Die approbierte Originalversion dieser Diplom-/Masterarbeit ist in der Hauptbibliothek der Technischen Universität Wien aufgestellt und zugänglich.

http://www.ub.tuwien.ac.at

The approved original version of this diploma or master thesis is available at the main library of the Vienna University of Technology.

http://www.ub.tuwien.ac.at/eng

Technische Universität Wien
Institut für Wirtschaftsmathematik

Diplomarbeit

Ökonomische Auswirkungen von Epidemien

ausgeführt am Institut für Wirtschaftsmathematik
der Technischen Universität Wien

unter der Anleitung von

Univ.Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Alexia Fürnkranz-Prskawetz

von

Christina Umgeher
3143 Pyhra
Augasse 14a

16. Dezember 2013

Unterschrift

Für Lukas und Peter

Ich danke Frau Univ.Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Alexia Fürnkranz-Prskawetz für Ihre Betreuung und die vielen hilfreichen Diskussionen.

Herrn Mag.rer.nat. Dr.techn. Dieter Grass danke ich für seine Hilfe und Unterstützung durch seine *Matlab® Toolbox OCMat* und die zahlreichen Diskussionen.

Bei Herrn Ao.Univ.Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Franz Xaver Hof möchte ich mich für seine ausgezeichneten Vorträge und sein außerordentliches Engagement als Lehrveranstaltungsleiter bedanken.

Im Besonderen möchte ich mich bei meinem Freund Peter, seinem Sohn Lukas und meinen Eltern für die liebevolle Unterstütung während dieser Ausbildungszeit bedanken.

Ehrenerklärung

Ich erkläre ehrenwörtlich, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig und ohne fremde Hilfe verfasst, andere als die angegebenen Quellen nicht benutzt und die den benutzen Quellen wörtlich oder inhaltlich entnommenen Stellen als solche kenntlich gemacht habe.

Datum:

Unterschrift:

Kurzfassung

Die vorliegende Arbeit behandelt die ökonomischen Auswirkungen von Epidemien. Dabei werden drei Aspekte betrachtet: Zuerst wird das Thema Gesundheit im Allgemeinen und speziell die Messbarkeit von Gesundheitsfaktoren behandelt und ein Überblick betreffend der verschiedenen Einflussmöglichkeiten von Gesundheit auf ökonomische Größen geboten. Nach dieser generellen Betrachtung von Gesundheit in ökonomischen Modellen folgt eine Analyse der Auswirkungen von Epidemien auf die individuellen Entscheidungen der Agenten einer Ökonomie. Mittels eines Modells überlappender Generationen versucht man die Fertilitätsentscheidungen der Agenten unter dem Einfluss epidemiologischer Schocks zu analysieren. Bevor man das Gesamtgleichgewicht der Ökonomie betrachtet, werden die Teilgleichgewichte auf Haushaltsebene und Firmenseite abgeleitet und analysiert. Die Epidemie wird durch separate Mortalitätsschocks bei den Kindern und bei den Erwachsenen simuliert.

Danach werden die Auswirkungen von Epidemien auf das Wirtschaftswachstum analysiert. Hierfür unterteilt man in „kurzfristige" und „langfristige" Epidemien. Die kurzfristigen Epidemien werden anhand der Spanischen Grippe analysiert. Die HIV/AIDS-Epidemie dient als Repräsentant für langfristige Epidemien. Die Analyse der kurzfristigen Epidemien erfolgt sowohl in einem Einsektormodell, als auch in einem Zweisektorenmodell. Im Zweisektorenmodell wurde das Gleichgewicht abgeleitet und eine Stabilitätsanalyse durchgeführt. Die grafische Darstellung der Ergebnisse erfolgt mittels Phasendiagrammen.
Ein Überblick über die ökonomischen Auswirkungen der HIV/AIDS-Epidemie beschreibt vier Haupteffekte dieser langfristigen Epidemie, die darauffolgend einzeln behandelt werden.

Primäres Ziel dieser Arbeit war es, sich einen Überblick über die diversen Auswirkungen von epidemiologischen Schocks auf Ökonomien zu verschaffen. Dabei sollten sowohl die Auswirkungen auf individueller Seite, als auch gesamtökonomisch untersucht werden. Die Fülle an diversen Modellen zeigt die Komplexität dieses Themas.

Abstract

The master thesis investigates the economic effects of epidemics. There are three main issues: As a first approach the topic health in general and especially the measurability of health factors will be discussed, in order to get an overview of the various scopes of influence of health on economic variables. After this general consideration of health in economic models, follows an analysis of the impacts of economics on the individual decisions of the agents of the economy. Employing an overlapping generations model, one attempts to analyse the fertility decisions of the agents under the influence of epidemiologic shocks. Before considering the general equilibrium of the economy, we will look at partial equilibriums of the households and the firms. The epidemic will then be simulated by mortality shocks of both children and adults, but seperately.

Subsequentely the effects of epidemics on economic growth will be analyzed. Therefore one has to classify epidemics into "short-lived" and "long-lived" epidemics. Short-lived epidemics will be analyzed by the reference to the Spanish-flu. The HIV/AIDS-epidemic represents long-lived epidemics. The analysis of the Spanish flue will be conducted both in an one-sector-model and a two-sector environment. The two-sector-model includes the derivation of the equilibrium and implements an analysis of the stability. The results are displayed grafically by the use of phase diagrams.

The analysis of the HIV/AIDS-epidemics happens through the investigation of four main effects, which are considered separately.

The primary objective of this master thesis was to get an overview over the various effects of epidemiologic shocks on economies. Therefore the impacts are considered both at the microlevel as well as the macrolevel. The abundance of the various models reflects the complexity of this topic.

Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung **10**
- 1.1. Ein Überblick: Gesundheit, Reichtum und Wohlstand . . . 10
- 1.2. Wie Gesundheit das Pro-Kopf-BIP beeinflusst . . . 12
- 1.3. Engels- und Teufelskreise . . . 15
- 1.4. Wie Gesundheit das "Gesamteinkommen" beeinflusst . . . 16
- 1.5. Das verheerende Ausmaß von AIDS auf die Ökonomien der Sub-Sahara Regionen Afrikas . . . 17
- 1.6. Zusammenfassung . . . 20

2. Auswirkungen von Epidemien auf das Verhalten der Agenten **21**
- 2.1. Allgemeines . . . 21
- 2.2. Das Modell . . . 25
- 2.3. Optimales Verhalten bei Mortalitätsschocks . . . 29
- 2.4. Effekte von Lohnveränderungen auf das optimale Verhalten . . . 32
- 2.5. Gesamtgleichgewicht der Ökonomie . . . 34

3. Auswirkungen von Epidemien auf das Wirtschaftswachstum **38**
- 3.1. Ökonomische Auswirkungen kurzfristiger Epidemien . . . 40
  - 3.1.1. Theoretische Vorbemerkungen: Exogene Wachstumstheorie . . . 40
  - 3.1.2. Einsektormodell . . . 43
  - 3.1.3. Zweisektorenmodell . . . 48
- 3.2. Ökonomische Auswirkungen langfristiger Epidemien . . . 63
  - 3.2.1. Ökonomische Effekte von AIDS im Überblick . . . 63
  - 3.2.2. Theoretische Analyse . . . 64

4. Allgemeine Diskussion **73**

A. Anhang **74**
- A.1. Herleitung Wachstumspfad im Einsektormodell . . . 74
- A.2. Herleitung optimale Ausbildungszeit . . . 76

Abbildungsverzeichnis

1.1. Einfluss der Gesundheit auf das Bruttoinlandsprodukt
Quelle: Ruger, Jennifer Prah, Jamison, Dean T., Bloom, David E. (2001), International Public Health, p.619,
editiert von Merson, Michael H., Black, Robert E., Mills, Anne J. (Sudbury, Massachusetts: Jones und Barlett) 14
1.2. Wirtschaftsleistung Kenyas gemessen mittels Gesamteinkommen und Bruttoinlandsprodukt pro Kopf
Quelle: Jamison, Dean T., Jeffrey Sachs, and Jia Wang (2001) 19

2.1. Auswirkungen auf die Gesamtfertilität, Quelle: Eigene Grafik. 23
2.2. Zusammenfassung Diskussion, Quelle: Eigene Grafik. 24
2.3. Modell überlappender Generationen, Quelle: Eigene Grafik. 26

3.1. HIV Verbreitung, 2011
Quelle: map on adult HIV prevalence (15-49 years), 2011, by WHO region. Source: World Health Organization, Global Health Observatory map gallery , http://gamapserver.who.int/mapLibrary/pgrms/hiv.aspx. 39
3.2. Übergangsdynamik
Quelle: Boucekkine, R., Diene, B., Azomahou, T. (2008). Growth Economics of Epidemics: A Review of the Theory, Mathematical Population Studies: An International Journal of Mathematical Demography, 15:1, p. 6, Figure 1, editiert von Christina Umgeher 41
3.3. Phasendiagramm in der (p, q) - Ebene
Quelle: Eigene Berechnungen, *Matlab® Toolbox OCMat* 55
3.4. Kapital und Konsum im Zeitverlauf für Parameter $\gamma = 0$, $\gamma = 0.1$
Quelle: Eigene Berechnungen, *Matlab® Toolbox OCMat* 56
3.5. Kapital und Humankapital im Zeitverlauf für Parameter $\gamma = 0$, $\gamma = 0.1$
Quelle: Eigene Berechnungen, *Matlab® Toolbox OCMat* 57
3.6. Phasendiagramm in der (p, u) - Ebene
Quelle: Eigene Berechnungen, *Matlab® Toolbox OCMat* 58
3.7. Arbeitszeit u im Zeitverlauf bei verschiedenen Parameterwerten für γ
Quelle: Eigene Berechnungen, *Matlab® Toolbox OCMat* 59
3.8. Phasendiagramm in der (q, u) - Ebene
Quelle: Eigene Berechnungen, *Matlab® Toolbox OCMat* 59

Tabellenverzeichnis

1.1. Anstieg der Lebenserwartung
Quelle: World Development Indicators 2003
(Washington; World Bank, 2003) 11

1. Einleitung

Seit Anbeginn der Menschheit gibt es Epidemien und mit dem Fortbestand der Menschheit ist auch die Existenz von Epidemien gesichert. Die Analyse von Eigenschaften und Auswirkungen von Epidemien ist also weder ein besonders altes, noch ein besonders neues Thema, jedoch stets ein aktuelles. Ob Pest, Cholera, HIV-Virus, Influenza-Virus, H1N1-Virus, etc., die Typen könnten verschiedener nicht sein. Auf den ersten Blick erkennt man schon die Schwierigkeit für all diese verschiedenen Formen von Epidemien allgemeine Aussagen treffen zu können. Die vorliegende Arbeit ist daher in drei große Themenbereiche gegliedert.

Kapitel 1 beschäftigt sich mit der Messbarkeit von Gesundheit im Allgemeinen und bietet einen Überblick der Zusammenhänge zwischen Gesundheit, Reichtum und Wohlstand.

In *Kapitel 2* betrachtet man die Auswirkungen von Epidemien auf die individuellen Entscheidungen der Menschen. Mittels eines Modells überlappender Generationen versucht man einen besseren Einblick in die Entscheidungen hinsichtlich der Fertilität, unter der Beeinträchtigung durch epidmiologische Schocks, zu bekommen.

Kapitel 3 behandelt die ökonomischen Auswirkungen von Epidemien auf das Wirtschaftswachstum einer Ökonomie. Hierfür reicht eine Einteilung in sogenannte „kurzfristige“ und in „langfristige“ Epidemien. Als Repräsentant für „kurzfristige“ Epidemien wird die Spanische Grippe für die Diskussion herangezogen. „Langfristige“ Epidemien werden an Hand der HIV/AIDS-Epidemie modelliert.

In *Kapitel 4* werden die Ergebnisse aus den drei Themenbereichen noch einmal kurz zusammengefasst und allgemein diskutiert.

1.1. Ein Überblick: Gesundheit, Reichtum und Wohlstand

In ihrem Artikel ”Health, Wealth and Welfare” [13] fassen Bloom, Canning und Jamison die existierende Literatur hinsichtlich der ökonomischen Einflüsse von Veränderungen der Gesundheit einer Population zusammen. Des Weiteren geben sie einen Überblick über die diversen Möglichkeiten wie die Ökonomie durch Gesundheitsveränderungen beeinflusst wird. Die Schätzung der Effekte ist ebenfalls ein wesentlicher Bestandteil des Artikels.
Die Geschichte der letzten 150 Jahre wird geprägt von einem starken Wandel der Gesundheit der Menschen. Nicht nur die Industriestaaten, oder bestimmte Regionen, Kontinente wie Europa, sondern global gab es eine wesentliche Veränderung hinsichtlich Lebensdauer und Gesundheit. Die Menschen haben nicht nur längere und gesündere Leben, son-

dern auch produktivere. Diese Veränderungen habe grundlegende Auswirkungen auf die Struktur und die Größe der Bevölkerung. Die Verbesserung der Gesundheit der Einzelnen führte zu steigenden Wachstumsraten weltweit. Die Zahlen sprechen eine deutliche Sprache (siehe Tabelle 1.1) und veranschaulichen die drastischen Veränderungen: Zwischen dem 16. Jahrhundert bishin zu Mitte des 19. Jahrhunderts gab es zwar weltweit Unterschiede hinsichtlich der Lebenserwartung, sie lag aber durchschnittlich unter 40 Jahren. Obwohl davor kein Aufwärtstrend erkennbar war, kam es in der zweiten Hälfte des 19. Jahrhunderts langsam aber stetig zu einem leichten Anstieg der Lebenserwartung. Die wesentlichen und starken Veränderungen hinsichtlich der erwarteten Lebensdauer fanden schließlich im 20. Jahrhundert statt. Der Ursprung dieses intensiven Aufwärtstrends war in Europa und breitete sich schließlich auf den Rest der Welt aus. In der folgenden Tabelle sind die konkreten Zahlen festgehalten.

	Lebenserwartung			Veränderungsrate/Dekade	
Region	1960	1990	2001	1960-1990	1990-2001
Ostasien, Pazifik	39	67	69	9.3	1.8
Europa, Zentralasien	k.A.	69	69	k.A.	0.0
Lateinamerika, Karibik	56	68	71	4.0	2.7
Mittlerer Osten, Nordafrika	47	64	68	5.7	3.6
Südasien	44	58	63	4.7	4.5
Sub-Sahara Afrika	40	50	46	3.3	-3.6
niedriges und mittleres Einkommen	44	63	64	6.3	0.9
hohes Einkommen	69	76	78	2.3	1.8
Welt	50	65	67	5.0	1.8

Tabelle 1.1.: Anstieg der Lebenserwartung
Quelle: World Development Indicators 2003
(Washington; World Bank, 2003)

Die Gründe für dieser Veränderungen werden heftig von Demografen und ökonomischen Historikern diskutiert. Alles deutet aber mehr und mehr auf gestiegene Einkommen hin und daraus resultierend Verbesserungen der sanitären Anlagen, sowie der besseren Verfügbarkeit von Nahrung. Dies sind die Hauptursachen für das Sinken der Sterberaten in der zweiten Hälfte des 19. Jahrhunderts. Für den Starken Anstieg der Lebenserwartung im 20. Jahrhundert machen die Demografen und ökonomischen Historiker die technischen Verbesserungen, im Speziellen die Keimtheorie bei Krankenheiten, ein besseres Verständnis von Hygiene, sowie die Entwicklung von Antibiotika und Impfstoffen, verantwortlich. Ein Beispiel für einen besonders dramatsichen Abfall der Sterberaten liefert Chile:
Frauen, welche 1910 geboren wurden, waren mit einer Lebenserwartung von 33 Jahren konfrontiert. Heutzutage kann eine Chilenin mit einer Lebenserwartung von über 78 Jahren rechnen. Das ist mehr als eine Verdoppelung und nur um 2 Jahre weniger als die Lebenserwartung in Amerika. Hinsichtlich der Kindermortalität gab es ebenfalls gravierende Veränderungen. Während 1910 die Wahrscheinlichkeit vor dem 5. Lebensjahr zu sterben, bei etwa eins zu drei stand, liegt die Wahrscheinlichkeit heutzutage bei weniger als eins zu fünfzig. Bei den Chileninnen mittleren Alters gab einen Wandel mit weit reichenden Konsequenzen. Die Wahrscheinlichkeit an Tuberkulose oder bei der Geburt eines Kindes zu sterben ist ebenso gesunken, wie bei Frauen mittleren Alters, die Wahrschein-

lichkeit an einer Krebserkrankung zu sterben. Folgen der gesteigerten Lebensqualität sind, dass die Frauen entscheiden weniger Zeit mit dem Aufziehen von Kindern zu verbringen. Während also 1950 durchschnittlich $5,3$ Kinder pro Frau geboren wurden, liegt heutzutage die Fertilitätsrate mit $2,3$ knapp über der Reproduktionsrate einer Bevölkerung.
Die Kernfrage, die sich nun also stellt, ist wie diese Verbesserungen der Gesundheit der Bevölkerung seit Mitte des 19. Jahrhunderts, die gesamte Ökonomie beeinflusst haben? In weiterer Folge stellt sich auch die Frage, welche Konsequenzen das Absinken der Lebenserwartung in Afrika und anderen Regionen, die mit der HIV/AIDS-Epidemie konfrontiert sind, für diese Ökonomien haben.
Betreffend der Schätzungen des technischen Fortschrittes zeigen die neuesten Studien, dass die Messgröße BIP pro Kopf den Fortschritt ebenso unterschätzt, wie die ökonomischen Verluste durch die HIV/AIDS Epidemie. Ein besserer Indikator wäre das so genannte "Gesamteinkommen", ein Konzept bei dem die Lebenserwartung Bestandteil des ökonomischen Nutzens ist. Becker, Philipson und Soares (2003) [8] formulieren die indirekte Nutzenfunktion $V(Y,S)$ dabei in folgender Weise:

$$V(Y,S) = max \int_0^\infty e^{-\rho t} S(t) u(c(t)) dt \tag{1.1}$$

wobei das Gesamteinkommen Y folgendermaßen gegeben ist:

$$Y = \int_0^\infty e^{-rt} S(t) y(t) dt \tag{1.2}$$

Die Überlebenswahrscheinlichkeit ist durch die Funktion $S(t)$ gegeben. Sie ist Bestimmungsgröße sowohl für das Gesamteinkommen, als auch die Nutzenfunktion. $c(t)$ bezeichnet den Konsum zum Zeitpunkt t, r die Zinsrate, mit ρ wird die Zeitdiskontrate angegeben und $y(t)$ beschreibt das Einkommen zum Zeitpunkt t. In Falle Afrikas zeigt dieser neue Maßstab die ökonomischen Konsequenzen von AIDS der letzten 15 Jahren und lässt zukünftige Katastrophen erkennen (siehe Jamison, Sachs, Wang [37], 2001).

1.2. Wie Gesundheit das Pro-Kopf-BIP beeinflusst

Gesunde Arbeiter sind weitaus produktiver als kranke Arbeiter, die mit demselben Humankapital ausgestattet sind, die selbe Ausbildungszeit hatten etc., also ansonsten äquivalente Vorrausetzungen haben. Eine Art den Einfluss von Gesundheit auf die Pro-Kopf Produktion zu zeigen, ist, das Gesundheitsinvestment in Kinder und die Ernährung der Kinder von dem Löhnen der Eltern abhängig zu machen.

Es gibt mehrere Möglichkeiten, wie die Gesundheit Einfluss auf die Pro-Kopf-Produktivität nimmt (siehe Abbildung 1.1):

- Durch angepasste Entscheidungen bei den Ausgaben und dem Sparverhalten über den gesamten Lebenszyklus. Der Pensionsgedanke taucht allerdings erst auf, sofern die Lebenserwartung hinreichend groß ist. Steigende Lebenderwartungen in Entwicklungsländern liefern für die heutigen Generationen Beweggründe ihr Sparverhalten anzupassen. Eine Entwicklung die dramatische Auswirkungen auf die nationalen

Sparraten haben kann. Während das intensive Sparverhalten nur für eine Generation andauert und im Falle von Bevölkerungsalterung durch die Bedürfnisse der Älteren kompensiert wird, kann es zu einem starken Anstieg von Investitionen und in weitere Folge, des Wirtschaftswachstums, kommen.

- Eine weitere Möglichkeit ist der Anstieg von direktem Fremdinvestment. Investoren vermeiden Investitionen in Regionen, welche durch Krankheiten/Epidemien belastet werden. In Westafrika kam es vor der erfolgreichen Kontrolle der Flussblindheit zu Zugangsbeschränkungen betreffend Land und anderen Rohstoffen.

- Bessere Bildung ist ein weiterer Faktor, der das Produktionswachstum beeinflusst. Gesündere Kinder haben eine höhere Anwesenheitsrate während ihrer Ausbildung und dadurch eine bessere Entwicklung ihrer kognitiven Fähigkeiten. Eine höhere Lebenserwartung macht also das Investment in Bildung und Ausbildung attraktiver.

- Die anfänglichen Nutznießer von Gesundheitsverbesserungen sind oft die Schutzlosesten: Kinder. Eine geringere Kindermortalität führt zu einer "Baby-Boom" Kohorte, da die Realisierung des Absinkens der Mortalität erst allmählich erkannt wird und die Reaktion auf diese Veränderung erst mit einem gewissen "Lag" stattfindet. Des weiteren folgt auf Grund der gestiegenen Lebenserwartung ein Sinken der Geburtenrate, da die Familien entscheiden weniger Kinder zu haben. Die "Baby-Boom" Kohorte ist daher einzigartig und beeinflusst die Ökonomie in starkem Maße, bei Eintritt in die Ausbildung, den Arbeitsmarkt, durch das Sparverhalten für die Pension und beim Austritt aus dem Arbeitsmarkt. Die Kohorten vor und nach der "Baby-Boom"- Kohorte sind um ein Vielfaches kleiner.

In der nachstenden Abbildung (1.1) werden diese Beziehungen zwischen Produktion und Gesundheit noch einmal verdeutlicht.

Eine Erkrankung der Kinder führt zu einem Anstieg der Kindermortalität und dadurch zu einem Anstieg der Fertilität: Die Anzahl der Geburten steigt, damit die Eltern trotzdem die gewünschte Anzahl an Nachkommen erreichen (siehe *Proposition 2*, Seite 31). Gleichzeitig bleiben die Ausbildung der Kinder und somit die kognitiven Fähigkeiten auf der Strecke. Dies führt zu einem Sinken der Produktivität. Eine Erkrankung der Erwachsenen führt zu geringerem Zugang zu Ressourcen, beziehungsweise zu einem erschwerten Zugang zur Weltwirtschaft (wie oben schon das Beispiel mit der Flussblindheit in Westafrika andeutet). Dies führt im Weiteren zu einem Rückgang des Investments in physisches Kapital. Sowohl der erschwerte Zugang zu Ressourcen als auch das gesunkene Investment in physisches Kapital führen zu einem Rückgang der Produktivität. Auf der anderen Seite führt eine Erkrankung der Erwachsenen auch zu einer geringeren Partizipationsrate am Arbeitsmarkt, hervorgerufen durch eine höhere Mortalität und einer früheren Pension der Arbeitskräfte. Die Veränderungen der Altersstrukur spiegeln sich in einem höheren Abhängigkeitsverhältnis (= das Verhältnis aus Nicht-Teilnehmern am Arbeitsmarkt zu den Teilnehmern am Arbeitsmarkt) wider. Dadurch sinkt das Bruttoinlandsprodukt pro Kopf und in weiterer Folge die Produktivität der Ökonomie.

Nachdem eine bessere Gesundheit die Produktion einer Wirtschaft positiv beeinflusst, würde man erwarten, dass eine bessere Gesundheit Hand in Hand mit höheren Gleichge-

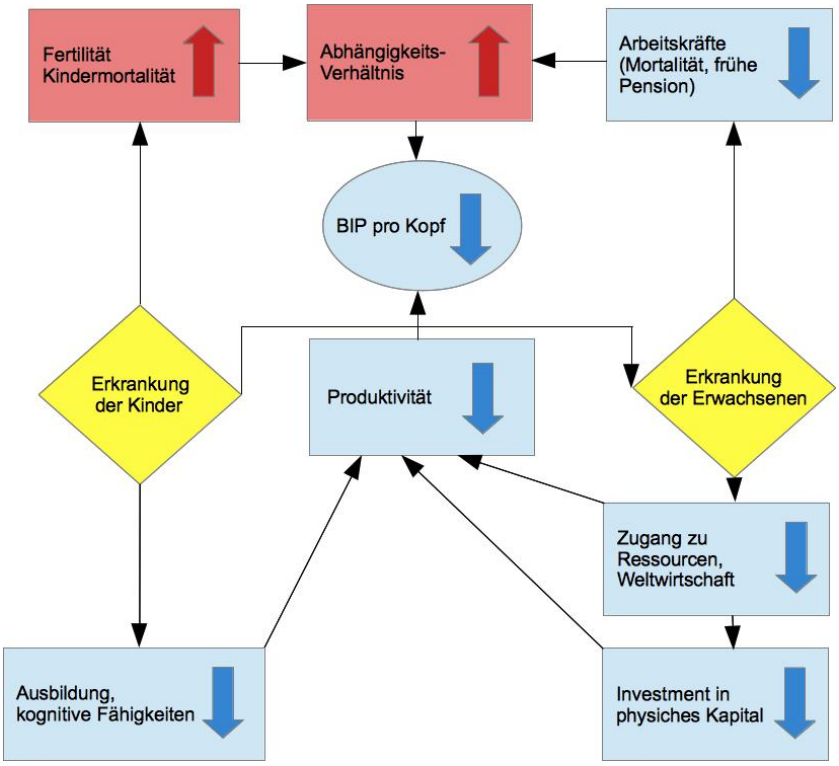

Abbildung 1.1.: Einfluss der Gesundheit auf das Bruttoinlandsprodukt
Quelle: Ruger, Jennifer Prah, Jamison, Dean T., Bloom, David E. (2001), International Public Health, p.619,
editiert von Merson, Michael H., Black, Robert E., Mills, Anne J. (Sudbury, Massachusetts: Jones und Barlett)

wichtsoutputs geht. In der Realität gibt es allerdings Verzögerungen, bis sich die Ökonomie anpasst. Man erwartet daher, dass Ökonomien mit einem hohen Gesundheitsstandard und einem geringen Einkommenslevel relativ schneller ein höheres Wirtschaftswachstum erleben, als deren Einkommen steigt.

Nachdem die verschiedenen Zusammenhänge zwischen Gesundheit und Pro-Kopf Produktion festgestellt wurden, stellt sich nun die Frage, wie stark der Gesamteffekt von Veränderungen betreffend der Gesundheit auf das Wirtschaftswachstum ist. Internationale Schätzungen zeugen von einem robusten Anteil des Gesundheitsfaktors. Studien belegen, dass das initiale Gesundheitslevel einer Population ebenso großer Bedeutung ist, wie andere potentiellen Wachstumsdeterminanten, z.B. das initiale Pro-Kopf Einkommen, das initiale Bildungslevel, etc. . Bloom, Canning und Sevilla (2004) [14] ermittelten, dass ein Jahr höhere Lebenserwartung zu einem Anstieg des Pro-Kopf-Bruttoinlandsprodukts von 4% führt. Diese Zahlen verleihen den vorangegangenen Bemerkungen die notwendige Bedeutung zu und zeigen in welchem Ausmaß der Zusammenhang zwischen Gesundheit und Produktion zu verstehen ist.

Allerdings ist dieser Zusammenhang nicht bei allen Ländern gleich. In Ländern mit niedrigem Einkommensniveau ist der Gesundheitseffekt stärker, als bei jenen mit einem hohen

Pro-Kopf Einkommen. Ebenso ist der Einfluss der Gesundheit intensiver in Ländern mit guter Wirtschaftspolitik, freiem Handel und zuverlässigen Regierungen. Speziell bei der Betrachtung von Entwicklungsländern sind diese Aspekte zu berücksichtigen. Des Weiteren konnten Bloom, Canning und Malaney (2000) [12] zeigen, dass das so genannte Ost-Asien Wunder keineswegs ein "Wunder" war, sondern im Gegenteil, eine Beispiel für einen Wachstumsprozess, in dem Gesundheitsverbesserungen eine führende Rolle spielten.

1.3. Engels- und Teufelskreise

Einerseits können Verbesserungen der Gesundheit einer Population fördernd für die wirtschaftliche Leistungsfähigkeit einer Ökonomie sein, doch es kann auch der umgekehrte Effekt auftreten: Verschlechterungen der Gesundheit einer Ökonomie können zur Schwächung der Leistungsfähigkeit einer Ökonomie führen. Dieser umgekehrte Zusammenhang erschwert die Schätzung des Gesundheitseffekt auf die Produktion. Die in der Literatur übliche Vorgangsweise ermittelt den Effekt über die Zeit. Das heißt man nimmt an, dass der resultierende Effekt erst mit einer gewissen Verzögerung auftritt. So kann man die Gesundheit der Kinder und deren Ernährung als bestimmende Faktoren der Löhne der Erwachsenen formulieren und die Gesundheit der Bevölkerung aus dem Jahr 1960 als Kriterium für das wirtschaftliche Wachstum zwischen 1960 und 1995 definieren. Dieser zweifache Zusammenhang kann zu einem Aufschwung führen: bessere Gesundheit führt zu höherem Wirtschaftswachstum und dies erleichtert weitere Verbesserungen der Gesundheit und so weiter. Dieser Aufwärktszyklus kann zwar eine Weile andauern, allerdings sind die Erträge von Gesundheitsverbesserungen abnehmend und die demografischen Veränderungen führen zu einer Alterung der Bevölkerung.

Ebenso wie es zu solchen positiven Aufwärtsspiralen kommen kann, gibt es die Möglichkeit von negativen Abwärtstrends. Verschlechterung des Gesundheitslevels einer Ökonomie können zur Verarmung führen. Durch den Wandel zum Kommunismus wurde das starke Sinken der Lebenserwartung der Männer in der früheren Sowjetunion noch drastisch verstärkt. Einen ebenso drastischen Verlauf erleben die Sub-Sahara Regionen in Afrika durch die HIV/AIDS-Infektionen. Die Auswirkungen der AIDS/HIV-Epidemie auf das Bruttoinlandsprodukt pro Kopf könnten das Ausmaß des Effekts verdeutlichen. Der Verlust der Arbeitskräfte im besten Alter durch die Epidemie führt zu einem beträchtlichen Schwund an Humankapital. Die hohen Sterberaten bringen die neuen Generationen davon ab in Ausbildung und Humankapital zu investieren. Die Epidemie betrifft hauptsächlich junge Arbeiter, die auch Eltern sind. Dadurch entsteht eine Generation an Waisenkindern, welche arbeiten gehen müssen, um zu überleben und daher nicht die nötige Ausbildung erhalten. Die hohen Sterberaten können also zu einer Reduktion der Investitionen führen. Durch geringere Lebenserwartung sinkt auch die Sparrate, da die Chancen auf eine Pensionierung sinken. In Regionen mit hoher AIDS/HIV-Verbreitungsrate investieren fremde Firmen weniger. Die direkte Belastung der Arbeiter durch die Epidemie, die Aussicht auf vielfachen Austausch von Arbeitskräften und der Ausblick auf den Verlust von Arbeitern mit spezifischen Fähigkeiten sind Gründe für die Reduktion von Fremdinvestment.

1.4. Wie Gesundheit das "Gesamteinkommen" beeinflusst

Das Pro-Kopf Bruttoinlandsprodukt ist nicht ideal für die Beurteilung von Ökonomien unter gesundheitlichen Aspekten. Länder mit demselben Bruttoinlandsprodukt pro Kopf aber Einwohnern mit langen und gesunden Leben übertreffen jene deren Bevölkerung Krankheiten erleiden und früher sterben.

Mögliche Maße zur Beurteilung der Unterschiede hinsichtlichder Mortalität wären zum Beispiel die individuelle Bereitschaft auf Einkommen zu verzichten, um unter sichereren Bedingungen zu arbeiten, die Bereitschaft der Gesellschaft für gesundheitsverbessernde Maßnahmen und für Sicherheitsbedingungen zu zahlen. Die Zusammenfassung dieser Studien zur "Bereitschaft zu zahlen" werden unter dem Begriff "Wert eines statistischen Lebens" zusammengefasst.

