



# DIPLOMARBEIT

## Energiemärkte und die Bewertung von Energiederivaten

Ausgeführt am Institut für  
Stochastik und Wirtschaftsmathematik  
der Technischen Universität Wien

unter der Anleitung von  
Univ.Prof. Dr. Thorsten Rheinländer  
durch

Julia Formanek, BSc  
Ziegelhofstraße 98c/6  
1220 Wien

Wien, 15. September 2015

---

Unterschrift (Student)

## Eidesstattliche Erklärung

Hiermit erkläre ich, dass ich diese Arbeit selbständig verfasst habe, dass ich die verwendeten Quellen und Hilfsmittel vollständig angegeben habe, und dass ich die Stellen der Arbeit, einschließlich Tabellen und Abbildungen, die anderen Werken oder dem Internet im Wortlaut oder dem Sinn nach entnommen sind, auf jeden Fall unter Angabe der Quelle als Entlehnung kenntlich gemacht habe.

Wien, am 15. September 2015

---

Unterschrift

## Danksagung

Ich möchte mich an dieser Stelle herzlich bei Herrn Prof. Thorsten Rheinländer für die Betreuung meiner Diplomarbeit bedanken.

Weiters bedanke ich mich auch bei meinen Studienkollegen. Gemeinsam meisterten wir die größten Hürden und verbrachten eine wunderbare Studienzeit.

Den allergrößten Dank richte ich an meine Familie und meinem Freund. Danke, dass ihr mir ein sorgenfreies Studium ermöglicht habt, und danke, dass ihr immer für mich da seid.

## Zusammenfassung

Diese Arbeit gibt einen kurzen Überblick über Rohstoffmärkte und geht dann speziell auf Energiemärkte ein. Hierbei werden Energiederivate und die einzelnen Märkte für Öl, Gas, Elektrizität, Emissionen und Wetter näher betrachtet. Weiters werden zwei Bewertungsmodelle für Realoptionen vorgestellt. Zuerst die Bewertung eines fossilen Kraftwerks mittels zeitstetiger Optimal Stopping Formulierung, bei der der Sparksread direkt mit einem zeitstetigen Ornstein-Uhlenbeck Prozess modelliert wird. Danach die Bewertung eines Erdgasspeichers mit der Gauß-Quadratur Methode. Auch hier folgt der Spotpreis einem Ornstein-Uhlenbeck Prozess. Dann wird bei beiden Modellen mittels Esschertransformation die risikoneutrale Bewertung durchgeführt. Zum Abschluss werden numerische Ergebnisse der risikoneutralen Bewertung eines Erdgasspeichers erläutert.

## Abstract

The aim of this thesis is to give a short review of commodity markets, especially energy markets and energy derivatives. Here the markets for oil, gas, electricity, emissions and weather , and their properties will be considered. Then two real options valuation models will be shown. A continuous-time optimal stopping formulation for power plant valuation, where the spark spread is modeled directly as a continuous-time Ornstein-Uhlenbeck process. And a Gaussian quadrature method for natural gas storage valuation with spot price following an Ornstein-Uhlenbeck process. The Esscher transform will be used to determine a risk neutral measure for risk neutral valuation of both models. Finally numerical results from risk neutral gas storage valuation will be discussed.

# Inhaltsverzeichnis

|          |                                                     |           |
|----------|-----------------------------------------------------|-----------|
| <b>1</b> | <b>Einleitung</b>                                   | <b>1</b>  |
| <b>2</b> | <b>Rohstoffmärkte</b>                               | <b>2</b>  |
| 2.1      | Einteilung der Rohstoffe . . . . .                  | 2         |
| 2.2      | Handel . . . . .                                    | 3         |
| 2.2.1    | Handelsplätze . . . . .                             | 3         |
| 2.2.2    | Rohstoffhandel . . . . .                            | 4         |
| 2.2.3    | Marktteilnehmer . . . . .                           | 9         |
| 2.3      | Spot- und Forwardpreise . . . . .                   | 9         |
| 2.3.1    | Spot-Forward Beziehung . . . . .                    | 10        |
| 2.3.2    | Die Terminkurve . . . . .                           | 12        |
| <b>3</b> | <b>Energiemärkte</b>                                | <b>14</b> |
| 3.1      | Energiederivate . . . . .                           | 14        |
| 3.1.1    | Spreads . . . . .                                   | 15        |
| 3.1.2    | Swings . . . . .                                    | 16        |
| 3.1.3    | Realoptionen . . . . .                              | 16        |
| 3.2      | Wettermarkt . . . . .                               | 17        |
| 3.2.1    | Wetterderivate . . . . .                            | 17        |
| 3.3      | Elektrizitätsmarkt . . . . .                        | 19        |
| 3.3.1    | Eigenschaften . . . . .                             | 19        |
| 3.3.2    | Marktstrukturen . . . . .                           | 23        |
| 3.4      | Gasmarkt . . . . .                                  | 25        |
| 3.4.1    | Marktstrukturen . . . . .                           | 25        |
| 3.4.2    | Eigenschaften . . . . .                             | 26        |
| 3.5      | Ölmarkt . . . . .                                   | 28        |
| 3.5.1    | Marktstrukturen . . . . .                           | 28        |
| 3.5.2    | Eigenschaften . . . . .                             | 30        |
| 3.6      | Emissionsmarkt . . . . .                            | 33        |
| 3.6.1    | Marktstrukturen . . . . .                           | 34        |
| 3.6.2    | Preiseigenschaften, Angebot und Nachfrage . . . . . | 34        |

|          |                                                                                                     |           |
|----------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>4</b> | <b>Bewertungsmethoden für Energiederivate</b>                                                       | <b>37</b> |
| 4.1      | Zeitstetige Optimal Stopping Formulierung für die Bewertung<br>eines Kraftwerks . . . . .           | 37        |
| 4.1.1    | Modellrahmen . . . . .                                                                              | 38        |
| 4.1.2    | Bewertung . . . . .                                                                                 | 39        |
| 4.1.3    | Optimale Strategie und Sensitivitätsanalyse . . . . .                                               | 41        |
| 4.2      | Die verallgemeinerte Gauss-Quadratur Methode für die Be-<br>wertung eines Erdgasspeichers . . . . . | 43        |
| 4.2.1    | Beispiel eines Speichervertrages . . . . .                                                          | 43        |
| 4.2.2    | Modellrahmen . . . . .                                                                              | 45        |
| 4.2.3    | Verallgemeinerte Gauß-Quadratur . . . . .                                                           | 46        |
| 4.2.4    | Verallgemeinerte Gauß-Quadratur für die Bewertung<br>eines Erdgasspeichers . . . . .                | 49        |
| <b>5</b> | <b>Risikoneutrale Bewertung mittels Esschermaß</b>                                                  | <b>51</b> |
| 5.1      | Zeitstetige Optimal Stopping Formulierung für die Bewertung<br>eines Kraftwerks . . . . .           | 52        |
| 5.2      | Die verallgemeinerte Gauss-Quadratur Methode für die Be-<br>wertung eines Erdgasspeichers . . . . . | 54        |
| <b>6</b> | <b>Numerische Ergebnisse</b>                                                                        | <b>55</b> |

# Kapitel 1

## Einleitung

In dieser Arbeit werden Rohstoffmärkte, insbesondere Energiemärkte vorgestellt. Dazu beschäftigen wir uns auch mit der Bewertung von Energiederivaten, wobei wir zwei Modelle von Zhou [37] zur Bewertung von Realoptionen betrachten. Schließlich wird bei beiden Modellen die risikoneutrale Bewertung mittels des Esschermaßes durchgeführt. Zum Abschluss wird eines der risikoneutralen Modelle implementiert und ausgewertet.

Im ersten Kapitel werden wir allgemein auf Rohstoffe, Rohstoffmärkte und den Handel mit Rohstoffen vorstellen, sowie die Spot-Forward Beziehung erläutern. Im zweiten Kapitel geben wir einen kurzen Überblick über Energiederivate und gehen konkret auf die einzelnen Energiemärkte für Gas, Öl, Elektrizität, Wetter und Emissionen ein. Kapitel 4 beinhaltet dann die Bewertungsmodelle von Zhou [37], wo zum einen eine zeitstetige Optimal Stopping Formulierung für die Bewertung eines Kraftwerkes gezeigt wird, und zum anderen wird ein Erdgasspeicher mit Hilfe der Gauß-Legendre Quadratur bewertet. In Kapitel 5 wird das lineare Esschermaß bestimmt, womit dann beide Modelle aus Kapitel 4 risikoneutral bewertet werden. Das letzte Kapitel zeigt die numerischen Ergebnisse der risikoneutralen Bewertung des Erdgasspeichers, welche wir durch die Implementierung in Matlab R2014b erhalten.

# Kapitel 2

## Rohstoffmärkte

In der Volkswirtschaftslehre werden Rohstoffe als unbearbeitete Grundstoffe, die durch Primärproduktion gewonnen werden, definiert. Eine in der Havanna-Charta etwas weiter gefasste volkswirtschaftliche Definition:

„Jedes Erzeugnis der Landwirtschaft, der Forstwirtschaft oder der Fischerei und jedes Mineral, einerlei, ob dieses Erzeugnis sich in seiner natürlichen Form befindet oder ob es eine Veränderung erfahren hat, die i.Allg. für den Verkauf in bedeutenden Mengen auf dem internationalen Markt notwendig ist.“ [1]

### 2.1 Einteilung der Rohstoffe

Rohstoffe lassen sich in drei Hauptgruppen unterteilen:

- Energie-Rohstoffe: Erdöl, Erdgas, Benzin
- Metalle
- Agrar-Rohstoffe: Getreide, Kaffee, Zucker

Bei Metallen differenziert man zwischen Industriemetallen, wie Kupfer und Aluminium, und Edelmetallen, wie Gold und Silber. Metalle und Energie-Rohstoffe bilden die sogenannten Hard Commodities, die Agrar-Rohstoffe repräsentieren die Soft Commodities. [2]



Rohstoffmärkte unterscheidet man in Märkte, bei denen die Lagerung des jeweiligen Rohstoffes möglich ist beziehungsweise nicht möglich ist. Ist keine Lagerung möglich, sollte Produktion und Konsumation möglichst zeitgleich erfolgen. Das wichtigste Beispiel für so einen Markt im Energiebereich ist der Elektrizitätsmarkt. [25]

## **2.2 Handel**

### **2.2.1 Handelsplätze**

Rohstoffe nehmen mit einem Anteil von einem Drittel einen wichtigen Platz im Welthandel ein. Die Preisbildung findet an Rohstoffbörsen, aber auch an Handelsplätzen außerhalb der Börse statt.

Die bis heute größte Terminbörse der Welt ist die New York Mercantile Exchange (NYMEX). Sie ist 1872 gegründet worden, und verschmolz 1994 mit der New York Commodities Exchange (COMEX). An der NYMEX werden Agrarrohstoffe, Energieprodukte und Metalle gehandelt. Die älteste Terminbörse der Welt ist die Chicago Board of Trade (CBOT), sie ist 1848 gegründet worden. An der CBOT werden vor allem Futures und Optionen auf Agrarrohstoffe gehandelt, dadurch ist sie eine der größten Warentermin- und Optionsbörsen der Welt. Es gibt aber auch bedeutende außerbörsliche Handelsplätze, die als Over-The-Counter (OTC) bezeichnet werden. Der London Bullion Market ist einer der bedeutendsten globalen Rohstoffhandelsplätze für Gold und Silber. Ein weiteres Beispiel ist der London Bullion London Platinum and Palladium Market (LPPM), an diesem erfolgt die Preisbildung für die Edelmetalle Palladium und Platin. [3]

| <b>gehandelte Rohstoffe</b>      | <b>Börse</b>                     |
|----------------------------------|----------------------------------|
| Weizen, Mais Sojabohnen, Silber  | Chicago Board of Trade           |
| Gold, Wetter, Schweine, Holz     | Chicago Mercantile Exchange      |
| Baumwolle, Reis                  | Chicago Rice and Cotton Exchange |
| Kakao, Zucker, Kaffee            | Coffee, Sugar and Cocoa Exchange |
| Weizen, Maissirup, Orangensaft   | Minneapolis Grain Exchange       |
|                                  | New York Cotton Exchange         |
|                                  | New York Mercantile Exchange     |
| Öl, Rohöl, Heizbenzin, Propangas | New York Mercantile Exchange     |
|                                  | Philadelphia Board of Trade      |
|                                  | International Petrol Exchange    |
| Metalle                          | New York Mercantile Exchange     |
|                                  | London Metal Exchange            |
|                                  | Commodity Exchange               |
| Elektrizität                     | New York Mercantile Exchange     |
|                                  | European Energy Exchange         |
|                                  | Nordic Power Exchange            |
|                                  | Amsterdam Power Exchange         |
|                                  | Paris Power Exchange             |

Tabelle 2.1: Beispiele großer Terminbörsen für Rohstoffe weltweit [12]

## 2.2.2 Rohstoffhandel

Rohstoffe werden als separate Assetklasse betrachtet. Aufgrund der Beschaffenheit des Basisobjekts erfolgt die Bestimmung der Preise der Kontrakte durch Gleichgewichtsargumente, welche die Anpassung von Angebot und Nachfrage für den physischen Rohstoff selbst miteinbeziehen. Auf der Angebotsseite müssen das Schätzen und Voraussagen von Beständen und das Quantifizieren der Lager- und Lieferkosten berücksichtigt werden. Das ist nicht immer einfach im Zusammenhang mit Standard Bewertungsmethoden, die zumeist auf traditioneller Finanztheorie basieren.

Die Rohstoffmärkte haben als physische Märkte, genannt Spotmarkt und Terminmarkt, begonnen. Nach dem Aufkommen von finanziell abgewickelten Kontrakten explodierte das Handelsvolumen. Da Terminkontrakte Over-

The-Counter abgewickelt werden, wodurch das Risiko besteht, dass der Geschäftspartner seinen Verpflichtungen nicht nachkommt oder in Verzug gerät, sind die meisten der finanziell abgewickelten Kontrakte börsengehandelte Futures, bei denen die Börse als Clearing House dient.

Der Handel in physischen und finanziell abgewickelten Kontrakten ist der traditionelle Weg, wie Investoren mit Rohstoffen handeln können. Aber die Erstellung von Indizes und die wachsende Popularität von Index-Tracking Exchange Traded Funds (ETFs) eröffneten einen neuen Weg. Das Investieren in Rohstoffe wurde als perfekte Portfolio Diversifikation beworben, da man glaubte sie sind negativ korreliert mit Aktien. Für Investoren gibt es mehrere Möglichkeiten mit Rohstoffen zu handeln:

1. Der Investor kann ganz einfach den Rohstoff selbst erwerben. Die meisten Investoren sind jedoch nicht bereit oder ausgestattet, um mit Themen wie Transport, Lieferung und Lagerung umzugehen. Diese Art der Beteiligung an Rohstoffen war gedacht für natürliche Personen und ist auch beschränkt auf diese. Diese natürlichen Personen sind die Hedger, die die mit Unsicherheiten in ihrer Produktion und Lieferung dieser Rohstoffe verbundene finanzielle Risiken mindern. Ein Investor oder Hedge Fond kann im Grunde jeden Rohstoff im Spotmarkt kaufen, entweder durch eine direkte Transaktion mit dem Hersteller oder durch einen Intermediär.
2. Der Investor kann in Aktien rohstoffintensiver Geschäfte anlegen. Ein Beispiel dafür wäre der Kauf von Anteilen von Shell als Investition in Öl. Diese Investitionsart bietet bestenfalls ein indirektes Exposure, da die Anteile von Rohstoffkonzernen nicht perfekt korreliert mit Rohstoffpreisen sind. Der Kauf von Rohstoffkonzern Anteilen war ein üblicher Weg um von einem erwarteten Anstiegs des Rohstoffpreises zu profitieren.
3. Der Investor kann Rohstoff Futures und Optionen erwerben. Die Börsen bieten Transparenz und Rechtschaffenheit durch Clearing, und es

sind nur relativ kleine anfängliche Aufwendungen nötig für eine größere Positionierung durch Leverage. Aber rein spekulative Investments dieser Art müssten mit einem bedachten Rolling Forward der Kontrakte näher rückender Fälligkeit konstruiert sein, um physische Lieferung des Rohstoffes zu vermeiden.

