

# Diplomarbeit Master Thesis

## Schwingungsdämpfung von Rahmentragwerken mit Hilfe bestehender Einbauten

ausgeführt zum Zwecke der Erlangung des akademischen Grades  
eines Diplom-Ingenieurs

unter der Leitung von

Ao.Univ.Prof.Dipl.-Ing.Dr.techn.  
Rudolf Heuer

E 2063  
Institut für Hochbau und Technologie  
Forschungsbereich für Baumechanik und Baudynamik

eingereicht an der Technische Universität Wien  
Fakultät für Bauingenieurswesen

von

Josef Buder  
0726378  
Münichreiterstraße 30  
1130 Wien

Wien, am 8. Oktober 2014

---

Josef Buder





## Danksagung

Zu Beginn möchte ich jene Personen erwähnen, die mich beim Verfassen dieser Arbeit unterstützt haben. An erster Stelle danke ich meinem Diplomarbeitsbetreuer Rudolf Heuer, zum einen für die vielen konstruktiven und lehrreichen Gespräche, zum anderen für das angenehme Arbeitsklima. Dank schulde ich auch Herrn Eugen Bindek für die Hilfestellung bezüglich des Konstruktionsentwurfes. Ohne den Ratschlägen und Korrekturen von Konstanze und meinem Vater wäre es mir nicht möglich gewesen, die Arbeit in dieser Qualität abzugeben. Aus diesem Grund danke ich auch ihnen ganz herzlich für ihre Unterstützung.

Doch diese Arbeit ist nur die sichtbare Spitze eines Eisberges, der während eines siebenjährigen Studiums langsam gewachsen ist. Daher möchte ich diese Gelegenheit nutzen und auch jene erwähnen, die mich während dieser Zeit begleitet haben. Ich danke meinen Studienkollegen und Freunden für die schöne Zeit und die Gesellschaft auf diesem manchmal steinigen Weg. Dank gebührt meinen Verwandten und meiner Familie, ganz im Speziellen meiner Mutter und meinem Vater für den ständigen Rückhalt und Beistand während dieser Zeit. Abschließend bedanke ich mich ganz herzlich bei meiner Freundin Konstanze, nicht nur für die Korrekturen dieser Arbeit sondern vor allem für ihre immerwährende Bereitschaft zur Hilfe und Unterstützung.

## **Zusammenfassung**

Das Verfahren der dynamischen Schwingungsdämpfung ist ein gängiges Verfahren um Gebäude bzw. Konstruktionen vor einem Versagen bei Erdbeben zu schützen. Dazu wird ein zusätzliches Pendel an der Konstruktion angeordnet um so die Erdbebenbelastung des Gebäudes zu verringern. Im Rahmen dieser Arbeit werden zwei unterschiedliche Ausführungsvarianten einer Reaktorkonstruktion eines Kraftwerkes in Kroatien untersucht. Die klassische Variante den Reaktor auf einer Stahlkonstruktion aufzulagern wird verglichen mit der Möglichkeit den Reaktor an einem Stahlgerüst aufzuhängen um ein Pendeln zu ermöglichen. Diese Konstruktionsform hat den Vorteil, dass kein zusätzliches Pendel von Nöten ist, da die bestehenden Einbauten - der Reaktor - als Pendel genutzt wird. Für eben diese Variante untersucht ob der Reaktor als Pendel das Konstruktionsverhalten bei einer Erdbebeneinwirkung optimiert. Üblicherweise werden Pendel mit kleiner Masse angewendet, der Reaktor weist jedoch eine sehr große Masse auf. Diese Arbeit versucht die Frage zu beantworten, ob es mit einer hohen Pendelmasse möglich ist die selben positiven Effekte zu erzielen wie mit einer kleinen.

## **Abstract**

The concept of tuned mass dampers is used to reduce the vibrations of buildings due of dynamic loads. Basic idea of this method is to attach a pendulum to the construction which is designed in a way to minimize the dynamic deformations. Goal of this thesis is to compare two possible designs of a reactor construction in Croatia. Within a first approach the reactor is placed directly on the supporting steel structure. Alternatively, the reactor is suspended at a higher construction level by means of hangers. Advantage of the second solution is, that one can use the reactor directly as pendulum in terms of the concept of tuned mass dampers. It is state of the art to use a pendulum with a small mass, compared to the building, to reduce the vibrations. However, by using the reactor as a pendulum to minimize the deformations, the mass of the pendulum is larger than the modal mass of the supporting structure. This thesis illustrates if it is possible to achieve the same positive effect using the heavy reactor as tuned mass damper compared to a pendulum of small mass.

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1	Projektbeschreibung . . . . .	1
<b>2</b>	<b>Variante 1 - Aufgestellte Konstruktion</b>	<b>3</b>
2.1	SCR Reaktor . . . . .	3
2.2	Die Unterstützungskonstruktion . . . . .	4
2.3	Erdbebenachweis . . . . .	5
2.4	Warum eine zweite Variante? . . . . .	5
<b>3</b>	<b>Variante 2 - Aufgehängte Konstruktion</b>	<b>7</b>
3.1	Unterstützungskonstruktion . . . . .	7
3.1.1	Untere Unterstützungskonstruktion . . . . .	7
3.1.2	Obere Unterstützungskonstruktion . . . . .	8
3.2	Plattform . . . . .	10
3.3	SCR-Reaktor . . . . .	12
<b>4</b>	<b>Modell für die Unterstützungskonstruktion</b>	<b>16</b>
4.1	Bewegungsgleichung . . . . .	18
4.2	Bestimmung der Federsteifigkeiten . . . . .	19
4.3	Bestimmung der Masse . . . . .	22
<b>5</b>	<b>Modell für das Pendel</b>	<b>27</b>
5.1	Bewegungsgleichung des Pendels . . . . .	28
5.2	Berechnung der Hänger-Kräfte . . . . .	31
5.3	Die Verbindung des Pendels mit der Platte . . . . .	33
<b>6</b>	<b>Dynamische Schwingungsdämpfung</b>	<b>36</b>
6.1	Theorie . . . . .	36
6.2	Optimale Parameter . . . . .	41
<b>7</b>	<b>Dynamische Berechnung</b>	<b>43</b>
7.1	Berechnungsschritte . . . . .	43

7.2	Exkurs Dämpfung . . . . .	51
<b>8</b>	<b>Ergebnisse</b>	<b>52</b>
8.1	Akademisches Beispiel . . . . .	52
8.2	Variante 1 - Aufgestellte Konstruktion . . . . .	55
8.3	Variante 2 - Aufgehängte Konstruktion . . . . .	56
8.3.1	y-Richtung . . . . .	59
8.3.2	x-Richtung . . . . .	61
8.4	Résumé . . . . .	62
8.5	Ausblick . . . . .	63
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>63</b>
	<b>Anhang</b>	<b>66</b>
<b>A</b>	<b>Berechnungscodes</b>	<b>66</b>
A.1	Programme . . . . .	66
A.2	Funktionen . . . . .	73
<b>B</b>	<b>Symbolverzeichnis</b>	<b>78</b>

# Abbildungsverzeichnis

1.1	Kraftwerk Ansicht [1]. . . . .	2
2.1	Reaktor [1]. . . . .	4
2.2	Reaktor(grau); Unterstützungskonstruktion(blau) [2]. . . . .	6
3.1	Grundrissabmessungen. . . . .	8
3.2	Drei Teile der Unterstützungskonstruktion. . . . .	9
3.3	Plattform. . . . .	10
3.4	Darstellung des Kalottenlagers. . . . .	11
3.5	Anschluss der Gewindestange an den Reaktor. . . . .	11
3.6	Gesamte Hängekonstruktion. . . . .	12
3.7	Modell SCR-Reaktor. . . . .	13
3.8	Durchgehende Stützen des Reaktors (gelb strichliert). . . . .	14
4.1	Vereinfachung des Modells. . . . .	17
4.2	Modell der unsymmetrisch gelagerten Platte [3]. . . . .	18
4.3	3D-Modell für die Berechnung von $k_y$ . . . . .	20
4.4	Rahmen Achse A für die Berechnung von $k_x^A$ . . . . .	21
4.5	Rahmen Achse B für die Berechnung von $k_x^B$ . . . . .	21
4.6	Schritte der Modellierung. . . . .	23
4.7	Punktmassen. . . . .	24
5.1	Transversalpendel [4, Seite 303]. . . . .	28
5.2	Pendelkonstruktion x-Achse. . . . .	29
5.3	Pendelkonstruktion y-Achse. . . . .	29
5.4	Transversalpendel als physikalisches Pendel [4, Seite 311]. . . . .	30
5.5	Physikalisches Pendel; Mathematisches Pendel [4, Seite 297]. . . . .	31
5.6	Berechnung Auflagerkräfte [4, Seite 307]. . . . .	32
5.7	Kräfte (Bsp.: $m = 500 \text{ kg}$ , $l = 1,0 \text{ m}$ , $\varphi_0 = 0.2$ ). . . . .	33
6.1	Vergrößerungskunktion. . . . .	37
6.2	Two Degree of Freedom System. . . . .	37
6.3	Vergrößerungsfunktion [5, Seite 467]. . . . .	38
6.4	Vergrößerungsfunktion [6, Seite 87f]. . . . .	40

7.1	x-Richtung. . . . .	47
7.2	y-Richtung. . . . .	47
7.3	Elastisches horizontales Bodenbeschleunigungs-Antwortspektrum. . . . .	48
7.4	Umrechnungen des Moments in Einzelkräfte. . . . .	49
7.5	Zwei Schritte der Rücktransformation der Kräfte. . . . .	50
8.1	Verschiebungen des akademischen Beispiels. . . . .	53
8.2	Kräfte des akademischen Beispiels. . . . .	54
8.3	Kraftwirkung ohne Pendelwirkung in y-Richtung. . . . .	56
8.4	Kraftwirkung mit Pendelwirkung. . . . .	58
8.5	Verschiebungen der Konstruktion in x-Richtung. . . . .	59
8.6	Kräfte der Konstruktion in x-Richtung. . . . .	60
8.7	Verschiebungen der Konstruktion in x-Richtung. . . . .	61
8.8	Kräfte der Konstruktion in x-Richtung. . . . .	62

## Tabellenverzeichnis

4.1	Ermittlung $m^*$ . . . . .	25
8.1	Parameter Pendel. . . . .	58

# Kapitel 1

## Einleitung

Im Rahmen dieser Arbeit wird die Erweiterung eines Kraftwerkes um einen zusätzlichen Reaktor untersucht. Kernpunkt ist der Vergleich zweier unterschiedlicher Ausführungsvarianten. Die erste Option ist, den Reaktor auf ein Gerüst aufzustellen. Diese Möglichkeit soll der Idee gegenübergestellt werden, den Reaktor an ein Gerüst aufzuhängen. Warum und ob dies wirtschaftliche Vorteile bringt soll herausgearbeitet werden. Der Anlagenbauer des Kraftwerkes stellt die nötigen Projektunterlagen zu Verfügung. Bei allen Daten und Plänen, die aus dieser Quelle stammen, wird auf den Anlagenbauer verwiesen. Die erste Variante wurde vorab untersucht und berechnet. Alle Modelle und Ergebnisse aus den statischen Berechnungen werden ebenfalls ausgewiesen.

Zu Beginn der Arbeit wird das Kraftwerksprojekt beschrieben. In Kapitel 2 folgt eine Zusammenfassung der Berechnungen zu Variante 1. Im Anschluss wird im Hauptteil der Arbeit auf die Beschreibung, die Modellierung und die Berechnung der Variante 2 eingegangen. Abschließend werden die Berechnungsergebnisse zusammengefasst und die beiden Varianten verglichen.

### 1.1 Projektbeschreibung

Das Kraftwerk befindet sich an der Ostküste Istriens in Kroatien. Es handelt sich um ein Kohlekraftwerk mit einer Leistung von 210 Megawatt [1]. 2018 wird ein Gesetz in Kraft treten welches die Reduktion der NO<sub>x</sub>-Emission fordert [1]. Aus diesem Grund muss die SCR-Technologie (Selective Cata-

lyst Reduction) in Form eines zusätzlichen Reaktors in den Kraftwerkskreislauf implementiert werden. Für die genaue Beschreibung der Technologie sei auf einschlägige Fachliteratur verwiesen [7, Seite 310f]. Der vorgegebene Abgaskreislauf des Kraftwerkes bestimmt die Position des Reaktors auf einer Höhe von 43,0 m. Des Weiteren sollen die aus dem Neubau resultierenden zusätzlichen Lasten auf den Bestand minimiert werden. Daher wird der Reaktor - inklusive dem zusätzlichen Equipment - auf einer allein stehenden Unterstützungskonstruktion aufgelagert (siehe Abbildung 1.1). Der Neubau besteht somit aus zwei Teilen; der Unterstützungskonstruktion und dem SCR-Reaktor. Abbildung 1.1 stellt nicht die endgültige Konstruktion dar, sondern dient zum Verständnis der Gesamtstruktur. In der Folge wird zunächst auf die Variante des aufgestellten Reaktors eingegangen, um im Anschluss daran auf die aufgehängte Konstruktion einzugehen.

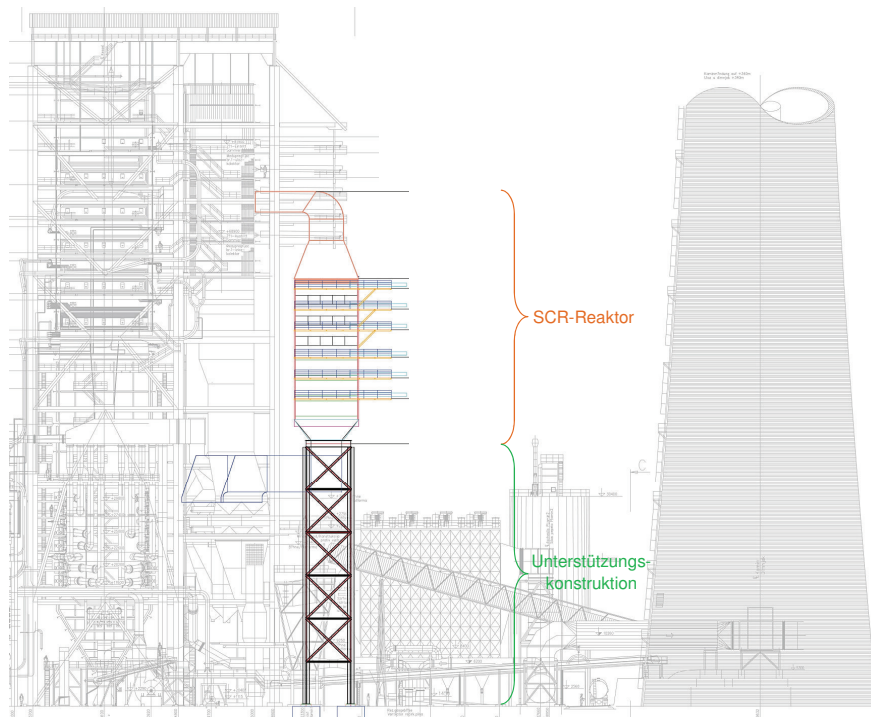


Abbildung 1.1: Kraftwerk Ansicht [1].



# Kapitel 2

## Variante 1 - Aufgestellte Konstruktion

Dieses Kapitel gibt einen Überblick über die aufgestellte Konstruktion, deren Aufbau, sowie darüber, welche Randbedingungen eingehalten und Annahmen getroffen werden. Diese Beschreibung stellt keinen statischen Bericht dar. Sie erfasst nur jene Bereiche, die für die spätere dynamische Berechnung und den Vergleich der Ausführungsvarianten essentiell sind. Die aufgestellte Struktur besteht aus dem SCR-Reaktor und der Unterstützungskonstruktion (siehe Abbildung 1.1).

### 2.1 SCR Reaktor

Der Reaktor gliedert sich in drei Bereiche (siehe Abbildung 2.1). Dem quaderförmigen Hauptteil, dem prismenförmigen „Ash Tunnel“ am unteren und dem „Outlet Duct“ am oberen Ende. Der Hauptteil ist 24,86 m hoch und umfasst sechs Tragebenen für das notwendige Equipment (Katalysatoren, etc.). Diese Ebenen gewährleisten zum einen die horizontale Aussteifung des Reaktors, zum anderen leiten sie die vertikalen Lasten der Einbauten in die außenliegenden Stützen. Diese führen die Belastung über in die Unterstützungskonstruktion (siehe Abschnitt 2.2). Die Außenhaut wird mit horizontalen Trägern und Diagonalen ausgesteift. Um das Equipment zu warten, werden für jede Ebene zusätzliche Arbeitsbühnen benötigt (siehe Abbildung 2.1).

Der Reaktor wird als 3D-Modell modelliert (siehe Abbildung 2.2). Das „Outlet Duct“ ist nicht Teil des Modells. Dessen statische Wirkung wird mit Ersatzlasten erfasst. Ebenso die außenliegende Stahlhülle des Reaktors. Sie wurde mittels einer Flächenlast berücksichtigt. Aufgrund einer Betriebstemperatur von  $450\text{ }^{\circ}\text{C}$  im Inneren des Reaktors muss die Stahlgüte nach *DIN EN 10028 – 2* auf 16Mo3 herabgesetzt werden [2]. Die oben erwähnten außenliegenden Arbeitsbühnen sind nicht modelliert. Die statische Wirkung dieser Bühnen wird ebenfalls mit Ersatzlasten erfasst. Zur Abbildung 2.2 sei erwähnt, dass die 3D-Modelle für Reaktor und Unterstützungs konstruktion getrennt voneinander berechnet wurden. Die Modelle wurden zur Veranschaulichung zusammengefügt.

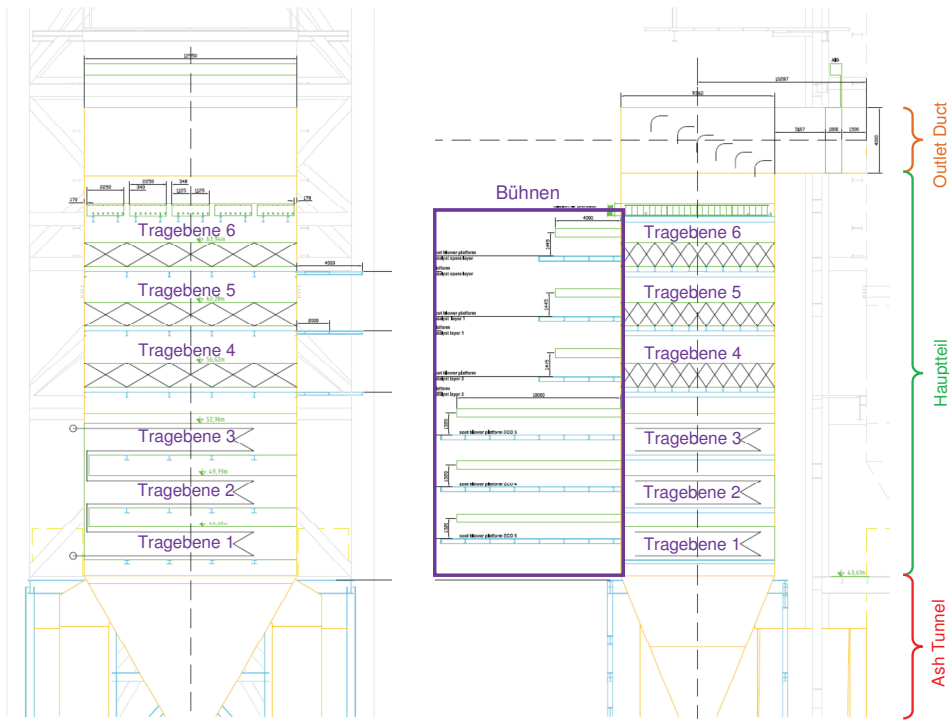


Abbildung 2.1: Reaktor [1].

## 2.2 Die Unterstützungs konstruktion

Der Reaktor befindet sich auf einer Höhe von 43,0 m Höhe und muss daher von einer Konstruktion unterstützt werden. Aufgrund limitierter Platzverhältnisse hat der Anlagenbauer die Positionen der Fundamente - somit auch

die Hauptachsen der Konstruktion - vorgegeben [1]. In Längsrichtung sind die Abmessungen auf 10,40 m beschränkt. Die Achsen in Querrichtung befinden sich im Abstand von 12,0 m bzw. 14,20 m (siehe Abbildung 2.2). In diesen Querachsen befinden sich drei Fachwerksrahmen. Sie stellen die Haupttrag-elemente der Unterstützungs konstruktion dar. Diese sind mit horizontalen Trägern und Verbänden verbunden und ausgesteift. Um trotz der schlanken Konstruktion eine ausreichende Steifigkeit gewährleisten zu können, werden die Verbände sowohl auf Zug als auch auf Druck ausgelegt. Die Unter stützungs konstruktion wird ebenfalls als 3D-Modell modelliert (siehe Abbildung 2.2). Anzumerken ist, dass die Stahlprofile nur zu 60% ausgelastet werden, damit der Stabilitätsnachweis - lokales Knicken - der einzelnen Träger erfüllt ist.

## 2.3 Erdbebennachweis

Der Erdbebennachweis wird mit der Methode des Vereinfachten Antwortspektrumverfahrens nach Eurocode EN 1998 [8] mit kroatischem nationalen Anhang nHRN EN 1998:2011/NA geführt. Herauszustreichen ist, dass die Ersatzlast nicht als dreiecksförmige Linienlast, wie im Eurocode vorgesehen, berücksichtigt wird. Als Näherung setzt man eine Punktlast im oberen Drittel der Konstruktion an. Der Nachweis wird getrennt für Reaktor und Unter stützungs konstruktion geführt. In Kapitel 8 Abschnitt 8.2 wird näher auf dieses Thema eingegangen.

## 2.4 Warum eine zweite Variante?

Die große Höhe und die engen Platzverhältnisse machen die Gesamtkonstruktion schlank. Daher haben horizontale Kräfte einen großen Einfluss auf die Verformungen. Dies wird bestätigt durch das Ergebnis, dass der Erdbebenlastfall die maßgebenden Schnittgrößen für die Bemessung der Struktur liefert. Dies war der Anstoß für den Gedanken, die aus dem Erdbeben resultierenden Schwingungen der Konstruktion mit einem Dämpfer zu reduzieren. „Bei Turmartigen Bauwerken wird zweckmäßig ein Dämpfer mit angependelter Masse eingesetzt“ [4, Seite 297]. Für die gegebene Konstruktion ist somit eine Dämpfung mit einem Pendel zu präferieren.

Eine solche Schwingungsdämpfung hat den Vorteil, dass die Masse des Pendels um ein erhebliches Maß kleiner sein kann, als die Masse des zu schützenden Bauwerkes (vgl. Kapitel 6). Es stellt sich die Frage, ob es möglich wäre den Reaktor selbst schwingen zu lassen, statt ein zusätzliches Pendel anzuordnen. Dies würde der gängigen Methode einer Pendeldämpfung widersprechen. Denn in diesem Fall wäre die Masse des Reaktors - des Pendels - um ein Vielfaches höher als die Masse der Unterstützungsstruktur. Die Frage, ob diese Variante technisch möglich und wirtschaftlich durchführbar ist, wird in dieser Arbeit versucht zu beantworten. In den folgenden Kapiteln wird auf eben diese Variante eingegangen.

