\pi, \tau)$ und die benötigten Ableitungen der Fundamentalgleichung liefert, siehe Kapitel 2.1.2. Diese Größen werden als Array³⁷ an die betrachtete Funktion übergeben. Mittels Berechnungsvorgängen entsprechend der Tabelle 2.2 wird daraus die gesuchte Zustandsgröße ermittelt.

Quellcode 3.2: Funktion zur Berechnung der Zustandsgrößen in IAPWS-IF97 Region 1

```

long double * getZustandsgrößen_1(long double Druck,
    long double Temp) {
    // Festlegung der reduzierenden Größen
    const long double p_stern = 16.53;
    const long double T_stern = 1386;
    // Initialisierung des reduzierten Drucks und
    // der reduzierten Temperatur
    long double pie = Druck/p_stern;
    long double tau = T_stern/Temp;

    // Aufruf der Fundamentalgleichung 1, Übergabe an Array
    long double *gammas = getGamma_FUNDAMENTAL_1(Druck,Temp);
    // spez. Volumen, /1000 wg. Ausgabeeinheit [m^3/kg]
    ZGroessen[0] = ((pie * gammas[1]) * R * Temp / Druck) / 1000;
    // spez. innere Energie
    ZGroessen[1] = (tau * gammas[3] - pie * gammas[1]) * R * Temp;
    // spez. Enthalpie
    ZGroessen[3] = (tau * gammas[3]) * R * Temp;
    // spez. isobare Wärmekapazität
    ZGroessen[4] = (-pow(tau,2) * gammas[4]) * R;
    // spez. isochore Wärmekapazität
    ZGroessen[5] = (-pow(tau,2) * gammas[4] +
        pow((gammas[1]-tau*gammas[5]),2) / gammas[2]) * R;
    // Schallgeschwindigkeit
    ZGroessen[6] = sqrt((pow(gammas[1],2)*R*Temp /
        (pow((gammas[1]-tau*gammas[5]),2)/
            (pow(tau,2)*gammas[4]-gammas[2]))*1000);
    // alpha_v für thermodynamische Ableitungen
    ZGroessen[7] = (1/Temp)*(1-tau*gammas[5]/gammas[1]);
    // K_T für thermodynamische Ableitungen
    ZGroessen[8] = -(1/Druck)*pie*gammas[2]/gammas[1];
    return ZGroessen; // Ausgabe des Ergebnisses
}

```

³⁷Ein Array ist eine Datenstruktur, die die Verarbeitung von mehreren gleichartig strukturierten Daten vereinfacht

3.3.1.3 Iteration zur Bestimmung von $v''(T)$

Obwohl die Anwendung dank der zahlreichen Rückwärtsgleichungen der IAPWS-IF97 und ergänzender Veröffentlichungen fast zur Gänze ohne Iterationen auskommt, ist eine Iteration zur Bestimmung des spezifischen Volumens an der Taulinie bei Temperaturen $T > 623,15$ K notwendig [15, S. 103]. Die Berechnung basiert auf der Phasengleichgewichtsbedingung in Region 3 (Maxwell-Kriterium, Gl. (2.1.61)). Zur Bestimmung der gesuchten Größe wurde das Sekantenverfahren³⁸ verwendet.

Da die Funktion der Gleichgewichtsbedingung die 0-Achse zweimal schneidet (einmal an der Siedelinie $x = 0$ und einmal an der Taulinie $x = 1$), werden zu kleine Werte der Iterationsvariablen begrenzt auf einen Wert, der in jedem Fall größer ist als alle möglichen Werte von $v'(T)$. So werden falsche Ergebnisse ausgeschlossen.

Bei der Implementation von Iterationen muss ein Kompromiss zwischen Genauigkeit und Geschwindigkeit eingegangen werden. Die Iteration stoppt, wenn die Phasengleichgewichtsbedingung mit einer Abweichung von maximal $1 \cdot 10^{-17}$ erfüllt ist oder die Iteration 1000x durchlaufen wurde. Es hat sich gezeigt, dass hohe Genauigkeiten schon nach 5-25 Iterationen erzielt werden, daher wurde eine Begrenzung von 1000 Durchläufen als ausreichend befunden.

Quellcode 3.3: Funktion zur Bestimmung von $v''(T)$ auf der Taulinie

```
long double get_v_saturated_from_T(long double Temp) {
    // Überprüfung ob innerhalb des gültigen Bereichs (Sättigungslinie)
    if ((isBigger(Temp,647.096)==WAHR) ||
        (isSmaller(Temp,273.15)==WAHR)) {
        return ERROR_VALUE;
    }
    if (isEqual(Temp,647.096)==WAHR) {
        // für die kritische Temperatur wird das bekannte spezifische
        // Volumen in diesem Punkt ausgegeben, da die Iteration in
        // der Nähe des kritischen Punktes ungenauer wird
        return 0.003106;
    }
    // SEKANTENVERFAHREN zur Approximation
    long double p_s = get_Dampfdruck(Temp); // Sättigungsdruck berechnen
    if (isBigger(Temp,623.15) == FALSCH) {
        // wenn Temperatur <= 623.15 K ist, kann das spez. Volumen
        // aus Region 2 berechnet werden
        return get_v_from_p_T_R2(p_s,Temp);
    }
    // Startwert der Dichte auf der Siedelinie, rho'
    long double rho_strich = 1/getv_from_p_T_R3(p_s,Temp);
    long double x_n = 1000; // oberer Startwert für Rho
    long double x_nm1, phi_2strich;
    // Berechnung der freien Energie phi in Region 3
    long double phi_strich = get_phi0_from_r_T_R3(rho_strich,Temp);
```

³⁸Ein Näherungsverfahren basierend auf dem Newton-Verfahren, aber ohne die Notwendigkeit der Berechnung von Ableitungen

```

long double x_np1 = 1/0.008828; // unterer Startwert für Rho
long double smallest_F=100;
long double best_x=0;
int iteration_count = 0;
long double F_n, F_nm1;

// Start Iteration
do {
    // Rho'' ist x
    iteration_count = iteration_count + 1;
    x_nm1 = x_n;
    x_n = x_np1;
    // Grenzen checken (Kurve schneidet 0 zweimal)
    // Wenn Rho kleiner als 113.27594 geht die Iteration
    // in die falsche Richtung (Richtung Siedelinie)
    if (isSmaller(x_n,113.27594)==WAHR) {
        x_n = 113.27594;
    }
    // Rho soll auch in die andere Richtung keine zu großen
    // Werte annehmen (Gültigkeitsbereich!)
    if (isBigger(x_n,321.9575016)==WAHR) {
        x_n = 321.9575016;
    }
    // -- Ab hier werden die Funktionswerte angepasst (F_n, F_nm1)
    phi_2strich = get_phi0_from_r_T_R3(x_n,Temp);
    F_n = ((phi_strich-phi_2strich) /
            ((1/x_n-1/rho_strich)*p_s*pow(10,3))
            * R * Temp) -1;
    phi_2strich = get_phi0_from_r_T_R3(x_nm1,Temp);
    F_nm1 = ((phi_strich-phi_2strich) /
            ((1/x_nm1-1/rho_strich)*p_s*pow(10,3))
            * R * Temp) -1;

    // ---
    if ((F_n-F_nm1)==0) {
        x_np1=x_n-10;
    } else {
        x_np1 = x_n - (x_n-x_nm1)*F_n/(F_n-F_nm1);
    }
    if (isSmaller(1/x_np1,0.001)==WAHR) {
        x_np1 = 1/0.001;
    }
    if ((sqrt(pow(F_n,2)) < smallest_F) {
        // Neue, genauere Approximation gefunden
        smallest_F = sqrt(pow(F_n,2));
        best_x = x_n; // den "besten" Dichte-Wert speichern
    }
    // Iteration wird erst abgebrochen, wenn die Phasengleichgewichts-
    // -bedingung sehr genau erfüllt ist oder 1000 Iterationsschritte
    // berechnet wurden.
} while ((sqrt(pow(F_n,2)) > pow(10,-11)
        && (iteration_count<1000));
if (iteration_count == 1000) {
    // Wenn die Iteration abgebrochen wurde, bevor die höchste
    // Genauigkeit erzielt werden konnte, wird das beste
    // approximierte Ergebnis ausgegeben

```

```

    x_n = best_x;
}
if (isnan(x_n)==FALSCH) {
    // Falls fehler in Berechnung -> Fehlerwert ausgeben
    x_n = ERROR_VALUE;
}
return 1/x_n;
}

```

3.3.1.4 Aufbau der Mathcad-Schnittstelle einer Funktion

Quellcode 3.4 zeigt die Schnittstelle der Funktion $s(p, T, x)$ für die Mathcad User-DLL. Die verschiedenen Variablentypen werden in einer von Mathcad gelieferten Bibliothek, die beim Kompilieren eingebunden werden muss, definiert.

Quellcode 3.4: Mathcad-Schnittstelle für $s(p, T)$

```

// s(p,T) Mathcad Schnittstelle
LRESULT call_iapws_get_s_from_p_T(COMPLEXSCALAR * Ergebnis, COMPLEXSCALAR * a1,
    COMPLEXSCALAR * a2, COMPLEXSCALAR * aX) {
    if (a1->imag != 0) { return MAKELRESULT(3, 1); } // Fehler: erstes Argument imaginär
    if (a2->imag != 0) { return MAKELRESULT(3, 2); } // Fehler: zweites Argument imaginär
    if (a1->real < 0) { if ((a2->real < 273.15) || (aX->real < 0) || (aX->real > 1)){
        MAKELRESULT(1, 1); } } // Fehler falls erstes Argument in ungültigem Bereich
    if (a2->real < 273.15) { if ((a1->real < 0) || (aX->real < 0) || (aX->real > 1)){
        return MAKELRESULT(1, 2); } } // Fehler:zweites Argument in ungültigem Bereich
    if (aX->imag != 0) { return MAKELRESULT(3, 3); } // Fehler falls X imaginär
    DoInitIapws(); // Neu-Initialisierung aller globalen Variablen
    angaben[angabenCount] = 'p';
    angabenCount++;
    angaben[angabenCount] = 'T';
    angabenCount++;
    angaben[angabenCount] = 'x';
    angabenCount++;
    p = a1->real;
    T = a2->real;
    x = aX->real;
    if (x != -1) {
        if ((x>1) || (x < 0)) { return MAKELRESULT(1, 3); } // ungültige Eingabe von X
        if (!(p == -1) ^ (T == -1)) { return MAKELRESULT(4, 0); }
        // Fehler falls bei vorhandenem X p und T nicht -1 sind
    }
    double tempresult = (double)get_s_from_p_T_meta(a1->real, a2->real);
    if ((OPTION_throwerror == WAHR) && (tempresult == -1)) { return MAKELRESULT(2, 0); }
    // Gibt Error zurück falls Ergebnis -1 ist, Option deaktiviert: -1 wird ausgegeben
    Ergebnis->imag = 0;
    Ergebnis->real = tempresult;
    return 0;
}

// Eintragen der Funktionsinformationen zur Benutzung durch Mathcad
FUNCTIONINFO if97_get_s_pT = { "if97_get_s_pT", "p,T,x", "spezifische_Entropie
aus_p_und_T", (LPCFUNCTION)call_iapws_get_s_from_p_T, COMPLEX_SCALAR, 3,
    { COMPLEX_SCALAR, COMPLEX_SCALAR, COMPLEX_SCALAR } };

```

3.3.2 Fehlerbehandlung

Da alle Gleichungen der IAPWS-IF97 Gültigkeitsbereiche angeben, müssen die Eingangsgrößen entsprechend geprüft werden. Das passiert einerseits in den Meta-Funktionen, die automatisch einen Fehlerwert liefern, wenn ein Zustandspunkt keiner Region korrekt zugeordnet werden konnte. Außerdem werden alle Ausgangsvariablen der Funktionen direkt nach der Deklaration³⁹ auf den Fehlerwert initialisiert⁴⁰, was dazu führt, dass bei Fehlern in der Berechnung, die zum Abbruch des Programms führen, der Fehlerwert ausgegeben wird.

Der Fehlerwert wurde auf die Größe „-1“ festgelegt. Die Konsolenanwendung liefert diese Ausgabe, wenn sich die Eingangsgrößen nicht im gültigen Bereich befinden oder andere unbestimmte Fehler auftreten.

Die User-DLL erlaubt durch ihre Schnittstelle mit Mathcad und der Tatsache, dass immer nur eine Zustandsgröße berechnet werden kann, eine unmittelbare Fehlerbehandlung. Bei der Eingabe ungültiger Werte, z.B. Buchstaben statt Zahlen oder imaginäre Werte, werden die fehlerhaften Argumente direkt von Mathcad rot markiert. Dieses Verhalten wurde in den Schnittstellenroutinen der Anwendung festgelegt. Bei ungültigen Ergebnissen, die bei der Konsolenanwendung den Fehlerwert -1 liefern würden, liefert Mathcad einen Fehler und gibt nichts aus.

³⁹Die Deklaration reserviert Programmspeicher für eine Variable

⁴⁰Initialisierung ist die erste Wert-Zuweisung einer neu deklarierten Variablen

Zusammenfassung

Um auf Stoffwerte für Wasser und Wasserdampf nicht nur in tabellarischer Form zugreifen zu können, sollte ein Programm zur computerunterstützten Berechnung der Zustands- und Transportgrößen entwickelt werden. Existierende Programme dieser Art sind kostenpflichtig, mit Lizenzen versehen oder besitzen erforderliche Funktionen, wie z.B. die automatische Einordnung eines beliebigen Zustandspunktes in die korrekte Region, nicht.

Das Institut für Energietechnik und Thermodynamik an der Technischen Universität Wien gab aus diesem Grund eine Diplomarbeit in Auftrag. Im Zuge dieser sollte ein Programm erstellt werden, das den Bedürfnissen des Instituts entspricht, wie z.B. der Forderung nach einer Mathcad-Schnittstelle.

Um die computerunterstützte Berechnung der Zustands- und Transportgrößen zu ermöglichen und individuelle Anpassungen zu unterstützen, wurde ein Programm auf Basis des Industriestandards IAPWS-IF97 entwickelt. Die Erstellung einer User-DLL zur Verwendung in Mathcad erlaubt es, benutzerdefinierte Funktionen zu verwenden. Bei der Implementierung wurden die aktuellsten Veröffentlichungen berücksichtigt.

Das wichtigste Ergebnis dieser Arbeit ist, neben der erstellten Anwendung, der dem Institut für Energietechnik und Thermodynamik der Technischen Universität Wien zur Verfügung gestellte Quelltext, mit dem die Anwendung im Zuge zukünftiger Projekte beliebig erweitert und optimiert werden kann. Zahlreiche Entwicklerkommentare in den Quelltext-Dateien sowie die umfassende Dokumentation aller notwendigen Gleichungen zur Berechnung der Zustandsgrößen vereinfachen dieses Vorhaben. Neben den thermodynamischen Grundlagen der Zustandsgrößen von Wasser und Wasserdampf werden Programmabläufe geschildert, die Entwicklung der Anwendung dokumentiert und deren korrekte Verwendung aufgezeigt.

Abbildungsverzeichnis

1.1	p, v, T -Fläche	7
1.2	p, T -Diagramm	8
1.3	T, s -Diagramm	9
1.4	h, s -Diagramm	10
1.5	$\lg p, h$ -Diagramm	11
2.1	Regionen im p, T -Diagramm sowie Fundamentalgleichungen der IAPWS-IF97	16
2.2	Aufteilung von Region 2 in die drei Subregionen 2a, 2b und 2c für die Rückwärtsgleichungen $T(p, h)$ und $T(p, s)$ im p, T -Diagramm	24
2.3	Unsicherheiten des spezifischen Volumens, $\Delta v/v$	33
2.4	Unsicherheiten der spezifischen isobaren Wärmekapazität, $\Delta c_p/c_p$	34
2.5	Unsicherheiten der Schallgeschwindigkeit, $\Delta w/w$	34
2.6	Unsicherheiten des Sättigungsdrucks, $\Delta p_s/p_s$	35
2.7	Absolute Unsicherheiten Δh der spezifischen Enthalpie h	35
2.8	Regionen und Gleichungen der IAPWS-IF97 und Supplementary Releases .	40
2.9	Aufteilung von Region 3 in Subregionen für die Rückwärtsgleichungen $v_3(p, T)$	41
2.10	Vergrößerung eines Bereichs in der Abbildung 2.9	41
2.11	Aufteilung von Region 3 in Rückwärtsgleichungen und Zusatzgleichungen sowie Gültigkeitsbereiche dieser Gleichungen	42
2.12	Aufteilung von Region 3 in Subregionen 3u bis 3z für die Zusatzgleichungen	47
2.13	Regionen und Gleichungen der IAPWS-IF97 und Supplementary Releases .	48
2.14	Regionen und Subregionen des p, T Bereichs in Bezug auf die Rückwärtsgleichungen $p(h, s)$	49
2.15	Regionen und Gleichungen der IAPWS-IF97 und Supplementary Releases .	52
2.16	Aufteilung von Region 3 in Subregionen 3a und 3b	53
2.17	IAPWS Regionen in der h, s -Ebene und relevante Grenzgleichungen	55
2.18	Darstellung der B23-Gleichung $p_{B23}^{97}(T)$	58
2.19	IAPWS Regionen in der h, s Ebene mit hervorgehobenem Gültigkeitsbereich der Gleichung $T_{sat}(h, s)$	59

2.20	Regionen und Gleichungen der IAPWS-IF97 und Supplementary Releases .	61
2.21	Aufteilung von Region 3 in die Subregionen 3a und 3b für die Rückwärts- gleichungen $T(p, h)$, $v(p, h)$, $T(p, s)$ und $v(p, s)$	62
2.22	Darstellung der Regionen 1 bis 4 der IAPWS-IF97 und der Grenzgleichung $p_{3sat}(h)$	65
2.23	Darstellung der Regionen 1 bis 4 der IAPWS-IF97 und der Grenzgleichung $p_{3sat}(s)$	65
3.1	Beispiel 1 zur Verwendung der Mathcad User-DLL	80
3.2	Beispiel 2 zur Verwendung der Mathcad User-DLL	81
3.3	Beispiel 3 zur Verwendung der Mathcad User-DLL: Erforderliche Funktionen	82
3.4	Beispiel 3 zur Verwendung der Mathcad User-DLL: Diagramm	82
3.5	Symbol-Legende der Ablaufdiagramme	84
3.6	Genereller Programmablauf	85

Tabellenverzeichnis

1.1	Relevante Zustands- und Transportgrößen von Wasser und Wasserdampf	11
2.1	Ableitungen der dimensionslosen freien Enthalpie γ , Gl. (2.1.1)	17
2.2	Thermodynamische Zustandsgrößen und Beziehungen zur dimensionslosen freien Enthalpie γ , Gl. (2.1.1), und ihren Ableitungen	18
2.3	Ableitungen des idealen Gasanteils der dimensionslosen freien Enthalpie γ^o , Gl. (2.1.17)	21
2.4	Ableitungen des residuellen Anteils der dimensionslosen freien Enthalpie γ^r , Gl. (2.1.18)	21
2.5	Thermodynamische Zustandsgrößen und Beziehungen zum freien Gasanteil der freien Enthalpie γ^o , Gl. (2.1.17), dem residuellen Anteil der freien Enthalpie γ^r , Gl. (2.1.18), und deren Ableitungen	22
2.6	Ableitungen der dimensionslosen freien Energie ϕ , Gl. (2.1.47)	27
2.7	Thermodynamische Zustandsgrößen und Beziehungen zur dimensionslosen freien Energie ϕ , Gl. (2.1.47), und ihren Ableitungen	28
2.8	Ableitungen des idealen Gasanteils der dimensionslosen freien Enthalpie γ^o , Gl. (2.1.66)	31
2.9	Ableitungen des residuellen Anteils der dimensionslosen freien Enthalpie γ^r , Gl. (2.1.67)	32
2.10	Thermodynamische Zustandsgrößen und Beziehungen zum freien Gasanteil der freien Enthalpie γ^o , Gl. (2.1.66), dem residuellen Anteil der freien Enthalpie γ^r , Gl. (2.1.67), und deren Ableitungen	32
2.11	Konstanten der Gleichungen (2.2.9b) und (2.2.9c)	39
2.12	Einordnung eines gegebenen Druck-Temperatur-Punktes in die korrekte Subregion	43
2.13	Anzahl der Koeffizienten N , reduzierende Größen v^* , p^* und T^* , nicht-lineare Parameter a , b und Exponenten c , d und e von Gleichungen (2.3.4) und (2.3.5)	45
2.14	Einordnung eines gegebenen Druck-Temperatur-Punktes in die korrekte Subregion, 3u oder 3z, für den überkritischen Druckbereich	46
2.15	Einordnung eines gegebenen Druck-Temperatur-Punktes in die korrekte Subregion, 3u oder 3z, für den unterkritischen Druckbereich	46

2.16	Anzahl der Koeffizienten N , reduzierende Größen v^* , p^* und T^* , nicht-lineare Parameter a , b und Exponenten c , d und e von Gleichung (2.3.4) für die Subregionen 3u bis 3z	47
2.17	Kriterien zur Einteilung in die korrekte Subregion, 3a oder 3b, für die Rückwärtsfunktion $p(h, s)$	53
3.1	Mögliche Eingabegrößen in der Konsolenanwendung	70
3.2	Mögliche Ausgabegrößen in der Konsolenanwendung	71
3.3	Zuordnung von Bezeichnern und Referenzen für Tabelle 3.2	71
3.4	Unterstützte Ausgangsgrößen für Kombinationen von Eingangsgrößen . . .	72
3.5	Verfügbare Funktionen der User-DLL für den Aufruf in Mathcad	72
3.6	Funktionen zur Bestimmung des Sättigungsdruckes oder der Siedetemperatur	76
3.7	Funktionen zur Bestimmung der IAPWS-IF97 Region	78

Quellcodes

3.1	Funktion zur Einordnung eines h, s -Zustandspunktes in die korrekte IAPWS-IF97 Region	86
3.2	Funktion zur Berechnung der Zustandsgrößen in IAPWS-IF97 Region 1 . .	89
3.3	Funktion zur Bestimmung von $v''(T)$ auf der Taulinie	90
3.4	Mathcad-Schnittstelle für $s(p, T)$	92

Literaturverzeichnis

- [1] H. D. Baehr and S. Kabelac. *Thermodynamik; Grundlagen und technische Anwendungen*. Springer, Berlin, Heidelberg, New York, Barcelona, Budapest, Hongkong, London, Mailand, Paris, Santa Clara, Singapur, Tokio, 14. edition, 2012.
- [2] J. R. Copper. *Revised Release on the IAPWS Industrial Formulation 1997 for the Thermodynamic Properties of Water and Steam*. International Association for the Properties of Water and Steam, Lucerne, Switzerland, 2007.
- [3] K. Daucik. *Revised Release on the Pressure along the Melting and Sublimation Curves of Ordinary Water Substance*. International Association for the Properties of Water and Steam, Plzen, Czech Republic, 2011.
- [4] R. Fernandez-Prini. *Release on the Refractive Index of Ordinary Water Substance as a Function of Wavelength, Temperature and Pressure*. International Association for the Properties of Water and Steam, Erlangen, Germany, 1997.
- [5] Information technology – Programming languages – C, 2011.
- [6] Information technology – Microprocessor Systems – Floating-Point arithmetic, 2011.
- [7] S. McConnell. *Code Complete A Practical Handbook of Software Construction*, page 514. Microsoft Press, 2. edition, 2004.
- [8] T. Petrova. *Revised Advisory Note No. 3; Thermodynamic Derivatives from IAPWS Formulations*. International Association for the Properties of Water and Steam, Moscow, Russia, 2014.
- [9] T Petrova. *Revised Release on the IAPWS Formulation 1995 for the Thermodynamic Properties of Ordinary Water Substance for General and Scientific Use*. International Association for the Properties of Water and Steam, Moscow, Russia, 2014.
- [10] T. Petrova. *Revised Supplementary Release on Backward Equations for Pressure as a Function of Enthalpy and Entropy $p(h,s)$ for Regions 1 and 2 of the IAPWS Industrial Formulation 1997 for the Thermodynamic Properties of Water and Steam*. International Association for the Properties of Water and Steam, Moscow, Russia, 2014.
- [11] T. Petrova. *Revised Supplementary Release on Backward Equations for Specific Volume as a Function of Pressure and Temperature $v(p,T)$ for Region 3 of the IAPWS*

- Industrial Formulation 1997 for the Thermodynamic Properties of Water and Steam.* International Association for the Properties of Water and Steam, Moscow, Russia, 2014.
- [12] T. Petrova. *Revised Supplementary Release on Backward Equations for the Functions $T(p,h)$, $v(p,h)$ and $T(p,s)$, $v(p,s)$ for Region 3 of the IAPWS Industrial Formulation 1997 for the Thermodynamic Properties of Water and Steam.* International Association for the Properties of Water and Steam, Moscow, Russia, 2014.
- [13] T. Petrova. *Revised Supplementary Release on Backward Equations $p(h,s)$ for Region 3, Equations as a Function of h and s for the Region Boundaries, and an Equation $T_{sat}(h,s)$ for Region 4 of the IAPWS Industrial Formulation 1997 for the Thermodynamic Properties of Water and Steam.* International Association for the Properties of Water and Steam, Moscow, Russia, 2014.
- [14] H. Preston-Thomas. *The International Temperature Scale of 1990 (ITS-90)*, chapter 27, pages 3–10. Springer Verlag, 1990.
- [15] W. Wagner and A. Kruse. *Properties of water and steam: the industrial standard IAPWS-IF97 for the thermodynamic properties and supplementary equations for other properties; tables based on these equations.* Springer, Berlin, Heidelberg, New York, Barcelona, Budapest, Hongkong, London, Mailand, Paris, Santa Clara, Singapur, Tokio, 1. edition, 1998.
- [16] K. Watanabe. *Advisory Note No. 1; Uncertainties in Enthalpy for IAPWS Formulation 1995 for the Thermodynamic Properties of Ordinary Water Substance for General and Scientific Use (IAPWS-95) and the IAPWS Industrial Formulation 1997 for the Thermodynamic Properties of Water and Steam (IAPWS-IF97).* International Association for the Properties of Water and Steam, Vejle, Denmark, 2003.