4. Der Investor kann direkt in Rohstoffindizes oder in ETFs, die diese Rohstoffindizes nachbilden, investieren. Viele ETFs investieren einfach in den nächsten Forwardkontrakt und „rollen“ so das Investment in den Kontrakt des nächsten Monats nahe der Fälligkeit. Diese Art des passiven Investments war sehr gefragt um ein Anlageportfolio mit einem Rohstoff-Exposure zu diversifizieren ohne sich mit den schmutzigen Details der komplizierten Eigenarten relevanter Märkte herumzuschlagen. Dennoch sollte man die Dynamik von Forwardkurven und den Effekt von monatlichen „Rollen“ verstehen. [10]

## **Spotmarkt**

Der Spotmarkt ist der Markt für die sofortige Lieferung des jeweiligen Rohstoffes im Austausch gegen Cash. Die genaue Definition ist aber von dem Rohstoff abhängig. Betrachtet man zum Beispiel Elektrizität, bezieht sich der Spotmarkt auf die Lieferung am nächsten Tag oder am nächsten Werktag. Bei Kohle hingegen werden auch noch Kontrakte mit Lieferung in den nächsten Wochen als Spottransaktionen betrachtet. Spotmärkte können bilaterale Over-The-Counter Transaktionen sein oder durch Börsen organisiert sein.

Eine spezielle Form des Spotmarktes ist der Auktionsmarkt. Hier können die Käufer ihre Gebote und die Verkäufer ihre Angebote zur selben Zeit abgeben. Meistens wird ein einheitlicher Preis, der Market-Clearing Preis, bestimmt, welcher Angebot und Nachfrage ausgleicht. Dies ist besonders bei Elektrizität beliebt.

Spotpreise stellen den letzten Preis des physischen Rohstoffes der derzeitigen Situation von Angebot und Nachfrage dar. Deshalb sind sie das Underlying des Derivatemarktes, welcher größtenteils durch die Erwartungen bezüg-

lich der zukünftigen Situation an den Spotmärkten bestimmt wird. Es gibt mehrere veröffentlichte Spotpreisindizes, die für verschiedene Rohstoffe zur Verfügung stehen, und Transparenz für Marktteilnehmer bieten und ebenso als offizielle Referenz für die finanzielle Abwicklung von Futures Kontrakten dienen. [28]

## **Terminmarkt**

Am Terminmarkt werden Kontrakte auf Geschäfte abgeschlossen, die in der Zukunft liegen. Diese können wieder Over-The-Counter oder über eine Börse erfolgen. Zusätzlich unterscheidet man zwischen bedingten und unbedingten Geschäften. Bei den unbedingten Geschäften sind beide Parteien zu einer Leistung verpflichtet, dazu gehören Forwards, Futures und Swaps. Zu den bedingten Termingeschäften zählt man Optionen. [16]

**Forward und Future Kontrakte** Future Kontrakte, oder kurz genannt Futures, sind standardisierte börsengehandelte Kontrakte für den Erwerb oder Verkauf eines Basis-Rohstoffes oder eines finanziellen Produktes zu einem genau festgelegten Preis über eine bestimmte zukünftige Zeitperiode. Rohstoff Futures verlangen normalerweise eine physische Abwicklung, und Folgendes muss definiert sein :

- Volumen
- Preis
- Lieferort
- Lieferperiode
- Der letzte Handelstag oder Abwicklungsdatum

Ein großer Anreiz von Futures ist die scheinbare Beseitigung des Kontrahentenausfallrisikos, da die finanzielle Leistungsfähigkeit sowie die Rohstofflieferung durch die Börse gesichert ist. Ein weiterer Vorteil ist die Reduktion der Transaktionskosten dank der Standardisierung. Und für die Berechnung des mark-to-market Wertes ist es nicht erforderlich zu diskontieren, da

sie täglich abgewickelt werden. So sind sie einfacher zu bewerten als Forward Kontrakte.

Forward Kontrakte, auch kurz Forwards genannt, sind Vereinbarungen über den Kauf oder Verkauf eines Rohstoffes zu einer bestimmten Zeit in der Zukunft. Der Preis, der bei der Lieferung fällig ist, wird bei Vertragsabschluss festgesetzt. Ein Forward Kontrakt muss Folgendes festlegen:

- Details zur Lieferung, wie zum Beispiel: Gesamtmenge, Menge pro Tag/Stunde, verbindlich/unverbindlich
- Lieferpreis oder die Formel zur Berechnung des Lieferpreises
- Lieferperiode und Lieferzeiten während dieser Periode
- Lieferort

Aber zwischen Forwards und Futures gibt es dennoch wesentliche Unterschiede.

1. Forwards sind im Gegensatz zu Futures Over-The-Counter Produkte. So müssen sie nicht standardisiert sein, und können konstruiert werden, wie es für die Geschäftspartner am praktischsten ist. Betrachtet man den Energiemarkt, ist diese Flexibilität der Grund dafür, dass die Forwards überhand genommen haben, und zur Zeit die liquiden und meistgenutzten Risikomanagement-Instrumente sind.
2. Forwards können
  - physisch oder finanziell abgewickelt werden
  - Jährlich, saisonal, vierteljährlich, monatlich, täglich, stündlich usw. sein
  - an jedem geografischen Ort definiert werden
3. Forwards werden im Gegensatz zu Futures nicht täglich abgewickelt. Das hat den Vorteil, dass sich der Vertragsinhaber nicht jeden Tag um den Zugang zu Kapital kümmern muss, um den Margenanforderungen zu genügen. Der Nachteil aber ist, dass wenn der Kontrakt schließlich

*in-the-money* ist, der Vertragsinhaber dem Kontrahentenrisiko ausgesetzt ist. [34]

### 2.2.3 Marktteilnehmer

Bei den Marktteilnehmern an den Rohstoffmärkten unterscheidet man zwischen:

- Hedger
- Investoren
- Arbitrageure

Als Hedger treten im Wesentlichen Konsumenten, Produzenten und Raffinerien auf. Sie möchten das momentane Preisniveau wegen einer zukünftigen erwarteten ungünstigen Preisentwicklung absichern. So verkauft ein Produzent jetzt seine zukünftige Produktion, wenn er von einem Risiko ausgeht, das bis zum Ende der Produktion eintreten kann. Die Lieferung und die Zahlung erfolgen aber erst bei Fälligkeit des Futures. Der Preis wird jedoch jetzt schon durch Angebot und Nachfrage an der Terminbörse festgelegt. Investoren sind die größte und wichtigste Gruppe am Terminmarkt. Sie machen ihn liquid und übernehmen das Risiko für die Hedger. Arbitrageure nutzen Preisanomalien zwischen Spotmärkten und Terminmärkten aus, und erzielen so risikolose Gewinne. [16]

## 2.3 Spot- und Forwardpreise

Nun werden wir die Spot- und Forwardpreise aus [10] definieren, und auf ihre Beziehung zueinander eingehen.

**Definition 2.3.1.** Der Spotpreis  $S(t)$  ist der Preis des Rohstoffes für sofortige Lieferung zur Zeit  $t$ .

**Definition 2.3.2.** Der Forwardpreis  $F(t, T)$  ist der Wert des Forwardkontraktes zur Zeit  $t$  mit Lieferung zur Zeit  $T > t$ .

Bei manchen Rohstoffen, wie Erdgas und Elektrizität, spricht man beim Lieferdatum nicht von einem richtigen Datum, sondern eher von einem Zeitraum, in dem die Lieferung stattfindet.

**Definition 2.3.3.** Der Forwardpreis  $F(t, T_1, T_2)$  ist der Wert des Forwardkontraktes zur Zeit  $t$  mit Lieferung im Zeitintervall  $[T_1, T_2]$ .

### 2.3.1 Spot-Forward Beziehung

Für diesen Abschnitt verweise ich auf [10],[12],[18].

Unter der No-Arbitrage Annahme erhält man für den Spotpreis  $S(t)$  und den Forwardpreis  $F(t, T)$  folgende Beziehung:

$$F(t, T) = S(t) \cdot e^{r(T-t)}$$

wobei  $r > 0$  die konstante Zinsrate ist. (Wird  $r$  als konstant angenommen, stimmen Forwardpreis und Futurepreis überein.) Dazu gibt es eine Konvergenzannahme, welche besagt, dass zur Fälligkeit der Spotpreis mit dem Forwardpreis übereinstimmt:

$$F(T, T) = S(T)$$

Man kann auch noch eine weitere Beziehung formulieren:

$$F(t, T) = \mathbb{E}_Q[S(T) | \mathcal{F}_t]$$

wobei die Filtration  $\mathcal{F}_t$  die ganze Information, die über den Markt zur Zeit  $t$  verfügbar ist, enthält, und  $Q$  das risikoneutrale Wahrscheinlichkeitsmaß ist. Das bedeutet, dass der Forwardpreis zur Zeit  $t$  ein unverzerrter Prädiktor des unbekannten künftigen Spotpreises ist. Gilt die Gleichheit nicht, so spricht man von einem nach oben oder nach unten verzerrten Schätzer. Ist er nach oben verzerrt, bedeutet das, dass die Risikoaversion der Marktteilnehmer so ist, dass die Käufer bereit sind mehr als den erwarteten Spotpreis zur Zeit  $t$  zu zahlen, um den Zugang zu dem Rohstoff zur Zeit  $T$  zu sichern. Ist er nach unten verzerrt, entspricht das  $F(t, T) < \mathbb{E}[S(T)]$ , und könnte die



Wahrnehmung eines Überangebots für diesen Horizont widerspiegeln.

Verfolgt man beim Kauf eines Rohstoffes die Buy-and-Hold Strategie, muss der Rohstoff transportiert und gelagert werden. So müssen wir die Beziehung zwischen Spot- und Forwardpreisen neu betrachten.

### Lagerfähige Rohstoffe

Bevor wir zur Beziehung von Spot- und Forwardpreisen kommen, müssen wir zunächst die sogenannte Convenience Yield definieren.

**Definition 2.3.4.** Die *Convenience Yield* ist die Differenz zwischen dem positiven Gewinn verbunden mit dem Rohstoff und den Kosten für die Lagerung. Der Wert kann positiv und negativ sein, abhängig von der Periode, dem Rohstoff und dem zugehörigen Lagerbestand.

Das führt nun zur bekannten Cost-of-Carry Beziehung, der Spot-Forward Beziehung für lagerfähige Rohstoffe

$$F(t, T) = S(t) \cdot e^{(r-\delta)(T-t)},$$

wobei nun  $\delta > 0$  die Convenience Yield ist, und  $r > 0$  wieder die konstante Zinsrate. Zerlegt man nun die Convenience Yield in  $\delta = \delta_1 - c$ , wobei  $\delta_1$  den Gewinn vom Besitz des physischen Rohstoffes modelliert und  $c$  die Lagerkosten sind, erhalten wir:

$$F(t, T) = S(t) \cdot e^{r(T-t)} e^{-\delta_1(T-t)} e^{c(T-t)}$$

$e^{r(T-t)}$  sind die Finanzierungskosten des Ankaufs,  $e^{c(T-t)}$  sind die Lagerkosten und  $e^{-\delta_1(T-t)}$  ist der reine Gewinn vom Besitz des physischen Rohstoffes. Kennt man  $S(t)$  und  $\delta$ , führt das zur ganzen Terminkurve. Ist  $r - \delta < 0$ , also  $r + c < \delta_1$ , was bedeutet, dass die Zinssätze und Lagerkosten niedrig und der Gewinn vom Besitz des physischen Rohstoffes hoch sind, dann ist die Terminkurve eine fallende Funktion der Fälligkeit und man erhält die Situation der Backwardation. Als Gegensatz dazu kann die Terminkurve auch Contango sein, nämlich wenn  $r + c > \delta_1$ . Hier ist die Terminkurve dann eine

wachsende Funktion der Fälligkeit.

Im nächsten Punkt werden wir die Terminkurve und ihre Formen genauer erläutern.

### 2.3.2 Die Terminkurve

Terminkurven haben eine große Bedeutung für Rohstoffmärkte. Sie geben Auskunft über die Sichten der Marktteilnehmer, voraussichtliche Preistrends und Erwartungen von Angebot und Nachfrage in der Zukunft. [34]

**Definition 2.3.5.** Die Terminkurve, geltend zur Zeit  $t$ , ist die Darstellung der Forwardpreise  $F(t, T)$  für alle gehandelten Fälligkeiten  $T = 1, 2, \dots, N$ .

#### Backwardation

Backwardation beschreibt eine abwärts verlaufende Terminkurve, also wenn der Forwardpreis niedriger als der Spotpreis ist. Dieser Zustand beginnt, wenn Cost-of-Carry die Differenz von Forward- und Spotpreis übersteigt.

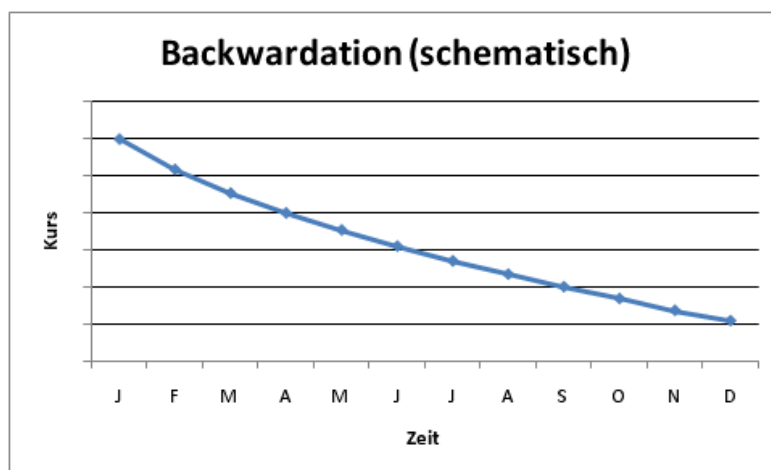


Abbildung 2.1: Backwardation [4]

Rohstoffmärkte sind bei niedrigen Lagerbeständen besonders anfällig für Angebotsverknappungen. Unerwartete erhöhte Nachfrage oder unerwartetes vermindertes Angebot können das Angebot & Nachfrage-Gleichgewicht

schnell kippen. Und da eine Unterbrechung der Lieferkette oder der Produktion für Marktteilnehmer kaum leistbar ist, sind sie gewillt für die sofortige Verfügbarkeit einen höheren Preis zu bezahlen. Somit steigt der Spotpreis schneller an als der Forwardpreis. [13]

### Contango

Contango beschreibt eine aufwärts verlaufende Terminkurve, was bedeutet, dass der Forwardpreis höher als der Spotpreis ist.