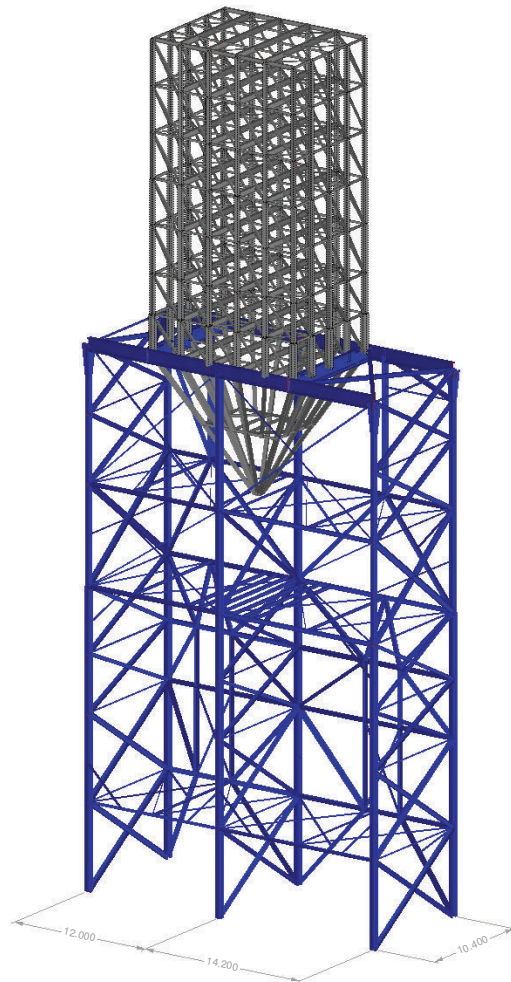


Abbildung 2.2: Reaktor(grau); Unterstützungsstruktur(blau) [2].

# Kapitel 3

## Variante 2 - Aufgehängte Konstruktion

Dieses Kapitel beschreibt, wie die aufgestellte Konstruktion adaptiert wird, um ein Schwingen des Reaktors zu ermöglichen, welche Annahmen getroffen und welche Themengebiete vernachlässigt werden können. Es wird der konstruktive Aufbau der Struktur beschrieben und wie die Lasten abgeleitet werden. Auf die Bemessung kann nicht eingegangen werden, denn dies würde den Fokus der Arbeit verlagern.

Der wesentliche Unterschied der beiden Varianten - aufgehängte und aufgestellte - ist, dass der aufgehängte Reaktor nun am oberen Ende aufgelagert und mit der Unterstützungskonstruktion verbunden ist. Um dies zu ermöglichen, muss das Gerüst über den Reaktor hinausreichen (siehe Abbildung 3.8, grün). Die ganze Struktur teilt sich somit in vier Teile: Den SCR-Reaktor und die drei Teile der Unterstützungskonstruktion; den unteren Teil, den oberen Teil und die Plattform (siehe Abbildung 3.2). Auf diese vier Abschnitte wird nun genauer eingegangen.

### 3.1 Unterstützungskonstruktion

#### 3.1.1 Untere Unterstützungskonstruktion

Wie in Kapitel 2 erwähnt, ist es Teil der Aufgabe, einen Vergleich zwischen den zwei Reaktor-Varianten herzustellen, sowohl auf technischer als auch auf

wirtschaftlicher Ebene. Um eine Gegenüberstellung zu ermöglichen, wird der untere Teil der Hauptkonstruktion - auf dem der Reaktor aufgestellt war - geringfügig adaptiert. Weder die Position der Rahmen, noch die Anordnung der Verbände werden verändert. Allerdings müssen die Grundrissabmessungen angepasst werden. Die Geometrie der Konstruktion ist in Abbildung 3.1 dargestellt. Die Begrenzung der Auslastung auf 60% wird auch bei der Bemessung der aufgehängten Variante berücksichtigt (vgl. Abschnitt 2.2).

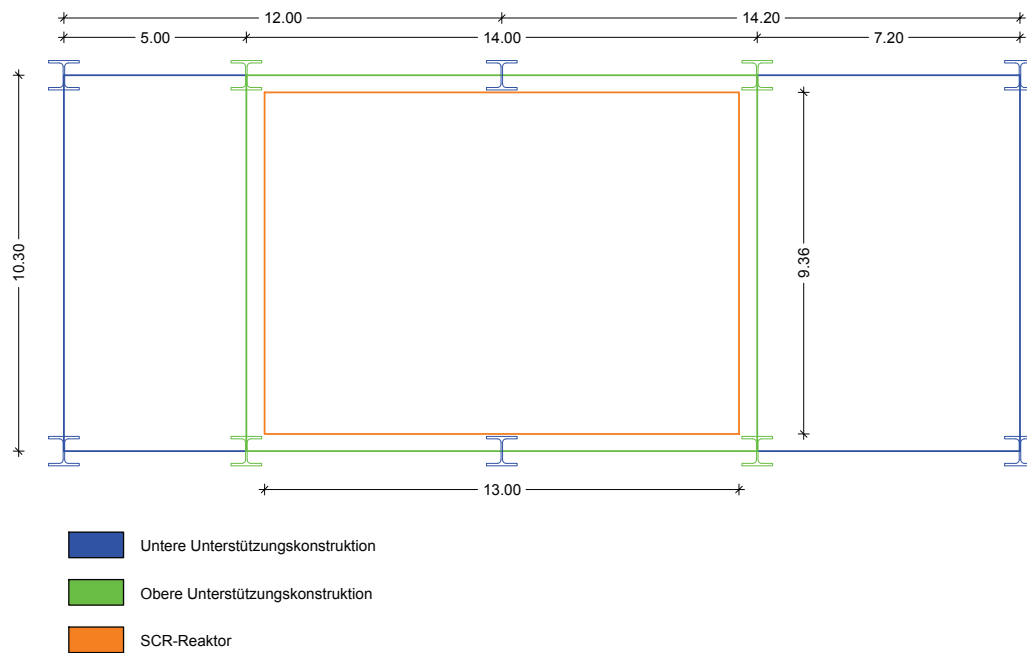


Abbildung 3.1: Grundrissabmessungen.

### 3.1.2 Obere Unterstützungskonstruktion

Der Abschnitt der oberen Unterstützungskonstruktion kommt für diese Variante neu hinzu. Die Haupttragstruktur besteht aus den zuvor erwähnten Eckstützen. Diese sind durch Verbände und Binder miteinander verbunden um die Konstruktion ausreichend zu versteifen. Es wird angenommen, dass die Außenseiten des Gerüsts geschlossen sind. Die Windkräfte werden somit nur in diesen Teil der Konstruktion eingeleitet und nicht in den SCR-Reaktor. Diese Vereinfachung wird getroffen, weil die Windbelastung ein Schwingen des Reaktors zur Folge hätte. Dieses dynamische Verhalten müsste getrennt

untersucht und berechnet werden. Für die dynamischen Berechnungen wird der Fokus auf die Erdbebeneinwirkung gelegt.

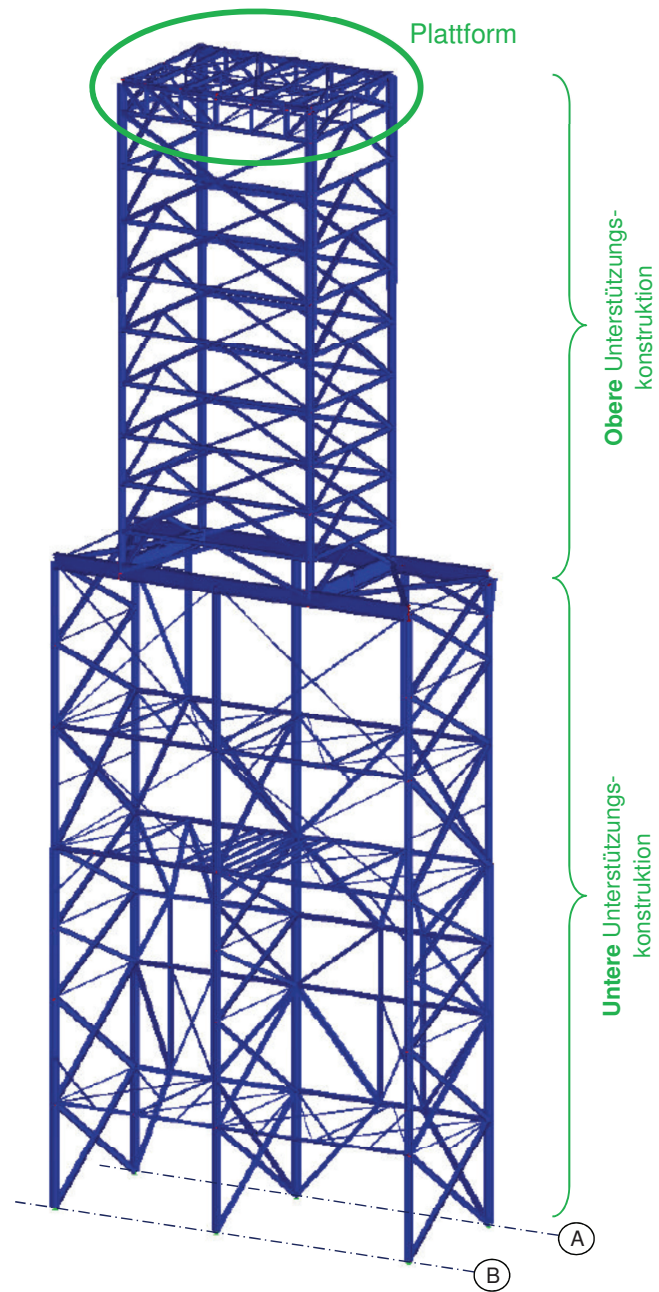


Abbildung 3.2: Drei Teile der Unterstützungskonstruktion.

## 3.2 Plattform

Die Aufgabe der Plattform (siehe Abbildung 3.3) ist es, die Aufhängelasten des Reaktors abzufangen und in die Unterstützungsstruktur einzuleiten. Die Primärstruktur der Plattform besteht aus sieben Vollwandträgern und drei Fachwerkträgern; sie leiten die Lasten zu den Stützen. Die Sekundärkonstruktion, bestehend aus Verbänden und Pendelstäben, gewährleistet die horizontale Aussteifung. Auf die Tragwirkung der Plattform wird nicht genauer eingegangen, da sie nur geringen Einfluss auf das dynamische Verhalten der Gesamtstruktur hat. Für die statischen Berechnung wird die Plattform in das 3D-Modell inkludiert (siehe Abbildung 3.2). Als nächstes wird auf die Aufhängung des Reaktors eingegangen.

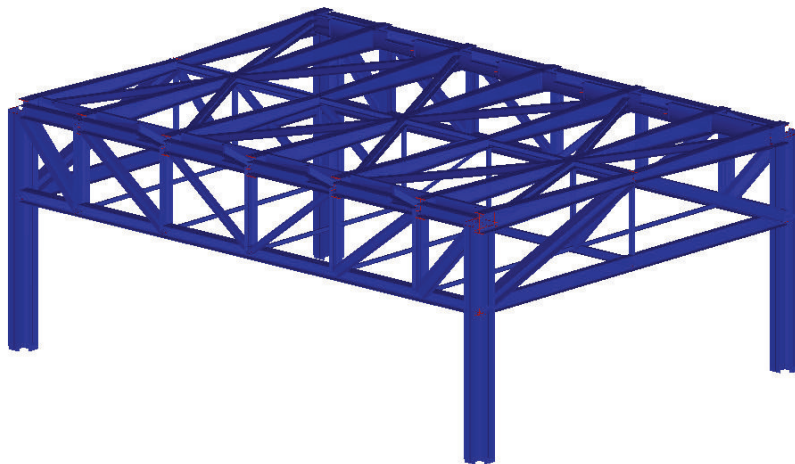


Abbildung 3.3: Plattform.

Der Reaktor wird mittels Gewindestangen mit der Plattform verbunden. Die ganze Konstruktion wird als Transversalpendel ausgeführt (siehe Kapitel 5). Um die horizontalen Bewegungen aufnehmen zu können, müssen die Hänger - Gewindestangen - an beiden Enden gelenkig angeschlossen werden. Dies wird mittels Kalottenlagern gewährleistet (siehe Abbildung 3.4).



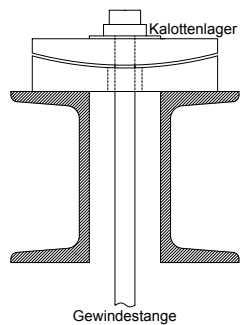


Abbildung 3.4: Darstellung des Kalottenlagers.

Abbildung 3.5 zeigt den Anschluss der Gewindestange an den Reaktor. Die Verbindung mit der Plattform wird in Abbildung 3.6 dargestellt. Die Grafik der gesamten Aufhängekonstruktion zeigt, dass der Reaktor bis unter die Höhe des Fachwerkträgers herabgelassen wird. Dies verhindert eine Kollision des Untergurtes mit dem „Outlet Duct“ (siehe Abbildung 3.8). Zum einen ermöglicht dieses System das Pendeln der Gewindestangen und somit des Reaktors, zum anderen gewährleistet es den vertikalen Lastabtrag und somit den Anschluss an die Last verteilende Plattform.

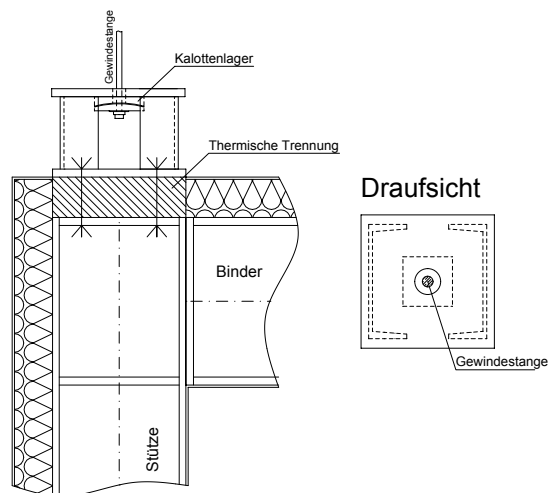


Abbildung 3.5: Anschluss der Gewindestange an den Reaktor.

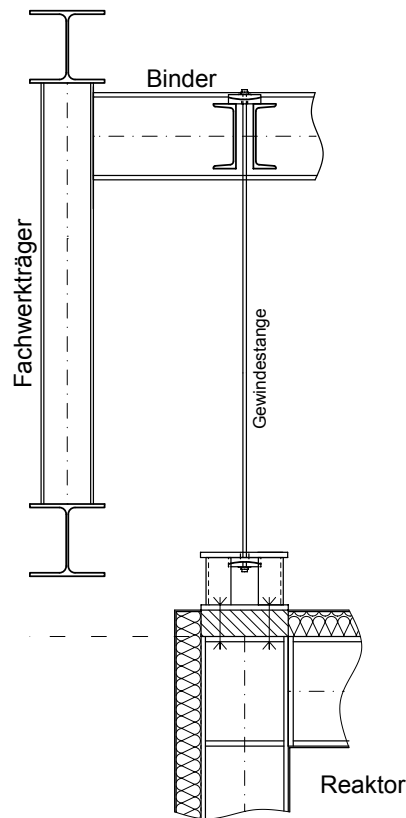


Abbildung 3.6: Gesamte Hängekonstruktion.

### 3.3 SCR-Reaktor

Für die Bemessung des Reaktors wird das Modell aus den Berechnungen der Variante 1 übernommen (siehe Abbildung 3.7). Für die Bemessung der aufgehängten Konstruktion werden die Lasten der Einbauten im Reaktor (Katalysatoren, etc.) aus den Berechnungen der ersten Variante - aufgestellte Konstruktion - übertragen. Auf diese Weise müssen die innen liegenden Plattformen nicht angepasst werden. Die Profile und Abmessungen werden aus den Berechnungen der alten Konstruktion übernommen. Die Lasten aus den außenliegenden Bühnen werden nun nicht von der Reaktorkonstrukti-

on sondern von der Unterstützungskonstruktion abgetragen. Daher können die Abmessungen der horizontal liegenden Binder verringert werden. Dadurch, dass der Reaktor nun aufgehängt ist und die Lasten nach oben abgeleitet werden, übertragen die Stützen ausschließlich Zugkräfte. Somit können die Profilabmessungen verkleinert werden. Die Aussteifung der Konstruktion wird dabei ident zu der ersten Variante vorgesehen. Die Lasten der einzelnen Bestandteile des Reaktors werden aus den Unterlagen des Anlagenbauers entnommen. Die Gesamtmasse ergibt sich zu:

$$m_T^1 = 1000 \text{ t.} \quad (3.1)$$

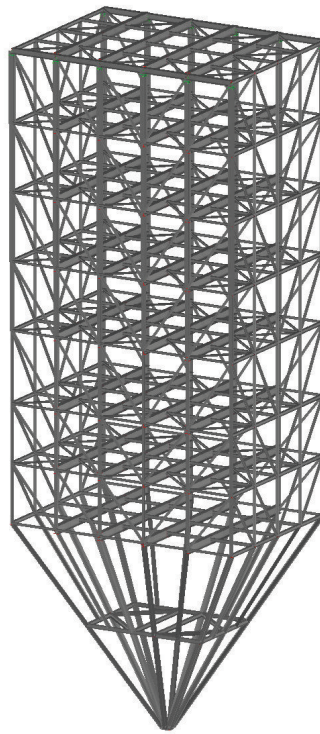


Abbildung 3.7: Modell SCR-Reaktor.

Horizontale Bewegungen - also ein Pendeln des Reaktors - werden in dieser Variante zugelassen. Die schwingende Struktur ist über Kanäle und Leitungen mit dem sich in Ruhe befindenden Bestand verbunden (siehe Abbildung 1.1).

---

<sup>1</sup>Index T steht für Tilger (siehe Abschnitt 5.1).

Es stellt sich die Frage: Können die Anschlüsse die Bewegungsdifferenzen aufnehmen? Es müssen Kompensatoren angeordnet werden, um den nötigen Bewegungsspielraum zu gewährleisten. Eine diesbezüglich detaillierte Studie wird im Rahmen dieser Arbeit nicht durchgeführt. Etwaige Grenzwerte für die Verschiebungen wären mit dem Anlagenbauer abzuklären. Im Falle einer Überschreitung dieser Werte müsste auf diese Frage genauer untersucht werden.

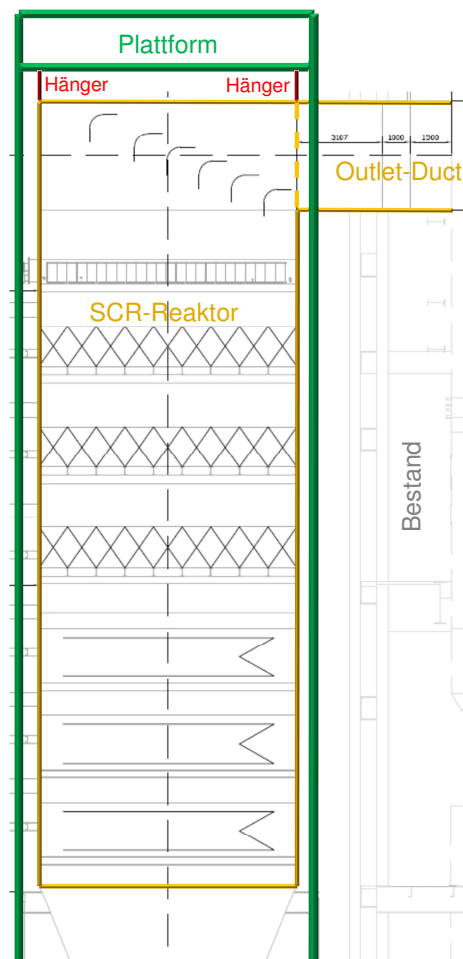


Abbildung 3.8: Durchgehende Stützen des Reaktors (gelb strichliert).

Die Abbildung 3.8 zeigt, dass die Zug-Stützen des Reaktors mit dem „Outlet Duct“ kollidieren (gelb strichliert). Um einen schlüssigen Kraftfluss zu gewährleisten, werden die Stützen durch den Kanal durchgeführt. Diese Lösung wurde vom Anlagenbauer akzeptiert. Allerdings beeinflussen die Stützen den Strom der Abgase im „Outlet Duct“, sodass diese bei einer neuen Bemessung berücksichtigt werden müssen. Letztere wird in dieser Diplomarbeit nicht durchgeführt. Die Pfeiler der Unterstützungsstruktur können hingegen durchgezogen werden (siehe Abbildung 3.8, grün). Auf der Höhe des „Outlet Duct“ ist eine Aussparung des Verbandes angeordnet (siehe Abbildung 4.4).

# Kapitel 4

## Modell für die Unterstützungs konstruktion

Zu Beginn der Arbeit wurde die Frage diskutiert, ob die dynamischen Berechnungen mit der Software Dlubal RFEM 4 durchgeführt werden sollten oder nicht. Aus zwei wesentlichen Gründen fiel die Entscheidung gegen eine solche Berechnung. Erstens ist es nicht möglich, mit den zur Verfügung stehenden Softwarepaketen das dynamische Verhalten von kinematischen Systemen - dem Pendel - abzubilden. Somit kann das Verhalten der Schwingungsdämpfung nicht abgebildet werden. Zweitens ist es eine wesentliche Aufgabe dieser Arbeit, die theoretischen Zusammenhänge in den Mittelpunkt zu rücken. Aus diesem Grund werden die dynamischen Berechnungen mit der Software SCILAB 5.4.1 programmiert. Für die statischen Nachweise wird nach wie vor eine Statik-Software verwendet. Die statischen und dynamischen Berechnung werden somit getrennt voneinander durchgeführt.

Dieses Kapitel geht auf das Modell zur dynamischen Berechnung der Unter konstruktion ein. Es werden die Fragen behandelt, wieso dieses Modell gewählt wird und welche Vereinfachung und Annahmen dabei getroffen werden. Wie bereits oben erwähnt, wird dieses Modell nicht herangezogen um die Unterstützungs konstruktion statisch zu bemessen, sondern es soll das dynamische Verhalten abbilden. Aus diesem Grund können die Untere - und die Obere Unterstützungs konstruktion vernachlässigt und nur die Plattform modelliert werden (siehe Abbildung 4.1). Unter der Annahme, die Vertikalverschiebungen der Plattform seien vernachlässigbar klein, kann man nur die horizontalen Bewegungen betrachten. Somit ist es möglich, die Plattform im zweidimensionalen Raum mit dem Modell der unsymmetrisch gelagerten Platte abzubilden (siehe Abbildung 4.2). Zusammenfassend sei wiederholt:

Da nur das dynamische Verhalten der Gesamtkonstruktion behandelt werden soll, ist eine alleinige Betrachtung der Plattform ausreichend (siehe Abbildung 4.1). Die horizontalen Verschiebungen der Plattform werden mit dem Modell der unsymmetrisch gelagerten Platte beschrieben. Die Eigenschaften der Unterstützungsstruktur - Masse und Steifigkeit - und deren Einfluss auf das Verhalten der Platte werden wie folgt erfasst (siehe Abbildung 4.2).

Die Weg-Federn  $k_i$  an den Eckpunkten repräsentieren die Steifigkeiten der Rahmen, die Dreh-Federn  $\gamma_i$  die Steifigkeit der Stützen. Es sei angemerkt, dass die Stützen im Gegensatz zu den Rahmen nur einen sehr geringen Einfluss auf die horizontale Verformung haben. Aus diesem Grund werden die Steifigkeiten  $\gamma_i$  für die Berechnung vernachlässigt. Das Gewicht  $m_P$  der Plattform steht für die schwingende Masse der gesamten Unterstützungsstruktur, dies wird im weiteren Verlauf des Kapitels noch erläutert. Um das Verhalten der Platte beschreiben zu können wird wie folgt vorgegangen: Die Bewegungsgleichung wird aufgestellt, die Federkräfte und die Masse werden berechnet.