Anhang A

Koeffizienten und Exponenten

Tabelle A.1: Koeffizienten und Exponenten der Gl. (2.1.1)

i	I_i	J_i	n_i	i	I_i	J_i	n_i
1	0	-2	0,146 329 712 131 67	18	2	3	$-0,441 418 453 308 46 \cdot 10^{-5}$
2	0	-1	-0,845 481 871 691 14	19	2	17	$-0,726 949 962 975 94 \cdot 10^{-15}$
3	0	0	$-0,375 636 036 720 40 \cdot 10^1$	20	3	-4	$-0,316 796 448 450 54 \cdot 10^{-4}$
4	0	1	$0,338 551 691 683 85 \cdot 10^1$	21	3	0	$-0,282 707 979 853 12 \cdot 10^{-5}$
5	0	2	-0,957 919 633 878 72	22	3	6	$-0,852 051 281 201 03 \cdot 10^{-9}$
6	0	3	0,157 720 385 132 28	23	4	-5	$-0,224 252 819 080 00 \cdot 10^{-5}$
7	0	4	$-0,166 164 171 995 01 \cdot 10^{-1}$	24	4	-2	$-0,651 712 228 956 01 \cdot 10^{-6}$
8	0	5	$0,812 146 299 835 68 \cdot 10^{-3}$	25	4	10	$-0,143 417 299 379 24 \cdot 10^{-12}$
9	1	-9	$0,283 190 801 238 04 \cdot 10^{-3}$	26	5	-8	$-0,405 169 968 601 17 \cdot 10^{-6}$
10	1	-7	$-0,607 063 015 658 74 \cdot 10^{-3}$	27	8	-11	$-0,127 343 017 416 41 \cdot 10^{-8}$
11	1	-1	$-0,189 900 682 184 19 \cdot 10^{-1}$	28	8	-6	$-0,174 248 712 306 34 \cdot 10^{-9}$
12	1	0	$-0,325 297 487 705 05 \cdot 10^{-1}$	29	21	-29	$-0,687 621 312 955 31 \cdot 10^{-18}$
13	1	1	$-0,218 417 171 754 14 \cdot 10^{-1}$	30	23	-31	$0,144 783 078 285 21 \cdot 10^{-19}$
14	1	3	$-0,528 383 579 699 30 \cdot 10^{-4}$	31	29	-38	$0,263 357 816 627 95 \cdot 10^{-22}$
15	2	-3	$-0,471 843 210 732 67 \cdot 10^{-3}$	32	30	-39	$-0,119 476 226 400 71 \cdot 10^{-22}$
16	2	0	$-0,300 017 807 930 26 \cdot 10^{-3}$	33	31	-40	$0,182 280 945 814 04 \cdot 10^{-23}$
17	2	1	$0,476 613 939 069 87 \cdot 10^{-4}$	34	32	-41	$-0,935 370 872 924 58 \cdot 10^{-25}$

Tabelle A.2: Koeffizienten und Exponenten der Gl. (2.1.14)

i	I_i	J_i	n_i	i	I_i	J_i	n_i
1	0	0	$-0,238 724 899 245 21 \cdot 10^3$	11	1	4	$-0,659 647 494 236 38 \cdot 10^1$
2	0	1	$0,404 211 886 379 45 \cdot 10^3$	12	1	10	$0,939 654 008 783 63 \cdot 10^{-2}$
3	0	2	$0,113 497 468 817 18 \cdot 10^3$	13	1	32	$0,115 736 475 053 40 \cdot 10^{-6}$
4	0	6	$-0,584 576 160 480 39 \cdot 10^1$	14	2	10	$-0,258 586 412 820 73 \cdot 10^{-4}$
5	0	22	$-0,152 854 824 131 40 \cdot 10^{-3}$	15	2	32	$-0,406 443 630 847 99 \cdot 10^{-8}$
6	0	32	$-0,108 667 076 953 77 \cdot 10^{-5}$	16	3	10	$0,664 561 861 916 35 \cdot 10^{-7}$
7	1	0	$-0,133 917 448 726 02 \cdot 10^2$	17	3	32	$0,806 707 341 030 27 \cdot 10^{-10}$
8	1	1	$0,432 110 391 835 59 \cdot 10^2$	18	4	32	$-0,934 777 712 139 47 \cdot 10^{-12}$
9	1	2	$-0,540 100 671 705 06 \cdot 10^2$	19	5	32	$0,582 654 420 206 01 \cdot 10^{-14}$
10	1	3	$0,305 358 922 039 16 \cdot 10^2$	20	6	32	$-0,150 201 859 535 03 \cdot 10^{-16}$

Tabelle A.3: Koeffizienten und Exponenten der Gl. (2.1.15)

i	I_i	J_i	n_i	i	I_i	J_i	n_i
1	0	0	$0,174\,782\,680\,583\,07 \cdot 10^3$	11	1	12	$0,356\,721\,106\,073\,66 \cdot 10^{-9}$
2	0	1	$0,348\,069\,308\,928\,73 \cdot 10^2$	12	1	31	$0,173\,324\,969\,948\,95 \cdot 10^{-23}$
3	0	2	$0,652\,925\,849\,784\,55 \cdot 10^1$	13	2	0	$0,566\,089\,006\,548\,37 \cdot 10^{-3}$
4	0	3	$0,330\,399\,817\,754\,89$	14	2	1	$-0,326\,354\,831\,397\,17 \cdot 10^{-3}$
5	0	11	$-0,192\,813\,829\,231\,96 \cdot 10^{-6}$	15	2	2	$0,447\,782\,866\,906\,32 \cdot 10^{-4}$
6	0	31	$-0,249\,091\,972\,445\,73 \cdot 10^{-22}$	16	2	9	$-0,513\,221\,569\,085\,07 \cdot 10^{-9}$
7	1	0	$-0,261\,076\,364\,893\,32$	17	2	31	$-0,425\,226\,570\,422\,07 \cdot 10^{-25}$
8	1	1	$0,225\,929\,659\,815\,86$	18	3	10	$0,264\,004\,413\,606\,89 \cdot 10^{-12}$
9	1	2	$-0,642\,564\,633\,952\,26 \cdot 10^{-1}$	19	3	32	$0,781\,246\,004\,597\,23 \cdot 10^{-28}$
10	1	3	$0,788\,762\,892\,705\,26 \cdot 10^{-2}$	20	4	32	$-0,307\,321\,999\,036\,68 \cdot 10^{-30}$

Tabelle A.4: Koeffizienten und Exponenten der Gl. (2.1.17)

i	J_i	n_i	i	J_i	n_i
1	0	$-0,969\,276\,865\,002\,17 \cdot 10^1$	6	-2	$0,142\,408\,191\,714\,44 \cdot 10^1$
2	1	$0,100\,866\,559\,680\,18 \cdot 10^2$	7	-1	$-0,438\,395\,113\,194\,50 \cdot 10^1$
3	-5	$-0,560\,879\,112\,830\,20 \cdot 10^{-2}$	8	2	$-0,284\,086\,324\,607\,72$
4	-4	$0,714\,527\,380\,814\,55 \cdot 10^{-1}$	9	3	$0,212\,684\,637\,533\,07 \cdot 10^{-1}$
5	-3	$-0,407\,104\,982\,239\,28$			

Tabelle A.5: Koeffizienten und Exponenten der Gl. (2.1.18)

i	I_i	J_i	n_i	i	I_i	J_i	n_i
1	1	0	$-0,177\,317\,424\,732\,13 \cdot 10^{-2}$	23	7	0	$-0,590\,595\,643\,242\,70 \cdot 10^{-17}$
2	1	1	$-0,178\,348\,622\,923\,58 \cdot 10^{-1}$	24	7	11	$-0,126\,218\,088\,991\,01 \cdot 10^{-5}$
3	1	2	$-0,459\,960\,136\,963\,65 \cdot 10^{-1}$	25	7	25	$-0,389\,468\,424\,357\,39 \cdot 10^{-1}$
4	1	3	$-0,575\,812\,590\,834\,32 \cdot 10^{-1}$	26	8	8	$0,112\,562\,113\,604\,59 \cdot 10^{-10}$
5	1	6	$-0,503\,252\,787\,279\,30 \cdot 10^{-1}$	27	8	36	$-0,823\,113\,408\,979\,98 \cdot 10^1$
6	2	1	$-0,330\,326\,416\,702\,03 \cdot 10^{-4}$	28	9	13	$0,198\,097\,128\,020\,88 \cdot 10^{-7}$
7	2	2	$-0,189\,489\,875\,163\,15 \cdot 10^{-3}$	29	10	4	$0,104\,069\,652\,101\,74 \cdot 10^{-18}$
8	2	4	$-0,393\,927\,772\,433\,55 \cdot 10^{-2}$	30	10	10	$-0,102\,347\,470\,959\,29 \cdot 10^{-12}$
9	2	7	$-0,437\,972\,956\,505\,73 \cdot 10^{-1}$	31	10	14	$-0,100\,181\,793\,795\,11 \cdot 10^{-8}$
10	2	36	$-0,266\,745\,479\,140\,87 \cdot 10^{-4}$	32	16	29	$-0,808\,829\,086\,469\,85 \cdot 10^{-10}$
11	3	0	$0,204\,817\,376\,923\,09 \cdot 10^{-7}$	33	16	50	$0,106\,930\,318\,794\,09$
12	3	1	$0,438\,706\,672\,844\,35 \cdot 10^{-6}$	34	18	57	$-0,336\,622\,505\,741\,71$
13	3	3	$-0,322\,776\,772\,385\,70 \cdot 10^{-4}$	35	20	20	$0,891\,858\,453\,554\,21 \cdot 10^{-24}$
14	3	6	$-0,150\,339\,245\,421\,48 \cdot 10^{-2}$	36	20	35	$0,306\,293\,168\,762\,32 \cdot 10^{-12}$
15	3	35	$-0,406\,682\,535\,626\,49 \cdot 10^{-1}$	37	20	48	$-0,420\,024\,676\,982\,08 \cdot 10^{-5}$
16	4	1	$-0,788\,473\,095\,593\,67 \cdot 10^{-9}$	38	21	21	$-0,590\,560\,296\,856\,39 \cdot 10^{-25}$
17	4	2	$0,127\,907\,178\,522\,85 \cdot 10^{-7}$	39	22	53	$0,378\,269\,476\,134\,57 \cdot 10^{-5}$
18	4	3	$0,482\,253\,727\,185\,07 \cdot 10^{-6}$	40	23	39	$-0,127\,686\,089\,346\,81 \cdot 10^{-14}$
19	5	7	$0,229\,220\,763\,376\,61 \cdot 10^{-5}$	41	24	26	$0,730\,876\,105\,950\,61 \cdot 10^{-28}$
20	6	3	$-0,167\,147\,664\,510\,61 \cdot 10^{-10}$	42	24	40	$0,554\,147\,153\,507\,78 \cdot 10^{-16}$
21	6	16	$-0,211\,714\,723\,213\,55 \cdot 10^{-2}$	43	24	58	$-0,943\,697\,072\,412\,10 \cdot 10^{-6}$
22	6	35	$-0,238\,957\,419\,341\,04 \cdot 10^2$				

Tabelle A.6: Koeffizienten und Exponenten der Gl. (2.1.36)

i	I_i	J_i	n_i	i	I_i	J_i	n_i
1	1	0	$-0,733\ 622\ 601\ 865\ 06 \cdot 10^{-2}$	8	3	4	$-0,634\ 980\ 376\ 573\ 13 \cdot 10^{-2}$
2	1	2	$-0,882\ 238\ 319\ 431\ 46 \cdot 10^{-1}$	9	3	16	$-0,860\ 430\ 930\ 285\ 88 \cdot 10^{-1}$
3	1	5	$-0,723\ 345\ 552\ 132\ 45 \cdot 10^{-1}$	10	4	7	$0,753\ 215\ 815\ 227\ 70 \cdot 10^{-2}$
4	1	11	$-0,408\ 131\ 785\ 344\ 55 \cdot 10^{-2}$	11	4	10	$-0,792\ 383\ 754\ 461\ 39 \cdot 10^{-2}$
5	2	1	$0,200\ 978\ 033\ 802\ 07 \cdot 10^{-2}$	12	5	9	$-0,228\ 881\ 607\ 784\ 47 \cdot 10^{-3}$
6	2	7	$-0,530\ 459\ 218\ 986\ 42 \cdot 10^{-1}$	13	5	10	$-0,264\ 565\ 014\ 828\ 10 \cdot 10^{-2}$
7	2	16	$-0,761\ 904\ 090\ 869\ 70 \cdot 10^{-2}$				

Tabelle A.7: Koeffizienten und Exponenten der Gl. (2.1.37) und (2.1.38)

i	n_i	i	n_i
1	$0,905\ 842\ 785\ 147\ 23 \cdot 10^3$	4	$0,265\ 265\ 719\ 084\ 28 \cdot 10^4$
2	$-0,679\ 557\ 863\ 992\ 41$	5	$0,452\ 575\ 789\ 059\ 48 \cdot 10^1$
3	$0,128\ 090\ 027\ 301\ 36 \cdot 10^{-3}$		

Tabelle A.8: Koeffizienten und Exponenten der Gl. (2.1.39)

i	I_i	J_i	n_i	i	I_i	J_i	n_i
1	0	0	$0,108\ 989\ 523\ 182\ 88 \cdot 10^4$	18	2	7	$0,116\ 708\ 730\ 771\ 07 \cdot 10^2$
2	0	1	$0,849\ 516\ 544\ 955\ 35 \cdot 10^3$	19	2	36	$0,128\ 127\ 984\ 040\ 46 \cdot 10^9$
3	0	2	$-0,107\ 817\ 480\ 918\ 26 \cdot 10^3$	20	2	38	$-0,985\ 549\ 096\ 232\ 76 \cdot 10^9$
4	0	3	$0,331\ 536\ 548\ 012\ 63 \cdot 10^2$	21	2	40	$0,282\ 245\ 469\ 730\ 02 \cdot 10^{10}$
5	0	7	$-0,742\ 320\ 167\ 902\ 48 \cdot 10^1$	22	2	42	$-0,359\ 489\ 714\ 107\ 03 \cdot 10^{10}$
6	0	20	$0,117\ 650\ 487\ 243\ 56 \cdot 10^2$	23	2	44	$0,172\ 273\ 499\ 131\ 97 \cdot 10^{10}$
7	1	0	$0,184\ 457\ 493\ 557\ 90 \cdot 10^1$	24	3	24	$-0,135\ 513\ 342\ 407\ 75 \cdot 10^5$
8	1	1	$-0,417\ 927\ 005\ 496\ 24 \cdot 10^1$	25	3	44	$0,128\ 487\ 346\ 646\ 50 \cdot 10^8$
9	1	2	$0,624\ 781\ 969\ 358\ 12 \cdot 10^1$	26	4	12	$0,138\ 657\ 242\ 832\ 26 \cdot 10^1$
10	1	3	$-0,173\ 445\ 631\ 081\ 14 \cdot 10^2$	27	4	32	$0,235\ 988\ 325\ 565\ 14 \cdot 10^6$
11	1	7	$-0,200\ 581\ 768\ 620\ 96 \cdot 10^3$	28	4	44	$-0,131\ 052\ 365\ 450\ 54 \cdot 10^8$
12	1	9	$0,271\ 960\ 654\ 737\ 96 \cdot 10^3$	29	5	32	$0,739\ 998\ 354\ 747\ 66 \cdot 10^4$
13	1	11	$-0,455\ 113\ 182\ 858\ 18 \cdot 10^3$	30	5	36	$-0,551\ 966\ 970\ 300\ 60 \cdot 10^6$
14	1	18	$0,309\ 196\ 886\ 047\ 55 \cdot 10^4$	31	5	42	$0,371\ 540\ 859\ 962\ 33 \cdot 10^7$
15	1	44	$0,252\ 266\ 403\ 578\ 72 \cdot 10^6$	32	6	34	$0,191\ 277\ 292\ 396\ 60 \cdot 10^5$
16	2	0	$-0,617\ 074\ 228\ 683\ 39 \cdot 10^{-2}$	33	6	44	$-0,415\ 351\ 648\ 356\ 34 \cdot 10^6$
17	2	2	$-0,310\ 780\ 466\ 295\ 83$	34	7	28	$-0,624\ 598\ 551\ 925\ 07 \cdot 10^2$

Tabelle A.9: Koeffizienten und Exponenten der Gl. (2.1.40)

i	I_i	J_i	n_i	i	I_i	J_i	n_i
1	0	0	$0,148\,950\,410\,795\,16 \cdot 10^4$	20	2	40	$0,712\,803\,519\,595\,51 \cdot 10^{-4}$
2	0	1	$0,743\,077\,983\,140\,34 \cdot 10^3$	21	3	1	$0,110\,328\,317\,899\,99 \cdot 10^{-3}$
3	0	2	$-0,977\,083\,187\,978\,37 \cdot 10^2$	22	3	2	$0,189\,552\,483\,879\,02 \cdot 10^{-3}$
4	0	12	$0,247\,424\,647\,056\,74 \cdot 10^1$	23	3	12	$0,308\,915\,411\,605\,37 \cdot 10^{-2}$
5	0	18	$-0,632\,813\,200\,160\,26$	24	3	24	$0,135\,555\,045\,549\,49 \cdot 10^{-2}$
6	0	24	$0,113\,859\,521\,296\,58 \cdot 10^1$	25	4	2	$0,286\,402\,374\,774\,56 \cdot 10^{-6}$
7	0	28	$-0,478\,118\,636\,486\,25$	26	4	12	$-0,107\,798\,573\,575\,12 \cdot 10^{-4}$
8	0	40	$0,852\,081\,234\,315\,44 \cdot 10^{-2}$	27	4	18	$-0,764\,627\,124\,548\,14 \cdot 10^{-4}$
9	1	0	$0,937\,471\,473\,779\,32$	28	4	24	$0,140\,523\,928\,183\,16 \cdot 10^{-4}$
10	1	2	$0,335\,931\,186\,049\,16 \cdot 10^1$	29	4	28	$-0,310\,838\,143\,314\,34 \cdot 10^{-4}$
11	1	6	$0,338\,093\,556\,014\,54 \cdot 10^1$	30	4	40	$-0,103\,027\,382\,121\,03 \cdot 10^{-5}$
12	1	12	$0,168\,445\,396\,719\,04$	31	5	18	$0,282\,172\,816\,350\,40 \cdot 10^{-6}$
13	1	18	$0,738\,757\,452\,366\,95$	32	5	24	$0,127\,049\,022\,719\,45 \cdot 10^{-5}$
14	1	24	$-0,471\,287\,374\,361\,86$	33	5	40	$0,738\,033\,534\,682\,92 \cdot 10^{-7}$
15	1	28	$0,150\,202\,731\,397\,07$	34	6	28	$-0,110\,301\,392\,389\,09 \cdot 10^{-7}$
16	1	40	$-0,217\,641\,142\,197\,50 \cdot 10^{-2}$	35	7	2	$-0,814\,563\,652\,078\,33 \cdot 10^{-13}$
17	2	2	$-0,218\,107\,553\,247\,61 \cdot 10^{-1}$	36	7	28	$-0,251\,805\,456\,829\,62 \cdot 10^{-10}$
18	2	8	$-0,108\,297\,844\,036\,77$	37	9	1	$-0,175\,652\,339\,694\,07 \cdot 10^{-17}$
19	2	18	$-0,463\,333\,246\,358\,12 \cdot 10^{-1}$	38	9	40	$0,869\,341\,563\,441\,63 \cdot 10^{-14}$

Tabelle A.10: Koeffizienten und Exponenten der Gl. (2.1.41)

i	I_i	J_i	n_i	i	I_i	J_i	n_i
1	-7	0	$-0,323\,683\,985\,552\,42 \cdot 10^{13}$	13	1	4	$0,379\,660\,012\,724\,86 \cdot 10^1$
2	-7	4	$0,732\,633\,509\,021\,81 \cdot 10^{13}$	14	1	8	$-0,108\,429\,848\,800\,77 \cdot 10^2$
3	-6	0	$0,358\,250\,899\,454\,47 \cdot 10^{12}$	15	2	4	$-0,453\,641\,726\,766\,60 \cdot 10^{-1}$
4	-6	2	$-0,583\,401\,318\,515\,90 \cdot 10^{12}$	16	6	0	$0,145\,591\,156\,586\,98 \cdot 10^{-12}$
5	-5	0	$-0,107\,830\,682\,174\,70 \cdot 10^{11}$	17	6	1	$0,112\,615\,974\,072\,30 \cdot 10^{-11}$
6	-5	2	$0,208\,255\,445\,631\,71 \cdot 10^{11}$	18	6	4	$-0,178\,049\,822\,406\,86 \cdot 10^{-10}$
7	-2	0	$0,610\,747\,835\,645\,16 \cdot 10^6$	19	6	10	$0,123\,245\,796\,908\,32 \cdot 10^{-6}$
8	-2	1	$0,859\,777\,225\,355\,80 \cdot 10^6$	20	6	12	$-0,116\,069\,211\,309\,84 \cdot 10^{-5}$
9	-1	0	$-0,257\,457\,236\,041\,70 \cdot 10^5$	21	6	16	$0,278\,463\,670\,885\,54 \cdot 10^{-4}$
10	-1	2	$0,310\,810\,884\,227\,14 \cdot 10^5$	22	6	20	$-0,592\,700\,384\,741\,76 \cdot 10^{-3}$
11	0	0	$0,120\,823\,158\,659\,36 \cdot 10^4$	23	6	22	$0,129\,185\,829\,918\,78 \cdot 10^{-2}$
12	0	1	$0,482\,197\,551\,092\,55 \cdot 10^3$				

Tabelle A.11: Koeffizienten und Exponenten der Gl. (2.1.42)

i	I_i	J_i	n_i	i	I_i	J_i	n_i
1	-1,5	-24	-0,392 359 838 619 84 · 10 ⁶	24	-0,25	-11	-0,597 806 388 727 18 · 10 ⁴
2	-1,5	-23	0,515 265 738 272 70 · 10 ⁶	25	-0,25	-6	-0,704 014 639 268 62 · 10 ³
3	-1,5	-19	0,404 824 431 610 48 · 10 ⁵	26	0,25	1	0,338 367 841 075 53 · 10 ³
4	-1,5	-13	-0,321 937 909 239 02 · 10 ³	27	0,25	4	0,208 627 866 351 87 · 10 ²
5	-1,5	-11	0,969 614 242 186 94 · 10 ²	28	0,25	8	0,338 341 726 561 96 · 10 ⁻¹
6	-1,5	-10	-0,228 678 463 717 73 · 10 ²	29	0,25	11	-0,431 244 284 148 93 · 10 ⁻⁴
7	-1,25	-19	-0,449 429 141 243 57 · 10 ⁶	30	0,5	0	0,166 537 913 564 12 · 10 ³
8	-1,25	-15	-0,501 183 360 201 66 · 10 ⁴	31	0,5	1	-0,139 862 920 558 98 · 10 ³
9	-1,25	-6	0,356 844 635 600 15	32	0,5	5	-0,788 495 479 998 72
10	-1	-26	0,442 353 358 481 90 · 10 ⁵	33	0,5	6	0,721 324 117 538 72 · 10 ⁻¹
11	-1	-21	-0,136 733 888 117 08 · 10 ⁵	34	0,5	10	-0,597 548 393 982 83 · 10 ⁻²
12	-1	-17	0,421 632 602 078 64 · 10 ⁶	35	0,5	14	-0,121 413 589 539 04 · 10 ⁻⁴
13	-1	-16	0,225 169 258 374 75 · 10 ⁵	36	0,5	16	0,232 270 967 338 71 · 10 ⁻⁶
14	-1	-9	0,474 421 448 656 46 · 10 ³	37	0,75	0	-0,105 384 635 661 94 · 10 ²
15	-1	-8	-0,149 311 307 976 47 · 10 ³	38	0,75	4	0,207 189 254 965 02 · 10 ¹
16	-0,75	-15	-0,197 811 263 204 52 · 10 ⁶	39	0,75	9	-0,721 931 552 604 27 · 10 ⁻¹
17	-0,75	-14	-0,235 543 994 707 60 · 10 ⁵	40	0,75	17	0,207 498 870 811 20 · 10 ⁻⁶
18	-0,5	-26	-0,190 706 163 020 76 · 10 ⁵	41	1	7	-0,183 406 579 113 79 · 10 ⁻¹
19	-0,5	-13	0,553 756 698 831 64 · 10 ⁵	42	1	18	0,290 362 723 486 96 · 10 ⁻⁶
20	-0,5	-9	0,382 936 914 373 63 · 10 ⁴	43	1,25	3	0,210 375 278 936 19
21	-0,5	-7	-0,603 918 605 805 67 · 10 ³	44	1,25	15	0,256 812 397 299 99 · 10 ⁻³
22	-0,25	-27	0,193 631 026 203 31 · 10 ⁴	45	1,5	5	-0,127 990 029 337 81 · 10 ⁻¹
23	-0,25	-25	0,426 606 436 986 10 · 10 ⁴	46	1,5	18	-0,821 981 026 520 18 · 10 ⁻⁵