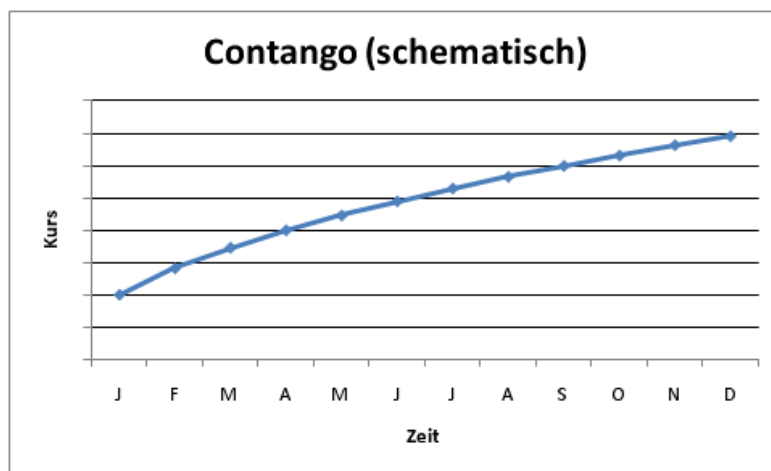


Abbildung 2.2: Contango [4]

Dieser Zustand kommt vor allem bei Rohstoffen vor, bei denen in Zukunft wegen wesentlicher, saisonaler oder situationsbedingter Faktoren eine Knappheit erwartet wird. Diese kann verschiedene Ursachen haben, wie eine Verschiebung des Angebot & Nachfrage-Gleichgewichts, höhere Lagerkosten für eine längere Lagerung oder die Kapitalkosten eines Produzenten. Und damit die Produzenten dennoch bereit sind langfristige Kontrakte einzugehen, erhalten sie dafür einen höheren Preis. [13]

# Kapitel 3

## Energiemärkte

Energiemärkte umfassen eine Reihe von Rohstoffen unterschiedlicher Art. Darum unterteilt man sie laut [34] am besten in drei Gruppen, zeitlich gegliedert nach der jeweiligen Marktöffnung:

- Brennstoffe: Öl, Gas, Kohle, und ihre Derivate und Nebenprodukte
- Elektrizität
- Wetter, Emissionen, Papier und Zellstoff, und Zwangsausfall Versicherung

Eine gemeinsame Eigenschaft der Märkte ist, dass sie alle unvollständig und illiquid sind. Dies resultiert aus der Existenz nichthedgebarer Risiken und der Tatsache, dass kleinste Transaktionen die Preise verändern könnten.

### 3.1 Energiederivate

In diesem Abschnitt verweise ich auf [34], falls nicht anders gekennzeichnet. Wie am Finanzmarkt gibt es auch am Energiemarkt eine Vielzahl an Derivaten, was auch aus der Diversität des zugrundeliegenden Rohstoffes hervorgeht.

Neben Futures, Forwards und Swaps sind Optionen oft verwendete Instrumente im Risikomanagement. Deshalb werde ich einige wichtige vorstellen. Zunächst wollen wir noch Calls und Puts in diesem Markt definieren.

**Definition 3.1.1.** Eine Call Option im Energiemarkt ist das Recht, aber nicht die Pflicht, Energie zu einem zuvor bestimmten Strike Preis zu kaufen.

**Definition 3.1.2.** Eine Put Option im Energiemarkt ist das Recht, aber nicht die Pflicht, Energie zu einem zuvor bestimmten Strike Preis zu verkaufen.

### 3.1.1 Spreads

Die Spreads sind wahrscheinlich das wichtigste und am häufigsten gehandelte Instrument im Energiebereich. Sie spielen eine Rolle bei der Bewertung von Kraftwerken, Raffinerien, Lagerräumen und Überlandleitungen.

Ein Spread ist die Preisdifferenz zweier Rohstoffe. Die wichtigste Klasse stellt der Intercommodity Spread dar.

#### Intercommodity Spread

Der Intercommodity Spread ist der Preisunterschied zwischen zwei verschiedenen verbundenen Rohstoffen.

Zumeist unterscheidet man zwischen verwendeten Brennstoffen, Erzeugnissen oder zwischen beidem.

**Crack Spread** Der Crack Spread ist die Differenz zwischen raffinierten Produkten und dem Preis des verwendeten Rohöls. Er wird an der NYMEX oder OTC gehandelt.

**Spark Spread** Der Spark Spread ist die Differenz zwischen dem Elektrizitätspreis und den Preisen der Primärbrennstoffe. Er wird OTC gehandelt.

**Heat Rate** Bei Heat Rate Spreads zählt man die British thermal units (Btu), die nötig sind um 1 kWh Elektrizität zu erzeugen.

Der Wärmeaufwandskoeffizient ist ein Maß für die Effizienz einer Erzeugungseinheit bei der Umwandlung vom Energiegehalt im Brennstoff (in Btu angegeben) in elektrische Energie (in kWh angegeben).

### **3.1.2 Swings**

Swing Optionen gehören zu den volumenbezogenen Optionen. Sie geben dem Halter das Recht, aber nicht die Pflicht, die Mengen, die sie innerhalb bestimmter Grenzen zu einem fixen Preis erhalten haben, zu variieren. Dieses Recht kann er so oft ausüben bis er die Anzahl der Tage erreicht hat, an denen er eine Lieferung erhalten hat.

Aufgrund der Flexibilität verwendet man sie vor allem in Erdgasmärkten und Strommärkten, um sich gegen die Risiken verbunden mit dem Spotpreis abzusichern.

### **3.1.3 Realoptionen**

Eine Realoption ist das Recht, aber nicht die Pflicht, Maßnahmen bezüglich eines realen Vermögenswerts oder Anlageobjekts zu ergreifen. [37]

#### **Kraftwerke**

Ein Kraftwerk wandelt Energieträger in Elektrizität um, so kann die Realoption als das Ausführen der Umwandlung aufgefasst werden. Der Betreiber kann jederzeit in Abhängigkeit der Marktsituation entscheiden, ob er das Kraftwerk abschaltet oder in Betrieb lässt. Betrachtet man fossile Kraftwerke, werden also nur Brennstoffe eingesetzt, so ist die Option zur Erzeugung von Elektrizität eine Spark Spread Option. [15]

Ein Kraftwerk mit einem Wasserreservoir hingegen kann man als Swing Option mit Verkaufsrechten auffassen. Dabei ist die Anzahl der Rechte vom Speichervolumen abhängig, und das Ausüben entspricht der Nutzung des Speichers. [29]

## **Raffinerien**

Eine Raffinerie verarbeitet Rohöl zu verschiedenen Ölprodukten. Wie bei Kraftwerken kann man sie als Spread Option auffassen. Doch ein wesentlicher Teil der Optionalität stammt von der Möglichkeit die Brennstoffzufuhr zu mischen, und dadurch verschiedene Erzeugnisse zu erhalten.

In den folgenden Kapiteln werden wir die Märkte für Öl, Gas, Kohle, Elektrizität, Wetter und Emissionen genauer betrachten.

## **3.2 Wettermarkt**

In diesem Abschnitt verweise ich auf [12],[14],[18],[31].

Der Wettermarkt entstand 1997 in den USA als Folge der Liberalisierung des Energiesektors und ist heute wichtiger Bestandteil der Rohstoffmärkte. Zunächst fand der Handel nur OTC statt bis die Chicago Mercantile Exchange Temperaturderivate in ihr Angebot aufnahm.

Man unterscheidet zwischen Primärmarkt und Sekundärmarkt. Auf dem Primärmarkt finden überwiegend die Transaktionen für das Hedgen von Wetterrisiken statt. Hier sind die Marktteilnehmer Endverbraucher wie Bauunternehmen und Energieversorger, da diese sich in ihren ursprünglichen Geschäften mit Wetterrisiken auseinandersetzen müssen. Der Sekundärmarkt dient den spekulativen Transaktionen. Deshalb bestehen die Marktteilnehmer hier aus Investoren, Händler und Tradinghäuser, die mit dem Handel mit Wetterderivaten Handels- und Arbitragegewinne machen möchten.

Der Wettermarkt teilt sich mit dem Energiemarkt wichtige Eigenschaften. Zum einen die Unvollständigkeit, da auch hier das Hedgen mit dem Basiswert nicht möglich ist. Zum anderen Preiseigenschaften wie die Saisonalität und Mean Reversion.

### **3.2.1 Wetterderivate**

Der Basiswert eines Wetterderivats besteht aus meteorologischen Daten wie Temperatur und Niederschlag. Diese haben Einfluss auf andere Rohstoffe wie

den Softcommodities und Strom. Bei den Softcommodities sind das Erntevolumen und die Produktion stark von Wettereinflüssen geprägt, bei Strom lassen kalte und warme Perioden die Preise in die Höhe schnellen. So erkennt man schnell die starke Verbindung zwischen Wetter- und Rohstoffmärkten und warum der Wettermarkt so eine wichtige Rolle spielt.

Daher dienen Wetterderivate hauptsächlich der Absicherung gegen Volumenisiken.

Die meisten Transaktionen beziehen sich auf die Temperatur, deshalb werde ich nur auf Temperaturderivate eingehen.

### **Temperaturderivate**

Bei den Temperaturderivaten gibt es drei wichtige Basisindizes:

- Heating-Degree-Days (HDD)
- Cooling Degree-Days (CDD)
- Cumulative-Average-Temperature (CAT)

**CDD** Ein CDD an einem Tag  $t$  ist die Differenz zwischen einer Durchschnittstemperatur und der Basistemperatur:

$$CDD(t) = \max(T(t) - c, 0)$$

$T(t)$  ist die Durchschnittstemperatur am Tag  $t$ , welche der Durchschnitt der maximalen und minimalen Temperatur des Tages  $t$  ist, und  $c$  ist die Basistemperatur (18 Grad Celsius).

Der CDD Index wird im Sommer verwendet, wo er ein Maß für die benötigte Menge an Air-Conditioning ist.

**HDD** Ein HDD misst die Differenz zur Basistemperatur:

$$HDD(t) = \max(c - T(t), 0)$$



$T(t)$  und  $c$  sind analog zu CDD.

Der HDD Index wird dann im Winter verwendet, wo er anzeigt wie viel Heizvolumen notwendig ist.

**CAT** Als Index kann auch die Durchschnittstemperatur über eine Periode  $[t_1, t_2]$  herangezogen werden:

$$CAT = \sum_{t=t_1}^{t_2} T(t)$$

Temperaturderivate unterscheidet man in Forwardbasierende und Optionsbasierende Derivate. Der Schwerpunkt hier liegt bei den Optionen. Mit den HDD Optionen sichert man sich gegen zu warme Winter ab, mit den CDD Optionen gegen zu kalte Sommer.

### 3.3 Elektrizitätsmarkt

Elektrizität kam in die Finanzwelt durch Deregulierung und Entflechtung vertikal integrierter Energieversorgungsunternehmen zu einer Menge offener wettbewerbsfähiger Märkte für Produktion und Einzelhandel, wobei das Stromnetz unter Kontrolle blieb. Dadurch entstanden auch neue Preisbildungsmechanismen basierend auf dem konstanten Gleichgewicht zwischen Angebot & Nachfrage. [10]

#### 3.3.1 Eigenschaften

Der Rohstoff Strom zeichnet sich durch einzigartige Merkmale aus:

- Er ist ein essentieller Rohstoff.
- Er ist bis auf Wasserkraft nicht lagerbar. Daraus folgt die Notwendigkeit des Gleichgewichts von Angebot und Nachfrage zu jeder Zeit.
- Er muss über ein Übertragungsnetz transportiert werden.

Die oben genannte Lagerunfähigkeit verursacht, dass die Cost-of-Carry Beziehung von Spot- und Forwardpreisen nicht mehr hält. Dies verursacht eine starke Saisonalität. Eine weitere typische und häufige Eigenschaft sind die sogenannten Spikes. Diese zeichnen sich dadurch aus, dass der Spotpreis plötzlich rasant ansteigt und dann gleich wieder auf ein mittleres Niveau abfällt. Das führt uns zur bekannten Mean Reversion - nach Schwankungen kehrt der Spotpreis nach einer gewissen Zeit zu einem saisonal variierendem mittleren Niveau zurück. Mögliche Ursachen von Spikes sind unerwartete Ausfälle von Kraftwerken oder starke Temperaturveränderungen.

Eine überraschende Eigenschaft, die Elektrizität mit keinem anderen Rohstoff teilt, ist die Tatsache, dass die Preise als Folge von einem Ungleichgewicht von Angebot und Nachfrage negativ sein können. [12][18]

## **Nachfrage**

Die Nachfragestruktur des Elektrizitätsmarktes ist preisunelastisch. Die Endverbraucher bekommen kurzfristige Preisänderungen nicht direkt zu spüren, somit ist die Reaktion bei der Nachfrage kaum bemerkbar. Die Nachfrage ist also unabhängig vom Marktpreis und kann mit dem Bedarf gleichgesetzt werden.

Der Bedarf weist Abhängigkeiten von Temperatur und Zeit auf. Betrachtet man die Jahreszeiten, so ergibt sich die höchste Nachfrage im Winter aufgrund des Heizungsbedarfs bei kalten Temperaturen, und an zweiter Stelle der Sommer, wo bei hohen Temperaturen gekühlt werden muss. Betrachtet man die Tageszeiten, so sind die Mittagsstunden Spitzenzeiten, und im Winter zusätzlich die frühen Abendstunden wegen der Dunkelheit. Das ist der Grund, warum auch bei Kontrakten zwischen Grundlast (Baseload), Spitzenlast (Peak) und geringer Last (Offpeak) unterschieden wird.

So entstehen insgesamt viele deterministische Faktoren, die auf den Preis wirken. [9][29]

## Angebot

Die Angebotsstruktur hingegen hat preiselastische Züge, und in gewissen Preisregionen kommt es zur sofortigen Reaktion auf Änderungen. Die Angebotsseite muss flexibel auf Schwankungen in der Nachfrage reagieren können und gleichzeitig die Grundlast bedienen können. Dies ist durch eine Mischung von Kraftwerken möglich. Dazu unterteilt man die Kraftwerke in

- Grundlast: zB. Nuklear, Wasser, Braunkohle
- Mittellast: zB. Steinkohle
- Spitzenlast: zB. Gas, Öl

Grundlast bedeutet, dass die Kraftwerke rund um die Uhr in Betrieb sind. Mittellast-Kraftwerke werden bei niedrigen Lasten abgeschaltet, und die Spitzenlast-Kraftwerke sind nur in Betrieb bei sehr hoher Last oder bei Spikes.

Diese Einteilung führt uns zum sogenannten Merit Order. Hier werden die verschiedenen Produktionsmethoden nach aufsteigenden Produktionskosten geordnet. So wird bei fehlender Produktionskapazität immer das nächst günstigere Kraftwerk zugeschaltet, und das so lange bis der Bedarf gedeckt ist.

Weiters ist die starke Abhängigkeit der Produktionskosten von den verwendeten Rohstoffen zu erwähnen. Denn obwohl Elektrizität zu einem wesentlichen Teil durch erneuerbare Energien erzeugt wird, ist die Hauptproduktion nach wie vor die Umwandlung fossiler Brennstoffe wie Kohle, Gas und Öl. Und damit sind auch die Gesamtkosten der Produktion im Grunde die Kosten der zur Produktion verwendeten Brennstoffe. Neben den Produktionskosten muss man auch die Kosten von  $CO_2$ -Zertifikaten miteinbeziehen. Diese werden wir später extra behandeln.

Die Abhängigkeit der Kosten von den Rohstoffen führt dazu, dass auch die Verfügbarkeit der jeweiligen Kraftwerke ein wesentlicher Faktor ist. Fällt ein Kraftwerk unerwartet aus oder gibt es eine Fehleinschätzung des Bedarfs, kommt es zu einem Ungleichgewicht am Markt und der Preis schnellst kurzfristig in die Höhe. [10][17][29]

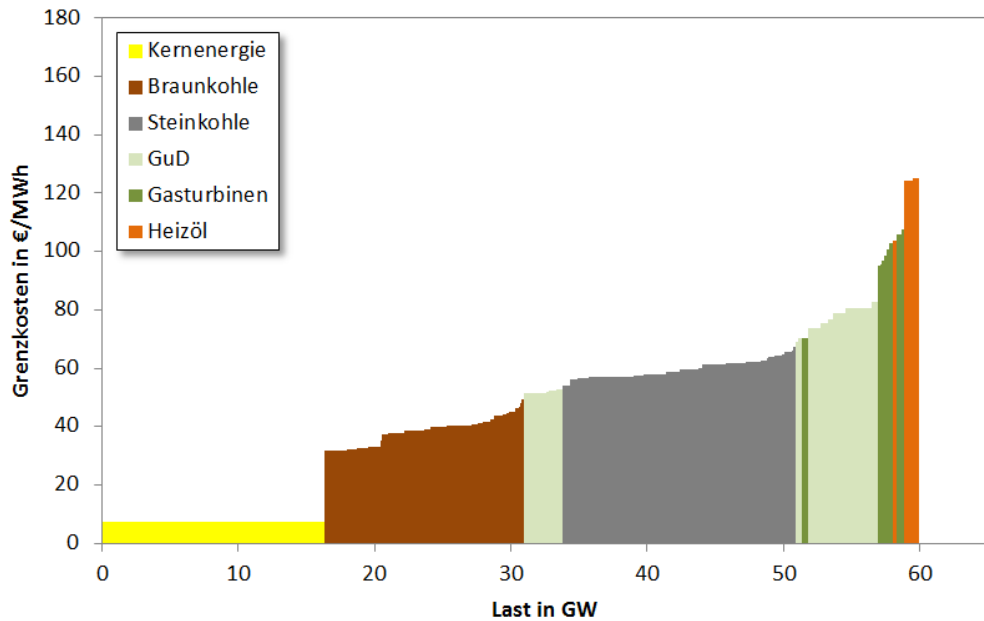


Abbildung 3.1: Merit Order [5]

### Spot-Forward Beziehung

Da Elektrizität nicht lagerfähig ist, funktioniert die Buy-and-Hold Strategie nicht mehr. Für die klassische Spot-Forward Beziehung gibt es keine Grundlage mehr und  $\mathbf{Q}$  kann nun irgendein äquivalentes Wahrscheinlichkeitsmaß sein.