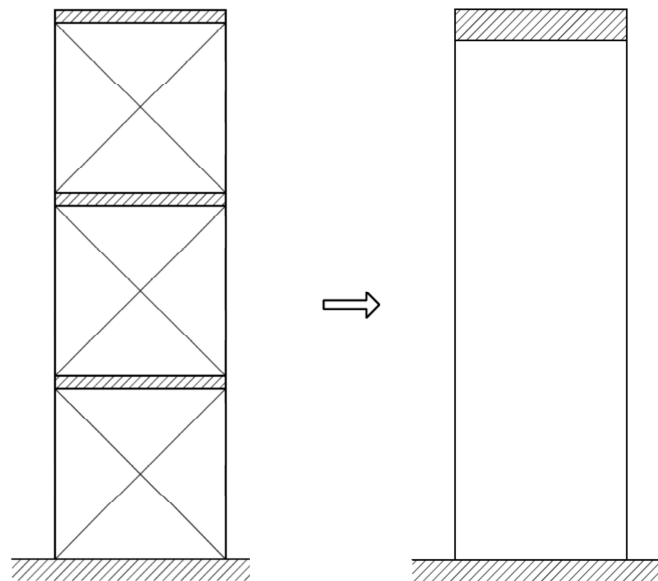


Abbildung 4.1: Vereinfachung des Modells.

## 4.1 Bewegungsgleichung

Das kinematische System (siehe Abbildung 4.2) hat drei Freiheitsgrade. Die Verschiebung  $u$  entlang der x-Achse, die Bewegung  $v$  in y-Richtung und die Rotation  $\varphi$  um die z-Achse. Die homogene Bewegungsgleichung der Platte ergibt sich zu (4.1)<sup>2</sup>. Im Rahmen dieser Arbeit wird nicht auf die Herleitung dieser Gleichung eingegangen. Für die Herleitung der Massenmatrix  $\mathbf{M}$  und der Steifigkeitsmatrix  $\mathbf{K}$  sei verwiesen auf *Den Hartog* [5, S.378f]. Es sei erwähnt, dass die Dämpfungsmatrix  $\mathbf{C}$  in Gleichung (4.1) nicht enthalten ist. Auf das Thema der Dämpfung wird im Kapitel 6 eingegangen. Der Vektor der Belastungen wird mit  $\mathbf{p}$  abgekürzt. Wobei  $p_z$  keine Kraft sondern ein Moment repräsentiert.

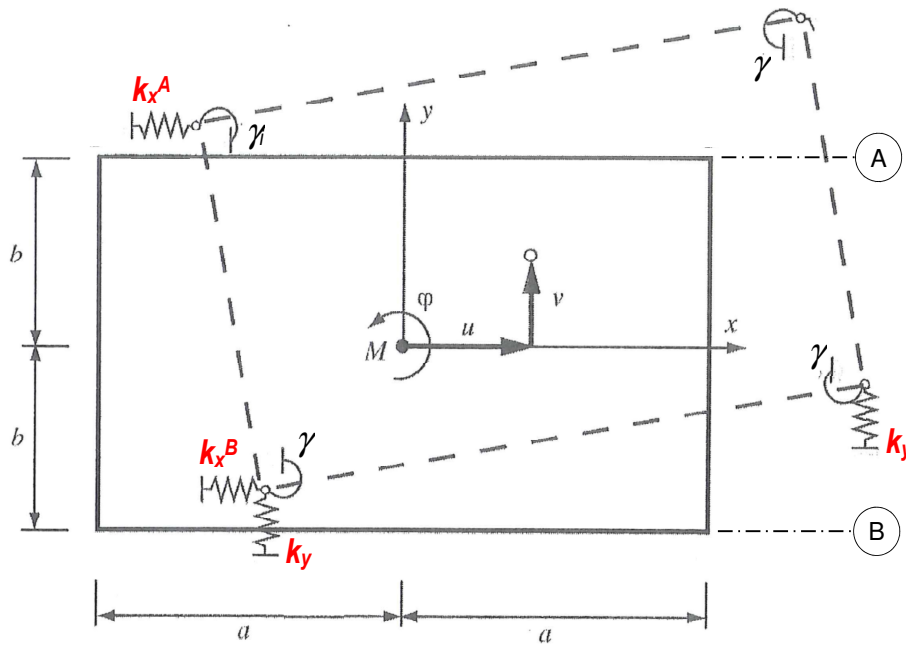


Abbildung 4.2: Modell der unsymmetrisch gelagerten Platte [3].

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}\mathbf{x} = \mathbf{p} \quad (4.1)$$

mit

<sup>2</sup>In Gleichungen werden Vektoren und Matrizen „Fett“ dargestellt.



$$\mathbf{x} = \begin{pmatrix} u \\ v \\ \varphi_P \end{pmatrix} \quad \mathbf{M} = \begin{pmatrix} m_P & 0 & 0 \\ 0 & m_P & 0 \\ 0 & 0 & I_P \end{pmatrix} \quad \mathbf{p} = \begin{pmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \end{pmatrix}$$

$I_P$ ...Massenträgheitsmoment der Platte

$$\mathbf{K} = \begin{pmatrix} K_x & -0 & \frac{b}{2} \cdot [k_x^A - k_x^B] \\ 0 & K_y & 0 \\ \frac{b}{2} \cdot [k_x^A - k_x^B] & 0 & \frac{b^2}{4} K_x + \frac{a^2}{4} K_y \end{pmatrix} \quad (4.2)$$

$$K_x = k_x^A + k_x^B \quad K_y = 2 \cdot k_y$$

$a, b$ ...Plattenabmessungen

## 4.2 Bestimmung der Federsteifigkeiten

Wie bereits erwähnt, repräsentieren die Federn die Rahmensteifigkeiten der Unterstützungsstruktur. Um diese zu berechnen wird wie folgt vorgegangen: Die Rahmen werden mit einer Statik-Software modelliert. Auf dieses Modell setzt man eine Einzellast an, die Verschiebungen werden berechnet (siehe Abbildung 4.3 bis 4.4). Nach dem Federgesetz (4.3) ergeben sich die Federkräfte zu (4.4).

$$k_i = \frac{u_i}{P_i} \quad \begin{array}{ll} i = x, y & u_i \dots \text{Verschiebungen} \\ u_x = u & k \dots \text{Federsteifigkeiten} \\ u_y = v & P \dots \text{Kräfte} \end{array} \quad (4.3)$$

$$k_x^A = 4.405,3 \text{ kN/m} \quad k_x^B = 279,4 \text{ kN/m} \quad k_y = 3.086,4 \text{ kN/m} \quad (4.4)$$

Die Federkräfte  $k_x^A$  - Steifigkeit des Rahmens in Achse A und  $k_x^B$  - Steifigkeit des Rahmens in Achse B werden jeweils mit einem 2D-Modell berechnet (siehe Abbildung 4.4 und 4.5). Für die Berechnung der Kräfte  $k_y$  muss ein 3D-Modell herangezogen werden (siehe Abbildung 4.3). Zum einen, weil auf der Höhe des Übergangs von Unterer zu Oberer Unterstützungsstruktur

die Rahmenachse springt (siehe Abbildung 4.3, grün), zum anderen, weil im Bereich der Unteren Unterstützungskonstruktion ein dritter Rahmen die Gesamtkonstruktion zusätzlich versteift (siehe Abbildung 4.3, blau). Um diese Umstände zu berücksichtigen, werden die Steifigkeiten in y-Achse im dreidimensionalen Raum bestimmt.

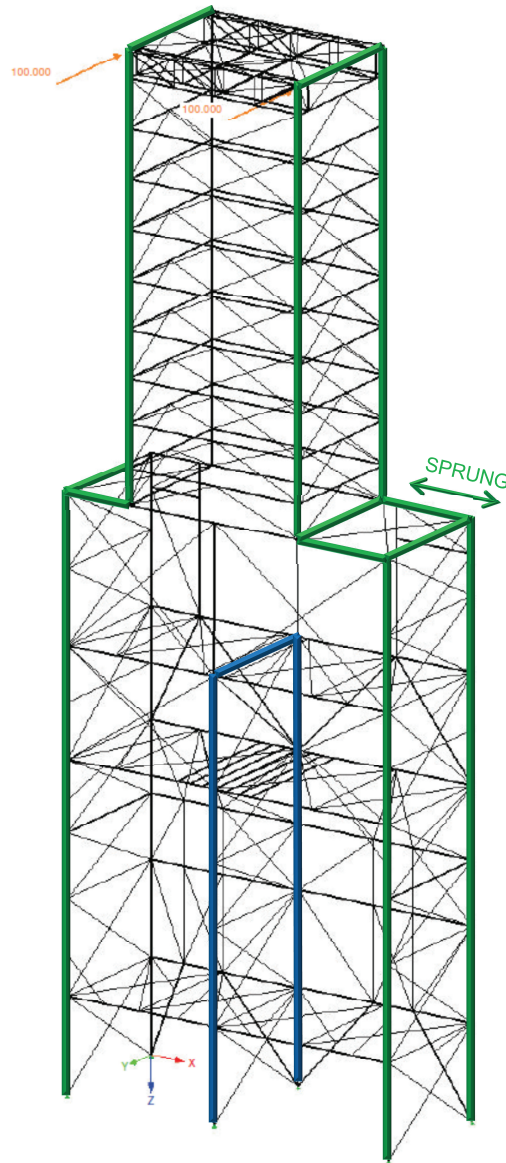


Abbildung 4.3: 3D-Modell für die Berechnung von  $k_y$ .

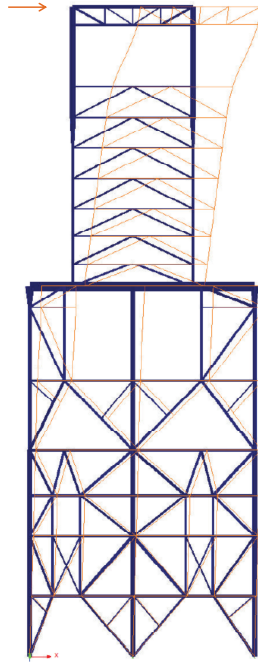


Abbildung 4.4: Rahmen Achse A für die Berechnung von  $k_x^A$ .

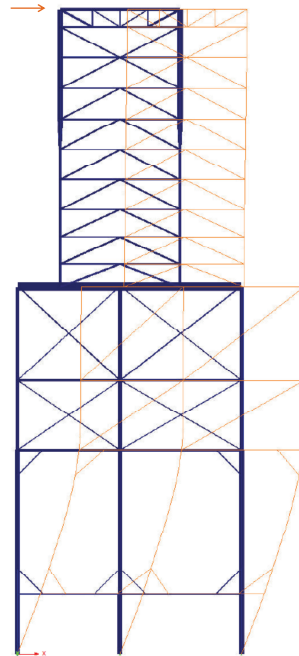


Abbildung 4.5: Rahmen Achse B für die Berechnung von  $k_x^B$ .

Die Steifigkeitsverteilung der beiden Rahmen in y-Richtung ist ident, die beiden Rahmen sind also gleich. Daher kann die im Modell berechnete Steifigkeit  $K_y$  halbiert werden und man erhält die Steifigkeit eines Rahmens  $k_y$ . Für die Berechnung in y-Richtung wird vereinfacht angeschrieben:  $K_y = 2 \cdot k_y$ , siehe (4.2).

### 4.3 Bestimmung der Masse

Die gesamte Konstruktion wird als unsymmetrisch gelagerte Platte modelliert. Da jedoch Teile der Unterkonstruktion sich bei einem Schwingvorgang beteiligen - mitschwingen - wäre es ein Fehler nur die Masse der Plattform zu berücksichtigen. Da das dynamische Verhalten der gesamten Konstruktion korrekt beschrieben werden soll, muss die Masse  $m_P$  des Platten-Modells (siehe Abbildung 4.2) gleich der Gesamtmasse aller anteilig schwingenden Konstruktionsteile  $m^*$  sein. Um dies zu gewährleisten, vergleicht man die kinetische Energie  $E$  der beiden Systeme. Die kinetische Energie - translatorische Bewegungsenergie (4.5) - ist die Energie, die eine Struktur aufgrund seiner Bewegung enthält. Wenn gefordert wird, dass die mitschwingende Masse der Konstruktion und die der unsymmetrisch gelagerten Platte ident sein sollen, muss der Betrag der kinetischen Energie ebenso gleich sein. Aus diesem Vergleich lässt sich die effektive Masse des Modells bestimmen.

$$E = \frac{1}{2} \cdot m^* \cdot \dot{q}^2 \quad \begin{array}{l} m^* \dots \text{effektive Masse} \\ \dot{q} \dots \text{Geschwindigkeit auf der Plattformniveau} \end{array} \quad (4.5)$$

Im ersten Schritt betrachtet man die Konstruktion vereinfacht als Stab mit Punktmassen (siehe Abbildung 4.6, mittig). Dieses Modell repräsentiert die ganze Konstruktion. Jede dieser Punktmassen beinhaltet jeweils das Gewicht des Geschosses und die Hälfte der Masse der Stützen bzw. der Verbände unter und über der betreffenden Ebene. Im zweiten Schritt wird der Stab mit n-Punktmassen weiter zu einem System mit einer Punktmasse vereinfacht (siehe Abbildung 4.6, rechts). Dieses Modell repräsentiert die unsymmetrisch gelagerte Platte (siehe Abbildung 4.2). Die Masse  $m^*$  ist noch nicht bekannt. Sie wird berechnet durch den Vergleich der kinetischen Energie der Modelle für die ganze Konstruktion und für die Platte (4.6). Die für die Energie benötigten Verschiebungen  $q_n$ , werden nach [8] linear angenommen (siehe Abbildung 4.6, mittig). Die Konstruktion wird mit 16 Punktmassen modelliert.

Die Anordnung der Punktmassen für die Konstruktion können der Abbildung 4.7 entnommen werden. Die Beträge der Massen sind in Tabelle 4.1 aufgelistet. Mit der Gleichung (4.9) kann die effektive Masse  $m^*$  der Plattform bestimmt werden.  $m^*$  repräsentiert die Masse aller mitschwingenden Konstruktionsteile. So kann das dynamische Verhalten der Gesamtkonstruktion mit dem Modell der unsymmetrisch gelagerten Platte (mit  $m_P = m^*$ ) beschrieben werden.

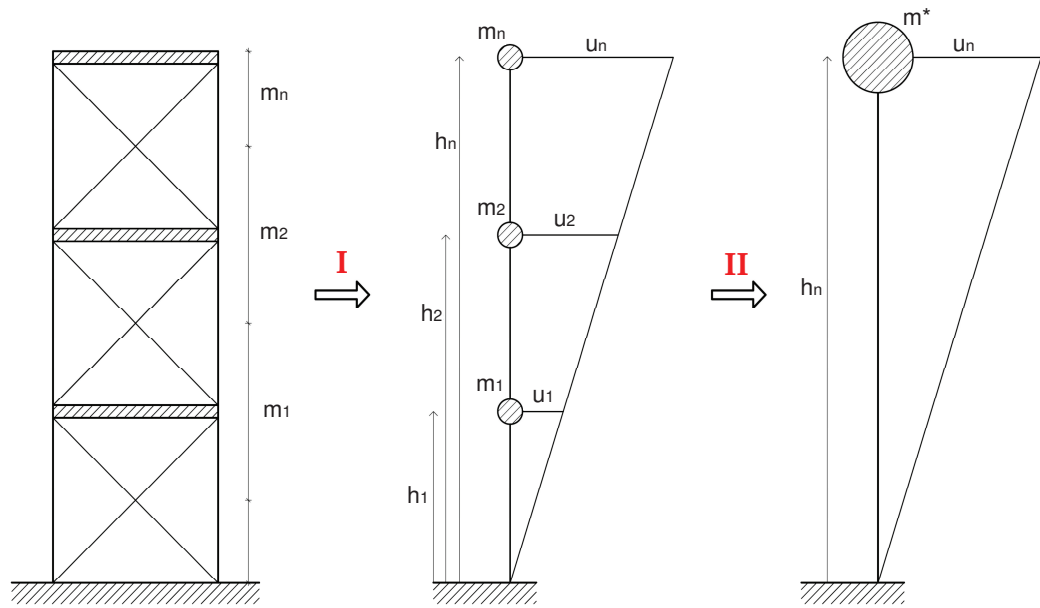


Abbildung 4.6: Schritte der Modellierung.

Die Ausdrücke, für die jeweilige kinetische Energie angeschrieben und gleichgesetzt, ergeben:

$$\sum_{n=1}^{16} m_n \cdot \dot{q}_n^2 = m^* \cdot \dot{q}_{16}^2. \quad (4.6)$$

Bei Betrachtung von Abbildung 4.6 erhält man für den Zusammenhang zwischen den Verschiebungen:

$$q_1 = \frac{h_1}{h_{16}} \cdot q_{16}. \quad (4.7)$$

Setzt man (4.7) in (4.6) ein, so erhält man:

$$\dot{q}_{16}^2 \cdot \left[ \sum_{n=1}^{16} \frac{h_n}{h_{16}} \cdot m_n \right] = m^* \cdot \dot{q}_{16}^2. \quad (4.8)$$

Dies vereinfacht und umgeformt ergibt:

$$m^* = \frac{h_n}{h_{16}} \cdot m_n = \frac{h_1}{h_{16}} \cdot m_1 + \frac{h_2}{h_{16}} \cdot m_2 + \dots + \frac{h_{16}}{h_{16}} \cdot m_{16}. \quad (4.9)$$

An Gleichung 4.9 lässt sich die Richtigkeit des Ansatzes überprüfen. Die einzelnen Massen werden mit dem Verhältnis der Höhen multipliziert. Dieser Faktor gibt an, wie viel Masse dieser Ebene mitschwingt. Die Masse der obersten Punktmasse -  $m_{16}$  - wird mit dem Faktor 1 multipliziert. Somit beteiligt sich dieser Teil der Konstruktion mit seiner ganzen Masse, weil diese Ebene auch zu 100% mitschwingt. Die Masse  $m_1$  wird mit einem sehr kleinen Faktor multipliziert, da die unterste Ebene kaum einen Einfluss auf die Schwingung hat. Das Schwingungsverhalten der Konstruktion wird daher sowohl am Fußpunkt, als auch an der Spitze realitätsnah abgebildet. Dazwischen wird ein linearer Zuwachs der Schwingungsbeteiligung der Massen angenommen [9, Seite 196].

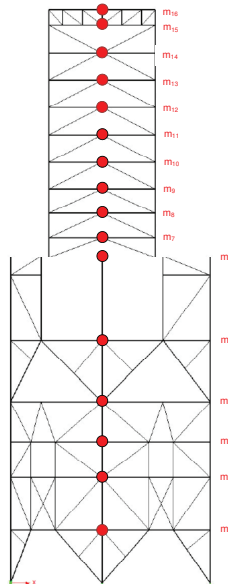


Abbildung 4.7: Punktmassen.

Punktmasse	$h_n$	$m_n$	$m_n^*$
	[m]	[t]	[t]
1	7,0	34,48	3,19
2	14,0	26,24	4,86
3	18,7	22,98	5,86
4	24,0	37,43	11,88
5	32,1	42,21	17,92
6	43,1	107,18	61,10
7	45,7	26,52	16,03
8	48,9	26,94	17,43
9	52,1	44,20	30,46
10	55,6	44,59	32,79
11	59,2	44,66	34,97
12	62,8	27,59	22,91
13	66,4	10,76	9,45
14	70,0	10,51	9,73
15	73,6	22,82	22,21
16	75,6	17,61	17,61
$m^* = \sum m_n^*$			318,22

$h_n$ ...Höhenlage der Punktmasse  $n$   
 $m_n$ ...Punktmasse  $n$   
 $m_n^*$ ...effektive Punktmasse  $n$   
 $m^*$ ...Gesamte effektive Masse

Tabelle 4.1: Ermittlung  $m^*$ .

Um das Verhalten der Platte anschaulicher beschreiben zu können werden die einzelnen Bewegungsgleichungen von (4.1) ausgeschrieben (4.10 bis 4.12). Betrachtet man die Gleichung (4.11) - beschreibt die Bewegung  $v$  - kann man erkennen, dass die Verschiebung in y-Richtung entkoppelt ist. Das heißt, die Gleichung enthält nur die Verschiebungsgröße  $v$ . Somit haben die anderen zwei Bewegungsgrößen  $u$  und  $\varphi$  keinen Einfluss. Mit einer gegebenen Steifigkeit  $k_y$ , einer Masse  $m$  und einer Belastung  $p_y$  kann man die Verschiebung  $v$  bestimmen. Dies entspricht auch der Aussage: *Die [...] Eigenfrequenz ist von den beiden anderen Eigenfrequenzen entkoppelt, da die resultierende Rückstellkraft der Federn [...] durch den Schwerpunkt des Gesamtsystems geht.* [10, Seite 111]. Die Symmetrie der Steifigkeit in y-Richtung vereinfacht die Berechnungen. In x-Richtung ist dies nicht der Fall, da die Steifigkeit

ten  $k_x^A$  und  $k_x^B$  nicht ident sind. Dies kann anhand der Gleichung (4.10) beschrieben werden. Die Bewegungsgleichung enthält sowohl  $u$  als auch  $\varphi$ . Mit (4.10) allein ist es nicht möglich die Verschiebung  $u$  zu bestimmen. Man benötigt zusätzlich die Gleichung (4.12), welche die Rotation beschreibt. Daher sind die Bewegung  $u$  und die Verdrehung  $\varphi$  gekoppelt. Dies zeigt sich an der verformten Lage des Modells. Verschiebt sich die Platte in x-Richtung tritt gleichzeitig auch eine Verdrehung auf. Dieser Umstand verkompliziert die Berechnung der Verschiebungen. Die Koppelung hat aber einen Vorteil. Wenn die Verdrehung  $\varphi$  von der Bewegung  $u$  abhängt, kann man durch eine Dämpfung der Verschiebung auch eine Verminderung der Rotation erreichen.

$$\ddot{u} \cdot m + u \cdot K_x + \varphi_P \cdot \frac{b}{2} \cdot [k_x^A - k_x^B] = p_x \quad (4.10)$$

$$\ddot{v} \cdot m + v \cdot K_y = p_y \quad (4.11)$$

$$\ddot{\varphi}_P \cdot m + u \cdot \frac{b}{2} \cdot [k_x^A - k_x^B] + \varphi_P \cdot \frac{b^2}{4} K_x + \frac{a^2}{4} K_y = p_z \quad (4.12)$$



# Kapitel 5

## Modell für das Pendel

Wie bereits beschrieben, werden die Schwingungen der Konstruktion mittels Pendel gedämpft (siehe Kapitel 2.4). Die Struktur des Reaktors wird im Abschnitt 3.3 beschrieben. Dieses Kapitel erläutert die Pendelkonstruktion und dessen Berechnung. Um die Schwingungen einer Konstruktionen zu dämpfen können verschiedene Pendelarten herangezogen werden [4, Anhang J]. Aus folgenden Gründen fiel die Wahl auf ein Transversal-Pendel (siehe Abbildung 5.1):

- Aufgrund der hohen Masse des Reaktors war eine Befestigung des Reaktors an nur einem Hänger nicht möglich. Ein Transversal-Pendel zeichnet sich durch mehrere Pendelstangen aus. Mit insgesamt zwölf Hängern (siehe Abbildung 5.2 und 5.3) kann die Last des Pendels - Reaktor - ausreichend verteilt werden.
- Ein Transversalpendel lässt, im Gegensatz zum Körperpendel (siehe Abbildung 5.5), keine Rotation um den Drehmittelpunkt zu. Daher wird der Reaktor und somit auch die Verbindungsleitungen zum ruhenden Bestand nur translatorisch verschoben und nicht rotatorisch. Dies ist eine starke Vereinfachung der Bemessung der Anschlüsse, auf die in dieser Arbeit nicht weiter eingegangen wird.

