

Doctoral Thesis

NUMERICAL SIMULATION OF FATIGUE AND TENSILE TESTS ON ANCHORAGE SYSTEMS FOR PARALLEL STRAND STAY CABLE AND PRESTRESSING SYSTEMS

submitted in satisfaction of the requirements for the degree of
Doctor of Science in Civil Engineering
of the Vienna University of Technology, Faculty of Civil Engineering

Dissertation

NUMERISCHE SIMULATION VON VERANKERUNGEN PARALLEL- LITZIGER SCHRÄGKABEL- UND VORSPANNSYSTEME UNTER DAUERSCHWING- UND STATISCHER ZUGBELASTUNG

ausgeführt zum Zwecke der Erlangung des akademischen Grades eines
Doktors der technischen Wissenschaft
eingereicht an der Technischen Universität Wien Fakultät für Bauingenieurwesen
von

Dipl.-Ing. Johannes Novoszel
Matrikelnummer 0225129
Kundratstrasse 16/3/74, 1100 Wien

Gutachter: O.Univ.Prof. Dipl.-Ing. Dr.-Ing. M.Eng. Johann Kollegger
Institut für Tragkonstruktionen Betonbau, TU Wien
Karlsplatz 13/212-2, 1040 Wien

Gutachter: Prof. Dr.-Ing.habil. Ph.D. M.S. Dipl.-Ing. Kaspar J. Willam
Department of Civil and Environmental Engineering, UH
N110 Engineering Building 1, Houston, TX 77204-4003

Wien, am

Vorwort

Die Arbeit befasst sich mit der numerischen Simulation zur Analyse von Spannungs- und Deformationszuständen in Verankerungen von parallel-litzigen Schrägkabel- und Vorspannsystemen während Dauerschwing- und statischen Zugversuchen. Dieses Arbeitspaket ist Teil des von der Österreichischen Forschungsförderungs-GesmbH (FFG) unterstützten Forschungsvorhabens „Litzenzugglieder mit erhöhter Dauerschwingfestigkeit“.

An dieser Stelle darf ich mich bei allen bedanken, die mir bei der Erstellung der vorliegenden Dissertation geholfen haben.

Herrn o.Univ. Prof. Dipl.-Ing. Dr.-Ing. Johann Kollegger, M.Eng. danke ich für die Möglichkeit, mich als Projektassistent mit diesem sehr interessanten Themengebiet zu beschäftigen. Weiters bedanke ich mich für die Hilfsbereitschaft, wissenschaftliche Unterstützung und selbstverständlich für die Übernahme des Mitberichts.

Für sein Interesse an dieser Arbeit und die Übernahme des Mitberichts danke ich Herrn Prof. Dr.-Ing.habil. Ph.D. M.S. Dipl.-Ing. Kaspar J. Willam von der Universität Houston sehr herzlich.

Einen wichtigen Beitrag zum praktischen Teil dieser Arbeit leistete Herr Dipl.-Ing. Herbert Pardatscher, der durch seine Erfahrung und seinen Einfallsreichtum den Ablauf und die Dauer der zahlreichen Versuchsserien sehr positiv beeinflusste.

Herrn Ao.Univ.Prof. Dipl.-Ing. Dr.mont. Jürgen Stampfl möchte ich für die freundliche Unterstützung bei der Durchführung der metallographischen REM-Untersuchungen an Bruchproben am Institut für Werkstoffwissenschaft und Werkstofftechnologie an der TU Wien danken.

Für Ihren Einsatz möchte ich mich bei allen Bauingenieurstudenten bedanken, die in das Forschungsprojekt involviert waren, und damit einen Beitrag zu dieser Arbeit geleistet haben. Den Maschinenbaustudenten und den Assistenten aus dem Gebiet der numerischen Berechnungsmethoden, die mein Verständnis vorantrieben und damit zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben, möchte ich hiermit ebenfalls danken.

Herrn Prof. Hans-Peter Rossmanith vom Institut für Mechanik und Mechatronik an der TU Wien bin ich dankbar für die professionellen und sehr interessanten Vorlesungen, an denen ich teilnehmen durfte, bevor der brillante Bruchmechaniker am 26. Juni 2013 leider viel zu früh verstorben ist.

Frau Edith Schotkowsky möchte ich, neben den das Sekretariat betreffenden Aufgaben, besonders für Ihre linguistischen Emendationen aller schriftlichen Arbeiten danken. Den Hauptteil der Korrekturen übernahmen dankenswerterweise Julia Hajsan und Markus Gmoser.

Nicht zuletzt ein besonderes Dankeschön an meinen Arbeitskollegen Wolfgang Träger, der für die Organisation und die Abwicklung des experimentellen Teiles des Forschungsvorhabens zuständig war, und zudem für eine äußerst angenehme Arbeitsatmosphäre sorgte.

Ich danke meinen Eltern Rudolf und Gerlinde und meinem Bruder Wilfried, die mich stets unterstützt und gefördert haben. Abschließend danke ich meiner Freundin Vera für die anhaltende Unterstützung in allen Belangen. Danke!

Lebenslauf

Persönliche Daten:

Name: Johannes Novoszel
Geburtsdatum: 13.03.1982
Geburtsort: Güssing

Werdegang:

Seit 07/2010: Projektassistent / Wissenschaftlicher Mitarbeiter
am Institut für Tragkonstruktionen - Betonbau
der Technischen Universität Wien

06/2008: Abschluss des Studiums des Bauingenieurwesens

10/2002 - 06/2008: Studium des Bauingenieurwesens an der
Technischen Universität Wien

09/2001 - 04/2002: Wehrdienst in der Montecuccoli-Kaserne Güssing

1988 - 2001: Schulische Ausbildung
Abschluss mit der Hochschulreife an der
Höheren Technischen Bundeslehranstalt Pinkafeld

Kurzfassung

Im Zuge des FFG-Forschungsvorhabens „Litzenzugglieder mit erhöhter Dauerschwingfestigkeit“ konnte an der Technischen Universität Wien am Institut für Tragkonstruktionen-Betonbau die Resonanzprüfmaschine für Zugglieder optimiert werden, um Ermüdungs- und statische Zugversuche für Vorspannsysteme nach ETAG 013 sowie für Schrägkabelsysteme nach fib bulletin 30 durchzuführen. Getestete Parallellitzenkabelsysteme, welche auf der freien Länge aus parallelen Monolitzen bestehen und deren Kabelenden mittels Keilverankerungen fixiert sind, entsprechen aufgrund umfangreicher Systementwicklungen in Kombination mit erwähnten Regelwerken aktuell einem fortgeschrittenen Stand der Technik.

Zur Erfüllung der hohen technologischen und materiellen Qualitätskriterien ist neben den einzelnen Komponentenbauteilen deren Zusammenwirken während der gesamten Nutzungsdauer von Bedeutung, wobei die an den Auflagerenden angebauten Verankerungen den größten Einfluss auf die optimale Systemausnutzung des Spanngliedes haben. Zumal zeigen Erkenntnisse von durchgeführten Testserien an 7- bis 55-litzigen Schrägkabel- und Vorspannsystemen von *Träger* [TNK11] bzw. an Monosystemen von *Winkler et al.* [WGF13] eine überwiegende Anhäufung von Ermüdungsbruchpositionen innerhalb der Keilverankerungen. Grund dafür ist, neben der naturgemäßen Übertragung zyklischer, axialer Zugkräfte entlang des Spanngliedes, die erforderliche Aufnahme lokal konzentrierter Biegespannungen zufolge wind- und regeninduzierter Schwingungen im Zusammenspiel mit den lokalen Kerbeffekten in den Kontaktinteraktionszonen (KIZ) zwischen Stahlklemmkeilen und den 7-drähtigen Spannstaahlitzen.

Obwohl die Dauerschwingversuche – u.a. aufgrund des Zeitaufwandes, der aufwendigen Systeminstallation und der diffizilen Messvorgänge – einen hohen Arbeitsaufwand erfordern, sind ausschließlich Aussagen betreffend des Versagenszeitpunktes möglich. Die grundsätzlichen inneren mechanischen Vorgänge und Zusammenhänge bis hin zum Bruchvorgang innerhalb der KIZ sind experimentell nicht bestimmbar.

Eine Verbesserung der Systemausnutzung genannter Zuggliedsysteme ist damit insbesondere über eine Optimierung der Verankerungsdetails zu erreichen und soll Gegenstand dieser Arbeit sein. Dafür werden mittels Finite Elemente Methode (FEM) durchgeführte Validierungs- und Zulassungsversuche begleitend mit dem Fokus auf kritische Systembauteile rechnerisch simuliert.

Die bis dato fehlenden Erkenntnisse über innere Spannungs- und Deformationszustände unter statischer Zug- und dynamischer Ermüdungsbelastung von Spannverankerungssystemen können durch zweierlei Forschungsergebnisse gewonnen werden:

- a) Durch eine Schadensanalyse innerhalb des experimentellen Wirkungskreises – u.a. fraktographische Untersuchungen von Bruchflächen – kann die KIZ als kritischer Detailbereich eingestuft werden. Sowohl für Dauerschwing- als auch statische Zugversuche manifestiert sich eine überwiegende Mehrheit der Drahtbrüche in diesem Gebiet.
- b) Die numerische Berechnung einer mehrlitzigen Spannverankerung lässt im Rahmen dieser Arbeit den bedeutenden Schluss zu, dass für ein gesamtes Schrägkabel- bzw. Vorspannsystem die Beschränkung auf diese Detailbereiche sinnvoll ist und somit eine deutliche Reduzierung der Problemabgrenzung möglich ist. Im Hinblick auf die Einbettung dieser rechner-

gestützten Studien in das praktische Ingenieurwesen, wird neben der experimentellen auch eine theoretische Verifizierung mit analytischen Berechnungen durchgeführt.

Mit dieser bedeutenden Begrenzung des Untersuchungsbereiches der Finiten Elemente Analyse (FEA) auf die KIZ der einzelnen Monolitzen innerhalb des Verankerungsverbandes können Nichtlinearitäten bei Beschreibung der lokalen, komplexen Versagensmechanismen Berücksichtigung finden.

Da das Spannungsniveau ab einem Schädigungsniveau keine lokale Plastifizierung mehr zulässt und sich Initiierungspunkte für verformungsarmes Ermüdungsversagen nach einer Rissfortpflanzung herauskristallisieren, wird die Bruchmechanik herangezogen.

Für die detaillierte Schadensanalyse ist neben der klassischen Festigkeitsberechnung, wonach sich ein dreiachsiger Spannungszustand durch Kerbbildung und Kontaktpressungen mit lokalen Plastifizierungen einstellt, auch das Verständnis über die Entstehung und das Wachstum von Rissen erforderlich. Basierend auf berechneten Spannungsintensitätsfaktoren (SIF) in der Rissumgebung werden zusammen mit einem lokalen Kerbgrundkonzept (KGK) Aussagen über die Lebensdauer der Strukturdetails mit einer zyklischen Spannungsbewertung in Anlehnung an *Richard et al.* [RS09] und *Kuna* [Kun08] getätigt.

Materialkennwerte werden der einschlägigen Fachliteratur sowie mikroskopischen Bruchflächenaufnahmen entnommen. Die Ergebnisse deuten auf eine große Streubreite der Rissinitiierungsphase hin, welche in eine stabile Risswachstumsphase übergeht, um in einem spröden Restgewaltbruch zu enden. Abgesehen von üblichen Streuungen der Materialkennwerte im Bereich der Ermüdungsfestigkeit liefert der Vergleich mit experimentellen Versuchsauswertungen hinsichtlich des Versagensverlaufes befriedigende Ergebnisse.

Die auftretenden, lokalen Spannungskonzentrationen führen zu Singularitäten, wobei ein bedeutender Einfluss der sprunghaften Änderung der Materialeigenschaften in der Berührzone der KIZ feststellbar ist und zu häufigem Berechnungsabbruch aufgrund fehlender Konvergenzeigenschaften führt.

Nach der Verifizierung der resultierenden FE-Modelle durch Heranziehung der Versuchsergebnisse aus dem experimentellen Teil des Forschungsprojekts kann die mechanische Beanspruchung analysiert und in weiterer Folge ein Beitrag zum Verständnis der maßgebenden Versagensmechanismen für betrachtete Systeme geleistet werden.

Die erzielten Ergebnisse sollen die Basis für weiterführende numerische Studien darstellen. In der Sphäre der Bruchmechanik könnten Risswachstumskurven für verschiedene Risspfade erstellt werden. Durch deren Integration lassen sich der Beginn der instabilen Rissausbreitung, sprich kritische Risslängen, mögliche Maximalbelastungen oder aber Sicherheitsfaktoren gegen Brucheintritt bestimmen, womit genauere Aussagen über den Rissfortschritt und die Lebensdauer der kritischen Bauteile möglich sind.

Zur Berücksichtigung von realen Betriebsbelastungen – u.a. unterschiedliche Spannungsamplituden, Oberlasten, Frequenzen und Umgebungsbedingungen – sind zum einen die Belastungssequenzen mithilfe der stochastischen Mechanik aufzubereiten. Zum anderen müssen die dabei auftretenden Reihenfolgeeffekte, wie Risschließung oder Überlasten, abgebildet werden.

Aktuelle Materialentwicklungen im Bereich der Zugfestigkeiten sowie der Verzinkungsvorgänge von parallel-litzigen Schrägkabel- und Vorspannsystemen führen vereinzelt zu Problemen bei dynamischen und statischen Zulassungsversuchen. Aus diesem Grund kommt es häufig seitens der Hersteller von Spannverankerungen zu Beschränkungen der maximalen Istzugfestigkeiten der Spannstahllitzen.

Zusammen mit einer Auflistung von möglichen Erweiterungsmöglichkeiten hat die erläuterte Vorgehensweise das Potential, die kritischen Detailbereiche zu ergründen und damit zu einer weiteren Verbesserung genannter Systeme beizutragen, welche in ihrer Entwicklung bereits sehr weit fortgeschritten sind.

Abstract

In a FFG research project at Vienna University of Technology, a resonance testing facility could be validated to carry out several experimental fatigue and static test series on stay cable and pre-stressing systems according to the fib bulletin 30 and ETAG 013. Tested parallel strand systems consist of seven-wire pre-stressing steel monostrands with a steel grade of Y1860 in the free length of the tendons and two wedge-type anchorages at their ends.

In the extensive test series on pre-stressed systems ranging from one to 55 strands, wire ruptures were predominantly found within the anchorages, mainly in the interaction area between outer wire and wedge. These local details can be defined as so-called contact interaction zones (CIZ).

In spite of the fatigue tests requiring a high amount of work input, only statements concerning failure time are possible. Basic internal mechanical processes within the anchorage details are not determinable. So as to guarantee the currently high state of the art in technology and despite arising negative influence parameters and the localization of wire failure in the described test series, an understanding of the failure mechanism in the CIZ is required.

Therefore, fractographic studies and subsequent finite element analysis were performed. Due to the described systems entailing local complex fracture mechanism in the wedge-type anchorages and a preliminary FE-study from a 7-strand anchorage obtaining no significant interactions between individual strand regions on the critical CIZ was observed. As a result, the problem formulation for the FE-model could be reduced significantly.

The crack initiation could be characterized by the increased maximum principal stresses in vicinity of the wedge tip due to contact pressures. An offset of the crucial spots occurred throughout an entire load cycle during dynamic loading. An evaluation of the service life time of the critical system components was carried out with the help of the notch strain concept for the crack initiation phase and the linear elastic fracture mechanics approach for the crack growth phase. That is why both approaches are dealing with important stress increasing effects.

Due to the wide range of load cycles up to crack initiation and the main influence parameter fretting corrosion to crack initiation processes, no specific information on crack initiation time could be defined. Subsequent to obtained crack starters, the crack propagation until breakage was calculated to observe sensible statements regarding the life time of structural details by means of decoupled fracture mechanics evaluation. The results of the computations and fractographic studies have been compared with experimental results and showed good correlation.

The findings contribute significantly to an understanding of the basic internal mechanical processes and implications up to the fracture within critical interaction zones. The results provide the basis for further numerical studies considering loading conditions close to the loading condition of the structure such as wind-, rain- and vibration-induced bending stresses in combination with axial tensile loading.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung.....	1
1.1	Allgemeines.....	1
1.2	Ausgangssituation und Zielsetzung.....	4
1.2.1	Kritische Detailbereiche in Parallellitzensystemen	4
1.2.2	Anwendung der FEM	5
1.3	Zielsetzung	6
1.4	Gliederung der Arbeit.....	7
2	Ergebnisse der experimentellen Versuchsdurchführung und Interpretation.....	8
2.1	Durchgeführte Testserien und Zusammenfassung der Ergebnisse.....	8
2.1.1	Dauerschwingversuche an Parallellitzensystemen (TU Wien).....	8
2.1.2	Normativer Hintergrund (ETAG 013, fib bulletin 30)	9
2.1.3	Prinzip der Dauerschwing-Resonanzprüfmaschine.....	10
2.1.4	Parallellitzensysteme - Stand der Technik.....	13
2.1.5	Definition der kritischen Detailbereiche.....	22
2.2	Zusammenfassung der kritischen Einflussgrößen	32
3	Bruchmechanische Analysen	35
3.1	Allgemeines zur Fraktographie und Bruchmechanik	35
3.2	Makroskopische Analyse der Bruchflächen.....	35
3.2.1	Versagensmechanismen bei statischer Zugbelastung	35
3.2.2	Versagensmechanismen bei dynamischer Ermüdungsbelastung.....	44
3.3	Analyse der Bruchflächen mittels REM.....	48
3.3.1	Allgemeines zur Methode der REM	48
3.3.2	Erstellung von digitalen Oberflächenmodellen der Bruchflächen.....	49
3.4	Festigkeitskriterien zur Bauteilbewertung.....	52
3.5	Zusammenfassung und Konsequenzen für die FEA	59
3.5.1	Abgeleitete Versagensmechanismen	59
3.5.2	Verifikation der Berechnungsergebnisse.....	60
3.5.3	Konsequenzen für die FEA.....	60
3.5.4	Zusammenfassende Bemerkungen	61
4	Mechanische Eigenschaften von Monolitzen und Keilverankerungen	62
4.1	Analytische und numerische Berechnung von inneren mechanischen Zuständen	62
4.2	Monolitzen unter Zug- und Biegebelastung.....	62
4.2.1	Analytische Berechnung von Monolitzen – Stand der Technik	62

4.2.2	Monolitze unter axialer Zugbelastung - Vergleich mit FE-Ergebnissen	62
4.2.3	Monolitze unter Biegebelastung	73
4.3	Keilverankerungen	74
4.3.1	Allgemeines zu Keilverankerungen	74
4.3.2	Kraftübertragung von Zugglied auf Verankerung	75
4.3.3	Zusammenfassung	80
4.4	Konzepte zur Bewertung von Keilverankerungen	81
5	FEM - Prinzip und Anwendungen	85
5.1	Prinzip der Finiten Elemente Methode (FEM)	85
5.1.1	Allgemeines und angewandte Techniken	85
5.1.2	Technisches Einheitensystem	88
5.2	Grundlagen der Materialmodellierung	89
5.2.1	Spannungs-Dehnungs-Kurve (SDK)	89
5.2.2	Zyklische Spannungs-Dehnungs-Kurve (ZSDK)	93
5.2.3	Dehnungsbasierte Wöhlerlinien	97
5.2.4	Form der Hysteresekurve	98
5.2.5	Gedächtnis des Werkstoffes bei veränderlicher Belastung	98
5.3	FEA einer 7-litzigen Spannverankerung	99
5.3.1	Problembeschreibung und -abgrenzung	99
5.3.2	Problemklassifizierung und -aufbereitung	101
5.3.3	Post-Processing und Interpretation der Ergebnisse	103
5.3.4	Zusammenfassung und weitere Vorgehensweise	106
6	FE-Berechnung einer KIZ-	107
6.1	Darstellung der Problemanalyse	107
6.1.1	Problemabgrenzung	107
6.1.2	Problemklassifizierung	110
6.2	Problemaufbereitung – Pre-Processing	111
6.2.1	Geometrie und Vernetzung	111
6.2.2	Randbedingungen (RB) - Lagerung, Belastung	113
6.2.3	Materialdefinition	114
6.2.4	Symmetrieeigenschaften und Elementtyp	114
6.2.5	RB – Reibkontakt	115
6.2.6	Berechnungsparameter und Algorithmen	115
6.3	Betriebsfestigkeitsberechnung mittels KGK	117
6.4	Implementierung bruchmechanischer Überlegungen	120

6.4.1	Grundlegende Überlegungen zur Bewertung der Lebensdauer	120
6.4.2	Bruchmechanik zur Ermittlung des Rissfortschrittes	121
6.4.3	Zyklische Spannungsbewertung	129
6.5	Ergebnisbewertung	131
6.6	Ergebnisinterpretation	135
7	Verifizierung der FE-Berechnungsergebnisse	137
7.1	Energiekriterien während der Simulation	137
7.2	Verifikation mit experimentellen Ergebnissen	138
8	Probleme und Abhilfen im Rahmen der Anwendung der FEM	140
8.1	Probleme	140
8.2	Abhilfen und Lösungsvorschläge	143
9	Zusammenfassung und Ausblick	145
	Abbildungsverzeichnis	147
	Tabellenverzeichnis	150
	Literaturverzeichnis	151
	Anhang	158
A	Parallellitzensysteme	158
B	Theoretische Grundlagen der Festigkeitslehre	164
C	Grundlagen der FEM	172
D	Bruchmechanik – Grundsätzliche Zusammenhänge	184
E	Tribologie von Stahl / Stahl-Kontaktpaarungen	191
F	Sonderfall anisotropes Materialverhalten	193

Abkürzungsverzeichnis

1D	eindimensional
2D	zweidimensional
3D	dreidimensional
Abb.	Abbildung
AdAd-KIZ	Kontaktinteraktionszone zwischen Außendrähten
AdKd-KIZ	Kontaktinteraktionszone zwischen Außendraht und Kerndraht
AUTS	Actual Ultimate Tensile Strength (tatsächliche Zugfestigkeit) [N]
bzw.	beziehungsweise
COD	Crack opening displacement (Rissöffnung) [mm]
CPRESS	Normalkomponente der Kontaktspannung [N/mm ²]
CPU	Central processor unit (Prozessoreinheit)
CSHEAR	Schubspannung entlang der Kontaktfuge [N/mm ²]
CTOD	Crack tip opening displacement (Risspitzenöffnung) [mm]
d.h.	das heißt
DIN	Deutsches Institut für Normung
DOF	Degree of freedom (Freiheitsgrad)
DOM	Digitale Oberflächenmodelle
dyn.	dynamisch
EDZ	Ebenerer Dehnungszustand (auch ebener Verzerrungszustand)
ESZ	Ebener Spannungszustand
et al.	et alii (und andere Personen)
etc.	et cetera (und so weiter)
EVZ	Ebener Verzerrungszustand (auch ebener Dehnungszustand)
FE	Finite Elemente
FEA	Finite Elemente Analyse
FEM	Finite Elemente Methode
FFG	Forschungsförderungs-GesmbH
FG	Freiheitsgrad
FKM	Forschungskuratorium Maschinenbau
FS	Formschluss
GEH	Gestaltänderungsenergiehypothese
Gl.	Gleichung
GPa	Gigapascal [$1 \cdot 10^9$ MPa]
GUTS	Guaranteed Ultimate Tensile Strength (garantierte Nennzugfestigkeit) [N]
HCF	High cycle fatigue
HDPE	High density polyethylene (hochverdichtetes Polyethylen)

Hz	Hertz [1/s]
i.A.	im Allgemeinen
i.d.R.	in der Regel
IIW	International Institute of Welding
inkl.	inklusive
Kap.	Kapitel
KDK	Kerbdehnungskonzept (auch Kerbgrundkonzept)
KeAd-KIZ	Kontaktinteraktionszone zwischen Keil und Außendraht
KGK	Kerbgrundkonzept (auch Kerbdehnungskonzept)
KIZ	Kontaktinteraktionszone
KIZ-Frei	Kontaktinteraktionszonen in der freien Kabellänge
KIZ-Son	Kontaktinteraktionszonen in sonstigen Bereichen (Umlenkung, Kopplung etc.)
KIZ-Ver	Kontaktinteraktionszonen im Verankerungsbereich
KSK	Kerbspannungskonzept
LEBM	Linear elastische Bruchmechanik
MFL	Magnetic Flux Leakage (magnetinduktive Prüfung)
MKS	Mehrkörpersysteme
µm	Mikrometer [$1 \cdot 10^{-6}$ m]
MPa	Megapascal [1 N/mm ²]
N	Newton [1 kg·m/s ²]
NDT	non-destructive testing (zerstörungsfreie Prüfverfahren)
NL	Nichtlinear
NSK	Normalspannungskonzept
o.a.	oben angeführt
o.g.	oben genannt
PE	Polyethylen
RDZ	Räumlicher Dehnungszustand (auch räumlicher Verzerrungszustand)
REM	Rasterelektronenmikroskop
RS	Reibschluss
RSZ	Räumlicher Spannungszustand
RVZ	Räumlicher Verzerrungszustand (auch räumlicher Dehnungszustand)
RWA	Randwertaufgabe
s.g.	so genannt
SchwRK	Schwingungsrissskorrosion
SDK	Spannungs-Dehnungs-Kurve
SIF	Spannungsintensitätsfaktor [$\text{N/mm}^2 \cdot \text{m}^{1/2}$ bzw. $\text{N} \cdot \text{mm}^{-3/2}$]
SpRK	Spannungsrissskorrosion
SSK	Strukturspannungskonzept

SSY	Small scale yielding (Kleinbereichsfließen)
stat.	statisch
Tab.	Tabelle
u.a.	unter anderem
u.dgl.	und dergleichen
UML	Uniform Material Law
v.a.	vor allem
vgl.	vergleiche
vs.	versus (gegen)
z.B.	zum Beispiel
ZSDK	Zyklische Spannungs-Dehnungs-Kurve

Nomenklatur

A	Bruchdehnung [%]
a	Risslänge [mm]
A_{Ad}	Querschnittsfläche Außendraht [mm ²]
α_{Ad}	Schlagwinkel der Außendrähte [°]
a_c	kritische Risslänge [mm]
A_g	Gleichmaßdehnung [%]
A_{gt}	Gesamte Dehnung bei Höchstlast [%]
A_{Kd}	Querschnittsfläche Kerndraht [mm ²]
α_{Kd}	Schlagwinkel des Kerndrahtes [°]
α_{Ke}	Neigung der äußeren Keiloberfläche [°]
A_m	metallischer Querschnitt [mm ²]
A_{netto}	Nettoquerschnittsfläche [mm ²]
A_p	Nennquerschnittsfläche der Litze [mm ²]
A_{pm}	tatsächliche Querschnittsfläche der Litze [mm ²]
a_{th}	Thresholdwert der Rissbreite (Rissinitiierungslänge) [mm]
α_{ve}	Neigung der Verankerungshülse [°]
B	Probendicke [mm]
b_{Hertz}	Breite der Hertz'schen Abplattungszone [mm]
β_Z	Zahnwinkel [°]
b_Z	Zahnsteigung (Abstand zwischen den Keilzähnen) [mm]
$\beta_{Z,hi}$	Zahnwinkel hinterer Bereich [°]
$\beta_{Z,vo}$	Zahnwinkel vorderer Bereich [°]
c	Rissbreite [mm]
\underline{C}	Dämpfungsmatrix
c_d	Wellenausbreitungsgeschwindigkeit im Material [m/s]
$\Delta\alpha$	Winkelverdrehung der Verankerungen [°]
d_{Ad}	Außendrahtdurchmesser [mm]
$\Delta\Delta\underline{u}$	Korrekturterm für das Verschiebungsinkrement
$\Delta\varepsilon$	Dehnungsschwingbreite [%]
$\Delta\varepsilon_{el}$	Elastische Dehnungsschwingbreite [%]
$\Delta\varepsilon_{pl}$	Plastische Dehnungsschwingbreite [%]
ΔF	Lastschwingbreite [N]
ΔF_{ext}	Lastinkrement der äußeren Knotenkräfte
ΔK	zyklischer Spannungsintensitätsfaktor [N/mm ² ·m ^{1/2}]
ΔK_V	zyklischer Vergleichsspannungsintensitätsfaktor [N/mm ² ·m ^{1/2}]
δ_{ij}	Kroneckerdelta

d_{Kd}	Kerndrahtdurchmesser [mm]
ΔK_{th}	Schwellenwert der zyklischen Spannungsintensität (Thresholdwert) [N/mm ² ·m ^{1/2}]
Δl_{Ke}	Keileinzug [mm]
$\Delta l_{Ke,q}$	Distanz der Keilsegmente (querschnittsbezogen) [mm]
$\Delta l_{Ke/Ad}$	Relativverschiebung zwischen Keil und Außendraht [mm]
d_p	Nenndurchmesser der Litze [mm]
$\Delta \sigma$	Spannungsschwingbreite [N/mm ²]
$\Delta \sigma_c$	Kerbfallklasse (maximale Normalspannungsschwingbreite) [N/mm ²]
$\Delta \sigma_D$	Dauerfestigkeit bei N_D Schwingspielen [N/mm ²]
$\Delta \sigma_D$	dauerfeste Spannungsschwingbreite [N/mm ²]
$\Delta \sigma_{E,2}$	schädigungsäquivalente Spannungsschwingbreite [N/mm ²]
$\Delta \sigma_L$	Schwellenwert der Ermüdungsfestigkeit bei N_L Schwingspielen [N/mm ²]
Δt	Zeitinkrement
Δt_{in}	Zeitinkrement am Beginn des Berechnungsschrittes
Δt_{max}	maximales Zeitinkrement
Δt_{stabil}	stabiles Zeitinkrement
Δu	Verschiebungsinkrement
ε	relativer Fehler [%]
E	Elastizitätsmodul bzw. E-Modul [N/mm ²]
$\underline{E}^{(e)}$	Elastizitätstensor im lokalen Koordinatensystem
$\varepsilon_{a,max}^{(e)}$	maximale Längsdehnung im Kerbgrund (linear elastisch) [%]
$\varepsilon_{a,max}^{(p)}$	maximale Längsdehnung im Kerbgrund (plastisch) [%]
$\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$	maximale, mittlere und minimale Hauptnormaldehnung ($\varepsilon_1 > \varepsilon_2 > \varepsilon_3$) [%]
ε_a	Dehnungsamplitude [%]
ε_a	Dehnungsamplitude [%]
$\varepsilon_{a,el}$	elastische Dehnungsamplitude [%]
$\varepsilon_{a,pl}$	plastische Dehnungsamplitude [%]
E_{Ad}	Elastizitätsmodul Außendraht [N/mm ²]
E_{equ}	äquivalenter Elastizitätsmodul [N/mm ²]
e_{ij}	deviatorischer Anteil des Verzerrungstensors
$\varepsilon_{k,R}$	Fehlertoleranzgrenze im Konvergenzkriterium für Residuen
$\varepsilon_{k,u}$	Fehlertoleranzgrenze im Konvergenzkriterium für Verschiebungen
E_{Kd}	Elastizitätsmodul Kerndraht [N/mm ²]
ε_m	Mitteldehnung [%]
ε_{max}	maximale Bruchdehnung bei maximaler Zugkraft [%]
ε_{nk}	Nennzugdehnung [%]
ε_{nom}	nominale (technische) Dehnung [%]
ε_o	Oberdehnung [%]

E_p	Elastizitätsmodul der Spannstahlhitze (i.A. 195 GPa) [N/mm ²]
$\varepsilon_{\text{true}}$	wahre Dehnung [%]
ε_u	Unterdehnung [%]
ε_V	Vergleichsdehnung nach <i>von Mises</i> [%]
$\varepsilon_{V,el}$	elastische Vergleichsdehnung nach <i>von Mises</i> [%]
$\varepsilon_{V,pl}$	plastische Vergleichsdehnung nach <i>von Mises</i> [%]
\underline{F}	Vektor der Gesamtknotenlasten
f	Prüffrequenz [Hz]
$\underline{F} (= F_a)$	Gesamtlastvektor
\underline{F}_A	Vektor der bekannten äußeren Knotenkräfte
F_{AUTS}	tatsächliche Zugkraft [N]
F_{ax}	axiale Zugkraft (= F_z) [N]
\underline{F}_B	Vektor der unbekanntes äußeren Knotenkräfte
F_{Bruch}	Maximalwert der Zugkraft im Zugversuch nach ETAG 013 [N]
Fe_3C	Zementit
$\underline{F}_{\text{ext}}$	Vektor der äußeren Knotenkräfte
F_{GUTS}	garantierte Nennzugkraft [N]
F_i	Kraftkomponente im globalen Koordinatensystem
f_i	Kraftkomponente im lokalen Koordinatensystem (elementbezogen)
$\underline{F}_{\text{int}}$	Vektor der inneren Knotenkräfte
F_K	Klemmkraft [N]
$F_{K,ges}$	Resultierende Klemmkraft [N]
$f_{K,i}$	längenbezogene Klemmkraft [N/mm]
$F_{K,Ke/Ad}$	Klemmkraft Keil / Außendraht [N]
$F_{K,Ve/Ke}$	Klemmkraft Verankerung / Keil [N]
Φ_{Mises}	Fließfunktion nach von Mises
F_N	Normalkraft [N]
F_o	Oberlast [N]
$F_{p,max}$	Maximalwert der Zugkraft [N]
$f_{p0,1k} (R_{p0,1})$	charakteristischer Wert der 0,1 % Dehngrenze [N/mm ²]
$f_{p0,2k} (R_{p0,2})$	charakteristischer Wert der 0,2 % Dehngrenze [N/mm ²]
F_{pk}	charakteristischer Wert der Nennzugkraft [N]
$f_{pk} (R_m)$	charakteristischer Wert der Nennzugfestigkeit [N/mm ²]
f_{pm}	tatsächliche Zugfestigkeit [N/mm ²]
F_R	durchschnittliche Reibungskraft [N]
$F_{R,ges}$	Resultierende Reibungskraft [N]
$f_{R,i}$	längenbezogene Reibungskraft [N/mm]
$F_{R,Ke/Ad}$	Reibungskraft zwischen Keil und Außendraht [N]

$F_{R,Ve/Ke}$	Reibungskraft zwischen Verankerung and Keil [N]
F_u	Unterlast [N]
F_z	axiale Zugkraft in der Litze (= F_{ax}) [N]
$F_{z,Ad}$	Zugkraft im Außendraht [N]
G	Schubmodul [N/mm ²]
h_{El}	Elementkantenlänge [mm]
$h_{El,min}$	minimale Elementkantenlänge im FE-Modell [mm]
h_z	Zahntiefe (Höhe eines Keilzahn) [mm]
Index ^(e)	Bezugnehmend auf das Element mit Elementnummer (e)
φ	Laufender Winkel der Raumkurve (Helixlinie) des Außendrahtes [°]
$\underline{\varphi}^{(e)}(x,y,z)$	Ansatzfunktion für ein Element
φ_0	Winkeloffset der Raumkurven der Außendrähte [°]
k	Neigung der Wöhlerlinie im Zeitfestigkeitsbereich
K'	zyklischer Verfestigungskoeffizient
\underline{K} (= K_{ab})	Gesamtsteifigkeitsmatrix, Tangentialsteifigkeitsmatrix
$\underline{K}^{(e)}$	Elementsteifigkeitsmatrix im globalen Koordinatensystem
$\underline{k}^{(e)}$	Elementsteifigkeitsmatrix im lokalen Koordinatensystem
K_c	Bruchzähigkeit bzw. Risszähigkeit [N/mm ² ·m ^{1/2} bzw. N·mm ^{-3/2}]
K_ε	Konzentrationsfaktor der Dehnungen
K_I, K_{II}, K_{III}	Spannungsintensitätsfaktor für Mode I, II, III [N/mm ² ·m ^{1/2}]
K_{Ic}	Bruchzähigkeit bzw. Risszähigkeit für Mode I [N/mm ² ·m ^{1/2}]
$K_{R,\sigma}$	Rauigkeitsfaktor
K_σ	Konzentrationsfaktor der Spannungen
K_t	Kerbwirkungszahl
L	Schlaglänge der Drähte [mm]
l_0	Ausgangslänge des Probekörpers [mm]
l_{frei}	Freie Länge [mm]
L_{Ke}	Keillänge (= gesamte Kraftabtraglänge) [mm]
l_{Ke}	Kraftabtraglänge [mm]
L_{Ve}	Verankerungslänge [mm]
LW	Lastwechsel (Anzahl der Schwingspiele)
\underline{M}	Massenmatrix
μ	Coulomb'scher Reibbeiwert []
M_d	gesamtes Drehmoment durch Litze [Nmm]
$M_{d,Ad}$	Drehmoment durch Außendraht [Nmm]
$\mu_{Ke/Ad}$	Reibbeiwert Keil / Außendraht (= $\tan \rho_{Ke/Ad}$) []
$\mu_{Ke/Ad}$	Reibbeiwert Keil / Außendraht (= $\tan \rho_{Ke/Ad}$) []
$\mu_{Ke/Ad,FS}$	Formschlussanteil des Reibbeiwertes Keil / Außendraht []

$\mu_{Ke/Ad,RS}$	Reibschlussanteil des Reibbeiwertes Keil / Außendraht []
$\mu_{Ve/Ke}$	Reibbeiwert Verankerung / Keil ($= \tan \rho_{Ve/Ke}$) []
ν	Querkontraktionszahl (Poissonzahl) []
N	Lastwechselzahl (Anzahl der Schwingspiele) [LW]
n'	zyklischer Verfestigungsexponent
N_0	Lastwechselzahl in der anrissfreien Lebensdauerphase t_0 [LW]
n_a	Anzahl der Drahtlagen
n_{Ad}	Anzahl der Außendrähte
N_D	Grenzlastschwingspielzahl (Dauerfestigkeit) [LW]
n_d	Anzahl der Drähte
N_{Fo}	Lastwechselzahl in der Rissfortschrittsphase t_{Fo} [LW]
$N_{Fo,in}$	Lastwechselzahl in der instabilen Rissfortschrittsphase $t_{Fo,in}$ [LW]
$N_{Fo,st}$	Lastwechselzahl in der stabilen Rissfortschrittsphase $t_{Fo,st}$ [LW]
N_{ges}	Lastwechselzahl bis zum Bruchversagen [LW]
N_{in}	Lastwechselzahl bis zur Rissinitiierung [LW]
n_{Kd}	Anzahl der Kerndrähte
N_L	Lastwechselzahl bis zum Ermüdungsversagen [LW]
n_Z	Anzahl der Zähne der Keilinnenfläche
p_d	Schnürdruck der Drähte (Radialkraft pro Länge) [N/mm]
p_{Hertz}	Hertz'sche Pressung [N/mm ²]
P_{SWT}	Schädigungsparameter nach Smith, Watson and Topper [N/mm ²]
$P_{SWT,mod}$	modifizierter Schädigungsparameter nach Smith, Watson und Topper [N/mm ²]
θ	Umfangswinkel
θ_0	Rissablenkungswinkel [°]
ρ	Massendichte [kg/m ³ bzw. N·s ² / m ⁴]
R	Spannungsverhältnis (σ_o / σ_u) []
\underline{R}	Vektor der Knotenungleichgewichtskräfte (Residuum)
r_1, r_2	Zylinderradien der Hertzchen Pressung [mm]
r_{Ad}	Außendrahtradius [mm]
$r_{Ad,h}$	Außendrahtradius der langen Ellipsenhalbachse [mm]
r_E	Ersatzradius [mm]
R_e	Streckgrenze, Fließgrenze [N/mm ²]
r_{helix}	Radius der Helixlinie (Raumkurve) des Außendrahtes [mm]
r_{Kd}	Kerndrahtradius [mm]
$\rho_{Ke/Ad}$	Reibungswinkel Keil / Außendraht [°]
R_m	Zugfestigkeit [N/mm ²]
$R_{m,Rand}$	Randzugfestigkeit [N/mm ²]
r_p	Radius des Litzennennquerschnittes [mm]

R_p	Streckgrenze, Fließgrenze [N/mm ²]
$R_{p0,1}$	Streckgrenze bei 0,1 % bleibender Dehnung [N/mm ²]
$R_{p0,2}$	Streckgrenze bei 0,2 % bleibender Dehnung [N/mm ²]
r_p^{ESZ}, r_p^{RSZ}	Radius der plastischen Zone für ESZ bzw. RSZ [mm]
$\rho_{Ve/Ke}$	Reibungswinkel Verankerung / Keil [°]
r_Z	Ausrundungsradius der Zahnspitze [mm]
R_Z	Rautiefe [μm]
s	Breite der Scherlippe [mm]
S	Nennspannung (global) [N/mm ²]
$\underline{\sigma}^{(e)}$	Spannungsvektor im lokalen Koordinatensystem
$\sigma_{a,max}^{(e)}$	maximale Längsspannung im Kerbgrund (elastisch) [N/mm ²]
$\sigma_{a,max}^{(p)}$	maximale Längsspannung im Kerbgrund (plastisch) [N/mm ²]
$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$	maximale, mittlere und minimale Hauptnormalspannung ($\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$) [N/mm ²]
S_a	Nennspannungsamplitude [N/mm ²]
σ_a	Spannungsamplitude [N/mm ²]
$\sigma_{a,D}$	dauerfeste Spannungsamplitude [N/mm ²]
$\sigma_{a,L}$	Ermüdungsfestigkeit [N/mm ²]
σ_{ax}	Axialspannung, Längsspannung [N/mm ²]
$\sigma_{ax,red}$	reduzierte Axialspannung [N/mm ²]
$\sigma_{b,a}$	Biegespannung im Außendraht
σ_{bieg}	Biegespannung [N/mm ²]
$\sigma_{C,k}$	Normalspannung entlang der Kontaktfuge (+ positive Definition) [N/mm ²]
S_D	dauerfeste Spannungsamplitude [N/mm ²]
σ_{Druck}	Druckspannung [N/mm ²]
σ_h	Materialhärte
$\underline{\sigma}_{ij}$	Spannungstensor
S_{ij}	deviatorischer Anteil des Spannungstensors
σ_{ij}	Spannungskomponente [N/mm ²]
S_L	Ermüdungsfestigkeit [N/mm ²]
S_m	Mittelwert der Nennspannung [N/mm ²]
σ_m	Mittelspannung [N/mm ²]
σ_{nk}	Nennspannung (lokal) [N/mm ²]
σ_{nom}	nominale (technische) Spannung [N/mm ²]
S_o	obere Nennspannung [N/mm ²]
σ_o	Oberspannung [N/mm ²]
σ_r	Radialspannung [N/mm ²]
σ_t	Tangentialspannung [N/mm ²]
σ_{true}	wahre Spannung [N/mm ²]

S_u	untere Nennspannung [N/mm ²]
σ_u	Unterspannung [N/mm ²]
σ_v	Vergleichsspannung nach von Mises [N/mm ²]
σ_z	Zugspannung in Längsrichtung (axial) [N/mm ²]
$\sigma_{z,Ad}$	Zugspannung im Außendraht [N/mm ²]
$\sigma_{z,Kd}$	Zugspannung im Kerndraht [N/mm ²]
τ	Schubspannung [N/mm ²]
t	Zeit [s]
t_0	anrissfreie Lebensdauerphase [LW]
τ_{Ad}	Torsionsspannung im Außendraht [N/mm ²]
$\tau_{C,k}$	Schubspannung entlang der Kontaktfuge [N/mm ²]
t_{Fo}	Lebensdauerphase des Rissfortschrittes [LW]
t_{ges}	Gesamtlebensdauer [LW]
t_{In}	Lebensdauerphase der Rissinitiierungsphase [LW]
τ_{max}	maximale Schubspannung [N/mm ²]
τ_{min}	minimale Schubspannung [N/mm ²]
t_z	Eindrucktiefe der Zähne [mm]
\underline{u}	Vektor der Knotenpunktverschiebungen
\underline{U}	Vektor der Knotenpunktverschiebungen
$u^{(e)}(x,y,z)$	Verschiebungsfeld innerhalb des Elements (e)
U_0	spezifische Verzerrungsenergie
\underline{U}_A	Vektor der unbekanntten Knotenpunktverschiebungen
\underline{U}_B	Vektor der bekannten Knotenpunktverschiebungen
U_i	Verschiebungskomponente im globalen Koordinatensystem
u_i	Verschiebungskomponente im lokalen Koordinatensystem (elementbezogen)
x, y, z	kartesische Koordinaten [mm]
Y_I, Y_{II}, Y_{III}	Geometriefaktor für Mode I, II sowie III []

1 Einleitung

1.1 Allgemeines

Aktueller Forschungsbedarf:

In Schrägkabelbrücken stellen die Spannglieder die kritischen Bauteile in Bezug auf die statische und dynamische Festigkeit dar, da sie sämtliche ständige und veränderliche Lasten direkt übernehmen müssen, und zudem einer Schwingungsbelastung ausgesetzt sind. Weiters sind diese Systeme zusätzlichen Einwirkungen wie direkter Bewitterung durch Wind, Regen, UV-Strahlung, Chloriden und Temperaturschwankungen ausgesetzt.

Für die Gewährleistung einer i.A. angestrebten 100-jährigen Lebensdauer sind demnach eine hohe technologische sowie materielle Qualität bei laufender Überwachung erforderlich. Dies auch, um Schäden am Bauwerk frühzeitig zu erkennen und darauf aufbauend, ohne unvorhergesehene Zwischenfälle den Instandhaltungsaufwand zu minimieren. In Abb. 1.1 ist eine Schrägkabelbrücke in Serbien (Sava Bridge) in der Bauphase sowie eine Spannverankerung vor Applikation ersichtlich.



Abb. 1.1: Sava Bridge Serbien - Bauzustand (a) Verankerung vor Installation (b) [Sav11]

Für die Aufrechterhaltung und Verbesserung des aktuell hohen Standes der Technik von Schrägkabelsystemen wird eine Vielzahl an Kontrollsystemen zwecks Systemoptimierung angewandt. Damit kann über die dynamischen Kabelkräfte verfügt werden, welche sich neben der Hauptbelastung zufolge Eigengewicht, aus zyklisch wechselnder Verkehrs-, Wind-, Regen- und daraus resultierender transversaler Schwingungsbelastung zusammensetzen.

Weitere zerstörungsfreie Mess- bzw. Prüftechniken¹, die auf die Eruiierung der inneren mechanischen Zusammenhänge abzielen, gestalten sich jedoch als sehr schwierig. Aus diesem Grund herrscht für ein Verständnis der Spannungs- und Deformationszustände und deren Zu-

¹ Non-destructive testing (NDT), z.B. Ultraschallprüfungen sowie magnetinduktive Prüfungen (siehe Kap . 2.1.4.3)

sammenhang mit dem Ermüdungsversagen innerhalb kritischer Systembauteile noch großer Forschungsbedarf.

Die Erkenntnis, dass Korrosionserscheinungen die Hauptschadensursache an Schrägkabel- und Vorspannsystemen sind, folgt aus bedeutenden Forschungsarbeiten, u.a. [May00], basierend auf Schadensaufzeichnungen, die in [HMM+05] umfangreich zusammengefasst sind. Im Gegensatz zu Spannbetonsystemen, die sich bereits seit den 1960er Jahren im Brückenbau etabliert haben, stellt die Schrägkabelbauweise eine sehr junge Bauweise dar, für die Schadensursachen und zugehörige Detailinformationen selten in der Literatur dokumentiert bzw. häufig unvollständige, verwirrende Angaben zu finden sind. Zu dieser Problematik, welche schon in der letztgenannten Arbeit betont wird, kommt der Aspekt der von den jeweiligen Herstellern und Vorspannfirmen unter Verschluss gehaltenen Systemweiterentwicklungen² hinzu. Die Problematik der fehlenden Informationsflüsse in Schadensfällen wurde von [HUM98] mit einer Wegleitung zur Dokumentation zukünftiger Schadensfälle an Spannstählen aufgegriffen, um in Zukunft die Qualität der Angaben zu verbessern.

Bei Spannbetonbauteilen konnten weltweit die erheblichen Korrosionsschäden an Spannsystemen, welche die Hauptschadensursache darstellen, behoben und damit plötzliches Versagen verhindert werden. Die Spannungsrissskorrosion (SpRK) kristallisierte sich als gefährlichste Korrosionsart heraus, während Reibkorrosion und damit verknüpfte Ermüdungskorrosion nur in Einzelfällen festgestellt wurde. Letztgenannte kontaktbedingte Mechanismen stellen die Hauptversagensursache für Schrägkabelsysteme dar. Der Umstand, dass Schrägkabelsysteme zusätzlichen Einwirkungen wie Schwingungen oder direkter Bewitterung ausgesetzt sind, unterstreicht die Gefährlichkeit dieser konstruktionsbedingten, direkten Schädigungsmechanismen. Viele Forschungsarbeiten wie z.B. [NST04] und [CXY12] beschäftigen sich mit dem Thema des negativen Korrosionseinflusses auf mechanische Eigenschaften des Spannstahls.

Die Verringerung der Ermüdungsfestigkeit in den kritischen Systemkomponenten wie Verankerungen, Umlenkungen oder Kopplungen wird in technischen bzw. bauaufsichtlichen europäischen Zulassungen angegeben. In den Normenwerken gibt es lediglich allgemeine Angaben zu empfohlenen Wöhlerlinien für Verankerungen bzw. Kopplungen, welche nur grobe Anhaltspunkte für untere Grenzwerte der Ermüdungsfestigkeit, z.B. für Vorbemessungen, darstellen. Diesen Sachverhalt betonen auch *Zilch und Zehetmaier* in [ZZ08] und verweisen für Angaben zu Kennwerten der Ermüdungsfestigkeit von Spanngliedern auf die allgemeinen bauaufsichtlichen bzw. europäisch technischen Zulassungen.

Aufgrund der Tatsache, dass sich besagte Vorspannsysteme als altbewährte und zuverlässige Konstruktionen mit wenigen katastrophalen Versagensereignissen erwiesen haben, und demzufolge bis dato keine umfassenden Weiterentwicklungen erforderlich waren, wird ein Informationsmangel in diesem Gebiet nicht bewusst wahrgenommen. Dies könnte sich jedoch mit den aktuellen Materialentwicklungen im Bereich des Spannstahls ändern. Erhöhungen von Zugfestigkeitsniveaus sowie Weiterentwicklungen im Bereich des Korrosionsschutzes führen in dynamischen und statischen Zulassungsversuchen von Schrägkabel- und Vorspannsystemen vereinzelt zu Problemen. Beschränkungen der maximalen Istzugfestigkeiten der Spannstahlritzen seitens der Hersteller von Spannverankerungen sind aus diesem Grund keine Seltenheit.

² u.a. Verzinkungs- bzw. Galvanisierungsverfahren, Kaltziehvorgänge, chemische Analysen etc.

Stellung innerhalb des Forschungsvorhabens:

An der Technischen Universität Wien wurde am Institut für Tragkonstruktionen- Betonbau eine Dauerschwing-Prüfmaschine für Zugglieder entwickelt und errichtet, welche bei hohen Grundkräften schnellere Prüfzeiten bei einer gleichzeitigen Einsparung des Energieverbrauches ermöglicht. Mithilfe des FFG-Forschungsvorhabens „Litzenzugglieder mit erhöhter Dauerschwingfestigkeit“ konnte die Resonanzprüfanlage optimiert werden, um Ermüdungsversuche³ für externe Vorspannsysteme nach *ETAG 013* [eta02] sowie für Schrägkabelsysteme nach *fib bulletin 30* [fib05] durchzuführen.

In den dafür durchgeführten experimentellen Testserien wird eine zyklische Schwingbeanspruchung, in Form eines Einstufenversuches⁴ mit konstanter Oberspannung σ_o und konstanter Spannungsschwingbreite $\Delta\sigma$, in das Vorspannsystem eingetragen.

Da bei hochzyklischer Belastung in beschriebenen Systemen allgemein die fortschreitende Schädigung des Materialgefüges bis zum Ermüdungsbruch und insbesondere auch die Versagensankündigung nicht einsehbar sind, ist der Ermüdungsnachweis als Tragfähigkeitsnachweis zu behandeln.

Im Zuge des Arbeitsfortschrittes haben sich in den Spannverankerungen der Spannglieder kritische Versagensbereiche hinsichtlich des statischen Zugfestigkeits- und dynamischen Ermüdungsverhaltens herauskristallisiert, die eine Fokussierung auf Detailbereiche erlauben. Damit konnte die Finite Elemente Methode (FEM), zusammen mit vergleichenden analytischen Berechnungen, effizient eingesetzt werden. Aus der Sicht des Autors ist eine Vergleichsmöglichkeit mit mechanisch begründetem Zugang unentbehrlich, auch wenn dafür eine Reihe an Vereinfachungen erforderlich ist.

³ Neben Validierungsversuchen wurden auch Zulassungsversuche nach entsprechenden Regelwerken durchgeführt.

⁴ Sinusförmige Wechselbeanspruchung im Zugschwellbereich.

1.2 Ausgangssituation und Zielsetzung

1.2.1 Kritische Detailbereiche in Parallellitzensystemen

Die für die Funktionsweise eines Schrägkabel- bzw. Vorspannsystems maßgebenden systembezogenen Aspekte – sowohl während der Errichtung als auch über die vorgesehene Tragwerknutzungsdauer hinweg – sind zum einen die Eignung, exakte und korrekt angeordnete Vorspannkraft entlang der Spannglieder und an deren Enden Stand zu halten. Außerdem muss das Verankerungssystem einen angegebenen Prozentsatz der Festigkeit des Spannglieds und die auf das Spannglied übertragene Vorspannkraft während der gesamten Nutzungsdauer aufrechterhalten.

Zur Erfüllung dieser Voraussetzungen ist neben den Materialeigenschaften der einzelnen Komponenten deren Zusammenwirken von Bedeutung. Dabei haben die an den Kabelendebereichen angebauten Verankerungen den größten Einfluss auf die optimale Systemausnutzung des Spanngliedes, wie später gezeigt wird.

Das bewährte Grundsystem für Parallellitzenkabel von Schrägkabelsystemen besteht aus auf der freien Länge verlaufenden parallelen Monolitzen⁵ aus kaltgezogenen hochfesten Spannstahldrähten, die zur Realisierung einer Verankerung möglichst lange in vorgelagerten Bauteilkomponenten geführt werden. Damit wird lokalen Biegespannungen entgegengewirkt. Die Litzen werden in der anschließenden Keilverankerung mit einer Kombination aus Form- und Reibschlussverbindung mechanisch gesichert, und damit einzeln gegen Durchrutschen verankert. Der dafür erforderliche Kontakt entsteht in der Interaktionszone zwischen den nackten Spannstahlitzen⁶, bestehend aus sechs helixförmig um einen Kerndraht geschlagenen Außendrähten, mit den konischen, an der Innenseite gezahnten Stahlklemmkeilen.

Geometrisch bedingt entstehen aufgrund dieser Konstruktionsbauweise in den Kontaktzonen komplexe Mechanismen wie Querpressungen, Reibkontaktprobleme, nichtlineares Materialverhalten oder Reibkorrosionsphänomene.

Diese Vorgänge führen u.a. zu einer Reduzierung der statischen Zugfestigkeit sowie der Ermüdungsfestigkeit. Diese Detailbereiche stellen sich auch in der experimentellen Versuchsdurchführung als kritisch heraus, da es unabhängig von den eingetragenen, simulierten Betriebsbelastungen⁷, häufig zu Drahtbrüchen kommt.

Umfangreiche Testserien an Schrägkabel- und Vorspannsystemen aus Parallellitzenkabeln bzw. Monolitzensystemen unterschiedlicher Größenordnung von ein bis 55 Litzen im Labor des Instituts für Tragkonstruktionen-Betonbau lassen für dynamische Dauerschwingversuche darauf schließen, dass ein überwiegender Teil von etwa 70 % der Versagens- bzw. Bruchstellen in den Kontaktzonen der Spannverankerungen lokalisiert werden kann. Der restliche Teil von 30 % der Drahtbrüche tritt bei den Ermüdungsversuchen im Bereich der freien Länge auf. Für statische Zugversuche lässt sich die Rate an Drahtbrüchen, welche im Nahbereich der Keilverankerung auftreten, mit etwa 90 % beziffern.

⁵ Auch *Monostrands*.

⁶ Für Schrägkabelsysteme werden die Litzen vor dem Einbau im diesem Bereich von der PE-Umhüllung befreit.

⁷ Sowohl Zugspannungen aus den Kabelzugkräften als auch Biegespannungen zufolge Schwingungsbelastung.

Auf Basis dieser experimentellen Versuchsauswertung und nachfolgender fraktographischer Drahtbruchanalysen können diese spezifischen Stellen als problematisch eingestuft und demzufolge jeweils als kritische „Kontaktinteraktionszone“ (KIZ) definiert werden. Insbesondere bei Herstellung eines Zusammenhanges mit einem gesamten Schrägkabel- bzw. Vorspannsystem ist diese Beschränkung auf Detailbereiche sinnvoll, weil beschriebene Systeme aus einzelnen Monolitzen mit lokal komplexen Versagensmechanismen in der Verankerung bestehen.

Winkler et al. [WGF13] bestätigen die Wichtigkeit dieser Detailbereiche in ihrer Arbeit über Monolitzen unter Biegebelastung, wonach die maßgebenden Versagensstellen die Verankerungsbereiche sowie die Midspan-Bereiche, infolge hoher lokaler Biegespannungen und Reibkorrosions- bzw. Reibermüdungsmechanismen sind. Da in allen experimentellen Testprogrammen die Messvorgänge und Datenaufzeichnungen mit sehr viel Aufwand verbunden sind, besteht in diesem Bereich weiterhin Forschungsbedarf.