Tabelle A.12: Koeffizienten und Exponenten der Gl. (2.1.43)

i	I_i	J_i	n_i	i	I_i	J_i	n_i
1	-6	0	0,316 876 650 834 97 · 10 ⁶	23	0	2	0,417 273 471 596 10 · 10 ²
2	-6	11	0,208 641 758 818 58 · 10 ²	24	0	4	0,219 325 494 345 32 · 10 ¹
3	-5	0	-0,398 593 998 035 99 · 10 ⁶	25	0	5	-0,103 200 500 090 77 · 10 ¹
4	-5	11	-0,218 160 585 188 77 · 10 ²	26	0	6	0,358 829 435 167 03
5	-4	0	0,223 697 851 942 42 · 10 ⁶	27	0	9	0,525 114 537 260 66 · 10 ⁻²
6	-4	1	-0,278 417 034 458 17 · 10 ⁴	28	1	0	0,128 389 164 507 05 · 10 ²
7	-4	11	0,992 074 360 714 80 · 10 ¹	29	1	1	-0,286 424 372 193 81 · 10 ¹
8	-3	0	-0,751 975 122 991 57 · 10 ⁵	30	1	2	0,569 126 836 648 55
9	-3	1	0,297 086 059 511 58 · 10 ⁴	31	1	3	-0,999 629 545 849 31 · 10 ⁻¹
10	-3	11	-0,344 068 785 485 26 · 10 ¹	32	1	7	-0,326 320 377 784 59 · 10 ⁻²
11	-3	12	0,388 155 642 491 15	33	1	8	0,233 209 225 767 23 · 10 ⁻³
12	-2	0	0,175 112 950 857 50 · 10 ⁵	34	2	0	-0,153 348 098 574 50
13	-2	1	-0,142 371 128 544 49 · 10 ⁴	35	2	1	0,290 722 882 399 02 · 10 ⁻¹
14	-2	6	0,109 438 033 641 67 · 10 ¹	36	2	5	0,375 347 027 411 67 · 10 ⁻³
15	-2	10	0,899 716 193 084 95	37	3	0	0,172 966 917 024 11 · 10 ⁻²
16	-1	0	-0,337 597 400 989 58 · 10 ⁴	38	3	1	-0,385 560 508 445 04 · 10 ⁻³
17	-1	1	0,471 628 858 183 55 · 10 ³	39	3	3	-0,350 177 122 926 08 · 10 ⁻⁴
18	-1	5	-0,191 882 419 936 79 · 10 ¹	40	4	0	-0,145 663 936 314 92 · 10 ⁻⁴
19	-1	8	0,410 785 804 921 96	41	4	1	0,564 208 572 672 69 · 10 ⁻⁵
20	-1	9	-0,334 653 781 720 97	42	5	0	0,412 861 500 746 05 · 10 ⁻⁷
21	0	0	0,138 700 347 775 05 · 10 ⁴	43	5	1	-0,206 846 711 188 24 · 10 ⁻⁷
22	0	1	-0,406 633 261 958 38 · 10 ³	44	5	2	0,164 093 936 747 25 · 10 ⁻⁸

Tabelle A.13: Koeffizienten und Exponenten der Gl. (2.1.44)

i	I_i	J_i	n_i	i	I_i	J_i	n_i
1	-2	0	$0,909\,685\,010\,053\,65 \cdot 10^3$	16	3	1	$-0,145\,970\,082\,847\,53 \cdot 10^{-1}$
2	-2	1	$0,240\,456\,670\,884\,20 \cdot 10^4$	17	3	5	$0,566\,311\,756\,310\,27 \cdot 10^{-2}$
3	-1	0	$-0,591\,623\,263\,871\,30 \cdot 10^3$	18	4	0	$-0,761\,558\,645\,845\,77 \cdot 10^{-4}$
4	0	0	$0,541\,454\,041\,280\,74 \cdot 10^3$	19	4	1	$0,224\,403\,429\,193\,32 \cdot 10^{-3}$
5	0	1	$-0,270\,983\,084\,111\,92 \cdot 10^3$	20	4	4	$-0,125\,610\,950\,134\,13 \cdot 10^{-4}$
6	0	2	$0,979\,765\,250\,979\,26 \cdot 10^3$	21	5	0	$0,633\,231\,326\,609\,34 \cdot 10^{-6}$
7	0	3	$-0,469\,667\,729\,594\,35 \cdot 10^3$	22	5	1	$-0,205\,419\,896\,753\,75 \cdot 10^{-5}$
8	1	0	$0,143\,992\,746\,047\,23 \cdot 10^2$	23	5	2	$0,364\,053\,703\,900\,82 \cdot 10^{-7}$
9	1	1	$-0,191\,042\,042\,304\,29 \cdot 10^2$	24	6	0	$-0,297\,598\,977\,892\,15 \cdot 10^{-8}$
10	1	3	$0,532\,991\,671\,119\,71 \cdot 10^1$	25	6	1	$0,101\,366\,185\,297\,63 \cdot 10^{-7}$
11	1	4	$-0,212\,529\,753\,759\,34 \cdot 10^2$	26	7	0	$0,599\,257\,196\,923\,51 \cdot 10^{-11}$
12	2	0	$-0,311\,473\,344\,137\,60$	27	7	1	$-0,206\,778\,701\,051\,64 \cdot 10^{-10}$
13	2	1	$0,603\,348\,408\,946\,23$	28	7	3	$-0,208\,742\,781\,818\,86 \cdot 10^{-10}$
14	2	2	$-0,427\,648\,397\,025\,09 \cdot 10^{-1}$	29	7	4	$0,101\,621\,668\,250\,89 \cdot 10^{-9}$
15	3	0	$0,581\,855\,972\,552\,59 \cdot 10^{-2}$	30	7	5	$-0,164\,298\,282\,813\,47 \cdot 10^{-9}$

Tabelle A.14: Koeffizienten von Gl. (2.1.45) und Gl. (2.1.46)

i	n_i	i	n_i
1	$0,348\,051\,856\,289\,69 \cdot 10^3$	4	$0,572\,544\,598\,627\,46 \cdot 10^3$
2	$-0,116\,718\,598\,799\,75 \cdot 10^1$	5	$0,139\,188\,397\,788\,70 \cdot 10^2$
3	$0,101\,929\,700\,393\,26 \cdot 10^{-2}$		

Tabelle A.15: Koeffizienten und Exponenten der Gl. (2.1.47)

i	I_i	J_i	n_i	i	I_i	J_i	n_i
1	0	0	$0,106\,580\,700\,285\,13 \cdot 10^1$	21	3	4	$-0,201\,899\,150\,235\,70 \cdot 10^1$
2	0	0	$-0,157\,328\,452\,902\,39 \cdot 10^2$	22	3	16	$-0,821\,476\,371\,739\,63 \cdot 10^{-2}$
3	0	1	$0,209\,443\,969\,743\,07 \cdot 10^2$	23	3	26	$-0,475\,960\,357\,349\,23$
4	0	2	$-0,768\,677\,078\,787\,16 \cdot 10^1$	24	4	0	$0,439\,840\,744\,735\,00 \cdot 10^{-1}$
5	0	7	$0,261\,859\,477\,879\,54 \cdot 10^1$	25	4	2	$-0,444\,764\,354\,287\,39$
6	0	10	$-0,280\,807\,811\,486\,20 \cdot 10^1$	26	4	4	$0,905\,720\,707\,197\,33$
7	0	12	$0,120\,533\,696\,965\,17 \cdot 10^1$	27	4	26	$0,705\,224\,500\,879\,67$
8	0	23	$-0,845\,668\,128\,125\,02 \cdot 10^{-2}$	28	5	1	$0,107\,705\,126\,263\,32$
9	1	2	$-0,126\,543\,154\,777\,14 \cdot 10^1$	29	5	3	$-0,329\,136\,232\,589\,54$
10	1	6	$-0,115\,244\,078\,066\,81 \cdot 10^1$	30	5	26	$-0,508\,710\,620\,411\,58$
11	1	15	$0,885\,210\,439\,843\,18$	31	6	0	$-0,221\,754\,008\,730\,96 \cdot 10^{-1}$
12	1	17	$-0,642\,077\,651\,816\,07$	32	6	2	$0,942\,607\,516\,650\,92 \cdot 10^{-1}$
13	2	0	$0,384\,934\,601\,866\,71$	33	6	26	$0,164\,362\,784\,479\,61$
14	2	2	$-0,852\,147\,088\,242\,06$	34	7	2	$-0,135\,033\,722\,413\,48 \cdot 10^{-1}$
15	2	6	$0,489\,722\,815\,418\,77 \cdot 10^1$	35	8	26	$-0,148\,343\,453\,524\,72 \cdot 10^{-1}$
16	2	7	$-0,305\,026\,172\,569\,65 \cdot 10^1$	36	9	2	$0,579\,229\,536\,280\,84 \cdot 10^{-3}$
17	2	22	$0,394\,205\,368\,791\,54 \cdot 10^{-1}$	37	9	26	$0,323\,089\,047\,037\,11 \cdot 10^{-2}$
18	2	26	$0,125\,584\,084\,243\,08$	38	10	0	$0,809\,648\,029\,962\,15 \cdot 10^{-4}$
19	3	0	$-0,279\,993\,296\,987\,10$	39	10	1	$-0,165\,576\,797\,950\,37 \cdot 10^{-3}$
20	3	2	$0,138\,997\,995\,694\,60 \cdot 10^1$	40	11	26	$-0,449\,238\,990\,618\,15 \cdot 10^{-4}$

Tabelle A.16: Koeffizienten der Gl. (2.1.62) bis Gl. (2.1.64)

i	n_i	i	n_i
1	$0,116\,705\,214\,527\,67 \cdot 10^4$	6	$0,149\,151\,086\,135\,30 \cdot 10^2$
2	$-0,724\,213\,167\,032\,06 \cdot 10^6$	7	$-0,482\,326\,573\,615\,91 \cdot 10^4$
3	$-0,170\,738\,469\,400\,92 \cdot 10^2$	8	$0,405\,113\,405\,420\,57 \cdot 10^6$
4	$0,120\,208\,247\,024\,70 \cdot 10^5$	9	$-0,238\,555\,575\,678\,49$
5	$-0,323\,255\,503\,223\,33 \cdot 10^7$	10	$0,650\,175\,348\,447\,98 \cdot 10^3$

Tabelle A.17: Koeffizienten und Exponenten der Gl. (2.1.66)

i	J_i	n_i	i	J_i	n_i
1	0	$-0,131\,799\,836\,742\,01 \cdot 10^2$	4	-2	$0,369\,015\,349\,803\,33$
2	1	$0,685\,408\,416\,344\,34 \cdot 10^1$	5	-1	$-0,311\,613\,182\,139\,25 \cdot 10^1$
3	-3	$-0,248\,051\,489\,334\,66 \cdot 10^{-1}$	6	2	$-0,329\,616\,265\,389\,17$

Tabelle A.18: Koeffizienten und Exponenten der Gl. (2.1.67)

i	I_i	J_i	n_i	i	I_i	J_i	n_i
1	1	1	$0,157\,364\,048\,552\,59 \cdot 10^{-2}$	4	2	3	$0,224\,400\,374\,094\,85 \cdot 10^{-5}$
2	1	2	$0,901\,537\,616\,739\,44 \cdot 10^{-3}$	5	2	9	$-0,411\,632\,754\,534\,71 \cdot 10^{-5}$
3	1	3	$-0,502\,700\,776\,776\,48 \cdot 10^{-2}$	6	3	7	$0,379\,194\,548\,229\,55 \cdot 10^{-7}$

Tabelle A.19: Koeffizienten der Gl. (2.2.2)

i	n_i^o	i	n_i^o
0	$0,100\,000 \cdot 10^1$	2	$0,579\,829$
1	$0,978\,197$	3	$-0,202\,354$

Tabelle A.20: Koeffizienten und Exponenten der Gl. (2.2.3)

i	I_i	J_i	n_i	i	I_i	J_i	n_i
1	0	0	$0,513\,204\,7$	11	2	2	$-0,126\,318\,4 \cdot 10^1$
2	0	1	$0,320\,565\,6$	12	3	0	$0,177\,806\,4$
3	0	4	$-0,778\,256\,7$	13	3	1	$0,460\,504\,0$
4	0	5	$0,188\,544\,7$	14	3	2	$0,234\,037\,9$
5	1	0	$0,215\,177\,8$	15	3	3	$-0,492\,417\,9$
6	1	1	$0,731\,788\,3$	16	4	0	$-0,417\,661\,0 \cdot 10^{-1}$
7	1	2	$0,124\,104\,4 \cdot 10^1$	17	4	3	$0,160\,043\,5$
8	1	3	$0,147\,678\,3 \cdot 10^1$	18	5	1	$-0,157\,838\,6 \cdot 10^{-1}$
9	2	0	$-0,281\,810\,7$	19	6	3	$-0,362\,948\,1 \cdot 10^{-2}$
10	2	1	$-0,107\,078\,6 \cdot 10^1$				

Tabelle A.21: Koeffizienten der Gl. (2.2.5)

i	o_i	i	o_i
0	$0,100\,000\,0 \cdot 10^1$	2	$0,259\,909\,6 \cdot 10^1$
1	$0,697\,826\,7 \cdot 10^1$	3	$-0,998\,254\,0$

Tabelle A.22: Koeffizienten und Exponenten der Gl. (2.2.6)

j	n_{0j}	n_{1j}	n_{2j}
0	$0,132\,930\,46 \cdot 10^1$	$0,170\,183\,63 \cdot 10^1$	$0,522\,461\,58 \cdot 10^1$
1	$-0,404\,524\,37$	$-0,221\,568\,45 \cdot 10^1$	$-0,101\,241\,11 \cdot 10^2$
2	$0,244\,094\,90$	$0,165\,110\,57 \cdot 10^1$	$0,498\,746\,87 \cdot 10^1$
3	$0,186\,607\,51 \cdot 10^{-1}$	$-0,767\,360\,02$	$-0,272\,976\,94$
4	$-0,129\,610\,68$	$0,372\,833\,44$	$-0,430\,833\,93$
5	$0,448\,099\,53 \cdot 10^{-1}$	$-0,112\,031\,60$	$0,133\,338\,49$

j	n_{3j}	n_{4j}
0	$0,871\,276\,75 \cdot 10^1$	$-0,185\,259\,99 \cdot 10^1$
1	$-0,950\,006\,11 \cdot 10^1$	$0,934\,046\,90$
2	$0,437\,866\,06 \cdot 10^1$	0
3	$-0,917\,837\,82$	0
4	0	0
5	0	0

Tabelle A.23: Koeffizienten und Exponenten der Gl. (2.2.10)

i	I_i	J_i	n_i	i	I_i	J_i	n_i
1	1	0,25	$0,978\,224\,486\,826$	7	4	2	$0,949\,327\,488\,264 \cdot 10^{-1}$
2	1	1	$-0,957\,771\,379\,375$	8	5	2	$-0,980\,469\,816\,509 \cdot 10^{-2}$
3	1	2,5	$0,237\,511\,794\,148$	9	6	5	$0,165\,167\,634\,970 \cdot 10^{-4}$
4	2	1,5	$0,714\,692\,244\,396$	10	7	0,5	$0,937\,359\,795\,772 \cdot 10^{-4}$
5	3	1,5	$-0,298\,217\,036\,956$	11	10	10	$-0,123\,179\,218\,720 \cdot 10^{-9}$
6	3	2,5	$-0,108\,863\,472\,196$	12	0	0	$0,196\,096\,504\,426 \cdot 10^{-2}$

Tabelle A.24: Koeffizienten und Exponenten der Gl. (2.3.1) und Gl. (2.3.2)

Equation	i	I_i	n_i	i	I_i	n_i
$T_{3ab}(p)$	1	0	$0,154\,793\,642\,129\,415 \cdot 10^4$	4	-1	$-0,191\,887\,498\,864\,292 \cdot 10^4$
	2	1	$-0,187\,661\,219\,490\,113 \cdot 10^3$	5	-2	$0,918\,419\,702\,359\,447 \cdot 10^3$
	3	2	$0,213\,144\,632\,222\,113 \cdot 10^2$			
$T_{3cd}(p)$	1	0	$0,585\,276\,966\,696\,349 \cdot 10^3$	3	2	$-0,127\,283\,549\,295\,878 \cdot 10^{-1}$
	2	1	$0,278\,233\,532\,206\,915 \cdot 10^1$	4	3	$0,159\,090\,746\,562\,729 \cdot 10^{-3}$
$T_{3gh}(p)$	1	0	$-0,249\,284\,240\,900\,418 \cdot 10^5$	4	3	$0,751\,608\,051\,114\,157 \cdot 10^1$
	2	1	$0,428\,143\,584\,791\,546 \cdot 10^4$	5	4	$-0,787\,105\,249\,910\,383 \cdot 10^{-1}$
	3	2	$-0,269\,029\,173\,140\,130 \cdot 10^3$			
$T_{3ij}(p)$	1	0	$0,584\,814\,781\,649\,163 \cdot 10^3$	4	3	$-0,587\,071\,076\,864\,459 \cdot 10^{-2}$
	2	1	$-0,616\,179\,320\,924\,617$	5	4	$0,515\,308\,185\,433\,082 \cdot 10^{-4}$
	3	2	$0,260\,763\,050\,899\,562$			
$T_{3jk}(p)$	1	0	$0,617\,229\,772\,068\,439 \cdot 10^3$	4	3	$-0,157\,391\,839\,848\,015 \cdot 10^{-1}$
	2	1	$-0,770\,600\,270\,141\,675 \cdot 10^1$	5	4	$0,137\,897\,492\,684\,194 \cdot 10^{-3}$
	3	2	$0,697\,072\,596\,851\,896$			
$T_{3mn}(p)$	1	0	$0,535\,339\,483\,742\,384 \cdot 10^3$	3	2	$-0,158\,365\,725\,441\,648$
	2	1	$0,761\,978\,122\,720\,128 \cdot 10^1$	4	3	$0,192\,871\,054\,508\,108 \cdot 10^{-2}$
$T_{3op}(p)$	1	0	$0,969\,461\,372\,400\,213 \cdot 10^3$	4	-1	$0,773\,845\,935\,768\,222 \cdot 10^3$
	2	1	$-0,332\,500\,170\,441\,278 \cdot 10^3$	5	-2	$-0,152\,313\,732\,937\,084 \cdot 10^4$
	3	2	$0,642\,859\,598\,466\,067 \cdot 10^2$			
$T_{3qu}(p)$	1	0	$0,565\,603\,648\,239\,126 \cdot 10^3$	3	2	$-0,102\,020\,639\,611\,016$
	2	1	$0,529\,062\,258\,221\,222 \cdot 10^1$	4	3	$0,122\,240\,301\,070\,145 \cdot 10^{-2}$
$T_{3rx}(p)$	1	0	$0,584\,561\,202\,520\,006 \cdot 10^3$	3	2	$0,243\,293\,362\,700\,452$
	2	1	$-0,102\,961\,025\,163\,669 \cdot 10^1$	4	3	$-0,294\,905\,044\,740\,799 \cdot 10^{-2}$

Tabelle A.25: Koeffizienten und Exponenten für Rückwärtsgleichung $v_{3a}(p, T)$, Gl. (2.3.4)

i	I_i	J_i	n_i	i	I_i	J_i	n_i
1	-12	5	$0,110\,879\,558\,823\,853 \cdot 10^{-2}$	16	-3	1	$-0,122\,494\,831\,387\,441 \cdot 10^{-1}$
2	-12	10	$0,572\,616\,740\,810\,616 \cdot 10^3$	17	-3	3	$0,179\,357\,604\,019\,989 \cdot 10^1$
3	-12	12	$-0,767\,051\,948\,380\,852 \cdot 10^5$	18	-3	6	$0,442\,729\,521\,058\,314 \cdot 10^2$
4	-10	5	$-0,253\,321\,069\,529\,674 \cdot 10^{-1}$	19	-2	0	$-0,593\,223\,489\,018\,342 \cdot 10^{-2}$
5	-10	10	$0,628\,008\,049\,345\,689 \cdot 10^4$	20	-2	2	$0,453\,186\,261\,685\,774$
6	-10	12	$0,234\,105\,654\,131\,876 \cdot 10^6$	21	-2	3	$0,135\,825\,703\,129\,140 \cdot 10^1$
7	-8	5	$0,216\,867\,826\,045\,856$	22	-1	0	$0,408\,748\,415\,856\,745 \cdot 10^{-1}$
8	-8	8	$-0,156\,237\,904\,341\,963 \cdot 10^3$	23	-1	1	$0,474\,686\,397\,863\,312$
9	-8	10	$-0,269\,893\,956\,176\,613 \cdot 10^5$	24	-1	2	$0,118\,646\,814\,997\,915 \cdot 10^1$
10	-6	1	$-0,180\,407\,100\,085\,505 \cdot 10^{-3}$	25	0	0	$0,546\,987\,265\,727\,549$
11	-5	1	$0,116\,732\,227\,668\,261 \cdot 10^{-2}$	26	0	1	$0,195\,266\,770\,452\,643$
12	-5	5	$0,266\,987\,040\,856\,040 \cdot 10^2$	27	1	0	$-0,502\,268\,790\,869\,663 \cdot 10^{-1}$
13	-5	10	$0,282\,776\,617\,243\,286 \cdot 10^5$	28	1	2	$-0,369\,645\,308\,193\,377$
14	-4	8	$-0,242\,431\,520\,029\,523 \cdot 10^4$	29	2	0	$0,633\,828\,037\,528\,420 \cdot 10^{-2}$
15	-3	0	$0,435\,217\,323\,022\,733 \cdot 10^{-3}$	30	2	2	$0,797\,441\,793\,901\,017 \cdot 10^{-1}$

Tabelle A.26: Koeffizienten und Exponenten für Rückwärtsgleichung $v_{3b}(p, T)$, Gl. (2.3.4)

i	I_i	J_i	n_i	i	I_i	J_i	n_i
1	-12	10	$-0,827\,670\,470\,003\,621 \cdot 10^{-1}$	17	-3	2	$-0,416\,375\,290\,166\,236 \cdot 10^{-1}$
2	-12	12	$0,416\,887\,126\,010\,565 \cdot 10^2$	18	-3	3	$-0,413\,754\,957\,011\,042 \cdot 10^2$
3	-10	8	$0,483\,651\,982\,197\,059 \cdot 10^{-1}$	19	-3	5	$-0,506\,673\,295\,721\,637 \cdot 10^2$
4	-10	14	$-0,291\,032\,084\,950\,276 \cdot 10^5$	20	-2	0	$-0,572\,212\,965\,569\,023 \cdot 10^{-3}$
5	-8	8	$-0,111\,422\,582\,236\,948 \cdot 10^3$	21	-2	2	$0,608\,817\,368\,401\,785 \cdot 10^1$
6	-6	5	$-0,202\,300\,083\,904\,014 \cdot 10^{-1}$	22	-2	5	$0,239\,600\,660\,256\,161 \cdot 10^2$
7	-6	6	$0,294\,002\,509\,338\,515 \cdot 10^3$	23	-1	0	$0,122\,261\,479\,925\,384 \cdot 10^{-1}$
8	-6	8	$0,140\,244\,997\,609\,658 \cdot 10^3$	24	-1	2	$0,216\,356\,057\,692\,938 \cdot 10^1$
9	-5	5	$-0,344\,384\,158\,811\,459 \cdot 10^3$	25	0	0	$0,398\,198\,903\,368\,642$
10	-5	8	$0,361\,182\,452\,612\,149 \cdot 10^3$	26	0	1	$-0,116\,892\,827\,834\,085$
11	-5	10	$-0,140\,699\,677\,420\,738 \cdot 10^4$	27	1	0	$-0,102\,845\,919\,373\,532$
12	-4	2	$-0,202\,023\,902\,676\,481 \cdot 10^{-2}$	28	1	2	$-0,492\,676\,637\,589\,284$
13	-4	4	$0,171\,346\,792\,457\,471 \cdot 10^3$	29	2	0	$0,655\,540\,456\,406\,790 \cdot 10^{-1}$
14	-4	5	$-0,425\,597\,804\,058\,632 \cdot 10^1$	30	3	2	$-0,240\,462\,535\,078\,530$
15	-3	0	$0,691\,346\,085\,000\,334 \cdot 10^{-5}$	31	4	0	$-0,269\,798\,180\,310\,075 \cdot 10^{-1}$
16	-3	1	$0,151\,140\,509\,678\,925 \cdot 10^{-2}$	32	4	1	$0,128\,369\,435\,967\,012$

Tabelle A.27: Koeffizienten und Exponenten für Rückwärtsgleichung $v_{3c}(p, T)$, Gl. (2.3.4)

i	I_i	J_i	n_i	i	I_i	J_i	n_i
1	-12	6	$0,311\,967\,788\,763\,030 \cdot 10^1$	19	-2	4	$0,234\,604\,891\,591\,616 \cdot 10^3$
2	-12	8	$0,276\,713\,458\,847\,564 \cdot 10^5$	20	-2	5	$0,377\,515\,668\,966\,951 \cdot 10^4$
3	-12	10	$0,322\,583\,103\,403\,269 \cdot 10^8$	21	-1	0	$0,158\,646\,812\,591\,361 \cdot 10^{-1}$
4	-10	6	$-0,342\,416\,065\,095\,363 \cdot 10^3$	22	-1	1	$0,707\,906\,336\,241\,843$
5	-10	8	$-0,899\,732\,529\,907\,377 \cdot 10^6$	23	-1	2	$0,126\,016\,225\,146\,570 \cdot 10^2$
6	-10	10	$-0,793\,892\,049\,821\,251 \cdot 10^8$	24	0	0	$0,736\,143\,655\,772\,152$
7	-8	5	$0,953\,193\,003\,217\,388 \cdot 10^2$	25	0	1	$0,676\,544\,268\,999\,101$
8	-8	6	$0,229\,784\,742\,345\,072 \cdot 10^4$	26	0	2	$-0,178\,100\,588\,189\,137 \cdot 10^2$
9	-8	7	$0,175\,336\,675\,322\,499 \cdot 10^6$	27	1	0	$-0,156\,531\,975\,531\,713$
10	-6	8	$0,791\,214\,365\,222\,792 \cdot 10^7$	28	1	2	$0,117\,707\,430\,048\,158 \cdot 10^2$
11	-5	1	$0,319\,933\,345\,844\,209 \cdot 10^{-4}$	29	2	0	$0,840\,143\,653\,860\,447 \cdot 10^{-1}$
12	-5	4	$-0,659\,508\,863\,555\,767 \cdot 10^2$	30	2	1	$-0,186\,442\,467\,471\,949$
13	-5	7	$-0,833\,426\,563\,212\,851 \cdot 10^6$	31	2	3	$-0,440\,170\,203\,949\,645 \cdot 10^2$
14	-4	2	$0,645\,734\,680\,583\,292 \cdot 10^{-1}$	32	2	7	$0,123\,290\,423\,502\,494 \cdot 10^7$
15	-4	8	$-0,382\,031\,020\,570\,813 \cdot 10^7$	33	3	0	$-0,240\,650\,039\,730\,845 \cdot 10^{-1}$
16	-3	0	$0,406\,398\,848\,470\,079 \cdot 10^{-4}$	34	3	7	$-0,107\,077\,716\,660\,869 \cdot 10^7$
17	-3	3	$0,310\,327\,498\,492\,008 \cdot 10^2$	35	8	1	$0,438\,319\,858\,566\,475 \cdot 10^{-1}$
18	-2	0	$-0,892\,996\,718\,483\,724 \cdot 10^{-3}$				