Um eine neue Beziehung herzustellen, definiert man eine Risikoprämie als Differenz von Forwardpreis und dem erwarteten Spotpreis:

$$RP(t, T) = F(t, T) - \mathbb{E}[S(T) | \mathcal{F}_t]$$

Diese ist negativ, wenn der Markt in Backwardation ist, denn die Händler sind bereit eine Prämie zu zahlen um das Spotpreisrisiko loszuwerden.

Ist  $\mathbf{Q}$  ein risikoneutrales Wahrscheinlichkeitsmaß, dann misst die Prämie genau die Differenz zwischen der risikoneutralen und der realen Prognose. [18]

### 3.3.2 Marktstrukturen

Wie auch schon bei den Rohstoffmärkten erwähnt, unterscheidet man zwischen physischen und finanziellen Kontrakten. Bei den physischen Kontrakten ist der tatsächliche Konsum oder Produktion Teil der Verpflichtung.

Diese Märkte müssen durch einen unabhängigen Systemoperator (ISO) überwacht werden um das Gleichgewicht zu sichern. Die Dienstleistungen werden dann entweder durch einen stark zentralisierten Markt verwaltet, der von ISO kontrolliert wird, oder durch eine Reihe von bilateralen Märkten. Hier hat ISO nur noch eine begrenzte Funktion als alleiniger Käufer einiger Dienstleistungen. [18][34]

#### Cash Markt

Bei Cash Märkten unterscheidet man zwischen bilateralen Märkten und Pools.

**Pools** Ein Pool ermöglicht den Wettbewerb zwischen Erzeuger und die Kalkulation der durch die Käufer bezahlten Preise. Die Erzeuger geben für jede Stunde oder halbe Stunde des folgenden Tages ein Angebot für den Preis und die Menge ab. Der System Operator sammelt dann die Angebote und reiht sie nach dem Merit Order nach aufsteigenden Preisen. Das Resultat nennt man die Angebotskurve.

Weiters unterscheidet man zwei Arten:

- Nur die Anbieter geben Angebote ab und der System Operator berechnet die erwartete Nachfrage für jede Stunde des folgenden Tages. Der Schnitt mit der Angebotskurve ergibt dann den Angebotspreis des teuersten Erzeugers, der für die Deckung der erwarteten Nachfrage erforderlich ist. (System Marginal Price)
- Käufer und Verkäufer geben Angebote ab und der System Operator muss neben der Angebotskurve auch eine Nachfragekurve erstellen. Der Schnitt beider Kurven ergibt wieder den marginalen Preis.

Beispiele für Pools sind Nordic Power Exchange (Nord Pool) und New York Intrastate Access Settlement Pool (NYPOOL). [12][24]

**Bilaterale Märkte** Bei einem bilateralen Handel gehen der Verkäufer beziehungsweise Erzeuger und der Käufer einen bilateralen Kontrakt für den Verkauf von Strom ein, unabhängig von anderen Transaktionen am Markt. Beispiele für einen bilateralen Markt sind Electric Reliability Council of Texas (ERCOT) und East Central Area Reliability Council (ECAR). [24][34]

### **Beispiele für Cash Märkte**

**Day-ahead Markt** Hier werden auf einzelne Abwicklungsperioden bezogene Verträge im Stundentakt gehandelt. Der Markt schließt 24 Stunden vor der Lieferung. Dieser kurzfristige Markt ist der bedeutendste und wird mit dem Spotmarkt gleichgesetzt.

**Hour-ahead Markt** Hier werden Verträge gehandelt mit einer Lieferung in der nächsten Stunde.

**Real-time Markt** Der Real-time Markt dient zum Abgleich, er klärt Abweichungen von in den vorigen Märkten erfassten Tabellen. [34]

### **Terminmarkt**

Wie schon bei den Rohstoffen erwähnt, werden hier Kontrakte gehandelt für eine Stromlieferung in der Zukunft. In [34] wird zwischen folgenden Formen unterschieden:

- Bilateral
- Market Maker: Der Handel zentriert sich um den Market Maker. Dieser entsendet die Kauf- und Verkaufsangebote, kann einen Bestand halten und steht hinter jeder Transaktion.
- Börse

## 3.4 Gasmarkt

In diesem Abschnitt verweisen wir auf [12],[18],[21],[34],[35].

Gas gehört heute zu den am schnellsten wachsenden Energierohstoffen. Das kommt vor allem auch wegen der vielversprechenden Gasreserven und der vermehrten Verwendung in der Stromerzeugung. Letzteres wird jetzt besonders durch die Emissionsabgaben bedeutsam, da Gas durch einen niedrigen Carbonwert ausgezeichnet ist.

### 3.4.1 Marktstrukturen

Der globale Gasmarkt zerfällt in regionale Märkte, welche bei sogenannten Hubs lokalisiert sind. Die Hubs sind Verbindungsstellen und Zielpunkte des Transportsystems, und Orte, wo zum Beispiel Lagermöglichkeiten bestehen oder Käufer und Verkäufer zentriert sind. Zwei wichtige Hubs sind Henry Hub in USA und National Balancing Point (NBP) in UK, wobei letzterer einen virtuellen Hub darstellt.

Die Teilnehmer am Gasmarkt sind:

- Gasproduzenten
- Pipeline-Firmen
- Lokale Lieferfirmen
- Konsumenten
- Vermarkter

Erdgas wird in physischen Kontrakten am Spotmarkt oder in Langzeit-Kontrakten gehandelt, wobei der Großteil des Handels OTC erfolgt. Die Transaktionen am physischen Markt erfolgen täglich, oder monatlich in der sogenannten Bid-Week, welche die letzte Woche vor dem Vertragsmonat ist. Dieser monatliche Markt liefert den Index Preis für die Transaktionen, welcher den Durchschnittspreis der monatlich getätigten Transaktionen darstellt. Der Index für einen bestimmten Lieferort bzw. Hub wird am ersten

Tag des Monats veröffentlicht.

Die Verträge werden für zwei verschiedene Dienstleistungen geschlossen:

- Lieferung und Empfang von Erdgas an einem bestimmten Ort
- Transport von Erdgas zwischen zwei Orten

### **Lieferung**

Hier gibt es drei gängige Transaktionen:

- Baseload Firm: Der liefernde Vertragspartner muss zu gewissen Bedingungen den Vertrag erfüllen, sonst kommt es zu einer Strafe.
- Baseload Interruptible: Die Lieferung kann zu eventuell bestimmten Bedingungen unterbrochen werden.
- Swing: Das Liefervolumen kann nach Wahl des Käufers verändert werden.

### **Transport**

Hier gibt es zwei Kategorien für Transportdienste:

- Firm Transportation Services (FTS)
- Interruptible Transportation Contract: Bei so einem Kontrakt hat eine Pipeline die Option auf eine kurzfristige Unterbrechung ohne Strafe.

### **3.4.2 Eigenschaften**

Der Erdgaspreis wird zu verschiedenen Stufen der Lieferkette gemessen, so besteht der Preis am Markt aus drei Komponenten:

- Die Kosten des Erdgases selbst
- Die Transportkosten für lange Distanzen



- Die lokalen Verteilungskosten

Außerdem spiegelt sich zumeist auch der Wettkampf mit alternativen Energiequellen in den Gaspreisen. So werden auf Landesebene die Gaspreise über den Preis von importiertem Rohöl und der Inflation definiert, und in einem bestimmten Marktbereich werden Ölprodukte, die in der Produktion verwendet werden, zu Indizierungsparameter für die Gaspreise.

## **Nachfrage**

Gas findet Verwendung in Haushalten, im Handel, in der Industrie und bei der Stromerzeugung. Der Verbrauch im industriellen Sektor erweist sich als stabil über die Zeit, die anderen Bereiche jedoch sind sehr saisonal. Grund dafür ist der starke Einfluss von Wetter auf die kurzfristige Nachfrage. In kalten Monaten steigt die Nachfrage bei Haushalten und im Handel wegen Heizungsbedarf, wohingegen im Sommer weniger Nachfrage besteht, außer bei heißen Temperaturen, wo vermehrt Klimaanlage verwendet werden. In solchen Monaten kann es dann schnell zu Spikes kommen.

Aufgrund der starken Saisonalität spielen die Gasreserven eine wichtige Rolle, um das Gleichgewicht von Angebot und Nachfrage halten zu können. Die Information über eine Änderung der Vorratsmenge und gegebenenfalls unerwartete Wetteränderungen können Preisneuerungen und eine Unsicherheit bezüglich zukünftiger Lieferbedingungen verursachen.

## **Angebot**

Das Wetter spielt auch auf der Angebotsseite eine Rolle, da verschiedene Bedingungen einen Produktionsstop verursachen können. Solche Ausfälle oder Unterbrechungen können wiederum Spikes verursachen. Betrachtet man die zukünftigen Preise, erklärt sich der Einfluss von Wetter durch die Produktion und Verteilung von Gas. Die Produktion ist auf kurze Sicht preisunelastisch, und eine hohe Auslastungsrate der Pipelines kann aufgrund einer beschränkten Lieferbarkeit dazu führen, dass das Gas nicht in den gewünschten Markt kommt. So kann ein Wetterereignis zu einem unerwarteten Anstieg

oder Rückgang des Vorratsstandes führen, und folglich die zukünftigen Preislevel anheben oder senken.

Die Produktion von Gas ist im Gegensatz zum Verbrauch nicht saisonal. Deshalb werden Reserven in schwachen Perioden für die starken Perioden aufgebaut, und das führt zu höheren Preisen im Winter und geringeren im Sommer.

## 3.5 Ölmarkt

Der Ölmarkt ist der größte Rohstoffmarkt und der bekannteste Energiemarkt. Die zunehmende Bedeutung erlangte Rohöl in der zweiten Hälfte des 19. Jahrhunderts als Primärenergiequelle und als Rohmaterial für chemische Produkte, was auch durch die hohe Energiedichte und Einfachheit bezüglich Lagerung und Transport begünstigt wurde.

Rohöl ist auch noch heute überwiegende Energiequelle im Transportbereich und wird oft als Richtwert für Energiepreise herangezogen. [28]

### 3.5.1 Marktstrukturen

Ein Großteil des Ölhandels erfolgt OTC oder am Futuresmarkt und nicht am physischen Markt. Da der Futuresmarkt sehr liquid und transparent ist, ist er der Spotpreisführer. Der physische Rohölmarkt ist global, sehr liquid und volatil.

Am physischen Markt unterscheidet man Öl in verschiedene Qualitäten und der Transportart, und raffinierte Produkte. Am internationalen Markt wird Öl fast nur in Schiffen transportiert, daher bildet die Frachtgröße die Basiseinheit für den physischen Handel. Das Öl kann dann auf See oder am Entladungsort gehandelt werden, wodurch verschiedene Preise entstehen. Ebenso möglich ist der Handel mit Pipelines, was vor allem in den USA vorkommt. Zu den raffinierten Produkten gehören:

- Flüssiges Propangas
- Gasolin und Naphtha

- Gasöl und Diesel
- Brennöl

Aufgrund der Vielfalt von Rohöl, wurden Richtwerte für die Qualität eingeführt. Ein Richtwert ist ein standard Rohöl, mit dem andere Qualitätsgrade verglichen werden und Preise festgesetzt werden. Die Wichtigsten sind:

- West Texas Intermediate (WTI): Richtwert für leichtes Öl mit geringem Sulfurgehalt („sweet and light“), der wichtigste im US Markt.
- Brent: Richtwert für noch leichteres und „süßeres“ Öl als bei WTI, hauptsächlich für Nordseeöl.
- Dubai: Richtwert für Öl mit höherem Sulfurgehalt („sauer“) im mittleren und fernen Osten.
- Argus Sour Crude Index (ASCI): Preis für mittel saures Rohöl in der US Golfküste.

Der in Kontrakten verwendete Richtwert ist üblicherweise ein Spotpreisindex für die physische Lieferung und wird durch eine Berichtstelle für Ölpreise veröffentlicht. Die oben erwähnten Richtwerte dienen auch als Basiswert für Ölderivate.

Die wichtigsten Terminmärkte sind NYMEX für WTI Kontrakte und InterContinental Exchange (ICE) für Brent Kontrakte. Beide Kontrakte sind monatliche Futureskontrakte und in USD/Barrel angeführt. [6][12][28]

Die Teilnehmer am Ölmarkt sind laut [6]:

- Nationale Ölkonzerne
- Internationale Öl-Riesen
- Unabhängige internationale Ölhandelsfirmen
- Financial Houses und nicht-industrielle Spekulanten

### 3.5.2 Eigenschaften

Die Rohölpreise erlebten in den letzten Jahren einen starken Anstieg. Die Preisdynamiken weisen die verstärkten Merkmale der Energiemärkte auf, nämlich starke Volatilität, sehr starke Sprünge, Mean Reversion und teilweise Saisonalität, sowie einen starken Aufwärtstrend. Dies weist daraufhin, dass sich die Ölmärkte konstant im Ungleichgewicht befanden. Zudem waren sie sehr empfindlich gegenüber kleiner Schocks und Neuigkeiten, was durch eine große Unsicherheit bezüglich erwarteter Preisentwicklungen verstärkt wurde. Vor allem bei steigendem Preisdruck kommt es bei der Volatilität zur Clusterbildung. Diese starke Volatilität steigert das Interesse der Spekulanten an Terminkontrakten, was aber letztendlich wieder die Volatilität erhöht und die Clusterbildung verstärkt.

Die Volatilität hat Auswirkungen auf das Preislevel und auf die Lagerbestände. Bei einem volatilen Markt werden Raffineriegesellschaften und Verbraucher ein größeres angestrebtes Bestandsniveau haben, was kurzfristig die Preise erhöht. Ebenso steigt der Wert einer Call Option eines Produzenten auf die Ölgewinnung aus der Erde. Dies kann schließlich zu einem verringerten Angebot führen, da die Opportunitätskosten der laufenden Produktion steigen. Eine stärkere Nachfrage nach Vorräten und das verminderte Angebot treiben dann die Preise in die Höhe. Da Öl ein handelbarer Rohstoff ist, folgt der Preis den entsprechenden Entwicklungen von Angebot und Nachfrage. Aber Öl ist nicht vergleichbar mit den anderen erschöpfbaren Rohstoffen aufgrund der oligopolistischen Struktur des Marktes. Das bedeutet, dass es nur wenige Anbieter gibt aber viele Konsumenten. Dies führt dazu, dass der Preis nicht nur auf Angebot und Nachfrage reagiert, und der Markt durch OPEC (Organization of the Petroleum Exporting Countries) dominiert wird. Nun werde ich auf die preistreibenden Faktoren eingehen, wobei über Langzeit-Faktoren viel mehr bekannt ist als über die kurzzeitigen. Auf lange Sicht wird der Ölpreis durch vier große Entwicklungen beeinflusst werden - das weltweite Wirtschaftswachstum, dem nachfrageseitigen technischen Fortschritt und Effizienzsteigerungen, neue alternative Energiequellen und den sich ändernden Produktionskosten. Die kurzzeitige Dynamik wird vor allem durch Angebot

und Nachfrage Schocks und dem konstanten Fluss von Neuigkeiten und mit der damit verbundenen Unsicherheit gelenkt. Durch die geringe Elastizität des kurzzeitigen Angebots und auch der Nachfrage ist die Wirkung dieser Schocks noch stärker. [8][19][22][27]

## **Nachfrage**

Öl wird auch in Zukunft ein wichtiger Bestandteil bei der Deckung des Energiebedarfs sein, auch wenn alternative Energiequellen immer mehr in den Vordergrund rücken. Besonders die Nicht-OECD Länder haben einen großen Anteil am Ölverbrauch. Der Pro-Kopf Ölbedarf wächst in den Schwellenländern mit der Wirtschaft in der gleichen Geschwindigkeit mit, solange sich Faktoren wie der Preis und der technische Fortschritt nicht ändern.