1.2.2 Anwendung der FEM

Die in [Sve11] sowie [GG12] beschriebenen zugleich auftretenden komplexen Belastungen eines Schrägkabelsystems sind:

- Eigengewicht
- Zyklisch wechselnde Verkehrsbelastung
- Dynamische wind- und regeninduzierte Schwingungen

Diese Einwirkungen und deren Auswirkungen sind Gegenstand zahlreicher wissenschaftlicher Untersuchungen auf dem Gebiet der Materialermüdung auf globaler Ebene für Bauwerke bzw. großformatige Bauteilabschnitte. Neben analytischen Berechnungszugängen werden bereits auch vermehrt numerische Verfahren eingesetzt. Im Speziellen sind von Theorien unterschiedlicher Schädigungsmodelle wie zum Beispiel [LZJ11], über Analysen von dynamischen Strukturdaten von Schrägseilsystemen von [Gei04], bis zu statistischen Ansätzen wie Monte Carlo Simulationen, beispielsweise in [XCX12], unterschiedliche Herangehensweisen in Verwendung.

Neben globalen Aussagen über die Lebensdauer von Vorspann- bzw. Brückensystemen wurden bis dato keine Aussagen über Ermüdungswiderstände von Anbauteilen⁸ wie z.B. Spannverankerungen getätigt. Sehr wohl existieren Forschungsarbeiten über herausgegriffene kritische Detailbereiche anderer Systeme. Beispielsweise haben [ZR00] sowie [HGS13] bruchmechanische Überlegungen für Stahlbauteilverbindungen dokumentiert, [KŠG+04] die Lebensdauer von Zahnradern aus hochfestem Stahl betrachtet und [LR13] die Restlebensdauer einer Seilbahnscheibe berechnet. Des Weiteren analysierten [HWF+12] Turbinenräder unter Berücksichtigung eines stochastischen Ermüdungsrisswachstumsmodells und [HTZ+13] zogen ein mikromechanisches Schädigungsmodell zur Simulation von Bruchprozessen geschweißter Bauteilverbindungen heran.

Soweit dem Autor bekannt, konnten zu der erwartenden Lebensdauer von kritischen Detailbereichen⁸ in Vorspannsystemen mit Zugsträngen aus Parallellitzen, aufgrund der schwierigen Vorausberechnung der Versagensmechanismen sowie fehlender experimenteller Testproze-

⁸ Verankerungsbereiche, Bündelungen, Umlenkungen, Kopplungen etc.

duren, keine Aussagen getätigt werden. Einzig eine Forschungsarbeit von *Rehm, Nürnberger und Patzak* [RNP77] innerhalb des *Sonderforschungsbereiches 64* für weitgespannte Flächen-
tragwerke⁹ [SFB64], dokumentiert theoretische und experimentelle Untersuchungen an Keilver-
ankerungen von hochfesten Einzeldrähten und Litzen. Im Verlauf der Arbeit wird auf diese und
weitere relevante Forschungsarbeiten eingegangen, welche die Untersuchung von versagensher-
beiführenden Mechanismen anderweitiger Bauteilkomponenten zum Ziel haben.

1.3 Zielsetzung

Mit fraktographischen Untersuchungen und numerischen Berechnungen unter Verwendung
der Finiten Elemente Methode (FEM) werden in dieser Arbeit die kritischen Detailbereiche in
Schräggabel- und vorgespannten Systemen untersucht.

Mit Hilfe von Finite Elemente Analysen (FEA) soll eine Problemabgrenzung auf o.g. kriti-
sche Bereiche erfolgen, welche die Berücksichtigung von wichtigen Einflussgrößen, wie z.B.
lokale Spannungszustände und Reibkorrosionsphänomene sowie damit verbundenem Schädi-
gungsverhalten, erlaubt. Dies soll zum Verständnis über innere Spannungs- und Verzerrungszu-
stände sowie der maßgebenden Versagensmechanismen beitragen. Zur Analyse der System-
komponenten sollen geeignete numerische Berechnungswerkzeuge eruiert werden.

Die auftretenden lokalen Spannungskonzentrationen in den o.a. kritischen Kontaktinterakti-
onszonen (KIZ) werden durch die sprunghafte Änderung der Materialparameter dahingehend
verstärkt, dass in der FEA verstärkte Spannungssingularitäten und Berechnungsabbrüche auftre-
ten, deren Bewältigung sich als schwierig erweist.

Des Weiteren sollen Möglichkeiten zur Lebensdauerabschätzung der kritischen Veranke-
rungsdetails sowie der Einfluss der Geometrie und der Materialeigenschaften auf das Verhalten
bei dynamischer und statischer Belastung untersucht werden.

Die daraus gewonnenen Erkenntnisse sollen zum einen zum Verständnis der mechanischen
Zustände kritischer Bauteile unter Belastung, sowie den vorherrschenden Schadensursachen
beitragen. Zum anderen sollen sie die Basis für weiterführende numerische Studien darstellen,
welche unterschiedliche Spannungsamplituden, Prüffrequenzen, Oberlasten, Lastwechsel sowie
Umgebungsbedingungen berücksichtigen sollen.

⁹ Im *Teilprojekt K7 - Dauerhaftigkeit von Seilen* wurde mit Zugschwellversuchen an unverzinkten sowie verzinkten
Spannstahldrähten das Korrosionsverhalten unter verschiedenen Umgebungsbedingungen / Frequenzen untersucht.

1.4 Gliederung der Arbeit

Nach der Definition des Zieles am Beginn dieser Arbeit umfasst das **zweite Kap.** eine kurze Zusammenfassung der Ergebnisse des experimentellen Teiles des Forschungsvorhabens, den durchgeführten Validierungsversuchen und offiziellen Zulassungsversuchen an genannten vorgespannten Systemen. Des Weiteren werden Auswirkungen auf den, in dieser Arbeit behandelten numerischen Teil, sowie der normative Hintergrund beschrieben.

Das **dritte Kap.** beinhaltet eine Ableitung von den Versagensmechanismen mittels fraktographischer Analysen von Bruchstücken.

Im **vierten Kap.** werden die mechanischen Eigenschaften von Monolitzen unter axialer Zug- und Biegebelastung mit einem Vergleich von analytischen und numerischen Berechnungen näher beleuchtet. Anschließend wird die mechanische Wirkungsweise von Keilverankerungen, deren etwaiges Optimierungspotential sowie die lokal auftretenden Festigkeitseigenschaften beschrieben.

Das **fünfte Kap.** gibt einen Überblick über das angewandte numerische Berechnungsverfahren der FEM, und, bezugnehmend auf Parallellitzensysteme, die Grundlagen der Materialmodellierung sowie Anwendungsmöglichkeiten zur Bewertung der Lebensdauer. Im Anschluss daran werden mit einem vereinfachten FE-Modell an einer 7-litzigen Spannverankerung die wichtigen Erkenntnisse abgeleitet, für den weiteren Verlauf der Ausführungen bedeutende Problemabgrenzungen auf lokale, kritische KIZ zu ermöglichen.

Im **sechsten Kap.** werden mit einer numerischen Berechnung die kritischen KIZ näher beleuchtet. Nach der Problemdefinition, -analyse und -aufbereitung wird die Kompilation des FE-Modelles dokumentiert, und die Ergebnisse mit den Nachlaufrechnungen interpretiert.

Die Verifizierung der Modelle aus Kapitel fünf und sechs wird im **siebenten Kap.** durchgeführt, wobei der große Vorteil im Vergleich zu vielen Forschungsarbeiten im Bereich der FEA die Möglichkeit des Heranziehens der umfangreichen Versuchsergebnisse aus dem experimentellen Teil dieses Forschungsprojekts ist.

Das **achte Kap.** enthält eine Zusammenfassung der im Zuge der Arbeit aufgetretenen Probleme im Rahmen der FEA von Systemdetails in Vorspannsystemen, sowie Lösungsvorschläge für weitere Vorgehensweisen zur Behandlung der dargestellten Aufgabenstellung. Dieser Teil stützt sich auf Erfahrungswerte vieler Versuche mit unterschiedlichen Herangehensweisen in diesem größtenteils doch unbekanntem Gebiet.

Die Zusammenfassung der Arbeit und ein Ausblick sind im **neunten Kap.** zu finden.

Im **Anhang** werden theoretische Grundlagen in den für diese Arbeit relevanten Gebieten zusammengefasst, und sollen ergänzende Informationen zu den jeweiligen Kapiteln darstellen.

2 Ergebnisse der experimentellen Versuchsdurchführung und Interpretation

2.1 Durchgeführte Testserien und Zusammenfassung der Ergebnisse

2.1.1 Dauerschwingversuche an Parallellitzensystemen (TU Wien)

Die an der TU Wien am Institut für Tragkonstruktionen durchgeführten Dauerschwingversuche und statischen Zugversuche an vorgespannten Systemen und Schrägkabelsystemen aus Parallellitzensystemen sind im Detail von *Träger* in [Tra14] nachzulesen. Aus diesem umfangreichen Testprozedere – Validierungsversuche und offizielle Zulassungsversuche – sollen hier die wichtigsten experimentellen Erkenntnisse zusammengefasst werden, welche den FE-Berechnungen als wertvolle Vergleichsmöglichkeiten dienen.

Eine Übersicht durchgeführter Testserien an 1- bis 55-litzigen Parallellitzensystemen, für welche der Widerstand gegen ein Ermüdungsversagen über Zulassungsversuche nach dem europäisch-technischen Zulassungs-Leitfaden *ETAG 013* [eta02] bzw. der Richtlinie *fib bulletin 30* [fib05] experimentell untersucht wurde, zeigt Abb. 2.1.

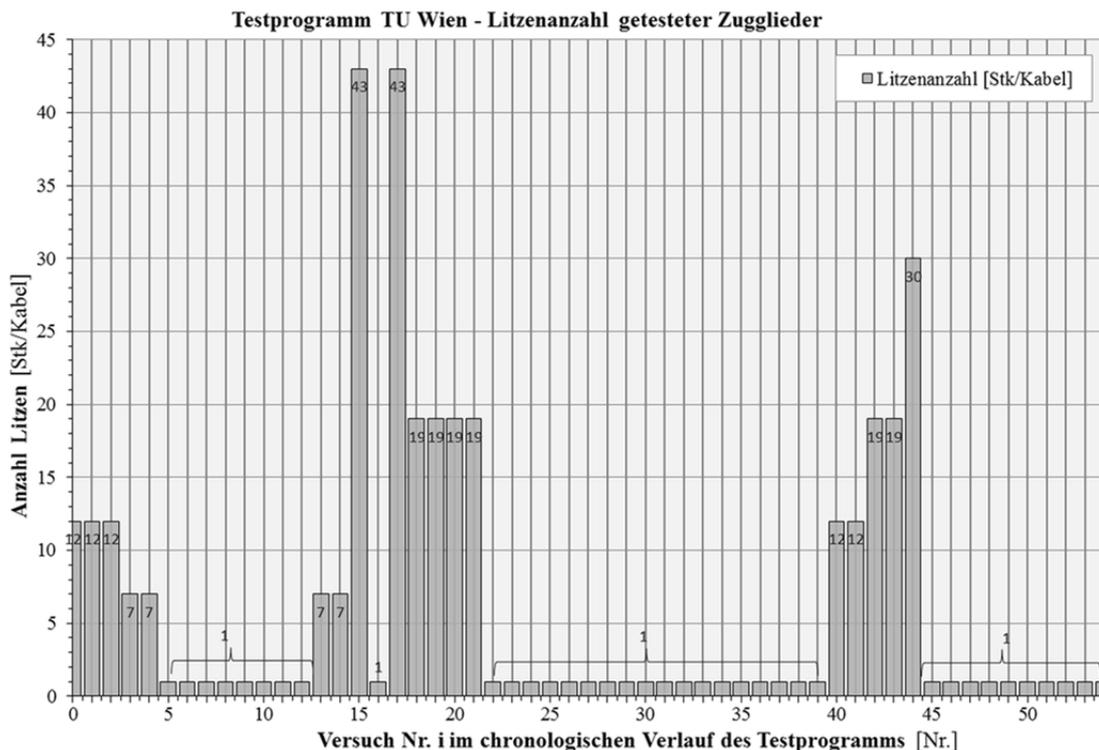


Abb. 2.1: Testprogramm – chronologische Abfolge der Dauerschwingversuche (TU Wien)

Eine detaillierte, aussagekräftige Beschreibung aller Versuchsserien innerhalb des Forschungsvorhabens wird in [Tra14] angeführt. Eine Auflistung der verwendeten Testparameter und deren variierte Bandbreiten ist in Tab. 2.1 enthalten.

Testparameter	Größenordnung
Spannungsschwingbreite $\Delta\sigma$	80 bis 500 MPa
Oberlast F_o	25 bis 65 % GUTS ^{*1}
Lastwechselzahl N	$5 \cdot 10^5$ bis $5 \cdot 10^7$ LW
Prüffrequenz f	4 bis 29 Hz

*1...GUTS: Guaranteed Ultimate Tensile Strength (garantierte Nennzugfestigkeit)

Tab. 2.1: Versuchsparameter Testserien (Parallellitzensysteme)

2.1.2 Normativer Hintergrund (ETAG 013, fib bulletin 30)

Die nationalen Zulassungen zur Regelung von vorgespannten Systemen wurden durch Produktnormen für Spannstähle der Reihe EN 10138, und alternativ dazu, durch europäisch-technische Zulassungen bzw. Richtlinien ersetzt. Die Versuchsabläufe für Vorspannsysteme bzw. Schrägkabelsysteme sind damit in den erwähnten Prüfvorschriften, ETAG 013 sowie fib bulletin 30, geregelt.

In der Tab. 2.2 sind die Unterschiede beider Regelwerke dokumentiert. Detaillierte Ausführungen und Hintergründe sind u.a. von Köberl in [Koe08] dargestellt.

Regelwerk	ETAG 013	fib bulletin 30
Anwendung	Vorgespannte Systeme	Schrägkabelsysteme
Durchführung	Dauerschwingversuch → Zugversuch an einer neuen Probe	Dauerschwingversuch → Zugversuch an identischer Probe
Dauerschwingversuch	2 Mio. Lastwechsel	2 Mio. Lastwechsel mit Verdrehung der Ankerbereiche $\Delta\alpha \pm 0,6^\circ$
Oberlast	65 % F_{pk} (GUTS) (Nennzugfestigkeit)	45 % F_{pk} (GUTS) (Nennzugfestigkeit)
Schwingbreite	80 MPa	200 MPa
Prüffrequenz	≤ 10 Hz	≤ 8 Hz
Länge Probekörper	$\geq 3,5$ m	$\geq 3,0$ m
Freie Länge	$\geq 3,0$ m	
Akzeptanzkriterium Ermüdungsfestigkeit	≤ 5 % der Querschnittsfläche sowie keine Bestandteile der Verankerung dürfen versagen	≤ 2 Drähte dürfen versagen (bei < 100 Drähten) bzw. ≤ 2 % der Drähte (bei ≥ 100 Drähten)
Zugversuch	Stufenweises Belasten bis 80 %, danach allmählich bis Bruch	Langsam stufenweise Erhöhung der Belastung bis Bruch
Belastungsgeschwindigkeit	~ 100 MPa/min bis 80 %, danach Dehnung $\leq 0,002$ /min bis Bruch	
Akzeptanzkriterium Zugfestigkeit	<ul style="list-style-type: none"> • $F_{p,max} \geq 95$ % F_{Bruch} ($F_{Bruch} = A_{pm} \cdot f_{pm} \dots$ AUTS) • ϵ_{max} bei $F_{p,max} \geq 2$ % 	<ul style="list-style-type: none"> • $F_{p,max} \geq 95$ % F_{GUTS} ($F_{GUTS} = A_p \cdot f_{pk} \dots$ GUTS) • $F_{max} \geq 92$ % F_{AUTS}

	<ul style="list-style-type: none"> • Keine Brüche in Verankerung oder Teilen davon • Keine übermäßige Verformung der Bestandteile • Keine überproportionale Relativbewegung zwischen Zugliedern und Verankerung 	<p>($F_{AUTS} = A_{pm} \cdot f_{pm} \dots AUTS$)</p> <ul style="list-style-type: none"> • ϵ_{max} bei $F_{p,max} \geq 1,5 \%$ • Kein Versagen der Verankerung oder Teile davon
--	--	--

Tab. 2.2: Vergleich Prüfvorschriften: ETAG 013 vs. fib bulletin 30

2.1.3 Prinzip der Dauerschwing-Resonanzprüfmaschine

Um die zeit- und energieaufwendigen servo-hydraulisch gesteuerten Prüfvorrichtungen für Dauerschwingversuche zu optimieren, entwickelte und verifizierte *Köberl* [Koe08] am Institut für Tragkonstruktionen-Betonbau an der Technischen Universität Wien eine Prüfvorrichtung, in welcher zug-, druck- und biegebeanspruchte Bauteile durch die Nutzung des Resonanzeffektes in einem Prüffrequenzbereich von fünf bis 40 Hertz getestet werden können. Nachdem 2005 das Österreichische Patent „Verfahren zur Durchführung von Dauerschwingversuchen an einem Prüfkörper sowie Prüfvorrichtung“ [KKP+05] erteilt wurde, konnte *Träger* u.a. in [Tra14] sowie [TNK11] mithilfe des FFG-Forschungsvorhabens „Litzenzugglieder mit erhöhter Dauerschwingfestigkeit“, in enger Zusammenarbeit mit dem hier beschriebenen numerischen Arbeitspaket, die Prüfanlage erfolgreich optimieren bzw. validieren. Damit sind Ermüdungsversuche für vorgespannte Spann- und Schrägkabelsysteme aus Parallellitzen bis zu einem Vorspannkraftniveau von 12.000 kN bzw. einer Schwingbreite von 2.500 kN mit einer maximalen Prüffrequenz von 40 Hz nach o.a. Regelwerken¹⁰ durchführbar.

Die zu prüfenden Spannsysteme werden in den in Abb. 2.2 dargestellten, 16,0 m langen, 2,8 m breiten, 2,0 m hohen und 145 t schweren Prüfrahmenn¹¹ eingebaut.

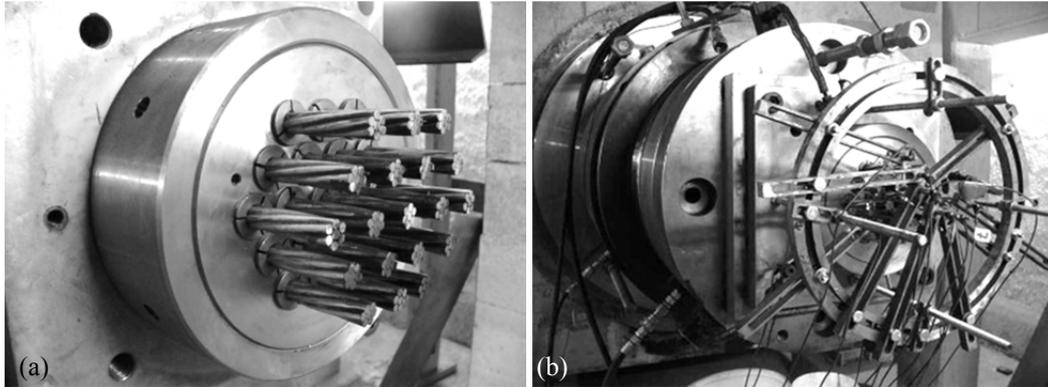


Abb. 2.2: Dauerschwing-Resonanzprüfmaschine (TU Wien)

¹⁰ Aktuell gilt eine Beschränkung der Prüffrequenz f auf 8 bzw. 10 Hz (siehe Tab. 2.2).

¹¹ Über die Auflagerbereiche der Probekörper werden massive Druckkräfte in den Prüfrahmenn eingeleitet. Daher sind die Endbereiche längs und quer massiv vorgespannt.

In Abb. 2.3 ist ein eingebautes Schrägkabelsystem mit 19 Litzen ersichtlich.



**Abb. 2.3: 19-litzige Schrägkabelverankerung in eingebautem Zustand (a)
Verankerung inklusive Messsysteme (b)**

Für beide Systeme wird nach dem Aufbringen der Mittelspannung σ_m in den Probekörper, mit Hilfe eines Unwuchterregers die erforderliche Spannungsschwingbreite $\Delta\sigma$ zwischen Ober- (σ_o) und Unterspannung (σ_u) in einer Erregerfrequenz auf den Versuchskörper aufgebracht. Der erwünschte Resonanzeffekt stellt sich durch zyklische Lasteintragung in der Eigenfrequenz des gesamten Systems ein. Dynamische Vergrößerungsfaktoren¹² von etwa 50 bis 1000 sind in Abhängigkeit von Erregerkraft und Systemdämpfung erzielbar. Das Spannungsverhältnis R erfüllt stets Gl. (2.1), womit eine Zugwechselbeanspruchung vorliegt.

$$0 < R = \frac{\sigma_u}{\sigma_o} < 1 \quad (2.1)$$

Zur Ermittlung einer Wöhlerlinie wird die Spannungsamplitude σ_a nach Gl. (2.2), bei konstanter Mittelspannung σ_m sowie konstantem Spannungsverhältnis R , variiert.

$$\sigma_a = \frac{\sigma_o - \sigma_u}{2} \quad (2.2)$$

Für ein Schrägkabelsystem ergibt sich bei einer zyklischen Einstufenbelastung mit einer Oberlast σ_o von $0,45 \cdot \text{GUTS}$ sowie einer Spannungsschwingbreite $\Delta\sigma$ von 200 N/mm^2 ein Spannungsverhältnis R von $0,76$.

Den Verlauf einer Wöhlerlinie (SN-Kurve), welche die Nennspannungsamplitude S_a ¹³ mit der zugehörigen Lastwechselzahl N ¹⁴ unter Einstufen-Schwingbeanspruchung gegenüberstellt, zeigt Abb. 2.4. Große Spannungsamplituden im Kurzzeitfestigkeitsbereich werden mit Gebrauchstauglichkeitsnachweisen verhindert, womit für beschriebene Versuche der Zeitfestigkeits- und anschließende Dauerfestigkeitsbereich unter hochzyklischer Wechselbeanspruchung von Relevanz ist.

¹² Der dynamische Größenfaktor gibt das Verhältnis von gemessener Prüfkraft im Spannsystem zu eingetragener Kraft an - siehe [Koe08].

¹³ Zur Abgrenzung der Spannungswerte werden in der Literatur häufig Nennspannungen mit S sowie örtliche Spannungen mit σ bezeichnet. S_a kann auf Normalspannungen bzw. Schubspannungen bezogen werden.

¹⁴ Die Wöhlerlinie kann durch Bezugnahme auf einen Lebensdauerabschnitt spezialisiert werden: Lastwechselzahl bis zum Anriss N_{in} bzw. Schwingspiele vom Anriss bis zum Bruchversagen N_{Fo} (siehe Kap. 6.4).

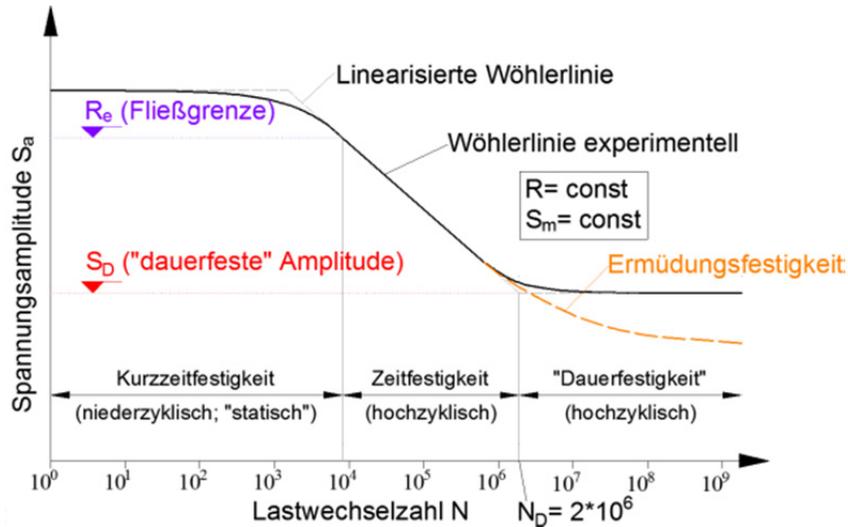


Abb. 2.4: Wöhlerlinie für metallische Werkstoffe in Anlehnung an [ZZ08]¹⁵

Wie in [Son05] beschrieben, liegt eine wortgetreue „Dauerfestigkeit“ S_D ¹⁶ bei N_D Grenzlastschwingspielen laut Abb. 2.4 nur dann vor, wenn mikrostrukturelle Fehler bzw. Einflüsse auf die Werkstoffoberflächen ausgeschlossen werden können. Aufgrund der Unvermeidbarkeit dieser Materialfehler sowie der vorliegenden Konstruktion beschriebener Detailbereiche, ist i.A. von einem Abfall der Ermüdungsfestigkeit auszugehen. Damit ist die im Versuch erzielte Beanspruchbarkeit des Spannglieds ein Schwellenwert der Ermüdungsfestigkeit S_L ¹⁷ bei vorgegebener Lastwechselzahl N_L .

Temperaturmessungen im Bereich der Verankerungen, der Umlenkungen sowie der freien Längen der Litzenzugglieder zeigen trotz der hohen Prüffrequenz für Vorspannsysteme bis zu einer Größenordnung von 19 Litzen lediglich Temperaturanstiege bis 40°C. Demzufolge treten keine negativen Auswirkungen auf die Testergebnisse auf. Ermüdungsbrüche an den einzelnen Spannstahldrähten können messtechnisch durch signifikante Abfälle der Kraftamplitude, sowie simultan gemessenen Verschiebungen, aufgezeichnet und damit festgestellt werden. Der derzeitige Prüfrahmaufbau ermöglicht Dauerschwingversuche mit anschließenden Bruchversuchen an Schrägkabeln oder vorgespannten Systemen mit bis zu 71 parallelen Monolitzen.

Da sämtliche Testserien ausschließlich Vorspannsysteme mit Parallellitzen unter einstufiger Schwingbelastung behandelten, beschränkt sich diese Arbeit zum einen auf diese Kabeltypen. Zum anderen werden, neben den statischen Zugversuchen, für die Ermüdungsbeanspruchung ausschließlich Einstufenversuche betrachtet.

Des Weiteren werden die Bereiche der hohen Schwingspielzahlen ($N > 1 \cdot 10^7$ LW) nicht behandelt, da hier die Versagensmechanismen überwiegend von inneren Materialdefekten ausgehen. *Träger und Caballero* haben in [TC13] mit Langzeitversuchen (s.g. Runout-Versuche) einen wertvollen Beitrag zum Langzeitverhalten von Schrägkabelkonstruktionen geleistet.

¹⁵ S_m ist die Mittelspannung und entspricht dem Mittelwert aus Ober- (S_o) und Unterspannung (S_u).

¹⁶ Die Dauerspannungsamplitude S_D wird auf lokaler Ebene mit $\sigma_{a,D}$ bezeichnet.

¹⁷ Auf lokaler Ebene mit $\sigma_{a,L}$ bezeichnet.

2.1.4 Parallellitzensysteme - Stand der Technik

2.1.4.1 Komponenten der getesteten Parallellitzensysteme

Das bewährte Grundsystem für Parallellitzensysteme besteht aus parallelen Monolitzen aus kaltgezogenen hochfesten Spannstahldrähten, deren Anzahl die gewünschte Kabelzugkraft bestimmt.

Da ein Großteil der durchgeführten Testserien an Schrägkabelsystemen erfolgte, wird der Fokus auf diese Systeme gelegt. Für Schrägkabelsysteme erfolgt i.A. am Pylon die Applizierung einer festen Basisverankerung sowie am Fahrbahnüberbau die Installation eines Spannankers, welcher mittels Ankerkopfaußengewinde und Justier-Ringmutter die Nachstellung der Verankerung ermöglicht. In der Abb. 2.5 ist ein Spannsystem mit Bezeichnungen der Komponenten ersichtlich.

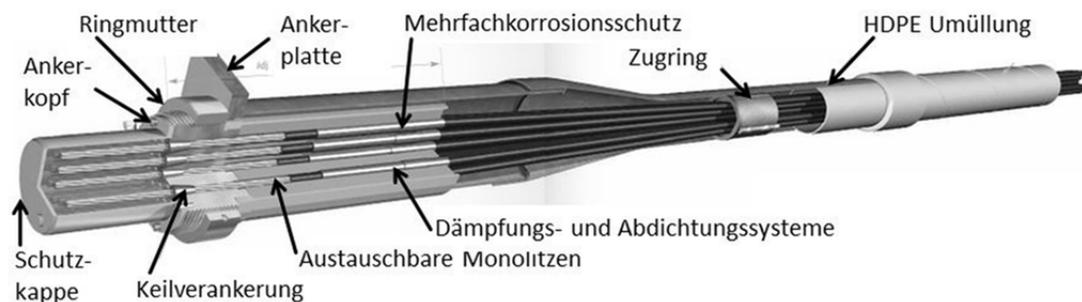


Abb. 2.5: Spannverankerung mit Bezeichnung der Komponenten [Vsl11]

Zur Realisierung einer Verankerung werden die Monolitzen vor den Auflagerpunkten innerhalb eines Stahlrohres mit anschließendem Elastomerblock gespreizt. Diese Einspannung ermöglicht die Verringerung der Biegebeanspruchung der Litzen in den Verankerungsbereichen. In der freien Kabellänge ordnet man zur Aufnahme der Umlenkkräfte und Schwingungen einzelner Litzen mit dementsprechenden Abständen von den Enden Zugringe zur engen Bündelung der Litzen an. Damit können die Litzen zum einen in der freien Länge als gesamtes Kabel wirken. Zum anderen sollen sie einzeln durch die angebauten Verankerungseinheiten geführt, verankert und ausgetauscht werden können.

Dazu werden die mit Polyethylen (PE) umhüllten, häufig verzinkten Monolitzen innerhalb der Verankerung möglichst lange durch die Ankerhülsen mit integrierten Führungs- und Abdichtungselementen¹⁸, und dem anschließenden Ankerkopf geführt.

Durch diese Konstruktion werden die Litzen möglichst lange vor dem eigentlichen Kontaktbereich geführt, um die auftretenden lokalen Biegeeffekte und damit verbundenen Biegespannungen zu dämpfen. Die Funktionsweise derartiger Systeme wurde u.a. von *Brand et al.* [BMF+11] in Versuchsserien bestätigt, welche die Schwingungsbelastung in transversaler Richtung zur Litze deutlich reduzieren konnten.

¹⁸ Die Führungselemente (Plastikrohre, Abstandhalter etc.) werden in einer Vergussmasse eingebettet (z.B. Kugelgraphit).

Erst im Ankerkopf erfolgt innerhalb der s.g. offenen Keilverankerung¹⁹ mit einer Form- und Reibschlussverbindung die eigentliche Verankerung durch Kontaktherstellung mit den Stahlklemmkeilen. In dieser Kontaktzone werden die nackten Spannstahlitzen, bestehend aus sechs helixförmig um einen Kerndraht geschlagene Außendrähte, mit den einsatzgehärteten konischen Stahlkeilen einzeln gegen Durchrutschen verankert. Die innere Kontaktfläche der Keile besteht aus teilweise abgestuft geformten, gefrästen Zähnen, damit sich die Keile in der Drahtoberfläche festbeißen können²⁰. Gleichzeitig soll eine optimale Krafteinleitung über die Keillänge L_{Ke} , die der Kraftabtraglänge entspricht, erreicht werden (Details siehe Kap. 4.3).

Zum Schutz gegen Verwitterung, Korrosion und Vandalismus innerhalb der Verankerungseinheit werden, neben der Verwendung von o.a. geschlossenen Verankerungen, Schutz- und Abdeckkappen sowie Stahlrohre verwendet. Auf der freien Länge kommen HDPE-Hüllrohre sowie eine Kabelfüllung zur Anwendung.

Viele Vorteile gegenüber anderen Systemen – u.a. günstige, robuste, langlebige und leicht zu reinigende Konstruktion sowie einfache Handhabung – führen zu einer hohen Wirtschaftlichkeit der offenen Keilverankerung. Ferner stellt dieses System das aktuell meistverwendete Verankerungssystem für Litzenzugglieder dar, und wurde auch in allen durchgeführten Versuchen im Labor des Instituts für Tragkonstruktionen an der TU Wien eingesetzt. Eine Übersicht über die Vorteile des Parallellitzensystems und deren Konsequenzen in der Baupraxis bzw. für die FE-Betrachtung ist im Anhang A in der Tab. A.1 angeführt.

2.1.4.2 Stand der Technik von Parallellitzensystemen

Dank umfangreicher Systementwicklungen und einzuhaltenden Regelwerken weisen die relativ jungen Schrägkabel- und Vorspannsysteme aus Parallellitzen aktuell bereits einen weit fortgeschrittenen Stand der Technik auf. Sie erfüllen die Anforderungen an hohe technologische und materielle Qualitätskriterien, und stellen derzeit das am häufigsten verwendete Zuggliedsystem für Schrägkabelbrücken sowie weiterer Zuggliedsysteme dar.

Die Hauptfunktion von Schrägkabeln ist die direkte Lastübernahme sämtlicher ständiger und veränderlicher Lasten in den Zuggliedern. Dafür ist im Vergleich zu anderweitig vorgespannten Bauwerken i.A. die Oberspannung grundlegend auf ein geringes Niveau von 45 % der garantierten Nennzugfestigkeit zu beschränken. In Abhängigkeit von den Dämpfungssystemen beläuft sich die in Schrägkabeln gemessene Bandbreite an Spannungsamplituden $\Delta\sigma$ zwischen 50 und 70 MPa. Bei Lastfallüberlagerungen können laut [Sve11] jedoch auch Größenordnungen von 100 bis 150 MPa auftreten. Weiters gibt [Sve11] am Beispiel einer durchschnittlichen Größenordnung für ein Schrägkabelsystem für die Biegespannungen zufolge Verkehr / Wind am Ankerkopf 15 / 10 MPa bzw. an der Halterung 30 / 20 MPa an. Die schwingenden Betriebslasten aus Verkehr und Wind treten in der Praxis laut Untersuchungen von [NWB90] in einem Frequenzband von 0,5 bis 5 Hz auf.

Zusammenfassend soll für derartige Schrägkabelsysteme die Dauerhaftigkeit in den kritischen Systembauteilen, wie Verankerungen, Bündelungen, Umlenkungen oder Kopplungen, gegenüber der freien Kabellänge nicht erheblich abgemindert werden.

¹⁹ Keilverankerungen besitzen eine der Litzenzahl entsprechende Anzahl an konusförmigen Öffnungen, deren Geometrie den Stahlkeilen angepasst ist.

²⁰ s.g. Keilbiss

2.1.4.3 Problematik und Entwicklung von Parallellitzensystemen

Zur Erfüllung der o.a. Voraussetzungen ist neben den Materialeigenschaften der einzelnen Komponenten deren Zusammenwirken von Bedeutung. Trotz Weiterentwicklungen wird die Systemqualität von den Verankerungseinheiten am meisten beeinflusst und damit beschränkt.

Grund dafür ist zum einen die Übertragung axialer Zugkräfte und das Auftreten von lokalen Biegespannungen durch überwiegend verkehrs- und windinduzierte Schwingungen. Zum anderen ist der Kabelendbereich besonders anfällig auf Korrosionsschäden. Aus einem Bericht von [HMM+05] sind, unter Berücksichtigung weiterer Dokumentationen wie u.a. [May00], umfangreiche Ergebnisse von Schadenserhebungen zu Schrägseil- und Schrägkabelsystemen zu finden, woraus folgende Ursachen für Korrosionsschäden abzuleiten sind:

- Häufiges Eindringen von aggressiven Wässern in Hohlräume von Schrägkabelquerschnitten aus vollverschlossenen Seilen führte u.a. zur Idee, einzeln geführte Kabelkonstruktionen (s.g. Multilitzensysteme) zu verwenden und die Einzeldrähte zu verzinken.
- Bei einigen Bauwerken kam es schon während der Bauphase aufgrund von Wasserstoffversprödung zu Drahtbrüchen, weshalb Vorschläge zur Ersetzung der galvanischen Verzinkung durch eine Feuerverzinkung sowie eine Begrenzung der maximalen Zugfestigkeit der hochfesten Stähle aufkamen.
- Wassereindrang in Hohlräume, Verankerungs- und Umlenkungsbereiche rührte häufig von nicht durchgängigem Korrosionsschutz der Spannglieder her²¹.

Besonders bei vollverschlossenen Kabeltypen haben einige auftretende Schadensfälle²² dazu geführt, dass diese Bauweise rückläufig wurde und in Regelwerken wie [fib05]²³ keine Empfehlung mehr vorhanden ist.

Dies führte zur Konstruktion von Schrägkabeln aus einzelnen, auswechselbaren Monolitzen mit HDPE-Kunststoffhüllrohren. Neben vielen Verbesserungen gegenüber anderen Systemen traten bei diesen s.g. Multilitzensystemen in jüngster Zeit folgende Schadensursachen auf.

- Rissen im zementösen Füllgut der Kabel, aufgrund von Schwingungen, die zu Ringzugbeanspruchungen führen, konnte mit dem Einsatz von plastischen Materialien entgegengewirkt werden.
- Aufgrund von Duktilitäts-, Formbeständigkeits- und Ermüdungsproblemen kam es in den Kunststoffhüllrohren, aufgrund schlechter Materialwahl, hohen Verpressdrücken und anfälligen Schweißnähten, zu Rissen und damit zu einem Lochfraßkorrosionsangriff auf den Spannstahl (durch eindringendes Wasser).
- Ein Großteil der Probleme konnten bei den Spannverankerungen festgestellt werden. Beispielsweise kam es zu Wasseransammlungen im Kabelinneren²⁴. Ungenügende oder defekte Abdichtungen der unteren Verankerungsbereiche führten häufig zu einem Wassereintritt.

²¹ u.a. technisch fehlerhafte Abdeckungen, Inspektionsöffnungen bzw. Verpressungen (u.a. auch in Bauzuständen)

²² u.a. fehlerhafte Beschichtungen, unverfüllte Hohlräume, Kondenswasserbildungen etc.

²³ Regelwerk, welches den aktuellen Stand der Technik von Schrägkabelsystemen definiert (siehe Kap. 2.1.2)

²⁴ u.a. durch undichte Abdichtungen, schadhafte Hüllrohre und Inspektionsöffnungen, Kondenswasserbildung etc.

Die einzigen direkten Schädigungsmechanismen sind jedoch Reibkorrosionserscheinungen des Spannstahls und die damit verknüpfte Ermüdungskorrosion durch die konstruktionsbedingten Interaktionen zwischen Spannstahldrähten und Klemmkeilen. Während man mittels zerstörungsfreien Prüfverfahren wie z.B. die magnetinduktive Prüfung²⁵ (MFL Magnetic Flux Leakage) Drahtbrüche und Fehler auf der freien Länge untersuchen kann, gestaltet sich die Beherrschung der Verankerungsbereiche als sehr diffizil.

Prüfung der freien Länge von Schrägkabeln:

Voraussetzung für einen Einsatz der MFL in der freien Länge der Schrägkabel ist die Entfernung von Abdeckungen und Schutzkappen an den Kabelenden auf der Fahrbahnseite sowie auf der Pylonseite. In den meisten Fällen muss die Hüllrohroberfläche von allfälliger Verschmutzung befreit werden, um das Messsystem applizieren zu können. Der Prüfvorgang erfolgt durch Abfahren der gesamten Kabellänge mittels Seilwinden sowie simultaner Datenaufzeichnung und abschließender Auswertung. Damit können die Fehlerpositionen im Querschnitt²⁶ durch die umlaufend angeordneten Sensoren qualitativ bestimmt werden, um in weiterer Folge die Querschnittsverluste entlang der freien Länge des Kabels abzuschätzen.

Eine Praxisanwendung der MFL vor Ort zeigten [BC04] an einem 31-litzigen System an 68 Schrägkabeln der RAMA IX - Brücke in Bangkok. Mögliche Schwierigkeiten bei der Prüfung folgen aus einer Streufelderzeugung aufgrund einer allfällig auftretenden Oberflächenkorrosion sowie aus einem Rauschsignal, welches das Schrägkabel selbst durch Schwingungen etc. erzeugt. Weiters ergeben sich in Kabelmitte die größten Ortungsfehler aufgrund des Durchhanges des Kabels, da die Litzen konstruktionsbedingt nicht auf 100 % der Zugfestigkeit gespannt werden können.

Begrüßenswerte Weiterentwicklungen des Verfahrens wie z.B. [CBM09] nutzen die FEM zur Berechnung der magnetischen Parameter sowie zur automatisierten Datenauswertung.

Prüfung der Verankerungsbereiche von Schrägkabeln:

Von den zerstörungsfreien Prüfmethode zur Untersuchung von Schrägkabelsystemen hat die MFL gegenüber sonstigen Verfahren wie Ultraschallanwendungen, elektromagnetischen Verfahren oder Durchstrahlungsmethoden Vorteile in der praxisgerechten Anwendung. Dies betrifft v.a. eine Überprüfung der gesamten Kabellänge.

Die Problematik bei einer vor Ort Anwendung der MFL im Verankerungsbereich zeigten [BC04] an einer 31-litzigen Verankerungseinheit sehr detailliert auf, wonach die Methode mittels Ultraschallmessung vorgeschlagen wird. In [KLD00] ist eine entsprechende Untersuchung auf Fehlstellen an einer umfangreichen Auswahl an Endverbindungen von zwei Schrägseilbrücken in Südamerika dokumentiert. Dabei wurde an der Stirnseite der Litzen der magnetische Fluss gemessen, welcher im Falle von beschädigten Drähten eine höhere Reluktanz aufweist. Obwohl ein Vergleich von einer ausgebauten mit einer im Labor geprüften Verankerungseinheit sehr zufriedenstellende Ergebnisse zeigte, ist der praktische Einsatz aufgrund einer erforderlichen Applikation einer magnetischen Rückführung am Kabel, i.A. nicht möglich²⁷.

²⁵ In der Schweiz entwickeltes, zerstörungsfreies Prüfverfahren - u.a. in [BC04] und [CBM09] dokumentiert.

²⁶ Drahtbrüche, Materialabtrag etc.

²⁷ Dieser Sachverhalt wird von den Autoren in [KLD00] angegeben.

Ein großer Nachteil sind die höheren Geräte- und Ausbildungskosten im Falle einer gesamten Spanngliedprüfung, da beide Messsysteme²⁸ erforderlich sind.

Aufgrund der Unzugänglichkeit dieser kritischen Systembereiche, den deutlich größeren Querschnittsabmessungen im Vergleich zum Kabeldurchmesser, sowie den verschiedensten Konstruktionsvarianten in der Ausführung, bleibt die Umsetzung einer Fehleranalyse in den Kabelverankerungen weiterhin eine große Herausforderung. Die im Systemaufbau ähnlichen externen Spannglieder haben in Punkto Inspektionsmöglichkeit ebenfalls den Nachteil der nicht einsehbaren Verankerungs- und Umlenkungsbereiche.

Das Verständnis der Versagensmechanismen in den Verankerungen könnte zu einer Verbesserung der Systemausnutzung dieser Zuggliedsysteme beitragen, und wird im Laufe der Arbeit Hauptgegenstand sein.

2.1.4.4 Materialien und Fertigungsprozesse

Nachstehend sind die in den Verankerungen von Parallellitzensystem eingesetzten Bauteilkomponenten sowie deren Fertigungsprozesse beschrieben. Dies soll zum besseren Verständnis der weiteren Ausführungen bezüglich der relevanten Versagenseinflüsse beitragen. Weitere Details wie z.B. Einbauvorgänge, mechanische Zusammenhänge etc. sind in Kap. 4.3.2 angeführt.

Spannstahlmaterial:

Aufgrund der höher werdenden Anforderungen an das Material der Zugglieder wurden die Nennzugfestigkeiten der Spannstahlitzen in den letzten Jahren angehoben. Neue Zugfestigkeitsklassen (2060 MPa, 2160 MPa) fanden in der europäischen Spannstahlnorm EN 10138-3 [EN100] Berücksichtigung. Die Ist-Zugfestigkeit kann im Vergleich zur Nennzugfestigkeit um bis zu 15 % höher ausfallen, und damit sehr hohe Niveaus annehmen. Unter Umständen treten erhöhte Kerbempfindlichkeit bzw. sehr hohe Oberflächenhärten auf. Ein günstiges Ermüdungsverhalten soll jedoch beibehalten werden. Die dadurch auftretenden Probleme in den Auflager- und Umlenkungsbereichen sind teilweise gravierend, so dass Beschränkungen von Ist-Festigkeiten des Spannstahls durch den Hersteller der Spannverankerungen, Kopplungen u.dgl. keine Seltenheit darstellen (z.B. [Pau13]).

Zu diesen hohen Anforderungen an das Litzmaterial kommen i.A. eine hohe Streckgrenze, geringe Relaxation, Fertigungsgenauigkeit, guter Haftverbund, entsprechende Oberflächengüte und ein vollständiger Korrosionsschutz hinzu.

Die in aktuellen Projekten eingesetzten Spanndrahtlitzten aus hochfestem Spannstahl haben überwiegend Spannstahlgüten im Bereich von St 1570/1770 bis St 1660/1860²⁹. Erster Wert charakterisiert die charakteristische Dehngrenze $R_{p0,2}$, die auf den Anfangsquerschnitt bezogene Spannung, welche eine bleibende plastische Formänderung von 0,2 % der Ausgangslänge bewirkt. Der zweite Wert bezeichnet den Nennwert der Zugfestigkeit R_m ($= f_{pk}$), die auf den Anfangsquerschnitt bezogene Spannung, die den Bruch des Materials bewirkt. Die aktuelle Bezeichnung Y1860 S7-15,7³⁰ nach EN 10138-3 bezieht sich ausschließlich auf die Nennzugfes-

²⁸ MFL sowie Ultraschallprüfung

²⁹ Alte Bezeichnung: St $R_{p0,2} / R_m$ [N/mm²]

³⁰ S7-15,7: Litze; Drahtanzahl $n_d=7$; Nenndurchmesser $d_p=15,7$ mm.

tigkeit. Bei Zugbeanspruchung geht der Spannstahl kontinuierlich vom elastischen in den plastischen Verfestigungsbereich über. Zur Bemessungsauslegung wird häufig neben der Zugfestigkeit f_{pk} die 0,1 %-Dehngrenze $f_{p0,1k}$ ($= R_{p0,1}$) verwendet.

Laut Untersuchungen von [ZL10] verhielten sich vergütete Spannstähle in der Vergangenheit empfindlich gegenüber Spannungsrisskorrosion (SpRK), weshalb nach aktuellem Stand der Technik in erster Linie Litzen aus kaltgezogenen, unlegierten Drähten verwendet werden ([ZZ08]). Die in dieser Arbeit betrachteten Litzen bestehen aus sieben verseilten, runden Einzeldrähten, besitzen eine Nennquerschnittsfläche A_p von 150 mm², einen Nennaußendurchmesser d_p von 15,7 mm, einen Elastizitätsmodul E_p von 195 GPa und eine Querdehnzahl μ von 0,3.

Das gleichmäßige lamellare Perlitgefüge besteht aus einer engen Mischung aus Ferrit- und Zementit-Lamellen. Während Ferrit ein kubisch raumzentrierter α -Mischkristall ist, ist der Zementit (Fe_3C) ein sehr sprödes und hartes Eisencarbid. Details zum Herstellungsprozess der hochfesten Spannstahldrähte sind im Anhang A angeführt.

Der Korrosionsanfälligkeit des kubisch raumzentrierten Materialgefüges wird mit einem vierstufigen Korrosionsschutz der fertig geschlagenen Litze entgegengewirkt. Dieser besteht aus einer Zink- bzw. Galfanisierungsauflage³¹ der Drähte, einer Korrosionsschutzmasse aus Fett bzw. Wachs in den Drahtzwischenräumen und einer aufextrudierten PE-Ummantelung der gesamten Litze. Zudem werden die zu einem kompakten Kabel gebündelten Monolitzen mit einem UV-beständigen Hüllrohr aus hochverdichtetem PE-Material (HDPE high density polyethylene) umschlossen.

Der bei etwa 400°C stattfindende Verzinkungsvorgang kann laut [Bue05] zu einem Eindringen von Elementen entlang der Korngrenzen führen, um in weiterer Folge den interkristallinen Zusammenhalt zu schwächen. Abschließend wird die fertige Litze einer Wärmebehandlung bei über 300°C unterzogen und auf s.g. Coils mit Durchmesser von 0,75 m bis 2 m aufgewickelt. Gegenüber Betonstahl ist die plastische Verformungsfähigkeit trotz o.a. Maßnahmen bei der Herstellung deutlich reduziert, womit der Dauerhaftigkeit des Spannstahls erhöhte Aufmerksamkeit zukommt.

Eigenstressungen im Spannstahl:

In den Fertigungsprozessen entstehen durch Ziehvorgänge Längseigenstressungen in den Drähten. Die Umformung erfolgt beim Ziehen überwiegend durch die über die Normalkraft im Werkstoff hervorgerufenen radialen und tangentialen Druckspannungen, und weniger durch die erzeugten axialen Zugspannungen. Richtapparate zwischen den Ziehblöcken haben das Ziel, durch elastisch-plastische Wechselverformungen eine Umverteilung der inneren Spannungen und damit eine Erhöhung der Dauerfestigkeit der Drähte zu erreichen.

Das sich einstellende Niveau an Eigenstressungen, welches es durch Stabilisierungsverfahren wie o.g. thermomechanische Behandlungen abzubauen gilt, konnte u.a. von *Suarez F. et al.* [SEG+12] an hochfesten Stahldrähten gemessen und analysiert werden, und ist in Abb. 2.6 für einen Querschnitt mit 7 mm Durchmesser dargestellt.

³¹ Galfanisierung: Beschichtung aus einer Legierung mit 95 % Zink und 5 % Aluminium. Durchschnittliche Zink- bzw. Galfanaufgaben betragen 190 bis 350 g/m² (Schichtdicken 25 bis 50 μ m).

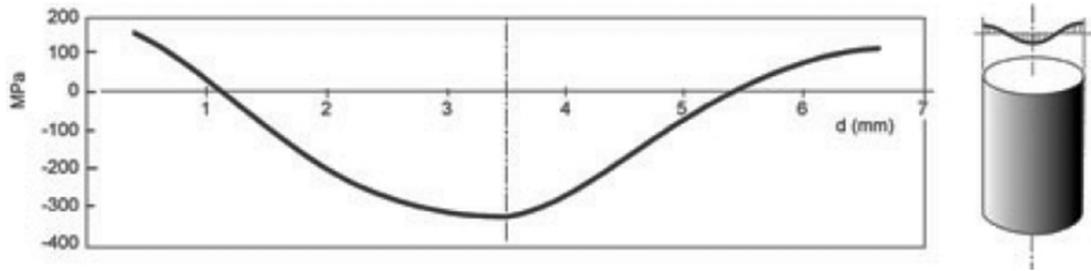


Abb. 2.6: Eigenspannungen im Drahtquerschnitt [SEG+12]

Zufolge des Kaltziehvorganges, bei dem der Drahtdurchmesser von 12 auf 7 mm abnimmt, zeigt sich an der Oberfläche eine Größenordnung an Zugeigenspannungen von etwa 100 N/mm^2 sowie im Kern ein Druckspannungsmaximum von -300 N/mm^2 .

Eine experimentell basierte Studie von *Atienza et al.* [ARM+05] an Kaltziehvorgängen von 20 mm dicken Stahlstäben führt ebenfalls auf ein Zugspannungsniveau an der Oberfläche. Die über den Radius aufgetragenen Axial- und Umfangseigenspannungen sind in Abb. 2.7 dargestellt. Die maximale Zugspannung beträgt etwa 200 N/mm^2 .

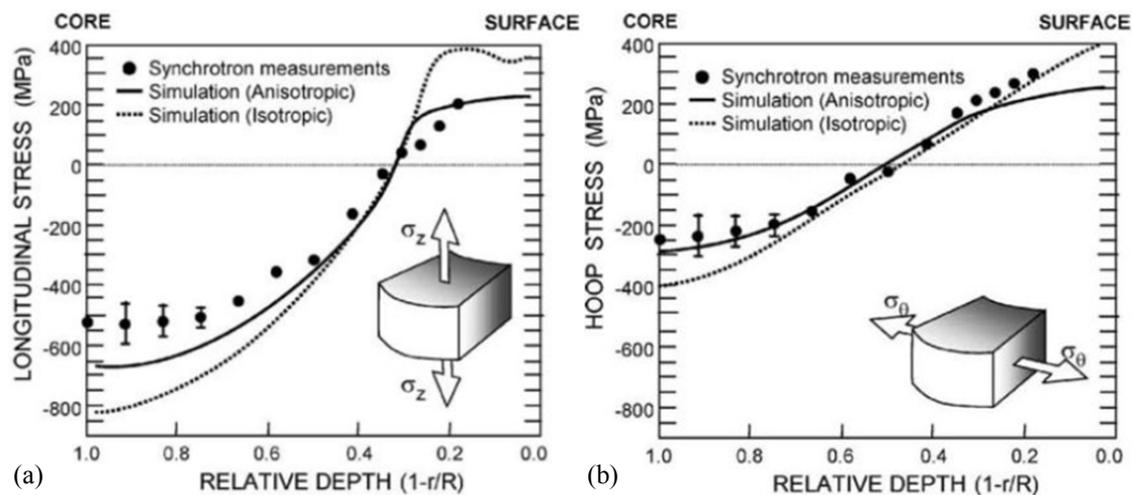


Abb. 2.7: Eigenspannungen im Stabquerschnitt in axialer Richtung (a) in Umfangsrichtung (b) [ARM+05]

Die in Abb. 2.6 sowie Abb. 2.7 veranschaulichten Eigenspannungsprofile nach Kaltziehvorgängen können in folgender Weise die mechanischen Materialeigenschaften beeinflussen (siehe [ARM+05]):

- Reduktion der maximalen Zugspannung im Zugversuch
- Verminderung der Lebensdauer durch beschleunigte Rissinitiierung³²
- Größere Spannungsverluste in Relaxationsversuchen

In einer Arbeit von [Sch09] wird ebenfalls ein Zugspannungsniveau an der Außendrahtoberfläche von Spannstahlilitzen in einem Bereich von 100 N/mm^2 angegeben, nachdem durch schrittweisen Abtrag der Drahtoberflächen eine Wirbelstrom-Vermessung erfolgte.

³² v.a. unter aggressiven Umgebungsbedingungen

Bedingt durch betriebsintern unter Verschluss gehaltene Methoden zu angewandten Stabilisierungsverfahren, sind genauere Daten über Restspannungszustände aktuell nicht greifbar. Aus diesem Grund werden in den folgenden Ausführungen, den jeweiligen Berechnungen nachfolgend, ausschließlich qualitative Aussagen, unter Einbezug der in Abb. 2.6 und Abb. 2.7 dargestellten Forschungsergebnisse, getätigt.

Zusätzliche Eigenspannungen durch unzulässige Unterschreitung des Mindest-Coildurchmessers der Spannstahlritze (750 mm) oder durch Langzeitlagerung in Trommelform werden durch entsprechende Praxisvorkehrungen verhindert und hiermit vorausgesetzt.

Für zukünftige numerische Analysen beschriebener Spannstahlritzen sind detaillierte Daten zu Eigenspannungsverteilungen wünschenswert, um die Realität besser abbilden zu können.

Material der Stahlklemmkeile

Ein Großteil der heutzutage produzierten Keile für offene oder geschlossene Keilverankerungen besteht aus beruhigtem Einsatzstahl der Güte 1.0403 (C15Pb) nach EN 10277-4³³, welcher sich durch eine Gleichmäßigkeit des Gefügeaufbaues auszeichnet. Durchschnittliche Zugfestigkeiten R_m von 600 N/mm² sowie 0,2 % Dehngrenzen $R_{p0,2}$ von 490 N/mm² sind bei einer Dehnung bei Maximallast A_{gt} ³⁴ von 12 % üblich.

Durch Drehen entsteht die aus Zeichnungsmaßen vorgeschriebene Kontur des konusförmigen Keilgrundkörpers. Mittels Gewindeschneiden wird dem Keilkörper eine umlaufende, saubere, scharfe Zahnung eingeprägt, welche mittels Messprofilen auf ihre exakte Zahnform zu prüfen ist. Die Zahnspitzen werden häufig nachbearbeitet, um den Kerbradius der Zahnspitzen r_Z zu vergrößern³⁵. Auf speziellen Sägemaschinen werden die nunmehr profilierten Keile in zwei, bzw. häufiger drei, identische Segmente getrennt. Die dabei entstehenden scharfen Kanten werden i.A. in einem nachfolgenden Bearbeitungsschritt entgratet.

Abschließend werden die Keilsegmente einsatzgehärtet, wodurch sich ein zur inneren gezahnten Oberfläche ansteigendes Härteprofil einstellt. Übliche Größenordnungen der Oberflächenhärte bei einer Härtetiefe von 0,25 bis 0,6 mm betragen 650 bis 750 HV 0,5³⁶, während Kernhärten von 200 bis 400 HV 0,5 gebräuchlich sind. Abb. 2.8 zeigt einen dreiteiligen Ringsegmentkeil.

Mit den aktuell fortgeschrittenen Fertigungsprozessen und anschließenden Kontrollmessungen sind sehr exakte Toleranzgrenzen, v.a. auch betreffend der Zahnschärfe sowie der Trennwinkel, realisierbar. Somit kann die Einhaltung der in Zeichnungsmaßen definierten Toleranzen nach DIN ISO 2768-1³⁷ sowie DIN ISO 2768-2³⁸ gewährleistet werden. Zur Erleichterung des Aufsteckens der Keile auf die Litzenenden werden diese häufig an der Keilspitze angefast.