Um einen schlüssigen Kraftfluss zu gewährleisten, werden die Aufhänger jeweils über den Zug-Stützen des Reaktors platziert (siehe Abbildung 5.2 und 5.3). Somit können die Lasten direkt in die Hänger eingeleitet werden. Will man die Auslenkung des Reaktors berechnen und die Konstruktion bemessen, sind folgende Schritte nötig: Erstens muss die Bewegungsgleichung des Pendels aufgestellt werden. Zweitens, werden Komponentengleichungen des dynamischen Grundgesetzes (Impuls- und Drallsatz) benötigt um die Kräfte

te in den Hängern berechnen zu können, und drittens muss die Masse des Reaktors ermittelt werden. Auf diese Punkte wird in der Folge im Detail eingegangen.

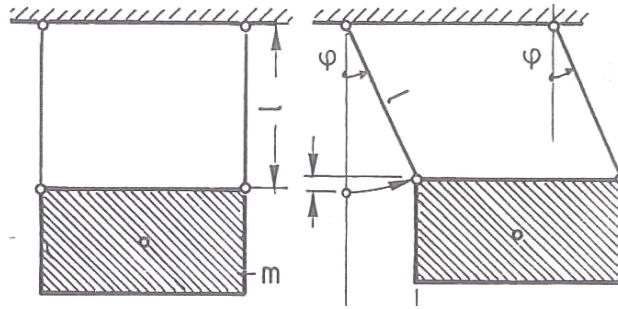


Abbildung 5.1: Transversalpendel [4, Seite 303].

## 5.1 Bewegungsgleichung des Pendels

Der hängende Reaktor stellt ein kinematisches System mit drei Freiheitsgraden dar. Möglich sind zum einen die Bewegungen  $u_T$  und  $v_T$  entlang der Achsen, zum anderen eine Rotation  $\varphi_T$  um die vertikale z-Achse. Der Index  $T$  steht für *Tilger*. Das Pendel wird als Tilger bezeichnet, da es die Schwingungen dämpft bzw. tilgt. Die Berechnungen dieser Arbeit konzentrieren sich auf die Verschiebungen  $u_T$  und  $v_T$ . Es wird angenommen, dass die Rotation des Pendels blockiert ist. Somit kann das Pendel mit den Freiheitsgraden -  $u_T$  und  $v_T$  - in jeweils zwei getrennte Modelle zerlegt werden. Abbildung 5.2 beschreibt die Verschiebung in x-Richtung  $u_T$ . Abbildung 5.3 die Bewegung in y-Richtung  $v_T$ .

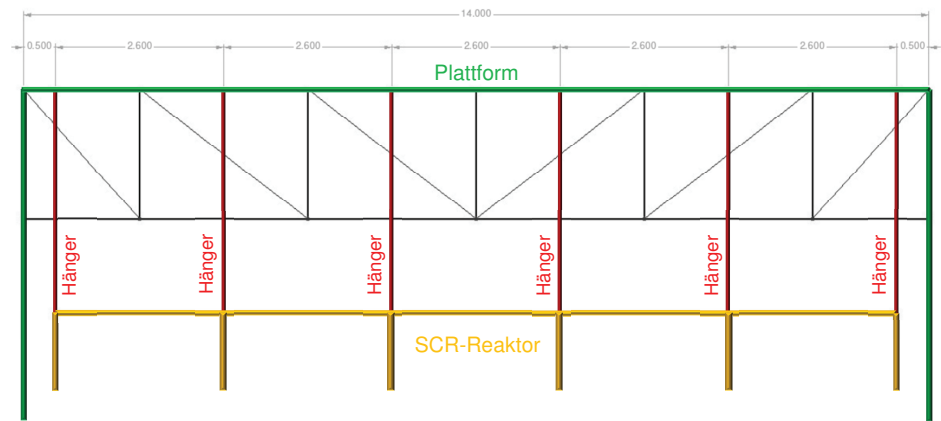


Abbildung 5.2: Pendelkonstruktion x-Achse.

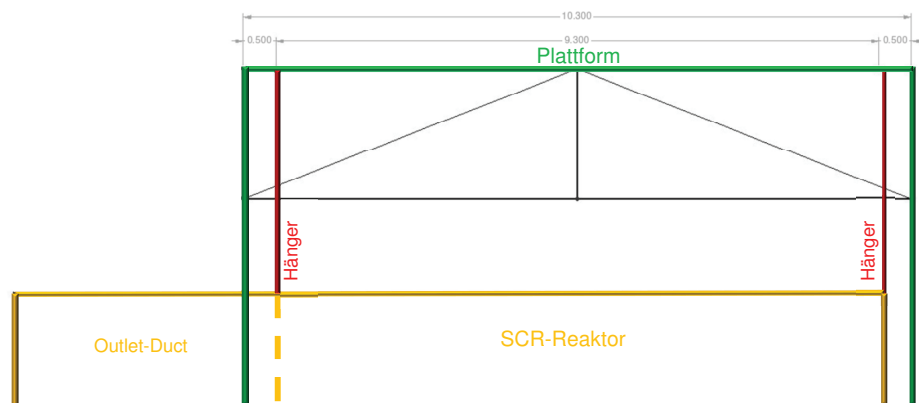


Abbildung 5.3: Pendelkonstruktion y-Achse.

Abbildung 5.4 zeigt, dass sich der Schwerpunkt  $S$  eines Transversalpendels auf einem Kreis um den fiktiven Pol  $P$  bewegt. Das System kann somit als physikalisches Pendel - Körperpendel - betrachtet werden. Um die Berechnung weiter zu vereinfachen, wird das physikalische Pendel in ein mathematisches Pendel - Punktpendel umgewandelt (siehe Abbildung 5.5). Der Unterschied dieser zwei Systeme liegt darin, dass ein Punktpendel die Masse auf einen Punkt reduziert und so die Drehträgheit um den Schwerpunkt vernachlässigt [4, Seite 299]. Bei einem Transversalpendel dreht sich die Masse ebenfalls nicht um den eigenen Schwerpunkt, daher ist diese Vereinfachung zulässig. Das Transversalpendel kann somit als mathematisches Pendel betrachtet und berechnet werden.

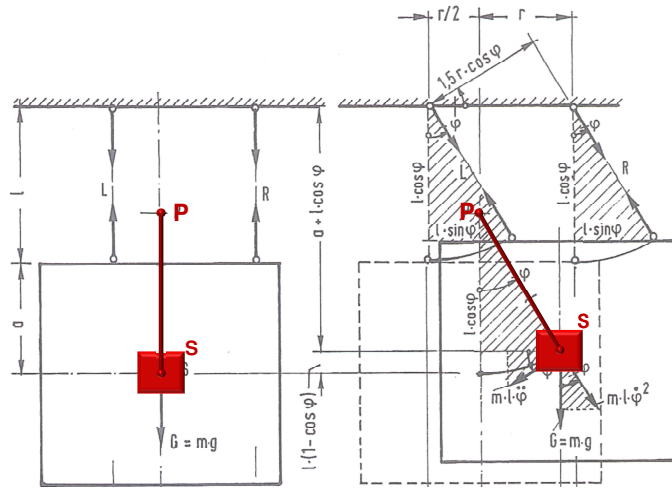


Abbildung 5.4: Transversalpendel als physikalisches Pendel [4, Seite 311].

„Bei der Herleitung der Pendelfrequenz kann von kleinen Bewegungen ausgegangen werden“ [4, Seite 297]. Somit ergibt sich mit  $\sin\varphi = \varphi$  und  $\cos\varphi = 1$  die homogene Bewegungsgleichung des mathematischen Pendels zu:

$$\ddot{\varphi}(t) - \frac{g}{l_T} \cdot \varphi(t) = 0.$$

$t$ .....Zeit

$\varphi(t)$ ...Drehwinkel

$g$ .....Fallbeschleunigung

$l_T$ .....Pendellänge

(5.1)

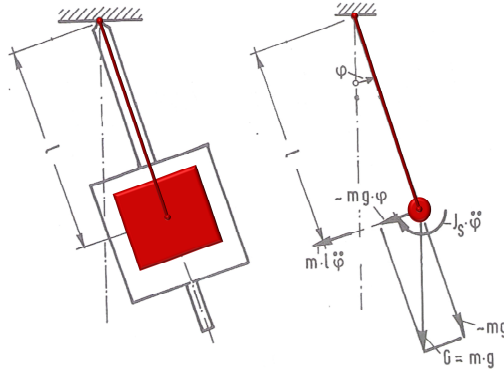


Abbildung 5.5: Physikalisches Pendel; Mathematisches Pendel [4, Seite 297].

Mit dem Lösungsansatz  $\varphi(t) = \varphi_0 \cdot \sin \omega t$  erhält man die Eigenkreisfrequenz  $\omega$  des Pendels zu ( $\varphi_0$ ...Anfangsauslenkung):

$$\omega_T = \sqrt{\frac{g}{l_T}}. \quad (5.2)$$

Für die genaue Herleitung sei verwiesen auf [4, Seite 303f.]. Die Eigenkreisfrequenz des Pendels  $\omega_T$  ist nur von der Pendellänge  $l_T$  abhängig. Sowohl die Masse  $m_T$  als auch die Anzahl an Hängern haben keinen Einfluss auf das Schwingungsverhalten des Pendels<sup>3</sup>. Somit können die zwei betrachteten Systeme (Abbildung 5.2 und 5.3) auf die selbe Weise berechnet werden, da sie sich nur in der Anzahl der Aufhängungen unterscheiden. Bezüglich der Berechnung der Kräfte in den Hängern gibt es jedoch Unterschiede. Diese werden in der Folge beschrieben.

## 5.2 Berechnung der Hänger-Kräfte

Für das Modell in y-Richtung (siehe Abbildung 5.3) wurden Formeln zur Berechnung der Stangenkräfte hergeleitet [4, Seite 312]. Hierbei wird um die oberen Anschlussgelenke je eine („dynamische“) Momenten-Gleichgewichtsbedingung angeschrieben (vgl. Abbildung 5.4). Dieser Ansatz ist jedoch nicht auf das Modell in x-Richtung übertragbar (siehe Abbildung 5.2). Die sechs

<sup>3</sup>Auf das Schwingungsverhalten der Gesamtkonstruktion hat die Masse  $m_T$  einen Einfluss (siehe Abschnitt 5.3).

Gleichungen - aus den sechs Momenten-Gleichgewichtsbedingungen - liefern ein Gleichungssystem, dessen Matrix singulär ist. Dies zeigt, dass die Konstruktion kinematisch und daher nicht mit Gleichgewichtsbedingungen zu lösen ist. Um die Hänger-Kräfte zu bestimmen wird daher auf das mathematische Pendel zurückgegriffen (siehe Abbildung 5.6). Anhand dieses Modells können die Auflagerkräfte berechnet werden [4, Seite 307]. Die Horizontalkraft -  $H$  - und die Vertikalkraft -  $V$  - ergeben für kleine Winkel  $\varphi_t$  sich zu:

$$\begin{aligned} V &= m_T g + m l \cdot \omega^2 \cdot \varphi_0^2 \cdot \cos 2\omega t \\ H &= [m_T l \cdot \omega^2 \cdot (1 + \varphi_0^2 \cdot \cos^2 \omega t \cdot \omega t)] \cdot \varphi_0 \cdot \sin \omega t. \end{aligned} \quad (5.3)$$

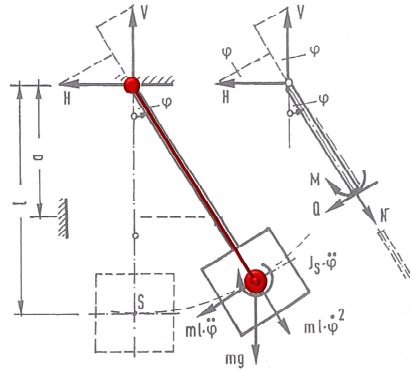


Abbildung 5.6: Berechnung Auflagerkräfte [4, Seite 307].

Der qualitative Verlauf der Auflagerkräfte ist in Abbildung 5.7 dargestellt. Die maximale Vertikalkraft ergibt sich für eine minimale Auslenkung  $\varphi = 0$ . Eine maximale Auslenkung hingegen liefert den Maximalwert für die Horizontalkraft  $H$ . Für die Normalkraft in der Pendelstange werden die Auflagerkräfte  $H$  und  $V$  für jeden Zustand überlagert (5.4).

$$N = \sqrt{V^2 + H^2} \quad (5.4)$$

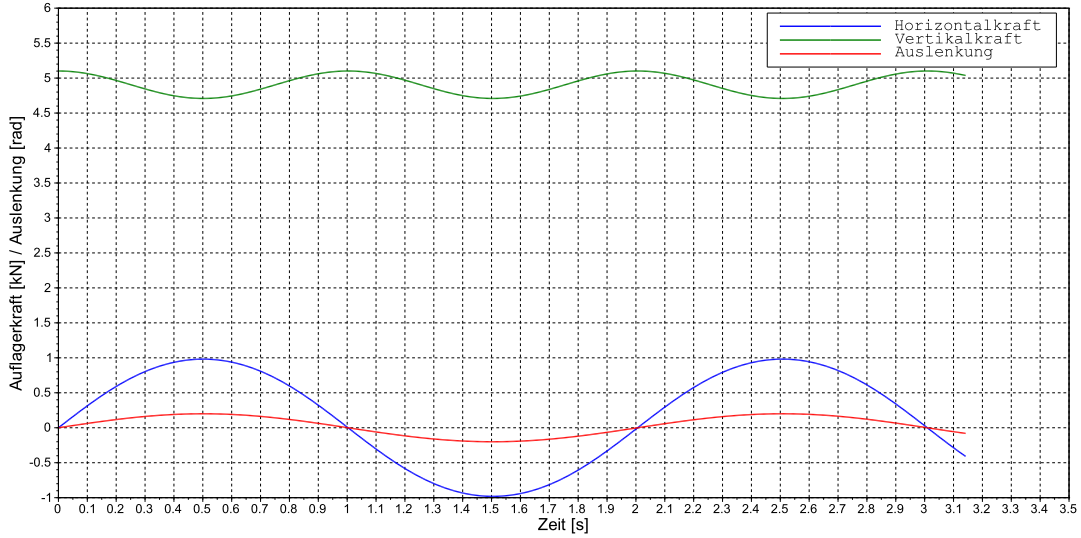


Abbildung 5.7: Kräfte (Bsp.:  $m = 500 \text{ kg}$ ,  $l = 1,0 \text{ m}$ ,  $\varphi_0 = 0.2$ ).

Um die Kräfte in den Hängern des Reaktors zu erhalten, wird die berechnete Pendelkraft (5.4) durch die Anzahl der Hänger dividiert. Dies könnte möglicherweise nicht korrekt sein, da die Scheibenwirkung der Reaktor-Wände eine höhere Belastung der äußeren liegenden Hängern bewirken. Bei einer Reaktorkonstruktion ist jedoch planmäßig vorgesehen, dass die einzelnen Pendelstäbe nach Einbau unterschiedlich vorgespannt werden, um eine gleichmäßige Belastung zu gewährleisten. Somit ist die beschriebene Vorgehensweise als richtig anzusehen. *Petersen* empfiehlt, die Kräfte mit einem Stoßfaktor von 1,10 zu erhöhen [4, Seite 315]. Daher werden die errechneten Kräfte um 10% erhöht. Für die Berechnung wird die Auslenkung  $\varphi_0$  des Reaktors benötigt (5.3). Die endgültigen Ergebnisse werden daher im Kapitel 8 geliefert und kommentiert.

### 5.3 Die Verbindung des Pendels mit der Platte

Um die Verschiebungen und Kräfte der Gesamtkonstruktion bestimmen zu können, müssen die zwei Modelle bzw. die zwei Bewegungsgleichungen (4.1 und 5.1) miteinander verbunden werden. Dafür muss die Steifigkeit des Pen-

dels bestimmt werden. Mit der gegebenen Eigenkreisfrequenz  $w_T$  ergibt sich diese zu:

$$k_T = w_T^2 \cdot m_T. \quad (5.5)$$

Durch das Aufstellen einer neuen Massenmatrix  $\mathbf{M}$  und Steifigkeitsmatrix  $\mathbf{K}$  werden die zwei Bewegungsgleichung zu einer Gleichung in Matrixform zusammengefasst (5.6).

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}\mathbf{x} = \ddot{\mathbf{p}} \quad (5.6)$$

mit

$$\mathbf{x} = \begin{pmatrix} u_P \\ u_T \\ v_P \\ v_T \\ \varphi_P \end{pmatrix} \quad \mathbf{M} = \begin{pmatrix} m_P & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_T & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_P & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_T & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_P \end{pmatrix} \quad \ddot{\mathbf{p}} = \begin{pmatrix} \ddot{u}_P \\ \ddot{u}_T \\ \ddot{\varphi}_P \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{K} = \begin{pmatrix} K_x + k_T & -k_T & 0 & 0 & \frac{b}{2} \cdot [k_x^A - k_x^B] \\ -k_T & k_T & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K_y + k_T & -k_T & 0 \\ 0 & 0 & -k_T & k_T & 0 \\ \frac{b}{2} \cdot [k_x^A - k_x^B] & 0 & 0 & 0 & \frac{b^2}{4} K_x + \frac{a^2}{4} K_y \end{pmatrix}$$

Die Gleichung (5.6) beschreibt die Bewegung der Gesamtkonstruktion, bestehend aus der Platte und dem damit verbundenen Pendel. Fünf Freiheitsgrade werden abgebildet, wobei der Index P für Platte und der Index T für Tilger - das Pendel - steht. Wie bereits in Abschnitt 5.1 erwähnt, wird die Rotation des Pendels  $\varphi_T$  als gehalten angenommen und scheint daher im Verschiebungsvektor  $\mathbf{x}$  nicht auf. Der Belastungsvektor  $\ddot{\mathbf{p}}$  enthält die Beschleunigungen  $\ddot{u}_T$ ,  $\ddot{u}_T$  und  $\ddot{\varphi}_T$  mit denen die Platte angeregt wird. Die Freiheitsgrade des Pendels sind hier nicht enthalten, da das Pendel nicht mit dem Baugrund verbunden ist und somit auch nicht direkt angeregt werden kann.

Die einzelnen Steifigkeiten der Matrix  $\mathbf{K}$  wurden bereits berechnet (siehe Gleichungen 4.4 und 5.5). Die Massen  $m_P$  und  $m_T$  sind in Gleichung (3.1) und Tabelle 4.1 bestimmt. Wobei angemerkt werden muss, dass  $m_P = m^*$ . Somit sind mit (5.6) die Schwingungen und Verformungen beschrieben.

Wie in Abschnitt 4.3 erläutert, sind die Verschiebungen  $v_P$  und  $v_T$  entkoppelt. Die Bewegung der Konstruktion in y-Richtung kann separat von den



Verschiebungen in x-Richtung  $u_P$  und  $u_T$  und der Rotation  $\varphi_P$  betrachtet werden. Somit ergeben sich zwei getrennte Bewegungsgleichungen. Für die Bewegung in y-Richtung kann man schreiben:

$$\mathbf{M}_y \ddot{\mathbf{x}}_y + \mathbf{K}_y \mathbf{x}_y = \ddot{\mathbf{p}}_y \quad (5.7)$$

mit

$$\mathbf{x}_y = \begin{pmatrix} v_P \\ v_T \end{pmatrix} \quad \mathbf{M}_y = \begin{pmatrix} m_P & 0 \\ 0 & m_T \end{pmatrix} \quad \ddot{\mathbf{p}}_y = \begin{pmatrix} \ddot{v}_P \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{K}_y = \begin{pmatrix} K_y + k_T & -k_T \\ -k_T & k_T \end{pmatrix}.$$

Die Verschiebung in x-Richtung und die Rotation werden von folgender Gleichung beschrieben:

$$\mathbf{M}_x \ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}_x \mathbf{x} = \ddot{\mathbf{p}}_x \quad (5.8)$$

mit

$$\mathbf{x}_x = \begin{pmatrix} u_P \\ u_T \\ \varphi_P \end{pmatrix} \quad \mathbf{M}_x = \begin{pmatrix} m_P & 0 & 0 \\ 0 & m_T & 0 \\ 0 & 0 & I_P \end{pmatrix} \quad \ddot{\mathbf{p}}_x = \begin{pmatrix} \ddot{u}_P \\ 0 \\ \ddot{\varphi}_P \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{K}_x = \begin{pmatrix} K_x + k_T & -k_T & \frac{b}{2} \cdot [k_x^A - k_x^B] \\ -k_T & k_T & 0 \\ \frac{b}{2} \cdot [k_x^A - k_x^B] & 0 & \frac{b^2}{4} K_x + \frac{a^2}{4} K_y \end{pmatrix}.$$

# Kapitel 6

## Dynamische Schwingungsdämpfung

Bevor auf die dynamischen Berechnungen eingegangen wird, beschreibt dieses Kapitel die theoretischen Hintergründe der Pendeldämpfung und geht auf die Frage der optimalen Konstruktion des Pendels ein.

### 6.1 Theorie

Abbildung 6.1 zeigt die Vergrößerungsfunktion eines Systems mit einem Freiheitsgrad (Single Degree of Freedom System - SDOFS). Der dynamische Vergrößerungsfaktor  $\chi = u_{dyn}/u_{stat}$  gibt an, um wie viel die dynamische Antwort  $u_{dyn}$  des Systems größer ist, als die statische Antwort  $u_{stat}$ . Für den Fall, dass die Erregerfrequenz  $w$  und die Eigenkreisfrequenz des Systems  $w_H$  identisch sind, wird  $\chi$  um vieles größer als 1. Für ein System mit schwacher Dämpfung ( $\zeta = 0.01$ ) resultiert daraus ein starker Anstieg der dynamischen Antwort. Dieser Zustand wird als Resonanz bezeichnet. Ein Bauwerk muss auch für diesen ungünstigen Fall bemessen werden. Daher ist eine Reduzierung der dynamischen Auslenkung für den Zustand „Resonanz“ von Vorteil. Mit einer Erhöhung der Dämpfung kann die dynamische Antwort des Systems reduziert werden (siehe Abbildung 6.1). Eine weitere Möglichkeit ist die von Frahm im Jahr 1909 erfundene, dynamische Schwingungsdämpfung [6, Seite 87].