Extreme Preiserhöhungen treiben den technischen Fortschritt oder das Ausweichen auf alternative Energiequellen voran, was sich wiederum auf die Nachfrage auswirkt. So werden Flugzeuge und Fahrzeuge immer kraftstoffeffizienter gebaut, Autos können mit Strom oder Gas angetrieben werden oder Betriebe verwenden für die Dieselkraftstoffproduktion günstigeres Erdgas.

Wie bereits erwähnt ist die kurzzeitige Nachfrage verhältnismäßig preisinelastisch, die langzeitige aber wird als wesentlich elastischer geschätzt. Die Preisinelastizität hat verschiedene Gründe. Beim Ölkonsum ist keine rasche Veränderung möglich, da bereits existierende Transportmittel und Anlagen, die Öl verwenden, den Konsum nicht einfach einstellen oder umstellen können. Ebenso reagiert in den OECD Ländern der Verbrauch weniger auf Preisänderungen, da der Anteil der Ausgaben für Energie in Relation zum Gesamteinkommen relativ gering ist. Und in den Entwicklungsländern wird ein Großteil der Nachfrage von einer kontinuierlichen Steigerung des Einkommens und Industrialisierung gelenkt. Außerdem wird der Nachfrageeffekt von Veränderungen des Rohölpreises oft durch staatliche Zuschüsse oder Steuern kompensiert.

Da der Ölpreis in US-Dollar angegeben wird, spielen auch der Wechselkurs und Zinssatz eine Rolle. So kann eine Wertminderung des Dollars zu einem Anstieg des Ölpreises führen. Schwankungen des Zinssatzes beeinflus-

sen den zukünftigen Wert von Öl bezüglich dem aktuellen Wert, und das kann die Produktion, den Verbrauch und Entscheidungen bezüglich der Lagerung verändern.

Am Ölmarkt wird ein möglicher Einfluss auf den Preis auch den Spekulanten zugeschoben, auch wenn dies schwer zu beurteilen ist. Die Spekulanten sind Investoren, die Ölfutures mit Absicht auf Gewinn bei einem Anstieg oder Fall des Preises handeln. Der Anteil an Positionen, die von Spekulanten gehalten wird, ist verhältnismäßig gering, jedoch können ihre Nettopositionen maßgeblich sein und plötzliche Veränderungen können zeitweise den Preis beeinflussen.

Der größte Ölpreistreiber ist der Transportsektor, der immerhin die Hälfte des Bedarfs ausmacht. Weitere wichtige Treiber sind die Industrie und die Stromerzeugung. [8][22]

## **Angebot**

OPEC kontrolliert über 40 Prozent der weltweiten Ölproduktion und besitzt über 70 Prozent der Ölreserven. Darum spielt das Kartell auch eine wesentliche Rolle bei der Preisbildung durch Regulierung des Angebots. Die verfügbaren Reserven und die freien Produktionskapazitäten befinden sich hauptsächlich in den OPEC Ländern im mittleren Osten. Jede Entscheidung über die Änderung von Produktionsquoten kann den Rohölpreis entsprechend ändern. Entsteht durch das Verhalten von OPEC eine größere Unsicherheit bezüglich langfristigen Preisentwicklungen, kann das der Entstehung von neuem Nicht-OPEC Angebot und dem Investieren in energiesparende Technologie entgegenwirken. So kann eine gewisse Volatilität der mangelnden Transparenz zugeschrieben werden, welche dem Markt neue Information über das weltweite Angebot vorenthält. Daher können Neuigkeiten von OPEC starke Preisbewegungen verursachen, was die Volatilität verstärkt und die Unsicherheit über langfristige Preisentwicklungen wachsen lässt. Die Produzenten außerhalb der Hauptexportländer gelten als wettbewerbsfähige „Price Taker“. Treibende Entwicklungen für das Angebot in Nicht-OPEC Ländern sind die Erschöpfung leicht zu gewinnender Reserven und die Opti-

mierung von Explorations- und Produktionsverfahren.

Auch wenn es für den weltweiten Bedarf an Öl ausreichendes Angebot gibt, kann es dennoch zu Engpässen in der Verteilung kommen. Oft können Regionen nicht die Quantität von Öl liefern, die benötigt wird. [8][22][27]

## 3.6 Emissionsmarkt

In diesem Kapitel werde ich nur auf die CO<sub>2</sub>-Emissionsrechte des EU Emissionshandelssystems (EU-ETS) eingehen.

Mit dem Kyoto Protokoll hat sich die Europäische Union verpflichtet den Treibhausgasausstoß zu reduzieren. So startete Anfang 2005 das EU-Emissionshandelssystem, das heute der größte Binnenmarkt für CO<sub>2</sub>-Emissionsrechte weltweit ist.

Das Programm wird laut [36] in drei Phasen unterteilt:

- Phase I: 2005-2007
- Phase II: 2008-2012
- Phase III: 2013-2020

Die wichtigsten Teilnehmer am Markt sind die umweltverschmutzende Industrie und Investoren. Gemäß den Systemvorschriften haben die emissionsstarken Unternehmen, die hauptsächlich aus Stromerzeugern bestehen, das Recht jährlich eine bestimmte Menge CO<sub>2</sub> auszustoßen. Diese Menge wird mit den Emissionsrechten (EUA) festgesetzt. Ein Emissionsrecht gibt einem das Recht jährlich eine Tonne CO<sub>2</sub> zu emittieren. Die betroffenen Unternehmen können ihre Rechte verbrauchen, oder aber auch die Emissionen reduzieren und die dadurch übrig gebliebenen Rechte am Markt verkaufen. [20] [33]

Seit Phase II ist außerdem das sogenannte Banking erlaubt, das bedeutet, dass das Emissionsrecht in die nächste Phase gültig übertragen werden kann. Zusätzlich ist das Ausleihen innerhalb einer Phase erlaubt, man kann also Rechte eines zukünftigen Jahres für das laufende Jahr verwenden. Weiters gibt es Sanktionen, falls die vorgegebene CO<sub>2</sub> Menge überschritten wird und es dafür nicht ausreichend Emissionsrechte gibt. [26]

### **3.6.1 Marktstrukturen**

Im EU-Emissionshandelssystem ist der Handel in Spotkontrakten, Terminkontrakten und Optionen auf Futures möglich. Zu Beginn, also in Phase I, war der Großteil der Transaktionen OTC, und der Rest erfolgte über European Climate Exchange, Powernext, Nord Pool, European Energy Exchange, Energy Exchange Austria und Climex Alliance. In Phase II verhalf die Finanzkrise dann den börslichen Transaktionen zu einem Anstieg. [11]

### **3.6.2 Preiseigenschaften, Angebot und Nachfrage**

Im CO<sub>2</sub>-Emissionsmarkt kann man die preistreibenden Faktoren in zwei Kategorien unterteilen. Zum einen die Faktoren, welche aus politischen und regulatorischen Entscheidungen hervorgehen. Und zum anderen die wesentlichen Faktoren, welche die Entstehung von CO<sub>2</sub> und dadurch Angebot und Nachfrage von Emissionsrechten betreffen.

Das Angebot von Emissionsrechten wird überwiegend von der ersten Kategorie beeinflusst. Politische Entscheidungen und Regelungen betreffen die verfügbare Gesamtmenge von Rechten, die Vergabe und Versteigerung von Rechten, die Strafe für Nichterfüllung und die Verbindung zu anderen Emissionsmärkten. Auch Entscheidungen bezüglich dem Banking und Ausleihen von Emissionsrechten wirkt sich auf das Angebot aus, denn das Banking beschränkt das Angebot in einer Phase und treibt den Preis in der nächsten Phase nach oben. Das Ausleihen hingegen hat die umgekehrte Wirkung. Als Folge von Veränderungen dieser Regelungen treten plötzliche Sprünge, Spikes und eine zeitweise starke Volatilität in den Spotpreisen auf. Bei den Entscheidungen bezüglich dem Angebot wird aber eher ein langfristiger Einfluss angenommen. So sollen die Emissionspreise das Verhalten der Mean Reversion zeigen, also werden sie sich immer um ein mittleres Preisniveau stabilisieren.

Die zweite Kategorie der Faktoren hat Einfluss auf die Menge des CO<sub>2</sub> Ausstoßes und den CO<sub>2</sub> Vermeidungskosten. Auch hier zeigt sich zeitweise ein bestimmtes Preisverhalten bedingt durch Abweichungen in den Produktionsniveaus. Die Menge des CO<sub>2</sub> Ausstoßes ist von mehreren Faktoren abhän-



gig: Wetter, Wirtschaftswachstum und Brennstoffpreise. Die Nachfrage wird hauptsächlich von den Business-as-usual CO<sub>2</sub> Emissionen (BAU), Emissionen ohne der Existenz vom EU Emissionshandelssystem, und den Grenzvermeidungskosten bestimmt. Die BAU CO<sub>2</sub> Emissionen bestimmen das Ausmaß des Mangels an Emissionsrechten am Markt. Besteht kein Mangel, dann fällt der Preis stark nach unten. Ansonsten wird die kurzfristige Energienachfrage und damit die tägliche EUA Nachfrage durch Wirtschaftstätigkeit, Wetteränderungen und dem Brennstoffwechsel in Kraftwerken bestimmt.

Die Wirtschaftstätigkeit steht im direkten Zusammenhang mit den Emissionen und der Nachfrage. Nimmt die Tätigkeit ab, wird die Produktion gesenkt und damit wird weniger CO<sub>2</sub> ausgestoßen. Folglich sinkt auch die Nachfrage und die EUA Preise fallen. Steigt umgekehrt die Tätigkeit, sollten die Preise damit ansteigen.

Der Brennstoffwechsel in Kraftwerken, veranlasst durch den Merit Order, ist die wichtigste Option zur Vermeidung von CO<sub>2</sub> auf kurze Sicht. Da der Strom- und Wärmesektor im EU Emissionshandelssystem überwiegt, nimmt die Vermeidung von CO<sub>2</sub> durch Brennstoffwechsel einen großen Stellenwert ein. In Europa wird der Brennstoffwechsel voraussichtlich fast nur zwischen Erdgas und Kohle stattfinden. Die CO<sub>2</sub> Emissionskosten sollen zu einem Wechsel bewegen, solange die impliziten Vermeidungskosten nicht den EUA Preis übersteigen. (Die impliziten Vermeidungskosten sind das Verhältnis von der Differenz der Brennstoffkosten zu der Differenz der CO<sub>2</sub> Emissionen der jeweiligen Brennstoffe.) Steigt also der Preis von Erdgas, steigen Stromerzeuger auf Kohle um, was aber zu höheren CO<sub>2</sub> Emissionen führt. Folglich steigt die EUA Nachfrage und damit der Preis.

Wetterveränderungen haben Einfluss auf die Energienachfrage und auf kohlenstofffreie erneuerbare Energien. Die Auswirkungen von Temperatur auf die Energienachfrage wurde schon in den anderen Märkten erwähnt. Die Auswirkung auf den EUA Preis ergibt sich dann durch die steigende EUA Nachfrage, die aus dem erhöhten Energiebedarf folgt. Wind, Niederschlag und Sonneneinstrahlung beeinflussen die kohlenstofffreie Stromerzeugung durch Wasserkraft, Windenergie und Solarenergie. Betrachtet man als Beispiel Wasserkraft, so bewirkt ein geringerer Niederschlag eine erhöhte EUA Nach-

frage. Wasserkraft hat geringere Grenzkosten und wird deshalb meistens zur Deckung der Grundlast eingesetzt. Sind aber die Niederschläge gering, schrumpft auch der Wasserspeicher und es kann dadurch weniger kohlenstofffreie Wasserkraft erzeugt werden und so steigt wieder die EUA Nachfrage.

An der Preisdynamik erkennt man also wieder die Verbindung zu den Energierohstoffen. [23][26][32][33]

# Kapitel 4

## Bewertungsmethoden für Energiederivate

In diesem Kapitel werden zwei Modelle zur Bewertung von Realloptionen aus der Arbeit von Zhou [37] vorgestellt. Das erste Modell liefert eine zeitstetige Optimal Stopping Formulierung für die Bewertung eines Kraftwerks mit operativen Einschränkungen. Das zweite Modell behandelt die Bewertung eines Erdgasspeichers unter Verwendung der Gauß-Legendre-Quadratur.

### 4.1 Zeitstetige Optimal Stopping Formulierung für die Bewertung eines Kraftwerks

Dieses Modell basiert auf Realloptionen um die eingebettete operative Flexibilität zu berücksichtigen. Die Operationen unterliegen Schwellenwertstrategien, und es werden zwei bedeutende operative Einschränkungen in das Modell integriert, nämlich die Hochfahr- und Abschaltkosten. Weiters wird der stochastische Sparksread zwischen Elektrizität und Brennstoffpreisen direkt mit einem zeitstetigen Ornstein-Uhlenbeck Prozess modelliert, da er die Mean Reversion der Rohstoffspreads erfasst.

### 4.1.1 Modellrahmen

Zunächst sei  $\Omega$  der Raum aller stetigen Funktionen  $\omega : [0, \infty] \rightarrow \mathbb{R}$ . Für  $t \geq 0$  sei  $X_t : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$  die Koordinatenabbildung  $X_t(\omega) = \omega(t)$ . Dann ist  $X = (X_t, t \geq 0)$  der kanonische Prozess auf  $\Omega$ .  $\mathcal{F} = \sigma(X_t, t \geq 0)$  ist die kleinste  $\sigma$ -Algebra sodass  $X_t$   $\mathcal{F}$ -messbar für jedes  $t \geq 0$  ist, und sei weiters  $\mathcal{F}_t = \sigma(X_s, 0 \leq s \leq t)$  für  $t \geq 0$ . Bezüglich adaptierter Prozesse und Stoppzeiten ist die zugrundeliegende Filtration  $\{\mathcal{F}_t, t \geq 0\}$ . Der Sparksreadprozess folgt

$$dX_t = \kappa(\theta - X_t)dt + \sigma dW_t \quad (4.1)$$

mit  $X_0 = x$ ,  $\kappa$  ist der Mean Reversion Koeffizient,  $\theta$  ist der risikoadjustierte Langzeit-Mittelwert,  $\sigma$  ist die momentane Volatilität und  $W$  ist die Standard Brownsche Bewegung. Die Parameter werden der Einfachheit halber als konstant angenommen.