³³ Blankstahlerzeugnisse - Teil 4: Einsatzstähle (2008)

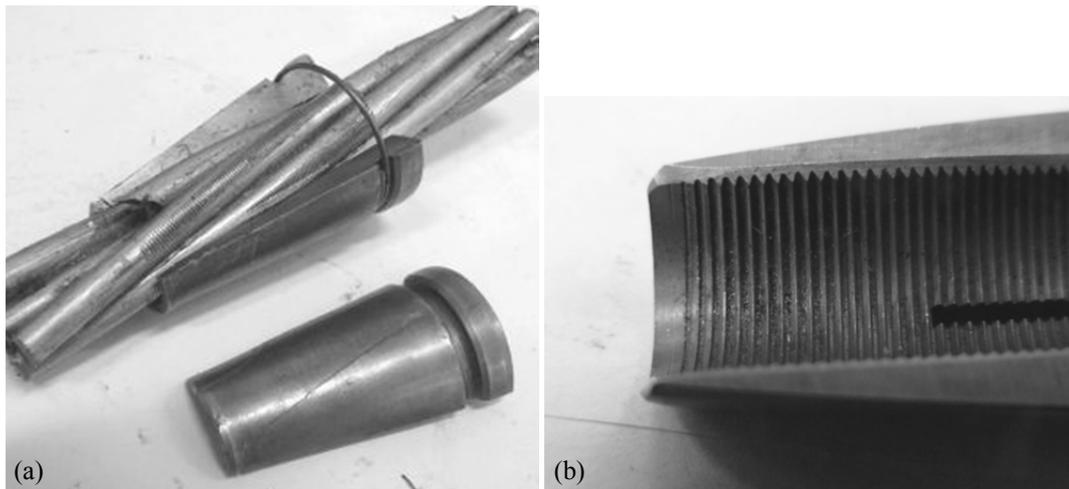
³⁴ Im Sprachgebrauch wird die Dehnung bei Höchstlast A_{gt} häufig als Bruchdehnung bezeichnet.

³⁵ In dieser Arbeit ist auszugsweise eine gebräuchliche Herstellungsart beschrieben.

³⁶ HV ist die Einheit der Vickershärte. Die Zahlenangabe 0,5 definiert die Größenordnung der Eindruckkraft.

³⁷ Allgmeintoleranzen; Toleranzen für Längen- und Winkelmaße ohne einzelne Toleranzeintragung (1991)

³⁸ Allgmeintoleranzen; Toleranzen für Form und Lage ohne einzelne Toleranzeintragung (1991)



**Abb. 2.8: Stahlklemmkeil nach statischem Zugversuch (a)
Keilspitze mit Randbearbeitung zur Entschärfung scharfer Kanten (b)**

Material der Verankerungen:

Der hochfeste, rissgeprüfte, unlegierte Vergütungsstahl C45E (bzw. C45R+N) nach DIN EN 10083³⁹ wird vor Zusammenbau der Verankerungskomponenten mit Schlibbildern von Proben geprüft, um das Gefüge und deren Zusammensetzung sowie den Wärmebehandlungszustand zu analysieren. Dadurch kann auf ein Material mit geringen Verunreinigungen, wie metallische und nichtmetallische Einschlüsse, zurückgegriffen werden.

Handelsübliche Materialien erreichen durchschnittliche Zugfestigkeiten R_m von 650 N/mm² sowie 0,2 % Dehngrenzen $R_{p0,2}$ von 400 N/mm bei Bruchdehnungen A_{gt} im Bereich von 25 %.

Zur Realisierung der Keilverankerung erhalten die Verankerungskörper kegelstumpfförmige Öffnungen. Die Anzahl der so entstehenden Ankerhülsen entspricht der gewünschten Litzenanzahl des Zugglieds.

³⁹ Vergütungsstähle – Teil 2: Technische Lieferbedingungen für unlegierte Stähle (2006)

2.1.5 Definition der kritischen Detailbereiche

2.1.5.1 Einflussgrößen auf die Ermüdungsfestigkeit und statische Zugfestigkeit

Die wesentlichen Einflussgrößen auf die statische Zug- und Ermüdungsfestigkeit der betrachteten Spannstahlssysteme sind in Tab. 2.3 bis Tab. 2.6 zusammengefasst. Die detaillierte Beschreibung basiert auf experimentellen Beobachtungen und begleitenden analytischen sowie numerischen Berechnungen, die in den nachfolgenden Kapiteln dokumentiert sind.

Geometrisch bedingte Einflussgrößen auf die Zug- bzw. Ermüdungsfestigkeit der kritischen Systembereiche einer Schrägkabelverankerung sind in Tab. 2.3 aufgelistet.

Einflussgröße	Detaillierte Beschreibung	Berücksichtigung in der FEA
Litzenquerschnitt	Helixförmige Wicklung der Außendrähte um den Kerndraht führt bei Belastung zu Querpressungen und Relativverschiebungen zwischen den Drähten (siehe Tab. 2.6).	Analytische und numerische Modelle ermöglichen diese Aussagen (Kap. 4.4).
Querpressungen	Innerhalb der Keilverankerung entstehen im Krafteinleitungsbereich ^{*I} erhöhte Querpressungen, die die statische Zugfestigkeit verstärkt negativ beeinflussen, auf das Ermüdungsverhalten jedoch geringen Einfluss ausüben (Kap. 4.3.2).	Analytische und numerische Modelle ermöglichen erst diese Aussagen (Kap. 4.4).
Kerbung in der Keilverankerung	Die Konstruktion der Keilverankerung führt in der Kontaktzone des Keiles mit der Litzenoberfläche zu einer Kerbung des Außendrahtes (Kap. 4.3.1).	Netzverfeinerung mit entsprechenden Kontaktdefinitionen (Kap. 6).
Mehrachsigkeit (Spannungszustandsversprödung)	Der räumliche Spannungszustand in der Kerbumgebung führt i.A. zu einer Spannungszustandsversprödung ^{*II} (Kap. 3.4). Durch hohe Querdrücke kommt es jedoch zu Verfestigungsbereichen im Kerbgrund, wodurch die Ermüdungsfestigkeit nur unwesentlich beeinflusst wird (Kap. 4.3.2).	Mehraxiale Spannungen werden für eine Lebensdauerbewertung auf äquivalente Vergleichsgrößen umgerechnet (Kap. 5.2).

*I...Im Bereich der Keilspitze beginnt der Einleitungsbereich für die Spannkraft.

*II...Damit wäre eine Erhöhung der Wahrscheinlichkeit für sprödes Bruchversagens verbunden.

Tab. 2.3: Geometrisch bedingte Einflussgrößen auf die Ermüdungsfestigkeit

Grundsätzlich bedingt die hohe Zugfestigkeit der Litzen eine erhöhte Kerbempfindlichkeit, die jedoch durch die Geometrie in der Keilverankerung separat zu betrachten ist (siehe Kap. 4.3.2). Die in der zweiten Zeile angeführten, und in Kap. 4.4 näher beschriebenen Interaktionen zwischen den Einzeldrähten, führen zu zusätzlichen Kontaktspannungen und Reibkorrosionseffekten, welche die Ermüdungsfestigkeit gegenüber einzelnen Drähten mindern⁴⁰.

In Tab. 2.4 sind die fertigungsbedingten Einflussparameter auf das Ermüdungsverhalten der genannten Detailbereiche zusammengefasst. Beschriebene Fehler führen zu Spannungskonzent-

⁴⁰ Diese Effekte sind u.a. auch in [ZZ08] angeführt.

rationen, welche durch eingebrachte Zugspannungen im Bauteil weiter anwachsen und nach Überschreitung des Mikrorissbereiches zu makroskopischem Risswachstum führen.

Einflussgröße	Detaillierte Beschreibung	Berücksichtigung in der FEA
Zugfestigkeit bzw. Streckgrenze	Die Ermüdungsfestigkeit steigt zwar mit wachsender Zugfestigkeit des Materials, jedoch ist die Kerbempfindlichkeit im Vergleich zu Betonstahl bzw. allgemeinen Baustählen bedeutend höher.	Materialverhalten im FE-Modell implementiert (Kap. 5.2).
Materialeinschlüsse sowie Ausscheidungen	Die durch den Herstellungsprozess der Zugglieder vorhandenen Fehlstellen ^{*I} wirken als Rissinitiationsstellen. In den betrachteten kritischen Detailbauteilen verlieren diese jedoch ihre Relevanz, da sie seltener zum Versagen führen.	Qualitative Analyse der verformungsbehafteten statischen Brüche mit s.g. <i>cup-and-cone</i> Form (Kap. 3.2.1).
Oberflächenbeschaffenheit	Diskontinuitäten an der Oberfläche – teilweise auch vor oder während des Einbaus durch mechanische Verletzungen verursacht – führen zu Spannungskonzentrationen und begünstigen die Rissbildung.	Oberflächenfaktor modifiziert Wöhlerlinie: Siehe Oberflächenrauigkeit.
Oberflächenrauigkeit	Führt zu Spannungskonzentrationen und begünstigt Rissbildung. Der Rauigkeitsfaktor $K_{R,\sigma}$ laut Gl. (2.3) ist eine Funktion der Rautiefe R_z sowie der Zugfestigkeit R_m und wird durch Multiplikation mit der Dehnungswöhlerlinie berücksichtigt (Kap. 5.2).	Rauigkeitsfaktor Litze: $K_{R,\sigma}=1,00$ als Funktion von $R_z=0,5\ \mu\text{m}$ sowie $R_m=1860\ \text{MPa}$ ^{*II} (siehe [FKM03]).
Eigenstressungen	Der Einfluss von Eigenstressungen in den Spannstahldrähten ist zu beachten, welche u.a. von [ARM+05] analysiert wurden und zu eingepprägten Zug- und Druckzonen führen (Kap. 2.1.4).	In der Berechnung nicht explizit berücksichtigt (Interpretation qualitativ).

*I ...Schweißrisse, Lunker durch Gießen, Defekte durch Abkühlungsprozesse etc.

*II ...Mittlere Rautiefe $R_z=0,35$ bis $0,70\ \mu\text{m}$ in Anlehnung an [CUG12]

Tab. 2.4: Fertigungsbedingte Einflussgrößen auf die Ermüdungsfestigkeit

In Anlehnung an die *FKM-Richtlinie* [FKM03] lässt sich der Rauigkeitsfaktor $K_{R,\sigma}$ mit der empirisch abgeleiteten Gl. (2.3) in Abhängigkeit von der Zugfestigkeit R_m abschätzen.

$$K_{R,\sigma} = 1 - a_{R,\sigma} \cdot \lg(R_z / \mu\text{m}) \cdot \lg(2R_m / R_{m,N,\min}) \leq 1 \quad (2.3)$$

Für den Litzentyp Y1860 errechnet sich $K_{R,\sigma}$, mit den beiden Konstanten $a_{R,\sigma}=0,22$ und $R_{m,N,\min}=400\ \text{N/mm}^2$ sowie einer mittleren Rautiefe R_z von $0,5\ \mu\text{m}$, zu $1,0$. Damit verlieren die in Tab. 2.4 angeführten Faktoren zur Berücksichtigung der Oberfläche, welche grundsätzlich einen großen Einfluss auf die Ermüdungsfestigkeit haben, in den betrachteten KIZ ihre Relevanz⁴¹. Eine Abminderung der Ermüdungsfestigkeit mit einem Faktor $K_{R,\sigma}<1,0$ wäre erst ab einer Rauigkeit R_z von $1,05\ \mu\text{m}$ erforderlich.

Diese Berechnung bestätigt auch eine Abschätzung der Rauigkeitsfaktoren mit dem, in nachstehender Abb. 2.9 dargestellten Zusammenhang.

⁴¹ Für die Stahlklemmkeile (Zugfestigkeit $R_m=600\ \text{MPa}$, Rautiefe $R_z=3,2\ \mu\text{m}$) folgt $K_{R,\sigma}$ zu $0,95$.

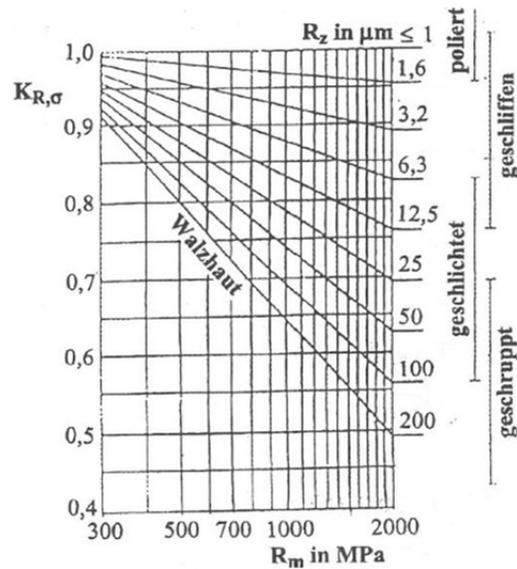


Abb. 2.9: Rauigkeitsfaktoren $K_{R,\sigma}$ [FKM03]

Unterschiedliche Werkstoffkennwerte⁴² (v.a. aus der Bruchmechanik: K_{Ic} , m , C etc.), welche in dieser Arbeit der einschlägigen Literatur entnommen werden (siehe Kap. 5.2), unterliegen aufgrund von stochastischen Verteilungen großen Streuungen. Aus diesem Grund gestaltet sich eine quantitative Vorhersage der Materialermüdung als ausgesprochen schwierig.

Die beanspruchungsbedingten Einflüsse auf die Ermüdungsfestigkeit sind in Tab. 2.5 dokumentiert. Hierbei wurden komplexe Einflussparameter wie Belastungsgeschichte, Reihenfolgeeffekte, Lastkollektive oder Frequenz für die numerische Berechnung vernachlässigt, die grundsätzlich Einfluss auf die Schwingfestigkeit haben. Diese Vorgehensweise ist aufgrund folgender Punkte für diese Arbeit zielführend:

- Selbst für eine grundsätzliche, qualitative Strukturanalyse müssen die o.a. Parameter mit verhältnismäßig großem Arbeitsaufwand zu geeigneten Spannungskollektiven aufbereitet werden.
- Eine derartige Vorgehensweise bringt in vielen Fällen Unsicherheiten mit sich, da sich die abgeschätzten Lebensdauerangaben in Richtung der nichtkonservativen Seite verschieben würden. Dies bestätigen auch *Zilch et al.* in ihrem Standardwerk [ZZ08], wonach die getroffenen Vereinfachungen als durchaus üblich bezeichnet werden können.
- Die in Einzelfällen, v.a. im Zuge von Validierungsversuchen, aufgetretenen, unregelmäßigen Belastungsfälle (Überlasten, Blocklasten, Einschwingvorgänge, Störeffekte, Messungenauigkeiten etc.) zeigen in keinem Fall Auswirkungen auf das statische oder dynamische Verhalten bzw. auf die jeweilige Zug- oder Ermüdungsfestigkeit.

⁴² Beispielhaft sei für die Bruchzähigkeit K_{Ic} die Abhängigkeit von zahlreichen Parametern wie Temperatur, Mikrostruktur, Anisotropie, Wärmebehandlungszustand oder Belastungsgeschwindigkeit erwähnt.

Einflussgröße	Detaillierte Beschreibung	Berücksichtigung in der FEA
Zugspannung (global)	Die Zugwechselbeanspruchung wirkt sich beim hochfesten Spannstahl verstärkt negativ aus. Unter dem vorliegenden Zugspannungsniveau kommt es im Vergleich zu einer Biegebelastung zu keiner Stützwirkung aufgrund ungleichmäßiger Spannungsverteilung über den Querschnitt.	Spannungsverteilung in einem dreidimensionalen FE-Modell der freien Länge analysiert (Kap. 4.2).
Mittelspannung (global)	Die vorliegende Zugmittelspannung $\sigma_m > 0$ reduziert die ertragbare Spannungsamplitude σ_a aufgrund der Tatsache, dass sich die in Tab. 2.4 genannten Fehlstellen verstärkt negativ als Rissstarter auswirken.	Wöhlerlinien werden mit einem Schädigungsparameter modifiziert (Kap. 6.3).
Spannungsspitze an der Mantelfläche der Drähte (lokal)	Auch bei einaxialer Zugbelastung führen Zugspannungen in Kombination mit Schubspannungen zufolge Torsionsbelastung zu Spannungsspitzen in der Mantelfläche der Einzeldrähte. Diese tragen zur beschleunigten Rissinitiierung an der Oberfläche bei.	In einem dreidimensionalen FE-Modell der freien Länge analysiert (Kap. 4.2).
Querdruck freie Länge (lokal)	Auf der freien Länge der Kabel treten Spannungsspitzen in den Kontaktstellen zwischen Außendrähten bzw. Außen- und Kerndrähten auf, welche zu Reibkorrosionseffekten führen (siehe Tab. 2.6).	Bruchflächenanalysen (Kap. 3.2) und numerische Modelle ermöglichen diese Aussagen.
Querdruck Verankerung (lokal)	Innerhalb der Keilverankerung treten aufgrund der Geometrie Querdrücke bzw. Querpressungen auf, welche bereits in Tab. 2.3 beschrieben sind. Dieser Effekt führt u.a. zur Reibkorrosion (siehe Tab. 2.6).	Analytische Berechnungen ermöglichen diese Aussagen (Kap. 4.3).

Tab. 2.5: Beanspruchungsbedingte Einflussgrößen auf die Ermüdungsfestigkeit

Für Monolithensysteme zeigen unterschiedliche Oberspannungen σ_o in einem Bereich von 45 bis 60 % der garantierten Nennzugfestigkeit der Spannstahllitzen (GUTS) bzw. Spannungsschwingbreiten $\Delta\sigma$ innerhalb eines Niveaus von 200 bis 380 MPa keinen systematischen Einfluss auf das Ermüdungsverhalten bis zu $2 \cdot 10^6$ Lastwechseln. Drahtbruchanalysen laut Kap. 3 lassen eine Tendenz erkennen, dass lokale Schädigungsmechanismen zufolge Querdruck, Relativverschiebungen, Materialinhomogenitäten etc. unterschiedlichen Einfluss haben und daher eine gesamtheitliche Betrachtung potentieller Parameter wünschenswert wäre.

Die in der Tab. 2.5 angeführten Korrosionserscheinungen werden, neben allen auftretenden Korrosionsphänomenen, in Zusammenhang mit den Auswirkungen auf die Ermüdungsfestigkeit in betrachteten Detailbereichen, in nachstehender Tab. 2.6 zusammengefasst.

Einflussgröße	Detaillierte Beschreibung	Berücksichtigung in der FEA
Klassische abtragende Korrosion	Die Installation eines permanenten Korrosionsschutzsystems ist i.A. nach [GG12] diffizil (z.B. dauerhafte Gewährleistung des Korrosionsschutzes in den Verankerungszonen). Eine negative Auswirkung auf die Ermüdungsfestigkeit ist bemerkbar ^{*1} .	Korrosionsarten ohne mechanische Ursachen sind nicht Gegenstand des Forschungsvorhabens.
Lochfraßkorrosion	Lokal auftretende Korrosionsnarben reduzieren erheblich den Ermüdungswiderstand ^{*1} .	
Spannungsrissskorrosion (SpRK), eventuell wasserstoffinduziert	SpRK führt bei korrosionsempfindlichen Spannstahlmaterialien, unter korrosiver Atmosphäre und einem vorhandenen Spannungsniveau zu beschleunigtem Risswachstum. Zusätzlich kann durch Eindiffundieren und Konzentration von Wasserstoff an der Rissspitze eine Versprödung auftreten [NWB90].	Nicht Gegenstand des Forschungsvorhabens.
Schwingungsrissskorrosion (SchwRK)	Ein Anriss an einer lokalen Kerbfehlstelle (Verletzung der Spannstahloberfläche, Korrosionsnarben, etc.) schreitet unter entsprechender Belastung beschleunigt bis zur kritischen Risslänge a_c fort. Das Risiko einer SchwRK wächst mit steigender Zugfestigkeit des Materials und ist in hohem Maße von der Herstellungsart abhängig [NWB90].	Angaben zu abgeminderten Ermüdungsfestigkeiten in korrosiver Umgebung sind nicht vorhanden.
Reibkorrosion (fretting corrosion) freie Länge	Scheuerbewegungen im Bereich von 1 bis 80 μm an der Oberfläche der Spannstahlilitzen bei gleichzeitig wirkender Normalkraft aus Kontaktpressung führt zu einer Schädigung der Einzeldrähte ([NWB90], [WGF13]).	Beschriebene Korrosionserscheinungen werden im Zuge der Arbeit als bedeutende Einflussgrößen bestimmt.
Reibkorrosion Verankerungsbereich	Die in der Keilverankerung entstehenden Querpressungen und Relativverschiebungen zwischen den Drähten und den Keilen führen zu verstärkter Reibkorrosion ([ZZ08], [NWB90]).	
Reiber müdung (fretting fatigue)	Durch Reibkorrosionserscheinungen kommt es in weiterer Folge durch hochzyklische Scherbeanspruchungen zur Reiber müdung, wodurch sich Anrisse bilden und die Rissinitiierung beschleunigen.	

^{*1}...Statische Festigkeit (Zugfestigkeit, Fließgrenze) wird i.A. nicht beeinflusst [Nür81]

Tab. 2.6: Korrosionsbedingte Einflussgrößen auf die Ermüdungsfestigkeit

Ein wissenschaftlicher Beitrag in Bezug auf die Zugfestigkeit korrodierter Schrägkabeln von [CXY12] macht auf die deutliche Reduzierung von Fließgrenze, Zugfestigkeit, Grenztragfähigkeit sowie Bruchdehnung mit steigendem Korrosionsausmaß aufmerksam. Dabei sind neben den Außendrähten auch Drähte in unmittelbarer Nähe zu Bruchstellen anfällig. *Nakamura et al.* konnten in [NST04] die degressiven mechanischen Eigenschaften (Dehnung, Ermüdungsfestigkeit, Torsionswiderstand) von verzinkten als auch unverzinkten („schwarzen“) Spannstahldrähten mit 5 mm Durchmesser mit Korrosionsbeaufschlagung nachweisen. Die sich dabei einstellende, unebene, raue Spannstahloberfläche spielt dabei eine entscheidende Rolle.

Wie bereits erwähnt, tritt ein Großteil aller Schäden an Vorspann- und Schrägkabelsystemen durch Korrosionserscheinungen auf. Für Schrägkabelsysteme stellen die einzigen direkten Auslöser für Schädigung, die Mechanismen der Reibkorrosion sowie Ermüdungskorrosion, v.a. in den Verankerungsbereichen, das Hauptproblem dar. Einige Forschungsarbeiten beschäftigen sich mit den unterschiedlichen Korrosionserscheinungen an Spanngliedern von Schrägkabelbrücken und führen zu keinen eindeutigen Versagensursachen. Während einerseits einzelne Korrosionsprozesse⁴³ als Hauptversagensart identifizieren werden, gehen andere Zugänge von einer Kombination von mehreren Faktoren aus.

Diese Problematik wird durch den in Kap. 2.1.4.3 beschriebenen Sachverhalt verstärkt, dass zerstörungsfreie Prüfverfahren zur Eruierung von Materialabtrag sowie der genauen Mechanismen in den Spannverankerungen nur begrenzt eingesetzt werden können.

Im Anschluss sollen die als kritisch definierten Mechanismen beleuchtet werden.

2.1.5.2 Zusammenfassung der experimentell ermittelten Versagensstellen

Für die kritischen Detailbereiche⁴⁴ werden ab sofort für die unterschiedlichen Kontaktinteraktionszonen, folgend mit „KIZ“ bezeichnet, die in Tab. 2.7 aufgelisteten Kurzbezeichnungen verwendet. Dies sowohl auf globaler als auch auf lokaler Ebene. Bereiche von Anbauteilen wie Bündelungen, Umlenkungen sowie Kopplungen werden in einer Kategorie zusammengefasst, da sich die Verankerungsbereiche als bedeutend kritischer herausstellen.

Ebene	Kurzbezeichnung^{*I}	Kritische Interaktionszone	Auftretende Interaktionen bzw. Kontaktflächen
global	KIZ-Frei	Freie Länge des Kabels	Zwischen einzelnen Drähten
	KIZ-Ver	Verankerungsbereich	Zwischen einzelnen Drähten bzw. zwischen Außendraht und Keil
	KIZ-Son	Sonstige Bereiche (Bündelungen, Umlenkungen, Kopplungen etc.)	Zwischen einzelnen Drähten sowie zwischen Außendrähten und entsprechendem Anbauteil
lokal	AdKd-KIZ	Kontaktzone zwischen Außen- und Kerndraht	6 helixförmige Raumkurven (siehe Kap. 4.2.2)
	AdAd-KIZ	Kontaktzone zwischen Außendrähten	6 Linienkontakte (vereinfacht; siehe Kap. 4.2.2)
	KeAd-KIZ	Kontaktzone zwischen Keil und Außendraht	30 bis 80 Umfangskerben (abhängig von Zahnanzahl n_z^{*II} , siehe Kap. 4.3)

*I ...Ad Außendraht, Kd Kerndraht, Ke Keil, KIZ Kontaktinteraktionszone

*II ...Umlaufende, sägezahnförmige Zahnung der Keilinnenfläche bestehend aus 30 bis 80 Zähnen

Tab. 2.7: Kurzbezeichnungen kritischer Detailbereiche

⁴³ z.B. wasserstoffinduzierte SpRK, Reiber müdung etc.

⁴⁴ Bereiche mit großem Einfluss auf die optimale Systemausnutzung (Ermüdungsverhalten und statisches Verhalten).

An dieser Stelle sei erwähnt, dass folgende Aussagen und darauf aufbauende Ausführungen auf einer durchschnittlichen Betrachtungsweise von sämtlichen Versuchsserien basieren (ein- bis 55-litzige Schrägkabel- und Vorspannsysteme). In Abb. 2.10 sind die Positionen der versagensherbeiführenden Drahtbrüche, getrennt für dynamische als auch statische Versuche, veranschaulicht.

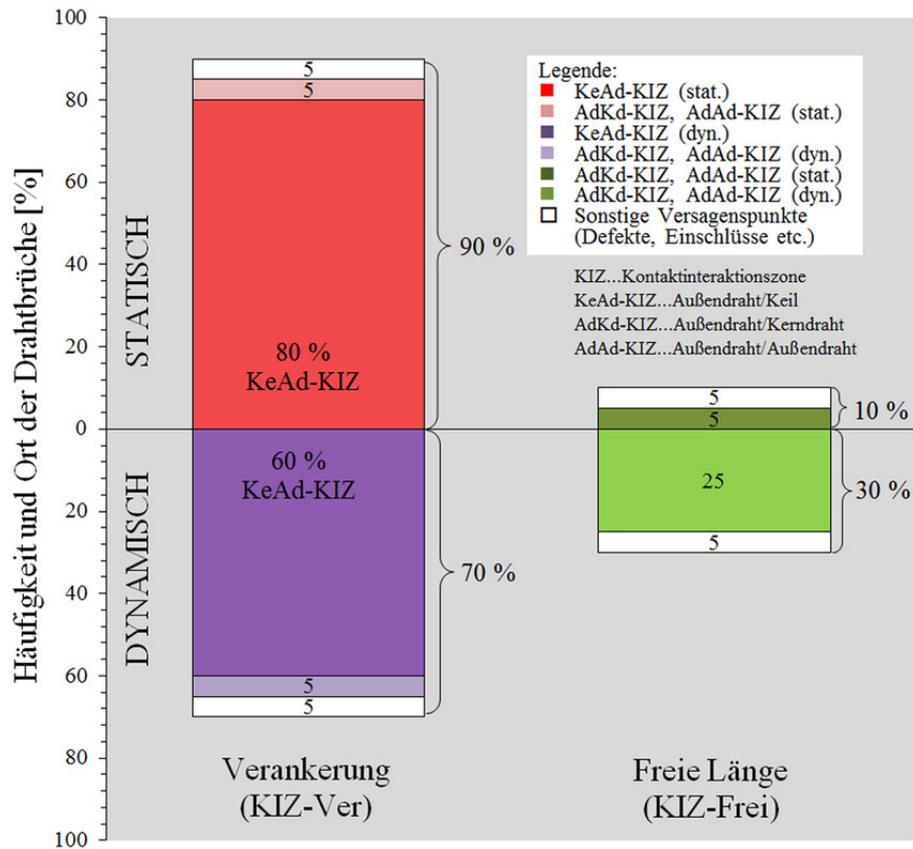


Abb. 2.10: Experimentell bestimmte Versagenspositionen

Von den **dynamischen Dauerschwingversuchen** im Zuge des FFG-Forschungsvorhabens sind folgende Punkte hervorzuheben.

- In den Verankerungen treten 70 % aller Ermüdungsbrüche⁴⁵ auf (KIZ-Ver), wobei der Großteil direkt im Bereich der Interaktion des Außendrahtes mit dem vorderen Bereich des Klemmkeiles auftritt (KeAd-KIZ).
- Im Bereich der freien Länge (KIZ-Frei) treten 30 % der Ermüdungsbrüche auf, wobei 4/5 davon in der Interaktionszone zwischen Außen- und Kerndraht entstehen (AdKd-KIZ).
- Die Bruchflächen für beide genannte Versagensstellen (KIZ-Ver, KIZ-Frei) zeigen unterschiedliche Formen, mit einer überwiegend deutlichen Abgrenzung zwischen Ermüdungs- und Restgewaltbruchflächen (siehe Kap. 3.2.2).

⁴⁵ Die exakte Bezeichnung lautet Schwingbruch, welcher sich aus einem Ermüdungs- und abschließenden Restgewaltbruch zusammensetzt. Im Allgemeinen wird jedoch die Bezeichnung Ermüdungsbruch verwendet.

Aus den einaxialen **statischen Zugversuchen** lassen sich folgende Erkenntnisse ableiten:

- Ein überwiegender Teil von etwa 90 % der Drahtbrüche ist in der Keilverankerung innerhalb der Spannverankerungen lokalisiert (KIZ-Ver). Ein Großteil davon (> 85 %) ereignet sich in den Außendrähten auf Höhe der vorderen ersten Keilrillen im Bereich der KeAd-KIZ. Der Ausbau der Bruchstücke zeigt i.A. zwei Bruchformen, verformungsarme Scherbrüche unter der Neigung der maximalen Tangentialspannung sowie duktile Mischbrüche mit Einschnürungsbereichen (siehe Kap. 3.2.1).
- Die verbleibenden Drahtbrüche der statischen Zugversuche entstehen häufig in der Nähe der Verankerung. Davon konnten an einer überwiegenden Anzahl (> 65 %) verformungsbehaftete Einschnürungen identifiziert werden.
- Die restlichen Brüche treten vereinzelt an sonstigen Positionen, mit unterschiedlichen Erscheinungsformen auf, und werden aus diesem Grund als Ausreißer behandelt.

Mit einer auf Monolitzen fokussierten Ergebnisauswertung fasst *Kominková* in [Kom13] die Erkenntnisse durchgeführter Monoversuchsserien⁴⁶ nach fib-Kriterien [fib05] zusammen. Dabei treten unter statischer Zug- als auch dynamischer Ermüdungsbeanspruchung sämtliche Drahtbrüche im Außendraht im Bereich der ersten Keilrille innerhalb der KeAd-KIZ auf.

Alle angeführten Mechanismen führen zu einem Abrieb und Verschleiß der Einzeldrähte in den jeweiligen Detailbereichen und damit zu beschleunigten Schädigungsvorgängen. Damit besteht die Gefahr eines frühzeitigen Drahtbruchs und in weiterer Folge eines Litzenbruchs. In weiterer Konsequenz wird die Lebensdauer N_{ges} ⁴⁷ reduziert. Unter praxisnahen Bedingungen kommt der Einfluss der aggressiven, korrosiven Umgebungsbedingungen hinzu.

Winkler et al. [WGF13] bestätigen in ihrer Arbeit über Monolitzen unter Biegebelastung die von *Wood und Frank* [WF10] sowie *Winkler et al.* [WFG12] definierten maßgebenden Versagenspositionen. Diese sind die Keilverankerungsbereiche zufolge hoher lokaler Biegespannungen sowie die Midspan-Bereiche⁴⁸, hervorgerufen durch Ermüdungskorrosionsmechanismen. Als Grundlage für Optimierungsmaßnahmen stellten *Brand et al.* in [BMF+11] bei zyklischer Biegewechselbelastung von S-förmigen Monostrands mit erhöhter Spanngliedauslenkung $\Delta\alpha$ (siehe Tab. 2.2), ebenfalls Drahtbrüche im Bereich der Keilspitze fest.

2.1.5.3 Nicht explizit berücksichtigte Einflussparameter

Weitere Einflüsse auf das Ermüdungsverhalten, welche im Rahmen dieser Arbeit nur untergeordnete Bedeutung haben, sind nachstehend beschrieben.

Größeneffekt

Der geometrische Größeneffekt äußert sich in einem größeren, hochbeanspruchten Volumen bei steigenden Probenabmessungen, in welchem eine höhere Wahrscheinlichkeit einer Schädigungsentstehung vorliegt. Dieser Effekt ist in Kombination mit dem statistischen Größeneffekt zu betrachten, welcher allgemein mit zunehmenden Komponentenabmessungen das Vorhandensein von mehreren Fehlern angibt.

⁴⁶ Durchgeführt im Labor des Instituts für Tragkonstruktionen-Betonbau an der TU Wien.

⁴⁷ Anzahl der ertragbaren Lastzyklen N_{ges} bis zum Versagen.

⁴⁸ Allerdings musste die laut Regelwerken vorgegebene Kabelneigung künstlich erhöht werden (siehe Kap. 4.2.3).

Temperatur und Relaxation

Laut der *FKM-Richtlinie* [FKM03] sind sowohl für den statischen Festigkeitsnachweis als auch für den Ermüdungsfestigkeitsnachweis für einen Temperaturbereich von -40°C bis $+60^{\circ}\text{C}$ keine Abminderungsfaktoren für die Werkstofffestigkeiten erforderlich.

Weiters ist laut den *IIW-Empfehlungen zur Schwingfestigkeit*⁴⁹ [Hob97] ein etwaiger Temperatureinfluss auf die Materialeigenschaften in einem Bereich von -40°C bis $+60^{\circ}\text{C}$ vernachlässigbar. Ferner werden erst ab Temperaturniveaus von 100°C Reduktionsfaktoren für Ermüdungswiderstände vorgeschlagen.

Im Bereich der Bruchmechanik kann laut *Richard et al.* [RS09] ein allfälliger Temperatureinfluss von Spannstahl unberücksichtigt bleiben, da es bei steigender Temperatur zu einer Erhöhung der Bruchzähigkeit kommt (siehe Abb. 2.11).

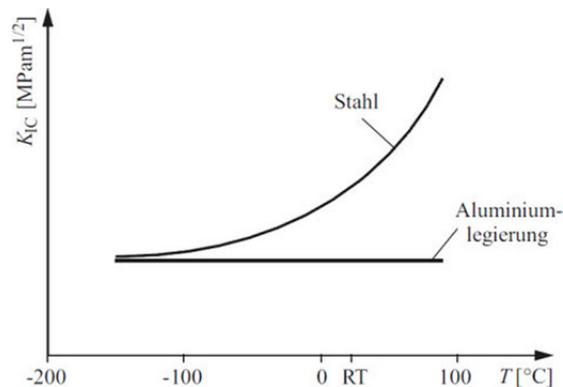


Abb. 2.11: Bruchzähigkeit in Abhängigkeit von der Temperatur [RS09]

Im Rahmen von Monolitzenversuchen nach fib bulletin Vorschriften [fib05] für Schrägkabelsysteme (siehe Kap. 2.1.3) konnte für beide Parameter laut *Träger*⁵⁰ [NTK12] kein Einfluss auf die Versagensform und in weiterer Folge auf die Versuchsergebnisse festgestellt werden. Diese Aussagen beschränken sich auf einen Frequenzbereich der Dauerschwing-Versuchsserien zwischen 4 und 29 Hz sowie auf ein auftretendes Temperaturspektrum von 20°C bis 60°C (Temperaturerwärmungen⁵¹ von 15°C bis 40°C wurden gemessen).

Wie in [SEG+12] ausführlich diskutiert, können zudem Relaxationsverluste bei den vorherrschenden Temperaturniveaus von unter 40°C ebenfalls unberücksichtigt bleiben.

Schmiermittel

Die Reduktion des Reibverschleißes durch gegebenenfalls vorhandene Schmiermittel im Verankerungsbereich⁵², sowie Fettverpressungen dieser Bereiche, bleiben unberücksichtigt. In der Praxis lassen sich diese nicht gesichert über das gesamte Volumen bewerkstelligen, womit die Effekte nicht eindeutig definierbar sind.

⁴⁹ Die Empfehlungen des *IIW (International Institute of Welding)* dienen als Grundlage für das Konstruieren und Berechnen von schwingend belasteten Bauteilen, um Ermüdungsschäden zu vermeiden.

⁵⁰ Details über die Versuchsdurchführung sind von *Kominková* in [Kom13] zusammengefasst.

⁵¹ Aufgrund zyklischer Reibvorgänge zwischen den Verankerungskomponenten (bis zu 19-litzige Systeme).

⁵² Interaktionen zwischen Verankerungshülse und Keil bzw. zwischen Keil und Litze

Dies ist aus Sicht des Autors mit der Erfahrung aus den Versuchsserien laut Kap. 2.1.1 gerechtfertigt, wonach eine direkte Beeinflussung der Reibkorrosion nur bei kompletter Trennung der beiden Reibpartner möglich ist⁵³. Diese ist jedoch bei den vorherrschenden hohen Kontaktpressungen innerhalb der KIZ nicht realisierbar. Zudem wurden in 80 % aller Tests nach Vorgabe der jeweiligen Vorspannfirma keine Schmiermittel verwendet. Auftretende Reibkorrosion im vorderen Bereich des Keiles bei gleichzeitiger Fettschmierung ist in der Abb. 2.12 ersichtlich. Details dazu sind unter Kap. 4.3.1 angeführt.

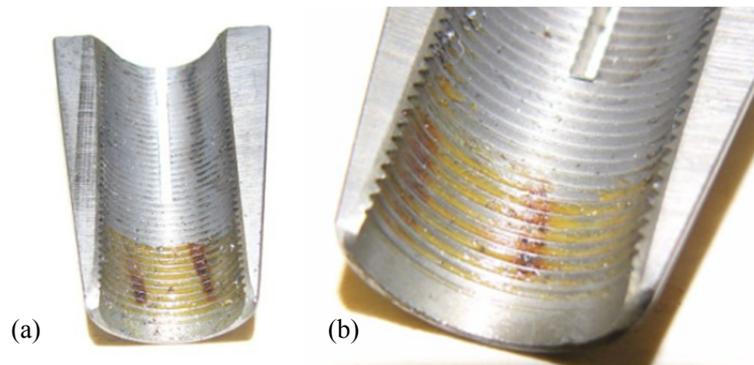


Abb. 2.12: Reibkorrosion an Keilspitze (KeAd-KIZ) (a) Detail Keilspitze (b)

Materialabtrag

Der auftretende Reibermüdungsprozess führt zu einem Materialabtrag des Spannstahls. In der Praxis lösen sich in den Interaktionszwischenschichten harte Verschleißpartikel ab und wirken stark abrasiv, so dass dieser Prozess aufgrund der schweren Quantifizierbarkeit nach heutigem Stand der Technik ein noch nicht gelöster Verschleißmechanismus ist.

Zahlreiche Forschungsarbeiten, die sich der FEM bedienen (u.a. [CUG12], [MDL04]), beschäftigen sich mit diesem Thema. Allerdings gehen diese jeweils von einer definierten Versuchskonfiguration mit fixierten Geometrieverhältnissen kontaktierender Reibpartner aus. Die direkte Anwendung in den vorliegenden kritischen Kontaktzonen der Keilverankerungen lässt sich nicht bewerkstelligen, da sofortige Berechnungsabbrüche auftreten. Im Anhang E sind grundlegende Überlegungen zur Implikation des Materialabtrages im Bereich der FEM zusammengestellt.

Umgebungsbedingungen

Praxisrelevante Korrosionserscheinungen unter Umgebungsbedingungen⁵⁴, die u.a. zu beschleunigten Korrosionsvorgängen führen, werden vernachlässigt. Es sei ausdrücklich erwähnt, dass dies eine Voraussetzung ist, um eine qualitative Analyse der KIZ überhaupt erst zu bewerkstelligen. Das in Kap. 2.1.1 beschriebene, umfangreiche Testprogramm an der TU Wien unterstreicht diese Vereinfachungen dahingehend, da speziell letzte Entwicklungen von Litzmaterialien (siehe Kap. 2.1.4) bereits unter Laborbedingungen sowohl im dynamischen als auch statischen Festigkeitsverhalten zu Problemen führen.

Zudem unterstreichen aktuelle Forschungsarbeiten wie z.B. von *Roffey* [Rof13] die sehr schwer zu quantifizierende Thematik der in Inspektionen von Spanngliedern erfassten Schädigung.

⁵³ Diese Überlegungen sind auch mit den Ausführungen von *Rabinowicz* [Rab65] konform.

⁵⁴ u.a. Wassereintritt aufgrund Kondensation, Frost-Tausalznebel, Säureangriff, hohe Luftfeuchtigkeit etc.

gungen im Zusammenhang mit Korrosionserscheinungen. Unter anderem sind bei Untersuchungen an Hauptkabeln von Hängebrücken vorhandene Fehlergrößenordnungen nicht immer abhängig vom Korrosionsgrad des betrachteten Litzenquerschnittes, womit der Abfall der Zugfestigkeit nicht notwendigerweise in direktem Zusammenhang zum korrosiven Angriff steht. Außerdem geben selbst umfangreiche Untersuchungen an geschädigten Kabelbereichen keine genauen Aufschlüsse über den Zustand des gesamten Spannglieds ([Rof13]). Zur Ermüdungsfestigkeit von Spannstählen ist in [NST04] eine deutliche Abnahme des Ermüdungswiderstandes unter feuchten Umgebungsbedingungen beschrieben. In [Rof13] wird weiters eine signifikante Abnahme der Ermüdungsfestigkeit, ab erfolgter Schädigung der Zinkschicht, unter trockener Umgebung verdeutlicht.

Während diese gesammelten Erkenntnisse vermutete Zusammenhänge in geschädigten Detailbereichen bzw. unter verschärften ungünstigen Umgebungsbedingungen bestätigen, liegt der Fokus vorliegender Ausführungen auf der Strukturanalyse der kritischen KIZ.

In der Entwicklung der Schrägkabelsysteme spielt der Schutz gegen das Eindringen von schadhafte Stoffen eine große Rolle⁵⁵. Es ist davon auszugehen, dass damit in naher Zukunft die Schadensfälle aufgrund von Korrosionsvorgängen, in Interaktion mit den Umgebungsbedingungen, reduziert werden können.

2.2 Zusammenfassung der kritischen Einflussgrößen

Reibkorrosion (fretting corrosion)

Durch die jeweils nach Versuchsdurchführung durchgeführten Inspektionen der Probekörper konnten in folgenden Kontaktbereichen Reibkorrosionsspuren festgestellt werden:

- KeAd-KIZ (Keil/Außendraht)
- AdKd-KIZ (Außendraht/Kerndraht)
- AdAd-KIZ (Außendraht/Außendraht)

Reiben die angeführten Komponenten in Kontakt aneinander, entstehen durch zyklische Relativverschiebungen Δu kleiner Amplitudengrößenordnung⁵⁶ an den tragenden Stellen plastische Verformungen (Reibschweißverbindungen) und reaktionsfreudige Ablagerungen auf der Oberfläche. Diese können unter Luft oxidieren, womit es zur Bildung von Lockerstellen bzw. Störstellen kommt, die zu Mikroanrissen in der Reibfläche führen.

Aus bruchmechanischer Sicht kommt es in diesen Interaktionszonen in erster Linie zu erheblich beschleunigter Mikrorissbildung. In Kap. 3.2 wird das Auftreten und der Einfluss von Reibkorrosion und nachstehender Reiberermüdung innerhalb der genannten KIZ anhand von fraktographischen Untersuchungen weiter detailliert.

⁵⁵ Details siehe Kap. 2.1.4.3

⁵⁶ In einem Bereich von 1 bis 80 μm

Reibermüdung (fretting fatigue)

Bei Fortdauer der Reibkorrosion unter schwingender Ermüdungsbeanspruchung entsteht eine Rippel-Struktur, unter welcher sich eine Zerrüttungszone bildet. Mit einer überwiegenden Anhäufung entstehen Anrisse des Drahtquerschnittes. Die Rissfortpflanzung im Bereich langer Risse startet ab dem s.g. technischen Anriss a_{th} . Bei Überschreitung der s.g. kritischen Risslänge a_c kommt es bereits unterhalb der Materialfließgrenze zum Versagen des Bauteils. Eine deutliche Reduzierung der Ermüdungsfestigkeit ist die Folge, welche neben alten Forschungsbeiträgen wie z.B. von *Rehm, Nürnberger und Patzak* [RNP77] auch in aktuellen Forschungsarbeiten u.a. von *Cruzado et al.* [CUG12] unter Zuhilfenahme der FEM analysiert wird.

So konnten *Cruzado et al.* in [CUG12] mit experimentellen und numerischen Untersuchungen an kreuzenden Einzeldrähten der Güte St1570/1770 eine Verstärkung des durch Reibkorrosion entstehenden Materialabtrags, einerseits bei Erhöhung des Kreuzungswinkels feststellen. Andererseits zeigen niedrige Belastungsfrequenzen mit verbundener verstärkter Reibkorrosion einen negativen Einfluss auf das Dauerschwingverhalten.

Zu letztgenanntem Ergebnis kommen auch Studien von [RNP77] sowie [NWB90]. Damit ist davon auszugehen, dass, im Vergleich zu Laborbedingungen⁵⁷, bei in situ vorherrschenden Betriebsbelastungen in einem Frequenzbereich von 0,5 bis 5 Hz Reibkorrosionsphänomene in den Spanngliedssystemen mit höherer Wahrscheinlichkeit auftreten.

Die in Kap. 2.1 beschriebenen Testserien an Schrägkabel- und vorgespannten Systemen unter Laborbedingungen zeigen grundsätzlich keinen Frequenzeinfluss (siehe [TNK11]). Die numerische Berechnung unter zyklischer Belastung vernachlässigt die Prüffrequenz u.a. mit der Anwendung einer quasistatischen Berechnung (siehe Kap. 6). Dies gilt sowohl für das herangezogene Kerbgrundkonzept für die Rissinitiierungsphase (siehe Kap. 6.3) als auch für die bruchmechanischen Ansätze für die Rissfortpflanzungsphase (siehe Kap. 6.4.2).

Querpressungen in der Keilverankerung

In der Keilverankerung innerhalb der KeAd-KIZ treten folgende, geometrisch bedingte Anteile an Querpressungen simultan auf, und beeinflussen die statische Zugfestigkeit negativ:

- Im Litzenquerschnitt kommt es zu radialen Querpressungen zwischen Außendrähten und Kerndraht (siehe Kap. 4.2).
- Im Krafterleitungsbereich der KeAd-KIZ führt die Keilwirkung zu erhöhten Querpressungen (siehe Kap. 4.3).

Damit kommt es in der Kontaktzone der gezahnten Keilinnenfläche mit der Litzenoberfläche zu einer Kerbung des Außendrahtes, und damit zu einem räumlichen Spannungszustand in der Kerbumgebung. Der theoretischen Spannungszustandsversprödung zufolge Kerbwirkung stehen jedoch Verfestigungsbereiche im Kerbgrund gegenüber. Aus diesem Grund können bei idealer Konfiguration der KeAd-KIZ zum einen bei statischen Zugversuchen duktile Verformungsbrüche beobachtet werden. Zum anderen ist bei dieser wünschenswerten Konstellation der Keilverankerung während der Dauerschwingversuche kein Einfluss auf die Ermüdungsfestigkeit feststellbar.

⁵⁷ Laborbedingungen beinhalten höhere Prüffrequenzen und fehlende aggressive Umgebungsbedingungen.

Biegespannungen in der Verankerung

Aus dem absolvierten Testprozedere des experimentellen Wirkungskreises für Multilitzensysteme lassen sich aktuell keine Aussagen über den Einfluss von Biegespannungen ableiten. Dies gilt sowohl für Biegeeffekte zufolge der Umlenkung der Monolitzen am Umlenkring⁵⁸, als auch aufgrund des für Schrägkabelsysteme vorgegebenen S-förmigen Spanngliedverlaufes (siehe Tab. 2.2).

Aus diesem Grund werden in Forschungsarbeiten häufig Biegespannungen unter höheren Belastungsniveaus betrachtet (siehe Kap. 4.2.3). Unter anderem haben *Wood et al.* [WF10] sowie *Winkler et al.* [WFG12] diese lokalen Biegespannungen in den KIZ-Ver und in den KIZ-Son zufolge auftretender transversaler zyklischer Schwingungsbelastung der Kabel, und damit verbundene negative Effekte auf die Ermüdungsfestigkeit, näher beleuchtet.

Aus den genannten Gründen werden zur Vereinfachung Biegeschwingungen nicht explizit behandelt. Zudem ist man bestrebt, mit einer Weiterentwicklung im Bereich der Dämpfung von Biegeschwingungen im Verankerungsbereich, die Biegebelastung zu reduzieren.

Um ein besseres Verständnis der Vorgänge zum Versagensablauf und Versagensmechanismus zu erhalten, wurden, im Anschluss an die Drahtbruchlokalisierung nach Dauerschwing- sowie statischen Zugversuchen, fraktographische Untersuchungen an Bruchproben am Institut für Werkstoffwissenschaft und Werkstofftechnologie an der TU Wien durchgeführt. Dies unter der tatkräftigen Unterstützung von Ao.Univ.Prof. Dipl.-Ing. Dr.mont. Jürgen Stampfl (siehe Kap. 3).

⁵⁸ Die Monolitzen werden vom Zugring bis zum Verankerungskörper aufgefächert.

3 Bruchmechanische Analysen

3.1 Allgemeines zur Fraktographie und Bruchmechanik

Nach erfolgter Drahtbruchlokalisierung in Kap. 2.1.5.2 werden ergänzend fraktographische Untersuchungen der Drahtbruchflächen, bestehend aus einer makroskopischen Charakterisierung der Bruchstücke und einer anschließenden Untersuchung mit dem Rasterelektronenmikroskop (REM), durchgeführt. Damit sind Rückschlüsse auf Versagensmechanismen bzw. auf Vorgänge der Rissinitiierung und Rissfortpflanzung bis zum Bruch möglich, welche der Verifizierung und Kalibrierung der numerischen Berechnungen dienen.

Die verwendeten grundlegenden Zusammenhänge der Festigkeitslehre sind Anhang B zu entnehmen. Des Weiteren sind erforderliche theoretische Grundlagen der Bruchmechanik in Anhang D zusammengefasst. Mit diesen Grundlagen ist unter Berücksichtigung von Erkenntnissen aus dem experimentellen Teil des FFG-Forschungsvorhabens (Kap. 2) sowie aus einer Vorarbeit von *Janisch* [Jan12] eine Einteilung und Kategorisierung der Versagensmechanismen möglich.

3.2 Makroskopische Analyse der Bruchflächen

3.2.1 Versagensmechanismen bei statischer Zugbelastung

Die Komponenten einer Monolitzenverankerung nach erfolgtem statischem Zugversuch sind in Abb. 3.1 veranschaulicht. Diese besteht aus dem Verankerungskörper mit konusförmiger Bohrung, der gebrochenen Spannstahl-Litze und dem dreiteiligen Stahlklemmkeil. Das Versagen erfolgte mittelduktil durch abgleitenden Scherbruch eines Außendrahtes in der KeAd-KIZ.

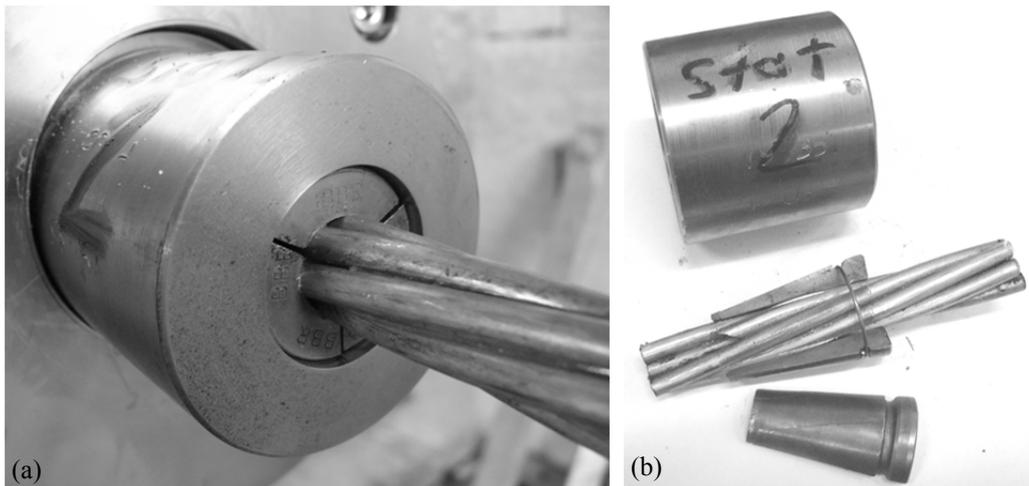


Abb. 3.1: Komponenten einer Monoverankerung während (a) nach statischem Zugversuch (b)

Die Bruchfläche des Außendrahtes ist in Abb. 3.2a ersichtlich. Abb. 3.2b zeigt die auftretende Kerbbildung durch den Kontaktdruck der Keilzähne mit der Drahtoberfläche innerhalb der KeAd-KIZ. Dieser in Kap. 2.2 beschriebene Querdruck baut sich in radialer Richtung des Litzenquerschnittes, zwischen Verankerung, Keil und Litze auf, und wird in Kap. 4.3.2 analysiert.

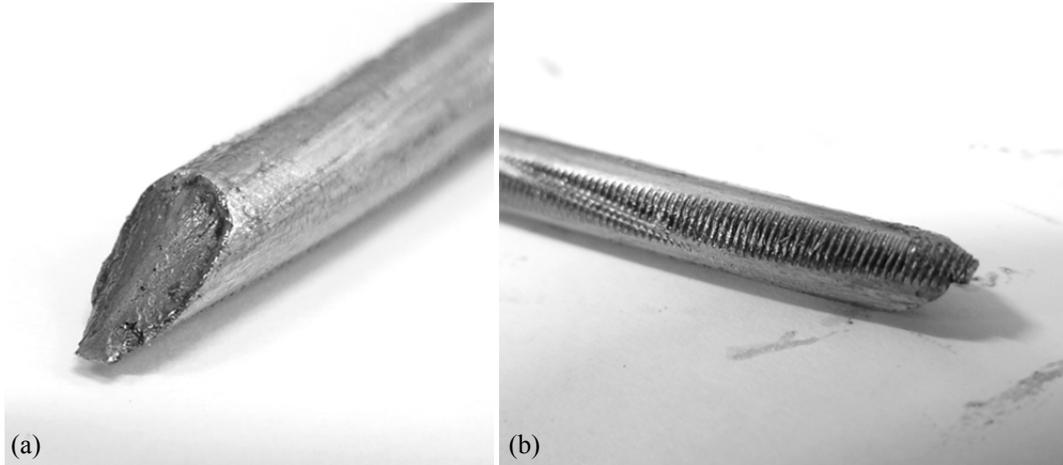


Abb. 3.2: Gleitbruchfläche im Außendraht (a) Kerbbildung in der KeAd-KIZ (b)

Merkmal eines mittelduktilen Gleit- bzw. Scherbruchs ist eine in der Ebene der Schubspannungsmaxima τ_{\max} bzw. τ_{\min} verlaufende Rissebene, welche für alle Spannungszustände unter $\pm 45^\circ$ zur größten Hauptnormalspannung σ_1 liegen⁵⁹. Die maximale Schubspannung ruft, neben dem Abgleiten aller Atome zweier Gitterebenen zueinander, Versetzungen im Kristallgitter in Richtung bevorzugter Gleitsysteme⁶⁰ hervor und führt zu plastischen Verformungen. Zu den bruchmechanischen Merkmalen zählt eine Abstumpfung der Risspitze mit zunehmender Belastung (blunting). Im Vergleich zu den folgend beschriebenen, duktilen Mischbrüchen kann das Bruchverhalten jedoch als spröde bezeichnet werden.

Die zweite beobachtete Bruchform unter statischer Belastung ist der in Abb. 3.3 veranschaulichte, duktile Mischbruch, welcher bei idealer Konfiguration des Vorspannsystems⁶¹ mit entsprechender Materialqualität auftritt. Unter hohen Zugkraftniveaus bilden sich sowohl in der freien Länge als auch in den Spannverankerungen eingeschnürte Bereiche und Bruchflächen mit einer Trichter-Terrassen-Form aus (s.g. cup-cone fracture). An den Drahrändern sind umlaufende Scherlippen ersichtlic.

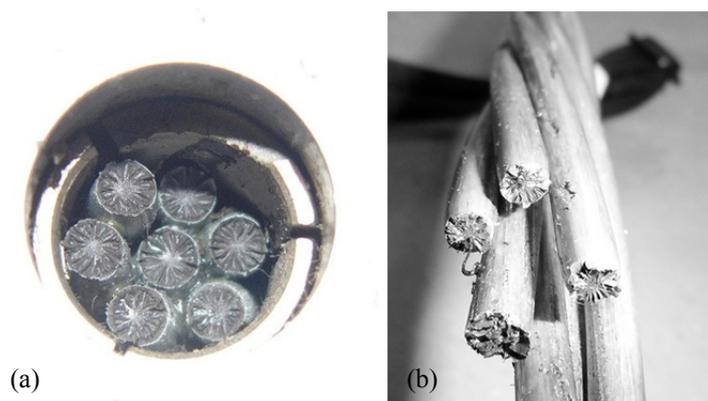


Abb. 3.3: Duktile Mischbruchflächen nach statischem Zugversuch (a) Litze nach Ausbau (b)

⁵⁹ Das Vorzeichen hat bei dieser Versagensart keinen Einfluss auf das Bruchverhalten.

⁶⁰ Mikroskopische Ebenen mit idealen Gleitebenen und -richtungen.