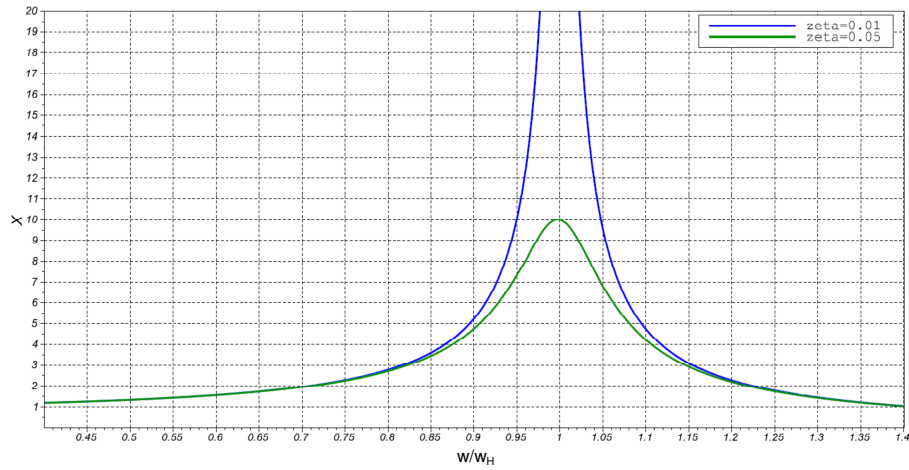


Abbildung 6.1: Vergrößerungskunktion.

Bei der Methode der Dynamischen Pendeldämpfung wird an das Hauptsystem ein Tilger - Pendel - angefügt (siehe Abbildung 6.2). Somit betrachten wir ein System mit zwei Freiheitsgraden (Two Degree of Freedom System - TDOFS); zum einen die Verschiebung  $u_H$  des Hauptsystems mit der Masse  $m_H$ , der Dämpfung  $c_H$  und der Steifigkeit  $k_H$ , zum anderen die Verschiebung  $u_T$  des Tilgers mit der Masse  $m_T$ , der Dämpfung  $c_T$  und der Steifigkeit  $k_T$ .

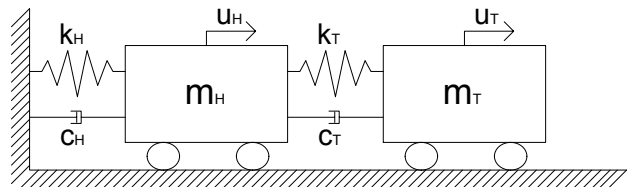


Abbildung 6.2: Two Degree of Freedom System.

Chopra 2000 leitet den dynamischen Vergrößerungsfaktor für das Hauptsystem  $\chi_H$  in Abhängigkeit von der Erregerfrequenz  $w$  her. Der Verlauf der Funktion ist in Abbildung 6.3 dargestellt.

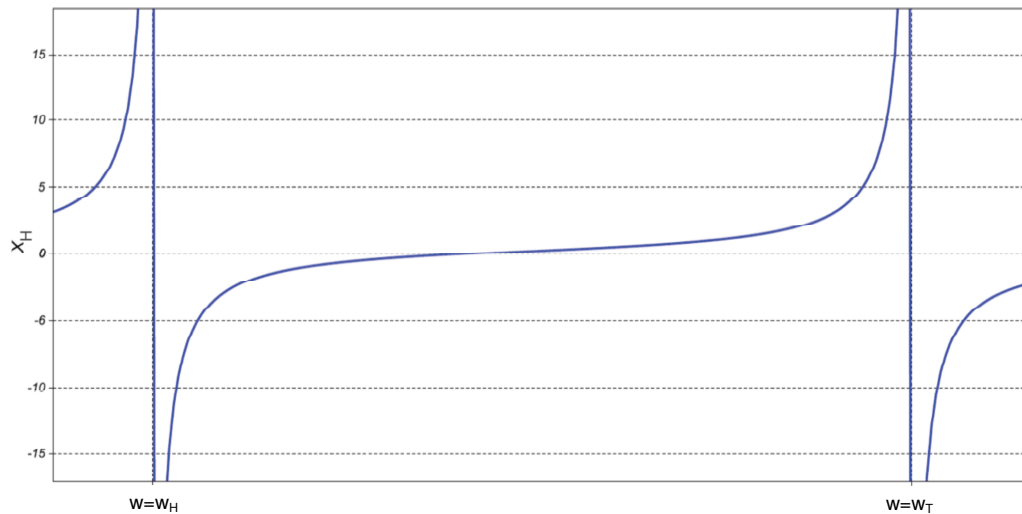


Abbildung 6.3: Vergrößerungsfunktion [5, Seite 467].

Bei Betrachtung der Abbildung 6.3 ist ersichtlich, dass die Funktion zwischen den zwei Resonanzbereichen  $w = w_H$  und  $w = w_T$  eine Nullstelle aufweist. Für eine bestimmte Anregung  $w$  wird der Vergrößerungsfaktor  $\chi_H$  und somit auch die dynamische Antwort null. Daraus folgt, dass sich das Hauptsystem für die besagte Erregung im Ruhezustand befindet. Den Hartog untersuchte das Verhalten der Schwingungstilgung [6]. Eine wesentliche Aussage seiner Untersuchungen ist:

*„The natural frequency [...] of the attached absorber is chosen to be equal to the frequency  $w$  of the disturbing force. It will be shown that then the main mass [...] does not vibrate at all“* [6, Seite 87].

Den Hartog nimmt die Dämpfung des Hauptsystems  $\zeta_H$ <sup>4</sup> als sehr schwach an und setzt  $\zeta_H = 0$  [11, Seite 14]. „[Es] lässt sich indes zeigen, dass sich selbst bei größeren Eigendämpfungen  $\zeta_H$  keine ins Gewicht fallenden Abweichungen von der optimalen Einstellung [...] ergeben“ [4, Seite 225].

Weiters setzt Den Hartog eine harmonische Schwingungsanregung voraus [6, Seite 87]. Dies widerspricht dem Umstand, dass die Reaktorkonstruktion für ein Erdbebenbelastung untersucht werden soll. Allerdings stellen die Berechnung eine gute Näherung dar [12, Seite 45]. Den Hartog gibt den dynamischen Vergrößerungsfaktor wie folgt an:

$$\chi_H = \sqrt{\frac{(\alpha^2 - \delta^2)^2 + (2\zeta_T\delta\alpha)^2}{[-(\alpha^2 - 1)(\alpha^2 - \delta^2) + (\mu\alpha^2\delta^2) + \mu\alpha^2\delta^2]^2 + (2\zeta_T\delta\alpha)^2(\alpha^2 - 1 + \mu\alpha^2)^2}} \quad (6.1)$$

mit

$\alpha = \frac{w}{w_H}$	$c_T$ ...Viskose Dämpfung des Tilgers
$\delta = \frac{w_T}{w_H}$	$\zeta_T$ ...Lehr'sches Dämpfungsmaß des Tilgers
$\mu = \frac{m_T}{m_H}$	$w_H$ ...Eigenkreisfrequenz Hauptsystem
$\zeta_T = \frac{c_T}{2w_Tm_T}$	$w_T$ ...Eigenkreisfrequenz Tilger
	$w$ ...Erregerfrequenz
	$m_H$ ...Masse Hauptsystem
	$m_T$ ...Masse Tilger

Wie oben beschrieben, ist es für die Bemessung von Vorteil die dynamische Antwort für den Fall Resonanz zu reduzieren. Wählt man daher  $w_T = w_H$ , wie von Den Hartog beschrieben, so ergibt sich der Verlauf des Vergrößerungsfaktors (6.1), wie in Abbildung 6.4 dargestellt.

---

<sup>4</sup>Im weiteren Verlauf wird für die Dämpfung das Lehr'sche Dämpfungsmaß und nicht die viskose Dämpfung angeschrieben (vgl. Abschnitt 7.2).

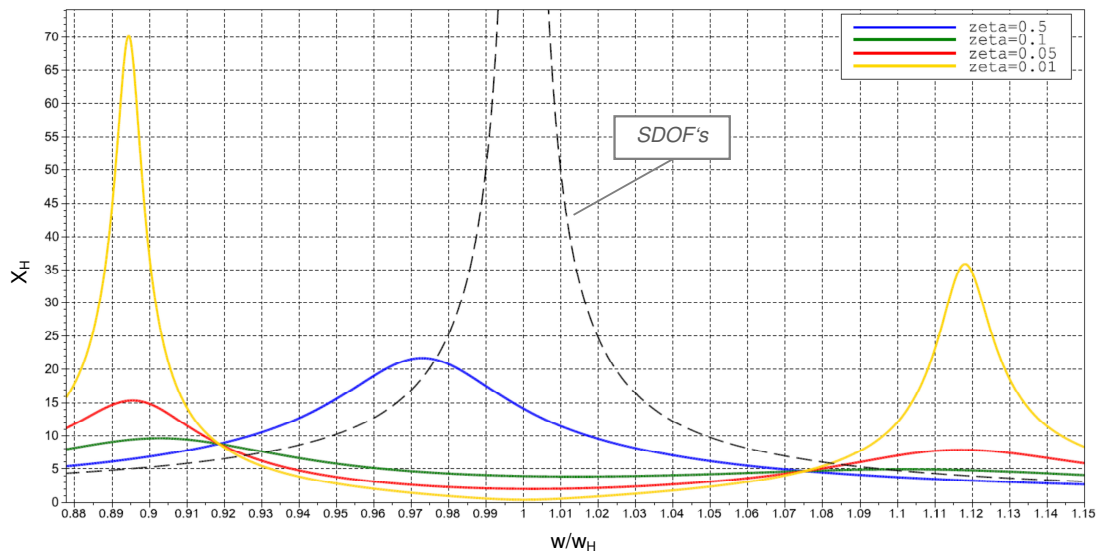


Abbildung 6.4: Vergrößerungsfunktion [6, Seite 87f].

Für eine Erregerfrequenz  $w = w_T = w_H$  und eine schwache Dämpfung  $\zeta_P = 0,01$  befindet sich das Hauptsystem im Ruhezustand. Man spricht von einer Tilgung dieser bestimmten Erregerfrequenz. Es stellt sich die Frage, wie die einzelnen Parameter gewählt werden müssen, um eine optimale Dämpfung der Struktur zu gewährleisten. Die Massen  $m_H$  und  $m_T$  sowie die Eigenkreisfrequenz  $w_H$  sind durch die Konstruktion vorgegeben. Die Erregerfrequenz wird über die Belastung durch das Erdbeben bestimmt. Einzig die Eigenkreisfrequenz  $w_T$  und die Dämpfung  $\zeta_T$  des Pendels können verändert bzw. optimiert werden.

## 6.2 Optimale Parameter

Aus der Abbildung 6.4 geht der Einfluss der Dämpfung  $\zeta_T$  hervor. Für eine starke Dämpfung ( $\zeta_T = 0,5$ ) besteht eine starke Verbindung zwischen dem Hauptsystem und dem Tilger. Das System verhält sich wie ein System mit einem Freiheitsgrad bzw. mit einem Resonanzbereich. Für eine schwache Dämpfung ( $\zeta_T = 0,01$ ) wird der Resonanzbereich des Hauptsystems getilgt und es entstehen zwei neue Resonanzbereiche. Den Hartog leitet optimale Dämpfungsgrade her, jedoch scheitert eine optimale Dämpfungseinstellung an baupraktischen Schwierigkeiten [4, Seite 227]. Aus diesem Grund spielt die Einhaltung der optimalen Dämpfungswerte nur eine untergeordnete Rolle. Die Wahl der Eigenkreisfrequenz des Pendels ist allerdings essentiell für das Dämpfungsverhalten. „*Es sollte stets versucht werden, die optimale Frequenzeinstellung einzuhalten*“ [4, Seite 227]. Den Hartog gibt ein optimales Frequenzverhältnis an:

$$\delta_{opt} = \sqrt{\frac{1}{1+\mu}}. \quad (6.2)$$

Für kleine  $\mu$  wird  $\delta \approx 1$ . Daraus folgt  $w_H \approx w_T$ . Dies entspricht der oben erwähnten Grundannahme von Den Hartog. Bei seinen Berechnungen geht er von kleinen Massenverhältnissen ( $\mu \approx 0,08$ ) aus. Diese Annahme hat seine Berechtigung, denn für die Wirkung des Tilgers ist nicht das Verhältnis der Massen  $\mu$ , sondern das der Eigenkreisfrequenzen  $\alpha$  relevant. Eine Reduzierung der Masse  $m_T$  hat, solange die Steifigkeit  $k_T$  ebenfalls modifiziert wird, keinen Einfluss auf das Dämpfungsverhalten. Geringere Massen und somit wirtschaftlicherer Lösungen werden daher angestrebt.

Die Masse des Reaktors ( $m_T = 1000 \text{ t}$ ) ist um ein Vielfaches größer als die Masse der Plattform ( $m_P = m_H = 318,2 \text{ t}$ )<sup>5</sup>. Der Wert für  $\mu$  beträgt somit:

$$\mu = \frac{m_T}{m_P} = 3,14. \quad (6.3)$$

Setzt man das Ergebnis von (6.3) in (6.2) ein, so erhält man  $\delta_{opt} = 0.49$ . Dieses Frequenzverhältnis entspricht nicht der Grundannahme von Den Hartog, dass  $w_T = w_P$ . Es ist daher fraglich, ob die vorgeschlagenen optimalen Werte von Den Hartog herangezogen werden können. *Petersen 2001* und *Korenev 1993* beschreiben ebenfalls optimale Parameter (6.4). Mit einem

---

<sup>5</sup>Die Fachliteratur bezeichnet die zu dämpfende Struktur als Hauptsystem (Index H). In unserem Fall ist die zu dämpfende Konstruktion die Plattform (Index P). Aus diesem Grund wird statt des Index H der Index P verwendet.

Massenverhältnis  $\mu = 3, 14$  ergibt sich ein optimales Frequenzverhältnis von  $\delta_{opt} = 0.39$ . Die Berechnung dieser Werte baut auf dem Verfahren von Den Hartog auf. Die Annahme der geringen Dämpfung  $\zeta_P$  wird übernommen. Allerdings wird nicht mehr von einer harmonischen Anregung, sondern von einer stochastischen Beschleunigung ausgegangen. Dies entspricht der Vorgabe, dass die Reaktorkonstruktion für eine Erdbebenbelastung untersucht werden soll, jedoch gehen auch diese Berechnungen von kleinen Massenverhältnissen  $\mu$  aus [4, Seite 226] [13, Seite 80ff].

$$\delta_{opt} = \sqrt{\frac{2 + \mu}{2 \cdot (1 + \mu)^2}} \quad (6.4)$$

Da die Annahme der kleinen Tilgermasse  $m_T$  für die Reaktorkonstruktion nicht korrekt ist, folgt eine Untersuchung der optimalen Verhältnisse. Diese soll die optimalen Parameter für große Massenverhältnisse untersuchen. Die Berechnungen konzentrieren sich nicht auf die Ermittlung der optimalen Dämpfung  $\zeta_T$ . Für den Einfluss bzw. die Berücksichtigung der Dämpfung sei auf Kapitel 7 Abschnitt 7.2 verwiesen. Der Fokus der Untersuchung liegt auf der Ermittlung der optimalen Eigenkreisfrequenz des Pendels  $w_T$  bzw. der optimalen Länge des Pendels  $l_T$ . Im Rahmen dieser Untersuchung werden die Ersatzkräfte für unterschiedliche Längen berechnet und verglichen (siehe Kapitel 8). Für die Ermittlung der Ersatzkräfte werden einzelne Berechnungsschritte durchlaufen. Bevor auf die Ermittlung der optimalen Pendellänge eingegangen wird, werden diese Schritte näher erläutert.



# Kapitel 7

## Dynamische Berechnung

Um die Konstruktion für den Lastfall Erdbeben bemessen zu können, werden dynamische Ersatzlasten benötigt. Diese Kräfte sind statisch äquivalent zu den Bodenbeschleunigungen eines Erdbebens. Dieses Kapitel beschreibt die Berechnungsschritte zur Ermittlung der Ersatzkräfte. Den Abschluss des Kapitels bildet ein Exkurs über die Dämpfung der Konstruktion. Anzumerken ist, dass nur der generelle Ablauf der Berechnung beschrieben wird. Die Ergebnisse werden im Rahmen der Untersuchung zur optimalen Pendellänge in Kapitel 8 angegeben.

### 7.1 Berechnungsschritte

Wie in Kapitel 5 Abschnitt 5.3 beschrieben, können die Deformationen der Konstruktion mit zwei Bewegungsgleichungen abgebildet werden (5.8 und 5.7). Die beiden Gleichungen können unabhängig voneinander gelöst und somit auch deren Freiheitsgrade - Verformungen - getrennt berechnet werden. Somit erfolgt der beschriebene Berechnungslauf zweimal simultan für beide Bewegungsgleichungen. Die Gleichung (5.8) beschreibt die Verschiebung  $u_P$  bzw. die Rotation  $\varphi_P$  der Plattform und die Verschiebung  $u_T$  des Pendels. Die Parameter dieser Berechnung sind durch den Index  $x$  gekennzeichnet. Die Bewegungen der Plattform  $v_P$  und des Pendels  $v_T$  werden von Gleichung (5.7) beschrieben. Die Parameter dieser Berechnung sind durch den Index  $y$  gekennzeichnet.

### Schritt 1: Eigenwerte der Plattform.

Um die Eigenkreisfrequenz des Pendels  $w_T$  optimal auf die der Plattform  $w_P$  anpassen zu können, muss  $w_P$  bestimmt werden. Dazu wird das Eigenwertproblem der Bewegungsgleichung der Plattform (4.1) gelöst. Somit ergeben sich die Eigenkreisfrequenzen  $w_P$  und Eigenvektoren  $\phi_P$  der Plattform zu:

$$w_P = \begin{pmatrix} w_{Pu} \\ w_{Pv} \\ w_{P\varphi} \end{pmatrix} \quad \phi_P = \begin{pmatrix} \phi_{P11} & \phi_{P12} & \phi_{P13} \\ \phi_{P21} & \phi_{P22} & \phi_{P23} \\ \phi_{P31} & \phi_{P32} & \phi_{P33} \end{pmatrix}. \quad (7.1)$$

### Schritt 2: Wahl der Pendellänge.

Im Schritt 2 wird die Länge des Pendels  $l_T$  gewählt. Mit diesem Wert wird die Eigenkreisfrequenz  $w_T$  und die Steifigkeit  $k_T$  des Pendels ermittelt:

$$w_T = \sqrt{\frac{g}{l_T}} \quad k_T = \frac{g}{l_T} \cdot m_T. \quad (7.2)$$

Mit den errechneten Parametern des Pendels (7.2) kann die Steifigkeitsmatrix und somit auch die Bewegungsgleichung des gekoppelten Systems - Plattform und Pendel - aufgestellt werden (5.6).

### Schritt 3: Eigenwerte des gekoppelten Systems.

Wie oben beschrieben, kann die Bewegungsgleichung des gekoppelten Systems in zwei unabhängige Gleichungen separiert werden. Analog zu Schritt 1 wird das Eigenwertproblem dieser Bewegungsgleichungen (5.8 und 5.7) gelöst. Daraus ergeben sich die Eigenwerte der Bewegung in x-Richtung:

$$w_x = \begin{pmatrix} w_{x,Pu} \\ w_{x,Tu} \\ w_{x,\varphi} \end{pmatrix} \quad \phi_x = \begin{pmatrix} \phi_{x11} & \phi_{x12} & \phi_{x13} \\ \phi_{x21} & \phi_{x22} & \phi_{x23} \\ \phi_{x31} & \phi_{x32} & \phi_{x33} \end{pmatrix}. \quad (7.3)$$

und die Eigenwerte der Bewegung in y-Richtung:

$$w_y = \begin{pmatrix} w_{y,Pv} \\ w_{y,Tv} \end{pmatrix} \quad \phi_y = \begin{pmatrix} \phi_{y11} & \phi_{y12} \\ \phi_{y21} & \phi_{y22} \end{pmatrix}. \quad (7.4)$$

#### Schritt 4: Multimodale Analyse.

Die Ersatzkräfte werden nach dem Eurocode 8 [8] berechnet. Laut Abschnitt 4.3.3.1 darf das Verhalten des Bauwerkes linear-elastisch vorausgesetzt werden. Es existieren zwei linear-elastische Berechnungsmethoden: Das Vereinfachte Antwortspektrumverfahren und das Multimodale Antwortspektrumverfahren. Das vereinfachte Verfahren ist an folgende Voraussetzungen gebunden:

- Grundriss und Aufriss erfüllen die Kriterien der Regelmäßigkeit (lt 4.2.3),
- Die Verteilung der horizontalen Steifigkeiten ist symmetrisch,
- Die Eigenschwingungsdauer  $T_1$  erfüllt die Bedingungen  $T_1 \leq 4 \cdot T_C$  oder  $T_1 \leq 2,0s$ .

Die unterschiedlichen Federkräfte - Rahmensteifigkeiten -  $k_x^A$  und  $k_x^B$  (4.4) verdeutlichen, dass die Verteilung der Horizontalsteifigkeiten nicht symmetrisch ist. Somit sind die Bedingungen für das vereinfachte Verfahren nicht erfüllt. Für die Berechnungen der Ersatzkräfte wird das Multimodale Antwortspektrum nach [8] Abschnitt 4.3.3.3 gewählt. Bei diesem Verfahren müssen alle Modalformen, die wesentlich zur Gesamtantwort beitragen, berücksichtigt werden. Dies ist erfüllt, wenn die Summe der mitschwingende Masse mindestens 90% der Gesamtmasse beträgt. Dies ist der Fall, da bei der Berechnung sowohl die ganze Masse der Plattform als auch die ganze Masse des Pendels - Reaktors - angesetzt werden. Nach dem Verfahren der Multimodalen Analyse ergeben sich die Verschiebungen  $\mathbf{x}_{max}^k$  und die dynamischen Ersatzkräfte  $\mathbf{f}_{max}^k$  für den  $k$ -ten Mode zu<sup>6</sup>:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{max}^k &= \Gamma_k \cdot \boldsymbol{\phi}_k \cdot \frac{S_a^k}{w_k^2} & \Gamma \dots \text{Partizipationsfaktor} \\ \mathbf{f}_{max}^k &= \mathbf{M} \cdot \boldsymbol{\phi}_k \cdot \Gamma_k \cdot S_a^k & S_a \dots \text{Spektralwert aus Aw-Spektrum} \end{aligned} \quad (7.5)$$

Der Partizipationsfaktor  $\Gamma_k$  ergibt sich zu<sup>6</sup>:

$$\Gamma_k = \frac{\boldsymbol{\phi}_k^T \cdot \mathbf{M} \cdot \mathbf{e}}{m_k} \quad \begin{array}{l} m_k \dots \text{Modale Massen} \\ \mathbf{e} \dots \text{Einflussvektor} \end{array} \quad (7.6)$$

---

<sup>6</sup>Dieser Berechnungsschritt erfolgt getrennt für die Bewegung in x- bzw. y-Achse. Aus Gründen der Übersicht wird auf eine getrennte Schreibweise verzichtet.