Tabelle A.28: Koeffizienten und Exponenten für Rückwärtsgleichung $v_{3d}(p, T)$, Gl. (2.3.4)

i	I_i	J_i	n_i	i	I_i	J_i	n_i
1	-12	4	$-0,452\,484\,847\,171\,645 \cdot 10^{-9}$	20	-5	1	$-0,436\,701\,347\,922\,356 \cdot 10^{-5}$
2	-12	6	$0,315\,210\,389\,538\,801 \cdot 10^{-4}$	21	-5	2	$-0,404\,213\,852\,833\,996 \cdot 10^{-3}$
3	-12	7	$-0,214\,991\,352\,047\,545 \cdot 10^{-2}$	22	-5	5	$-0,348\,153\,203\,414\,663 \cdot 10^3$
4	-12	10	$0,508\,058\,874\,808\,345 \cdot 10^3$	23	-5	7	$-0,385\,294\,213\,555\,289 \cdot 10^6$
5	-12	12	$-0,127\,123\,036\,845\,932 \cdot 10^8$	24	-4	0	$0,135\,203\,700\,099\,403 \cdot 10^{-6}$
6	-12	16	$0,115\,371\,133\,120\,497 \cdot 10^{13}$	25	-4	1	$0,134\,648\,383\,271\,089 \cdot 10^{-3}$
7	-10	0	$-0,197\,805\,728\,776\,273 \cdot 10^{-15}$	26	-4	7	$0,125\,031\,835\,351\,736 \cdot 10^6$
8	-10	2	$0,241\,554\,806\,033\,972 \cdot 10^{-10}$	27	-3	2	$0,968\,123\,678\,455\,841 \cdot 10^{-1}$
9	-10	4	$-0,156\,481\,703\,640\,525 \cdot 10^{-5}$	28	-3	4	$0,225\,660\,517\,512\,438 \cdot 10^3$
10	-10	6	$0,277\,211\,346\,836\,625 \cdot 10^{-2}$	29	-2	0	$-0,190\,102\,435\,341\,872 \cdot 10^{-3}$
11	-10	8	$-0,203\,578\,994\,462\,286 \cdot 10^2$	30	-2	1	$-0,299\,628\,410\,819\,229 \cdot 10^{-1}$
12	-10	10	$0,144\,369\,489\,909\,053 \cdot 10^7$	31	-1	0	$0,500\,833\,915\,372\,121 \cdot 10^{-2}$
13	-10	14	$-0,411\,254\,217\,946\,539 \cdot 10^{11}$	32	-1	1	$0,387\,842\,482\,998\,411$
14	-8	3	$0,623\,449\,786\,243\,773 \cdot 10^{-5}$	33	-1	5	$-0,138\,535\,367\,777\,182 \cdot 10^4$
15	-8	7	$-0,221\,774\,281\,146\,038 \cdot 10^2$	34	0	0	$0,870\,745\,245\,971\,773$
16	-8	8	$-0,689\,315\,087\,933\,158 \cdot 10^5$	35	0	2	$0,171\,946\,252\,068\,742 \cdot 10^1$
17	-8	10	$-0,195\,419\,525\,060\,713 \cdot 10^8$	36	1	0	$-0,326\,650\,121\,426\,383 \cdot 10^{-1}$
18	-6	6	$0,316\,373\,510\,564\,015 \cdot 10^4$	37	1	6	$0,498\,044\,171\,727\,877 \cdot 10^4$
19	-6	8	$0,224\,040\,754\,426\,988 \cdot 10^7$	38	3	0	$0,551\,478\,022\,765\,087 \cdot 10^{-2}$

Tabelle A.29: Koeffizienten und Exponenten für Rückwärtsgleichung $v_{3e}(p, T)$, Gl. (2.3.4)

i	I_i	J_i	n_i	i	I_i	J_i	n_i
1	-12	14	$0,715\ 815\ 808\ 404\ 721 \cdot 10^9$	16	-3	6	$0,475\ 992\ 667\ 717\ 124 \cdot 10^5$
2	-12	16	$-0,114\ 328\ 360\ 753\ 449 \cdot 10^{12}$	17	-3	7	$-0,266\ 627\ 750\ 390\ 341 \cdot 10^6$
3	-10	3	$0,376\ 531\ 002\ 015\ 720 \cdot 10^{-11}$	18	-2	0	$-0,153\ 314\ 954\ 386\ 524 \cdot 10^{-3}$
4	-10	6	$-0,903\ 983\ 668\ 691\ 157 \cdot 10^{-4}$	19	-2	1	$0,305\ 638\ 404\ 828\ 265$
5	-10	10	$0,665\ 695\ 908\ 836\ 252 \cdot 10^6$	20	-2	3	$0,123\ 654\ 999\ 499\ 486 \cdot 10^3$
6	-10	14	$0,535\ 364\ 174\ 960\ 127 \cdot 10^{10}$	21	-2	4	$-0,104\ 390\ 794\ 213\ 011 \cdot 10^4$
7	-10	16	$0,794\ 977\ 402\ 335\ 603 \cdot 10^{11}$	22	-1	0	$-0,157\ 496\ 516\ 174\ 308 \cdot 10^{-1}$
8	-8	7	$0,922\ 230\ 563\ 421\ 437 \cdot 10^2$	23	0	0	$0,685\ 331\ 118\ 940\ 253$
9	-8	8	$-0,142\ 586\ 073\ 991\ 215 \cdot 10^6$	24	0	1	$0,178\ 373\ 462\ 873\ 903 \cdot 10^1$
10	-8	10	$-0,111\ 796\ 381\ 424\ 162 \cdot 10^7$	25	1	0	$-0,544\ 674\ 124\ 878\ 910$
11	-6	6	$0,896\ 121\ 629\ 640\ 760 \cdot 10^4$	26	1	4	$0,204\ 529\ 931\ 318\ 843 \cdot 10^4$
12	-5	6	$-0,669\ 989\ 239\ 070\ 491 \cdot 10^4$	27	1	6	$-0,228\ 342\ 359\ 328\ 752 \cdot 10^5$
13	-4	2	$0,451\ 242\ 538\ 486\ 834 \cdot 10^{-2}$	28	2	0	$0,413\ 197\ 481\ 515\ 899$
14	-4	4	$-0,339\ 731\ 325\ 977\ 713 \cdot 10^2$	29	2	2	$-0,341\ 931\ 835\ 910\ 405 \cdot 10^2$
15	-3	2	$-0,120\ 523\ 111\ 552\ 278 \cdot 10^1$				

Tabelle A.30: Koeffizienten und Exponenten für Rückwärtsgleichung $v_{3f}(p, T)$, Gl. (2.3.4)

i	I_i	J_i	n_i	i	I_i	J_i	n_i
1	0	-3	$-0,251\ 756\ 547\ 792\ 325 \cdot 10^{-7}$	22	10	-6	$0,470\ 942\ 606\ 221\ 652 \cdot 10^{-5}$
2	0	-2	$0,601\ 307\ 193\ 668\ 763 \cdot 10^{-5}$	23	12	-10	$0,195\ 049\ 710\ 391\ 712 \cdot 10^{-12}$
3	0	-1	$-0,100\ 615\ 977\ 450\ 049 \cdot 10^{-2}$	24	12	-8	$-0,911\ 627\ 886\ 266\ 077 \cdot 10^{-8}$
4	0	0	$0,999\ 969\ 140\ 252\ 192$	25	12	-4	$0,604\ 374\ 640\ 201\ 265 \cdot 10^{-3}$
5	0	1	$0,214\ 107\ 759\ 236\ 486 \cdot 10^1$	26	14	-12	$-0,225\ 132\ 933\ 900\ 136 \cdot 10^{-15}$
6	0	2	$-0,165\ 175\ 571\ 959\ 086 \cdot 10^2$	27	14	-10	$0,610\ 916\ 973\ 582\ 981 \cdot 10^{-11}$
7	1	-1	$-0,141\ 987\ 303\ 638\ 727 \cdot 10^{-2}$	28	14	-8	$-0,303\ 063\ 908\ 043\ 404 \cdot 10^{-6}$
8	1	1	$0,269\ 251\ 915\ 156\ 554 \cdot 10^1$	29	14	-6	$-0,137\ 796\ 070\ 798\ 409 \cdot 10^{-4}$
9	1	2	$0,349\ 741\ 815\ 858\ 722 \cdot 10^2$	30	14	-4	$-0,919\ 296\ 736\ 666\ 106 \cdot 10^{-3}$
10	1	3	$-0,300\ 208\ 695\ 771\ 783 \cdot 10^2$	31	16	-10	$0,639\ 288\ 223\ 132\ 545 \cdot 10^{-9}$
11	2	0	$-0,131\ 546\ 288\ 252\ 539 \cdot 10^1$	32	16	-8	$0,753\ 259\ 479\ 898\ 699 \cdot 10^{-6}$
12	2	1	$-0,839\ 091\ 277\ 286\ 169 \cdot 10^1$	33	18	-12	$-0,400\ 321\ 478\ 682\ 929 \cdot 10^{-12}$
13	3	-5	$0,181\ 545\ 608\ 337\ 015 \cdot 10^{-9}$	34	18	-10	$0,756\ 140\ 294\ 351\ 614 \cdot 10^{-8}$
14	3	-2	$-0,591\ 099\ 206\ 478\ 909 \cdot 10^{-3}$	35	20	-12	$-0,912\ 082\ 054\ 034\ 891 \cdot 10^{-11}$
15	3	0	$0,152\ 115\ 067\ 087\ 106 \cdot 10^1$	36	20	-10	$-0,237\ 612\ 381\ 140\ 539 \cdot 10^{-7}$
16	4	-3	$0,252\ 956\ 470\ 663\ 225 \cdot 10^{-4}$	37	20	-6	$0,269\ 586\ 010\ 591\ 874 \cdot 10^{-4}$
17	5	-8	$0,100\ 726\ 265\ 203\ 786 \cdot 10^{-14}$	38	22	-12	$-0,732\ 828\ 135\ 157\ 839 \cdot 10^{-10}$
18	5	1	$-0,149\ 774\ 533\ 860\ 650 \cdot 10^1$	39	24	-12	$0,241\ 995\ 578\ 306\ 660 \cdot 10^{-9}$
19	6	-6	$-0,793\ 940\ 970\ 562\ 969 \cdot 10^{-9}$	40	24	-4	$-0,405\ 735\ 532\ 730\ 322 \cdot 10^{-3}$
20	7	-4	$-0,150\ 290\ 891\ 264\ 717 \cdot 10^{-3}$	41	28	-12	$0,189\ 424\ 143\ 498\ 011 \cdot 10^{-9}$
21	7	1	$0,151\ 205\ 531\ 275\ 133 \cdot 10^1$	42	32	-12	$-0,486\ 632\ 965\ 074\ 563 \cdot 10^{-9}$

Tabelle A.31: Koeffizienten und Exponenten für Rückwärtsgleichung $v_{3g}(p, T)$, Gl. (2.3.4)

i	I_i	J_i	n_i	i	I_i	J_i	n_i
1	-12	7	$0,412\ 209\ 020\ 652\ 996 \cdot 10^{-4}$	20	-2	3	$-0,910\ 782\ 540\ 134\ 681 \cdot 10^2$
2	-12	12	$-0,114\ 987\ 238\ 280\ 587 \cdot 10^7$	21	-2	5	$0,135\ 033\ 227\ 281\ 565 \cdot 10^6$
3	-12	14	$0,948\ 180\ 885\ 032\ 080 \cdot 10^{10}$	22	-2	14	$-0,712\ 949\ 383\ 408\ 211 \cdot 10^{19}$
4	-12	18	$-0,195\ 788\ 865\ 718\ 971 \cdot 10^{18}$	23	-2	24	$-0,104\ 578\ 785\ 289\ 542 \cdot 10^{37}$
5	-12	22	$0,496\ 250\ 704\ 871\ 300 \cdot 10^{25}$	24	-1	2	$0,304\ 331\ 584\ 444\ 093 \cdot 10^2$
6	-12	24	$-0,105\ 549\ 884\ 548\ 496 \cdot 10^{29}$	25	-1	8	$0,593\ 250\ 797\ 959\ 445 \cdot 10^{10}$
7	-10	14	$-0,758\ 642\ 165\ 988\ 278 \cdot 10^{12}$	26	-1	18	$-0,364\ 174\ 062\ 110\ 798 \cdot 10^{28}$
8	-10	20	$-0,922\ 172\ 769\ 596\ 101 \cdot 10^{23}$	27	0	0	$0,921\ 791\ 403\ 532\ 461$
9	-10	24	$0,725\ 379\ 072\ 059\ 348 \cdot 10^{30}$	28	0	1	$-0,337\ 693\ 609\ 657\ 471$
10	-8	7	$-0,617\ 718\ 249\ 205\ 859 \cdot 10^2$	29	0	2	$-0,724\ 644\ 143\ 758\ 508 \cdot 10^2$
11	-8	8	$0,107\ 555\ 033\ 344\ 858 \cdot 10^5$	30	1	0	$-0,110\ 480\ 239\ 272\ 601$
12	-8	10	$-0,379\ 545\ 802\ 336\ 487 \cdot 10^8$	31	1	1	$0,536\ 516\ 031\ 875\ 059 \cdot 10^1$
13	-8	12	$0,228\ 646\ 846\ 221\ 831 \cdot 10^{12}$	32	1	3	$-0,291\ 441\ 872\ 156\ 205 \cdot 10^4$
14	-6	8	$-0,499\ 741\ 093\ 010\ 619 \cdot 10^7$	33	3	24	$0,616\ 338\ 176\ 535\ 305 \cdot 10^{40}$
15	-6	22	$-0,280\ 214\ 310\ 054\ 101 \cdot 10^{31}$	34	5	22	$-0,120\ 889\ 175\ 861\ 180 \cdot 10^{39}$
16	-5	7	$0,104\ 915\ 406\ 769\ 586 \cdot 10^7$	35	6	12	$0,818\ 396\ 024\ 524\ 612 \cdot 10^{23}$
17	-5	20	$0,613\ 754\ 229\ 168\ 619 \cdot 10^{28}$	36	8	3	$0,940\ 781\ 944\ 835\ 829 \cdot 10^9$
18	-4	22	$0,802\ 056\ 715\ 528\ 378 \cdot 10^{32}$	37	10	0	$-0,367\ 279\ 669\ 545\ 448 \cdot 10^5$
19	-3	7	$-0,298\ 617\ 819\ 828\ 065 \cdot 10^8$	38	10	6	$-0,837\ 513\ 931\ 798\ 655 \cdot 10^{16}$

Tabelle A.32: Koeffizienten und Exponenten für Rückwärtsgleichung $v_{3h}(p, T)$, Gl. (2.3.4)

i	I_i	J_i	n_i	i	I_i	J_i	n_i
1	-12	8	$0,561\ 379\ 678\ 887\ 577 \cdot 10^{-1}$	16	-6	8	$-0,656\ 174\ 421\ 999\ 594 \cdot 10^7$
2	-12	12	$0,774\ 135\ 421\ 587\ 083 \cdot 10^{10}$	17	-5	2	$0,156\ 362\ 212\ 977\ 396 \cdot 10^{-4}$
3	-10	4	$0,111\ 482\ 975\ 877\ 938 \cdot 10^{-8}$	18	-5	3	$-0,212\ 946\ 257\ 021\ 400 \cdot 10^1$
4	-10	6	$-0,143\ 987\ 128\ 208\ 183 \cdot 10^{-2}$	19	-5	4	$0,135\ 249\ 306\ 374\ 858 \cdot 10^2$
5	-10	8	$0,193\ 696\ 558\ 764\ 920 \cdot 10^4$	20	-4	2	$0,177\ 189\ 164\ 145\ 813$
6	-10	10	$-0,605\ 971\ 823\ 585\ 005 \cdot 10^9$	21	-4	4	$0,139\ 499\ 167\ 345\ 464 \cdot 10^4$
7	-10	14	$0,171\ 951\ 568\ 124\ 337 \cdot 10^{14}$	22	-3	1	$-0,703\ 670\ 932\ 036\ 388 \cdot 10^{-2}$
8	-10	16	$-0,185\ 461\ 154\ 985\ 145 \cdot 10^{17}$	23	-3	2	$-0,152\ 011\ 044\ 389\ 648$
9	-8	0	$0,387\ 851\ 168\ 078\ 010 \cdot 10^{-16}$	24	-2	0	$0,981\ 916\ 922\ 991\ 113 \cdot 10^{-4}$
10	-8	1	$-0,395\ 464\ 327\ 846\ 105 \cdot 10^{-13}$	25	-1	0	$0,147\ 199\ 658\ 618\ 076 \cdot 10^{-2}$
11	-8	6	$-0,170\ 875\ 935\ 679\ 023 \cdot 10^3$	26	-1	2	$0,202\ 618\ 487\ 025\ 578 \cdot 10^2$
12	-8	7	$-0,212\ 010\ 620\ 701\ 220 \cdot 10^4$	27	0	0	$0,899\ 345\ 518\ 944\ 240$
13	-8	8	$0,177\ 683\ 337\ 348\ 191 \cdot 10^8$	28	1	0	$-0,211\ 346\ 402\ 240\ 858$
14	-6	4	$0,110\ 177\ 443\ 629\ 575 \cdot 10^2$	29	1	2	$0,249\ 971\ 752\ 957\ 491 \cdot 10^2$
15	-6	6	$-0,234\ 396\ 091\ 693\ 313 \cdot 10^6$				

Tabelle A.33: Koeffizienten und Exponenten für Rückwärtsgleichung $v_{3i}(p, T)$, Gl. (2.3.4)

i	I_i	J_i	n_i	i	I_i	J_i	n_i
1	0	0	$0,106\,905\,684\,359\,136 \cdot 10^1$	22	12	-12	$0,164\,395\,334\,345\,040 \cdot 10^{-23}$
2	0	1	$-0,148\,620\,857\,922\,333 \cdot 10^1$	23	12	-6	$-0,339\,823\,323\,754\,373 \cdot 10^{-5}$
3	0	10	$0,259\,862\,256\,980\,408 \cdot 10^{15}$	24	12	-4	$-0,135\,268\,639\,905\,021 \cdot 10^{-1}$
4	1	-4	$-0,446\,352\,055\,678\,749 \cdot 10^{-11}$	25	14	-10	$-0,723\,252\,514\,211\,625 \cdot 10^{-14}$
5	1	-2	$-0,566\,620\,757\,170\,032 \cdot 10^{-6}$	26	14	-8	$0,184\,386\,437\,538\,366 \cdot 10^{-8}$
6	1	-1	$-0,235\,302\,885\,736\,849 \cdot 10^{-2}$	27	14	-4	$-0,463\,959\,533\,752\,385 \cdot 10^{-1}$
7	1	0	$-0,269\,226\,321\,968\,839$	28	14	5	$-0,992\,263\,100\,376\,750 \cdot 10^{14}$
8	2	0	$0,922\,024\,992\,944\,392 \cdot 10^1$	29	18	-12	$0,688\,169\,154\,439\,335 \cdot 10^{-16}$
9	3	-5	$0,357\,633\,505\,503\,772 \cdot 10^{-11}$	30	18	-10	$-0,222\,620\,998\,452\,197 \cdot 10^{-10}$
10	3	0	$-0,173\,942\,565\,562\,222 \cdot 10^2$	31	18	-8	$-0,540\,843\,018\,624\,083 \cdot 10^{-7}$
11	4	-3	$0,700\,681\,785\,556\,229 \cdot 10^{-5}$	32	18	-6	$0,345\,570\,606\,200\,257 \cdot 10^{-2}$
12	4	-2	$-0,267\,050\,351\,075\,768 \cdot 10^{-3}$	33	18	2	$0,422\,275\,800\,304\,086 \cdot 10^{11}$
13	4	-1	$-0,231\,779\,669\,675\,624 \cdot 10^1$	34	20	-12	$-0,126\,974\,478\,770\,487 \cdot 10^{-14}$
14	5	-6	$-0,753\,533\,046\,979\,752 \cdot 10^{-12}$	35	20	-10	$0,927\,237\,985\,153\,679 \cdot 10^{-9}$
15	5	-1	$0,481\,337\,131\,452\,891 \cdot 10^1$	36	22	-12	$0,612\,670\,812\,016\,489 \cdot 10^{-13}$
16	5	12	$-0,223\,286\,270\,422\,356 \cdot 10^{22}$	37	24	-12	$-0,722\,693\,924\,063\,497 \cdot 10^{-11}$
17	7	-4	$-0,118\,746\,004\,987\,383 \cdot 10^{-4}$	38	24	-8	$-0,383\,669\,502\,636\,822 \cdot 10^{-3}$
18	7	-3	$0,646\,412\,934\,136\,496 \cdot 10^{-2}$	39	32	-10	$0,374\,684\,572\,410\,204 \cdot 10^{-3}$
19	8	-6	$-0,410\,588\,536\,330\,937 \cdot 10^{-9}$	40	32	-5	$-0,931\,976\,897\,511\,086 \cdot 10^5$
20	8	10	$0,422\,739\,537\,057\,241 \cdot 10^{20}$	41	36	-10	$-0,247\,690\,616\,026\,922 \cdot 10^{-1}$
21	10	-8	$0,313\,698\,180\,473\,812 \cdot 10^{-12}$	42	36	-8	$0,658\,110\,546\,759\,474 \cdot 10^2$

Tabelle A.34: Koeffizienten und Exponenten für Rückwärtsgleichung $v_{3j}(p, T)$, Gl. (2.3.4)

i	I_i	J_i	n_i	i	I_i	J_i	n_i
1	0	-1	$-0,111\,371\,317\,395\,540 \cdot 10^{-3}$	16	10	-6	$-0,960\,754\,116\,701\,669 \cdot 10^{-8}$
2	0	0	$0,100\,342\,892\,423\,685 \cdot 10^1$	17	12	-8	$-0,510\,572\,269\,720\,488 \cdot 10^{-10}$
3	0	1	$0,530\,615\,581\,928\,979 \cdot 10^1$	18	12	-3	$0,767\,373\,781\,404\,211 \cdot 10^{-2}$
4	1	-2	$0,179\,058\,760\,078\,792 \cdot 10^{-5}$	19	14	-10	$0,663\,855\,469\,485\,254 \cdot 10^{-14}$
5	1	-1	$-0,728\,541\,958\,464\,774 \cdot 10^{-3}$	20	14	-8	$-0,717\,590\,735\,526\,745 \cdot 10^{-9}$
6	1	1	$-0,187\,576\,133\,371\,704 \cdot 10^2$	21	14	-5	$0,146\,564\,542\,926\,508 \cdot 10^{-4}$
7	2	-1	$0,199\,060\,874\,071\,849 \cdot 10^{-2}$	22	16	-10	$0,309\,029\,474\,277\,013 \cdot 10^{-11}$
8	2	1	$0,243\,574\,755\,377\,290 \cdot 10^2$	23	18	-12	$-0,464\,216\,300\,971\,708 \cdot 10^{-15}$
9	3	-2	$-0,177\,040\,785\,499\,444 \cdot 10^{-3}$	24	20	-12	$-0,390\,499\,637\,961\,161 \cdot 10^{-13}$
10	4	-2	$-0,259\,680\,385\,227\,130 \cdot 10^{-2}$	25	20	-10	$-0,236\,716\,126\,781\,431 \cdot 10^{-9}$
11	4	2	$-0,198\,704\,578\,406\,823 \cdot 10^3$	26	24	-12	$0,454\,652\,854\,268\,717 \cdot 10^{-11}$
12	5	-3	$0,738\,627\,790\,224\,287 \cdot 10^{-4}$	27	24	-6	$-0,422\,271\,787\,482\,497 \cdot 10^{-2}$
13	5	-2	$-0,236\,264\,692\,844\,138 \cdot 10^{-2}$	28	28	-12	$0,283\,911\,742\,354\,706 \cdot 10^{-10}$
14	5	0	$-0,161\,023\,121\,314\,333 \cdot 10^1$	29	28	-5	$0,270\,929\,002\,720\,228 \cdot 10^1$
15	6	3	$0,622\,322\,971\,786\,473 \cdot 10^4$				