Wert eines statistischen Lebens

Auf der Suche nach einer Beurteilung der Konsequenzen des öffentlichen Gesundheitsektors, der Sicherheit und Umwelteingriffen für die Sterberate entstand über viele Jahrzehnte eine reichhaltige Literatur, welche versucht diese Frage über die individuelle Bereitschaft Risiken einzugehen zu beantworten. W. Kip Viscusi und sein Kollege Joseph Aldy (2003) [50] formulieren die Methode folgendermaßen:

Individuen spiegeln mit ihren täglichen Entscheidungen wider, wie sie Gesundheit und Sterberisiko bewerten. Dies geschieht durch das Fahren eines Autos, das Rauchen einer Zigarette und zum Beispiel durch das Essen eines halbgaren Hamburgers. Viele dieser Entscheidungen beinhalten Marktentscheidungen, wie zum Beispiel den Kauf riskanter Produkte oder das Arbeiten in einem mit Risiko behafteten Job. Da Anstiege des Gesundheitsrisikos unverwünscht sind, muss es ein anderes Motiv geben, welches diese Aktivitäten attraktiv erscheinen lässt. Basierend auf dem Wissen über Marktentscheidungen, die Trade-offs zwischen Risiko und Geld implizieren haben Ökonomen Schätzer für den Wert eines statistischen Lebens entwickelt.

Ein Beispiel dafür wäre Folgendes:
Ein Arbeiter verlangt (und wird bezahlt) 500$ pro Jahr an Zusatzverdienst, um in einem ansonsten gleichwertigen, aber risikoreicheren Job zu arbeiten. Risikoreicher bedeutet in diesem Fall, dass der Anstieg der Sterberate 1 zu 10.000 pro Jahr beträgt und der Wert um bei deisem Betrag das Risiko zu minimieren beläuft sich auf 500$. Der Wert eines statistischen Lebens ist definiert als die erforderliche beobachtete Menge an Geld, die benötigt wird um das Risiko auf sich zu nehmen, dividiert durch das Risikolevel. In diesem Beispiel wäre das also: $\frac{\$500}{\frac{1}{10000}} = \$5000000$. Viscusi und Aldy liefern einen umfassenden Überblick an Methoden dieses Forschungsfeldes und fassen ihre Ergebnisse aus 60 Studien über 10 Länder zusammen.
Wenig überraschend ist, dass die Bereitschaft zu zahlen, um Risiken zu vermeiden bzw. zu minimieren, mit dem Einkommen steigt. Eine vernüftige Bandbreite an Werten für den "Wert eines statistischen Lebens" eines Landes liegt zwischen dem 100 und 200-fachen des Pro-Kopf-Bruttoinlandsproduktes. Wobei zu bemerken ist, dass dieser Wert bei reicheren

Ländern eher am oberen Ende dieses Bereiches liegt.

Obwohl in der Volkswirtschaftlichen Gesamtrechnung (NIPA) die Gesundheitsaussgaben (wie Medikamente und Arztzeiten) miteinberechnet werden, beinhalten Standardprozeduren keine Information über die Änderungen von Mortalitätsraten. Pioniersarbeit wurde in diese Richtung von Dan Usher (1973) [49] geleistet, welcher die Reduktion von Sterberaten in die Analyse der Volkswirtschaftlichen Gesamtrechnung einbaute. Das Gesamteinkommen wird dabei aus einem multiplikativen Zusammenhang von Einkommen und Lebenserwartung berechnet. Für die Wachstumsraten dieser Größen gilt somit ein kumulativer Zusammenhang. Mit Hilfe dieser erzeugten Schätzer für das Wachstum des Gesamteinkommens erzeugt Dan Usher (1973) [49] Schätzungen für die Länder Kanada, Chile, Frankreich, Japan, Sri Lanka und die Provinz Taiwan für die mittleren Jahrzehnte des 20. Jahrhunderts. Bei den Ländern mit hohem Einkommensniveau konnten etwa 30% des Wachstums des Gesamteinkommens gesunkenen Mortalitätsraten zugeordnet werden. In Entwicklungsländern, wo es in dieser Zeit zu einem noch zügigeren Sinken der Mortalitätsraten kam, waren die Effekte auf das Einkommen durch die veränderte Mortalitätsumgebung noch stärker. Die Schätzer für Veränderungen des Gesamteinkommens werden typischerweise durch Hinzufügen der Veränderungen jährlichen Mortalitätsraten zu den Veränderungen des jährlichen Pro-Kopf-Bruttoinlandsproduktes erzeugt. Doch auch bei diesen Schätzungen handelt es sich nicht um Konzepte, welche die gesamte Bandbreite von Gesundheitseinflüssen beinhalten, denn es wird lediglich der Mortalitätsaspekt berücksichtigt.

1.5. Das verheerende Ausmaß von AIDS auf die Ökonomien der Sub-Sahara Regionen Afrikas

Die Lebenserwartung stieg in Afrika von 40 Jahren im Jahre 1960 auf 50 Jahre im Jahr 1990. Allerdings steuert die AIDS-Epidemie dieser Entwicklung maßgeblich entgegen. Bis zum Jahr 1990 kam es zu einer massiven HIV-Ausbreitung in Afrika. Obwohl die Anzahl an Toten zu diesem Zeitpunkt mit 218.000 in Afrika, außgehend von 7.940.000 Toten weltweit, also 2,7%, relativ gering war. Betrachtet man allerdings jüngere Zahlen, so wurde die Anzahl der AIDS-Toten in Afrika 2001 auf 2.197.000 geschätzt und betrug somit 20,6% der Gesamtanzahl an Toten durch die AIDS-Epidemie weltweit in diesem Jahr. Ein Ergebnis dieser Entwicklungen ist ein Absinken der Lebenserwartung auf 46 Jahre.

Allerdings fand man, abgesehen vom Absinken der Lebenserwartung, wenig Einfluss der AIDS-Epidemie auf das Bruttoinlandsprodukt pro Kopf in dieser Region. Dies zeigt, dass die Pro-Kopf-Produktion als Maß für die Wohlfahrt einer Ökonomie ungeeignet ist. Indessen kann das Pro-Kopf-Bruttoinlandsprodukt auf Grund von sinkenden Ausbildungsraten und sinkenden Sparraten auf Grund der Mortalitätsumgebung langfristig absinken. Das die AIDS-Epidemie zu einer menschlichen Katastrophe in vielen Ländern der Sub-Sahara Region Afrikas geführt hat, steht außer Frage. Mittels dem sogenannten "Gesamteinkommen" versucht man diese Effekte zu quantifizieren und zu messen. Dieses Konzept macht die Wohlfahrt der Ökonomie abhängig von Änderungen hinsichtlich der Lebenserwartung. Mit dieser Betrachtung versucht man einen besseren Schätzer für diese Katastrophe zu

bekommen um ein genaueres Bild der ökonomischen Effekte und deren Ausmaße zu bekommen.

In der Literatur bestehen die Veränderungen des "Gesamteinkommens" aus zwei Teilen: den Veränderungen des Bruttoinlandsprodukts pro Kopf und den Veränderungen der Mortalitätsraten. Um die Veränderungen der Mortalitätsraten zu erhalten, versucht man in einem ersten Schritt die Auswirkungen von AIDS auf die Sterblichkeit zu schätzen. Mit dem Jahr 2000 war die Epidemie (im Durchschnitt) soweit fortgeschritten, dass die Mortalitätsraten der Menschen im mittleren Alter beträchtlich anstiegen. Im Jahr 1990 hat ein 15-jähriger junger Mann eine 51% Chance vor scheinem 60. Geburtstag zu sterben. Bis zum Jahr 2000 stieg dieser Wert auf 57%. Bei den Frauen stieg dieser Wert von 45% auf 53%. Vergleicht man diese Werte mit Japan, so lag der Sprung dort nur bei 4,8%. Der Mittelwert der Änderungen der jährlichen Sterbewahrscheinlichkeit aus dem Zeitraum 1990 bis 2000 lag bei 0,35% pro Jahr.

Jamison, Sachs und Wang (2001) [37] schätzen die ökonomischen Kosten der Mortalitäsantiege auf 15% des Bruttoinlandsprodukts Afrikas im Jahr 2000. Dabei nimmt man an, dass 50% der Bevölkerung zwischen 15 und 60 Jahre alt ist und 90% der AIDS-Toten aus dieser Bevölkerungsgruppe stammen. Insgesamt führen die Kosten der Epidemie zu einem Einkommensrückgang um etwa 1,7% pro Jahr von 1990 bis 2000 und somit weit mehr als die bisherigen Schätzungen betreffend der Effekte der AIDS-Epidemie auf das Bruttoinlandsprodukt.

Im Kontrast zu der verheerenden AIDS-Epidemie führten vor dem Jahr 1990 Verbesserungen bei der Gesundheit der Erwachsenen zu großem ökonomischen Nutzen gemessen an Veränderungen des Pro-Kopf-Bruttoinlandsproduktes. Der geschätzte Effekt beträgt mehrere Prozentpunkte pro Jahr zur Wachstumsrate der Produktion in vielen Ländern Afrikas in den Jahren 1960-1990. Diese Erkenntnisse tragen wesentlich zu einer neuen Sichtweise der Wirtschaftsleistung einer Ökonomie bei. Am Beispiel Malawi zeigt sich, dass obwohl die Wachstumsrate des Pro-Kopf-Bruttoinlandsprodukts in den 1980er Jahren leicht negativ war, die Wachstumsrate des "Gesamteinkommens" deutlich positiv ausfiel, bevor es zu einem radikalen Absinken in den 1990er Jahren kam. Im Gegensatz zu den Daten aus Kenya (siehe Abbildung 1.2). Mit dem Wissen, dass das "Gesamteinkommen" ein weitaus besseres Maß für die Wirtschaftsleistung eines Landes ist, als das Bruttoinlandsprodukt pro Kopf, kann man nun aus der Grafik deutlich erkennen, dass die Wirtschaftsleistung Kenyas vor 1990 deutlich unterschätzt wurde und nach 1990 sichtbar überschätzt.

Allerdings ist zu bemerken, dass etwa 15 Jahre lang nur wenig weiterführende Arbeit in der Forschung von Effekten der Mortalitätsveränderung auf das "Gesamteinkommen" betrieben wurde, obwohl währenddessen die Anzahl an sorgfältig konstruierten Schätzern für den "Wert eines statistischen Lebens" stark gestiegen ist. Danach gab es im Speziellen zwei Papers, deren Ansätze großes Interesse hervorriefen. Ein Ansatz kam von Francois Bourguignogn und Christian Morrisson (2002) [15], welcher als Vorraussetzung für die Analyse der langfristige Entwicklung von Unterschieden zwischen Einwohnern eine umfassende Definition der ökonomischen Wohlfahrt durch die Betrachtung der Agenten über die ganze Lebensdauer als notwendig betrachten. Die Ergebnisse ihrer Arbeit zeigten,

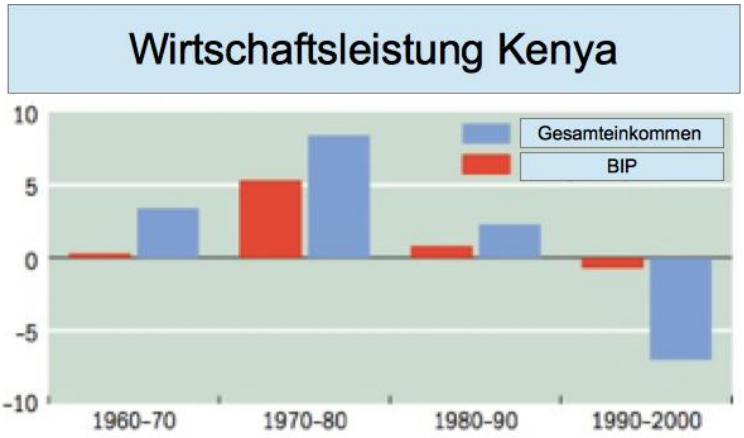

Abbildung 1.2.: Wirtschaftsleistung Kenyas gemessen mittels Gesamteinkommen und Bruttoinlandsprodukt pro Kopf
Quelle: Jamison, Dean T., Jeffrey Sachs, and Jia Wang (2001)

dass starke Anstiege bei der Lebenserwartungen in armeren Ländern zu Abnahme bei Unterschieden zwischen den Einwohnern führten. Die Abnahme der Unterschiede begann grob geschätzt 1950, obwohl die Einkommensunterschiede leicht anstiegen. Die Tabelle 1.1 zeigt, dass der Ansteig der Lebenserwartugen zwischen 1960 und 1990 bei den Entwicklungsländern bei 6,3 Jahren pro Dekade liegt, im Gegensatz zu den Ländern mit hohem Einkommen wo der Ansteig "nur" 2,3 Jahre pro Dekade betrug. Den zweiten wichtigen Beitrag betreffend Wachstum des "Gesamteinkommens" pro Kopf der Vereinigten Staaten von Amerika im 20. Jahrhundert liefert Wiliam Nordhaus (2003) [46]. Er kam zu dem Ergebnis, dass mehr als die Hälfte des Wachstums des "Gesamteinkommens" von einem Rückgang der Mortalitätsraten in der ersten Hälfte des 20 Jahrhunderts stammte. Für die zweite Hälfte des 20. Jahrhunderts kann etwas weniger als die Hälfte des Wachstums des "Gesamteinkommens" dem Sterberückgang zugeordnet werden. Zu bemerken ist, dass während dieser Zeit sich das Realkommen der Vereinigten Statten versechsfacht hat und die Lebenserwartung um etwas mehr als 25 Jahre anstieg. In seinem paper fasst William Nordhaus die bestehenden theoretischen Erkenntnisse über das "Gesamteinkommen" sowie diverse Methoden und Messmöglichkeiten des Gesamteinkommens, zusammen.

Bloom, Canning und Jamison (2004) [13] erwähnen noch drei weitere Arbeiten, bei denen die bestehende Literatur und die Methoden der Interpretation von Wirtschaftsleistung in Entwicklungsländern der letzten Jahrzehnte ausgebaut wurden. Das Hauptergebnis all dieser Studien ist, dass die Analysen mittels "Gesamteinkommen" und deren Ergebnisse von den Analysen, welche auf dem Bruttoinlandsprodukt pro Kopf basieren, stark abweichen. Zwei dieser Studien beurteilten den Einfluss der AIDS-Epidemie mittels Gesamteinkommen und folgerten, dass die AIDS-Epidemie der 1990er Jahre weitaus negativere ökonomische Konsequenzen mit sich zog, als mittels der Schätzung durch das Pro-Kopf-Bruttoinlandsprodukt. Mit seinen Kollegen erweiterte Gary Becker (2003) [8] die früheren Arbeiten von Bourguignon und Morrisson(2002) [15] und stellte eine starke absolute Konvergenz bei der Messung mit "Gesamteinkommen" bei diveren Ländern über die Zeit fest. Jeffrey Sachs und seine Kollegen (2001,2003) [37] [38] setzten die vorangegan-

genen Arbeiten der CMH, eine Abteilung der Weltgesundheitsorgansiation (WHO), fort: Mittels Standardwachstumsregressionen internationaler Länder auf die Bestimmungsgrößen des "Gesamteinkommens" kamen sie zum Schluss, dass Ökonomien auf das selbe Ziel, hinsichtlich "Gesamteinkommen", zusteuern. Vorsichtig behaupten sie, dass die Bestimmungsgrößen für ein Wachstum des "Gesamteinkommens" dieselben wie beim Wachstum des Bruttoinlandsprodukts sind.

1.6. Zusammenfassung

Der dramatische Abfall der Sterberaten oder umgekehrt formuliert, die stark ansteigenden Lebenserwartungen der letzten eineinhalb Jahrhunderte, sowie der Umschwung durch die AIDS-Epidemie in Afrika ab 1990, hatten bedeutende Konsequenzen für die Wirtschaft. Es gibt einen grundlegenden Einfluss von Gesundheit auf das Bruttoinlandsprodukt: ein Jahr mehr Lebenserwartung kann das Wachstum des Pro-Kopf-Bruttoinlandsproduktes einer Ökonomie um 4% steigern. Berücksichtigt man die inkludierten Änderungen der Mortaltitäsraten, durch die Betrachtung des "Wertes eines statistischen Lebens", so ist dieser Einfluss noch erheblicher.

Geht man nun einen Schritt weiter und fragt nach den Konsequenzen dieser Erkenntisse, so stellt sich umgehend die Frage, welche Bedeutung die Ergebnisse für Entwicklungsstrategien und in der Nutzenkostenanalyse für Investitionsoptionen des öffentlichen Sektors haben? Verwendet man das Konzept des "Gesamteinkommens" bei der Nutzenkostenanalyse von Gesundheitsinvestments und Investments in verwandte Sektoren wie Ausbildung, Versorgung etc., so würde es einen deutlichen Anstieg der Schätzer für den Nettogewinn und die Gewinnraten geben. Derzeit werden allerdings nur etwa 10% der offiziellen Entwicklungshilfe (ODA) direkt in Gesundheit investiert. Unter diesen neu gewonnen Erkenntnissen wäre eine Neubewertung der diversen Investitionsarten zur Verbesserung des Lebensstandards möglich. Die dadurch entstehende Neuzuteilung der verfügbaren Budgets der offiziellen Entwicklungshilfe (ODA) könnte zu einem hochverdienten Aufschwung führen.

2. Auswirkungen von Epidemien auf das Verhalten der Agenten

Basierend auf dem paper von Boucekkine, Desbordes und Latzer (2009) [20] werden in diesem Kapitel die Auswirkungen von Epidemien auf das Verhalten der Agenten analysiert. Hauptthema ist dabei das Fertilitätsverhalten der Agenten unter dem Einfluss von Epidemien. Dabei wird eine Theorie entwickelt, welche das optimale Fertilitätsverhalten unter dem Einfluss von Mortalitätsschocks erklärt. Hierfür verwendet man ein Modell überlappender Generationen (OLG-Modell), indem die jungen Erwachsenen ihre optimale Fertilität, das Arbeitsangebot und den Konsum über ihren Lebenszyklus unter exogener Kinder- und Erwachsenensterblichkeit wählen.

Die Art und Weise der Intensität der Auswirkungen auf das Fertilitätsverhalten der Agenten hängt natürlich auch von der Art der betrachteten Epidemie ab. Betrachtet man im Speziellen die AIDS/HIV-Epidemie, so gibt es hier auf Grund der Eigenschaften dieser Epidemie direkte Effekte auf das Fertilitätsverhalten, da die Erkrankung selbst schon die Fertilitätsmöglichkeiten beeinflusst. Genauer gesagt könnte man hier unterscheiden zwischen gesundheitlichen Einflüssen auf die Fertilität, also jenen die auf Grund der Krankheit selbst die Fertilitätsmöglichkeiten einschränken und den bewussten Fertilitätsentscheidungen auf Grund der veränderten ökonomischen Lage.

Nachdem das Verhalten der einzelnen Agenten Auswirkungen auf die ganze Ökonomie hat und wie in späterer Folge betrachtet, im Speziellen auf das Wirtschaftswachstum, ist eine solche Analyse unabkömmlich. Für die Möglichkeiten hinsichtlich des Arbeitsangebotes, sind bestimmende Größen wie Fertilität und Mortalität, sowie deren Veränderungen, von immenser Bedeutung. Auf Grund dieser einfachen Überlegungen ist schon jetzt klar, wie gravierend die ökonomischen Auswirkungen von Epidemien ausfallen können. In der Literatur beschäftigt man sich dabei bishin zur Annahme, dass Epidemien sogar so starke strukturellen Veränderungen bewirken können, dass sie den Weg in eine völlig neue Wirtschaftswelt ebnen.

2.1. Allgemeines

Der folgende Abschnitt behandelt eine Diskussion hinsichtlich der bestehenden Literatur über das Fertilitäsverhalten unter dem Einfluss von Epidemien. Über die Auswirkungen von Epidemien, auf das Fertilitätsverhalten einer Ökonomie gibt es in der Literatur verschiedene Erkenntnisse:

Für Südafrika folgerte Young (2005) [51], dass HIV/AIDS zu einem Sinken der Gesamtfertilität führte. Während Kalemli-Ozcan (2008a) [42] aus Paneldaten diverser afrikanischer

Länder im Zeitraum 1985 - 2004 zum gegenteiligen Ergebnis kam.

Beide Analysen stimmen in dem zentralen Punkt überein, dass die Fertilitätsentscheidungen und die Mortalität im Wesentlichen von den Veränderungen des ökonomischen Umfeldes, hervorgerufen durch das Eintreten einer Epidemie, abhängen.

Die empirische Analyse von Kalemli-Ozcan (2008a) [42] deutet einen positiven Effekt auf Fertilitätsentscheidungen betreffend HIV/AIDS an, trotz des negativen Einflusses auf das Sexualverhalten der Menschen. Genauer gesagt fand Kalemli-Ozcan heraus, dass die HIV/AIDS-Epidemie dazu führt, dass Paare weniger ungeschützten außerehelichen Geschlechtsverkehr haben, während der eheliche Geschlechtsverkehr zunimmt und somit zu einem Anstieg der Fertilität führt. Der Anstieg der Fertilität kann auch folgendermaßen erklärt werden: Durch die Epidemie entscheiden sich mehr Paare für eine Ehe. Dies führt ebenfalls zu einem Anstieg der Fertilität.

Laut Lewis et al. (2004) [44] ist die Fertilität von HIV-positiven Frauen in Sub-Sahara-Ländern um etwa 30% geringer, als jene von HIV-negativen Frauen. Dies verursacht ein Absinken der Gesamtfertiltität um etwa 0.37% pro Prozentpunkt HIV-Ausbreitung. Dieser negative Fertilitätseffekt kann einerseits durch die geringere krankheitsbedingte koitale Frequenz erklärt werden. Andererseits sind epidemiologische Zusammenhänge zwischen HIV und anderen sexuell-übertragbaren Infektionen verantwortlich dafür, dass die Wahrscheinlichkeit von Fehlgeburten steigt, sowie die Möglichkeit einer (erfolgreichen) Schwangerschaft sinkt.

Im Gegensatz dazu beurteilt Young (2007) [52] die Situation vollkommen kontrovers:
Eine höhere HIV Verbreitung führt zu einem Rückgang der Fertilität, in Folge einer gesteigerten Nutzung aller Formen von Empfängnisverhütung, um ungeschützten Geschlechtsverkehr zu reduzieren.

In der folgenden Grafik werden die Argumente noch einmal zusammgefasst:
Beide Analysen stimmen überein, dass die Haushalte gezielt ihre Fertilitätsentscheidungen an die Mortilitätseffekte, hervorgerufen durch die HIV/AIDS Epidemie, anpassen. Dies ermöglicht den Beitrag der Haushalte in die umfangreiche existierende Literatur bezüglich des Zusammenhangs zwischen Fertilität und der durch HIV hervorgerufenen Mortalität, einzubetten.

Kalemli-Ozcan (2008a) [42] führt die Fertilitätsreaktionen sowohl auf den Mortalitätsschock bei den Erwachsenen, als auch auf die Überlebenswahrscheinlichkeit von Kinder zurück. Sie argumentiert, dass eine erhöhte Mortalität der Erwachsenen die Gesamtfertilität erhöht. Dieses Resultat entsteht durch den Qualität-Quantität Trade-Off (Galor und Weil [30], 1999) : Sinkt die Lebensdauer, so haben die Agenten mehr Kinder, da sie sowohl weniger in ihre eigene Ausbildung, als auch in die der Kinder investieren. Betrachtet man die Kindersterblichkeit separat, so argumentiert Kalemli-Ozcan (2002) [39] mit dem "Hortungseffekt". Das bedeutet, dass die vorbeugende Nachfrage nach Kindern, auf Grund einer erhöhten Kindersterblichkeit, ansteigen kann. Voraussetzung dafür ist, dass die Risikoaversion bezüglich der erwarteten Anzahl an Nachkommen größer ist, als die

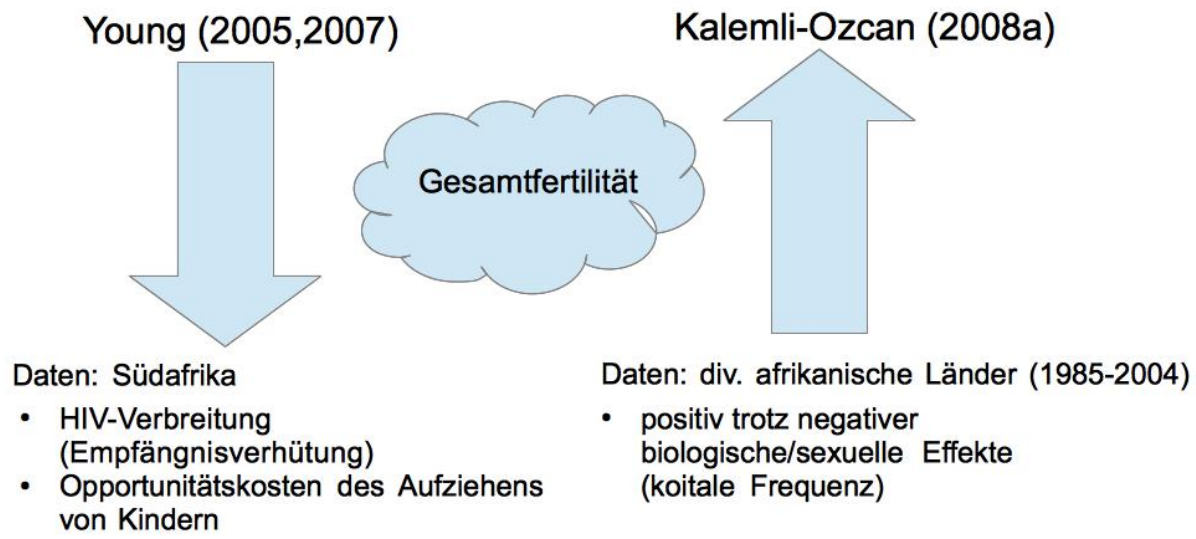

Abbildung 2.1.: Auswirkungen auf die Gesamtfertilität, Quelle: Eigene Grafik.

Risikoaversion bezüglich Konsumgütern.

Im Gegensatz dazu rechtfertigt Young (2005) [51] die negative Korrelation zwischen Epidemieschock und Fertilität, in dem er argumentiert, dass durch den Schock die Opportunitätskosten des Aufziehens von Kindern steigen. Das Zentrum der Argumentation bildet die Idee, dass die erhöhte Knappheit der Arbeitskräfte, hervorgerufen durch HIV/AIDS Epidemien, einen signifikant positiven Effekt auf die Löhne auslöst. Dieser Effekt tritt bei Epidemien, wie AIDS, Pest etc. auf, welche im Wesentlichen die Mortalität der aktiven Erwachsenen erhöhen. Durch einen Mechanismus wie bei Becker (1981) [6] übertrifft der resultierende Substitutionseffekt, welcher die Fertilität senkt (durch die gestiegenen Opportunitätskosten des Aufziehens von Kindern) den Einkommenseffekt, welcher die Fertilität erhöht (durch die höhere Menge an verfügbaren Ressourcen, um Kinder aufzuziehen). Dies führt insgesamt zu einer gesteigerten Arbeitszeit der Frauen am Arbeitsmarkt und zu einem Sinken der Fertilität.

Boucekinne et al. (2009) [20] argumentieren wie Young (2005) [51], dass die Auswirkungen auf die Fertilitätsentscheidungen bei Auftreten von Epidemien, ebenso wie die Mortalität nicht ausschließlich durch ein Sinken der Überlebenswahrscheinlichkeiten festgehalten werden können. Epidemien verändern auch die ökonomische Umgebung in welcher die Fertiliätsentscheidungen getroffen werden.

In diesem Sinne versuchen Boucekinne et al. (2009) [20] sowohl die Mortalitäts- , als auch die Preiseffekte durch epidemische Schocks auf die Fertilitätsentscheidungen in einem intertemporalen Gleichgewicht, festzuhalten. Anders formuliert, betrachtet man den Einfluss von Mortalitätsschocks auf Fertilitätsentscheidungen in einer ökonomischen Umgebung, welche auf die Mortalitätsschocks reagiert.

Schon hier lässt sich deutlich erkennen, dass es ein Aufeinandertreffen einer Vielzahl von Effeken gibt. Im Folgenden wird versucht, die einzelnen Effekte zu extrahieren und soweit

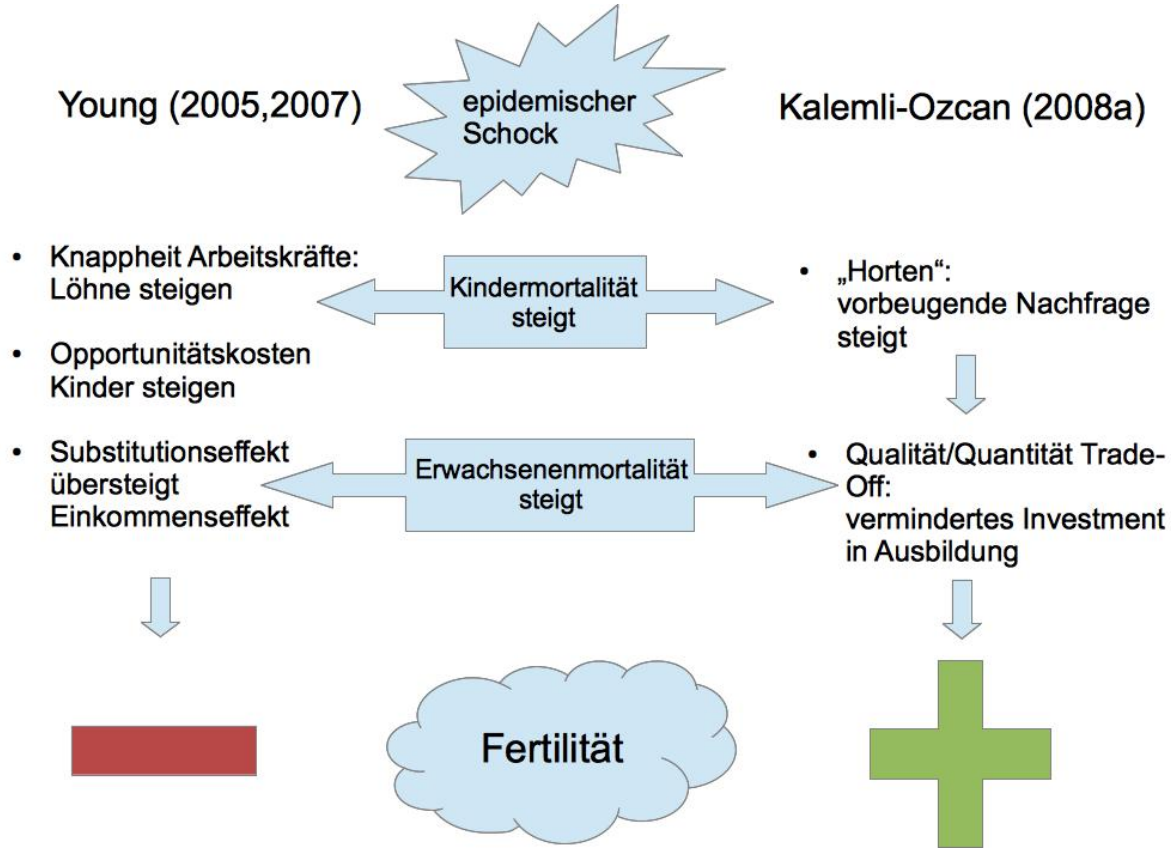

Abbildung 2.2.: Zusammenfassung Diskussion, Quelle: Eigene Grafik.

als möglich alle relevanten Effekte zu erklären.
Dies geschieht in mehreren Stufen:

- Im ersten Schritt betrachtet man ein OLG-Modell, welches die Reaktion der Agenten auf epidemische Schocks festhält. Zuerst werden Teilgleichgewichte hergeleitet, in dem Preise, das heißt Reallohn und Zinsen, fix sind. Die Teilgleichgewichte charakterisieren, die optimale Fertilität, Arbeitszeit und das Sparverhalten unter Mortalitätsschocks. Dabei analysiert man zwei Effekte, welche durch das Auftreten der HIV/AIDS Epidemie verursacht werden. Einerseits betrachtet man ein Absinken der Überlebenswahrscheinlichkeit bei den Erwachsenen und in weiterer Folge einen Anstieg der Kindermortalität. Diese beiden Arten von Mortalitätsschocks verursachen eine Erhöhung der Gesamtfertilität und ein geringeres Arbeitsangebot. Der positive Mortalitätsschock (Erwachsenen) verursacht einen positiven Einkommenseffekt für die Überlebenden. Die gesunkene Anzahl an Überlebenden erhöht die Nachfrage nach Gütern und im speziellen nach Nachkommen. Der Kindermortalitätsschock erhöht die Anzahl der Geburten, welche die Eltern benötigen, um die gewünschte Anzahl an Nachkommen sicherzustellen. Dadurch steigt die Gesamtfertilität, wohingegen die Netto-Fertilität unverändert bleibt.

