



Diplomarbeit

# Aktive und semiaktive Regelungskonzepte zur Entkopplung von Hub- und Nickbewegungen eines Kraftfahrzeugs

ausgeführt zum Zwecke der Erlangung des akademischen Grades  
eines Diplom-Ingenieurs unter der Leitung von

**Ao.Univ.Prof Dipl.-Ing. Dr.techn. Manfred Plöchl**

Institut für Mechanik und Mechatronik

Forschungsgruppe Fahrzeugdynamik

E325 / A1

eingereicht an der Technischen Universität Wien

**Fakultät für Maschinenwesen und Betriebswissenschaften**

von

**Philipp Thonet-Drechsel**

Matrikelnummer: 0726317

Süßenbrunner Straße 13/3/3

1220 Wien

Wien, im Oktober 2014

---

Philipp Thonet-Drechsel

*Für meinen Großvater*

# Erklärung

Ich erkläre an Eides statt, dass ich meine Diplomarbeit nach den anerkannten Grundsätzen für wissenschaftliche Abhandlungen selbstständig ausgeführt habe und alle verwendeten Hilfsmittel, insbesondere die zugrunde gelegte Literatur genannt habe.

Weiters erkläre ich, dass ich dieses Diplomarbeitsthema bisher weder im In- noch im Ausland (einer Beurteilerin/einem Beurteiler zur Begutachtung) in irgendeiner Form als Prüfungsarbeit vorgelegt habe und dass diese Arbeit mit der vom Begutachter beurteilten Arbeit übereinstimmt.

Wien, im Oktober 2014

---

Philipp Thonet-Drechsel

# Danksagung

Mein besonderer Dank geht an Herrn Ao.Univ.Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Manfred Plöchl, denn seine Vorschläge und Ideen ließen diese Arbeit erst entstehen. Bei Problemen und Fragen hatte er stets ein offenes Ohr und betreute mich zu meiner größten Zufriedenheit.

Weiters möchte ich mich bei Privatdoz. Dipl.-Ing. Dr.techn. Johannes Edelman bedanken, der mir fachlich zur Seite stand und wertvolle Tipps gegeben hatte.

Ich möchte mich bei meinen Freunden und Studienkollegen für die wunderbare Zeit während meines Studiums bedanken, für Ihre Tipps, Ermunterungen und Ablenkungen vom Studienalltag.

Bei meiner Familie möchte ich mich bedanken, insbesondere bei meinen Eltern, die mein technisches Interesse früh erkannt haben und mir die Möglichkeit gaben dieses Studium zu absolvieren.

Zu guter Letzt möchte ich mich bei Beate bedanken, die immer an meiner Seite steht und mich, auch in schwierigen Zeiten aufmuntert hat.

Die vorliegende Arbeit möchte ich meinen Verwandten widmen, die nicht mehr unter uns sind. Insbesondere meinem Großvater, der uns, in der Zeit in der diese Arbeit einstanden ist, für immer verlassen hat.

# Kurzfassung

Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich mit der Entkopplung von Hub- und Nickbewegungen eines Kraftfahrzeugs durch eine aktive und semiaktive Fahrwerksregelung. Ein besonderes Augenmerk wird auf die Komplexität der Modelle und der darauf basierenden Regelungskonzepte gelegt. Als Fahrzeugmodelle kommen das Viertelfahrzeug- und das Halbfahrzeugmodell zum Einsatz. Fahrbahnunregelmäßigkeiten, diese wirken als Störungen auf das Fahrzeugmodell ein, stellen Einzelhindernisse und die stochastische Fahrbahnanregung dar.

Das dem Regler zugrunde liegende Modell muss nicht zwingenderweise für die Simulation verwendet werden. Dadurch ergibt sich die Möglichkeit, einerseits zwei unabhängige Viertelfahrzeugregler, basierend auf dem Viertelfahrzeugmodell an der Vorder- und Hinterachse, andererseits einen Halbfahrzeugregler, der beide Achsen in Abhängigkeit zueinander regelt, auf ein und dasselbe Halbfahrzeug als Simulationsmodell anzuwenden. Die Auslegung der Viertel- und Halbfahrzeugregler erfolgt durch Lösen der stationären algebraischen Riccati-Gleichung, die ihrerseits auf einer quadratischen Kostenfunktion, in der jede Zustandsgröße einzeln bewertet werden kann, basiert (LQ-Regelung). In einem weiteren Schritt wird die Möglichkeit der vorausschauenden Regelung der Hinterachse durch die, mit einem Beobachter an der Vorderachse geschätzten, Fahrbahnunebenheiten vorgestellt.

Als semiaktive Regelungskonzepte werden einerseits die Skyhook-Regelung und ihre Abwandlungen als Groundhook- und Hybride-Dämpfung verwendet, andererseits die semiaktive LQ-Regelung als semiaktives Pendant zum aktiven LQ-Regler.

Zur Beurteilung der Regelungsgüte werden die resultierenden Nick- und Hubbeschleunigungen (Fahrkomfort), Radeinfederwege und bezogenen Radlastschwankungen (Fahrsicherheit) herangezogen. Bei der Störung durch Einzelhindernisse dienen die zeitlichen Verläufe der Hub- und Nickbewegungen zur qualitativen Bewertung, die maximal auftretenden Amplituden werden als quantitatives Maß der Verbesserung verwendet. Die Modellgültigkeit wird durch die Bedingung: „Kein Abheben des Rades“ sichergestellt. Im Falle der stochastischen Fahrbahnanregung erfolgt die Beurteilung einerseits durch die Effektivwerte (rms-value) der Beschleunigungen und des Radeinfederwege, andererseits durch die bezogenen Radlastschwankungen.

# Abstract

This thesis deals with the decoupling of heave- and pitch-motions of a vehicle controlled by an active- and semi-active wheel suspension system. The focus is on the model complexity as well as on the respective controller concepts. Applied vehicle models are the quarter-car and the half-car model. Road irregularities, they act as disturbances on the vehicle model, are single bumps and random road profiles.

The vehicle models used for controller design must not necessarily be the same as used for simulations. This results in the possibility to use two independent quarter-car-based controllers at the front and the rear axle, as well as one half-car-based controller, which has the ability to operate depending on both axle motions. Thus, both controllers can be used for simulations on the same half-car model. Quarter- and half-car controller designs are based on linear optimal control (LQR). Therefore, a performance index consisting of separate weighted states is needed to obtain the optimal gains by solving the stationary algebraic Riccati equation. Next, the possibility is shown to apply a preview based active suspension controller on the rear axle, whose preview information is generated by the reconstruction of the road surface at the front wheels.

Presented controller concepts, based on semi-active suspension systems are the skyhook control and possible variations as groundhook and hybrid control, as well as the optimal semi-active clipped control derived from the active controllers of the quarter- and half-car.

Criteria to evaluate the controller performances are heave- and pitch-accelerations (ride comfort), suspension deflection (rattle space) and dynamic wheel loads (road holding). In case of single bumps, time based plots showing the heave- and pitch-motions and the values of maximum acceleration-amplitudes are used for evaluation. Validity of the applied system model is ensured by the condition: "No lift-off the wheels". In case of random road profiles, rms-values of acceleration, suspension deflection and dynamic wheel loads are used for evaluation.

# Inhaltsverzeichnis

<b>Danksagung</b>	<b>iv</b>
<b>Kurzfassung</b>	<b>v</b>
<b>Abstract</b>	<b>vi</b>
<b>1 Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1 Zielsetzung . . . . .	2
1.2 Aufbau der Arbeit . . . . .	3
<b>2 Modellierung</b>	<b>4</b>
2.1 Das Fahrzeug als Schwingungssystem . . . . .	4
2.2 Fahrzeugparameter . . . . .	7
2.3 Fahrbahninduzierte Störungen . . . . .	9
2.3.1 Einzelhindernisse . . . . .	9
2.3.2 Stochastische Fahrbahnanregung . . . . .	9
2.3.3 Bewertungskriterien und Beurteilungsmaßstäbe . . . . .	13
2.4 Das Viertelfahrzeugmodell . . . . .	15
2.4.1 Zustandsraummodell des Viertelfahrzeugs . . . . .	16
2.4.2 Fahrt über ein Einzelhindernis ( $f_a = 0$ ) . . . . .	17
2.5 Das Halffahrzeugmodell . . . . .	19
2.5.1 Zustandsraummodell des Halffahrzeugs . . . . .	22
2.5.2 Fahrt über ein Einzelhindernis ( $f_a = 0$ ) . . . . .	25
<b>3 Aktive Fahrwerksregelung</b>	<b>27</b>
3.1 Regelungskonzept . . . . .	27
3.2 LQ-Regelung . . . . .	29
3.2.1 Voraussetzungen der LQ-Regelung . . . . .	30
3.2.2 LQ-Viertelfahrzeugregler (LQ 1/4) . . . . .	31
3.2.3 LQ-Halffahrzeugregler (LQ 1/2) . . . . .	31
3.2.4 Ermittlung der Gewichtungsmatrizen . . . . .	32
3.2.5 Simulationsergebnisse der LQ-Regelung . . . . .	33
3.3 Regelung mit Vorschau . . . . .	44
3.3.1 LQ-Regelung mit Vorschau . . . . .	46

---

3.3.2	Detektion der Störungen an der Vorderachse . . . . .	48
3.3.3	Reglerentwurf der LQ-Regelung mit Vorschau . . . . .	48
3.3.4	Simulationsergebnisse der LQ-Regelung mit Vorschau	49
3.4	Einfluss der Fahrzeugparameter . . . . .	56
3.4.1	Kalkulation der modifizierten Fahrzeuge . . . . .	58
3.4.2	Ergebnisse . . . . .	58
<b>4</b>	<b>Semiaktive Fahrwerksregelung</b>	<b>66</b>
4.1	Skyhook-Regelung . . . . .	66
4.1.1	Idee und Regelungskonzept . . . . .	66
4.1.2	Modellierung der Hybriden-Dämpfung . . . . .	70
4.1.3	Simulation der Hybriden-Dämpfung . . . . .	71
4.2	Semiaktive LQ-Regelung . . . . .	75
4.2.1	Simulation der semiaktiven LQ-Regelung . . . . .	78
<b>5</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>84</b>
5.1	Zusammenfassung . . . . .	84
5.2	Ausblick . . . . .	85
<b>A</b>	<b>Analytische Lösung der Gewichtungsmatrizen</b>	<b>87</b>
<b>B</b>	<b>Gewichtungsmatrizen</b>	<b>91</b>
<b>C</b>	<b>Variation der Modellparameter</b>	<b>93</b>
<b>Quellenverzeichnis</b>		<b>97</b>
Literatur	. . . . .	97
Online-Quellen	. . . . .	98

# Kapitel 1

## Einleitung

Klassische Fahrwerke bestehen aus Federn und Dämpfern, welche das Rad mit dem Aufbau verbinden. Aufgabe der Federn ist das statische Gewicht des Fahrzeugs aufzunehmen und damit die Einfederung bei unterschiedlicher Beladung zu begrenzen. Der Dämpfer wandelt kinetische in thermische Energie um und soll damit, die von der Fahrbahn ausgehenden Schwingungen isolieren. Durch ein sorgfältig, auf den Aufbau abgestimmtes Fahrwerk, können sowohl die Fahrsicherheit als auch der Fahrkomfort für die Insassen erheblich gesteigert werden. Ein hoher Komfort bedeutet gute Schwingungsisolation und kleine Beschleunigungen auf Passagierebene. Um Kräfte auf die Fahrbahn übertragen zu können, muss gewährleistet werden, dass das Rad in allen Fahrsituationen nicht abhebt. Hohe Fahrsicherheit resultiert in der Forderung nach möglichst kleinen Radlastschwankungen.

Die für den Fahrkomfort maßgeblichen Bewertungsgrößen sind im zweidimensionalen Fall die Hubbeschleunigungen des Fahrzeugaufbaues in vertikaler Richtung und die Nickbeschleunigungen um die Querachse des Fahrzeugs. Diese sind, abhängig von der Geometrie und Massenverteilung, in der Regel miteinander gekoppelt und können im Falle des *passiven* Fahrwerks nicht, oder nur schwer entkoppelt werden.

Ausschlaggebend für die Vertikaldynamik eines Fahrzeugs ist die Auslegung der Fahrwerksfeder und des Fahrwerksdämpfers. Durch Variation der Federsteifigkeit  $c_2$  und der Dämpfung  $k_2$  (siehe spätere Abbildung 2.2) können bei *passiven* Fahrwerken, Komfort und Fahrsicherheit in einem gewissen Ausmaß gesteigert werden. Abbildung 1.1 zeigt diesen Sachverhalt.

Bester Fahrkomfort und höchste Fahrsicherheit liegen bei unterschiedlicher Federsteifigkeit und Dämpfung. Eine Verringerung von  $c_2$  führt generell zu einer Verbesserung von Fahrkomfort und Fahrsicherheit. Wie aus Abbildung 1.1 zu sehen ist kann bei vorgegebenem  $c_2$  die Dämpfung  $k_2$  für maximalen Komfort oder hohe Fahrsicherheit eingestellt werden. Da die Fahrwerksfeder das statische Fahrzeuggewicht aufnehmen muss, kann  $c_2$  nicht beliebig verringert werden. Fahrkomfort und Fahrsicherheit stehen damit in

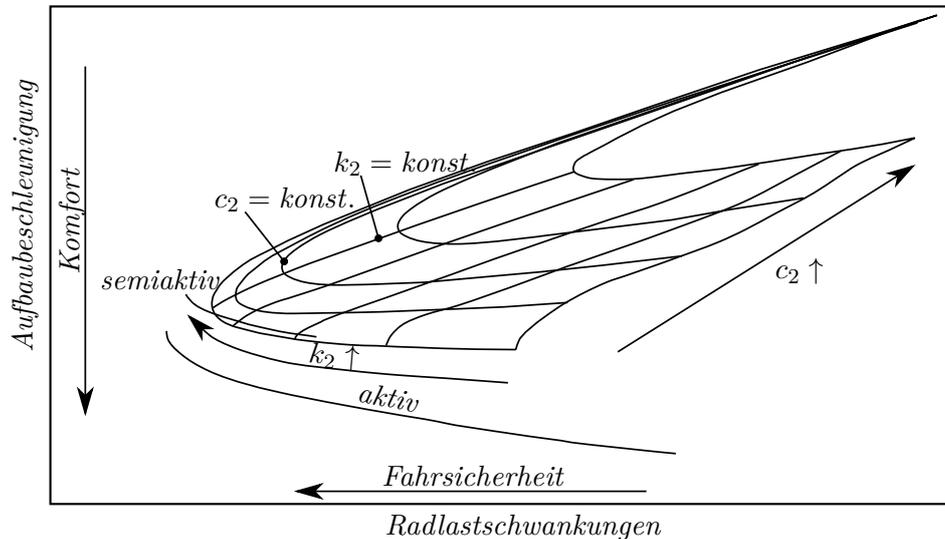


Abbildung 1.1: Konfliktschaubild

einem Zielkonflikt zueinander. Die *Fahrwerksregelung* gibt dem Ingenieur die Möglichkeit diese zu verschieben. Darüber hinaus können weitere Zielkonflikte des *passiven* Fahrwerks, wie der zur Verfügung stehende Bauraum der Fahrwerksaufhängung (Radeinfederweg) oder die Kopplung von Hub- und Nickbewegungen, berücksichtigt werden.

## 1.1 Zielsetzung

Das Ziel dieser Arbeit ist, mögliche aktive und semiaktive Regelungskonzepte, basierend auf unterschiedlichen Fahrzeugmodellen, miteinander zu vergleichen und im speziellen die Auswirkungen dieser auf Hub- und Nickbewegungen eines Fahrzeugs zu untersuchen. Eine weitere zentrale Fragestellung ist die erforderliche Komplexität der zu verwendenden Modelle und der darauf basierenden Regler. Reicht das einfache Viertelfahrzeugmodell aus um das Problem zu lösen, oder muss ein Halbfahrzeugmodell verwendet werden? Als aktive Fahrwerkskonzepte sollen die LQ-Regelung und die LQ-Regelung mit Vorschau verwendet werden. Aktive Konzepte erweisen sich als nachteilig in Bezug auf den nötigen Energieaufwand zum Stellen der Aktuatoren. Bei semiaktiven Fahrwerken muss keine zusätzliche Energie, abgesehen von der erforderlichen zum Stellen der Ventile, in das System gebracht werden. Es stellt sich die Frage, inwieweit semiaktive Konzepte nachteilig gegenüber den aktiven sind? Als semiaktive Regelungskonzepte sollen einerseits die Skyhook-Regelung und ihre Abwandlungen als Groundhook- und Hybride-Dämpfung, andererseits die semiaktive LQ-Regelung als semiaktives Pendant zur aktiven LQ-Regelung betrachtet werden.

## 1.2 Aufbau der Arbeit

In den einzelnen Kapiteln werden anfangs die theoretischen Grundlagen in einer allgemein gültigen Form erarbeitet und anschließend an die jeweilige Problemstellung anpasst. Abschließend werden Simulationsergebnisse präsentiert und diskutiert. Alle numerischen Berechnungen und Simulationen wurden in MATLAB<sup>1</sup> und der Erweiterung SIMULINK durchgeführt.

Zu Beginn der Arbeit wird in Kapitel 2 auf die Modellierung des Fahrzeugs und der Fahrbahnoberfläche eingegangen. Als Fahrzeugmodelle kommen das Viertelfahrzeugmodell, es kann nur Hubbewegungen ausführen, und das Halbfahrzeugmodell, das Hub- und Nickbewegungen zulässt, zum Einsatz. Für beide Modelle werden die Bewegungsgleichungen aufgestellt. Auch eine Kombination der beiden, ein Halbfahrzeug bestehend aus zwei Viertelfahrzeugen (Punktmassen) und einer Koppelmasse, wird vorgestellt. Abschließend werden die Systemgleichungen in einer kompakten Matrixschreibweise, dem Zustandsraummodell, angeschrieben.

Fahrbahnunebenheiten wirken als Störungen auf dieses ein. Diese sind einerseits Einzelhindernisse, andererseits die stochastische Fahrbahn Anregung. Für Letztere wird mit der spektralen Leistungsdichte der Fahrbahnunebenheiten, auf die statistischen Eigenschaften einer allgemeinen Fahrbahnoberfläche eingegangen. Abschließend wird das Verhalten des passiven Fahrzeugs, im speziellen die Hub- und Nickbewegungen, anhand von Fahrsimulationen diskutiert.

Kapitel 3 beschäftigt sich mit der aktiven Fahrwerkregelung. Eingangs wird das Regelungskonzept, später die Reglerauslegung basierend auf dem LQ-Regler und einer allgemeinen Kostenfunktion erläutert. Im späteren Verlauf des Kapitels werden die Kostenfunktionen für Halb- und Viertelfahrzeugregler hergeleitet. Als Erweiterung zu den aktiven LQ-Reglern, wird die Regelung mit Vorschau vorgestellt. Ziel ist es, die nachlaufende Achse durch Informationen der Störung, gemessen an der Vorderachse, vorausschauend zu regeln. Eine Diskussion der Simulationsergebnisse schließt das Kapitel ab.

Inhalt von Kapitel 4 sind die semiaktiven Regelungskonzepte. Dazu zählen der Skyhook-Dämpfer, der Groundhook-Dämpfer und die Hybride-Dämpfung, als Kombination von Sky- und Groundhook-Dämpfung. In weiterer Folge wird die semiaktive optimale LQ-Regelung basierend auf der aktiven LQ-Regelung vorgestellt.

---

<sup>1</sup>MATrix LABORatory, © 1994-2014 The MathWorks, Inc, Studentenversion MATLAB R2012b der TU-Wien

# Kapitel 2

## Modellierung

### 2.1 Das Fahrzeug als Schwingungssystem

Ein Modell ist eine Abbildung der Realität und wird mit Hilfe von mathematischen Gleichungen beschrieben. Dabei werden Modellannahmen, Vereinfachungen und Idealisierungen getroffen. Diese stellen Grenzen und Gültigkeit des Modells dar.

Mitschke und Wallentowitz stellen in [16] das Fahrzeug als ein *Schwingungssystem* bestehend aus Massen, Federn und Dämpfern vor, siehe Abbildung 2.1.

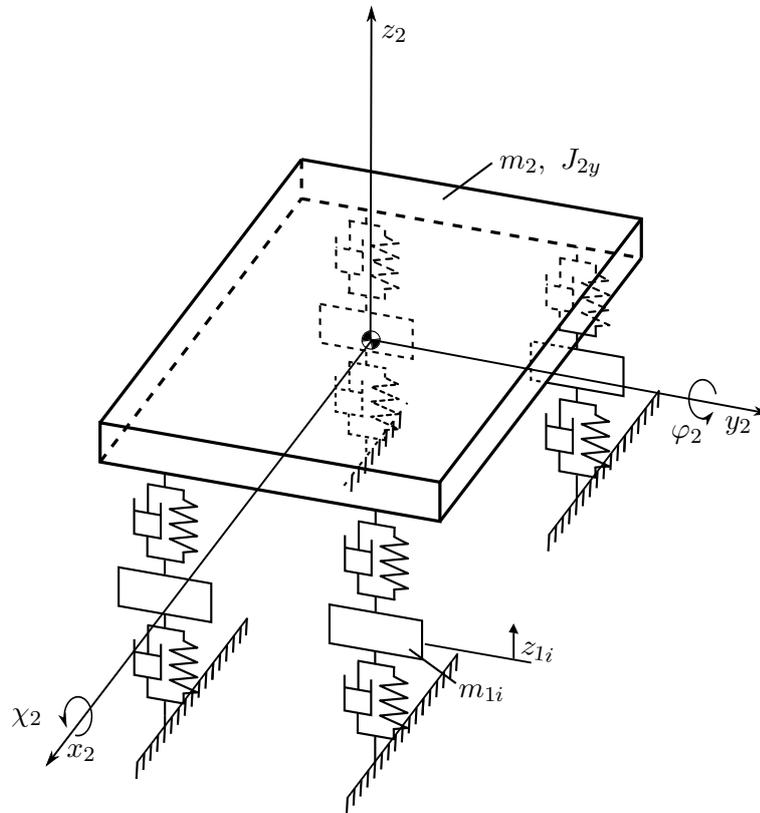
Dabei stellen Aufbau und Anteile der Radaufhängungen die *gefederte Masse*  $m_2$  dar. Räder und restliche Anteile der Aufhängungen werden als Massen  $m_1$  modelliert, welche durch ein Feder-Dämpfer-System,  $c_2$  und  $k_2$  mit der Aufbaumasse  $m_2$  verbunden sind.  $m_1$  wird auch als *ungefederte Masse* bezeichnet. Die Feder- und Dämpfercharakteristika der Reifen werden als *linear* angenommen und sind durch  $c_1$  bzw.  $k_1$  modelliert. Dieses Schwingungssystem besitzt bei Geradeausfahrt (keine Gierbewegung)  $f = 9$  Freiheitsgrade. Diese sind

- die Vertikalbewegung ( $z$ -Richtung) der Räder (4)
- das *Nicken* der Aufbaumasse  $m_2$  um die Querachse ( $y$ -Achse) (1)
- das *Wanken* um die Längsachse ( $x$ -Achse) (1)
- sowie die translatorischen Verschiebungen der Aufbaumasse  $m_2$  im Raum (3).

Für das Fahrzeugmodell nach Abbildung 2.1 sollen folgende Annahmen gelten:

- Das Fahrzeug ist symmetrisch zur Längsachse.
- *Nicken* und *Wanken* sind unabhängig und beeinflussen sich nicht gegenseitig – *Einspuranregung*.

Führt man nun die Achsen des Fahrzeugs in der Symmetrieebene der Längsachse zusammen und setzt *Einspuranregung* voraus, so resultiert dies, bei Be-



**Abbildung 2.1:** Das Fahrzeug als Schwingungssystem nach [16]

trachtung des Fahrzeugs von der Seite, in [Abbildung 2.2](#).

Dieses Modell besitzt  $f = 4$  Freiheitsgrade, *Hub* in  $z$ -Richtung ( $z_2$ ), *Nicken* um die  $y$ -Achse ( $\varphi_2$ ) und die vertikalen Bewegungen der vorderen und hinteren Radmassen ( $z_{1v}$  und  $z_{1h}$ ). Die Lagekoordinaten  $z_i$  der Aufbaumasse  $m_2$  und der ungedeckelten Massen  $m_{1i}$  werden im jeweiligen Schwerpunkt der Massen, aus der statischen Ruhelage, gemessen.  $h_v(t)$  und  $h_h(t)$  stellen die Anregungen durch die Fahrbahn dar.

Mitschke und Wallentowitz [16] ersetzen die Aufbaumasse  $m_2$  durch Punktmassen an beiden Enden des Fahrzeugs ( $m_{2v}$ ,  $m_{2h}$ ) und eine Koppelmasse  $m_k$  im Schwerpunkt von  $m_2$ , welche durch masselose Stangen miteinander verbunden sind, siehe [Abbildung 2.3](#).

Durch folgende Überlegungen können diese Punktmassen bestimmt werden.

- i) Die Aufbaumasse  $m_2$  ergibt sich aus der Summe der Einzelmassen

$$m_2 = m_{2v} + m_{2h} + m_k, \quad (2.1)$$

- ii) die Lage des Gesamtschwerpunktes der Einzelmassen ist gleich dem

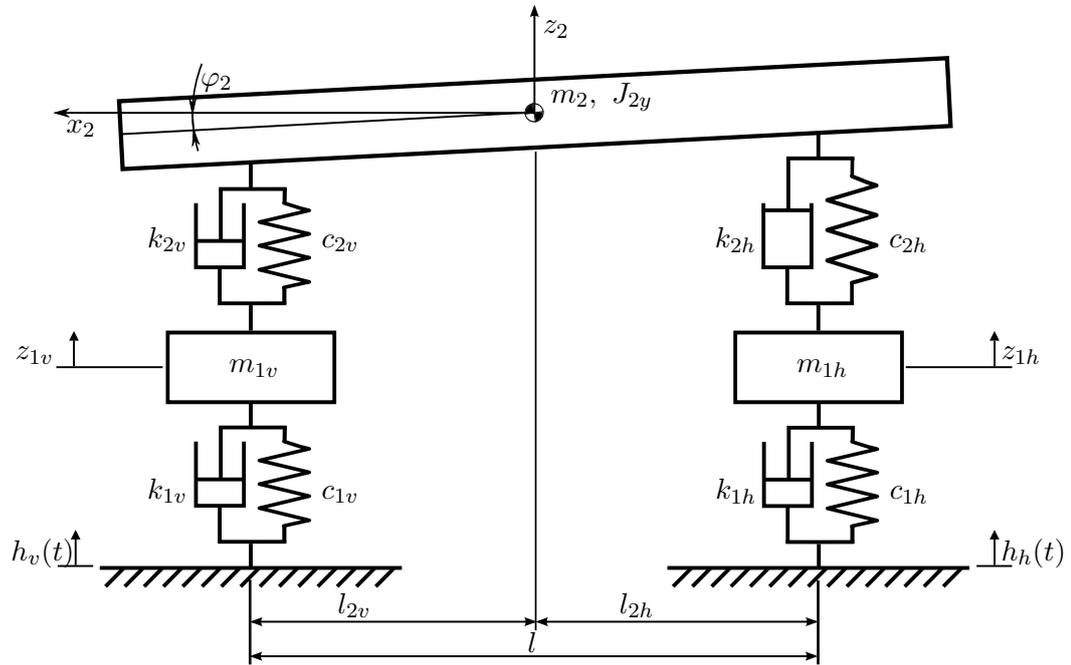


Abbildung 2.2: Das Halffahrzeugmodell

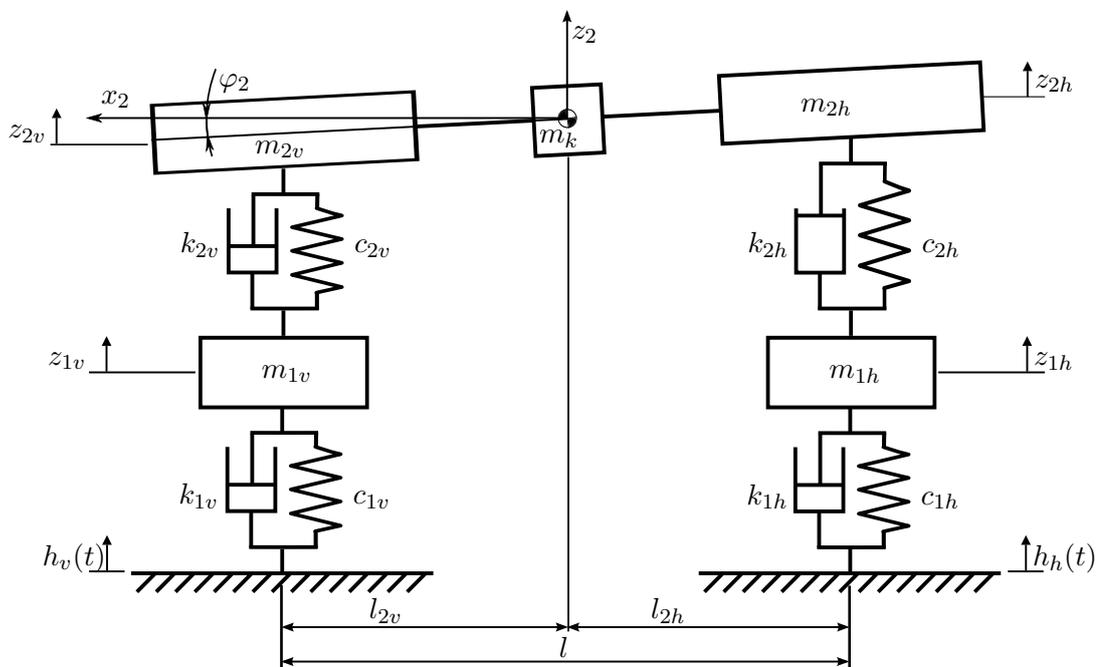


Abbildung 2.3: Das Halffahrzeug als Punktmassenmodell

von  $m_2$

$$m_{2v} l_{2v} = m_{2h} l_{2vh}, \quad (2.2)$$

iii) und das Massenträgheitsmoment  $J_{2y}$  bezüglich der  $y_2$ -Querachse ändert sich nicht

$$J_{2y} = m_2 i_y^2 = m_{2v} l_{2v}^2 + m_{2h} l_{2h}^2. \quad (2.3)$$

Damit ergeben sich die Punktmassen zu

$$m_{2v} = m_2 \frac{i_y^2}{l l_{2v}}; \quad m_{2h} = m_2 \frac{i_y^2}{l l_{2h}}, \quad (2.4)$$

und die Koppelmasse zu

$$m_k = m_2 \left( 1 - \frac{i_y^2}{l_{2v} l_{2h}} \right). \quad (2.5)$$

Der Trägheitsradius des Körpers  $m_2$  ist  $i_y^2$ . Die Koppelmasse  $m_k$  kann als Maß für die gegenseitige Beeinflussung der Bewegung der Massen  $m_{2v}$  und  $m_{2h}$  dienen. Geht  $m_k \rightarrow 0$  so sind Vorder- und Hinterachse entkoppelt.

Zur Entkopplung des Halbfahrzeugs in zwei Subsysteme, bestehend aus jeweils einem Viertelfahrzeug an der Vorder- und Hinterachse, geben Krtolica und Hrovat [12] als notwendige und hinreichende Bedingung

$$m_2 l_{2v} l_{2h} = J_{2y} \quad (2.6)$$

an. (2.6) kann aus der Forderung nach  $m_k = 0$  aus (2.5) gewonnen werden. Zur Entkopplung des Halbfahrzeugs nach Abbildung 2.2 in zwei Subsysteme nach Abbildung 2.3 wobei  $m_k = 0$  gesetzt wird, gibt Hrovat in [6] an, dass eine Differenz von 20% zwischen der rechten und linken Seite von (2.6) zulässig ist.

Wird der Radstand, wie in Abbildung 2.4 gezeigt zu  $l \rightarrow \infty$  verlängert, so resultiert aus dem *Halbfahrzeugmodell* nach Abbildung 2.3 das *Viertelfahrzeugmodell* nach Abbildung 2.11, das nur translatorische Bewegungen in vertikaler Richtung ausführt [16].

## 2.2 Fahrzeugparameter

Die Parameter des zu betrachtenden Fahrzeugs 5 sind in Tabelle 2.1 dargestellt. Die angegebenen Werte beziehen sich auf ein Fahrzeug nach Abbildung 2.1. Es gilt zu beachten, dass  $m_{ges}$  die Gesamtmasse des Fahrzeugs

$$m_{ges} = m_2 + 2 m_{1v} + 2 m_{1h}$$

und  $J_{2y}$  das Massenträgheitsmoment des Aufbaus  $m_2$  um die  $y_2$ -Achse ist. Für die Modelle des Viertel- und Halbfahrzeugs müssen die anteiligen Aufbaumassen nach (2.1) bis (2.5) bestimmt werden.

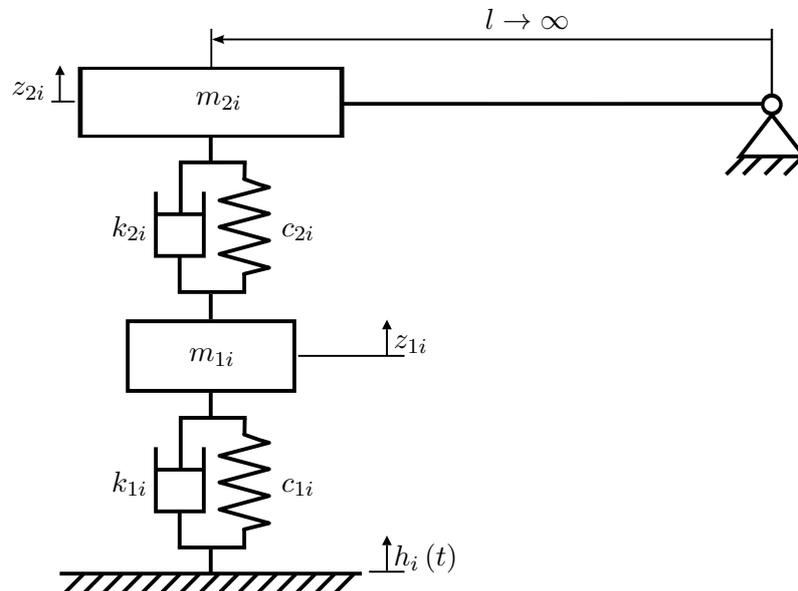


Abbildung 2.4: Übergang vom Halb- zum Viertelfahrzeugmodell nach [16]

Bezeichnung	Symbol	Wert	Einheit
Aufbau			
Fahrzeug Gesamtmasse	$m_{ges}$	2300	kg
Massenträgheitsmoment Aufbau	$J_{2y}$	3700	kg m <sup>2</sup>
Radstand	$l$	2.94	m
Schwerpunktastand zur Vorderachse	$l_{2v}$	1.36	m
Schwerpunktastand zur Hinterachse	$l_{2h}$	1.58	m
Reifenkennwerte			
Reifensteifigkeit vorne	$c_{1v}$	$330 \cdot 10^3$	N/m
Reifendämpfung vorne	$k_{1v}$	500	Ns/m
Reifensteifigkeit hinten	$c_{1h}$	$350 \cdot 10^3$	N/m
Reifendämpfung hinten	$k_{1h}$	500	Ns/m
Radaufhängung			
Ungefederte Massen vorne	$m_{1v}$	60	kg
Ungefederte Massen hinten	$m_{1h}$	60	kg
Steifigkeit der Vorderachse	$c_{2v}$	$22 \cdot 10^3$	N/m
Dämpfung an der Vorderachse	$k_{2v}$	$5 \cdot 10^3$	Ns/m
Steifigkeit der Hinterachse	$c_{2h}$	$74 \cdot 10^3$	N/m
Dämpfung an der Hinterachse	$k_{2h}$	$4 \cdot 10^3$	Ns/m

Tabelle 2.1: Fahrzeugparameter, Fahrzeug 5

## 2.3 Fahrbahninduzierte Störungen

Die Fahrbahnunebenheiten  $h_v(t)$  und  $h_h(t)$  wirken als Störungen von außen auf das Fahrzeug ein. Diese können in die Klasse der *diskreten* und die der *stochastischen* Fahrbahnunebenheiten eingeteilt werden. *Diskrete* Unebenheiten sind beispielsweise periodische Wellen- oder die Sinusfahrbahn bzw. Einzelhindernisse wie Bodenschwellen, Schlaglöcher, Kanaldeckel oder eine Haltestelle mit Fahrbahnanhebung. Der Verlauf dieser Unebenheiten ist sowohl zeitlich als auch örtlich bekannt und kann zu jedem (Zeit-)Punkt eindeutig dargestellt werden. Im Gegensatz dazu steht die *stochastische* Fahrbahnanregung. Bei der Fahrt auf einer Straße wirken unterschiedliche Störungen auf das Fahrzeug ein, die als solche nicht explizit beschrieben werden können. Weiters sind die meisten Fahrbahnunebenheiten weder periodisch noch haben sie die Form einer Sinusschwingung. Um das gesamtheitliche Bild der Unebenheiten einer Straße darzustellen, muss somit auf die statistischen Eigenschaften der Fahrbahn eingegangen werden.

### 2.3.1 Einzelhindernisse

Das in Abbildung 2.5 dargestellte Einzelhindernis wird durch eine  $(1 - \cos)$  Funktion der Form

$$h(t) = \hat{h} \left( 1 - \cos \frac{2\pi v}{L} t \right) \quad (2.7)$$

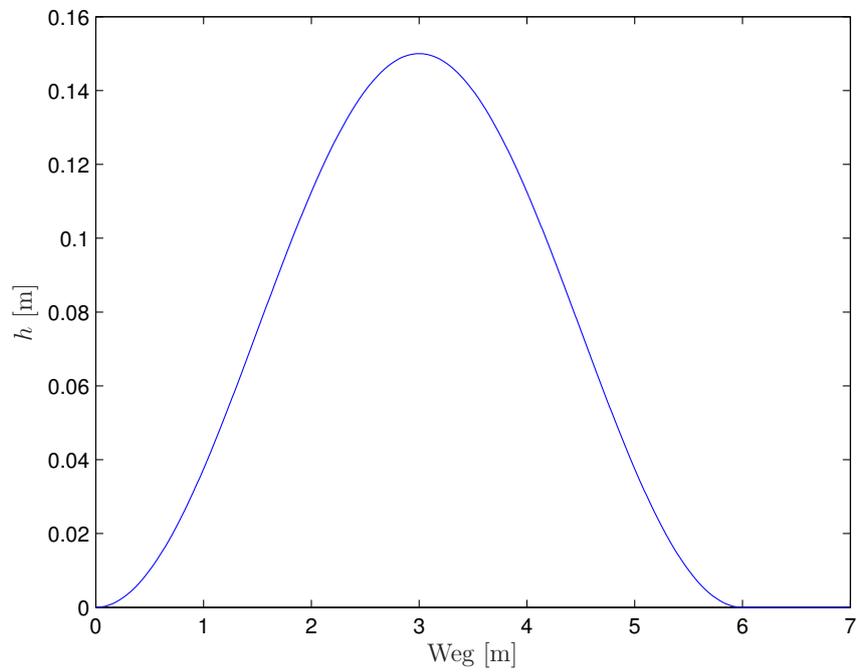
angenähert [16]. Dabei ist  $\hat{h}$  die Podesthöhe,  $L$  die Länge des Hindernisses und  $v = 10 \text{ m/s}$  die Geschwindigkeit mit der das Hindernis befahren wird. Das Einzelhindernis nach (2.7) kann auch zu einem trapezförmigen Hindernis mit der Podestlänge  $L_p$  modifiziert werden, Abbildung 2.6. Dazu wird das Einzelhindernis nach Abbildung 2.5 beim Erreichen des Maximalwertes um die Podestlänge  $L_p$ , bei konstanter Podesthöhe  $\hat{h}$ , verlängert.

### 2.3.2 Stochastische Fahrbahnanregung

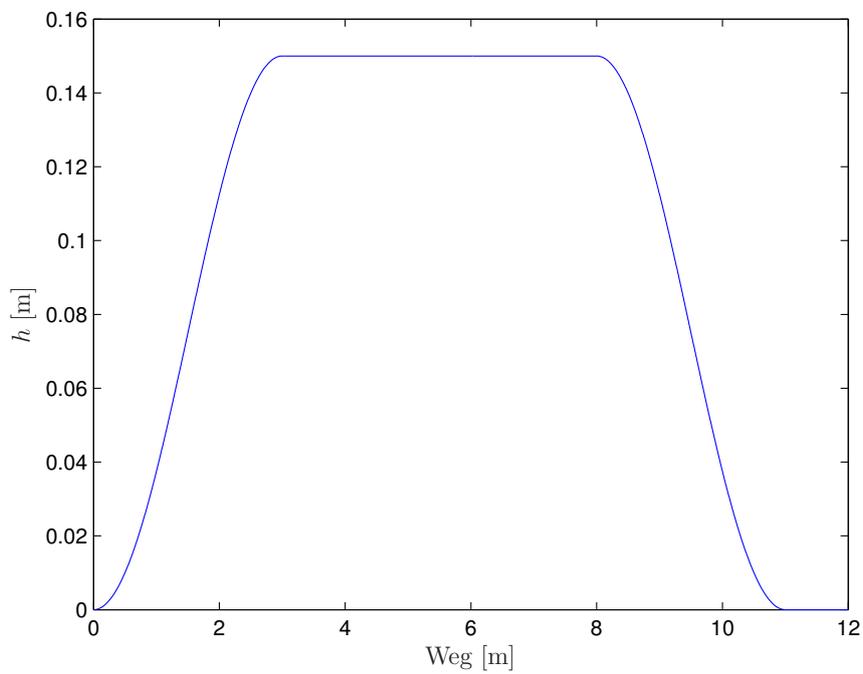
Die allgemeine Beschreibung einer Straßenoberfläche erfolgt in der Literatur mithilfe der „spektralen Dichte der Unebenheiten“ [16]. Dazu wird die spektrale Dichte der Fahrbahnunebenheiten  $\Phi_h(\Omega)$  über die Wegkreisfrequenz der Anregung  $\Omega$  aufgetragen, siehe Abbildung 2.7. Die mathematische Beschreibung erfolgt durch eine Approximation der gemessenen spektralen Dichten, in doppel-logarithmischer Darstellung, als Gerade und ist durch

$$\Phi_h(\Omega) = \Phi_h(\Omega_0) \left( \frac{\Omega}{\Omega_0} \right)^{-w} \quad (2.8)$$

gegeben. Dabei ist  $\Omega_0$  die Bezugswegkreisfrequenz,  $\Phi_h(\Omega_0)$  das Unebenheitsmaß der Straße und  $w$  die Welligkeit der Fahrbahn. Typischerweise wird  $w = 2$  gewählt [16].