Tabelle A.35: Koeffizienten und Exponenten für Rückwärtsgleichung $v_{3k}(p, T)$, Gl. (2.3.4)

i	I_i	J_i	n_i	i	I_i	J_i	n_i
$1cI_i$	J_i	n_i					
1	-2	10	$-0,401\ 215\ 699\ 576\ 099 \cdot 10^9$	18	1	2	$-0,194\ 646\ 110\ 037\ 079 \cdot 10^3$
2	-2	12	$0,484\ 501\ 478\ 318\ 406 \cdot 10^{11}$	19	2	-8	$0,808\ 354\ 639\ 772\ 825 \cdot 10^{-15}$
3	-1	-5	$0,394\ 721\ 471\ 363\ 678 \cdot 10^{-14}$	20	2	-6	$-0,180\ 845\ 209\ 145\ 470 \cdot 10^{-10}$
4	-1	6	$0,372\ 629\ 967\ 374\ 147 \cdot 10^5$	21	2	-3	$-0,696\ 664\ 158\ 132\ 412 \cdot 10^{-5}$
5	0	-12	$-0,369\ 794\ 374\ 168\ 666 \cdot 10^{-29}$	22	2	-2	$-0,181\ 057\ 560\ 300\ 994 \cdot 10^{-2}$
6	0	-6	$-0,380\ 436\ 407\ 012\ 452 \cdot 10^{-14}$	23	2	0	$0,255\ 830\ 298\ 579\ 027 \cdot 10^1$
7	0	-2	$0,475\ 361\ 629\ 970\ 233 \cdot 10^{-6}$	24	2	4	$0,328\ 913\ 873\ 658\ 481 \cdot 10^4$
8	0	-1	$-0,879\ 148\ 916\ 140\ 706 \cdot 10^{-3}$	25	5	-12	$-0,173\ 270\ 241\ 249\ 904 \cdot 10^{-18}$
9	0	0	$0,844\ 317\ 863\ 844\ 331$	26	5	-6	$-0,661\ 876\ 792\ 558\ 034 \cdot 10^{-6}$
10	0	1	$0,122\ 433\ 162\ 656\ 600 \cdot 10^2$	27	5	-3	$-0,395\ 688\ 923\ 421\ 250 \cdot 10^{-2}$
11	0	2	$-0,104\ 529\ 634\ 830\ 279 \cdot 10^3$	28	6	-12	$0,604\ 203\ 299\ 819\ 132 \cdot 10^{-17}$
12	0	3	$0,589\ 702\ 771\ 277\ 429 \cdot 10^3$	29	6	-10	$-0,400\ 879\ 935\ 920\ 517 \cdot 10^{-13}$
13	0	14	$-0,291\ 026\ 851\ 164\ 444 \cdot 10^{14}$	30	6	-8	$0,160\ 751\ 107\ 464\ 958 \cdot 10^{-8}$
14	1	-3	$0,170\ 343\ 072\ 841\ 850 \cdot 10^{-5}$	31	6	-5	$0,383\ 719\ 409\ 025\ 556 \cdot 10^{-4}$
15	1	-2	$-0,277\ 617\ 606\ 975\ 748 \cdot 10^{-3}$	32	8	-12	$-0,649\ 565\ 446\ 702\ 457 \cdot 10^{-14}$
16	1	0	$-0,344\ 709\ 605\ 486\ 686 \cdot 10^1$	33	10	-12	$-0,149\ 095\ 328\ 506\ 000 \cdot 10^{-11}$
17	1	1	$0,221\ 333\ 862\ 447\ 095 \cdot 10^2$	34	12	-10	$0,541\ 449\ 377\ 329\ 581 \cdot 10^{-8}$

Tabelle A.36: Koeffizienten und Exponenten für Rückwärtsgleichung $v_{3l}(p, T)$, Gl. (2.3.4)

i	I_i	J_i	n_i	i	I_i	J_i	n_i
1	-12	14	$0,260\,702\,058\,647\,537 \cdot 10^{10}$	23	-3	20	$-0,695\,953\,622\,348\,829 \cdot 10^{33}$
2	-12	16	$-0,188\,277\,213\,604\,704 \cdot 10^{15}$	24	-2	2	$0,110\,609\,027\,472\,280$
3	-12	18	$0,554\,923\,870\,289\,667 \cdot 10^{19}$	25	-2	3	$0,721\,559\,163\,361\,354 \cdot 10^2$
4	-12	20	$-0,758\,966\,946\,387\,758 \cdot 10^{23}$	26	-2	10	$-0,306\,367\,307\,532\,219 \cdot 10^{15}$
5	-12	22	$0,413\,865\,186\,848\,908 \cdot 10^{27}$	27	-1	0	$0,265\,839\,618\,885\,530 \cdot 10^{-4}$
6	-10	14	$-0,815\,038\,000\,738\,060 \cdot 10^{12}$	28	-1	1	$0,253\,392\,392\,889\,754 \cdot 10^{-1}$
7	-10	24	$-0,381\,458\,260\,489\,955 \cdot 10^{33}$	29	-1	3	$-0,214\,443\,041\,836\,579 \cdot 10^3$
8	-8	6	$-0,123\,239\,564\,600\,519 \cdot 10^{-1}$	30	0	0	$0,937\,846\,601\,489\,667$
9	-8	10	$0,226\,095\,631\,437\,174 \cdot 10^8$	31	0	1	$0,223\,184\,043\,101\,700 \cdot 10^1$
10	-8	12	$-0,495\,017\,809\,506\,720 \cdot 10^{12}$	32	0	2	$0,338\,401\,222\,509\,191 \cdot 10^2$
11	-8	14	$0,529\,482\,996\,422\,863 \cdot 10^{16}$	33	0	12	$0,494\,237\,237\,179\,718 \cdot 10^{21}$
12	-8	18	$-0,444\,359\,478\,746\,295 \cdot 10^{23}$	34	1	0	$-0,198\,068\,404\,154\,428$
13	-8	24	$0,521\,635\,864\,527\,315 \cdot 10^{35}$	35	1	16	$-0,141\,415\,349\,881\,140 \cdot 10^{31}$
14	-8	36	$-0,487\,095\,672\,740\,742 \cdot 10^{55}$	36	2	1	$-0,993\,862\,421\,613\,651 \cdot 10^2$
15	-6	8	$-0,714\,430\,209\,937\,547 \cdot 10^6$	37	4	0	$0,125\,070\,534\,142\,731 \cdot 10^3$
16	-5	4	$0,127\,868\,634\,615\,495$	38	5	0	$-0,996\,473\,529\,004\,439 \cdot 10^3$
17	-5	5	$-0,100\,752\,127\,917\,598 \cdot 10^2$	39	5	1	$0,473\,137\,909\,872\,765 \cdot 10^5$
18	-4	7	$0,777\,451\,437\,960\,990 \cdot 10^7$	40	6	14	$0,116\,662\,121\,219\,322 \cdot 10^{33}$
19	-4	16	$-0,108\,105\,480\,796\,471 \cdot 10^{25}$	41	10	4	$-0,315\,874\,976\,271\,533 \cdot 10^{16}$
20	-3	1	$-0,357\,578\,581\,169\,659 \cdot 10^{-5}$	42	10	12	$-0,445\,703\,369\,196\,945 \cdot 10^{33}$
21	-3	3	$-0,212\,857\,169\,423\,484 \cdot 10^1$	43	14	10	$0,642\,794\,932\,373\,694 \cdot 10^{33}$
22	-3	18	$0,270\,706\,111\,085\,238 \cdot 10^{30}$				

Tabelle A.37: Koeffizienten und Exponenten für Rückwärtsgleichung $v_{3m}(p, T)$, Gl. (2.3.4)

i	I_i	J_i	n_i	i	I_i	J_i	n_i
1	0	0	0,811 384 363 481 847	21	28	20	$0,368\ 193\ 926\ 183\ 570 \cdot 10^{60}$
2	3	0	$-0,568\ 199\ 310\ 990\ 094 \cdot 10^4$	22	2	22	$0,170\ 215\ 539\ 458\ 936 \cdot 10^{18}$
3	8	0	$-0,178\ 657\ 198\ 172\ 556 \cdot 10^{11}$	23	16	22	$0,639\ 234\ 909\ 918\ 741 \cdot 10^{42}$
4	20	2	$0,795\ 537\ 657\ 613\ 427 \cdot 10^{32}$	24	0	24	$-0,821\ 698\ 160\ 721\ 956 \cdot 10^{15}$
5	1	5	$-0,814\ 568\ 209\ 346\ 872 \cdot 10^5$	25	5	24	$-0,795\ 260\ 241\ 872\ 306 \cdot 10^{24}$
6	3	5	$-0,659\ 774\ 567\ 602\ 874 \cdot 10^8$	26	0	28	$0,233\ 415\ 869\ 478\ 510 \cdot 10^{18}$
7	4	5	$-0,152\ 861\ 148\ 659\ 302 \cdot 10^{11}$	27	3	28	$-0,600\ 079\ 934\ 586\ 803 \cdot 10^{23}$
8	5	5	$-0,560\ 165\ 667\ 510\ 446 \cdot 10^{12}$	28	4	28	$0,594\ 584\ 382\ 273\ 384 \cdot 10^{25}$
9	1	6	$0,458\ 384\ 828\ 593\ 949 \cdot 10^6$	29	12	28	$0,189\ 461\ 279\ 349\ 492 \cdot 10^{40}$
10	6	6	$-0,385\ 754\ 000\ 383\ 848 \cdot 10^{14}$	30	16	28	$-0,810\ 093\ 428\ 842\ 645 \cdot 10^{46}$
11	2	7	$0,453\ 735\ 800\ 004\ 273 \cdot 10^8$	31	1	32	$0,188\ 813\ 911\ 076\ 809 \cdot 10^{22}$
12	4	8	$0,939\ 454\ 935\ 735\ 563 \cdot 10^{12}$	32	8	32	$0,111\ 052\ 244\ 098\ 768 \cdot 10^{36}$
13	14	8	$0,266\ 572\ 856\ 432\ 938 \cdot 10^{28}$	33	14	32	$0,291\ 133\ 958\ 602\ 503 \cdot 10^{46}$
14	2	10	$-0,547\ 578\ 313\ 899\ 097 \cdot 10^{10}$	34	0	36	$-0,329\ 421\ 923\ 951\ 460 \cdot 10^{22}$
15	5	10	$0,200\ 725\ 701\ 112\ 386 \cdot 10^{15}$	35	2	36	$-0,137\ 570\ 282\ 536\ 696 \cdot 10^{26}$
16	3	12	$0,185\ 007\ 245\ 563\ 239 \cdot 10^{13}$	36	3	36	$0,181\ 508\ 996\ 303\ 902 \cdot 10^{28}$
17	0	14	$0,185\ 135\ 446\ 828\ 337 \cdot 10^9$	37	4	36	$-0,346\ 865\ 122\ 768\ 353 \cdot 10^{30}$
18	1	14	$-0,170\ 451\ 090\ 076\ 385 \cdot 10^{12}$	38	8	36	$-0,211\ 961\ 148\ 774\ 260 \cdot 10^{38}$
19	1	18	$0,157\ 890\ 366\ 037\ 614 \cdot 10^{15}$	39	14	36	$-0,128\ 617\ 899\ 887\ 675 \cdot 10^{49}$
20	1	20	$-0,202\ 530\ 509\ 748\ 774 \cdot 10^{16}$	40	24	36	$0,479\ 817\ 895\ 699\ 239 \cdot 10^{65}$

Tabelle A.38: Koeffizienten und Exponenten für Rückwärtsgleichung $v_{3n}(p, T)$, Gl. (2.3.5)

i	I_i	J_i	n_i	i	I_i	J_i	n_i
1	0	-12	$0,280\ 967\ 799\ 943\ 151 \cdot 10^{-38}$	21	3	-6	$0,705\ 412\ 100\ 773\ 699 \cdot 10^{-11}$
2	3	-12	$0,614\ 869\ 006\ 573\ 609 \cdot 10^{-30}$	22	4	-6	$0,258\ 585\ 887\ 897\ 486 \cdot 10^{-8}$
3	4	-12	$0,582\ 238\ 667\ 048\ 942 \cdot 10^{-27}$	23	2	-5	$-0,493\ 111\ 362\ 030\ 162 \cdot 10^{-10}$
4	6	-12	$0,390\ 628\ 369\ 238\ 462 \cdot 10^{-22}$	24	4	-5	$-0,158\ 649\ 699\ 894\ 543 \cdot 10^{-5}$
5	7	-12	$0,821\ 445\ 758\ 255\ 119 \cdot 10^{-20}$	25	7	-5	$-0,525\ 037\ 427\ 886\ 100$
6	10	-12	$0,402\ 137\ 961\ 842\ 776 \cdot 10^{-14}$	26	4	-4	$0,220\ 019\ 901\ 729\ 615 \cdot 10^{-2}$
7	12	-12	$0,651\ 718\ 171\ 878\ 301 \cdot 10^{-12}$	27	3	-3	$-0,643\ 064\ 132\ 636\ 925 \cdot 10^{-2}$
8	14	-12	$-0,211\ 773\ 355\ 803\ 058 \cdot 10^{-7}$	28	5	-3	$0,629\ 154\ 149\ 015\ 048 \cdot 10^2$
9	18	-12	$0,264\ 953\ 354\ 380\ 072 \cdot 10^{-2}$	29	6	-3	$0,135\ 147\ 318\ 617\ 061 \cdot 10^3$
10	0	-10	$-0,135\ 031\ 446\ 451\ 331 \cdot 10^{-31}$	30	0	-2	$0,240\ 560\ 808\ 321\ 713 \cdot 10^{-6}$
11	3	-10	$-0,607\ 246\ 643\ 970\ 893 \cdot 10^{-23}$	31	0	-1	$-0,890\ 763\ 306\ 701\ 305 \cdot 10^{-3}$
12	5	-10	$-0,402\ 352\ 115\ 234\ 494 \cdot 10^{-18}$	32	3	-1	$-0,440\ 209\ 599\ 407\ 714 \cdot 10^4$
13	6	-10	$-0,744\ 938\ 506\ 925\ 544 \cdot 10^{-16}$	33	1	0	$-0,302\ 807\ 107\ 747\ 776 \cdot 10^3$
14	8	-10	$0,189\ 917\ 206\ 526\ 237 \cdot 10^{-12}$	34	0	1	$0,159\ 158\ 748\ 314\ 599 \cdot 10^4$
15	12	-10	$0,364\ 975\ 183\ 508\ 473 \cdot 10^{-5}$	35	1	1	$0,232\ 534\ 272\ 709\ 876 \cdot 10^6$
16	0	-8	$0,177\ 274\ 872\ 361\ 946 \cdot 10^{-25}$	36	0	2	$-0,792\ 681\ 207\ 132\ 600 \cdot 10^6$
17	3	-8	$-0,334\ 952\ 758\ 812\ 999 \cdot 10^{-18}$	37	1	4	$-0,869\ 871\ 364\ 662\ 769 \cdot 10^{11}$
18	7	-8	$-0,421\ 537\ 726\ 098\ 389 \cdot 10^{-8}$	38	0	5	$0,354\ 542\ 769\ 185\ 671 \cdot 10^{12}$
19	12	-8	$-0,391\ 048\ 167\ 929\ 649 \cdot 10^{-1}$	39	1	6	$0,400\ 849\ 240\ 129\ 329 \cdot 10^{15}$
20	2	-6	$0,541\ 276\ 911\ 564\ 176 \cdot 10^{-13}$				

Tabelle A.39: Koeffizienten und Exponenten für Rückwärtsgleichung $v_{3o}(p, T)$, Gl. (2.3.4)

i	I_i	J_i	n_i	i	I_i	J_i	n_i
1	0	-12	$0,128\,746\,023\,979\,718 \cdot 10^{-34}$	13	6	-8	$0,814\,897\,605\,805\,513 \cdot 10^{-14}$
2	0	-4	$-0,735\,234\,770\,382\,342 \cdot 10^{-11}$	14	7	-12	$0,425\,596\,631\,351\,839 \cdot 10^{-25}$
3	0	-1	$0,289\,078\,692\,149\,150 \cdot 10^{-2}$	15	8	-10	$-0,387\,449\,113\,787\,755 \cdot 10^{-17}$
4	2	-1	$0,244\,482\,731\,907\,223$	16	8	-8	$0,139\,814\,747\,930\,240 \cdot 10^{-12}$
5	3	-10	$0,141\,733\,492\,030\,985 \cdot 10^{-23}$	17	8	-4	$-0,171\,849\,638\,951\,521 \cdot 10^{-2}$
6	4	-12	$-0,354\,533\,853\,059\,476 \cdot 10^{-28}$	18	10	-12	$0,641\,890\,529\,513\,296 \cdot 10^{-21}$
7	4	-8	$-0,594\,539\,202\,901\,431 \cdot 10^{-17}$	19	10	-8	$0,118\,960\,578\,072\,018 \cdot 10^{-10}$
8	4	-5	$-0,585\,188\,401\,782\,779 \cdot 10^{-8}$	20	14	-12	$-0,155\,282\,762\,571\,611 \cdot 10^{-17}$
9	4	-4	$0,201\,377\,325\,411\,803 \cdot 10^{-5}$	21	14	-8	$0,233\,907\,907\,347\,507 \cdot 10^{-7}$
10	4	-1	$0,138\,647\,388\,209\,306 \cdot 10^1$	22	20	-12	$-0,174\,093\,247\,766\,213 \cdot 10^{-12}$
11	5	-4	$-0,173\,959\,365\,084\,772 \cdot 10^{-4}$	23	20	-10	$0,377\,682\,649\,089\,149 \cdot 10^{-8}$
12	5	-3	$0,137\,680\,878\,349\,369 \cdot 10^{-2}$	24	24	-12	$-0,516\,720\,236\,575\,302 \cdot 10^{-10}$

Tabelle A.40: Koeffizienten und Exponenten für Rückwärtsgleichung $v_{3p}(p, T)$, Gl. (2.3.4)

i	I_i	J_i	n_i	i	I_i	J_i	n_i
1	0	-1	$-0,982\,825\,342\,010\,366 \cdot 10^{-4}$	15	12	-12	$0,343\,480\,022\,104\,968 \cdot 10^{-25}$
2	0	0	$0,105\,145\,700\,850\,612 \cdot 10^1$	16	12	-6	$0,816\,256\,095\,947\,021 \cdot 10^{-5}$
3	0	1	$0,116\,033\,094\,095\,084 \cdot 10^3$	17	12	-5	$0,294\,985\,697\,916\,798 \cdot 10^{-2}$
4	0	2	$0,324\,664\,750\,281\,543 \cdot 10^4$	18	14	-10	$0,711\,730\,466\,276\,584 \cdot 10^{-16}$
5	1	1	$-0,123\,592\,348\,610\,137 \cdot 10^4$	19	14	-8	$0,400\,954\,763\,806\,941 \cdot 10^{-9}$
6	2	-1	$-0,561\,403\,450\,013\,495 \cdot 10^{-1}$	20	14	-3	$0,107\,766\,027\,032\,853 \cdot 10^2$
7	3	-3	$0,856\,677\,401\,640\,869 \cdot 10^{-7}$	21	16	-8	$-0,409\,449\,599\,138\,182 \cdot 10^{-6}$
8	3	0	$0,236\,313\,425\,393\,924 \cdot 10^3$	22	18	-8	$-0,729\,121\,307\,758\,902 \cdot 10^{-5}$
9	4	-2	$0,972\,503\,292\,350\,109 \cdot 10^{-2}$	23	20	-10	$0,677\,107\,970\,938\,909 \cdot 10^{-8}$
10	6	-2	$-0,103\,001\,994\,531\,927 \cdot 10^1$	24	22	-10	$0,602\,745\,973\,022\,975 \cdot 10^{-7}$
11	7	-5	$-0,149\,653\,706\,199\,162 \cdot 10^{-8}$	25	24	-12	$-0,382\,323\,011\,855\,257 \cdot 10^{-10}$
12	7	-4	$-0,215\,743\,778\,861\,592 \cdot 10^{-4}$	26	24	-8	$0,179\,946\,628\,317\,437 \cdot 10^{-2}$
13	8	-2	$-0,834\,452\,198\,291\,445 \cdot 10^1$	27	36	-12	$-0,345\,042\,834\,640\,005 \cdot 10^{-3}$
14	10	-3	$0,586\,602\,660\,564\,988$				

Tabelle A.41: Koeffizienten und Exponenten für Rückwärtsgleichung $v_{3q}(p, T)$, Gl. (2.3.4)

i	I_i	J_i	n_i	i	I_i	J_i	n_i
1	-12	10	$-0,820\,433\,843\,259\,950 \cdot 10^5$	13	-3	3	$0,232\,808\,472\,983\,776 \cdot 10^3$
2	-12	12	$0,473\,271\,518\,461\,586 \cdot 10^{11}$	14	-2	0	$-0,142\,808\,220\,416\,837 \cdot 10^{-4}$
3	-10	6	$-0,805\,950\,021\,005\,413 \cdot 10^{-1}$	15	-2	1	$-0,643\,596\,060\,678\,456 \cdot 10^{-2}$
4	-10	7	$0,328\,600\,025\,435\,980 \cdot 10^2$	16	-2	2	$-0,428\,577\,227\,475\,614 \cdot 10^1$
5	-10	8	$-0,356\,617\,029\,982\,490 \cdot 10^4$	17	-2	4	$0,225\,689\,939\,161\,918 \cdot 10^4$
6	-10	10	$-0,172\,985\,781\,433\,335 \cdot 10^{10}$	18	-1	0	$0,100\,355\,651\,721\,510 \cdot 10^{-2}$
7	-8	8	$0,351\,769\,232\,729\,192 \cdot 10^8$	19	-1	1	$0,333\,491\,455\,143\,516$
8	-6	6	$-0,775\,489\,259\,985\,144 \cdot 10^6$	20	-1	2	$0,109\,697\,576\,888\,873 \cdot 10^1$
9	-5	2	$0,710\,346\,691\,966\,018 \cdot 10^{-4}$	21	0	0	$0,961\,917\,379\,376\,452$
10	-5	5	$0,993\,499\,883\,820\,274 \cdot 10^5$	22	1	0	$-0,838\,165\,632\,204\,598 \cdot 10^{-1}$
11	-4	3	$-0,642\,094\,171\,904\,570$	23	1	1	$0,247\,795\,908\,411\,492 \cdot 10^1$
12	-4	4	$-0,612\,842\,816\,820\,083 \cdot 10^4$	24	1	3	$-0,319\,114\,969\,006\,533 \cdot 10^4$

Tabelle A.42: Koeffizienten und Exponenten für Rückwärtsgleichung $v_{3r}(p, T)$, Gl. (2.3.4)

i	I_i	J_i	n_i	i	I_i	J_i	n_i
1	-8	6	$0,144\,165\,955\,660\,863 \cdot 10^{-2}$	15	8	-10	$0,399\,988\,795\,693\,162 \cdot 10^{-12}$
2	-8	14	$-0,701\,438\,599\,628\,258 \cdot 10^{13}$	16	8	-8	$-0,536\,479\,560\,201\,811 \cdot 10^{-6}$
3	-3	-3	$-0,830\,946\,716\,459\,219 \cdot 10^{-16}$	17	8	-5	$0,159\,536\,722\,411\,202 \cdot 10^{-1}$
4	-3	3	$0,261\,975\,135\,368\,109$	18	10	-12	$0,270\,303\,248\,860\,217 \cdot 10^{-14}$
5	-3	4	$0,393\,097\,214\,706\,245 \cdot 10^3$	19	10	-10	$0,244\,247\,453\,858\,506 \cdot 10^{-7}$
6	-3	5	$-0,104\,334\,030\,654\,021 \cdot 10^5$	20	10	-8	$-0,983\,430\,636\,716\,454 \cdot 10^{-5}$
7	-3	8	$0,490\,112\,654\,154\,211 \cdot 10^9$	21	10	-6	$0,663\,513\,144\,224\,454 \cdot 10^{-1}$
8	0	-1	$-0,147\,104\,222\,772\,069 \cdot 10^{-3}$	22	10	-5	$-0,993\,456\,957\,845\,006 \cdot 10^1$
9	0	0	$0,103\,602\,748\,043\,408 \cdot 10^1$	23	10	-4	$0,546\,491\,323\,528\,491 \cdot 10^3$
10	0	1	$0,305\,308\,890\,065\,089 \cdot 10^1$	24	10	-3	$-0,143\,365\,406\,393\,758 \cdot 10^5$
11	0	5	$-0,399\,745\,276\,971\,264 \cdot 10^7$	25	10	-2	$0,150\,764\,974\,125\,511 \cdot 10^6$
12	3	-6	$0,569\,233\,719\,593\,750 \cdot 10^{-11}$	26	12	-12	$-0,337\,209\,709\,340\,105 \cdot 10^{-9}$
13	3	-2	$-0,464\,923\,504\,407\,778 \cdot 10^{-1}$	27	14	-12	$0,377\,501\,980\,025\,469 \cdot 10^{-8}$
14	8	-12	$-0,535\,400\,396\,512\,906 \cdot 10^{-17}$				