⁶¹ Querpressungen und Kerbbildungen führen zu keinem Abgleiten in den Ebenen der maximalen Schubspannungen.

Bei der dargestellten Bruchfläche handelt es sich um eine duktile Bruchform höherer Verformungsgrade. Der Versagensmechanismus setzt sich aus folgenden Mechanismen zusammen, wobei Details zu den einzelnen Vorgängen in [Jan12] beschrieben sind.

a) Dreiaxialer Spannungszustand

Der beschriebene eingeschnürte Bereich führt zu einem dreiaxialen Spannungszustand im Zentrum der Drahtquerschnitte. Eine hydrostatische Zugbeanspruchung in der Querschnittsmitte ist die Folge.

b) Hohlraumbildung

Durch die hydrostatische Zugbeanspruchung⁶² wird die Bildung von Hohlräumen gefördert. Unter anderem löst unterschiedliches Fließen der Materialmatrix und der Einschlüsse⁶³ die Bildung von Poren aus, wenn die Spannung an der Grenze zweier Phasen über der Grenzflächenfestigkeit liegt bzw. die elastische Verzerrungsenergie die Grenzflächenenergie übersteigt.

c) Hohlraumwachstum

Der dreiachsige Spannungszustand führt in weiterer Folge zu beschleunigtem Porenwachstum. Zuzufolge dieser Schädigungsvorgänge kommt es zu einer Reduktion der hydrostatischen Zugspannungsbereiche und damit zu einem Steifigkeitsverlust des Materials.

d) Hohlraumvereinigung (Koaleszenz)

Nach weiterer Verformung des Materials bzw. nach Erreichen einer maximalen Größenordnung der Poren kommt es zu deren Vereinigung und damit verbundener Mikrorissbildung. In weiterer Folge startet die makroskopische Rissbildung, die senkrecht zur globalen maximalen Hauptnormalspannung σ_1 verläuft. Die Rissausbreitung erfolgt i.A. stabil unter ständigem Energieverbrauch bzw. unter Belastungszunahme. Die Bildung vieler kleiner Anrisse verursacht einen lokalen, zickzackförmigen Risspfad. Damit wird in der Probenmitte eine normalflächige, von Waben durchsetzte Bruchfläche erzeugt (siehe Abb. 3.3).

Erreicht der Riss oberflächennahe Bereiche, bildet der letzte Teil des Zickzackkurses eine große Scherlippe in Richtung der maximalen Schubspannung τ_{\max} . Grund dafür ist der vorhandene ebene Spannungszustand (ESZ) an der Oberfläche, in dem die die maximale Schubspannungen τ_{\max} in Schnittebenen liegen, die um 45° gegenüber der Dickenrichtung gedreht sind. Das gesamte Bruchbild zeigt die o.a. Trichter-Terrassen-Bruchfläche (cup-cone fracture).

Der genannte Schädigungsmechanismus gilt gleichermaßen, für den Kerndraht sowie für die Außendrähte. Die experimentell beobachtete Verteilung der duktilen Bruchformen über die Litzen- bzw. Kabelquerschnitte ist zufällig und daher nicht exakt abzugrenzen. So treten Drahtbrüche innerhalb einer Litze in einem bis sieben Drähten auf. Wie Abb. 3.4 verdeutlicht, kommen vereinzelt unterschiedliche Bruchformen innerhalb einer Litze vor.

Aufgrund dieser Problematik wird der Fokus der begleitenden Berechnung, neben der Verifikation der physikalischen Versuche, auf die Eruierung eines geeigneten Berechnungsverfah-

⁶² In der Sphäre von plastischen Verzerrungen.

⁶³ Siehe Tab. 2.4.

rens, zur Untersuchung der Anwendungsmöglichkeit für die Beschreibung der beiden genannten Hauptversagensvorgänge gelegt.



Abb. 3.4: Unterschiedliche Bruchflächen in einem statischen Zugversuch

An einer überwiegenden Mehrheit der Keile treten Beschädigungen in Form von plastischen Verformungen und Rissen ausgehend von der Keilspitze auf. In Abb. 3.5 sind die häufig vorkommenden Rissformen in den einsatzgehärteten Keilen nach statischer Zugversuchsdurchführung verdeutlicht, die sich ausgehend von der Keilfront in Längsrichtung fortpflanzen.

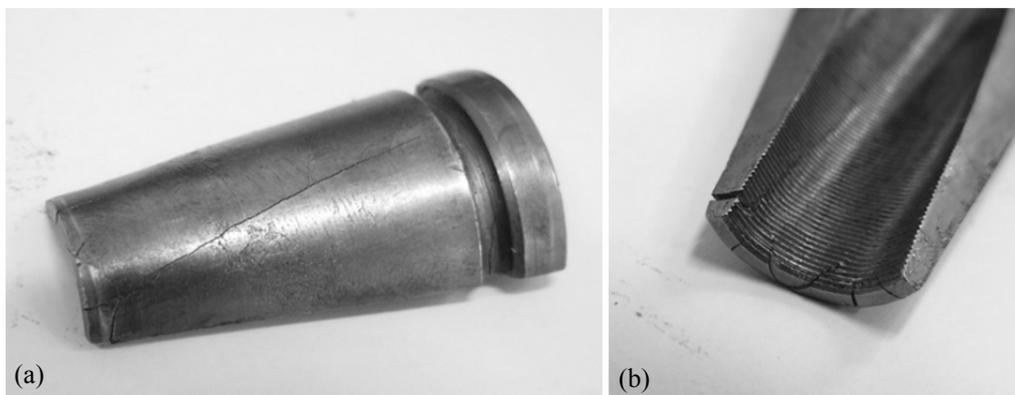


Abb. 3.5: Risse in Keil nach statischem Versuch - Außen (a) Innen (b)

Des Weiteren kommen systemabhängig, an der innenliegenden Kontaktfläche der Verankerungshülse mit den Segmentkeilen, Eindruckspuren zum Vorschein. Diese sind analog zu den Klemmkeilen das Ergebnis von auftretenden plastischen Zonen.

Zusammenhang Bruchzähigkeit / Versagensmechanismen

Die beiden beobachteten Bruchformen – mittelduktile Gleit- bzw. Scherbrüche laut Abb. 3.2 sowie verformungsbehaftete Duktile- bzw. Mischbrüche laut Abb. 3.3 – werden mit einer Gegenüberstellung von Bruchzähigkeit K_{Ic} ⁶⁴ und Probendicke B laut Abb. 3.6 analysiert. Die detaillierten Kontaktkonfigurationen in der KIZ-Ver sowie der KIZ-Frei werden für diese Vereinfachung vernachlässigt.

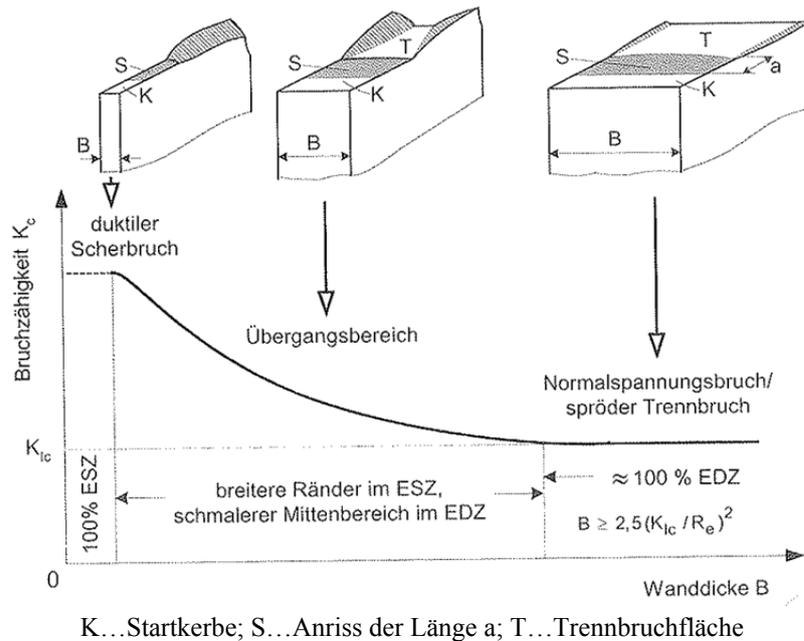


Abb. 3.6: Bruchzähigkeit K_{Ic} / Probendicke B [Bue05]

Für die unter Kap. 2.1.4 beschriebene Monolithe der Spannstahlgüte Y1860S7 ($R_m = 1860 \text{ N/mm}^2$; $R_{p0,2} = 1760 \text{ N/mm}^2$) wird eine Bandbreite für die Bruchzähigkeit K_{Ic} von 50 bis $110 \text{ MPa} \cdot \text{m}^{1/2}$ aus einschlägiger Literatur von [Bue05] bzw. [RS09]⁶⁵ entnommen (Mode I). Die Ermittlung der Risszähigkeit ist, aufgrund der Größenordnung und Geometrie der Spannstahlritzen, mit erprobten experimentellen Methoden nicht bestimmbar und zudem nicht Gegenstand des Forschungsvorhabens.

Der eingesetzte Spannstahldraht mit den o.g. Materialparametern lässt sich nach Gl. (3.1) durch Gegenüberstellung mit dem Außendrahtdurchmesser $d_{Ad} = 5,2 \text{ mm}$ in den Bereich von Übergangsbereich (= Gleitbruch) bis Normalspannungsbruch einordnen (siehe Abb. 3.6).

$$B (= d_{Ad} = 5,2 \text{ mm}) \geq 2,5 \cdot \left(\frac{K_{Ic}}{R_{p0,2}} \right)^2 = 2,5 \cdot \left(\frac{50 \text{ bis } 110}{1760} \right)^2 = 2,0 \text{ mm bis } 9,8 \text{ mm} \quad (3.1)$$

Dabei wird die Gültigkeitsgrenze für die Anwendung der linear elastischen Bruchmechanik (LEBM) vorausgesetzt, womit der Radius der plastischen Zone r_p klein gegenüber den Radien

⁶⁴ Die auftretende Bruchzähigkeit K_{Ic} übersteigt bei duktilen Brüchen die Bruchzähigkeit K_{Ic} , welche auch als kritischer Spannungsintensitätsfaktor bezeichnet wird und bei Überschreitung im Modus I zu einem kritischen Zustand führt, der in einem Bruch endet (Details siehe Anhang D).

⁶⁵ Laut Bürgel: $K_{Ic} = 50 \text{ bis } 154 \text{ MPa} \cdot \text{m}^{1/2}$; Laut Richard et al.: $K_{Ic} = 50 \text{ bis } 110 \text{ MPa} \cdot \text{m}^{1/2}$

der Gültigkeitsgrenzen der Nahfeldlösung sein muss⁶⁶. Mit diesem vereinfachten Zugang kann das Auftreten unterschiedlicher Brucharten erklärt werden. Nachstehende Aufzählung soll die wichtigsten Erkenntnisse wiedergeben:

- Die duktilen Mischbrüche entstehen bei hohen Bruchzähigkeiten K_c . Aufgrund des ESZ an der Oberfläche kommt es zu einer Einschnürung der Drähte („duktiler Scherbruch“ in Abb. 3.6) und in weitere Folge zu den o.g. Mechanismen, die zu einer Trichter-Terrassen-Bruchfläche führen.
- Die Scher- bzw. Gleitbrüche erfolgen im Übergangsbereich, unter geringeren Niveaus an Bruchzähigkeiten K_c , größtenteils im räumlichen Spannungszustand (RSZ) in den maximalen Schubspannungsebenen. In den Randbereichen entstehen fallweise plastisch verformte Scherlippenbereiche. Die Bezeichnung mittelduktill bezieht sich auf Abgleitungsvorgänge im Kristallgitter auf atomarer Ebene und ist nicht zu verwechseln mit dem makroskopisch beobachteten, spröden Bruchversagen zufolge unzulässig hoher Querpressungen. Der Anteil der Bruchfläche, welcher in den maximalen Schubspannungsebenen τ_{\max} orientiert ist, vergrößert sich mit zunehmender Querpressung.
- Bis zu einer Bruchzähigkeit K_{Ic} von $80 \text{ MPa} \cdot \text{m}^{1/2}$ ($d_{Ad} \geq 5,2 \text{ mm}$) ist laut Gl. (3.1) grundsätzlich die Gefahr eines Normalspannungsbruches gegeben. Da jedoch mit diesem Zusammenhang theoretisch duktile Bruchformen in den kritischen KIZ nicht auftreten können, muss es zwangsläufig in diesen Detailbereichen zu mechanischen Vorgängen kommen, die zu duktilem Versagen mit Einschnürungsbereichen führen.

Ein weiterer Zugang für eine Einordnung der Bruchformen erfolgt mit einer Abschätzung der Bruchzähigkeiten K_c aus den Scherbruchanteilen laut Gl. (3.2) sowie Gl. (3.3) in Anlehnung an [Sch80]. In den Scher- und Mischbruchflächen tritt eine Bandbreite an Größenordnungen⁶⁷ von Scherlippenbreiten s auf. Aus diesem Grund werden in den beiden Gleichungen jeweils die häufig gemessenen Mittelwerte $s_{\text{Scher}} = 0,2 \text{ mm}$ sowie $s_{\text{Misch}} = 0,4 \text{ mm}$ berücksichtigt.

$$K_c = \sqrt{0,13 \cdot \frac{2 \cdot s}{d_{Ad}} \cdot E_a} = \sqrt{0,13 \cdot \frac{2 \cdot 0,2(0,4) \text{ mm}}{5,2 \text{ mm}} \cdot 195000 \text{ N/mm}^2} = 44(62) \text{ MPa} \cdot \text{m}^{\frac{1}{2}} \quad (3.2)$$

$$K_c = R_m \cdot \left(\frac{s}{0,18} \right)^{0,525} = 1860 \text{ N/mm}^2 \cdot \left(\frac{0,0002(0,0004) \text{ m}}{0,18} \right)^{0,525} = 52(75) \text{ MPa} \cdot \text{m}^{\frac{1}{2}} \quad (3.3)$$

Diese Größenordnungen lassen sich in der Abb. 3.6, analog zu o.g. Erkenntnissen, in die genannten Bereiche einordnen.

⁶⁶ Modell des Kleinbereichsfließens (small scale yielding SSY) – siehe Kap. 6.4.2 bzw. Anhang D.

⁶⁷ Abschätzung mit einem Lichtmikroskop (z.B. unterschiedliche Scherlippen in Abb. 3.2a sowie Abb. 3.4).

Spannungszustandsversprödung

Hintergrund für die duktilen Bruchformen laut Abb. 3.6 ist die s.g. Spannungszustandsversprödung, bei der es durch den RSZ in Kerb- bzw. Rissumgebung zu einer Behinderung der plastischen Verformung im Inneren des Drahtquerschnitts kommt, wo ein ebener Verzerrungszustand (EVZ) herrscht. In Abb. 3.7 sind die elastischen Spannungsverteilungen an einer runden Kerbzugprobe verdeutlicht, wie es grundsätzlich auch in der KeAd-KIZ bzw. an Stellen mit einem Oberflächenriss (u.a. AdKd-KIZ, AdAd-KIZ, KIZ-Frei) auftritt⁶⁸.

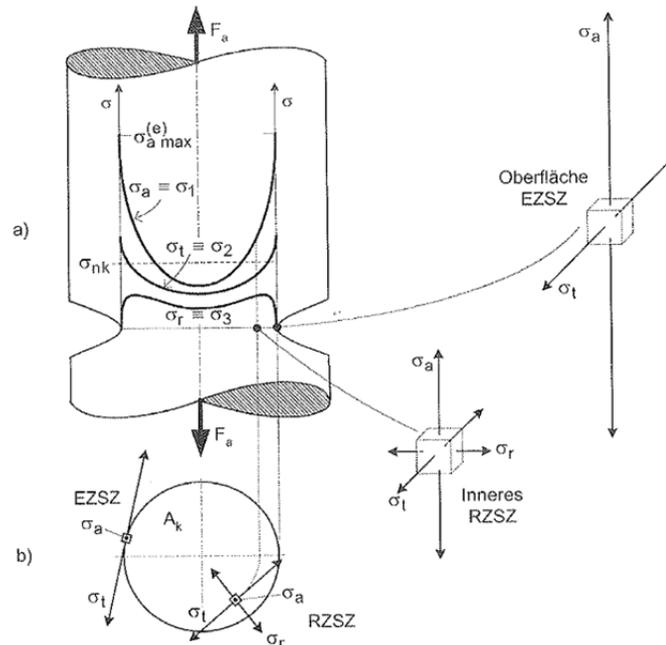


Abb. 3.7: Elastische Spannungsverteilungen einer runden Kerbzugprobe [Bue05]

Im **Kerbgrund** (am Außenrand der Kerbe) stellt sich aufgrund der ungehinderten Querdehnung ein räumlicher Verzerrungszustand (RVZ) ein, der einem ESZ entspricht ($\sigma_t = 0$). Hier nimmt bedingt durch die Kerbwirkung die Längsspannung⁶⁹ σ_a ihr Maximum $\sigma_a^{(e),max}$ an, welches größer als die Nennspannung⁷⁰ σ_{nk} ist. Der vorliegende ESZ tritt bei o.g. Bruchformen mit unterschiedlichen Auswirkungen an der Oberfläche auf. Die geringen Abmessungen der Drähte fördern diesen Mechanismus.

Die Kerbwirkungszahl K_t für den rein elastischen Bereich ist definiert durch Gl. (3.4) und gilt für rein elastisches Materialverhalten. Im Allgemeinen ist der Faktor K_t für eine Rundkerbe 1,5 sowie für eine Spitzkerbe 3,0. Wie in Kap. 3.4 beschrieben, beträgt für einen Einzeldraht mit umlaufender Kerbe mit einem Ausrundungsradius $t_z = 0,03$ mm $K_t = 3,0$ (linear elastische Simulation einer Keilzahnspitze mit Zahnspitzenausrundung t_z).

$$K_t = \frac{\sigma_{a,max}^{(e)}}{\sigma_{nk}} \quad (3.4)$$

⁶⁸ An dieser Stelle wird von der Querpressung abgesehen, welche in Kap. 4.3.2 beschrieben wird. Dies um die grundsätzlichen Zusammenhänge der kritischen KeAd-KIZ zu erläutern.

⁶⁹ Im Folgenden wird die Axialspannung σ_a mit σ_{ax} bezeichnet.

⁷⁰ Nennspannung ist die angelegte Zugspannung, bezogen auf den Rundquerschnitt ohne Kerbe (Nettoquerschnitt).

Im **Kerbinneren**, außerhalb des Kerbquerschnittes, ist das Material wesentlich geringer belastet, wodurch sich durch die ungleichmäßig hohen Längsspannungen im Kerbbereich und der Poisson'schen Querkontraktion eine Zwangswirkung einstellt. Dieser innere Zwang führt zu radialen Querspannungen σ_r und tangentialen Querspannungen σ_t . Damit wird im Probeninneren die freie Querverformung eingeschränkt und die sich einstellende Querdehnungsbehinderung führt zu einem RSZ bzw. zu einem EVZ.

Bei einer ausreichend dicken Probe (siehe Abb. 3.6) kommt es zu einer vollständigen Querdehnungsbehinderung in der Kerbumgebung und damit zu einem EVZ. In ausreichender Entfernung vom gestörten Bereich verschwinden die Querspannungen⁷¹ und es stellt sich ein einachsiger Spannungszustand ein.

Diese beschriebenen Mechanismen stellen sich in einer ausreichend dicken Probe ein. Dies ist nicht der Fall für die behandelten Spannstahldrähte in den Detailbereichen.

In der Realität kommt es zu einer **Plastifizierung durch Kerbverfestigung**. Aufgrund des duktilen Werkstoffverhaltens des Spannstahls treten in der Kerbgrundzone plastische Bereiche auf, in denen die Spannungsüberhöhungen am Rand reduziert werden. Damit tritt die elastische maximale Längsspannung $\sigma_{a,max}^{(e)}$ nicht auf⁷² und wird durch die tatsächliche plastische maximale Längsspannung $\sigma_{a,max}^{(p)}$ ersetzt.

Durch diese Entlastung in der plastischen Zone müssen aus Kraftgleichgewichtsgründen im elastisch gedehnten Mittenbereich die Axialspannungen σ_a zunehmen und es kommt zu einer Makrostützwirkung, der s.g. Kerbverfestigung. Bei zulässiger Teilplastifizierung kann eine höhere Zugspannung als die Nennzugspannung σ_{nk} übertragen werden als im Vergleich zur bekannten Forderung $\sigma_v \leq R_e$ ⁷³.

Diese maximale Axialspannung an der Kerbspitze $\sigma_{a,max}^{(p)}$ erhält man, wie in Abb. 3.8 erläutert, durch den Schnittpunkt der Fließkurve des Spannstahlwerkstoffs mit der Neuber-Hyperbel $y = c / x$, wobei c mit Gl. (3.5) definiert ist und bei bestimmter Kerbgeometrie und Belastung eine Konstante darstellt (siehe [Bue05]).

$$\sigma_a = \frac{K_t^2 \cdot \sigma_{nk}^2}{E} \cdot \frac{1}{\varepsilon_a} \quad (3.5)$$

Wie aus dem σ - ε -Diagramm in Abb. 3.8 ersichtlich ist, nimmt die Dehnung im Kerbgrund $\varepsilon_{a,max}^{(p)}$ gegenüber der rein elastischen (fiktiven) Dehnung $\varepsilon_{a,max}^{(e)}$ deutlich zu. Daher ist die Dehnungsverteilung nach Plastifizierung stark inhomogen, während sich gleichzeitig die Axialspannungen annähern.

⁷¹ Querspannungen: Tangentialspannung σ_t sowie Radialspannung σ_r (siehe Abb. 3.7)

⁷² Ausschließlich bei spröden, kerbempfindlichen Werkstoffen kommt es zur Ausbildung von $\sigma_{a,max}^{(e)}$

⁷³ σ_v Vergleichsspannung nach *von Mises*; R_e Streckgrenze / Fließgrenze (siehe Anhang B)

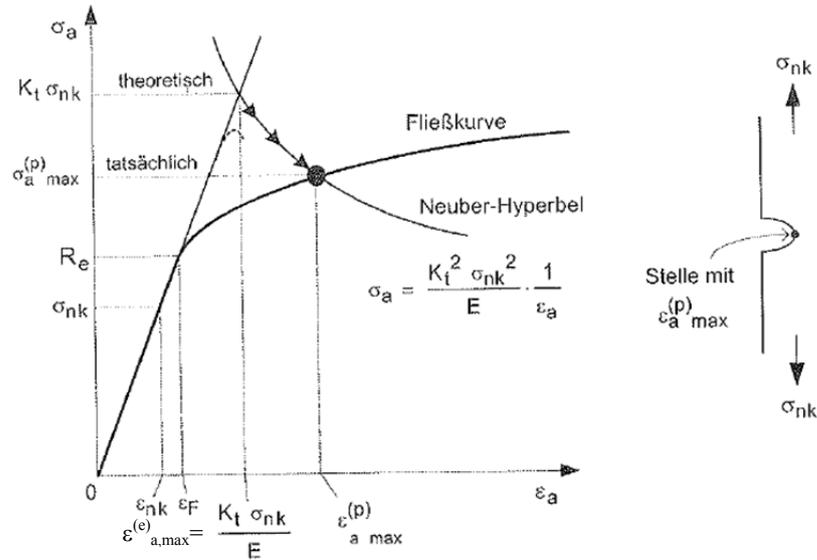


Abb. 3.8: Maximale Axialspannung im Kerbgrund bei Plastifizierung [Bue05]

Am Schnittpunkt der *Neuber-Hyperbel* mit der Verfestigungskurve gilt Gl. (3.6).

$$K_\sigma \cdot K_\varepsilon = K_t^2 \tag{3.6}$$

Die für die elastizitätsorientierte Kerbwirkungszahl K_t geltende Gl. (3.4) wird damit mit den Konzentrationsfaktoren K_σ sowie K_ε laut Gl. (3.7a) sowie (3.7b) erweitert. Mit dieser Berücksichtigung der Plastifizierung wird K_σ als Konzentrationsfaktor der Spannungen sowie K_ε als Konzentrationsfaktor der Dehnungen bezeichnet (siehe [Bue05]).

$$K_\sigma = \frac{\sigma_{a,max}^{(p)}}{\sigma_{nk}} \tag{3.7a}$$

$$K_\varepsilon = \frac{\varepsilon_{a,max}^{(p)}}{\varepsilon_{nk}} \tag{3.7b}$$

Durch Einsetzen von Gl. (3.7a) sowie (3.7b) in die Hyperbelfunktion nach Gl. (3.5) folgt aus Gl. (3.8) ein Ausdruck für die maximale Axialspannung an der Kerbspitze $\sigma_{a,max}^{(p)}$, wobei die Beziehung $\varepsilon_{nk} = \sigma_{nk} / E$ zur Anwendung gelangt.

$$\sigma_{a,max}^{(p)} = K_\sigma \cdot \sigma_{nk} = \frac{K_t^2 \cdot \sigma_{nk}^2}{E} \cdot \frac{1}{\varepsilon_{a,max}^{(p)}} = \frac{K_t^2 \cdot \sigma_{nk}^2}{E} \cdot \frac{1}{K_\varepsilon \cdot \varepsilon_{nk}} = \frac{K_t^2 \cdot \sigma_{nk}}{K_\varepsilon} \tag{3.8}$$

Bei Entlastung bleiben im Kernbereich Eigenspannungen zurück. Im Kerbgrund werden aufgrund der bleibenden Dehnung Druckeigenspannungen eingefroren sowie aus Gleichgewichtsgründen im Inneren des Querschnitts Zugeigenspannungen. Dieser Mechanismus fördert bei den duktilen Versagensmechanismen einen Rissausgang ausgehend von der Drahtmitte (siehe Abb. 3.3).

Der Radius der plastischen Zone r_p^{RSZ} im Probeninneren unterscheidet sich deutlich vom Radius an der Oberfläche r_p^{ESZ} , an welcher Stelle ein ESZ bzw. RVZ vorliegt. Er kann mittels Gl. (3.9) nach *Irwin* [Irw57] abgeschätzt werden.

$$r_p^{ESZ} = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \left(\frac{K_I}{R_{p0,2}} \right)^2; r_p^{RSZ} = \frac{(1-2\nu)^2}{2 \cdot \pi} \cdot \left(\frac{K_I}{R_{p0,2}} \right)^2 \quad (3.9)$$

Mit der Bruch- bzw. Risszähigkeit K_{Ic}^{74} und der Fließgrenze $R_{p0,2}^{75}$ für hochfeste Stähle errechnet sich die Größenordnung der plastischen Zone an der Oberfläche r_p^{ESZ} zu 0,13 bis 0,62 mm sowie im Kernbereich der Probe r_p^{RSZ} zu 0,02 bis 0,1 mm. An der Oberfläche ist bedingt durch die größere plastische Zone ($r_p^{ESZ} / r_p^{RSZ} = 6,25$) eine duktile Ausbildung der o.a. Scherlippen möglich.

Auf mikroskopischer Ebene werden die *Mohr'schen* Spannungskreise im Inneren der Drahtquerschnitte durch die Querdehnungsbehinderung mit der Konsequenz nach rechts verschoben, dass sich die Hauptnormalspannungen ($\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$) annähern und die maximalen Schubspannungen (τ_{max}, τ_{min}) reduziert werden. Letztere sind für die plastische Verformung zuständig, wodurch sich sprödes Versagen an den Poren einstellt.

Das Auftreten dieser beschriebenen verschiedenen Bruchformen ist u.a. auch abhängig von der Feinkörnigkeit des Materials. Ein grobkörniges Gefüge kann häufiger Versetzungen an den Korngrenzen aufstauen als eine feinkörnige Stahlmaterialmatrix, in welcher Anrisse seltener und mit geringerer Größe vorkommen. Das vorliegende, feinkörnige Spannstahlmaterial hat bei statistischer Betrachtung der Versagenswahrscheinlichkeit für spröden Bruch (z.B. Weibull-Verteilung) den großen Vorteil einer geringeren Streuung.

Mit diesen Grundlagen, und auf Basis der in Kap. 3.1 einleitenden Betrachtungen, können im folgenden Teil die in Testserien aufgetretenen Ermüdungsbrüche analysiert werden.

3.2.2 Versagensmechanismen bei dynamischer Ermüdungsbelastung

Beispielhaft ist in Abb. 3.9 ein typischer Ermüdungsbruch in einem Monolithensystem dargestellt, bei dem sich durch die Interaktion der Einzeldrähte an der Außendrahtoberfläche deutlich eine Rissinitiierung in Form einer Anrissnase zufolge Reibkorrosion einstellt. Der Riss mit semi-elliptischer Form pflanzt sich stabil und in weiterer Folge instabil fort, bis er schließlich in einem makroskopisch spröden Restgewaltbruch endet.

⁷⁴ $K_{Ic} = 50$ bis $110 \text{ MPa} \cdot \text{m}^{1/2}$ (siehe Kap. 3.1)

⁷⁵ $R_{p0,2} = 1760 \text{ N/mm}^2$ (siehe Kap. 2.1.4)

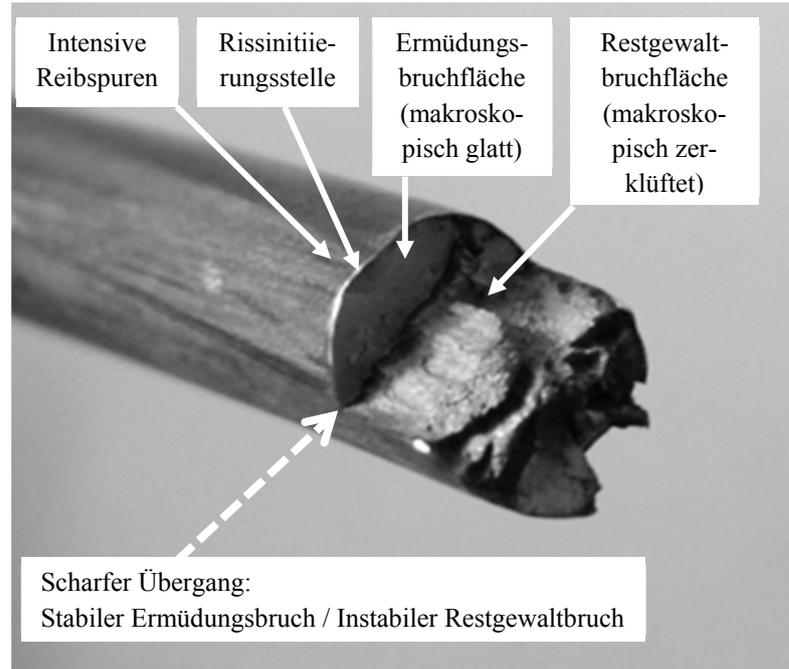


Abb. 3.9: Ermüdungsbruch im Außendraht einer Monolitze (KeAd-KIZ)

In Abb. 3.10 ist eine REM-Aufnahme⁷⁶ eines Ermüdungsbruches im Außendraht ersichtlich. Deutlich erkennbar ist die Rissinitiierungsstelle (Pfeil) sowie der Übergang von der Ermüdungsbruchfläche zur Restgewaltbruchfläche (strichlierter Pfeil). Dieses Bruchbild konnte bei einer überwiegenden Mehrheit der Ermüdungsbrüche beobachtet werden.

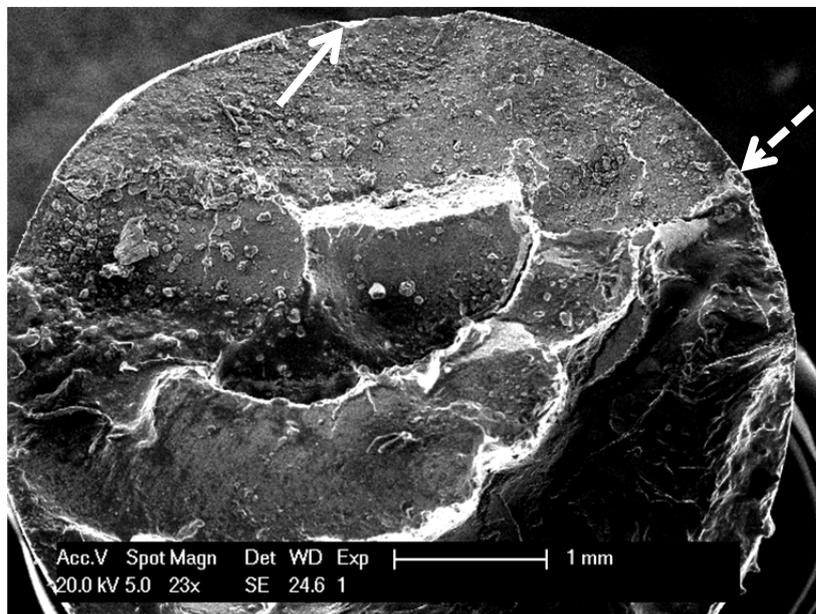


Abb. 3.10: REM Aufnahme Ermüdungsbruch Außendraht (Pfeil: Rissinitiierung; strichlierter Pfeil: Übergang Ermüdungsbruchfläche / Restgewaltbruchfläche)

Aus Abb. 3.10 kann beispielsweise für den Anfangsris a_{th} eine Länge von 0,05 mm sowie für die kritische Rislänge a_c eine gemittelte Länge von etwa 2,5 mm ermittelt werden.

⁷⁶ REM Rasterelektronenmikroskop (Details siehe Kap. 3.3)

Hauptversagensursache Reibkorrosion

Anhand der in Abb. 3.11 dargestellten Ermüdungsbrüche wird die unter Kap. 3.5.1 definierte Hauptversagensursache, die Reibkorrosion mit anschließender Ermüdungskorrosion, analysiert, welche an dieser Stelle durch maximal auftretende Relativverschiebungen und Querpressungen zwischen den Einzeldrähten (AdAd-KIZ, AdKd-KIZ) entsteht.

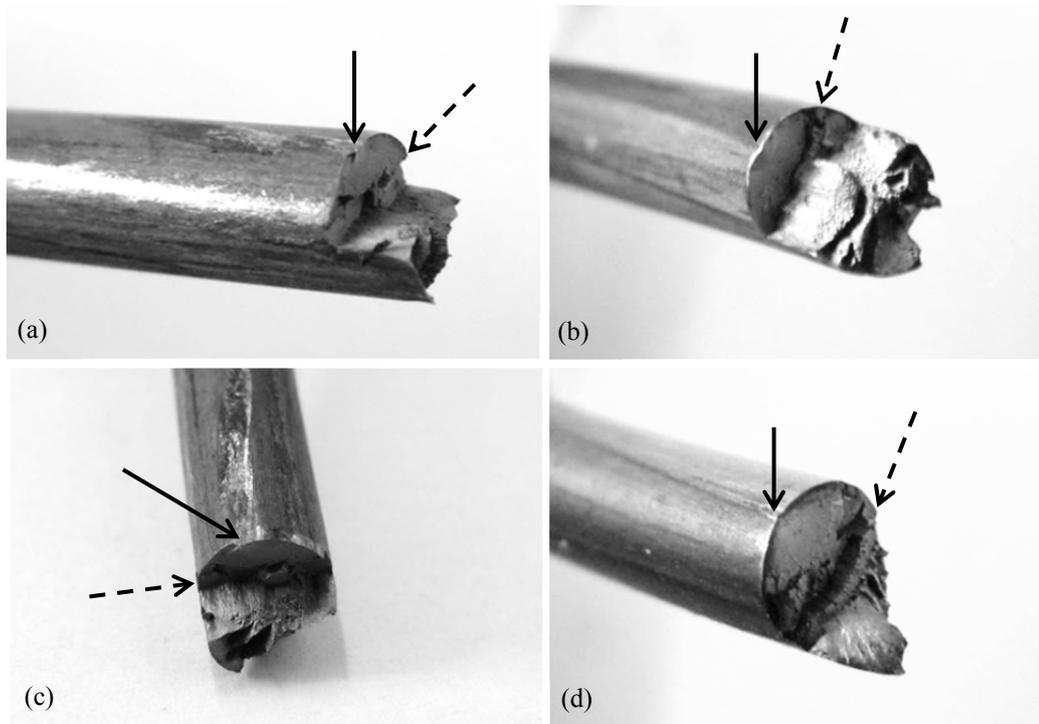


Abb. 3.11: Ermüdungsbrüche an Außendrähten in freier Länge (Rissinitiierung: Pfeil; Übergang Ermüdungs- / Restgewaltbruch: strichlierter Pfeil)

Die wechselnden Normal- und Schubspannungen im Kontaktbereich führen zu einem lokalen Korrosionsangriff (Pfeile in Abb. 3.11), welcher die Zink- bzw. Galfanschuttschicht zerstört. Drahtoberflächen mit Mulden und Narben sind die Folge. Charakteristisch für Reibkorrosionsschädigungen auf einer Drahtbruchoberfläche sind kleine oxidierende Risse parallel oder in leicht geneigtem Winkel zur Längsdrahtachse.

Aufgrund der vorhandenen Zugspannungsniveaus und des erhöhten Spannungsintensitätsfaktors (SIF) zufolge der Korrosionsgrübchen kommt es in weiterer Folge, von der Oberfläche startend, zu einer Rissinitiierung. Wie in Abb. 3.12 dargestellt, setzt sich ein Riss ab einem Thresholdwert der Risslänge a_{th} ⁷⁷ bzw. dem Schwellenwert der zyklischen Spannungsintensität⁷⁸ ΔK_{th} senkrecht zur maximalen Hauptnormalspannung σ_1 bis zur kritischen Risslänge a_c fort. Bei Inspektionen der Paralleldrahtkabel der Forth Road Bridge in Schottland durch *Roffey* [Rof13] wurden an den Drähten der Hauptkabel mit 5 mm Durchmesser in vergleichbarer Materialqualität⁷⁹ Risslängen in einem Bereich von 150 μm bis zu einem halben Drahtdurchmesser gemessen,

⁷⁷ Schwellenwert zwischen kurzen (Mikrorisse) und langen Rissen (Makrobereich).

⁷⁸ Bei zeitlich veränderlicher Belastung stellt sich in Rissumgebung ein variables Spannungsfeld ein. Dies führt zu einer Schwingbreite der Spannungsintensitätsfaktors ΔK - Details siehe Kap.6.

⁷⁹ Gefüge aus lamellaren Ferriten mit pro-eutektoiden Perliten und nichtmetallischen Einschlüssen, Zugfestigkeit, chemische Zusammensetzung.

die unabhängig von dem Ausmaß des Korrosionsangriffes auftraten. Nach einer mittleren kritischen Risslänge a_c von 1,7 mm (Standardabweichung 0,4 mm) kam es zu einer T-Verzweigung des Risses, welche auch in Abb. 3.9, Abb. 3.11 sowie Abb. 3.12 ersichtlich ist.

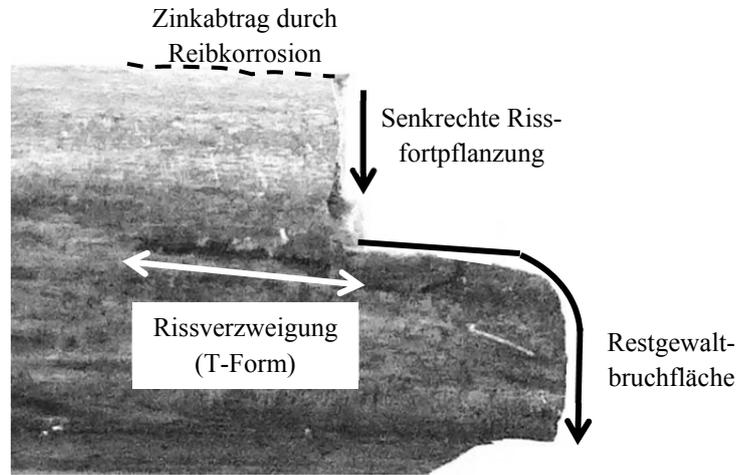


Abb. 3.12: Längsschnitt typischer Ermüdungsbruch

Nach dem Erreichen der kritischen Risslänge a_c bzw. der zyklischen Spannungsintensität ΔK_c kommt es zu instabilem Risswachstum bzw. zu einem spröden Restgewaltbruch, ohne vorher eine Ankündigung vorauszuschicken. Prinzipiell zeigt das instabile Endstadium ein makroskopisch zerklüftetes Erscheinungsbild (mikroskopisch glatt, schuppig). Die unterschiedlichen Formen und Richtungen der Restgewaltbrüche (u.a. teilweise T-Verzweigung des Risses) erschweren eine Kategorisierung und finden aus diesem Grund in dieser Arbeit keine Berücksichtigung. Die große Bandbreite an Bruchformen zufolge der instabilen Rissfortpflanzung sind in der Abb. 3.11a bis Abb. 3.11d, Abb. 3.12 sowie Abb. 3.13 ersichtlich.

Abb. 3.13 verdeutlicht an einem Beispiel eines Ermüdungsbruches im Kräfteinleitungsbereich der Keilverankerung den Umstand, dass beschriebenes Versagensschema in freier Länge speziell in der KeAd-KIZ für eine überwiegende Mehrheit aller Bruchformen verantwortlich ist (siehe Abb. 2.10).

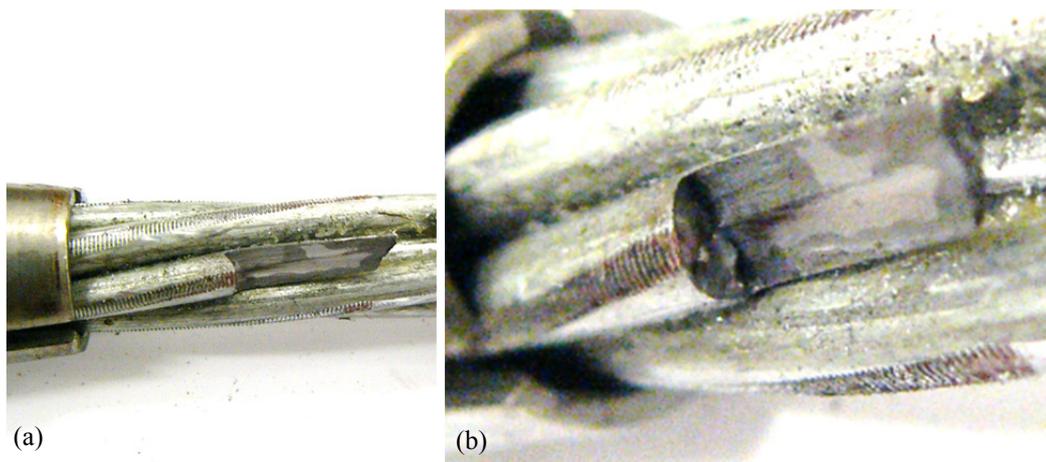


Abb. 3.13: Ermüdungsbruch innerhalb KeAd-KIZ nach $2,2 \cdot 10^5$ Lastwechsel ausgehend durch Reibkorrosion (a) Detail Bruchfläche (b)

In der zu betrachtenden KeAd-KIZ sind grundsätzlich zwei Fälle von Reibkorrosion zu unterscheiden, wobei eine detaillierte Beschreibung der mechanischen Zusammenhänge in Kap. 4.3.2 erfolgt.

a) Geringe Querpressungen und hohe Relativverschiebungen

Bei moderaten Querpressungen und damit einhergehenden massiven Relativverschiebungen $\Delta l_{Ke/Ad}$ zwischen Keil und Außendraht entstehen verstärkte Reibkorrosionseffekte während eines Dauerschwingversuches, da die Gleitvorgänge zu zyklischen Schädigungen führen (Reibermüdung).

b) Hohe Querpressungen und geringe Relativverschiebungen

Mit hohen Querpressungen sind geringere Relativverschiebungen verbunden. Damit reduzieren sich die Reibkorrosionseffekte während der Ermüdungsbelastung im Vergleich zu Fall a). In der Kontaktzone der gezahnten Keilinnenfläche mit der Litzenoberfläche kommt es jedoch zu einer Kerbung des Außendrahtes, und damit zu einem verstärkten RSZ.

Können sich keine plastischen Verformungen in der Kerbumgebung bilden und damit zu keiner Kerbverfestigung beitragen, kommt es zu einer Spannungszustandsversprödung und damit zu einem Gleit- bzw. Scherbruch ohne verformungsbehafteter Einschnürungszone.

Stellen sich Verfestigungsbereiche im Kerbgrund ein, wie es bei einer idealen Konfiguration der KeAd-KIZ möglich ist, sind bei statischen Zugversuchen duktile Verformungsbrüche möglich.

3.3 Analyse der Bruchflächen mittels REM

3.3.1 Allgemeines zur Methode der REM

In dieser Arbeit wird das stereoskopische REM verwendet, welches im Vergleich zur Lichtmikroskopie neben den allgemeinen Vorteilen einer höheren Auflösung und besseren Tiefenschärfe v.a. eine höhere laterale Auflösung und die Möglichkeit von sehr plastisch wirkenden Darstellungen der Bruchoberflächen aufweist. Damit verbunden kann die Zuordnung von gegenüberliegenden Bruchstellen zuverlässig erfolgen, und in weiterer Folge Aussagen über die Risspitzenöffnung⁸⁰ getätigt werden.

Details zum Verfahren der REM in Anlehnung an *Stampfl* [Sta96] sowie die Vorgehensweise bei der Erstellung von digitalen Oberflächenmodellen der Bruchflächen sind im Anhang D angeführt.

⁸⁰ Wird i.A. mit CTOD (crack tip opening displacement) bezeichnet. Die Rissöffnung entsteht durch gegenseitige Verschiebungen der Rissoberflächen. Dieses Verschiebungsfeld in Rissumgebung wird durch die Spannungsintensitätsfaktoren (SIF) beschrieben, welche wiederum die Intensität der singulären Spannungsfelder in Rissumgebung beschreiben (siehe Anhang D).

3.3.2 Erstellung von digitalen Oberflächenmodellen der Bruchflächen

Aufgrund des hohen Arbeitsaufwandes mit dem REM und der ähnlichen Geometrien der stabilen statischen Bruchflächen bzw. Ermüdungsbruchflächen wurde der Großteil der Drahtbrüche makroskopisch begutachtet und fallweise unter dem Lichtmikroskop analysiert. Vereinzelt wurden Proben mit dem REM gescannt.

Beschriebene Bruchflächen können stellvertretend für die Versagensmechanismen der statischen Zugversuche (Gleitbruch bzw. Scherbruch) betrachtet werden. Folgende Abbildungen zeigen Detailaufnahmen einer Scherbruchfläche des Außendrahtes eines statischen Zugversuches unter 2000-facher (Abb. 3.14a) und 5000-facher Vergrößerung (Abb. 3.14b).

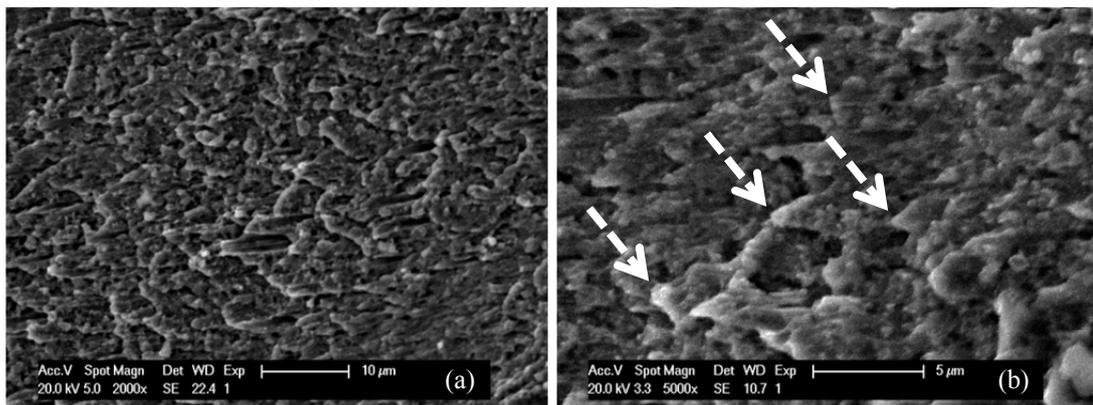


Abb. 3.14: Detailaufnahme statischer Drahtbruch 2000x (a) 5000x (b)

Die weißen Körper mit weichem Rand in der Abb. 3.14a sowie in vergrößerter Darstellung in der Abb. 3.14b (siehe Pfeile) deuten auf eine gewisse Duktilität im Bruchvorgang hin. Die Duktilbrüche zeigen ein strukturiertes Bild mit „Bläschen“, welche die Folge von Luftporenbildung sind, die vor der Risspitze beim Auseinanderziehen entstehen. Damit lässt sich ein duktiles Abgleiten der Bruchebenen feststellen. Die theoretischen Ausführungen sowie makroskopischen Analysen der statischen Drahtbrüche laut Kap. 3.2.1 können somit bestätigt werden.

Da für einen Großteil aller Ermüdungsbruchflächen die eindeutige Identifikation der Trennung zwischen Ermüdungs- und Restgewaltbruchfläche möglich ist, beschränkt sich der Einsatz des REM auf einzelne Drahtbruchproben. Diese Entscheidung begründet sich auch mit dem hohen Arbeitsaufwand, der sich zufolge der Geometrie der Bruchstücke ergibt (Vorbereitung der Proben, Positionierung und Applikation im REM). Abb. 3.15 zeigt das stereoskopische Bild eines vergrößerten Ausschnittes der o.g. Grenze zwischen stabiler Ermüdungsbruchfläche (untere Bildhälfte) und instabiler Restgewaltbruchfläche (obere Bildhälfte).

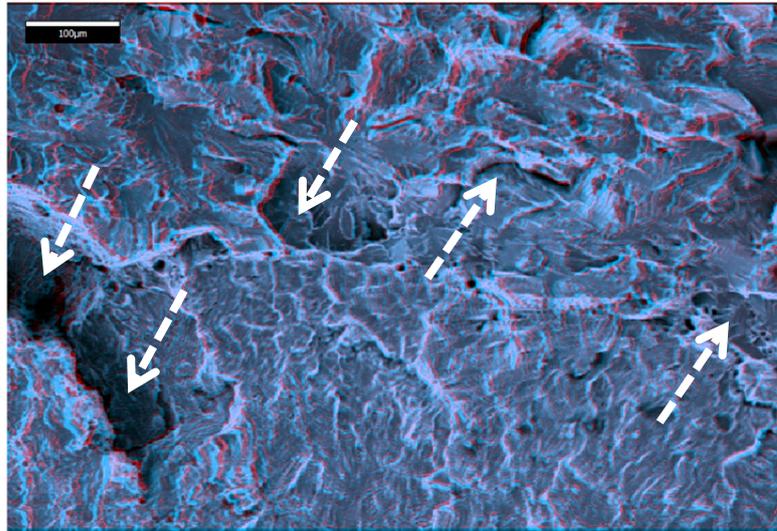


Abb. 3.15: Detailaufnahme Ermüdungsbruch nach $2 \cdot 10^6$ LW (Übergang Ermüdungs- / Restgewaltbruch: strichlierte Pfeile)

Mit einer Rot-Grün-Brille ist die Grenze zwischen Ermüdungs- und Gewaltbruch deutlich durch Gräben bzw. Furchen und Erhöhungen mit dazwischen hochgezogenen Fasern erkennbar (strichlierte Pfeile). Die Ermüdungsbruchfläche erscheint als raue Oberfläche ohne große Unebenheiten. Da es sich um eine Einstufenbelastung mit konstanter Spannungsschwingbreite $\Delta\sigma$ handelt, treten in keinen Fällen Rastlinien auf. Der Gewaltbruchbereich weist schuppige Bereiche mit Ansätzen von Verformungsgrübchen auf, womit diesem Stadium auch eine duktile Eigenschaft zugewiesen werden kann. Insgesamt handelt es sich jedoch um eine transkristalline Sprödbbruchfläche, welche durch die Körnung des Materials verläuft.

Die durch beschriebene, mikroskopische Untersuchungen an Bruchstücken ermittelten Anfangsriszlängen a_{th} sowie kritischen Riszlängen a_c des verwendeten Spannstahles bei dynamischer Belastung sind in der Tab. 3.1 aufgelistet.

Riszlängenparameter a_i	$a_{i,min}$ [mm]	$a_{i,max}$ [mm]	$a_{i,FE}$ [mm]
Technischer Anriss a_{th}	0,01 mm	0,05 mm	0,05 mm (0,01 - 0,05 mm)
Kritische Riszlänge a_c	0,05 mm	2,6 mm	2,6 mm

Tab. 3.1: Gemessene Riszlängen a_i als Grundlage für numerische Berechnungen

Eine exakte Angabe dieser Größenordnungen gelingt aus folgenden Gründen nicht:

- Reibkorrosionsspuren an der Drahtoberfläche mit unterschiedlichen Erscheinungsformen (Mulden, Narben, plastische Verformungen, unterschiedliche Eindringtiefen t_z etc.) lassen für die Definition des Startpunktes der Riszlänge a_{th} stets mehrere Interpretationen zu. Für die weiteren Ausführungen wird aus diesem Grund, neben der am meisten vorkommenden Anfangsriszlänge $a_{th} = 0,05$ mm, auch die in Tab. 3.1 angegebene Streubreite berücksichtigt.

- Die Ermittlung der kritischen Risslänge a_c ist im Vergleich zur Anfangsrisslänge, aufgrund der unterschiedlichen Erscheinungsformen, ungünstiger. Es kommt jedoch zu einem vermehrten Auftreten des oberen Grenzwertes der in Tab. 3.1 angeführten Bandbreite. Für die Berechnungen wird daher zumeist von $a_c = 2,6 \text{ mm}$ ⁸¹ ausgegangen.
- Die REM-Methode gestaltet sich für Litzendröhte, aufgrund der langwierigen Platzierung im Mikroskop und der Geometrie der Bruchstücke, als nicht zielführend für eine systematische Analyse. So wurde eine begrenzte Anzahl an Proben untersucht und der Fokus auf die Erfassung und makroskopische Analyse aller Drahtbrüche nach Versuchsende gesetzt.

Die gewählte Größenordnung des technischen Anrisses a_{th} korreliert mit verwendeten Anfangsrisslängen der einschlägigen Literatur. *Kramberger et al.* geben in [KŠG+04] für Stahlkonstruktionen eine Größenordnung von 0,05 bis 1 mm an. Dabei wird für hochfeste Stahlsorten häufig der untere Grenzwert von 0,05 mm angenommen⁸². Des Weiteren sind Angaben in Abhängigkeit von der Korngröße wie z.B. der 10-fachen Korngröße üblich und führen zu einer Risslänge von etwa 0,1 mm. *Richard und Sander* führen in [RS09] für Risswachstumssimulationen das Programm *Nasgro* an, welches neben der Luft- und Raumfahrt auch im Eisenbahnbau eingesetzt wird, und grundsätzlich von einer Anfangsrisslänge von kleiner 0,05 mm ausgeht.

Ein weiterer Zugang kann in Anlehnung an [Kun08], über den Schwellenwert des zyklischen Spannungsintensitätsfaktors ΔK_{th} sowie der Ermüdungsfestigkeit $\Delta \sigma_L$, nach Gl. (3.10) erfolgen.

$$a_{th} = \frac{1}{\pi} \cdot \left(\frac{\Delta K_{th}}{\Delta \sigma_L} \right)^2 \quad (3.10)$$

Dabei kann der Schwellenwert der Ermüdungsfestigkeit ΔK_{th} nach [Hob97] mit Gl. (3.11) abgeschätzt werden. Für ein Spannungsverhältnis $R = 0,76$ laut Gl. (2.1) folgt ΔK_{th} zu $80,6 \text{ Nmm}^{-3/2}$ ($= 2,55 \text{ MPa} \cdot \text{m}^{1/2}$).

$$\Delta K_{th} = 190 - 144 \cdot R > 62 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-\frac{3}{2}} \quad (3.11)$$

Für eine Bandbreite der Ermüdungsfestigkeit $\Delta \sigma_L$ von 200 bis 380 MPa (siehe Kap. 2.1) folgt der Grenzwert der Risslänge a_{th} zu 0,052 bis 0,014 mm.

Die genannten Größenordnungen zeigen mit den, in Kap. 3.3 beschriebenen, REM-Aufnahmen eine gute Übereinstimmung, womit von einer realitätsnahen Anfangsrisslänge ausgegangen werden kann. Aufgrund der geringeren Rissfortpflanzungsgeschwindigkeit am Beginn des Fortschrittes wirkt sich die Anfangsrisslänge a_{th} im Vergleich zur kritischen Risslänge a_c wesentlich massiver auf das Ergebnis aus (Details siehe Kap. 6.4.2).

⁸¹ Entspricht dem halben Außendrahtdurchmesser $d_{Ad} = 5,2 \text{ mm}$ (Wert wurde bei keinem Drahtbruch überschritten).

⁸² Für die Lebensdauerabschätzung von hochfestem Stahlzahnradern wurde von [KŠG+04] $a_{th} = 0,1 \text{ mm}$ gewählt.

3.4 Festigkeitskriterien zur Bauteilbewertung

Für eine weitere detaillierte Analyse der Versagensmechanismen ist die Kenntnis der tatsächlichen globalen und lokalen Beanspruchungen, der Materialparameter und in weiterer Folge das Verständnis über die Entstehung und das Wachstum der Risse zu postulieren.

Essentiell dafür ist neben der klassischen Festigkeitsberechnung auch die Untersuchung im Rahmen der Bruchmechanik, wie Abb. 3.16 und die anschließende Berechnung zur Beurteilung des Verhaltens eines gekerbten Spannstahldrahtes unter Zugbelastung⁸³ verdeutlicht.