- In einem zweiten Schritt wird untersucht, wie sich die optimalen Entscheidungen betreffend Fertilität und Arbeitszeit ändern, wenn sich die exogenen Preise (Reallohn und Zinsen) ändern. Dieser zweite Schritt ist sozusagen ein Zwischenschritt auf dem

Weg zum allgemeinen Gleichgewicht. Ein spezielles Ergebnis dieses Schrittes ist, dass ein Anstieg der Löhne, hervorgerufen durch die Knappheit am Arbeitsmarkt, unter bestimmten Parameterbedingungen die Fertilität senken und das Arbeitsangebot steigern kann. Diese Existenz des negativen, indirekten Effekts, der schließlich den direkten positiven Effekt von Mortalitätsschocks (Erwachsene) auf das Fertilitätsverhalten, übertrifft.

- In einem weiteren Schritt werden die optimalen Entscheidungen in einem allgmeinen Gleichgewicht, in dem Preise (Löhne und Zinsraten) endogensiert werden, diskutiert. Es zeigt sich, dass Kindermortalitätsschocks keinen Einfluss auf die Preise im allgemeinen Gleichgewicht haben. Es kommt zu einem eindeutigen Anstieg der Gesamtfertilität, wobei die Nettofertilität unverändert bleibt. Das resultiert daraus, dass die Erwachsenen die gewünschte Anzahl an Nachkommen trotz des Kindermortalitätsschocks erreichen möchten und somit den Kindermortalitätsschock durch einen Anstieg der Fertilität ausgleichen. Betrachtet man nun einen Schock betreffend Erwachsenenmortalität, so ergibt sich ein positiver Effekt bei den Preisen (Löhne und Zinsen) und dessen Auswirkungen auf Gesamtfertilität und Nettofertilität sind im Gleichgewicht im Allgemeinen nicht eindeutig zu bestimmen.

- Die Diskussion des Papers wird durch eine emprische Analyse vervollständigt. Ein Sample aus 39 Sub-Sahara-Ländern aus dem Zeitraum 1980-2004 bildet die Grundlage für die Analyse aller möglichen Effekte von Erwachsenen- und Kindersterblichkeit auf das optimale Fertilitätsverhalten. Während die Kindermortalität einen statistisch signifikanten positiven Effekt auf die Gesamtfertilität hat, liefert das Modell für die Erwachsenenmortalität robuste negative Effekte sowohl betreffend der Gesamt- als auch der Netto-Fertilität. Unter der Annahme, dass die Kindermortalität die Netto-Fertilität nicht beeinflusst zeigt diese empirische Analyse von Boucekkine, Desbordes und Latzer (2009) [20], dass solche Epidemien die Netto-Fertilität in den Sub-Sahara-Ländern senken.

2.2. Das Modell

In der betracheten Ökonomie gibt es nur ein Gut, das Konsumgut. Die Agenten durchleben maximal drei Lebensabschnitte ("Childhood", "Young", "Senior"). Ein Agent der Generation t erreicht mit Wahrscheinlichkeit q_t den Lebensabschnitt "Young" in Periode $t+1$. Sofern der Agent den Lebensabschnitt "Young" erreicht hat, kann er mit Wahrscheinlichkeit p_{t+1} den Lebensabschnitt "Senior" in Periode $t+2$ erreichen. Seine gesamte Kindheit (im Modell entspricht das einer Zeiteinheit) verbringt der Agent in Freizeit, es gibt also keine Kinderarbeit. Sofern der Agent in den Lebensabschnitt "Young" überlebt, so konsumiert er in Periode $t+1$, c_{t+1} und hat n_{t+1} Kinder. l_{t+1} ist der Anteil seiner verfügbaren Zeit, die der Agent arbeitet und für welche er den Lohn w_{t+1} (pro Zeiteinheit) erhält. Währenddessen spart er s_{t+1} für seinen letzten Lebensabschnitt "Senior". Das Erziehen von Kindern beansprucht Zeit. Da der Erziehungsaufwand nur überlebende Kinder betrifft, so berechnet sich der zeitliche Aufwand durch $\theta q_{t+1} n_{t+1}$ (mit $\theta > 0$). Mit Wahrscheinlichkeit p_{t+1} wird der junge Agent zu einem Senior und konsumiert in seinem letzten Lebensabschnitt c_{t+2}. Den Konsum in diesem Lebensabschnitt finanziert der Agent

aus den Ersparnissen des mittleren Lebensabschnittes. Weiters nimmt man an, dass es einen Rentenmarkt gibt, an dem diese Ersparnisse angelegt werden. Das verfügbare Kapital in der Periode $t+2$ ergibt sich dann aus dem Gesparten der Periode $t+1$, welches auf die überlebenden Agenten aufgeteilt wird und dem Zinssatz der Periode $t+2$. Da dieses Modell sich auf die Effekte von Epidemien auf Fertilität und Angebot an Arbeitskräften konzentriert, werden die üblichen klassischen Annahmen bezüglich Ausbildung, Humankapital etc. vernachlässigt.

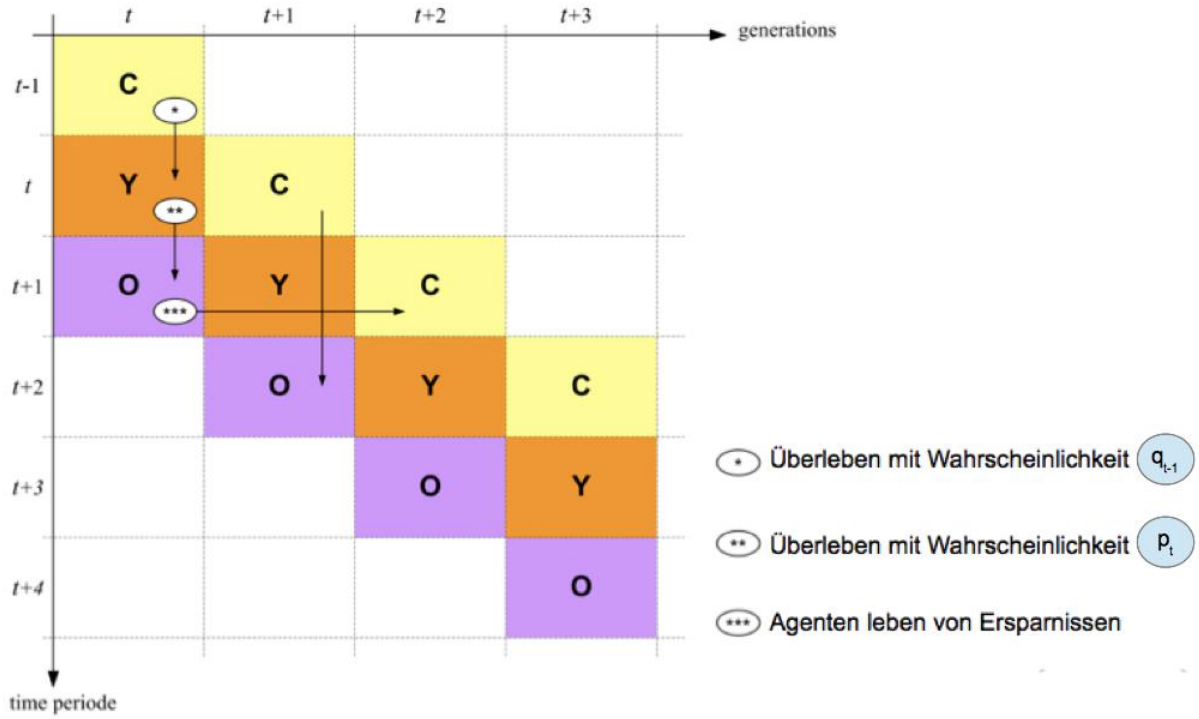

Abbildung 2.3.: Modell überlappender Generationen, Quelle: Eigene Grafik.

Die Nutzenfunktion eines (überlebenden) Agenten der Generation t im Lebensabschnitt "Young", das heißt in Periode $t+1$, hat die folgende Form

$$U(c_{t+1}, n_{t+1}, l_{t+1}, c_{t+2}) = \frac{c_{t+1}^{1-\sigma_c}}{1-\sigma_c} + \frac{(q_{t+1} n_{t+1})^{1-\sigma_n}}{1-\sigma_n} + \frac{(1-\theta q_{t+1} n_{t+1} - l_{t+1})^{1-\sigma_l}}{1-\sigma_l} + p_{t+1} \frac{c_{t+2}^{1-\sigma_c}}{1-\sigma_c} \tag{2.1}$$

c_{t+1}... Konsum des Agenten in Periode $t+1$
n_{t+1}... Anzahl der Kinder in Periode $t+1$
l_{t+1}... Arbeitszeit in Periode $t+1$
c_{t+2}... Konsum des Agenten in Periode $t+2$
q_{t+1}... Überlebenswahrscheinlichkeit von "Childhood" nach "Young"
p_{t+1}... Überlebenswahrscheinlichkeit von "Young" nach "Senior"
c_{t+2}... Konsum des Agenten in Periode $t+2$
σ_c... Elastizitätsparameter Konsum

σ_n... Elastizitätsparameter Anzahl der Kinder
σ_l... Elastizitätsparameter Freizeit

Im Wesentlichen erhalten die Agenten der Generation t also Nutzen aus Konsum der Periode $t+1$ und $t+2$, aus dem Großziehen von Kindern und aus Freizeit. So gesehen kann man die obige Nutzenfunktion daher als eine Summe von vier isoelastischen Nutzenfunktionen mit den respektiven Elastizitäten betrachten. Der Nutzen durch Freizeit impliziert gleichzeitig auch einen gewissen Disnutzen durch den Zeitaufwand des Großziehens von Kindern und einen Disnutzen durch die Zeit, die der Agent in der Arbeit verbringt. Dies entsteht dadurch, dass die Zeit des Agenten begrenzt ist.

Eine Parametrisierung mit $\sigma_c < 1$ bedeutet, dass die intertemporale Subsitutionselastizität $\frac{1}{\sigma_c} > 1$ ist. Der Substitutionseffekt überwiegt den Einkommenseffekt: Die Agenten arbeiten mehr und reduzieren gleichzeitig die Anzahl der Nachkommen. Der umgekehrte Effekt tritt bei der Parametrisierung $\sigma_c > 1$ auf: Hier überwiegt der Einkommenseffekt und die Agenten erhöhen die Anzahl an Kindern und verringern die Zeit, die sie in Arbeit investieren.
Weitere Beschränkungen betreffen das Budget des Agenten in Periode $t+1$ und $t+2$:

$$c_{t+1} + s_{t+1} = w_{t+1} l_{t+1} \tag{2.2}$$

$$c_{t+2} = \frac{R_{t+2}}{p_{t+1}} s_{t+1} \tag{2.3}$$

s_{t+1}... Sparen des Agenten in Periode $t+1$
w_{t+1}...Lohnniveau pro Zeiteinheit in Periode $t+1$
R_{t+2}... Zinsrate in Periode $t+2$

Das Sparen s_{t+1} und den Konsum der Periode $t+1$, c_{t+1} finanziert der Agent aus dem Lohn mit dem er für seine Zeit in der Arbeit entschädigt wird $w_{t+1}l_{t+1}$. In der Periode $t+2$ finanziert der Agent seinen Konsum c_{t+2} aus den Ersparnissen der mittleren Periode $\frac{R_{t+2}}{p_{t+1}} s_{t+1}$. Daraus erhält man die intertemporale Budgetbeschränkung

$$c_{t+1} + \frac{p_{t+1}}{R_{t+2}} c_{t+2} = w_{t+1} l_{t+1} \tag{2.4}$$

Zur optimalen Lösung des Problems formuliert man die entsprechende Lagrangefunktion

$$\begin{aligned} L(c_{t+1}, n_{t+1}, l_{t+1}, c_{t+2}, \lambda_{t+1}) = \\ \frac{c_{t+1}^{1-\sigma_c}}{1-\sigma_c} + \frac{(q_{t+1} n_{t+1})^{1-\sigma_n}}{1-\sigma_n} + \frac{(1-\theta q_{t+1} n_{t+1} - l_{t+1})^{1-\sigma_l}}{1-\sigma_l} + p_{t+1} \frac{c_{t+2}^{1-\sigma_c}}{1-\sigma_c} + \\ \lambda_{t+1}(c_{t+1} + \frac{p_{t+1}}{R_{t+2}} c_{t+2} - w_{t+1} l_{t+1}) \end{aligned} \tag{2.5}$$

Ableiten nach den Kontrollen $(c_{t+1}, n_{t+1}, l_{t+1}, c_{t+2})$ liefert die Bedingungen erster Ordnung

$$c_{t+1}^{-\sigma_c} = \lambda_{t+1} \tag{2.6}$$

$$\theta q_{t+1}^{-\sigma_n}(1 - \theta q_{t+1} n_{t+1} - l_{t+1})^{-\sigma_l} = n_{t+1}^{-\sigma_n} \tag{2.7}$$

$$(1 - \theta q_{t+1} n_{t+1} - l_{t+1})^{-\sigma_l} = \lambda_{t+1} w_{t+1} \tag{2.8}$$

$$c_{t+2}^{-\sigma_c} = \frac{\lambda_{t+1}}{R_{t+2}} \tag{2.9}$$

Aus den Gleichungen (2.4), (2.6) und (2.9) erhält man

$$c_{t+1} = \frac{w_{t+1} l_{t+1}}{1 + p_{t+1} R_{t+2}^{\frac{1}{\sigma_c}-1}} \tag{2.10}$$

Aus (2.7) und (2.8) ergibt sich

$$n_{t+1}^{-\sigma_n} = \theta q_{t+1}^{\sigma_n} \lambda_{t+1} w_{t+1} \tag{2.11}$$

Setzt man in diese Gleichung noch die Ergebnisse aus Gleichung (2.6) und (2.10) ein, so erhält man schließlich

$$n_{t+1}^{-\sigma_n} = \frac{\theta q_{t+1}^{\sigma_n} w_{t+1}^{1-\sigma_c}}{\left(1 + p_{t+1} R_{t+2}^{\frac{1}{\sigma_c}-1}\right)^{-\sigma_c}} l_{t+1}^{-\sigma_c} \tag{2.12}$$

Drückt man in dieser Gleichung l_{t+1} als Funktion von n_{t+1} und substituiert diese in Gleichung (2.7) so bekommt man einen Ausdruck für n_{t+1}:

$$n_{t+1}^{-\sigma_n} = \theta q_{t+1}^{\sigma_n} \left[1 - \theta q_{t+1} n_{t+1} - q_{t+1}^{\frac{\sigma_n}{\sigma_c}} \Omega_{t+2}^{-\frac{1}{\sigma_c}} w_{t+1}^{\frac{1}{\sigma_c}-1} n_{t+1}^{\frac{\sigma_n}{\sigma_c}}\right]^{-\sigma_l} \tag{2.13}$$

wobei

$$\Omega_{t+2} = \frac{1}{\theta}\left(1 + p_{t+1} R_{t+2}^{\frac{1}{\sigma_c}-1}\right)^{-\sigma_c} \tag{2.14}$$

Sei n_{t+1}^{-} jene Anzahl von Kindern, die die Bedingung

$$\theta q_{t+1} n_{t+1}^{-} + q_{t+1}^{\frac{\sigma_n}{\sigma_c}} \Omega_{t+2}^{-\frac{1}{\sigma_c}} w_{t+1}^{\frac{1}{\sigma_c}-1} {n_{t+1}^{-}}^{\frac{\sigma_n}{\sigma_c}} = 1 \tag{2.15}$$

erfüllen.
Auf dem Intervall $(0, n_{t+1}^{-})$ ist die linke Seite der Gleichung (2.13) strikt abnehmend (von ∞ zu n_{t+1}^{-}). Gleichzeitig ist die rechte Seite der Gleichung zunehmend von $\theta q_{t+1}^{\sigma_n}$ nach ∞. Daraus folgt, dass es nur einen einzigen Punkt (auf $(0, n_{t+1}^{-})$) gibt, an dem beide Seiten gleich sind.
Insgesamt erhält man also, dass das System eine einzige Lösung hat, wobei $(c_{t+1}, n_{t+1}, l_{t+1}, c_{t+2}, \lambda_{t+1})$ alle > 0 und $\theta q_{t+1} n_{t+1} + l_{t+1} < 1$ erfüllt ist.
Die Gleichung (2.13) bildet die Basis für alle nachfolgenden Analysen.

2.3. Optimales Verhalten bei Mortalitätsschocks

In diesem Abschnitt geht man von einem Mortalitätsschock aus, welcher durch eine Epidemie hervorgerufen wird. Man betrachtet dabei eine Epidemie, welche nur die Agenten der Generation t betrifft. Konkret bedeutet dies, dass dabei zuerst die jungen Agenten betroffen sind, das heißt, die Überlebenswahrscheinlichkeit p_{t+1} sinkt. Danach sind die Kinder der jungen Agenten betroffen, sodass auch die Überlebenswahrscheinlichkeit q_{t+1} sinkt. Das Lohnniveau w_{t+1} sowie die Zinsrate am Rentenmarkt R_{t+1} bleiben währenddessen unverändert.

Optimales Fertilitätsverhalten
Anhand der Gleichung (2.13) und dem Term (2.14) (nochmals unter (2.16), (2.17) angeführt), analysiert man nun das veränderte optimale Fertilitätsverhalten.

$$n_{t+1}^{-\sigma_n} = \theta q_{t+1}^{\sigma_n} \left[1 - \theta q_{t+1} n_{t+1} - q_{t+1}^{\frac{\sigma_n}{\sigma_c}} \Omega_{t+2}^{-\frac{1}{\sigma_c}} w_{t+1}^{\frac{1}{\sigma_c}-1} n_{t+1}^{\frac{\sigma_n}{\sigma_c}}\right]^{-\sigma_l} \tag{2.16}$$

$$\Omega_{t+2} = \frac{1}{\theta}\left(1 + p_{t+1} R_{t+2}^{\frac{1}{\sigma_c}-1}\right)^{-\sigma_c} \tag{2.17}$$

Das Sinken der Überlebenswahrscheinlichkeit p_{t+1} verändert nur die rechte Seite der Gleichung (2.16). In der rechten Seite verändert p_{t+1} den Wert des Terms

$$\Omega_{t+2}^{-\frac{1}{\sigma_c}} = \left(\frac{1}{\theta}\right)^{-\frac{1}{\sigma_c}} \left(1 + p_{t+1} R_{t+2}^{\frac{1}{\sigma_c}-1}\right) \tag{2.18}$$

welcher sinkt. Daraus folgt sofort, dass der Wert der rechten Seite der Gleichung sinkt. Die linke Seite der Gleichung (2.16) bleibt unverändert, daher muss das Sinken durch p_{t+1} durch eine höhere Fertilität n_{t+1} ausgeglichen werden, um wieder ein (optimales) Gleichgewicht herzustellen.

Optimales Zeiteinteilung
Für die Analyse der optimalen Zeitaufteilung in Arbeitszeit und Freizeit kombiniert man die Gleichungen (2.7), (2.12) und (2.17) und leitet analog zur Fertilität die optimale Zeiteinteilung ab.

$$\frac{1}{\Omega_{t+2}} w_{t+1}^{1-\sigma_c} l_{t+1}^{-\sigma_c} = \theta \left[1 - \theta \Omega_{t+2} \frac{1}{\sigma_n} w_{t+1}^{\frac{\sigma_c - 1}{\sigma_n}} l_{t+1}^{\frac{\sigma_c}{\sigma_n}} - l_{t+1}\right]^{\sigma_l} \tag{2.19}$$

Ein Sinken von p_{t+1} senkt die linke Seite der Gleichung (2.19) über den Ausdruck Ω_{t+2}. Die linke Seite ist fallend in l_{t+1}, das heißt, dass l_{t+1} sinken muss, um den Effekt von p_{t+1} auszugleichen. Allerdings ist auch die rechte Seite von der Verringerung der Überlebenswahrscheinlichkeit p_{t+1} betroffen. Der Wert des Terms $\Omega_{t+2}^{\frac{1}{\sigma_n}}$ steigt, woraus ebenfalls eine Verringerung von l_{t+1} folgt. Das bedeutet, dass die Agenten weniger Zeit in ihre Arbeit

investieren, wenn die Mortalität steigt.

Optimales Sparverhalten
Formt man die Gleichung (2.2) nach s_{t+1} um und substituiert c_{t+1} durch die Gleichung (2.6)(2.2)(2.2), so erhält man die folgende grundlegende Gleichung für die Analyse des optimalen Sparverhaltens:

$$s_{t+1} = \frac{p_{t+1} R_{t+2}^{\frac{1}{\sigma_c}-1}}{1 + p_{t+1} R_{t+2}^{\frac{1}{\sigma_c}-1}} w_{t+1} l_{t+1} \tag{2.20}$$

Eine höhere Mortalität (Verringerung von p_{t+1}) hat zwei Effekte auf die Gleichung (2.20). Der indirekte Effekt entsteht durch l_{t+1}, die optimale Arbeitszeit, welche bei höherer Mortalität sinkt (laut obiger Herleitung). Dies führt zu einem negativen indirekten Effekt auf die Sparrate. Der zweite (direkte) Effekt ist ebenfalls negativ und aus obiger Gleichung ersichtlich. Der direkte Effekt entsteht dadurch, dass die Agenten weniger sparen für ihren letzten Lebensabschnitt, wenn die Überlebenswahrscheinlichkeit sinkt.

Der zweite Effekt durch die Epidemie ist, wie einleitend schon bemerkt, eine höhere Kindersterblichkeitsrate, welche durch ein Sinken von q_{t+1} ausgedrückt wird.

Für die Analyse verwendet man wieder die Gleichung (2.13):

$$n_{t+1}^{-\sigma_n} = \theta q_{t+1}^{\sigma_n} \left[1 - \theta q_{t+1} n_{t+1} - q_{t+1}^{\frac{\sigma_n}{\sigma_c}} \Omega_{t+2}^{-\frac{1}{\sigma_c}} w_{t+1}^{\frac{1}{\sigma_c}-1} n_{t+1}^{\frac{\sigma_n}{\sigma_c}} \right]^{-\sigma_l} \tag{2.21}$$

Betrachtet man an Stelle der Fertilität n_{t+1} die Netto-Fertilität $q_{t+1} n_{t+1}$ so erhält man aus obiger Gleichung:

$$(q_{t+1} n_{t+1})^{-\sigma_n} = \theta \left[1 - \theta q_{t+1} n_{t+1} - \Omega_{t+2}^{-\frac{1}{\sigma_c}} w_{t+1}^{\frac{1}{\sigma_c}-1} (q_{t+1} n_{t+1})^{\frac{\sigma_n}{\sigma_c}} \right]^{-\sigma_l} \tag{2.22}$$

Daraus sieht man sofort, dass der Effekt durch eine höhere Kindersterblichkeit (Verringerung von q_{t+1}) durch eine dementsprechend höhere Fertilität kompensiert werden muss. Gleichzeitig bleibt dadurch die Netto-Fertilität $q_{t+1} n_{t+1}$ unverändert. Die Gleichung für die optimale Aufteilung auf Freizeit und Arbeitszeit, sowie die Ableitung des optimalen Sparverhaltens sind beide unabhängig von der Kindersterblichkeit. Das bedeutet, dass die optimale Wahl sich dadurch nicht verändert.
Wie bei der Analyse der Erwachsenenmortalität wird auch bei der Analyse der Kindersterblichkeit ein konstantes Lohnnivau und ein konstanter Zinssatz am Rentenmarkt vorrausgesetzt.

Zusammenfassung
Zusammenfassend kann man nun zwei zentrale Aussagen treffen.
Die erste Aussage betrifft die Auswirkungen einer höheren Mortalität auf das Verhalten

der Agenten bezüglich Fertilität, Sparen und Arbeitszeit.

Proposition 1 :
Bei fixem Lohnniveau w_{t+1} und fixen Zinsen R_{t+1} führt eine niedrigere Überlebenswahrscheinlichkeit p_{t+1} (d.h. eine höhere Sterberate) zu einer höheren Fertilität n_{t+1} und reduziert gleichzeitig die Arbeitszeit l_{t+1} und die Sparrate s_{t+1}. Diese Aussage gilt für alle positiven Elastizitäten $\sigma_c > 0$.

Die zweite Aussage beschreibt die Effekte einer höheren Kindersterblichkeit.
Proposition 2 :
Bei fixem Lohnniveau w_{t+1} und fixen Zinsen R_{t+1} führt eine niedrigere Überlebenswahrscheinlichkeit der Kinder q_{t+1} (d.h. eine höhere Kindermortalität) zu einer höheren Fertilität n_{t+1}, gleichzeitig bleibt die Netto-Fertilität $p_{t+1}n_{t+1}$, die Arbeitszeit l_{t+1} und die Sparrate s_{t+1} unverändert. Diese Aussage gilt ebenfalls für alle positiven Elastizitäten $\sigma_c > 0$.

Ökonomische Diskussion und Interpretation
Ein Kindermortalitätsschock erhöht die Anzahl der Geburten, die die Eltern benötigen um trotzdem die gewünschte Anzahl an Nachkommen zu erreichen. Allerdings wird die gewünschte Anzahl an überlebenden Nachkommen (also die Nettofertilität) nicht vom Schock betreffend q_{t+1} verändert. Diese Ergebnisse gelten sofern die elementaren Annahmen des Modells erfüllt sind. Die Neutralität von Kindermortalität bezüglich der Netto-Fertilität entsteht einerseits durch das Fehlen von speziellen Geburtskosten (Eltern investieren nur in Nachwuchs der überlebt) und andererseits auf Grund des speziellen deterministischen Charakters der betrachteten Kindermortalitätsschocks.
In der existierenden Literatur mit der Betrachtung von stochastischen Überlebensraten steigt allerdings die vorsorgliche Nachfrage nach Nachwuchs. Man spricht vom sogenannten "Hortungseffekt", der aus vorsorglichen Gründen auftritt. Insofern kommt es bei stochastischen Überlebensraten zu einer Veränderung der Netto-Fertilität. Formuliert man die Fertilitätsentscheidungen noch in sequentieller Art und Weise, so machen die Eltern ihre Fertilitätsentscheidungen abhängig vom überlebenden (kürzlich geborenen) Nachwuchs. Dies nennt man den sogenannten "Ersetzungseffekt". Doepke (2005) fand heraus, dass dieser Ersetzungseffekt dem Hauptteil des Hortungseffektes entgegenwirkt und ihn damit fast gänzlich kompensiert. Allerdings ist hier noch der spezielle Charakter der AIDS-Epidemie zu berücksichtigen, bei der ein Auftreten des "Ersetzungseffektes" umstritten ist: Bei der Schätzung von altersspezifischen Fertilitätsraten (Heuveline, 2003) kam man zum Ergebnis, dass die Fertilitätsraten HIV-positiver junger Frauen höher sind als die der gleichaltrigen HIV-negativen Frauen. Zur umgekehrten Beobachtung kam es bei der Betrachtung der Fertilitätsraten in späteren Lebensphasen. Sieht man von Verhaltensmotiven ab, so lassen sich die geringeren Fertilitätsraten HIV-positiver Frauen durch Beeinträchtigungen der HIV-Epidmie erklären. Die Effekte der Epidemie auf die Fruchtbarkeit der infizierten Frauen und die Konfrontation mit einer kürzeren erwarteten Lebensdauer sind Faktoren die das Auftreten eines "Ersetzungseffektes" bei der HIV/Aids-Epidemie als zweifelhaft erscheinen lassen: Denn selbst wenn der Wunsch nach weiterem Nachwuchs besteht, kann es sein, dass auf Grund der massiven Beeinträchtigung durch die Erkrankung, keine Realisation möglich ist.

2.4. Effekte von Lohnveränderungen auf das optimale Verhalten

Während bei den obigen Analysen das Lohnniveau w_{t+1} als konstant angenommen wurde, werden in diesem Abschnitt die Auswirkungen von exogenen Lohnänderungen behandelt. Lohnänderungen können bei Epidemien im Zuge von Mortalitätsschocks auftreten. Analog zu den Ableitungen von Effekten der Mortalität wird in diesem Kapitel ebenfalls das optimale Fertilitätsverhalten, Sparverhalten, sowie die optimale Zeiteinteilung von Arbeitszeit und Freizeit, analysiert.

Optimales Fertilitätsverhalten

$$(q_{t+1}n_{t+1})^{-\sigma_n} = \theta \left[1 - \theta q_{t+1}n_{t+1} - \Omega_{t+2}^{-\frac{1}{\sigma_c}} w_{t+1}^{\frac{1}{\sigma_c}-1} (q_{t+1}n_{t+1})^{\frac{\sigma_n}{\sigma_c}}\right]^{-\sigma_l} \tag{2.23}$$

Die linke Seite der Gleichung ist unabhängig vom Lohnniveau w_{t+1}. Der Effekt von Änderungen im Lohnniveau auf die rechte Seite der Gleichung, hängt vom Elastitzitätsfaktor σ_c ab. Unterscheiden muss man hier speziell zwischen dem Fall von $\sigma_c = 1$ und $\sigma_c < 1$. Bei $\sigma_c = 1$ fällt das Lohnniveau aus obiger Gleichung heraus und hat somit keinen Einfluss mehr auf die optimale Wahl. Hingegen bei $\sigma_c < 1$ beeinflusst ein erhöhtes Lohnniveau die rechte Seite der Gleichung. Daraus erhält man, dass die Fertilität sinken muss, um das erhöhte Lohnniveau zu kompensieren.

Optimale Zeiteinteilung
Die Effekte von Änderungen im Lohnniveau auf die optimale Zeitaufteilung in Freizeit und Arbeitszeit erhält man aus Gleichung (2.19):

$$\frac{1}{\Omega_{t+2}} w_{t+1}^{1-\sigma_c} l_{t+1}^{-\sigma_c} = \theta \left[1 - \theta\Omega_{t+2}\frac{1}{\sigma_n} w_{t+1}^{\frac{\sigma_c-1}{\sigma_n}} l_{t+1}^{\frac{\sigma_c}{\sigma_n}} - l_{t+1}\right]^{\sigma_l} \tag{2.24}$$

Im Gegensatz zur Fertilitätsanalyse geht hier das Lohnniveau auf beiden Seiten der Gleichung ein. Für den Fall von $\sigma_c < 1$ und bei steigendem Lohnniveau, erhöht sich die linke Seite der Gleichung. Die Arbeitszeit l_{t+1} muss erhöht werden, um den Effekt des Lohnniveaus zu kompensieren. Der Wert der rechten Seite der Gleichung verringert sich bei der angenommenen Lohnveränderung und kann ebenfalls durch eine Erhöhung der Arbeitszeit l_{t+1} kompensiert werden. Ein höheres Lohnniveau führt also dazu, dass die Agenten mehr Zeit in der Arbeit verbringen.

Führt man die Analyse nun für $\sigma_c > 1$ durch, so ergeben sich genau die umgekehrten Aussagen. Betrachtet man auch Lohneffekte, die durch höhere (niedrigere) Zinsen entstehen, so ist die Analyse relativ einfach, da Veränderungen von R_{t+1} nur den Term Ω_{t+2} (2.14).

$$\Omega_{t+2} = \frac{1}{\theta}\left(1 + p_{t+1}R_{t+2}^{\frac{1}{\sigma_c}-1}\right)^{-\sigma_c} \tag{2.25}$$

beeinflussen. Daraus erkennt man sofort, dass sich bei steigender Zinsrate R_{t+2}, der Wert des Terms verringert (für den Fall $\sigma_c < 1$). In diesem Fall sind die Auswirkungen von R_{t+2}

auf Ω_{t+2}, dieselben, die die Überlebenswahrscheinlichkeit p_{t+1} hat. Ein höheres Zinsniveau verringert den Wert des Terms. Diese Verringerung erzeugt dieselben Auswirkungen auf das optimale Fertilitätsverhalten und die Zeiteinteilung wie eine steigende Mortaltiät p_{t+1}.