Tabelle A.43: Koeffizienten und Exponenten für Rückwärtsgleichung $v_{3s}(p, T)$, Gl. (2.3.4)

i	I_i	J_i	n_i	i	I_i	J_i	n_i
1	-12	20	$-0,532\,466\,612\,140\,254 \cdot 10^{23}$	16	0	0	0,965 961 650 599 775
2	-12	24	$0,100\,415\,480\,000\,824 \cdot 10^{32}$	17	0	1	$0,294\,885\,696\,802\,488 \cdot 10^1$
3	-10	22	$-0,191\,540\,001\,821\,367 \cdot 10^{30}$	18	0	4	$-0,653\,915\,627\,346\,115 \cdot 10^5$
4	-8	14	$0,105\,618\,377\,808\,847 \cdot 10^{17}$	19	0	28	$0,604\,012\,200\,163\,444 \cdot 10^{50}$
5	-6	36	$0,202\,281\,884\,477\,061 \cdot 10^{59}$	20	1	0	-0,198 339 358 557 937
6	-5	8	$0,884\,585\,472\,596\,134 \cdot 10^8$	21	1	32	$-0,175\,984\,090\,163\,501 \cdot 10^{58}$
7	-5	16	$0,166\,540\,181\,638\,363 \cdot 10^{23}$	22	3	0	$0,356\,314\,881\,403\,987 \cdot 10^1$
8	-4	6	$-0,313\,563\,197\,669\,111 \cdot 10^6$	23	3	1	$-0,575\,991\,255\,144\,384 \cdot 10^3$
9	-4	32	$-0,185\,662\,327\,545\,324 \cdot 10^{54}$	24	3	2	$0,456\,213\,415\,338\,071 \cdot 10^5$
10	-3	3	$-0,624\,942\,093\,918\,942 \cdot 10^{-1}$	25	4	3	$-0,109\,174\,044\,987\,829 \cdot 10^8$
11	-3	8	$-0,504\,160\,724\,132\,590 \cdot 10^{10}$	26	4	18	$0,437\,796\,099\,975\,134 \cdot 10^{34}$
12	-2	4	$0,187\,514\,491\,833\,092 \cdot 10^5$	27	4	24	$-0,616\,552\,611\,135\,792 \cdot 10^{46}$
13	-1	1	$0,121\,399\,979\,993\,217 \cdot 10^{-2}$	28	5	4	$0,193\,568\,768\,917\,797 \cdot 10^{10}$
14	-1	2	$0,188\,317\,043\,049\,455 \cdot 10^1$	29	14	24	$0,950\,898\,170\,425\,042 \cdot 10^{54}$
15	-1	3	$-0,167\,073\,503\,962\,060 \cdot 10^4$				

Tabelle A.44: Koeffizienten und Exponenten für Rückwärtsgleichung $v_{3t}(p, T)$, Gl. (2.3.4)

i	I_i	J_i	n_i	i	I_i	J_i	n_i
1	0	0	$0,155\,287\,249\,586\,268 \cdot 10^1$	18	7	36	$-0,341\,552\,040\,860\,644 \cdot 10^{51}$
2	0	1	$0,664\,235\,115\,009\,031 \cdot 10^1$	19	10	10	$-0,527\,251\,339\,709\,047 \cdot 10^{21}$
3	0	4	$-0,289\,366\,236\,727\,210 \cdot 10^4$	20	10	12	$0,245\,375\,640\,937\,055 \cdot 10^{24}$
4	0	12	$-0,385\,923\,202\,309\,848 \cdot 10^{13}$	21	10	14	$-0,168\,776\,617\,209\,269 \cdot 10^{27}$
5	1	0	$-0,291\,002\,915\,783\,761 \cdot 10^1$	22	10	16	$0,358\,958\,955\,867\,578 \cdot 10^{29}$
6	1	10	$-0,829\,088\,246\,858\,083 \cdot 10^{12}$	23	10	22	$-0,656\,475\,280\,339\,411 \cdot 10^{36}$
7	2	0	$0,176\,814\,899\,675\,218 \cdot 10^1$	24	18	18	$0,355\,286\,045\,512\,301 \cdot 10^{39}$
8	2	6	$-0,534\,686\,695\,713\,469 \cdot 10^9$	25	20	32	$0,569\,021\,454\,413\,270 \cdot 10^{58}$
9	2	14	$0,160\,464\,608\,687\,834 \cdot 10^{18}$	26	22	22	$-0,700\,584\,546\,433\,113 \cdot 10^{48}$
10	3	3	$0,196\,435\,366\,560\,186 \cdot 10^6$	27	22	36	$-0,705\,772\,623\,326\,374 \cdot 10^{65}$
11	3	8	$0,156\,637\,427\,541\,729 \cdot 10^{13}$	28	24	24	$0,166\,861\,176\,200\,148 \cdot 10^{53}$
12	4	0	$-0,178\,154\,560\,260\,006 \cdot 10^1$	29	28	28	$-0,300\,475\,129\,680\,486 \cdot 10^{61}$
13	4	10	$-0,229\,746\,237\,623\,692 \cdot 10^{16}$	30	32	22	$-0,668\,481\,295\,196\,808 \cdot 10^{51}$
14	7	3	$0,385\,659\,001\,648\,006 \cdot 10^8$	31	32	32	$0,428\,432\,338\,620\,678 \cdot 10^{69}$
15	7	4	$0,110\,554\,446\,790\,543 \cdot 10^{10}$	32	32	36	$-0,444\,227\,367\,758\,304 \cdot 10^{72}$
16	7	7	$-0,677\,073\,830\,687\,349 \cdot 10^{14}$	33	36	36	$-0,281\,396\,013\,562\,745 \cdot 10^{77}$
17	7	20	$-0,327\,910\,592\,086\,523 \cdot 10^{31}$				

Tabelle A.45: Koeffizienten und Exponenten der Gl. (2.3.1) und Gl. (2.3.2) für die Grenzgleichungen $T_{3uv}(p)$ und $T_{3wx}(p)$ der Zusatzgleichungen in $v(p, T)$

Equation	i	I_i	n_i	i	I_i	n_i
$T_{3uv}(p)$	1	0	$0,528\,199\,646\,263\,062 \cdot 10^3$	3	2	$-0,222\,814\,134\,903\,755$
	2	1	$0,890\,579\,602\,135\,307 \cdot 10^1$	4	3	$0,286\,791\,682\,263\,697 \cdot 10^2$
$T_{3wx}(p)$	1	0	$0,728\,052\,609\,145\,380 \cdot 10^1$	4	-1	$0,329\,196\,213\,998\,375 \cdot 10^3$
	2	1	$0,973\,505\,869\,861\,952 \cdot 10^2$	5	-2	$0,873\,371\,668\,682\,417 \cdot 10^3$
	3	2	$0,147\,370\,491\,183\,191 \cdot 10^2$			

Tabelle A.46: Koeffizienten und Exponenten für Rückwärtsgleichung $v_{3u}(p, T)$, Gl. (2.3.4)

i	I_i	J_i	n_i	i	I_i	J_i	n_i
1	-12	14	$0,122\,088\,349\,258\,355 \cdot 10^{18}$	20	1	-2	$0,105\,581\,745\,346\,187 \cdot 10^{-2}$
2	-10	10	$0,104\,216\,468\,608\,488 \cdot 10^{10}$	21	2	5	$-0,651\,903\,203\,602\,581 \cdot 10^{15}$
3	-10	12	$-0,882\,666\,931\,564\,652 \cdot 10^{16}$	22	2	10	$-0,160\,116\,813\,274\,676 \cdot 10^{25}$
4	-10	14	$0,259\,929\,510\,849\,499 \cdot 10^{20}$	23	3	-5	$-0,510\,254\,294\,237\,837 \cdot 10^{-8}$
5	-8	10	$0,222\,612\,779\,142\,211 \cdot 10^{15}$	24	5	-4	$-0,152\,355\,388\,953\,402$
6	-8	12	$-0,878\,473\,585\,050\,085 \cdot 10^{18}$	25	5	2	$0,677\,143\,292\,290\,144 \cdot 10^{12}$
7	-8	14	$-0,314\,432\,577\,551\,552 \cdot 10^{22}$	26	5	3	$0,276\,378\,438\,378\,930 \cdot 10^{15}$
8	-6	8	$-0,216\,934\,916\,996\,285 \cdot 10^{13}$	27	6	-5	$0,116\,862\,983\,141\,686 \cdot 10^{-1}$
9	-6	12	$0,159\,079\,648\,196\,849 \cdot 10^{21}$	28	6	2	$-0,301\,426\,947\,980\,171 \cdot 10^{14}$
10	-5	4	$-0,339\,567\,617\,303\,423 \cdot 10^3$	29	8	-8	$0,169\,719\,813\,884\,840 \cdot 10^{-7}$
11	-5	8	$0,884\,387\,651\,337\,836 \cdot 10^{13}$	30	8	8	$0,104\,674\,840\,020\,929 \cdot 10^{27}$
12	-5	12	$-0,843\,405\,926\,846\,418 \cdot 10^{21}$	31	10	-4	$-0,108\,016\,904\,560\,140 \cdot 10^5$
13	-3	2	$0,114\,178\,193\,518\,022 \cdot 10^2$	32	12	-12	$-0,990\,623\,601\,934\,295 \cdot 10^{-12}$
14	-1	-1	$-0,122\,708\,229\,235\,641 \cdot 10^{-3}$	33	12	-4	$0,536\,116\,483\,602\,738 \cdot 10^7$
15	-1	1	$-0,106\,201\,671\,767\,107 \cdot 10^3$	34	12	4	$0,226\,145\,963\,747\,881 \cdot 10^{22}$
16	-1	12	$0,903\,443\,213\,959\,313 \cdot 10^{25}$	35	14	-12	$-0,488\,731\,565\,776\,210 \cdot 10^{-9}$
17	-1	14	$-0,693\,996\,270\,370\,852 \cdot 10^{28}$	36	14	-10	$0,151\,001\,548\,880\,670 \cdot 10^{-4}$
18	0	-3	$0,648\,916\,718\,965\,575 \cdot 10^{-8}$	37	14	-6	$-0,227\,700\,464\,643\,920 \cdot 10^5$
19	0	1	$0,718\,957\,567\,127\,851 \cdot 10^4$	38	14	6	$-0,781\,754\,507\,698\,846 \cdot 10^{28}$

Tabelle A.47: Koeffizienten und Exponenten für Rückwärtsgleichung $v_{3v}(p, T)$, Gl. (2.3.4)

i	I_i	J_i	n_i	i	I_i	J_i	n_i
1	-10	-8	$-0,415\,652\,812\,061\,591 \cdot 10^{-54}$	21	-3	12	$0,742\,705\,723\,302\,738 \cdot 10^{27}$
2	-8	-12	$0,177\,441\,742\,924\,043 \cdot 10^{-60}$	22	-2	2	$-0,517\,429\,682\,450\,605 \cdot 10^2$
3	-6	-12	$-0,357\,078\,668\,203\,377 \cdot 10^{-54}$	23	-2	4	$0,820\,612\,048\,645\,469 \cdot 10^7$
4	-6	-3	$0,359\,252\,213\,604\,114 \cdot 10^{-25}$	24	-1	-2	$-0,188\,214\,882\,341\,448 \cdot 10^{-8}$
5	-6	5	$-0,259\,123\,736\,380\,269 \cdot 10^2$	25	-1	0	$0,184\,587\,261\,114\,837 \cdot 10^{-1}$
6	-6	6	$0,594\,619\,766\,193\,460 \cdot 10^5$	26	0	-2	$-0,135\,830\,407\,782\,663 \cdot 10^{-5}$
7	-6	8	$-0,624\,184\,007\,103\,158 \cdot 10^{11}$	27	0	6	$-0,723\,681\,885\,626\,348 \cdot 10^{17}$
8	-6	10	$0,313\,080\,299\,915\,944 \cdot 10^{17}$	28	0	10	$-0,223\,449\,194\,054\,124 \cdot 10^{27}$
9	-5	1	$0,105\,006\,446\,192\,036 \cdot 10^{-8}$	29	1	-12	$-0,111\,526\,741\,826\,431 \cdot 10^{-34}$
10	-5	2	$-0,192\,824\,336\,984\,852 \cdot 10^{-5}$	30	1	-10	$0,276\,032\,601\,145\,151 \cdot 10^{-28}$
11	-5	6	$0,654\,144\,373\,749\,937 \cdot 10^6$	31	3	3	$0,134\,856\,491\,567\,853 \cdot 10^{15}$
12	-5	8	$0,513\,117\,462\,865\,044 \cdot 10^{13}$	32	4	-6	$0,652\,440\,293\,345\,860 \cdot 10^{-9}$
13	-5	10	$-0,697\,595\,750\,347\,391 \cdot 10^{19}$	33	4	3	$0,510\,655\,119\,774\,360 \cdot 10^{17}$
14	-5	14	$-0,103\,977\,184\,454\,767 \cdot 10^{29}$	34	4	10	$-0,468\,138\,358\,908\,732 \cdot 10^{32}$
15	-4	-12	$0,119\,563\,135\,540\,666 \cdot 10^{-47}$	35	5	2	$-0,760\,667\,491\,183\,279 \cdot 10^{16}$
16	-4	-10	$-0,436\,677\,034\,051\,655 \cdot 10^{-41}$	36	8	-12	$-0,417\,247\,986\,986\,821 \cdot 10^{-18}$
17	-4	-6	$0,926\,990\,036\,530\,639 \cdot 10^{-29}$	37	10	-2	$0,312\,545\,677\,756\,104 \cdot 10^{14}$
18	-4	10	$0,587\,793\,105\,620\,748 \cdot 10^{21}$	38	12	-3	$-0,100\,375\,333\,864\,186 \cdot 10^{15}$
19	-3	-3	$0,280\,375\,725\,094\,731 \cdot 10^{-17}$	39	14	1	$0,247\,761\,392\,329\,058 \cdot 10^{27}$
20	-3	10	$-0,192\,359\,972\,440\,634 \cdot 10^{23}$				

Tabelle A.48: Koeffizienten und Exponenten für Rückwärtsgleichung $v_{3w}(p, T)$, Gl. (2.3.4)

i	I_i	J_i	n_i	i	I_i	J_i	n_i
1	-12	8	$-0,586\ 219\ 133\ 817\ 016 \cdot 10^{-7}$	19	-1	-8	$0,237\ 416\ 732\ 616\ 644 \cdot 10^{-26}$
2	-12	14	$-0,894\ 460\ 355\ 005\ 526 \cdot 10^{11}$	20	-1	-4	$0,271\ 700\ 235\ 739\ 893 \cdot 10^{-14}$
3	-10	-1	$0,531\ 168\ 037\ 519\ 774 \cdot 10^{-30}$	21	-1	1	$-0,907\ 886\ 213\ 483\ 600 \cdot 10^2$
4	-10	8	$0,109\ 892\ 402\ 329\ 239$	22	0	-12	$-0,171\ 242\ 509\ 570\ 207 \cdot 10^{-36}$
5	-8	6	$-0,575\ 368\ 389\ 425\ 212 \cdot 10^{-1}$	23	0	1	$0,156\ 792\ 067\ 854\ 621 \cdot 10^3$
6	-8	8	$0,228\ 276\ 853\ 990\ 249 \cdot 10^5$	24	1	-1	$0,923\ 261\ 357\ 901\ 470$
7	-8	14	$-0,158\ 548\ 609\ 655\ 002 \cdot 10^{19}$	25	2	-1	$-0,597\ 865\ 988\ 422\ 577 \cdot 10^1$
8	-6	-4	$0,329\ 865\ 748\ 576\ 503 \cdot 10^{-27}$	26	2	2	$0,321\ 988\ 767\ 636\ 389 \cdot 10^7$
9	-6	-3	$-0,634\ 987\ 981\ 190\ 669 \cdot 10^{-24}$	27	3	-12	$-0,399\ 441\ 390\ 042\ 203 \cdot 10^{-29}$
10	-6	2	$0,615\ 762\ 068\ 640\ 611 \cdot 10^{-8}$	28	3	-5	$0,493\ 429\ 086\ 046\ 981 \cdot 10^{-7}$
11	-6	8	$-0,961\ 109\ 240\ 985\ 747 \cdot 10^8$	29	5	-10	$0,812\ 036\ 983\ 370\ 565 \cdot 10^{-19}$
12	-5	-10	$-0,406\ 274\ 286\ 652\ 625 \cdot 10^{-44}$	30	5	-8	$-0,207\ 610\ 284\ 654\ 137 \cdot 10^{-11}$
13	-4	-1	$-0,471\ 103\ 725\ 498\ 077 \cdot 10^{-12}$	31	5	-6	$-0,340\ 821\ 291\ 419\ 719 \cdot 10^{-6}$
14	-4	3	$0,725\ 937\ 724\ 828\ 145$	32	8	-12	$0,542\ 000\ 573\ 372\ 233 \cdot 10^{-17}$
15	-3	-10	$0,187\ 768\ 525\ 763\ 682 \cdot 10^{-38}$	33	8	-10	$-0,856\ 711\ 586\ 510\ 214 \cdot 10^{-12}$
16	-3	3	$-0,103\ 308\ 436\ 323\ 771 \cdot 10^4$	34	10	-12	$0,266\ 170\ 454\ 405\ 981 \cdot 10^{-13}$
17	-2	1	$-0,662\ 552\ 816\ 342\ 168 \cdot 10^{-1}$	35	10	-8	$0,858\ 133\ 791\ 857\ 099 \cdot 10^{-5}$
18	-2	2	$0,579\ 514\ 041\ 765\ 710 \cdot 10^3$				

Tabelle A.49: Koeffizienten und Exponenten für Rückwärtsgleichung $v_{3x}(p, T)$, Gl. (2.3.4)

i	I_i	J_i	n_i	i	I_i	J_i	n_i
1	-8	14	$0,377\ 373\ 741\ 298\ 151 \cdot 10^{19}$	19	4	3	$0,397\ 949\ 001\ 553\ 184 \cdot 10^{14}$
2	-6	10	$-0,507\ 100\ 883\ 722\ 913 \cdot 10^{13}$	20	5	-6	$0,100\ 824\ 008\ 584\ 757 \cdot 10^{-6}$
3	-5	10	$-0,103\ 363\ 225\ 598\ 860 \cdot 10^{16}$	21	5	-2	$0,162\ 234\ 569\ 738\ 433 \cdot 10^5$
4	-4	1	$0,184\ 790\ 814\ 320\ 773 \cdot 10^{-5}$	22	5	1	$-0,432\ 355\ 225\ 319\ 745 \cdot 10^{11}$
5	-4	2	$-0,924\ 729\ 378\ 390\ 945 \cdot 10^{-3}$	23	6	1	$-0,592\ 874\ 245\ 598\ 610 \cdot 10^{12}$
6	-4	14	$-0,425\ 999\ 562\ 292\ 738 \cdot 10^{24}$	24	8	-6	$0,133\ 061\ 647\ 281\ 106 \cdot 10^1$
7	-3	-2	$-0,462\ 307\ 771\ 873\ 973 \cdot 10^{-12}$	25	8	-3	$0,157\ 338\ 197\ 797\ 544 \cdot 10^7$
8	-3	12	$0,107\ 319\ 065\ 855\ 767 \cdot 10^{22}$	26	8	1	$0,258\ 189\ 614\ 270\ 853 \cdot 10^{14}$
9	-1	5	$0,648\ 662\ 492\ 280\ 682 \cdot 10^{11}$	27	8	8	$0,262\ 413\ 209\ 706\ 358 \cdot 10^{25}$
10	0	0	$0,244\ 200\ 600\ 688\ 281 \cdot 10^1$	28	10	-8	$-0,920\ 011\ 937\ 431\ 142 \cdot 10^{-1}$
11	0	4	$-0,851\ 535\ 733\ 484\ 258 \cdot 10^{10}$	29	12	-10	$0,220\ 213\ 765\ 905\ 426 \cdot 10^{-2}$
12	0	10	$0,169\ 894\ 481\ 433\ 592 \cdot 10^{22}$	30	12	-8	$-0,110\ 433\ 759\ 109\ 547 \cdot 10^2$
13	1	-10	$0,215\ 780\ 222\ 509\ 020 \cdot 10^{-26}$	31	12	-5	$0,847\ 004\ 870\ 612\ 087 \cdot 10^7$
14	1	-1	$-0,320\ 850\ 551\ 367\ 334$	32	12	-4	$-0,592\ 910\ 695\ 762\ 536 \cdot 10^9$
15	2	6	$-0,382\ 642\ 448\ 458\ 610 \cdot 10^{17}$	33	14	-12	$-0,183\ 027\ 173\ 269\ 660 \cdot 10^{-4}$
16	3	-12	$-0,275\ 386\ 077\ 674\ 421 \cdot 10^{-28}$	34	14	-10	$0,181\ 339\ 603\ 516\ 302$
17	3	0	$-0,563\ 199\ 253\ 391\ 666 \cdot 10^6$	35	14	-8	$-0,119\ 228\ 759\ 669\ 889 \cdot 10^4$
18	3	8	$-0,326\ 068\ 646\ 279\ 314 \cdot 10^{21}$	36	14	-6	$0,430\ 867\ 658\ 061\ 468 \cdot 10^7$

Tabelle A.50: Koeffizienten und Exponenten für Rückwärtsgleichung $v_{3y}(p, T)$, Gl. (2.3.4)

i	I_i	J_i	n_i	i	I_i	J_i	n_i
1	0	-3	$-0,525\,597\,995\,024\,633 \cdot 10^{-9}$	11	3	4	$0,705\,106\,224\,399\,834 \cdot 10^{21}$
2	0	1	$0,583\,441\,305\,228\,407 \cdot 10^4$	12	3	8	$-0,266\,713\,136\,106\,469 \cdot 10^{31}$
3	0	5	$-0,134\,778\,968\,457\,925 \cdot 10^{17}$	13	4	-6	$-0,145\,370\,512\,554\,562 \cdot 10^{-7}$
4	0	8	$0,118\,973\,500\,934\,212 \cdot 10^{26}$	14	4	6	$0,149\,333\,917\,053\,130 \cdot 10^{28}$
5	1	8	$-0,159\,096\,490\,904\,708 \cdot 10^{27}$	15	5	-2	$-0,149\,795\,620\,287\,641 \cdot 10^8$
6	2	-4	$-0,315\,839\,902\,302\,021 \cdot 10^{-6}$	16	5	1	$-0,381\,881\,906\,271\,100 \cdot 10^{16}$
7	2	-1	$0,496\,212\,197\,158\,239 \cdot 10^3$	17	8	-8	$0,724\,660\,165\,585\,797 \cdot 10^{-4}$
8	2	4	$0,327\,777\,227\,273\,171 \cdot 10^{19}$	18	8	-2	$-0,937\,808\,169\,550\,193 \cdot 10^{14}$
9	2	5	$-0,527\,114\,657\,850\,696 \cdot 10^{22}$	19	10	-5	$0,514\,411\,468\,376\,383 \cdot 10^{10}$
10	3	-8	$0,210\,017\,506\,281\,863 \cdot 10^{-16}$	20	12	-8	$-0,828\,198\,594\,040\,141 \cdot 10^5$

Tabelle A.51: Koeffizienten und Exponenten für Rückwärtsgleichung $v_{3z}(p, T)$, Gl. (2.3.4)

i	I_i	J_i	n_i	i	I_i	J_i	n_i
1	-8	3	$0,244\,007\,892\,290\,650 \cdot 10^{-10}$	13	0	3	$0,328\,380\,587\,890\,663 \cdot 10^{12}$
2	-6	6	$-0,463\,057\,430\,331\,242 \cdot 10^7$	14	1	1	$-0,625\,004\,791\,171\,543 \cdot 10^8$
3	-5	6	$0,728\,803\,274\,777\,712 \cdot 10^{10}$	15	2	6	$0,803\,197\,957\,462\,023 \cdot 10^{21}$
4	-5	8	$0,327\,776\,302\,858\,856 \cdot 10^{16}$	16	3	-6	$-0,204\,397\,011\,338\,353 \cdot 10^{-10}$
5	-4	5	$-0,110\,598\,170\,118\,409 \cdot 10^{10}$	17	3	-2	$-0,378\,391\,047\,055\,938 \cdot 10^4$
6	-4	6	$-0,323\,899\,915\,729\,957 \cdot 10^{13}$	18	6	-6	$0,972\,876\,545\,938\,620 \cdot 10^{-2}$
7	-4	8	$0,923\,814\,007\,023\,245 \cdot 10^{16}$	19	6	-5	$0,154\,355\,721\,681\,459 \cdot 10^2$
8	-3	-2	$0,842\,250\,080\,413\,712 \cdot 10^{-12}$	20	6	-4	$-0,373\,962\,862\,928\,643 \cdot 10^4$
9	-3	5	$0,663\,221\,436\,245\,506 \cdot 10^{12}$	21	6	-1	$-0,682\,859\,011\,374\,572 \cdot 10^{11}$
10	-3	6	$-0,167\,170\,186\,672\,139 \cdot 10^{15}$	22	8	-8	$-0,248\,488\,015\,614\,543 \cdot 10^{-3}$
11	-2	2	$0,253\,749\,358\,701\,391 \cdot 10^4$	23	8	-4	$0,394\,536\,049\,497\,068 \cdot 10^7$
12	-1	-6	$-0,819\,731\,559\,610\,523 \cdot 10^{-20}$				

Tabelle A.52: Koeffizienten und Exponenten der Gl. (2.4.1)

i	I_i	J_i	n_i	i	I_i	J_i	n_i
1	0	0	$-0,691\,997\,014\,660\,582$	11	1	4	$-0,319\,947\,848\,334\,300 \cdot 10^3$
2	0	1	$-0,183\,612\,548\,787\,560 \cdot 10^2$	12	1	6	$-0,928\,354\,307\,043\,320 \cdot 10^3$
3	0	2	$-0,928\,332\,409\,297\,335 \cdot 10^1$	13	2	0	$0,303\,634\,537\,455\,249 \cdot 10^2$
4	0	4	$0,659\,639\,569\,909\,906 \cdot 10^2$	14	2	1	$-0,650\,540\,422\,444\,146 \cdot 10^2$
5	0	5	$-0,162\,060\,388\,912\,024 \cdot 10^2$	15	2	10	$-0,430\,991\,316\,516\,130 \cdot 10^4$
6	0	6	$0,450\,620\,017\,338\,667 \cdot 10^3$	16	3	4	$-0,747\,512\,324\,096\,068 \cdot 10^3$
7	0	8	$0,854\,680\,678\,224\,170 \cdot 10^3$	17	4	1	$0,730\,000\,345\,529\,245 \cdot 10^3$
8	0	14	$0,607\,523\,214\,001\,162 \cdot 10^4$	18	4	4	$0,114\,284\,032\,569\,021 \cdot 10^4$
9	1	0	$0,326\,487\,682\,621\,856 \cdot 10^2$	19	5	0	$-0,436\,407\,041\,874\,559 \cdot 10^3$
10	1	1	$-0,269\,408\,844\,582\,931 \cdot 10^2$				