**Abbildung 2.5:** Einzelhindernis,  $L = 6$  m,  $\hat{h} = 0.150$  m



**Abbildung 2.6:** Trapezförmiges Einzelhindernis,  $L = 6$  m,  $L_p = 5$  m,  $\hat{h} = 0.150$  m

Die Wegkreisfrequenz  $\Omega(s)$  und die Zeitkreisfrequenz  $\omega(t)$  stehen durch

$$\Omega s = \omega t \quad (2.9)$$

in Relation zueinander. Mit der Geschwindigkeit  $v$  ist durch

$$\Omega = \omega \frac{t}{s} = \frac{\omega}{v} = \frac{2\pi f}{v} = \frac{2\pi}{L} \quad (2.10)$$

der Zusammenhang zwischen Wegkreisfrequenz  $\Omega$ , Zeitfrequenz  $f$  und der Unebenheitswellenlänge  $L$  gegeben. Als Bezugswegkreisfrequenz  $\Omega_0$  wird

$$\Omega_0 = \frac{2\pi}{L_0} = 1\text{m}^{-1} \quad (2.11)$$

gewählt, sodass  $\Omega_0 = 1\text{m}^{-1}$  einer Unebenheitswellenlänge von  $L \approx 6.28\text{m}$  entspricht. Unebenheitsmaße  $\Phi_h(\Omega_0)$  sind tabellarisch, eingeteilt nach Straßenklassen A-H in der ISO 8608:1995 zu finden [9].

Abbildung 2.7 zeigt typische Straßenspektren mit unterschiedlichen Unebenheitsmaßen und Wellenlängen. Es ist zu erkennen, dass die spektrale Unebenheitsdichte  $\Phi_h(\Omega)$  mit größer werdender Wegkreisfrequenz  $\Omega$  abnimmt, d. h. es treten langwellige große oder kurzwellige kleine Amplituden auf.

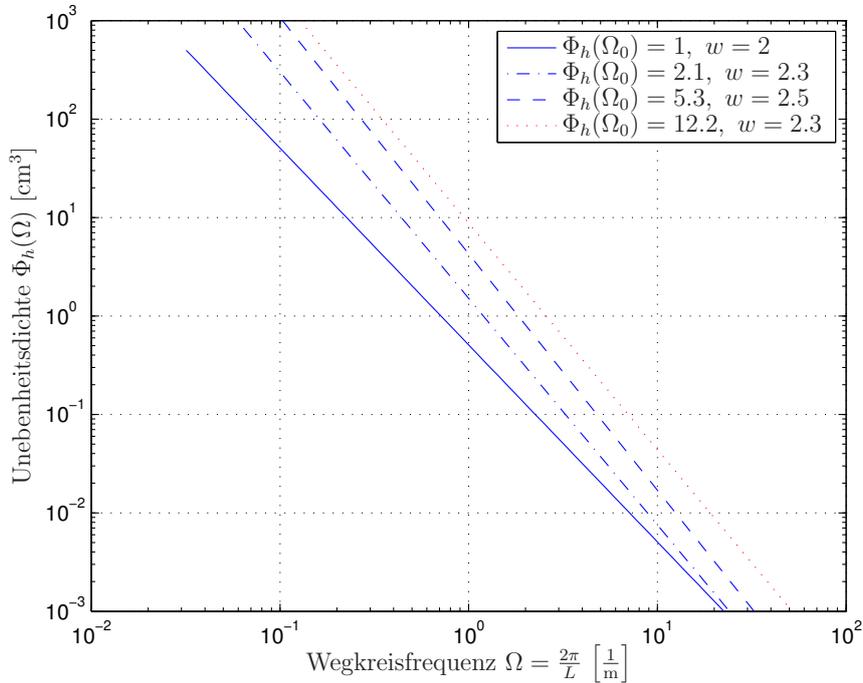


Abbildung 2.7: Approximierte Straßenspektren nach [11] und [16]

### Generation eines Zeitsignals aus spektralen Dichten

Kortüm und Lugner generieren in [11] ein Zeitsignal  $\xi(t)$  aus der spektralen Leistungsdichte  $\Phi_h(\Omega)$  durch eine Approximation von harmonischen Schwingungen, die um den zufälligen Phasenwinkel  $\gamma_i$  im Intervall  $[0, 2\pi]$  verschoben sind (weißes Rauschen am Eingang). Dazu wird das gegebene Leistungsdichtespektrum in einem endlichen Frequenzintervall  $[f_i, f_{i+1}]$  diskretisiert. Man beachte die Zeitfrequenz  $f$  in Abbildung 2.8.

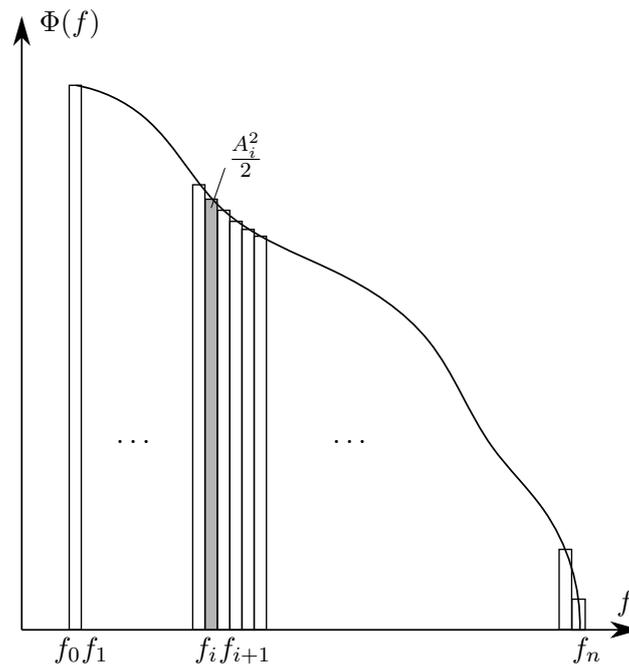


Abbildung 2.8: Diskretisierung der spektralen Leistungsdichte nach [11]

Der Zusammenhang zwischen dem Leistungsdichtespektrum und der Amplitude  $A_i$  der harmonischen Schwingung ist durch

$$\Phi_h(f_i) = \frac{A_i^2}{2} \quad (2.12)$$

gegeben. Damit ergibt sich das stochastische Signal der Fahrbahnanregung zu

$$\xi(t) = \sum_{i=1}^n A_i \cos(2\pi f_i t + \gamma_i). \quad (2.13)$$

In Abbildung 2.9 sind die für die Simulationen verwendeten Straßenspektren abgebildet. Dabei handelt es sich um eine „gute“ Landstraße mit  $\Phi_h(\Omega_0) = 5 \text{ cm}^3$  und um eine „schlechte“ Landstraße mit  $\Phi_h(\Omega_0) = 12.5 \text{ cm}^3$  als Unebenheitsmaß mit der Welligkeit  $w = 2$ .

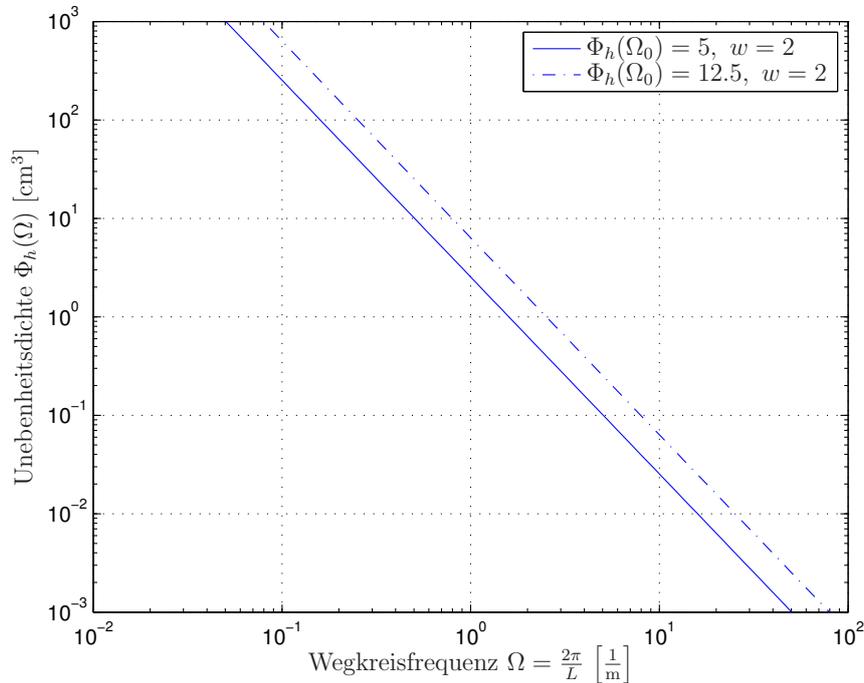


Abbildung 2.9: Verwendete Straßenspektren

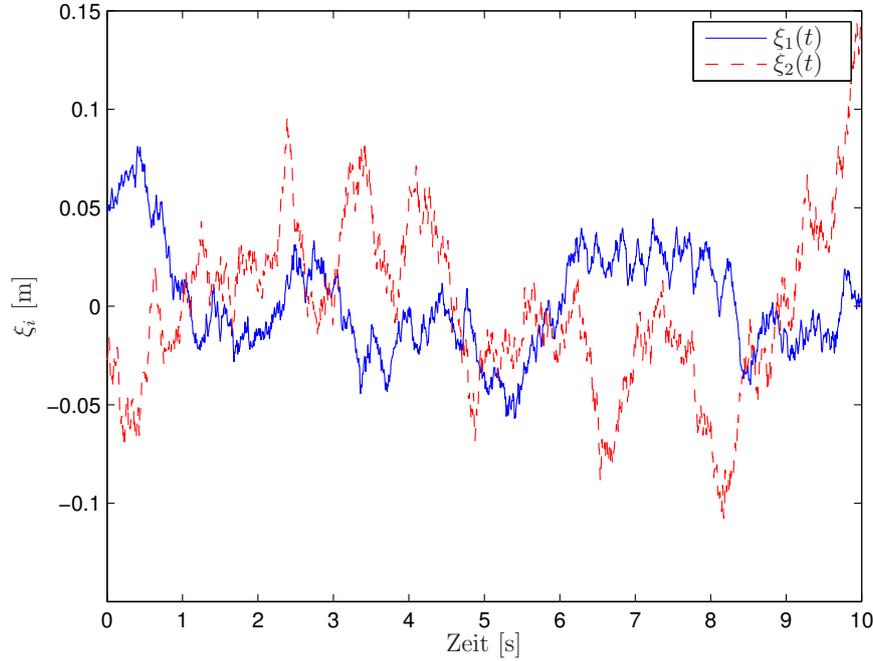
Abbildung 2.10 zeigt die stochastischen, aus den Straßenspektren nach Abbildung 2.9 mit weißem Rauschen am Eingang nach (2.13) generierten Zeitsignale  $\xi_1(t)$  und  $\xi_2(t)$ .

### 2.3.3 Bewertungskriterien und Beurteilungsmaßstäbe

Wie eingangs erwähnt, muss bei der Auslegung eines Fahrwerks ein Kompromiss zwischen Fahrkomfort und Fahrsicherheit eingegangen werden. Bei Fahrbahnstörungen in Form von *Einzelhindernissen* werden zur quantitativen Bewertung des Komforts die maximal auftretenden Amplituden der Hub- und Nickbeschleunigung verwendet. Die qualitative Beurteilung der Regelungsgüte erfolgt durch eine optische Betrachtung der resultierenden Schwerpunktsbewegungen des Aufbaus. Insbesondere wird das Ansprechverhalten, die Störgrößenkompensation und das Ausschwingverhalten untersucht. Zur Beurteilung der Fahrsicherheit wird im Falle von Einzelhindernissen die Bedingung: „Kein Abheben der Räder“ mit

$$F_z = F_{z,stat} + F_{z,dyn} \neq 0 \text{ für } t \geq 0 \quad (2.14)$$

überprüft. In (2.14) ist  $F_{z,stat}$  die statische, vom Beladungszustand abhängige Radaufstandskraft,  $F_{z,dyn}$  ist der dynamische Anteil von  $F_z$ .



**Abbildung 2.10:** Aus Straßenspektren generierte Zeitsignale,  $\xi_1(t)$  mit  $\Phi_h(\Omega_0) = 5 \text{ cm}^3$  und  $\xi_2(t)$  mit  $\Phi_h(\Omega_0) = 12.5 \text{ cm}^3$  als Unebenheitsmaß und Welligkeit  $w = 2$

Werden Ergebnisse resultierend aus der Fahrt über eine *stochastische Fahrbahnanregung* beurteilt, so muss auf die statistischen Eigenschaften der zu bewertenden Größen eingegangen werden. Ein in der Literatur gebräuchlicher Wert zur Beurteilung von Fahrkomfort und Fahrsicherheit ist der *Effektivwert*  $\psi^1$ , z. B. in [6, 8]. Er ist die Quadratwurzel des zeitlichen quadratischen Mittelwerts einer Variablen  $x(t)$  im Intervall  $[0, T]$  und ist durch [17]

$$\psi_x = (E\{x^2\})^{\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T x^2(t) dt} \quad (2.15)$$

definiert<sup>2</sup>. In (2.15) ist  $E\{\cdot\}$  der Erwartungswertoperator. Für den Fahrkomfort maßgebliche Bewertungsgrößen sind der Effektivwert der Hubbeschleunigung  $\psi_{\ddot{z}_2}$  und der Nickbeschleunigung  $\psi_{\ddot{\phi}_2}$ . Die Varianz der dynamischen

<sup>1</sup>In der englischsprachigen Literatur als **rms-value**, **root mean square-value** bezeichnet.

<sup>2</sup>Ist ein Signal mittelwertfrei ( $\mu_x = 0$ ), so ist der Effektivwert  $\psi_x$  gleich der Standardabweichung (Streuung)  $\sigma_x$ .

Radlastschwankungen ist in [16] durch

$$\sigma_{F_z}^2 = \frac{1}{T} \int_0^T F_{z,dyn}^2(t) dt \quad (2.16)$$

gegeben. Da mittelwertfreies, weißes Rauschen am Eingang anliegt, siehe Abschnitt 2.3.2, ist die Streuung  $\sigma_{F_z}$  gleich dem Effektivwert  $\psi_{F_z}$ . Der maßgebliche Wert zur Bewertung der Fahrsicherheit sind die auf die statische Radlast bezogenen Radlastschwankungen

$$\frac{\sigma_{F_z}}{F_{z,stat}}, \quad (2.17)$$

die möglichst klein gehalten werden sollen.

## 2.4 Das Viertelfahrzeugmodell

Das einfachste Modell um die Vertikaldynamik eines Kraftfahrzeugs zu beschreiben ist das *Viertelfahrzeugmodell* nach Abbildung 2.11.

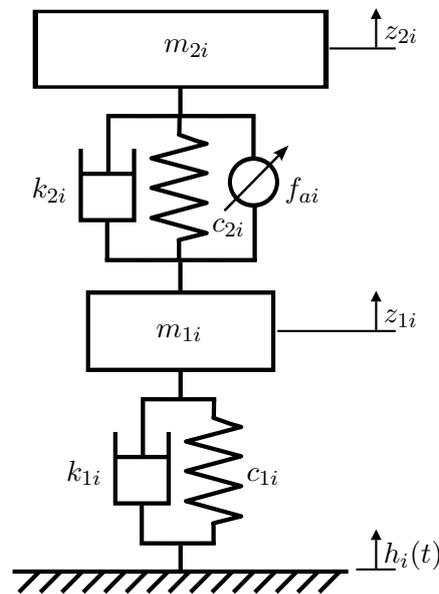


Abbildung 2.11: Viertelfahrzeugmodell – aktives Fahrwerk

$m_{2i}$ <sup>3</sup> ist die anteilige Aufbaumasse des Viertelfahrzeugs, d. h.  $m_{2i} = \frac{m_2}{4}$ . Das Modell besitzt  $f = 2$  Freiheitsgrade,  $\underline{q} = [z_{2i}, z_{1i}]^T$  und führt Bewegungen in vertikaler Richtung aus. Im Folgenden wird auf den Index  $i$  verzichtet, da

<sup>3</sup>Der Index  $i$  gibt an ob es sich um die Vorder- ( $v$ ) oder Hinterachse ( $h$ ) handelt.

in diesem Abschnitt nicht zwischen Vorder- und Hinterachse unterschieden wird.

Wird das *passive Fahrwerk* betrachtet ( $f_a = 0$ ), so lassen sich die Bewegungsgleichungen wie in [16] gezeigt durch den Schwerpunktsatz in vertikaler Richtung für die Massen  $m_2$

$$m_2 \ddot{z}_2 = -k_2 (\dot{z}_2 - \dot{z}_1) - c_2 (z_2 - z_1) \quad (2.18)$$

und  $m_1$

$$m_1 \ddot{z}_1 = k_2 (\dot{z}_2 - \dot{z}_1) + c_2 (z_2 - z_1) - c_1 \dot{z}_1 + c_1 h - k_1 (\dot{z}_1 - \dot{h}) \quad (2.19)$$

bestimmen.

Im Falle des *aktiven Fahrwerks*, in Abbildung 2.11 dargestellt, wirkt eine Kraft  $f_a$  zwischen der Aufbaumasse  $m_2$  und der ungefederten Masse  $m_1$ , sodass (2.18) zu

$$m_2 \ddot{z}_2 = -k_2 (\dot{z}_2 - \dot{z}_1) - c_2 (z_2 - z_1) + f_a \quad (2.20)$$

und (2.19) zu

$$m_1 \ddot{z}_1 = k_2 (\dot{z}_2 - \dot{z}_1) + c_2 (z_2 - z_1) - c_1 \dot{z}_1 + c_1 h - k_1 (\dot{z}_1 - \dot{h}) - f_a \quad (2.21)$$

wird.

### 2.4.1 Zustandsraummodell des Viertelfahrzeugs

Die Bewegungsgleichungen 2. Ordnung (2.20) und (2.21) lassen sich z. B. mithilfe des Zustandsvektors<sup>4</sup>

$$\underline{x}_V = [(z_1 - h), \dot{z}_1, (z_2 - z_1), \dot{z}_2]^T \quad (2.22)$$

in ein Gleichungssystem 1. Ordnung überführen. Dabei stellen  $(z_1 - h)$  die Einfederung des Rades,  $\dot{z}_1$  die vertikale Geschwindigkeit der ungefederten Masse,  $(z_2 - z_1)$  den Einfederweg und  $\dot{z}_2$  die Geschwindigkeit der gefederten Masse dar.

Umstellen von (2.20) und (2.21), angeschrieben in den Koordinaten  $x_{V_1}, \dots, x_{V_4}$  des Zustandsvektors, ergibt folgendes System von linearen Gleichungen

$$\dot{x}_{V_1} = x_{V_2} - \dot{h} \quad (2.23)$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_{V_2} = & -\frac{c_1}{m_1} x_{V_1} + \frac{k_2}{m_1} x_{V_4} - \frac{k_2}{m_1} x_{V_2} + \frac{c_2}{m_1} x_{V_3} - \frac{k_1}{m_1} (x_{V_2} - \dot{h}) \\ & - \frac{f_a}{m_1} \end{aligned} \quad (2.24)$$

$$\dot{x}_{V_3} = x_{V_4} - x_{V_2} \quad (2.25)$$

$$\dot{x}_{V_4} = -\frac{k_2}{m_2} x_{V_4} + \frac{k_2}{m_2} x_{V_2} - \frac{c_2}{m_2} x_{V_3} + \frac{f_a}{m_2} \quad (2.26)$$

<sup>4</sup>Der Index  $V$  von  $\underline{x}_V$  deutet an, dass es sich hierbei um den Zustandsvektor eines Viertelfahrzeugmodells handelt. Zur Unterscheidung zwischen dem Viertelfahrzeugmodell der Vorder- bzw. Hinterachse werden die Indizes  $v$  und  $h$  verwendet.

und damit das Zustandsraummodell zu

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_{V_1} \\ \dot{x}_{V_2} \\ \dot{x}_{V_3} \\ \dot{x}_{V_4} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{c_1}{m_1} & -\frac{k_2+k_1}{m_1} & \frac{c_2}{m_1} & \frac{k_2}{m_1} \\ 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{k_2}{m_2} & -\frac{c_2}{m_2} & -\frac{k_2}{m_2} \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}_V} \begin{bmatrix} x_{V_1} \\ x_{V_2} \\ x_{V_3} \\ x_{V_4} \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{1}{m_1} \\ 0 \\ \frac{1}{m_2} \end{bmatrix}}_{\mathbf{B}_V} [f_a] + \underbrace{\begin{bmatrix} -1 \\ \frac{k_1}{m_1} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{E}_V} [\dot{h}]. \quad (2.27)$$

(2.27) lässt sich auch allgemein anschreiben als

$$\begin{aligned} \dot{\underline{x}} &= \mathbf{A}\underline{x} + \mathbf{B}\underline{u} + \mathbf{E}\underline{w} \\ \underline{y} &= \mathbf{C}\underline{x} \end{aligned} \quad (2.28)$$

mit der Systemmatrix  $\mathbf{A}$ , der Eingangsmatrix  $\mathbf{B}$ , dem Eingangsvektor  $\underline{u}$ , der Störmatrix  $\mathbf{E}$ , der Störung  $\underline{w}$ , dem Ausgangsvektor  $\underline{y}$  und der Ausgangsmatrix  $\mathbf{C}$ .  $f_a$  wird als Stellgröße  $\underline{u}$  und  $\dot{h}$  als Störgröße  $\underline{w}$  modelliert. Auf die Ausgangsgleichung  $\underline{y}$  in (2.28) wird hier nicht näher eingegangen, da diese keinen Einfluss auf die Dynamik des Systems, sondern nur auf die ausgegebenen Ausgangsgrößen hat.

### Entkopplung

Die Parameterwerte aus Tabelle 2.1 können nun für das Viertelfahrzeug unter Beachtung von (2.1) bis (2.5) ermittelt werden. Für die Bewertung der Kopplung zwischen Vorder- und Hinterachse wird (2.6) herangezogen. Ist die Differenz der linken und rechten Seite von (2.6) kleiner als 20%, so sind  $m_{2v}$  und  $m_{2h}$  entkoppelt und die Koppelmasse in Abbildung 2.3 kann zu  $m_k = 0$  gesetzt werden. Die Parameterwerte des Fahrzeugs in Tabelle 2.1 eingesetzt in (2.6) ergibt

$$\epsilon_{m|5} = \frac{1030 \cdot 1.360 \cdot 1.580 - 1850}{1850} \cdot 100\% = 19.636\%. \quad (2.29)$$

Die resultierenden Viertelfahrzeuge der Vorder- und Hinterachse sind in Tabelle 2.2 und 2.3 angegeben.

#### 2.4.2 Fahrt über ein Einzelhindernis ( $f_a = 0$ )

In Abbildung 2.12 ist der zeitliche Verlauf der Vertikalbewegung von Vorder- und Hinterachse der in Tabelle 2.2 und 2.3 angegebenen Viertelfahrzeuge bei der Fahrt über das Hindernis aus Abbildung 2.5 dargestellt. Man beachte, dass es sich hier um zwei voneinander unabhängige Modelle handelt die gleichzeitig über ein Hindernis, hier als punktierte Linie über der Zeit dargestellt, fahren.

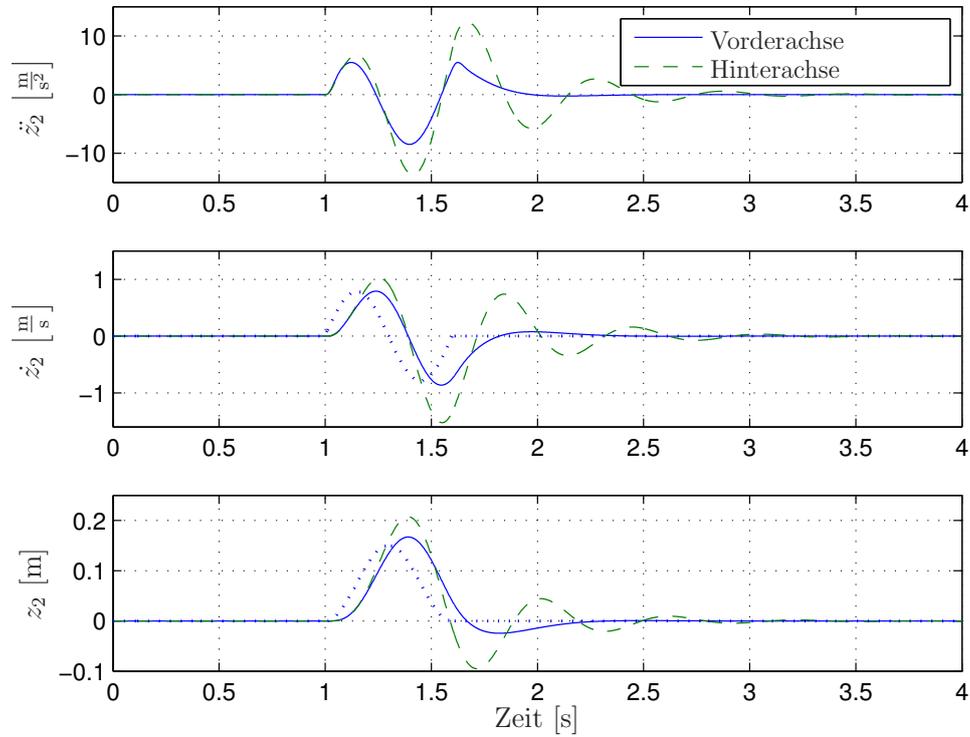
Viertelfahrzeug Vorderachse			
Bezeichnung	Symbol	Wert	Einheit
Aufbau			
Aufbaumasse vorne	$m_{2v}$	476.465	kg
Reifenkennwerte			
Reifensteifigkeit	$c_{1v}$	$330 \cdot 10^3$	N/m
Reifendämpfung	$k_{1v}$	500	Ns/m
Radaufhängung			
Ungefederte Masse	$m_{1v}$	60	kg
Steifigkeit der Vorderachse	$c_{2v}$	$22 \cdot 10^3$	N/m
Dämpfung an der Vorderachse	$k_{2v}$	$5 \cdot 10^3$	Ns/m

**Tabelle 2.2:** Parameterwerte des Viertelfahrzeugs der Vorderachse,  $m_k = 0$ , Fahrzeug 5

Viertelfahrzeug Hinterachse			
Bezeichnung	Symbol	Wert	Einheit
Aufbau			
Aufbaumasse hinten	$m_{2h}$	553.537	kg
Reifenkennwerte			
Reifensteifigkeit hinten	$c_{1h}$	$350 \cdot 10^3$	N/m
Reifendämpfung hinten	$k_{1h}$	500	Ns/m
Radaufhängung			
Ungefederte Masse	$m_{1h}$	60	kg
Steifigkeit der Hinterachse	$c_{2h}$	$74 \cdot 10^3$	N/m
Dämpfung an der Hinterachse	$k_{2h}$	$4 \cdot 10^3$	Ns/m

**Tabelle 2.3:** Parameterwerte des Viertelfahrzeugs der Hinterachse,  $m_k = 0$ , Fahrzeug 5

Der zeitliche Verlauf von  $z_2$  zeigt, dass Vorder- und Hinterachse unterschiedlich abgestimmt sind. Die größeren Amplituden und das längere Ausschwingverhalten der Hinterachse deuten auf eine schwächere Dämpfung hin. In Tabelle 2.4 sind die schwingungstechnischen Werte, wie Eigenkreisfrequenzen und Dämpfungsmaße, der Viertelfahrzeuge zusammengefasst. Die gedämpften Aufbaueigenfrequenzen  $\omega_{d2v}$  und  $\omega_{d2h}$  der Vorder- und Hinterachse liegen bei unterschiedlichen Frequenzen, wobei erstere kleiner ist. Der Versuch eine Schwingungsperiode der Hinterachse aus dem Diagramm zu lesen resultiert in  $T = 0.6$  s, dies entspricht einer Frequenz von  $f = 1.67$  Hz. Die berechnete gedämpfte Aufbaueigenfrequenz der Hinterachse liegt bei  $f_{d2h} = 1.75$  Hz bzw. aus dem Eigenwert der Systemmatrix  $\mathbf{A}_h$  aus (2.27) bei  $f_{d2h} = 1.66$  Hz. Im Gegensatz dazu schwingt die stärker gedämpfte Vorderachse nur minimal



**Abbildung 2.12:** Viertelfahrzeuge aus Tabelle 2.2 und 2.3 bei der Fahrt über das Hindernis aus Abbildung 2.5,  $v = 10 \text{ m/s}$

und erreicht nach kurzer Zeit ihre Ausgangslage. Tabelle 2.5 gibt eine Übersicht der maximalen Amplituden.

## 2.5 Das Halbfahrzeugmodell

Abbildung 2.13 stellt das *Halbfahrzeugmodell* dar. Wie schon in Kapitel 2.1 erwähnt besitzt das Modell  $f = 4$  Freiheitsgrade  $\underline{q}_1 = [z_2, \varphi_2, z_{1v}, z_{1h}]^T$ . Von außen wirken die Fahrbahnebenheiten  $h_v$  und  $h_h$  auf das Modell ein. Wie auch beim *Viertelfahrzeug* sind  $f_{av}$  und  $f_{ah}$  die Stellgrößen des Systems. Mit dem Schwerpunktsatz in vertikaler Richtung

$$\begin{aligned}
 m_2 \ddot{z}_2 = & -(k_{2v} + k_{2h}) \dot{z}_2 - (c_{2v} + c_{2h}) z_2 + (k_{2v} l_{2v} - k_{2h} l_{2h}) \dot{\varphi}_2 \\
 & + (c_{2v} l_{2v} - c_{2h} l_{2h}) \varphi_2 + k_{2v} \dot{z}_{1v} + k_{2h} \dot{z}_{1h} + c_{2v} z_{1v} \\
 & + c_{2h} z_{1v} + f_{av} + f_{ah}
 \end{aligned} \tag{2.30}$$

	Bezeichnung	analytische Lösung	Wert	Einheit
Vorderachse, Aufbau	ungedämpfte Eigenkreisfrequenz	$\omega_{n2v} = \sqrt{\frac{c_{2v}}{m_{2v}}}$	6.80	rad/s
	ungedämpfte Eigenfrequenz	$f_{n2v} = \frac{\omega_{n2v}}{2\pi}$	1.08	Hz
	Dämpfungsmaß	$D_{2v} = \frac{k_{2v}}{2\omega_{n2v}m_{2v}}$	0.77	1
	gedämpfte Eigenkreisfrequenz	$\omega_{d2v} = \omega_{n2v} \sqrt{1 - D_{2v}^2}$	4.32	rad/s
	gedämpfte Eigenfrequenz	$f_{d2v} = \frac{\omega_{d2v}}{2\pi}$	0.69	Hz
Hinterachse, Aufbau	ungedämpfte Eigenkreisfrequenz	$\omega_{n2h} = \sqrt{\frac{c_{2h}}{m_{2h}}}$	11.56	rad/s
	ungedämpfte Eigenfrequenz	$f_{n2h} = \frac{\omega_{n2h}}{2\pi}$	1.84	Hz
	Dämpfungsmaß	$D_{2h} = \frac{k_{2h}}{2\omega_{n2h}m_{2h}}$	0.31	1
	gedämpfte Eigenkreisfrequenz	$\omega_{d2h} = \omega_{n2h} \sqrt{1 - D_{2h}^2}$	10.99	rad/s
	gedämpfte Eigenfrequenz	$f_{d2h} = \frac{\omega_{d2h}}{2\pi}$	1.75	Hz

**Tabelle 2.4:** Schwingungstechnische Werte des Aufbaus der Vorder- und Hinterachse bei harmonischer Anregung

Symbol	Vorderachse	Hinterachse	Einheit
$\ddot{z}_{2i}$	5.49	12.32	m/s <sup>2</sup>
$\dot{z}_{2i}$	0.792	1.022	m/s
$z_{2i}$	0.167	0.208	m

**Tabelle 2.5:** Maximalwerte der Hubbewegung der Viertelfahrzeuge nach Tabelle 2.2 und 2.3

und dem Drallsatz um die  $y$ -Achse

$$\begin{aligned}
J_{2y} \ddot{\varphi}_2 = & - (k_{2v} l_{2v}^2 + k_{2h} l_{2h}^2) \dot{\varphi}_2 - (c_{2v} l_{2v}^2 + c_{2h} l_{2h}^2) \varphi_2 \\
& + (k_{2v} l_{2v} - k_{2h} l_{2h}) \dot{z}_2 + (c_{2v} l_{2v} - c_{2h} l_{2h}) z_2 \\
& - k_{2v} l_{2v} \dot{z}_{1v} + k_{2h} l_{2h} \dot{z}_{1h} - c_{2v} l_{2v} z_{1v} \\
& + c_{2h} l_{2h} z_{1h} - l_{2v} f_{ah} + l_{2h} f_{ah}
\end{aligned} \tag{2.31}$$

lassen sich die Bewegungsgleichungen für die Aufbaumasse  $m_2$  bestimmen [16]. Die Gleichungen der ungedämpften Massen  $m_{1v}$  und  $m_{1h}$  sind analog zu (2.19) in Kapitel 2.4 falls  $m_1$  durch  $m_{1v}$  bzw.  $m_{1h}$  ersetzt wird.

Das Halffahrzeug als Punktmassenmodell ist in Abbildung 2.3 dargestellt. Es besitzt  $f = 4$  Freiheitsgrade mit dem Vektor der verallgemeinerten Lagekoordinaten  $\underline{q}_2 = [z_{2v}, z_{2h}, z_{1v}, z_{1h}]^T$ . Durch eine lineare Transformation (2.34) können die Lagekoordinaten  $\underline{q}_1$  und  $\underline{q}_2$  in einander übergeführt wer-

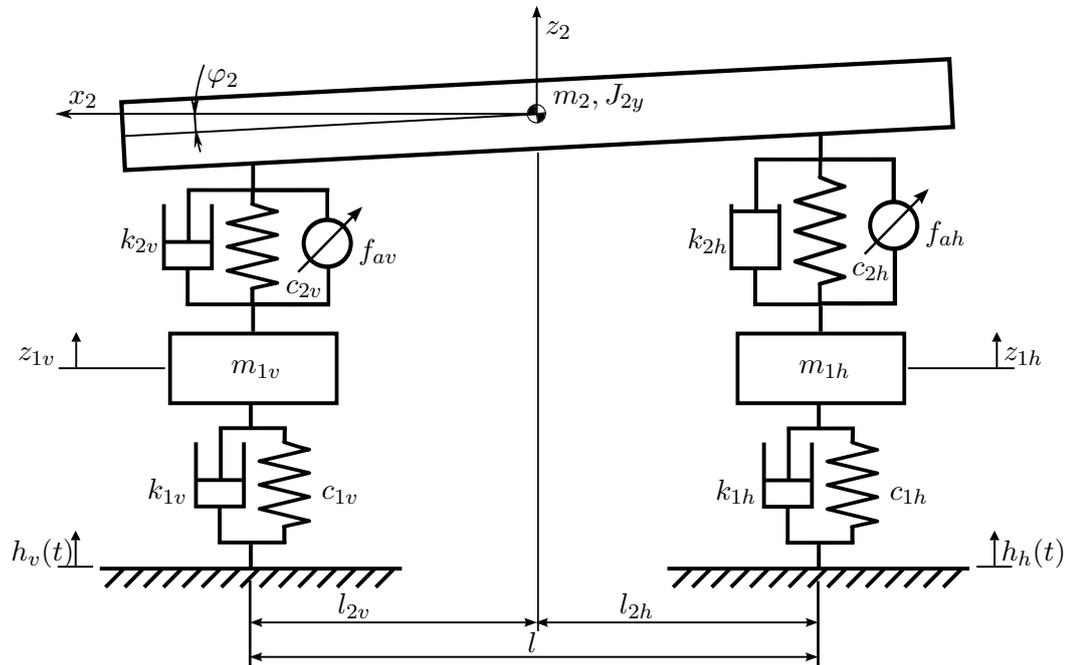


Abbildung 2.13: Halffahrzeugmodell – aktives Fahrwerk

den. Der Zusammenhang zwischen  $[z_{2v}, z_{2h}]$  und  $[z_2, \varphi_2]$  ist durch

$$\begin{aligned} z_{2v} &= z_2 - l_{2v} \sin \varphi_2 \\ z_{2h} &= z_2 + l_{2h} \sin \varphi_2 \end{aligned} \quad (2.32)$$

bzw. linearisiert für kleine Winkel  $\varphi_2$

$$\begin{aligned} z_{2v} &= z_2 - l_{2v} \varphi_2 \\ z_{2h} &= z_2 + l_{2h} \varphi_2 \end{aligned} \quad (2.33)$$

gegeben. Damit ergibt sich die Transformationsmatrix  $\mathbf{R}$  zu

$$\begin{bmatrix} z_{2v} \\ z_{2h} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & -l_{2v} \\ 1 & l_{2h} \end{bmatrix}}_{\mathbf{R}} \begin{bmatrix} z_2 \\ \varphi_2 \end{bmatrix}. \quad (2.34)$$

### 2.5.1 Zustandsraummodell des Halbfahrzeugs

Das Gleichungssystem (2.30), (2.31) und (2.21) ( $m_1$  durch  $m_{1v}$  bzw.  $m_{1h}$  ersetzt) beschreibt vollständig das *Halbfahrzeugmodell* nach Abbildung 2.2. Als Zustandsvektor wird

$$\underline{x}_H = [(z_{1v} - h_v), (z_{1h} - h_h), \dot{z}_{1v}, \dot{z}_{1h}, (z_{2v} - z_{1v}), (z_{2h} - z_{1h}), \dot{z}_2, \dot{\varphi}_2]^T \quad (2.35)$$

gewählt. Es gilt zu beachten, dass sowohl  $[z_{2v}, z_{2h}]$  als auch  $[z_2, \varphi_2]$ , bzw. deren zeitlichen Ableitungen, im Zustandsvektor  $\underline{x}_H$  vorkommen. Umstellen und substituieren von (2.30) bzw. (2.31) ergibt

$$\begin{aligned} \ddot{z}_2 = & -\frac{k_{2v}}{m_2} (\dot{z}_2 - l_{2v} \dot{\varphi}_2) + \frac{k_{2v}}{m_2} \dot{z}_{1v} - \frac{k_{2h}}{m_2} (\dot{z}_2 + l_{2h} \dot{\varphi}_2) + \frac{k_{2h}}{m_2} \dot{z}_{1h} \\ & - \underbrace{\frac{c_{2v}}{m_2} z_{2v} + \frac{c_{2v}}{m_2} z_{1v}}_{-\frac{c_{2v}}{m_2} (z_{2v} - z_{1v})} - \underbrace{\frac{c_{2h}}{m_2} z_{2h} + \frac{c_{2h}}{m_2} z_{1h}}_{-\frac{c_{2h}}{m_2} (z_{2h} - z_{1h})} + \frac{1}{m_2} f_{av} + \frac{1}{m_2} f_{ah} \end{aligned} \quad (2.36)$$

und

$$\begin{aligned} \ddot{\varphi}_2 = & -\frac{k_{2v} l_{2v}^2}{J_{2y}} \dot{\varphi}_2 + \frac{k_{2v} l_{2v}}{J_{2y}} \dot{z}_2 - \frac{k_{2h} l_{2h}^2}{J_{2y}} \dot{\varphi}_2 - \frac{k_{2h} l_{2h}^2}{J_{2y}} \dot{z}_2 \\ & - \frac{c_{2v} l_{2v}}{J_{2y}} \underbrace{(l_{2v} \varphi_2 - z_2)}_{-z_{2v}} - \frac{c_{2h} l_{2h}}{J_{2y}} \underbrace{(l_{2h} \varphi_2 + z_2)}_{z_{2h}} \\ & - \frac{k_{2v} l_{2v}}{J_{2y}} \dot{z}_{1v} + \frac{k_{2h} l_{2h}}{J_{2y}} \dot{z}_{1h} - \frac{c_{2v} l_{2v}}{J_{2y}} z_{1v} + \frac{c_{2h} l_{2h}}{J_{2y}} z_{1h} \\ & - \frac{l_{2v}}{J_{2y}} f_{av} + \frac{l_{2h}}{J_{2y}} f_{ah} \end{aligned}$$

bzw. nach weiterem Umformen

$$\begin{aligned} \ddot{\varphi}_2 = & -\frac{k_{2v} l_{2v}^2}{J_{2y}} \dot{\varphi}_2 + \frac{k_{2v} l_{2v}}{J_{2y}} \dot{z}_2 - \frac{k_{2h} l_{2h}^2}{J_{2y}} \dot{\varphi}_2 - \frac{k_{2h} l_{2h}^2}{J_{2y}} \dot{z}_2 \\ & + \frac{c_{2v} l_{2v}}{J_{2y}} (z_{2v} - z_{1v}) - \frac{c_{2h} l_{2h}}{J_{2y}} (z_{2h} - z_{1h}) - \frac{k_{2v} l_{2v}}{J_{2y}} \dot{z}_{1v} \\ & + \frac{k_{2h} l_{2h}}{J_{2y}} \dot{z}_{1h} - \frac{l_{2v}}{J_{2y}} f_{av} + \frac{l_{2h}}{J_{2y}} f_{ah}. \end{aligned} \quad (2.37)$$

Die Bewegungsgleichungen der ungefederten Radmassen lauten

$$\ddot{z}_{1v} = \frac{k_{2v}}{m_{1v}} \dot{z}_2 - \frac{k_{2v} l_{2v}}{m_{1v}} \dot{\varphi}_2 - \frac{k_{2v}}{m_{1v}} \dot{z}_{1v} + \frac{c_{2v}}{m_{1v}} (z_{2v} - z_{1v}) - \frac{c_{2v}}{m_{1v}} (z_{1v} - h_v) - \frac{k_{1v}}{m_{1v}} (\dot{z}_{2v} - \dot{h}_v) - \frac{1}{m_{1v}} f_{av} \quad (2.38)$$

$$\ddot{z}_{1h} = \frac{k_{2h}}{m_{1h}} \dot{z}_2 - \frac{k_{2h} l_{2h}}{m_{1h}} \dot{\varphi}_2 - \frac{k_{2h}}{m_{1h}} \dot{z}_{1h} + \frac{c_{2h}}{m_{1h}} (z_{2h} - z_{1h}) - \frac{c_{2h}}{m_{1h}} (z_{1h} - h_h) - \frac{k_{1h}}{m_{1h}} (\dot{z}_{2h} - \dot{h}_h) - \frac{1}{m_{1h}} f_{ah} \quad (2.39)$$

wobei  $z_{2v}$  und  $z_{2h}$  in (2.19) mit (2.33) substituiert und  $m_1$  durch  $m_{1v}$  bzw.  $m_{1h}$  ersetzt wird. Das resultierende Zustandsraummodell ist in (2.40) dargestellt. Die Parameterwerte für das aus Tabelle 2.1 resultierende Halbfahrzeug sind in Tabelle 2.6 zusammengefasst.