Der Einflussvektor  $\mathbf{e}$  beschreibt die Starrkörperbewegung der Struktur. Laut [5, Seite 380] setzt er sich, getrennt für die x- und y-Bewegung, wie folgt zusammen:

$$\mathbf{e}_x = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{e}_y = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (7.7)$$

Die Verschiebungen bzw. Kräfte der einzelnen Modes werden nach der SRSS-Methode überlagert [3, Erdbeben Teil 2]. Da die berechneten Eigenkreisfrequenzen gut separiert sind [3, Erdbeben Teil 2], ist eine Überlagerung mit dieser Methode zulässig. Somit ergeben sich die Maximalwerte zu<sup>6</sup>:

$$\mathbf{f}_{max} = \sqrt{\sum_{k=1}^n (f_{max}^k)^2}, \quad \mathbf{x}_{max} = \sqrt{\sum_{k=1}^n (x_{max}^k)^2}. \quad (7.8)$$

Der Vektor  $\mathbf{f}_{max}$  enthält die Ersatzkräfte, der Vektor  $\mathbf{x}_{max}$  enthält die Verschiebungen der einzelnen Freiheitsgrade. Die Wirkungsweise der einzelnen Kraftkomponenten ist in Abbildung 7.1 und 7.2 dargestellt. Getrennt berechnet für die beiden Richtungen ergeben sich die Ersatzkräfte zu:

$$\mathbf{f}_{max,x} = \begin{pmatrix} f_{Pu} \\ f_{Tu} \\ f_{P\varphi} \end{pmatrix} \quad \mathbf{f}_{max,y} = \begin{pmatrix} f_{Pv} \\ f_{Tv} \end{pmatrix}. \quad (7.9)$$

Die Verschiebungen ergeben sich zu:

$$\mathbf{x}_{max,x} = \begin{pmatrix} x_{Pu} \\ x_{Tu} \\ x_{P\varphi} \end{pmatrix} \quad \mathbf{x}_{max,y} = \begin{pmatrix} x_{Pv} \\ x_{Tv} \end{pmatrix}. \quad (7.10)$$

Für die genauen Berechnungsablauf der Multimodalen Analyse sei verwiesen auf [3, Erdbeben Teil 2]. Die Hintergründe und Herleitungen des Verfahrens werden in [9, Seite 190ff] beschrieben. Die für die Berechnungen notwendigen Beschleunigungen  $S_a^k$  (7.5) werden mit dem Antwortspektrum bestimmt. Dazu werden die Bodenkennwerte aus den Unterlagen des Anlagenbauers [1] bzw. aus dem statischen Bericht [2] übernommen:

Baugrundklasse:	A (Fels)
Bedeutungskategorie:	IV (Kraftwerk)
Bedeutungsbeiwert:	$\gamma_I = 1,40$ .

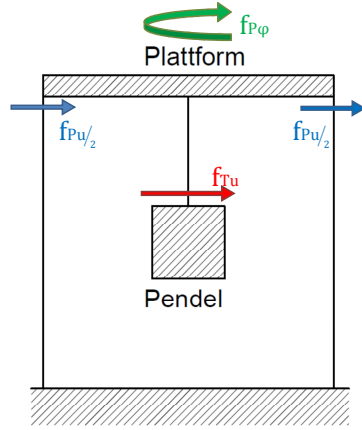


Abbildung 7.1: x-Richtung.

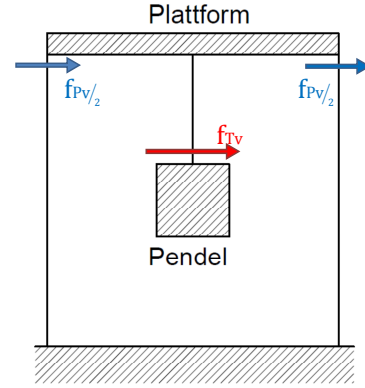


Abbildung 7.2: y-Richtung.

Der viskose Dämpfungsgrad  $\xi$  wird laut Eurocode 8 [8] für eine Stahlkonstruktion mit geschraubten Verbindungen angenommen mit:

$$\xi = 4\%. \quad (7.11)$$

Mit diesen Kennwerten werden die Beschreibungsparameter  $S, T_B(s), T_C(s)$  und  $T_D(s)$  bestimmt und das elastische Antwortspektrum gezeichnet (siehe Abbildung 7.3). Damit können die Beschleunigungen  $S_a$  in Abhängigkeit von der horizontalen Bodenbeschleunigung  $a_g$  und den Eigenperioden der Konstruktion  $T = \frac{2\pi}{w}$  bestimmt werden.  $a_g$  ergibt sich mit einer horizontalen Referenzbodenbeschleunigung  $a_{gR}$  laut kroatischem Anhang Bild: B.1(HR) zu:

$$a_g = a_{gR} \cdot \gamma_I = 1,79 \text{ m/s}^2.$$

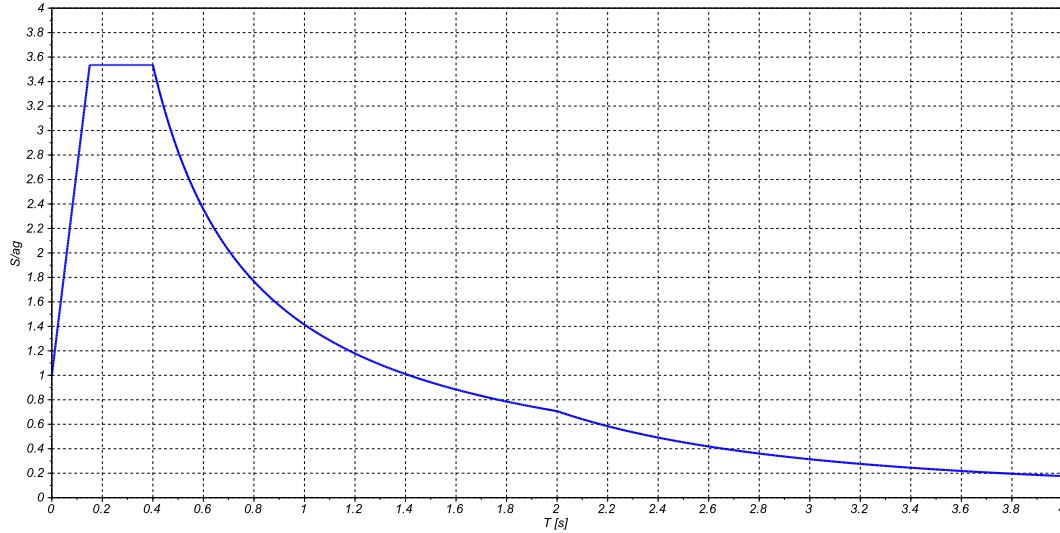


Abbildung 7.3: Elastisches horizontales Bodenbeschleunigungs-Antwortspektrum.

### Schritt 5: Umwandlung der Kräfte.

In diesem Schritt werden die Ergebnisse der Multimodalen Analyse (7.9 und 7.10) in Kräfte, die als Belastung auf das statische Modell angesetzt werden können, transformiert. Bei Betrachtung der Abbildung 7.1 ist ersichtlich, dass die Kraftkomponente  $f_{P\varphi}$  keine Kraft, sondern ein Moment mit der Einheit  $kNm$  darstellt. Dieses Moment wird umgewandelt in Einzelkräfte (siehe Abbildung 7.4). Somit wird die Plattform ausschließlich von Kräften belastet die sich zusammensetzen aus:

$$\begin{aligned} F_x &= f_{Tu} + f_{Pu} \\ F_y &= f_{Tv} + f_{Pv} \quad r...Diagonalabstand. \\ F_M &= f_{P\varphi}/r \end{aligned} \quad (7.12)$$

In Kapitel 4 Abschnitt 4.3 wird die Modellierung der Unterstützungskonstruktion als Plattform beschrieben. Um die Konstruktion bemessen zu können, muss die errechnete Belastung der Plattform in zwei Schritten rücktransformiert werden in eine Belastung der Unterstützungskonstruktion (siehe Abbildung 7.5). Dies geschieht mit einem linearen Verschiebungsansatz.

Die auf die einzelnen Geschosse  $n$  wirkenden Lasten werden mit der Formel (7.13) bestimmt. Diese Berechnung würde stark auf der sicheren Seite liegen, daher wird gefordert:  $\sum_{n=1}^{16} F_{jn} = F_j$ .

$$F_{jn} = \frac{h_n}{h_{16}} \cdot F_j \quad j = x, y, M \quad (7.13)$$

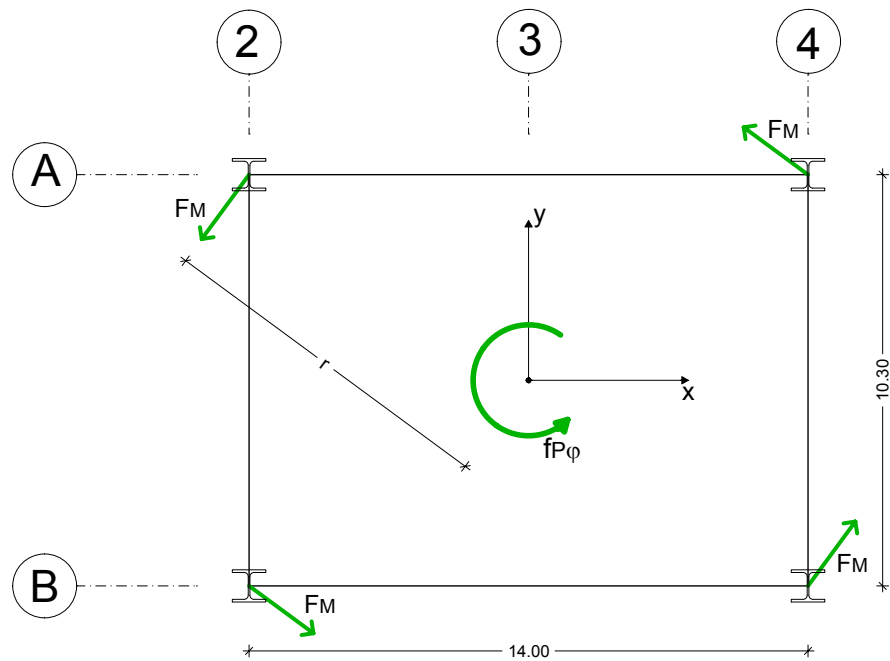


Abbildung 7.4: Umrechnung des Moments in Einzelkräfte.

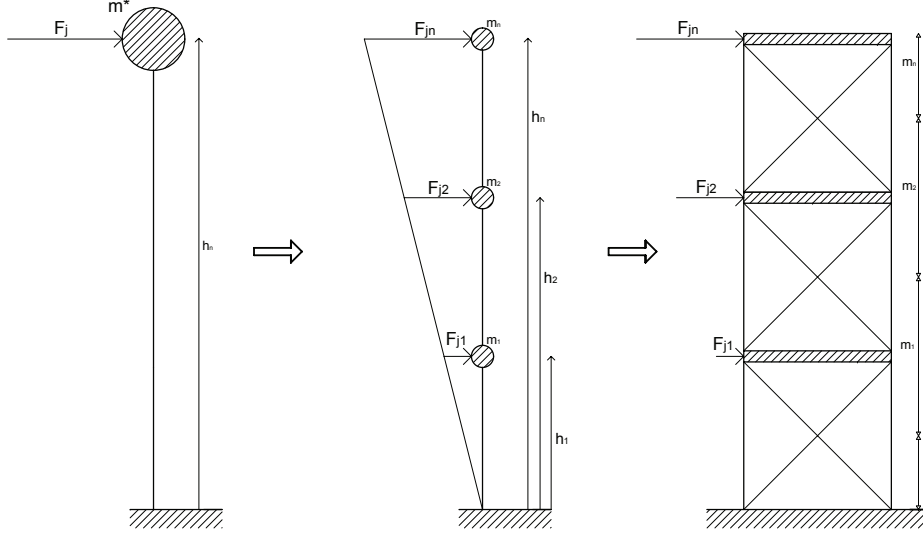


Abbildung 7.5: Zwei Schritte der Rücktransformation der Kräfte.

### Schritt 6: Kontrolle der Verschiebungen.

Die Verschiebungen der Unterstützungsstruktur und des Pendels können direkt aus den Berechnungen der Multimodalen Analyse entnommen werden:

$$\begin{aligned}
 X_{Px} &= x_{Tu} & X_{Tx} &= x_{Tu} \\
 X_{Py} &= x_{Tv} & X_{Ty} &= x_{Tv} \\
 X_{PM} &= x_{P\varphi}/r
 \end{aligned} \tag{7.14}$$

Es ist anzumerken, dass die Komponente  $x_{P\varphi}$  eine Rotation mit der Einheit  $m^2$  darstellt. Diese muss analog zu den Kräften in eine Verschiebungen umgewandelt werden (siehe Abbildung 7.4). Die Deformationen der einzelnen Geschosse  $n$  der Unterstützungsstruktur ergeben sich analog zu den Kräften mit einem linearen Verschiebungsansatz (7.15). Auch hier sei gefordert:  $\sum_{n=1}^{16} X_{jn} = X_j$ .

$$X_{jn} = \frac{h_n}{h_{16}} \cdot X_{Pj} \quad j = x, y, M \tag{7.15}$$

Im Abschluss müssen die Verschiebungen einer Kontrolle unterzogen werden. Zum einen muss eine Einhaltung der Grenzwerte gewährleistet, zum anderen



die Relativverschiebung zwischen Unterstützungskonstruktion und Reaktor ermittelt werden. Mit diesen Deformationen lässt sich nachweisen, dass es zu keiner Kollision zwischen Unterstützungskonstruktion und Reaktor kommt.

## 7.2 Exkurs Dämpfung

Dieser Abschnitt beschreibt, welche Annahmen bezüglich der Dämpfung der Konstruktion getroffen werden und wie die Dämpfung Eingang in die Berechnung findet. Die Dämpfungsmatrix  $\mathbf{C}$  der Bewegungsgleichung (4.1) enthält die viskosen Dämpfungskoeffizienten  $c$ . Für die Berechnungen wird eine klassische Dämpfung vorausgesetzt [5, Seite 424]. Von klassischer Dämpfung wird gesprochen, wenn die Dämpfungsmatrix diagonal ist. Dadurch ist gewährleistet, dass die Differenzialgleichungen nicht über die Dämpfung gekoppelt sind und mit der Modalen Analyse gelöst werden können [5, Seite 422]. Im Rahmen dieser Arbeit wird die Dämpfung nicht durch die Dämpfungskoeffizienten  $c$ , sondern durch das Lehr'sche Dämpfungsmaß  $\zeta$  ausgedrückt:

$$\zeta = \frac{c}{2mw}. \quad (7.16)$$

Das Lehr'sche Dämpfungsmaß  $\zeta$  hat im Gegensatz zum viskosen Dämpfungskoeffizienten  $c$  den Vorteil, dass es über Versuche bestimmt werden kann [5, Seite 83]. Weiters wird die Annahme getroffen, dass die Eigenkreisfrequenz des ungedämpften Systems  $w_0$  und des gedämpften Systems  $w_D$  ident sind. Die Gleichung (7.17) zeigt, dass für kleine Werte von  $\zeta$  die Annahme  $w_0 \approx w_D$  gültig ist.

$$w_D = w_0 \cdot \sqrt{1 - \zeta^2} \quad (7.17)$$

Bei der Ermittlung des Antwortspektrums wird die Dämpfung der Konstruktion  $\zeta$  berücksichtigt (vgl. Schritt 4). Der Dämpfungskorrekturwert  $\eta$  steht in linearer Beziehung zu den Beschleunigungen des elastischen Antwortspektrums  $S_a$  und beeinflusst so die Deformationen der Struktur.  $\eta$  ergibt sich in Abhängigkeit vom viskosen Dämpfungsverhältnis  $\xi$  der Struktur zu:

$$\eta = \sqrt{\frac{10}{5 + \xi}} \geq 0,55. \quad (7.18)$$

Für Stahlbauten mit geschraubten Verbindungen gibt die Norm EN 1998-2:2005 ein viskoses Dämpfungsverhältnis von 4% an. Daraus ergibt sich  $\eta = 1,05$ .

# Kapitel 8

## Ergebnisse

Um die optimale Konstruktion des Tilgers zu ermitteln, werden die in Kapitel 7 beschriebenen Berechnungsschritte für unterschiedliche Pendellängen durchlaufen. Dieses Kapitel fasst die Ergebnisse dieser Berechnungen zusammen. Vorerst wird anhand eines akademischen Beispiels das optimale Dämpfungsverhalten erläutert. Im Anschluss folgen die Diskussion der Berechnungsergebnisse und der Vergleich der zwei Konstruktionsvarianten (vgl. Kapitel 1).

### 8.1 Akademisches Beispiel

Bei diesem Beispiel wird ein TDOFS (vgl. Abbildung 6.2), bestehend aus einem Hauptsystem und einem Tilger, nach dem Verfahren der Multimodalen Analyse berechnet. Die Parameter des Systems ergeben sich zu<sup>7</sup>:

$$\begin{aligned} m_H &= 200 \text{ t} & m_T &= 10 \text{ t} \\ k_H &= 800 \text{ kN/m} & k_T &= g \cdot \frac{m_T}{l_T} \\ w_H &= 2 \text{ 1/s} \end{aligned} \tag{8.1}$$

Das Massenverhältnis ergibt sich zu  $\mu = 0,05$  und entspricht so den Annahmen von *Den Hartog* (vgl. Kapitel 6). Für dieses Beispiel können daher die

---

<sup>7</sup>Die Dämpfung der Struktur wird über den viskosen Dämpfungsgrad  $\xi = 4\%$  erfasst (vgl. Abschnitt 7.2). Somit können die Dämpfungskoeffizienten  $c_1$  und  $c_2$  vernachlässigt werden.

hergeleiteten Werte von *Den Hartog* bzw. *Petersen* herangezogen werden. Für die Parameter dieser Konstruktion ergeben sich die optimalen Pendellängen mit den Gleichungen (6.2 und 6.4) zu:

$$l_{DenHartog} = 2,50 \text{ m} \qquad l_{Petersen} = 2,60 \text{ m}. \quad (8.2)$$

Bei der Berechnung dieses Beispiels geht es nicht darum die Herleitungen von *Den Hartog* zu verifizieren. Anhand des TDOFS soll zum einen die Wirkungsweise einer optimalen Dämpfung erläutert werden, zum anderen ist das Ergebnis dieser Untersuchung vorab bekannt: Die optimale Länge (8.2) sollte eine minimale Verformung bzw. Kraft des Hauptsystems ergeben. Somit ist eine Kontrolle der Berechnungsprogramme möglich. Die Verformungen des akademischen Beispiels sind in Abbildung 8.1, die dynamischen Ersatzkräfte in Abbildung 8.2 dargestellt. Die Berechnung erfolgt punktweise für bestimmte Längen des Pendels; dazwischen wird linear interpoliert. Angegeben werden die Werte des Tilgers und der Plattform (vgl. Abbildung 7.2 und 7.2). Die Gesamtbelastung ist die Summe der beiden Einzelkräfte. Diese Werte werden mit dem Ergebnis eines SDOFS verglichen, bestehend aus dem Hauptssystem ohne Tilger.

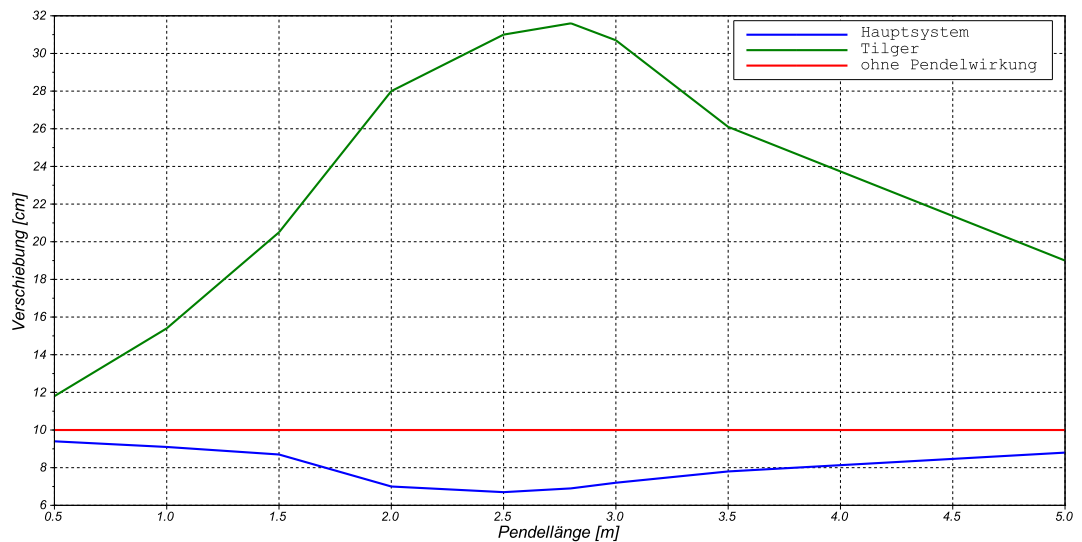


Abbildung 8.1: Verschiebungen des akademischen Beispiels.

Anhand der Verschiebung kann die dämpfende Wirkung des Pendel - Tilgers -veranschaulicht werden. Für eine optimale Einstellung der Pendellänge ( $l_T = 2,5 - 3,0 \text{ m}$ ) reduzieren sich die Deformationen des Hauptsystems. Das Pendel hingegen wird im Resonanzbereich angeregt und die Verschiebungen werden erhöht. Für eine Konstruktion mit kleinen Massenverhältnissen liefert die Software dieselben Optimal-Werte, wie von *Den Hartog* und *Petersen* berechnet. Daher kann angenommen werden, dass die für diese Arbeit geschriebenen Programme korrekt ablaufen.

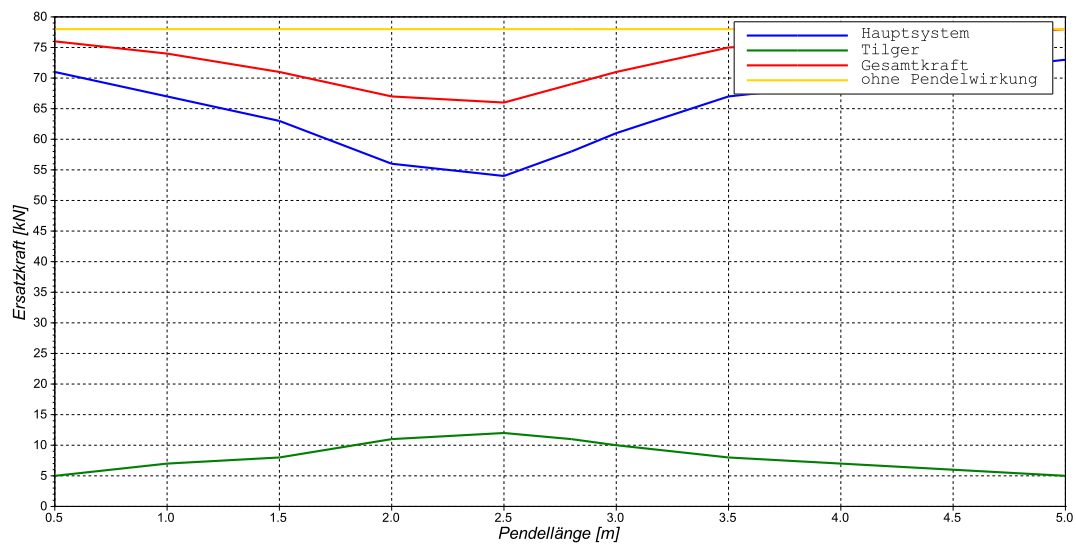


Abbildung 8.2: Kräfte des akademischen Beispiels.

Bei Betrachtung der Kräfte ist ebenso die dämpfende Wirkung des Pendels zu erkennen. Die Ersatzkraft des Hauptsystems wird reduziert und die des Pendels erhöht. Die Gesamtkraft ist im Vergleich zu einer Ersatzkraft ohne Pendelwirkung niedriger. Die Belastung des Hauptsystems konvergiert für eine kleiner werdende Länge an die Ersatzkraft des Systems ohne Pendelwirkung. Dies erscheint plausibel, da aus einer kurzen Länge eine hohe Steifigkeit bzw. eine starke Verbindung zwischen Hauptsystem und Pendel resultiert und sich das TDOFS somit wie ein SDOFS verhält. Es folgen die Berechnungen für die aufgestellte Konstruktion (Variante 1). Im Anschluss daran wird die aufgehängte Konstruktion (Variante 2) näher untersucht.