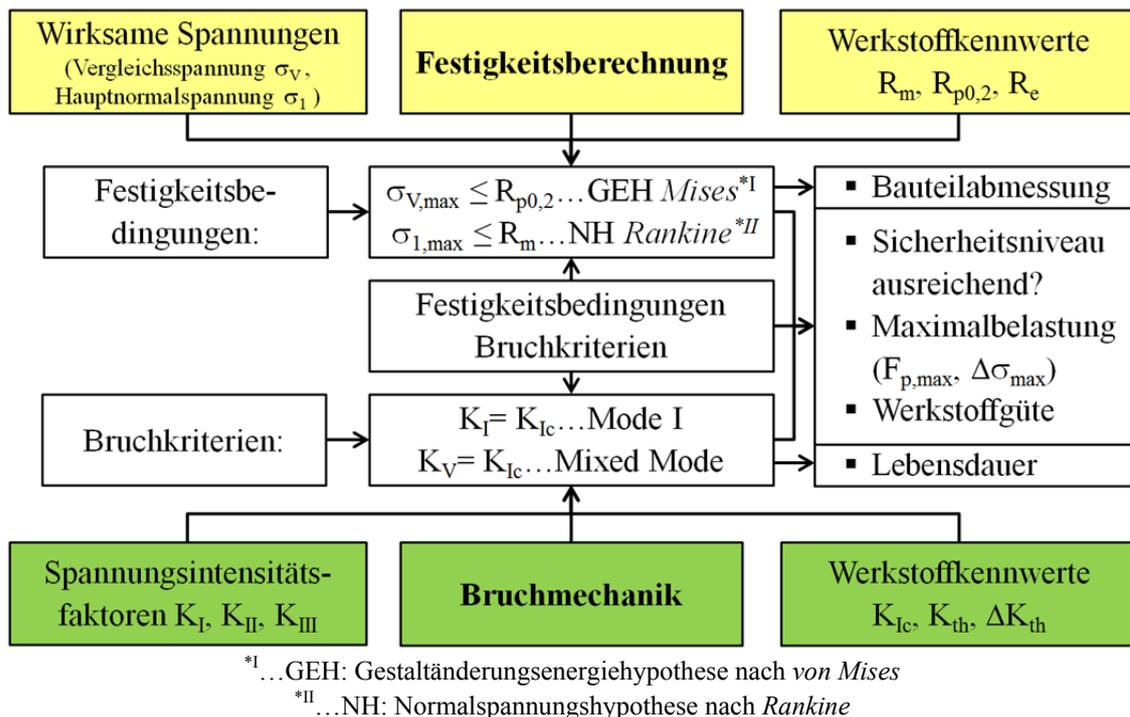


Abb. 3.16: Festigkeitsberechnung und bruchmechanische Überlegungen

Festigkeitsauslegung vs. Bruchmechanik

Grundsätzlich werden die Komponenten der Anbauteile, und damit die als kritisch eingestuft Spanverankerungen, global nach einem entsprechenden Festigkeitskriterium (siehe Abb. 3.16 / oben) ausgelegt, um u.a. plastische Verformungen zu vermeiden. In den kritischen KIZ kommt es jedoch lokal schon weit unterhalb des maximal zulässigen Belastungsniveaus (Fließgrenze $R_{p0,1}$ bzw. $R_{p0,2}$) zu Plastifizierungen an den kritischen Punkten. In weiterer Folge erfolgt eine Anrissbildung, womit eine bruchmechanische Beschreibung (siehe Abb. 3.16 / unten) erforderlich wird.

Mit Hilfe der Festigkeitsberechnung werden mit lokalen Spannungszuständen die vorangehend eruierten Versagensmechanismen beschrieben. Daraufhin können entsprechende Bewertungskriterien (Anstrengungshypothesen) zugeordnet werden⁸⁴.

⁸³ Ein häufig vorkommender Versagensmechanismus aus den Experimenten wird betrachtet.

⁸⁴ In Anhang B sind weitere Details zusammengefasst.

Hauptnormalspannungshypothese nach Rankine (NH)

Die Normalspannungsbrüche (Trennbrüche) werden durch die maximale Hauptnormalspannung σ_1 (Zugspannung) festgelegt. Die Rissebene liegt senkrecht zu σ_1 . Der Mittenbereich der statischen Mischbruchformen sowie das Stadium des stabilen Ermüdungsrischwachstums (siehe Kap. 3.2) können diesem Parameter zugeordnet werden. Dementsprechend werden diese Versagensformen mit der Hauptnormalspannungshypothese nach Rankine (NH) bewertet (u.a. [Hai06]). Die maximalen Hauptnormalspannungen σ_1 (Zugspannung) bzw. maximalen Hauptnormalverzerrungen ε_1 können mit dem verwendeten FE-Programm *Abaqus* [Aba13a] direkt als Ausgabeparameter definiert werden (siehe Tab. 3.2).

Gestaltänderungsenergiehypothese nach von Mises (GEH)

Zur Bewertung der lokalen Plastifizierungen, basierend auf einem duktilen Werkstoffverhalten, wird die Vergleichsspannung nach von Mises σ_V verwendet, welche die mehraxialen Spannungszustände in den hoch beanspruchten Elementknoten realistisch abbildet. Während die Vergleichsspannung σ_V als Ausgabegröße direkt ausgewertet werden kann, ist die Vergleichsdehnung ε_V über die Gl. (3.12) mit den Hauptnormaldehnungen ε_1 , ε_2 sowie ε_3 verknüpft.

$$\varepsilon_V = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_3)^2 + (\varepsilon_3 - \varepsilon_1)^2} \quad (3.12)$$

Die im FE-Code *Abaqus* verwendeten Parameter, die für die örtliche Bewertung der nachstehenden FE-Modelle verwendet werden, sind in der Tab. 3.2 zusammengefasst.

Parameter	Bezeichnung	FE-Parameter^{*1}
$\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$	Hauptnormalverzerrungen	LEP1, LEP2, LEP3
$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$	Hauptnormalspannungen	SP1, SP2, SP3
σ_V	Vergleichsspannung	MISES
$\varepsilon_1^{pl}, \varepsilon_2^{pl}, \varepsilon_3^{pl}$	Plastische Hauptverzerrungen	PEP1, PEP2, PEP3

^{*1}...FE-Programm *Abaqus* [Aba13g]

Tab. 3.2: FE-Ausgabeparameter zur örtlichen Bewertung

Die Gleitbruchflächen der Scherbrüche aus Kap. 3.2 können mit der maximalen Schubspannung $\tau_{\max} = (\sigma_1 - \sigma_3) / 2$ beschrieben werden.

Außendraht mit Riss bzw. mit umlaufender Kerbung

In einem vereinfachten Modell wird im Litzenaußendraht, mit den Materialparametern für den Spannstahltyp Y1860S7 laut Kap. 2.1.4.4⁸⁵, unter Zugbelastung ein Riss mit einer Anfangsrislänge 0,05 mm laut Tab. 3.1 postuliert. Die aus Versuchen beobachtete Rissgeometrie⁸⁶, ein semi-elliptischer Oberflächenriss mit einem Längen- zu Breitenverhältnis von $a/c = 1/2$ ist in Abb. 3.17 ersichtlich. Zum Vergleich wird eine Umlaufkerbe mit einem Kerbradius

⁸⁵ $R_m = 1860 \text{ N/mm}^2$; $R_{p0,2} = 1760 \text{ N/mm}^2$, $K_{Ic} = 50 \text{ bis } 110 \text{ MPa} \cdot \text{m}^{1/2}$, $A_{Ad} = d_{Ad}^2 \cdot \pi / 4 = 21,237 \text{ mm}^2$

⁸⁶ Siehe Kap. 3.2 sowie Kap. 3.3

$r_z = 0,03$ mm, welche ein Eindringen einer Keilzahnspitze⁸⁷ in den Draht simuliert, betrachtet. Für die bruchmechanische Betrachtung wird ein kurzer Anriss im Kerbgrund ($a = 0,01$ mm) angenommen.

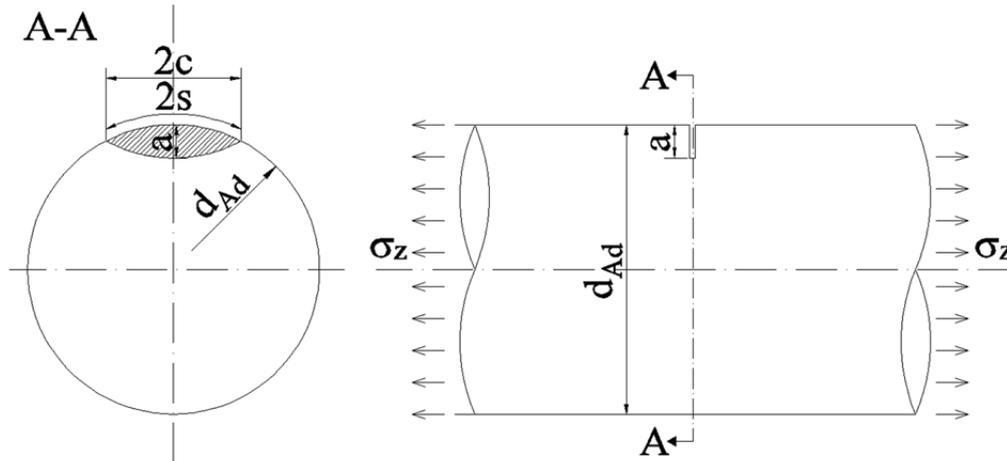


Abb. 3.17: Semi-elliptischer Oberflächenriss in einem runden Zugstab ($a/c = 1/2$)

Für die nach in Abb. 3.17 dargestellte Rissform folgt laut *Murakami* [Mur87], für den Rissöffnungsmodus I (Mode I) unter Zugbeanspruchung σ_z , ein Geometriefaktor Y_I von 0,885 (Fehler $\varepsilon < 1$ %). In Anlehnung an [RS09] kann mit den interpolierten Konstanten $A = 0,86$, $B = -0,28$, $C = 1,59$ sowie $D = -0,38$ für Y_I ein Wert von 0,928 abgeschätzt werden. Letztgenannter Ansatz gilt v.a. für das Anfangsstadium mit geringen Risslängen.

$$Y_I = \frac{1}{1 - \frac{a}{d_{Ad}}} \cdot \sqrt{\frac{A + B \cdot \frac{a}{d_{Ad} - a}}{1 + C \cdot \frac{a}{d_{Ad} - a} + D \cdot \left(\frac{a}{d_{Ad} - a}\right)^2}} \quad (3.13)$$

Für eine Zugbeanspruchung σ_z von 1 N/mm² (Einheitslast), welche gleichzeitig die Nennspannung σ_{nk} darstellt, folgt für den Spannungsintensitätsfaktor K_I , der in Rissnähe die Intensität des Rissfeldes beschreibt, nach Gl. (3.14) ein Wert von 0,0111 MPa·m^{1/2} ($Y_I = 0,885$)⁸⁸.

$$K_I = \sigma_n \cdot \sqrt{\pi \cdot a} \cdot Y_I \quad (3.14)$$

In Tab. 3.3 ist für den Fall des semi-elliptischen Oberflächenrisses die klassische Festigkeitsberechnung mit der bruchmechanischen Betrachtung gegenübergestellt. Das angewandte Bruchkriterium (K-Konzept nach [Irw57], siehe Anhang D), gilt für monotone statische Belastung bis zum Versagen (Gewaltbruch). Laut [Kun08] darf dieses auch für zyklische Belastungen angewandt werden, wenn die LEBM vorausgesetzt wird, und für K_I , K_{II} , K_{III} bzw. K_V die Schwingbreiten der zyklischen Spannungsintensitätsfaktoren ΔK_I , ΔK_{II} , sowie ΔK_{III} bzw. ΔK_V eingesetzt werden. Aus diesem Grund wird eine Verifikation durchgeführt. Das zu Grunde gelegte Belastungsniveau ist die garantierte Streckgrenze $F_{z,max} = R_{p0,2} (\approx 0,95 \cdot F_{pk})$.

⁸⁷ Siehe Kap. 4.3.1

⁸⁸ Durch Multiplikation mit der entsprechenden Zugspannung kann die Spannungsintensität bestimmt werden. Für $\sigma_z = 837$ MPa (45%·GUTS) folgt K_I lt. Gl. (3.14) zu 9,73 MPa·m^{1/2}.

Fehlstelle	Festigkeitsberechnung	Bruchmechanik
Semi-elliptischer Oberflächenriss ($a/c = 1/2$, $a = 0,05$ mm, $Y_I = 0,885$)	$\sigma_{1,max} = \sigma_z = F_o / A_{netto} = R_{p0,2}$ $\rightarrow F_{z,max} = R_{p0,2} \cdot A_{netto}$	$K_I = \sigma_z \cdot (\pi \cdot a)^{1/2} \cdot Y_I = K_{Ic}$ $\rightarrow \sigma_{z,max} = K_{Ic} / [(\pi \cdot a)^{1/2} \cdot Y_I]$ $\rightarrow F_{z,max} = \sigma_{z,max} \cdot A_{netto}$
	$A_{netto} = A_{Ad} - A_{Riss}^{*1}$ $A_{netto} = 21,237 - 0,007 = 21,23$ mm ² $F_{z,max} = 1760$ MPa \cdot $21,23$ mm ² = $F_{z,max} = 37,4$ kN	$\sigma_{z,max} = (50 \text{ bis } 110) \cdot 1000^{1/2}$ MPa \cdot mm ^{1/2} / $[(\pi \cdot 0,05 \text{ mm})^{1/2} \cdot 0,885] =$ $\sigma_{z,max} = 4507,8$ bis $9917,2$ MPa $F_{z,max} = 95,7$ bis $210,5$ kN
	Damit ist für den o.a. Anriss $a = 0,05$ mm die Festigkeitsberechnung maßgebend (bruchmechanische Werte theoretisch). Nachstehend wird die kritische Risslänge a_c ermittelt, ab welcher die Bruchmechanik ausschlaggebend wird.	
	$F_{z,max} = 37,4$ kN ($\approx 95\%$ GUTS)	$a_c = 1/\pi \cdot [K_{Ic} / \sigma_z \cdot Y_I]^2 =$ $a_c = 1/\pi \cdot [(50 \text{ bis } 110) \cdot 1000^{1/2} /$ $1760 \text{ MPa} \cdot 0,885]^2 =$ $a_c = 0,33$ bis $1,59$ mm
Umlaufende Kerbe ($r_z = 0,03$ mm) mit kurzem Anriss ($a = 0,01$ mm)	$A_{netto} = (d_{Ad} - 2 \cdot 0,03 - 0,01)^2 \cdot \pi / 4 =$ $A_{netto} = 20,67$ mm ² $F_{z,max} = 36,4$ kN	$F_{z,max} = 175,6$ bis $386,3$ kN $a_c = 0,23$ bis $1,13$ mm ($Y_I = 1,050$)

*1... $A_{Ad} = d_{Ad}^2 \cdot \pi / 4 = 21,237$ mm²

Tab. 3.3: Außendraht mit Riss (Festigkeits- und bruchmechanische Betrachtung)

Durch diese vereinfachte, analytische Gegenüberstellung wird ersichtlich, dass Größenordnungen von Rissen auftreten, die im Bereich der fraktographisch ermittelten Risslängen der Tab. 3.1 liegen, und damit den Einsatz der Bruchmechanik erfordern. Analog zum semi-elliptischen Oberflächenriss gilt dies auch für die umlaufende Kerbe mit kurzem Anriss ($a = 0,01$ mm) im Kerbgrund, für die sich laut Tab. 3.3 eine kritische Risslänge a_c von 0,23 bis 1,13 mm errechnet. Dieser Bereich liegt ebenfalls in der Größenordnung der aus Bruchflächen eruierten Risslängen.

Schon in [Rof13] wurde eine lineare Abnahme der Zugfestigkeit mit ansteigender Anfangsrisslänge a_{th} festgestellt, wobei a_{th} unabhängig vom aufgetretenen Korrosionsstadium ist. Grund dafür ist nicht die Abnahme der Querschnittsfläche, sondern die Spannungskonzentration an der jeweiligen vorhandenen Kerbe (Geometrische Kerbe, Defekt, Einschluss etc.).

In Abb. 3.18 sind die Spannungsintensitätsfaktoren K_I für beide Fälle (Riss, Kerbe mit Riss), mit Geometriefaktoren nach [Mur87] sowie [RS09], in Abhängigkeit von der Risslänge a dargestellt. Damit zeigt sich selbst für eine vereinfachte Darstellung (LEBM, Mode I) die Tendenz, dass die Entwicklung der Rissfortpflanzung einen massiven Einfluss auf das Festigkeitsverhalten hat. Es sei darauf hingewiesen, dass ab dem Zeitpunkt des Erreichens des Grenzwertes der Bruchzähigkeit K_{Ic} (50 bis 110 MPa \cdot m^{1/2}) die kritische Länge des Risses vorliegt. In weiterer

Folge kommt es zu einem rasanten Anstieg der Rissfortpflanzungsgeschwindigkeit und am Ende dieser instabilen Rissausbreitung zu einem Versagen. Dies ist nicht in Abb. 3.18 eingetragen.

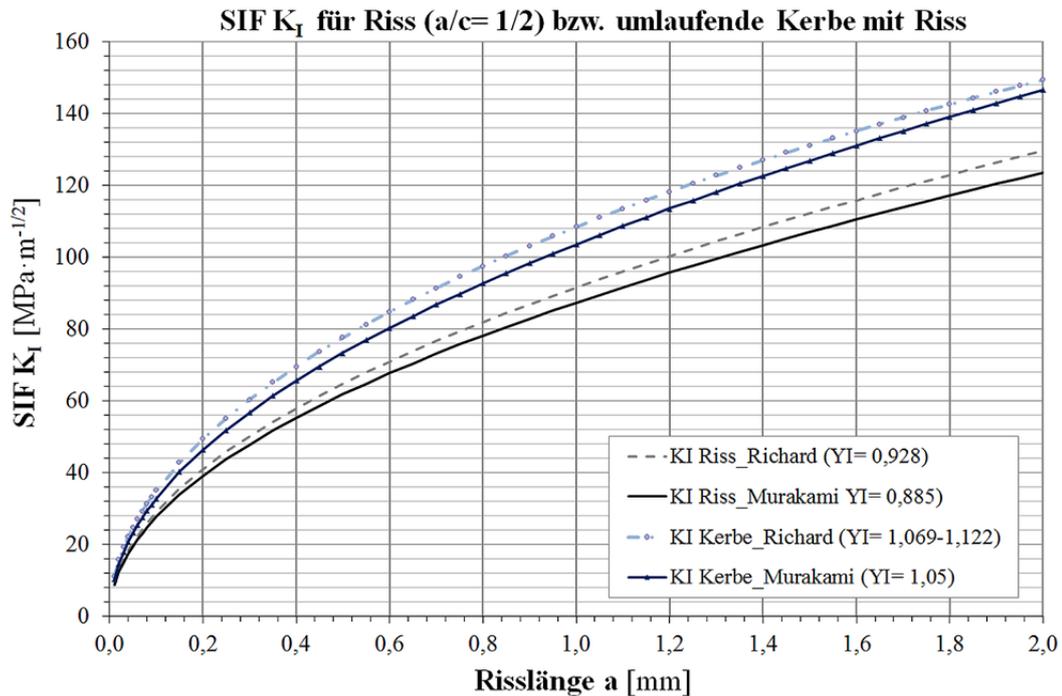


Abb. 3.18: SIF K_I für semi-elliptischen Oberflächenriss sowie für rissbehaftete Kerbe

Die grundsätzliche Möglichkeit der Simulation der Kerbgrundbeanspruchung soll für beide genannte Fehlstellen, mit einem Vergleich von FE-Berechnungen mit den in Kap. 3.2.1 beschriebenen Kerbformzahlen K_t erfolgen. Das axialsymmetrische FE-Modell der umlaufenden Kerbe ist in Abb. 3.19 mit einem Konturplot der Längsspannung $\sigma_{ax} = \sigma_{22}$ dargestellt. Die nachfolgende Abb. 3.20 zeigt den Verlauf der Längsspannungen, entlang des vollen Querschnitts ($\sigma_{22,nk}$ = Nennspannung) sowie im Querschnitt mit umlaufender Kerbe ($\sigma_{22,max}$).

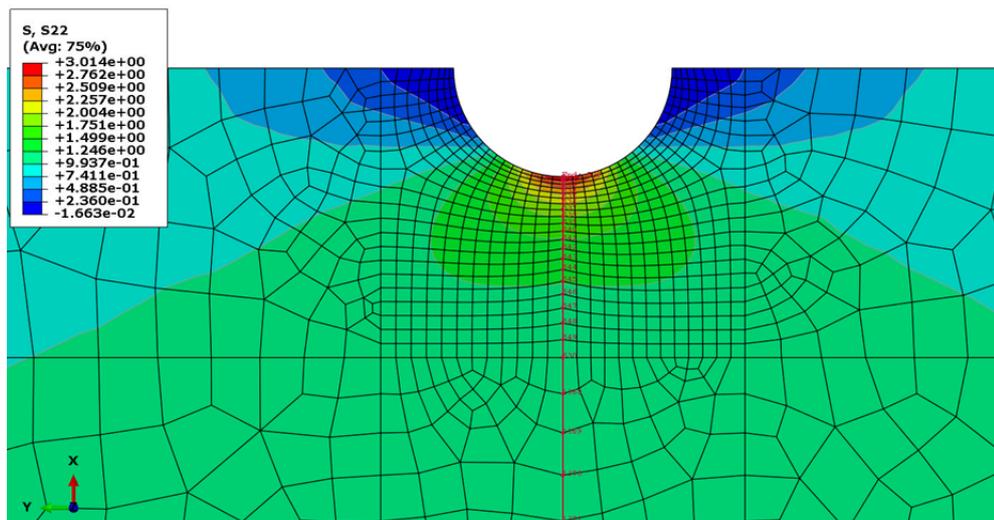


Abb. 3.19: Gekerbter Außendraht ($r_z=0,03 \text{ mm}$) - Längsspannung σ_{22}

Die in nachstehender Abb. 3.20 dargestellte Spannungspfadauswertung für die Längsspannung σ_{22} , entlang des gekerbten Querschnitts mit einer Nennspannung $\sigma_{nk} = 1 \text{ N/mm}^2$, führt im Kerbgrund zu einer maximalen Längsspannung $\sigma_{22,max}$ von $3,01 \text{ N/mm}^2$. Damit ergibt sich eine Kerbformzahl K_t von $3,01$. Die Überprüfung des Einflusses der Elementgröße h_{El} wird in Kap. 5.1.1.3 gezeigt.

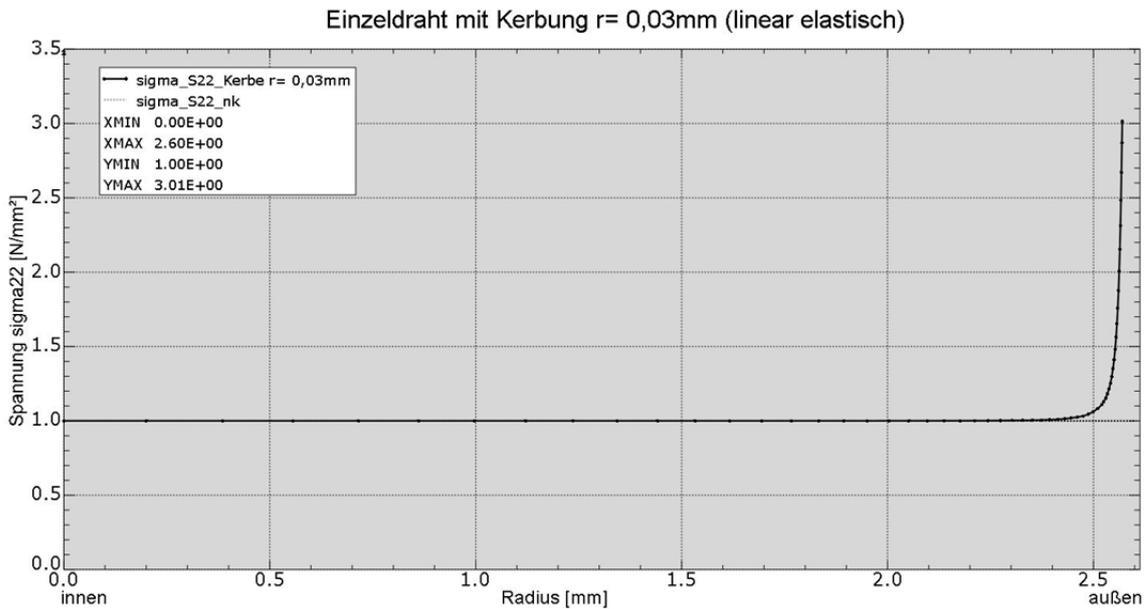


Abb. 3.20: Spannungspfadauswertung σ_{22} Außendraht mit umlaufender Kerbe

Laut *FKM-Richtlinie* [FKM03] errechnet sich K_t nach Gl. (3.15)⁸⁹ mit den Konstanten $A = 0,22$ sowie $B = 1,37$ zu $3,057$, und zeigt damit gute Übereinstimmung mit der numerisch ermittelten Kerbformzahl (siehe Abb. 3.20).

$$K_t = 1 + \left[A \cdot \frac{r_z}{a} + 2 \cdot B \cdot \frac{r_z}{d_{netto}} \cdot \left(1 + 2 \cdot \frac{r_z}{d_{netto}} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (3.15)$$

Für die Simulation der zweiten Fehlstelle, des semi-elliptischen Oberflächenrisses, ist ein dreidimensionales Modell erforderlich⁹⁰, welches mit drei Symmetriebedingungen auf ein Viertel reduziert werden kann. In Abb. 3.21 ist der Konturplot der Längsspannung $\sigma_{ax} = \sigma_{33}$ dargestellt. Die Rissränder wurden mit einem Ausrundungsradius von $r_z = 0,005 \text{ mm}$ versehen. Die Pfadauswertung der Längsspannungen σ_{ax} , welche senkrecht zur Rissrichtung verläuft, wird analog zur umlaufenden Kerbe (siehe Abb. 3.20) durchgeführt und führt zu einer Kerbformzahl K_t von $6,2$. Diese Größenordnung korreliert mit dem Zugang über die FKM-Richtlinie laut Gl. (3.15)⁹¹, nach welchem $K_t = 6,37$ ist. Auf eine Konvergenzstudie zur Überprüfung einer ausreichenden Netzgröße in Kerb- bzw. Rissumgebung wird in Kap. 5.1.1.3 eingegangen.

⁸⁹ Kerbradius $r_z = 0,03 \text{ mm}$; Risslänge $a = 0,01 \text{ mm}$; $d_{netto} = d_{Ad} - 2 \cdot a = 5,14 \text{ mm}$

⁹⁰ Aufgrund fehlender axialsymmetrischer Eigenschaften.

⁹¹ Kerbradius $r_z = 0,005 \text{ mm}$, Risslänge $a = 0,05 \text{ mm}$, $d_{netto} = 5,15 \text{ mm}$

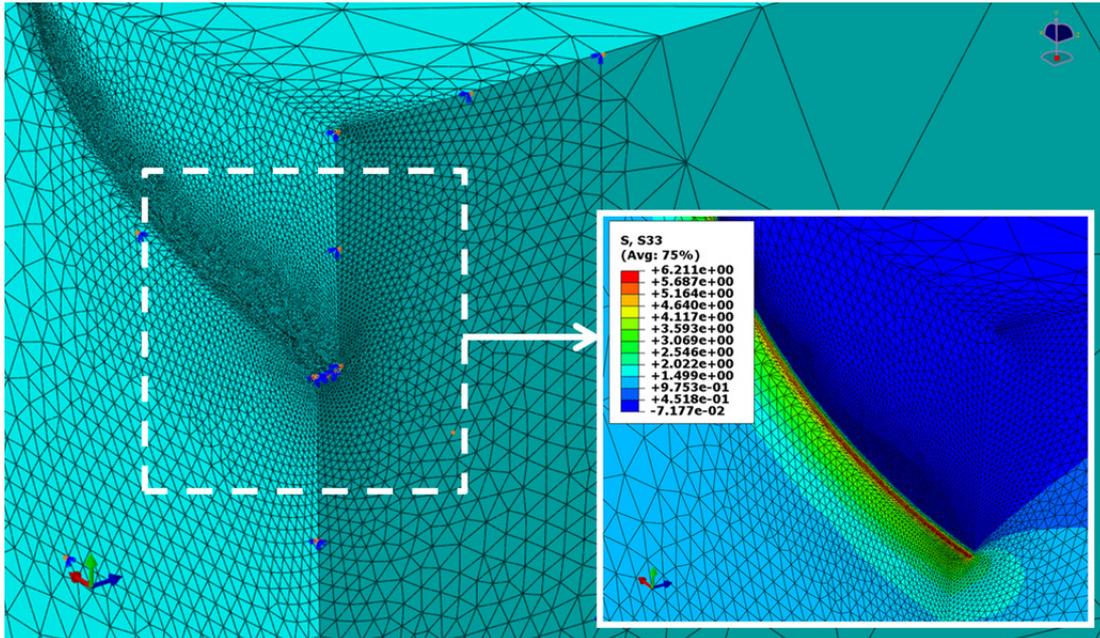


Abb. 3.21: Außendraht mit semi-elliptischem Oberflächenriss ($a/c= 1/2$) - Längsspannung σ_{33}

Damit kann mit den vereinfachten FE-Modellen die Kerbbeanspruchung grundsätzlich sehr gut abgebildet werden. Es sei an dieser Stelle angemerkt, dass diese Verifikation nachfolgenden FE-Berechnungen dient, um die zu Beginn genannten Ziele zu erreichen. Da der Einfluss der unter Kap. 2.2 genannten komplexen Versagensmechanismen in experimentellen Versuchen in Einzelfällen zu massiven Abweichungen von erwartenden Testergebnissen führt, gilt es für den numerischen Zugang mit der FEM vorrangig das Verständnis der mechanischen Zustände sowie der vorherrschenden Schadensursachen zu ergründen.

Ein Vergleich unterschiedlicher Kerbradien r_z unter statischer Belastung führt unter dem linear elastischen Materialverhalten zu massiven Änderungen der Maximalspannungen im Kerbgrund. Mit geringfügigen Änderungen der Geometrie der Keilinnenfläche - u.a. Abrundungsradius der Zahnschneiden r_z , Zahnneigung β_z , Zahntiefe t_z bzw. Zahnsteigung b_z – können theoretisch die Spannungsgradienten in der hochbelasteten Zone der KeAd-KIZ verändert werden.

Abschließend sollen die Konsequenzen aus den bruchmechanischen Analysen sowie den Festigkeitskriterien zusammengefasst werden.

3.5 Zusammenfassung und Konsequenzen für die FEA

3.5.1 Abgeleitete Versagensmechanismen

Für die unter Kap. 2.1 beschriebenen Versuchsserien an Parallellitzensystemen⁹² konnten mit bruchmechanischen Analysen den in Tab. 2.7 definierten kritischen Detailbereichen entsprechende Versagensmechanismen zugeordnet werden. Eine Auflistung der maßgebenden Mechanismen in den kritischen Detailbereichen ist in Tab. 3.4 enthalten, wobei die Tabelle nach den auftretenden, negativen Effekten auf die Ermüdungsfestigkeit gewichtet ist⁹³.

Globaler Detailbereich im System	Kritische Interaktionszone	Mechanismen bei...	
		Ermüdungsbelastung	statischer Belastung
KIZ-Ver	KeAd-KIZ AdKd-KIZ AdAd-KIZ	Maximale Relativverschiebungen zwischen Außendraht und Keil sowie lokale Biegespannungen → Reib-/Ermüdungskorrosion (beschleunigte Initiierung; spröder Restgewaltbruch)	Kerbbildung in Verbindung mit Querdruck beeinflusst die übertragbare Spannkraft → Scherbruch oder duktiler Mischbruch (cup cone fracture)
KIZ-Frei	AdKd-KIZ, AdAd-KIZ	Maximale Relativverschiebungen zwischen den Einzeldrähten; → Reib-/Ermüdungskorrosion (beschleunigte Rissinitiierung)	Versagen ausgehend von Kontaktpressungen zwischen den Drähten bzw. von Materialfehlern; Plastifizierungsbereiche führen zu Abplattungszonen.
KIZ-Son ⁹³	AdKd-KIZ, AdAd-KIZ	Maximale lokale Biegespannungen sowie anteilige Relativverschiebungen → Reib-/Ermüdungskorrosion	Maximale lokale Biegespannungen sowie anteilige Relativverschiebungen

Tab. 3.4: Versagensmechanismen in den kritischen Detailbereichen

Durch das Zusammenwirken vieler negativer Einflussparameter in der KeAd-KIZ und den Ergebnissen der experimentellen Testserien kann dieser Bereich als kritisch für die Ermüdungsfestigkeit sowie für die statische Zugfestigkeit eines Schrägkabel- bzw. Vorspannsystems bezeichnet werden. Neben dem dreidimensionalen Spannungszustand zufolge Kontaktpressung und Kerbbildung kommt es zu plastischen Verformungen sowie Reibkorrosions- bzw. Reiber-müdungsphänomenen mit verbundenem Materialverschleiß.

⁹² Details werden in [Tra14] beschrieben (u.a. umfangreicher Schadenskatalog durchgeführter Versuche).

⁹³ Die KIZ-Son, wie z.B. Kopplungen, wurden experimentell nur in Einzelfällen behandelt. Daher sind entsprechende Erfahrungswerte nicht vorhanden.

3.5.2 Verifikation der Berechnungsergebnisse

Nach der Lokalisierung der kritischen Versagensbereiche in den KIZ⁹⁴ sind für die anschließende numerische Berechnung folgende Vergleichswerte aus den Testserien für eine Verifikation der Ergebnisse von Relevanz:

- Deformationen der Verankerungskomponenten während der Versuche.
- Keileinzüge ΔI_{Ke} ⁹⁵ während der verschiebungsgesteuerten Belastung des Monolithensystems (siehe Abb. 4.3).
- Richtung der Hauptspannungen bzw. Hauptverzerrungen zur Vorhersage der Versagensformen, in Abhängigkeit von der Belastung:
 - Statisch: Scherbruch bzw. Gleitbruch (verformungsarm, siehe Abb. 3.2) oder Misch- bzw. Duktilbruch (duktil, siehe Abb. 3.3).
 - Dynamisch: Brüche ausgehend von Reibkorrosion oder Defekten (siehe Kap. 3.2.2).
- Zeitpunkt des Versagens in Abhängigkeit von der Belastung:
 - Statisch (siehe Tab. 2.2): Maximale Zugkraft im Zugversuch ($F_{z,max}$) bzw. Nennzugfestigkeit (F_{pk}) in Bezug auf die Bruchdehnung ϵ_{max} .
 - Dynamisch (siehe Abb. 2.4): Lastwechselzahl N_L beim Auftreten eines Ermüdungsversagens bzw. Drahtbruches.
 - Ein systematischer Einfluss der Lastspielzahl auf die Höchstkraft im statischen Zugversuch nach erfolgter Ermüdungbelastung konnte nicht ausgemacht werden. So kam es sowohl zu einer Erhöhung als auch zu einer Verminderung der maximalen Zugkraft im statischen Zugversuch.

3.5.3 Konsequenzen für die FEA

Material

Die im FE-Programm *Abaqus* implizierten Materialmodelle werden verwendet. Einflüsse wie Anisotropie (siehe Anhang F) oder eingeprägte Eigenspannungen (siehe Kap. 2.1.4) werden fallweise im Zuge der Ergebnisinterpretation diskutiert.

Da das Forschungsvorhaben aufgrund einer, aktuellen noch andauernden, Entwicklungsphase im Bereich der Materialqualität (Entwicklung höherfesterer Spannstahlgüten, Beschichtungsvorgänge) mit Schwierigkeiten in statischen als auch dynamischen Versuchen konfrontiert war (Ausreißer etc.), wird auf eine Variation⁹⁶ der Materialeigenschaften verzichtet.

Eine allenfalls vorhandene Korrosionsschutzschicht der Litze wird in der Kontaktzone zwischen Außendraht und Keil beim Vorspannvorgang beschädigt und in weiterer Folge bei Laststeigerung abgetragen (siehe Kap. 4.3.2). Aus diesem Grund wird eine Zink- bzw. Galfanauflage (Schichtdicken 25 bis 50 μm) in weiterer Folge nicht explizit berücksichtigt.

⁹⁴ Durch Testergebnisanalyse und Komponentenbegutachtung (Bruchflächen, Rissinitiierungsstellen, Reibkorrosionsspuren, Keilbiss, Verankerungen, Keile etc.).

⁹⁵ Die Größenordnungen der Keileinzüge sind vom Verankerungssystem abhängig und variieren zudem innerhalb einer Verankerung von Litze zu Litze.

⁹⁶ Es wird keine Zuordnung zu einer statistischen Verteilung durchgeführt.

Oberlast und Schwingbreite

Durchgeführte numerische Studien von Ermüdungsversuchen basieren auf dem zyklischen Belastungsniveau der Testparameter, welche i.A. entsprechend den Regelwerken für vorgespannte Systeme [eta02] bzw. für Schrägkabelsysteme [fib05] ausgelegt sind.

Die dynamischen Testserien werden ausschließlich mit einer Einstufenbelastung durchgeführt, die auch in den FE-Simulationen zu Grunde gelegt wird. Daher kann grundsätzlich von einer Phase der stabilen Rissfortpflanzung ausgegangen werden, die senkrecht zur Hauptnormalspannung σ_1 (Zugspannung) verläuft. Daran schließt sich ein durch Querschnittsabnahme gesteuerter Restgewaltbruch an, der schließlich zu einem Ermüdungsversagen führt.

Biegeschwingungen

Diese werden nicht explizit berücksichtigt und in Kap. 4.2.3 näher beschrieben. Die Trägheitskräfte und kinetischen Energieänderungen werden vernachlässigt, so dass alle Vorgänge statisch bzw. quasistatisch behandelt werden können (siehe Kap. 5.1.1).

Temperatur und Frequenz

Da beide Parameter laut Kap. 2.1.5.3 für die FEA vernachlässigt werden können, kann eine Analyse ohne Kopplung mit Temperaturtermen zur Anwendung gelangen. Das vorliegende Litzmaterial (Y1860S7-15,7) zeigt über die gesamte Bandbreite der Verwendung⁹⁷ weitgehend temperaturunabhängiges Bruchzähigkeitsverhalten in der Hochlage. Diese gilt auch für die weiteren Komponentenbauteile (Keile, Verankerungen etc.).

Materialabtrag

In dieser Arbeit wird der Einfluss der Verschleißpartikel aufgrund des Materialabtrages vernachlässigt, da dies den numerischen Berechnungsaufwand überproportional erhöhen würde (siehe Kap. 2.1.5.3). Im Anhang E ist eine grobe Zusammenfassung zur Tribologie kontaktierender Stahl-/Stahlpaarungen zu finden, die auch Möglichkeiten zur Berücksichtigung in einer numerischen Berechnung aufzeigt. Beispielsweise ist in der Literatur ein Zugang in Anlehnung an [MLM07] zu finden, in dem ein erhöhter *Coulomb*'scher Reibungsbeiwert⁹⁸ μ , gemittelt über einen definierten Lastzyklenbereich, berücksichtigt wird.

3.5.4 Zusammenfassende Bemerkungen

Mit der FEA einer mehrlitzigen Spannverankerung wird die Möglichkeit einer Problemabgrenzung des FE-Modelles untersucht. Damit soll eine Fokussierung auf die kritischen KIZ mit den beschriebenen, komplexen, inneren mechanischen Vorgängen ermöglicht werden.

Abmessungen und Materialkennwerte der Bauteile liegen aufgrund der experimentellen Tätigkeit vor (Fertigungszeichnungen, Prüfberichte über Materialversuche etc.).

Die im Eingabeprozess der FE-Berechnung verwendeten Techniken und Details sind in den folgenden Kapiteln in der Tiefe beschrieben, als der Autor dies für das Verständnis sinnvoll erachtet.

⁹⁷ Gesamter Lebenszyklus besteht aus Lagerung, Transport, Applikation und Nutzungsdauer.

⁹⁸ Entspricht dem Verhältnis von durchschnittlicher Reibungskraft F_R zu Normalkraft F_N .

4 Mechanische Eigenschaften von Monolitzen und Keilverankerungen

4.1 Analytische und numerische Berechnung von inneren mechanischen Zuständen

Da in den kritischen Zonen komplexe räumliche Spannungszustände auftreten, und die numerische Berechnung mit der FEM i.A. eine Näherung darstellt⁹⁹, werden vorab die mechanischen Vorgänge in der freien Länge sowie in den Verankerungen der Litzen unter Belastung diskutiert. Werkstofftechnische Aspekte, welche die in Kap. 3.5 abgeleiteten Versagensmechanismen beeinflussen, werden einbezogen.

Der aktuelle Stand der Technik in der Anwendung von analytischen und numerischen Berechnungsmöglichkeiten von Monolitzen und Keilverankerungen fließt im Laufe der Ausführungen mit ein. Um das FE-Problem bestmöglich abzugrenzen, wird ein Teilbereich der freien Länge einer Monolitze betrachtet.

4.2 Monolitzen unter Zug- und Biegebelastung

4.2.1 Analytische Berechnung von Monolitzen – Stand der Technik

Das Verhalten von geschlagenen Litzen, bestehend aus einem Kerndraht und sechs Außendrähten unter axialer Zug- bzw. Biegebelastung, ist Gegenstand einiger Forschungsarbeiten, die sich jeweils auf einzelne Detailpunkte konzentrieren. Aus einer Vielzahl von analytischen Berechnungsansätzen werden im Folgenden nur die für diese Arbeit relevanten Tools erwähnt, welche sich zum Teil auf großartige mathematische Vorarbeiten stützen. Mit den gewonnenen Ergebnissen wird ein Vergleich mit numerischen Ergebnissen durchgeführt.

Die nachstehend verwendeten mathematischen Ansätze von *Feyrer* [Fey00] und *Costello* [Cos97], zur Eruiierung der inneren Beanspruchungszustände in den Monolitzen, stellen Vereinfachungen bzw. Näherungen dar. Sie wurden teilweise mit experimentellen Tests hinterlegt und sind somit für einen Vergleich mit den FE-Berechnungen geeignet, welche ebenfalls mit Experimenten an der TU Wien (Kap. 2) verifiziert wurden. Aus Sicht des Autors ist dieser Vergleich zwingend erforderlich, und erlaubt erst Prozessweiterungen.

4.2.2 Monolitze unter axialer Zugbelastung - Vergleich mit FE-Ergebnissen

Folgende, in den Testserien verwendete Litzenkonstruktion und deren Werkstoffeigenschaften werden fortan verwendet.

Eine 7-Drathlitze aus einem Spannstahl der Güte Y1860S7-15,7 mit einer Dehngrenze $R_{p0,2} = 1760 \text{ N/mm}^2$ ($R_{p0,1} = 1600 \text{ N/mm}^2$), einer charakteristischen Zugfestigkeit R_m von 1860 N/mm^2 ,

⁹⁹ Siehe Kap. 5.1 bzw. Anhang C.

einem Elastizitätsmodul E_p von 195 GPa, einer Mindestbruchdehnung bei Höchstlast A_{gt} von 3,5 % und einer Querdehnzahl ν von 0,3 wird verwendet. Die maximale Nennbruchlast F_{pk} für die Litze beträgt damit 279 kN.

Eine Querschnittsvariante, die ebenfalls in vereinzelt Versuchen getestet wurde, ist die kompaktierte Litze mit nachgezogenen Außendrähten. Durch den größeren metallischen Querschnitt erreicht sie eine höhere Zugfestigkeit ($A_p = 160 \text{ mm}^2$; $d_p = 15,2 \text{ mm}$; $R_m = 1820 \text{ N/mm}^2$). Die größere Kontaktfläche zwischen den Drähten sorgt für verbesserten Schutz gegen das Eindringen von Verunreinigungen. Nachteilig demgegenüber steht das schwierigere Eindringen der Korrosionsschutzmasse (Fett, Wachs) in den Querschnitt. Vereinzelt durchgeführte Dauerschwingversuche¹⁰⁰ führen aufgrund der scharfkantigen Drahtoberflächen zu einem deutlichen Abfall der Ermüdungsfestigkeit.

Vier wichtige Einflussparameter sind in Bezug auf die Litzeneigenschaften - die inneren mechanischen Beanspruchungen und komplexen Wechselwirkungen - zu nennen. Neben dem Haupteinflussfaktor, der Querschnittsform, sind dies die Schlaglänge L , der Schlagwinkel α_{Ad} der Außendrähte sowie die Schlagrichtung der Litze.

a) Querschnittsform

Durch gleichmäßiges Wickeln der sechs runden Außendrähte mit Durchmesser d_{Ad} von 5,2 mm um einen geraden runden Kerndraht mit Durchmesser d_{Kd} von 5,4 mm erhält die Litze ihre Querschnittsform („1+6“) mit einer Nennquerschnittsfläche A_p von 150 mm^2 und einem Nennaußendurchmesser d_p von 15,7 mm.

Streng genommen hat in der tatsächlichen Schnittfläche eines senkrechten Querschnitts durch die gerade Litzennachse nur der Kerndraht eine exakte Kreisform. Die Außendrähte weisen eine Nierenform auf. Durch den i.A. um 3 bis 4 %¹⁰¹ größeren Kerndrahtdurchmesser wird der Kontakt mit den Außendrähten überhaupt erst sichergestellt, weil sich bei einem sehr großen Schlagwinkel α_{Ad} die äußeren Drähte gegenseitig abstützen würden und sich der Innendraht frei bewegen könnte. Die Litzengeometrie wird in Abb. 4.1 mit der Darstellung eines dreidimensionalen FE-Modells der freien Länge verdeutlicht (Länge= Schlaglänge L).



Abb. 4.1: FE-Modell Freie Länge (KIZ-Frei)

¹⁰⁰ Kompaktierte Litzen wurden in Form des Behelfskabels eingesetzt (siehe Kap. 2.1.3).

¹⁰¹ Laut [EN100] muss der Durchmesser des Kerndrahtes um mindestens 2 % größer sein als der der Außendrähte.

b) Schlaglänge

Die Schlaglänge L ist die Ganghöhe der schraubenförmig nach rechts um den Kerndraht geschlagenen Außendrähte. Die Länge für eine vollständige Umschlingung des Kerndrahtes durch die Außendrähte, beträgt bei handelsüblichen Litzen 220 bis 280 mm¹⁰². Für die Berechnung wird ein durchschnittlicher¹⁰³ Wert von 250 mm vorgegeben.

Für die Ableitung der grundlegenden Aussagen über die Litzeneigenschaften ist die Modellierung einer gesamten Schlaglänge ausreichend, um Störeinflüsse von eingepprägten Randbedingungen¹⁰⁴ vernachlässigen zu können.

c) Schlagwinkel

Der Schlagwinkel α_{Ad} der Außendrähte zwischen der Außendraht- und Kerndrahtachse lässt sich mit Gl. (4.1) berechnen. Der Kerndraht verläuft geradlinig in der Litzenachse ($\alpha_{Kd} = 0^\circ$).

$$\alpha_{Ad} = a \tan\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot r_{helix}}{L}\right) = a \tan\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot 5,3 \text{ mm}}{250 \text{ mm}}\right) = 7,59^\circ. \quad (4.1)$$

d) Schlagrichtung

Ein rechtsgängiger Gleichschlag der Litze, als Z-Schlag bezeichnet, wird entsprechend durchgeführter Testserien vorgegeben (handelsüblich). Im Gegensatz dazu wird ein linksgängiger Gleichschlag als S-Schlag bezeichnet.

Eine Querschnittsvariante, die ebenfalls in vereinzelt Versuchen getestet wurde, ist die kompaktierte Litze mit nachgezogenen Außendrähten. Durch den größeren metallischen Querschnitt erreicht sie eine höhere Zugfestigkeit ($A_p = 160 \text{ mm}^2$; $d_p = 15,2 \text{ mm}$; $R_m = 1820 \text{ N/mm}^2$). Die größere Kontaktfläche zwischen den Drähten sorgt für verbesserten Schutz gegen das Eindringen von Verunreinigungen. Nachteilig demgegenüber steht das schwierigere Eindringen der Korrosionsschutzmasse (Fett, Wachs) in den Querschnitt. Vereinzelt durchgeführte Dauerschwingversuche¹⁰⁵ führen aufgrund der scharfkantigen Drahtoberflächen zu einem deutlichen Abfall der Ermüdungsfestigkeit.

Vorgang beim Einbau einer Monolitze im Bereich der Keilverankerung

Die Geometrie eines Monolithensystems¹⁰⁶ ist mit Abb. 4.2 verdeutlicht. Diese besteht aus einer Litze „1+6“, einer Monoverankerung sowie einem dreiteiligen Segmentkeil. Für den Einbau sind herstellerspezifische Vorschriften einzuhalten. Unter anderem sind vor Herstellung des mechanischen Form- und Reibschlusses die Verankerungen sorgfältig zu reinigen, die Litzen in den Berührungszonen frei von Korrosionsrückständen zu halten und die Keile auf etwaige Verschleißspuren sowie Risse¹⁰⁷ zu untersuchen und in Korrosionsschutzöl zu tauchen.

¹⁰² Laut [EN100] ist die Schlaglänge L mit dem 14- bis 18-fachen Nenndurchmesser vorgegeben.

¹⁰³ Im Zuge der Arbeit werden für einen Großteil der Parameter durchschnittliche Größenordnungen verwendet.

¹⁰⁴ An dieser Stelle sind Fixierungen und Verschiebungen an den Seilenden gemeint.

¹⁰⁵ Kompaktierte Litzen wurden in Form des Behelfskabels eingesetzt (siehe Kap. 2.1.3).

¹⁰⁶ Die Darstellung erfolgt mit typischen Abmessungen für Monosysteme und enthält bewusst keine herstellerspezifischen Angaben eines speziellen Vorspannsystems.

¹⁰⁷ Dies gilt insbesondere für Risse senkrecht zur Drahtachse.

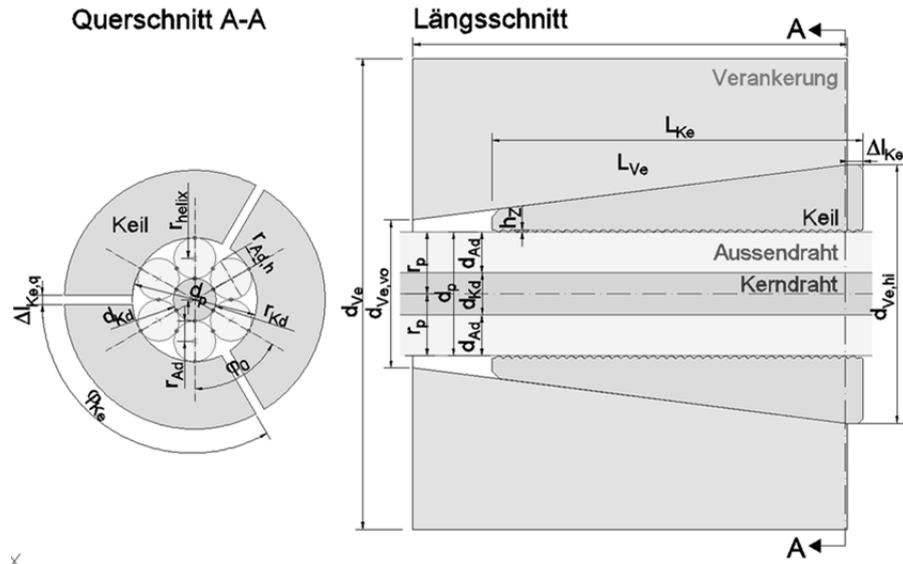


Abb. 4.2: Monoverankerung Querschnitt (a) und Längsschnitt (b)

Die bei Installation und Vorspannung auftretenden mechanischen Vorgänge sind unter Kap. 4.3.1 beschrieben. Während der verschiebungsgesteuerten Belastung kommt es zu einem Keileinzug Δl_{Ke}^{108} , welcher in Abb. 4.3 an einem Monosystem verdeutlicht ist.

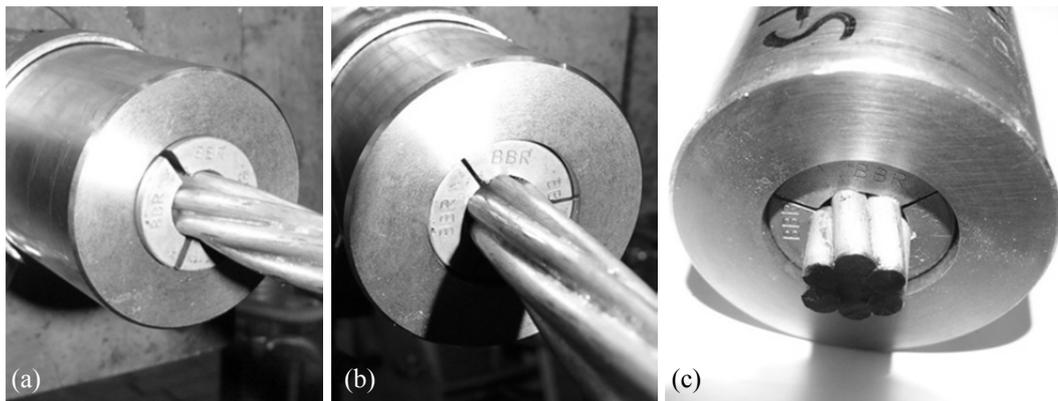


Abb. 4.3: Keileinzüge bei Lastniveau $0,05 \cdot F_{pk}$: $\Delta l_{Ke} < 0$ mm (a) $0,2 \cdot F_{pk}$: $\Delta l_{Ke} \approx 1-2$ mm (b) $0,95 \cdot F_{pk}$: $\Delta l_{Ke} \approx 2-4$ mm (c)

Bei Mehrlitzensystemen weisen die Kerndrähte im Vergleich zu den Außendrähten häufig einen geringeren Litzeneinzug auf. Grund dafür ist ein geringerer Reibbeiwert zwischen Kerndraht und Außendraht im Vergleich zum Außendraht und dem Keil, womit ein Großteil des Formschlussanteiles entfällt (Details siehe Kap. 4.3.2).

Mathematische Beschreibung der Eigenschaften

Aus der Änderung der geometrischen Raumkurve bei Zug- und Biegebelastung der Litze sind Aussagen über die inneren mechanischen Spannungen ableitbar. Damit lassen sich die helixförmigen Raumkurven der Außendrähte nach *Nawrocki und Labrosse* [NL00] mit Gl. (4.2) im kartesischen Koordinatensystem mathematisch darstellen. Der Windungsradius r_{helix} ist die

¹⁰⁸ Die Größenordnungen der Keileinzüge sind vom Verankerungssystem abhängig und variieren zudem innerhalb einer Verankerung von Litze zu Litze (siehe auch Kap. 8.1).

Summe der Radien des Kerndrahtes r_{Kd} und Außendrahtes r_{Ad} und lässt sich nach Gl. (4.3) errechnen. Den laufenden Winkel der Raumkurve stellt φ dar.

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -r_{helix} \cdot \sin(\varphi + \varphi_0) \\ r_{helix} \cdot \cos(\varphi + \varphi_0) \\ r_{helix} \cdot \frac{\varphi}{\tan \alpha_{Ad}} \end{pmatrix} \quad (4.2)$$

$$r_{helix} = r_{Kd} + r_{Ad} = \frac{5,4\text{ mm}}{2} + \frac{5,2\text{ mm}}{2} = 5,3\text{ mm} \quad (4.3)$$

Der Offset des laufenden Winkels der Raumkurve, der mittels φ_0 in Rechnung gestellt werden kann, beschreibt die unterschiedlichen Außendrahtlagen, welche bei sechs Drähten jeweils um 60° versetzt sind ($\varphi_{0,i} = n_{i=0-5} \cdot 60^\circ$). Der vorgegebene Rechtsschlag bewirkt ein negatives Vorzeichen in der x-Koordinate. Zur Verdeutlichung sind in Abb. 4.4 alle Parameterdefinitionen der Raumkurve dargestellt.

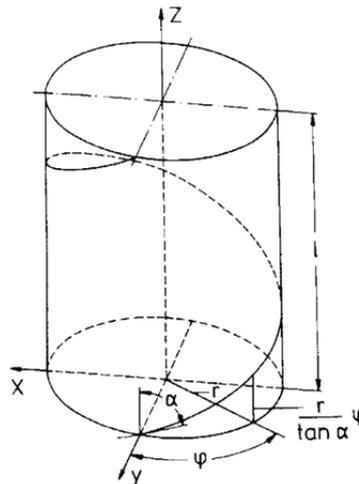


Abb. 4.4: Kartesisches Koordinatensystem der Raumkurve [Fey00]

Zugspannungen im Litzenquerschnitt

Die Zugspannung in der Litze¹⁰⁹ unter axialer Zugbelastung bezogen auf den metallischen Querschnitt A_m lässt sich nach *Feyrer* [Fey00] bzw. [Fey07] für ein Niveau der axialen Zugkraft F_z von 45 % der Nennzugfestigkeit F_{pk} ($F_z = 125,6\text{ kN}$) mittels Gl. (4.4) errechnen.

$$\sigma_z = \frac{F_z}{A_m} = \frac{F_z \cdot 4}{\pi \cdot \sum d_i^2} = \frac{125550\text{ N} \cdot 4}{\pi \cdot \sum 5,4^2 + 6 \cdot 5,2^2} = 835\text{ N/mm}^2 \quad (4.4)$$

Die Zugspannungen in den Außendrähten $\sigma_{z,Ad}$ der bestimmten Außendrahtlage sowie des Kerndrahtes $\sigma_{z,Kd}$ (Kerndrahtlage) sind höher als diese pauschale Zugspannung σ_z und werden

¹⁰⁹ Spannstahl Y1860S7: $R_m = 1860\text{ N/mm}^2$; $R_{p0,2} = 1760\text{ N/mm}^2$, $R_{p0,1} = 1600\text{ N/mm}^2$

folgend mit o.a. Werkstoffeigenschaften berechnet, wobei für alle Drähte $E = E_{Kd} = E_{Ad} = 195.000 \text{ N/mm}^2$ sowie $\nu = \nu_{Kd} = \nu_{Ad} = 0,3$ gilt¹¹⁰.