Das Bewertungsproblem wird im unendlichen Zeithorizont betrachtet, und die Operationsstrategie wird auf Schwellenwertstrategien  $\{(L, U)\}$  eingeschränkt. Weiters werden Hochlaufzeiten und Auslaufzeiten ausgeschlossen. Das bedeutet, dass das Kraftwerk sofort eingeschaltet wird, wenn der Sparkspread die Obergrenze  $U$  erreicht und  $q$  Megawatt Strom erzeugt wird, wobei  $q$  eine Konstante zwischen der minimalen und maximalen Produktionskapazitäten ist. Und das Kraftwerk wird ausgeschaltet, wenn eine Untergrenze  $L$  erreicht wird. Ist der Spread bei  $t = 0$  höher oder gleich  $U$ , wird das Kraftwerk sofort eingeschaltet. Jedes Mal wenn das Kraftwerk ein- oder ausgeschaltet wird, entstehen Hochlaufkosten  $C^u$  oder Abschaltkosten  $C^d$ . In diesem Modell werden sie als nicht Null angenommen und als allgemeine Funktionen von  $(L, U)$  betrachtet. Um nun die optimale Operationsstrategie  $(L, U)$  zu erhalten, muss ein Optimierungsproblem der Maximierung des erwarteten Wertes des diskontierten Cash Flows über die Laufzeit unter verschiedener Schwellenwertstrategien  $(L, U)$  gelöst werden.

Nun definiert man:

- Das erste Mal, wenn der Spread  $U$  erreicht:

$$\tau_1 = \begin{cases} \inf \{t \geq 0 : X_t = U\} : U > x \\ 0 : U \leq x \end{cases}$$

- Das erste Mal, wenn der Spread  $L$  nach  $\tau_1$  erreicht:  
 $\zeta_1 = \inf \{t \geq \tau_1 : X_t = L\}$
- Das erste Mal, wenn der Spread  $U$  nach  $\zeta_{n-1}$  erreicht:  
 $\tau_n = \inf \{t \geq \zeta_{n-1} : X_t = U\}$
- Das erste Mal, wenn der Spread  $L$  nach  $\tau_n$  erreicht:  
 $\zeta_n = \inf \{t \geq \tau_n : X_t = L\}$  für  $n = 2, 3, \dots$

Dann ist die zeitstetige Optimal Stopping Formulierung für den Wert des Kraftwerks

$$\max_{L \leq U} V(x, L, U) = \mathbb{E}_x \left[ \sum_{n=1}^{\infty} q \int_{\tau_n}^{\zeta_n} e^{-rt} X_t dt - C^u \sum_{n=1}^{\infty} e^{-r\tau_n} - C^d \sum_{n=1}^{\infty} e^{-r\zeta_n} \right] \quad (4.2)$$

### 4.1.2 Bewertung

Um das Problem (4.2) zu lösen, wird zuerst ein Martingal konstruiert:

$$\begin{aligned} Y_t &= \int_0^t e^{-rs} X_s ds - \int_0^t e^{-rs} \mathbb{E}[X_s] ds \\ &= \int_0^t e^{-rs} X_s ds + \frac{x - \theta}{r + \kappa} (1 - \mathbb{E}_x[e^{-(r+\kappa)t}]) + \frac{\theta}{r} (1 - \mathbb{E}_x[e^{-rt}]) \end{aligned}$$

Mit dem Optional Sampling Theorem für eine Stoppzeit  $\tau$  und  $m=1, 2, \dots$

$$\mathbb{E}_x[Y_{\tau \wedge m}] = \mathbb{E}_x[Y_0]$$

hat man

$$\mathbb{E}_x \left[ \int_{\tau_n \wedge m}^{\zeta_n \wedge m} e^{-rt} X_t dt \right] = \mathbb{E}_x \left[ \int_0^{\zeta_n \wedge m} e^{-rt} X_t dt \right] - \mathbb{E}_x \left[ \int_0^{\tau_n \wedge m} e^{-rt} X_t dt \right]$$

$$\lim_{m \rightarrow \infty} \mathbb{E}_x \left[ \int_0^{\tau \wedge m} e^{-rt} X_t dt \right] = \mathbb{E}_x \left[ \lim_{m \rightarrow \infty} \int_0^{\tau \wedge m} e^{-rt} X_t dt \right] = \mathbb{E}_x \left[ \int_0^{\tau} e^{-rt} X_t dt \right]$$

$$\mathbb{E}_x \left[ \sum_{n=1}^{\infty} q \int_{\tau_n}^{\zeta_n} e^{-rt} X_t dt \right] = q \mathbb{E}_x \left[ \sum_{n=1}^{\infty} \int_{\tau_n}^{\zeta_n} e^{-rt} X_t dt \right] = q \sum_{n=1}^{\infty} \mathbb{E}_x \left[ \int_{\tau_n}^{\zeta_n} e^{-rt} X_t dt \right]$$

Damit ist der diskontierte erwartete Wert (4.2)

$$\begin{aligned} V(x, L, U) = & \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{q(x - \theta)}{r + \kappa} \mathbb{E}_x [e^{-(r+\kappa)\tau_n}] - \frac{q(x - \theta)}{r + \kappa} \mathbb{E}_x [e^{-(r+\kappa)\zeta_n}] \right. \\ & \left. - \left( C^u - \frac{q\theta}{r} \right) \mathbb{E}_x [e^{-r\tau_n}] - \left( C^d + \frac{q\theta}{r} \right) \mathbb{E}_x [e^{-r\zeta_n}] \right) \end{aligned} \quad (4.3)$$

Ist  $U \leq x$ , wird das Kraftwerk zur Zeit  $t = 0$  hochgefahren, also  $\tau_1 = 0$ .

**Proposition 4.1.1.** *Folgt der Sparksread einem Ornstein-Uhlenbeck Prozess (4.1), dann ist der Wert eines Kraftwerks, das nach einer Schwellenwertstrategie  $(L, U)$  betrieben wird, gegeben durch:*

*Ist  $U > x$ :*

$$\begin{aligned} V(x, L, U) = & \frac{q(x - \theta)}{r + \kappa} \delta_{r+\kappa} \left\{ \mathbb{E}_x [e^{-(r+\kappa)\tau_1}] - \mathbb{E}_x [e^{-(r+\kappa)\zeta_1}] \right\} \\ & - \delta_r \left\{ \left( C^u - \frac{q\theta}{r} \right) \mathbb{E}_x [e^{-r\tau_1}] + \left( C^d + \frac{q\theta}{r} \right) \mathbb{E}_x [e^{-r\zeta_1}] \right\} \end{aligned}$$

*Mit der parabolischen Zylinderfunktion*

$$D_{-v}(x) = \frac{1}{\Gamma(v)} \exp\left(-\frac{x^2}{4}\right) \int_0^\infty t^{v-1} \exp\left(-\frac{t^2}{2} - xt\right) dt$$

*mit  $v > 0$  und  $\lambda = r$  oder  $\lambda = r + \kappa$  gilt:*

$$\gamma = \frac{\sigma}{\sqrt{2\theta}}$$

$$\begin{aligned}
\mathbb{E}_x \left[ e^{-\lambda \tau_1} \right] &= \frac{D_{\frac{-\lambda}{\kappa}} \left( -\frac{x-\theta}{\gamma} \right)}{D_{\frac{-\lambda}{\kappa}} \left( -\frac{U-\theta}{\gamma} \right)} e^{\frac{(x-\theta)^2 - (U-\theta)^2}{4\gamma^2}} \\
\mathbb{E}_x \left[ e^{-\lambda \zeta_1} \right] &= \frac{D_{\frac{-\lambda}{\kappa}} \left( -\frac{x-\theta}{\gamma} \right) D_{\frac{-\lambda}{\kappa}} \left( \frac{U-\theta}{\gamma} \right)}{D_{\frac{-\lambda}{\kappa}} \left( -\frac{U-\theta}{\gamma} \right) D_{\frac{-\lambda}{\kappa}} \left( \frac{L-\theta}{\gamma} \right)} e^{\frac{(x-\theta)^2 - (L-\theta)^2}{4\gamma^2}} \\
\delta_\lambda &= \frac{1}{1 - \frac{D_{\frac{-\lambda}{\kappa}} \left( -\frac{L-\theta}{\gamma} \right) D_{\frac{-\lambda}{\kappa}} \left( \frac{U-\theta}{\gamma} \right)}{D_{\frac{-\lambda}{\kappa}} \left( -\frac{U-\theta}{\gamma} \right) D_{\frac{-\lambda}{\kappa}} \left( \frac{L-\theta}{\gamma} \right)}}
\end{aligned}$$

Ist  $U \leq x$ :

$$\begin{aligned}
V(x, L, U) &= \frac{q(x-\theta)}{r+\kappa} - \left( C^u - \frac{q\theta}{r} \right) + \frac{q(x-\theta)}{r+\kappa} \delta_{r+\kappa} \left\{ \mathbb{E}_x \left[ e^{-(r+\kappa)\tau_2} \right] - \mathbb{E}_x \left[ e^{-(r+\kappa)\zeta_1} \right] \right\} \\
&\quad - \delta_r \left\{ \left( C^u - \frac{q\theta}{r} \right) \mathbb{E}_x \left[ e^{-r\tau_2} \right] + \left( C^d + \frac{q\theta}{r} \right) \mathbb{E}_x \left[ e^{-r\zeta_1} \right] \right\}
\end{aligned}$$

Für  $\lambda = r$  oder  $\lambda = r + \kappa$  und  $\delta_\lambda$  wie oben gilt:

$$\begin{aligned}
\mathbb{E}_x \left[ e^{-\lambda \tau_2} \right] &= \frac{D_{\frac{-\lambda}{\kappa}} \left( \frac{x-\theta}{\gamma} \right) D_{\frac{-\lambda}{\kappa}} \left( -\frac{L-\theta}{\gamma} \right)}{D_{\frac{-\lambda}{\kappa}} \left( -\frac{U-\theta}{\gamma} \right) D_{\frac{-\lambda}{\kappa}} \left( \frac{L-\theta}{\gamma} \right)} e^{\frac{(x-\theta)^2 - (U-\theta)^2}{4\gamma^2}} \\
\mathbb{E}_x \left[ e^{-\lambda \zeta_1} \right] &= \frac{D_{\frac{-\lambda}{\kappa}} \left( \frac{x-\theta}{\gamma} \right)}{D_{\frac{-\lambda}{\kappa}} \left( \frac{L-\theta}{\gamma} \right)} e^{\frac{(x-\theta)^2 - (L-\theta)^2}{4\gamma^2}}
\end{aligned}$$

### 4.1.3 Optimale Strategie und Sensitivitätsanalyse

Der geschlossene Ausdruck in Proposition 4.1.1 ermöglicht ein leichteres Lösen von bestimmten Problemen. So muss oft die optimale Strategie bestimmt, der Wert für eine gegebene Operationsstrategie berechnet oder die Sensitivitätsanalyse des Wertes bezüglich verschiedener Modellparameter durchgeführt werden.

### Optimale Schwellenwertstrategie

Durch numerisches Lösen des eingeschränkten Optimierungsproblem erhält man die optimale Strategie  $(L^*, U^*)$ :

$$\max V(x, L, U), \text{ sodass } L - U \leq 0$$

Dieses Problem kann, zum Beispiel, durch die Karush Kuhn Tucker Bedingung gelöst werden:

$$\begin{cases} \frac{\partial(-V)}{\partial U} - \mu = 0 \\ \frac{\partial(-V)}{\partial L} + \mu = 0 \\ L - U \leq 0 \\ \mu (L - U) = 0 \\ \mu \geq 0 \end{cases}$$

### Sensitivitätsanalyse

Die Sensitivität des Wertes des Kraftwerks bezüglich der Modellparameter erhält man durch Differentiation des geschlossenen Ausdrucks aus Proposition 4.1.1.

Betrachtet man als Beispiel die Hochfahrkosten als eine Funktion des Parameters  $\alpha$ , dann folgt mit den Definitionen aus Proposition 4.1.1, dass die Sensitivität des Wertes bezüglich  $\alpha$  gegeben ist durch

1. Ist  $U > x$

$$\frac{\partial V(x, L, U)}{\partial \alpha} = -\delta_r \frac{\partial C^u}{\partial \alpha} \mathbb{E}_x [e^{-r\tau_1}]$$

2. Ist  $U \leq x$

$$\frac{\partial V(x, L, U)}{\partial \alpha} = -\frac{\partial C^u}{\partial \alpha} - \delta_r \frac{\partial C^u}{\partial \alpha} \mathbb{E}_x [e^{-r\tau_2}]$$



## 4.2 Die verallgemeinerte Gauss-Quadratur Methode für die Bewertung eines Erdgasspeichers

Die Bewertung von Speicherkontrakten ist aufgrund der physischen und finanziellen Aspekte, die man betrachten muss, eine Herausforderung. Der Betrieb von Speichern unterliegt verschiedenen physischen Einschränkungen, welche je nach Art des Speichers variieren. Und die finanziellen Überlegungen sind deshalb wichtig, da Erdgas sowohl am Spotmarkt als auch am Terminmarkt gehandelt werden kann.

In diesem Modell wird die optimale Spothandelsstrategie gesucht, und das Problem wird mit Hilfe der Gauß-Legendre Quadratur gelöst.

### 4.2.1 Beispiel eines Speichervertrages

- Laufzeit: 4/1/2010 - 3/30/2011
- Basis: Henry Hub
- Maximale Kapazität: 4 Bcf =  $10^6$  Million British thermal unit (MMBtu)
- Ausgangsspeicherstand: 2 Bcf
- Maximale Einspeisungsrate: 40.000 MMBtu/Tag
- Maximale Ausspeisungsrate: 80.000 MMBtu/Tag
- Einspeisung Brennstoffverlustrate: 0,1 % und kein Ausspeisungsbrennstoffverlust
- Ausspeisungs-/Einspeisungsgebühr: 0,02\$/MMBtu

Der Speichervertrag wird hier aus Sicht des Halters bewertet. Bei jedem Operationszeitpunkt beobachtet der Speicherinhaber zuerst den Marktpotpreis, und bestimmt dann die Operationsstrategie- Speichern, Einspeisen oder Ausspeisen. Beim Einspeisen wird also Erdgas am Spotmarkt gekauft und in

den Speicher eingespeist, bei Ausspeisen wird Erdgas aus dem Speicher am Spotmarkt verkauft. Diese Operationen unterliegen jedoch volumetrischen und physischen operativen Einschränkungen wie maximale Einspeisungs-/Ausspeisungsraten, Brennstoffverlust und verschiedene Kosten. Nach Ablauf des Vertrages wird eine im voraus benannte Auszahlungsfunktion auf den endgültigen Speicherstand angewendet. Oft wird ein endgültiger Speicherstand verlangt, und bei Nichterfüllung wird eine Strafe auferlegt.