Zusammenfassend erhält man nun folgende Auswirkungen von Lohn w_{t+1} und Zinsen R_{t+1} auf das optimale Verhalten der Agenten:

Proposition 3 :
Bei logarithmischen Präferenzen bezüglich Konsum ($\sigma_c = 1$) haben Lohn und Zinsen keine Auswirkungen auf die optimale Fertilität und Arbeitszeit. Für alle positiven Elastizitäten ungleich 1 ($\sigma_c > 0$, $\sigma_c \neq 1$) haben gesteigerte Zinsen und höhere Löhne dieselben Effekte. Die Agenten erhöhen ihre Arbeitszeit l_{t+1} beziehungsweise reduzieren die Fertilität n_{t+1}.

Ökonomische Diskussion und Interpretation
Betrachtet man im folgenden speziell Lohnveränderungen, so lassen sich die nachfolgenden Effekte beobachten: Ein Anstieg der Löhne führt zu einem höheren Einkommen der Agenten und verursacht also den klassischen positiven Einkommenseffekt. Das bedeutet, dass die Agenten den Konsum in beiden Perioden, als auch die Freizeit und die Anzahl an Nachkommen erhöhen. Mit dem Nutzen aus mehr Freizeit verzichten die Agenten auf den Nutzen durch mehr Nachkommen (und umgekehrt), das bedeutet, dass zwischen den beiden Größen ein sogenannter "trade-off" besteht. Diese Überlegung lässt sehr einfach erkennen, dass der Einfluss eines höheren Einkommens auf die Fertilität nicht in trivialer Weise ableitbar sind. Zur selben Zeit führt ein höheres Einkommen auch zum klassischen Subsitutionseffekt: die Opportunitätskosten von Arbeit und die, des Aufziehens von Kindern, steigen. Insgesamt erhält man hier also die typische gegensätzliche Beziehung zwischen Einkommens- und Substitutionseffekt und damit keinen eindeutigen Effekt auf die Fertilität.
Ein weiterer wesentlicher Punkt ist der intertemporale Charakter des Modells. Dies ist wichtig um den Einfluss des Parameters σ_c besser zu verstehen. In diesem Modell können die Agenten von einer Einkommenserhöhung (respektive Lohnerhöhung) in $t+1$ ausschließlich in $t+1$ profitieren.
Durch Erhöhung ihrer Arbeitszeit in $t+1$ profitieren die Agenten von den höheren Löhnen in $t+1$ und transferieren ihren Konsum nach $t+2$. Die Stärke der intertemporalen Substitution wird durch den Parameter $\frac{1}{\sigma_c}$ (der intertemporalen Substitutionselastizität) bestimmt: ein geringerer Parameterwert σ_c bedeutet, dass die Agenten bevorzugen mehr Zeit in der Arbeit zu verbringen und weniger in Freizeit und weiteren Nachwuchs zu investieren. Der Schwellenwert für den Parameter σ_c stellt sich bei 1 ein, das bedeutet bei logarithmischen Präferenzen in Konsum (beide Perioden). Unterhalb dieses Schwellenwertes arbeiten die Agenten mehr und haben dadurch weniger Kinder, bzw. überhalb arbeiten die Agenten weniger und ziehen mehr Kinder auf.
Dieselben Ergebnisse erhält man bei der Analyse der Effekte der Zinsrate.

Das Modell zeigt also deutlich, dass die Folgen eines epidemiologischen Schocks für Fertilitätsentscheidungen und Arbeitsangebot nicht eindeutig sind. Formuliert man die Konsequenzen eines epidemiologischen Schocks indem man von einem direkten Einfluss auf die Lebenserwartung und Preise (Löhne, Zinsraten) ausgeht, so erhält man a priori keinen ein-

deutigen Gesamteffekt bei den Fertilitätsentscheidungen (bei Parametrisierung $\sigma_c < 1$). Sowohl eine Anstieg der Mortalität bei den Erwachsenen, als auch eine höhere Kindermortalität führen zu einer höheren Gesamtfertilität. Die Netto-Fertilität wird allerings nur bei einem Schock der Erwachsenenmortalität beeinflusst. Bei bestimmten Parameterkonstellationen hat ein Anstieg der Löhne (auf Grund der Knappheit am Arbeitsmarkt) exakt den gegenteiligen Effekt auf Fertilitätsentscheidungen. Wenn man zusätzlich noch Veränderungen der Zinsrate betrachtet, so kommt es zur Verstärkung des Lohneffektes und dies erzeugt einen noch stärkeren Rückgang. Man sieht hier also sehr deutlich, dass der Gesamteffekt nicht einfach zu bestimmen ist und stark auf die Parametrisierung ankommt.

2.5. Gesamtgleichgewicht der Ökonomie

Im folgenden Abschnitt werden nun die Gesamteffekte auf die Ökonomie analysiert. Neben dem Verhalten der Agenten, welches schon im vorigen Kapitel eingehend diskutiert und abgeleitet wurde, benötigt man noch die Beschreibung des Arbeitsmarkts. Zur Vereinfachung betrachtet man im gesamten Kapitel nur Ableitungen für die Parametrisierung $\sigma_c < 1$. Das bedeutet, dass die intertemporale Substitutionselastizität $\frac{1}{\sigma_c} > 1$ ist und in Folge dessen, der Substitutionseffekt stärker als der Einkommenseffekt ist. Die Agenten investieren also mehr Zeit in die Arbeit und reduzieren somit die Anzahl der Nachkommen, wenn $\frac{1}{\sigma_c} > 1$.

Modellierung des Arbeitsmarktes
Angenommen die Produktionsfunktion ist vom Typ "Cobb-Douglas", also der folgenden Form:

$$Y_t = K_t^{\alpha}(l_t L_t)^{1-\alpha} \tag{2.26}$$

K_t... Kapital
L_t... Erwerbsbevölkerung
l_t... Anteil der aktiven (im Job tätigen) Arbeitskräfte der Erwerbsbevölkerung
α... Kapitalanteilsparameter

Weiters wird technologischer Fortschritt vernachlässigt und man geht von totaler Kapitalentwertung in einer Periode aus. Daher ergibt sich im Gleichgewicht folgender Zusammenhang:

$$K_{t+1} = L_t s_t \tag{2.27}$$

Bei einem vollkommenen Markt, ist der Preis der Faktoren jeweils deren Grenzproduktivität. Das heißt, es ergeben sich folgende Gleichungen für Lohn w_t und Zinsen R_t.

$$w_t = (1-\alpha)\left(\frac{K_t}{l_t L_t}\right)^{\alpha} \tag{2.28}$$

$$R_t = \alpha\left(\frac{K_t}{l_t L_t}\right)^{1-\alpha} \tag{2.29}$$

Die Bewegungsgleichung für den Faktor Arbeit sieht folgendermaßen aus:

$$L_{t+1} = q_t n_t L_t \tag{2.30}$$

Gesamtgleichgewicht

Für die Analyse eines allgemeinen Gleichgewichtes benötigt man noch die Ergebnisse aus der Verhaltensuntersuchung des vorigen Kapitels. Die beiden folgenden Gleichungen stellen die Situation am Arbeitsmarkt und das Verhalten der Agenten dar. Den rechten Teil der Gleichung (2.31) erhält man durch Substitution von K_{t+1} durch Gleichung (2.27) und durch Subsitution von L_{t+1} durch Gleichung (2.30). Die rechte Seite der Gleichung (2.32) erhält man durch Formulierung der Gleichungen (2.27), (2.30) für $t+2$ und anschließender Substitution von K_{t+2}, sowie L_{t+2}.

$$w_{t+1} = (1-\alpha)\left(\frac{K_{t+1}}{l_{t+1}L_{t+1}}\right)^{\alpha} = (1-\alpha)\left(\frac{s_t}{q_t n_t l_{t+1}}\right)^{\alpha} \tag{2.31}$$

$$R_{t+1} = \alpha\left(\frac{K_{t+2}}{l_{t+2}L_{t+2}}\right)^{1-\alpha} = \alpha\left(\frac{s_{t+1}}{q_{t+1}n_{t+1}l_{t+2}}\right)^{1-\alpha} \tag{2.32}$$

Mit den Ergebnissen aus der Verhaltensuntersuchung und den Zusammenhängen am Arbeitsmarkt lassen sich nun die Effekte von Epidemien auf die gesamte Ökonomie untersuchen.

Effekte der Kindersterblichkeit auf das allgemeine Gleichgewicht

- Aus *Proposition 2* (Kapitel 2.3, Seite 31) weiß man, dass eine steigende Kindermortalität, das heißt eine sinkende Überlebenswahrscheinlichkeit q_{t+1}, auf die Netto-Fertilität $q_{t+1}n_{t+1}$, die Arbeitszeit l_{t+1}, sowie das Sparverhalten s_{t+1} keine Auswirkungen hat. Daher folgt, aus Gleichung (2.31), dass ein Anstieg der Kindermortalität keinen Einfluss auf den Lohn w_{t+1} im allgemeinen Gleichgewicht hat.

- Der Einfluss auf den Zinssatz im Gleichgewicht ist etwas ausführlicher zu diskutieren. Die *Proposition 2* (Kapitel 2.3, Seite 31) gilt auch für den Zinssatz, das heißt, die Eigenschaften hinsichtlich der Überlebenswahrscheinlichkeit gelten auch für R_{t+1} (2.32). Übrig bleibt also nur mehr der Faktor l_{t+2}. Für die Betrachtung dieses Faktors schreibt man die Gleichung für die optimale Zeiteinteilung (2.19) für $t+2$. Daraus ist ersichtlich, dass l_{t+2} von w_{t+2} abhängig ist, dass heißt, dass die Arbeitszeit der Periode $t+2$ abhängig vom Lohn in der Periode $t+2$ ist. w_{t+2} hängt wiederum von q_{t+1} ab:

  $$w_{t+2} = (1-\alpha)\left(\frac{K_{t+2}}{l_{t+2}L_{t+2}}\right)^{\alpha} = (1-\alpha)\left(\frac{s_{t+1}}{q_{t+1}n_{t+1}l_{t+2}}\right)^{\alpha} \tag{2.33}$$

  Hier argumentiert man ebenfalls wieder mittels *Proposition 2* (Kapitel 2.3, Seite 31), also dass die Netto-Fertilität $q_{t+1}n_{t+1}$, sowie das Sparverhalten s_{t+1} unverändert bleiben. Daraus folgt, dass l_{t+2} nicht von Veränderungen der Kindermortalität

betroffen ist. Insgesamt schließt man also darauf, dass die Zinsrate R_{t+2} unverändert bleibt.

Insgesamt hat eine Veränderung der Kindermortalität keine Auswirkungen auf das Lohnniveau und auf den Zinssatz im allgemeinen Gleichgewicht.

Im nächsten Teilabschnitt werden nun die Effekte einer höheren Mortalität bei den Agenten im "Young"-Lebensabschnitt auf das allgemeine Gleichgewicht diskutiert:

Effekte der Mortalität auf das allgemeine Gleichgewicht

- Der direkte Effekt einer sinkenden Überlebenswahrscheinlichkeit p_{t+1} bewirkt einen Anstieg der Fertilität, laut den Teilergebnissen, welche in *Proposition 1* (Kapitel 2.3, Seite 31) festgehalten sind.
- Eine höhere Mortalität, repräsentiert durch eine geringere Überlebenswahrscheinlichkeit p_{t+1}, führt zu einer sinkenden Arbeitszeit l_{t+1} (laut *Proposition 1*, Kapitel 2.3, Seite 31). In Gleichung (2.31) bewirkt ein Sinken der Arbeitszeit ein Steigen des Lohnniveaus. Das Steigen des Lohnniveaus bewirkt wiederum ein Sinken der Fertilität. Insgesamt gibt es also zwei Effekte betreffend Fertilität (beziehungsweise Netto-Fertilität): Der direkte positive Effekt durch das Sinken der Überlebenswahrscheinlichkeit p_{t+1}, der ein Ansteigen der Fertilität bewirkt und der indirekte negative Effekte durch das gestiegene Lohnniveau, welcher ein Sinken der Fertilität bewirkt. Es ist möglich, dass der zweite indirekte negative Effekte den direkten Effekt nicht nur ausgleicht, sondern auch übertrifft, womit der Gesamteffekt im allgemeinen Gleichgewicht negativ wäre.

Die Ergebnisse aus der Analyse des allgemeinen Gleichgewichts lassen sich in den folgenden Propositionen festhalten:

Proposition 4 :
Im allgemeinen Gleichgewicht hat ein Steigen der Kindersterblichkeit (realisiert durch ein Sinken der Überlebenswahrscheinlichkeit q_{t+1}) keinen Effekt auf das Lohnniveau w_{t+1} und den Zinssatz R_{t+1} im allgemeinen Gleichgewicht. Die steigende Kindermortalität bewirkt ein Ansteigen der Fertilität, hat allerdings keinen Effekt auf die Netto-Fertilität im allgemeinen Gleichgewicht.

Proposition 5 :
Im allgemeinen Gleichgewicht bewirkt eine steigende Mortalität (durch ein Sinken der Überlebenswahrscheinlichkeit p_{t+1} ausgedrückt) ein Steigen des Lohnniveaus w_{t+1}. Daher hat das Steigen der Mortalität einen mehrfachen Effekt auf die (Netto-) Mortalität.

Ökonomische Diskussion und Interpretation
Bei den Teilgleichgewichten wurde schon auf die möglichen gegenteiligen Effekte von Löhnen und Mortalität auf die optimale Fertilität hingewiesen (bei exogenen positiven Schocks betreffend der Preise). Diese Eigenschaften gelten auch im allgemeinen Gleichgewicht. Die Ergebnisse aus *Proposition 4* und *Proposition 5* sind eine wichtige Basis für die weiterführende Diskussion und Interpretation betreffend Fertilitätsentscheidungen unter dem

Einfluss von Epidemien mit ähnlichem Charakter wie HIV/Aids.
Der Einfluss eines Anstiegs der Kindermortalitätsrate auf das Fertilitätsverhalten ist eindeutig positiv, solange man keine Preiseffekte, im speziellen Lohneffekte, berücksichtigt. Im allgemeinen Gleichgewicht (*Proposition 4*, Kapitel 2.5, Seite 36) kommt es daher nicht zum Ausgleich zwischen Mortalität und Lohneffekten. Die Debatte zwischen Kalemli-Ozcan und Young betreffend dem Ausgleich von "Hortungsffekt" und Lohneffekt, ist nicht ganz korrekt, da die beiden Effekte von verschiedenen Mortalitäten abstammen. Während der "Hortungseffekt" bei einem Anstieg der Kindermortaltiät auftritt, treten Lohn- und Preiseffekte ausschließlich bei Betrachtung von Mortalitätsschocks betreffend der erwachsenen Agenten auf (siehe *Proposition 5*, Kapitel 2.5, Seite 36).
Diese Erkenntis, die Isolation der beiden Effekte, ist eines der Hauptergebnisse und ein wesentlicher Beitrag zur laufenden Debatte. Speziell für die Analyse von großen Epidemien, wie z.B. Pest, Spanische Grippe, etc., bei denen hauptsächlich aktive junge Erwachsene betroffen sind, liefert das obige Ergebnis wichtige Erkenntnisse. Die weitere Diskussion konzentriert sich daher weitestgehend auf den positiven Effekt der Erwachsenenmortalität sowohl auf die Gesamt-, als auch auf die Nettofertilität und den in Folge negativen "Zweitrunden"-Effekt, welcher durch den endogenen Anstieg der Löhne entseht. Das Modell zeigt, dass, sofern der Lohneffekt resultierend durch diesen Mortalitätsschock groß genug ist, die Fertilität insgesamt dadurch reduziert und nicht erweitert wird.

Dieses Ergebnis ist insgesamt wahrscheinlicher, wenn man zusätzlich Veränderungen der Zinsrate betrachtet:
Aus der Gleichung (2.32) ist leicht ersichtlich, dass die Zinsrate ansteigt, sobald ein Schock der Erwachsenenmortalität eintritt. Ein Sinken von p_{t+1} bewirkt geringeres Sparen s_{t+1} und steigert die Fertilität n_{t+1}. Laut *Proposition 1* (Kapitel 2.3, Seite 33) führt beides zu einem Steigen der Zinsrate R_{t+1} und verstärkt schließlich somit den obig abgeleitenden Lohneffekt (*Proposition 3*, Kapitel 2.4, Seite 33).

Leider ist es nicht möglich detailliertere analytische Ergebnisse abzuleiten, wenn der Lohneffekt den direkten Mortalitätseffekt auf die Fertilitätsentscheidungen, weder kurzfristig, noch im stabilen Gleichgewicht. Das Modell ist auf jeden Fall im allgemeinen Gleichgewicht, unter logarithmischen Präferenzen lösbar. Dieser spezielle Fall ist insofern uninteressant, da Preise in diesem Zusammenhang keinen Effekt auf die optimalen Entscheidungen haben.

3. Auswirkungen von Epidemien auf das Wirtschaftswachstum

Im Paper "Growth Economics of Epidemics: A Review of the Theory" schaffen Raouf Boucekkine, Bity Diene und Theophile Azomahou [3] einen Überblick über die Auswirkungen von Epidemien auf das Wirtschaftswachstum einer Ökonomie. Dieses Paper dient als Basis für die Analysen des folgenden Kapitels.
Da die Epidemien sehr unterschiedlich in ihren Merkmalen sind, ist eine Einteilung sehr schwierig. In ihrem Paper unterscheiden Boucekkine et al. (2008) [3] zwischen langfristigen und kurzfristigen Epidemien. Als Beispiele dafür verwenden sie für langfristige Epidemien die AIDS-Epidemie, kurzfristige Epidemien analysieren sie am Beispiel der Spanischen Grippe.

Der folgende Abschnitt liefert die Begründung für die Wahl dieser beiden Epidemien als Repräsentanten und verdeutlicht die Notwendigkeit solcher Analysen:

- Im Jahr 2005 vermeldete UNIAIDS das höchste Level weltweit HIV-Infizierter seit den frühen 80er-Jahren. Zum ersten Mal wurde die 40 Millionen Marke überschritten. Dies geschah durch die Registrierung von 5 Millionen neuen Fällen in diesem Jahr. Am stärksten betroffen von der Epidemie sind Länder der Sub-Sahara-Region, aus der zwei Drittel aller weltweit HIV-Seropositiven aus dieser Region stammen. 77% aller weltweit infizierten Frauen stammen ebenfalls aus Ländern unterhalb der Sahara. Eine aktuelle Grafik (3.1) der WHO aus dem Jahr 2011 über die weltweite HIV-Verbreitung macht diese Fakten deutlich.

- Die weltweite Bedrohung durch diverse Influenzaviren (Vogelgrippe, Schweinegrippe etc.) übte Druck auf die Regierungen und internationalen Institutionen aus, um die weitere weltweite Ausbreitung derartige Epidemien vorzubeugen. Die Spanische Grippe forderte $1918 - 1919$ weltweit in nur wenigen Monaten 40 Millionen Opfer, ein Vielfaches der Gefechtsopfer des Zweiten Weltkrieges. Die ökonomischen Konsequenzen ist vielfach und einschneidend. In erster Linie auf Grund der Knappheit an Arbeitskräften am Arbeitsmarkt. Ein niedriger Entwicklungsgrad und geringe Qualität bei Gesundheitsdienstleistungen kurbeln eine Epidemie wahrscheinlich zusätzlich an, beziehungsweise machen manche Epidemien überhaupt erst möglich.

Zur Behandlung des Themas Epidemien hinsichtlich Prävention, optimale Kontrolle und Behandlung des HIV-Virus wählten Feichtinger, Tsachev und Veliov (2005) [27] einen empirischen Ansatz mittels Operation Research. Von ökonometrischer Seite lieferten Bloom und Mahal (1997a, b) [10], [11], Beiträge, in dem sie versuchten einen Zusammenhang zwischen Wirtschaftswachstum und Epidemien mit den Beispielen Spanischen Grippe, sowie AIDS, herzustellen, allerdings erfolglos. Weitaus erfolgreicher waren Brainerd und

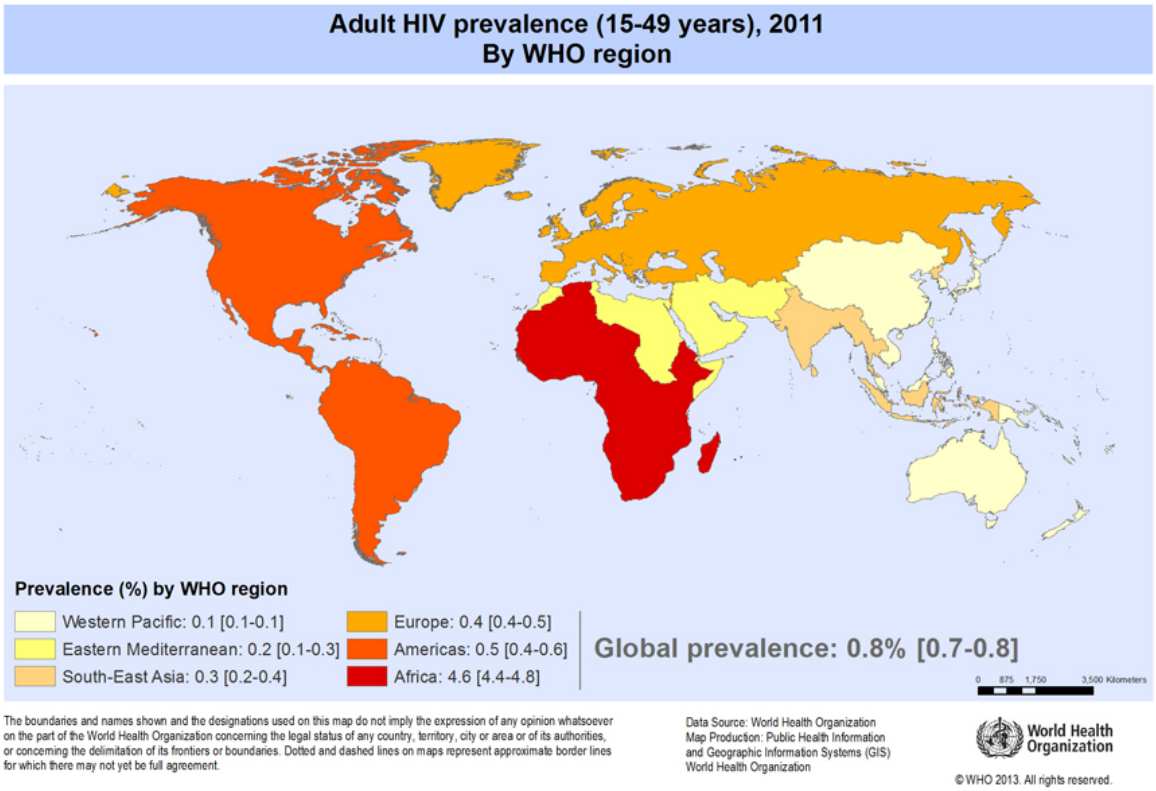

Abbildung 3.1.: HIV Verbreitung, 2011
Quelle: map on adult HIV prevalence (15-49 years), 2011, by WHO region. Source: World Health Organization, Global Health Observatory map gallery , http://gamapserver.who.int/mapLibrary/pgrms/hiv.aspx.

Siegler (2003) [21], indem sie herausfanden, dass die Spanische Grippe in den USA zu Anstiegen der Reallöhne in den 1920er Jahren führte. Des weiteren wiesen McDonald und Roberts (2006) [45] sowie Corrigan, Glomm und Mendez (2005) [22] auf den unbestreitbaren negativen Effekt der AIDS Epidemie auf die Wachstumsraten von Ländern der Sub-Sahara-Region hin. Sofern den langfristigen Wachstumsfaktoren, wie Humankapitalakkumation und deren Bestimmungsfaktoren genug Bedeutung beigemessen wird, bleibt dieser negative Wachstumseffekt laut Azomahou, Boucekkine und Diene (2008) [3] bestehen.
Die ökonomische Analyse von Epidemien, wie der Pest und der Spanischen Grippe war mehr oder weniger ein Vorrecht von Historikern, Soziologen und Demografen. Die Rolle der Pest in der Entwickung Europas wurde von Herlihy (1997) [36] analysiert. Das kürzliche Aufkommen einer vereinheitlichten Wachstumstheorie unterstreicht die Bestimmungsgrößen demografischer Entwicklung. Laut Hansen und Prescott (2002) [34], sowie Kalemli-Ozcan (2006) [41] spielen Epidemien eine wichtige Rolle beim Übergang in neue Wirtschaftssysteme.

3.1. Ökonomische Auswirkungen kurzfristiger Epidemien

Ausgangspunkt für die Analyse von kurzfristigen Epidemien ist ein stabiles Gleichgewicht der Ökonomie, ein sogenannter „steady state". Das bedeutet, dass alle relevanten Größen relativ zueinander mit der selben Rate wachsen oder konstant bleiben. Zum Zeitpunkt $t = 0$ erlebt dieses System einen epidemologischen Schock, welcher über einen Einbruch der Arbeitskräfte simuliert wird. Nach dem Schock geht man davon aus, dass das System wieder in den initialen Zustand, das intiale Gleichgewicht zurückkehrt.

3.1.1. Theoretische Vorbemerkungen: Exogene Wachstumstheorie

Für die spätere Analyse mit endogenem Wachstum ist ein Überblick über die exogene Wachstumstheorie (aus Azomahou, Boucekkine, Diene [3], 2008) hilfreich.

Exogene Wachstumtheorie
Die neoklassische Wachstumstheorie beschreibt die Produktion mittels Produktionsfunktion $y = f(k)$ in Pro-Kopf-Einheiten. Der Output y ist also der Output pro Kopf, ebenso wie k das Pro-Kopf-Kapital beschreibt. Eine wichtige Annahme der steigenden Produktionsfunktion $f(.)$ ist deren Konkavität. Das Pro-Kopf-Kapital ist definiert als das Verhältnis des aggregierten Kapitalstocks K und der erwerbstätigen Bevölkerung L, d.h. $k = \frac{K}{L}$. Sofern die Sparrate der Ökonomie wie im Solow-Swan Modell als konstant, durch $0 < s \leq 1$ gegeben ist, so ergibt sich für das Pro-Kopf-Kapital im Gleichgewicht folgende Gleichung:

$$\dot{k} = sf(k) - (\delta + n)k \tag{3.1}$$

Die Abschreibungsrate des Kapitals wird durch den Parameter δ angegeben und die Wachstumsrate der Bevölkerung beträgt n. Gelten die INADA-Bedingungen, so hat die Gleichung (3.1) ein eindeutiges, asymtotisch stabiles Gleichgewicht k.
Angenommen, die Ökonomie befindet sich im Gleichgewicht k^* und eine Epidemie tötet (nur) zum Zeitpunkt $t = 0$ einen Teil der erwerbstätigen Bevölkerung, so ist der sofortige Effekt ein Anstieg des Pro-Kopf-Kapitals (welches nun über dem Gleichgewichtswert k^* liegt). Die Übergangsdynamik hängt davon ab, ob kurzfristige Epidemien, das Sparverhalten bzw. Fertilitätsverhalten der Überlebenden verändern, oder nicht.
Dividiert man die Gleichung (3.1) auf beiden Seiten durch k, so erhält man die Wachstumsrate des Pro-Kopf-Kapitals

$$g_k = \frac{\dot{k}}{k} = \frac{sf(k)}{k} - (\delta + n). \tag{3.2}$$

Die Grafik 3.2 beschreibt nun den Übergang:
Im Schnittpunkt der Geraden $(\delta + n)$ mit der Kurve $\frac{sf(k)}{k}$ befindet sich die Ökonomie im Gleichgewicht $k^* = k_0$ (bzw. $g_k = 0$). Durch das Eintreten der Epidemie, dezimiert sich die

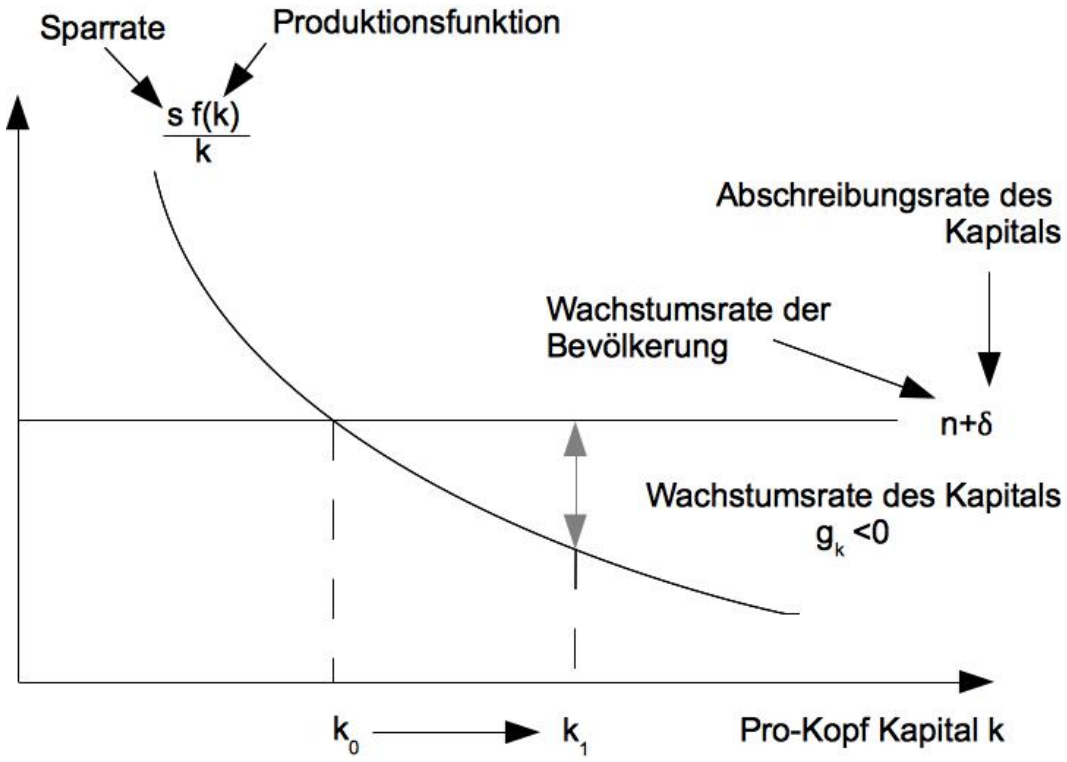

Abbildung 3.2.: Übergangsdynamik
Quelle: Boucekkine, R., Diene, B., Azomahou, T. (2008). Growth Economics of Epidemics: A Review of the Theory, Mathematical Population Studies: An International Journal of Mathematical Demography, 15:1, p. 6, Figure 1, editiert von Christina Umgeher

erwerbstätige Bevölkerung und es kommt zu einem Anstieg des Pro-Kopf-Kapitals, welches nun bei k_1 liegt. Der Weg zurück zum ursprünglichen Gleichgewicht ist gekennzeichnet durch negative Wachstumsraten g_k. Das ist der Grund warum auf Epidemien Rezessionen folgen. Diese Eigenschaft folgt aus der strikten Konkavität der Produktionsfunktion. In anderen Worten ausgedrückt repräsentiert die strikte Konkavität den abnehmenden Grenzertrag des Pro-Kopf-Kapitals.
Berücksichtigt man nun Veränderungen der Sparrate durch die Epidemie, so könnte man erwarten, dass die Sparrate fällt (durch die Abnahme des Einkommens, durch eben verstorbene Erwerbstätige). Dieser Effekt überwiegt allerdings nur in Haushalten welche direkt von der Epidemie betroffen sind (Brainerd und Siegler [21], 2003) . In anderen Haushalten (99% im Falle der Spanischen Grippe in den USA), könnte laut den beiden Autoren ein anderer Effekt auftreten: Die wachsende Unsicherheit auf Grund des Eintretens der Epidemie könnte das Sparverhalten intensivieren und so zu einem Anstieg der Sparrate der Ökonomie führen. Sofern der Effekt groß genug und permanent ist, könnte der Übergang anders aussehen. Das heißt, nicht nur das Pro-Kopf-Einkommen steigt nach dem epidemiologischen Schock, sondern es könnte sein, dass die Ökonomie wächst und zu einem neuen Gleichgewicht tendiert, welches größer als das ursprüngliche ist.
In dem einfachsten Ramsey-Wachstumsmodell wählen die Haushalte ihren optimalen

Konsum- und Sparpfad unter Berücksichtigung ihrer Budgetbeschränkung. Mit den gleichen Annahmen bezüglich Technologie und Produktionsfunktion (Barro und Sala-i-Martin [4], 1995, Kapitel 2,) liefert das optimale Wachstumsmodell ein zweidimensionales simultanes System in Pro-Kopf-Kapital (Zustandsvariable) und Pro-Kopf-Konsum (Kontrollvariable). Der optimale Übergangspfad (sofern es einen gibt) findet entlang eines Sattelpfades $c = \phi(k)$ statt. Der Sattelpfad $\phi(.)$ ist strikt steigend in k für alle positiven k. Insgesamt bekommt man hier also das selbe Ergebnis wie im Solow-Swan Modell, nämlich, dass auf Epidemien negative Wachstumsraten (mit konstanter Sparrate) folgen. Anders als in dieser Situation, wird die Sparrate optimal gewählt, welche während des Übergangs ansteigen kann. Allerdings ist der Anstieg der Sparrate in jedem Fall nicht ausreichend groß, um die dynamischen Effekte (durch sinkende Grenzerträge, strikt konkave Präferenzen), welche durch den Mortalitätsschock ausglöst wurden, zu überwiegen.