Unplanmäßige Spannungsunterschiede aufgrund dessen, dass einzelne Drähte erst bei größeren Kräften zur Tragwirkung beitragen oder das Vorhandensein von einzelnen losen Drähten unter geringen Lastniveaus, entziehen sich naturgemäß der Berechnung.

Die Eigenspannungen aufgrund des Herstellungsprozesses (siehe Kap. 2.1.4), welche schwer bestimmbar und Gegenstand aktueller Forschungsarbeiten sind (siehe [ARM+05]), werden an dieser Stelle in dieser statischen Betrachtung vernachlässigt.

Bei einer einaxialen Nennzugbelastung F_z von 125,6 kN errechnet sich nach Gl. (4.5) die planmäßige Zugspannung im Kerndraht $\sigma_{z,Kd}$, wobei für den Litzentyp „1+6“ die Anzahl der Drahtlagen $n_a = 1$ sowie die Anzahl der Außendrähte $n_{Ad} = 6$ ist.

$$\sigma_{z,Kd} = \frac{\frac{\cos^2 \alpha_{Kd}}{1 + \nu_{Kd} \cdot \sin^2 \alpha_{Kd}} \cdot E_{Kd}}{\sum_{i=0}^{n_{Ad}} \left(\frac{n_{Ad} \cdot \cos^3 \alpha_{Ad}}{1 + \nu_{Ad} \cdot \sin^2 \alpha_{Ad}} \cdot E_{Ad} \cdot A_{Ad} \right)} \cdot F_z = \quad (4.5)$$

$$\sigma_{z,Kd} = \frac{\frac{\cos^2(0)}{1 + 0,3 \cdot \sin^2(0)} \cdot 195000 \text{ N/mm}^2}{\sum_{i=0}^1 \left(\frac{6 \cdot \cos^3(7,6)}{1 + 0,3 \cdot \sin^2(7,6)} \cdot 195000 \text{ N/mm}^2 \cdot 21,24 \text{ mm}^2 \right)} \cdot 125550 \text{ N} = 872 \text{ N/mm}^2$$

Die planmäßige Zugspannung in den Außendrähten $\sigma_{z,Ad}$ unter derselben einaxialen Zugbelastung F_z beträgt nach Gl. (4.6):

$$\sigma_{z,Ad} = \frac{\frac{\cos^2 \alpha_{Ad}}{1 + \nu_{Ad} \cdot \sin^2 \alpha_{Ad}} \cdot E_{Ad}}{\sum_{a=0}^{n_{Ad}} \left(\frac{n_{Ad} \cdot \cos^3 \alpha_{Ad}}{1 + \nu_{Ad} \cdot \sin^2 \alpha_{Ad}} \cdot E_{Ad} \cdot A_{Ad} \right)} \cdot F_z = \quad (4.6)$$

$$\sigma_{z,Ad} = \frac{\frac{\cos^2(7,6)}{1 + 0,3 \cdot \sin^2(7,6)} \cdot 195000 \text{ N/mm}^2}{\sum_{i=0}^1 \left(\frac{6 \cdot \cos^3(7,6)}{1 + 0,3 \cdot \sin^2(7,6)} \cdot 195000 \text{ N/mm}^2 \cdot 21,24 \text{ mm}^2 \right)} \cdot 125550 \text{ N} = 857 \text{ N/mm}^2$$

Das Ergebnis der um 1,7 % höheren Zugbelastung des Kerndrahts gegenüber den Außendrähten deckt sich auch mit dem geometrischen Sachverhalt, dass der Kerndraht länger als die einzelnen Außendrähte ist.

¹¹⁰ Die Wahl des E-Modules hat keine Auswirkungen auf die nachstehenden Ergebnisse, und wird daher vereinfacht identisch zum E-Modul der Litze gewählt.

Unter dem maximalen Zugkraftniveau $F_z = 0,95 \cdot F_{pk} = 265,1 \text{ kN}$ errechnen sich nach Gl. (4.4) bis Gl. (4.6) die Zugspannungsniveaus $\sigma_z = 1763 \text{ N/mm}^2$, $\sigma_{z,Kd} = 1840 \text{ N/mm}^2$ sowie $\sigma_{z,Ad} = 1808 \text{ N/mm}^2$.

Aus der mathematischen Erfassung der Änderung der geometrischen Raumkurve bei Zug- und Biegebelastung der Litze ([NL00], [Cos97], [Fey00]) sind Aussagen über die inneren mechanischen Spannungen ableitbar. Die damit verbundenen reibungsbehafteten Kontaktvorgänge zwischen den Einzeldrähten sind jedoch nicht bestimmbar. Diese haben aber im vorliegenden Problem sehr großen Einfluss auf die resultierenden Spannungen und bestimmen in weiterer Folge maßgeblich den Versagensmechanismus der Litze. In seinen Forschungsarbeiten hat *Witt* ([Wit07]; [Wit08]) diese Thematik für Zugstränge in Zahnriemen aufgegriffen und mittels *Hertz'scher* Pressung die Vorgänge in einer belasteten Litze analysiert.

Durch die Axialkraft wird die Litze gestreckt, der Querschnitt nimmt ab, und die Außendrähte stützen sich am Kerndraht ab. Mit der Zugkraft im Außendraht $F_{z,Ad}$ nach Gl. (4.7) kann die durch diesen Mechanismus einwirkende längenbezogene Radialkraft, der s.g. Schnürdruck p_d , mittels Gl. (4.8) abgeschätzt werden.

$$F_{z,Ad} = \sigma_{z,Ad} \cdot A_{Ad} = 857 \text{ N/mm}^2 \cdot 21,24 \text{ mm}^2 = 18189 \text{ N} \quad (4.7)$$

$$p_d = \frac{F_{z,Ad} \cdot \sin^2(\alpha_{Ad})}{r_{helix}} = \frac{18189 \text{ N} \cdot \sin^2(7,59)}{5,3 \text{ mm}} = 59,9 \text{ N/mm} \quad (4.8)$$

Eine gleichmäßige Verteilung dieser Linienlast entlang der Berührungslänge der beiden Drähte wird dabei vorausgesetzt.

Die tatsächlichen, lokalen Druckspannungen zwischen den Drähten können mit der *Hertz'schen* Pressung bei Linienberührung von zwei Zylindern in guter Näherung abgeschätzt werden, solange ideal elastisches Werkstoffverhalten vorliegt. Der Ersatzradius r_E von den sich berührenden elastischen Zylindern (Kern- und Außendraht), wird mit dem bekannten „Zylinder gegen Zylinder“-Kontaktproblem von *Hertz*, welches in Abb. 4.5 verdeutlicht ist, in Anlehnung an [Ber94] nach Gl. (4.9) ermittelt.

$$r_E = \frac{r_1 \cdot r_2}{r_1 + r_2} = \frac{r_{Ad} \cdot r_{Kd}}{r_{Ad} + r_{Kd}} = \frac{2,6 \text{ mm} \cdot 2,7 \text{ mm}}{2,6 \text{ mm} + 2,7 \text{ mm}} = 1,325 \text{ mm} \quad (4.9)$$

Die Breite der *Hertz'schen* Abplattungszone b_{Hertz} laut Abb. 4.5, welche entlang der helixförmigen Raumkurve des Kontaktes von Kern- mit Außendraht verläuft, errechnet sich mit Gl. (4.10).

$$b_{Hertz} = \sqrt{\frac{8 \cdot p_D \cdot r_E \cdot (1 - \nu^2)}{\pi \cdot E}} = \sqrt{\frac{8 \cdot 59,9 \text{ N/mm} \cdot 1,325 \text{ mm} \cdot (1 - 0,3^2)}{\pi \cdot 195000 \text{ N/mm}^2}} = 0,0307 \text{ mm} \quad (4.10)$$

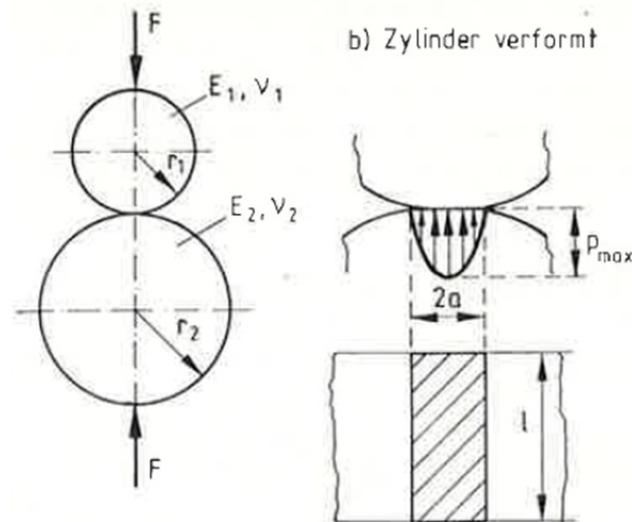


Abb. 4.5: Hertz'sche Kontaktzone Außendraht / Kerndraht [Ber94]

Die lokale, maximale Druckspannung in der Berührzone zwischen Außen- und Kerndraht kann nun mit Gl. (4.11) ermittelt werden, wobei sich die Gültigkeit auf ideal elastisches Verhalten beschränkt.

$$p_{\text{Hertz}} = \sqrt{\frac{p_D \cdot E}{2 \cdot \pi \cdot r_E \cdot (1 - \nu^2)}} = \sqrt{\frac{65,9 \text{ N/mm} \cdot 195000 \text{ N/mm}^2}{2 \cdot \pi \cdot 1,325 \text{ mm} \cdot (1 - 0,3^2)}} = 1242 \text{ N/mm}^2 \quad (4.11)$$

Wie in Abb. 4.6 an zwei Außendrähten nach einem statischen Zugversuch verdeutlicht, kommt es in der Realität jedoch bereits bei geringem Belastungsniveau zu bleibenden Abplattungen, weshalb von plastischen Verformungen auszugehen ist, welche mit der Hertz'schen Pressung nicht abgebildet werden können.

Hier kann beispielweise mit der FEM in einer Submodell-Analyse des Kontaktbereiches eine genauere und damit realistische Aussage über das Druckspannungsniveau in der Berührzone getätigt werden.



Abb. 4.6: Abplattungszonen nach Zugversuch Außendraht (a) Kerndraht (b)

Neben den Zugspannungen und den Querpressungen zwischen Außen- und Kerndraht kommt es bei einaxialer Zugbelastung zusätzlich zu einer Biege- und Torsionsbeanspruchung der Außendrähte. Grund dafür ist die Wendelform der Drähte, welche bei Zugbelastung ein Drehmoment erzeugen, weil die Tendenz der Litze zum Aufdrehen mit drehfesten Endverankerungen verhindert wird. Das Drehmoment $M_{d,Ad}$, welches durch jeden einzelnen Außendraht bei einer Zugbelastung von 45 % der Zugfestigkeit F_{pk} ($F_z = 125,6 \text{ kN}$) erzeugt wird, kann mit Gl. (4.12) abgeschätzt werden.

$$M_{d,Ad} = F_{z,Ad} \cdot r_{helix} \cdot \sin \alpha_{Ad} = 18189 \text{ N} \cdot 5,3 \text{ mm} \cdot \sin 7,59 = 1,2733 \cdot 10^4 \text{ Nmm} \quad (4.12)$$

Aus der Verformung der Außendrahtbahnen, mit Windungsradius $r = r_{helix}$ laut Gl. (4.3), rühren Biege- und Torsionsspannungen in den Außendrähten her. Deren Berechnungsgrundlage ist die Veränderung der Lage der Außendrähte, welche sich mit Gl. (4.13) sowie Gl. (4.14) darstellen lässt. Dabei stellt der Index „0“ die Ausgangslage dar. Der verformte Zustand wird ohne Index definiert.

$$r = r_0 \cdot \left(1 - \nu \cdot \frac{\sigma_{z,Ad}}{E_{Ad}} \right) = 5,3 \text{ mm} \cdot \left(1 - 0,3 \cdot \frac{857 \text{ N/mm}^2}{195000 \text{ N/mm}^2} \right) = 5,293 \text{ mm} \quad (4.13)$$

$$\sin \alpha = \sin \alpha_0 \cdot \frac{1 - \nu \cdot \frac{\sigma_{z,Ad}}{E_{Ad}}}{1 + \frac{\sigma_{z,Ad}}{E_{Ad}}} = \sin(7,59) \cdot \frac{1 - 0,3 \cdot \frac{857}{195000}}{1 + \frac{857}{195000}} = 0,1313 \quad (4.14)$$

Mit diesen Werten wird die Biegespannung im Außendraht $\sigma_{b,Ad}$ mit Gl. (4.15) sowie die Torsionsspannung im Außendraht τ_{Ad} mit Gl. (4.16) ermittelt, wobei d_{Ad} der Außendrahtdurchmesser und G der Schubmodul ist.

$$\sigma_{b,Ad} = \left(\frac{\sin^2 \alpha}{r} - \frac{\sin^2 \alpha_0}{r_0} \right) \cdot \frac{d_{Ad}}{2} \cdot E_{Ad} = \quad (4.15)$$

$$\sigma_{b,Ad} = \left(\frac{0,1313^2}{5,293 \text{ mm}} - \frac{\sin^2(7,59)}{5,3 \text{ mm}} \right) \cdot \frac{5,2 \text{ mm}}{2} \cdot 195000 \text{ N/mm}^2 = -16,7 \text{ N/mm}^2$$

$$\tau_{Ad} = \left(\frac{\sin \alpha \cdot \cos \alpha}{r} - \frac{\sin \alpha_0 \cdot \cos \alpha_0}{r_0} \right) \cdot \frac{d_{Ad}}{2} \cdot G = \quad (4.16)$$

$$\tau_{Ad} = \left(\frac{0,1313 \cdot 0,9914}{5,293 \text{ mm}} - \frac{\sin(7,59) \cdot \sin(7,59)}{5,3 \text{ mm}} \right) \cdot \frac{5,2}{2} \cdot \frac{195000}{2 \cdot (1+0,3)} = -20,6 \text{ N/mm}^2$$

Mit Gl. (4.7) bis Gl. (4.16) errechnen sich für eine Belastung unter maximaler Zugkraft $F_z = 0,95 \cdot F_{pk} = 265,1 \text{ kN}$ die in der zweiten Spalte der Tab. 4.1 angegebenen analytischen Werte, wobei zu Vergleichszwecken in der dritten Spalte die nachstehend mit Abb. 4.7 beschriebenen numerischen Ergebnisse eingetragen sind.

Parameter für Belastungsniveaus $F_{z,0,45\text{-GUTS}} / F_{z,0,95\text{-GUTS}}$	Analytisch $F_{z,0,45\text{-GUTS}}$	Analytisch $F_{z,0,95\text{-GUTS}}$	FE $F_{z,0,45\text{-GUTS}}$
Zugspannung Außendraht $\sigma_{z,Ad}$ [N/mm ²]	857	1808	835
Zugspannung Kerndraht $\sigma_{z,Kd}$ [N/mm ²]	872	1840	865
Biegespannung Außendraht $\sigma_{b,Ad}$ [N/mm ²]	16,7	35,1	
Torsionsspannung Außendraht τ_{Ad} [N/mm ²]	20,6	43,2	
Schnürdruck p_d [N/mm]	59,9	126,4	
p_{Hertz} [N/mm ²]	-1242	-1804	-580
gesamtes Drehmoment $M_d = n_{Ad} \cdot M_{d,Ad}$ [Nmm]	$7,64 \cdot 10^4$	$1,61 \cdot 10^5$	$9 \cdot 10^4$

Tab. 4.1: Axial belastete Litze – Spannungsniveaus und Pressungen für $F_z = 0,95 \cdot F_{pk}$

Zusammenfassend kommt es durch die vorliegende Litzengeometrie, des 7-drahtigen Querschnitts mit wendelförmiger Längsausdehnung, zu einem Drehmoment um die Längsachse der Litze sowie durch die Zugbelastung und damit verbundene geometrische Verformung (Längsdehnung, Querdehnung, Schlaglängenänderung) zu lokalen Zusatzspannungen. Das gesamte Drehmoment der Litze M_d wird durch Aufsummierung der einzelnen Drehmomente der Außendrähte $M_{d,Ad}$ mittels Gl. (4.17) abgeschätzt.

$$M_d = n_{Ad} \cdot M_{d,Ad} = 6 \cdot 1,2733 \cdot 10^4 \text{ Nmm} = 7,64 \cdot 10^4 \text{ Nmm} \quad (4.17)$$

Diese Größenordnung wird in Kap. 6.4 für die Abschätzung des Anteiles des Rissöffnungsmodus III zufolge Torsionsbeanspruchung aus der Ebene verwendet.

Folgende Abb. 4.7a bis Abb. 4.7c dokumentieren die Auswertung der FEA der vorstehend beschriebenen Monolitze unter dem angeführten Zugbeanspruchungsniveau ($F_z = 0,45 \cdot F_{pk}$). Abb. 4.7a zeigt die Vergleichsspannung nach *von Mises*, Abb. 4.7b die Längsspannungsverteilung sowie Abb. 4.7c die Radialspannungsverteilung im Querschnitt. Die unregelmäßigen Verläufe über den Querschnitt widerspiegeln einen realistischen Aufwicklungsprozess der Außendrähte entlang des Kerndrahtes, der sich während der Belastungszunahme zeigt.

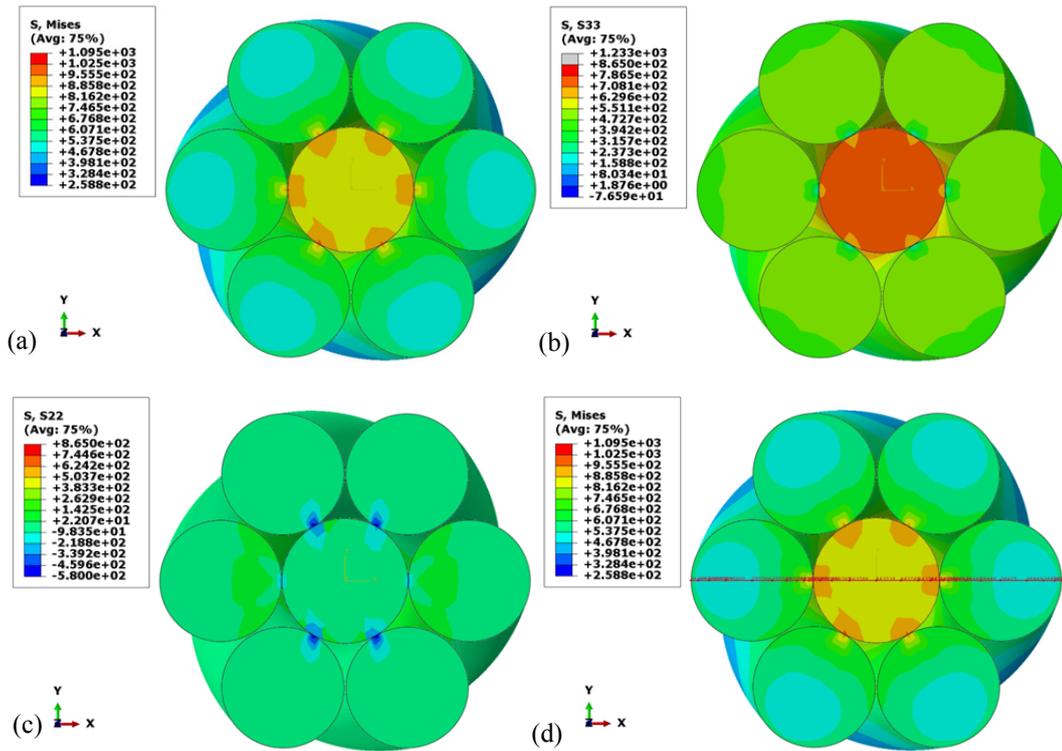


Abb. 4.7: Monolitze ($F_z = 0,45 \cdot F_{pk}$): von Mises Vergleichsspannung σ_v (a) Axialzugspannung $\sigma_{33} = \sigma_z$ (b) Radialspannung $\sigma_{22} = \sigma_r$ (c) Spannungspfad (d)

Grundlage dafür ist das in Abb. 4.1 dargestellte FE-Modell mit einer gesamten Schlaglänge L von 250 mm¹¹¹, bestehend aus 3D-Kontinuumselementen des Typs C3D8R¹¹², welches in einem statischen Step berechnet wurde. Die verschiebungsgesteuerte Belastung wird an einem Litzenende mit einer *Coupling-Constraint*, an einem gegen Verdrehen gesperrten Referenzknoten, aufgebracht. Die Interaktion aller Drähte ist mit einer *surface-to-surface*-Kontaktbedingung umgesetzt. Dabei wird in Normalrichtung ein *hard contact* mit der default-Einstellung gewählt, wobei ein Abheben von Knoten von einmal in Kontakt getretenen Flächen mit der Option *allow separation after contact* zugelassen wurde. Die in der Realität in Tangentialrichtung wirkende Reibungsbeanspruchung wird mittels *penalty contact* durch die *Coulomb*'sche Reibung mit einem Reibungskoeffizienten $\mu = 0,2$ in Rechnung gestellt. Um die vorhandene Nichtlinearität (NL) zufolge Kontakt mit Reibung numerisch zu lösen, wird die volle Tangentialsteifigkeitsmatrix mit der Solver-Einstellung *direct unsymmetric matrix storage* verwendet.

Zur Verifikation wurde das Materialmodell auf Basis der garantierten Nennzugfestigkeiten (GUTS) und Bruchdehnung ϵ_{max} gewählt ($R_m = 1860 \text{ N/mm}^2$; $R_{p0,2} = 1760 \text{ N/mm}^2$, $\epsilon_{max} = 3,5 \%$).

¹¹¹ Damit entfallen für die Spannungsauswertung in der Mitte Störeffekte zufolge Randbedingungen an den Rändern.

¹¹² Reduziert integrierte, achtknotige Hexaederelemente

4.2.3 Monolitze unter Biegebelastung

Zur Ermittlung von Biegespannungen in Verankerungen von Schrägkabelsystemen leiten *Caballero und Poser* in [CP10] analytische Formeln her. In Abhängigkeit von der Steifigkeit der Verankerung und der elastischen Stützung¹¹³ können die Biegespannungen in den Spannstahlstützen auf ein Niveau von unter 5 % der Biegespannungen des Festankers reduziert werden.

Technische Weiterentwicklungen im Bereich der Dämpfung von Biegeschwingungen im Verankerungsbereich (siehe Kap. 2.1.4) konnten zu einer deutlichen Verminderung der Biegebeanspruchung beitragen.

Zur Erzeugung von messbaren bzw. schädigungsherbeiführenden Bedingungen mussten *Winkler et al.* in [WGF13] die in Regelwerken vorgegebene zyklische Biegebelastung¹¹⁴ (siehe Tab. 2.2) auf bis zu 3-fache Größenordnungen erhöhen.

Aus diesen Gründen werden zusätzliche Biegespannungen nicht explizit behandelt.

¹¹³ Hervorgerufen durch eine elastische Verbindung des Hüllrohres mit dem Umlenkring (siehe Kap.2.1.4).

¹¹⁴ S-förmiger Spanngliedverlauf mit einem Winkel $\Delta\alpha \pm 0,6^\circ$

4.3 Keilverankerungen

4.3.1 Allgemeines zu Keilverankerungen

Ein kurzer Abriss über die Entwicklung von Keilverankerungen ist in Anhang A zu finden. Aufgrund der höheren Anforderungen an Schrägkabelsysteme im Vergleich zum Spannbetonbau wurden in den 1970er Jahren Keilverankerungen aus dem Maschinenbau übernommen und im Laufe der Jahre weiterentwickelt.

In den Verankerungsbereichen gewinnt der unter Kap. 2.1.4 beschriebene Korrosionsschutzüberzug an Bedeutung. Die vorhandene Zink- bzw. Galfanschicht der Spannstahllitzen kann durch Produktion¹¹⁵, Transport und Systeminstallation beschädigt werden. Im eingebauten Zustand kommt es im Kontaktbereich zwischen Litze und Keil durch hohe Querpressungen in der KeAd-KIZ zu einer Verletzung der Schutzschicht und in weiterer Folge zu einer Kerbbildung in den Außendrähten. Zufolge der Kerbwirkung treten in der KeAd-KIZ hohe Spannungsgradienten und hohe Kontaktpressungen¹¹⁶ auf. In Abb. 4.8 ist die durch die Keilzähne hervorgerufene Kerbbildung mit der Darstellung der Einpresstiefe t_z in den Außendrähten ersichtlich.

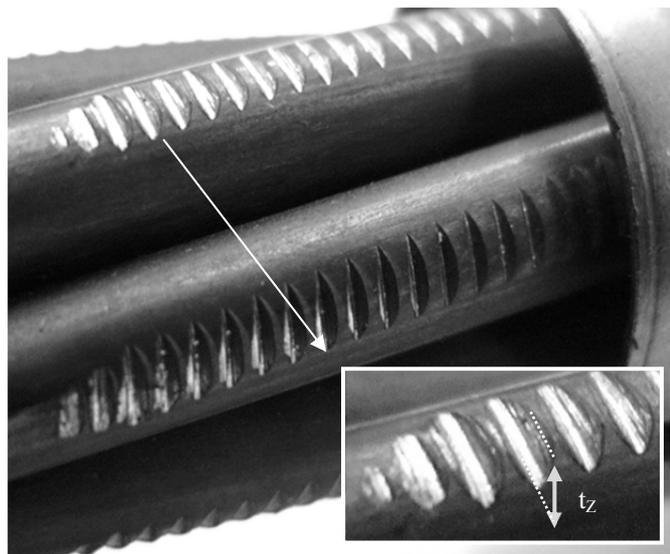


Abb. 4.8: Kerbbildung zwischen Keil und Litze (KeAd-KIZ; $F_z = 45\%$ GUTS)

¹¹⁵ Der Verzinkungsvorgang erfolgt an den einzelnen Drähten, bevor diese zu einer Litze geschlagen werden.

¹¹⁶ Querpressungen

4.3.2 Kraftübertragung von Zugglied auf Verankerung

4.3.2.1 Mechanische Funktionsweise

Beim ersten Vorspannen mit einer axialen Zugkraft F_{ax} gleitet der gesamte Keil entlang der Hülseinnenfläche mit dem Winkel α_{Ve} nach vor und die gehärtete Innenseite mit Keilzähnen beißt sich mit einer Einpresstiefe t_z in den Spannstahlaufendrähten fest. Beim Vorspannvorgang wird durch den Spannzug der Litze der Keil weiter in die konischen Bohrungen der Verankerungen gezogen, womit sich eine Kombination aus Formschluss (FS) und Reibschluss (RS) einstellt, welche die Bewegung des Zugglieds verhindert. Unter Annahme eines Kreisquerschnittes der Litze kann die vorhandene, radiale Symmetrie des gesamten Keilverankerungsgebietes mit einem axialsymmetrischen Modell in Anlehnung an [RNP77] wie folgt mathematisch beschrieben werden.

Sämtliche Kräfte können, über den Kreisumfang integriert, als Linienkräfte in einem vereinfachten Modell nach Abb. 4.9 angesetzt werden. Der Litzenquerschnitt wird als Kreis modelliert, dessen Außendurchmesser dem nominellen Außendurchmesser d_p der Litze¹¹⁷ entspricht. Die Litzensteifigkeit wird äquivalent auf die tatsächliche metallische Querschnittsfläche¹¹⁸ umgerechnet, wodurch sich ein äquivalenter Elastizitätsmodul E_{equ} laut Gl. (4.18) ergibt.

$$E_{equ} = \frac{A_p \cdot E_p}{A_{equ}} = \frac{150 \text{ mm}^2 \cdot 195000 \text{ N/mm}^2}{(15,7^2 \cdot \pi / 4) \text{ mm}^2} = 151090 \text{ N/mm}^2 \quad (4.18)$$

Ein verschmierter¹¹⁹ Verlauf über den gesamten Umfang der angenommenen Litze ist die Folge.

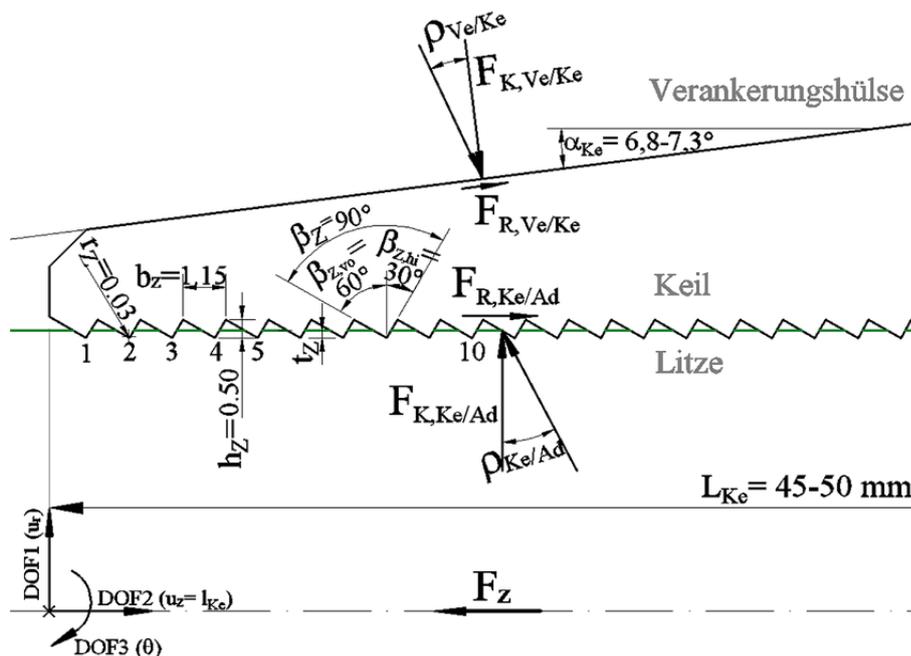


Abb. 4.9: Mechanisches Modell Keilverankerung (axialsymmetrisch)

¹¹⁷ Nennaußendurchmesser $d_p = 15,7$ mm (siehe Kap. 2.1.4)

¹¹⁸ Nennquerschnittsfläche $A_p = 150$ mm² (siehe Kap. 2.1.4); äquivalente Querschnittsfläche $A_{equ} = 193,6$ mm²

¹¹⁹ Dies gilt für sämtliche analytisch abgeleitete Parameter.

Weitere Annahmen, die für die analytische Beschreibung der Keilverankerung getätigt werden, sind eine unendlich hohe Steifigkeit der Verankerung sowie des Keiles, konstante Reibbeiwerte¹²⁰ μ_i über die gesamte Kraftabtragslänge L_{Ke} sowie konstante längenbezogene Klemmkraft $f_{K,i}$. Die in der Realität entstehenden Zwischenräume der Keilsegmente werden ebenfalls vernachlässigt. Diese hatten in keinem Fall der durchgeführten Testserien einen Einfluss.

In Anlehnung an [Dub11] folgt aus dem Sinussatz die in Gl (4.19) angegebene Klemmkraft $F_{K,Ke/Ad}$ zwischen Außendraht und Keil, die bei Belastung mittels Keilwirkung durch Selbsthemmung aktiviert wird.

$$F_{K,Ke/Ad} = \frac{F_{ax}}{\tan(\alpha_{Ve} + \rho_{Ve/Ke})} \tag{4.19}$$

In Anlehnung an *Rehm et al.* [RNP77], welche in einer umfangreichen Versuchsserie die Reibungsverhältnisse in Keilverankerungen untersuchten, werden die in Tab. 4.2 aufgelisteten Reibungsparameter für die analytische und numerische Berechnung verwendet.

Kontaktzone	Parameter	Reibungskoeffizient μ_i []	Reibungswinkel ρ_i [°]
Verankerung / Keil	$\mu_{Ve/Ke} / \rho_{Ve/Ke}$	0,05	2,3
Keil / Außendraht Reibschlussanteil	$\mu_{Ke/Ad,RS} / \rho_{Ke/Ad,RS}$	$0,1 \cdot \mu_{Ke/Ad} = 0,12^{*1}$	6,8
Keil / Außendraht Formschlussanteil	$\mu_{Ke/Ad,FS} / \rho_{Ke/Ad,FS}$	$0,9 \cdot \mu_{Ke/Ad} = 1,08^{*1}$	47,2
Keil / Außendraht	$\mu_{Ke/Ad} / \rho_{Ke/Ad}$	1,2	50,2

*1...Der Verteilung der Reib-/Formschlussanteile ist geschätzt und spielt in der Berechnung keine Rolle

Tab. 4.2: Reibungsparameter in der KeAd-KIZ

Der Reibungswinkel ρ_i ist mit dem Reibungskoeffizienten μ_i über die Beziehung $\tan(\rho_i) = \mu_i$ verknüpft. Die Parameter mit Angabe des Formschlussanteiles werden ausschließlich für die analytische Berechnung verwendet, und haben daher theoretischen Charakter. Aus diesem Grund sind die entsprechenden Reibungswinkel heller dargestellt

Die längenbezogene Klemmkraft $f_{K,Ke/Ad}$ zwischen Außendraht und Keil wird, mittels Verteilung auf die gesamte Krafteinleitungslänge L_{Ke} , in Gl. (4.20) ermittelt.

$$f_{K,Ke/Ad} = \frac{F_{K,Ke/Ad}}{L_{Ke}} \tag{4.20}$$

Zur Lagesicherung der Litze bzw. zum Abtragen der axialen Zugkräfte F_{ax} muss die sich einstellende Reibungskraft $F_{R,Ke/Ad}$ die Bedingung laut Gl. (4.21) erfüllen.

$$F_{R,Ke/Ad} = \mu_{Ke/Ad} \cdot F_{K,Ke/Ad} > F_{ax} \tag{4.21}$$

¹²⁰ s.g. Reibungskoeffizient

Aus Gl. (4.19) sowie Gl. (4.21) lässt sich der Zusammenhang laut Gl. (4.22) ableiten.

$$\mu_{Ke/Ad} > \tan(\alpha_{Ve} + \rho_{Ve/Ke}) \rightarrow \rho_{Ke/Ad} > (\alpha_{Ve} + \rho_{Ve/Ke}) \quad (4.22)$$

Aufgrund des bereits optimierten Winkels der Verankerungshülse¹²¹ α_{Ve} ist für eine Selbsthemmung ein möglichst hoher Reibungswinkel $\mu_{Ke/Ad}$ zwischen Außendraht und Keil entscheidend. Mit einer Kombination aus einem Formschlusseffekt aufgrund der Keilzahnung ($\mu_{Ke/Ad,FS}$), sowie einem Reibschlusseffekt ($\mu_{Ke/Ad,RS}$) wird dies gewährleistet.

4.3.2.2 Gleitvorgang - Kraftübertragung in Abhängigkeit von Reibung

Bei Belastung mit einer Zugkraft F_{ax} kommt es zu einer Dehnung der Litze $\varepsilon(z)$ über die Kraftabtragslänge L_{Ke} . Daraus resultiert eine Relativverschiebung $\Delta l_{Ke/Ad}$ zwischen Draht und Keilspitze am Beginn der Verankerung. Diese Relativverschiebung $\Delta l_{Ke/Ad}$ kann für ein Belastungsniveau F_{ax} in Anlehnung an [RNP77] mit Gl. (4.23) abgeschätzt werden.

$$\Delta l_{Ke/Ad} = \frac{F_{ax}^2}{2 \cdot E_{equ} \cdot A_{equ} \cdot \mu_{Ke/Ad} \cdot f_{K,Ke/Ad}} \quad (4.23)$$

Unter zyklischer Belastung berechnet sich die zyklische Relativverschiebung $\Delta l_{Ke/Ad,zykl}$ analog zu Gl. (4.23) mittels Gl. (4.24).

$$\Delta l_{Ke/Ad,zykl} = \frac{(F_{ax,o} - F_{ax,u})^2}{2 \cdot E_{equ} \cdot A_{equ} \cdot \mu_{Ke/Ad} \cdot f_{K,Ke/Ad}} \quad (4.24)$$

In der Tab. 4.3 ist eine Auflistung der berechneten Parameter für einen statischen Zugversuch einer Monolitze, mit einer maximalen Zugfestigkeit $F_{ax,max}$ von 279 kN¹²², angeführt. Die grau hinterlegten Zeilen markieren, in der von oben beginnenden Reihenfolge, die Unterlast $F_{ax,u}$, die Mittellast $F_{ax,m}$, die Oberlast $F_{ax,o}$ sowie die Nennzugkraft $F_{ax,max}$ für eine Testdurchführung nach [fib05].

¹²¹ Liegt in der Regel in einem Bereich von 6,8° bis 7,5° und wird in dieser Arbeit mit 7° angenommen.

¹²² Entspricht der garantierten Nennzugfestigkeit (GUTS) einer Litze der Stahlgüte Y1860 nach [EN100].

Zugkraft F_{ax}	Zugkraft F_{ax}	Klemmkraft $F_{K,Ke/Ad}$	Längenbe- zogene Klemmkraft $f_{K,Ke/Ad}$	Relativ- verschie- bung $\Delta l_{Ke/Ad}$	Einpress- tiefe t_z
[kN]	[% GUTS]	[kN]	[kN/mm]	[μm]	[μm]
0,0	0,00	0,0	0,0		0
25,0	0,09	143,8	3,2	4,0	27
50,0	0,18	287,5	6,4	2,0	54
75,0	0,27	431,3	9,6	1,3	81
95,6	0,34	549,5	12,2	1,0	103
100,0	0,36	575,1	12,8	1,0	108
110,6	0,40	635,7	14,1	0,9	119
125,0	0,45	718,8	16,0	0,8	134
125,6	0,45	722,0	16,0	0,8	135
150,0	0,54	862,6	19,2	0,7	161
200,0	0,72	1150,1	25,6	0,5	215
250,0	0,90	1437,7	31,9	0,4	269
265,1	0,95	1524,2	33,9	0,4	285
279,0	1,00	1604,4	35,7	0,4	300

Tab. 4.3: Klemmkräfte, Relativverschiebungen und Einpresstiefen in der KeAd-KIZ

Das in Abb. 4.10 dargestellte Diagramm stellt die linienförmigen Klemmkräfte $f_{K,Ke/Ad}$ bzw. die Relativverschiebungen $\Delta l_{Ke/Ad}$ in Abhängigkeit vom Zugbelastungsniveau F_{ax} dar.

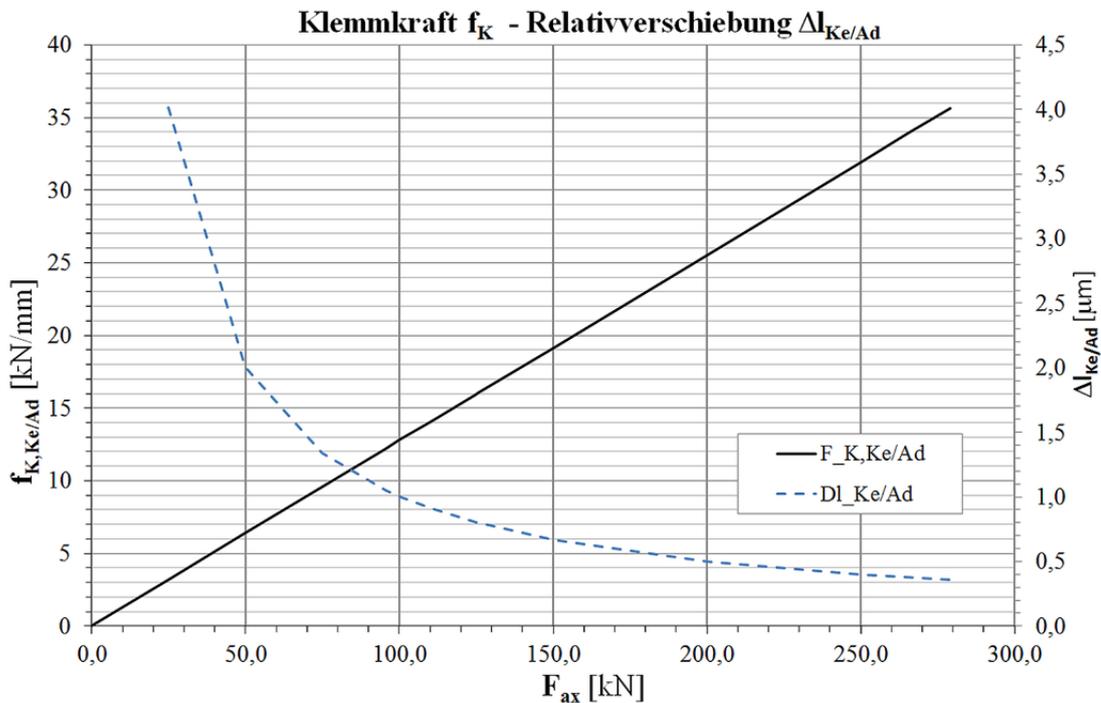


Abb. 4.10: Klemmkräfte und Relativverschiebungen in der KeAd-KIZ

Der Zusammenhang zwischen Einpresstiefe des Keiles t_z und der Zugbelastung F_{ax} laut Abb. 4.11 verläuft analog zur Abb. 4.10.

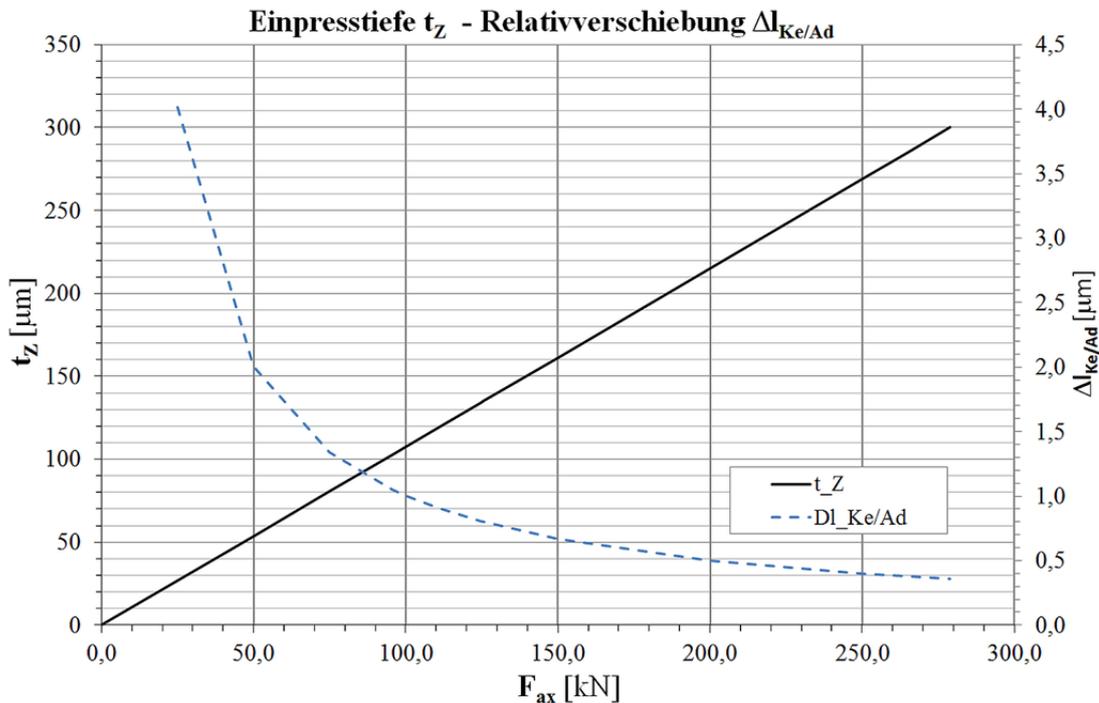


Abb. 4.11: Einpresstiefen und Relativverschiebungen in der KeAd-KIZ

Die Eindringtiefe der Keilzähne t_z nimmt linear in Abhängigkeit von der, in Gl (4.20) angegebenen Klemmkraft $f_{K,Ke/Ad}$ zwischen Keil und Außendraht zu, und beträgt maximal 300 μm . Die Größenordnung t_z nach dem ersten Spannvorgang differiert deutlich, und beträgt im Mittel 30 μm ¹²³. Unter der statischen Belastung von $0,45 \cdot F_{pk}$ wurde eine Einpresstiefe t_z von bis zu 120 μm gemessen (siehe Abb. 4.8).

Unter **statischer Belastung** kommt es bei einer Reduktion¹²⁴ des Reibungsbeiwertes $\mu_{V_e/Ke}$ dazu, dass der Keil weiter in die Verankerungshülse gleitet, womit speziell im Bereich der Keilspitze tiefere Einpresstiefen t_z sowie höhere Klemmkräfte $f_{K,Ke/Ad}$ verursacht werden. Damit einhergehend sind eine höhere Querpressung und eine verstärkte Kerbwirkung, womit das vorzeitige Bruchversagen eines Außendrahtes der Litze im vorderen Bereich des Keiles erklärt werden kann (siehe Abb. 3.2). Damit kann die Gefahr für frühzeitiges Versagen in der KeAd-KIZ mit einem mehrachsigen Spannungszustand in Kerbumgebung begründet werden.

Im Gegensatz dazu kommt es bei **dynamischer Belastung**, durch Erhöhung der Querpressung zu einer Verminderung der Relativverschiebung $\Delta l_{Ke/Ad}$ zwischen Litze und Keil (siehe Abb. 4.10). Damit wird die fortschreitende Abtragtiefe Δt_z im Außendraht reduziert, sowie Reibkorrosions- und Reibermüdungsvorgänge vermindert. Eine Verbesserung der Ermüdungsfestigkeit ist die Folge.

¹²³ Größenordnungen von 0 bis 50 μm treten auf (siehe Kap. 8).

¹²⁴ z.B. Schmierung der Verankerungshülse und/oder des Keiles, Verminderung der Rauigkeit etc.

4.3.3 Zusammenfassung

Soweit dem Autor bekannt, basiert eine überwiegende Anzahl an Entwicklungen von mechanischen Keilverankerungen mit experimentellen Versuchen auf empirischer Basis. So haben sich Keillängen L_{Ke} , Verankerungslängen L_{Ve} , Rauigkeitsbeiwerte R_z sowie Härteangaben etabliert. Zudem bewerkstelligen Keilneigungen α_{Ke} und Hülsenneigungen α_{Ve} in einer Größenordnung von $6,8^\circ$ bis $7,5^\circ$ zum einen ein minimales Niveau an Querpressungen für den Aufbau der Kraftabtragung, bzw. den Abbau der Spannkraft im statischen Zugversuch, ohne frühzeitiges Versagen durch spröden Scherbruch (siehe Abb. 3.2) auszulösen und mit plastischer Verformung verbundenes Bruchversagen zu fördern (siehe Abb. 3.3). Details zu den Bruchformen sind Kap. 3.2 zu entnehmen.

Eine Zusammenstellung von mittleren Rauigkeits- und Härteangaben aus den Testserien ist in Tab. 4.4 aufgelistet. Im Laufe der Modellbildung hat sich gezeigt, dass ausschließlich der Härteverlauf in den Klemmkeilen für die begleitende Berechnung von Interesse ist.

Parameter	Verankerung innen	Litze außen	Litze Kern	Keil außen	Keil Kern
Mittlere Rautiefe R_z [μm]	12,5	0,5	0,5	3,2	
Härte HV ^{*1}		350 bis 400 HV 0,025	450 HV 1	650 HV 0,5	250 HV 0,5

^{*1}... Vickershärte im Kleinlastbereich (0,025 bis 1 N)

Tab. 4.4: Rauigkeiten und Härteangaben in der KeAd-KIZ

Zusammenfassend ergibt sich in den Keilverankerungen folgende Problematik:

- Während bei statischer Beanspruchung Querpressungen bzw. Klemmkräfte $f_{K,Ke/Ad}$ die erforderliche Spannkraft allmählich vom Spannglied in die Keile und weiter in die Verankerung übertragen sollen, muss die Relativverschiebung $\Delta l_{Ke/Ad}$ im dynamischen Fall minimiert werden, welche sich durch den Dehnungsunterschied zwischen Keil und Litze ergibt und am Beginn der Kraftabtragslänge L_{Ke} das Maximum erreicht.
- Grundsätzlich soll die Keilverankerung in der Lage sein, neben der Übertragung der erforderlichen statischen Maximalzugkraft und der dynamischen Belastung, vor dem Versagen eine ausreichende plastische Dehnung zuzulassen.

Ziel des weiteren Arbeitsverlaufes ist die Eruiierung einer Bewertungsmöglichkeit der örtlichen Beanspruchungssituation innerhalb der KeAd-KIZ.

4.4 Konzepte zur Bewertung von Keilverankerungen

Verglichen mit dem Kenntnisstand des Ermüdungsverhaltens von Schrägkabelsystemen auf globaler Ebene (u.a. [GG12], [Sve11], [Gei04], [TC13]), gibt es nur wenige Forschungsergebnisse, welche die Versagensmechanismen und örtliche Bewertung von mechanischen Keilverankerungen betreffen. Angewandte Konzepte sollen die Beschreibung der Versagensmechanismen ermöglichen. Damit soll die, nach aktuellem Stand der Technik, vorhandene hohe Wirtschaftlichkeit der Konstruktion beibehalten werden.

Normenwerke – Allgemeine Anforderungen

Im europäischen Raum regelt die Stahlbaunorm EN 1993-1-11 [EN3111] die Bemessung und Konstruktion von Tragwerken mit Zuggliedern aus Stahl. Die Dokumentenreihe EN 10138 [EN100], welche u.a. die allgemeinen Anforderungen an Spannstähle (Teil 1) und im Speziellen die Litzenzugglieder (Teil 3) behandelt, wird mit einem Verweis integriert. Aufgrund der auftretenden regelmäßigen Lastwechselbeanspruchung ist das Zugspannglied mit einem Ermüdungsnachweis, der in aktuellen Normenwerken (u.a. EN 1993-1-9 [EN319]) als Tragfähigkeitsnachweis zu führen ist, zu bemessen. Die Bemessungsmodelle sind entsprechend der Auslegung der geforderten Ermüdungsfestigkeit während der geplanten Nutzungsdauer zu wählen. Erstgenanntes Regelwerk gibt Regeln zum Nachweis der Tragsicherheit, Gebrauchstauglichkeit sowie Dauerhaftigkeit vor. Die behandelten Sieben-Draht-Litzen werden in der Gruppe C¹²⁵ der Zugglieder (Parallellitzenbündel) angeführt. Da die vorgegebene Voraussetzung der Austauschbarkeit und Nachjustierbarkeit der Anschlüsse in betrachteten Systemen gegeben ist (Kap. 2.1.4), gelten Angaben zu Bündelverankerungen mit Keilen.

Aus einer, den äußeren Umwelteinflüssen ausgesetzten Korrosionsbeanspruchung in Verbindung mit der Ermüdungsbeanspruchung durch Längs- und Biegespannung, resultiert die Anforderungsklasse 5 laut [EN3111]. Neben dem Tragsicherheitsnachweis, welcher die Zugtragfähigkeit der Zugglieder bestimmt, und den Gebrauchstauglichkeitsnachweisen, welche die Spannungen und Dehnungen im Bauteil beschränken, sind für den Ermüdungsnachweis die maximalen Spannungsschwingbreiten aus veränderlicher Last sowie zufolge Schwingungen einzuhalten.

In genannten Normen kann der Ermüdungsnachweis, unter zu Grunde gelegten Nenn- oder Strukturspannungen, zum einen mit linearen Akkumulationshypothesen zur Schädigungsbewertung erbracht werden. Zum anderen können Ermüdungsfestigkeitskurven laut [EN3111], wie z.B. für ein Parallellitzenbündel in Abb. 4.12 dargestellt, verwendet werden. Dabei wird die schädigungsäquivalente Spannungsschwingbreite $\Delta\sigma_{E,2}$ der Einwirkung mit einer Kerbfallklasse $\Delta\sigma_c$ (maximale Normalspannungsschwingbreite) verglichen, die vom Konstruktionsdetail abhängt und die Ermüdungsfestigkeit bei vorgegebener Lastspielzahl darstellt. Die maßgebende Kerbfallklasse¹²⁶, welche die ertragbare Spannungsschwingbreite bei zwei Millionen Lastwechseln angibt, ist vorzugsweise durch Versuche unter Berücksichtigung der realen Situation mit integrierten Biege- und Querspannungen zu bestimmen. Andernfalls kann für Paralleldrahtlitzenbündel eine Kerbfalleinstufung von $\Delta\sigma_c = 160 \text{ N/mm}^2$ vorgenommen werden, wenn zusätzli-

¹²⁵ Schrägeile (In dieser Arbeit wird ausschließlich der Begriff *Schrägkabel* verwendet), Hauptkabel von Hängebrücken und externe Vorspannglieder.

¹²⁶ Diese tritt grundsätzlich an Verankerungen und Umlenkungen auf und führt zum Ermüdungsversagen.

che, konstruktive Schutzmaßnahmen zur Minimierung der Biegespannungen bewerkstelligt werden ([EN3111]).

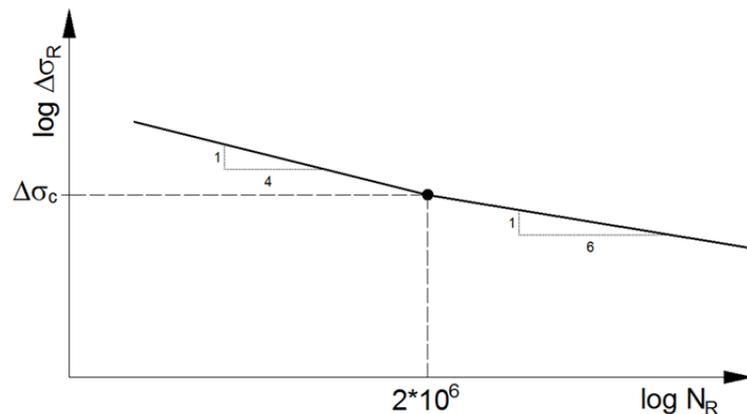


Abb. 4.12: Ermüdungsfestigkeitskurven für Zugglieder (in Anlehnung an [EN3111])

Die Anwendung der zu Grunde zu legenden Spannungskonzepte sollen nachfolgend auf ihre Anwendbarkeit im Bereich der Spannverankerungen (KIZ-Ver) überprüft werden.

- Nennspannungskonzept (NSK):

In beschriebener KIZ-Ver weisen die beteiligten Komponenten weder ausreichend große Abrundungsradien noch klar definierte Belastungen auf. Damit entspricht die Nennspannungsverteilung σ_{nk} nicht der tatsächlichen Spannungsverteilung. Zudem liegt für die komplexe Geometrie keine eigene, bauteilspezifische Wöhlerlinie zur Bewertung der Lebensdauer vor. Das zu Grunde gelegte elastische Werkstoffverhalten führt dazu, dass die Schadensakkumulation nicht der Realität entspricht. Somit ist dieses Verfahren für beschriebene KIZ-Ver nicht empfehlenswert.

- Strukturspannungskonzept (SSK):

Im Hauptanwendungsgebiet der Schweißverbindungen werden v.a. geometrische Einflüsse auf das globale Spannungsfeld ermittelt. Lokale Spannungskonzentrationen an kritischen Übergängen (Nahtwurzel) bleiben jedoch unberücksichtigt. Da die tatsächlichen Festigkeitskennwerte im schwingungsbruchkritischen Querschnitt nicht ermittelt werden können, und analog zum Nennspannungskonzept der Nachteil der Schadensakkumulation vorherrscht, ist auch dieses Verfahren auszuschneiden.

- Kerbspannungskonzept (KSK):

Mit einer ausführlichen FE- oder Randelemente-Berechnung werden die Kerbspannungen unter linear elastischem Materialverhalten in den kritischen Bereichen unabhängig von Kerbfällen (Formzahlen) ermittelt. Der Nachteil des zu Grunde gelegten elastischen Werkstoffverhaltens hat jedoch, analog zu o.a. Verfahren, den Nachteil in den Parametern des Spannungskollektives sowie der Schadensakkumulation.

Die drei Verfahren der Spannungsberechnung (NSK, SSK, KSK) basieren auf linear elastischen Zusammenhängen und vernachlässigen zudem zur Gänze vorhandene Eigenspannungen. Das lokale Festigkeitsproblem, welches durch Vernachlässigung der Kerbspannungen unbe-

rücksichtigt bleibt, beeinflusst die Lebensdauer in großem Ausmaß durch örtliche Spannungen und Dehnungen (Stelle des ersten Ermüdungsanrisses).

Die Anwendung der in o.g. Normenwerken zu Grunde gelegten Nenn- und Strukturspannungskonzepte ist damit im Bereich der KIZ-Ver aufgrund der vorhandenen Geometrie, der mehraxialen Spannungszustände sowie der nicht vorhandenen, bauteilspezifischen Wöhlerlinien nicht möglich. Zudem sind beide o.g. Verfahren der Schädigungsbewertung (lineare Akkumulationshypothese, Kerbfallklassen) mechanisch nicht vollständig begründet und vernachlässigen den Mittelspannungseinfluss.

Aus diesem Grund werden die nachstehenden Regelwerke bzw. Richtlinien betrachtet, welche unter vorliegender zyklischer Beanspruchung, insbesondere für den Nachweis der Ermüdungsfestigkeit, den Stand der Technik in der Festigkeitsberechnung im Stahlbau und Maschinenbau definieren.

Betriebsfestigkeitskonzepte zur Bewertung der Ermüdungsfestigkeit

Die schwingbeanspruchten Detailbereiche in den Spannverankerungen können grundsätzlich hinsichtlich der Lebensdauer mit einer Betriebsfestigkeitsanalyse ausgelegt werden.

a) *FKM-Richtlinie: Rechnerischer Festigkeitsnachweis für Maschinenbauteile* [FKM03]:

Der statische Festigkeitsnachweis sowie der Ermüdungsfestigkeitsnachweis werden auf Basis von Nennspannungen sowie auf Grundlage von örtlichen Spannungen, unter Berücksichtigung von Konstruktionsfaktoren in Abhängigkeit von Rauigkeit, Randschichtverfestigung, Mittelspannungen und Eigenspannungen, geführt.