Bezeichnung	Symbol	Wert	Einheit
Aufbau			
Aufbau Masse	$m_2$	1030	kg
Massenträgheitsmoment Aufbau	$J_{2y}$	1850	kg m <sup>2</sup>
Radstand	$l$	2.94	m
Schwerpunktastand zur Vorderachse	$l_{2v}$	1.36	m
Schwerpunktastand zur Hinterachse	$l_{2h}$	1.58	m
Reifenkennwerte			
Reifensteifigkeit vorne	$c_{1v}$	$330 \cdot 10^3$	N/m
Reifendämpfung vorne	$k_{1v}$	500	Ns/m
Reifensteifigkeit hinten	$c_{1h}$	$350 \cdot 10^3$	N/m
Reifendämpfung hinten	$k_{1h}$	500	Ns/m
Radaufhängung			
Ungefederte Masse vorne	$m_{1v}$	60	kg
Ungefederte Masse hinten	$m_{1h}$	60	kg
Steifigkeit der Vorderachse	$c_{2v}$	$22 \cdot 10^3$	N/m
Dämpfung an der Vorderachse	$k_{2v}$	$5 \cdot 10^3$	Ns/m
Steifigkeit der Hinterachse	$c_{2h}$	$74 \cdot 10^3$	N/m
Dämpfung an der Hinterachse	$k_{2h}$	$4 \cdot 10^3$	Ns/m

**Tabelle 2.6:** Halbfahrzeugparameter, Fahrzeug 5

$$\begin{aligned}
 \dot{\underline{x}}_H = & \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{c_{1v}}{m_{1v}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{k_{2v}-k_{1v}}{m_{1v}} & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{c_{2v}}{m_{1v}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{c_{1h}}{m_{1h}} & 0 & -\frac{k_{2h}-k_{1h}}{m_{1h}} & 0 & \frac{c_{2h}}{m_{1h}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{c_{2v}}{m_2} & -\frac{c_{2h}}{m_2} & -\frac{k_{2v}}{m_2} & -\frac{k_{2h}}{m_2} & \frac{l_{2h}}{m_2} \\ 0 & -\frac{k_{2v}l_{2v}}{J_{2y}} & \frac{k_{2h}l_{2h}}{J_{2y}} & \frac{k_{2v}l_{2v}}{J_{2y}} & \frac{k_{2h}l_{2h}}{J_{2y}} & -\frac{c_{2v}l_{2v}}{J_{2y}} & -\frac{c_{2h}l_{2h}}{J_{2y}} & -\frac{k_{2v}l_{2v}}{J_{2y}} & -\frac{k_{2h}l_{2h}}{J_{2y}} \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}_H} \underline{x}_H \\
 + & \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{m_{1v}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{m_{1h}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & \frac{m_2}{l_{2v}} & -\frac{m_2}{l_{2h}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{l_{2v}}{J_{2y}} & \frac{l_{2h}}{J_{2y}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{B}_H} \underline{u} + \underbrace{\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{k_{1v}}{m_{1v}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{k_{1h}}{m_{1h}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{E}_H} \underline{w} \\
 & \tag{2.40}
 \end{aligned}$$

### 2.5.2 Fahrt über ein Einzelhindernis ( $f_a = 0$ )

Abbildung 2.14 zeigt den Verlauf der im Schwerpunkt von  $m_2$  gemessenen Hub- und Nickbewegungen bei der Fahrt über das Hindernis aus Abbildung 2.5. Dabei tritt ein zeitlicher Versatz zwischen der Anregung an der Vorder- und Hinterachse von

$$t_d = \frac{l}{v}, \quad (2.41)$$

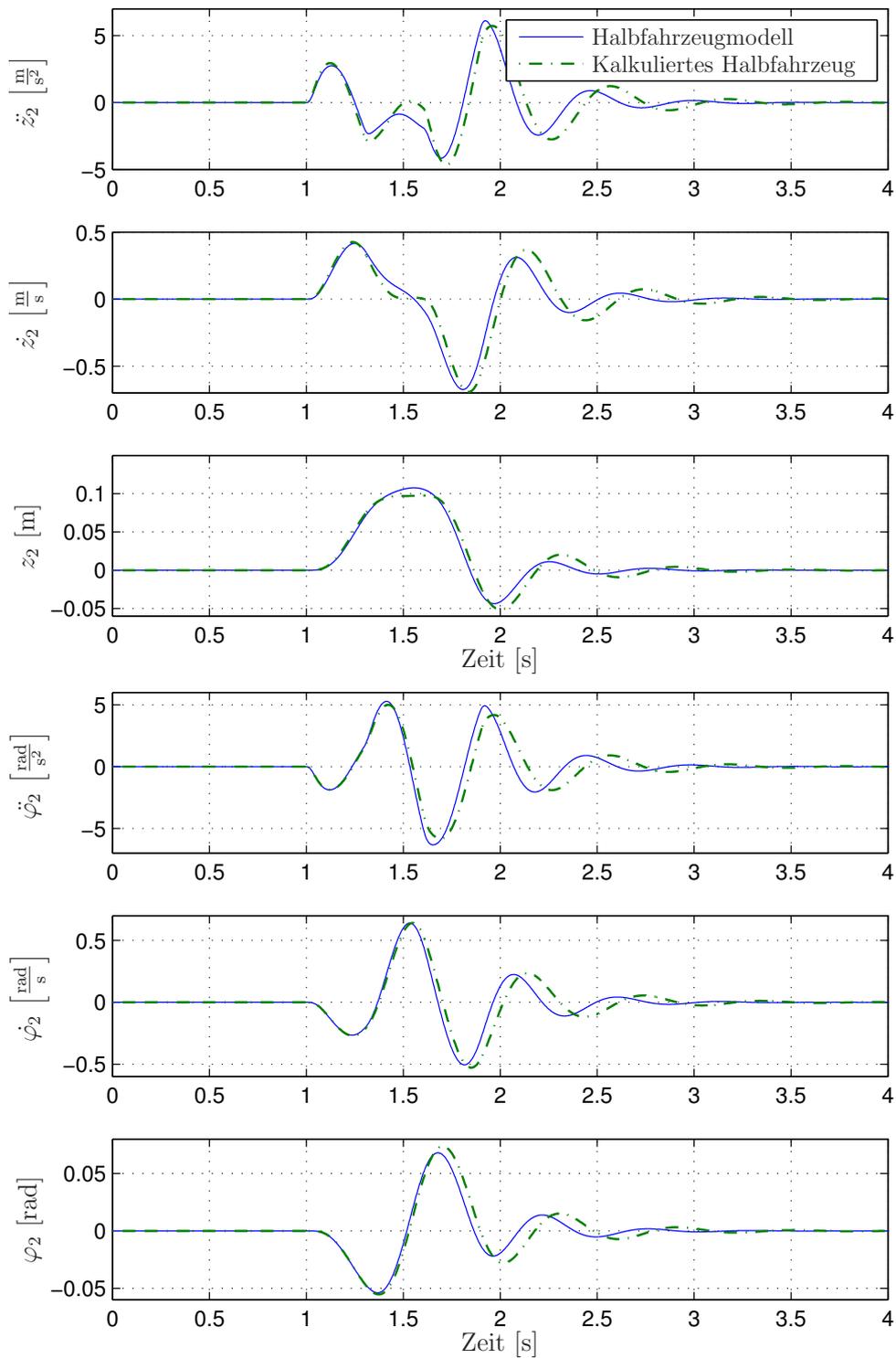
mit dem Radstand  $l$  und der Fahrgeschwindigkeit  $v$  auf. Die maximalen Amplituden sind in Tabelle 2.6 zusammengefasst. Es ist deutlich zu erkennen, dass Hub- und Nickbewegungen für diese Fahrzeugkonfiguration nicht entkoppelt sind.  $z_2$  als auch  $\varphi_2$  und deren zeitlichen Ableitungen weisen eine große Dynamik und hohe Amplituden auf.

Zusätzlich zum Halbfahrzeugmodell nach (2.2) ist in Abbildung 2.14 die Schwerpunktsbewegung von  $m_2$  des aus den Viertelfahrzeugmodellen der Vorder- und Hinterachse resultierenden Halbfahrzeugs dargestellt (kalkuliertes Halbfahrzeug). Dies entspricht dem Halbfahrzeugmodell nach Abbildung 2.3 falls  $m_k = 0$  gesetzt wird.

Die Differenz der beiden Verläufe in Abbildung 2.14 resultiert aus der fehlenden Kopplung zwischen den beiden Viertelfahrzeugmodellen der Vorder- und Hinterachse (kalkuliertes Halbfahrzeug).

Symbol	Halbfahrzeug	kalkuliertes Halbfahrzeug	Einheit
$\ddot{z}_2$	6.11	5.73	m/s <sup>2</sup>
$\dot{z}_2$	0.42	0.43	m/s
$z_2$	0.11	0.098	m
$\ddot{\varphi}_2$	5.28	5.01	rad/s <sup>2</sup>
$\dot{\varphi}_2$	0.64	0.64	rad/s
$\varphi_2$	0.068	0.074	rad

**Tabelle 2.7:** Maximalwerte der Hub- und Nickbewegung des Halbfahrzeugs nach Tabelle 2.6



**Abbildung 2.14:** Halbfahrzeug aus Tabelle 2.6 bei der Fahrt über das Hindernis aus Abbildung 2.5,  $v = 10$  m/s

## Kapitel 3

# Aktive Fahrwerksregelung

Das Ziel der aktiven Fahrwerksregelung ist die Reduktion der zu bewertenden Beschleunigungen bei gleichzeitiger Minimierung der, für die Fahrtsicherheit maßgeblichen, bezogenen Radlastschwankungen. Dafür gibt es verschiedene Möglichkeiten der Reglerauslegung. In diesem Kapitel wird im speziellen auf die Regelung durch Optimierung (*LQ-Regelung*) eingegangen.

### 3.1 Regelungskonzept

Die *aktive* Regelung des Fahrwerks soll mittels Zustandsvektorrückführung nach Abbildung 3.1 erfolgen.

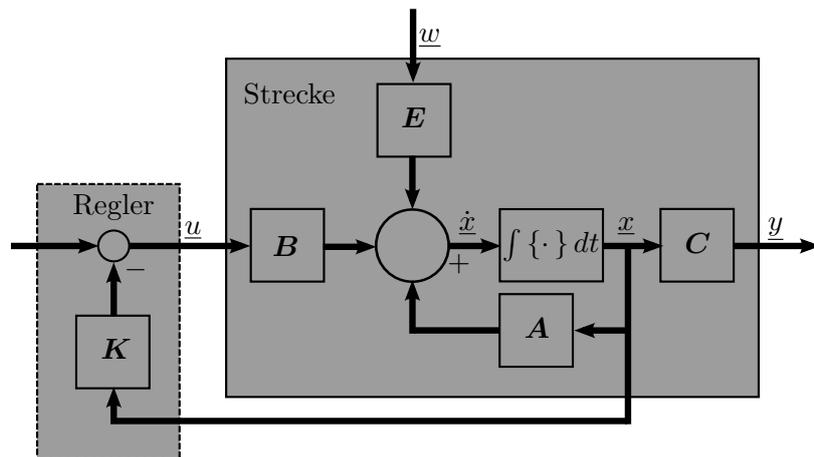


Abbildung 3.1: Blockschaltbild des Regelkreises

Die Stellgröße  $\underline{u}$  des geschlossenen Regelkreises mit der Verstärkungsmatrix  $\mathbf{K}$  ergibt sich nach Abbildung 3.1 zu

$$\underline{u} = -\mathbf{K}\underline{x}. \quad (3.1)$$

Dem Regler in Abbildung 3.1 liegt ein Modell zugrunde, das nicht notwendigerweise das für die Simulation verwendete Modell sein muss. Dadurch ergibt sich die Möglichkeit unterschiedliche Regler, basierend auf verschiedenen Modellen, auf ein und dasselbe Modell für die Simulation anzuwenden. Im Folgenden werden alle Simulationen am Halffahrzeugmodell (2.40) durchgeführt. Dabei kommen unterschiedliche Regler, aufbauend auf den in Kapitel 2 vorgestellten Viertel- und Halffahrzeugmodellen, zum Einsatz. Diesen Modellen liegen Idealisierungen und Vereinfachungen zu Grunde, unter anderem auch, dass die Bewegungsgleichungen für kleine Winkel linearisiert und Feder- und Dämpferkennlinien als linear angenommen wurden. Die aus diesen Gleichungen resultierenden Zustandsraummodelle (2.27) und (2.40) weisen einen linearen Zusammenhang zwischen den Eingangs- und Ausgangsgrößen auf. Abbildung 3.2 zeigt das lineare Regelungskonzept mit der Regelstrecke und den Zustandsvektorrückführungsblöcken der Halb- und Viertelfahrzeuggregler.

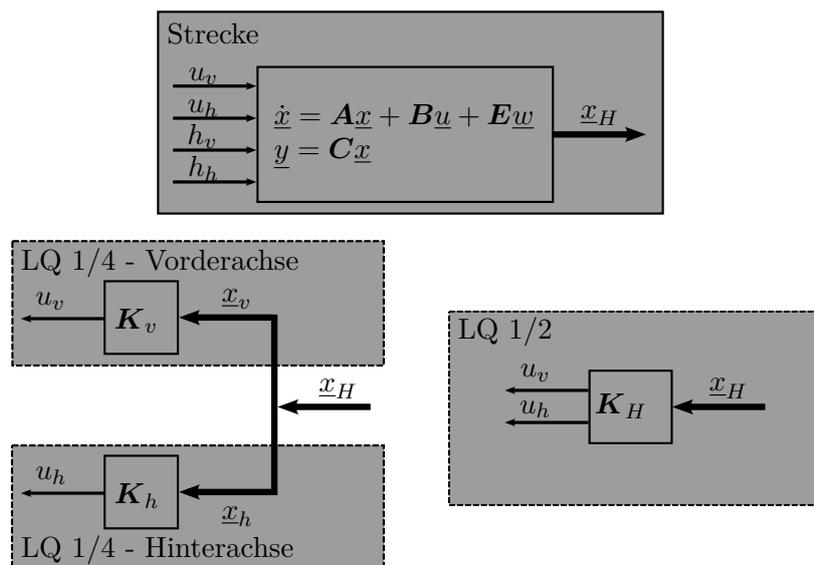


Abbildung 3.2: Regelungskonzept

Im oberen Teil von Abbildung 3.2 ist die Regelstrecke gezeigt. Diese besteht aus dem Halffahrzeugmodell nach Abschnitt 2.5.1, (2.40), mit den Eingängen  $u_v$  und  $u_h$ , den Störungen  $h_v$  und  $h_h$ , und dem Zustandsvektor  $x_H$  als Ausgang. Es sei hier erwähnt, dass die Regelstrecke nach (2.40) eine stark vereinfachte Abbildung des realen Fahrzeugs darstellt, dessen vollständige Modellbeschreibung erheblich komplexer ist und gegebenenfalls bei einer genaueren Beurteilung der Regler berücksichtigt werden müsste.

Im unteren rechten Teil der Abbildung ist der LQ-Halffahrzeuggregler (LQ 1/2) dargestellt. Unter Zuhilfenahme des gesamten Zustandsvektors  $x_H$  und

der Verstärkungsmatrix  $\mathbf{K}_H$  berechnet er die erforderlichen Stellgrößen  $u_v$  und  $u_h$  um Hub- und Nickbeschleunigungen zu minimieren. Darüber hinaus können durch eine geeignete Wahl des Gewichtungsvektors  $\underline{\rho}$  die bezogenen Radlastschwankungen verringert werden. Letzteres erfolgt zu Lasten des Komforts (siehe Abschnitt 3.2.5, modifizierter Gewichtungsvektor zur Reduktion der bezogenen Radlastschwankungen). In Abbildung 3.2 links unten sind zwei Viertelfahrzeugregler ( $LQ\ 1/4$ ) dargestellt, der obere für die Vorderachse, der untere für die Hinterachse. Beide arbeiten unabhängig voneinander, d. h. sie haben keine Kenntnis über den anderen und beeinflussen sich gegenseitig nicht. Auch die Verstärkungsmatrizen  $\mathbf{K}_v$  und  $\mathbf{K}_h$  sind verschieden. Da die Zustandsvektoren  $\underline{x}_v$  und  $\underline{x}_h$  nur Komponenten der Vertikalbewegung enthalten, können die Viertelfahrzeugregler Hub minimieren, Nicken wird von ihnen nicht explizit beeinflusst.

Es stellt sich die Frage:

Ist eine Nick-Kompensation durch Minimierung der Hubbewegungen an beiden Fahrzeugenden möglich?

### 3.2 LQ-Regelung <sup>1</sup>

In der klassischen Theorie der Regelungstechnik werden Pole, sie beschreiben die Soll-Dynamik des Systems und damit die Eigenwerte des geschlossenen Regelkreises, häufig vorgegeben. Anschließend wird in der *Reglersynthese* die Verstärkungsmatrix  $\mathbf{K}$  bestimmt (*Polvorgabe*).

Bei der Regelung durch Optimierung werden die Einträge in  $\mathbf{K}$  so ermittelt, dass eine *Kostenfunktion*  $J^2$  in einem endlichen Zeitintervall  $[0, T]$  minimiert wird.

Die Entwurfsmethode der *LQ-Regelung* ist aus [14] entnommen. Diese wurde um die Kostenfunktion für den Fall von *stochastischen* Zuständen aus [2] ergänzt:

Gegeben sei das Zustandsraummodell beschrieben durch die Gleichung

$$\dot{\underline{x}} = \mathbf{A}\underline{x} + \mathbf{B}\underline{u} + \mathbf{E}\underline{w} \quad (3.2)$$

mit der Anfangsbedingung  $\underline{x}(t_0) = \underline{x}_0$  und der *quadratischen Kostenfunktion*

$$J = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{t_0}^T E\{\underline{x}^T \mathbf{Q} \underline{x} + 2 \underline{x}^T \mathbf{N} \underline{u} + \underline{u}^T \mathbf{R} \underline{u}\} dt \quad (3.3)$$

mit den symmetrischen und positiv definiten Matrizen  $\mathbf{Q}$ ,  $\mathbf{N}$  und  $\mathbf{R}$ . Das Regelungsgesetz, das die Kostenfunktion  $J$  des Zustandsraummodells (3.2) minimiert ist

$$\underline{u} = -\mathbf{R}^{-1} [\mathbf{B}^T \mathbf{S} + \mathbf{N}^T] \underline{x} \quad (3.4)$$

<sup>1</sup>engl. **L**inear **Q**uadratic **R**egulator

<sup>2</sup>In der englischen Literatur als *Performance Index* (PI) bezeichnet.

wobei  $\mathbf{S}$  die Lösung der stationären *algebraischen Riccatigleichung*

$$\mathbf{A}^T \mathbf{S} + \mathbf{S} \mathbf{A} - (\mathbf{S} \mathbf{B} + \mathbf{N}) \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{B}^T \mathbf{S} + \mathbf{N}^T) + \mathbf{Q} = \mathbf{0} \quad (3.5)$$

ist. Mit

$$\mathbf{K} = \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{B}^T \mathbf{S} + \mathbf{N}^T) \quad (3.6)$$

ist (3.4) äquivalent zu (3.1).

In der Regelungstechnik werden die Gewichtungsmatrizen meist diagonal besetzt<sup>3</sup>, d. h. in der Diagonale von  $\mathbf{Q}$ ,  $\mathbf{N}$  und  $\mathbf{R}$  stehen die Gewichte  $\rho_1 \dots \rho_n$ . Diese sind für die Reglerauslegung von großer Bedeutung, da sie die Dynamik des Systems entscheidend beeinflussen. Wird beispielsweise die Gewichtungsmatrix  $\mathbf{Q}$  im Verhältnis zu  $\mathbf{N}$  und  $\mathbf{R}$  groß gewählt, so gehen die Zustände  $\underline{x}$  stärker in die Kostenfunktion  $J$  ein und bewirken, dass die Stellgrößen in  $\underline{u}$  verhältnismäßig größer sind, d. h. der Regler versucht den Regelfehler zu minimieren und legt dabei ein großes Augenmerk auf die Zustände. Gleiches gilt für die Beschränkung der Stellgrößen  $\underline{u}$  in  $\mathbf{R}$ . Mit der Matrix  $\mathbf{N}$  können Kopplungen zwischen den Zuständen  $\underline{x}$  und den Stellgrößen  $\underline{u}$  bewertet werden. Der Erwartungswertoperator  $E\{\cdot\}$  in (3.3) wird benötigt falls in (3.2) *stochastische* Zustände vorkommen.

Dieses Prinzip der Regelung, angewandt auf ein *Viertel-* und später auf ein *Halbfahrzeugmodell* stellen Butsuen [2] und Hrovat [6] vor. Butsuen interpretiert (3.4) wie folgt. Der erste Teil  $\mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{S}$  von  $\mathbf{K}$  gibt die Dynamik der Zustandsvektorrückführung vor, der zweite Teil  $\mathbf{R}^{-1} \mathbf{N}^T$  kompensiert die passiven Elemente  $c_{2i}$  und  $k_{2i}$  von Feder und Dämpfer. Die Kraft  $f_{ai}$  bleibt auch bei geänderten Feder- und Dämpfungskonstanten gleich, falls die Gewichte in  $\mathbf{Q}$ ,  $\mathbf{N}$  und  $\mathbf{R}$  nicht verändert werden.

### 3.2.1 Voraussetzungen der LQ-Reglung

Wird der *Zeithorizont*  $T \rightarrow \infty$  gewählt, so kann die *algebraische Riccatigleichung* (3.5) gelöst und damit die *Kostenfunktion* (3.3) minimiert werden. Voraussetzungen dafür sind [10]:

1. Die Matrizen  $\mathbf{Q}$  und  $\mathbf{R}$  müssen *symmetrisch* und *positiv definit*,  
und
2. das Zustandsraummodell, (3.2) muss *vollständig zustandssteuerbar* sein.

Eine symmetrische Matrix  $\mathbf{M}$  ist *positiv definit* falls für das Produkt  $\underline{x}^T \mathbf{M} \underline{x} > 0$  gilt bzw. alle Eigenwerte von  $\mathbf{M}$ ,  $\lambda_i > 0$  sind.

Der folgende Satz lässt die Zustandssteuerbarkeit überprüfen [10]:

<sup>3</sup>Bei *modaler* Gewichtung ist  $\mathbf{Q}$  voll besetzt.

**Satz 3.1: Steuerbarkeitskriterium von KALMAN**

Das System (3.2) ist dann und nur dann *vollständig zustandssteuerbar*, falls die  $(n \times nr)$  Steuerbarkeitsmatrix vollen Rang  $n$  hat:

$$\text{Rang}[\mathbf{Q}_s] = \text{Rang}[\mathbf{B}, \mathbf{A}\mathbf{B}, \mathbf{A}^2\mathbf{B}, \dots, \mathbf{A}^{n-1}\mathbf{B}] = n \quad (3.7)$$

mit der symmetrischen  $(n \times n)$  Systemmatrix  $\mathbf{A}$  und der  $(n \times r)$  Eingangsmatrix  $\mathbf{B}$ .

**3.2.2 LQ-Viertelfahrzeugregler (LQ 1/4)**

Zur Bestimmung der Gewichtungsmatrizen von (3.3) modifizieren Butsuen [2] und Rideout und Wakeham [19] die Kostenfunktion, sodass jeder Zustand  $x_1, \dots, x_n$  in  $J$  einzeln gewichtet werden kann. Damit resultiert die Kostenfunktion des *Viertelfahrzeugmodells* nach Kapitel 2.4, (2.27) und dessen Zustandsvektor  $\underline{x}_V = [(z_1 - h), \dot{z}_1, (z_2 - z_1), \dot{z}_2]^T$  aus (2.22) zu

$$\begin{aligned} J_{LQ,V} &= \frac{1}{2} \int_0^\infty \ddot{z}_2^2 + \rho_1 (z_2 - z_1)^2 + \rho_2 \dot{z}_2^2 + \rho_3 (z_1 - h)^2 + \rho_4 \dot{z}_1^2 dt = \\ &= \frac{1}{2} \int_0^\infty \underline{x}_V^T \mathbf{Q}_V \underline{x}_V + 2 \underline{x}_V^T \mathbf{N}_V \underline{u}_V + \underline{u}_V^T \mathbf{R}_V \underline{u}_V dt. \end{aligned} \quad (3.8)$$

In Abbildung 3.2 ist das Konzept zur Regelung des Halbfahrzeugs durch zwei unabhängige *LQ 1/4* Regler an der Vorder- und Hinterachse dargestellt. Die zur Auslegung der Regler benötigten Kostenfunktionen  $J_{LQ,v}$  und  $J_{LQ,h}$  lassen sich durch Einsetzen des jeweiligen Zustandsvektors  $\underline{x}_v = [(z_{1v} - h_v), \dot{z}_{1v}, (z_{2v} - z_{1v}), \dot{z}_{2v}]^T$  bzw.  $\underline{x}_h = [(z_{1h} - h_h), \dot{z}_{1h}, (z_{2h} - z_{1h}), \dot{z}_{2h}]^T$  in (3.8) bestimmen.

**3.2.3 LQ-Halbfahrzeugregler (LQ 1/2)**

Für die *LQ-Regelung* des *Halbfahrzeugs* wird, wie unter anderem in [2] und [19] gezeigt, die Kostenfunktion  $J$  durch den Zustandsvektor  $\underline{x}_H$  aus (2.35) erweitert zu

$$\begin{aligned} J_{LQ,H} &= \frac{1}{2} \int_0^\infty \ddot{z}_2^2 + \rho_1 \ddot{\varphi}_2^2 + \rho_7 \dot{z}_2^2 + \rho_3 \dot{\varphi}_2^2 + \rho_4 (z_{1v} - h_v)^2 + \rho_8 (z_{1h} - h_h)^2 \\ &\quad + \rho_5 \dot{z}_{1v}^2 + \rho_9 \dot{z}_{1h}^2 + \rho_2 (z_{2v} - z_{1v})^2 + \rho_6 (z_{2h} - z_{1h})^2 dt. \end{aligned} \quad (3.9)$$

In (3.9) treten alle Zustände des Zustandsvektors  $\underline{x}_H$  (2.35) zusätzlich zur Nickbeschleunigung  $\ddot{\varphi}_2$  und Hubbeschleunigung  $\ddot{z}_2$  auf. Im Gegensatz zur

Kostenfunktion  $J_{LQ,V}$  des Viertelfahrzeugs (3.8), können in (3.9) durch die Wahl der Gewichte  $\rho_1$  und  $\rho_3$ , die Größen der Nickbewegung einzeln bewertet werden. Damit gehen diese stärker in die Kostenfunktion  $J_{LQ,H}$  ein und der Regler wird versuchen, durch Minimieren von  $\ddot{\varphi}_2$  und  $\dot{\varphi}_2$ , Nicken möglichst klein zu halten.

### 3.2.4 Ermittlung der Gewichtungsmatrizen

Die symmetrische ( $n \times n$ ) Matrix  $\mathbf{Q}$  einer Kostenfunktion  $J$  nach (3.3) mit dem Zustandsvektor  $\underline{x} = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$  kann, wie Rideout und Wakeham in [19] zeigen, nach der Vorschrift

$$\underline{x}^T \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{\partial^2 J}{\partial x_1^2} & \frac{\partial^2 J}{2\partial x_1 \partial x_2} & \cdots & \frac{\partial^2 J}{\partial x_1 \partial x_n} \\ \frac{\partial^2 J}{\partial x_2 \partial x_1} & \frac{\partial^2 J}{\partial x_2^2} & \cdots & \frac{\partial^2 J}{\partial x_2 \partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 J}{\partial x_n \partial x_1} & \frac{\partial^2 J}{\partial x_n \partial x_2} & \cdots & \frac{\partial^2 J}{\partial x_n^2} \end{bmatrix}}_{\mathbf{Q}} \underline{x}, \quad (3.10)$$

effizient ermittelt werden<sup>4</sup>.

Dazu wird für den Fall des *Viertelfahrzeugmodells* (2.20) durch  $m_2$  dividiert

$$\ddot{z}_2 = \frac{k_2}{m_2} \dot{z}_1 - \frac{k_2}{m_2} \dot{z}_2 - \frac{c_2}{m_2} (z_2 - z_1) + \frac{f_a}{m_2}, \quad (3.11)$$

anschließend quadriert

$$\begin{aligned} \ddot{z}_2^2 &= \left(\frac{k_2}{m_2}\right)^2 \dot{z}_1^2 + \left(\frac{k_2}{m_2}\right)^2 \dot{z}_2^2 + \left(\frac{c_2}{m_2}\right)^2 (z_2 - z_1)^2 + \frac{1}{m_2^2} f_a^2 \\ &\quad - 2 \left(\frac{k_2}{m_2}\right)^2 \dot{z}_1 \dot{z}_2 - 2 \frac{k_2 c_2}{m_2^2} \dot{z}_1 (z_2 - z_1) + 2 \frac{k_2}{m_2^2} \dot{z}_1 f_a \\ &\quad + 2 \frac{k_2 c_2}{m_2^2} \dot{z}_2 (z_2 - z_1) - \frac{k_2}{m_2^2} \dot{z}_1 f_a - 2 \frac{c_2}{m_2^2} (z_2 - z_1) f_a \end{aligned} \quad (3.12)$$

und in (3.8) eingesetzt

$$\begin{aligned} J_{LQ,V} &= \frac{1}{2} \int_0^\infty \left(\frac{k_2}{m_2}\right)^2 \dot{z}_1^2 + \left(\frac{k_2}{m_2}\right)^2 \dot{z}_2^2 + \left(\frac{c_2}{m_2}\right)^2 (z_2 - z_1)^2 + \frac{1}{m_2^2} f_a^2 \\ &\quad - 2 \left(\frac{k_2}{m_2}\right)^2 \dot{z}_1 \dot{z}_2 - 2 \frac{k_2 c_2}{m_2^2} \dot{z}_1 (z_2 - z_1) + 2 \frac{k_2}{m_2^2} \dot{z}_1 f_a \\ &\quad + 2 \frac{k_2 c_2}{m_2^2} \dot{z}_2 (z_2 - z_1) - \frac{k_2}{m_2^2} \dot{z}_1 f_a - 2 \frac{c_2}{m_2^2} (z_2 - z_1) f_a \\ &\quad + \rho_1 (z_2 - z_1)^2 + \rho_2 \dot{z}_2^2 + \rho_3 (z_1 - h)^2 + \rho_4 \dot{z}_1^2 dt. \end{aligned} \quad (3.13)$$

<sup>4</sup>Zum Beispiel kann zur Berechnung die MATLAB toolbox *symbolic math* verwendet werden.

Ableiten von  $J_{LQ,V}$  nach der Vorschrift (3.10) resultiert in, hier für den ersten Eintrag in  $\mathbf{Q}_V$  gezeigt,

$$\left. \frac{\partial^2 J_{LQ,V}}{\partial x_{V_1}^2} \right|_{x_{V_1}=(z_1-h)} = \rho_3. \quad (3.14)$$

Die Bestimmung der Gewichtungsmatrix  $\mathbf{N}_V$  erfolgt ebenfalls nach (3.10), mit dem Unterschied, dass  $J_{LQ,V}$  nach dem jeweiligen Eintrag des Zustandsvektors  $\underline{x}_V$  und anschließend nach dem jeweiligen Eintrag des Stellvektors  $\underline{u}_V$  abgeleitet wird. Exemplarisch sei hier die Bestimmung des zweiten Eintrags von  $\mathbf{N}_V$  gezeigt.

$$\left. \frac{\partial^2 J_{LQ,V}}{\partial x_{V_2} \partial u_{V_1}} \right|_{x_{V_2}=\dot{z}_1, u_{V_1}=f_a} = \frac{k_2}{m_2^2}. \quad (3.15)$$

Die Gewichtungsmatrix  $\mathbf{R}_V$  lässt sich ebenfalls nach (3.10) bestimmen, indem der Zustandsvektor  $\underline{x}_V$  durch  $\underline{u}_V = f_a$  substituiert wird. Wie zu erkennen ist, besitzt das Viertelfahrzeugmodell nur eine Stellgröße  $f_a$ . Damit ist die resultierende Gewichtungsmatrix  $\mathbf{R}_V$  ein Skalar und es gilt

$$\left. \frac{\partial^2 J_{LQ,V}}{\partial u_{V_1}^2} \right|_{u_V=f_a} = \frac{1}{m_2^2}. \quad (3.16)$$

Zur Bestimmung der Gewichtungsmatrizen  $\mathbf{Q}_H$ ,  $\mathbf{R}_H$  und  $\mathbf{N}_H$  der Halbfahrzeugregelung nach (3.10) werden (2.36) und (2.37) quadriert und in (3.9) eingesetzt.

Die so ermittelten Gewichtungsmatrizen der Viertel- und Halbfahrzeugregelung sind im Anhang A zu finden.

### 3.2.5 Simulationsergebnisse der LQ-Regelung

In den Kostenfunktionen der Halb- und Viertelfahrzeugregler wird jeder einzelne Zustand  $x_i$  des Zustandsvektors  $\underline{x}$  mit einem Gewicht  $\rho_i$  multipliziert. Dabei stehen die Gewichte der Kostenfunktionen der Halb- und Viertelfahrzeugregler mit den Zuständen der einzelnen Modelle in folgendem Zusammenhang, Tabelle 3.1.

physikalische Koordinate	Zustand $x_{H_i}$	Zustand $x_{v_i}$	Zustand $x_{h_i}$	Gewicht $\rho_i$
$z_{1v} - h_v$	$x_{H_1}$	$x_{v_1}$	—	$\rho_4$
$z_{1h} - h_h$	$x_{H_2}$	—	$x_{h_1}$	$\rho_8$
$\dot{z}_{1v}$	$x_{H_3}$	$x_{v_2}$	—	$\rho_5$
$\dot{z}_{1h}$	$x_{H_4}$	—	$x_{h_2}$	$\rho_9$
$z_{2v} - z_{1v}$	$x_{H_5}$	$x_{v_3}$	—	$\rho_2$
$z_{2h} - z_{1h}$	$x_{H_6}$	—	$x_{h_3}$	$\rho_6$
$\dot{z}_2$	$x_{H_7}$	$x_{v_4}$	—	$\rho_7$
$\dot{\varphi}_2$	$x_{H_8}$	—	$x_{h_4}$	$\rho_3$
$\ddot{\varphi}_2$	—	—	—	$\rho_1$
$\ddot{z}_2$	—	—	—	1

**Tabelle 3.1:** Zusammenhang zwischen physikalischen Koordinaten, Zuständen und Gewichte

Die Zustände  $x_{v_4}$  und  $x_{h_4}$  des Viertelfahrzeugmodells entsprechen den physikalischen Koordinaten  $\dot{z}_{2v}$  bzw.  $\dot{z}_{2h}$  und lassen sich aus den Koordinaten des Halbfahrzeugmodells  $\dot{z}_2$  und  $\dot{\varphi}_2$  mithilfe der Transformationsmatrix  $\mathbf{R}$  aus (2.34) bestimmen.

### Wahl der Gewichte

Durch die Wahl der Gewichte  $\rho_1 \dots \rho_9$  können die Zustände in der Kostenfunktion  $J$  unterschiedlich bewertet und damit die resultierende Dynamik des geschlossenen Regelkreises beeinflusst werden.

Rideout und Wakeham wählen in [19] als Gewichtungsvektor zur *Erhöhung des Fahrkomforts*

$$\underline{\rho}_1 = [3, 0.4, 0.16, 0.4, 0.16, 0.4, 0.16, 0.4, 0.16]^T. \quad (3.17)$$

Die Nickbeschleunigung  $\ddot{\varphi}_2$  wird mit  $\rho_1 = 3$ , die Hubbeschleunigung  $\ddot{z}_2$  mit 1 und die Geschwindigkeiten  $\dot{\varphi}_2$ ,  $\dot{z}_2$ ,  $\dot{z}_{1v}$  und  $\dot{z}_{1h}$  mit 0.16 bewertet. Durch die verhältnismäßig große Gewichtung von  $\ddot{\varphi}_2$  und  $\ddot{z}_2$ , sollen Nick- und Hubbeschleunigungen minimiert werden.

Die Resultierenden Gewichtungsmatrizen  $\mathbf{Q}$  und  $\mathbf{R}$  für die Fahrzeuge aus Tabelle 2.2, 2.3 und 2.6 mit dem Gewichtungsvektor  $\underline{\rho}_1$  aus (3.17) sind im Anhang B zusammengefasst.

### Voraussetzungen

Für die Reglerauslegung müssen die Voraussetzungen aus Abschnitt 3.2.1 erfüllt werden.

Die Symmetrie der Matrizen  $\mathbf{Q}$  und  $\mathbf{R}$  ist gegeben, da diese nach (3.10) abgeleitet werden, siehe Anhang B. Die Eigenwerte der resultierenden Ge-

wichtungsmatrizen der Fahrzeugmodelle nach Tabelle 2.2, 2.3 und 2.6 sind alle reell und positiv.

In MATLAB lässt sich die Steuerbarkeitsmatrix mit dem Befehl `ctrb(sys)`<sup>5</sup> bilden und der Rang der resultierenden Matrix mit `rank()` bestimmen [20]. Im Folgenden ist ein Ausschnitt der Ausgabe von MATLAB im *Command Window* zu sehen.

```
>> rank(ctrb(sys_half))

ans =

     8

>> rank(ctrb(sys_quarter_v))

ans =

     4

>> rank(ctrb(sys_quarter_h))

ans =

     4
```

Das Steuerbarkeitskriterium von KALMAN (Satz 3.1) ist damit erfüllt und die Zustandsraummodelle der Halb- und Viertelfahrzeuge sind alle *vollständig zustandssteuerbar*.