Das Sparverhalten während des Übergangs wird hauptsächlich durch die Parametrisierung des Modells, im Speziellen die Preferenzen der Haushalte (Appendix 2B in Barro und Sala-i-Martin [4], Kapitel 2), bestimmt. In einem Ramsey Modell maximieren die Haushalte eine intertemporale Nutzenfunktion der Form

$$\int_0^\infty u(c(t))e^{-(\rho-n)t}dt \tag{3.3}$$

Der Parameter ρ bezeichnet den Zeitdiskontfaktor, wobei $n < \rho$ angenommen wird und die Nutzenfunktion $u(.)$ ist strikt steigend und strikt konkav. Im Falle einer isoelastischen Nutzenfunktion, z.B. $u(c) = \frac{c^{1-\theta}}{1-\theta}$, so beträgt die Elastizität des Grenznutzens $u'(c)$ bezüglich des Konsums c genau θ. Je höher der Parameterwert θ, desto eher sind die Haushalt geneigt heute zu sparen, um morgen mehr zu konsumieren (auf Grund des Abfalls des zukünftigen Grenzertrages).

Während des Übergangs, der auf die Epidemie folgt, treten zwei ökonomische Kräfte auf: Ein negativer Einkommenseffekt, welcher die Sparrate sinken lässt und ein intertemporaler Subsitutionseffekt, welcher die Sparrate erhöht. Sofern Haushalte dazu neigen zu sparen, das bedeutet, der Parameterwert θ ist niedrig genug, überwiegt der intertemporale Subsitutionseffekt und die Sparrate steigt insgesamt. Auch in diesem Fall ist die optimale Sparrate nicht groß genug um den Effekt durch die negativen Grenzerträge der Produktionsfunktion zu überwiegen.
Nach einem epidemiologischen Schock ist das Pro-Kopf-Kapital, relativ zum ursprünglichen Gleichgewichtszustand, hoch und der Ertrag des Kapitals ist niedrig (gegenüber dem Gleichgewichtszustand). Abnehmende Erträge führen dazu, dass die Haushalte die Kapitalakkumulationsrate senken. Die Kosten der intertemporalen Substitution (θ niedrig) sind ausgesprochen gering und die Haushalte erhöhen ihr optimales Sparverhalten während des Übergangs, allerdings nicht genug um die Dynamik der abnehmenden Erträge auszuschalten.
Die exogene Wachstumstheorie hat zur Folge, dass eine Ökonomie, welche einen epidemiologischen Schock erlebt und dadurch einen vorrübergehenden Einbruch der aktiven Bevölkerung erlebt, in eine Übergangsrezession schlittert. Im Gegensatz dazu sind die Kapitalakkumulationserträge in der endogenen Wachstumstheorie nicht fallend. Langfristige Endogenität, im Sinne von autonomem Wachstum ist möglich und die Schlüsselfigur

in der ökonomischen Analyse von Epidemien ist der Humankapitalstock, laut McDonald und Roberts (2006) [45], sowie Kalemli-Ozcan (2006) [41].

3.1.2. Einsektormodell

Beim Einsektormodell (Boucekkine et al. [3], 2008) betrachtet man eine geschlossene Ökonomie mit einem unendlichen Zeithorizont, in der ein einzelnes Gut $Y(t)$ produziert wird. Für die Produktion dieses Gutes benötigt man physisches Kapital $K(t)$ und Humankapital $H(t)$. Die Art und Weise der Produktion wird mit Hilfe einer Produktionsfunktion mit konstanten Skalenerträgen beschrieben. Das Endprodukt kann entweder konsumiert $c(t)$, oder in Kapital oder Humankapital investiert werden. Die beiden Kapitalassets sind deshalb ex-ante perfekte Substitute. Man nimmt an, dass es einen sozialen Planer gibt, der sich um die Aufteilung auf Konsum, Investment in Kapital $I_K(t)$ und Investment in Humankapital $I_H(t)$ kümmert, so dass der Nutzen über die gesamte Bevölkerung maximal wird:

$$\int_0^\infty U(c(t))N(t)e^{-\rho t}dt \tag{3.4}$$

$U(.)$... Nutzenfunktion
$c(t)$... Konsum pro Kopf
$N(t)$... Bevölkerung
ρ... Zeitdiskontrate

Nutzen kann ausschließlich durch den Konsum generiert werden. Da $c(t)$ den Konsum pro Kopf beschreibt, liefert $U(c(t))$ den daraus resultierenden Nutzen pro Kopf. Betrachtet werden lediglich Nutzenfunktionen, die streng konkav im Konsum pro Kopf sind. Um nun die gesamte Wohlfahrt der Ökonomie zu maximieren, muss man an dieser Stelle noch mit der Größe der Population $N(t)$ multiplizieren. Mit dem Faktor ρ wird zeitlich noch abdiskontiert.

$$\begin{aligned} Y(t) &= A(t)K(t)^\alpha H(t)^{1-\alpha} && (3.5)\\ &= N(t)c(t) + I_K(t) + I_H(t) && (3.6)\\ \dot{K}(t) &= I_K(t) - \delta_K K(t) && (3.7)\\ \dot{H}(t) &= I_H(t) - \delta_H H(t) && (3.8) \end{aligned}$$

$K(t)$... Kapital
$H(t)$... Humankapital
$I_K(t)$... Investitionen in Kapital
$I_H(t)$... Investitionen in Humankapital
$A(t)$... Technologischer Fortschritt
$Y(t)$... Produktion

α... Produktionskoeffizient
δ_K... Abschreibungsrate Kapital
δ_H... Abschreibungsrate Humankapital

Bei einer geschlossenen Ökonomie müssen die Ausgaben gleich den Einnahmen sein, daher müssen die Gesamtinvestitionen in Konsum, Kapital und Humankapital durch die Gesamtproduktion gedeckt sein (3.5). Positive Veränderungen des Kapitals entstehen durch Investitionen, negative Veränderungen durch die Abschreibung des Kapitals (3.7). Die Veränderung des Humankapitals berechnet sich analog, mit den entsprechenden Parameter (3.8). Die exogenen Variablen des Systems sind durch die Populationsgröße $N(t)$ und den technologischen Fortschritt $A(t)$ gegeben.

$$H(0) = H_0, K(0) = K_0, \tag{3.9}$$
$$c(t) \geq 0, I_H(t) \geq 0, I_K(t) > 0, \tag{3.10}$$
$$\rho > 0 \tag{3.11}$$

Für die Zustände des Systems $K(t)$ und $H(t)$ sind die Anfangszustände gegeben und die Kontrollen $c(t), I_K(t)$ und $I_H(t)$ unterliegen Nichtnegativitätsbedingungen.

Zur Lösung des dynamischen Optimierungsproblems mit den angegebenen Nebenbedingungen formuliert man die entsprechende Lagrangefunktion:

$$\begin{aligned} &L(t, c(t), I_K(t), I_H(t), K(t), H(t), \lambda(t), \beta_1(t), \beta_2(t), \mu_1(t), \mu_2(t)) = \\ &U(c(t))N(t)e^{-\rho t} + \lambda(A(t)K(t)^{\alpha}H(t)^{1-\alpha} - N(t)c(t) - I_K(t) - I_H(t)) + \\ &\beta_1(t)(I_K(t) - \delta_K K(t)) + \beta_2(t)(I_H(t) - \delta_H H(t)) + \mu_1(t)I_K(t) + \mu_2(t)I_H(t) \end{aligned} \tag{3.12}$$

Durch das Ableiten der Lagrangefunktion nach den Kontrollen $c(t)$, $I_K(t)$, $I_H(t)$, erhält man die Bedingungen erster Ordnung, die sogenannten Karush-Kuhn-Tucker Bedingungen[1]:

$$\frac{\partial L}{\partial c} : \frac{\partial U(c)}{\partial c} N e^{-\rho t} - \lambda N = 0 \tag{3.13}$$
$$\frac{\partial L}{\partial I_K} : -\lambda + \beta_1 + \mu_1 = 0 \tag{3.14}$$
$$\frac{\partial L}{\partial I_L} : -\lambda + \beta_2 + \mu_2 = 0 \tag{3.15}$$

Eine innere Lösung, das heißt $I_K > 0$ und $I_H > 0$, bedeutet, dass die zugehörigen Lagrange Multiplikatoren der Nichtnegativitätsbedingungen, in diesem Fall μ_1, μ_2, gleich 0 sind. Vereinfacht man Gleichung (3.13) und setzt $\mu_1 = 0$ und $\mu_2 = 0$ in die Gleichungen (3.14) sowie (3.15) ein, so erhält man:

$$\frac{\partial U(c)}{\partial c} e^{-\rho t} = \lambda \tag{3.16}$$
$$\lambda = \beta_1 = \beta_2 \tag{3.17}$$

[1]Um die Lesbarkeit zu erleichtern, werden im Folgenden die Zeitindizes nicht explizit angeschrieben.

Zur Vereinfachung nimmt man im Folgenden $\delta_K = \delta_H = \delta$ an. Durch Ableiten nach den Zuständen $K(t)$ und $H(t)$ erhält man folgendes Kozustandsgleichungssystem:

$$\lambda(t)A(t)\alpha K(t)^{\alpha-1}H(t)^{1-\alpha} - \delta\beta_1(t) = -\dot{\beta}_1(t) \tag{3.18}$$
$$\lambda(t)A(t)(1-\alpha)K(t)^{\alpha}H(t)^{-\alpha} - \delta\beta_2(t) = -\dot{\beta}_2(t) \tag{3.19}$$

Aus Gleichung (3.17) folgt sofort die Übereinstimmung von Gleichung (3.18) und (3.19). Das bedeutet, dass die Erträge von Humankapital und physischem Kapital gleich sind (beziehungsweise gleich r_i). Den Wert der vereinfachten Gleichung (3.21) definiert man als r_i (wobei der Index i andeuten soll, dass es sich hier um die innere Lösung handelt).

$$\lambda(t)(A(t)\alpha K(t)^{\alpha-1}H(t)^{1-\alpha} - \delta) = \lambda(t)(A(t)(1-\alpha)K(t)^{\alpha}H(t)^{-\alpha} - \delta) \tag{3.20}$$
$$A(t)\alpha K(t)^{\alpha-1}H(t)^{1-\alpha} - \delta = A(t)(1-\alpha)K(t)^{\alpha}H(t)^{-\alpha} - \delta =: r_i \tag{3.21}$$

Hält man bei der inneren Lösung das Verhältnis $\frac{K}{H}$ fest, so erhält man dafür:

$$A\alpha K^{\alpha-1}H^{1-\alpha} - \delta = A(1-\alpha)K^{\alpha}H^{-\alpha} - \delta \tag{3.22}$$
$$A\alpha K^{\alpha-1}H^{1-\alpha} = A(t)(1-\alpha)K^{\alpha}H^{-\alpha} \tag{3.23}$$
$$\alpha K^{\alpha-1}H^{1-\alpha} = (1-\alpha)K^{\alpha}H^{-\alpha} \tag{3.24}$$
$$\frac{\alpha}{(1-\alpha)} = \frac{K^{\alpha}H^{-\alpha}}{K^{\alpha-1}H^{1-\alpha}} = \left(\frac{K}{H}\right)^{\alpha}\left(\frac{K}{H}\right)^{1-\alpha} \tag{3.25}$$

und schließlich:

$$\frac{K}{H} = \left(\frac{K}{H}\right)_i = \frac{\alpha}{1-\alpha} \tag{3.26}$$

Die gesamte Übergangsdynamik dieser Ökonomie wird aus dieser Eigenschaft abgeleitet. Falls das Verhältnis von physischem Kapital zu Humankapital von der inneren Lösung zum Zeitpunkt $t = 0$ (siehe Gleichung 3.26) abweicht, so kann der innere Verlauf nicht von Beginn an einsetzen und eine Randlösung überwiegt zumindest vorläufig (siehe Barro und Sala-i-Martin [4], 1995; Gomez [31], 2003). Man betrachtet allerdings Epidemien ähnlich der Spanischen Grippe, welche die Ökonomie vor dem Zeitpunkt $t = 0$ treffen. In dieser Situation startet die Ökonomie von einer Randlösung $I_K = 0$ und $I_H > 0$ bzw. äquivalent dazu $\mu_2 = 0$. Physikalisches Kapital ist realtiv im Überfluss und der Grenzertrag des Kapitals ist geringer als der Ertrag des Humankapitals. Das Streben den physischen Kapitalstock zu vermindern führt dazu, dass die Irreversiblitätsbedingungen dieser Anlage für eine Weile bindend sind. Die Randlösung überwiegt solange, bis die beiden Kapitalstöcke ausgeglichen sind (in endlicher Zeit). Nach dieser Anpassung bleibt die Ökonomie im inneren System.
Wählt man eine Nutzenfunktion mit konstanter relativer Risikoaversion, also von der Form,

$$U(c(t)) = \frac{c(t)^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma} \tag{3.27}$$

so ergibt sich aus Gleichung (3.16) und durch nochmaliges Ableiten, sowie den Gleichungen (3.18) und (3.19) die Wachstumsrate der Produktion (3.35):

Einsetzen der Nutzenfunktion in Gleichung (3.16) liefert:

$$c(t)^{-\sigma}e^{-\rho t} = \lambda(t) \tag{3.28}$$

Leitet man nun diese Gleichung nach der Zeit ab, so erhält man:

$$-\sigma c(t)^{-\sigma-1}\dot{c(t)}e^{-\rho t} + c(t)^{-\sigma}(-\rho)e^{-\rho t} = \dot{\lambda(t)} \tag{3.29}$$

Durch Division mit $\lambda = c^{-\sigma}e^{-\rho t}$ auf beiden Seiten und anschließendes Kürzen ergibt sich:

$$-\sigma\frac{\dot{c}}{c} - \rho = \frac{\dot{\lambda}}{\lambda} \tag{3.30}$$

Zur Erinnerung ist laut Gleichung (3.17) $\lambda = \beta_1 = \beta_2$ und somit stimmen (3.18) und (3.19) überein (siehe (3.20)). Der Ausdruck für $\dot{\lambda}$ lautet nun:

$$-\dot{\lambda} = \lambda(A\alpha K^{\alpha-1}H^{1-\alpha} - \delta) = \lambda(A(1-\alpha)K^{\alpha}H^{-\alpha} - \delta) \tag{3.31}$$

und durch Division mit λ schließlich einen Ausdruck der r_i (3.21) entspricht:

$$-\frac{\dot{\lambda}}{\lambda} = A\alpha K^{\alpha-1}H^{1-\alpha} - \delta = A(1-\alpha)K^{\alpha}H^{-\alpha} - \delta = r_i \tag{3.32}$$

Substituiert man diesen Ausdruck für $\frac{\dot{\lambda}}{\lambda}$ in Gleichung (3.30), so erhält man:

$$-\sigma\frac{\dot{c}}{c} - \rho = -r_i \tag{3.33}$$

beziehungsweise

$$-\sigma\frac{\dot{c}}{c} = \frac{-r_i + \rho}{-\sigma} \tag{3.34}$$

und schließlich

$$g = \frac{\dot{c}}{c} = \frac{r_i - \rho}{\sigma} = \frac{A(t)\alpha K(t)^{\alpha-1}H(t)^{1-\alpha} - \delta - \rho}{\sigma} = \frac{A(t)(1-\alpha)K(t)^{\alpha}H(t)^{-\alpha} - \delta - \rho}{\sigma} \tag{3.35}$$

Zwei Themen sind in der Analyse der Wachstumstheorie im Falle von kurzfristigen Epidemien von besonderer Bedeutung:

- Ein wichtiger Punkt ist, dass Epidemien dieser Art keine langfristigen Effekte haben. Der einzige Effekt findet kurzfristig statt: Auf den epidemiologischen Schock reagiert die Ökonomie mit einer intensiven Humankapitalakkumulation (auf Kosten des physischen Kapitals), um den inneren Gleichgewichtswert des Verhältnisses von Humankapital zu physischem Kapital herzustellen. Der Ertrag des Humankapitals ist anfänglich höher, als der des physischen Kapitals. Je verheerender, desto größer ist die Abweichung und desto größer fällt die Investition in Humankapital aus, während der Anpassungsphase. Eine interessante Fragestellung betrifft jene, nach der Wachstumsrate während der Anpassungsphase. Bei konstantem technologischen Fortschritt, wird das Wirtschaftswachstum ausschließlich durch die Humankapitalakkumulation generiert, da das physische Kapital mit der Rate δ abgeschrieben wird. Für die kurzfristige Wachstumsrate des Humankapitals gilt:

$$g_H = \frac{\dot{H}}{H} = \frac{I_H}{H} - \delta \tag{3.36}$$

  Die Wachstumsrate ist also groß, falls der Wert des Ausdrucks $\frac{I_H}{H} - \delta$ hoch ist. Dieser Fall tritt ein, wenn der Anfangswert des Humankapitals H gegen 0 strebt.
  In diesem Fall ist die Zeit nach der Epidemie geprägt von einer großen Ansammlung von Humankapital und starkem wirtschaftlichen Wachstum. Speziell wenn die Epidemie verheerende Auswirkungen hat und schädlich für das Humankapital ist. Laut dieser Prognose würde auf die Epidemie eine Zeit mit hohem Wachstum folgen. Eine Möglichkeit um diese unrealistische Vorhersage zu unterbinden, ist die Einführung von Anpassungskosten. Konvexe Anpassungskosten, welche verschiedene mögliche Schwierigkeiten bei der Ansammlung von Humankapital beschreiben, generieren ein viel langsameres ökonomisches Wachstum während des Übergangs zum Gleichgewicht. Diese Anpassung kann die angenommenen identischen Eigenschaften von Humankapital und physischem Kapital nur künstlich aufheben.

- Das zweite Thema betrifft die Rolle der demografischen Struktur der Ökonomie. In der üblichen neoklassischen Wachstumstheorie spielt die Demografie eine eher geringfügige Rolle. Um an dieser Stelle einen Schritt weiter zu gehen, schreibt man die Akkumulationsgesetze in Pro-Kopf-Größen um. Die Wachstumsrate der Bevölkerung $n = \frac{\dot{N}}{N}$ tritt nun in den Akkumulationsgesetzen auf:

$$\frac{\dot{h}}{h} = \frac{i_h}{h} - \delta - n \tag{3.37}$$

  In der Wachstumstheorie nimmt man üblicherweise $n(t) = 0$ für alle t vor und nach $t = 0$. Während eine Wachstumsrate der Bevölkerung ungleich 0, die eventuell zeitabhängig ist, nicht die wesentlichen Bestandteile der Übergangsdynamik beeinflusst (da die Gleichungen unabhängig von dieser Variable sind) gibt es dennoch ein paar Merkmale welche Boucekkine et al. (2008) [3] in seinem Paper diskutiert. Insgesamt kommt er aber zu dem Ergebnis, dass das Einsektormodell nur wenig Platz für demografische Einflüsse lässt. Das Bewegungsgesetz für Bevölkerungswachstum spielt keine wesentliche Rolle in der Übergangsdynamik. Es könnte in mechanischer Weise den Aufholmechanismus zum Gleichgewicht verstärken oder schwächen und so die Übergangsdynamik charakterisieren. Es kann allerdings nicht den Ertrag des

Humankapitals, weder kurzfristig, noch langfristig verändern. Außerdem scheint es ziemlich offensichtlich, dass die Effekte einer Epidemie im Einsektormodell ziemlich dieselben sind, als jene von Kriegen oder Hurricanes, welche schädlicher für physisches Kapital sind, als für Humankapital. Die Symmetrie zwischen Humankapital und physischem Kapital kann durch Anpassungskosten, wie oben beschrieben, korrigiert werden. Ein weitaus realistischerer Weg zur weiteren Analyse ist die Betrachtung im Zweisektoren-Wachstumsmodell.

3.1.3. Zweisektorenmodell

Basis für die folgende Analyse ist das Zweisektorenmodell von Lucas (1988), welches schon von Boucekkine und Ruiz-Tamarit (2004,2006), etc. als Grundlage benutzt wurde. Man betrachtet wieder eine geschlossene Ökonomie mit unendlichem Zeithorizont. Die identischen, rationalen Agenten $N(t)$ erhalten Nutzen aus dem Konsum $c(t)$. Im Gegensatz zum Einsektormodell wurde dieses Modell um den Ausbildungssektor erweitert. Die Produktion im Konsumgütersektor erfolgt mit Humankapital und mit Hilfe von physischem Kapital. Für die Produktion im Ausbildungssektor ist lediglich das Humankapital zuständig. Des weiteren ist der Konsumgütersektor weniger humankapitalintensiv, als der Ausbildungssektor. Die Produktionsfunktion des Konsumgütersektors ist eine Funktion mit konstanten Skalenerträgen und dem konstanten Technologielevel A. Das Technologielevel im Ausbildungssektor ist ebenfalls konstant und wird mit ψ bezeichnet. Die Produktion im Ausbildungssektor erfolgt in Form einer linearen Funktion.

Die Agenten entscheiden in diesem Modell also wieviel sie konsumieren und wieviel Arbeitszeit $u(t)$ sie für die Produktion von Gütern aufwenden. Man nimmt an, dass die Agenten aus dem Konsum Nutzen in folgender Art und Weise erhalten:

$$U(c(t)) = \frac{c(t)^{1-\sigma} - 1}{1 - \sigma} \tag{3.38}$$

Der Parameter σ entspricht der Inversen der (konstanten) intertemporalen Substitutionselastizität.
Mit Hilfe der Kontrollen $c(t)$ und $u(t)$ maximieren die Agenten ihren intertemporalen Nutzen und so erhält man für die gesamte Ökonomie:

$$\int_0^\infty U(c(t))N(t)e^{-\rho t}dt \tag{3.39}$$

$c(t)$... Konsum pro Kopf
$N(t)$... Population
$U(.)$... Nutzenfunktion
ρ... Zeitdiskontrate

Der Output im Konsumgütersektor $Y(t)$ hängt ab vom Kapital $K(t)$, der effektiven Arbeitskraft $u(t)N(t)h(t)$ und der durchschnittlichen Qualifikation eines Arbeiter h_a, die exogen gegeben ist. Zusätzlich wird dieser Parameter noch mit γ potenziert, um die externen Effekte des Humankapitals festzuhalten. Im Gegensatz zum Einsektormodell wird hier der Technologieparameter A als konstant angenommen (3.40). Die Veränderung des

Kapitalstocks $K(t)$ wird durch die Produktion bestimmt, abzüglich der Konsumation der Agenten $N(t)c(t)$ (3.41). Der zweite Zustand $h(t)$, das Humankapital pro Kopf, wächst mit der Effizienz ψ und $[1-u(t)]$, jener Zeit, die nicht in die Produktion von Konsumgütern investiert wird, sowie proportional zu existierendem h.

$$\begin{aligned} Y(t) &= AK(t)^{\alpha}[u(t)N(t)h(t)]^{1-\alpha}h_{\alpha}(t)^{\gamma} && (3.40)\\ \dot{K}(t) &= Y(t) - N(t)c(t) && (3.41)\\ \dot{h}(t) &= \psi[1-u(t)]h(t) && (3.42) \end{aligned}$$

$K(t)$... Kapital
$h(t)$... Humankapital pro Kopf

$u(t)$... Anteil der Arbeitszeit im Konsumgütersektor
A... konstanter Techonologielevel
$Y(t)$... Output im Konsumgütersektor

α... Produktionskoeffizient
ψ...Effizienzfaktor im Bildungssektor
$h_a(t)$...durchschnittliche Qualifikation eines Arbeiters
γ...externe Effekte des Humankapitals

$$K(0) = K_0 > 0, h(0) = h_0 > 0 \qquad (3.43)$$

Für die Kontrollen $K(t)$ und $h(t)$ sind die Anfangswerte, sowie Nichtnegativitätsbedingungen gegeben.
Man nimmt an, dass es wieder einen sozialen Planer gibt, welcher bei der Planung berücksicht, dass das durchschnittliche Humankapital h_a gleich h ist.

Zur Vereinheitlichung notiert man die Produktionsfunktion und anschließend die Dynamik des Kapitals auch in Pro-Kopf-Größen. Die Bewegungslgeichung des Pro-Kopf Kapitals lässt sich einfach hinschreiben, da man annimmt, dass es kein Bevölkerungswachstum gibt:

$$\begin{aligned} y(t) &= Ak(t)^{\alpha}[u(t)h(t)]^{1-\alpha}h_{\alpha}(t)^{\gamma} = Ak(t)^{\alpha}[u(t)h(t)]^{1-\alpha}h(t)^{\gamma} && (3.44)\\ \dot{k}(t) &= y(t) - c(t) && (3.45)\\ \dot{h}(t) &= \psi[1-u(t)]h(t) && (3.46) \end{aligned}$$

Zur Lösung des dynamischen Optimierungsproblems formuliert man die Momentanwert-Hamiltonfunktion:

$$\begin{aligned} &H^c(k,h,\theta_1,\theta_2,c,u,A,\sigma,\alpha,\psi) = \\ &\frac{c(t)^{1-\sigma}-1}{1-\sigma} + \theta_1[Ak^{\alpha}(uh)^{1-\alpha}h^{\gamma} - c] + \theta_2\psi(1-u)h \end{aligned} \qquad (3.47)$$

Die Bedingungen erster Ordnung erhält man durch Ableiten der Hamiltonfunktion nach den Kontrollen $c(t)$ und $u(t)$, den Nebenbedingungen der Zustände $k(t)$, $h(t)$ und dem zugehörigen Gleichungssystem der Kozustände θ_1 und θ_2:

$$c^{-\sigma} = \theta_1 \tag{3.48}$$

$$\theta_1(1-\alpha)Ak^{\alpha}(uh)^{-\alpha}h^{1+\gamma} = \theta_2\psi h \tag{3.49}$$

$$\dot{\theta}_1 = \rho\theta_1 - \theta_1\alpha Ak^{\alpha-1}(uh)^{1-\alpha}h^{\gamma} \tag{3.50}$$

$$\dot{\theta}_2 = \rho\theta_2 - \theta_1(1-\alpha+\gamma)Ak^{\alpha}(u)^{1-\alpha}h^{-\alpha+\gamma} - \theta_2\psi(1-u) \tag{3.51}$$

$$\dot{k} = Ak^{\alpha}(uh)^{1-\alpha}h^{\gamma} - c \tag{3.52}$$

$$\dot{h} = \psi(1-u)h \tag{3.53}$$

Zusätzlich zu den Nichtnegativitätsbedingungen bzw. den gegebenen Anfangszuständen (3.43) müssen noch die Transversalitätsbedingungen erfüllt sein:

$$\lim_{t\to\infty} \theta_1 k e^{-\rho t} = 0 \tag{3.54}$$

$$\lim_{t\to\infty} \theta_2 h e^{-\rho t} = 0 \tag{3.55}$$

Wachstumspfade

Aus den Bedingungen erster Ordnung (3.48)-(3.53) leitet man den Wachstumspfad ab (siehe Anhang A.1):

$$\frac{\dot{c}}{c} = \frac{1}{\sigma}(\alpha Ak^{\alpha-1}u^{1-\alpha}h^{1-\alpha+\gamma} - \rho) \tag{3.56}$$

$$\frac{\dot{k}}{k} = Ak^{\alpha-1}u^{1-\alpha}h^{1-\alpha+\gamma} - \frac{c}{k} \tag{3.57}$$

$$\frac{\dot{h}}{h} = \psi(1-u) \tag{3.58}$$

$$\frac{\dot{u}}{u} = \frac{\psi(1-\alpha+\gamma)}{\alpha} - \frac{c}{k} + \frac{\psi(1-\alpha+\gamma)}{1-\alpha}u \tag{3.59}$$

Reduktion des dynamischen Systems auf drei Dimensionen

Für die Reduktion des dynamischen Systems auf drei Dimensionen ist die folgende Transformation notwendig:

$$p = kh^{\frac{(1-\alpha+\gamma)}{\alpha-1}} \tag{3.60}$$

$$q = \frac{c}{k} \tag{3.61}$$

Das System kann nun in den drei Variablen u, p und q angeschrieben werden.
Bildet man nun die totale Ableitung nach der Zeit t, so erhält man:

$$\dot{p} = \dot{k}h^{\frac{(1-\alpha+\gamma)}{\alpha-1}} + k\frac{(1-\alpha+\gamma)}{\alpha-1}h^{\frac{(1-\alpha+\gamma)}{\alpha-1}-1}\dot{h} \tag{3.62}$$

$$\dot{q} = \frac{\dot{c}}{k} - \frac{c\dot{k}}{k^2} \tag{3.63}$$

Dividiert man auf beiden Seiten durch p beziehungsweise q und vereinfacht, so ergibt sich:

$$\frac{\dot{p}}{p} = \frac{\dot{k}}{k} + \frac{(1-\alpha+\gamma)}{\alpha-1}\frac{\dot{h}}{h} \tag{3.64}$$

$$\frac{\dot{q}}{q} = \frac{\dot{c}}{c} - \frac{\dot{k}}{k} \tag{3.65}$$

und schließlich für die Wachstumsraten:

$$g_p = \frac{\dot{p}}{p} = Ap^{\alpha-1}u^{1-\alpha} - q - \psi\frac{1-\alpha+\gamma}{1-\alpha}(1-u) \tag{3.66}$$

$$g_q = \frac{\dot{q}}{q} = q + A\frac{\alpha-\sigma}{\sigma}p^{\alpha-1}u^{1-\alpha} - \frac{\rho}{\sigma} \tag{3.67}$$

$$g_u = \frac{\dot{u}}{u} = \frac{\psi(1-\alpha+\gamma)}{\alpha} - q + \frac{\psi(1-\alpha+\gamma)}{1-\alpha}u \tag{3.68}$$

Um die Gleichgewichtswerte p^* und q^* und u^* zu ermitteln, setzt man die Wachstumsraten (3.66), (3.67) , sowie (3.68) gleich 0. Aus dem Nullsetzen von (3.67) erhält man für q^*:

$$q^* = \psi\frac{(1-\alpha+\gamma)}{\alpha} + \psi\frac{1-\alpha+\gamma}{1-\alpha}u^* \tag{3.69}$$

Nach dem Nullsetzen von (3.66) und dem Umformen nach q, substituiert man den Ausdruck für q mit (3.69) ergibt sich für p^*:

$$Ap^{\alpha-1}u^{1-\alpha} - q - \psi\frac{1-\alpha+\gamma}{1-\alpha}(1-u) = 0 \tag{3.70}$$

$$Ap^{\alpha-1}u^{1-\alpha} - \psi\frac{1-\alpha+\gamma}{1-\alpha}(1-u) = q \tag{3.71}$$

$$Ap^{\alpha-1}u^{1-\alpha} - \psi\frac{1-\alpha+\gamma}{1-\alpha}(1-u) = \psi\frac{(1-\alpha+\gamma)}{\alpha} + \psi\frac{1-\alpha+\gamma}{1-\alpha}u \tag{3.72}$$

$$Ap^{\alpha-1}u^{1-\alpha} = \psi\frac{(1-\alpha+\gamma)}{\alpha} + \psi\frac{1-\alpha+\gamma}{1-\alpha}[u+1-u] \tag{3.73}$$

$$Ap^{\alpha-1}u^{1-\alpha} = \frac{\psi(1-\alpha+\gamma)[\alpha+1-\alpha]}{\alpha(1-\alpha)} \tag{3.74}$$

$$p^{\alpha-1} = \frac{\psi(1-\alpha+\gamma)[\alpha+1-\alpha]}{\alpha(1-\alpha)Au^{1-\alpha}} \tag{3.75}$$

$$p^* = \left[\frac{\psi(\frac{1-\alpha+\gamma}{1-\alpha})}{\alpha A}\right]^{\frac{1}{\alpha-1}} u^* \tag{3.76}$$