Betrachtete Keilverankerungen werden jedoch bereits zu Beginn der Richtlinie von der Anwendung ausgeschlossen, da sich die Geometrie in keine Kategorie einordnen lässt und damit eine spezielle Verbindung vorliegt.

b) *IIW-Richtlinie (International Institute of Welding): Empfehlungen zur Schwingfestigkeit geschweißter Verbindungen und Bauteile* [Hob97]

Diese Richtlinie dient als Grundlage für das Konstruieren und Berechnen von schwingend belasteten Bauteilen, um Ermüdungsschäden zu vermeiden. Dieses Dokument enthält einen umfangreichen Kerbfallkatalog für eine Berechnung nach dem Struktur-, Nennspannungs- sowie Kerbspannungskonzept. Damit ist eine Anwendung ebenfalls auszuschließen.

c) *Dubbel Taschenbuch des Maschinenbaus* [Dub11]

Dieses Werk gilt im Maschinenbau als umfassendes Nachschlagewerk und wurde unterstützend, u.a. für analytische Berechnungsansätze, herangezogen.

Damit kann auf kein gebräuchliches Konzept zur Bewertung der Ermüdungsfestigkeit der mechanischen Keilverankerungen zurückgegriffen werden. Die Berücksichtigung der lokalen Plastifizierungen in den Kontaktzonen, zur Eruiierung einer Bewertungsmöglichkeit der örtlichen Beanspruchungssituation in der KeAd-KIZ, führt auf das nachstehend beschriebene Kerbgrundkonzept (KGG) bzw. Kerbdehnungskonzept (KDK).

Örtliches Kerbdehnungskonzept (KDK) bzw. Kerbgrundkonzept (KGK)

Durch die in Kap. 3.4 durchgeführte Simulation eines gekerbten Außendrahtes ist auch bei Einstufenbelastung von Spannungskonzentrationen in den kritischen Bereichen innerhalb der KIZ-Ver auszugehen, die zu Plastifizierungen und damit zu einem nichtlinearen Zusammenhang zwischen äußerer Belastung und lokalen Spannungen im Kerbgrund führen. Es ist davon auszugehen, dass mit dem werkstoffmechanisch begründeten **Kerbgrundkonzept (KGK)** diese Beanspruchungszustände sehr gut abgebildet werden können.

Das verwendete, klassische örtliche Konzept geht von einer Initiierung des Versagens an der örtlich kritischen Stelle aus. Diese wird neben der amplitudenproportionalen elastischen Dehnungsamplitude ε_a durch einen lokal plastischen Dehnungsanteil ε_a^{pl} gesteuert. Die mit zyklischen Spannungs-Dehnungs-Kurven (ZSDK) berechneten lokalen, örtlichen Spannungs-Dehnungs-Pfade werden mit ungekerbten Dehnungs-Wöhlerlinien (ε_a - N_{In}) bewertet. Die dehnungsgeregelte Wöhlerlinie¹²⁷ basiert auf empirisch ermittelten Literaturkennwerten ungekerbter Werkstoffproben, und ermöglicht damit eine direkte Lebensdauerabschätzung.

Ziel des KGK ist die Berechnung von Bauteil-Wöhlerkurven¹²⁸, die den Zusammenhang zwischen äußerer aufgebrachtter Zugkraftamplitude F_a (Zugschwellbereich) und den ertragbaren Lastwechselzahlen bis zum Anriss N_{In} darstellen (siehe Kap. 6.4).

Mit dem Eintreten des technischen Anrisses a_{th} in der Makroebene, der den Grenzfall von stehendem zu wachsendem Riss darstellt und in Kap. 3.2 sowie Kap. 6.4.1 genauer beschrieben wird, verliert das KGK jedoch seine Bedeutung. In dieser Rissfortschrittsphase ist ein physikalisch begründeter und mathematisch sauber formulierter Zugang erforderlich, wie ihn die **bruchmechanische Analyse** liefert. Mit einem definierten Oberflächenriss kann mit zugehörigem analytischem Rissmodell sowie begleitenden numerischen Berechnungsverfahren die Risswachstumsphase bis hin zum Bruchversagen abgeschätzt werden.

Das Verständnis für die mechanischen Vorgänge in den Spannstahtlitzten (Kap. 4.2) sowie in den Keilverankerungen (Kap. 4.3) fließt in die nachfolgenden, numerischen Berechnungen einer 7-litzigen Spannverankerung in Kap. 5, sowie einer KeAd-KIZ in Kap. 6 ein.

¹²⁷ Die für Lebensdauerberechnungen gebräuchlichen, spannungskontrollierten Wöhlerlinien, welche keine Differenzierung der Rissinitiierungs- sowie Risswachstumsphase vorsehen, können in den KIZ-Ver nicht angewandt werden.

¹²⁸ In dieser Arbeit wird, analog zu den experimentellen Arbeitspaketen (siehe [Tra14]), in allen Fällen von einer 50 % Überlebenswahrscheinlichkeit ausgegangen.

5 FEM - Prinzip und Anwendungen

5.1 Prinzip der Finiten Elemente Methode (FEM)

5.1.1 Allgemeines und angewandte Techniken

Das mechanische Verhalten der Verankerungsbauteile während Dauerschwing- und statischer Zugbelastung an Vorspannsystemen kann durch mathematische Ansätze mittels partieller, orts- und zeitabhängiger Differentialgleichungen inklusive Rand- und Anfangsbedingungen nicht beschrieben werden.

Erst in den letzten Jahrzehnten haben sich leistungsfähige Rechnersysteme zur Anwendung von Diskretisierungsverfahren entwickelt, womit durch die verfügbaren CPU-Kapazitäten Simulationen vorliegender Problemstellungen möglich sind. Die Problemabgrenzung sowie die Ausnutzung vorhandener Symmetrien spielen dabei eine entscheidende Rolle. Zusammen mit einem mobilen Arbeitsplatz, welcher für die Modellentwicklung verwendet wird, kann im Rahmen dieser Arbeit auf den Applikationsserver der TU Wien¹²⁹ zugegriffen werden.

Die FEM liefert Näherungen im Vergleich zur wahren Lösung, die in unmittelbarer Abhängigkeit zur Wahl von Vereinfachungen und Randbedingungen (RB) stehen und damit in jedem Fall kritisch zu hinterfragen sind. Dem Autor erscheint es als sehr wichtig, die FEA von inneren Verzerrungs- und Spannungszuständen und damit verbundene Lebensdauerabschätzungen der Detailbereiche, mit globalen Festigkeitsbetrachtungen zufolge analytischer Zugänge¹³⁰ zu vergleichen.

Grundlagen der FEM und die für diese Arbeit erforderlichen Algorithmen zur Lösung von linearen und nichtlinearen Systemen sind im Anhang C beschrieben.

5.1.1.1 Verwendete FE-Software

Das Softwarepaket *Abaqus* von *Dassault Systèmes Simulia Corp.* ist ein weit verbreitetes FE-Programm und wird in dieser Arbeit, gemeinsam mit der umfangreichen Dokumentation [Aba13a], [Aba13b], [Aba13e], [Aba13g] sowie [Aba13t], zur Durchführung sämtlicher numerischer Berechnungen verwendet.

Die Generierung der Inputdateien erfolgt mit dem Pre-Processor *Abaqus/CAE 6.13-2*¹³¹. Die Berechnung des FE-Modells wird mit den programmeigenen Solvern – *Abaqus/Standard* (impliziter Löser) sowie *Abaqus/Explizit* (expliziter Löser) – durchgeführt. Nach dem Aufstellen des Gleichungssystems in Matrizenform (Steifigkeitsmatrix \underline{K} , Massenmatrix \underline{M} , Dämpfungsmatrix \underline{C}) wird das aufgestellte Gleichungssystem $\underline{F} = \underline{K} \underline{U}$ ¹³² mit n FG durch entsprechende Algorithmen gelöst, welche im Anhang C beschrieben sind. Die Ergebnisse, welche als *odb-Datei* gespeichert werden, werden mit dem Post-Processor *Abaqus CAE 6.13-2* ausgewertet.

¹²⁹ IBM Power5 Clustersystem – ICP5, bestehend aus 116 CPUs

¹³⁰ Selbst wenn dafür umfangreiche Vereinfachungen erforderlich sind.

¹³¹ CAE (*Complete Abaqus Environment*): In erster Linie grafische Eingabe mit sofortiger Kontrolle.

¹³² Für dynamische Probleme mit Massen- und Dämpfungsmatrix erweitert (siehe Anhang C).

In den nachstehenden Kapiteln wird die Berechnung von 3D- sowie 2D-Modellen der kritischen Detailbereiche erläutert. Die Ergebnisse werden miteinander verglichen, sowie eine Verifikation mit experimentellen Versuchsergebnissen durchgeführt.

5.1.1.2 Berechnungsverfahren und Verifikation der FE-Modelle

Für die FE-Modelle mit moderater Anzahl von FG und Nichtlinearitäten (NL), welche in den gekerbten Außendrähten in Kap. 3.4 sowie in der Monolitze im Bereich der freien Länge in Kap. 4.2.2 beschrieben sind, kann eine statische Analyse in einem *Step* durchgeführt werden.

Das **implizite Verfahren** (*Abaqus/Standard*) wird für die Modelle mit hohen Nichtlinearitäten (Material, Kontakt, Reibung), wie es im Anschluss die 7-litzige Spannverankerung (Kap. 5.3) sowie die in Kap. 6 dokumentierte FEA der KeAd-KIZ darstellen, eingesetzt. Dieses Verfahren weist eine bedingungslose, numerische Stabilität auf. Nachteil ist der bedeutend höhere Speicherbedarf aufgrund der Tatsache, dass die Steifigkeitsmatrix \underline{K} zur wiederholten Lösung des globalen Gleichungssystems in jedem Schritt invertiert¹³³ werden muss (Details siehe Anhang C). Dem höheren Rechenaufwand pro Zeitschritt stehen jedoch sehr gute Möglichkeiten zur Kontrolle der Konvergenzeigenschaften gegenüber.

Das **explizite Berechnungsverfahren** wird ausschließlich für Vergleichsrechnungen einzelner Analysen (*Abaqus/Explicit*) verwendet. Die wichtigsten Benutzereinstellungen sind in aller Kürze im Anhang C angeführt. Die impliziten Berechnungen mit *Abaqus/Standard* zeigen jedoch, v.a. bei den vorliegenden Kontaktproblemen mit Reibung und der hohen FG-Anzahl, eine deutlich bessere Performance hinsichtlich Stabilität und Konvergenzverhalten.

Die Verifikation sämtlicher Modelle nimmt ein bedeutendes Ausmaß an, da nur ein gesicherter Zusammenhang mit tatsächlichen experimentellen Ergebnissen (Kraft-Verschiebungskurven, Messungen von Deformation etc.) aussagekräftige Interpretationen erlaubt. Durchgeführte Arbeitsschritte sind in Kapitel 7 zusammengefasst.

5.1.1.3 Netzqualität – Auswertung von Spannungsgradienten und Konvergenzstudien

Da die Vernetzung der Modelle, speziell für die KeAd-KIZ in Kap. 6, aufgrund der Kontaktbedingungen und den lokalen Spannungsspitzen, einen wesentlichen Einfluss auf die Ergebnisqualität hat, wird die Vorgehensweise zur Vernetzung der Modelle hier erläutert.

Das in der FE-Klassifizierung definierte Spannungsproblem erfordert eine Netzverfeinerung in Bereichen mit hohen Spannungsgradienten, welche in einer Vorstudie mit grober Netzteilung ermittelt werden. Wie später an einem Beispiel in Abb. 7.2 dargestellt, wird in Anlehnung an [Aba13a] die Netzqualität mit einem Konturplot der Diskontinuitäten der Spannungskomponenten überprüft (*Abaqus*-Parameter *Discontinuity*). Dabei werden die s.g. Spannungs-Sprungterme dargestellt, welche an den Elementgrenzen unstetige Verläufe aufweisen, weil deren Ermittlung aus den Verzerrungen, welche die Ableitungen der Verschiebungen sind, zu unregelmäßigen Sprüngen führen kann. Mit dieser Information kann eine h-Verfeinerung, eine Anpassung der Größenordnung der Elementkantenlängen h_{El} , zur Optimierung der Vernetzung durchgeführt werden. Die verbleibenden Modellbereiche werden so grob als möglich vernetzt.

¹³³ Auf Dreiecksform bringen. Die Inverse \underline{A}^{-1} einer $n \times n$ -Matrix \underline{A} wird mit der Einheitsmatrix \underline{I} gebildet ($\underline{A} \underline{A}^{-1} = \underline{I}$).

Konvergenzstudien zur Ermittlung der erforderlichen Elementdimensionen

Da Spannungsauswertungen im Vergleich zu Deformationsanalysen sensibel auf die Vernetzung reagieren, wird jeweils eine Konvergenzstudie mit unterschiedlichen Elementkantenlängen h_{El} durchgeführt. Dazu wird mittels einer h-Verfeinerung, in welcher die Größenordnung der Elementkanten h_{El} in den betrachteten Modellbereichen in mehreren Schritten verringert wird, ein Ausgabeparameter (σ_v , σ_l) mit der Elementanzahl pro Abschnitt gegenübergestellt. Zudem wird auch eine p-Verfeinerung¹³⁴ des Netzes durchgeführt. In Abb. 5.1 ist eine Konvergenzstudie für die bereits unter Kap. 3.5.2 behandelten Kerbungen dargestellt, welche auch im Kontaktbereich zwischen Keilzahnspitze und Spannstahlritze vorkommt. Ab einer Elementanzahl $n_{El} = 16$ im Kerbbereich liegen die Ergebnisse für die Vergleichsspannung nach *von Mises* σ_v auch für lineare 4-knotige Elemente ausreichend genau vor.

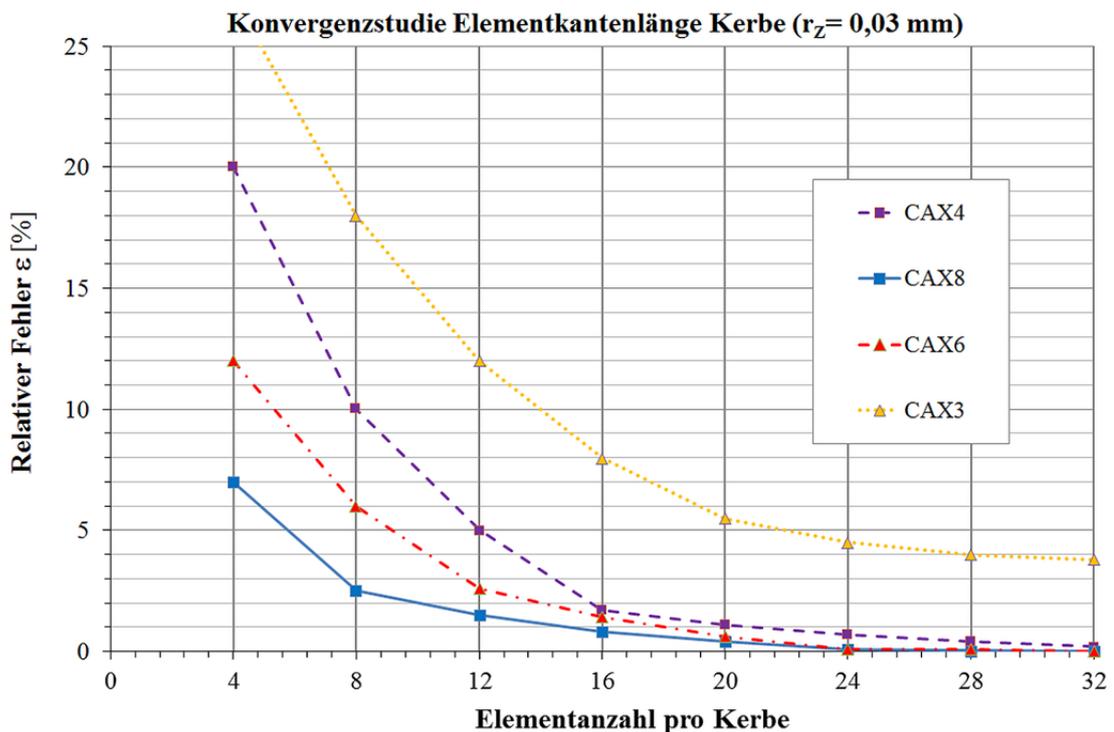


Abb. 5.1: Konvergenzstudie Kerbe (auf Basis der Vergleichsspannung σ_v)

Auf eine adaptive Netzverfeinerung¹³⁵ wird verzichtet, da der Mehraufwand für den Gleichungslöser nicht im Verhältnis zur damit verbesserten Ergebnisqualität steht. Zudem kann eine sich in der Realität bildende plastische Zone nicht besser abgebildet werden, als dies mit der minimal erforderlichen Netzfeinheit mit einer Konvergenzstudie möglich ist.

Weitere Details zu den verwendeten FE-Techniken sind in den entsprechenden Kapiteln der Berechnungen angeführt.

¹³⁴ Erhöhung der Ordnung der Interpolationsfunktionen von linear auf quadratisch bei konstanten Elementgrößen h_{El} .

¹³⁵ Diese Technik ist i.A. ausschließlich mit großer Sorgfalt, unter Verwendung von Fehlerschranken, anzuwenden.

5.1.2 Technisches Einheitensystem

Da i.A. in FE-Programmen keine Maßeinheiten verwendet werden, wird für die Modellerstellung bzw. Inputgenerierung sowie das Post-Processing und die anschließende Interpretation der Ergebnisse ein konsistentes Einheitensystem verwendet. Aufgrund der geringen Größenordnungen der FE-Modelle, welche mit dem SI-System ein Einzelfällen zu Rundungsfehlern mit damit verbundenem Berechnungsabbruch führen können, wird als Grundlage für diese Arbeit das technische Einheitensystem verwendet. Das für sämtliche physikalische Größen verwendete *N-mm-s*-Einheitensystem ist in der folgenden Tab. 5.1 in den ersten beiden Spalten aufgelistet. Der Vollständigkeit wegen sind auch die dementsprechende SI-Einheit und die Umrechnungsfaktoren zwischen beiden Systemen angeführt.

Physikalisch technische Größe	<i>N-mm-s</i> -Einheit	Umrechnung <i>N-mm-s</i> / SI	SI-Einheit
Kraft	N	1 N = 1 kg · m/s ²	N
Länge	mm	· 10 ³	m
Zeit	s		s
Masse	N · s ² /mm	· 10 ⁻³ N · s ² /mm	kg
Temperatur	K		K
Spannung, E-Modul	N/mm ² (= MPa)	· 10 ⁶	Pa
Dichte	N · s ² /mm ⁴	· 10 ⁻¹²	kg/m ³
Energie	N · mm	· 10 ⁻³	J

Tab. 5.1: Technisches Einheitensystem („N-mm-s“-System)

Bei Verwendung des *N-mm-s*-Einheitensystems ist u.a. auf die Dateneingabe für die Massendichte zu achten. Beispielsweise sei die Eingabe der Massendichte für Stahl angeführt. Ein Eingabewert von $7,86 \cdot 10^{-9} \text{ N} \cdot \text{s}^2/\text{mm}^4$ entspricht einer Dichte von 7860 kg/m³.

5.2 Grundlagen der Materialmodellierung

Grundlegende Ausführungen zu elastisch-plastischen Materialeigenschaften sowie zu Spannungs- und Verzerrungszuständen sind dem Anhang B zu entnehmen.

5.2.1 Spannungs-Dehnungs-Kurve (SDK)

Für die Spannstahlitze (Index p) werden die nominellen bzw. technischen Spannungen $\sigma_{nom,p}$ und Dehnungen $\varepsilon_{nom,p}$ aus der Kraftverschiebungskurve eines statischen Zugversuchs an einem Monolithensystem der Litzengüte Y1860S7-15,7 mittels Gl. (5.1) und Gl. (5.2) berechnet. Der gemessene Verlauf der Zugkraft F_{ax} , die zugehörige Verschiebung Δl_{ax} , die Gesamtlänge l_0 von 5240 mm sowie die Querschnittfläche A_p von 150 mm² dienen dabei als Grundlage.

$$\sigma_{nom,p} = \frac{F_{ax}}{A_p} \quad (5.1)$$

$$\varepsilon_{nom,p} = \frac{\Delta l_{ax}}{l_0} \cdot 100[\%] \quad (5.2)$$

Die nominellen Spannungs-Dehnungs-Verläufe¹³⁶ ($\sigma_{nom,p} - \varepsilon_{nom,p}$) müssen für den *Abaqus*-Code zur Generierung der Inputdatei in wahre Spannungen σ_{true} und wahre Dehnungen ε_{true} umgerechnet werden. Auf Basis der technischen Spannungen und Dehnungen kann mit Gl. (5.3) die wahre Spannung $\sigma_{true,p}$ sowie mittels Gl. (5.4) die wahre Dehnung $\varepsilon_{true,p}$ bestimmt werden.

$$\sigma_{true,p} = \sigma_{nom,p} \cdot (1 + \varepsilon_{nom,p}) \quad (5.3)$$

$$\varepsilon_{true,p} = \ln \cdot (1 + \varepsilon_{nom,p}) \quad (5.4)$$

Die in Abb. 5.2 dargestellte wahre Spannungs-Dehnungskurve (SDK) dient als Grundlage für das Materialmodell der Spannstahlitze. Die detaillierte Berechnung in Tabellenform ist dem Anhang B zu entnehmen.

¹³⁶ Es handelt sich dabei um statische Spannungs-Dehnungs-Beziehungen.

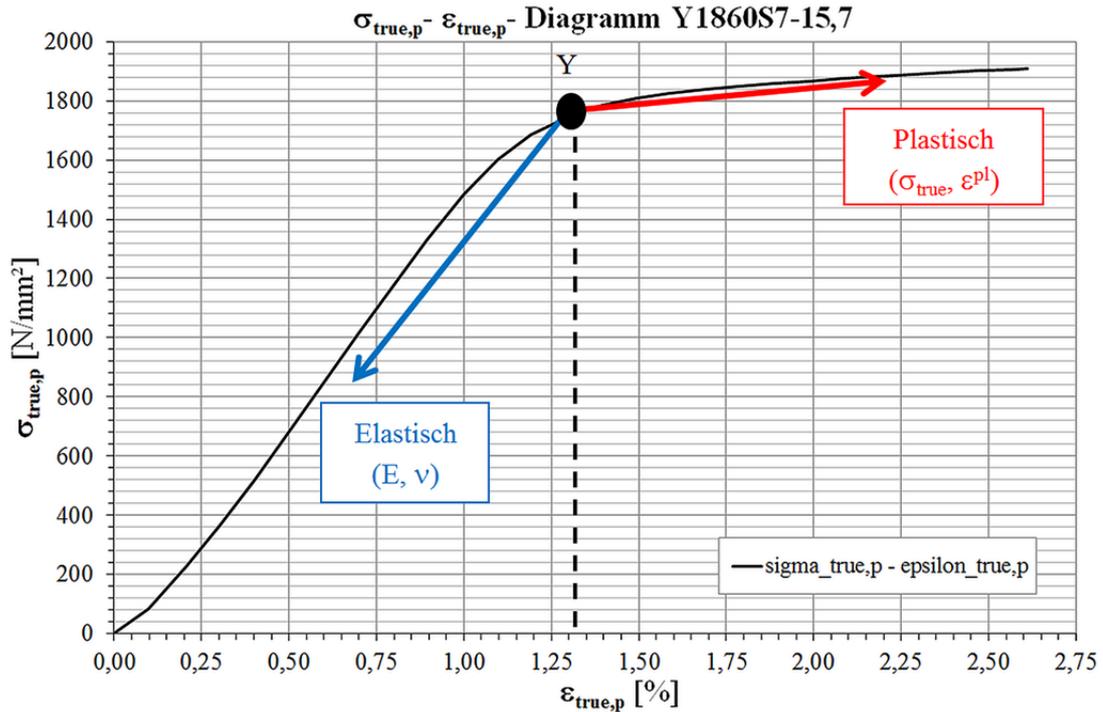


Abb. 5.2: Spannungs-Dehnungsdiagramm Monolitze Y1860S7-15,7

Da die Eingabe des Materialmodelles separat, für den linear elastischen Bereich sowie für den plastischen Bereich erfolgt, ist mit Gl. (5.5) der plastische Dehnungsanteil ϵ_p^{pl} vom Gesamtdehnungsanteil $\epsilon_{true,p}$ zu trennen.

$$\epsilon_p^{pl} = \epsilon_{true,p} - \epsilon_p^{el} = \epsilon_{true,p} - \frac{\sigma_{true,p}}{E_p} \quad (5.5)$$

Abb. 5.2 listet für alle beteiligten Komponenten die beiden Parameter zur Definition der elastischen, isotropischen¹³⁷ Werkstoffeigenschaften, Elastizitätsmodul E und Querdehnzahl ν , sowie die Fließgrenze R_e bzw. $R_{p0,2}$ auf.

Bauteilkomponente	E-Modul E_i [N/mm ²]	Querdehnzahl ν_i []	Fließgrenze [N/mm ²]
Litze	$E_p = 195000$	$\nu_p = 0,3$	$R_{p0,2} = 1760$
Keil	$E_{Ke} = 210000$	$\nu_{Ke} = 0,3$	$R_{e,Ke} = 490$
Verankerung	$E_{Ve} = 210000$	$\nu_{Ve} = 0,3$	$R_{e,Ve} = 400$

Tab. 5.2: Kennwerte linear elastischer Bereich

Die Fließkurve für o.g. Litze ist in Abb. 5.3 dargestellt. Dabei definiert die Fließgrenze $R_{p0,2}$ von 1760 N/mm² bei einer elastischen Dehnung ϵ_p^{el} von 1,32 % den Startwert der plastischen Materialeigenschaften (siehe Markierung Y in Abb. 5.2). In Tab. B.2 in Anhang B sind sämtliche diskrete Wertepaare angeführt.

¹³⁷ In Kap. 8 bzw. im Anhang F wird näher auf diese Annahme eingegangen.

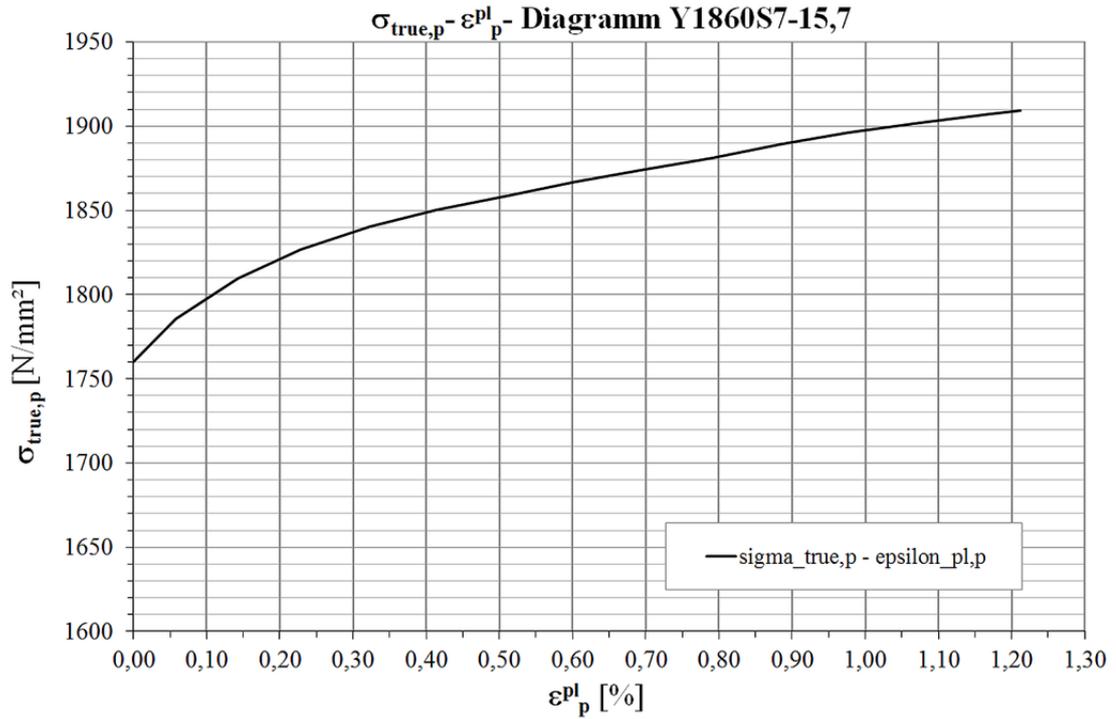


Abb. 5.3: Fließkurve Monolitze Y1860S7-15,7

Tab. 5.3 gibt die den plastischen Bereich definierenden plastischen Dehnungen $\varepsilon_{\text{p}}^{\text{pl}}$ in Abhängigkeit von der zugehörigen wahren Spannung $\sigma_{\text{true,p}}$ an (siehe Abb. 5.3).

wahre Spannung $\sigma_{\text{true,p}} \text{ [N/mm}^2\text{]}$	Plastische Dehnung $\varepsilon_{\text{p}}^{\text{pl}} \text{ []}$
1759,8	0,000
1785,4	0,058
1809,8	0,142
1827,1	0,229
1840,2	0,323
1850,1	0,413
1858,5	0,511
1866,8	0,604
1874,4	0,698
1881,0	0,790
1889,5	0,886
1896,2	0,977
1901,7	1,073
1907,0	1,169
1909,2	1,212

Tab. 5.3: Definition Fließbereich Litze (Y1860S7-15,7)

Für die Simulation der Verankerungskörper (Index Ve) aus Vergütungsstahl C45E sind ausschließlich die mit Tab. 5.2 angegebenen Parameter zur Definition des linear elastischen Bereiches erforderlich (E_{Ve} , ν_{Ve}), da sich keine plastische Verformung während statischer und dynamischer Belastung einstellt. Der Zugfestigkeit $R_{m,Ve}$ von 650 N/mm² steht eine Bruchdehnung $\epsilon_{max,Ve}$ von 25 % gegenüber.

Zur Berücksichtigung der Klemmkeile (Index Ke) aus Einsatzstahl 1.0403 (C15Pb) kann, neben dem, mit zwei Parametern laut Tab. 5.2 definierten linear elastischen Bereich (E_{Ke} , ν_{Ke}), die Fließkurve analog zur o.a. Vorgangsweise für den Spannstahl ermittelt werden. Abb. 5.4 stellt das wahre Spannungs-Dehnungsdiagramm dar, sowie Tab. 5.4 das daraus abgeleitete Niveau der plastischen Dehnungen. Das Versagen in allen kritischen KIZ wird nicht massiv von den plastischen Materialeigenschaften der Klemmkeile beeinflusst. Damit kann vereinfachend ein ideal elastisch-plastisches Materialverhalten mit Verfestigungseigenschaft gewählt werden. Dies bringt auch Vorteile in Bezug auf die Performance der numerischen Berechnung. Die Zugfestigkeit $R_{m,Ke}$ beträgt 600 N/mm² sowie die Bruchdehnung $\epsilon_{max,Ke}$ 12 %.

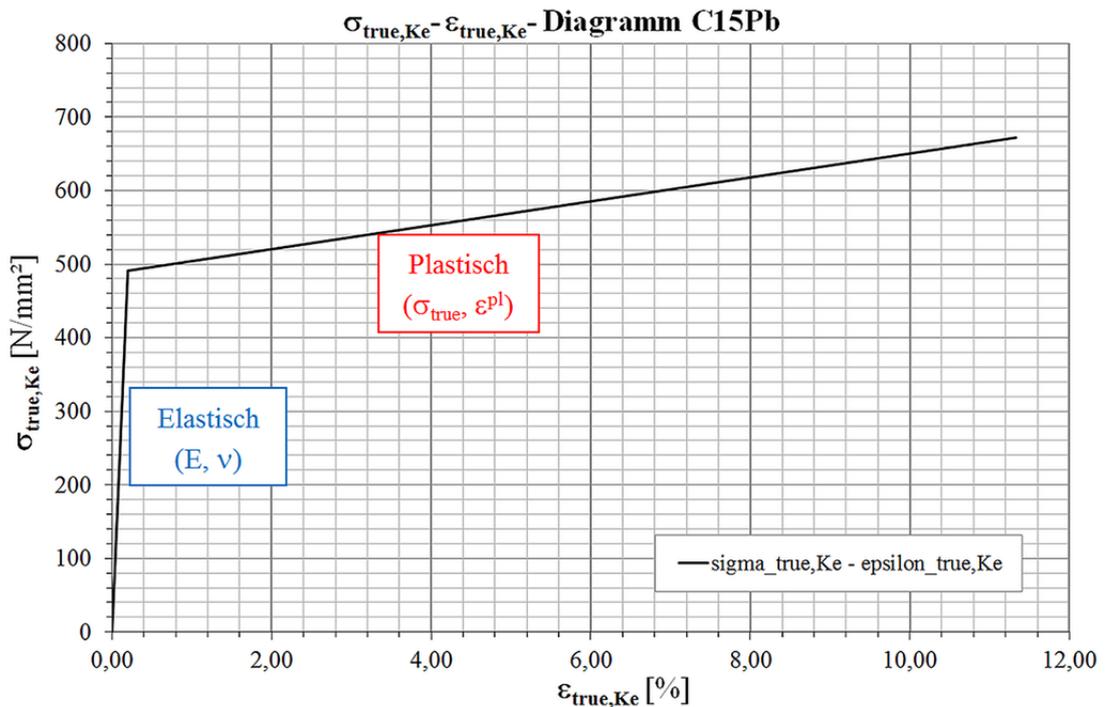


Abb. 5.4: Spannungs-Dehnungsdiagramm Stahlklemmkeil

wahre Spannung $\sigma_{true,Ke}$ [N/mm ²]	Plastische Dehnung ϵ_{Ke}^{pl} []
491	0,000
672	0,110

Tab. 5.4: Definition plastischer Fließbereich Klemmkeil (C15Pb)

5.2.2 Zyklische Spannungs-Dehnungs-Kurve (ZSDK)

Die in Kapitel 6 vorgestellten Lebensdauerbewertungen verwenden Spannungs-Dehnungspfade, basierend auf zyklischem Materialverhalten, welches an dieser Stelle für die Spannstahl-litze¹³⁸ ermittelt wird. Dazu ist eine zyklische Arbeitslinie für die Materialgesetze der relevanten Werkstoffe in den FE-Code zu implementieren, welche die isotrope Verfestigung abbildet. Eine kinematische Verfestigung, welche eine allfällige Verschiebung der Fließgrenze in der der Verfestigung entgegengesetzten Richtung bewirkt (Bauschinger-Effekt), wird nicht berücksichtigt, weil die direkte numerische Berechnung einer Lastumkehr bei der gewählten FE-Technik (siehe Kap. 6.3) nicht erforderlich ist.

Vorliegende periodische Be- und Entlastungsvorgänge führen zu plastischen Wechselverformungen ($\pm \Delta \varepsilon_{pl}$), womit die beschriebenen Spannungs-Dehnungsdiagramme die Form von Hysteresen laut Abb. 5.5, in Anlehnung an [Hai06], annehmen. Mit Fortdauer einer einachsigen Ermüdungsbeanspruchung mit konstanter Amplitude sind diese Hysteresen so lange einer Veränderung unterzogen, bis sich eine stabilisierte, zyklische Spannungs-Dehnungs-Hysterese einstellt.

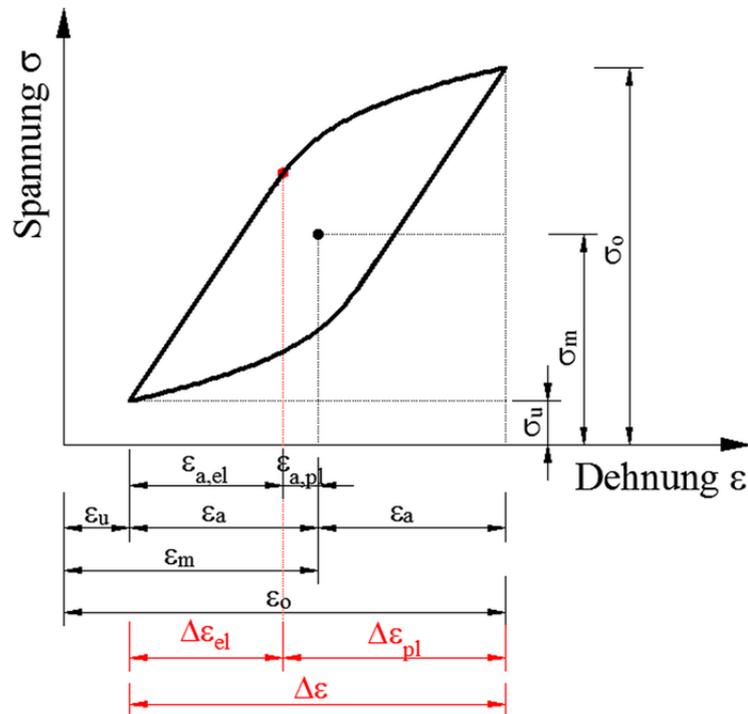


Abb. 5.5: Spannungs-Dehnungs-Hysterese

Analog zu den Spannungskennwerten (siehe Kap. 2.1.3) stellt $\Delta \varepsilon$ die Dehnungsschwingbreite zwischen Ober- (ε_o) und Unterdehnung (ε_u) dar, wobei sich die Dehnungsamplitude ε_a nach Gl. (5.6) bei konstant gehaltener Mitteldehnung $\varepsilon_m = (\varepsilon_o + \varepsilon_u) / 2$ einstellt.

$$\varepsilon_a = \frac{\varepsilon_o - \varepsilon_u}{2} \quad (5.6)$$

¹³⁸ Innerhalb der betrachteten KIZ ist die Spannstahl-litze maßgebend. Der Stahlklemmkeil wird jedoch ebenfalls betrachtet. Für den Verankerungskörper ist eine Betrachtung der ZSDK nicht erforderlich.

In Abb. 5.5 stellt ε_a^{el} den elastischen, ε_a^{pl} den plastischen Anteil der Dehnungsamplitude ε_a dar, sowie $\Delta\varepsilon_a^{el}$ und $\Delta\varepsilon_a^{pl}$ die zugehörigen Anteile der Dehnungsschwingbreite $\Delta\varepsilon$.

Die aus unterschiedlichen Beanspruchungsniveaus erhaltenen Spannungs-Dehnungs-Hysteresen¹³⁹ können durch Verbindung der einzelnen Maxima der Hystereseschleifen zu einer in Abb. 5.6 dargestellten zyklischen Spannungs-Dehnungs-Kurve (ZSDK) verbunden werden. Diese unterscheidet sich von der statischen Arbeitslinie, welche durch monoton gesteigerte Belastung eines Zugstabes ermittelt wird.

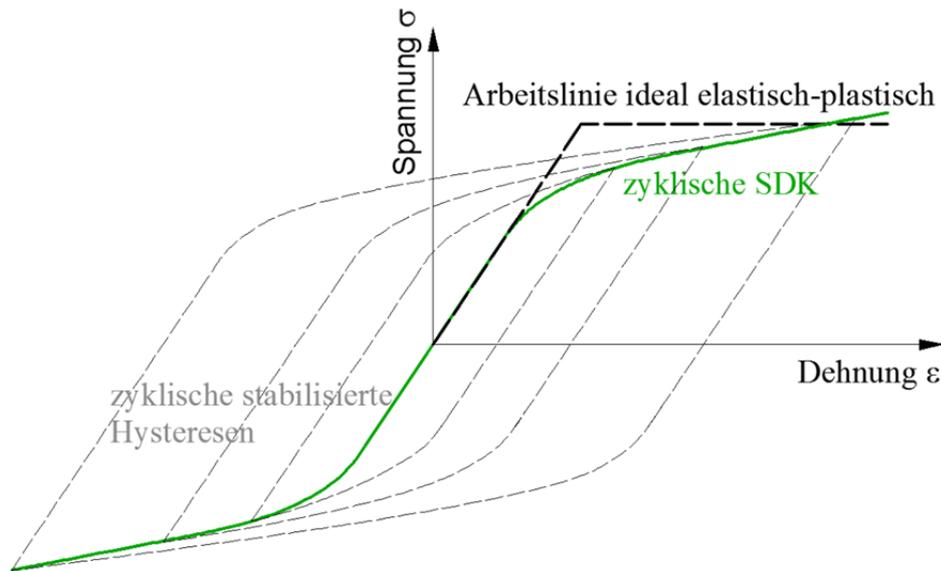


Abb. 5.6: Statische / Zyklische Spannungs-Dehnungs-Kurve (ZSDK)

Zur mathematischen Beschreibung der zyklischen Arbeitslinie gelangt eine Beziehung nach *Ramberg-Osgood* laut Gl. (5.7) in Anlehnung an [Hai06] zur Anwendung, welche sich auf Arbeiten von *Coffin, Manson und Morrow* stützt.

$$\varepsilon_a = \varepsilon_a^{el} + \varepsilon_a^{pl} = \frac{\sigma_a}{E} + \left(\frac{\sigma_a}{K'} \right)^{\frac{1}{n'}} \quad (5.7)$$

K' stellt den zyklischen Verfestigungskoeffizienten dar, sowie n' den zyklischen Verfestigungsexponenten. Beide Parameter werden in Tab. 5.5 näher erläutert. In dieser Tabelle sind die für schwach legierte Stähle geltenden Berechnungsgrößen aufgelistet, die zur Definition der zyklischen Arbeitslinie bei Schwingbelastung mit einer Spannungsamplitude σ_a erforderlich sind. Diese, auf dehnungskontrollierte Wöhler-Versuche aufbauende, Vorgehensweise nach dem s.g. *Uniform Material Law* (UML) von *Bäumel jr. und Seeger* erlaubt eine Berechnung in bloßer Abhängigkeit von Elastizitätsmodul E und Zugfestigkeit R_m [Hai06].

¹³⁹ Erfassung in einem Wöhlerversuch durch Belastung der Werkstoffprobe mit einer konstanten Amplitude.

Komponente	Plastisches Materialverhalten				
	R_m [N/mm ²]	$\psi = f(R_m/E)$ [] ^{*I}	$\epsilon_f' = 0,59 \cdot \psi$ []	$\sigma_f' = 1,50 \cdot R_m$ [N/mm ²]	$K' = \sigma_f' \cdot \epsilon_f'^{-n'}$ [N/mm ²] ^{*II}
Litze	1860	0,183	0,108	2790	3896,9
Keil	600	1,00	0,590	900	974,1
Verankerung	650	0,99	0,580	975	1058,0

*I ... $\psi = 1,0$ für $R_m / E \leq 3 \cdot 10^{-3}$; $\psi = 1,375 - 125 \cdot R_m / E$ für $R_m / E > 3 \cdot 10^{-3}$

*II ... $n' = b/c = -0,087 / -0,58 = 0,15$

Tab. 5.5: Zyklische Kennwerte laut UML (Litze, Keil, Verankerung)

Für das Spannstahlmaterial wird nach [Kor10] eine Erweiterung des UML für hochfeste Stähle vorgenommen (UML_{mod}), welche die in Tab. 5.6 angegebenen modifizierten Parameter enthält.

Komponente	Plastisches Materialverhalten				
	R_m [N/mm ²]	$\psi = f(R_m/E)$ [] ^{*I}	$\epsilon_f' = 0,58 \cdot \psi + 0,01$ []	$\sigma_f' = R_m (1 + \psi)$ [N/mm ²]	$K' = \sigma_f' \cdot \epsilon_f'^{-n'}$ [N/mm ²] ^{*II}
Litze	1860	0,254	0,157	2333	3106,5

*I ... $\psi = 0,5 \cdot \{ \cos[\pi \cdot (R_m - 400) / 2200] + 1 \}$

*II ... $\sigma_E = R_m (0,32 + \psi / 6) = 1860 (0,32 + 0,254 / 6) = 674 \text{ MPa}$

$b = -\log(\sigma_f' / \sigma_E) / 6 = -\log(2333 / 674) / 6 = -0,090 \rightarrow n' = b/c = -0,09 / -0,58 = 0,155$

Tab. 5.6: Zyklische Kennwerte laut erweitertem UML_{mod} (Litze)

Die Auflistung aller Wertepaare ist der Tab. B.4 in Anhang B zu entnehmen.

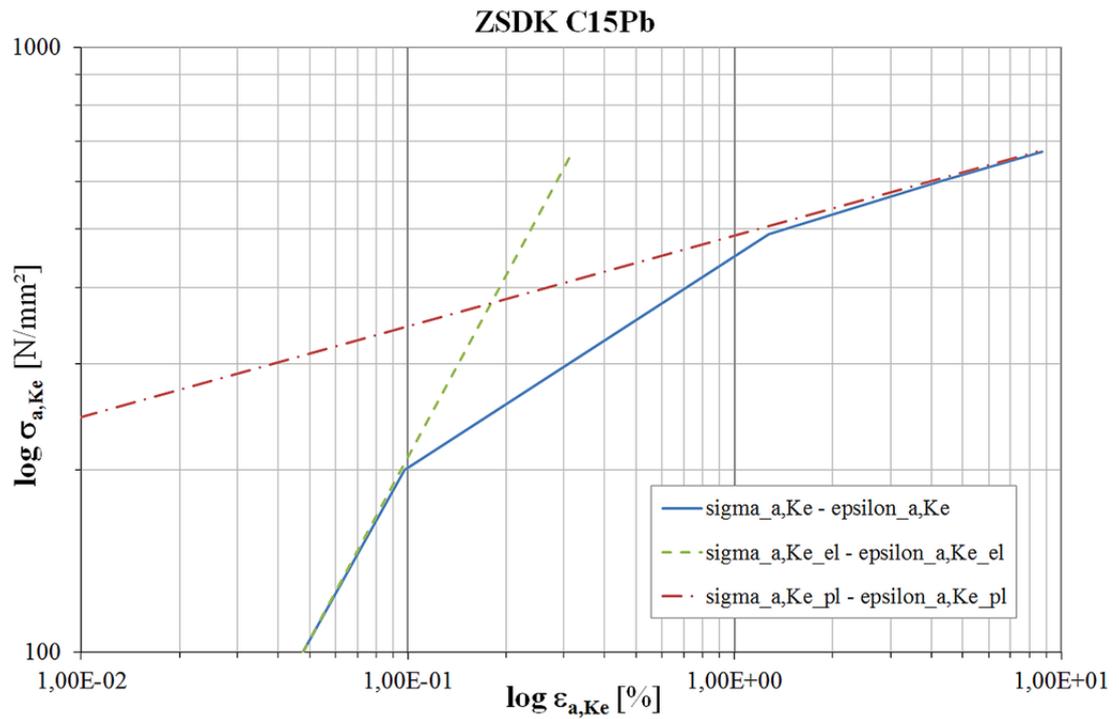
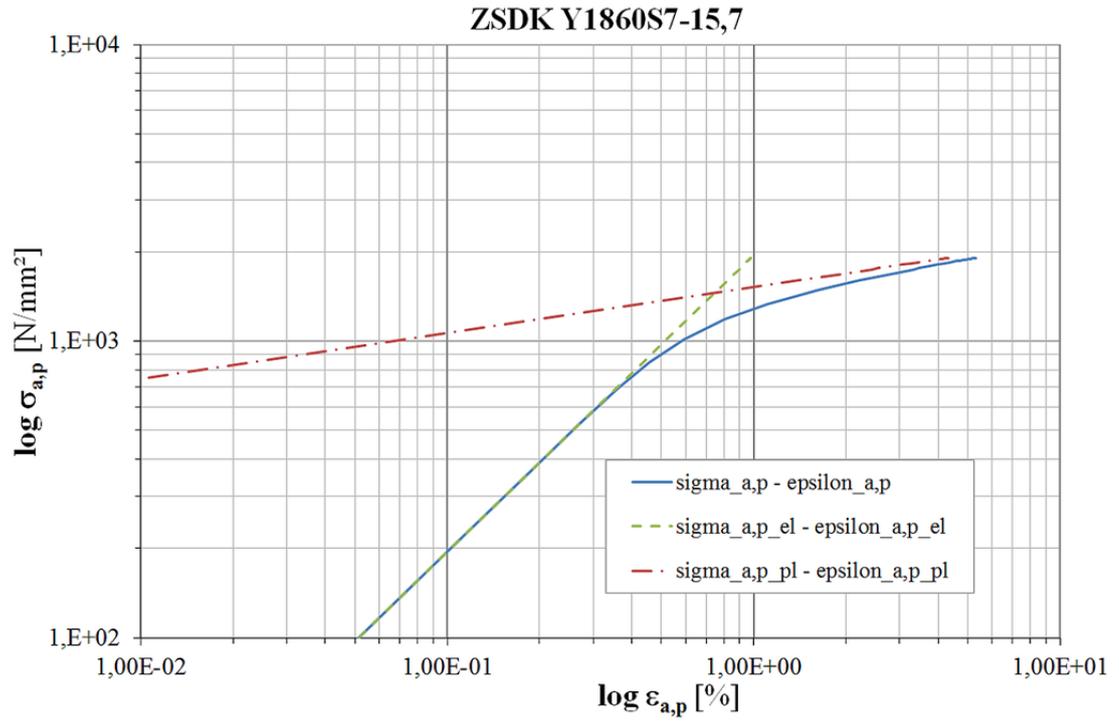
Für das KGK ist ausschließlich das plastische Materialverhalten der Komponenten relevant. Demonstrativ ist die plastische Dehnungsamplitude ϵ_a^{pl} in Gl. (5.7) für die Spannstahlmitze mit Gl. (5.8), sowie für den Keil mit Gl. (5.9), für das jeweilige Zugfestigkeitsniveau berechnet.

$$\epsilon_{a,p}^{pl} = \left(\frac{\sigma_{a,p}}{K_p'} \right)^{\frac{1}{n'}} = \left(\frac{1860 \text{ MPa}}{3106,5 \text{ MPa}} \right)^{\frac{1}{0,155}} = 3,65 \cdot 10^{-2} \quad (5.8)$$

$$\epsilon_{a,Ke}^{pl} = \left(\frac{\sigma_{a,Ke}}{K_{Ke}'} \right)^{\frac{1}{n'}} = \left(\frac{600 \text{ MPa}}{974,1 \text{ MPa}} \right)^{\frac{1}{0,15}} = 3,95 \cdot 10^{-2} \quad (5.9)$$

Die ermittelten zyklischen Arbeitslinien sind in der Abb. 5.7 (Litze) und Abb. 5.8 (Keil) in doppellogarithmischem Maßstab dargestellt, wobei die elastischen und plastischen Dehnungsanteile in guter Näherung Geraden darstellen. Die Zusammensetzung der gesamten Dehnungsamplitude ϵ_a ist durch die Eintragung der linear elastischen Dehnungsanteile ϵ_a^{el} sowie der plastischen Anteile ϵ_a^{pl} ersichtlich.

Diese zyklischen Materialgesetze bilden die Grundlage für das KKG (siehe Kap. 6.3).



5.2.3 Dehnungsbasierte Wöhlerlinien

Mit dem grundsätzlichen Zusammenhang von *Coffin, Manson und Morrow* laut Gl. (5.10) wird jedem Punkt der ZSDK eine Anrisschwingenspielzahl N_{In} zugeordnet. Die beiden Parameter b und c werden laut Kap. 5.2.2 aus dem erweiterte UML_{mod} (Litze) abgeschätzt¹⁴⁰.

$$\varepsilon_a = \varepsilon_a^{el} + \varepsilon_a^{pl} = \frac{\sigma_f}{E} \cdot (2N_{In})^b + \varepsilon'_f \cdot (2N_{In})^c \quad (5.10)$$

Trägt man die Gesamtdehnungsamplitude ε_a über der Anrisschwingenspielzahl N_{In} auf, erhält man die dehnungsbasierte Wöhlerlinie. In Abb. 5.9 ist die Dehnungswöhlerlinie der Litze in einem doppellogarithmischen Maßstab dargestellt. Die Berechnung der Wertepaare ist dem Anhang B zu entnehmen.

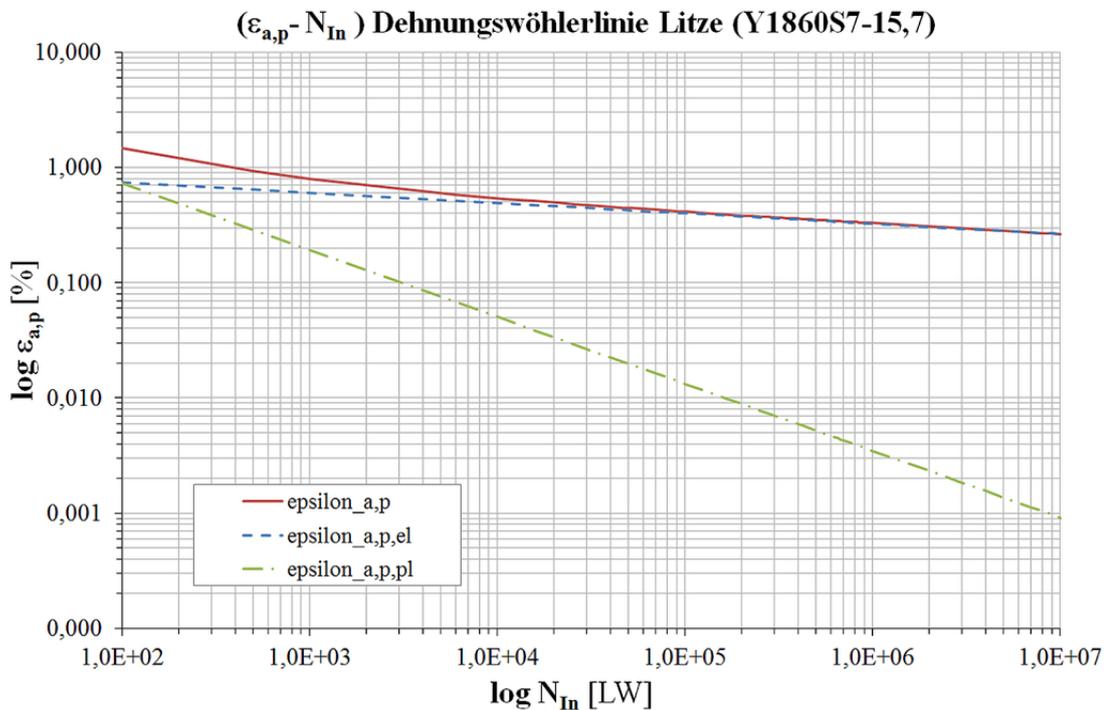


Abb. 5.9: Dehnungswöhlerlinie Litze (Y1860S7-15,7)

¹⁴⁰ Da ausschließlich die Litze betrachtet wird, kann ab sofort auf den Index p verzichtet werden.

5.2.4 Form der Hysteresekurve

Der Verlauf der zyklischen Spannungs-Dehnungslinie wird unter Zuhilfenahme der *Masing-Hypothese* in Anlehnung an [Hai06] bei Belastungsumkehr und erneuter Wiederbelastung beschrieben. Diese besagt, dass die Hysteresekurve der 2-fach vergrößerten Erstbelastungskurve folgt. Die mathematische Formulierung der *Masing-Hypothese* laut Gl. (5.11), angewandt auf die *Ramberg-Osgood* Beziehung laut Gl. (5.7), führt zum Ausdruck für die Dehnungsschwingbreite $\Delta\varepsilon_i$ im jeweiligen Umkehrpunkt¹⁴¹ der Hysterese in Gl. (5.12).

$$y = f(x) \xrightarrow{\text{Skalierung mit Faktor 2}} \hat{y} = 2 \cdot f\left(\frac{x}{2}\right) \quad (5.11)$$

$$\Delta\varepsilon_i = \Delta\varepsilon_{i,el} + \Delta\varepsilon_{i,pl} = \frac{\Delta\sigma_i}{E} + 2 \cdot \left(\frac{\Delta\sigma_i}{2 \cdot K'}\right)^{\frac{1}{n'}} \quad (5.12)$$

Wendet man die Hypothese auf ein Spannungsniveau einer Monolitze unter einer Belastung von 5,4 % GUTS¹⁴² an, wird per Definition eine Schwingbeanspruchung von $\Delta\sigma = 200 \text{ N/mm}^2$, gleichbedeutend mit einer Zugspannungsamplitude von $\sigma_a = 100 \text{ N/mm}^2$, aufgebracht. Da ausschließlich Spannungsschwingbreiten bis maximal 425 N/mm^2 betrachtet werden, kann mit dem annähernd linearen Bereich des Materialgesetzes die Lebensdauerberechnung vollzogen werden.

Zur Auswertung wird die Dehnungsamplitude ε_a verwendet, die einer Spannungsamplitude $\Delta\sigma/2$ zugeordnet ist, und schließlich mit dem Zusammenhang laut Gl. (5.12) zu einer Schwingbreite $\Delta\sigma$ führt.

5.2.5 Gedächtnis des Werkstoffes bei veränderlicher Belastung

Da ausschließlich eine Einstufenbelastung mit konstanter Amplitude betrachtet wird (siehe Kap. 2.1), werden keine Gesetzmäßigkeiten des Werkstoffgedächtnisses betrachtet, welche in anderen Fällen für eine vollständige Beschreibung des Spannungs-Dehnungspfades erforderlich sind. Die Betrachtung der Form der Hysterese mit der *Masing-Hypothese* nach Kap. 5.2.4 ist demnach ausreichend.

¹⁴¹ Der Umkehrpunkt i ist jener Punkt, in den das Koordinatensystem zu legen ist.

¹⁴² Dies entspricht einer Zugspannung von $\sigma_{ax} = 0,054 \cdot 1860 \text{ N/mm}^2 = 100 \text{ N/mm}^2$.