### Reglerentwurf

Für die Reglerauslegung und der damit resultierenden Bestimmung der Verstärkungsmatrix  $\mathbf{K}$  in der Rückführung von Abbildung 3.1 muss die Riccatigleichung (3.5) gelöst werden. MATLAB stellt dafür den Befehl `[K, s, e] = lqr(sys,Q,R,N)` zur Verfügung [20].  $\mathbf{Q}$ ,  $\mathbf{R}$  und  $\mathbf{N}$  sind die Gewichtungsmatrizen, `sys` das Zustandsraummodell,  $\mathbf{K}$  die Verstärkungsmatrix,  $\mathbf{s}$  die Lösung der algebraischen Riccatigleichung und  $\mathbf{e}$  die Pole des geschlossenen Regelkreises. Für die Gewichtung der Zustände mit  $\underline{\rho}_1$  ergibt sich die Verstärkungsmatrix des *LQ 1/4* Reglers der Vorderachse zu

$$\mathbf{K}_v = \begin{bmatrix} K_{v_1} & K_{v_2} & K_{v_3} & K_{v_4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 259.2 & 4964.9 & -21699 & -4431.4 \end{bmatrix}, \quad (3.18)$$

<sup>5</sup> "sys" ist ein **L**inear **T**ime **I**nvariant (LTI) Objekt in MATLAB.

die der Hinterachse zu

$$\begin{aligned}\mathbf{K}_h &= [K_{h_1} \quad K_{h_2} \quad K_{h_3} \quad K_{h_4}] = \\ &= [293.9 \quad 3953.1 \quad -73650 \quad -3339.5]\end{aligned}\quad (3.19)$$

und die des Halbfahrzeugreglers ( $LQ\ 1/2$ ) zu

$$\begin{aligned}\mathbf{K}_H &= \begin{bmatrix} K_{H_{11}} & K_{H_{12}} & K_{H_{13}} & K_{H_{14}} & K_{H_{15}} & K_{H_{16}} & K_{H_{17}} & K_{H_{18}} \\ K_{H_{21}} & K_{H_{22}} & K_{H_{23}} & K_{H_{24}} & K_{H_{25}} & K_{H_{26}} & K_{H_{27}} & K_{H_{28}} \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} 340.8 & -362.6 & 4934.4 & -18.9 & -21583 & -41.9 & -4423.2 & 5567.8 \\ 188.6 & 835.2 & -19 & 3945.7 & 161 & -73657 & -3232.9 & -5731.5 \end{bmatrix}.\end{aligned}\quad (3.20)$$

Werden die Verstärkungsmatrizen  $\mathbf{K}_v$  und  $\mathbf{K}_h$  der Viertelfahrzeugregler unter Beachtung des Zustandsvektors  $\mathbf{x}_H$  zu einer Matrix zusammengefasst, so erhält man

$$\mathbf{K}_V = \begin{bmatrix} K_{v_1} & 0 & K_{v_2} & 0 & K_{v_3} & 0 & K_{v_4} & 0 \\ 0 & K_{h_1} & 0 & K_{h_2} & 0 & K_{h_3} & 0 & K_{h_4} \end{bmatrix}.\quad (3.21)$$

Ein Blick auf das Regelungsgesetz nach (3.1) zeigt, dass die Gewichte in der ersten Zeile von (3.20) und (3.21) mit den Zuständen des Viertelfahrzeugmodells an der Vorderachse, die der zweiten Zeile mit den Zuständen der Hinterachse, multipliziert werden. Eine vollständige Entkopplung der Halbfahrzeugregelung ist gegeben, falls die Einträge  $K_{H_{12}}$ ,  $K_{H_{14}}$  und  $K_{H_{16}}$  der Vorderachse und  $K_{H_{21}}$ ,  $K_{H_{23}}$  und  $K_{H_{25}}$  der Hinterachse in der Verstärkungsmatrix  $\mathbf{K}_H$  des Halbfahrzeugreglers, (3.20), gleich Null sind [2].

Dieser Vergleich lässt sich für die Einträge in  $\mathbf{K}_H$  anstellen. Für  $K_{H_{18}}$  und  $K_{H_{27}}$  trifft dies nicht zu, da im Zustandsvektor  $\underline{x}_H$  die Koordinaten  $\dot{z}_2$  und  $\dot{\varphi}_2$  anstelle von  $\dot{z}_{2v}$  und  $\dot{z}_{2h}$  stehen.

### Regelungskonzept

Abbildung 3.3 zeigt die zu vergleichenden Konzepte. Im oberen Teil ist ein Halbfahrzeug nach (2.40) dargestellt. Die Stellgrößen  $u_v$  und  $u_h$  steuern die Kraftaktuatoren der Vorder- und Hinterachse. Zur Kalkulation dieser Größen werden alle zur Verfügung stehenden Zustände des Zustandsvektors  $\underline{x}_H$  verwendet, siehe Abschnitt 3.2.3 ( $LQ\ 1/2$ ). Dieses Konzept und der damit verwendete Regler wird als *Halbfahrzeugregler* bzw. *Halbfahrzeugregelung* bezeichnet.

Das im unteren Teil von Abbildung 3.3 dargestellte Modell besteht aus zwei Viertelfahrzeugmodellen, siehe Abschnitt 3.2.2 ( $LQ\ 1/4$ ), welche durch masselose Stangen miteinander verbunden sind. Entkopplung der Viertelfahrzeuge ist nach (2.29) mit  $\epsilon_{m|5} = 19.6\%$  gegeben. Damit kann in Abbildung 3.3

unten, die Koppelmasse  $m_k = 0$  gesetzt und die Gesamtmasse  $m_2$  des Aufbaus auf die Vorder- und Hinterachse, im Verhältnis der Schwerpunktabstände  $l_{2v}$  und  $l_{2h}$ , aufgeteilt werden [2]. Zur Berechnung der Stellgrößen  $u_v$  werden die Zustände von  $\underline{x}_v$  und für  $u_h$  die Zustände  $\underline{x}_h$  herangezogen. Dieses Konzept wird im Folgenden als *Viertelfahrzeugregler* bzw. *Viertel-fahrzeugregelung* bezeichnet.

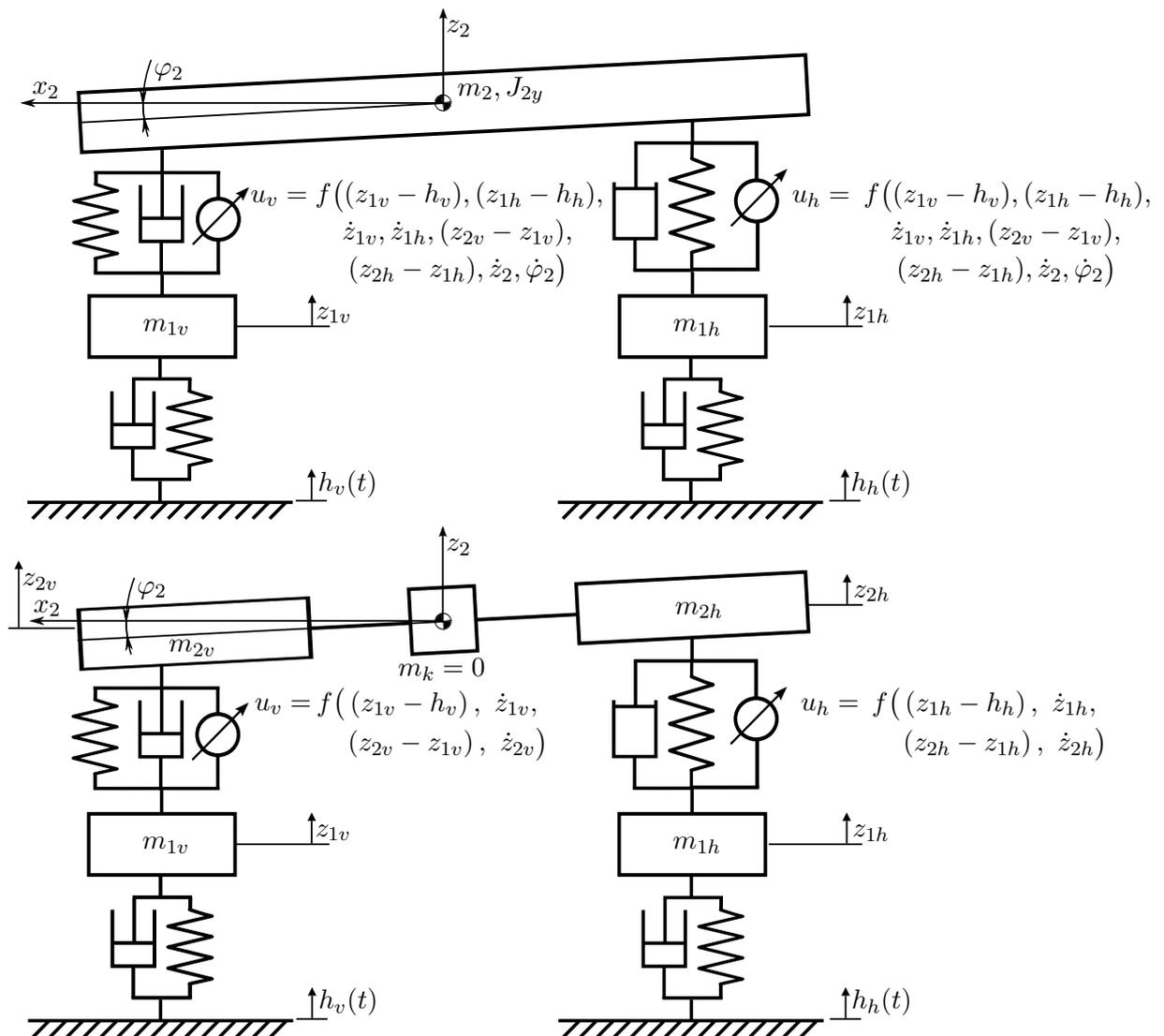


Abbildung 3.3: Regelungskonzept – Vergleich der Halb- und Viertel-fahrzeugregelung

### Fahrt über ein Einzelhindernis

Abbildung 3.4 zeigt den zeitlichen Verlauf der Schwerpunktbewegung des Halbfahrzeugs (als Regelstrecke) nach Abbildung 2.13 bei der Fahrt über ein Einzelhindernis nach Abbildung 2.5 mit  $v = 10 \text{ m/s}$ . Vorder- und Hinterachse werden um  $t_d$  zeitversetzt (2.41) angeregt. Die roten Verläufe in Abbildung 3.4 sind die Bewegungen des Aufbaus  $m_2$  bei der Viertelfahrzeugregelung, die grünen Verläufe bei der Halbfahrzeugregelung. Für dieses Fahrzeug, bei dem die Kopplung  $\epsilon < 20\%$  ist, reagieren Viertel- und Halbfahrzeugregler ähnlich. Im oberen Teil von Abbildung 3.4 ist zu erkennen, dass die Halbfahrzeugregelung etwas größere Amplituden der Hubbewegung als die Viertelfahrzeugregelung aufweist. Der untere Teil der Abbildung zeigt, dass beide Regler Nicken kompensieren. Um einen besseren Vergleich zum unregulierten, passiven Fahrzeug zu haben, sind die maximal auftretenden Amplituden der Fahrzeuge in Tabelle 3.2 zusammengefasst. Wie zu erkennen ist, können mithilfe der  $LQ 1/4$  bzw.  $LQ 1/2$  Regler sowohl Nick- als auch Hubbeschleunigungen minimiert werden.

Die Ergebnisse des passiven Fahrzeugs sind in den folgenden Abbildungen nicht dargestellt, da die maximal auftretenden Amplituden um ein Vielfaches größer als bei den aktiv geregelten Fahrzeugen sind (siehe Werte in Tabelle 3.2).

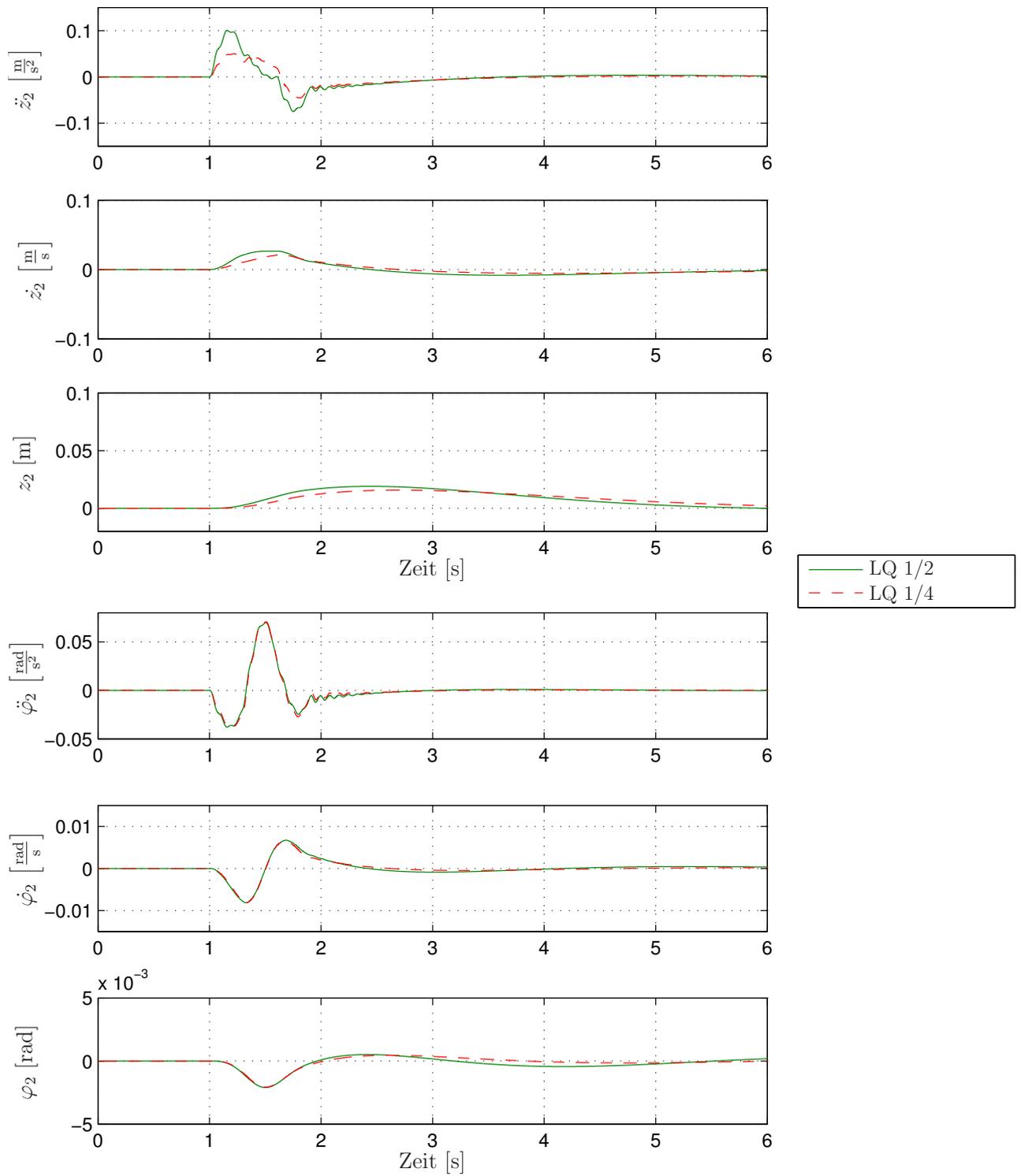
Die spätere Abbildung 3.7 zeigt die bei diesem Fahrmanöver auftretenden Radaufstandskräfte  $F_{z,v}$  und  $F_{z,h}$ .

Symbol	passiv	LQ 1/4	LQ 1/2	Einheit
$\ddot{z}_{2i}$	6.11	0.0505	0.1008	$\text{m/s}^2$
$\dot{z}_{2i}$	0.42	0.0211	0.0265	$\text{m/s}$
$z_{2i}$	0.11	0.0157	0.0190	$\text{m}$
$\ddot{\varphi}_2$	5.28	0.0707	0.0699	$\text{rad/s}^2$
$\dot{\varphi}_2$	0.64	0.0065	0.0067	$\text{rad/s}$
$\varphi_2$	0.068	$4.518 \cdot 10^{-4}$	$5.1 \cdot 10^{-4}$	$\text{rad}$

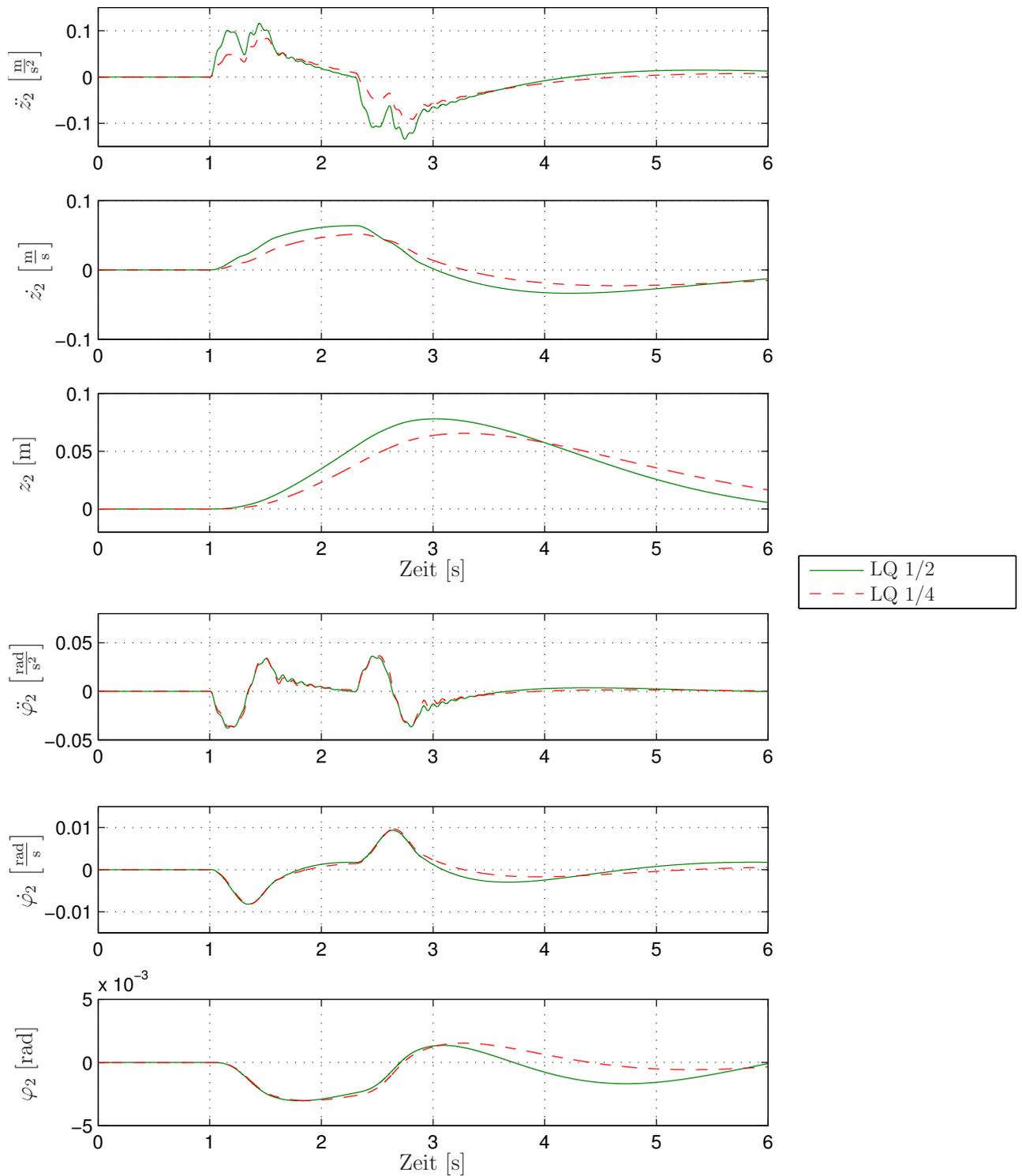
**Tabelle 3.2:** Maximalwerte der Hub- und Nickbewegung von Fahrzeug 5 bei der Fahrt über ein Einzelhindernis, Gewichtung  $\rho_1$

### Fahrt über ein trapezförmiges Einzelhindernis

In Abbildung 3.5 ist das Ergebnis der Fahrt über ein trapezförmiges Hindernis nach Abbildung 2.6 mit  $v = 10 \text{ m/s}$  dargestellt. Bei diesem Manöver weisen beide Regler eine größere Dynamik auf. Auch hier ist der Viertelfahrzeugregler leicht im Vorteil.



**Abbildung 3.4:** Hub- und Nickbewegung der Masse  $m_2$ , Fahrzeug 5,  $\varepsilon_{m|5} = 19.6\%$  Gewichtung  $\underline{\rho}_1$  bei der Fahrt über ein Einzelhindernis



**Abbildung 3.5:** Hub- und Nickbewegung der Masse  $m_2$ , Fahrzeug 5,  $\varepsilon_{m|5} = 19.6\%$  Gewichtung  $\rho_1$  bei der Fahrt über ein trapezförmiges Einzelhindernis

### Fahrt über eine stochastische Fahrbahnanregung

Das Fahrzeug 5 fährt nun über eine stochastische Fahrbahnanregung nach Abschnitt 2.3.2, Abbildung 2.10. Zur Regelung werden einerseits zwei unabhängige  $LQ$  1/4 Regler an Vorder- und Hinterachse, andererseits ein  $LQ$  1/2 Regler verwendet. Beide werden nach (3.8) bzw. (3.9) und dem Gewichtungsvektor  $\underline{\rho}_1$  ausgelegt. Die zur Bewertung des Fahrkomforts maßgeblichen *Effektivwerte der Beschleunigungen*  $\psi_{\ddot{z}_2}$  und  $\psi_{\ddot{\varphi}_2}$  nach (2.15) und die *bezogenen Radlastschwankungen* (2.17) des Vorder- und Hinterrades sind in Tabelle 3.3 zusammengefasst.

Um eine Kostenfunktion für das ungeregelte Fahrzeug angeben zu können, wird  $J_{LQ,H}$ , (3.9), des Halffahrzeugs verwendet und dabei der Stellgrößenvektor  $\underline{u}$  null gesetzt.

		$E\{\ddot{z}_{2i}^2\}^{\frac{1}{2}}$	$E\{\ddot{\varphi}_2^2\}^{\frac{1}{2}}$	$\frac{\sigma_{F_{zv}}}{F_{zv,stat}}$	$\frac{\sigma_{F_{zh}}}{F_{zh,stat}}$	$E\{J^2\}^{\frac{1}{2}}$
$\xi_1(t)$	passiv(100%)	1.63 m/s <sup>2</sup>	1.34 rad/s <sup>2</sup>	0.29	0.27	80639.1
	LQ 1/4	0.038	0.038	0.60	0.54	1670.6
	LQ 1/2	0.070	0.037	0.59	0.54	1678.9
$\xi_2(t)$	passiv(100%)	2.46 m/s <sup>2</sup>	2.06 rad/s <sup>2</sup>	0.46	0.42	190151.6
	LQ 1/4	0.058	0.061	0.96	0.88	4208.8
	LQ 1/2	0.105	0.061	0.94	0.89	4230.2

**Tabelle 3.3:** Verbesserungen der Effektivwerte, Fahrbahn nach Abbildung 2.10, Gewichtung  $\underline{\rho}_1$

Tabelle 3.3 zeigt, dass die resultierenden Nick- und Hubbeschleunigungen bei der  $LQ$ -Regelung deutlich reduziert werden. Allerdings geschieht dies zu Lasten der bezogenen Radaufstandskräfte, die auf den doppelten Wert des passiven Fahrzeugs ansteigen. Um dem entgegenzuwirken, wird im folgenden Abschnitt der Gewichtungsvektor  $\underline{\rho}$  dahingehend modifiziert, dass die Varianz der dynamischen Radaufstandskräfte verringert wird (Gewichtung mit  $\underline{\rho}_3$ ).

### Anpassung des Gewichtungsvektors zur Reduktion der bezogenen Radlastschwankungen

Um die bezogenen Radlastschwankungen zu minimieren, muss die Varianz der dynamischen Radaufstandskräfte  $\sigma_{F_{z,dyn}}$  verringert werden. Die dynamischen Radaufstandskräfte lassen sich durch

$$F_{z,dyn} = -c_1(z_{1i} - h_i) - k_1(\dot{z}_{1i} - \dot{h}_i) \quad (3.22)$$

berechnen. Demzufolge führt eine höhere Gewichtung der Zustände  $(z_{2v} - h_v)$  und  $(z_{2h} - h_h)$  zu einer Reduktion von  $F_{z,dyn}$ . Der Vergleich mit Tabelle 3.1 zeigt, dass die Gewichte  $\rho_4$  und  $\rho_8$  diese Zustände bewerten. Der modifizierte Gewichtungsvektor  $\underline{\rho}_3$  zur Reduktion der bezogenen Radlastschwankungen resultiert damit zu

$$\underline{\rho}_3 = [3, 0.4, 0.16, 1 \cdot 10^5, 0.16, 0.4, 0.16, 1 \cdot 10^5, 0.16]^T. \quad (3.23)$$

### Fahrt über ein Einzelhindernis

Abbildung 3.6 zeigt die Fahrt von Fahrzeug 5 über das Hindernis nach Abbildung 2.5 mit  $v = 10$  m/s. Im Gegensatz zu Abbildung 3.4 wurde hier für die Reglerauslegung der Gewichtungsvektor  $\underline{\rho}_3$  (3.23) verwendet. In Tabelle 3.4 sind die Maximalwerte der Hub- und Nickbewegung eingetragen.

Die mit dem Gewichtungsvektor  $\underline{\rho}_3$  modifizierten Viertel- und Halbfahrzeugregler können Huben und Nicken, im Vergleich zum passiven Fahrzeug, deutlich reduzieren, allerdings nicht im gleichen Ausmaß, wie es bei der Gewichtung mit  $\underline{\rho}_1$  der Fall ist. Um einen besseren Vergleich zum unregelmäßigen Fahrzeug zu erhalten, sind in Abbildung 3.6 zusätzlich zu den Hub- und Nickbewegungen, gemessen im Schwerpunkt von  $m_2$ , der geregelten Fahrzeuge der Verlauf des passiven Fahrzeugs dargestellt.

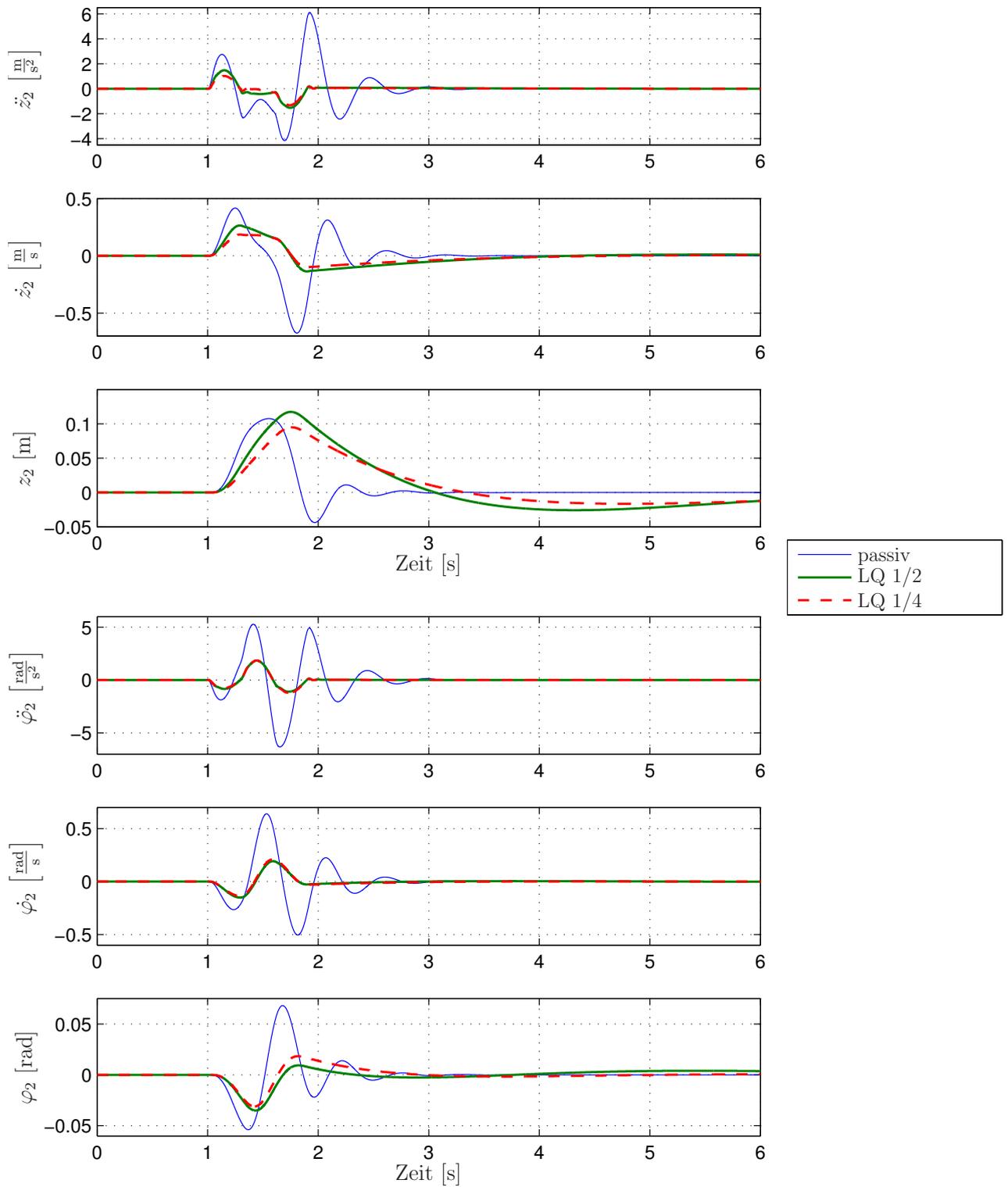
Abbildung 3.7 zeigt die bei der Fahrt über das Einzelhindernis nach Abbildung 2.5 auftretenden Radaufstandskräfte.

Symbol	passiv	LQ 1/4	LQ 1/2	Einheit
$\ddot{z}_{2i}$	6.11	1.030	1.488	m/s <sup>2</sup>
$\dot{z}_{2i}$	0.42	0.185	0.264	m/s
$z_{2i}$	0.11	0.0949	0.117	m
$\ddot{\varphi}_2$	5.28	1.859	1.848	rad/s <sup>2</sup>
$\dot{\varphi}_2$	0.64	0.210	0.193	rad/s
$\varphi_2$	0.068	$1.84 \cdot 10^{-2}$	$0.93 \cdot 10^{-2}$	rad

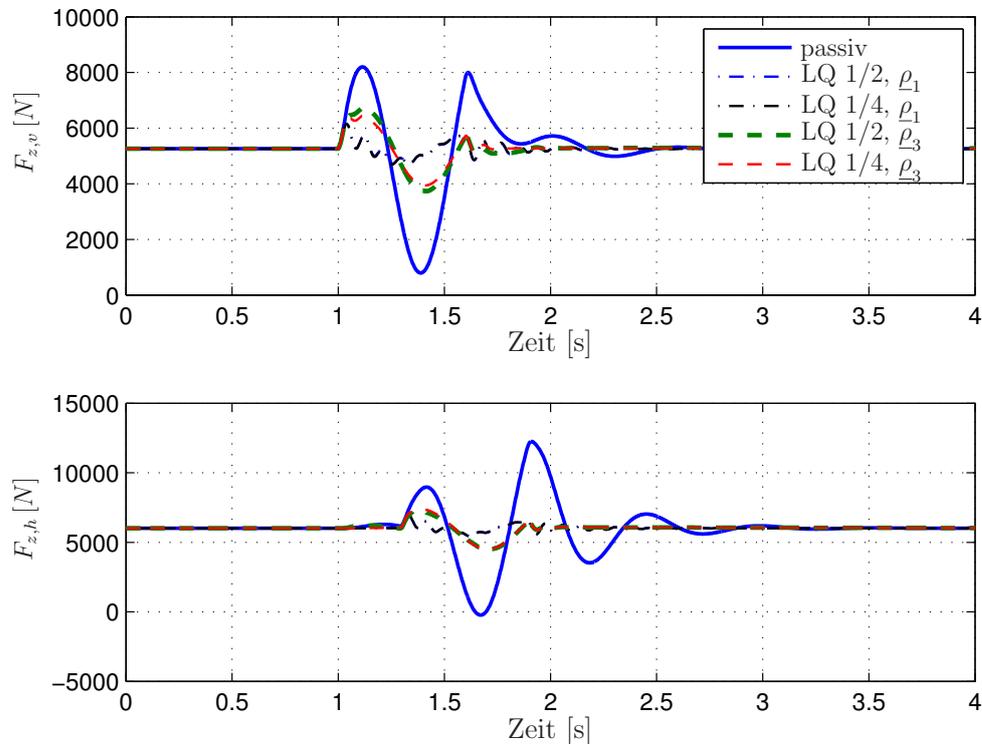
**Tabelle 3.4:** Maximalwerte der Hub- und Nickbewegung von Fahrzeug 5 bei der Fahrt über ein Einzelhindernis, Gewichtung  $\underline{\rho}_3$

### Fahrt über eine stochastische Fahrbahnanregung

Tabelle 3.5 zeigt die Ergebnisse bei der Fahrt von Fahrzeug 5 über eine stochastische Fahrbahnanregung nach Abbildung 2.10. Die Auswirkungen des modifizierten Gewichtungsvektors  $\underline{\rho}_3$  sind hier deutlich zu erkennen. Waren die bezogenen Radlastschwankungen bei der Gewichtung mit  $\underline{\rho}_1$  im Falle der „guten Fahrbahn“  $\xi_1(t)$  für den LQ 1/4-Regler bei 0.60 an der Vorderachse bzw. 0.54 an der Hinterachse, konnten diese nun auf 0.33 bzw. 0.29 verringert werden. Gleiches gilt für den LQ 1/2-Regler. Die Verbesserung der



**Abbildung 3.6:** Hub- und Nickbewegung der Masse  $m_2$ , Fahrzeug 5,  $\varepsilon_{m|5} = 19.6\%$  Gewichtung  $\underline{\rho}_3$  bei der Fahrt über ein Einzelhindernis



**Abbildung 3.7:** Radaufstandskräfte bei der *aktiven* LQ-Regelung, Fahrzeug 5, Gewichtung  $\underline{\rho}_1$  und  $\underline{\rho}_3$ , Fahrt über ein Einzelhindernis

bezogenen Radlastschwankungen hat zur Folge, dass die für den Komfort maßgeblichen Effektivwerte der Hub- und Nickbeschleunigung im Vergleich zur Gewichtung mit  $\underline{\rho}_1$  steigen. Verglichen mit den Resultaten des passiven Fahrzeugs können mit dem modifizierten Gewichtungsvektor  $\underline{\rho}_3$  beide Regler die Effektivwerte der Hub- und Nickbeschleunigungen halbieren.

Aus Tabelle 3.5 ist zu erkennen, dass für beide Fahrbahnanregungen der *LQ 1/4*-Regler Hubbeschleunigungen besser minimiert als der *LQ 1/2*-Regler. Werden die Nickbeschleunigungen betrachtet, so ist der *LQ 1/2*-Regler leicht im Vorteil gegenüber dem *LQ 1/4*-Regler.

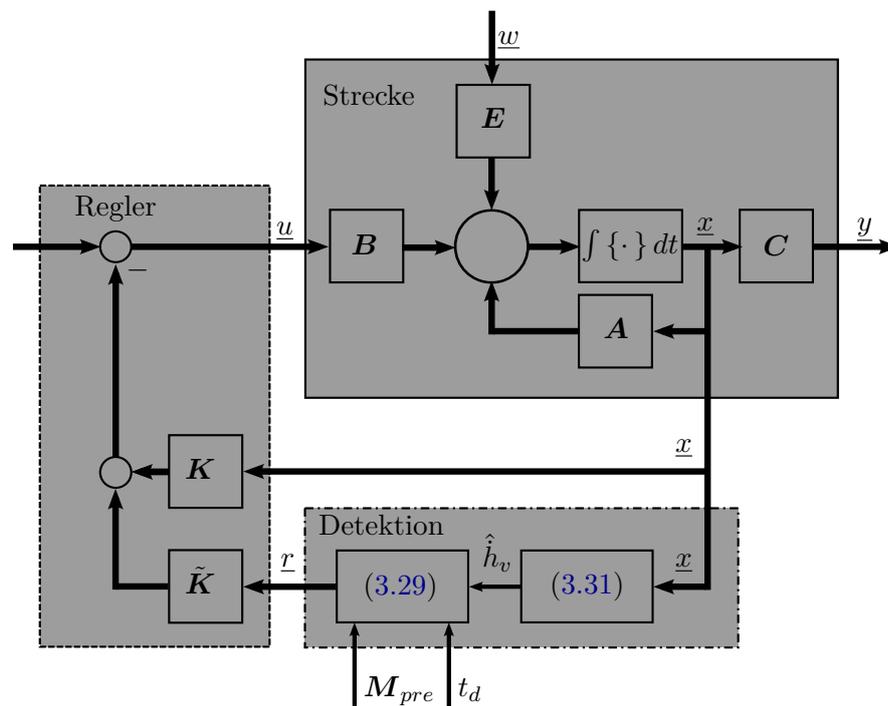
### 3.3 Regelung mit Vorschau

In Abschnitt 2.1 wurde angenommen, dass *Nicken* und *Wanken* voneinander unabhängig sind, d. h. sie beeinflussen sich gegenseitig nicht, siehe Annahmen auf Seite 4. Damit fahren jeweils die Räder der Vorder- und Hinterachse einer Fahrzeugseite im gleichen Spurkanal (*Einspuranregung*), wobei ein Zeitversatz von  $t_d$  (2.41) zwischen Anregung des Vorder- und Hinterrades stattfindet. Um die Hinterachse vorausschauend Regeln zu können, muss ei-

		$E\{\ddot{z}_{2i}^2\}^{\frac{1}{2}}$	$E\{\ddot{\varphi}_2^2\}^{\frac{1}{2}}$	$\frac{\sigma_{F_{zv}}}{F_{zv,stat}}$	$\frac{\sigma_{F_{zh}}}{F_{zh,stat}}$	$E\{J^2\}^{\frac{1}{2}}$
$\xi_1(t)$	passiv(100%)	1.63 m/s <sup>2</sup>	1.34 rad/s <sup>2</sup>	0.29	0.27	80639.1
	LQ 1/4	0.778	0.653	0.33	0.29	68206.7
	LQ 1/2	0.965	0.644	0.30	0.29	66633.8
$\xi_2(t)$	passiv(100%)	2.46 m/s <sup>2</sup>	2.06 rad/s <sup>2</sup>	0.46	0.42	190151.6
	LQ 1/4	1.221	1.024	0.52	0.46	172073.5
	LQ 1/2	1.522	1.008	0.48	0.45	167367.0

**Tabelle 3.5:** Verbesserungen der Effektivwerte, Fahrbahn nach Abbildung 2.10, Gewichtung  $\rho_3$

nerseits an der Vorderachse die Störung detektiert, andererseits das optimale Regelungsgesetz (3.1) adaptiert werden. In Abbildung 3.8 ist das erweiterte Regelungskonzept mit *Detektion* und *Vorsteuerung* zu sehen. In den folgenden Abschnitten wird auf die allgemeine *LQ-Regelung mit Vorschau* und später auf die *Detektion der Störung an der Vorderachse* eingegangen.



**Abbildung 3.8:** Regelungskonzept – *LQ-Regelung mit Vorschau*

### 3.3.1 LQ-Regelung mit Vorschau

Hać stellt in [4] die Möglichkeit der *LQ-Regelung mit Vorschau* basierend auf dem Modell des *Viertelfahrzeugs* vor<sup>6</sup>. Ein, auf dem Fahrzeug befindlicher Sensor misst die voraus liegende Straßenoberfläche und gibt an den Regler das resultierende Höhenprofil weiter. Seine Ergebnisse lassen sich wie folgt zusammenfassen:

Das Regelungsgesetz zur Lösung des *linearen optimalen Regelungsproblems mit Vorschau* lautet

$$\underline{u}(t) = -\mathbf{R}^{-1} [(\mathbf{B}^T \mathbf{S} + \mathbf{N}^T) \underline{x}(t) + \mathbf{B}^T \underline{r}(t)] \quad (3.24)$$

mit  $\mathbf{S}$  als Lösung der stationären *algebraischen Riccatigleichung* (3.5) und der Bedingung, dass alle *Voraussetzungen* in Abschnitt 3.2.1 erfüllt sind. Weiters muss die Systemmatrix  $\mathbf{A}_c$  des geschlossenen Regelkreises *asymptotisch stabil* sein. Der Vektor  $\underline{r}(t)$ , er verwendet alle zur Verfügung stehenden Informationen über die im Zeitintervall  $[t, t_p]$  bekannten Störungen  $\underline{w}(t)$ , ist gegeben durch

$$\underline{r}(t) = \int_0^{t_p} e^{\mathbf{A}_c^T \sigma} \mathbf{S} \mathbf{E} \underline{w}(t + \sigma) d\sigma \quad (3.25)$$

mit  $t_p$  als Prädiktionszeit. Im Vektor  $\underline{w}$  stehen die zeitlichen Ableitungen der Störungen  $\dot{h}$  der Vorder- und Hinterachse.

Die *asymptotische Stabilität* von  $\mathbf{A}_c$  bewirkt, dass die Exponentialfunktion in (3.25) mit der Zeit  $t$  abklingt. Damit gehen Informationen von Zeitpunkten in unmittelbarer Zukunft stärker in  $\underline{r}(t)$  ein als jene, die in weiter Zukunft liegen. Das Regelungsgesetz in (3.24) besteht aus zwei Teilen.  $\mathbf{R}^{-1} (\mathbf{B}^T \mathbf{S} + \mathbf{N}^T)$  ist die Verstärkungsmatrix  $\mathbf{K}$  der *Zustandsvektorrückführung*, siehe (3.6),  $\mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \underline{r}(t)$  ist die *Vorsteuerung* (Vorschau).