Fasst man einige Parameter zusammen $\phi = \frac{1-\alpha+\gamma}{1-\alpha}$, so lassen sich die Gleichgewichtswerte auch folgendermaßen ausdrücken:

$$p^* = \left[\frac{\psi\phi}{\alpha A}\right]^{\frac{1}{\alpha-1}} u^* \tag{3.77}$$

$$q^* = \psi\frac{(1-\alpha+\gamma)}{\alpha} + \psi\phi u^* \tag{3.78}$$

Für die Herleitung von u^* setzt man (3.67) gleich 0 und substituiert anschließend die Ausdrücke für p^* (3.76) und q^* (3.69).

$$q + A\frac{\alpha-\sigma}{\sigma}p^{\alpha-1}u^{1-\alpha} = \frac{\rho}{\sigma} \tag{3.79}$$

$$\psi\frac{(1-\alpha+\gamma)}{\alpha} + \psi\frac{1-\alpha+\gamma}{1-\alpha}u + A\frac{\alpha-\sigma}{\sigma}\frac{\psi(\frac{1-\alpha+\gamma}{1-\alpha})}{\alpha A}u^{\alpha-1}u^{1-\alpha} = \frac{\rho}{\sigma} \tag{3.80}$$

$$\psi\frac{(1-\alpha+\gamma)}{\alpha} + \psi\frac{1-\alpha+\gamma}{1-\alpha}u + \frac{\alpha-\sigma}{\sigma}\frac{\psi(1-\alpha+\gamma)}{\alpha(1-\alpha)} = \frac{\rho}{\sigma} \tag{3.81}$$

$$\psi\frac{1-\alpha+\gamma}{1-\alpha}u = \frac{\rho}{\sigma} - \psi\frac{(1-\alpha+\gamma)}{\alpha} - \frac{\alpha-\sigma}{\sigma}\frac{\psi(1-\alpha+\gamma)}{\alpha(1-\alpha)} \tag{3.82}$$

$$\psi\frac{1-\alpha+\gamma}{1-\alpha}u = \frac{\rho}{\sigma} - \frac{\psi(1-\alpha+\gamma)[\sigma(1-\alpha)+\alpha-\sigma]}{\sigma\alpha(1-\alpha)} \tag{3.83}$$

$$\psi\frac{1-\alpha+\gamma}{1-\alpha}u = \frac{\rho}{\sigma} - \frac{\psi(1-\alpha+\gamma)\alpha(1-\sigma)}{\sigma\alpha(1-\alpha)} \tag{3.84}$$

$$u^* = \frac{\rho(1-\alpha) - \psi(1-\alpha+\gamma)(1-\sigma)}{\sigma\psi(1-\alpha+\gamma)} \tag{3.85}$$

$$u^* = \frac{\rho(1-\alpha) - \psi(1-\alpha+\gamma)}{\psi(1-\alpha+\gamma)} + 1 \tag{3.86}$$

$$u^* = 1 - \frac{\psi(1-\alpha) - \rho(1-\alpha) + \rho\gamma}{\sigma\psi(1-\alpha+\gamma)} \tag{3.87}$$

$$u^* = 1 - \frac{(1-\alpha)(\psi-\rho) + \rho\gamma}{\sigma\psi(1-\alpha+\gamma)} \tag{3.88}$$

Substituiert man nun den Gleichgewichtswert für u^* in den Gleichungen (3.77) und (3.78)so erhält man für p^*:

$$p^* = \left[\frac{\psi(\frac{1-\alpha+\gamma}{1-\alpha})}{\alpha A}\right]^{\frac{1}{\alpha-1}} \left[1 - \frac{(1-\alpha)(\psi-\rho)+\rho\gamma}{\sigma\psi(1-\alpha+\gamma)}\right] \tag{3.89}$$

und schließlich für q^*:

$$q^* = \psi\frac{(1-\alpha+\gamma)}{\alpha} + \psi\frac{1-\alpha+\gamma}{1-\alpha}\frac{\rho(1-\alpha) - \psi(1-\alpha+\gamma)(1-\sigma)}{\sigma\psi(1-\alpha+\gamma)} \tag{3.90}$$

$$q^* = \psi\frac{(1-\alpha+\gamma)}{\alpha} + \frac{\rho}{\sigma} - \frac{\psi(1-\alpha+\gamma)(1-\sigma)}{\sigma(1-\alpha)} \tag{3.91}$$

$$q^* = \frac{\rho}{\sigma} - \frac{(1-\alpha+\gamma)[\alpha(1-\sigma) - (1-\alpha)\sigma]}{\alpha\sigma(1-\alpha)} \tag{3.92}$$

$$q^* = \frac{\rho}{\sigma} - \frac{(1-\alpha+\gamma)}{(1-\alpha)}\frac{\alpha-\sigma}{\sigma}\frac{1}{\alpha} \tag{3.93}$$

Lokale Stabilitätsanalyse des Gleichgewichtes

Für die Stabilitätsanalyse berechnet man die Jacobimatrix des Systems p, q und u:

$$J(p^*,u^*,q^*) = \begin{pmatrix} \frac{\partial \dot{p}}{\partial p}(p^*,u^*,q^*) & \frac{\partial \dot{p}}{\partial u}(p^*,u^*,q^*) & \frac{\partial \dot{p}}{\partial q}(p^*,u^*,q^*) \\ \frac{\partial \dot{u}}{\partial p}(p^*,u^*,q^*) & \frac{\partial \dot{u}}{\partial u}(p^*,u^*,q^*) & \frac{\partial \dot{u}}{\partial q}(p^*,u^*,q^*) \\ \frac{\partial \dot{q}}{\partial p}(p^*,u^*,q^*) & \frac{\partial \dot{q}}{\partial u}(p^*,u^*,q^*) & \frac{\partial \dot{q}}{\partial q}(p^*,u^*,q^*) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} J_{11} & J_{12} & J_{13} \\ J_{21} & J_{22} & J_{23} \\ J_{31} & J_{32} & J_{33} \end{pmatrix} \quad (3.94)$$

$$J_{11} = \frac{\partial \dot{p}}{\partial p} = \alpha A p^{\alpha-1} u^{1-\alpha} - q - \psi \frac{1-\alpha+\gamma}{1-\alpha}(1-u) = (\alpha-1) A p^{\alpha-1} u^{1-\alpha} \quad (3.95)$$

$$J_{12} = \frac{\partial \dot{p}}{\partial u} = A(1-\alpha) p^{\alpha} u^{-\alpha} + \frac{1-\alpha+\gamma}{1-\alpha} p \quad (3.96)$$

$$J_{13} = \frac{\partial \dot{p}}{\partial q} = -p \quad (3.97)$$

$$J_{21} = 0 \quad (3.98)$$

$$J_{22} = \frac{1-\alpha+\gamma}{\alpha} - q + 2\frac{1-\alpha+\gamma}{1-\alpha} = \frac{1-\alpha+\gamma}{1-\alpha} u \quad (3.99)$$

$$J_{23} = -u \quad (3.100)$$

$$J_{31} = \frac{\alpha-\sigma}{\sigma}(\alpha-2) A p^{\alpha-1} u^{1-\alpha} q \quad (3.101)$$

$$J_{32} = \frac{\alpha-\sigma}{\sigma}(1-\alpha) A p^{\alpha} u^{-\alpha} q \quad (3.102)$$

$$J_{33} = 2q + A p^{\alpha-1} u^{1-\alpha} - \frac{\rho}{\sigma} = q \quad (3.103)$$

Die Jacobi-Matrix ausgewertet am Gleichgewichtspfad (p^*, u^*, q^*) kann nun folgendermaßen formuliert werden:

$$J^* = \begin{pmatrix} J_{11}^* & \frac{p^*}{u^*}(-J_{11}^* + \frac{\psi(1-\alpha+\gamma)}{1-\alpha} u^*) & -p^* \\ 0 & \frac{\psi(1-\alpha+\gamma)}{1-\alpha} u^* & -u^* \\ J_{11}^* \frac{\alpha-\sigma}{\sigma} \frac{q^*}{p^*} & -J_{11}^* \frac{\alpha-\sigma}{\sigma} \frac{q^*}{u^*} & q^* \end{pmatrix} \quad (3.104)$$

wobei

$$J_{11}^* = (\alpha-1) A (p^*)^{\alpha-1} (u^*)^{1-\alpha} \quad (3.105)$$

Für Stabilitätsaussagen hinsichtlich des Gleichgewichtes berechnet man nun die Eigenwerte. Dafür berechnet man die Determinante der Matrix $J^* - \lambda I$, d.h.

$$\det(J^* - \lambda I) = \det \begin{pmatrix} J_{11}^* - \lambda & \frac{p^*}{u^*}\left(-J_{11}^* + \frac{\psi(1-\alpha+\gamma)}{1-\alpha} u^*\right) & -p^* \\ 0 & \frac{\psi(1-\alpha+\gamma)}{1-\alpha} u^* - \lambda & -u^* \\ J_{11}^* \frac{\alpha-\sigma}{\sigma} \frac{q^*}{p^*} & -J_{11}^* \frac{\alpha-\sigma}{\sigma} \frac{q^*}{u^*} & q^* - \lambda \end{pmatrix} \quad (3.106)$$

$$
\begin{aligned}
&= (J_{11}^* - \lambda)\left(\frac{\psi(1-\alpha+\gamma)}{1-\alpha}u^* - \lambda\right)(q^* - \lambda) \\
&+\frac{p^*}{u^*}(-J_{11}^* + \frac{\psi(1-\alpha+\gamma)}{1-\alpha}u^*)(-u^*)J_{11}^*\frac{\alpha-\sigma}{\sigma}\frac{q^*}{p^*} \\
&+0 \\
&-(-p^*)\left(\frac{\psi(1-\alpha+\gamma)}{1-\alpha}u^* - \lambda\right)J_{11}^*\frac{\alpha-\sigma}{\sigma}\frac{q^*}{p^*} \\
&-(-J_{11}^*)\frac{\alpha-\sigma}{\sigma}\frac{q^*}{u^*}(-u^*)(J_{11}^* - \lambda) \qquad (3.107) \\
&-0 \\
&= (J_{11}^* - \lambda)\left(\frac{\psi(1-\alpha+\gamma)}{1-\alpha}u^* - \lambda\right)(q^* - \lambda) \\
&+J_{11}^*\frac{\alpha-\sigma}{\sigma}q^*\left[-\frac{\psi(1-\alpha+\gamma)}{1-\alpha}u^* + J_{11}^* - \lambda + \frac{\psi(1-\alpha+\gamma)}{1-\alpha}u^* - J_{11}^* + \lambda\right] \\
&= (J_{11}^* - \lambda)\left(\frac{\psi(1-\alpha+\gamma)}{1-\alpha}u^* - \lambda\right)(q^* - \lambda)
\end{aligned}
$$

Die Eigenwerte sind die Lösungen der folgenden Gleichung

$$(J_{11}^* - \lambda)\left(\frac{\psi(1-\alpha+\gamma)}{1-\alpha}u^* - \lambda\right)(q^* - \lambda) = 0 \qquad (3.108)$$

Nach dem Produktnullsatz erhält man nun die Eigenwerte

$$
\begin{aligned}
\lambda_1 &= J_{11}^* = (\alpha-1)A(p^*)^{\alpha-1}(u^*)^{1-\alpha} = (\alpha-1)A\frac{\psi^{\frac{1-\alpha+\gamma}{1-\alpha}}}{\alpha A}(u^*)^{\alpha-1}(u^*)^{1-\alpha} && (3.109)\\
&= -\frac{1-\alpha+\gamma}{\alpha} && (3.110)\\
\lambda_2 &= \frac{\psi(1-\alpha+\gamma)}{1-\alpha}u^* && (3.111)\\
\lambda_3 &= q^* && (3.112)
\end{aligned}
$$

Da $u^* > 0$, sowie $q^* > 0$, sowie auf Grund der Parameterbeschränkungen für $\alpha \in (0,1)$, $\gamma > 0$, sowie $\psi > 0$, ergeben sich für λ_1, λ_2 und λ_3 die folgenden Vorzeichen:

$$\lambda_1 < 0, \lambda_2 > 0, \lambda_3 > 0$$

Es gibt also einen negativen Eigenwert und zwei positive Eigenwerte. Das bedeutet, dass das Gleichgewicht (p^*, u^*, q^*) eine eindimensionale stabile Mannigfaltigkeit hat. Wählt man also einen Punkt auf dieser Kurve, so konvergiert er gegen das Gleichgewicht (p^*, u^*, q^*).

Grafische Darstellung

Für die angegebenen Parameter ist die eindimensionale stabile Mannigfaltigkeit des Gleichgewichts im folgenden grafisch dargestellt.

Parametrisierung:

- $A = 1$
- $\psi = 0.11$
- $\rho = 0.1$
- $\sigma = 0.25$
- $\alpha = 0.5$

Auf Grund der Dreidimensionalität des Gleichgewichts, werden im folgenden drei Grafiken mit der Projektion der Lösung in die jeweilige Ebene, dargestellt:

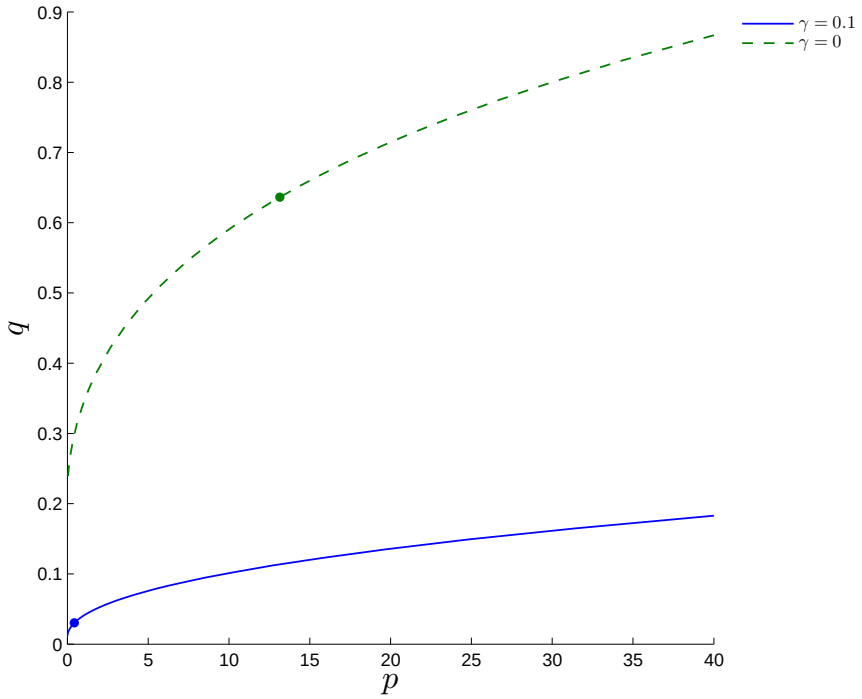

Abbildung 3.3.: Phasendiagramm in der (p, q) - Ebene
Quelle: Eigene Berechnungen, *Matlab® Toolbox OCMat*

Die strichlierte Kurve (Abb.3.3) stellt die eindimensionale Mannigfaltigkeit des Gleichgewichts mit Parameterwahl $\gamma = 0$ dar. Für die zweite Kurve wurde der Parameter $\gamma = 0.1$ gewählt. Die Parameterwahl $\gamma = 0$ bedeutet, dass es keine externen Effekte des Humankapitals gibt. In der (p, q)-Ebene liegt die Kurve für $\gamma = 0.1$ (durchgehend) weit unter jener, ohne externen Effekten des Humankapitals $\gamma = 0$ (strichliert). Sie verläuft wesentlich flacher und steigt wesentlich langsamer an. Des weiteren liegt der Gleichgewichtswert (p^*, q^*) in dieser Ebene für $\gamma = 0.1$ (durchgehend) nahe beim Ursprung, im Gegensatz

zum Gleichgewichtswert bei Parametrisierung $\gamma = 0$ (strichliert).

Um die beiden Gleichgewichtswerte, sowie den Kurvenverlauf besser interpretieren zu können betrachtet man die Zeitverläufe von c, k und h. Die Größe p ist definiert durch $p = kh^{\frac{(1-\alpha+\gamma)}{\alpha-1}}$, bzw. q ist definiert durch $q = \frac{c}{k}$.

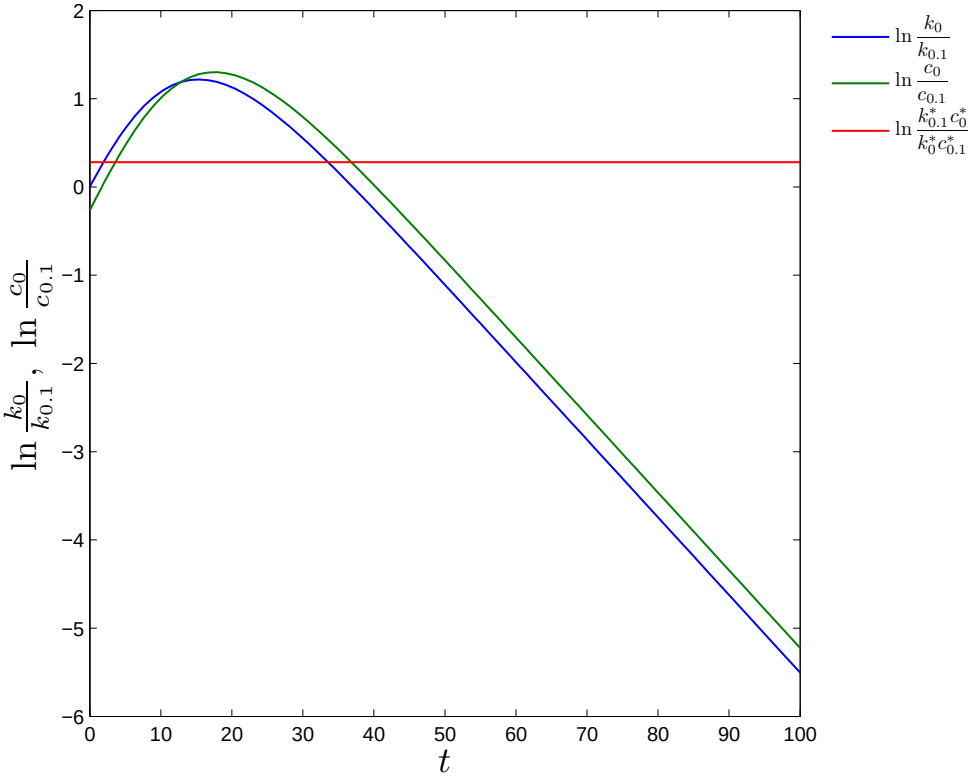

Abbildung 3.4.: Kapital und Konsum im Zeitverlauf für Parameter $\gamma = 0$, $\gamma = 0.1$
Quelle: Eigene Berechnungen, *Matlab® Toolbox OCMat*

Betrachtet man die beiden Gleichgewichte mit den Parametern $\gamma = 0$, bzw. $\gamma = 0.1$, so liegt in der (p, q)-Ebene der Gleichgewichtswert beim Parameter $\gamma = 0$ über jenem mit Parametrisierung $\gamma = 0.1$ ($p_0^* > p_{0.1}^*$, sowie $q_0^* > q_{0.1}^*$). Für die Analyse von q^* bei beiden Parametern betrachtet man nun die Zeitverläufe von c und k. Genauer gesagt betrachtet man das logarithmierte Verhältnis von c bei Parameter $\gamma = 0$ zu $\gamma = 0.1$ (ebenso für k) im Zeitverlauf.

Es gilt $q_0^* = \frac{c_0^*}{k_0^*}$ und $q_{0.1}^* = \frac{c_{0.1}^*}{k_{0.1}^*}$. Für das Verhältnis im Gleichgewicht gilt $\frac{q_0^*}{q_{0.1}^*} > 1$, da $q_0^* > q_{0.1}^*$. Für das logarithmierte Verhältnis gilt also $ln\left(\frac{q_0^*}{q_{0.1}^*}\right) > 0$

Das Verhältnis lässt sich auch folgendermaßen darstellen:

$$\frac{q_0^*}{q_{0.1}^*} = \frac{\frac{c_0^*}{c_{0.1}^*}}{\frac{k_0^*}{k_{0.1}^*}} \tag{3.113}$$

Die Abbildung zeigt, dass das Verhältnis von $\frac{c_0}{c_{0.1}}$ im Zeitverlauf sinkt (da das logarithmierte Verhältnis im Zeitverlauf ins Negative absinkt). Für das Pro-Kopf-Kapital k gilt im Zeitverlauf dassselbe. Allerdings liegt ab einem gewissen Zeitpunkt das Verhältnis von $\frac{c_0}{c_{0.1}}$ immer über jenem von $\frac{k_0^*}{k_{0.1}^*}$.

Das bedeutet, dass c bei Parameterwert $\gamma = 0$ (ab einem gewissen Zeitpunkt) immer geringer ist, als bei Parameter $\gamma = 0.1$. Dasselbe gilt auch für das Pro-Kopf-Kapital k. Da der Gleichgewichtswert q^* bei $\gamma = 0$ über jenem mit $\gamma = 1$ liegt, bedeutet das, dass der Beitrag von k zu diesem höheren Gleichgewicht größer ist als jener von c. Im Verhältnis sinkt also $\frac{k_0}{k_{0.1}}$ nicht so stark wie $\frac{c_0}{c_{0.1}}$. Des weiteren erkennt man daraus, dass sowohl der Konsum als auch das Kapital bei Parameter $\gamma = 0$ kleiner sind, als bei Parameter $\gamma = 1$.

Im Folgenden betrachtet man noch die Variable $p = \frac{k}{h^{\frac{1-\alpha+\gamma}{\alpha-1}}}$:

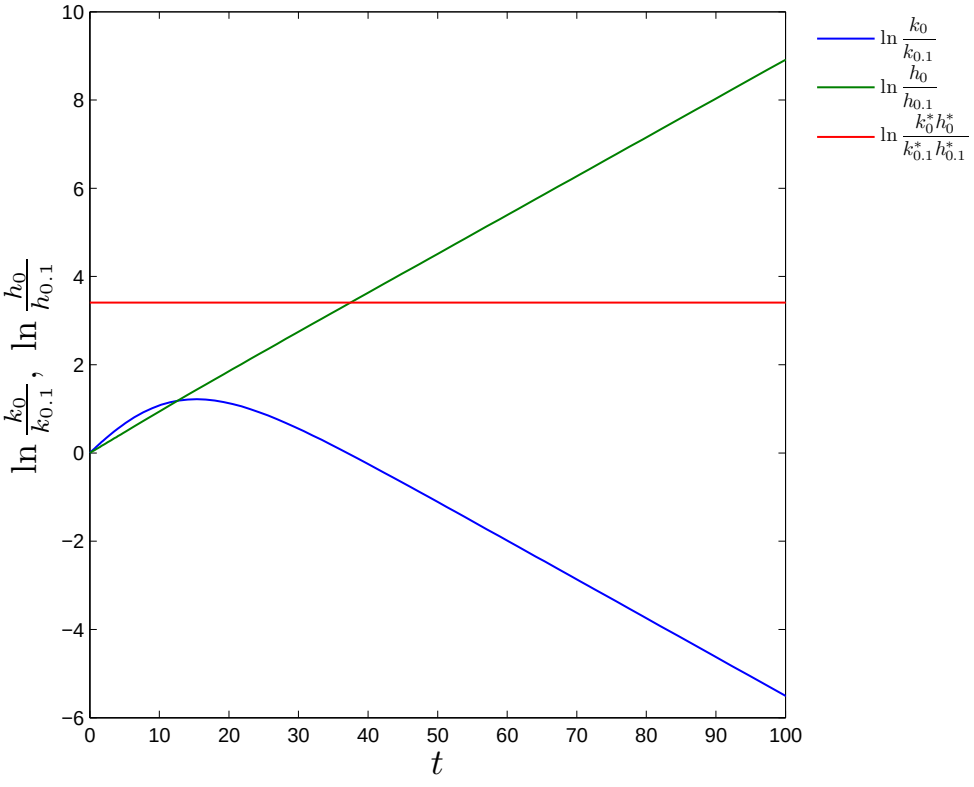

Abbildung 3.5.: Kapital und Humankapital im Zeitverlauf für Parameter $\gamma = 0$, $\gamma = 0.1$
Quelle: Eigene Berechnungen, *Matlab® Toolbox OCMat*

Hier gilt ebenfalls, dass der Gleichgewichtswert p^* für $\gamma = 0$ über jenem bei Parameter $\gamma = 0.1$ liegt. p^* ist definiert als $p^* = kh^{\frac{1-\alpha+\gamma}{\alpha-1}}$. In Abbildung (3.5) bezeichnet h_0 den Ausdruck $h^{\frac{1-\alpha+\gamma}{\alpha-1}}$ bei Parameter $\gamma = 0$. $h_{0.1}$ bezeichnet den selben Ausdruck für Parameter

$\gamma = 0.1$. Der Zeitverlauf von k ist derselbe wie in Abbildung (3.4). Für die Variable h beobachtet man, dass das Verhältnis $\frac{h_0}{h_{0.1}}$ im Zeitverlauf ansteigt. Daraus kann man für das Gleichgewicht folgern, dass bei Parameterwert $\gamma = 0$ das Humankapital größer ist als bei Parameter $\gamma = 0.1$. Für den größeren Gleichgewichtswert p^* bei Parametrisierung $\gamma = 0$ ist also das höhere Humankapital verantwortlich.

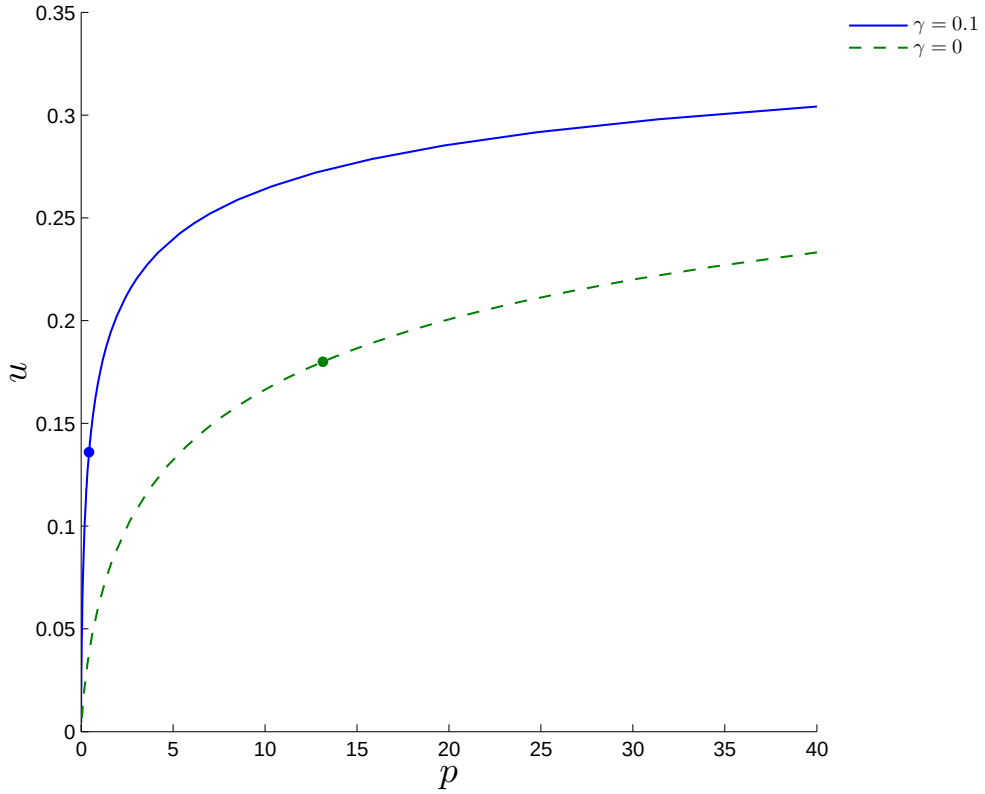

Abbildung 3.6.: Phasendiagramm in der (p, u) - Ebene
Quelle: Eigene Berechnungen, *Matlab® Toolbox OCMat*

Im Gegensatz zur (p, q)-Ebene (Abb. 3.3) liegt nun die Kurve in der (p, u)-Ebene(Abb. 3.6) für $\gamma = 0.1$ (durchgehend) über jener mit dem Parameter $\gamma = 0$ (strichliert). Betrachtet man nun den Fall ohne externe Effekte des Humankapitals ($\gamma = 0$), so reicht bei der fixen Wahl von p eine geringere Arbeitszeit u (als bei $\gamma = 0.1$), um gegen das Gleichgewicht zu konvergieren. Der Gleichgewichtswert (p^*, u^*) in dieser Ebene liegt bei Parameterwahl ($\gamma = 0.1$) sowohl niedriger, als auch weiter links vom Gleichgewichtspunkt bei Parameter $\gamma = 0$ (strichliert).

Bei dieser Parametrisierung liegt der Gleichgewichtswert u^* (Gleichung 3.88) bei Parameterwahl $\gamma = 0$ über jenem mit Parameter $\gamma = 0.1$. Dies erkennt man im Zeitverlauf von u (Abb. 3.7) bei den Parametern $\gamma = 0$ und $\gamma = 0.1$.

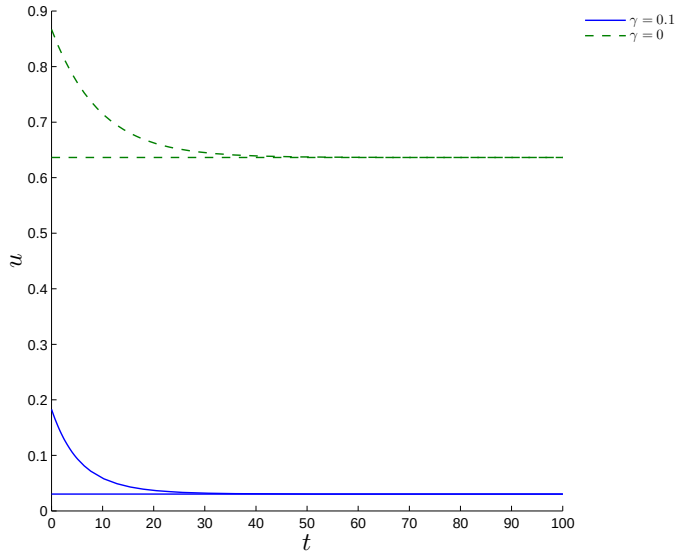

Abbildung 3.7.: Arbeitszeit u im Zeitverlauf bei verschiedenen Parameterwerten für γ
Quelle: Eigene Berechnungen, *Matlab® Toolbox OCMat*

In Grafik 3.8, der (q, u)-Ebene des Gleichgewichts, liegt die Kurve mit Parameterwahl $\gamma = 0.1$ (durchgehend) ebenfalls über jener ohne Berücksichtigung der externen Effekte des Humankapitals $\gamma = 0$ (strichliert). Bei einer fixen Wahl von q reicht ebenfalls eine geringere Arbeitszeit u, um gegen das Gleichgewicht zu konvergieren, als für Parametrisierung $\gamma = 0.1$ (durchgehend). Auch in dieser Ebene liegt der Gleichgewichtspunkt (q^*, u^*) für Parameter $\gamma = 0.1$ (durchgehend) näher beim Ursprung, als bei Parameterwahl $\gamma = 0$ (strichliert).