## 8.2 Variante 1 - Aufgestellte Konstruktion

Die Erdbebenbelastung der aufgestellten Konstruktion (Variante 1) wird nach dem Vereinfachten Antwortspektrumverfahren nach Eurocode EN 1998 abgeschätzt (vgl. Kapitel 2). Es wird eine dynamische Ersatzlast berechnet, die sowohl in x- als auch in y-Richtung angesetzt wird. Allerdings handelt es sich hierbei nur um eine Abschätzung, da das Verfahren zum einen auf enormen Vereinfachungen beruht [3, Erdbeben Teil 2], zum anderen sind die Voraussetzungen zur Anwendung des vereinfachten Verfahrens nicht zur Gänze erfüllt (vg. Kapitel 7 Schritt 4):

- Die Verteilung der horizontalen Steifigkeit ist nicht symmetrisch.
- Die Eigenschwingungsdauer der Konstruktion in y-Richtung beträgt  $T_{1y} = 2,85 \text{ s}$  und erfüllt somit nicht die Bedingungen  $T_1 \leq 4 \cdot T_C$  oder  $T_1 \leq 2,0 \text{ s}$ .

Die Ergebnisse des vereinfachten Verfahrens sind folglich für einen Vergleich ungeeignet; die aufgestellte Konstruktion (Variante 1) müsste ebenso nach dem Verfahren der Multimodalen Analyse berechnet werden. Dies würde eine erneute Modellierung der Konstruktion erfordern (vgl. Kapitel 4). Um dies zu vermeiden, wird nicht die aufgestellte Konstruktion untersucht, sondern die Pendelwirkung für den aufgehängte Reaktor (Variante 2) wird vernachlässigt bzw. als blockiert angesehen.

Für die Konstruktion ohne Pendelwirkung (vgl. Abbildung 8.3) wird die Verbindung zwischen Plattform und Tilger als starr angenommen, da die Pendelwirkung blockiert ist. Somit wirken die Massen  $m_P$  und  $m_T$  als eine Einheit und können addiert werden. Die Steifigkeit des Systems verändert sich nicht. Folglich ergeben sich die Parameter dieser Konstruktion zu (8.3). Die Berechnung der Ersatzkräfte  $F_0$  und Verschiebungen  $X_0$  erfolgt getrennt für die x- und y-Richtung nach dem Verfahren der Multimodalen Analyse (vgl. Kapitel 7). Die Endergebnisse sind in (8.4) zusammengefasst. Mit diesen Werten kann über einen Vergleich die dämpfende Wirkung des Pendels ermittelt werden. Die Masse  $m_0$  ist überschätzt, da mit der Modellierung davon ausgegangen wird, dass die gesamte Masse des Reaktors auf Höhe der Plattform schwingt. Dies entspricht nicht dem Verhalten der aufgestellten Konstruktion (Variante 1), die Ergebnisse liegen allerdings auf der sicheren Seite. Auch sind die berechneten Ersatzkräfte, nicht die Belastung die tatsächlich auf die Konstruktion wirken, da diese noch umgewandelt werden muss (vgl. Kapi-

tel 7 Schritt 5). Weil mit diesen Werten nicht die Konstruktion bemessen, sondern nur ein Vergleich gezogen wird, sind die Ergebnisse ausreichend.

$$\begin{aligned}
 m_0 &= m_P + m_T = 1318,22 \text{ t} & w_x &= \sqrt{\frac{K_x}{m_0}} \\
 K_x &= k_x^A + k_x^B = 4684,7 \text{ kN/m} & w_y &= \sqrt{\frac{K_y}{m_0}} \\
 K_y &= 2 \cdot k_y = 6172,8 \text{ kN/m}
 \end{aligned} \tag{8.3}$$

$$\begin{aligned}
 F_{0x} &= 317 \text{ kN} & X_{0x} &= 8,6 \text{ cm} \\
 F_{0y} &= 594 \text{ kN} & X_{0y} &= 9,6 \text{ cm}
 \end{aligned} \tag{8.4}$$

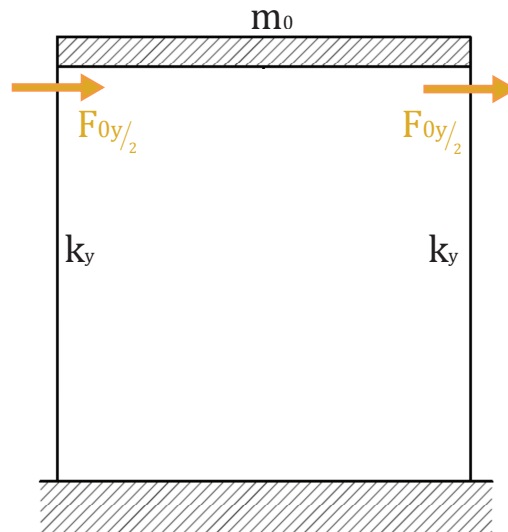


Abbildung 8.3: Kraftwirkung ohne Pendelwirkung in y-Richtung.

### 8.3 Variante 2 - Aufgehängte Konstruktion

Die Struktur wird für die Längen  $l_T = 0,5 \text{ m}$  bis  $l_T = 5,0 \text{ m}$  untersucht. Die Berechnung erfolgt punktweise im Abstand von je  $0,5 \text{ m}$ . Für die Zwi-

schenergebnisse wird linear interpoliert. Da die Fachwerksträger der lastabtragenden Plattform eine Höhe von  $2,0\text{ m}$  aufweisen (vgl. Abbildung 3.6), ist die Pendellänge auf ein Minimum von  $2,0\text{ m}$  beschränkt. Eine Länge von mehr als  $5,0\text{ m}$  wäre nicht mehr wirtschaftlich, denn durch eine Verlängerung des Pendels muss auch die obere Unterstützungsstruktur erhöht werden. Die Grenzen werden für die Untersuchung erweitert, um Tendenzen in den Ergebnisverläufen erkennen zu können. Zur Erinnerung sind in (8.5) noch einmal die Parameter der Plattform und des Pendels angegeben.

$$\begin{aligned} m_P &= 318,22\text{ t} \\ k_x^A &= 4405,3\text{ kN/m} & m_T &= 1000\text{ t} \\ k_x^B &= 279,4\text{ kN/m} & k_T &= g \cdot \frac{m_T}{l_T} \\ k_y &= 3086,4\text{ kN/m} \end{aligned} \quad (8.5)$$

Die Eigenwerte der Plattform werden in Schritt 1 berechnet und ergeben sich zu:

$$\mathbf{w}_P = \begin{pmatrix} w_{Pu} \\ w_{Pv} \\ w_{P\varphi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3,25 \\ 4,40 \\ 7,58 \end{pmatrix} \quad \boldsymbol{\phi}_P = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -0,06 & 0 & -0,64 \end{pmatrix}. \quad (8.6)$$

In Schritt 2 werden nach (7.2) die Parameter für das gewählte Spektrum der Pendellängen berechnet. Die Ergebnisse sind in (Tabelle 8.1) zusammengefasst.

Die weiteren Berechnungsschritte werden getrennt für die x- und y-Richtung durchgeführt, daher werden auch die Ergebnisse separat behandelt. Auf eine Angabe der Zwischenergebnisse wird aus Platzgründen verzichtet. Es werden die Ersatzkräfte bzw. Verschiebungen jeweils für die Plattform und das Pendel angegeben. Die Gesamtkraft ergibt sich aus der Summe der Belastung von Plattform und Pendel. Die Wirkungsweise der Kräfte ist in Abbildung 8.4 dargestellt. Die Ersatzkraft aus der Rotation der Plattform  $F_M$  (vgl. Kapitel 7 Schritt 5) verändert sich mit der Pendellänge nur gering und kann daher für die Ermittlung der optimalen Pendellänge vernachlässigt werden.

Pendellänge	$w_T$	$k_T$
[m]	[1/s]	[kN/m]
0,5	4,43	19620
1,0	3,13	9810
1,5	2,56	6540
2,0	2,21	4905
2,5	1,98	3924
3,0	1,81	3270
3,5	1,67	2802
4,0	1,57	2452
4,5	1,48	2180
5,0	1,40	1962

Tabelle 8.1: Parameter Pendel.

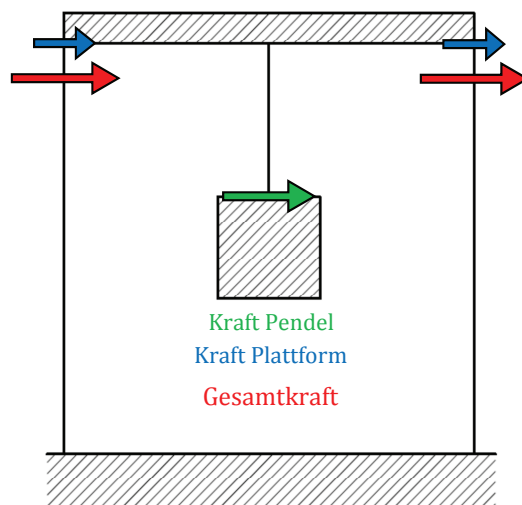


Abbildung 8.4: Kraftwirkung mit Pendelwirkung.



### 8.3.1 y-Richtung

Für die Berechnung in y-Richtung ergeben sich die optimalen Pendellängen laut *Den Hartog* und *Petersen* mit (6.2 und 6.2) zu:

$$l_{DenHartog} = 2,10 \text{ m} \qquad l_{Petersen} = 3,40 \text{ m}. \quad (8.7)$$

Die Ergebnisverläufe der Verschiebungen bzw. der Ersatzkräfte in y-Richtung sind in Abbildung 8.5 und 8.6 dargestellt. In der Folge wird untersucht, ob eine dämpfende Wirkung erzielt werden kann, in welchen Längenbereichen sich die Struktur optimal verhält und ob die vorgeschlagenen Werte (8.7) mit den Ergebnissen übereinstimmen.

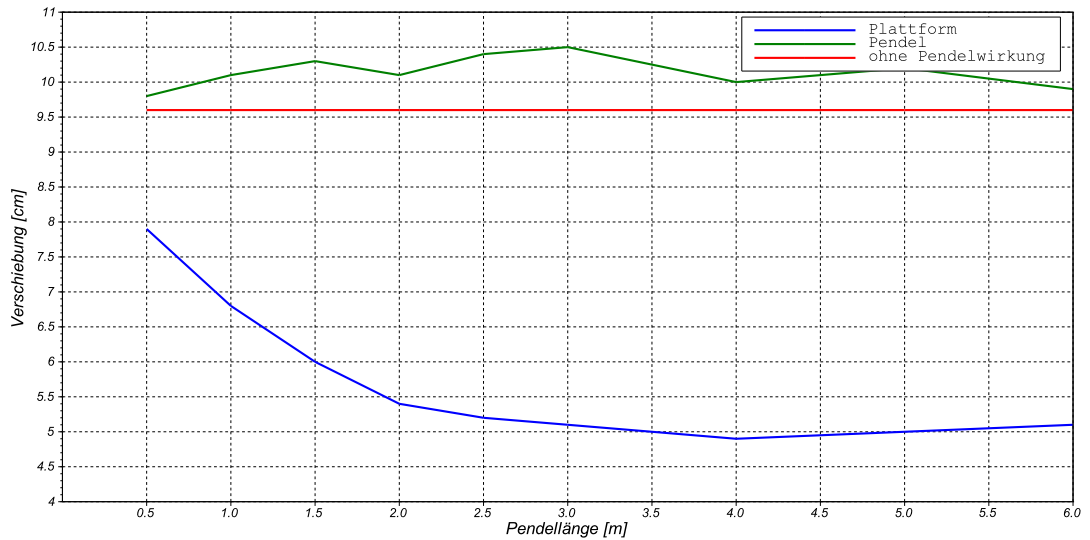


Abbildung 8.5: Verschiebungen der Konstruktion in x-Richtung.

Abbildung 8.5 beschreibt die Verschiebungen der Konstruktion in y-Richtung. Vergleicht man diese mit den Deformationen des akademischen Beispiels (siehe Abbildung 8.1), kann man Similaritäten erkennen: Die Verschiebungen der Plattform konvergieren für eine kleiner werdende Pendellänge  $l_T$  an die Deformation ohne Pendelwirkung. Für eine optimale Pendellänge  $l_T = 4,0 \text{ m}$  erreichen die Verschiebungen der Plattform ein Minimum. *Den Hartog* gibt eine optimale Länge von  $l_T = 2,1 \text{ m}$  an. Der Wert stimmt nicht mit den Berechnungsergebnissen überein. Dies könnte aus der falschen Voraussetzung

einer harmonischen Anregung resultieren. *Petersen* geht von einer stochastischen Anregung aus. Seine Vorgabe mit  $l_T = 3,40\text{ m}$  liegt tendenziell näher am Optimal-Wert. Im Bereich einer minimalen Deformation der Plattform liegen die maximalen Verformungen des Pendels. Dieses Verhalten entspricht ebenfalls dem des akademischen Beispiels. Somit kann behauptet werden, dass eine optimale Einstellung des Pendels eine deutliche Reduzierung der Plattformverschiebungen von  $9,6\text{ cm}$  auf  $4,9\text{ cm}$  liefert. Das Pendel dämpft somit die Deformationen.

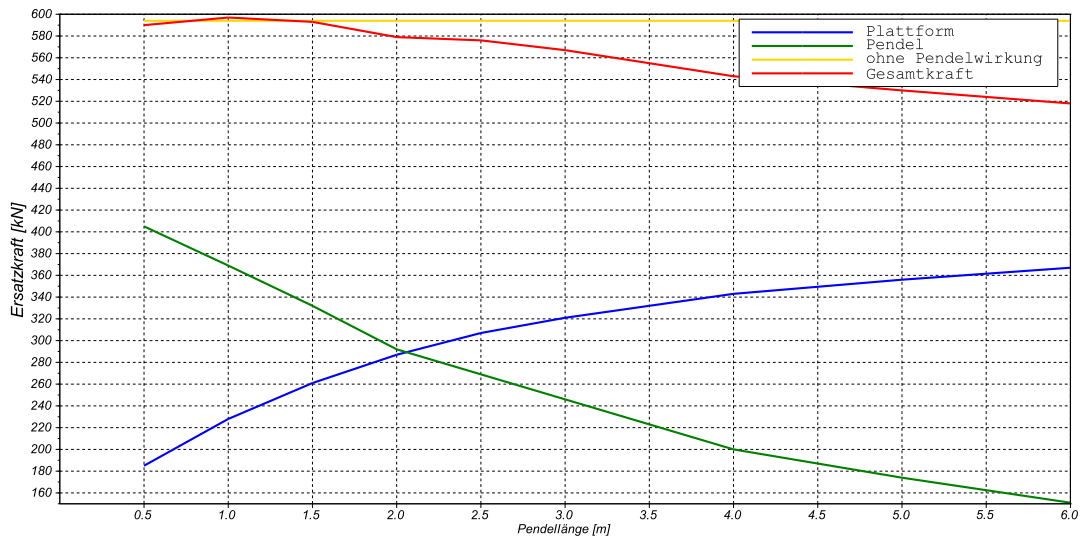


Abbildung 8.6: Kräfte der Konstruktion in x-Richtung.

Betrachtet man allerdings den Kraftverlauf in y-Richtung (siehe Abbildung 8.6), lassen sich deutliche Unterschiede zum akademischen Beispiel erkennen. Für eine kurze Länge des Pendels ( $l_T = 1,0\text{ m}$ ) werden die Kräfte der Plattform im Vergleich zur Konstruktion ohne Pendelwirkung deutlich gedämpft. Allerdings bewirkt eine geringe Länge hohe Kräfte im Pendel. Durch die hohe Masse  $m_P$  ergeben sich hohe Trägheitskräfte, die ebenfalls von der Unterstützungskonstruktion abgetragen werden müssen. Dies bewirkt einen deutlichen Anstieg der Gesamtkraft. Wird die Pendellänge erhöht, sinkt die Steifigkeit des Pendels  $k_T$  (vgl. Tabelle 8.1). Mit einem Abfall der Steifigkeit sinkt auch die Ersatzkraft des Pendels, die Gesamtkraft wird somit reduziert. Eine Verlängerung des Pendels zieht jedoch eine Erhöhung der Unterstützungskonstruktion nach sich und führt zu unwirtschaftlicheren Lösungen. Die vor-

geschlagenen Optimal-Werte von *Den Hartog* und *Petersen* haben keinen Zusammenhang mit den Kraftverläufen.

### 8.3.2 x-Richtung

Für die Berechnung in x-Richtung ergeben sich die optimalen Pendellängen laut *Den Hartog* und *Petersen* mit (6.2 und 6.2) zu:

$$l_{DenHartog} = 2,80 \text{ m} \qquad l_{Petersen} = 4,50 \text{ m}. \quad (8.8)$$

Die Ergebnisverläufe der Verschiebungen bzw. der Ersatzkräfte in x-Richtung sind in Abbildung 8.7 und 8.8 dargestellt. Bei Betrachtung der Deformationen in x-Richtung erkennt man, dass der qualitative Verlauf den Verschiebungen in y-Richtung entspricht (vgl. Abbildung 8.5). Das Pendel dämpft somit auch in x-Richtung die Deformationen der Plattform. Es ist zu erwähnen, dass *Petersen* die optimale Pendellänge  $l_T = 4,50 \text{ m}$  in guter Näherung liefert.

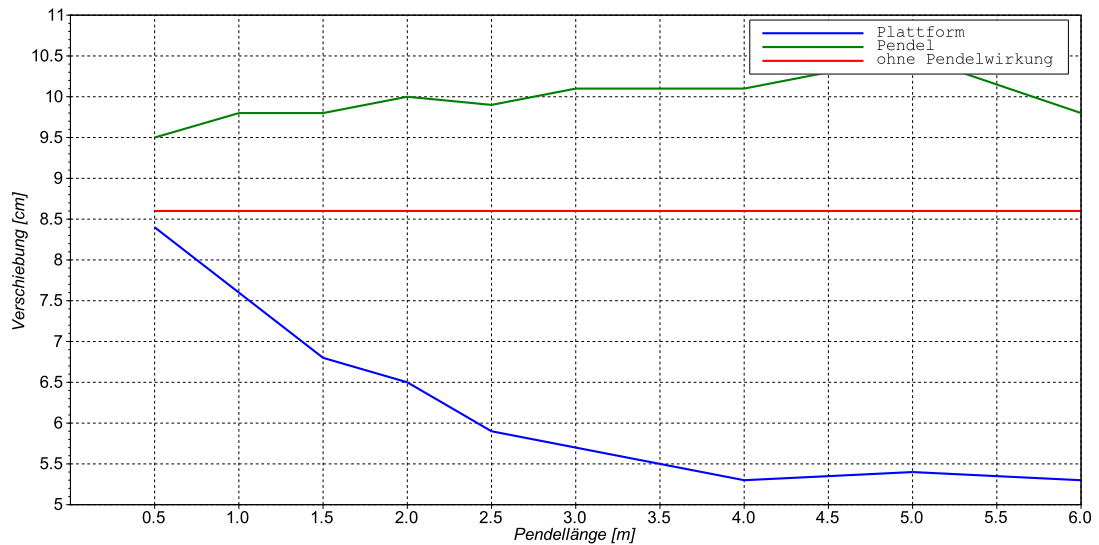


Abbildung 8.7: Verschiebungen der Konstruktion in x-Richtung.

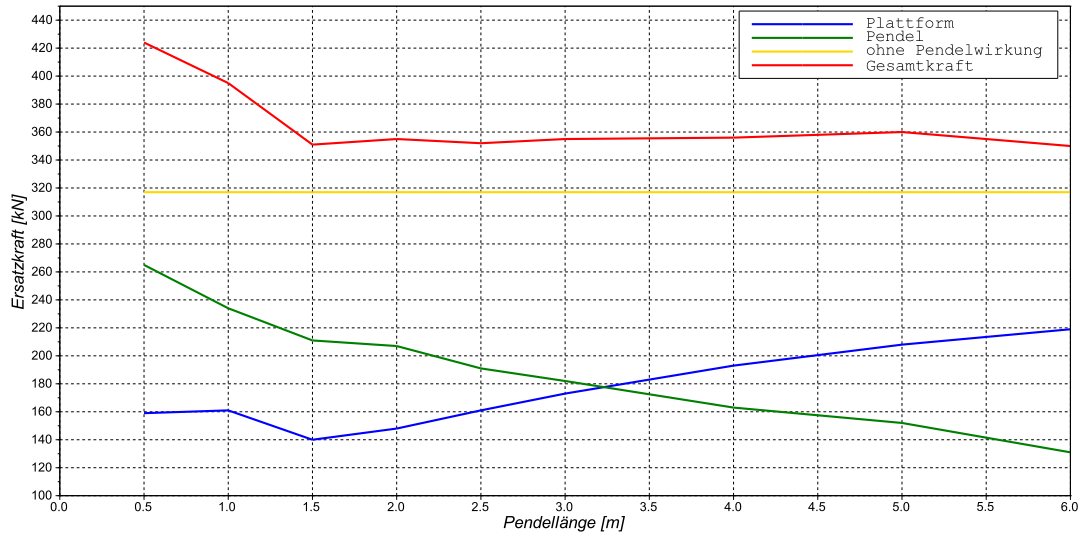


Abbildung 8.8: Kräfte der Konstruktion in x-Richtung.

Beim Kraftverlauf in x-Richtung lässt sich dasselbe Konstruktionsverhalten wie in y-Richtung beobachten. Für kleine Pendellängen ( $l_T = 1,0 \text{ m}$ ) wird die Kraft in der Plattform gedämpft, allerdings ist die Pendelkraft in diesem Längenbereich sehr hoch. Somit ergibt sich eine Gesamtkraft, die für den untersuchten Längenbereich über der Kraft ohne Pendelwirkung liegt. Auch für ein längeres Pendel ist kein Abfall der Gesamtkraft zu verzeichnen. Für die dynamischen Ersatzkräfte liefern die Berechnungen von *Den Hartog* und *Petersen* keine brauchbaren Vergleichswerte.