Das von Hać in [4] vorgestellte Konzept basiert auf einem mit einem Sensor ausgerüsteten Viertelfahrzeug. Dieser dient dazu, die voraus liegenden Unebenheiten der Fahrbahn zu messen, um diese dem Regler in Form des Signals  $\underline{w}(t)$  zur Verfügung zu stellen. Wie aber in Abschnitt 3.3 eingangs erwähnt, soll die Hinterachse des Halffahrzeugs mithilfe der Informationen der Vorderachse vorausschauend geregelt werden. Dazu muss, wie Marzbanrad u. a. in [15] zeigen, der Vektor der bekannten Störungen  $\underline{w}(t)$  in (3.25) um die Zeitdifferenz  $t_d$  (2.41), der Zeitversatz zwischen Anregung an der Vorder- und Hinterachse, erweitert werden. Damit wird (3.25) zu

$$\underline{r}(t) = \int_0^{t_p} e^{\mathbf{A}_c^T \sigma} \mathbf{S} \mathbf{E} \underline{w}(t + \sigma - t_d) d\sigma. \quad (3.26)$$

<sup>6</sup>engl. Optimal Preview Control Problem

Da keine Informationen über die Störungen, die vor dem Fahrzeug liegen, bekannt sind, muss die Prädiktionszeit  $t_p < t_d$  sein. Die Vorschau der Hinterachse basiert auf den gemessenen Fahrbahnunebenheiten der Vorderachse. Kopplungseffekte, die bei einem Fahrzeug zwischen der Vorder- und Hinterachse auftreten, werden bei dieser Methode nicht berücksichtigt.

### Diskretisierung von $\underline{r}(t)$

Das kontinuierliche Integral in (3.25) bzw. (3.26) muss in jedem Zeitschritt der Simulation vollständig gelöst werden. Dies resultiert in sehr langen Simulationszeiten und ist so für die effiziente Beurteilung und später auch für die Praxis nicht ausreichend. Rahman und Rideout haben in [18] das kontinuierliche Integral aus (3.26) diskretisiert. Dazu wird die kontinuierliche Zeit  $t$  durch ein Produkt aus dem Zeitindex  $k$  und der Abtastzeit  $T_s$  zu  $t = k T_s$  ersetzt.  $f_s$  ist die Abtastfrequenz<sup>7</sup> mit  $T_s = 1/f_s$ . Das kontinuierliche Integral in (3.26) wird durch eine endliche Summe ersetzt. Damit wird  $\underline{r}(t)$  diskret angeschrieben zu

$$\underline{r}(kT_s) = \sum_{i=0}^n e^{\mathbf{A}_c^T i T_s} (\mathbf{S}\mathbf{E}) \underline{w}(k T_s + i T_s - d T_s) T_s \quad (3.27)$$

mit  $t_p = p T_s$  und  $t_d = d T_s$ . Weiteres Umformen von (3.27) ergibt

$$\begin{aligned} \underline{r}(kT_s) &= \sum_{i=0}^n \underbrace{\left( e^{\mathbf{A}_c^T T_s} \right)^i}_{\mathbf{M}_d^i} (\mathbf{S}\mathbf{E}) \underline{w}(k T_s + i T_s - d T_s) T_s \\ &= \sum_{i=0}^n \underbrace{\mathbf{M}_d^i}_{\mathbf{M}_{pre}} (\mathbf{S}\mathbf{E}) \underline{w}(k T_s + i T_s - d T_s) T_s \end{aligned} \quad (3.28)$$

mit  $\mathbf{M}_{pre}$  als ein dreidimensionales Strukturarray, das vorab der Simulation berechnet werden kann. Die Auswertung des kontinuierlichen Integrals in (3.26) resultiert damit zu einer einfachen und effizienten Vektormultiplikation der Form

$$\underline{r}(t) = \sum_{i=0}^n \mathbf{M}_{pre}(:, :, i) \underline{w}(t + i T_s - d T_s) T_s \quad (3.29)$$

wobei der Index  $i$  der  $i$ -te Eintrag in der dritten Dimension von  $\mathbf{M}_{pre}$  ist. Für den Fall des Halbfahrzeugreglers ist  $\mathbf{M}_{pre}(:, :, i)$  ein Vektor der Dimension  $[2 \times 8]$ , beim Viertelfahrzeugregler  $[1 \times 4]$ .

<sup>7</sup>engl: sampling frequency

### 3.3.2 Detektion der Störungen an der Vorderachse

Wie aus Abbildung 3.8 ersichtlich ist, wird in einem ersten Schritt die Störung  $\dot{h}_v$  mithilfe des Zustandsvektors  $\underline{x}$  geschätzt. Dazu formt Huisman in [7] die Bewegungsgleichung der ungefederten Masse  $m_{1v}$  des Viertelfahrzeugmodells (2.21) um zu

$$h_v(t) = z_{1v} + \frac{1}{c_{1v}} [m_{1v}\ddot{z}_{1v} - k_{2v}(\dot{z}_{2v} - \dot{z}_{1v}) - c_{2v}(z_{2v} - z_{1v}) + k_{1v}(\dot{z}_{1v} - \dot{h}_v) + f_{av}]. \quad (3.30)$$

Angeschrieben in den Zuständen  $x_H$  des Halffahrzeugs, siehe Tabelle 3.1, lautet die Gleichung zur Bestimmung der Störungen an der Vorderachse (siehe Abbildung 3.8)

$$\hat{h}_v(t) = x_{H3} + \frac{1}{c_{1v}} [m_{1v}\dot{x}_{H3} - k_{2v}\dot{x}_{H5} - c_{2v}x_{H5} + k_{1v}x_{H1} + f_{av}]. \quad (3.31)$$

Wie aus (3.31) zu sehen ist, basiert die Rekonstruktion der Fahrbahn auf dem physikalischen Modell der ungefederten Masse  $m_{1v}$  und der vom Regler ermittelten Stellkraft  $f_{av}$ .

### Einschränkungen

Um in der Praxis die Störungen der Fahrbahn eindeutig bestimmen zu können, müssen alle Zustände des Zustandsvektors  $\underline{x}$  bekannt sein, d. h.  $\underline{x}$  wird durch einen *Beobachter* geschätzt. Voraussetzung dafür ist die vollständige *Beobachtbarkeit* des Zustandsraummodells, die durch die Bestimmung des vollen Rangs der *Beobachtbarkeitsmatrix*  $\mathbf{Q}_b$  erfolgt [10]. Huisman schätzt in [7] die Fahrbahnunebenheiten mit einem *Luenberger Beobachter* [13]. In der vorliegenden Arbeit werden alle Zustände als bekannt angenommen. Damit kann der Beobachter entfallen.

### 3.3.3 Reglerentwurf der LQ-Regelung mit Vorschau

Der Entwurf der *LQ-Regelung mit Vorschau* basiert auf dem *LQ-Regler* ohne Vorschau. Die Kostenfunktionen, der Gewichtungsvektor und die Gewichtungsmatrizen bleiben für Viertel- und Halffahrzeugregler gleich. Allerdings wird das Regelungsgesetz (3.4) um den zweiten Teil in (3.24)  $\mathbf{R}^{-1}(\mathbf{B}^T \mathbf{S} + \mathbf{N}^T)$  erweitert.  $\mathbf{B}^T$  ist die Eingangsmatrix des Halb- bzw. Viertelfahrzeugmodells. Die Stellgröße  $\underline{u}$  im Regelungsgesetz *mit Vorschau* nach (3.24) ist abhängig vom Regler ein Skalar (*LQ 1/4*) oder ein  $[2 \times 1]$ -Vektor (*LQ 1/2*), gleiches gilt für  $\underline{r}(t)$  und  $\underline{w}$ . Der zweidimensionale Vektor  $\underline{r}_H(t)$  zur Regelung des Halffahrzeugs mit Vorschau kann auch als

$$\underline{r}_H(t) = \begin{bmatrix} r_{Hv} \\ r_{Hh} \end{bmatrix} \quad (3.32)$$

angeschrieben werden.  $r_H(t)$  wird über das Integral in (3.26) mit dem Vektor der Störungen  $\underline{w}_H$  berechnet und es gilt

$$r_H(t) = \int_0^{t_p} e^{\mathbf{A}_c^T \sigma} \mathbf{S} \mathbf{E} \begin{pmatrix} w_v(t + \sigma) \\ w_h(t + \sigma - t_d) \end{pmatrix} d\sigma. \quad (3.33)$$

Die Störung an der Hinterachse  $w_h$  ist im Zeitintervall  $[t, t + t_p]$  bekannt, da diese an der vorderen Radaufhängung detektiert wird. Für die Vorderachse ist dies nicht der Fall. Zum Zeitpunkt  $t$  gibt es keine Informationen über die voraus liegende Fahrbahn. Damit muss  $w_v$  in (3.33) null gesetzt werden.

Bei der *Viertelfahrzeugregelung* werden zwei, von einander unabhängige LQ-Regler verwendet. Die Stellgröße des Reglers an der Vorderachse wird nach (3.4), dem Regelungsgesetz ohne Vorschau, an der Hinterachse nach (3.24), dem Regelungsgesetz mit Vorschau, berechnet. Der Vektor  $r_V(t)$  des Viertelfahrzeugreglers mit Vorschau an der Hinterachse ist in diesem Fall ein Skalar und ist durch

$$r_V(t) = \int_0^{t_p} e^{\mathbf{A}_c^T \sigma} \mathbf{S} \mathbf{E} w_h(t + \sigma - t_d) d\sigma. \quad (3.34)$$

gegeben.

### 3.3.4 Simulationsergebnisse der LQ-Regelung mit Vorschau

Um die Verbesserungen durch die *Vorschau* bewerten zu können, wird folgende Relation

$$\text{Prozent} = \frac{\text{Wert}_{\text{Basis}} - \text{Wert}_{\text{Vergleich}}}{\text{Wert}_{\text{Basis}}} 100\%$$

als quantitative Größe verwendet.

#### Fahrt über ein Einzelhindernis

Abbildung 3.9 und 3.10 zeigen den zeitlichen Verlauf der Schwerpunktsbewegung bei der Fahrt über ein Einzelhindernis nach Abbildung 2.5 und einer trapezförmigen Störung nach Abbildung 2.6 bei aktiver *LQ-Regelung mit Vorschau*. Die verwendeten Regler wurden nach Abschnitt 3.2.2 (*LQ 1/4*) und Abschnitt 3.2.3 (*LQ 1/2*) mit dem Gewichtungsvektor  $\rho_1$  ausgelegt und das Regelungsgesetz um die Vorsteuerung nach (3.24) erweitert. In beiden Abbildungen ist der Einfluss der Vorsteuerung deutlich zu erkennen, allerdings tritt nicht immer eine Verbesserung auf.

Im oberen Teil von Abbildung 3.9 ist die Hubbewegung im Schwerpunkt von  $m_2$  dargestellt. Es ist zu erkennen, dass der *LQ 1/4*, *LQ 1/2* und der *LQ 1/4*

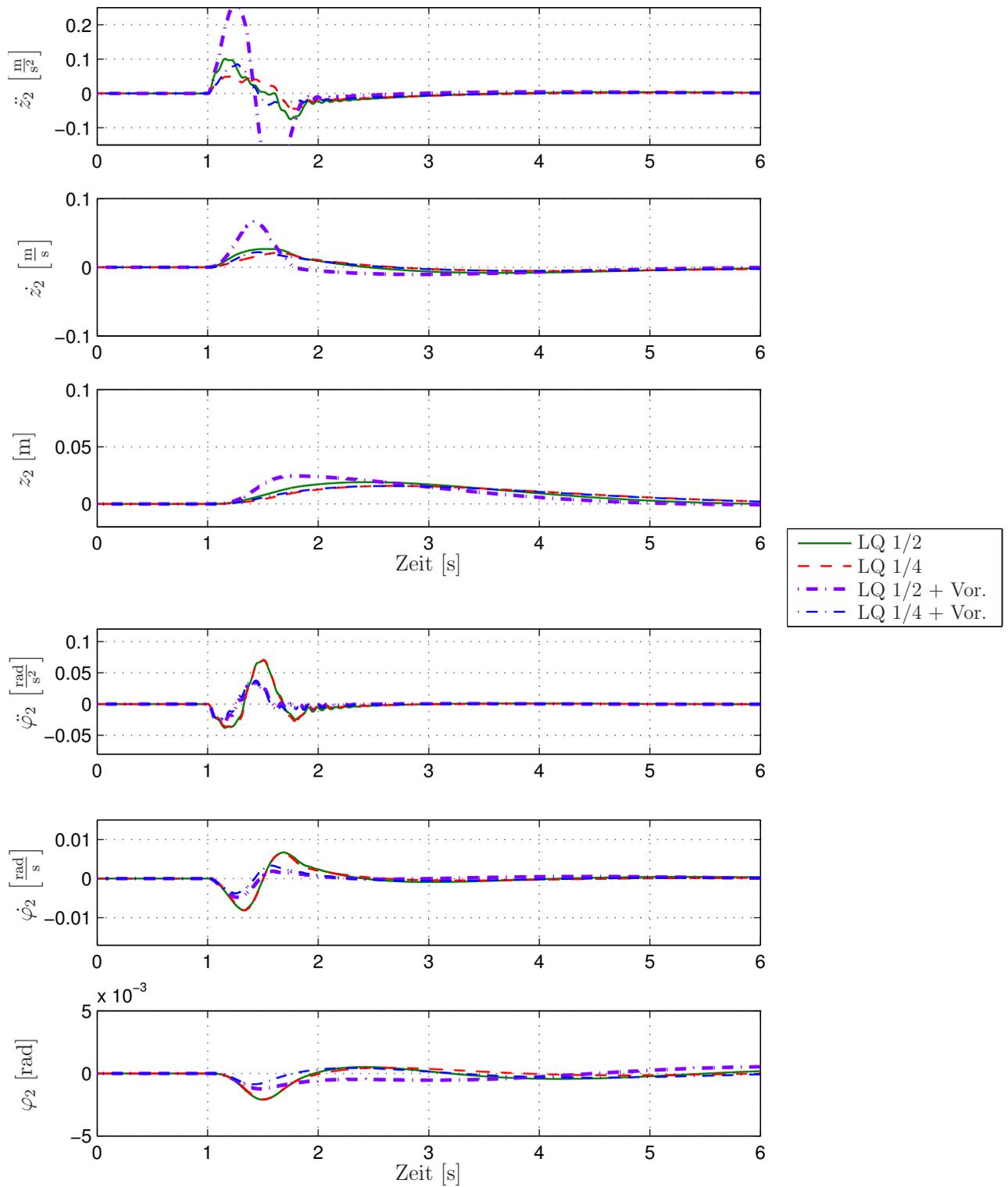
mit *Vorschau* Regler einen ähnlichen Verlauf aufweisen, nur der *LQ 1/2 mit Vorschau* Regler weicht deutlich von den anderen ab und bringt eine Verschlechterung mit sich. Zwar resultiert der *LQ 1/4 mit Vorschau* Regler in höheren Amplituden der Hubbeschleunigung, diese sind aber kleiner als die des *LQ 1/2* Reglers ohne *Vorschau*. Im unteren Teil der Abbildung ist das Nicken von  $m_2$ , gemessen im Schwerpunkt, dargestellt. Nähere Betrachtung lässt den positiven Effekt der Vorsteuerung sowohl für den *LQ 1/4 mit Vorschau* als auch den *LQ 1/2 mit Vorschau* Regler erkennen. Die maximalen Amplituden der Nickbeschleunigung, verglichen zum Regler ohne *Vorschau*, lassen sich für den *LQ 1/2 mit Vorschau* Regler um 48%, beim *LQ 1/4 mit Vorschau* Regler um 49% verringern. Ähnliches gilt für die maximale Amplitude des Nickwinkels. Diese lässt sich beim *LQ 1/4 mit Vorschau* Regler um 5% verringern, beim *LQ 1/2 mit Vorschau* Regler vergrößert sie sich um 8%. Es ist anzumerken, dass sich die Differenz der Nickwinkel  $\varphi$  zufolge der beiden Regler in einer Größenordnung von  $< 0.01^\circ$  bewegt.

### Fahrt über ein trapezförmiges Einzelhindernis

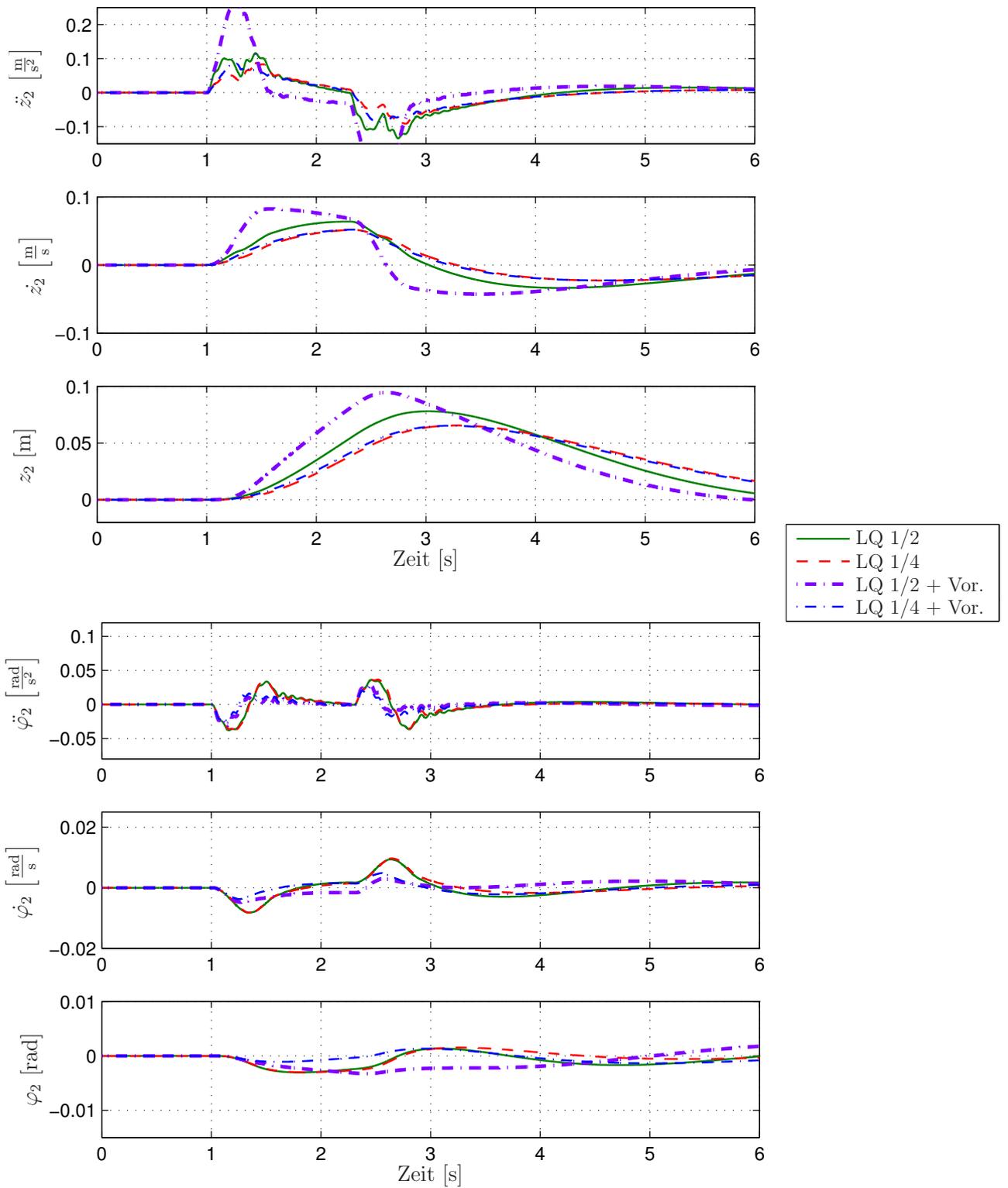
Für das trapezförmige Hindernis in Abbildung 3.10 können die Ergebnisse aus der Betrachtung des Einzelhindernisses verwendet werden, allerdings unter der Einschränkung, dass der *LQ 1/2 mit Vorschau* Regler Nicken besser als im Falle des Einzelhindernisses aus Abbildung 3.9 kompensieren kann. Wie schon beim Einzelhindernis schneidet auch hier der *LQ 1/4 mit Vorschau* Regler, sowohl bei Minimierung der Hub- als auch Nickbewegung, am besten ab.

Wie Abbildung 3.9 und 3.10 zeigen, führt die zusätzliche Vorsteuerung nicht immer zum Erfolg. Auffallend ist, dass der *LQ 1/4 mit Vorschau* Regler beide Störungen am besten kompensiert, der *LQ 1/2 mit Vorschau* Regler nur das trapezförmige Hindernis. Die Tatsache, dass das hier verwendete Fahrzeug nach (2.29) mit  $\varepsilon_{m|5} = 19.6\%$  entkoppelt ist, und damit an der Grenze zur Entkopplung liegt, lässt das gute Abschneiden des Viertelfahrzeugreglers und die deutliche Verbesserung durch die Vorsteuerung erklären. Die großen Amplituden in Abbildung 3.9 des *LQ 1/2 mit Vorschau* Reglers lassen sich damit begründen, dass durch das Nullsetzen von  $w_v$  dem Regler die Information der *Vorschau* an der Vorderachse fehlt.

Bei der Viertelfahrzeugregelung wird für die Vorder- und Hinterachse je ein Regler ausgelegt, die beide unabhängig voneinander arbeiten. Der Regler an der Vorderachse wird nach (3.4) ohne *Vorschau* ausgelegt und hat somit keine Informationen der vorausliegenden Fahrbahn zur Verfügung. Für die Hinterachse wird das mit der Vorsteuerung modifizierte Regelungsgesetz nach (3.24) verwendet. Da der Regler in diesem Fall nur die Stellgröße  $u_h$  der Hinterachse berechnet, reicht die zeitversetzte Information der Störung an der Vorderachse  $w_h(t) = w_v(t + t_d)$  aus, um das Problem vollständig zu beschreiben.



**Abbildung 3.9:** Hub- und Nickbewegung der Masse  $m_2$ , Fahrzeug 5,  $\varepsilon_{m|5} = 19.6\%$  Gewichtung  $\underline{\rho}_1$  bei der Fahrt über ein Einzelhindernis



**Abbildung 3.10:** Hub- und Nickbewegung der Masse  $m_2$ , Fahrzeug 5,  $\varepsilon_{m|5} = 19.6\%$  Gewichtung  $\underline{\rho}_1$  bei der Fahrt über ein trapezförmiges Einzelhindernis

Symbol	passiv	LQ 1/4	LQ 1/4+Vor.	LQ 1/2	LQ 1/2+Vor.	Einheit
$\ddot{z}_{2i}$	6.11	0.0505	0.0848	0.1008	0.2647	m/s <sup>2</sup>
$\dot{z}_{2i}$	0.42	0.0211	0.0218	0.0265	0.0657	m/s
$z_{2i}$	0.11	0.0157	0.0157	0.0190	0.0245	m
$\ddot{\varphi}_2$	5.28	0.0707	0.0375	0.0699	0.0361	rad/s <sup>2</sup>
$\dot{\varphi}_2$	0.64	$6.5 \cdot 10^{-3}$	$3.3 \cdot 10^{-3}$	$6.7 \cdot 10^{-3}$	$1.9 \cdot 10^{-3}$	rad/s
$\varphi_2$	0.068	$4.52 \cdot 10^{-4}$	$4.31 \cdot 10^{-4}$	$5.10 \cdot 10^{-4}$	$5.51 \cdot 10^{-4}$	rad

**Tabelle 3.6:** Maximalwerte der Hub- und Nickbewegung von Fahrzeug 5 bei der Fahrt über ein Einzelhindernis, Gewichtung  $\rho_1$

### Fahrt über eine stochastische Fahrbahnanregung

In Tabelle 3.7 sind die zu bewertenden Effektivwerte bei der Fahrt über stochastische Fahrbahnanregung nach Abbildung 2.10 angegeben. Wie zu erkennen ist, bewirkt die Vorsteuerung im Falle der stochastischen Fahrbahnanregung keine Verbesserung, sowohl für die Viertel- als auch Halbfahrzeugregler in Bezug auf Fahrkomfort. Ein Blick auf die bezogenen Radlast-

schwankungen zeigt, dass diese durch die Vorsteuerung an der Hinterachse reduziert werden. Allerdings sind diese, in bei beiden Fällen zu groß.

		$E\{\ddot{z}_{2i}^2\}^{\frac{1}{2}}$	$E\{\ddot{\varphi}_2^2\}^{\frac{1}{2}}$	$\frac{\sigma_{F_{zv}}}{F_{zv,stat}}$	$\frac{\sigma_{F_{zh}}}{F_{zh,stat}}$	$E\{J^2\}^{\frac{1}{2}}$
$\xi_1(t)$	passiv(100%)	1.63 m/s <sup>2</sup>	1.34 rad/s <sup>2</sup>	0.294	0.270	71115
	LQ 1/4	0.0382	0.0319	0.60	0.54	1670.6
	LQ 1/4 + Vor.	0.0397	0.0554	0.60	0.51	1652.5
	LQ 1/2	0.0696	0.0367	0.59	0.54	1678.9
	LQ 1/2 + Vor.	0.0675	0.0517	0.59	0.52	1653.2
$\xi_2(t)$	passiv(100%)	2.46 m/s <sup>2</sup>	2.06 rad/s <sup>2</sup>	0.46	0.42	190151
	LQ 1/4	0.0584	0.0615	0.96	0.88	4208.8
	LQ 1/4 + Vor.	0.0675	0.0917	0.96	0.84	4163.9
	LQ 1/2	0.1066	0.0608	0.94	0.89	4230.2
	LQ 1/2 + Vor.	0.1162	0.0859	0.95	0.84	4182.2

**Tabelle 3.7:** Effektivwerte bei der *LQ-Regelung mit Vorschau*, stochastische Fahrbananregung nach Abbildung 2.10, Gewichtung  $\rho_1$

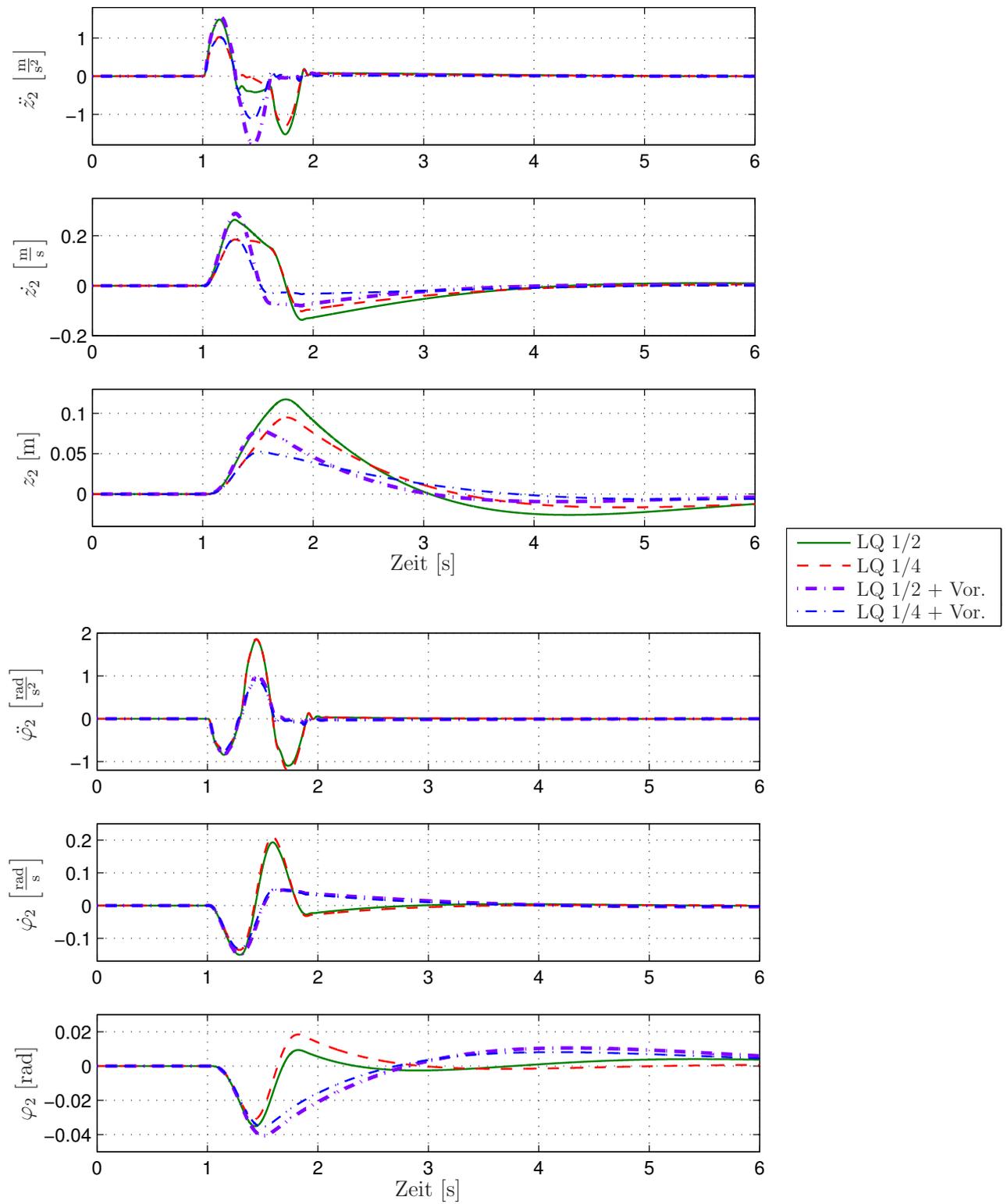
### Anpassung des Gewichtungsvektors zur Reduktion der bezogenen Radlastschwankungen

Wie schon bei der *LQ-Regelung* ohne Vorschau gezeigt, wird der Gewichtungsvektor dahingehend modifiziert, dass die bezogenen Radlastschwankungen reduziert werden. Für die folgenden Ergebnisse wurde bei der Reglerauslegung der Gewichtungsvektor  $\rho_3$  (3.23) verwendet.

Bei der Fahrt über ein Einzelhindernis nach Abbildung 2.5 mit  $v = 10$  m/s, dargestellt in Abbildung 3.11, ist zu erkennen, dass beide Regler ohne Vorschau einen ähnlichen Verlauf aufweisen, vor allem bei der Nickbewegung. Weiters ist für beide Regler deutlich der positive Effekt der Vorsteuerung zu erkennen. In Tabelle 3.8 sind die bei diesem Fahrmanöver maximal auftretenden Werte von Huben und Nicken dargestellt.

Abbildung 3.12 zeigt die bei der Fahrt über das Einzelhindernis nach Abbildung 2.5 auftretenden Radaufstandskräfte.

In Tabelle 3.9 sind die zu bewertenden Effektivwerte für Komfort und Fahr-sicherheit bei der aktiven *LQ-Regelung* mit und ohne Vorschau eingetragen. Es wird deutlich, dass sowohl der *LQ 1/4 mit Vorschau* als auch der *LQ 1/2 mit Vorschau* Regler die Radlastschwankungen an der Hinterachse im Vergleich zum *LQ 1/4* und *LQ 1/2* ohne Vorschau verringern und zeigen damit den positiven Effekt der Vorsteuerung, besonders in Bezug auf die Reduktion der bezogenen Radlastschwankungen an der Hinterachse.



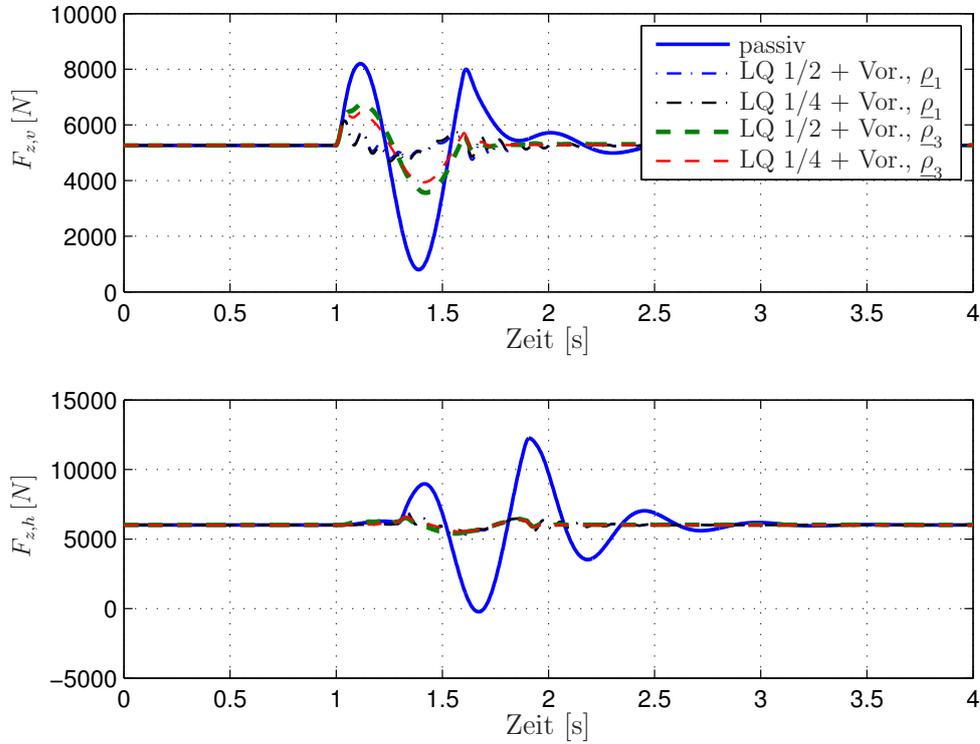
**Abbildung 3.11:** Hub- und Nickbewegung der Masse  $m_2$ , Fahrzeug 5,  $\varepsilon_{m|5} = 19.6\%$  Gewichtung  $\underline{\rho}_3$  bei der Fahrt über ein Einzelhindernis

Symbol	passiv	LQ 1/4	LQ 1/4+Vor.	LQ 1/2	LQ 1/2+Vor.	Einheit
$\ddot{z}_{2i}$	6.11	1.030	1.039	1.488	1.569	m/s <sup>2</sup>
$\dot{z}_{2i}$	0.42	0.185	0.191	0.264	0.290	m/s
$z_{2i}$	0.11	0.0949	0.053	0.117	0.079	m
$\ddot{\varphi}_2$	5.28	1.859	0.911	1.848	0.990	rad/s <sup>2</sup>
$\dot{\varphi}_2$	0.64	0.210	0.049	0.193	0.048	rad/s
$\varphi_2$	0.068	$1.84 \cdot 10^{-2}$	$0.81 \cdot 10^{-2}$	$0.93 \cdot 10^{-2}$	$1.05 \cdot 10^{-2}$	rad

**Tabelle 3.8:** Maximalwerte der Hub- und Nickbewegung von Fahrzeug 5 bei der Fahrt über ein Einzelhindernis, Gewichtung  $\rho_3$

### 3.4 Einfluss der Fahrzeugparameter

Das bisher betrachtete Fahrzeug 5 aus Tabelle 2.1 ist mit  $\epsilon_{m|5} = 19.6\% < 20\%$  an der Entkopplungsgrenze. Um den Einfluss der Modellparameter, im speziellen des Entkopplungsparameters  $\epsilon_m$ , beurteilen zu können, wird das Fahrzeug aus Tabelle 2.1 fiktiv be- bzw. entladen um verschiedene Grade der



**Abbildung 3.12:** Radaufstandskräfte bei der *aktiven* LQ-Regelung mit Vorschau, Fahrzeug 5, Gewichtung  $\rho_1$  und  $\rho_3$ , Fahrt über ein Einzelhindernis

		$E\{\ddot{z}_{2i}^2\}^{\frac{1}{2}}$	$E\{\ddot{\varphi}_2^2\}^{\frac{1}{2}}$	$\frac{\sigma_{F_{zv}}}{F_{zv,stat}}$	$\frac{\sigma_{F_{zh}}}{F_{zh,stat}}$	$E\{J^2\}^{\frac{1}{2}}$
$\xi_1(t)$	passiv(100%)	1.63 m/s <sup>2</sup>	1.34 rad/s <sup>2</sup>	0.294	0.270	71115
	LQ 1/4	0.778	0.653	0.33	0.29	68206.7
	LQ 1/4 + Vor.	0.764	0.666	0.33	0.19	55318.7
	LQ 1/2	0.965	0.644	0.30	0.29	66633.8
	LQ 1/2 + Vor.	0.965	0.653	0.30	0.19	53580.9
$\xi_2(t)$	passiv(100%)	2.46 m/s <sup>2</sup>	2.06 rad/s <sup>2</sup>	0.46	0.42	190151
	LQ 1/4	1.221	1.024	0.52	0.46	172073.5
	LQ 1/4 + Vor.	1.217	1.068	0.52	0.30	140959.8
	LQ 1/2	1.522	1.007	0.48	0.45	167366.9
	LQ 1/2 + Vor.	1.544	1.045	0.47	0.30	136050.7

**Tabelle 3.9:** Effektivwerte bei der LQ-Regelung mit Vorschau, stochastische Fahrbahnanregung nach Abbildung 2.10, Gewichtung  $\rho_3$

Kopplung zu erreichen. Das zugrunde liegende Modell ist das Halbfahrzeug nach Abbildung 2.3.

### 3.4.1 Kalkulation der modifizierten Fahrzeuge

(2.6) ist die Bestimmungsgleichung zur Entkopplung des Halbfahrzeugs und zeigt, dass durch die Variation der Aufbaumasse  $m_2$ , der Schwerpunktlage  $l_{2v}$  bzw.  $l_{2h}$  und des Massenträgheitsmoments  $J_{2y}$  der Kopplungsgrad beeinflusst wird. Die Lage des Schwerpunkts von  $m_2$  ist durch die Verteilung der Massen  $m_{2v}$  und  $m_{2h}$  bestimmt (2.4). Werden diese Massen vergrößert oder verringert, so ändern sich  $m_2$ ,  $l_{2v}$ ,  $l_{2h}$  und  $J_{2y}$ . In der Realität lässt sich eine Verringerung von  $m_{2v}$  damit begründen, dass beispielsweise ein leichteres (leistungsschwächeres) Aggregat verbaut wird, eine Vergrößerung von  $m_{2h}$  kann durch Passagiere auf der Rückbank bzw. Gepäck im Kofferraum erreicht werden.

Die Kalkulation der modifizierten Modellparameter und die daraus resultierenden Fahrzeuge sind im Anhang C zu finden. Tabelle 3.10 gibt einen Überblick über die neuen Fahrzeuge. Entlasten der Vorderachse um  $-40$  kg und Beladen der Hinterachse um  $250$  kg (diese Werte sind für das Halbfahrzeug gültig) resultiert in Fahrzeug 6, eine Vergrößerung der Aufbaumasse im Schwerpunkt von  $m_2$  um  $100$  kg ergibt die Parameter von Fahrzeug 7.  $J_{2y}$  in Tabelle 3.10 ist das Massenträgheitsmoment des gesamten Aufbaus  $m_2$  um die  $y$ -Achse (siehe Abbildung 2.1). Für das Halbfahrzeug muss  $J_{2y}$  halbiert werden.

Die Wahl des Gewichtungsvektors  $\rho_i$  bei der LQ-Regelung ist unabhängig von den Fahrzeugparametern. Allerdings wirken sich diese auf die Gewichtungsmatrizen  $\mathbf{Q}$ ,  $\mathbf{N}$  und  $\mathbf{R}$  in den Kostenfunktionen  $J_H$  und  $J_V$  der Halb- und Viertelfahrzeugregler aus.