## 4.2.2 Modellrahmen

Zunächst werden folgende Bezeichnungen eingeführt:

|                                        |                                                                                        |
|----------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------|
| $t :$                                  | Index für die Zeit                                                                     |
| $T :$                                  | Vertragsdauer                                                                          |
| $r :$                                  | konstanter risikoadjustierter Diskontsatz                                              |
| $S(t) :$                               | aktueller Spotpreis von Erdgas (\$/MMBtu)                                              |
| $I(t) :$                               | aktueller Speicherstand (Bcf)                                                          |
| $I_{max} :$                            | Kapazitätsgrenze der Anlage                                                            |
| $I_{min} :$                            | minimal erforderlicher Speicherstand                                                   |
| $I_{final} :$                          | erforderlicher endgültiger Speicherstand nach Ablauf                                   |
| $i \in \{1, 2, 3\} :$                  | drei Betriebsregime - Speicher, Einspeisen, Ausspeisen                                 |
| $a_2(I(t)) :$                          | Einspeisungsrate (Bcf/Jahr), eine positive Konstante oder Funktion des Speicherstandes |
| $a_3(I(t)) :$                          | Ausspeisungsrate (Bcf/Jahr), eine positive Konstante oder Funktion des Speicherstandes |
| $L_i(I(t)) :$                          | Brennstoffverlustrate (%)                                                              |
| $c_i :$                                | Einspeisungs- und Ausspeisungskosten (\$/MMBtu)                                        |
| $M_i(S(t), I(t)) :$                    | verschiedene Kostensätze wie Betriebs- und Instandhaltungskosten oder Lagerkosten etc. |
| $g(i, S(t), I(t)) :$                   | Payoffrate in Regime i zur Zeit t                                                      |
| $f(S(t), I(t)) :$                      | endgültiger Payoff zu Vertragsende, kann Null oder eine Penalty-Funktion sein          |
| $\pi(t, S(t), I(t)) \in \{1, 2, 3\} :$ | optimale Operationsstrategie, der Einfachheit halber als $\pi(t)$ bezeichnet           |

Sei  $V(t, S(t), I(t))$  der Wert des Speichervertrages zur Zeit  $t$ . Das Ziel ist nun die optimale Strategie  $\pi(t)$  zu jeder Zeit  $t$  zu finden, sodass der Erwartungswert des kumulierten Payoffs maximal ist.

$$V(0, S(0), I(0)) = \max_{\pi} \mathbb{E} \left[ \int_0^T e^{-ru} g(\pi(u), S(u), I(u)) du \right] \quad (4.4)$$

sodass  $I_{min} \leq I(t) \leq I_{max}, t \in [0, T]$

Und die Payoffrate in jedem Betriebsregime ist:

$$\left\{ \begin{array}{ll} \text{Speicher :} & g(1, S(t), I(t)) = -M_1(S(t), I(t)) \\ \text{Einspeisung :} & g(2, S(t), I(t)) = -S(t) a_2(I(t)) [1 + L_2(I(t))] \\ & \quad - c_2 a_2(I(t)) - M_2(S(t), I(t)) \\ \text{Ausspeisung :} & g(3, S(t), I(t)) = S(t) a_3(I(t)) [1 - L_3(I(t))] \\ & \quad - c_3 a_3(I(t)) - M_3(S(t), I(t)) \end{array} \right.$$

Der Handel und Wechsel des Betriebs erfolgt nur zu bestimmten Zeitpunkten. Hier wird angenommen, dass es zur Zeit  $t_n = n\Delta t$  mit  $\Delta t = \frac{T}{N}$  und  $n = 0, 1, \dots, N$  geschieht.  $N$  wird so gewählt, dass die Handelsfrequenz täglich ist. Dann ergibt sich der Wert des Speichervertrages mit dem dynamischen Programm:

$$\begin{aligned} V(T, S(T), I(T)) &= f(S(T), I(T)) \\ V(t_n, S(t_n), I(t_n)) &= \max_{\pi(t_n)} (g(\pi(t_n), S(t_n), I(t_n)) \Delta t \\ &\quad + \mathbb{E} [e^{-r\Delta t} V(t_{n+1}, S(t_{n+1}), I(t_{n+1})) | \mathcal{F}(t_n)]) \end{aligned} \quad (4.5)$$

$\mathcal{F}(t)$  ist die Filtration zur Zeit  $t$ . Der Speicherstand wird wie folgt aktualisiert:

$$I(t_{n+1}) = \begin{cases} I(t_n) & \text{Speicher} \\ I(t_n) + \min\{a_2(I(t_n)) \Delta t, I_{\max} - I(t_n)\} & \text{Einspeisung} \\ I(t_n) - \min\{a_3(I(t_n)) \Delta t, I(t_n) - I_{\min}\} & \text{Ausspeisung} \end{cases} \quad (4.6)$$

Das dynamische Programm wird rückwärts gelöst mit  $V(T, S(T), I(T))$  gegeben. Berechnet man  $V(0, S(0), I(0))$ , ist dies der Wert des Speichervertrages.

### 4.2.3 Verallgemeinerte Gauß-Quadratur

Aufgrund der Abhängigkeit von  $I(t_{n+1})$  von  $I(t_n)$  und der Operationsstrategie zur Zeit  $t_n$ , wird ein Gitter für den Speicherstand erstellt und der Wert des Speichers bei jedem Gitterpunkt berechnet. Die größte Schwierigkeit bei

der Lösung von (4.5) ist die effiziente Berechnung von

$$\mathbb{E} \left[ e^{-r\Delta t} V(t_{n+1}, S(t_{n+1}), I(t_{n+1})) \mid \mathcal{F}(t_n) \right] \quad (4.7)$$

Die Gauß-Quadratur wird verwendet um diesen bedingten Erwartungswert zu approximieren, wenn die bedingte Übergangsdichte des Spotpreises analytisch bekannt ist.

Sei nun  $p(y, t_{n+1}; x, t_n)$  die bedingte Übergangsdichte von  $S(t)$  laufend von  $x$  zur Zeit  $t_n$  bis  $y$  zur Zeit  $t_{n+1}$ . Die Stützstellen und Gewichte werden mit Hilfe der Gauß-Legendre Polynome aus [7] gewählt. Diese sind über dem Intervall  $[-1, 1]$  bezüglich der Gewichtsfunktion  $w(\tilde{y}) = 1$  definiert als

$$L_k(\tilde{y}) = \frac{1}{2^k k!} \frac{d^k}{d\tilde{y}^k} (\tilde{y}^2 - 1)^k \in P_k.$$

Die Stützstellen sind die  $k+1$  Nullstellen  $\tilde{y}_0, \dots, \tilde{y}_k$  vom Legendre-Polynom  $L_{k+1}$ . Und die Gewichte können dann mit festen  $\tilde{y}_0, \dots, \tilde{y}_k$  berechnet werden:

$$\tilde{w}_i = \int_{-1}^1 \prod_{j=0, j \neq i}^k \frac{\tilde{y} - \tilde{y}_j}{\tilde{y}_i - \tilde{y}_j} d\tilde{y} > 0$$

Der bedingte Erwartungswert (4.7) wird dann approximiert wie folgt:

$$\begin{aligned} \mathbb{E} \left[ e^{-r\Delta t} V(t_{n+1}, S(t_{n+1}), I(t_{n+1})) \mid S(t_n) = x \right] &= \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} e^{-r\Delta t} p(y, t_{n+1}; x, t_n) V(t_{n+1}, y, I(t_{n+1})) dy \\ &\approx \int_{l_{n+1}}^{u_{n+1}} e^{-r\Delta t} p(y, t_{n+1}; x, t_n) V(t_{n+1}, y, I(t_{n+1})) dy \\ &\approx \sum_{k=1}^K w_k e^{-r\Delta t} p(y_k, t_{n+1}; x, t_n) V(t_{n+1}, y_k, I(t_{n+1})) \end{aligned} \quad (4.8)$$

wobei

$$\begin{aligned}
& l_{n+1}, u_{n+1} \text{ geeignete untere und obere Schranken von } y \text{ zur Zeit } t_{n+1} \text{ sind,} \\
& w_k = \frac{u_{n+1} - l_{n+1}}{2} \tilde{w}_k, \\
& y_k = \frac{u_{n+1} - l_{n+1}}{2} \tilde{y}_k + \frac{l_{n+1} + u_{n+1}}{2}
\end{aligned} \tag{4.9}$$

Die Quadratur ist bezüglich  $y = S(t_{n+1})$  und daher wird dieselbe Menge von Stützstellen für verschiedene Werte von  $x = S(t_n)$  verwendet.

Die verallgemeinerte Gauß-Quadratur kann bei stochastischen Ein-Faktor-Prozessen für Spotpreise angewendet werden, wenn sie analytische bedingte Übergangsdichten oder bedingte charakteristische Funktionen haben. Hier wird nun ein Mean-Reverting Prozess gewählt.

Der Spot folgt einem Ornstein-Uhlenbeck Prozess mit zeitabhängigem Mean-Reverting Level:

$$dS(t) = \kappa (\theta(t) - S(t)) dt + \sigma dW(t)$$

Es ist  $p(y, t_{n+1}; x, t_n) = \phi(y; \mu, \nu^2)$ , wobei  $\phi(y; \mu, \nu^2)$  die Normalwahrscheinlichkeitsdichtefunktion mit

$$\begin{aligned}
\mu &= x e^{-\kappa \Delta t} + \kappa e^{-\kappa t_{n+1}} \int_{t_n}^{t_{n+1}} e^{\kappa u} \theta_u du \\
\nu^2 &= \frac{\sigma^2}{2\kappa} (1 - e^{-2\kappa \Delta t}) .
\end{aligned}$$

Um (4.8) zu verwenden, werden  $G$  und  $D$  so gewählt, dass

$$\begin{aligned}
l_{n+1} &= S(0) + \gamma_{n+1} - D\beta_{n+1} \\
u_{n+1} &= S(0) + \gamma_{n+1} + D\beta_{n+1} \\
K &= G \left[ \frac{u_{n+1} - l_{n+1}}{2\beta_{n+1}} \right] = GD
\end{aligned}$$

mit

$$\gamma_{n+1} = S(0) e^{-\kappa t_{n+1}} + \kappa e^{-\kappa t_{n+1}} \int_0^{t_{n+1}} e^{\kappa u} \theta_u du$$

$$\beta_{n+1}^2 = \frac{\sigma^2}{2\kappa} (1 - e^{-2\kappa t_{n+1}})$$

In [37] wird aufgrund numerischer Ergebnisse  $G \in [10, 20]$  und  $D \in [6, 10]$  gewählt.

#### 4.2.4 Verallgemeinerte Gauß-Quadratur für die Bewertung eines Erdgasspeichers

Hier wird ein Überblick über den Algorithmus der Gauß-Quadratur für das Bewertungsproblem (4.4) gegeben.

1. Wähle die Parameter  $N$ ,  $M$ ,  $G$  und  $D$ . Konstruiere ein Zeitgitter  $t_n = n\Delta t$  mit  $n = 0, 1, \dots, N$ , und ein Gitter für den Speicherstand  $\nu_m = I_{min} + m\alpha$  mit  $\alpha = \frac{I_{max} - I_{min}}{M}$ ,  $m = 0, 1, \dots, M$ .
2. Berechne die Stützstellen und Gewichte gemäß (4.9) für jeden Zeitschritt  $t$ .
3. Initialisiere die Vertragswerte bei jeder Stützstelle und Speicherstand  $V(T, y_k(T), \nu_m)$  von (4.5).
4. Rückwärtslauf für  $t_n$ ,  $n = N, N-1, \dots, 1$ :
  - Bei jedem  $t_n$ , für jeden Speicherstand  $\nu_m$ ,  $m = 0, 1, \dots, M$ :  
Jetzt ist  $I(t_n) = \nu_m$ , aktualisiere  $I(t_{n+1})$  für jede Strategie gemäß (4.6), erhalte  $V(t_{n+1}, y_k(t_{n+1}), I(t_{n+1}))$  durch Interpolation von  $V(t_{n+1}, y_k(t_{n+1}), \nu_m)$ ,  $m = 0, 1, \dots, M$
  - Bei  $t_n$  mit Speicherstand  $\nu_m$  für jede Stützstelle  $y_k(t_n)$ ,  $k = 0, 1, \dots, K$ :
    - \* Berechne den bedingten Erwartungswert durch (4.8) mit  $x = y_k(t_n)$ ,  $y_k = y_k(t_{n+1})$ . Dann bestimme die optimale

Operationsstrategie.

$$\begin{aligned}\pi^*(t_n) = & \arg \max_{\pi(t_n)} (g(\pi(t_n), y_k(t_n), I(t_n)) \Delta t \\ & + \mathbb{E} [e^{-r\Delta t} V(t_{n+1}, S(t_{n+1}), I(t_{n+1})) | \mathcal{F}(t_n)] )\end{aligned}$$

\* Aktualisiere den Vertragswert  $V(t_n, y_k(t_n), \nu_m)$  gemäß  $\pi^*(t_n)$ .

– Setze die Schleife fort.

• Setze die Schleife fort.

Setze die Schleife fort.

5. Bei  $t = 0$  aktualisiere  $I(t_1)$  für jede Strategie, berechne den bedingten Erwartungswert mit  $x = S(0), y_k = y_k(t_1)$ . Dann bestimme die optimale Operationsstrategie  $\pi^*(0)$ . Das aktualisierte  $V(0, S(0), I(0))$  ist der aktuelle Wert des Speichervertrages.



## Kapitel 5

# Risikoneutrale Bewertung mittels Esschermaß

In diesem Kapitel wird die Bewertung der Modelle aus Kapitel 4 unter dem risikoneutralen Maß  $Q$  durchgeführt. Da der Energiemarkt unvollständig ist, muss ein äquivalentes Martingalmaß bestimmt werden, was hier mit Hilfe der Esschertransformation aus [30, S. 198] erfolgt.

**Definition 5.0.1.** Sei jetzt  $X$  ein stetiges Semimartingal mit eindeutiger Zerlegung  $X = M + \int \lambda d[M]$  und  $\int_0^T \lambda_t^2 d[M]_t < \infty$ . Dann ist das lineare Esschermaß gegeben durch

$$\frac{dQ}{dP} = \mathcal{E} \left( - \int \lambda dM \right)_T,$$

sofern  $\mathcal{E} \left( - \int \lambda dM \right)$  ein Martingal ist.

Nun wenden wir die Esschertransformation auf den Ornstein-Uhlenbeck Prozess

$$dX_t = \kappa (\theta_t - X_t) dt + \sigma dW_t$$

an, um die Dynamik unter  $Q$  zu erhalten.  $X$  hat die eindeutige Zerlegung  $X = M + \int \lambda d[M]$  mit  $dM = \sigma dW_t$  und folglich  $d[M] = \sigma^2 dt$ . Damit

bestimmt man  $\lambda$ :

$$\begin{aligned} dM + \lambda d[M] &= \kappa (\theta_t - X_t) dt + \sigma dW_t \\ \sigma dW_t + \lambda \sigma^2 dt &= \kappa (\theta_t - X_t) dt + \sigma dW_t \\ \Leftrightarrow \lambda &= \frac{\kappa (\theta_t - X_t)}{\sigma^2} \end{aligned}$$

Für das Esschermaß erhält man schließlich

$$\begin{aligned} \frac{dQ}{dP} &= \exp \left( - \int_0^t \lambda_s dM_s - \frac{1}{2} \int_0^t \lambda_s^2 d[M]_s \right) \\ &= \exp \left( - \int_0^t \frac{\kappa (\theta_s - X_s)}{\sigma} dW_s - \frac{1}{2} \int_0^t \frac{\kappa^2 (\theta_s - X_s)^2}{\sigma^2} ds \right) \end{aligned}$$

Weiters ist

$$\begin{aligned} \tilde{W}_t &= W_t + \int \lambda dM \\ &= W_t + \int \frac{\kappa (\theta_s - X_s)}{\sigma} ds \end{aligned}$$

eine Brownsche Bewegung unter dem risikoneutralen Maß  $Q$ . Damit ist die risikoneutrale Dynamik gegeben durch

$$\begin{aligned} dX_t &= \kappa (\theta_t - X_t) dt + \sigma \left( d\tilde{W}_t - \frac{\kappa (\theta_t - X_t)}{\sigma} dt \right) \\ &= \sigma d\tilde{W}_t \end{aligned}$$

## 5.1 Zeitstetige Optimal Stopping Formulierung für die Bewertung eines Kraftwerks

In diesem Abschnitt werden ausschließlich die Änderungen durch den Maßwechsel erläutert. Alles Weitere ist Kapitel 4 zu entnehmen.

Der Sparksreadprozess folgt jetzt

$$dX_t = \sigma d\tilde{W}_t \tag{5.1}$$

mit  $X_0 = x$ ,  $\sigma$  ist die momentane Volatilität und  $\tilde{W}$  ist die Standard Brownsche Bewegung unter  $Q$ .