Tabelle A.53: Koeffizienten der Gl. (2.4.2)

i	n_i	i	n_i
1	$-0,349\,898\,083\,432\,139 \cdot 10^4$	3	$-0,421\,073\,558\,227\,969 \cdot 10^3$
2	$0,257\,560\,716\,905\,876 \cdot 10^4$	4	$0,276\,349\,063\,799\,944 \cdot 10^2$

Tabelle A.54: Koeffizienten und Exponenten der Gl. (2.4.3)

i	I_i	J_i	n_i	i	I_i	J_i	n_i
1	0	1	$-0,182\,575\,361\,923\,032 \cdot 10^{-1}$	16	1	22	$0,431\,757\,846\,408\,006 \cdot 10^4$
2	0	3	$-0,125\,229\,548\,799\,536$	17	2	3	$0,112\,894\,040\,802\,650 \cdot 10^1$
3	0	6	$0,592\,290\,437\,320\,145$	18	2	16	$0,197\,409\,186\,206\,319 \cdot 10^4$
4	0	16	$0,604\,769\,706\,185\,122 \cdot 10^1$	19	2	20	$0,151\,612\,444\,706\,087 \cdot 10^4$
5	0	20	$0,238\,624\,965\,444\,474 \cdot 10^3$	20	3	0	$0,141\,324\,451\,421\,235 \cdot 10^{-1}$
6	0	22	$-0,298\,639\,090\,222\,922 \cdot 10^3$	21	3	2	$0,585\,501\,282\,219\,601$
7	1	0	$0,512\,250\,813\,040\,750 \cdot 10^{-1}$	22	3	3	$-0,297\,258\,075\,863\,012 \cdot 10^1$
8	1	1	$-0,437\,266\,515\,606\,486$	23	3	6	$0,594\,567\,314\,847\,319 \cdot 10^1$
9	1	2	$0,413\,336\,902\,999\,504$	24	3	16	$-0,623\,656\,565\,798\,905 \cdot 10^4$
10	1	3	$-0,516\,468\,254\,574\,773 \cdot 10^1$	25	4	16	$0,965\,986\,235\,133\,332 \cdot 10^4$
11	1	5	$-0,557\,014\,838\,445\,711 \cdot 10^1$	26	5	3	$0,681\,500\,934\,948\,134 \cdot 10^1$
12	1	6	$0,128\,555\,037\,824\,478 \cdot 10^2$	27	5	16	$-0,633\,207\,286\,824\,489 \cdot 10^4$
13	1	10	$0,114\,144\,108\,953\,290 \cdot 10^2$	28	6	3	$-0,558\,919\,224\,465\,760 \cdot 10^1$
14	1	16	$-0,119\,504\,225\,652\,714 \cdot 10^3$	29	7	1	$0,400\,645\,798\,472\,063 \cdot 10^{-1}$
15	1	20	$-0,284\,777\,985\,961\,560 \cdot 10^4$				

Tabelle A.55: Koeffizienten und Exponenten der Gl. (2.4.4)

i	I_i	J_i	n_i	i	I_i	J_i	n_i
1	0	0	$0,801\,496\,989\,929\,495 \cdot 10^{-1}$	18	3	12	$0,336\,972\,380\,095\,287 \cdot 10^8$
2	0	1	$-0,543\,862\,807\,146\,111$	19	4	1	$-0,586\,634\,196\,762\,720 \cdot 10^3$
3	0	2	$0,337\,455\,597\,421\,283$	20	4	16	$-0,221\,403\,224\,769\,889 \cdot 10^{11}$
4	0	4	$0,890\,555\,451\,157\,450 \cdot 10^1$	21	5	1	$0,171\,606\,668\,708\,389 \cdot 10^4$
5	0	8	$0,313\,840\,736\,431\,485 \cdot 10^3$	22	5	12	$-0,570\,817\,595\,806\,302 \cdot 10^9$
6	1	0	$0,797\,367\,065\,977\,789$	23	6	1	$-0,312\,109\,693\,178\,482 \cdot 10^4$
7	1	1	$-0,121\,616\,973\,556\,240 \cdot 10^1$	24	6	8	$-0,207\,841\,384\,633\,010 \cdot 10^7$
8	1	2	$0,872\,803\,386\,937\,477 \cdot 10^1$	25	6	18	$0,305\,605\,946\,157\,786 \cdot 10^{13}$
9	1	3	$-0,169\,769\,781\,757\,602 \cdot 10^2$	26	7	1	$0,322\,157\,004\,314\,333 \cdot 10^4$
10	1	5	$-0,186\,552\,827\,328\,416 \cdot 10^3$	27	7	16	$0,326\,810\,259\,797\,295 \cdot 10^{12}$
11	1	12	$0,951\,159\,274\,344\,237 \cdot 10^5$	28	8	1	$-0,144\,104\,158\,934\,487 \cdot 10^4$
12	2	1	$-0,189\,168\,510\,120\,494 \cdot 10^2$	29	8	3	$0,410\,694\,867\,802\,691 \cdot 10^3$
13	2	6	$-0,433\,407\,037\,194\,840 \cdot 10^4$	30	8	14	$0,109\,077\,066\,873\,024 \cdot 10^{12}$
14	2	18	$0,543\,212\,633\,012\,715 \cdot 10^9$	31	8	18	$-0,247\,964\,654\,258\,893 \cdot 10^{14}$
15	3	0	$0,144\,793\,408\,386\,013$	32	12	10	$0,188\,801\,906\,865\,134 \cdot 10^{10}$
16	3	1	$0,128\,024\,559\,637\,516 \cdot 10^3$	33	14	16	$-0,123\,651\,009\,018\,773 \cdot 10^{15}$
17	3	7	$-0,672\,309\,534\,071\,268 \cdot 10^5$				

Tabelle A.56: Koeffizienten und Exponenten der Gl. (2.4.5)

i	I_i	J_i	n_i	i	I_i	J_i	n_i
1	0	0	0,112 225 607 199 012	17	3	0	0,772 465 073 604 171
2	0	1	$-0,339 005 953 606 712 \cdot 10^1$	18	3	5	$0,463 929 973 837 746 \cdot 10^5$
3	0	2	$-0,320 503 911 730 094 \cdot 10^2$	19	3	8	$-0,137 317 885 134 128 \cdot 10^8$
4	0	3	$-0,197 597 305 104 900 \cdot 10^3$	20	3	16	$0,170 470 392 630 512 \cdot 10^{13}$
5	0	4	$-0,407 693 861 553 446 \cdot 10^3$	21	3	18	$-0,251 104 628 187 308 \cdot 10^{14}$
6	0	8	$0,132 943 775 222 331 \cdot 10^5$	22	4	18	$0,317 748 830 835 520 \cdot 10^{14}$
7	1	0	$0,170 846 839 774 007 \cdot 10^1$	23	5	1	$0,538 685 623 675 312 \cdot 10^2$
8	1	2	$0,373 694 198 142 245 \cdot 10^2$	24	5	4	$-0,553 089 094 625 169 \cdot 10^5$
9	1	5	$0,358 144 365 815 434 \cdot 10^4$	25	5	6	$-0,102 861 522 421 405 \cdot 10^7$
10	1	8	$0,423 014 446 424 664 \cdot 10^6$	26	5	14	$0,204 249 418 756 234 \cdot 10^{13}$
11	1	14	$-0,751 071 025 760 063 \cdot 10^9$	27	6	8	$0,273 918 446 626 977 \cdot 10^9$
12	2	2	$0,523 446 127 607 898 \cdot 10^2$	28	6	18	$-0,263 963 146 312 985 \cdot 10^{16}$
13	2	3	$-0,228 351 290 812 417 \cdot 10^3$	29	10	7	$-0,107 890 854 108 088 \cdot 10^{10}$
14	2	7	$-0,960 652 417 056 937 \cdot 10^6$	30	12	7	$-0,296 492 620 980 124 \cdot 10^{11}$
15	2	10	$-0,807 059 292 526 074 \cdot 10^8$	31	16	10	$-0,111 754 907 323 424 \cdot 10^{16}$
16	2	18	$0,162 698 017 225 669 \cdot 10^{13}$				

Tabelle A.57: Koeffizienten und Exponenten der Gl. (2.5.1)

i	I_i	J_i	n_i	i	I_i	J_i	n_i
1	0	0	$0,770 889 828 326 934 \cdot 10^1$	18	5	28	$0,538 069 315 091 534 \cdot 10^{20}$
2	0	1	$-0,260 835 009 128 688 \cdot 10^2$	19	6	28	$0,143 619 827 291 346 \cdot 10^{22}$
3	0	5	$0,267 416 218 930 389 \cdot 10^3$	20	7	24	$0,364 985 866 165 994 \cdot 10^{20}$
4	1	0	$0,172 221 089 496 844 \cdot 10^2$	21	8	1	$-0,254 741 561 156 775 \cdot 10^4$
5	1	3	$-0,293 542 332 145 970 \cdot 10^3$	22	10	32	$0,240 120 197 096 563 \cdot 10^{28}$
6	1	4	$0,614 135 601 882 478 \cdot 10^3$	23	10	36	$-0,393 847 464 679 496 \cdot 10^{30}$
7	1	8	$-0,610 562 757 725 674 \cdot 10^5$	24	14	22	$0,147 073 407 024 852 \cdot 10^{25}$
8	1	14	$-0,651 272 251 118 219 \cdot 10^8$	25	18	28	$-0,426 391 250 432 059 \cdot 10^{32}$
9	2	6	$0,735 919 313 521 937 \cdot 10^5$	26	20	36	$0,194 509 340 621 077 \cdot 10^{39}$
10	2	16	$-0,116 646 505 914 191 \cdot 10^{11}$	27	22	16	$0,666 212 132 114 896 \cdot 10^{24}$
11	3	0	$0,355 267 086 434 461 \cdot 10^2$	28	22	28	$0,706 777 016 552 858 \cdot 10^{34}$
12	3	2	$-0,596 144 543 825 955 \cdot 10^3$	29	24	36	$0,175 563 621 975 576 \cdot 10^{42}$
13	3	3	$-0,475 842 430 145 708 \cdot 10^3$	30	28	16	$0,108 408 607 429 124 \cdot 10^{29}$
14	4	0	$0,696 781 965 359 503 \cdot 10^2$	31	28	36	$0,730 872 705 175 151 \cdot 10^{44}$
15	4	1	$0,335 674 250 377 312 \cdot 10^3$	32	32	10	$0,159 145 847 398 870 \cdot 10^{25}$
16	4	4	$0,250 526 809 130 882 \cdot 10^5$	33	32	28	$0,377 121 605 943 324 \cdot 10^{41}$
17	4	5	$0,146 997 380 630 766 \cdot 10^6$				

Tabelle A.58: Koeffizienten und Exponenten der Gl. (2.5.2)

i	I_i	J_i	n_i	i	I_i	J_i	n_i
1	-12	2	$0,125\ 244\ 360\ 717\ 979 \cdot 10^{-12}$	19	-4	8	$0,355\ 073\ 647\ 696\ 481 \cdot 10^4$
2	-12	10	$-0,126\ 599\ 322\ 553\ 713 \cdot 10^{-1}$	20	-3	1	$-0,115\ 303\ 107\ 290\ 162 \cdot 10^{-3}$
3	-12	12	$0,506\ 878\ 030\ 140\ 626 \cdot 10^1$	21	-3	3	$-0,175\ 092\ 403\ 171\ 802 \cdot 10^1$
4	-12	14	$0,317\ 847\ 171\ 154\ 202 \cdot 10^2$	22	-3	5	$0,257\ 981\ 687\ 748\ 160 \cdot 10^3$
5	-12	20	$-0,391\ 041\ 161\ 399\ 932 \cdot 10^6$	23	-3	6	$-0,727\ 048\ 374\ 179\ 467 \cdot 10^3$
6	-10	2	$-0,975\ 733\ 406\ 392\ 044 \cdot 10^{-10}$	24	-2	0	$0,121\ 644\ 822\ 609\ 198 \cdot 10^{-3}$
7	-10	10	$-0,186\ 312\ 419\ 488\ 279 \cdot 10^2$	25	-2	1	$0,393\ 137\ 871\ 762\ 692 \cdot 10^{-1}$
8	-10	14	$0,510\ 973\ 543\ 414\ 101 \cdot 10^3$	26	-1	0	$0,704\ 181\ 005\ 909\ 296 \cdot 10^{-2}$
9	-10	18	$0,373\ 847\ 005\ 822\ 362 \cdot 10^6$	27	0	3	$-0,829\ 108\ 200\ 698\ 110 \cdot 10^2$
10	-8	2	$0,299\ 804\ 024\ 666\ 572 \cdot 10^{-7}$	28	2	0	$-0,265\ 178\ 818\ 131\ 250$
11	-8	8	$0,200\ 544\ 393\ 820\ 342 \cdot 10^2$	29	2	1	$0,137\ 531\ 682\ 453\ 991 \cdot 10^2$
12	-6	2	$-0,498\ 030\ 487\ 662\ 829 \cdot 10^{-5}$	30	5	0	$-0,522\ 394\ 090\ 753\ 046 \cdot 10^2$
13	-6	6	$-0,102\ 301\ 806\ 360\ 030 \cdot 10^2$	31	6	1	$0,240\ 556\ 298\ 941\ 048 \cdot 10^4$
14	-6	7	$0,552\ 819\ 126\ 990\ 325 \cdot 10^2$	32	8	1	$-0,227\ 361\ 631\ 268\ 929 \cdot 10^5$
15	-6	8	$-0,206\ 211\ 367\ 510\ 878 \cdot 10^3$	33	10	1	$0,890\ 746\ 343\ 932\ 567 \cdot 10^5$
16	-5	10	$-0,794\ 012\ 232\ 324\ 823 \cdot 10^4$	34	14	3	$-0,239\ 234\ 565\ 822\ 486 \cdot 10^8$
17	-4	4	$0,782\ 248\ 472\ 028\ 153 \cdot 10^1$	35	14	7	$0,568\ 795\ 808\ 129\ 714 \cdot 10^{10}$
18	-4	5	$-0,586\ 544\ 326\ 902\ 468 \cdot 10^2$				

Tabelle A.59: Koeffizienten und Exponenten der Gl. (2.5.3)

i	I_i	J_i	n_i	i	I_i	J_i	n_i
1	0	14	$0,332\ 171\ 191\ 705\ 237$	15	8	4	$0,194\ 486\ 637\ 751\ 291 \cdot 10^2$
2	0	36	$0,611\ 217\ 706\ 323\ 496 \cdot 10^{-3}$	16	12	2	$-0,357\ 915\ 139\ 457\ 043 \cdot 10^1$
3	1	3	$-0,882\ 092\ 478\ 906\ 822 \cdot 10^1$	17	12	4	$-0,335\ 369\ 414\ 148\ 819 \cdot 10^1$
4	1	16	$-0,455\ 628\ 192\ 543\ 250$	18	14	1	$-0,664\ 426\ 796\ 332\ 460$
5	2	0	$-0,263\ 483\ 840\ 850\ 452 \cdot 10^{-4}$	19	14	22	$0,323\ 321\ 885\ 383\ 934 \cdot 10^5$
6	2	5	$-0,223\ 949\ 661\ 148\ 062 \cdot 10^2$	20	16	10	$0,331\ 766\ 744\ 667\ 084 \cdot 10^4$
7	3	4	$-0,428\ 398\ 660\ 164\ 013 \cdot 10^1$	21	20	12	$-0,223\ 501\ 257\ 931\ 087 \cdot 10^5$
8	3	36	$-0,616\ 679\ 338\ 856\ 916$	22	20	28	$0,573\ 953\ 875\ 852\ 936 \cdot 10^7$
9	4	4	$-0,146\ 823\ 031\ 104\ 040 \cdot 10^2$	23	22	8	$0,173\ 226\ 193\ 407\ 919 \cdot 10^3$
10	4	16	$0,284\ 523\ 138\ 727\ 299 \cdot 10^3$	24	24	3	$-0,363\ 968\ 822\ 121\ 321 \cdot 10^{-1}$
11	4	24	$-0,113\ 398\ 503\ 195\ 444 \cdot 10^3$	25	28	0	$0,834\ 596\ 332\ 878\ 346 \cdot 10^{-6}$
12	5	18	$0,115\ 671\ 380\ 760\ 859 \cdot 10^4$	26	32	6	$0,503\ 611\ 916\ 682\ 674 \cdot 10^1$
13	5	24	$0,395\ 551\ 267\ 359\ 325 \cdot 10^3$	27	32	8	$0,655\ 444\ 787\ 064\ 505 \cdot 10^2$
14	7	1	$-0,154\ 891\ 257\ 229\ 285 \cdot 10^1$				

Tabelle A.60: Koeffizienten und Exponenten der Gl. (2.5.4)

i	I_i	J_i	n_i	i	I_i	J_i	n_i
1	0	1	0,822 673 364 673 336	11	6	4	0,191 413 958 471 069
2	0	4	0,181 977 213 534 479	12	7	2	0,581 062 241 093 136 · 10 ⁻¹
3	0	10	-0,112 000 260 313 624 · 10 ⁻¹	13	7	28	-0,165 505 498 701 029 · 10 ⁴
4	0	16	-0,746 778 287 048 033 · 10 ⁻³	14	7	32	0,158 870 443 421 201 · 10 ⁴
5	2	1	-0,179 046 263 257 381	15	10	14	-0,850 623 535 172 818 · 10 ²
6	3	36	0,424 220 110 836 657 · 10 ⁻¹	16	10	32	-0,317 714 386 511 207 · 10 ⁵
7	4	3	-0,341 355 823 438 768	17	10	36	-0,945 890 406 632 871 · 10 ⁵
8	4	16	-0,209 881 740 853 565 · 10 ¹	18	32	0	-0,139 273 847 088 690 · 10 ⁻⁵
9	5	20	-0,822 477 343 323 596 · 10 ¹	19	32	6	0,631 052 532 240 980
10	5	36	-0,499 684 082 076 008 · 10 ¹				

Tabelle A.61: Koeffizienten und Exponenten der Gl. (2.5.5)

i	I_i	J_i	n_i	i	I_i	J_i	n_i
1	1	8	-0,524 581 170 928 788 · 10 ³	16	28	8	0,660 788 766 938 091 · 10 ¹⁶
2	1	24	-0,926 947 218 142 218 · 10 ⁷	17	28	12	0,166 320 055 886 021 · 10 ²³
3	2	4	-0,237 385 107 491 666 · 10 ³	18	28	20	-0,218 003 784 381 501 · 10 ³⁰
4	2	32	0,210 770 155 812 776 · 10 ¹¹	19	28	22	-0,787 276 140 295 618 · 10 ³⁰
5	4	1	-0,239 494 562 010 986 · 10 ²	20	28	24	0,151 062 329 700 346 · 10 ³²
6	4	2	0,221 802 480 294 197 · 10 ³	21	32	2	0,795 732 170 300 541 · 10 ⁷
7	7	7	-0,510 472 533 393 438 · 10 ⁷	22	32	7	0,131 957 647 355 347 · 10 ¹⁶
8	8	5	0,124 981 396 109 147 · 10 ⁷	23	32	12	-0,325 097 068 299 140 · 10 ²⁴
9	8	12	0,200 008 436 996 201 · 10 ¹⁰	24	32	14	-0,418 600 611 419 248 · 10 ²⁶
10	10	1	-0,815 158 509 791 035 · 10 ³	25	32	24	0,297 478 906 557 467 · 10 ³⁵
11	12	0	-0,157 612 685 637 523 · 10 ³	26	36	10	-0,953 588 761 745 473 · 10 ²⁰
12	12	7	-0,114 200 422 332 791 · 10 ¹¹	27	36	12	0,166 957 699 620 939 · 10 ²⁵
13	18	10	0,662 364 680 776 872 · 10 ¹⁶	28	36	20	-0,175 407 764 869 978 · 10 ³³
14	20	12	-0,227 622 818 296 144 · 10 ¹⁹	29	36	22	0,347 581 490 626 396 · 10 ³⁵
15	24	32	-0,171 048 081 348 406 · 10 ³²	30	36	28	-0,710 971 318 427 851 · 10 ³⁹

Tabelle A.62: Koeffizienten und Exponenten der Gl. (2.5.6)

i	I_i	J_i	n_i	i	I_i	J_i	n_i
1	0	0	0,104 351 280 732 769 · 10 ¹	9	8	2	0,743 957 464 645 363 · 10 ⁴
2	0	3	-0,227 807 912 708 513 · 10 ¹	10	8	20	-0,356 896 445 355 761 · 10 ²⁰
3	0	4	0,180 535 256 723 202 · 10 ¹	11	12	32	0,167 590 585 186 801 · 10 ³²
4	1	0	0,420 440 834 792 042	12	16	36	-0,355 028 625 419 105 · 10 ³⁸
5	1	12	-0,105 721 244 834 660 · 10 ⁶	13	22	2	0,396 611 982 166 538 · 10 ¹²
6	5	36	0,436 911 607 493 884 · 10 ²⁵	14	22	32	-0,414 716 268 484 468 · 10 ⁴¹
7	6	12	-0,328 032 702 839 753 · 10 ¹²	15	24	7	0,359 080 103 867 382 · 10 ¹⁹
8	7	16	-0,678 686 760 804 270 · 10 ¹⁶	16	36	20	-0,116 994 334 851 995 · 10 ⁴¹

Tabelle A.63: Koeffizienten und Exponenten der Gl. (2.5.7)

i	I_i	J_i	n_i	i	I_i	J_i	n_i
1	0	0	0,913 965 547 600 543	4	3	-12	0,117 518 273 082 168 · 10 ⁻¹⁷
2	1	-2	-0,430 944 856 041 991 · 10 ⁻⁴	5	5	-4	0,220 000 904 781 292
3	1	2	0,603 235 694 765 419 · 10 ²	6	6	-3	-0,690 815 545 851 641 · 10 ²

Tabelle A.64: Koeffizienten und Exponenten der Gl. (2.5.8)

i	I_i	J_i	n_i	i	I_i	J_i	n_i
1	-12	10	$0,629\,096\,260\,829\,810 \cdot 10^{-3}$	14	3	-2	$0,149\,276\,502\,463\,272$
2	-10	8	$-0,823\,453\,502\,583\,165 \cdot 10^{-3}$	15	3	-1	$0,698\,733\,471\,798\,484$
3	-8	3	$0,515\,446\,951\,519\,474 \cdot 10^{-7}$	16	5	-5	$-0,252\,207\,040\,114\,321 \cdot 10^{-1}$
4	-4	4	$-0,117\,565\,945\,784\,945 \cdot 10^1$	17	6	-6	$0,147\,151\,930\,985\,213 \cdot 10^{-1}$
5	-3	3	$0,348\,519\,684\,726\,192 \cdot 10^1$	18	6	-3	$-0,108\,618\,917\,681\,849 \cdot 10^1$
6	-2	-6	$-0,507\,837\,382\,408\,313 \cdot 10^{-11}$	19	8	-8	$-0,936\,875\,039\,816\,322 \cdot 10^{-3}$
7	-2	2	$-0,284\,637\,670\,005\,479 \cdot 10^1$	20	8	-2	$0,819\,877\,897\,570\,217 \cdot 10^2$
8	-2	3	$-0,236\,092\,263\,939\,673 \cdot 10^1$	21	8	-1	$-0,182\,041\,861\,521\,835 \cdot 10^3$
9	-2	4	$0,601\,492\,324\,973\,779 \cdot 10^1$	22	12	-12	$0,261\,907\,376\,402\,688 \cdot 10^{-5}$
10	0	0	$0,148\,039\,650\,824\,546 \cdot 10^1$	23	12	-1	$-0,291\,626\,417\,025\,961 \cdot 10^5$
11	1	-3	$0,360\,075\,182\,221\,907 \cdot 10^{-3}$	24	14	-12	$0,140\,660\,774\,926\,165 \cdot 10^{-4}$
12	1	-2	$-0,126\,700\,045\,009\,952 \cdot 10^{-1}$	25	14	1	$0,783\,237\,062\,349\,385 \cdot 10^7$
13	1	10	$-0,122\,184\,332\,521\,413 \cdot 10^7$				