### 3.4.2 Ergebnisse

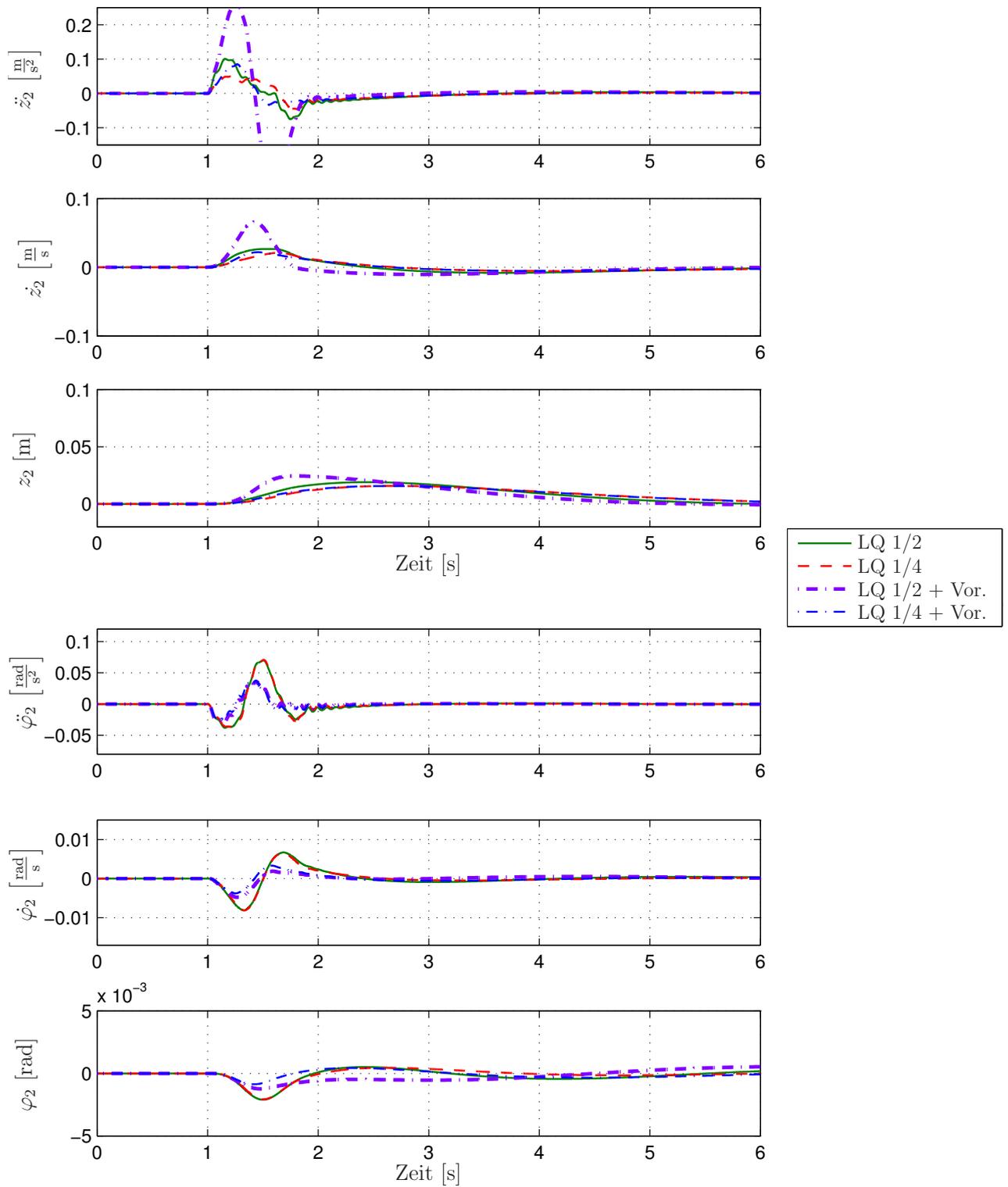
In Abbildung 3.13 - 3.15 sind die Schwerpunktsbewegungen der Fahrzeuge 5-7 bei der Fahrt über ein Einzelhindernis nach Abbildung 2.5 mit  $v = 10$  m/s zu sehen. Abbildung 3.13 zeigt den Verlauf von Fahrzeug 5 ( $\varepsilon_{m|5} = 19.6\%$ ), das an der Grenze zur Entkopplung ist, in Abbildung 3.14 ist der Verlauf des vollständig entkoppelten Fahrzeugs 6 ( $\varepsilon_{m|6} = 10.1\%$ ) und in Abbildung 3.15 ist das gekoppelte Fahrzeug 7 ( $\varepsilon_{m|7} = 33.6\%$ ) zu erkennen. Ein Vergleich der Abbildungen zeigt, dass beide LQ  $1/4$  Regler (mit und ohne Vorschau) sehr sensitiv auf Änderungen der Fahrzeugparameter reagieren. Die Amplituden der Nickbewegung sind für das entkoppelte Fahrzeug 6, Abbildung 3.14 deutlich größer als jene des noch entkoppelten Fahrzeugs 5, Abbildung 3.13 und des gekoppelten Fahrzeugs 7, Abbildung 3.15. Der LQ  $1/2$  mit Vorschau Regler schneidet bei allen Fahrzeugen am schlechtesten ab. Einzig der LQ  $1/2$  Regler ohne Vorschau weist für alle Fahrzeuge die gleiche Dynamik auf

Bezeichnung	Symbol	Wert	Einheit
<b>Fahrzeug 5</b>			
Fahrzeug Gesamtmasse	$m_{ges}$	2300	kg
Massenträgheitsmoment Aufbau	$J_{2y}$	3700	kgm <sup>2</sup>
Radstand	$l$	2.94	m
Schwerpunktabstand zur Vorderachse	$l_{2v}$	1.36	m
Schwerpunktabstand zur Hinterachse	$l_{2h}$	1.58	m
Entkopplung	$\epsilon_{m 5}$	19.64	%
<b>Fahrzeug 6</b>			
Fahrzeug Gesamtmasse	$m_{ges}$	2650	kg
Massenträgheitsmoment Aufbau	$J_{2y}$	4625.5	kgm <sup>2</sup>
Radstand	$l$	2.94	m
Schwerpunktabstand zur Vorderachse	$l_{2v}$	1.69	m
Schwerpunktabstand zur Hinterachse	$l_{2h}$	1.25	m
Entkopplung	$\epsilon_{m 6}$	10.13	%
<b>Fahrzeug 7</b>			
Fahrzeug Gesamtmasse	$m_{ges}$	2500	kg
Massenträgheitsmoment Aufbau	$J_{2y}$	3635.7	kgm <sup>2</sup>
Radstand	$l$	2.94	m
Schwerpunktabstand zur Vorderachse	$l_{2v}$	1.36	m
Schwerpunktabstand zur Hinterachse	$l_{2h}$	1.58	m
Entkopplung	$\epsilon_{m 7}$	33.57	%

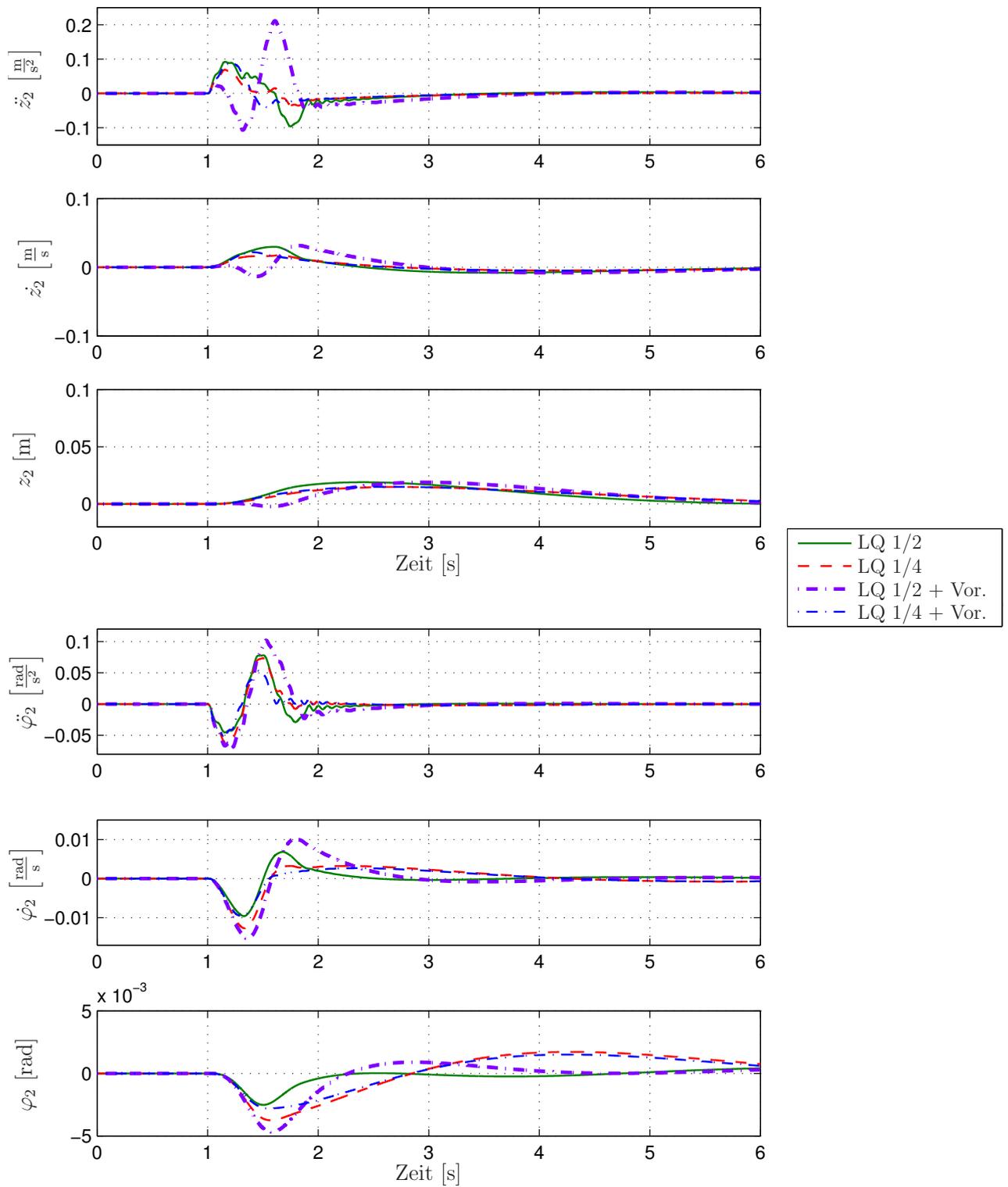
Tabelle 3.10: Modifizierte Fahrzeugparameter

und ist damit robust gegenüber Änderungen der Fahrzeugparameter und in weiterer Konsequenz dem Grad der Entkopplung.

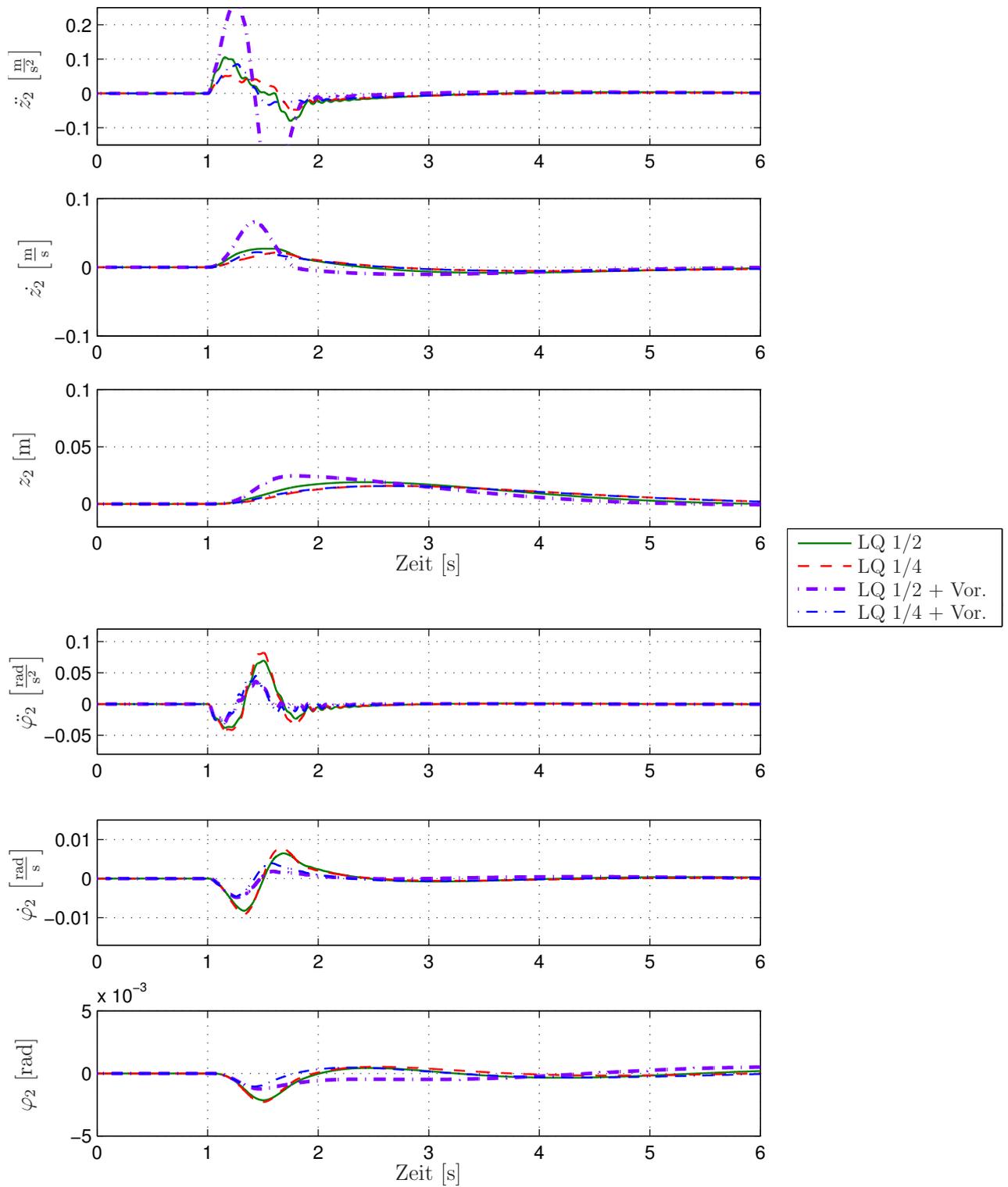
Abbildung 3.16 - 3.18 zeigt die Fahrzeuge aus Tabelle 3.10 bei der Fahrt über ein trapezförmiges Einzelhindernis nach Abbildung 2.6 mit  $v = 10$  m/s. Für das Fahrzeug 5, Abbildung 3.16 und Fahrzeug 7, Abbildung 3.18 kann der *LQ 1/4 mit Vorschau* Regler die Störungen der Fahrbahn am besten kompensieren, allerdings sind die resultierenden Amplituden der Nickbewegung beim vollständig entkoppelten Fahrzeug 6, Abbildung 3.17 verhältnismäßig groß. Wie schon beim Einzelhindernis ist auch beim trapezförmigen Hindernis die resultierende Dynamik des *LQ 1/2* Reglers für alle Fahrzeugkonfigurationen gleich und verdeutlicht auch hier die Robustheit des *LQ 1/2* Reglers gegenüber der Variation und Änderung von Fahrzeugparametern.



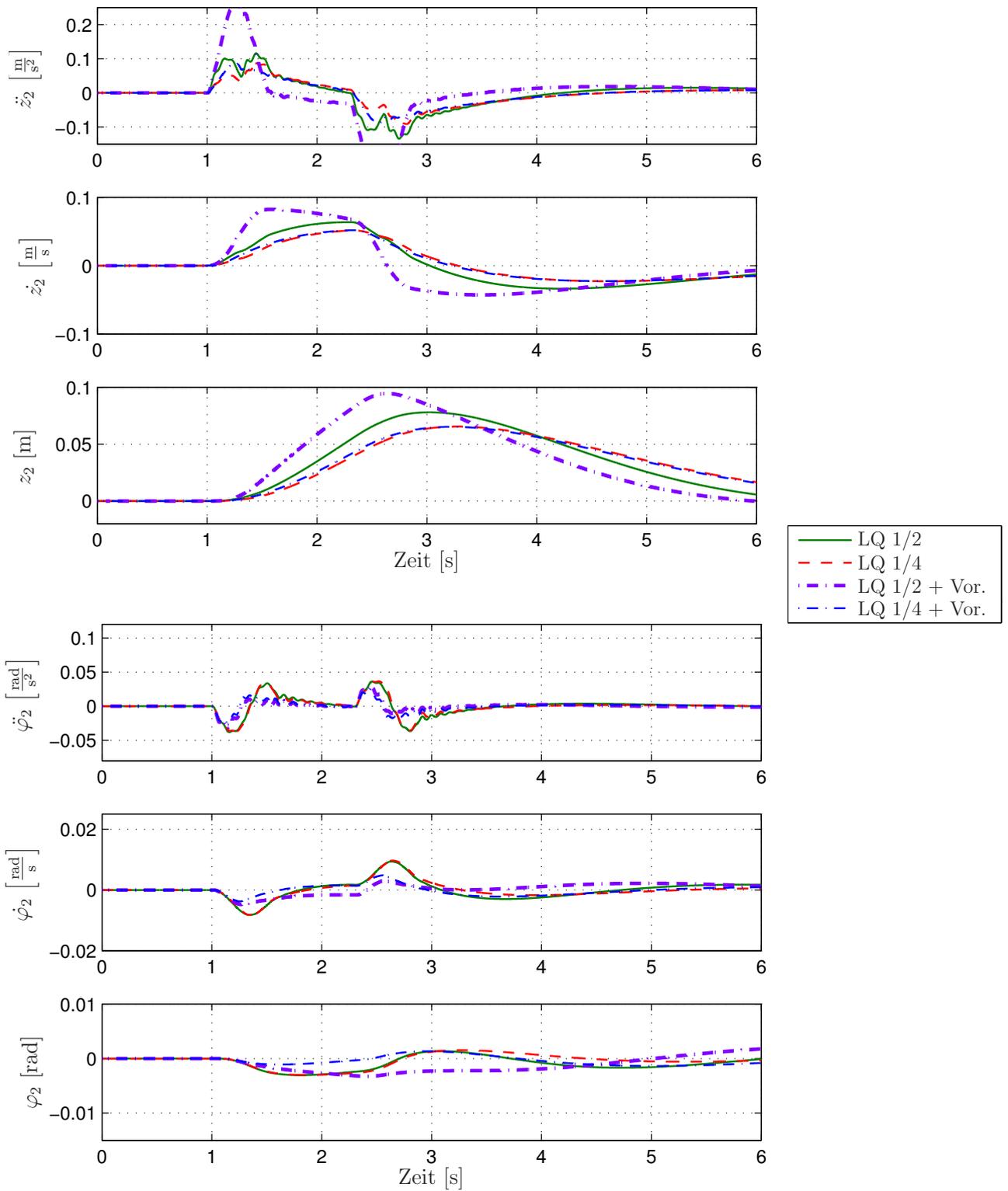
**Abbildung 3.13:** Hub- und Nickbewegung der Masse  $m_2$ , mit  $\varepsilon_{m|5} = 19.6\%$  an der Kopplungsgrenze, Gewichtung  $\underline{\rho}_1$ , Einzelhindernis nach Abbildung 2.5



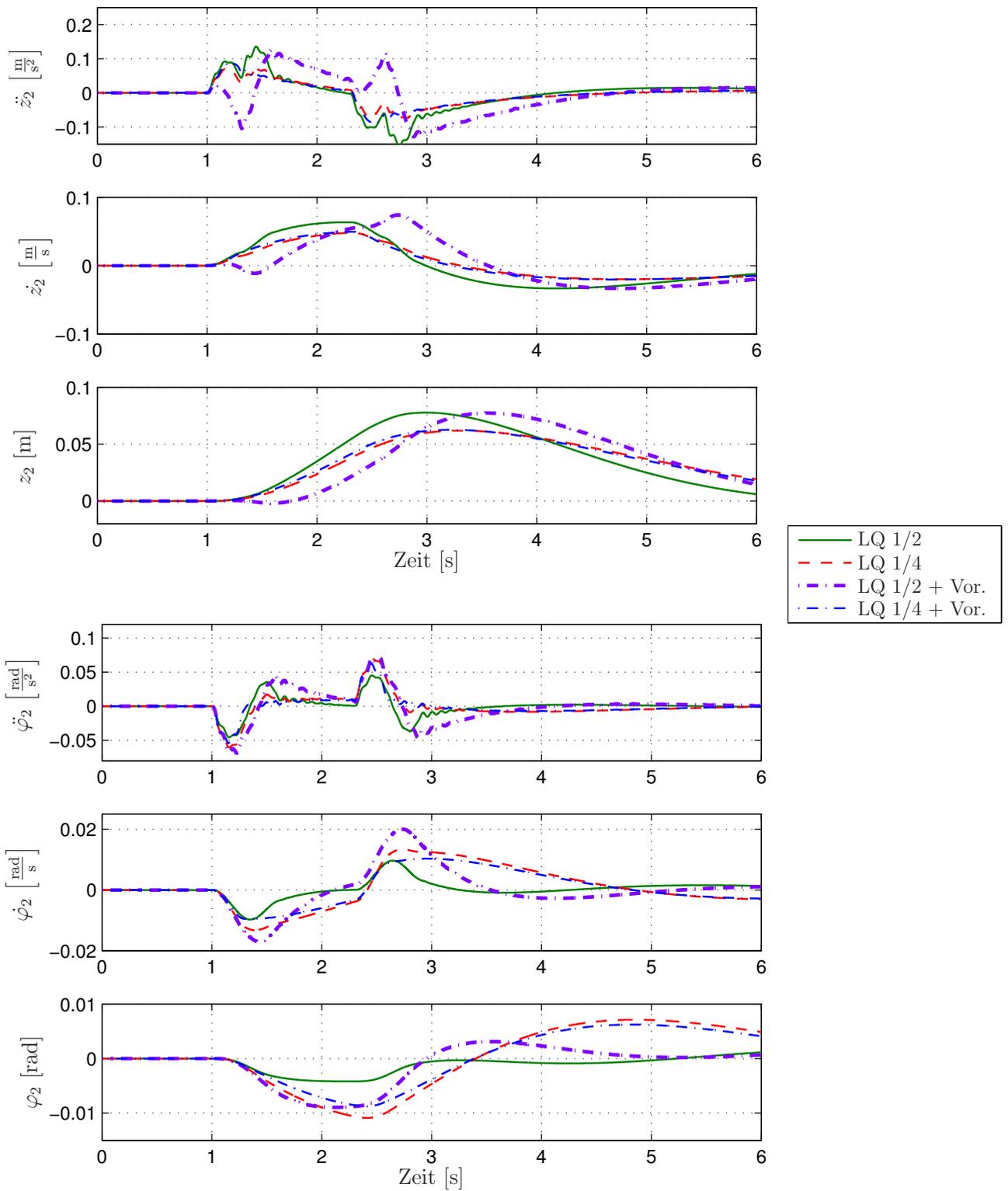
**Abbildung 3.14:** Hub- und Nickbewegung der Masse  $m_2$ , mit  $\varepsilon_{m|6} = 10.1\%$  entkoppelt, Gewichtung  $\rho_1$ , Einzelhindernis nach Abbildung 2.5



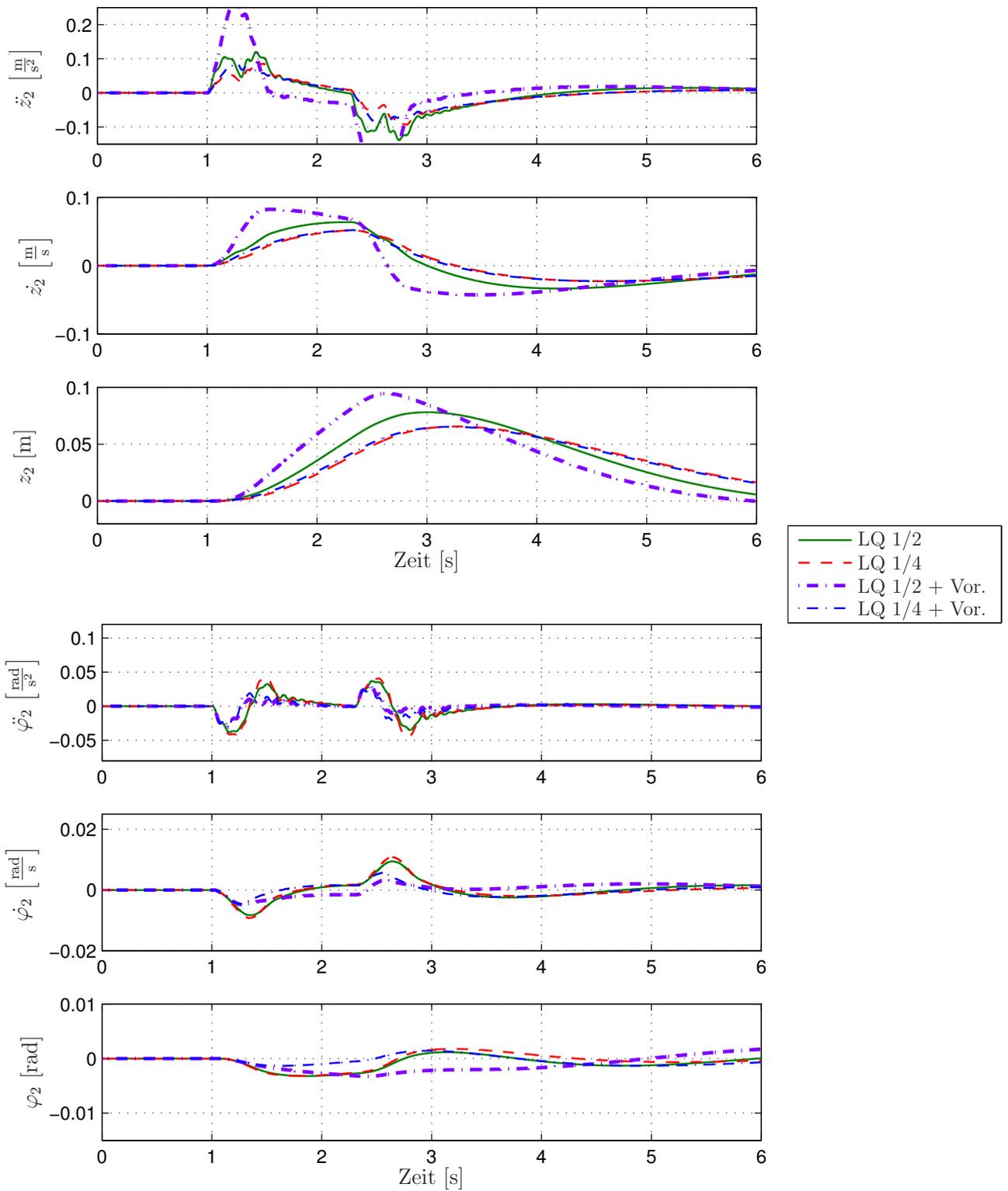
**Abbildung 3.15:** Hub- und Nickbewegung der Masse  $m_2$ , mit  $\varepsilon_{m|7} = 33.6\%$  gekoppelt, Gewichtung  $\underline{\rho}_1$ , Einzelhindernis nach Abbildung 2.5



**Abbildung 3.16:** Hub- und Nickbewegung der Masse  $m_2$ , mit  $\varepsilon_{m|5} = 19.6\%$  an der Kopplungsgrenze, Gewichtung  $\underline{\rho}_1$ , trapezförmiges Einzelhindernis nach Abbildung 2.6



**Abbildung 3.17:** Hub- und Nickbewegung der Masse  $m_2$ , mit  $\varepsilon_{m|6} = 10.1\%$  an der Kopplungsgrenze, Gewichtung  $\underline{\rho}_1$ , trapezförmiges Einzelhindernis nach Abbildung 2.6



**Abbildung 3.18:** Hub- und Nickbewegung der Masse  $m_2$ , mit  $\varepsilon_{m|7} = 33.6\%$  gekoppelt, Gewichtung  $\rho_1$ , trapezförmiges Einzelhindernis nach Abbildung 2.6

## Kapitel 4

# Semiaktive Fahrwerksregelung

Bei der *aktiven* Fahrwerksregelung wird mit einem Stellsignal  $u$  ein Aktuator angesteuert. Dies resultiert in einer Kraft  $f_a$ , die zwischen der ungedehnten Masse  $m_1$  und Aufbau  $m_2$  wirkt, siehe Abbildung 2.11. Um diese Kraft zu erzeugen, muss Energie aufgewendet und in das System gebracht werden. Die steigende Effizienz der Fahrzeuge und das damit verbundene Ziel, den Verbrauch zu minimieren, stellt ein Problem in Bezug auf die zusätzliche Aufwendung von Energie zur Regelung des Fahrwerks dar. *Semiaktive* Fahrwerke geben die Möglichkeit, Fahrzeuge zu regeln ohne dafür zusätzliche Energie aufzuwenden.

Die benötigte Leistung eines *aktiven* Fahrwerks, lässt sich durch

$$P_{\text{aktiv}} = f_a (\dot{z}_2 - \dot{z}_1) \quad (4.1)$$

bestimmen.

Im Gegensatz zum *aktiven* Fahrwerk wird im *semiaktiven* Fall kinetische in thermische Energie umgewandelt. Im Allgemeinen gilt für die Leistung eines *semiaktiven* Fahrwerks

$$P_{\text{semiaktiv}} > 0. \quad (4.2)$$

### 4.1 Skyhook-Regelung

Die nun folgenden Betrachtungen zur *Skyhook*-Regelung erfolgen am Viertelfahrzeugmodell.

#### 4.1.1 Idee und Regelungskonzept

Bei der Auslegung von Feder und Dämpfer eines *passiven* Fahrwerks werden als Kriterien *Komfort* und *Fahrsicherheit* (Änderung der Radaufstandskraft) herangezogen. Da sich der Dämpfer  $k_2$  zwischen Radmasse  $m_1$  und Aufbau

$m_2$  befindet und damit dessen Kraft auf beide Massen wirkt, muss bei der Fahrwerksauslegung ein Kompromiss zwischen Fahrkomfort und Änderung der Radaufstandskraft (Fahrsicherheit) eingegangen werden [16].

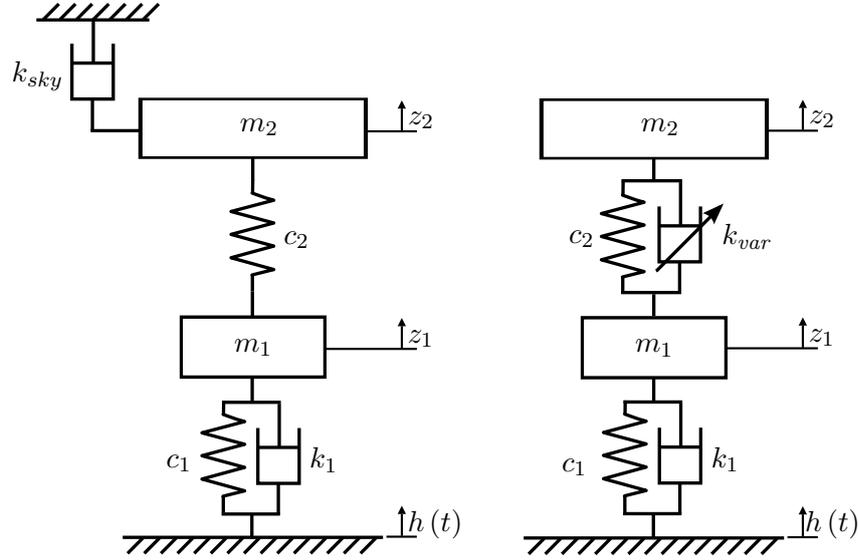


Abbildung 4.1: links: Skyhook und rechts: semiaktive Anordnung

Mit der idealisierten *Skyhook*-Konfiguration, siehe Abbildung 4.1 links, soll dem entgangen werden. Dabei wird ein Dämpfer  $k_{sky}$  zwischen der Aufbau-  
masse  $m_2$  und dem inertialfesten „Himmel“ geschaltet. Diese Konfiguration erlaubt es, die Dämpfung gezielt anzupassen. Nach Abbildung 4.1 links resultiert die Kraft des Skyhook-Dämpfers zu

$$F_{sky} = k_{sky} \dot{z}_2. \quad (4.3)$$

Dieser soll nur kinetische in thermische Energie umwandeln, d. h. für seine Leistung gilt  $P_{sky} \geq 0$  für alle Zeitpunkte  $t$ :

$$P_{sky} = \begin{cases} F_{sky} (\dot{z}_2 - \dot{z}_1) = k_{sky} \dot{z}_2 (\dot{z}_2 - \dot{z}_1) \geq 0 & \text{für } \dot{z}_2 (\dot{z}_2 - \dot{z}_1) \geq 0 \\ 0 & \text{für } \dot{z}_2 (\dot{z}_2 - \dot{z}_1) \leq 0. \end{cases} \quad (4.4)$$

Da diese Anordnung so nicht realisierbar ist, wird ein äquivalentes Modell nach Abbildung 4.1 rechts gewählt ([16], [1]). Wie aus der Abbildung zu sehen ist, handelt es sich hierbei um eine semiaktive Anordnung mit einem einstellbaren Dämpfer  $k_{var}$ . Die resultierende Dämpfungskraft ergibt sich zu

$$F_{var} = k_{var} (\dot{z}_2 - \dot{z}_1). \quad (4.5)$$

Durch Gleichsetzen von (4.3) und (4.5) kann der Zusammenhang zwischen

der variablen Dämpfung  $k_{var}$  und der des Skyhooks  $k_{sky}$

$$k_{var} = k_{sky} \frac{\dot{z}_2}{(\dot{z}_2 - \dot{z}_1)} \quad (4.6)$$

gefunden werden.

Die Regelstrategie der Skyhook-Dämpfung kann durch eine Fallunterscheidung von möglichen Kombinationen der Vorzeichen für  $\dot{z}_2$  und  $\dot{z}_1$ , unter Beachtung von (4.4) und (4.6), ermittelt werden. Ahmadian und Blanchard geben in [1] als Regelstrategie der Skyhook-Dämpfung

$$F_{var} = \begin{cases} k_{sky} \dot{z}_2 & \text{für } \dot{z}_2 (\dot{z}_2 - \dot{z}_1) \geq 0, \\ 0 & \text{für } \dot{z}_2 (\dot{z}_2 - \dot{z}_1) \leq 0 \end{cases} \quad (4.7)$$

an. Dabei wurde (4.6) in (4.5) eingesetzt. Die erforderliche variable Dämpfung  $k_{var}$  wird aus (4.6) ermittelt.

Eine Alternative zur Skyhook-Dämpfung stellt die *Groundhook*-Dämpfung nach Abbildung 4.2 links dar.

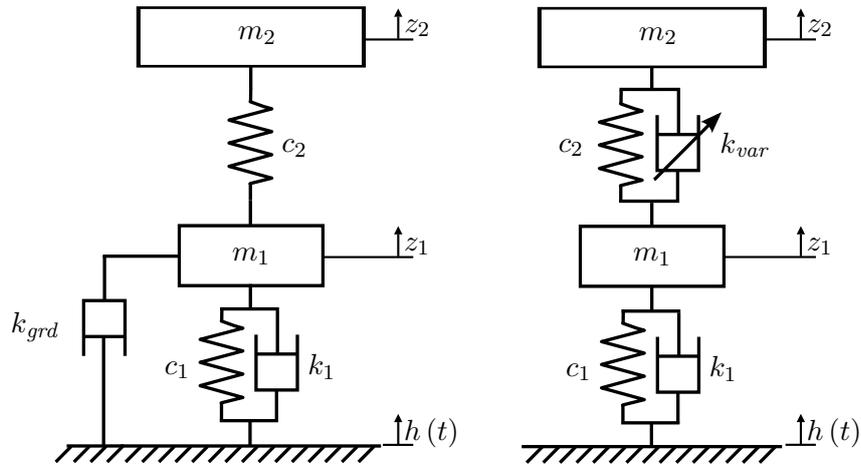


Abbildung 4.2: links: Groundhook und rechts: semiaktive Anordnung

Wie der Name andeutet, handelt es sich hierbei um einen virtuellen Dämpfer  $k_{grd}$ , der zwischen dem Boden und der ungedammten Masse  $m_1$  geschaltet ist. Ziel dieser Konfiguration ist es, die Einfederwege des Rades und damit die bezogenen Radlastschwankungen zu minimieren. Die Überlegungen, welche zu (4.7) geführt haben, können auch für den Groundhook angestellt werden und führen zu

$$F_{var} = \begin{cases} k_{grd} \dot{z}_1 & \text{für } -\dot{z}_1 (\dot{z}_2 - \dot{z}_1) \geq 0, \\ 0 & \text{für } -\dot{z}_1 (\dot{z}_2 - \dot{z}_1) \leq 0 \end{cases} \quad (4.8)$$

als Regelgesetz.

Es gilt zu beachten, dass der Fall  $F_{var} = 0$  theoretisch zwar möglich, jedoch praktisch nicht realisierbar ist, da in der Realität immer eine Dämpfung auftritt. Ahmadian und Blanchard schalten aus diesem Grund in [1] einen zusätzlichen virtuellen Dämpfer zwischen  $m_2$  und  $m_1$ , dessen Dämpfung  $k_{off}$  möglichst klein ist. Zusätzlich substituieren sie  $k_{sky}$  bzw.  $k_{grd}$  mit

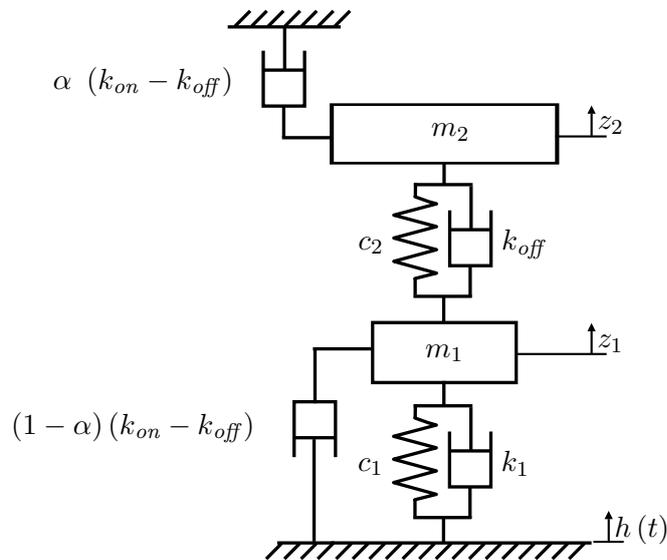
$$k_{sky} = k_{grd} = (k_{on} - k_{off}). \quad (4.9)$$

Als typischen Einstellwert wird

$$k_{on} = 2.2 k_2, \quad k_{off} = 0.2 k_2 \quad (4.10)$$

angegeben, wobei  $k_2$  die Dämpfungskonstante des *passiven* Fahrwerks ist.

In [1] stellen Ahmadian und Blanchard die Möglichkeit der Kombination von (4.7) und (4.8) als *Hybride-Dämpfung* vor, Abbildung 4.3. Damit kann ein Kompromiss zwischen Fahrkomfort (Skyhook) und Fahrsicherheit (Groundhook) erzielt werden.



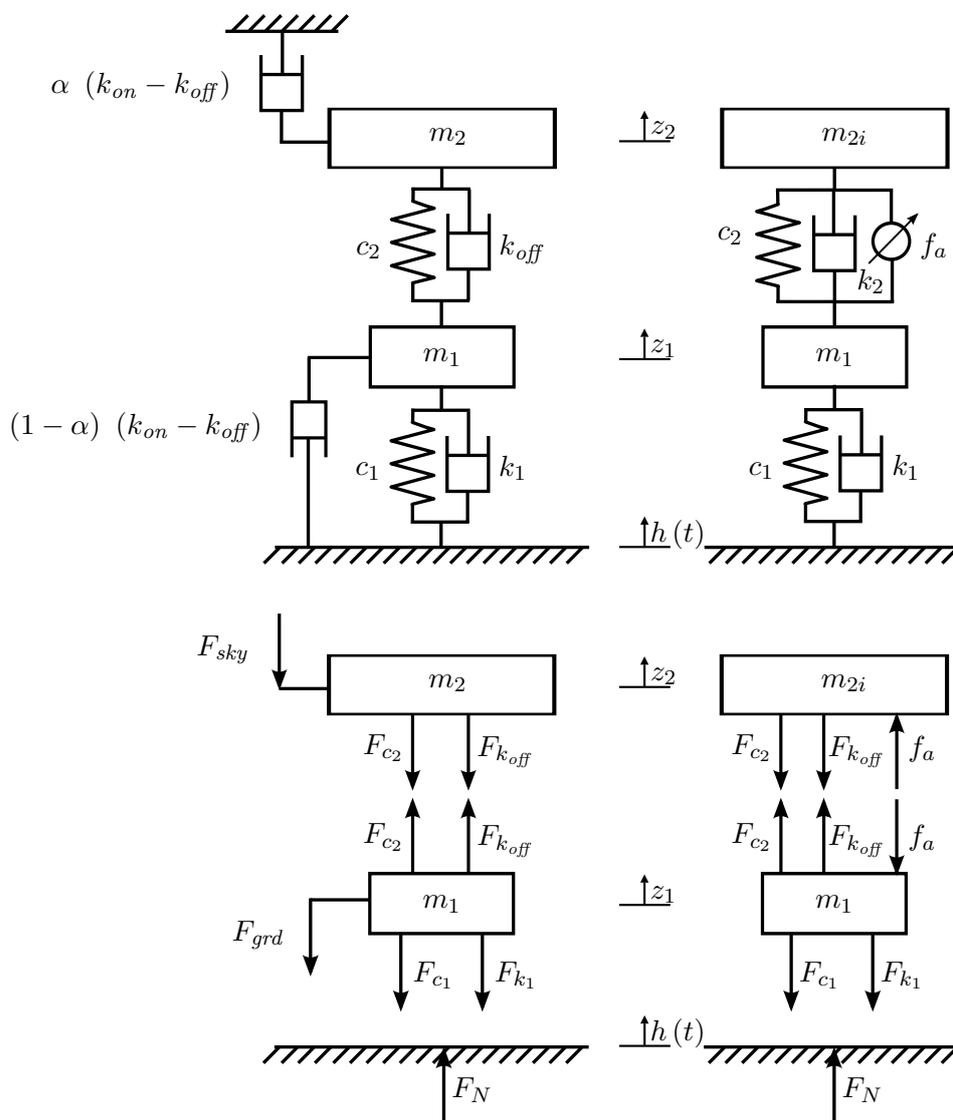
**Abbildung 4.3:** Hybride-Dämpfung – Eine Kombination aus Skyhook- und Groundhook

Mit dem Parameter  $\alpha$  wird das Verhältnis zwischen der Skyhook und Groundhook-Dämpfung eingestellt. Für  $\alpha = 1$  ist  $F_{grd} = 0$  und  $F_{sky} \neq 0$ , d. h. es wirkt nur der Skyhook-Dämpfer und vice versa für  $\alpha = 0$ . Liegt  $\alpha$  näher bei 1, so dominiert der Skyhook-Dämpfer, gleiches gilt für den Groundhook-Dämpfer, falls  $\alpha$  näher bei 0 liegt.