Für den diskontierten erwarteten Wert (4.3) ergibt sich dann mit  $\mathbb{E}[X_t] = x$

$$V(x, L, U) = \sum_{n=1}^{\infty} \left( - \left( C^u + \frac{qx}{r} \right) \mathbb{E}[e^{-r\tau_n}] - \left( C^d + \frac{qx}{r} \right) \mathbb{E}[e^{-r\zeta_n}] \right) \quad (5.2)$$

**Proposition 5.1.1.** *Folgt der Sparksreadprozess der risikoneutralen Dynamik (5.1), dann ist der Wert eines Kraftwerks, das nach einer Schwellenwertstrategie  $(L, U)$  betrieben wird, gegeben durch:*

Ist  $U > x$ :

$$V(x, L, U) = -\delta_r \left( \left( C^u + \frac{qx}{r} \right) \mathbb{E}[e^{-r\tau_1}] + \left( C^d + \frac{qx}{r} \right) \mathbb{E}[e^{-r\zeta_1}] \right)$$

Mit der parabolischen Zylinderfunktion

$$D_{-v}(x) = \frac{1}{\Gamma(v)} \exp\left(-\frac{x^2}{4}\right) \int_0^\infty t^{v-1} \exp\left(-\frac{t^2}{2} - xt\right) dt$$

mit  $v > 0$  und  $\lambda = r$  gilt:

$$\begin{aligned} \gamma &= \frac{\sigma}{\sqrt{2\theta}} \\ \mathbb{E}_x[e^{-\lambda\tau_1}] &= \frac{D_{\frac{-\lambda}{\kappa}}\left(-\frac{x-\theta}{\gamma}\right)}{D_{\frac{-\lambda}{\kappa}}\left(-\frac{U-\theta}{\gamma}\right)} e^{\frac{(x-\theta)^2 - (U-\theta)^2}{4\gamma^2}} \\ \mathbb{E}_x[e^{-\lambda\zeta_1}] &= \frac{D_{\frac{-\lambda}{\kappa}}\left(-\frac{x-\theta}{\gamma}\right) D_{\frac{-\lambda}{\kappa}}\left(\frac{U-\theta}{\gamma}\right)}{D_{\frac{-\lambda}{\kappa}}\left(-\frac{U-\theta}{\gamma}\right) D_{\frac{-\lambda}{\kappa}}\left(\frac{L-\theta}{\gamma}\right)} e^{\frac{(x-\theta)^2 - (L-\theta)^2}{4\gamma^2}} \\ \delta_\lambda &= \frac{1}{1 - \frac{D_{\frac{-\lambda}{\kappa}}\left(-\frac{L-\theta}{\gamma}\right) D_{\frac{-\lambda}{\kappa}}\left(\frac{U-\theta}{\gamma}\right)}{D_{\frac{-\lambda}{\kappa}}\left(-\frac{U-\theta}{\gamma}\right) D_{\frac{-\lambda}{\kappa}}\left(\frac{L-\theta}{\gamma}\right)}} \end{aligned}$$

Ist  $U \leq x$ :

$$V(x, L, U) = - \left( C^u + \frac{qx}{r} \right) - \delta_r \left( \left( C^u + \frac{qx}{r} \right) \mathbb{E}[e^{-r\tau_2}] + \left( C^d + \frac{qx}{r} \right) \mathbb{E}[e^{-r\zeta_1}] \right)$$

Für  $\lambda = r$  und  $\delta_\lambda$  wie oben gilt:

$$\begin{aligned} \mathbb{E}_x \left[ e^{-\lambda \tau_2} \right] &= \frac{D_{\frac{-\lambda}{\kappa}} \left( \frac{x-\theta}{\gamma} \right) D_{\frac{-\lambda}{\kappa}} \left( -\frac{L-\theta}{\gamma} \right)}{D_{\frac{-\lambda}{\kappa}} \left( -\frac{U-\theta}{\gamma} \right) D_{\frac{-\lambda}{\kappa}} \left( \frac{L-\theta}{\gamma} \right)} e^{\frac{(x-\theta)^2 - (U-\theta)^2}{4\gamma^2}} \\ \mathbb{E}_x \left[ e^{-\lambda \zeta_1} \right] &= \frac{D_{\frac{-\lambda}{\kappa}} \left( \frac{x-\theta}{\gamma} \right)}{D_{\frac{-\lambda}{\kappa}} \left( \frac{L-\theta}{\gamma} \right)} e^{\frac{(x-\theta)^2 - (L-\theta)^2}{4\gamma^2}} \end{aligned}$$

## 5.2 Die verallgemeinerte Gauss-Quadratur Methode für die Bewertung eines Erdgasspeichers

Bei diesem Modell ändert sich durch den Maßwechsel die Gauß-Legendre Quadratur, alles Weitere ist Kapitel 4 zu entnehmen.

Der Spot folgt der risikoneutralen Dynamik:

$$dS(t) = \sigma d\tilde{W}(t) \quad (5.3)$$

Die bedingte Übergangsdichte  $p(y, t_{n+1}; x, t_n)$  ist die Normalwahrscheinlichkeitsfunktion  $\phi(y; \mu, \nu^2)$  mit  $\mu = S(0) = x$  und  $\nu^2 = \sigma^2 \Delta t$ . Damit ändern sich die unteren und oberen Schranken von  $y$  zur Zeit  $t_{n+1}$ :

$$\begin{aligned} l_{n+1} &= S(0) + \gamma_{n+1} - D \cdot \beta_{n+1} \\ u_{n+1} &= S(0) + \gamma_{n+1} + D \cdot \beta_{n+1} \end{aligned}$$

mit

$$\begin{aligned} \gamma_{n+1} &= x \\ \beta_{n+1}^2 &= \sigma^2 \cdot t_{n+1} \end{aligned}$$

# Kapitel 6

## Numerische Ergebnisse

In diesem Kapitel werden die numerischen Ergebnisse der risikoneutralen Bewertung des Erdgasspeichers, welche wir durch Implementierung in Matlab R2014b erhalten haben, vorgestellt.

Dazu wurden folgende Annahmen getroffen:

- Vertragsdauer:  $T = 3 \text{ Monate}$
- konstanter risikoadjustierter Diskontsatz:  $r = 0.06\%$
- Speicherstand bei  $t = 0$ :  $I(0) = 2$
- minimal erforderlicher Speicherstand:  $I_{min} = 0$
- Kapazitätsgrenze der Anlage:  $I_{max} = 2$
- Brennstoffverlustrate:  $L_2 = 0.1, L_3 = 0$
- Einspeisungs- und Ausspeisungskosten:  $c_2 = c_3 = 0.02$
- verschiedene Kostensätze wie Betriebs- und Instandhaltungskosten oder Lagerkosten etc.:  $M_i = 0$
- endgültiger Payoff zu Vertragsende:  $f(S(t), I(t)) = 0$
- Einspeisungsrate:  $a_2 = 0.02 \cdot 252$
- Ausspeisungsrate:  $a_3 = 0.04 \cdot 252$

- Spotpreis bei  $t = 0$  :  $S(0) = 2$
- Volatilität:  $\sigma = 0.3$
- Zeitgitter:  $N = 63$
- Gitter für Speicherstand:  $M = 200$
- Zahlen für die Quadratur:  $D = 10$ ,  $G = 18$

Um eine Sensitivitätsanalyse durchzuführen, wird nun der Vertragswert, den wir durch obige Annahmen erhalten, mit Variationen der Spotpreisdynamik sowie operationalen Eigenschaften und  $G$  verglichen.

|           |                         |                         |                         |                         |
|-----------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|
| $S(0)$    | 2                       | 3                       | 5                       | 6                       |
| Wert      | $1.5212 \cdot 10^{226}$ | $2.2839 \cdot 10^{226}$ | $3.8092 \cdot 10^{226}$ | $4.5719 \cdot 10^{226}$ |
| $\sigma$  | 0.3                     | 0.5                     | 0.6                     | 0.9                     |
| Wert      | $1.5212 \cdot 10^{226}$ | $1.4378 \cdot 10^{226}$ | $1.4076 \cdot 10^{226}$ | $1.4024 \cdot 10^{226}$ |
| $a_2$     | $0.02 \cdot 252$        | $0.04 \cdot 252$        | $0.08 \cdot 252$        | $0.16 \cdot 252$        |
| Wert      | $1.5212 \cdot 10^{226}$ | $2.3742 \cdot 10^{228}$ | $3.2964 \cdot 10^{233}$ | $9.7642 \cdot 10^{243}$ |
| $a_3$     | $0.04 \cdot 252$        | $0.08 \cdot 252$        | $0.16 \cdot 252$        | $0.32 \cdot 252$        |
| Wert      | $1.5212 \cdot 10^{226}$ | $3.0425 \cdot 10^{226}$ | $6.0849 \cdot 10^{226}$ | $1.2170 \cdot 10^{227}$ |
| $I_{max}$ | 2                       | 4                       | 6                       | 8                       |
| Wert      | $1.5212 \cdot 10^{226}$ | $1.5212 \cdot 10^{226}$ | $1.5212 \cdot 10^{226}$ | $1.5212 \cdot 10^{226}$ |
| $G$       | 16                      | 18                      | 22                      | 24                      |
| Wert      | $4.7995 \cdot 10^{223}$ | $1.5212 \cdot 10^{226}$ | $6.7540 \cdot 10^{230}$ | $5.8163 \cdot 10^{232}$ |

Dieser Vergleich zeigt, dass die Methode am stärksten auf die maximale Einspeisungsrate  $a_2$  reagiert. Keiner der anderen Parameter, auch nicht die maximale Ausspeisungsrate, verändert den Wert dermaßen deutlich. Lediglich  $G$  schafft ebenfalls eine enorme Wertsteigerung. In [37] werden mit  $G \in [10, 20]$  und  $D \in [6, 10]$  schon gute Resultate erzielt. Aber das ist hier bei dem risikoneutralen Modell nicht festzustellen, die Werte steigen monoton mit  $G$  und  $D$ .

Veränderungen der Dynamik haben offensichtlich keinen so großen Einfluss

wie die operationalen Einschränkungen. Die steigende Volatilität führt zu einer leichten Wertminderung, und der steigende Anfangsspotpreis erhöht den Wert zwar merkbar, aber nicht so stark wie die  $a_2$ ,  $a_3$  und  $G$ . Die Sensitivitätsanalyse zeigt auch, dass die Kapazitätsgrenze der Speicheranlage  $I_{max}$  anscheinend keinen Effekt auf den Vertragswert hat. Dies hängt mit der maximalen Einspeisungsrate zusammen. Ist der Speicher noch so voluminös, kann man dennoch nicht die maximalen Einspeisungsraten überschreiten.

# Literaturverzeichnis

- [1] <http://wirtschaftslexikon.gabler.de/Definition/rohstoffe.html>. Stand: 11.12.2014.
- [2] <http://www.finanztreff.de/wissen/rohstoffe/welche-arten-von-rohstoffen-gibt-es-und-welche-kann-man-handeln/5433>. Stand: 16.12.2014.
- [3] <http://www.investor-verlag.de/rohstoffe/rohstoffboersen-wichtige-handelsplaetze/>. Stand: 15.12.2014.
- [4] <http://www.wertpapier-forum.de/topic/29030-rohstoffe-grundlagen/>. Stand: 16.12.2014.
- [5] <https://de.wikipedia.org/wiki/Merit-Order>. Stand: 09.01.2015.
- [6] [http://www.litasco.com/\\_library/pdf/social\\_acts/international\\_oil\\_market\\_and\\_oil\\_trading.pdf](http://www.litasco.com/_library/pdf/social_acts/international_oil_market_and_oil_trading.pdf). Stand: 25.03.2015.
- [7] [http://www.math.uni-hamburg.de/teaching/export/tuhh/cm/a2/07/vorl13\\_ana.pdf](http://www.math.uni-hamburg.de/teaching/export/tuhh/cm/a2/07/vorl13_ana.pdf). Stand: 20.06.2015.
- [8] A.-M. Brook, R. Price, D. Sutherland, N. Westerlund, C. André. Oil Price Developments: Drivers, Economic Consequences and Policy Responses. [http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract\\_id=651323](http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=651323), 2004.



- [9] N. Broussev. Swing Optionen auf den Elektrizitätsmärkten. Master's thesis, TU Wien, 2008.
- [10] R. Carmona, M. Coulon. A Survey of Commodity Markets and Structural Models for Electricity Prices. In F. E. Benth, V. Kholodny, P. Laurence, editor, *Modeling, Pricing and Hedging in Energy and Commodity Markets*, pages 41–83. Springer, 2013.
- [11] G. Daskalakis, G. Ibikunle, I. Diaz-Rainey. The CO2 Trading Market in Europe: A Financial Perspective. [http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract\\_id=1689449](http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=1689449), 2010.
- [12] H. Geman. *Commodities and commodity derivatives : modeling and pricing for agriculturals, metals, and energy*. Wiley, 2005.
- [13] H. Geman. *Risk Management in Commodity Markets: From Shipping to Agricultural and Energy*. Wiley, 2008.
- [14] A. Müller, M. Grandi. Weather Derivatives: A Risk Management Tool for Weather-sensitive Industries. *The Geneva Papers on Risk and Insurance*, 25(2):273–287, 2000.
- [15] Y. He. *Real Options in Energy Markets*. PhD thesis, University of Twente, 2007.
- [16] D. Hoffmann. Rohstoffe als eigenständige Asset-Klasse im Portfoliomanagement: Eine empirische Untersuchung unter Berücksichtigung makroökonomischer Faktoren. Master's thesis, Berufsakademie Mosbach, 2004.
- [17] S. G. Kern. *Die stochastische Modellierung des EEX-Spotmarktes und die Bewertung von Swing-Optionen*. PhD thesis, TU Graz, 2006.
- [18] F. E. Benth, J. S. Benth, S. Koekkebakker. *Stochastic Modelling of Electricity and Related Markets*. World Scientific, 2008.
- [19] N. Krichene. Recent Dynamics of Crude Oil Prices. [http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract\\_id=956763](http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=956763), 2006.

- [20] G. Daskalakis, D. Psychoyios, R. N. Markellos. Modeling CO2 emission allowance prices and derivatives: Evidence from the European trading scheme. [http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract\\_id=912420](http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=912420), 2009.
- [21] Xiaoyi Mu. Weather, Storage, and Natural Gas Price Dynamics: Fundamentals and Volatility. 2004.
- [22] H. Huntington, S. M. Al-Fattahb, Z. H. M. Gucwaa, A. Nouria. Oil Price Drivers and Movements: The Challenge for Future Research. [http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract\\_id=2257675](http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=2257675), 2012.
- [23] W. Rickels, D. Görlich, G. Obers. Explaining European Emission Allowance Price Dynamics: Evidence from Phase II. Technical report, Kiel Institute for the World Economy, 2010.
- [24] E. Onaiwu. How does bilateral pooling differ from electricity pooling? Technical report, University of Dundee, 2010.
- [25] S. Polzer. Modellierung von Elektrizitäts-Forwardpreisen. Master’s thesis, TU Wien, 2014.
- [26] B. Hintermann, S. Peterson, W. Rickels. Price and market behavior in Phase II of the EU ETS. Technical report, Kiel Institute for the World Economy, 2014.
- [27] G. Chevillon, C. Riffart. Physical Market Determinants of the Price of Crude Oil and the Market Premium. [http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract\\_id=964632](http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=964632), 2007.
- [28] M. Burger, B. Graeber, G. Schindlmayr. *Managing Energy Risk: An Integrated View on Power and Other Energy Markets*. Wiley, 2007.
- [29] J. Seifert. *Preismodellierung und Derivatebewertung im Strommarkt - Theorie und Empirie*. PhD thesis, Universität Karlsruhe, 2009.
- [30] T. Rheinländer, J. Sexton. *Hedging Derivatives*. World Scientific, 2011.

- [31] C. Töglhofer. Einsatzpotentiale von Wetterderivaten im Bereich Erneuerbarer Energien. Technical report, Karl-Franzens Universität Graz, 2007.
- [32] E. Benz, S. Trück. CO2 Emission Allowances Trading in Europe - Specifying a New Class of Assets. *Problems and Perspectives in Management*, 2006.
- [33] E. Benz, S. Trück. Modeling the price dynamics of CO2 emission allowances. [http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract\\_id=903240](http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=903240), 2008.
- [34] A. Eydeland, K. Wolyniec. *Energy and Power Risk Management*. Wiley, 2003.
- [35] S. Brown, M. Yücel. What Drives Natural Gas Prices? 2007.
- [36] D. Ellerman, C. Marcantonini, A. Zaklan. The EU ETS: Eight Years and Counting. [http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract\\_id=2383870](http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=2383870), 2014.
- [37] J. Zhou. *Real Options Valuation in Energy Markets*. PhD thesis, Georgia Institute of Technology, 2010.