## 8.4 Résumé

Zum Abschluss wird versucht auf die Frage, ob eine Pendeldämpfung mittels Reaktor sinnvoll ist, eine Antwort zu geben. Die Verläufe der Verschiebungen zeigen, dass die Pendelwirkung nicht nur wie von *Den Hartog* und *Petersen* untersucht bei kleinen Massenverhältnissen möglich ist, sondern auch für große Massenverhältnisse funktioniert. Die Deformationen des Gerüsts werden reduziert, während die des Reaktors erhöht werden. Bei einem Pendel mit kleiner Masse ( $m_H = 200 \text{ t}$ ) würden die hohen Auslenkungen kein Problem darstellen, da die Trägheitskräfte sehr gering sind. Die Masse des Reaktors

ist mit 1000 t jedoch sehr groß. Daraus resultiert eine stärkere Trägheitskraft und in weiterer Folge eine hohe dynamische Ersatzlast, die über das Gerüst abgetragen wird. Somit ergibt sich für die Unterstützungskonstruktion eine Gesamtbelastung, die in x-Richtung höher ist als die Ersatzkraft ohne Pendelwirkung. In y-Richtung liegt die Gesamtkraft niedriger, allerdings tritt eine günstige Wirkung erst ab einer unwirtschaftlichen Pendellänge auf. Die aus dem Erdbeben resultierenden dynamischen Ersatzlasten können somit durch eine Pendelwirkung des Reaktors nicht reduziert werden. Zusätzlich erhöht sich die Auslenkung des Reaktors. Für diese Deformationen müssen die angeschlossenen Kanäle und Leitungen ausgelegt werden (vgl. Kapitel 3). Hinzu kommt, dass für die aufgehängte Konstruktion, im Vergleich zur aufgestellten Variante, eine zusätzliche bzw. höhere Unterstützungskonstruktion vonnöten ist (vgl. Kapitel 3). Es kann zusammengefasst werden: Eine Ausführung des Reaktors als Pendel stellt einen deutlichen Mehraufwand da, der zwar die Schwingungen der Unterstützungskonstruktion reduziert, jedoch bezüglich der Minimierung der Erdbebenbelastung keine nennenswerten Vorteile mit sich bringt.

## 8.5 Ausblick

Für kleine Massenverhältnisse bzw. geringe Pendelmassen zeigt sich die dynamische Schwingungsdämpfung als sinnvolle Methode um die Erdbebenbelastung zu reduzieren. Auch die Formeln der Literatur können angewendet werden um das Pendel optimal zu dimensionieren. Ist das Pendel jedoch groß bzw. ist die Masse des Pendels schwerer als die des Hauptsystems erweist sich die Schwingungsdämpfung als nicht wirtschaftlich. Somit wurden im Rahmen dieser Arbeit zwei Extremfälle untersucht. Als Abschluss dieser Untersuchung wird die Frage aufgeworfen, wie der Bereich zwischen diesen Extrembeispielen aussieht. Ab welchem Massenverhältnis kann eine Anwendung der dynamischen Pendeldämpfung das Verhalten der Konstruktion optimieren und von welchen Parametern hängt dies ab?

# Literaturverzeichnis

- [1] TE-PLOMIN-D.O.O.: *Tender Documentation No. 01/2013*. Juli 2013
- [2] STRABAG-AG: *131126 ZT Vienna Report PP Plomin*. November 2014
- [3] R.HEUER: *Studienblätter aus Baudynamik VO, TU-Wien*. 2011
- [4] C.PETERSEN: *Schwingungsdämpfer im Ingenieurbau*. 1. Aufl. München : Maurer und Söhne GmbH & Co.KG, 2001. – ISBN 3-00-008059-7
- [5] A.CHOPRA: *Dynamics of Structures: Theory and Applications to Earthquake Engineering*. 2. Aufl. New Jersey : Prentice Hall, 2000. – ISBN 0-13-086973-2
- [6] J.DEN-HARTOG: *Mechanical Vibrations*. 5. Aufl. New York : Dover Publications, 1985. – ISBN 0-486-64785-4
- [7] C.BAUKAL-JR.: *Industrial Combustion Pollution and Control*. 1. Aufl. New York : Marcel Dekker Inc, 2004. – ISBN 0-8247-4694-5
- [8] *Eurocode 8: Auslegung von Bauwerken gegen Erdbeben, EN 1998-1*. Juni 2013
- [9] K.MESKOURIS, u.a.: *Bauwerke und Erdbeben: Grundlagen-Anwendung-Beispiele*. 3. Aufl. Berlin : Vieweg+Teubner, 2011. – ISBN 978-3-8348-0779-3
- [10] H.KRAMER: *Angewandte Baudynamik: Grundlagen und Beispiel für Studium und Praxis*. 1. Auflage. Berlin : Ernst & Sohn, 2007. – ISBN 978-3-433-01823-1
- [11] M.REITERER: *Schwingungsdämpfung von Baukonstruktionen, insbesondere von Brücken*, Technische Universität Wien, Diss., 2004
- [12] M.HOCHRAINER: *Control of civil engineering structures with special emphasis on tall buildings*, Technische Universität Wien, Diss., 2001

- [13] B.KORENEV, u.a.: *Dynamic Vibration Absorber: Theory and Technical Applications*. 1. Aufl. Chichester : John Wiley & Sons, 1993. – ISBN 0-471-92850 X

# Anhang A

## Berechnungscodes

### A.1 Programme

#### Stangenkräfte

```
//Angabe
m=100 //Masse in kg
g=9.81 //Fallbeschleunigung
l=1 //Länge des pendels m
w=sqrt(g/l); //Eigenkreisfrequenz
    //Anfangsauslenkung
phi0grad=20; //Anfangsauslenkung in grad
    //Zeit
A=0; //Anfang
Z=2*%pi; //Ende
n=1000; //Schritte
//Berechnungen
    //Zeit
t=linspace(A,Z,n);

    //Auslenkungen
phi0rad=phi0grad*%pi/180; //Anfangsauslenkung in grad
phi0=phi0rad
for i=1:n
    phi(i)=phi0*sin(w*t(i));
end
    //Stangenkräfte
```



```

for i=1:n
V(i)=m*g+m*l*w^2*phi0^2*cos(2*w*t(i));
H(i)=[m*l*w^2*(1+phi0^2*cos(w*t(i))^2)]*
*phi0*sin(w*t(i));
end

// Vertikalkraft ohne G
G=m*g;
for i=1:n
    Vg(i)=V(i)-G;
end

// Zeichnung
subplot(2,1,1)
plot(phi,Vg,phi,H); xgrid;
xlabel('Auslenkung'), ylabel('Kraft');
hl=legend(['Vertikalkraft (ohne G)'; 'Horizontalkraft']);
subplot(2,1,2)
plot(t,Vg,t,H); xgrid;
xlabel('Zeit'), ylabel('Auflagerkräfte');
hl=legend(['Vertikalkraft (ohne G)'; 'Horizontalkraft']);

```

### Vergrößerungsfunktion SDOF

```

exec("einmassenschwinger.sci");

// Freiheitsgrade
f=1 //

// Zeitspanne
A=0 // Anfang
Z=2*pi // Ende
n=100 // Schritte (Zeit) für
zweimassenschwinger
// Dämpfung
c1=0.05;

// Struktur
m1=335300*300; // kg

```

```

// kg
k1=6172838*300;           // N/m
// N/m
w1=sqrt(k1/m1);

//Matritzen
M=m1;
K=k1;
p=2000;           // N
P=p
s=1000 //Anzahl ErregerFrequenzen die durchgerechnet
      wird
u=100           //Abstufungen (Genauigkeit der Kurve)

//dynamischen Antworten
for j=1:s //Anzahl an
ErregerFrequenzen für durchgerechnet wird
    w=j/u; // geht von 0,1 bis 2,0
    [u1(j,:),wn,Phi,Pn,Kn]=
=einmassenschwinger(f,M,K,P,w,A,Z,n,c1);
end

//Amplituden als Funktion der Erregerfrequenz
for j=1:s; //Anzahl an
            ErregerFrequenzen für die
            durchgerechnet wird
    ulmax(j)=max(abs(u1(j,:)));
end

//statische Antworten
for i=1:f
    ust(i)=P(i)/K(i);
end
ust1=ust(1);

//Das Diagramm
for j=1:s; //Anzahl an
ErregerFrequenzen für die durchgerechnet wird
    w(j)=j/u; //Die Erregerfrequenzen
end
for j=1:s

```

```

        E1(j)=u1max(j)/ust1;
        R1(j)=w(j)/wn(1); //Verhältniss w/w1
//maximale Vergrößerung
Xmax=max(abs(E1));
end

//Frequenz
for j=1:s
    f(j)=w(j)*2*%pi;
end
plot(R1,E1,style=[color("grey0")]); xgrid
xlabel('w/w1'), ylabel('X')
hl=legend(['zeta=0.01','zeta=0.05']);

```

### Vergrößerungsfunktion 2DOF nach Chopra

```

//Angabe
    // Erregerfrequenz
    A=0; //Anfang
    Z=3; //Ende
    n=500; //Schritte
    f=linspace(A,Z,n);
    //Frequenzen
    f1=1;
    f2=2;

//Berechnung
for i=1:n
    X1(i)=(1-(1/2)*(f(i)/f1)^2)/((1-(f(i)/f1)^2)*
    *(1-(f(i)/f2)^2));
    F(i)=f(i)/f1;
end
plot(F,X1,'LineWidth',2); xgrid
xlabel('w')
ylabel('X')

```

### Vergrößerungsfunktion 2DOF nach Den Hartog

```

//Es wird Dämpfung eines Hauptsystems durch Pendel
    berechnet
//Angabe

```

```

//Anregung
A=0; //Anfang
Z=140; //Ende
n=10000; //Schritte
w=linspace(A,Z,n);
//Hauptsystem
m1=300; //kg
k1=2460000; // N/m
//Dämpfung des Hauptsystems =0

//Tilger
mt=0.01; //kg
kt=123000; //N/m
ct=[0.5 0.1 0.05 0.01];
wt=sqrt(kt/mt);
ft=wt*2*%pi;

//Berechnung
w1=sqrt(k1/m1);
f1=w1*2*%pi;
nu=mt/m1;

//optimale Werte
dopt=1/(1+nu); //optimales verhältniss wt/w1
wtopt=w1*dopt; //optimale wt
ktopt=wtopt^2*mt; //optimale steifigkeit des tilgers
ctopt=sqrt((3*nu)/(8*(1+nu))); //optimale Dämpfung
for i=1:n;
alpha(i)=w(i)/w1;
end
d=wt/w1;
for j=1:4;
for i=1:n;
X(j,i)=sqrt(((alpha(i)^2-d^2)^2+(2*ct(j)*
*d*alpha(i))^2)/
/((-alpha(i)^2-1)*(alpha(i)^2-d^2)+
+nu*alpha(i)^2*d^2)^2+(2*ct(j)*d*alpha(i))^2*
*(alpha(i)^2-1+nu+alpha(i)^2)^2));
end
end

```

```

//optimale Werte
dopt=1/(1+nu); //optimales verhältniss wt/wl
wtopt=w1*dopt; //optimale wt
ktopt=wtopt^2*mt; //optimale steifigkeit des tilgers
copt=sqrt((3*nu)/(8*(1+nu))); //optimale Dämpfung

//Zeichnungen
for i=1:n
    bet(i)=w(i)/wt;
end
X1=X(1,:);
X2=X(2,:);
X3=X(3,:);
X4=X(4,:);

//Maximale Werte
X1max=max(X1);
X2max=max(X2);
X3max=max(X3);
X4max=max(X4);

//Frequenz
for k=1:n
    f(k)=w(k)*2*%pi;
end
//subplot(2,1,1);
plot(alpha,X1,alpha,X2,alpha,X3,alpha,X4); xgrid;
xlabel('w/wH'), ylabel('X');
hl=legend(['zeta=0.5','zeta=0.1';
'zeta=0.05','zeta=0.01']);
//subplot(2,1,2);
//plot(bet,X1,bet,X2,bet,X3,bet,X4); xgrid;
//xlabel('w/wt'), ylabel('X');

```

## Multimodale Analyse

```

//Angabe
f=2; //Anzahl FG

//Plattform

```

```

m=318220; //kg
l=14; //m
b=10.3; //m
in=(l^2+b^2)/12; //Massenträgheitsmoment
ky=3086419; //N/m
Ky=2*ky;

//Pendel
mt=1000000; //kg
lt=0.5; //m PENDELLÄNGE!!!
ktl=9.81/lt*mt; //N/m (Steifigkeit Länge des Pendels)
ktky=0; //N/m (Steifigkeit Federdämpfung des Pendels)

//Dämpfung der beiden Systeme
c=0.0001*[1;1]; //hat für separierte w keinen Einfluss

//Matritzen
//Massenmatrix
M=[m 0; 0 mt];
//Steifigkeitsmatrix
K=[Ky+ktl -ktl
   -ktl ktl+ktky];
//Vektoren
e=[1;1];
h=[1;1];

// EINGABE der Beschleunigungen des Antwortspektrums
Sa1=0.20;
Sa2=2.09;
Sak=[Sa1;Sa2];

//Berechnung
//Lösen Eigenwertproblem
exec("eigenwertproblem.sci");
[wn,Phi]=eigenwertproblem(K,M);
for i=1:f;
T(i)=2*pi/wn(i);
end
for i=1:f
fk(i)=1/T(i);

```

```

end

//Berechnung der Systemfaktoren
exec("geometrie.sci");
[mk,Rk,Mk_,Lk]=geometrie(Phi,wn,M,e,h,f);

//Auswertung
exec("auswertung.sci");
[xmaxk,fmaxk]=auswertung(Sak,Rk,Phi,wn,M,f);

//überlagerung
exec("ueberlagerung.sci");
[xmax,fmax,roh,Emax,Emaxl]=
=ueberlagerung(xmaxk,fmaxk,c,wn);
"maximale Verschiebungen der Modes"
xmaxk
"überlagerte Verschiebungen"
xmax
"maximale Ersatzkräfte der Modes [kN]"
Fmaxk=fmaxk/1000
"überlagerte Ersatzkräfte [kN]"
Fmax=fmax/1000

"Berechnung der Schnittgrößen
abhängig von statischen System"
"Werte"
fk
Phi
mk
Rk
Lk
wn
Fmax

```

## A.2 Funktionen

### Einmassenschwinger

```

function[u1,wn,Phi,Pn,Kn]=
=einmassenschwinger(f,M,K,P,w,A,Z,n,c1)

```

```

//Angabe
    //Zeitspanne
t=linspace(A,Z,n);
    //Dämpfung
cn=c1

//Bestimmung der Eigenwerte und Vektoren
[a,e,QQ]=spec(K,M);
eig=a./e;
[s,QQQ]=gsort(eig,'g','i');
    wn2=s;
    wn=sqrt(wn2)
Phi=QQ(:,QQQ)

//Unbekannte (Randbedingungen)
for i=1:f;
    Cn(i)=(1-(w/wn(i))^2)/((1-(w/wn(i))^2)^2+
        +(2*cn(i)*(w/wn(i)))^2);
end
for i=1:f;
    Dn(i)=(-2*cn(i)*w/wn(i))/((1-(w/wn(i))^2)^2+
        +(2*cn(i)*(w/wn(i)))^2);
end

//Modale Analyse
for i=1:f;
    Mn(i)=Phi(:,i)'\*M*Phi(:,i);
end;
for i=1:f;
    Kn(i)=Phi(:,i)'\*K*Phi(:,i);
end;

    //Anregung
for i=1:f;
    Pn(i)=Phi(:,i)'\*P;
end

    //Modale Koordinaten
for i=1:f;
    for j=1:n;

```



```

        qn(i,j)=Pn(i)/Kn(i)*(Cn(i).*sin(w*t(j))+
                                +Dn(i).*cos(w*t(j)));
    end;
end

//Modale Antwort
un=zeros(f,n) //Anfangsbedingung
for i=1:f;
    for j=1:n;
        un(:,j)=un(:,j)+Phi(:,i)*qn(i,j)
    end;
end;
u1=un(1,:);
endfunction

```

### Multi Modale Analyse 1

```

function [mk,Rk,Mk_,Lk]=geometrie(Phi,wn,M,e,h,f)
    //mk=Modale Massen
    //Rk= Partizipationsfaktor
    //Mk_ = Effektive Modale Mass
    //Hk_ = Effektive Modale Höhen
    //f = Anzahl Freiheitsgrade

//Modale Massen
for i=1:f
    mk(i)=Phi(:,i) '*M*Phi(:,i)
end

//Partizipationsfaktor
for i=1:f
    Lk(i)=Phi(:,i) '*M*e
    Rk(i)=Lk(i)/mk(i)
end
//Effektive modalen Massen

for i=1:f
    Mk_(i)=Lk(i)^2/mk(i)
end

endfunction

```

## Multi Modale Analyse 2

```
function [xmaxk,fsmaxk]=auswertung(Sak,Rk,Phi,wn,M,f)
//Sak = Ausgabe Antwortspektrum
//Rk = Partizipationsfaktor
//Phi = Matrix der Eingevektoren
//wn = Eigenwerte
//M = Massenmatrix
//f = Anzahl Freiheitsgrade

//Auswertung
//Maximale Verschiebung der einzelnen Mode
for i=1:f
    xmaxk(:,i)=Rk(i)*Phi(:,i)*Sak(i)/wn(i)^2
end

//Maximalen Ersatzkräfte der einzelnen Mode
for i=1:f
    fsmaxk(:,i)=M*Phi(:,i)*Rk(i)*Sak(i)
end
endfunction
```

## Multi Modale Analyse 3

```
function [xmax,fsmax,roh,Emax,Emax1]=
=ueberlagerung(xmaxk,fsmaxk,c,wn)

//Überlagerung mit der CQC-Methode
// Bestimmung beta
for n=1:f
    for m=1:f
        B(n,m)=wn(m)/wn(n)
    end
end

//Bestimmung roh
for n=1:f
    for m=1:f
        roh(n,m)=(8*(c(n)*c(m))^(1/2)*(c(n)+
+B(n,m)*c(m))*B(n,m)^(3/2))/((1-B(n,m)^2)^2+
+4*c(n)*c(m)*B(n,m)*(1+B(n,m)^2)+
```

```

+4*(c(n)^2+c(m)^2)*B(n,m)^2
    end
end

    // Überlagerung xmax
for n=1:f
    for m=1:f
//gewichtete Verschiebungen
        Emax(n,m)=sum(roh(m,:)*xmaxk(n,m).*xmaxk(n,:))

    end
end
for i=1:f

    xmax(i)=sqrt(sum(Emax(i,:)))
end

    // Überlagerung fsmax
for n=1:f
    for m=1:f
//gewichtete Verschiebungen
        Emax1(n,m)=sum(roh(m,:)*fsmak(n,m)*
                        *fsmak(n,:))

    end
end
for i=1:f

    fsmax(i)=sqrt(sum(Emax1(i,:)))
end
endfunction

```

# Anhang B

## Symbolverzeichnis

Symbol	Bedeutung
$a$	Hälfte der Plattformbreite
$a_g$	Bodenbeschleunigung
$a_{gR}$	Referenzbodenbeschleunigung
$b$	Hälfte der Plattformtiefe
$c$	Viskose Dämpfung
$E$	Translatorische Bewegungsenergie
$f_{max}^k$	Ersatzkraft des Modes k
$f_{max}$	Überlagerte Ersatzkraft
$f_{Pu}$	Ersatzkraft der Plattform in x-Richtung
$f_{Pv}$	Ersatzkraft der Plattform in y-Richtung
$f_{P\varphi}$	Momentenbelastung der Plattform um die z-Achse
$f_{Tu}$	Ersatzkraft des Pendels in x-Richtung
$f_{Tv}$	Ersatzkraft des Pendels in y-Richtung
$F_x$	Ersatzkraft auf die Plattform in x-Richtung
$F_y$	Ersatzkraft auf die Plattform in y-Richtung
$F_M$	Ersatzkraft auf die Plattform zufolge der Rotation
$g$	Fallbeschleunigung
$h_n$	Höhenlage der Punktmasse n
$H$	Horizontale Auflagerkraft des Tilgers (Pendels)
$I_P$	Massenträgheitsmoment der Plattform
$k_T$	Steifigkeit des Tilgers (Pendels)
$k_x^A$	Rahmensteifigkeit des Rahmens A in x-Richtung
$k_x^B$	Rahmensteifigkeit des Rahmens B in x-Richtung
$K_x$	Rahmensteifigkeit aller Rahmen in x-Richtung

$k_y$	Rahmensteifigkeit eines Rahmens in y-Richtung
$K_y$	Rahmensteifigkeit aller Rahmen in y-Richtung
$l_T$	Länge des Tilgers (Pendels)
$m_0$	Masse der Konstruktion ohne Pendelwirkung
$m^*$	effektive Masse
$m_n$	Punktmasse
$m_P$	Masse der Plattform
$m_T$	Masse des Tilgers (Pendels)
$N$	Hängerkraft des Pendels
$p_x$	Belastung in x-Richtung
$p_y$	Belastung in y-Richtung
$p_z$	Belastung um die z-Richtung
$q_n$	Verschiebung der Punktmasse n
$\dot{q}_n$	Geschwindigkeit der Punktmasse n
$r$	Diagonalabstand zwischen Stütze und Rotationsmittelpunkt
$S_a$	Spektralwert aus dem Antwortspektrum
$t$	Zeit
$u$	Verschiebung der Plattform in x-Richtung
$u_{dyn}$	dynamische Systemantwort
$u_{stat}$	statische Systemantwort
$u_T$	Verschiebung des Tilgers (Pendels) in x-Richtung
$v$	Verschiebung der Plattform in y-Richtung
$V$	Vertikale Auflagerkraft des Tilgers (Pendels)
$v_T$	Verschiebung des Tilgers (Pendels) in y-Richtung
$w$	Erregereigenkreisfrequenz
$w_o$	Eigenkreisfrequenz des Systems
$w_D$	Gedämpfte Eigenkreisfrequenz des Systems
$w_H$	Eigenkreisfrequenz des Hauptsystems
$w_T$	Eigenkreisfrequenz des Tilgers (Pendels)
$w_P$	Eigenkreisfrequenz der Plattform
$w_{Pu}$	Eigenkreisfrequenz der Plattformbewegung u
$w_{Pv}$	Eigenkreisfrequenz der Plattformbewegung v
$w_x$	Eigenfrequenzen des gekoppelten Systems in x-Richtung
$w_y$	Eigenfrequenzen des gekoppelten Systems in y-Richtung
$w_\varphi$	Eigenkreisfrequenz der Plattformrotation
$x_{max}^k$	Verschiebung des Modes k
$x_{max}$	Überlagerte Verschiebung
$x_{Pu}$	Dynamische Verschiebung der Plattform in x-Richtung
$x_{Pv}$	Dynamische Verschiebung der Plattform in y-Richtung
$x_{P\varphi}$	Dynamische Verdrehung der Plattform um die z-Achse

$x_{Tu}$	Dynamische Verschiebung des Pendels in x-Richtung
$x_{Tv}$	Dynamische Verschiebung des Pendels in y-Richtung
$X_{Px}$	Verschiebung der Platte in x-Richtung
$X_{Py}$	Verschiebung der Platte in y-Richtung
$X_{PM}$	Rotation der Plattform um die z-Achse
$X_{Tx}$	Verschiebung des Pendels in x-Richtung
$X_{Ty}$	Verschiebung des Pendels in y-Richtung
$\gamma_I$	Bedeutungswert
$\Gamma$	Partizipationsfaktor
$\varphi_0$	Startauslenkung des mathematischen Pendels
$\varphi(t)$	Drehwinkel des mathematischen Pendels
$\varphi_P$	Rotation der Plattform um die z-Richtung
$\varphi_T$	Rotation des Tilgers (Pendels) um die z-Richtung
$\phi$	Eigenvektoren der Plattform
$\phi_x$	Eigenvektoren des gekoppelten Systems in x-Richtung
$\phi_y$	Eigenvektoren des gekoppelten Systems in y-Richtung
$\chi$	Vergrößerungsfaktor
$\chi_H$	Vergrößerungsfaktor des Hauptsystems
$\zeta$	Lehr'sches Dämpfungsmaß
$\zeta_H$	Lehr'sches Dämpfungsmaß des Hauptsystems
$\zeta_P$	Lehr'sches Dämpfungsmaß der Plattform
$\zeta_T$	Lehr'sches Dämpfungsmaß des Tilgers (Pendels)