### 4.1.2 Modellierung der Hybriden-Dämpfung

Zur Simulation der Hybriden-Dämpfung soll das vorhandene Zustandsraummodell des Viertelfahrzeugs nach Abschnitt 2.4.1, (2.27), verwendet werden. Die aus der Umschaltlogik des Hybriden-Dämpfers resultierende Dämpfungskraft wird als Stellgröße  $\underline{u}$  in (2.27) verwendet.

Im unteren Teil von Abbildung 4.4 ist *links* die *semiaktive* Hybride-Dämpfung und *rechts* das Viertelfahrzeugmodell aus Abschnitt 2.4.1 freige-macht dargestellt.



**Abbildung 4.4:** Vergleich: *links*: semiaktive Hybride-Dämpfung, *rechts*: Viertelfahrzeugmodell

Der Schwerpunktsatz für die Massen  $m_2$  und  $m_1$  des *semiaktiven* Hybriden-Modells lautet

$$m_2 \ddot{z}_2 = -F_{sky} - F_{c_2} - F_{k_{off}} \quad (4.11)$$

$$m_1 \ddot{z}_1 = -F_{grd} + F_{c_2} + F_{k_{off}} - F_{c_1} - F_{k_1} \quad (4.12)$$

und des Viertelfahrzeugmodells

$$m_2 \ddot{z}_2 = -F_{c_2} - F_{k_{off}} + f_a \quad (4.13)$$

$$m_1 \ddot{z}_2 = F_{c_2} + F_{k_{off}} - F_{c_1} - F_{k_1} - f_a. \quad (4.14)$$

Ein Koeffizientenvergleich von (4.11) mit (4.13) und (4.12) mit (4.14) ergibt

$$\begin{aligned} -F_{sky} &= f_a \\ -F_{grd} &= -f_a, \end{aligned}$$

und folglich  $f_a$  zu

$$f_a = -F_{sky} + F_{grd} \quad (4.15)$$

als äquivalente Kraft des Hybriden-Dämpfers. Durch Einsetzen der Regelstrategien zum Einstellen des Dämpfers bei der Skyhook- (4.7) und der Groundhook-Dämpfung (4.8) in  $f_a$ , (4.15), unter Beachtung der Substitution von  $k_{sky}$  und  $k_{grd}$  durch (4.9), resultiert die Dämpfungskraft bei der Hybriden-Dämpfung zu

$$F_{sky} = \begin{cases} (k_{on} - k_{off}) \dot{z}_2 & \text{für } \dot{z}_2 (\dot{z}_2 - \dot{z}_1) \geq 0, \\ 0 & \text{für } \dot{z}_2 (\dot{z}_2 - \dot{z}_1) \leq 0, \end{cases} \quad (4.16)$$

$$F_{grd} = \begin{cases} (k_{on} - k_{off}) \dot{z}_1 & \text{für } -\dot{z}_1 (\dot{z}_2 - \dot{z}_1) \geq 0, \\ 0 & \text{für } -\dot{z}_1 (\dot{z}_2 - \dot{z}_1) \leq 0, \end{cases} \quad (4.17)$$

$$f_a = -\alpha F_{sky} + (1 - \alpha) F_{grd}. \quad (4.18)$$

### 4.1.3 Simulation der Hybriden-Dämpfung

Die bisherigen Überlegungen zur Hybriden-Dämpfung basieren auf dem Viertelfahrzeugmodell. Um diese in weiterer Folge für das Halbfahrzeugmodell anzuwenden, kann das Regelungskonzept des Viertelfahrzeugreglers (*LQ 1/4* Regler) aus Abschnitt 3.2.5, im speziellen Abbildung 3.3 unten, sinngemäß für die Hybride-Dämpfung verwendet werden. Das Konzept sieht vor, jeweils einen Regler an der Vorder- und Hinterachse des Fahrzeugs zu verwenden, die beide das entsprechende Viertelfahrzeug der Vorder- bzw. Hinterachse als Modell verwenden.

### Fahrt über ein Einzelhindernis

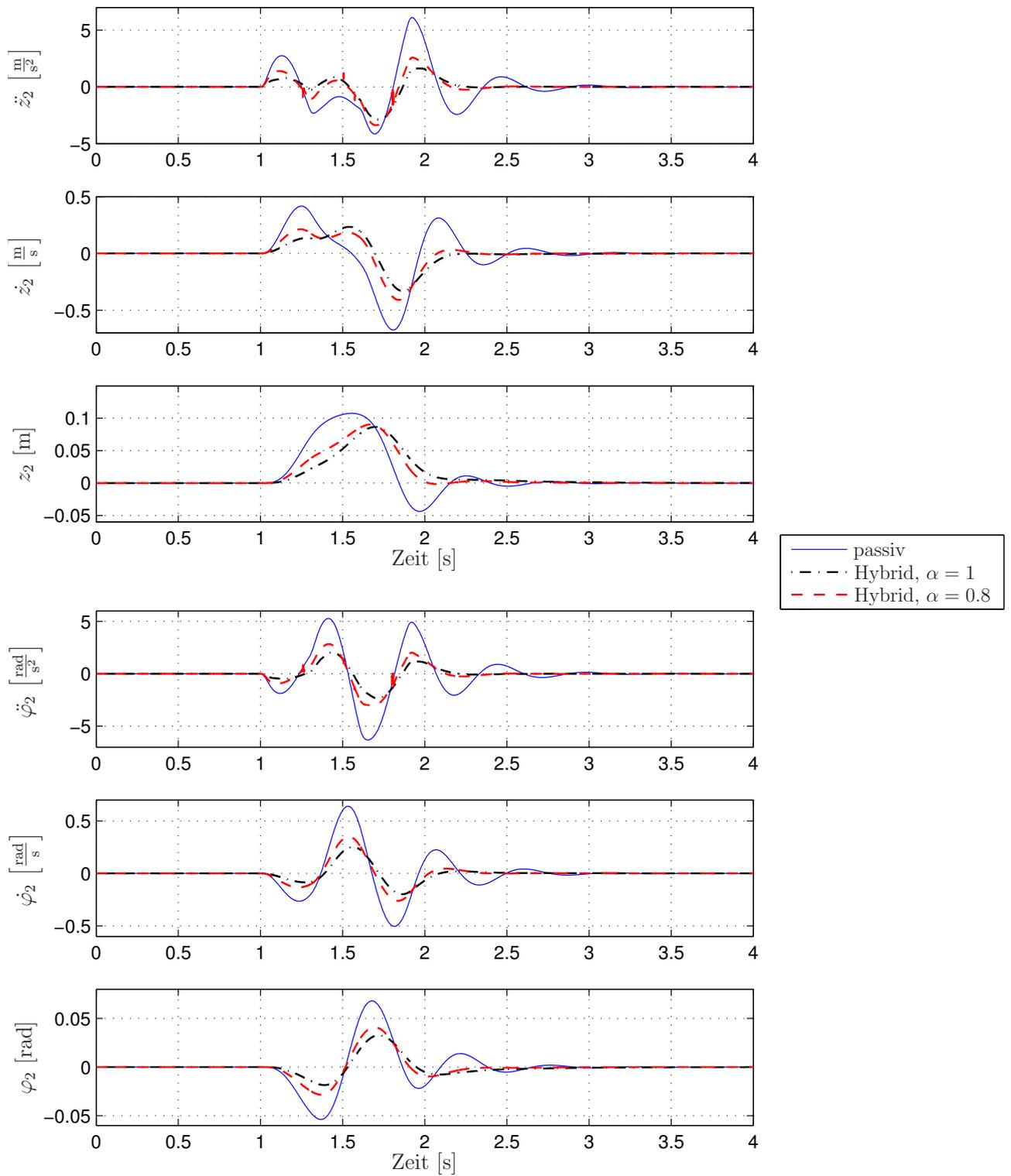
Zur Bewertung der Hybriden-Dämpfung wird, wie schon in den vorherigen Abschnitten, die Fahrt des Fahrzeugs 5, Tabelle 2.1, über das Einzelhindernis aus Abbildung 2.5 mit einer Geschwindigkeit von  $v = 10 \text{ m/s}$  simuliert. Die dabei auftretenden Amplituden der Hub- und Nickbewegung sind in Abbildung 4.5 für das passive und semiaktive Modell (Hybride-Dämpfung) zu sehen. Die Hybride-Dämpfung mit  $\alpha = 1$  entspricht dem „null setzen“ des Groundhooks und damit einer „reinen“ Regelung mittels Skyhook (hoher Komfort). Wird  $\alpha = 0.8$  gewählt, so dominiert der Skyhook-Dämpfer gegenüber dem Groundhook-Dämpfer, der die Bewegungen der ungefederten Masse  $m_1$  minimieren soll. Durch letzteren werden die benötigten Radeinfederwege der Radaufhängung begrenzt und die bezogenen Radlastschwankungen verringert. Abbildung 4.5 zeigt eine deutliche Abnahme der maximalen Amplituden im Vergleich zum passiven Fahrzeug. Hub- und Nickbeschleunigungen werden um mehr als 80 % bzw. 70 % verringert. Die Hybride-Dämpfung kann die Störungen gut ausgleichen und führt damit zu einer deutlichen Verbesserung im Vergleich zum *passiven* Fahrzeug. Auch das Abklingverhalten wird durch diese Regelung positiv beeinflusst. Der Einfluss des Parameters  $\alpha$  ist deutlich zu erkennen.  $\alpha = 1$  resultiert in kleineren Amplituden der Hub- und Nickbewegung als es bei  $\alpha = 0.8$  der Fall ist. Abbildung 4.6 zeigt im oberen Teil die bei diesem Manöver auftretenden Einfederwege und unten die bezogenen Radlastschwankungen an der Vorder- und Hinterachse. Auch hier ist der Effekt des Parameters  $\alpha$ , in erster Linie die Reduktion des maximalen Einfederweges ( $z_{2i} - z_{1i}$ ) an beiden Achsen, zu erkennen. In Tabelle 4.1 sind die maximalen Amplituden und prozentualen Verbesserungen der beiden Fahrzeuge gegenübergestellt.

Symbol	passiv	Skyhook		Einheit	Verbesserung	
		$\alpha = 1$	$\alpha = 0.8$		$\alpha = 1$	$\alpha = 0.8$
$\ddot{z}_2$	6.11	1.03	2.59	m/s <sup>2</sup>	83.1 %	57.6 %
$\dot{z}_2$	0.42	0.23	0.21	m/s	46.0 %	50.5 %
$z_2$	0.11	0.077	0.091	m	28.3 %	17.3 %
$\ddot{\varphi}_2$	5.28	1.59	2.83	rad/s <sup>2</sup>	69.8 %	46.4 %
$\dot{\varphi}_2$	0.64	0.20	0.35	rad/s	69.0 %	45.3 %
$\varphi_2$	0.068	0.028	0.041	rad	58.9 %	39.7 %

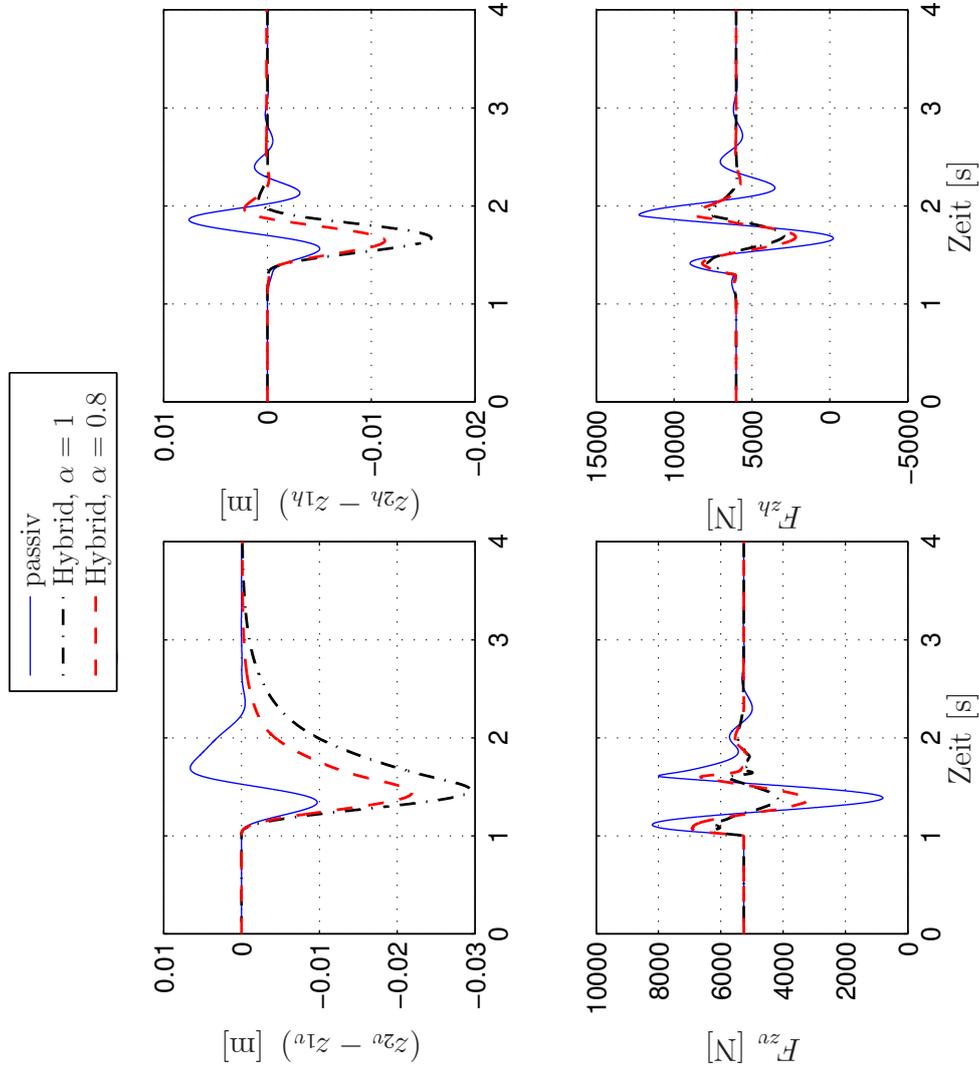
**Tabelle 4.1:** Vergleich der Maximalwerte der Hub- und Nickbewegung des passiven und Skyhook geregelten Halbfahrzeugs nach Tabelle 2.6.

### Fahrt über eine stochastische Fahrbahnanregung

Fahrzeug 5 fährt nun über eine stochastische Fahrbahnanregung nach Abbildung 2.10. Im Folgenden wird zusätzlich zu Komfort und Fahrsicherheit



**Abbildung 4.5:** Hub- und Nickbewegung der Masse  $m_2$  bei der Hybridendämpfung, Fahrzeug 5,  $\varepsilon_{m|5} = 19.6\%$



**Abbildung 4.6:** Einfederwege und Radlastschwankungen von Fahrzeug 5 bei der Fahrt über ein Einzelhindernis, Hybride-Dämpfung

die Relativbewegung zwischen dem Aufbau  $m_2$  und dem Rad  $m_1$  betrachtet. Dazu werden die Effektivwerte nach (2.15) der Größen

$$\begin{aligned} z_{21v} &= (z_{2v} - z_{1v}) \\ z_{21h} &= (z_{2h} - z_{1h}) \end{aligned} \quad (4.19)$$

gebildet. Wie in Abschnitt 4.1.2 gezeigt, kann bei der Hybriden-Dämpfung durch die Wahl von  $\alpha$  das Verhältnis zwischen Skyhook- und Groundhook-Dämpfung eingestellt werden. Die Konfiguration  $\alpha = 1$  entspricht der Dämpfung nur mittels Skyhook und resultiert in maximalen Komfort. Um die

Auswirkungen des Groundhooks zu zeigen, wird  $\alpha = 0.8$  gewählt. Dies resultiert in einer Verringerung des benötigten Einfederwegs des Rades und in weiterer Folge zur Reduktion der bezogenen Radlastschwankungen.

Tabelle 4.2 zeigt, dass bei der Hybriden-Dämpfung mit  $\alpha = 1$  die Effektivwerte der Hub- und Nickbeschleunigung um mehr als 50 % gegenüber dem passiven Fahrzeug verringert werden. Dies geschieht zu Lasten der bezogenen Radlastschwankungen. Diese können in beiden Fällen der stochastischen Fahrbahnebenheiten  $\xi_1$  und  $\xi_2$  nicht verringert werden. Für  $\alpha = 0.8$  reduzieren sich die Beschleunigungen um 25 % bei einer Verringerung des benötigten Radeinfederwegs um knapp 50 % an der Vorder- und 15 % an der Hinterachse im Vergleich zu  $\alpha = 1$ . Die bezogenen Radlastschwankungen bleiben, im Vergleich zum *passiven* Fahrzeug bei der „guten“ Fahrbahn  $\xi_1$  gleich und können bei der „schlechten“ Fahrbahn  $\xi_2$  sogar verringert werden.

## 4.2 Semiaktive LQ-Regelung

In Kapitel 3 wurde die *aktive* Fahrwerksregelung eines Halbfahrzeugs durch Viertel- und Halbfahrzeugregler vorgestellt. Die Auslegung dieser Regler basiert auf einer Optimierung eines Gütefunktional. Auch die Möglichkeit der *Regelung mit Vorschau* wurde gezeigt.

Hać und Youn erweitern in [5] den optimalen Viertelfahrzeugregler, im speziellen dessen Regelungsgesetz für den Fall eines *semiaktiven* Fahrwerks<sup>1</sup>. Dazu wird das Viertelfahrzeugmodell aus Abbildung 2.11 dahingehend modifiziert, dass der Kraftaktuator  $f_a$  durch einen variablen Dämpfer  $k_{var}$  ersetzt wird. Damit kann im Zustandsraummodell des Viertelfahrzeugs (3.2) die Stellgröße<sup>2</sup>  $u = f_a$  mit der resultierenden Kraft des variablen Dämpfers

$$u = -k_{var}(\dot{z}_2 - \dot{z}_1) \quad (4.20)$$

substituiert und (3.2) wird zu

$$\dot{\underline{x}} = \underline{A}\underline{x} - \underline{B} k_{var}(\dot{z}_2 - \dot{z}_1) + \underline{E}\underline{w}. \quad (4.21)$$

Im Falle der *semiaktiven* Regelung muss, wie eingangs erwähnt, die in den Dämpfern dissipierte Leistung immer positiv sein, siehe (4.2). Es wird angenommen, dass es sich hierbei um einen Dämpfer mit variabler Dämpfungsrate  $k_{var}(t)$ , beschränkt durch minimale  $k_{min}$  und maximale Dämpfung  $k_{max}$ , handelt. Die durch den Dämpfer dissipierbare Leistung  $P_{diss}$  kann allgemein

<sup>1</sup>In der englischsprachigen Literatur wird diese Regelung als „optimal semi-active clipped control“ bezeichnet.

<sup>2</sup>Die folgenden Betrachtungen basieren auf einem Viertelfahrzeugmodell. In diesem Fall ist die Stellgröße  $\underline{u}$  ein Skalar.

	$E\{\ddot{z}_2\}^{\frac{1}{2}}$	$E\{\dot{\varphi}_2\}^{\frac{1}{2}}$	$E\{z_{21v}^2\}^{\frac{1}{2}}$	$E\{z_{21h}^2\}^{\frac{1}{2}}$	$\frac{\sigma_{F_{zv}}}{F_{zv,stat}}$	$\frac{\sigma_{F_{zh}}}{F_{zh,stat}}$	$E\{J^2\}^{\frac{1}{2}}$	
(7) 15	passiv(100%)	1.63 m/s <sup>2</sup>	1.34 rad/s <sup>2</sup>	0.92 · 10 <sup>-2</sup> m	0.96 · 10 <sup>-2</sup> m	0.29	0.27	80639.1
	Skyhook, α = 1	0.76	0.61	1.82 · 10 <sup>-2</sup>	1.11 · 10 <sup>-2</sup>	0.37	0.31	223694.4
	Skyhook, α = 0.8	1.19	0.94	1.34 · 10 <sup>-2</sup>	0.93 · 10 <sup>-2</sup>	0.29	0.26	235704.4
(7) 25	passiv(100%)	2.46 m/s <sup>2</sup>	2.06 rad/s <sup>2</sup>	1.56 · 10 <sup>-2</sup> m	1.49 · 10 <sup>-2</sup> m	0.59	0.50	190151
	Skyhook, α = 1	1.18	0.96	2.92 · 10 <sup>-2</sup>	1.88 · 10 <sup>-2</sup>	0.59	0.50	550999.4
	Skyhook, α = 0.8	1.81	1.45	2.20 · 10 <sup>-2</sup>	1.51 · 10 <sup>-2</sup>	0.47	0.41	564529.6

**Tabelle 4.2:** Effektivwerte bei der Hybriden-Dämpfung, stochastische Fahrbahnunebenheiten nach Abbildung 2.10

als

$$P_{diss} = \begin{cases} k_{min} (\dot{z}_2 - \dot{z}_1)^2 = P_{min} & \text{für minimale Dämpfung,} \\ k_{max} (\dot{z}_2 - \dot{z}_1)^2 = P_{max} & \text{für maximale Dämpfung,} \\ k_{var}(t) (\dot{z}_2 - \dot{z}_1)^2 = P_{var} & \text{für variable Dämpfung} \end{cases} \quad (4.22)$$

angeschrieben werden. Wird die benötigte Leistung<sup>3</sup>

$$P_0 = -u_0 (\dot{z}_2 - \dot{z}_1), \quad (4.23)$$

resultierend aus dem Regelungsgesetz für den aktiven Fall (3.4) bzw. (3.24) bei zusätzlicher Vorsteuerung, mit der möglichen dissipierbaren Leistung  $P_{diss}$  des *semiaktiven* Dämpfers verglichen, so kann eine Regel zur Einstellung der Dämpfungsrate  $k_{var}(t)$  gefunden werden.

Zusammenfassend lässt sich sagen [5]:

Falls die Matrizenpaare  $[\mathbf{A}, \mathbf{B}]$  stabilisierbar und  $[\mathbf{A}, \mathbf{Q}]$  detektierbar sind, so lautet die Lösung zur optimalen Regelung des modifizierten Zustandsraummodells (3.2) mit der Kostenfunktion  $J$  (3.3), angepasst für den *semiaktiven* Fall

$$k_{var}(t) = \begin{cases} k_{min} & \text{für } -u_0 (\dot{z}_2 - \dot{z}_1) \leq k_{min} (\dot{z}_2 - \dot{z}_1)^2 \\ k_{max} & \text{für } -u_0 (\dot{z}_2 - \dot{z}_1) \geq k_{min} (\dot{z}_2 - \dot{z}_1)^2 \\ -\frac{u_0}{(\dot{z}_2 - \dot{z}_1)} & \text{sonst.} \end{cases} \quad (4.24)$$

*Stabilisierbar* bedeutet, dass alle nicht steuerbaren Eigenmodi des Systems (3.2) stabil sind, d. h. die Realteile ihrer Eigenwerte haben alle ein negatives Vorzeichen. Besitzt das System instabile Eigenmodi, so müssen diese in der Kostenfunktion  $J$  abgebildet werden. Dies ist der Fall, falls das Matrizenpaar  $[\mathbf{A}, \mathbf{Q}]$  *detektierbar* ist [10].

In Abschnitt 3.2.5 wurden die Voraussetzungen für die *LQ-Regelung* aus Abschnitt 3.2.1 untersucht. Es konnte festgestellt werden, dass das Zustandsraummodell nach (3.2) mit den Parametern für das Fahrzeug 5 aus Tabelle 2.1 *vollständig zustandssteuerbar* ist. Damit sind auch alle Eigenmodi des Systems (4.21) stabil und die Realteile der Eigenwerte allesamt negativ. Eine Überprüfung auf *Stabilisierbarkeit* und *Detektierbarkeit* kann für dieses Zustandsraummodell entfallen.

(4.24) zeigt, dass der Regler im *semiaktiven* Fall den optimal berechneten Kraftverlauf  $u = k_{var}(t) (\dot{z}_2 - \dot{z}_1)$  folgt, solange die benötigte Leistung zwischen  $P_{min} \leq P_{soll} \leq P_{max}$  liegt. Ist diese größer als  $P_{max}$ , so wird maximale Dämpfung  $k_{max}$  eingestellt, ist die benötigte Leistung kleiner als  $P_{min}$  oder sogar negativ – es müsste Energie in das System gebracht werden – so verharrt die Dämpfung bei  $k_{min}$ . Bei  $\dot{z}_2 = \dot{z}_1$  tritt eine Singularität auf. In diesem Fall wird  $k_{min}$  eingestellt.

<sup>3</sup>Die resultierenden Größen für das *aktive* System werden mit dem Index 0 bezeichnet und stellen die erforderlichen „Sollwerte“ dar.

Abbildung 4.7 zeigt exemplarisch die Umschaltlogik  $k_{var}(t)$  der Vorderachse bei der Fahrt über ein Einzelhindernis. Im oberen Teil der Abbildung ist die erforderliche Leistung  $P_{soll}$  und die mögliche, dissipierbare Leistung  $P_{ist}$  dargestellt. Es ist deutlich zu erkennen, dass für  $P_{soll} < 0$ ,  $P_{ist}$  minimal und  $k_{var}(t) = k_{min}$  wird.

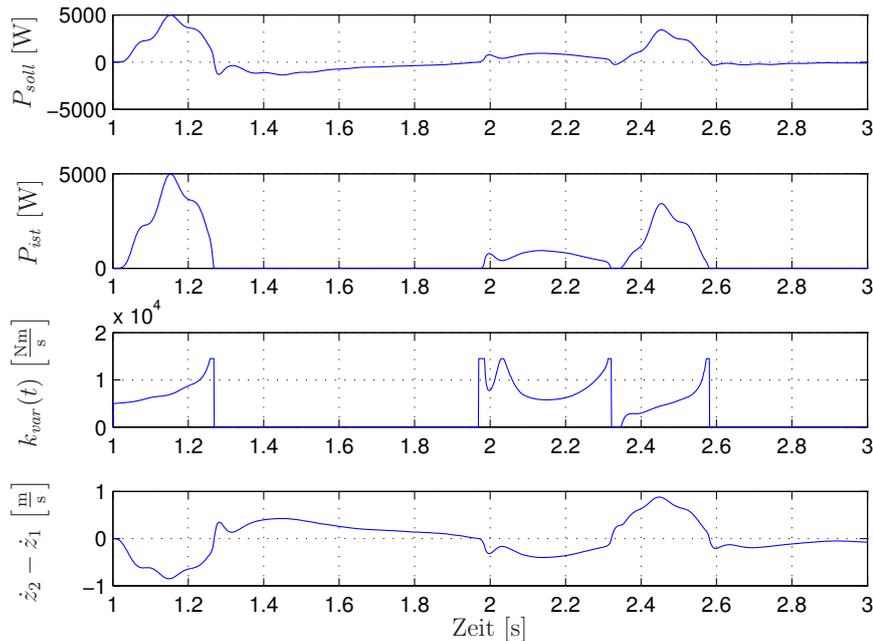


Abbildung 4.7: Umschaltlogik an der Vorderachse von Fahrzeug 5

#### 4.2.1 Simulation der semiaktiven LQ-Regelung

Die folgenden *semiaktiven* LQ-Regler werden nach den Kostenfunktionen des Viertel- (3.8) und Halbfahrzeugs (3.9) aus Abschnitt (3.2.2) und (3.2.3) und den in den vorherigen Kapiteln vorgestellten Gewichtungsvektoren  $\underline{\rho}_1$  und  $\underline{\rho}_3$  ausgelegt. Für die Simulation wird das Fahrzeug 5 aus Tabelle 2.1 und für  $k_{min}$  und  $k_{max}$  die Einstellwerte aus (4.10) verwendet.

##### Fahrt über ein Einzelhindernis

Grundlegend gilt zu sagen, dass die *semiaktive* LQ-Regelung nur im Falle der *stochastischen* *Fahrbahnanregung* Vorteile gegenüber der *Skyhook*-Regelung bzw. Hybriden-Dämpfung hat. Für Einzelhindernisse kann sogar eine Verschlechterung, verglichen zum *passiven* System, auftreten, siehe Abbildung 4.8. Diese lässt sich damit begründen, dass das Rad bei der *aktiven* LQ-Regelung gezielt vor dem Hindernis vom Regler angehoben wird, um Hub- und Nickbeschleunigungen zu minimieren. Da dies bei der *semiaktiven*

LQ-Regelung nicht möglich ist, es kann nur Energie dissipiert werden, stellt der Dämpfer minimale Dämpfung  $k_{min}$ , als bestmögliche Alternative, ein. Wie Abbildung 4.8 zeigt, hat die *Vorschau* des *LQ 1/2* Reglers im Falle des Einzelhindernisses fast keinen Einfluss auf die Güte der *semiaktiven* LQ-Regelung.

### Fahrt über eine stochastische Fahrbahnanregung

In Abschnitt 4.1.3 wurde gezeigt, dass bei der Hybriden-Dämpfung durch Variation von  $\alpha$  unterschiedliche Verbesserungen in Hinblick auf Fahrkomfort, Fahrsicherheit und benötigter Bauraum der Radaufhängung erreicht werden kann. Auch bei der *aktiven* und *semiaktiven* LQ-Regelung können durch die Wahl des Gewichtungsvektors  $\underline{\rho}$  und der, daraus folgenden Gewichtung einzelner Zustände, die Zielkonflikte unterschiedlich bewertet werden. In Abschnitt 3.2.5 wurde als Gewichtungsvektor zur *Erhöhung des Fahrkomforts*

$$\underline{\rho}_1 = [3, 0.4, 0.16, 0.4, 0.16, 0.4, 0.16, 0.4, 0.16]^T .$$

gewählt. Der Gewichtungsvektor soll nun dahin gehend modifiziert werden, sodass der Federweg der Radaufhängung minimiert wird. Ein Vergleich mit Tabelle 3.1 in Abschnitt 3.2.5 zeigt, dass die Zustände

$$x_{H_5} = z_{21v} = (z_{2v} - z_{1v})$$

und

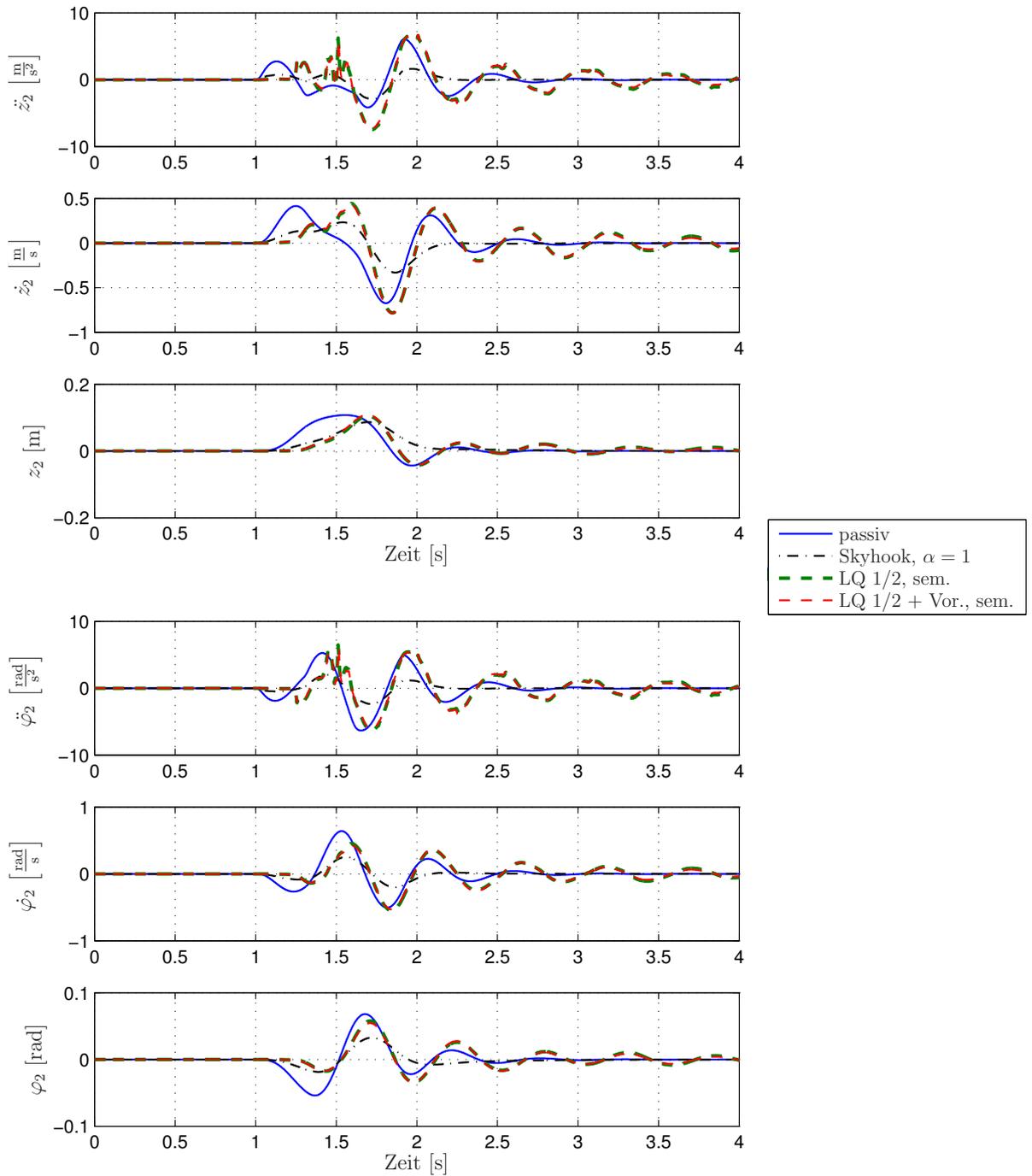
$$x_{H_6} = z_{21h} = (z_{2h} - z_{1h})$$

und damit die Gewichte  $\rho_{1,2}$ ,  $\rho_{1,6}$  vergrößert werden müssen, um eine Reduktion der Radeinfederwege zu erreichen. Die Einträge  $\rho_{1,2} = \rho_{1,6} = 0.4$  werden durch 4000 ersetzt. Damit resultiert der Gewichtungsvektor zu

$$\underline{\rho}_2 = [3, 4000, 0.16, 0.4, 0.16, 4000, 0.16, 0.4, 0.16]^T . \quad (4.25)$$

Zur Bewertung der *semiaktiven* LQ-Regelung fährt Fahrzeug 5 nun über eine stochastische Fahrbahnanregung nach Abbildung 2.10. Einen Überblick der dabei resultierenden Effektivwerte der zu bewertenden Größen geben Tabelle 4.3 und 4.4.

In Tabelle 4.3 sind die Effektivwerte der zu bewertenden Größen bei der Fahrt über eine „gute“ Fahrbahn  $\xi_1(t)$  dargestellt. Der Gewichtungsvektor  $\underline{\rho}_1$  maximiert den Komfort,  $\underline{\rho}_2$  soll den Einfederweg der Räder reduzieren und  $\underline{\rho}_3$  die bezogenen Radlastschwankungen minimieren. Im Falle der Gewichtung mit  $\underline{\rho}_1$  weist der *semiaktive LQ 1/2 mit Vorschau* Regler die kleinsten Effektivwerte der Hub- und Nickbeschleunigung auf, allerdings verdoppeln sich, bezogen auf das passive Fahrzeug, die bezogenen Radlastschwankungen. Die resultierenden Effektivwerte der Beschleunigungen, bei



**Abbildung 4.8:** Hub- und Nickbewegung der Masse  $m_2$  bei *semiaktiver* LQ-Regelung, Gewichtung  $\rho_1$  Einzelhindernis nach Abbildung 2.5, Fahrzeug 5,  $\varepsilon_{m|5} = 19.6\%$

	$E\{\ddot{z}_2^2\}^{\frac{1}{2}}$	$E\{\ddot{\varphi}_2^2\}^{\frac{1}{2}}$	$E\{z_{2lv}^2\}^{\frac{1}{2}}$	$E\{z_{2lh}^2\}^{\frac{1}{2}}$	$\frac{\sigma_{F_{zv}}}{F_{zv,stat}}$	$\frac{\sigma_{F_{zh}}}{F_{zh,stat}}$	$E\{J^2\}^{\frac{1}{2}}$
passiv(100%)	1.54m/s <sup>2</sup>	1.26 rad/s <sup>2</sup>	$0.83 \cdot 10^{-2}$ m	$0.91 \cdot 10^{-2}$ m	0.29	0.27	71115
LQ 1/4	1.07	0.91	$2.76 \cdot 10^{-2}$	$2.24 \cdot 10^{-2}$	0.60	0.54	89913.4
LQ 1/4 + Vor.	1.04	0.88	$2.77 \cdot 10^{-2}$	$2.14 \cdot 10^{-2}$	0.60	0.52	35561.2
LQ 1/2	1.02	0.88	$2.67 \cdot 10^{-2}$	$2.13 \cdot 10^{-2}$	0.57	0.54	77866.6
LQ 1/2 + Vor.	0.88	0.77	$2.50 \cdot 10^{-2}$	$1.87 \cdot 10^{-2}$	0.59	0.52	670817.1
Hybrid							
	$\alpha = 1$	0.61	$1.80 \cdot 10^{-2}$	$1.11 \cdot 10^{-2}$	0.34	0.31	223694.4
LQ 1/4	0.68	0.60	$1.51 \cdot 10^{-2}$	$1.36 \cdot 10^{-2}$	0.50	0.43	34591.6
LQ 1/4 + Vor.	0.51	0.44	$1.51 \cdot 10^{-2}$	$1.04 \cdot 10^{-2}$	0.50	0.40	22896
LQ 1/2	0.76	0.61	$1.38 \cdot 10^{-2}$	$1.34 \cdot 10^{-2}$	0.45	0.44	33063.6
LQ 1/2 + Vor.	0.58	0.55	$1.34 \cdot 10^{-2}$	$1.06 \cdot 10^{-2}$	0.45	0.40	350654.7
Hybrid							
	$\alpha = 0.8$	0.61	$1.80 \cdot 10^{-2}$	$1.11 \cdot 10^{-2}$	0.37	0.31	241599.5
LQ 1/4	1.38	1.26	$2.90 \cdot 10^{-2}$	$2.25 \cdot 10^{-2}$	0.33	0.39	281122.1
LQ 1/4 + Vor.	1.23	1.09	$2.91 \cdot 10^{-2}$	$1.80 \cdot 10^{-2}$	0.33	0.30	103843.6
LQ 1/2	1.33	1.14	$3.41 \cdot 10^{-2}$	$2.10 \cdot 10^{-2}$	0.32	0.37	235705.7
LQ 1/2 + Vor.	1.22	1.02	$3.18 \cdot 10^{-2}$	$1.61 \cdot 10^{-2}$	0.32	0.28	27622.6

(7) 15

**Tabelle 4.3:** Effektivwerte bei der *semiaktiven* LQ-Regelung, stochastische Fahrbahnanregung nach Abbildung 2.10,  $\xi_1(t)$

	$E\{\ddot{z}_2^2\}^{\frac{1}{2}}$	$E\{\dot{\varphi}_2^2\}^{\frac{1}{2}}$	$E\{z_{1v}^2\}^{\frac{1}{2}}$	$E\{z_{2th}^2\}^{\frac{1}{2}}$	$\frac{\sigma_{F_{zv}}}{F_{zv,stat}}$	$\frac{\sigma_{F_{zh}}}{F_{zh,stat}}$	$E\{J^2\}^{\frac{1}{2}}$
passiv(100%)	2.46 m/s <sup>2</sup>	2.06 rad/s <sup>2</sup>	$1.56 \cdot 10^{-2}$ m	$1.49 \cdot 10^{-2}$ m	0.46	0.42	190151
LQ 1/4	1.31	1.15	$4.63 \cdot 10^{-2}$	$3.22 \cdot 10^{-2}$	0.96	0.87	112719.6
LQ 1/4 + Vor.	1.26	1.11	$4.64 \cdot 10^{-2}$	$3.08 \cdot 10^{-2}$	0.96	0.83	56637.0
LQ 1/2	1.24	1.09	$4.50 \cdot 10^{-2}$	$3.08 \cdot 10^{-2}$	0.94	0.88	92953.2
LQ 1/2 + Vor.	1.10	0.96	$4.22 \cdot 10^{-2}$	$2.74 \cdot 10^{-2}$	0.95	0.83	1732733.3
Hybrid	1.18	0.96	$2.90 \cdot 10^{-2}$	$1.88 \cdot 10^{-2}$	0.59	0.50	550999.4
LQ 1/4	1.02	0.92	$2.69 \cdot 10^{-2}$	$2.20 \cdot 10^{-2}$	0.79	0.70	89054.0
LQ 1/4 + Vor.	0.93	0.70	$2.72 \cdot 10^{-2}$	$1.53 \cdot 10^{-2}$	0.79	0.65	65184.2
LQ 1/2	1.15	0.96	$2.51 \cdot 10^{-2}$	$2.17 \cdot 10^{-2}$	0.73	0.71	89812.9
LQ 1/2 + Vor.	1.14	0.92	$2.71 \cdot 10^{-2}$	$1.59 \cdot 10^{-2}$	0.73	0.64	908595.1
Hybrid	1.81	1.45	$2.20 \cdot 10^{-2}$	$1.51 \cdot 10^{-2}$	0.47	0.41	564529.6
LQ 1/4	1.92	1.64	$4.17 \cdot 10^{-2}$	$2.91 \cdot 10^{-2}$	0.52	0.57	511478.9
LQ 1/4 + Vor.	1.74	1.46	$4.13 \cdot 10^{-2}$	$2.19 \cdot 10^{-2}$	0.53	0.45	220363.0
LQ 1/2	2.02	1.62	$4.88 \cdot 10^{-2}$	$2.74 \cdot 10^{-2}$	0.50	0.55	454508.3
LQ 1/2 + Vor.	1.89	1.42	$4.47 \cdot 10^{-2}$	$1.95 \cdot 10^{-2}$	0.49	0.43	602394.1

 $\xi_2(t)$ 

**Tabelle 4.4:** Effektivwerte bei der *semiaktiven* LQ-Regelung, stochastische Fahrbananregung nach Abbildung 2.10,  $\xi_2(t)$

der Hybriden-Dämpfung mit  $\alpha = 1$ , sind in der Größenordnung des *semiaktiven LQ 1/2 mit Vorschau* Reglers, allerdings bei deutlich kleineren Effektivwerten der Radeinfederung und geringeren bezogenen Radlastschwankungen. Letztere sind in der Größenordnung des passiven Fahrzeugs.