Tabelle A.65: Koeffizienten und Exponenten der Gl. (2.5.9)

i	I_i	J_i	n_i	i	I_i	J_i	n_i
1	0	0	$0,179\,882\,673\,606\,601$	19	5	4	$0,125\,028\,363\,714\,877 \cdot 10^1$
2	0	3	$-0,267\,507\,455\,199\,603$	20	5	16	$0,101\,316\,840\,309\,509 \cdot 10^4$
3	0	12	$0,116\,276\,722\,612\,600 \cdot 10^1$	21	6	6	$-0,151\,791\,558\,000\,712 \cdot 10^1$
4	1	0	$0,147\,545\,428\,713\,616$	22	6	8	$0,524\,277\,865\,990\,866 \cdot 10^2$
5	1	1	$-0,512\,871\,635\,973\,248$	23	6	22	$0,230\,495\,545\,563\,912 \cdot 10^5$
6	1	2	$0,421\,333\,567\,697\,984$	24	8	1	$0,249\,459\,806\,365\,456 \cdot 10^{-1}$
7	1	5	$0,563\,749\,522\,189\,870$	25	10	20	$0,210\,796\,467\,412\,137 \cdot 10^7$
8	2	0	$0,429\,274\,443\,819\,153$	26	10	36	$0,366\,836\,848\,613\,065 \cdot 10^9$
9	2	5	$-0,335\,704\,552\,142\,140 \cdot 10^1$	27	12	24	$-0,144\,814\,105\,365\,163 \cdot 10^9$
10	2	8	$0,108\,890\,916\,499\,278 \cdot 10^2$	28	14	1	$-0,179\,276\,373\,003\,590 \cdot 10^{-2}$
11	3	0	$-0,248\,483\,390\,456\,012$	29	14	28	$0,489\,955\,602\,100\,459 \cdot 10^{10}$
12	3	2	$0,304\,153\,221\,906\,390$	30	16	12	$0,471\,262\,212\,070\,518 \cdot 10^3$
13	3	3	$-0,494\,819\,763\,939\,905$	31	16	32	$-0,829\,294\,390\,198\,652 \cdot 10^{11}$
14	3	4	$0,107\,551\,674\,933\,261 \cdot 10^1$	32	18	14	$-0,171\,545\,662\,263\,191 \cdot 10^4$
15	4	0	$0,733\,888\,415\,457\,688 \cdot 10^{-1}$	33	18	22	$0,355\,777\,682\,973\,575 \cdot 10^7$
16	4	1	$0,140\,170\,545\,411\,085 \cdot 10^{-1}$	34	18	36	$0,586\,062\,760\,258\,436 \cdot 10^{12}$
17	5	1	$-0,106\,110\,975\,998\,808$	35	20	24	$-0,129\,887\,635\,078\,195 \cdot 10^8$
18	5	2	$0,168\,324\,361\,811\,875 \cdot 10^{-1}$	36	28	36	$0,317\,247\,449\,371\,057 \cdot 10^{11}$

Tabelle A.66: Koeffizienten und Exponenten der Gl. (2.6.1)

i	n_i	i	n_i
1	$0,201\,464\,004\,206\,875 \cdot 10^4$	3	$-0,219\,921\,901\,054\,187 \cdot 10^{-1}$
2	$0,374\,696\,550\,136\,983 \cdot 10^1$	4	$0,875\,131\,686\,009\,950 \cdot 10^{-4}$

Tabelle A.67: Koeffizienten und Exponenten der Gl. (2.6.2)

i	I_i	J_i	n_i	i	I_i	J_i	n_i
1	-12	0	$-0,133\ 645\ 667\ 811\ 215 \cdot 10^{-6}$	17	-3	0	$-0,384\ 460\ 997\ 596\ 657 \cdot 10^{-5}$
2	-12	1	$0,455\ 912\ 656\ 802\ 978 \cdot 10^{-5}$	18	-2	1	$0,337\ 423\ 807\ 911\ 655 \cdot 10^{-2}$
3	-12	2	$-0,146\ 294\ 640\ 700\ 979 \cdot 10^{-4}$	19	-2	3	$-0,551\ 624\ 873\ 066\ 791$
4	-12	6	$0,639\ 341\ 312\ 970\ 080 \cdot 10^{-2}$	20	-2	4	$0,729\ 202\ 277\ 107\ 470$
5	-12	14	$0,372\ 783\ 927\ 268\ 847 \cdot 10^3$	21	-1	0	$-0,992\ 522\ 757\ 376\ 041 \cdot 10^{-2}$
6	-12	16	$-0,718\ 654\ 377\ 460\ 447 \cdot 10^4$	22	-1	2	$-0,119\ 308\ 831\ 407\ 288$
7	-12	20	$0,573\ 494\ 752\ 103\ 400 \cdot 10^6$	23	0	0	$0,793\ 929\ 190\ 615\ 421$
8	-12	22	$-0,267\ 569\ 329\ 111\ 439 \cdot 10^7$	24	0	1	$0,454\ 270\ 731\ 799\ 386$
9	-10	1	$-0,334\ 066\ 283\ 302\ 614 \cdot 10^{-4}$	25	1	1	$0,209\ 998\ 591\ 259\ 910$
10	-10	5	$-0,245\ 479\ 214\ 069\ 597 \cdot 10^{-1}$	26	3	0	$-0,642\ 109\ 823\ 904\ 738 \cdot 10^{-2}$
11	-10	12	$0,478\ 087\ 847\ 764\ 996 \cdot 10^2$	27	3	1	$-0,235\ 155\ 868\ 604\ 540 \cdot 10^{-1}$
12	-8	0	$0,764\ 664\ 131\ 818\ 904 \cdot 10^{-5}$	28	4	0	$0,252\ 233\ 108\ 341\ 612 \cdot 10^{-2}$
13	-8	2	$0,128\ 350\ 627\ 676\ 972 \cdot 10^{-2}$	29	4	3	$-0,764\ 885\ 133\ 368\ 119 \cdot 10^{-2}$
14	-8	4	$0,171\ 219\ 081\ 377\ 331 \cdot 10^{-1}$	30	10	4	$0,136\ 176\ 427\ 574\ 291 \cdot 10^{-1}$
15	-8	10	$-0,851\ 007\ 304\ 583\ 213 \cdot 10^1$	31	12	5	$-0,133\ 027\ 883\ 575\ 669 \cdot 10^{-1}$
16	-5	2	$-0,136\ 513\ 461\ 629\ 781 \cdot 10^{-1}$				

Tabelle A.68: Koeffizienten und Exponenten der Gl. (2.6.3)

i	I_i	J_i	n_i	i	I_i	J_i	n_i
1	-12	0	$0,323\ 254\ 573\ 644\ 920 \cdot 10^{-4}$	18	-3	5	$-0,307\ 622\ 221\ 350\ 501 \cdot 10^1$
2	-12	1	$-0,127\ 575\ 556\ 587\ 181 \cdot 10^{-3}$	19	-2	0	$-0,574\ 011\ 959\ 864\ 879 \cdot 10^{-1}$
3	-10	0	$-0,475\ 851\ 877\ 356\ 068 \cdot 10^{-3}$	20	-2	4	$0,503\ 471\ 360\ 939\ 849 \cdot 10^1$
4	-10	1	$0,156\ 183\ 014\ 181\ 602 \cdot 10^{-2}$	21	-1	2	$-0,925\ 081\ 888\ 584\ 834$
5	-10	5	$0,105\ 724\ 860\ 113\ 781$	22	-1	4	$0,391\ 733\ 882\ 917\ 546 \cdot 10^1$
6	-10	10	$-0,858\ 514\ 221\ 132\ 534 \cdot 10^2$	23	-1	6	$-0,773\ 146\ 007\ 130\ 190 \cdot 10^2$
7	-10	12	$0,724\ 140\ 095\ 480\ 911 \cdot 10^3$	24	-1	10	$0,949\ 308\ 762\ 098\ 587 \cdot 10^4$
8	-8	0	$0,296\ 475\ 810\ 273\ 257 \cdot 10^{-2}$	25	-1	14	$-0,141\ 043\ 719\ 679\ 409 \cdot 10^7$
9	-8	1	$-0,592\ 721\ 983\ 365\ 988 \cdot 10^{-2}$	26	-1	16	$0,849\ 166\ 230\ 819\ 026 \cdot 10^7$
10	-8	2	$-0,126\ 305\ 422\ 818\ 666 \cdot 10^{-1}$	27	0	0	$0,861\ 095\ 729\ 446\ 704$
11	-8	4	$-0,115\ 716\ 196\ 364\ 853$	28	0	2	$0,323\ 346\ 442\ 811\ 720$
12	-8	10	$0,849\ 000\ 969\ 739\ 595 \cdot 10^2$	29	1	1	$0,873\ 281\ 936\ 020\ 439$
13	-6	0	$-0,108\ 602\ 260\ 086\ 615 \cdot 10^{-1}$	30	3	1	$-0,436\ 653\ 048\ 526\ 683$
14	-6	1	$0,154\ 304\ 475\ 328\ 851 \cdot 10^{-1}$	31	5	1	$0,286\ 596\ 714\ 529\ 479$
15	-6	2	$0,750\ 455\ 441\ 524\ 466 \cdot 10^{-1}$	32	6	1	$-0,131\ 778\ 331\ 276\ 228$
16	-4	0	$0,252\ 520\ 973\ 612\ 982 \cdot 10^{-1}$	33	8	1	$0,676\ 682\ 064\ 330\ 275 \cdot 10^{-2}$
17	-4	1	$-0,602\ 507\ 901\ 232\ 996 \cdot 10^{-1}$				

Tabelle A.69: Koeffizienten und Exponenten der Gl. (2.6.4)

i	I_i	J_i	n_i	i	I_i	J_i	n_i
1	-12	6	$0,529\,944\,062\,966\,028 \cdot 10^{-2}$	17	-2	16	$0,568\,366\,875\,815\,960 \cdot 10^4$
2	-12	8	$-0,170\,099\,690\,234\,461$	18	-1	0	$0,808\,169\,540\,124\,668 \cdot 10^{-2}$
3	-12	12	$0,111\,323\,814\,312\,927 \cdot 10^2$	19	-1	1	$0,172\,416\,341\,519\,307$
4	-12	18	$-0,217\,898\,123\,145\,125 \cdot 10^4$	20	-1	2	$0,104\,270\,175\,292\,927 \cdot 10^1$
5	-10	4	$-0,506\,061\,827\,980\,875 \cdot 10^{-3}$	21	-1	3	$-0,297\,691\,372\,792\,847$
6	-10	7	$0,556\,495\,239\,685\,324$	22	0	0	$0,560\,394\,465\,163\,593$
7	-10	10	$-0,943\,672\,726\,094\,016 \cdot 10^1$	23	0	1	$0,275\,234\,661\,176\,914$
8	-8	5	$-0,297\,856\,807\,561\,527$	24	1	0	$-0,148\,347\,894\,866\,012$
9	-8	12	$0,939\,353\,943\,717\,186 \cdot 10^2$	25	1	1	$-0,651\,142\,513\,478\,515 \cdot 10^{-1}$
10	-6	3	$0,192\,944\,939\,465\,981 \cdot 10^{-1}$	26	1	2	$-0,292\,468\,715\,386\,302 \cdot 10^1$
11	-6	4	$0,421\,740\,664\,704\,763$	27	2	0	$0,664\,876\,096\,952\,665 \cdot 10^{-1}$
12	-6	22	$-0,368\,914\,126\,282\,330 \cdot 10^7$	28	2	2	$0,352\,335\,014\,263\,844 \cdot 10^1$
13	-4	2	$-0,737\,566\,847\,600\,639 \cdot 10^{-2}$	29	3	0	$-0,146\,340\,792\,313\,332 \cdot 10^{-1}$
14	-4	3	$-0,354\,753\,242\,424\,366$	30	4	2	$-0,224\,503\,486\,668\,184 \cdot 10^1$
15	-3	7	$-0,199\,768\,169\,338\,727 \cdot 10^1$	31	5	2	$0,110\,533\,464\,706\,142 \cdot 10^1$
16	-2	3	$0,115\,456\,297\,059\,049 \cdot 10^1$	32	8	2	$-0,408\,757\,344\,495\,612 \cdot 10^{-1}$

Tabelle A.70: Koeffizienten und Exponenten der Gl. (2.6.5)

i	I_i	J_i	n_i	i	I_i	J_i	n_i
1	-12	0	$-0,225\,196\,934\,336\,318 \cdot 10^{-8}$	16	-4	6	$-0,321\,087\,965\,668\,917 \cdot 10^1$
2	-12	1	$0,140\,674\,363\,313\,486 \cdot 10^{-7}$	17	-4	10	$0,607\,567\,815\,637\,771 \cdot 10^3$
3	-8	0	$0,233\,784\,085\,280\,560 \cdot 10^{-5}$	18	-3	0	$0,557\,686\,450\,685\,932 \cdot 10^{-3}$
4	-8	1	$-0,331\,833\,715\,229\,001 \cdot 10^{-4}$	19	-3	2	$0,187\,499\,040\,029\,550$
5	-8	3	$0,107\,956\,778\,514\,318 \cdot 10^{-2}$	20	-2	1	$0,905\,368\,030\,448\,107 \cdot 10^{-2}$
6	-8	6	$-0,271\,382\,067\,378\,863$	21	-2	2	$0,285\,417\,173\,048\,685$
7	-8	7	$0,107\,202\,262\,490\,333 \cdot 10^1$	22	-1	0	$0,329\,924\,030\,996\,098 \cdot 10^{-1}$
8	-8	8	$-0,853\,821\,329\,075\,382$	23	-1	1	$0,239\,897\,419\,685\,483$
9	-6	0	$-0,215\,214\,194\,340\,526 \cdot 10^{-4}$	24	-1	4	$0,482\,754\,995\,951\,394 \cdot 10^1$
10	-6	1	$0,769\,656\,088\,222\,730 \cdot 10^{-3}$	25	-1	5	$-0,118\,035\,753\,702\,231 \cdot 10^2$
11	-6	2	$-0,431\,136\,580\,433\,864 \cdot 10^{-2}$	26	0	0	$0,169\,490\,044\,091\,791$
12	-6	5	$0,453\,342\,167\,309\,331$	27	1	0	$-0,179\,967\,222\,507\,787 \cdot 10^{-1}$
13	-6	6	$-0,507\,749\,535\,873\,652$	28	1	1	$0,371\,810\,116\,332\,674 \cdot 10^{-1}$
14	-6	10	$-0,100\,475\,154\,528\,389 \cdot 10^3$	29	2	2	$-0,536\,288\,335\,065\,096 \cdot 10^{-1}$
15	-4	3	$-0,219\,201\,924\,648\,793$	30	2	6	$0,160\,697\,101\,092\,520 \cdot 10^1$

Tabelle A.71: Koeffizienten und Exponenten der Gl. (2.6.6)

i	I_i	J_i	n_i	i	I_i	J_i	n_i
1	-12	28	$0,150\,042\,008\,263\,875 \cdot 10^{10}$	18	-4	10	$-0,368\,275\,545\,889\,071 \cdot 10^3$
2	-12	32	$-0,159\,397\,258\,480\,424 \cdot 10^{12}$	19	-4	36	$0,664\,768\,904\,779\,177 \cdot 10^{16}$
3	-10	4	$0,502\,181\,140\,217\,975 \cdot 10^{-3}$	20	-2	1	$0,449\,359\,251\,958\,880 \cdot 10^{-1}$
4	-10	10	$-0,672\,057\,767\,855\,466 \cdot 10^2$	21	-2	4	$-0,422\,897\,836\,099\,655 \cdot 10^1$
5	-10	12	$0,145\,058\,545\,404\,456 \cdot 10^4$	22	-1	1	$-0,240\,614\,376\,434\,179$
6	-10	14	$-0,823\,889\,534\,888\,890 \cdot 10^4$	23	-1	6	$-0,474\,341\,365\,254\,924 \cdot 10^1$
7	-8	5	$-0,154\,852\,214\,233\,853$	24	0	0	$0,724\,093\,999\,126\,110$
8	-8	7	$0,112\,305\,046\,746\,695 \cdot 10^2$	25	0	1	$0,923\,874\,349\,695\,897$
9	-8	8	$-0,297\,000\,213\,482\,822 \cdot 10^2$	26	0	4	$0,399\,043\,655\,281\,015 \cdot 10^1$
10	-8	28	$0,438\,565\,132\,635\,495 \cdot 10^{11}$	27	1	0	$0,384\,066\,651\,868\,009 \cdot 10^{-1}$
11	-6	2	$0,137\,837\,838\,635\,464 \cdot 10^{-2}$	28	2	0	$-0,359\,344\,365\,571\,848 \cdot 10^{-2}$
12	-6	6	$-0,297\,478\,527\,157\,462 \cdot 10^1$	29	2	3	$-0,735\,196\,448\,821\,653$
13	-6	32	$0,971\,777\,947\,349\,413 \cdot 10^{13}$	30	3	2	$0,188\,367\,048\,396\,131$
14	-5	0	$-0,571\,527\,767\,052\,398 \cdot 10^{-4}$	31	8	0	$0,141\,064\,266\,818\,704 \cdot 10^{-3}$
15	-5	14	$0,288\,307\,949\,778\,420 \cdot 10^5$	32	8	1	$-0,257\,418\,501\,496\,337 \cdot 10^{-2}$
16	-5	32	$-0,744\,428\,289\,262\,703 \cdot 10^{14}$	33	10	2	$0,123\,220\,024\,851\,555 \cdot 10^{-2}$
17	-4	6	$0,128\,017\,324\,848\,921 \cdot 10^2$				

Tabelle A.72: Koeffizienten und Exponenten der Gl. (2.6.7)

i	I_i	J_i	n_i	i	I_i	J_i	n_i
1	-12	1	$0,527\,111\,701\,601\,660$	15	-5	6	$0,880\,531\,517\,490\,555 \cdot 10^3$
2	-12	3	$-0,401\,317\,830\,052\,742 \cdot 10^2$	16	-4	12	$0,265\,015\,592\,794\,626 \cdot 10^7$
3	-12	4	$0,153\,020\,073\,134\,484 \cdot 10^3$	17	-3	1	$-0,359\,287\,150\,025\,783$
4	-12	7	$-0,224\,799\,398\,218\,827 \cdot 10^4$	18	-3	6	$-0,656\,991\,567\,673\,753 \cdot 10^3$
5	-8	0	$-0,193\,993\,484\,669\,048$	19	-2	2	$0,241\,768\,149\,185\,367 \cdot 10^1$
6	-8	1	$-0,140\,467\,557\,893\,768 \cdot 10^1$	20	0	0	$0,856\,873\,461\,222\,588$
7	-8	3	$0,426\,799\,878\,114\,024 \cdot 10^2$	21	2	1	$0,655\,143\,675\,313\,458$
8	-6	0	$0,752\,810\,643\,416\,743$	22	3	1	$-0,213\,535\,213\,206\,406$
9	-6	2	$0,226\,657\,238\,616\,417 \cdot 10^2$	23	4	0	$0,562\,974\,957\,606\,348 \cdot 10^{-2}$
10	-6	4	$-0,622\,873\,556\,909\,932 \cdot 10^3$	24	5	24	$-0,316\,955\,725\,450\,471 \cdot 10^{15}$
11	-5	0	$-0,660\,823\,667\,935\,396$	25	6	0	$-0,699\,997\,000\,152\,457 \cdot 10^{-3}$
12	-5	1	$0,841\,267\,087\,271\,658$	26	8	3	$0,119\,845\,803\,210\,767 \cdot 10^{-1}$
13	-5	2	$-0,253\,717\,501\,764\,397 \cdot 10^2$	27	12	1	$0,193\,848\,122\,022\,095 \cdot 10^{-4}$
14	-5	4	$0,485\,708\,963\,532\,948 \cdot 10^3$	28	14	2	$-0,215\,095\,749\,182\,309 \cdot 10^{-4}$

Tabelle A.73: Koeffizienten und Exponenten der Gl. (2.6.8)

i	I_i	J_i	n_i	i	I_i	J_i	n_i
1	-12	10	$0,795\,544\,074\,093\,975 \cdot 10^2$	15	-3	2	$-0,118\,008\,384\,666\,987$
2	-12	12	$-0,238\,261\,242\,984\,590 \cdot 10^4$	16	-3	4	$0,253\,798\,642\,355\,900 \cdot 10^1$
3	-12	14	$0,176\,813\,100\,617\,787 \cdot 10^5$	17	-2	3	$0,965\,127\,704\,669\,424$
4	-10	4	$-0,110\,524\,727\,080\,379 \cdot 10^{-2}$	18	-2	8	$-0,282\,172\,420\,532\,826 \cdot 10^2$
5	-10	8	$-0,153\,213\,833\,655\,326 \cdot 10^2$	19	-1	1	$0,203\,224\,612\,353\,823$
6	-10	10	$0,297\,544\,599\,376\,982 \cdot 10^3$	20	-1	2	$0,110\,648\,186\,063\,513 \cdot 10^1$
7	-10	20	$-0,350\,315\,206\,871\,242 \cdot 10^8$	21	0	0	$0,526\,127\,948\,451\,280$
8	-8	5	$0,277\,513\,761\,062\,119$	22	0	1	$0,277\,000\,018\,736\,321$
9	-8	6	$-0,523\,964\,271\,036\,888$	23	0	3	$0,108\,153\,340\,501\,132 \cdot 10^1$
10	-8	14	$-0,148\,011\,182\,995\,403 \cdot 10^6$	24	1	0	$-0,744\,127\,885\,357\,893 \cdot 10^{-1}$
11	-8	16	$0,160\,014\,899\,374\,266 \cdot 10^7$	25	2	0	$0,164\,094\,443\,541\,384 \cdot 10^{-1}$
12	-6	28	$0,170\,802\,322\,663\,427 \cdot 10^{13}$	26	4	2	$-0,680\,468\,275\,301\,065 \cdot 10^{-1}$
13	-5	1	$0,246\,866\,996\,006\,494 \cdot 10^{-3}$	27	5	2	$0,257\,988\,576\,101\,640 \cdot 10^{-1}$
14	-4	5	$0,165\,326\,084\,797\,980 \cdot 10^1$	28	6	0	$-0,145\,749\,861\,944\,416 \cdot 10^{-3}$

Tabelle A.74: Koeffizienten und Exponenten der Gl. (2.6.9)

i	I_i	J_i	n_i	i	I_i	J_i	n_i
1	-12	0	$0,591\,599\,780\,322\,238 \cdot 10^{-4}$	17	-4	2	$-0,121\,613\,320\,606\,788 \cdot 10^2$
2	-12	1	$-0,185\,465\,997\,137\,856 \cdot 10^{-2}$	18	-4	3	$0,167\,637\,540\,957\,944 \cdot 10^1$
3	-12	2	$0,104\,190\,510\,480\,013 \cdot 10^{-1}$	19	-3	1	$-0,744\,135\,838\,773\,463 \cdot 10^1$
4	-12	3	$0,598\,647\,302\,038\,590 \cdot 10^{-2}$	20	-2	0	$0,378\,168\,091\,437\,659 \cdot 10^{-1}$
5	-12	5	$-0,771\,391\,189\,901\,699$	21	-2	1	$0,401\,432\,203\,027\,688 \cdot 10^1$
6	-12	6	$0,172\,549\,765\,557\,036 \cdot 10^1$	22	-2	2	$0,160\,279\,837\,479\,185 \cdot 10^2$
7	-10	0	$-0,467\,076\,079\,846\,526 \cdot 10^{-3}$	23	-2	3	$0,317\,848\,779\,347\,728 \cdot 10^1$
8	-10	1	$0,134\,533\,823\,384\,439 \cdot 10^{-1}$	24	-2	4	$-0,358\,362\,310\,304\,853 \cdot 10^1$
9	-10	2	$-0,808\,094\,336\,805\,495 \cdot 10^{-1}$	25	-2	12	$-0,115\,995\,260\,446\,827 \cdot 10^7$
10	-10	4	$0,508\,139\,374\,365\,767$	26	0	0	$0,199\,256\,573\,577\,909$
11	-8	0	$0,128\,584\,643\,361\,683 \cdot 10^{-2}$	27	0	1	$-0,122\,270\,624\,794\,624$
12	-5	1	$-0,163\,899\,353\,915\,435 \cdot 10^1$	28	0	2	$-0,191\,449\,143\,716\,586 \cdot 10^2$
13	-5	2	$0,586\,938\,199\,318\,063 \cdot 10^1$	29	1	0	$-0,150\,448\,002\,905\,284 \cdot 10^{-1}$
14	-5	3	$-0,292\,466\,667\,918\,613 \cdot 10^1$	30	1	2	$0,146\,407\,900\,162\,154 \cdot 10^2$
15	-4	0	$-0,614\,076\,301\,499\,537 \cdot 10^{-2}$	31	2	2	$-0,327\,477\,787\,188\,230 \cdot 10^1$
16	-4	1	$0,576\,199\,014\,049\,172 \cdot 10^1$				

Tabelle A.75: Koeffizienten und Exponenten der Gl. (2.6.10)

i	I_i	J_i	n_i	i	I_i	J_i	n_i
1	0	0	$0,600\,073\,641\,753\,024$	8	8	24	$0,252\,304\,969\,384\,128 \cdot 10^{18}$
2	1	1	$-0,936\,203\,654\,849\,857 \cdot 10^1$	9	14	16	$-0,389\,718\,771\,997\,719 \cdot 10^{19}$
3	1	3	$0,246\,590\,798\,594\,147 \cdot 10^2$	10	20	16	$-0,333\,775\,713\,645\,296 \cdot 10^{23}$
4	1	4	$-0,107\,014\,222\,858\,224 \cdot 10^3$	11	22	3	$0,356\,499\,469\,636\,328 \cdot 10^{11}$
5	1	36	$-0,915\,821\,315\,805\,768 \cdot 10^{14}$	12	24	18	$-0,148\,547\,544\,720\,641 \cdot 10^{27}$
6	5	3	$-0,862\,332\,011\,700\,662 \cdot 10^4$	13	28	8	$0,330\,611\,514\,838\,798 \cdot 10^{19}$
7	7	0	$-0,235\,837\,344\,740\,032 \cdot 10^2$	14	36	24	$0,813\,641\,294\,467\,829 \cdot 10^{38}$

Tabelle A.76: Koeffizienten und Exponenten der Gl. (2.6.11)

i	I_i	J_i	n_i	i	I_i	J_i	n_i
1	0	0	0,639 767 553 612 785	6	12	14	$-0,378 829 107 169 011 \cdot 10^{18}$
2	1	1	$-0,129 727 445 396 014 \cdot 10^2$	7	16	36	$-0,955 586 736 431 328 \cdot 10^{35}$
3	1	32	$-0,224 595 125 848 403 \cdot 10^{16}$	8	24	10	$0,187 269 814 676 188 \cdot 10^{24}$
4	4	7	$0,177 466 741 801 846 \cdot 10^7$	9	28	0	$0,119 254 746 466 473 \cdot 10^{12}$
5	12	4	$0,717 079 349 571 538 \cdot 10^{10}$	10	32	18	$0,110 649 277 244 882 \cdot 10^{37}$