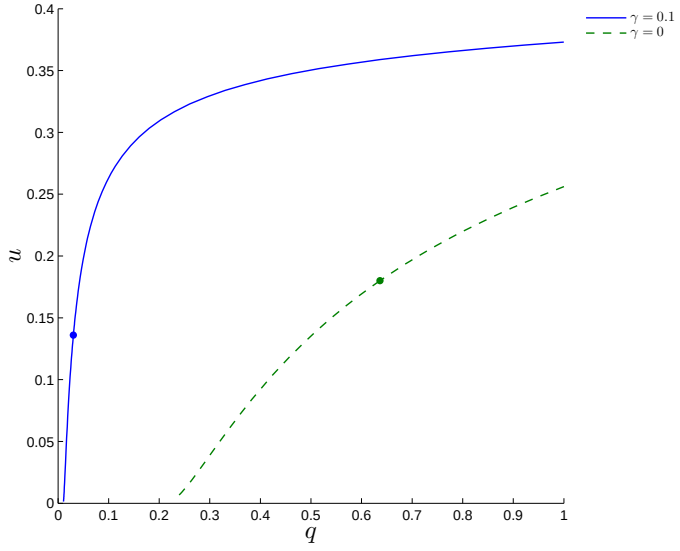

Abbildung 3.8.: Phasendiagramm in der (q, u) - Ebene
Quelle: Eigene Berechnungen, *Matlab® Toolbox OCMat*

Das bedeutet das das Gleichgewicht (p^*, u^*, q^*) bei Parameterwahl $\gamma = 0.1$ (durchgehend) niedriger ist, als bei Vernachlässigung der externen Effekte des Humankapitals $\gamma = 0$ (strichliert).

Insgesamt beobachtet man nun bei Parameterwahl $\gamma = 0$, dass die Gleichgewichtswerte u^*, p^* und q^* über jenen mit Parameter $\gamma = 0.1$ liegen.

Für die Kontrollen Konsum c und Arbeitszeit u, sowie für die Zustände physisches Kapital k und Humankapital h konnten aus den obigen Grafiken folgende Zusammenhänge abgelesen werden:
Bei Parametrisierung $\gamma = 0$ wird weniger konsumiert und die Arbeitszeit ist größer als bei der Existenz von externen Effekten des Humankapitals ($\gamma = 0.1$). Das Humankapital ist bei Vernachlässigung von externen Effekten ($\gamma = 0$) größer als bei Parametrisierung ($\gamma = 0.1$). Für das physiche Kapital gilt genau das Gegenteil.

Ökonomische Interpretation

Ein umfangreich untersuchtes Problem stellen die Mehrfachlösungen im Lucas-Uzawa Modell dar. Unter anderem zeigten Xie (1994), sowie Benhabib und Perli (1994), dass das Lucas-Modell multiple Gleichgewichtspfade besitzt, sofern die externen Effekte des Humankapitals groß genug sind. Zur Vereinfachung nimmt man nun im Folgenden $\gamma = 0$ an. Dadurch erhält man eine eindeutige Lösung für das Verhältnis von physischem zu Humankapital, sowohl auf kurze $\omega = \frac{k}{h}$, als auch auf lange Sicht $\bar{\omega}$. Des weiteren nimmt man an, dass Anfangshumankapital relativ gesehen knapp ist, nach der Epidemie, das heißt: $\omega(0) > \bar{\omega}$. Analog zum Einperiodenmodell führt man die Analyse mit $\bar{\omega} = \omega^i$, dem Verhältnis von physischem zu Humankapital im inneren System durch.
Diese Annahmen bilden die Basis für die folgende komparative Analyse zwischen Einsektoren- und Zweisektorenmodell, dessen zentrale Fragestellung „Liefert das Zweisektorenmodell grundlegend verschiedene Ergebnisse?" lautet.

- Auf Grund der verschiedenen Produktionsfunktionen der beiden Sektoren, gibt es keine Symmetrie zwischen den Faktoren Humankapital und physischem Kapital. Um dies zu erkennen, betrachtet man die Wachstumsrate des Pro-Kopf-Outputs für den Fall ($\sigma = \alpha$, Herleitung siehe Gleichung (35) in Boucekkine und Ruiz-Tamarit (2004) [17], S. 2-15):

$$\frac{1}{y(t)}\frac{dy(t)}{dt} = \frac{\psi(1-\alpha)-\rho}{\alpha} + \psi\left[\frac{\bar{\omega}}{\omega(t)}\right]^{1-\alpha} \tag{3.114}$$

  Für das Einsektormodell zeigten Boucekkine et al. (2008) [3], dass es einen U-förmigen Zusammenhang zwischen physischem Kapital und Humankapital gibt. Beim Zweisektorenmodell gibt es dieses Zusammenhang im Gegensatz dazu, nicht. Im Fall $\sigma = \alpha$ ist die Wachstumsrate eine abnehmende und konvexe Funktion in ω. Nach einer Epidemie liegt das Verhältnis ω über dem langfristigen Gleichgewichtswert $\bar{\omega}$. Dies erzeugt einen Anpassungszeitraum mit niedrigem Wachstum. Die Auswirkungen von Humankapitalknappheit sind in diesem Modell weitaus gravierender als ein Mangel von physischem Kapital.
  Der grundlegende Mechanismus des Zweisektorenmodells läuft folgendermaßen ab: Wie im Einsektormodell und aus den selben analytischen Gründen, folgt auf die Epidemie ein Anstieg der Vergütung des knappen Faktors Humankapital. Das bedeutet, dass die Löhne dramatisch steigen. Gleichzeitig muss man im Zweisektorenmodell das Humankapital noch auf beide Sektoren optimal aufteilen. Da der Ausbildungssektor auf Grund der Humankapitalintensivität, kostspieliger ist und auf Grund des Anstiegs der Löhne, bedeutet eine optimale Lösung mehr Humankapital in den günstigeren Sektor zu investieren. Dies wirkt dem Aufholmechanismus aus dem Einperiodenmodell entgegen und daher ist die Zeit nach der Epidemie gekennzeichnet von langsamem Wachstum und hohen Löhnen.

- Bezüglich der empirischen Evidenz ökonomischer Effekte der Spanischen Grippe und ähnlicher Epidemien, gibt es umstrittene Ansichten, vergleichbar mit den theoretischen Unterschieden zwischen Einsektoren- und Zweisektorenmodell. Die Frage ist also eher ob die Spanische Grippe zu einem Anstieg oder Rückgang der Pro-Kopf-Einkommen, kurzfristig gesehen, geführt hat. Löst man die Fragestellung mittels Einsektormodell, so wäre die Antwort „Ja". Zum gegenteiligen Ergebnis käme

man beim Zweisektorenmodell. Empirisch ist die Frage alles andere als trivial zu beantworten. Zuerst ist es wichtig die historischen Umstände der Spanischen Grippe zu analysieren. Die Spanische Grippe tauchte kurz nach dem Ersten Weltkrieg auf und ein Teil des Phänomens sind also auch die dynamischen Anpassungen der Nachkriegszeit (für die sowohl das Einperioden-, als auch das Zweisektorenmodell dieselben Ergebnisse liefern). Generell ist es schwierig die Effekte der Epidemie von anderen erklärenden Faktoren, wie Verstädterung, Zusammensetzung der Sektoren, Ausgangswert des BIP etc., zu trennen. Zu diesem Thema gibt es Studien von Bloom und Mahal (1997a) [10], sowie Brainerd und Siegler (2003) [21]. Bloom und Mahal (1997a) [10] betrachteten die Spanische Grippe in Indien und suchten vergeblich einen Zusammenhang zwischen Saatgutfläche pro Kopf (über 13 Provinzen) und der Größe der Population. Im Gegensatz dazu betrachteten Bloom und Mahal (1997a) [10] die Spanische Grippe in den USA. Sie betrachteten dabei die Anzahl der Grippetoten (und der durch Lungenentzündung Verstorbenen) pro 1000 Personen in jedem Staat (1918, 1919) und suchten einen Zusammenhang zur Wachstumsrate des Pro-Kopf-Einkommens (1919-1921 bis 1930). Dabei wurden auch andere potentielle Faktoren, wie Ausbildungsgrad, Anfangseinkommen, etc. betrachtet. Das Hauptergebnis ist ein signifikanter positiver Einfluss der Spanischen Grippe auf die Wachstumsrate des Pro-Kopf-Einkommens. Weiters schließen die Autoren, dass gemeinsam mit einer bedingten Konvergenz und einer besseren Ausbildung, die Spanische Grippe signifikante Auswirkungen auf die Wachstumsgeschichte der amerikanischen Ökonomie hatte.

- Beide Modelle zeigen nicht-robuste Vorhersagen betreffend der Konsequenzen kurzfristiger Epidemien auf das Wachstum der Ökonomie. Diese Beobachtung macht man auch bei optimalen Wachstumsmodellen. Während die Modelle von Ramsey und Lucas-Uzawa vorhersagen, dass auf einen anfänglichen Rückgang der aktiven Population oder des Humankapitals negative beziehungsweise schwaches Wachstum (auf Grund der hohen Löhne) folgen, so macht das Einsektormodell mit der Akkumulation von physischem und Humankapital den Weg frei für hohe Wachstumsraten durch hohe Löhne.

- Trotz des unrobusten Verhaltens hinsichtlich sowohl der theoretischen, als auch der empirischen Analyse, beinhaltet das Lucas-Uzawa Modell die fundamentalen Eigenschaften des Ausbildungssektors, im Gegensatz zum Einsektormodell. Die Vorhersagen des Lucas-Uzawa Modells scheinen viel sensibler: höhe Löhne könnten schließlich zu einem intensiven Wachstum durch das steigende Humankapitalangebot führen, falls die Ökonomie kurz nach dem epidemiologischen Schock effektiv genug Humankapital produziert. Dies ist allerdings zweifelhaft aus vielen Gründen, in Folge der speziellen Charaktereigenschaften des Humankapitals. Für die Analyse langfristiger Effekte epidemilogischer Schocks, welche das Humankapital betreffen, empfiehlt sich also die Verwendung des Zweisektorenmodells.

3.2. Ökonomische Auswirkungen langfristiger Epidemien

Im Gegensatz zu Epidemien ähnlich der Spanischen Grippe, welche in wenigen Tagen weltweit Opfer forderte, ist AIDS eine schädliche Krankheit welche mit langen Phasen körperlicher Beeinträchtigung und permanenten Gesundheitsausgaben verbunden ist. Die ökonomische Theorie unter diesen Umständen basiert keinesfalls auf einem anfänglichen Mangel an Humankapital oder einer anderen Zustandsvariable. Die notwendige Theorie ist weitaus komplizierter und neueste Beiträge zu diesem Thema haben versucht die Schlüsseleigenschaften von AIDS Epidemien herauszuarbeiten (Corrigan, Glomm und Mendez [22], 2005).

3.2.1. Ökonomische Effekte von AIDS im Überblick

Der Bericht des United Nations Department of Economic and Social Affairs (Population Division) von 2004 spricht man von vier Pfaden mittels denen AIDS die Ökonomie beeinflusst:

- Der wohl offensichtlichste Effekt betrifft das Arbeitsangebot, welches reduziert wird und die verringerte Produktivität der Agenten. Der Wachstumseffekt solcher Einschnitte hängt ab vom Schweregrad mit welchem die Epidemie die gut ausgebildeten und daher nicht leicht zu ersetzenden Arbeiter, trifft.

- Der zweite Effekt betrifft den Einkommensverlust welchen die Familien durch die Gesundheitsausgaben erleiden. Dies kann zu langsfristigen negativen Auswirkungen führen, da die Ausbildung und Ernährung der Kinder durch den Einkommensverlust leiden.

- In ähnlicher Weise ist AIDS auch schädlich für das Investment sowohl in physisches als auch Humankapital, da öffentliche Ausgaben von den wachstumsfördernden Investitionen abgezweigt werden. In dem Bericht der United Nations Department of Economic and Social Affairs (Population Division) ist auch von einem Vertrauensproblem die Rede, welches unter Umständen ausländisches Investment verringert und somit den Abfall der Investmentrate verstärkt.

- Der letzte wichtige Punkt, welcher erwähnt wird, betrifft die Tiefe der Armut in den am meisten betroffenen Ländern, da das Pro-Kopf-Einkommen sinkt.

Das Modell überlappender Generationen von Corrigan, Glomm und Mendez (2005) [22] basiert auf den ersten drei Effekten und konzentriert sich auf die steigende Anzahl an Waisenkindern. Freire (2002) [28] unterschied zwischen den ökonomischen Effekten von AIDS auf Krankheitsrate und von jenen auf die Sterberate. Hinsichtlich der Effekte auf die Erkrankungsrate hob sie den Produktivitätsverlust und das Fehlen von einem Anstieg in den Gesundheitsausgaben hervor (inklusive Ausgaben von Verwandten und erwarteten zukünftigen Kosten). Die Mortalität führt zu Begräbniskosten, Einkommensverlusten bei den erkrankten Agenten, Fürsorge betreffend Waisenkindern und Witwen/Witwern, Ausbildungseffekten und Effekten auf das Sparverhalten durch die verkürzte erwartete

Lebensdauer. Freire formulierte die AIDS Epidemie über das Sparverhalten aller Haushalte angewandt auf das AIDS-Thema in Südafrika. Das Hauptergebnis ihrer empirischen Forschung brachte hervor, dass die Epidemie die Sparrate für eine Weile senkt und daher das Ökonomische Wachstum negativ beeinflusst, sowie mittel- und langfristig den Lebensstandard senkt.

3.2.2. Theoretische Analyse

In der folgenden theoretischen Analyse werden die Effekte der Epidemien im einzelnen herausgearbeitet und deren Einfluss auf das Wirtschaftswachstum analysiert. Der Fokus liegt speziell auf der Beurteilung des Sparverhaltens, dem Ausbildungseffekt, den Gesundheitsausgaben und einer Produktivitätsanalyse. Im Gegensatz zur Modelllierung von kurzfristigen Epidemien ist bei langfristigen Epidemien die Mortalität zu berücksichtigen.

Sparverhalten

Freire (2002) [28] fasste die bestimmenden Größen für eine Verzerrung im Sparhverhalten sowohl für Haushalte, als auch Regierungen umfassend zusammen. Das Ausgeben des Gesparten für Gesundheitsausgaben senkt den gesparten Stock, es sei denn die Gesundheitsausgaben werden durch geringeren Konsum kompensiert. Als Grundlage zur Einbindung der Lebenserwartung in das Wachstumsmodell, dient das Modell von Blanchard (1985) [9]. Freire (2002) [28] setzte auf eine zeitdiskrete Version dieses Modells mit konstanter Bevölkerung. Für dieses Modell dient jedoch die ursprüngliche zeitkontinuierliche Version, in der Bevölkerungswachstum erlaubt wird, als Basis. Auf Grund der Einfachheit der angenommen Spezifikationen, gibt es die wohl bekannten Nachteile des Modells von Blanchard. Diese Vereinfachungen sind notwendig um die wichtigen aggregierten Zusammenhänge zu formulieren. Diese Aggregation führt häufig zu einer ausgeprägten Komplexität sobald man vom Basismodell von Blanchard abweicht. Die algebraischen Schritte sind weitaus kompliziert, wenn man im Modell zum Beispiel zu altersabhängigen Lebenserwartungen übergeht. Ein weiterer Nachteil des Modells von Blanchard wurde von Ascar und Rankin (2004) [1] entdeckt: sobald das Arbeitsangebot im ursprünglichen Modell von Blanchard endogenisiert wird, ist ein negatives Arbeitsangebot möglich. Daher sind hier grundlegende Umstrukturierungen in der Modellierung notwendig.
In diesem Fall ist dieser Nachteil aber kein grundlegendes Problem: Die Einbindung von Resourcen am Arbeitsmarkt bei der Analyse von Epidemien kann direkt über die Produktionsseite erfolgen. Vor allem in Ländern, die sehr stark von der AIDS Epidemie beeinflusst sind, also Ländern in der Sub-Sahara Region Afrikas, ist eine Endogenisierung des Arbeitsangebotes wenig sinnvoll. Im Folgenden steht die Analyse des Arbeitsmechanismus im Blanchard-Modell im Vordergrund, für die das Modell in diesem Kontext ausreichend ist.
Als Grundlage für das folgende Modell dient das Modell von Blanchard-Yaari: Zu jedem Zeitpunkt t wird eine neue Generation geboren. Die Agenten sterben alle mit Wahrscheinlichkeit p. Die Wahrscheinlichkeit eines Agenten, der zum Zeitpunkt v geboren wird, bis zu einem Zeitpunkt $t \geq v$ zu überleben, beträgt $e^{-p(t-v)}$. Daraus folgt, dass sich die Sterbewahrscheinlichkeit zum Zeitpunkt t aus $pe^{-p(t-v)}$ berechnet. Die Lebenserwartung liegt konstant bei $\frac{1}{p}$. Zusätzlich wird Bevölkerungswachstum in diesem Modell erklärt: Die Bevölkerung wächst mit der Rate n, daher erhält man die Größe der Gesamtbevölkerung

aus $L_t = e^{nt}$, wobei $L_0 = 1$. Dies impliziert, dass die Größe der Generation t $(p+n)e^{nt}$ beträgt. Jeder Agent versucht zum Zeitpunkt t maximalen Nutzen über seine ganze Lebenszeit bestimmen. Über die Kontrolle $c_v(s)$, dem Konsum eines Agenten der Generation v zum Zeitpunkt $s \geq v$, legt der Agent den optimalen Kontrollpfad fest.

$$E_t \int_t^\infty U(c_v(s))e^{-\rho(s-t)}ds = \int_t^\infty U(c_v(s))e^{-p(s-t)}e^{-\rho(s-t)}ds, \qquad t \geq v \tag{3.115}$$

$c_v(s)$...Konsum eines Agenten der Generation v zum Zeitpunkt s
$U(.)$... Nutzenfunktion
p... Sterbewahrscheinlichkeit
ρ... Zeitdiskontrate

Die Maximierung des Lebensnutzens erfolgt unter Einhaltung der üblichen Budgetbeschränkung:

$$\dot{a}_{v,s} = (r(s) + p)a_{v,s} + w(s) - c_v(s) \tag{3.116}$$

$a_{v,s}$... Aktienvermögen eines Agenten der Generation v zum Zeitpunkt s
$r(s)$... Zinsrate zum Zeitpunkt s
$w(s)$... Lohn zum Zeitpunkt s

Hierbei bezeichnet $a_{v,s}$ das Aktienvermögen eines Agenten der Generation v zum Zeitpunkt s. Der momentane Reallohn zum Zeitpunkt s wird mit $w(s)$ bezeichnet. (Mit der Ableitung $\dot{x}$ der Variable x, bezeichnet man das Differenzieren nach der Zeit s und nicht nach der Generation v.) Die Addition der Wahrscheinlichkeit p zur Zinsrate $r(s)$ spiegelt die Existenz eines Rentenmarktes wider. Alle Kreditverträge zwischen den Generationen werden über kompetitive Lebensversicherungen abgewickelt. Als Anfangsbedingung stellt man noch, dass es kein Erbe gibt, das heißt $a_{v,v} = 0$.
Wählt man wieder eine Nutzenfunktion der Form $U(c_v(s)) = \frac{c_v(s)^{1-\sigma}-1}{1-\sigma}$, so erhält man die folgende Hamiltionfunktion:

$$H(t, a_{v,s}, c_v(s), \lambda) = \frac{c_v(s)^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma} + \lambda((r(s) + p)a_{v,s} + w(s) - c_v(s)) \tag{3.117}$$

Ableiten nach der Kontrolle $c_v(s)$ und das Gleichungssystem der Kozustände liefern die Bedinungen erster Ordnung:

$$\frac{\partial U(c_v(s))}{\partial c_v(s)} = c^{-\sigma} = \lambda \tag{3.118}$$

$$\dot{\lambda} = \lambda(\delta - r(s)) \tag{3.119}$$

Bildet man die Ableitung der Gleichung (3.118) so erhält man:

$$\frac{-\sigma\lambda\dot{c}_v(s)}{c_v(s)} = \dot{\lambda} \tag{3.120}$$

Zusammen mit Gleichung (3.119) ergibt das die Bedingung:

$$\frac{\dot{c}_v(s)}{c_v(s)} = \frac{r(s) - \rho}{\sigma} \tag{3.121}$$

Zusätzlich muss noch die Transversalitätbedingung erfüllt sein:

$$\lim_{s \to \infty} a_{v,s} e^{-(p+\tilde{r}_{s,t})} = 0 \tag{3.122}$$

wobei

$$\bar{r}_{s,t} = \frac{1}{s-t} \int_t^s r(u) du \tag{3.123}$$

die durchschnittliche Zinsrate ab dem Zeitpunkt t bezeichnet.

Die aggregierten Größen berechnet man wie folgt:

$$X(t) = \int_{-\infty}^{t} x_{v,s}(p+n) e^{nv} e^{-p(t-v)} dv \tag{3.124}$$

Die Löhne sind unabhängig vom Alter und das Vermögen der Ökonomie zum Zeitpunkt t berechnet sich aus:

$$W(t) = \int_{-\infty}^{t} e^{nv} \int_t^{\infty} w(u) e^{-(p+\bar{r}_{u,t})(u-t)} du dv \tag{3.125}$$

Aus den Größen $X(t)$, $W(t)$ und unter Verwendung einer logarithmischen Nutzenfunktion ($\sigma = 1$), so erhält man aus den Bedingungen erster Ordnung folgende Ergebnisse:

$$C(t) = (p+\rho)(A(t) + W(t)) \tag{3.126}$$

$$\dot{C}(t) = (r(t) + n - \rho)C(t) - (n+p)(p+\rho)A(t) \tag{3.127}$$

$$\dot{A}(t) = r(t)A(t) + w(t)e^{nt} - C(t) \tag{3.128}$$

$C(t)$ und $A(t)$ bezeichnen den aggregierten Konsum und die Anlagen.
Für den Fall $n = 0$, das heißt es gibt kein Bevölkerungswachstum, erhält man dieselben Ergebnisse wie Blanchard für die aggregierten Größen $C(t), A(t)$. Die Tendenz das aggregierte Einkommen zu konsumieren beträgt $p + \rho$. Diese Eigenschaft leitet sich davon ab, dass die Tendenz das Einkommen zu konsumieren für alle Generationen gleich ist, nämlich $p + \rho$. Auch ohne der Konsumation von Gesundheitsgütern führt eine Epidemie ähnlich der AIDS Epidemie zu einem geringeren Sparverhalten. Ein epidemiologischer Schock, welcher zu einer größeren Sterbewahrscheinlichkeit führt, senkt die Sparrate. Je länger also die Epidemie dauert, desto zerstörender ist dieser Effekt und desto größer ist also das Absinken der Sparrate und desto länger hält dieses Absinken an. Diese Eigenschaft zeigt, dass Modelle ähnliche dem Blanchard-Modell passend für die ökonomische Analyse von Epidemien sind.

Auswirkungen auf die (Aus-) Bildung der Agenten

Das Modell von Blanchard ist nicht dafür konstruiert um kürzere Ausbildungszeiten und die dadurch resultierende langsamere Akkumulation von Humankapital, zu betrachten. De la Croix und Licandro (1999) [24] ergänzen die Annahmen von Blanchard: Um die Auswirkungen kürzerer Ausbildungszeiten behandeln zu können, ergänzt man die bisherigen Annahmen um individuelle Budgetbeschränkung eines Agenten der Generation v.

$$\int_v^\infty c_v(s)R_{v,s}ds = \int_{v+S(v)}^\infty w_{v,s}R_{v,s}ds \tag{3.129}$$

Der Konsum der Agenten der Generation v muss durch die Löhne nach der Ausbildungszeit finanziert werden.

$$R_{v,s} = e^{-\int_v^s (r(u)+\rho)du} \tag{3.130}$$

Es wird angenommen, dass der Lohn eines Agenten der Generation v zum Zeitpunkt s proportional zum Humankapital der Generation v, $h(v)$ und dem Lohn zum Zeitpunkt s ist. $w(s)$ ist an dieser Stelle pro Einheit Humankapital gegeben.

$$w_{v,s} = h(v)w(s) \tag{3.131}$$

Das Humankapital der Generation v ist wiederum abhängig von der Zeit, die in Ausbildung verbracht wurde $S(v)$ und dem durchschnittlichen Humankapital bei der Geburt $\overline{H}(v)$, welches exogen gegeben ist.

$$h(v) = \overline{H}(v)S(v) \tag{3.132}$$

Bei linearer Produktionsfunktion und linearer Nutzenfunktion ergibt sich laut de la Croix und Licandro (1999) [24] die optimale Ausbildungszeit der inneren Lösung folgendermaßen (Herleitung siehe Anhang A.2):

$$S(v) = \frac{1}{\rho + p} \tag{3.133}$$

Mit Hilfe dieser Gleichung ist es möglichen den Effekt von Epidemien auf die Ausbildung der Agenten zu beurteilen:
Eine höhere Sterbewahrscheinlichkeit p führt zu einer geringeren Schulzeit $S(v)$. In Modellen, welche auf dem Wachstum von Humankapital basieren, führt das zu Einschränkungen des Wirtschaftswachstums. Diese Eigenschaft erweist sich zu einem hohen Grad robust. Sie bleibt auch im adaptierten Blanchard-Modell, mit altersabhängigen Überlebensraten, erhalten. (Boucekine, de la Croix, und Licandro [16], 2002, Proposition 2.3: 352) .
Frühere Modelle treffen die selbe Annahme bezüglich der Generationsabhängigkeit des Humankapitas. Das heißt, dass die Individuen der Kohorte v mit dem selben Humankapital $h(v)$ ausgestattet sind. Dieses Humankapital bleibt das ganze Leben lang konstant. Weiters wird angenommen, dass alle Mitgleider einer Generation dieselbe Zeit in Ausbildung $S(v)$ verbringen. Das muss allerdings nicht immer der Fall sein: Agenten derselben Generation, welche sich in ihren Fähigkeiten unterscheiden, haben unter Umständen

nicht dieselbe Bereitschaft zur Schule zu gehen. Allerdings würde ein Lockern der getroffenen Annahme zur Verkomplizierung der mathematischen Analyse führen. Außerdem sind nicht alle Agenten derselben Generation mit denselben Risiken einer Infektion konfrontiert. Dies impliziert sofort verschiedene Überlebenswahrscheinlichkeiten in derselben Generation. Die Konsequenz daraus wäre im weiteren verschiedene Ausbildungszeiten. Die optimalen Entscheidungen der Agenten hängen auch von deren Position in der eigenen Kohorte ab. Die Aggregation in solchen generationsabhängigen Modellen wird dadurch äußerst schwierig (Beispiel eines Generationenmodells mit Heterogenität innerhalb der Kohorten, Boucekinne, de la Croix und Peeters [18], 2007a, b) .

Auswirkungen auf die Gesundheitsausgaben

Bisher wurden Modelle präsentiert, welche die Effekte einer fallenden Lebenserwartung auf das Sparverhalten und die Ausbildung der Agenten analysieren. Übrig bleibt die Analyse, in welche Form die Gesundheitsausgaben das individuelle Verhalten verändern. In Entwicklungsländern sind die Gesundheitsausgaben hauptsächlich privat. In der Analyse wird also nur dieser Fall betrachtet. Grossmann (1972) [32] und die Erweiterung von Ehrlich und Chuma (1990) [25] zeigen, dass Gesundheitsausgaben monetäre Vorteile haben. Man geht davon aus, dass die dadurch gesünderen Menschen produktiver sind und es psychische Vorteile durch das längere Leben gibt (in Worten von Grossman „gesunde Zeit"). Die gesunde Zeit ist eine ansteigende und konkave Funktion in Gesundheitsausgaben und stellt ein Teil der Nutzenfunktionen dar (Ehrlich und Chuma [25], 1990: 765). Hall und Jones (2006) [33] formulierten diese Konstruktion um, als Trade-Off zwischen Lebensdauer (Lebenserwartung durch Gesundheitsausgaben) und Lebensqualität (Konsum von Nicht-Gesundheitsgütern). Hall und Jones [33] zeigten, dass Standardpräferenzen dieser beiden Argumenten die richtigen Vorhersagen unter den gegebenen Fakten liefern. Der Anteil der Gesundheitsausgaben am Bruttoinlandsprodukt steigt mit der Lebenserwartung, in den USA ab 1950. Für Grossman [32] ist die Lebenszeit eine Kontrollvariable gemeinsam mit mehr Standardkonsum und Standardinvestment.
In solchen frühen Beiträgen, wie von Grossman [32] , wurde die Einbindung von Gesundheitsausgaben in der Nutzenfunktion durch das so genannte Gesundheitskapital, überflüssig. Das Gesundheitskapital ist ein Stock, welcher von früheren und aktuellen Gesundheitsausgaben gebildet wird. Im Gegensatz dazu betrachten Corrigan, Glomm und Mendez (2005) [22] und Hashimoto und Tabata (2006) [35] Gesundheitsausgaben als Argument der Nutzenfunktion. Das Beseitigen von Gesundheitskapital und durch die damit verbundene Zustandsgleichung erhält man eine wesentliche Vereinfachung. Dadurch kann man auch überlappende Generation mit einer Periode über 15 Jahren einfach betrachten. Gesundheitsvorsorge sollte als übergeordnetes Gut betrachtet werden und nicht als normales (Hall und Jones [33], 2006). Denn je reicher die Agenten, desto größer ist ihr Konsum und desto größer ist ihr Anteil an Gesundheitsvorsorge.
In Modellen ähnlich dem von Blanchard gibt es eine Vielzahl an Möglichkeiten den tradeoff zwischen Lebensqualität und Lebensdauer zu integrieren. Im folgenden werden zwei Möglichkeiten vorgestellt. Mit $m_{v,t}$ bezeichnet man die medizinischen Ausgaben des Agenten der Generation v zum Zeitpunkt t, welche durch die Epidemie entstehen. Das Optimierungsproblem des Agenten besteht aus dem Endogenisieren der Sterbewahrscheinlichkeit $p(.)$ und dem Maximieren der folgenden Funktion:

$$\int_t^{\infty} U(c_v(s))e^{-\int_t^s p(\overline{M}_{v,u})du}e^{-\rho(s-t)}ds \tag{3.134}$$

unter der üblichen Budgetbeschränkung:

$$a'_{v,s} = (r(s) + p(\overline{M}_{v,s}))a_{v,s} + w_{v,s} - c_v(s) - m_{v,s} \tag{3.135}$$

wobei

$$\overline{M}_{v,s} = \int_v^s m_{v,t}e^{-\delta_m(\tau-v)d\tau} \tag{3.136}$$

δ_m kann als als Abschreibungsrate des Gesundheitskapitals der Generation v, $\overline{M}_{v,s}$ interpretiert werden. Die endogene Wahrscheinlichkeit $p(.)$ sollte abnehmend im Gesundheitskapital sein. Der Lohn pro Zeiteinheit kann, wie bei der Analyse der Auswirkungen auf die Ausbildung, in Verbindunge mit der Humankapitalakkumulation gebracht werden. Das Optimierungsproblem ähnelt eher dem Originalmodell von Grossmann [32]. Man könnte auch die Produktionsfunktion des Humankapitals abändern, um den Abschreibungseffekt, welchen Barro und Barro (1996) [5] erläutern, einzubinden. Dieser Abschreibungseffekt entsteht dadruch, dass Gesundheitsinvestitionen die Ausbildungseffizienz verbessern und somit die Ausbildungsabschreibung vermindern.
Die Optimisierung erfolgt mittels Standardmethode, lediglich ist zu berücksichtigen, dass die Diskontierung endogenisiert ist. Die endogenisierte Diskontierung basiert auf der Tatsache, dass Zeitdiskontraten vom aktuellen und vom vergangenen Konsum abhängig sind (Epstein [26], 1987; Obstfeld [47], 1990). Bei der Analyse von umweltökonomischen Problemen betrachten Ayong Le Kama und Schubert (2005) [2] ähnlich wie hier endogene Diskontraten, die von Zustandsvariablen (wie den Grad der Verschmutzung) abhängig sind. Die qualitativen Eigenschaften der optimalen Pfade sind ähnlich jenen der Standardmodelle mit exogener Diskontierung. Trotzdem erfolgt die notwendige analytische Herleitung nicht so direkt wie bei den vergleichbaren Modellen von Ramsey oder Blanchard. Die Zeitinkonsistenz kann ein Ergebnis des endogenisierten Diskontierens sein (Stern [48], 2006). Das optimale Kontrollproblem kann in ein elementares Kontrollproblem höherer Ordnung transformiert werden. Das neue Kontrollproblem gibt es eine neue Kontrolle $m_{v,s}$ sowie die zugehörige neue Zustandsvariable $M_s = \overline{M}_{v,s}$ im Hinblick auf die optimale Ausbildung. Die entsprechende Bewegungsgleichung für die Zustandsvariable sieht folgendermaßen aus:

$$\dot{M}_s = m_{v,s} - \delta_m M_s \tag{3.137}$$

Dies ist die Verbindung zu den Standardproblemen, ähnlich dem Modell von Grossman [32]. Das bedeutet, dass ein epidemiologischer Schock dennoch mittels der Parameter der endogenen Sterbewahrscheinlichkeitsfunktion $p(.)$ modelliert werden kann. Epidemien beeinflussen die Abschreibung δ_m des Gesundheitskapitals. Ein sofortiger Effekt einer Epidemie ist ein Anstieg eben dieser Abschreibungsrate. Die Effizienz der Gesundheitsausgaben hängt auch von den epidemiologischen Randbedingungen habe. Durch Abändern der Bewegungsgleichung für das Gesundheitskapital erreichbt man diese Einbindung:

$$\dot{M}_s = V(m_{v,s}) - \delta_m M_s = \pi_s M_{v,s}^{\mu} - \delta_m M_s \tag{3.138}$$