Durch die Wahl des Gewichtungsvektors  $\underline{\rho}_2$  sollen bei der *semiaktiven* LQ-Regelung die Radeinfederwege, bei gleichbleibendem Komfort und Fahrsicherheit, reduziert werden. Ein Blick in Tabelle 4.3, in die Zeilen der *semiaktiven* LQ-Regelung mit der Gewichtung  $\underline{\rho}_2$ , zeigt, dass durch die Erhöhung der Gewichte  $\rho_{2,2}$  und  $\rho_{2,6}$  zusätzlich zur Reduktion der Radeinfederwege, auch die Beschleunigungen verringert werden. Die *semiaktiven LQ 1/4* und *LQ 1/2 mit Vorschau* Regler weisen beide deutlich kleinere Effektivwerte der Beschleunigungen auf, auch die Radeinfederwege können verkleinert werden. Diese sind beim *semiaktiven LQ 1/2 mit Vorschau* Regler in die Größenordnung der Hybriden-Dämpfung ( $\alpha = 0.8$ ). Die Differenz beträgt an der Vorderachse 5% bzw. 14% an der Hinterachse. Die resultierenden bezogenen Radlastschwankungen der *semiaktiven* Regler ( $\underline{\rho}_2$ ) sind deutlich größer als jene bei der Hybriden-Dämpfung ( $\alpha = 0.8$ ). Diese sind im letzteren Fall in der Größenordnung des *passiven* Fahrzeugs. Damit tritt bei der *semiaktiven* LQ-Regelung mit  $\underline{\rho}_1$  und  $\underline{\rho}_2$ , im Gegensatz zur Hybriden-Dämpfung mit  $\alpha = 0.8$  und  $\alpha = 1$ , keine Erhöhung der Fahrsicherheit auf.

Bei der Gewichtung mit  $\underline{\rho}_3$  können die bezogenen Radlastschwankungen auf das Maß des passiven Fahrzeugs reduziert werden. Dies geschieht allerdings zu Lasten des Komforts. Der *semiaktive LQ 1/2 mit Vorschau* Regler, er schneidet am besten aller *semiaktiven* LQ-Regler ab, kann die Effektivwerte der Hub- und Nickbeschleunigung um 25% verringern.

Tabelle 4.4 resultiert aus der Fahrt über eine „schlechte“ stochastische Fahrbahnanregung  $\xi_2(t)$ . Die prozentualen Unterschiede der einzelnen Regler bewegen sich in der gleichen Größenordnung wie im Falle der „guten“ Fahrbahn, allerdings sind die bezogenen, absoluten Größen des *passiven* Fahrzeugs deutlich größer. Auch bei der „schlechten“ Fahrbahn ist der *semiaktive LQ 1/2 mit Vorschau* Regler der beste aller *semiaktiven* LQ-Regler.

Die Ergebnisse aus Tabelle 4.3 und 4.4 zeigen, dass auch bei der stochastischen Fahrbahnanregung die Skyhook-Regler (Hybride-Dämpfung) in beiden Fällen ( $\xi_1, \xi_2$ ) den *semiaktiven* LQ-Reglern überlegen sind. Die Effektivwerte der Hub- und Nickbeschleunigung und die der bezogenen Radlastschwankungen sind bei der Hybriden-Dämpfung kleiner als bei der *semiaktiven* LQ-Regelung.

# Kapitel 5

## Zusammenfassung und Ausblick

### 5.1 Zusammenfassung

Als Grundlage für die entwickelten Regelungskonzepte dienten die vorgestellten Halb- und Viertelfahrzeugmodelle. Auf diesen basierend wurden *aktive* und *semiaktive* Konzepte zur Regelung eines Halbfahrzeugs vorgestellt, wobei letztere sich dadurch unterscheiden, dass die Regelung keine zusätzliche Energie benötigt.

Als Fahrbahnanregungen, diese werden als Störungen modelliert, wurden Einzelhindernisse und die stochastische Fahrbahnanregung verwendet.

Durch den Einsatz der *aktiven* LQ-Regelung konnten Hub- und Nickbeschleunigungen auf einen Wert von  $< 5\%$  des *passiven* Fahrzeugs verringert werden, allerdings bei gleichzeitiger Verdoppelung der bezogenen Radaufstandskräfte. In einem weiteren Schritt wurde der Gewichtungsvektor dahingehend modifiziert, sodass sich die bezogenen Radaufstandskräfte im Vergleich zum *passiven* Fahrzeug nicht erhöhen. Hub- und Nickbeschleunigungen konnten bei dieser Gewichtung halbiert werden.

Abhängig von der Art der Störung und den Modellparametern unterscheiden sich die *aktiven* LQ-Regler in ihren Ergebnissen. Für Fahrzeuge mit einer Entkopplung von  $\epsilon_m < 20\%$  weisen die *LQ 1/4* und *LQ 1/4 mit Vorschau* Regler eine bessere Regelungsgüte als die *LQ 1/2* Regler auf. Bei der *Regelung mit Vorschau* wird die Hinterachse des Fahrzeugs vorausschauend, mit der an der Vorderachse detektierten Störung der Fahrbahn, geregelt. Die Vorschau hat nur im Falle des *LQ 1/4* Reglers eine Verbesserung gebracht, beim *LQ 1/2* Regler mit Vorschau konnte sogar eine Verschlechterung der resultierenden Hubbeschleunigungen festgestellt werden.

Die Variation der Modellparameter, mit dem Ziel den Grad der Entkopplung  $\epsilon_m$  zu verändern, resultierte in einem entkoppelten und gekoppelten

Fahrzeug. Simulationen der Fahrzeuge bei der Fahrt über Einzelhindernisse zeigten, dass der  $LQ$   $1/4$  Regler sehr empfindlich auf den Grad der Entkopplung reagiert, wohingegen der  $LQ$   $1/2$  Regler sich als robust gegenüber Änderungen der Fahrzeugkonfiguration herausstellte.

Die Skyhook-Regelung und ihre Abwandlungen als Groundhook und der Hybriden-Dämpfung wurden vorgestellt. Diese Regelungskonzepte unterscheiden sich deutlich von den bisher vorstellten, da sie nicht auf dem Prinzip der Minimierung einer Kostenfunktion, sondern auf einer Fallunterscheidung der Relativgeschwindigkeiten zwischen den Aufbau- und Radmassen basieren. Mit der Hybriden-Dämpfung, als Kombination von Sky- und Groundhook, war es möglich, den Komfort zu steigern, den Radeinfederweg zu beschränken und die bezogenen Radlastschwankungen zu verringern. Im Falle von Einzelhindernissen konnten bei der Hybriden-Dämpfung die maximal auftretenden Beschleunigungsamplituden halbiert werden.

In einem weiteren Schritt wurde die *semiaktive*  $LQ$ -Regelung aus dem Regelungsgesetz des *aktiven*  $LQ$ -Reglers abgeleitet. Dazu wird aus den resultierenden Stellgrößen des  $LQ$ -Reglers, unter der Einschränkung, dass der Dämpfer nur kinetische in thermische Energie umwandelt, die Umschaltlogik des variabel einstellbaren Dämpfers des *semiaktiven* Fahrwerks bestimmt. Diese Regelung erwies sich bei der Störung durch Einzelhindernisse als nachteilig und nicht praktikabel. Bei Simulationsfahrten über eine stochastische Fahrbahnanregung konnten die Effektivwerte der Beschleunigungen um mehr als 50 % verringert werden, allerdings mit dem Nachteil, dass die bezogenen Radlastschwankungen auf den doppelten Wert des passiven Fahrzeugs angestiegen sind und sich die effektiven Radeinfederwege um 60 % vergrößert haben. Als Vergleich dazu konnten bei der Hybriden-Dämpfung ( $\alpha = 0.8$ ) die Beschleunigungen um ein Viertel verringert werden, bei einer gleichzeitigen Vergrößerung der Radeinfederwege um 40 %. Vorteilhaft gegenüber den *semiaktiven*  $LQ$ -Reglern war, dass bei der Hybriden-Dämpfung ( $\alpha = 0.8$ ) keine Erhöhung der bezogenen Radlastschwankungen auftrat.

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass für den Fall der *semiaktiven* Fahrwerksregelung das Konzept der Hybriden-Dämpfung dem hier vorgestellten *semiaktiven*  $LQ$ -Reglern klar im Vorteil ist. Sowohl bei Einzelhindernissen, als auch bei stochastischen Fahrbahnunebenheiten konnten mit der Hybriden-Dämpfung Hub- und Nickbeschleunigungen minimiert, die Radeinfederwege beschränkt und die bezogenen Radlastschwankungen konstant gehalten bzw. verringern werden.

## 5.2 Ausblick

Für weiterführende Arbeiten zu diesem Thema werden folgende Anmerkungen und Vorschläge gemacht:

**Diskretisieren der Modelle und Regler:** Die Zustandsraummodelle und Regelungskonzepte in dieser Diplomarbeit sind linear und zeitkontinuierlich. Um diese in einem Fahrzeugsteuerungsgerät zu realisieren, müssen diese einem ersten Schritt diskretisiert werden.

**MPC-Regelung:** Die Kombination der beiden *semiaktiven* Regelungskonzepte könnte durch eine Modellprädiktive Regelung<sup>1</sup> realisiert werden. Dabei prädiziert und optimiert der Regler in jedem Zeitschritt das resultierende Modellverhalten. Auch die Einführung von Beschränkungen<sup>2</sup>, sowohl der Stellgrößen als auch der Zustände ist dabei möglich. In [3] wird dies für ein Viertelfahrzeug untersucht. Ein weiterer Schritt könnte die Hinzunahme einer bekannten Störung, diese wird an der Vorderachse detektiert, in den Regelungsentwurf des MPCs sein (Vorschau).

**Kennlinienfeld und Dynamik des Dämpfers:** Eine weitere Problemstellung ist die Implementierung dieser Regelungsgesetze in einem realen Fahrzeug. Dabei gilt es beispielsweise das Kennlinienfeld des variablen Dämpfers und die Dynamik der Verstellung zu beachten (Bandbreite). Beide stellen eine Einschränkungen für den Regler dar und müssen im Entwurf berücksichtigt werden.

**Nichtlinearitäten:** Die in dieser Diplomarbeit vorgestellten Modelle und Regler sind *linear*. Es stellt sich die Frage wie sich Nichtlinearitäten auf das Regelungsverhalten und die Beobachtung der Zustände auswirken. Darüber hinaus gilt es festzustellen, ob die Detektion der Fahrbahn an der Vorderachse durch einen geschätzten Zustandsvektor möglich ist.

---

<sup>1</sup>engl. MPC: Model Predictive Control

<sup>2</sup>engl. constraints

## Anhang A

# Analytische Lösung der Gewichtungsmatrizen

### Gewichtungsmatrizen der Viertelfahrzeugregelung

$$\mathbf{Q}_V = \begin{bmatrix} \rho_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{k_2^2}{m_2^2} + \rho_4 & -\frac{k_2 c_2}{m_2} & -\frac{k_2^2}{m_2} \\ 0 & -\frac{k_2 c_2}{m_2} & \frac{c_2^2}{m_2} + \rho_1 & \frac{k_2 c_2}{m_2} \\ 0 & -\frac{k_2^2}{m_2} & \frac{c_2 k_2}{m_2} & \frac{k_2^2}{m_2} + \rho_2 \end{bmatrix} \quad (\text{A.1})$$

$$\mathbf{N}_V = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{k_2}{m_2} \\ -\frac{c_2}{m_2} \\ -\frac{k_2}{m_2} \end{bmatrix} \quad (\text{A.2})$$

$$\mathbf{R}_V = \begin{bmatrix} \frac{1}{m_2} \end{bmatrix} \quad (\text{A.3})$$

### Gewichtungsmatrizen der Halffahrzeugregelung

$$\mathbf{Q}_H = \begin{bmatrix} \rho_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \rho_8 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & q_{H3,3} & q_{H3,4} & q_{H3,5} & q_{H3,6} & q_{H3,7} & q_{H3,8} \\ 0 & 0 & q_{H4,3} & q_{H4,4} & q_{H4,5} & q_{H4,6} & q_{H4,7} & q_{H4,8} \\ 0 & 0 & q_{H5,3} & q_{H5,4} & q_{H5,5} & q_{H5,6} & q_{H5,7} & q_{H5,8} \\ 0 & 0 & q_{H6,3} & q_{H6,4} & q_{H6,5} & q_{H6,6} & q_{H6,7} & q_{H6,8} \\ 0 & 0 & q_{H7,3} & q_{H7,4} & q_{H7,5} & q_{H7,6} & q_{H7,7} & q_{H7,8} \\ 0 & 0 & q_{H8,3} & q_{H8,4} & q_{H8,5} & q_{H8,6} & q_{H8,7} & q_{H8,8} \end{bmatrix} \quad (\text{A.4})$$

$$\begin{aligned}
q_{H_{3,3}} &= \left(\frac{k_{2v}}{m_2}\right)^2 + \rho_1 \left(\frac{k_{2v}l_{2v}}{J_{2y}}\right)^2 + \rho_5 \\
q_{H_{3,4}} &= \frac{k_{2v}k_{2h}}{m_2^2} - \frac{k_{2v}l_{2v}k_{2h}l_{2h}}{J_{2y}^2} \rho_1 \\
q_{H_{3,5}} &= -\frac{k_{2v}c_{2v}}{m_2^2} - \frac{k_{2v}l_{2v}c_{2v}l_{2v}}{J_{2y}^2} \rho_1 \\
q_{H_{3,6}} &= \frac{k_{2v}l_{2v}c_{2h}l_{2h}}{J_{2y}^2} \rho_1 - \frac{k_{2v}c_{2h}}{m_2^2} \\
q_{H_{3,7}} &= -\frac{k_{2v}}{m_2} \left(\frac{k_{2v}}{m_2} + \frac{k_{2h}}{m_2}\right) - \frac{k_{2v}l_{2v}}{J_{2y}} \rho_1 \left(\frac{k_{2v}l_{2v}}{J_{2y}} - \frac{k_{2h}l_{2h}}{J_{2y}}\right) \\
q_{H_{3,8}} &= \frac{k_{2v}}{m_2} \left(\frac{k_{2h}l_{2v}}{m_2} - \frac{k_{2h}l_{2h}}{m_2}\right) + \frac{k_{2v}l_{2v}}{J_{2y}} \rho_1 \left(\frac{k_{2v}l_{2v}^2}{J_{2y}} + \frac{k_{2h}l_{2h}^2}{J_{2y}}\right) \\
q_{H_{4,3}} &= \frac{k_{2v}k_{2h}}{m_2^2} - \frac{k_{2v}l_{2v}k_{2h}l_{2h}}{J_{2y}^2} \rho_1 \\
q_{H_{4,4}} &= \left(\frac{k_{2h}}{m_2}\right)^2 + \rho_1 \left(\frac{k_{2h}l_{2h}}{J_{2y}}\right)^2 + \rho_9 \\
q_{H_{4,5}} &= \frac{k_{2h}l_{2h}c_{2v}l_{2v}}{J_{2y}^2} \rho_1 - \frac{c_{2v}k_{2h}}{m_2^2} \\
q_{H_{4,6}} &= -\frac{c_{2h}k_{2h}}{m_2^2} - \frac{k_{2h}l_{2h}c_{2h}l_{2h}}{J_{2y}^2} \rho_1 \\
q_{H_{4,7}} &= \frac{k_{2h}l_{2h}}{J_{2y}} \rho_1 \left(\frac{k_{2v}l_{2v}}{J_{2y}} - \frac{k_{2h}l_{2h}}{J_{2y}}\right) - \frac{k_{2h}}{m_2} \left(\frac{k_{2v}}{m_2} + \frac{k_{2h}}{m_2}\right) \\
q_{H_{4,8}} &= \frac{k_{2h}}{m_2} \left(\frac{k_{2h}l_{2v}}{m_2} - \frac{k_{2h}l_{2h}}{m_2}\right) - \frac{k_{2h}l_{2h}}{J_{2y}} \rho_1 \left(\frac{k_{2v}l_{2v}^2}{J_{2y}} + \frac{k_{2h}l_{2h}^2}{J_{2y}}\right) \\
q_{H_{5,3}} &= -\frac{k_{2v}c_{2v}}{m_2^2} - \frac{k_{2v}l_{2v}c_{2v}l_{2v}}{J_{2y}^2} \rho_1 \\
q_{H_{5,4}} &= \frac{k_{2h}l_{2h}c_{2v}l_{2v}}{J_{2y}^2} \rho_1 - \frac{c_{2v}k_{2h}}{m_2^2} \\
q_{H_{5,5}} &= \left(\frac{c_{2v}}{m_2}\right)^2 + \rho_1 \left(\frac{c_{2v}l_{2v}}{J_{2y}}\right)^2 + \rho_2 \\
q_{H_{5,6}} &= \frac{c_{2v}c_{2h}}{m_2^2} - \frac{c_{2v}l_{2v}c_{2h}l_{2h}}{J_{2y}^2} \rho_1 \\
q_{H_{5,7}} &= \frac{c_{2v}}{m_2} \left(\frac{k_{2v}}{m_2} + \frac{k_{2h}}{m_2}\right) + \frac{c_{2v}l_{2v}}{J_{2y}} \rho_1 \left(\frac{k_{2v}l_{2v}}{J_{2y}} - \frac{k_{2h}l_{2h}}{J_{2y}}\right) \\
q_{H_{5,8}} &= -\frac{c_{2v}}{m_2} \left(\frac{k_{2h}l_{2v}}{m_2} - \frac{k_{2h}l_{2h}}{m_2}\right) - \frac{c_{2v}l_{2v}}{J_{2y}} \rho_1 \left(\frac{k_{2v}l_{2v}^2}{J_{2y}} + \frac{k_{2h}l_{2h}^2}{J_{2y}}\right)
\end{aligned}$$

$$q_{H6,3} = \frac{k_{2v}l_{2v}c_{2h}l_{2h}}{J_{2y}^2}\rho_1 - \frac{k_{2v}c_{2h}}{m_2^2}$$

$$q_{H6,4} = -\frac{c_{2h}k_{2h}}{m_2^2} - \frac{k_{2h}l_{2h}c_{2h}l_{2h}}{J_{2y}^2}\rho_1$$

$$q_{H6,5} = \frac{c_{2v}c_{2h}}{m_2^2} - \frac{c_{2v}l_{2v}c_{2h}l_{2h}}{J_{2y}^2}\rho_1$$

$$q_{H6,6} = \left(\frac{c_{2h}}{m_2}\right)^2 + \rho_1 \left(\frac{c_{2h}l_{2h}}{J_{2y}}\right)^2 + \rho_6$$

$$q_{H6,7} = \frac{c_{2h}}{m_2} \left(\frac{k_{2v}}{m_2} + \frac{k_{2h}}{m_2}\right) - \frac{c_{2h}l_{2h}}{J_{2y}}\rho_1 \left(\frac{k_{2v}l_{2v}}{J_{2y}} - \frac{k_{2h}l_{2h}}{J_{2y}}\right)$$

$$q_{H6,8} = \frac{c_{2h}l_{2h}}{J_{2y}}\rho_1 \left(\frac{k_{2v}l_{2v}^2}{J_{2y}} + \frac{k_{2h}l_{2h}^2}{J_{2y}}\right) - \frac{c_{2h}}{m_2} \left(\frac{k_{2h}l_{2v}}{m_2} - \frac{k_{2h}l_{2h}}{m_2}\right)$$

$$q_{H7,3} = -\frac{k_{2v}}{m_2} \left(\frac{k_{2v}}{m_2} + \frac{k_{2h}}{m_2}\right) - \frac{k_{2v}l_{2v}}{J_{2y}}\rho_1 \left(\frac{k_{2v}l_{2v}}{J_{2y}} - \frac{k_{2h}l_{2h}}{J_{2y}}\right)$$

$$q_{H7,4} = \frac{k_{2h}l_{2h}}{J_{2y}}\rho_1 \left(\frac{k_{2v}l_{2v}}{J_{2y}} - \frac{k_{2h}l_{2h}}{J_{2y}}\right) - \frac{k_{2h}}{m_2} \left(\frac{k_{2v}}{m_2} + \frac{k_{2h}}{m_2}\right)$$

$$q_{H7,5} = \frac{c_{2v}}{m_2} \left(\frac{k_{2v}}{m_2} + \frac{k_{2h}}{m_2}\right) + \frac{c_{2v}l_{2v}}{J_{2y}}\rho_1 \left(\frac{k_{2v}l_{2v}}{J_{2y}} - \frac{k_{2h}l_{2h}}{J_{2y}}\right)$$

$$q_{H7,6} = \frac{c_{2h}}{m_2} \left(\frac{k_{2v}}{m_2} + \frac{k_{2h}}{m_2}\right) - \frac{c_{2h}l_{2h}}{J_{2y}}\rho_1 \left(\frac{k_{2v}l_{2v}}{J_{2y}} - \frac{k_{2h}l_{2h}}{J_{2y}}\right)$$

$$q_{H7,7} = \rho_7 + \left(\frac{k_{2v}}{m_2} + \frac{k_{2h}}{m_2}\right)^2 + \rho_1 \left(\frac{k_{2v}l_{2v}}{J_{2y}} - \frac{k_{2h}l_{2h}}{J_{2y}}\right)^2$$

$$q_{H7,8} = -\left(\frac{k_{2v}}{m_2} + \frac{k_{2h}}{m_2}\right) \left(\frac{k_{2h}l_{2v}}{m_2} - \frac{k_{2h}l_{2h}}{m_2}\right) - \rho_1 \left(\frac{k_{2v}l_{2v}^2}{J_{2y}} + \frac{k_{2h}l_{2h}^2}{J_{2y}}\right) \left(\frac{k_{2v}l_{2v}}{J_{2y}} - \frac{k_{2h}l_{2h}}{J_{2y}}\right)$$

$$q_{H8,3} = \frac{k_{2v}}{m_2} \left(\frac{k_{2h}l_{2v}}{m_2} - \frac{k_{2h}l_{2h}}{m_2}\right) + \frac{k_{2v}l_{2v}}{J_{2y}}\rho_1 \left(\frac{k_{2v}l_{2v}^2}{J_{2y}} + \frac{k_{2h}l_{2h}^2}{J_{2y}}\right)$$

$$q_{H8,4} = \frac{k_{2h}}{m_2} \left(\frac{k_{2h}l_{2v}}{m_2} - \frac{k_{2h}l_{2h}}{m_2}\right) - \frac{k_{2h}l_{2h}}{J_{2y}}\rho_1 \left(\frac{k_{2v}l_{2v}^2}{J_{2y}} + \frac{k_{2h}l_{2h}^2}{J_{2y}}\right)$$

$$q_{H8,5} = -\frac{c_{2v}}{m_2} \left(\frac{k_{2h}l_{2v}}{m_2} - \frac{k_{2h}l_{2h}}{m_2}\right) - \frac{c_{2v}l_{2v}}{J_{2y}}\rho_1 \left(\frac{k_{2v}l_{2v}^2}{J_{2y}} + \frac{k_{2h}l_{2h}^2}{J_{2y}}\right)$$

$$q_{H8,6} = \frac{c_{2h}l_{2h}}{J_{2y}}\rho_1 \left(\frac{k_{2v}l_{2v}^2}{J_{2y}} + \frac{k_{2h}l_{2h}^2}{J_{2y}}\right) - \frac{c_{2h}}{m_2} \left(\frac{k_{2h}l_{2v}}{m_2} - \frac{k_{2h}l_{2h}}{m_2}\right)$$

$$q_{H8,7} = -\left(\frac{k_{2v}}{m_2} + \frac{k_{2h}}{m_2}\right) \left(\frac{k_{2h}l_{2v}}{m_2} - \frac{k_{2h}l_{2h}}{m_2}\right) - \rho_1 \left(\frac{k_{2v}l_{2v}^2}{J_{2y}} + \frac{k_{2h}l_{2h}^2}{J_{2y}}\right) \left(\frac{k_{2v}l_{2v}}{J_{2y}} - \frac{k_{2h}l_{2h}}{J_{2y}}\right)$$

$$q_{H8,8} = \rho_3 + \rho_1 \left(\frac{k_{2v}l_{2v}^2}{J_{2y}} + \frac{k_{2h}l_{2h}^2}{J_{2y}}\right)^2 + \left(\frac{k_{2h}l_{2v}}{m_2} - \frac{k_{2h}l_{2h}}{m_2}\right)^2$$

$$\mathbf{N}_H = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ n_{H3,1} & n_{H3,2} \\ n_{H4,1} & n_{H4,2} \\ n_{H5,1} & n_{H5,2} \\ n_{H6,1} & n_{H6,2} \\ n_{H7,1} & n_{H7,2} \\ n_{H8,1} & n_{H8,2} \end{bmatrix} \quad (\text{A.5})$$

$$n_{H3,1} = \frac{k_{2v}}{m_2^2} - \frac{k_{2v}l_{2v}l_{2h}}{J_{2y}^2} \rho_1$$

$$n_{H4,1} = \frac{k_{2h}}{m_2^2} + \frac{k_{2h}l_{2h}l_{2h}}{J_{2y}^2} \rho_1$$

$$n_{H5,1} = \frac{c_{2v}l_{2v}l_{2h}}{J_{2y}^2} \rho_1 - \frac{c_{2v}}{m_2^2}$$

$$n_{H6,1} = -\frac{c_{2h}}{m_2^2} - \frac{c_{2h}l_{2h}l_{2h}}{J_{2y}^2} \rho_1$$

$$n_{H7,1} = \frac{l_{2h}}{J_{2y}} \rho_1 \left( \frac{k_{2v}l_{2v}}{J_{2y}} - \frac{k_{2h}l_{2h}}{J_{2y}} \right) - \frac{1}{m_2} \left( \frac{k_{2v}}{m_2} + \frac{k_{2h}}{m_2} \right)$$

$$n_{H8,1} = \frac{1}{m_2} \left( \frac{k_{2h}l_{2v}}{m_2} - \frac{k_{2h}l_{2h}}{m_2} \right) - \frac{l_{2h}}{J_{2y}} \rho_1 \left( \frac{k_{2v}l_{2v}^2}{J_{2y}} + \frac{k_{2h}l_{2h}^2}{J_{2y}} \right)$$

$$n_{H3,2} = \frac{k_{2v}}{m_2^2} + \frac{k_{2v}l_{2v}l_{2v}}{J_{2y}^2} \rho_1$$

$$n_{H4,2} = \frac{k_{2h}}{m_2^2} - \frac{k_{2h}l_{2h}l_{2v}}{J_{2y}^2} \rho_1$$

$$n_{H5,2} = -\frac{c_{2v}}{m_2^2} - \frac{c_{2v}l_{2v}l_{2v}}{J_{2y}^2} \rho_1$$

$$n_{H6,2} = \frac{c_{2h}l_{2h}l_{2v}}{J_{2y}^2} \rho_1 - \frac{c_{2h}}{m_2^2}$$

$$n_{H7,2} = -\frac{1}{m_2} \left( \frac{k_{2v}}{m_2} + \frac{k_{2h}}{m_2} \right) - \frac{l_{2v}}{J_{2y}} \rho_1 \left( \frac{k_{2v}l_{2v}}{J_{2y}} - \frac{k_{2h}l_{2h}}{J_{2y}} \right)$$

$$n_{H8,2} = \frac{1}{m_2} \left( \frac{k_{2h}l_{2v}}{m_2} - \frac{k_{2h}l_{2h}}{m_2} \right) + \frac{l_{2v}}{J_{2y}} \rho_1 \left( \frac{k_{2v}l_{2v}^2}{J_{2y}} + \frac{k_{2h}l_{2h}^2}{J_{2y}} \right)$$

$$\mathbf{R}_H = \begin{bmatrix} \frac{1}{m_2^2} + \rho_1 \left( \frac{l_{2v}}{J_{2y}} \right)^2 & \frac{1}{m_2^2} - \frac{l_{2v}l_{2h}}{J_{2y}^2} \rho_1 \\ \frac{1}{m_2^2} - \frac{l_{2v}l_{2h}}{J_{2y}^2} \rho_1 & \frac{1}{m_2^2} + \rho_1 \left( \frac{l_{2h}}{J_{2y}} \right)^2 \end{bmatrix} \quad (\text{A.6})$$

## Anhang B

# Gewichtungsmatrizen

### Gewichtungsvektor

$$\rho_1 = [3, 0.4, 0.16, 0.4, 0.16, 0.4, 0.16, 0.4, 0.16]^T$$

### Gewichtungsmatrizen

Qv =

1.0e+03 \*

0.0004	0	0	0
0	0.1103	-0.4845	-0.1101
0	-0.4845	2.1324	0.4845
0	-0.1101	0.4845	0.1103

Rv =

4.4050e-06

Qh =

1.0e+04 \*

0.0000	0	0	0
0	0.0052	-0.0966	-0.0052
0	-0.0966	1.7872	0.0966
0	-0.0052	0.0966	0.0052

Rh =

3.2637e-06

Qhalf =

1.0e+04 \*

0.0000	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0.0000	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0.0064	-0.0019	-0.0282	0.0348	-0.0045	0.0110	
0	0	-0.0019	0.0050	0.0083	-0.0927	-0.0031	-0.0110	
0	0	-0.0282	0.0083	0.1241	-0.1532	0.0199	-0.0486	
0	0	0.0348	-0.0927	-0.1532	1.7145	0.0579	0.2033	
0	0	-0.0045	-0.0031	0.0199	0.0579	0.0077	-0.0001	
0	0	0.0110	-0.0110	-0.0486	0.2033	-0.0001	0.0325	

Rhalf =

1.0e-05 \*

0.2564	-0.0941
-0.0941	0.3131

## Anhang C

# Variation der Modellparameter

Die Kalkulation zur Variation der Modellparameter wurde mit der feinen Software *SMath Studio* [21] durchgeführt.

## Vehicle Parameters\_variation

Masse Gesamtfahrzeug

$$m_{ges} := 2300$$

ungefederte Masse

$$m_1 := 60$$

$$m_{1v} = m_{1h} = m_1$$

Traegheitsmoment Aufbau

$$J_y := 3700$$

$$l_{2v} := 1,36$$

$$l_{2h} := 1,58$$

$$l := l_{2v} + l_{2h}$$

$$l = 2,94$$

$$i_{r2} := \frac{J_y}{m_{ges}}$$

$$i_{r2} = 1,6087$$

Halbfahrzeug

$$m_2 := \frac{(m_{ges} - 4 \cdot m_1)}{2}$$

$$m_2 = 1030$$

$$J_{2y} := \frac{J_y}{2}$$

$$J_{2y} = 1850$$

GEKOPPELT (m<sub>2k</sub>≠0) Index 1

$$i_{r2\_1} := \frac{J_{2y}}{m_2}$$

$$i_{r2\_1} = 1,7961$$

$$m_{2k\_1} := m_2 \cdot \left( 1 - \frac{i_{r2\_1}}{(l_{2v} \cdot l_{2h})} \right)$$

$$m_{2k\_1} = 169,0544$$

$$m_{2v\_1} := m_2 \cdot \frac{i_{r2\_1}}{(1 \cdot l_{2v})}$$

$$m_{2v\_1} = 462,6851$$

$$m_{2h\_1} := m_2 \cdot \frac{i_{r2\_1}}{(1 \cdot l_{2h})}$$

$$m_{2h\_1} = 398,2606$$

$$m_{2k\_1} + m_{2v\_1} + m_{2h\_1} = 1030$$

Schwerpunktslage

$$l_{2v\_1} := m_{2h\_1} \cdot \frac{1}{(m_{2v\_1} + m_{2h\_1})}$$

$$l_{2v\_1} = 1,36$$

$$l_{2h\_1} := 1 - l_{2v\_1}$$

$$l_{2h\_1} = 1,58$$

MassenträgheitsmomentAufbau m2

$$J2y\_1 := m2v\_1 \cdot l2v\_1^2 + m2h\_1 \cdot l2h\_1^2 \quad J2y\_1 = 1850$$

$$\text{entkopplung\_1} := \frac{(m2 \cdot l2v\_1 \cdot l2h\_1)}{J2y\_1} \cdot 100 - 100$$

entkopplung\_1= 19,6359

Entkopplung trifft nicht zu ...

Annahme ENTKOPPELT (m2k=0) (Index 1\_2)

[Butsuen] Viertelfahrzeug Massen

$$m2v\_1\_2 := m2 \cdot \frac{l2v}{l} \quad m2v\_1\_2 = 476,4626$$

$$m2h\_1\_2 := m2 \cdot \frac{l2h}{l} \quad m2h\_1\_2 = 553,5374$$

Vorderachse um m\_star\_v entlasten (Index 3)

Hinterachse um m\_star\_h belasten

Vorzeichen von m\_star\_v/h gibt an ob be- oder entlastet wird!

$$m\_star\_v := -40 \quad m\_star\_h := 215$$

MassenträgheitsmomentAufbau m2

$$J2y\_3 := J2y + m\_star\_v \cdot l2v^2 + m\_star\_h \cdot l2h^2 \quad J2y\_3 = 2312,742$$

$$m2\_3 := m2 + m\_star\_v + m\_star\_h \quad m2\_3 = 1205$$

Schwerpunktslage

$$x\_s\_3 := \frac{(m\_star\_v \cdot l2v + m\_star\_h \cdot (-l2h))}{m2\_3} \quad x\_s\_3 = -0,3271$$

$$l2v\_3 := l2v - x\_s\_3 \quad l2v\_3 = 1,6871$$

$$l2h\_3 := l2h + x\_s\_3 \quad l2h\_3 = 1,2529$$

$$l2v\_3 + l2h\_3 = 2,94$$

$$\text{entkopplung}_3 = \frac{((m2\_3) \cdot l2v\_3 \cdot l2h\_3)}{J2y\_3} \cdot 100 - 100$$

$$\text{entkopplung}_3 = 10,1339$$

Entkopplung trifft nicht zu ...

GEKOPPELT (m2k≠0)

$$ir2\_3 := \frac{J2y\_3}{m2\_3}$$

$$ir2\_3 = 1,9193$$

$$m2k\_3 := m2\_3 \cdot \left( 1 - \frac{ir2\_3}{(l2v\_3 \cdot l2h\_3)} \right)$$

$$m2k\_3 = 110,8778$$

$$m2v\_3 := m2\_3 \cdot \frac{ir2\_3}{(1 \cdot l2v\_3)}$$

$$m2v\_3 = 466,2844$$

$$m2h\_3 := m2\_3 \cdot \frac{ir2\_3}{(1 \cdot l2h\_3)}$$

$$m2h\_3 = 627,8378$$

$$m2k\_3 + m2v\_3 + m2h\_3 - m2\_3 = -1,4835 \cdot 10^{-13}$$

m2 im SP vergrößern (Index 4)

$$m2\_4 := m2 + 100$$

$$m2\_4 = 1130$$

Massenträgheitsmoment Aufbau m2

$$J2y\_4 := m2\_4 \cdot ir2$$

$$J2y\_4 = 1817,8261$$

Schwerpunktslage bleibt gleich

$$\text{entkopplung}_4 = \frac{((m2\_4) \cdot l2v \cdot l2h)}{J2y\_4} \cdot 100 - 100$$

$$\text{entkopplung}_4 = 33,5741$$

Entkopplung trifft nicht zu ...

GEKOPPELT (m2k≠0) Index 1

$$m2k\_4 := m2\_4 \cdot \left( 1 - \frac{ir2}{(l2v \cdot l2h)} \right)$$

$$m2k\_4 = 284,0273$$

$$m2v\_4 := m2\_4 \cdot \frac{ir2}{(1 \cdot l2v)}$$

$$m2v\_4 = 454,6384$$

$$m2h\_4 := m2\_4 \cdot \frac{ir2}{(1 \cdot l2h)}$$

$$m2h\_4 = 391,3343$$

$$m2k\_4 + m2v\_4 + m2h\_4 - m2\_4 = 0$$

# Quellenverzeichnis

## Literatur

- [1] M. Ahmadian und E. Blanchard. „Non-dimensionalised closed-form parametric analysis of semi-active vehicle suspensions using a quarter-car model“. In: *Vehicle System Dynamics* 49.1-2 (2011), S. 219–235 (siehe S. 67–69).
- [2] T. Butsuen. „The design of semi-active suspensions for automotive vehicles“. Diss. Massachusetts Institute of technology, Juni 1989 (siehe S. 29–31, 36, 37).
- [3] N. Giorgetti, A. Bemporad, H.E. Tsengz und D. Hrovat. „Hybrid Model Predictive Control Application Towards Optimal Semi-Active Suspension“. In: *Industrial Electronics, 2005. ISIE 2005. Proceedings of the IEEE International Symposium on*. Bd. 1. Juni 2005, S. 391–398 (siehe S. 86).
- [4] A. Hać. „Optimal Linear Preview Control of Active Vehicle Suspension“. In: *Proceedings of the 29th Conference on Decision and Control*. Honolulu, Hawaii, Dez. 1990 (siehe S. 46).
- [5] A. Hać und I. Youn. „Optimal Semi-Active Suspension with Preview Based on a Quarter Car Model“. In: *Journal of Vibration and Acoustics* 1.114 (1992), S. 84–92 (siehe S. 75, 77).
- [6] D. Hrovat. „Survey of Advanced Suspension Developments and Related Optimal Control Applications“. In: *Automatica* 33.10 (Okt. 1997), S. 1781–1817 (siehe S. 7, 14, 30).
- [7] R.G.M. Huisman. „Preview Estimation and Control for (Semi-) Active Suspensions“. Magisterarb. Technische Universiteit Eindhoven, 1992 (siehe S. 48).
- [8] S.I. Ihsan, M. Ahmadian, Waleed F. Faris und E.D. Blanchard. *Ride Performance Analysis of Half-Car Model for Semi-Active System Using RMS as Performance Criteria*. 2009 (siehe S. 14).

- [9] ISO. *ISO 8608:1995, Mechanische Schwingungen. Strassenoberflächenprofile. Darstellung von Messdaten*. EN. ISO Internationale Organisation für Normung, Sep. 1995 (siehe S. 11).
- [10] S. Jakubek. „Zustandsregelung von Mehrgrößensystemen“. Skriptum TU-Wien, Sommersemester 2011 (siehe S. 30, 48, 77).
- [11] W. Kortüm und P. Lugner. *Systemdynamik und Regelung von Fahrzeugen: Einführung und Beispiele*. Springer Berlin Heidelberg, 2012 (siehe S. 11, 12).
- [12] R. Krtolica und D. Hrovat. „Optimal active suspension control based on a half-car model: An analytical solution“. In: *Automatic Control, IEEE Transactions* 37.4 (Apr. 1992), S. 528–532 (siehe S. 7).
- [13] D.G. Luenberger. „Observing the state of a linear system“. In: *IEEE Trans. Mil. Electron.*, (Apr. 1964), 8:74–80 (siehe S. 48).
- [14] J. Lunze. *Optimale Regelung*. Springer-Lehrbuch. Springer Berlin Heidelberg, 2010, S. 281–331 (siehe S. 29).
- [15] J. Marzbanrad, G. Ahmadi, Y. Hojjat und H. Zohoor. „Optimal Active Control of Vehicle Suspension System Including Time Delay and Preview for Rough Roads“. In: *Journal of Vibration and Control* 8.7 (2002), S. 967–991 (siehe S. 46).
- [16] M. Mitschke und H. Wallentowitz. *Dynamik der Kraftfahrzeuge*. VDI-Buch. Springer, 2004 (siehe S. 4, 5, 7–9, 11, 15, 16, 20, 67).
- [17] P. Profos. *Handbuch der industriellen Messtechnik*. 6., durchges. u. korr. Aufl. Oldenbourg Verlag, München, Wien, 1994, S. 964–964 (siehe S. 14).
- [18] M. Rahman und G. Rideout. „Using the lead vehicle as preview sensor in convoy vehicle active suspension control“. In: *Vehicle System Dynamics: International Journal of Vehicle Mechanics and Mobility*, DOI:10.1080/00423114.2012.70780 (2012) (siehe S. 47).
- [19] G. Rideout und K.J. Wakeham. „Model complexity requirements in design of half car active suspension controllers.“ In: *Proceedings of ASME Dynamic Systems and Control Conference*. Arlington,VA, USA, 2011 (siehe S. 31, 32, 34).

## Online-Quellen

- [20] URL: [www.mathworks.com/help/matlab](http://www.mathworks.com/help/matlab) (besucht am 27.04.2014) (siehe S. 35).
- [21] URL: [www.smathstudio.com](http://www.smathstudio.com) (besucht am 31.05.2014) (siehe S. 93).