Die Funktion $V(.)$ beschreibt den Effektivität des Beitrages von Gesundheitsausgaben zum Gesundheitskapital. Bei dieser Bewegungsgleichung nimmt man an, dass der Beitrag der Gesundheitsausgaben zum Gesundheitskapital in nichtlinearer Art und Weise erfolgt. Man nimmt eine konkave Beziehung an, welche die abnehmenden Erträge der Gesundheitsausgaben darstellt ($0 < \mu < 1$). Die Epidemie verursacht sowohl einen Ansteig der Abschreibungsrate δ_m, als auch einen Abfall der Produktivität π_s. Eine weiter Annahme ist, dass der relative Preis von Gesundheitsgütern zu Konsumgütern 1 beträgt. Implizit nimmt man also an, dass für die Produktion von Gesundheitsgütern dieselbe Technologie verwendet, wie für Konsumgüter. Unter Verwendung der Tatsache, dass das Produktivitätswachstum bei Dienstleistungen geringer ist, als jenes der Produktionen, betrachten Hashimoto und Tabata (2006) [35] ein Zweisektorenmodell in dem die Gesundheitsvorsorge arbeitsintensiver ist.
Bei der auf Epidemien konzentrierten Analyse ist die Hauptbestimmungsgröße für die Lebenserwartung eines Agenten die globale medizinische Umgebung und nicht der individuelle Grad an Gesundheitsausgaben.
Das individuelle Optimisierungsproblem besteht aus der Maximierung der folgenden Nutzenfunktion:

$$\int_t^{\infty} U(c_v(s), m_{v,s}) e^{-p(\overline{m}_s)(s-t)} e^{-\rho(s-t)} ds \tag{3.139}$$

unter Berücksichtigung der Budgetbeschränkung

$$\dot{a}_{v,s} = (r(s) + p(\overline{m}_s)) a_{v,s} + w_{v,s} u(v) - c_v(s) - m_{v,s} \tag{3.140}$$

mit $\overline{m}_s = \int_{-\infty}^{s} \xi_v m_{v,s} dv$.
Ebenso wie bei der Analyse der Effekte auf die Ausbildung ist der Lohn pro Zeiteinheit abhängig von der Humankapitalproduktion und der Ausbildung. Die Variable ξ_v bezeichnet die Bevölkerungsgröße der Generation v, die bis zum Zeitpunkt s überlebt haben. Die Bezahlung der Gesundheitsvorsorge aus eigener Tasche führt dazu, dass heute weniger konsumiert wird, dass weniger gespart wird, oder in Zukunft weniger konsumiert wird. Die individuellen Gesundheitsausgaben werden von der individuellen Lebenserwartung bestimmt. Diese hängt wiederum von den Ausgaben aller überlebenden Agenten aller Generationen ab. Des weitern nimmt man an, dass die Gesamtausgaben für Gesundheitsgütern $\overline{m}_s$ zum Zeitpunkt s, extern durch das individuelle Niveau gegebeben sind. Sofern der Konsum von Gesundheitsgütern aus der Nutzenfunktion ausgeschlossen wird und in der individuellen Planung fehlt, kann Nutzenverlust durch ein geringeren Konsum von normalen Gütern nicht durch die Konsumation von Gesundheitsgütern kompensiert werden. Der Trade-Off zwischen Lebensqualität und Lebensdauer bleibt aus. Für die korrekte Formulierung des optimalen Kontrollproblems kann man annehmen, dass die individuellen Gesundheitsausgaben den Nutzen erhöhen, ebenso wie es die Konsumation von normalen Gütern bewirkt. (Corrigan, Glomm und Mendez [22], 2005; Hashimoto und Tabata [35],

2006). Diese Spezifikation, welche eine Externalität generiert, impiziert die Ineffizienz des dezentrenalen Gleichgewichts und begünstigt die Rolle der Regierung bei der Versorgung von Gesundheitsgütern.
Ein weiterer Bestandteil des Problems ist die Modifikation der Angebotsseite der Ökonomie, um den Effekt von AIDS-ähnlichen Epidemien auf die Produktion und Produktivität (durch die Erkrankrung) zu modifizieren. Dies geschieht im folgenden Kapitel. der

Auswirkungen auf die Produktiviät

Ein weiterer Effekt von langfristigen Epidemien betrifft die Produktivität der Ökonomie. Dabei bewirkt die erhöhte Sterberrate eine Verringerung der Arbeitskräfte in der Produktion. Durch die Krankheitsfälle vermindert sich gleichzeitig die Produktivität der Arbeitskräfte. Zu diesen Produktivitätseffekten kommen noch die Effekte durch die Gesundheitsausgaben in beiden Sektoren. Pionierarbeit in diesem Bereich lieferten Cuddington und Hancok (1994) indem sie das neoklassischen Einsektor-Wachstumsmodell erweiterten und somit eine Analyse dieser Effekte ermöglichten. Die zugehörige aggregierten Produktionsfunktion ist von der folgenden Form:

$$Y(t) = A(t)K(t)^{\alpha}([1 - \phi(t)x(t)]\mu(t)L(t))^{1-\alpha} \tag{3.141}$$

$A(t)$... neutraler Technologischer Fortschritt
$K(t)$... Kapital
$\mu(t)$... arbeitsspezifische Produktivität
$x(t)$... Krankheitsrate
$\phi(t)$... Verbreitungsrate von AIDS

Mit $A(t)$ wird der neutrale Technologische Fortschritt bezeichnet. $\mu(t)$ beschreibt die arbeitsspezifische Produktivität und kann als Humankapitalindikator interpretiert werden. $x(t)$ hält die Krankheitsrate fest. Ein höherer Wert von $x(t)$ führt zu einem geringeren Arbeitseinsatz auf Grund der Erkrankung. Bei Cuddington und Hancock (1994) [23] ist diese Variable exogen gegeben. Die Verbreitungsrate von AIDS zum Zeitpunkt t wird mit $\phi(t)$ bezeichnet. Der Produktivitätsverlust durch die Erkrankung hängt von der Verbreitungder Epidemie ab. Allerdings gibt es auch Kritik an der Konstellation von Cuddington und Hancock (1994), [23] (Bloom und Mahal [11], 1997b; Azomahou, Boucekkine und Diene [3], 2008). Das exzessive exogene Modellieren des Produktivitätsverlustes auf Grund der Erkrankung, mittels der Exogenität $x(t)$ wurde ernsthaft in Frage gestellt. Durch den beobachteten Ansteig von AIDS-bezogenen Gesundheitsausgaben, sollte diese Variable auch auf der Angebotsseite integriert sein.
Im Zweisektorenmodell können die Gesundheitsausgaben entweder in der Produktion von Humankapital oder in der Konsumgüterproduktion auftauchen. Die einfachste Spezifikation wäre die Einbindung des Effekts ausschließlich im Konsumgütersektor. Die Erweiterung hierfür im Modell von Cuddington und Hancock [23] liefert folgende aggregierte Produktionsfunktion:

$$Y(t) = A(t)K(t)^{\alpha}([1 - \phi(t)\Phi(\overline{m}_t)]\mu(t)H(t))^{1-\alpha} \tag{3.142}$$

$A(t)$... Technologischer Fortschritt
$K(t)$... Kapital
$H(t)$... verfügbares aggregiertes Humankapital
$\phi(t)$... Verbreitungsrate von AIDS
$\mu(t)$... arbeitsspezifische Produktivität
$\overline{m}_t$... Erkrankungsrate
$\Phi(.)$...Produktivitätsverlust durch Gesundheitsausgaben

wobei $\overline{m}_t = \int_{-\infty}^{s} \xi_v m_{v,s} dv$ die Gesamtausgaben für die Gesundheit aller überlebenden Agenten zum Zeitpunkt t bezeichnet. Das verfügbare aggregierte Humankapital zum Zeitpunkt t wird durch $H(t)$ beschrieben. Dies erhält man durch Aggregation der indivduellen Humankapitalstocks, welche durch die Produktionsfunktion von Humankapital gegeben ist und mit der Größe jeder überlebenden Generation gewichtet wird (Boucekkine, de la Croix und Licandro [16], 2002).
Die fallende Funktion $\Phi(.)$ beschreibt den Produktivitätsverlust durch Investition in die Gesundheit. Höhere Gesundheitsausgaben führen zu einem geringeren Verlust in der Produktivität durch die Erkrankung der Agenten. Zusätzlich müssen noch einige Bedingungen an diese Funktion gestellt werden, laut Corrigan, Glomm und Mendez (2004) [22].
Betrachtet man nun im Zweisektorenmodell von Blanchard die Akkumulation von physischem Kapital, Ausbildung, Gesundheitsausgaben und die Effekte auf der Angebotsseite, so erlaubt dieses Modell eine Vielzahl von Effekten AIDS-ähnlicher Epidemien zu festhalten. Man kann also nicht nur die Auswirkungen kurzfristige Epidemien beobachten, sondern auch jene mit anhaltenden Veränderungen der Überlebenswahrscheinlichkeiten $p(.)$.

4. Allgemeine Diskussion

Diese Arbeit versucht einen Überblick über die Vielzahl an ökonomischen Auswirkungen von Epidemien zu schaffen. Allerdings wird schon in der Einleitung deutlich, wie schwierig die Messbarkeit und die Erfassung von Gesundheit an sich ist. Betrachtet man dann im Speziellen Epidemien, so wird schnell klar, dass man auch hier nur sehr schwer allgemeine Aussagen treffen kann.

Bei der Analyse des Fertilitätsverhaltens konnte zwar von Boucekkine, Desbordes und Latzer (2009) [20] eine Zuordnung der Fertilitätseffekte durch die getrennte Betrachtung von Kindermortalität und Erwachsenenmortalität geschaffen werden, allerdings ist das Fertilitätsverhalten von Frauen altersabhängig.
Des weiteren müsste man zwischen Epidemien in Entwicklungsländern und Epidemien in Industrieländern unterscheiden. Geht man hier noch einen Schritt weiter, so stellt sich die Frage, ob Wisschenschaftler mit einem hohen Ausbildungsgrad überhaupt die Motive und Verhaltensänderungen von Menschen aus Entwicklungsländern, wo das Ausbildungsniveau weitaus niedriger ist, verstehen können. Empirisch gibt es auf Grund der meist schlechten Datenqualität (wenn darüber überhaupt Daten vorhanden sind) ebenfalls nur wenig Evidenz, beziehungsweise kaum Indizien für weitere Motive und Verhaltensänderungen unter epidemiologischen Schocks.

Betrachtet man die kurzfristigen Epidemien, so sind die Ergebnisse unterschiedlich, abhängig vom jeweiligen Modell, welches man verwendet (Einsektormodell, Zweisektorenmodell).
Die Unterschiede zwischen den diversen Epidemien sind an sich ein problematisches Thema, wenn es darum geht, allgemein über Epidemien Aussagen zu treffen. Die Eigenschaften bezüglich Dauer, Inkubationszeit, Art der Erkrankung sind so spezifisch, dass man eigentlich nur speziell für eine Epidemie Aussagen bekommen kann. Selbst wenn man sich der Erforschung einer Epidemie als Repräsentant für diverse ähnliche Epidemien, wie der HIV/AIDS-Epidemie, widmet, so zeigt diese Arbeit sehr deutlich, wie schnell man an der Komplextität des Themas scheitern kann. Speziell bei der Analyse von Auswirkungen von langfristigen Epidemien auf das Wirtschaftswachstum sind kaum die einzelnen Effekte beobachtbar. Hier ist man weit entfernt von Aussagen über Gesamteffekte.

Insgesamt bietet diese Arbeit einen Überblick zum Thema Gesundheit und deren ökonomische Auswirkungen und zeigt die Grenzen durch die Modellierung auf.

A. Anhang

A.1. Herleitung Wachstumspfad im Einsektormodell

Aus der Bedingung erster Ordnung lauten wie folgend:

$$c^{-\sigma} = \theta_1 \tag{A.1}$$
$$\theta_1(1-\alpha)Ak^{\alpha}(uh)^{-\alpha}h^{1+\gamma} = \theta_2\psi h \tag{A.2}$$
$$\dot{\theta}_1 = \rho\theta_1 - \theta_1\alpha Ak^{\alpha-1}(uh)^{1-\alpha}h^{\gamma} \tag{A.3}$$
$$\dot{\theta}_2 = \rho\theta_2 - \theta_1(1-\alpha+\gamma)Ak^{\alpha}(u)^{1-\alpha}h^{-\alpha+\gamma} - \theta_2\psi(1-u) \tag{A.4}$$
$$\dot{k} = Ak^{\alpha}(uh)^{1-\alpha}h^{\gamma} - c \tag{A.5}$$
$$\dot{h} = \psi(1-u)h \tag{A.6}$$

Leitet man die Gleichung (A.1) nach der Zeit t ab, so erhält man:

$$-\sigma c^{-\sigma-1}\dot{c} = \dot{\theta}_1 \tag{A.7}$$
$$-\sigma c^{-\sigma}\frac{\dot{c}}{c} = \dot{\theta}_1 \tag{A.8}$$

Substituiert man nun mit Gleichung (A.1) $c^{-\sigma} = \theta_1$ und dividiert durch θ_1 so ergibt das:

$$\frac{\dot{c}}{c} = -\frac{1}{\sigma}\frac{\dot{\theta}_1}{\theta_1} \tag{A.9}$$

Für $\dot{\theta}_1$ verwendet man nun den Ausdruck aus Gleichung (A.3) und erhält schließlich den Pfad für $\frac{\dot{c}}{c}$:

$$\frac{\dot{c}}{c} = -\frac{1}{\sigma}\frac{\rho\theta_1 - \theta_1\alpha Ak^{\alpha-1}(uh)^{1-\alpha}h^{\gamma}}{\theta_1} = \frac{1}{\sigma}\left(\alpha Ak^{\alpha-1}(uh)^{1-\alpha}h^{\gamma} - \rho\right) \tag{A.10}$$

Den Pfad für $\frac{\dot{k}}{k}$ erhält man, indem man Gleichung (A.5) durch k dividiert:

$$\frac{\dot{k}}{k} = Ak^{\alpha-1}(uh)^{1-\alpha}h^{\gamma} - \frac{c}{k} \tag{A.11}$$

Ebenso verfährt man mit $\frac{\dot{h}}{h}$ und der zugehörigen Gleichung (A.6):

$$\frac{\dot{h}}{h} = \psi(1-u) \tag{A.12}$$

Die Herleitung von $\frac{\dot{u}}{u}$ erfolgt durch Ableitung von Gleichung (A.2) nach der Zeit t:

$$\begin{aligned} &\frac{\dot{\theta}_1}{\theta_1}\theta_1(1-\alpha)A\left(\frac{k}{u}\right)^{\alpha}h^{1-\alpha+\gamma}+\alpha\frac{\dot{k}}{k}\theta_1(1-\alpha)A\left(\frac{k}{u}\right)^{\alpha}h^{1-\alpha+\gamma}\\ -\alpha\frac{\dot{u}}{u}\theta_1(1-\alpha)A&\left(\frac{k}{u}\right)^{\alpha}h^{1-\alpha+\gamma}+(1-\alpha+\gamma)\frac{\dot{h}}{h}\theta_1(1-\alpha)A\left(\frac{k}{u}\right)^{\alpha}h^{1-\alpha+\gamma}\\ &=\dot{\theta}_2\psi h+\theta_2\psi\dot{h} \end{aligned} \tag{A.13}$$

Substituiert man den Ausdruck aus Gleichung (A.4) für $\dot{\theta}_2$, so erhält man:

$$\begin{aligned} &\theta_1(1-\alpha)A\left(\frac{k}{u}\right)^{\alpha}h^{1-\alpha+\gamma}\left[\frac{\dot{\theta}_1}{\theta_1}+\alpha\frac{\dot{k}}{k}-\alpha\frac{\dot{u}}{u}+(1-\alpha+\gamma)\frac{\dot{h}}{h}\right]\\ =\psi h&\left[\rho\theta_2-u\theta_1(1-\alpha+\gamma)A\left(\frac{k}{u}\right)^{\alpha}h^{-\alpha+\gamma}-\theta_2\psi(1-u)\right]+\theta_2\psi\dot{h} \end{aligned} \tag{A.14}$$

Auf der rechten Seite dieser Gleichung multipliziert man aus und substituiert Gleichung (A.6) für $\dot{h}$. Anschließend substituiert man für den Ausdruck $\psi h\theta_2$ mit Gleichung (A.2).

$$\begin{aligned} &\theta_1(1-\alpha)A\left(\frac{k}{u}\right)^{\alpha}h^{1-\alpha+\gamma}\left[\frac{\dot{\theta}_1}{\theta_1}+\alpha\frac{\dot{k}}{k}-\alpha\frac{\dot{u}}{u}+(1-\alpha+\gamma)\frac{\dot{h}}{h}\right]\\ =\psi h\rho\theta_2-\psi u\theta_1(1-\alpha)A&\left(\frac{k}{u}\right)^{\alpha}h^{1-\alpha+\gamma}-\theta_2\psi(1-u)\psi h+\theta_2\psi(1-u)\psi h\\ =\rho\theta_1(1-\alpha)A&\left(\frac{k}{a}\right)^{\alpha}h^{1-\alpha+\gamma}-\psi u\theta_1(1-\alpha)A\left(\frac{k}{u}\right)^{\alpha}h^{1-\alpha+\gamma}\\ =[\rho(1-\alpha)-\psi u(1-\alpha+\gamma)]&\left(\theta_1A\left(\frac{k}{u}\right)^{\alpha}h^{1-\alpha+\gamma}\right) \end{aligned} \tag{A.15}$$

Insgesamt erhält man nun die vereinfachte Gleichung:

$$(1-\alpha)\left[\frac{\dot{\theta}_1}{\theta_1}+\alpha\frac{\dot{k}}{k}-\alpha\frac{\dot{u}}{u}+(1-\alpha+\gamma)\frac{\dot{h}}{h}\right]=\rho(1-\alpha)-\psi u(1-\alpha+\gamma) \tag{A.16}$$

Auf der linken Seite dieser Gleichung substiuiert man nun mit Gleichung (A.3) für $\dot{\theta}_1$, Gleichung (A.5) für $\dot{k}$, sowie Gleichung (A.6) für $\dot{h}$.

$$\begin{aligned} (1-\alpha)\left[-\alpha Ak^{\alpha-1}u^{1-\alpha}h^{1-\alpha+\gamma}+\alpha\left(Ak^{\alpha-1}u^{1-\alpha}h^{1-\alpha+\gamma}-\frac{c}{k}\right)-\alpha\frac{\dot{u}}{u}+(1-\alpha+\gamma)\psi(1-u)\right]&\\ =-\psi u(1-\alpha+\gamma)&\\ \alpha(1-\alpha)\frac{c}{k}+\alpha(1-\alpha)\frac{\dot{u}}{u}-(1-\alpha)(1-\alpha+\gamma)\psi(1-u)=\psi u(1-\alpha+\gamma)& \end{aligned} \tag{A.17}$$

Dividiert man nun auf beiden Seiten durch $(1-\alpha)$ und formt weiter um, so erhält man schließlich für $\frac{\dot{u}}{u}$

$$\alpha\frac{\dot{u}}{u} = \frac{\psi(1-\alpha+\gamma)u}{1-\alpha} - \psi(1-\alpha+\gamma)(1-u) - \alpha\frac{c}{k} \tag{A.18}$$

$$\alpha\frac{\dot{u}}{u} = \frac{\psi(1-\alpha+\gamma)u - \psi(1-\alpha+\gamma)(1-u)(1-\alpha)}{1-\alpha} - \alpha\frac{c}{k} \tag{A.19}$$

$$\alpha\frac{\dot{u}}{u} = \frac{u[1-1+\alpha]\psi(1-\alpha+\gamma) - \psi(1-\alpha+\gamma)(1-\alpha)}{1-\alpha} - \alpha\frac{c}{k} \tag{A.20}$$

$$\frac{\dot{u}}{u} = u\frac{\psi(1-\alpha+\gamma)}{1-\alpha} - \frac{\psi(1-\alpha+\gamma)}{\alpha} - \frac{c}{k} \tag{A.21}$$

A.2. Herleitung optimale Ausbildungszeit

Die intertemporale Budgetbeschränkung

$$\int_v^\infty c_{v,s}R_{v,s}ds = \int_{v+S(v)}^\infty w_{v,s}R_{v,s}ds \tag{A.22}$$

Der Konsum der Agenten der Generation v muss durch die Löhne nach der Ausbildungszeit finanziert werden.

$$R_{v,s} = e^{-\int_v^s (r(u)+\rho)du} \tag{A.23}$$

Der Lohn eines Agenten der Generation v zum Zeitpunkt s beträgt:

$$w_{v,s} = h(v)w(s) \tag{A.24}$$

Das Humankapital der Generation v ist durch

$$h(v) = \overline{H}(v)S(v) \tag{A.25}$$

gegeben.
Die Bedingung für das Gleichgewicht lautet:

$$r(v) = p \tag{A.26}$$

Aus den Gleichungen (A.22), (A.24), (A.25), sowie der Gleichgewichtsbedingung (A.26) folgt:

$$V(S(v)) = \int_{v+S(v)}^\infty w_{v,s}R_{v,s}ds = \int_{v+S(v)}^\infty h(v)w(s)e^{-(p+\rho)(s-v)}ds \tag{A.27}$$

$$= \bar{H}(v)S(v)\int_{v+S(v)}^\infty w(s)e^{-(p+\rho)(s-v))}ds \tag{A.28}$$

Der Anfangszeitpunkt v wird bei der Betrachtung als konstant angenommen und wird daher als Zeitargument im Folgenden weggelassen:
Der von S abhängige optimale Wert V(S) ist durch

$$V(S) = S \int_{v+S}^{\infty} w(s) e^{-(p+\rho)(s-v)} ds \tag{A.29}$$

gegeben, da $\bar{H}$ als Konstante (bei fixem Anfangszeitpunkt v) also solche für die Herleitung der notwendigen Bedingungen keine Rolle spielt.
Für die optimale Ausbildungszeit $Sopt$ gilt

$$\frac{dV(Sopt)}{dS} = 0. \tag{A.30}$$

Explizit abgeleitet bedeutet das

$$\frac{dV(Sopt)}{dS} = \int_{v+S}^{\infty} w(s) e^{-(p+\rho)(s-v)} ds - Sw(v+S) e^{-(p+\rho)S} = 0. \tag{A.31}$$

Daraus folgt

$$\int_{v+S}^{\infty} w(s) e^{-(p+\rho)(s-v)} ds = Sw(v+S) e^{-(p+\rho)S} \tag{A.32}$$

Ein Gleichgewicht am Arbeitsmarkt impliziert, dass der Lohn pro Einheit Humankapital über die Zeit konstant und gleich eins bleibt: $w(s) = 1$. Nun lässt sich das Integral explizit berechnen und man erhält die optimale Ausbildungszeit:

$$S(v) = \frac{1}{\rho + p} \tag{A.33}$$

Literaturverzeichnis

[1] *Ascari, G., Rankin, N.:* 2004. Perpetual youth and endogenous labour supply: a problem and a possible solution, Working Paper 346, European Central Bank.

[2] *Ayong Le Kama, A., Schubert, K.:* 2005. A note on the consequences of an endogenous discounting depending on environmental quality, Macroeconomic Dynamics 11: 272-289.

[3] *Azomahou, Th., Boucekkine, R., Diene, B.:* 2008. Growth Economics of Epidemics: A Review of the Theory, Mathematical Population Studies: An International Journal of Mathematical Demography, 15:1, 1-26.

[4] *Barro, R, Sala-i-Martin, X.:* 1995. Economic Growth. New York: McGraw-Hill.

[5] *Barro, R., Barro, J.:* 1996. Three models of health and economic growth, unpublished manuscript, Harvard University.

[6] *Becker, Gary S.:* 1981. A Treatise in the Family, Harvard University Press.

[7] *Becker, Gary S.:* 1992. Fertility and the Economy, Journal of Population Economics, 5, 185-201.

[8] *Becker, Gary S., Philipson, Tomas J., Soares, Rodrigo R.:* 2003. The Quantity and Quality of Life and the Evolution of World Inequality, NBER Working Paper No. 9765 (Cambridge, Massachusetts: National Bureau of Economic Research).

[9] *Blanchard, O.:* 1985. Debt, deficits and finite horizons, Journal of Political Economy 93, 223-47.

[10] *Bloom, D., Mahal, A.:* 1997a. AIDS, flu and the Black Death: Impacts on economic growth and well being. In D. Bloom and P. Godwin (Eds.), The Economics of HIV and AIDS: The case of South and South East Asia, Oxford: Clarendon Press, pp. 22-52.

[11] *Bloom, D., Mahal, A.:* 1997b. Does AIDS epidemic threaten economic grwoth, Journal Econometrics 77: 105-24.

[12] *Bloom, David E., Canning, David, Malaney, Pia:* 2000. Demographic Change and Economic Growth in Asia, Supplement to Population and Development Review, Vol. 26, pp. 257–90.

[13] *Bloom, David E., Canning, David, Jamison, Dean T.:* 2004. Health, Wealth and Welfare. Finance & Development, 10 - 15.

[14] *Bloom, David E., Canning, David, Sevilla, Jaypee:* 2004. The Effect of Health on Economic Growth: A Production Function Approach, World Development, Vol. 32 (January), pp. 1–13.

[15] *Bourguignon, Francois, Morrisson, Christian:* 2002. Inequality Among World Citizens: 1820–1992, American Economic Review, Vol. 92 (September), pp. 727–44.

[16] *Boucekkine, R., de la Croix, D., Licandro,O.:* 2002. Vintage human capital, demographic trends and endogenous growth, Journal of Economic Theory 104, 340-375.

[17] *Boucekkine, R., Ruiz-Tamarit, R.:* 2004. Imbalance Effects in the Lucas Model: an Analytical Exploration, Topics in Macroeconomics, 4/1.

[18] *Boucekkine, R., de la Croix, D., Peeters,D.:* 2007a. Early litteracy achievement, population density and the transition to modern growth, Journal of the European Economic Association 5: 183-226.

[19] *Boucekkine, R., de la Croix, D., Peeters,D.:* 2007b. Disentangling the demographic determinants of the English take-off: 1530-1860, Popultaion and Development Review, forthcoming.

[20] *Boucekkine, Raouf, Desbordes, Rodolphe, Latzer, Helene:* 2009. How do epidemics induce behavioral changes?

[21] *Brainerd, E., Siegler, M.:* 2003. The economic effects of the 1918 influenza epidemic, CEPR Discussion Paper 3791.

[22] *Corrigan, P, Glomm, G. Mendez, F.:* 2005. AIDS crisis and growth, Journal of Development Economics 77: 107-124.

[23] *Cuddington, J., Hancock, J.:* 1994. Assessin the impact of AIDS on the growth path of the Malawian economy, Journal of Development Economics 43: 363-368.

[24] *de la Croix, D., Licandro, O.:* 1999. Life expectancy and endogenous growth, Economics Letters 65, 255-263.

[25] *Ehrlich, I., Chuma, H.:* 1990. A model of the demand for longevity and the value of life extension, Journal of Political Economy 98: 761-782.

[26] *Epstein, L.:* 1987. A simple dynamic general equilibrium model, Journal of Economic Theorey 41: 68-95.

[27] *Feichtinger, G, Tsachev, T., Veliov, V.:* 2005. Maximum principle for age and duration structured systesm: A tool for optimal prevention and treatment of HIV, Mathematical Population Studies 11, p.3-28.

[28] *Freire, S.:* 2002. The impact of HIV/AIDS on saving behavior in South Africa. Manuscript.

[29] *Galor, Oded, Weil, David N.:* 1996. The Gender Gap, Fertility, and Growth, The American Economic Review, 86(3), 374-387.

[30] *Galor, Oded, Weil, David N.:* 1999. From Malthusian Stagnatin to Modern Growth, The American Economic Review, 89, 150-154.

[31] *Gomez, M.:* 2003. Equilibrium dynamics in the one-sector endogenous grwoth model with physical and human capital, Journal of Economic Dynamics and Control 25: 367-375.

[32] *Grossmann, M.:* 1972. The concept of health capital and the demand for health, Journal of Political Economy 80: 223-255.

[33] *Hall, R., Jones C.:* 2006. The value of life and the rise in health spending, Quarterly Journal of Economics 122, 39-72.

[34] *Hansen, G., Prescot, E.:* 2002. Malthus to Solow, American Economic Review 92: 1205-1217.

[35] *Hashimoto, K., Tabata, K.:* 2006. Population aging, increasing demand for health care, structural change and growth, Journal of Population Economics, forthcoming.

[36] *Herlihy, D.:* 1997. The Black Death and the Transformation of the West, Cambridge, MA: Harvard University Press.

[37] *Jamison, Dean T., Sachs,Jeffrey, Wang, Jia:* 2001. The Effect of the AIDS Epidemic on Economic Welfare in Sub-Saharan Africa, Paper No. WG1:13, CMH Working Paper Series (World Health Organization Commission on Macroeconomics and Health).

[38] *Jamison, Dean T., Jamison, Eliot, Sachs, Jeffrey:* 2003. Assessing the Determinants of Growth When Health Is Explicitly Included in the Measure of Economic Welfare, präsentiert beim 4th World Congress of the International Health Economics Association, San Francisco, June.

[39] *Kalemli-Ozcan, Sebnem:* 2002. Does the Mortality Decline Promote Economic Growth?, Journal of Economic Growth, 7, 411-439.

[40] *Kalemli-Ozcan, Sebnem:* 2003. A Stochastic Model of Mortality, Fertility, and Human Capital Investment, Journal of Development Economics, 70, 103-118.

[41] *Kalemli-Ozcan, S.:* 2006. AIDS, reversal of the demographic transition and economic development: Evidence from Africa. Unpublished manuscript, University of Houston.

[42] *Kalemli-Ozcan, Sebnem:* 2008. AIDS, Reversal of the Demographic Transition and Economic Development: Evidence from Africa.

[43] *Kalemli-Ozcan, Sebnem:* 2008. The Uncertain Lifetime and the Timing of Human Capital Investment, Journal of Population Economics, forthcoming.

[44] *Lewis, James J.C., Ronsmans, Carine, Ezeh, Carine, Gregson, Simon:* The Population Impact of HIV on Fertility in Sub-Saharan Africa, AIDS, 18(2), 35-43.

[45] *McDonald, S., Roberts, J.:* 2006. AIDS and economic growth: A human capital approach, Journal of Development Economics 80: 228- 250.

[46] *Nordhaus, William.:* 2003. The Health of Nations: The Contribution of Improved Health to Living Standards, in Measuring the Gains from Medical Research: An Economic Approach, editiert von Kevin H. Murphy and Robert H. Topel (Chicago: University of Chicago Press).

[47] *Obstfeld, M.:* 1990. Inter-temporal dependence, impatience and dynamics, Journal of Monetary Economics 26: 45-75.

[48] *Stern, M.:* Endogenous time preference and optimal growth, Economic Theory 49: 49-70.

[49] *Usher, Dan:* 1973. An Imputation to the Measure of Economic Growth for Changes in Life Expectancy, The Measurement of Economic and Social Performance, editiert von Milton Moss (New York: Columbia University Press for National Bureau of Economic Research).

[50] *Viscusi, W. Kip, Aldy, J. E.:* 2003. The Value of a Statistical Life: A Critical Review of Market Estimates from Around the World. The Journal of Risk and Uncertainty, Vol. 27 (August), pp. 5–76.

[51] *Young, Alwyn:* 2005. The Gift of the Dying: The Tragedy of AIDS and the Welfare of Future African Generations, Quarterly Journal of Economics, pp. 423-466.

[52] *Young, Alwyn:* 2007. In Sorrow to Bring Forth Children: Fertility amidst the Plague of HIV, Journal of Economic Growth, 12 (4), 283-327.