5.3 FEA einer 7-litzigen Spannverankerung

5.3.1 Problembeschreibung und -abgrenzung

Im Gegensatz zu einer Spannverankerung für Vorspannsysteme wird bei einer Schrägkabelverankerung die erforderliche Anzahl an Monostrands mit vorgeschalteten Dämpfungs- und Abdichtungssystemen innerhalb einer Ankerhülse in die eigentliche mechanische Kontaktzone der Keilverankerung geführt. Hier wird jede Litze innerhalb der KeAd-KIZ mit einem zwei-, häufiger dreiteiligen Stahlklemmkeil gegen Durchrutschen gehalten. Mit dieser Bauart der KIZ-Ver kann jede Litze einzeln vorgespannt und verankert werden. Dieser große baupraktische Vorteil (weitere Vorteile siehe Tab. A.2) soll mit der folgend beschriebenen FEA einer 7-litzigen Spannverankerung untersucht werden. Dabei soll geklärt werden, ob der zu analysierende Problembereich für die FE-Berechnung eingegrenzt werden kann.

Eine detaillierte Strukturanalyse der mechanischen Keilverankerungen, welche in einem breiten Anwendungsgebiet verwandter Vorspannsysteme (Vorspannung ohne Verbund, externe Vorspannung etc.) eingesetzt werden, könnte von großem Nutzen sein¹⁴³.

Abmessungen und Materialparameter der Komponenten können aufgrund der experimentellen Tätigkeit den Testberichten entnommen werden¹⁴⁴. In Abb. 5.10 und Abb. 5.11 sind die Verankerungen eines Schrägkabelsystems sowie eines vorgespannten Systems, mit den zugehörigen FE-Modellen ersichtlich. Für beide Modelle wurden zwecks Simulation der Umlenkung, eine 1,5- bis 2-fache Schlaglänge L der Litzen ab Verankerungsende berücksichtigt.

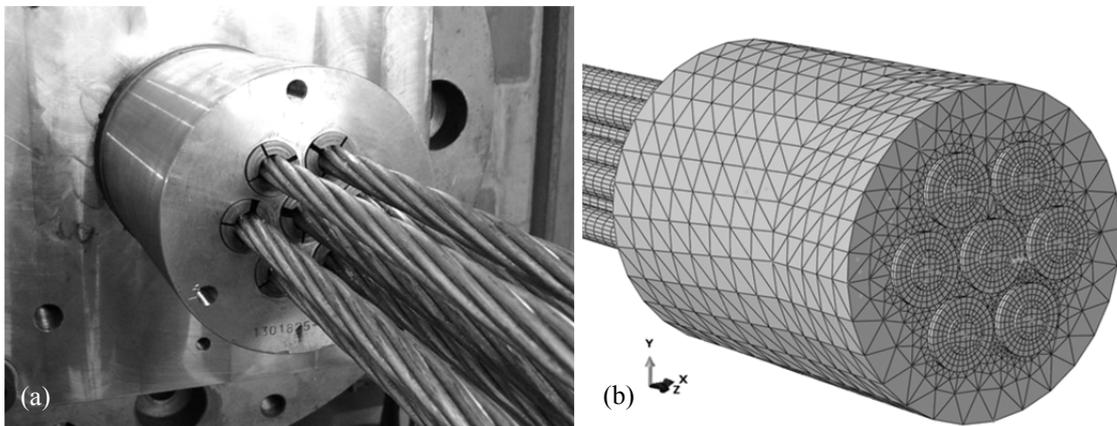


Abb. 5.10: Verankerungsbereich 7-litziges Schrägkabelsystem (a) FE-Modell (b)

Da die globalen Deformationen und Spannungsverteilungen in der gesamten Verankerung von Interesse sind, wird eine relativ grobe Diskretisierung für alle Komponenten gewählt, welche als deformierbare Kontinuen in Lagrange'scher Formulierung definiert sind. Während für die Litzen und Klemmkeile lineare Hexaederelemente (C3D8R) mit einer charakteristischen Elementkantenlänge von 2 mm gewählt werden, kommen für die Verankerungskomponenten lineare bzw. quadratische Tetraederelemente (C3D4, C3D10) in einer Größenordnung von 2 bis 10 mm zum Einsatz. Die Belastung wird statisch, in einem Lastschritt (*General static step*), verschiebungsgesteuert am Ende der Litzen aufgebracht.

¹⁴³ Dies v.a. vor dem Hintergrund der in Kap. 2.1.4 beschriebenen Materialentwicklung der Spannstähle.

¹⁴⁴ Geometriedaten sowie Versuchsergebnisse einzelner Zulassungsversuche werden nicht veröffentlicht.

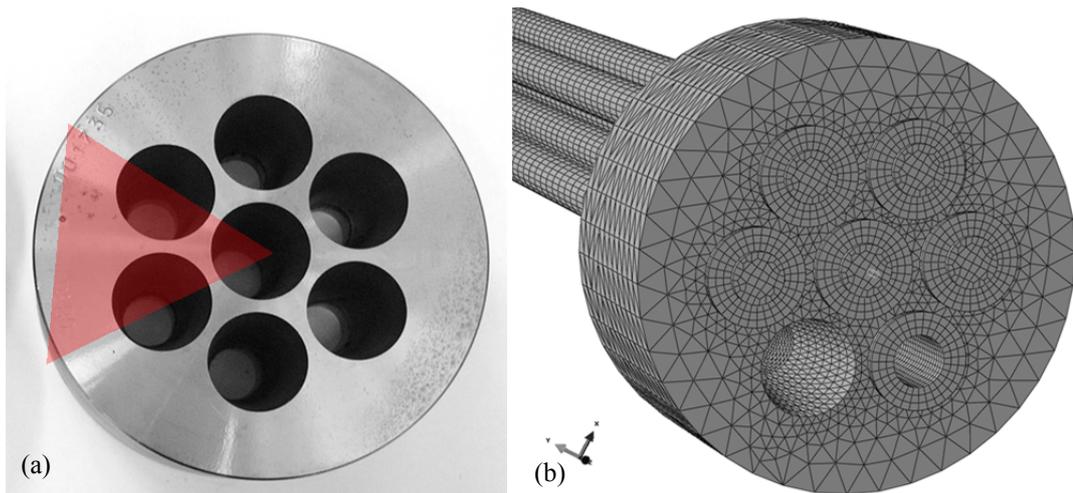


Abb. 5.11: Verankerungsbereich 7-litziges Vorspannsystem (a) FE-Modell (b)

Da diese numerische Analyse ausschließlich dazu dient, die Einflüsse der einzelnen Mono-Verankerungsbereiche auf benachbarte bzw. auf weitere Interaktionszonen zu ergründen, werden folgende Vereinfachungen¹⁴⁵ bei der Modellbildung getroffen:

- Der Litzenquerschnitt wird analog zu der analytischen Berechnung in Kap. 4.3 als Kreis mit einem Nennaußendurchmesser d_p von 15,7 mm modelliert. Damit wird der äquivalente Elastizitätsmodul $E_{\text{equ}} = 151090 \text{ N/mm}^2$ laut Gl. (4.18) verwendet.
- Die Stahlklemmkeile werden einteilig und auf der Innenseite ohne Zahnung modelliert, da die lokalen Spannungs- und Verzerrungszustände nicht von Interesse sind. Aus dem gleichen Grund werden Details wie Anfasungen oder Federringe nicht berücksichtigt.
- Da die Bauteilgeometrie, die Randbedingungen (RB), die Belastung, das Materialverhalten sowie die Lösung des statischen Zugbelastungsprozesses radialsymmetrisch sind, und ein Stabilitäts- oder Schwingungsproblem ausgeschlossen ist, kann aus Symmetriegründen das FE-Modell auf 1/6 des kreisförmigen Querschnittes reduziert werden (siehe Markierung in Abb. 5.11a). Dies wurde bei der Modellentwicklung berücksichtigt.
- Sämtliche Korrosionsschutzmaßnahmen werden vernachlässigt. Dazu zählen die Zinkauflage der Drähte, die Korrosionsschutzmasse in den Zwischenräumen, die aufextrudierte PE-Ummantelung der gesamten Litze sowie das HDPE-Hüllrohr für das gesamte Litzenbündel (Schräggabel). Wie bereits in Abb. 4.8 verdeutlicht, wird die Zinkschicht in den KeAd-KIZ durch Kerbbildungen abgebaut, spielt damit für die Kraftübertragung in diesem Bereich keine Rolle, und wird daher wie schon in Kap. 3.5.3 erwähnt, im Zuge dieser Arbeit vernachlässigt¹⁴⁶.

¹⁴⁵ Die grundsätzlichen, nicht berücksichtigten Einflussparameter sind in Kap. 2.1.5.3 beschrieben.

¹⁴⁶ Für eine Berücksichtigung in einer FEA wäre eine chemische Untersuchung des Verbundverhaltens zwischen Drahtquerschnitt und Korrosionsüberzug erforderlich.

5.3.2 Problemklassifizierung und -aufbereitung

Die Problemklassifizierung für eine statische Belastung der Verankerung erfolgt in Anlehnung an [Ram12] bzw. [RD12] und ist in Abb. 5.12 dargestellt. Um für das Festkörperproblem die Interaktionen zwischen den einzelnen Monolithen in der Mehrlitzenverankerung zu eruieren, ist eine statische Analyse ausreichend. Das vorhandene, NL Spannungsproblem folgt aus den materiellen Nichtlinearitäten (elastisch-plastisches Verhalten) sowie den NL Verschiebungsrandbedingungen zwischen den kontaktierenden Bauteilen. Eine monotone Spannungsbewertung mit dem Fokus auf die Wechselbeziehungen zwischen den einzeln verankerten Monolithen wird durchgeführt.

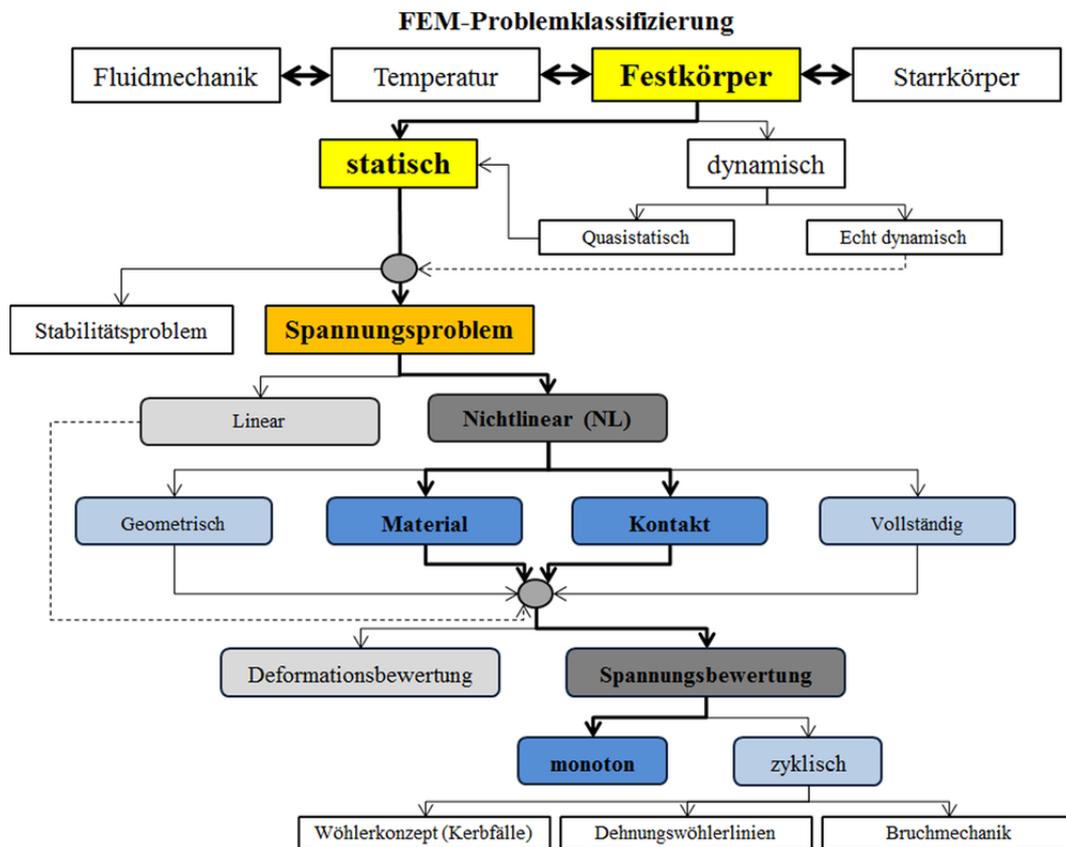


Abb. 5.12: FEM-Problemklassifizierung – statischer Zugversuch (Spannverankerung)

Randbedingungen (Lagerung und Starrkörperbewegungen)

Die Definition sämtlicher Randbedingungen (RB) erfolgt geometriebezogen (Flächen, Linien, Referenzpunkte) und ist in der Abb. 5.13 ersichtlich. Die für die Berechnung erforderlichen, äquivalenten Knotenlasten werden beim Analysestart vom Algorithmus in *Abaqus* automatisch generiert.

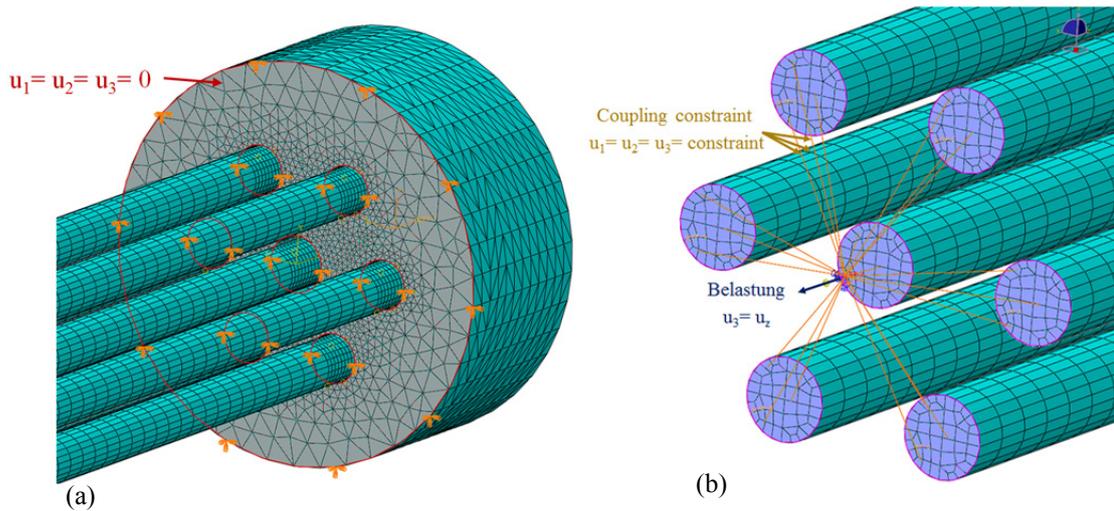


Abb. 5.13: RB - Fixierung Verankerung (a) *Coupling constraints* Litzen (b)

Starrkörperbewegungen und Lagerung:

Im *Initial Step*, der den Ausgangspunkt der Simulation darstellt, werden zur Verhinderung von Starrkörperbewegungen, und damit zur Vermeidung einer singulären Systemsteifigkeitsmatrix, die Litzen mit fiktiven Steifigkeiten versehen. Wie in Abb. 5.14 an einer Litze dargestellt, wird dies mit einem linearen Federelement mit Federsteifigkeit von 1 N/mm in Längsrichtung (z-Achse) erreicht. Der Angriffsknoten der Feder $P_{\text{Starr,p}}$ im Zentrum des Querschnitts wird dabei in vertikaler Richtung gehalten ($u_1 = 0$), sowie der Referenzknoten der Feder $P_{\text{Starr,Ref}}$ durch die Sperrung der FG 1 bis 3 translatorisch fixiert ($u_1 = u_2 = u_3 = 0$).

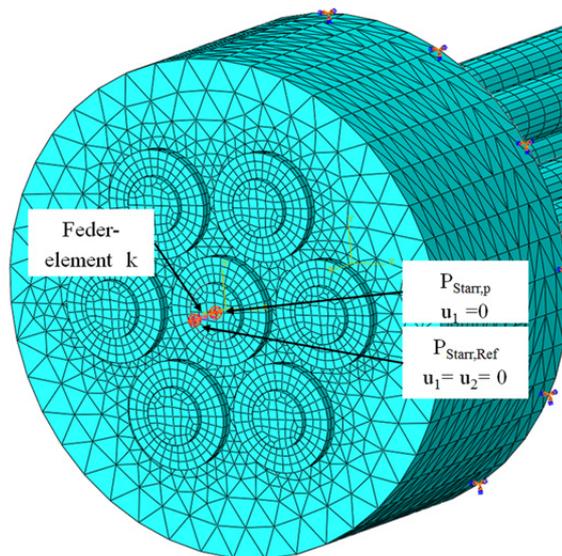


Abb. 5.14: RB – Fiktive Steifigkeit gegen Starrkörperverschiebung am Beginn der FEA

Der Auflagerbereich der Verankerung, welcher im experimentellen Versuch die Kraft über eine Ankerplatte in den Prüfrahen ableitet, wird mit einer translatorischen Fixierung realisiert ($u_1 = u_2 = u_3 = 0$, siehe Abb. 5.13a)¹⁴⁷.

¹⁴⁷ Für Knoten mit Kontakt-RB sind keine weiteren RB zu definieren.

Belastung:

In einem statischen Schritt (*General static step*) werden alle Knoten des jeweiligen Litzenendquerschnittes mit der Hilfe einer *coupling constraint* mit einem Referenzknoten gekoppelt (siehe Abb. 5.13b). Diesem Knoten wird die Verschiebungsrandbedingung $u_z = u_3$, mit einer linearen Rampe bis zur maximalen Auslenkung, eingeprägt.

Kontakt:

Nach der Definition der Oberflächen sämtlicher Kontaktpaare (Keilinnenfläche / Litzenoberfläche¹⁴⁸, Keilaußenfläche / Verankerungshülse) erfolgt die Zuweisung von flächenbasierten *surface to surface* Kontakteigenschaften. Dabei gelangen die Einstellungen *finite sliding* für grosse Relativverschiebungen, *penalty contact* mit *Coulomb*'scher Reibung¹⁴⁹ zur Simulation der Tangentialrichtung sowie *hard contact* zur Abbildung der Eigenschaften in Normalenrichtung, mit einer Default-Einstellung für die Zwangsbedingung, zur Anwendung.

5.3.3 Post-Processing und Interpretation der Ergebnisse

Die globale Analyse der Verankerung des 7-litzigen Schrägkabels zeigt die mit Abb. 5.15 dargestellten Spannungsplots für die Längsspannung sowie die *von Mises* Vergleichsspannung.

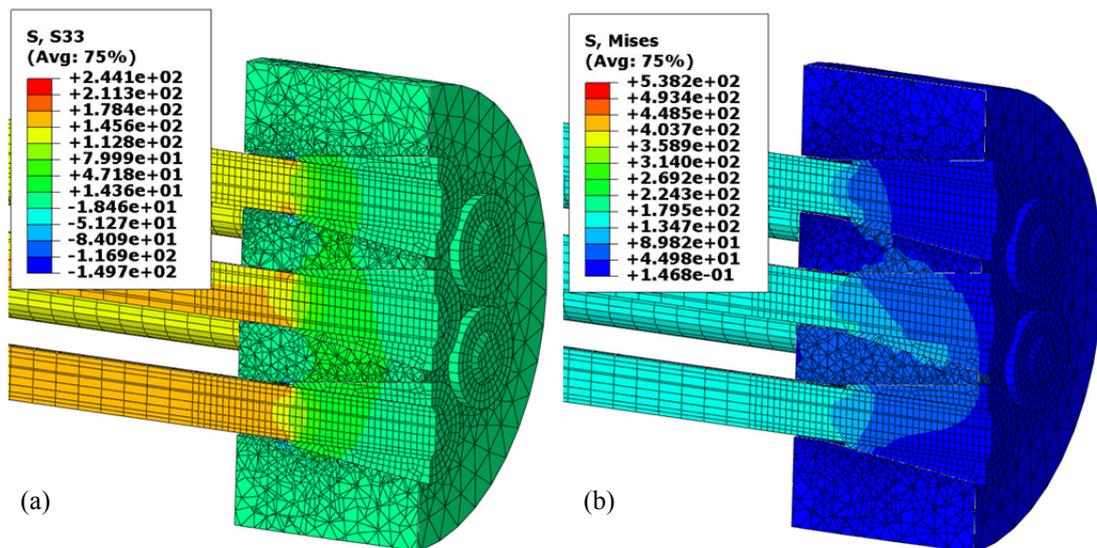


Abb. 5.15: Verankerung $F_z=45\%$ GUTS - Längsspannung σ_{33} (a) Vergleichsspannung σ_v (b)

Es zeigt sich eine Lokalisierung der maximalen Spannungsgrößen in unmittelbarer Umgebung zu den schmalen, vorderen Keilenden. Um die Interaktionen zwischen den einzelnen Monobereichen besser zu quantifizieren, wird die Vergleichsspannung σ_v mit Pfaden ausgewertet, welche durch das Zentrum der Verankerung verlaufen¹⁵⁰. Dabei wird ein Schnitt auf Höhe der Keilspitze sowie ein weiterer Schnitt am Ende des Interaktionsbereiches zwischen Verankerung und Keil betrachtet. Wie in Abb. 5.16 ersichtlich, können die Spannungskonzentrationen im Bereich der KeAd-KIZ bestätigt werden.

¹⁴⁸ Entsprechend der in Kap. 5.3.1 angenommenen Vereinfachung.

¹⁴⁹ Keil / Litze: $\mu_{Ke/Ad} = 1,20$, Verankerung / Keil: $\mu_{v/Ke} = 0,05$ (siehe Kap. 4.3.2).

¹⁵⁰ Pfadauswertung erfolgt, entsprechend der Schnittführung in Abb. 5.15, durch die gesamte Verankerung (Litzen ausgenommen).

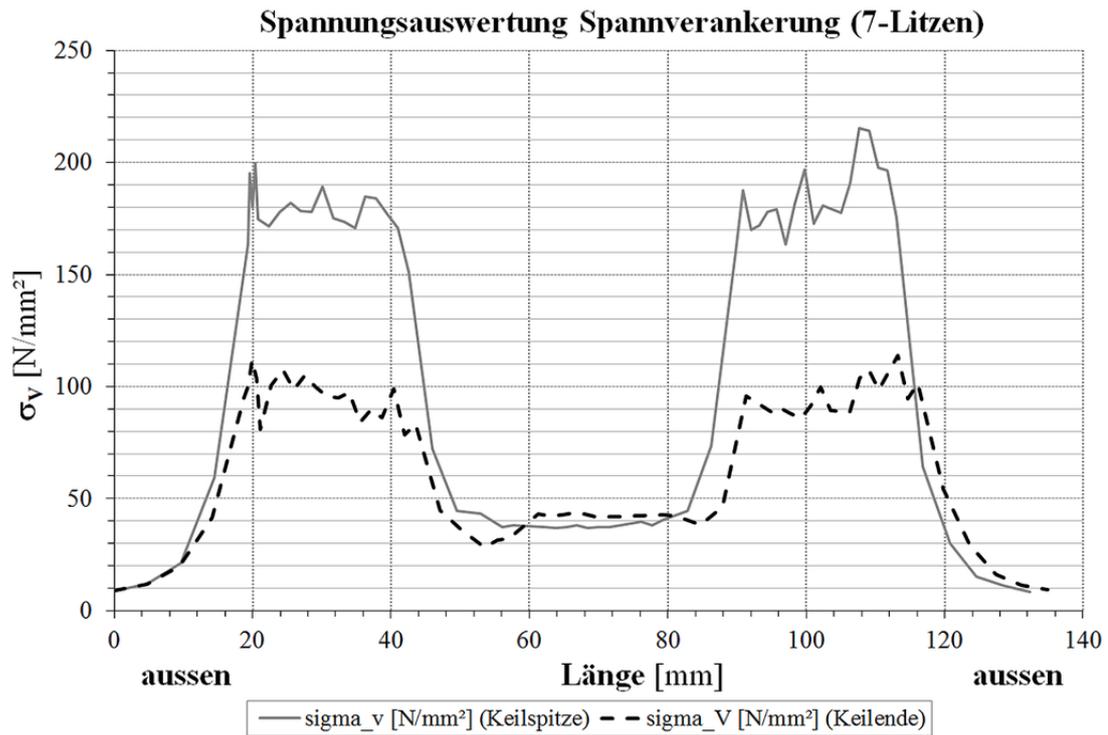


Abb. 5.16: Spannungspfadauswertung Verankerung (Vergleichsspannung σ_v)

Die in Abb. 5.17 verdeutlichten Konturplots der Diskontinuitäten¹⁵¹ im Querschnitt zeigen, dass die gewählte Vernetzung in den Kontaktzonen ausreichend verfeinert ist, um in der globalen Analyse die Kraftübertragung von den Zuggliedern auf die Verankerung, mit damit verbundene, allfällige Interaktionen zu betrachten.

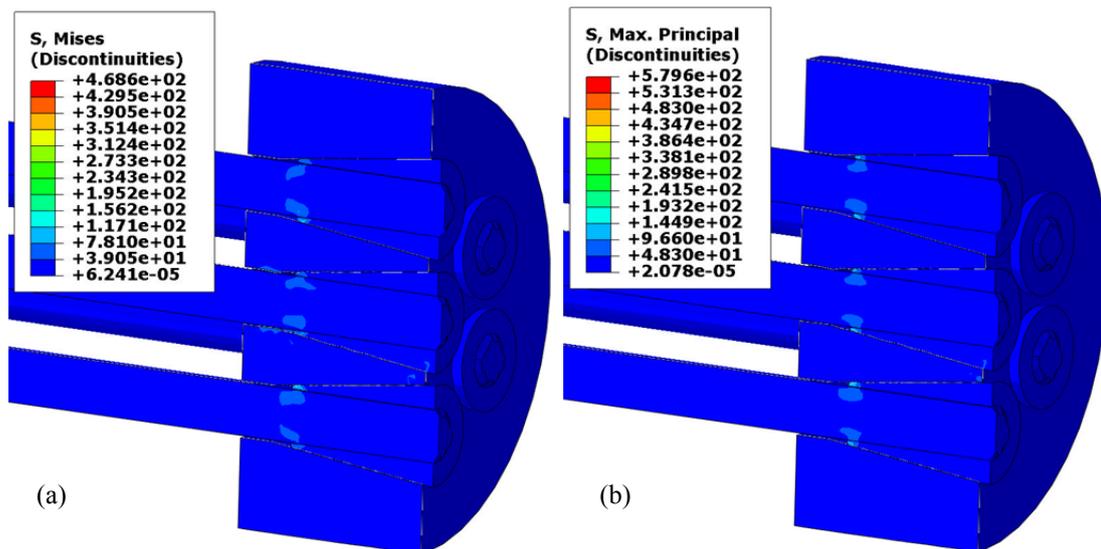


Abb. 5.17: Diskontinuitäten Verankerung - Vergleichsspannung σ_v (a)
max. Hauptnormalspannung σ_1 (b)

¹⁵¹ Ausgabe erfolgt bei einer Überschreitung der Spannungsdifferenz von 25 % zwischen den Elementen.

In der Abb. 5.18 ist der Vergleich zwischen dem experimentell gemessenen Kraft-Verschiebungsverlauf eines 7-litzigen Vorspannsystems nach [eta02], und dem Ergebnis der numerischen Simulation ersichtlich. Um den direkten Vergleich mit der Versuchsauswertung zu bewerkstelligen, wurde für das FE-Modell der Steifigkeitseinfluss der gesamten Spannliedlänge in einer Nachlaufrechnung berücksichtigt.

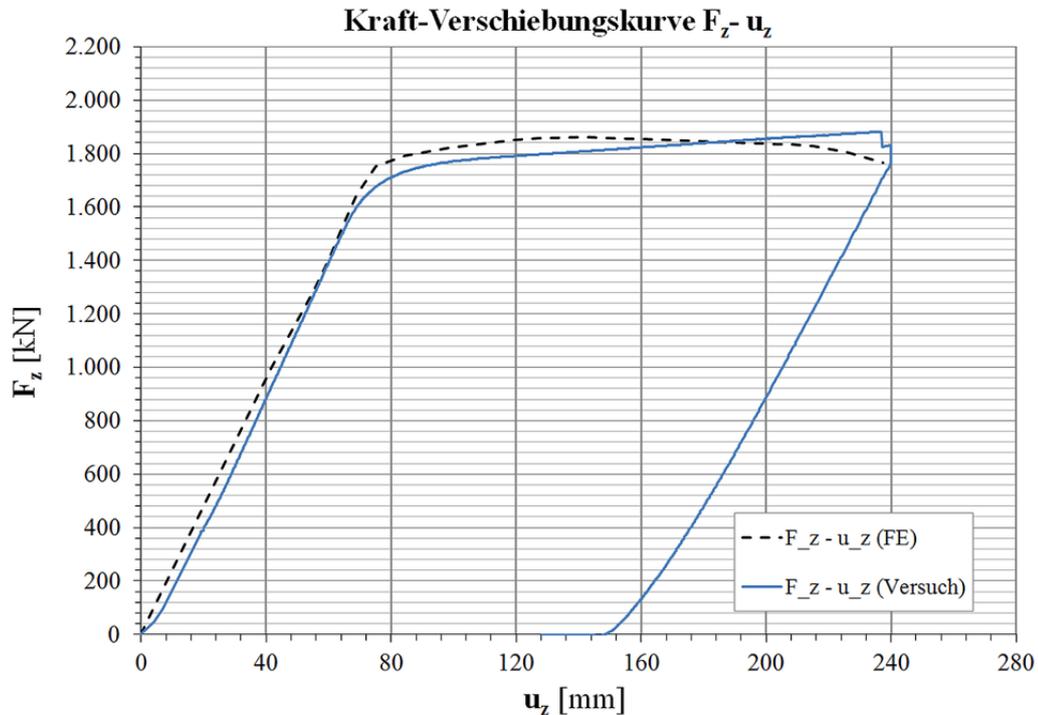


Abb. 5.18: Kraft-Verschiebungsverlauf 7-litziges Vorspannsystem

Die Gegenüberstellung zeigt zum einen für die maximale Zugkraft $F_{z,max}$ ¹⁵² eine geringe Abweichung von $\epsilon = 1,1\%$. Zum anderen kann, trotz der in Kap. 5.3.1 getroffenen Vereinfachungen, das Strukturverhalten der 7-litzigen Spannverankerung mit zufriedenstellender Übereinstimmung beschrieben werden¹⁵³. Die Abweichungen am Beginn des Lastverschiebungspfades sind auf die Keileinzüge der experimentellen Versuchsdurchführung zurückzuführen, welche in den Messaufzeichnungen enthalten sind, und daher im dargestellten Zusammenhang zu einer anfänglichen Abflachung führen. Die Abweichungen des in Abb. 5.18 verdeutlichten, plastischen Materialverhaltens vom Fließbeginn bis zum Versagen erklären zwei grundsätzliche Zusammenhänge:

- Der experimentell ermittelte Kraft-Verschiebungsverlauf stellt einen häufig auftretenden Scher- bzw. Gleitbruch dar, in welchem es zu keiner Querschnittseinschnürung kommt. Dagegen bildet der bei idealer Konfiguration der Keilverankerung berechnete Verlauf in allen Fällen die auftretende plastische Einschnürung des Querschnittes ab.
- Die Streuung der Materialqualität, welche in der FEA nicht berücksichtigt wird, führt zu massiven Unterschieden in den experimentellen Last-Verschiebungskurven. Der in Abb. 5.18 dargestellte Verlauf mit einem ausgedehnten, plastischen Verformungsplateau stellt beispielsweise keinen Regelfall in Verbindung mit einem Gleitbruchversagen dar.

¹⁵² Die tatsächliche Zugfestigkeit führt zu einer maximalen Zugkraft $F_{z,max}$, die größer als der garantierte Wert F_{pk} ist.

¹⁵³ Voraussetzung dafür ist die Implikation elasto-plastischen Werkstoffverhaltens und entsprechender Kontakt-RB.

Weiters kommt es zufolge der numerischen Behandlung des Kontaktes mit Reibung, welche sich auch als Haupteinflussgröße auf die CPU-Zeit herausstellt, zu geringfügigen Abweichungen im Verlauf der Laststeigerung. Für die weitere Vorgehensweise werden folgende Überlegungen berücksichtigt, welche für eine weitere Spezialisierung der FEA einer gesamten Spannverankerung unumgänglich sind:

- Für die vorhandenen Kontaktprobleme erzeugen Elemente 2. Ordnung Differenzen in den Kontaktkräften an Rand- und Mittelknoten zufolge der Kontaktdrücke. Damit sind zur Kompensierung von Überschneidungen der Kontaktoberflächen zusätzliche künstliche Kräfte erforderlich, die das Ergebnis verfälschen. Folgende Elementtypen zeigen dagegen eine zufriedenstellende Performance:
 - Lineare Elemente des Typs CAX4 / CAX3 (axialsymmetrisch) bzw. C3D8 / C3D4 (räumlich) weisen für die vorherrschende Kontakt-NL ein besseres Verhalten auf als dies mit quadratischen Elementen der Fall ist. Der zusätzliche Vorteil der bedeutend geringeren CPU-Zeit kann mit Gl. (5.13), welche die Zunahme der Simulationszeit in Abhängigkeit von der FG-Anzahl angibt, in Zahlen ausgedrückt werden.
- $$t_{\text{CPU}} = n^2 \cdot \text{DOF} \quad (5.13)$$
- Bei einer Vervierfachung der FG-Anzahl (lineare \rightarrow quadratische Elemente) nimmt die Rechenzeit um den Faktor 16 zu.
- Als Variante zu den linearen Tetraederelementen kommen fallweise modifizierte, quadratische Elemente C3D10M zum Einsatz.
 - Grundsätzlich sind für weitergehende Spezialisierungen, z.B. in Form von Parameterstudien, die unter Kap. 5.3.1 beschriebenen Symmetrieeigenschaften anzuwenden.

Während eine derartige Spezialisierung nicht das Ziel der Arbeit ist, kommt den Gegenüberstellungen mit experimentellen Versuchsergebnissen (Kraft-Verschiebungskurven, Keileinzüge, Deformationen der Komponenten) eine große Bedeutung zu (siehe Kap. 6 sowie Kap. 7). Erst deren Einhaltung erlaubt die in Kap. 4.4 vorgeschlagene, weitere Vorgangsweise mittels KGK und LEBM.

5.3.4 Zusammenfassung und weitere Vorgehensweise

Eine Auswertung der Spannungsgradienten innerhalb des Verankerungsquerschnittes eines Multilitzensystems lässt im Rahmen dieser Arbeit den Schluss zu, dass die Beschränkung auf kritische KIZ sinnvoll ist¹⁵⁴. Die einzelnen Monolitzen führen in den Spannverankerungen zu lokalen, komplexen Versagensmechanismen, für welche kollektive Interaktionen nur in geringem Ausmaß festgestellt werden können. Diese Aussage deckt sich mit Herstellerangaben, die eine Unabhängigkeit jeder Monolitze und daraus resultierende Vorteile, wie separates Verankern, Montieren, Spannen, sowie einen eigenständigen Korrosionsschutz angeben (siehe auch Tab. A.2). Dieser Zusammenhang kann die Problemabgrenzung für den weiteren Verlauf der Arbeit deutlich reduzieren. Die weitere Vorgehensweise besteht in der numerischen Analyse der Verzerrungs- und Spannungsverläufe einer Monolitzenverankerung.

¹⁵⁴ Diese Aussage lässt sich jedoch, aufgrund unterschiedlicher Konstruktionsformen, nicht verallgemeinern. Beispielsweise ist bei großen Schrägkabelsystemen der Einfluss von Einbauteilen innerhalb des Sockets zu beachten.

6 FE-Berechnung einer KIZ-

6.1 Darstellung der Problemanalyse

6.1.1 Problemabgrenzung

In der beschriebenen KeAd-KIZ tritt ein komplexes, NL Spannungsproblem auf. Zudem kommt in diesen Querschnittsbereichen eine Kerbung aufgrund von Kontaktpressungen hinzu. Nicht berücksichtigte Effekte wie beispielsweise der auftretende Materialverlust zufolge des Reibkorrosionsvorganges sind bereits in Kap. 2.1.5.3 sowie Kap. 3.5.3 beschrieben.

Durch den hohen Grad an NL kommt es bereits in den FE-Arbeitsmodellen zu sehr hohen CPU-Zeiten. Außerdem soll der Detailbereich der KeAd-KIZ mit dem Kerbdehnungskonzept mit auftretenden, lokalen Plastifizierungen bewertet werden. Damit kommt dem Prozess der Problemabgrenzung für das FE-Modell eine entscheidende Rolle zu. Eine Konzentration auf wesentliche Detailbereiche bzw. die Anwendbarkeit von Teilmodellen wird untersucht, um die Modellgröße zu verringern.

3D-Modell – Einfluss der Helixform

Um den Einfluss der helixförmig um den Kerndraht gewickelten Außendrähte zu untersuchen, wird das vollständige 3D-Modell einer Monoverankerung laut Abb. 6.1 mit einem vereinfachten axialsymmetrischen Modell laut Abb. 6.2, in Anlehnung an Kap. 4.3, unter Zugbelastung gegenübergestellt¹⁵⁵.

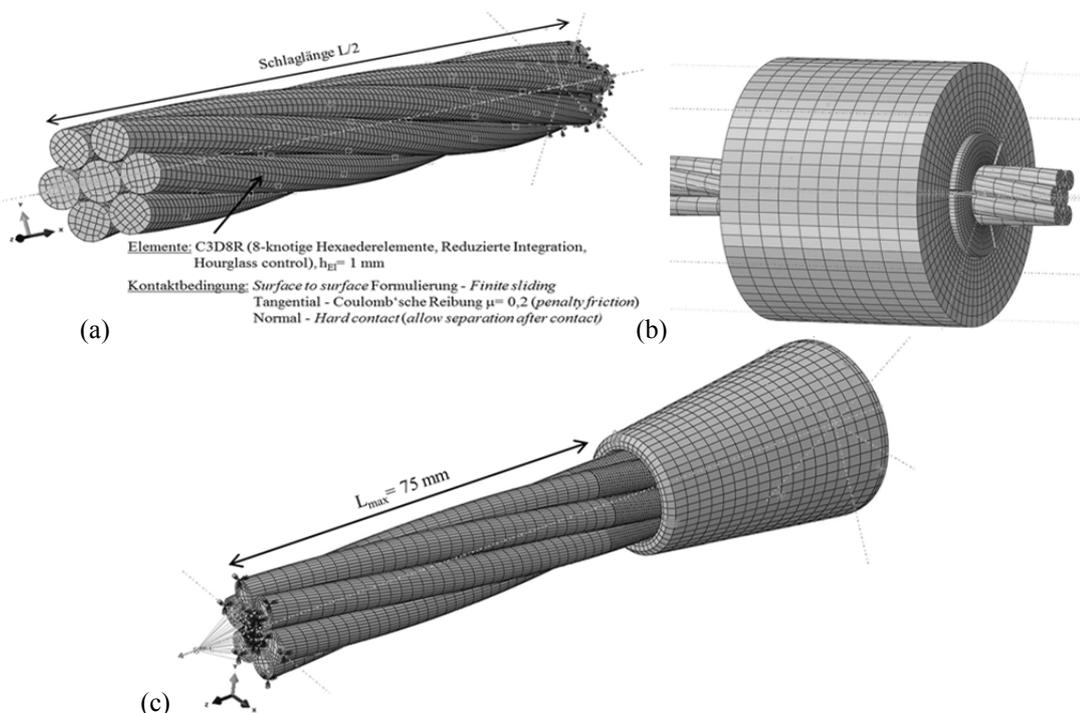


Abb. 6.1: 3D-Modell Monosystem – Freie Länge (a) Verankerung (b) Modellabgrenzung (c)

¹⁵⁵ Eine detaillierte Beschreibung der gewählten Modellvariante erfolgt in Kap. 6.2.

Konstruktionsdetails wie Federringe, Keilnfasungen, Gewindesteigungen der Keilzähne etc. haben keinen Einfluss auf das Ergebnis und werden in allen Fällen vernachlässigt.

Das in Abb. 6.1 ersichtliche 3D-Modell wird mit einer freien Länge von 75 mm – gemessen von der Keilspitze bis zur Lasteinleitung - simuliert. Damit wird im maßgebenden Bereich der KeAd-KIZ einer Ergebnisbeeinflussung, durch etwaige Störeffekte zufolge Lasteinleitung, entgegengewirkt.

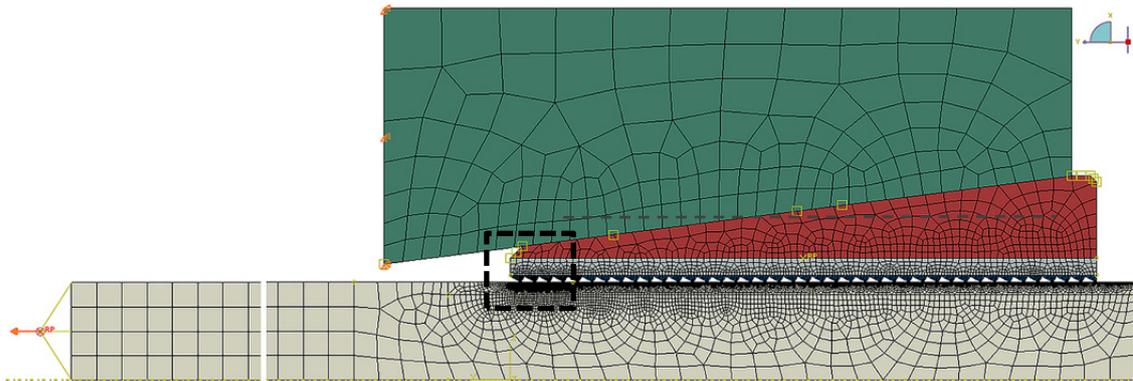


Abb. 6.2: Axialsymmetrisches Globalmodell Monoverankerung (inklusive Partitionen)

Aus der Auswertung der räumlichen Modellvariante folgt die maximale Beanspruchung in der Spannstahlitze, entlang der helixförmigen Außendrahtoberflächen im Kontakt mit den Keilzähnen. Um einen Ergebnisvergleich mit dem axialsymmetrischen Modell über die gesamte Verankerungslänge (Keillänge L_{Ke}) zu ermöglichen, wird, wie in Abb. 6.3 dargestellt, für das 3D-Modell der ungünstigste Schnitt mit zwei helixförmigen Kontaktlinien von zwei Außendrähten für die Spannungspfadauswertung herangezogen. Im Übergangsbereich zwischen Außendraht 1 sowie Außendraht 2 kommt es damit zu einem Übergangsbereich in den Verläufen der Spannungsauswertung.

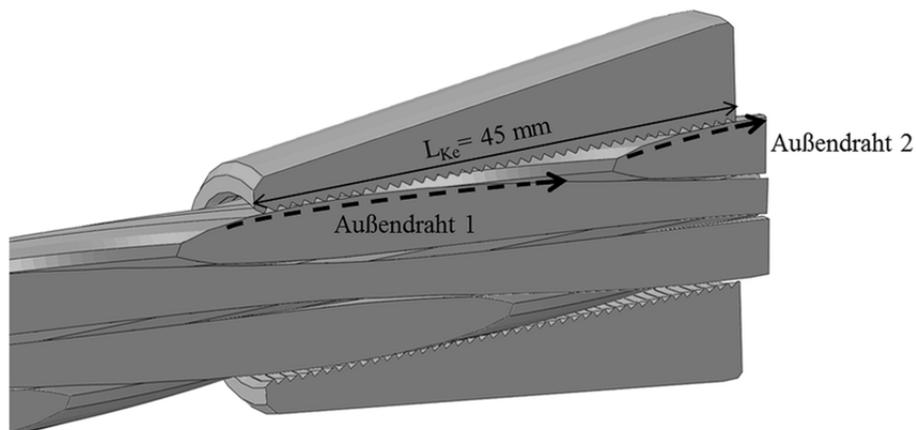


Abb. 6.3: 3D-Modell Monoverankerung (Spannungspfadauswertung)

Die Unterschiede der beiden skalaren Größen zur Spannungsauswertung (Vergleichsspannung σ_v , maximale Hauptnormalspannung σ_1), die sich aus dem Spannungstensor $\underline{\underline{\sigma}}_{ij}$ ableiten und einen direkten Vergleich mit Werkstoffparametern wie Fließgrenze $R_{p0,2}$ oder Zugfestigkeit R_m erlauben, sind folgend kurz erläutert (siehe auch Kap. 3.4 bzw. Anhang B):

- Mit der Vergleichsspannung nach *von Mises* σ_V kann der mehraxiale Spannungszustand, welcher sich in der Kontaktzone einstellt, und damit das Ausmaß der maximal beanspruchten Zonen realistisch abgebildet werden. Außerdem lassen sich mit dieser Größe Vergleiche gut darstellen. Da sich i.A. ein duktiler Werkstoffverhaltenszustand einstellt, wird häufig die Vergleichsgröße σ_V ausgewertet.
- Dagegen zeigt eine Auswertung nach der Hauptnormalspannung die Richtung eines allfälligen Risses an. Die maximale Hauptnormalspannung σ_1 (Zugspannung) verläuft senkrecht zur Richtung eines Anrisses bzw. Risses. Aufgrund der in Experimenten häufig beobachteten Rissbildung von der Oberfläche aus, wird fallweise auch die Hauptnormalspannung σ_1 betrachtet.

Die geglättete¹⁵⁶ Spannungspfadauswertung für die Vergleichsspannungen σ_V entlang der Keillänge L_{Ke} laut Abb. 6.3 sind in der nachstehenden Abb. 6.4 für eine Zugbelastung F_z von $34\% \cdot GUTS$ (Unterlast $F_u = F_{z,2}$ laut Tab. 6.3) dargestellt. Sowohl aus dem 2D- als auch dem 3D-Modell folgt die maximal beanspruchte Stelle im Bereich der Keilspitze ($l_{Ke} = 1$ bis 4 mm¹⁵⁷), mit einer guten Übereinstimmung beider Modelle für diesen kritischen Bereich. Damit bestätigen sich die experimentellen sowie analytischen Ableitungen, wonach der erste tragende Keilzahn häufig als Ausgangspunkt für statische und dynamische Versagensmechanismen eingestuft wird (siehe Abb. 2.10).

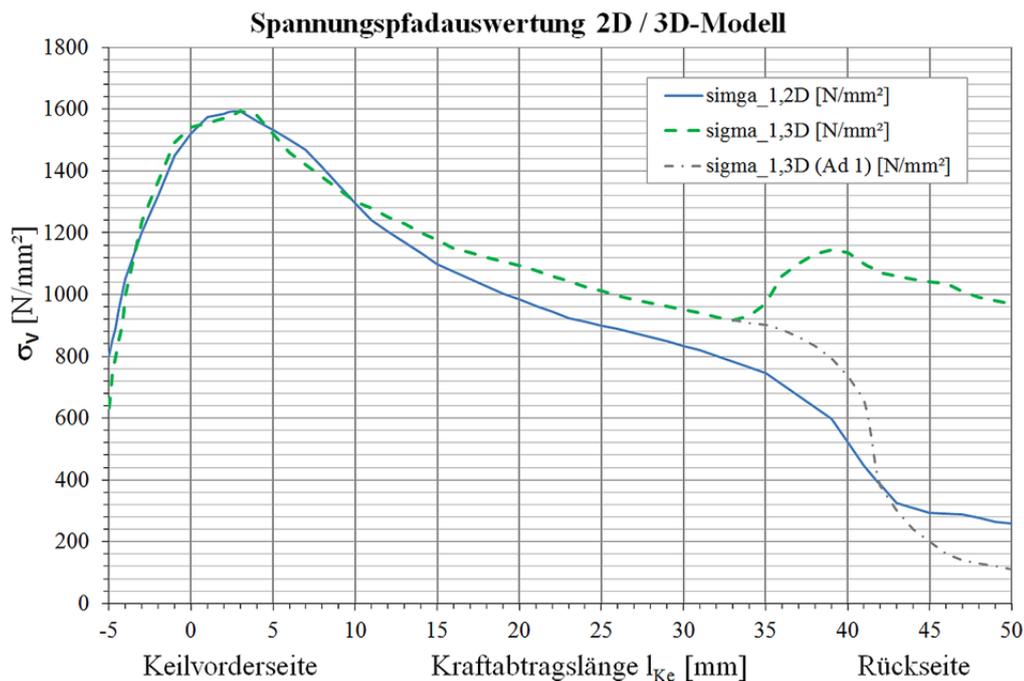


Abb. 6.4: Spannungsauswertung – axialsymmetrisches Modell vs. 3D-Modell

Dieses Ergebnis unterscheidet sich für alle Laststufen, die im Zuge des KGK zur Aufbringung einer Ermüdungsbelastung notwendig sind ($F_{z,1}$ bis $F_{z,3}$ laut Tab. 6.3), qualitativ nicht voneinander. Die kritische Zone tritt innerhalb der KeAd-KIZ an der Keilspitze auf und kann damit eindeutig als Eingangsgröße für die lokale Spannungsbewertung mittels KDK definiert werden. Der o.a. Übergangsbereich¹⁵⁸ im Spannungsverlauf zwischen den beiden Außendrähten des 3D-

¹⁵⁶ Filterung der Daten mit der Definition der Abtastrate für die Ausgabeparameter.

¹⁵⁷ Definition Kraftabtraglänge l_{Ke} laut Abb. 4.9 (beginnend von Keilspitze).

¹⁵⁸ Die Betrachtung von zwei Außendrähten entlang der Keillänge L_{Ke} ist für einen direkten Vergleich notwendig.

Modelles tritt naturgemäß in allen Laststufen auf und spielt, aufgrund der deutlichen Differenz zum maximalen Spannungsausschlag am Verankerungsbeginn, für die örtliche Bewertung keine Rolle. Der strichpunktierte Verlauf in Abb. 6.4 stellt den verbleibenden Spannungspfad für den Außendraht 1 (Ad 1) dar, der sich unmittelbar nach Kraftübertragung zwischen Keil und Außendraht 1 entlang dessen Oberfläche einstellt.

Für die weitere Vorgehensweise wird ein axialsymmetrisches Modell gewählt. Neben der Abbildung der Maximalspannungen an den kritischen Stellen kann eine feinere Vernetzung der Kontaktbereiche innerhalb der KeAd-KIZ umgesetzt werden. Bei der vorhandenen komplexen Geometrie eines vollständigen 3D-Modelles wäre dies nicht möglich, womit es in weiterer Folge zu einer deutlichen Abweichung der lokalen Spannungsspitzen kommen würde. Im Zuge des KGK wird zu Verifikationszwecken ein Vergleich der Spannungsmaxima unter Oberlast zwischen axialsymmetrischem und 3D-Modell geführt.

6.1.2 Problemklassifizierung

Wie in Abb. 6.5 ersichtlich, handelt es sich um ein Festkörperproblem. Die zyklische Beanspruchung der Ermüdungsversuche führt zu einem dynamischen Problem, welches jedoch aufgrund der in Kap. 5.2.4 beschriebenen Vorgehensweise des KGK quasistatisch behandelt werden kann¹⁵⁹. Ein Spannungsproblem mit ausgeprägter NL tritt auf. Die NL besteht auf Basis der Materialeigenschaft (elastisch-plastisch) und den Verschiebungs-RB (Kontakt mit Reibung). Die Spannungsbewertung erfolgt zyklisch hinsichtlich lokaler Plastifizierung in den kritischen KIZ.

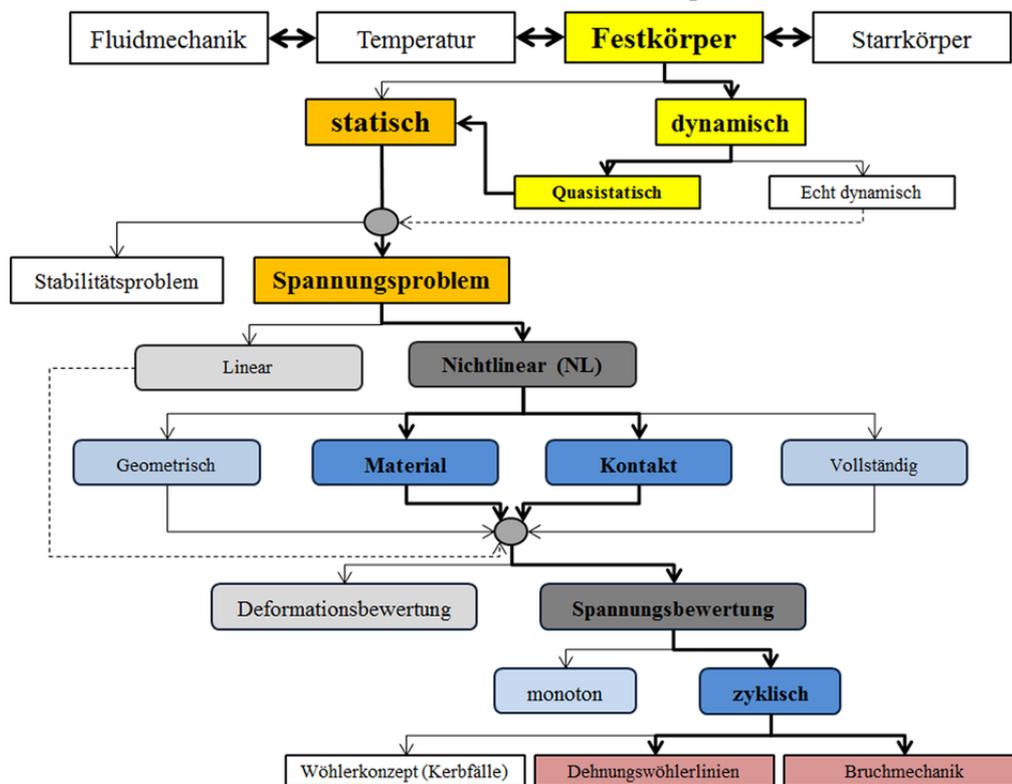


Abb. 6.5: FEM-Problemklassifizierung – Ermüdungsversuch Monoverankerung

¹⁵⁹ Mit der *Masing-Hypothese* wird ein Schwingspiel mit dem zyklischen Spannungs-Dehnungsverlauf durch eine Belastungsumkehr und erneute Wiederbelastung beschrieben.

Die Bewertung der Lebensdauer wird mit zwei Zugängen umgesetzt. Wie bereits eingehend beschrieben, sind mit dem KGK Aussagen über die Rissinitiierungsphase möglich. Sobald der technische Anriss erfolgt ist, kann mit einem bruchmechanischen Zugang in der Sphäre der linear elastischen Bruchmechanik (LEBM), in Anlehnung an [Kun08], über die Rissfortschrittsphase verfügt werden (siehe Kap.6.4).

6.2 Problemaufbereitung – Pre-Processing

6.2.1 Geometrie und Vernetzung

Die Geometrieverhältnisse der KeAd-KIZ sind in Kap. 4.3.2, u.a. in der Abb. 4.9 angeführt, wobei für die folgende Berechnung auf eine exakte Angabe gewählter Größenordnungen verzichtet wird, um keine systemspezifischen, empfindlichen Detailinformationen zu veröffentlichen¹⁶⁰. Zum Zwecke der Ergebnisinterpretation wird lediglich die Keillänge L_{Ke} mit 45 mm sowie die Zahnneigungswinkeln $\beta_{Z,vo} = 60^\circ$ sowie $\beta_{Z,hi} = 30^\circ$ angegeben.

Das vereinfachte, axialsymmetrische Modell mit Meridianschnitt laut Abb. 6.2 gelangt zur Anwendung, in welchem die Materialeigenschaften und RB auf den gesamten Umfang bezogen werden. Die dem Modell zugrunde gelegten Vereinfachungen sind in nachstehender Tab. 6.1 zusammengefasst (siehe auch Kap. 4.3). Ein vorab durchgeführter Vergleich der Spannungsmaxima bei Variation der Radien der Kontaktpartner Außendraht bzw. Litze ($r_{Ad} = 2,6$ mm bis $r_p = 7,85$ mm) sowie Keilinnenfläche führt zu keinen nennenswerten Verschiebungen der kritischen Zonen sowie zu keinen maßgebenden Spannungsdifferenzen in diesen Detailbereichen.

Vereinfachung	Modellierung	Auswirkung
Litze: Querschnitt als Kreisquerschnitt mit Nennaußendurchmesser d_p	Materialparameter werden nicht auf äquivalente Werte umgerechnet	Lokales Verhalten detailliert abbildbar
Keil: einteilig ohne Zwischenräume	Axialsymmetrisches Modell möglich	Realistische Abbildung der Kontaktzonen

Tab. 6.1: Annahmen für axialsymmetrisches Modell der KeAd-KIZ

Die radialen Steifigkeiten sowie Umfangssteifigkeiten unterscheiden sich von den axialen Steifigkeiten nicht, da keine Öffnungen etc. über den Umfang vernachlässigt werden. Damit entsprechen die effektiven E-Moduli in radialer, axialer und Umfangsrichtung dem E-Modul ($E_r = E_z = E_\phi = E$).

Bezugnehmend auf die Konvergenzstudie laut Kap. 5.1.1.3 wird die Keilspitze mit 16 bis 20 linearen Elementen entlang der Oberfläche fein vernetzt, in welcher die maximale Einpresstiefe¹⁶¹ t_z erwartet wird. In der Abb. 6.6 sind die entsprechenden Bereiche markiert, sowie die gewählten Elementtypen angegeben. In der Kontaktzone resultiert eine minimale Elementkantenlänge $h_{El,min}$ von 0,01 mm. Diese Größenordnung wird für die Kontaktbereiche der Litzenoberfläche beibehalten.

¹⁶⁰ Zudem ist dies aus Sicht des Autors für die definierte Aufgabenstellung nicht erforderlich.

¹⁶¹ Keilspitzen werden bei Belastung in die Litze gepresst, womit sich eine Eindringtiefe t_z ergibt.

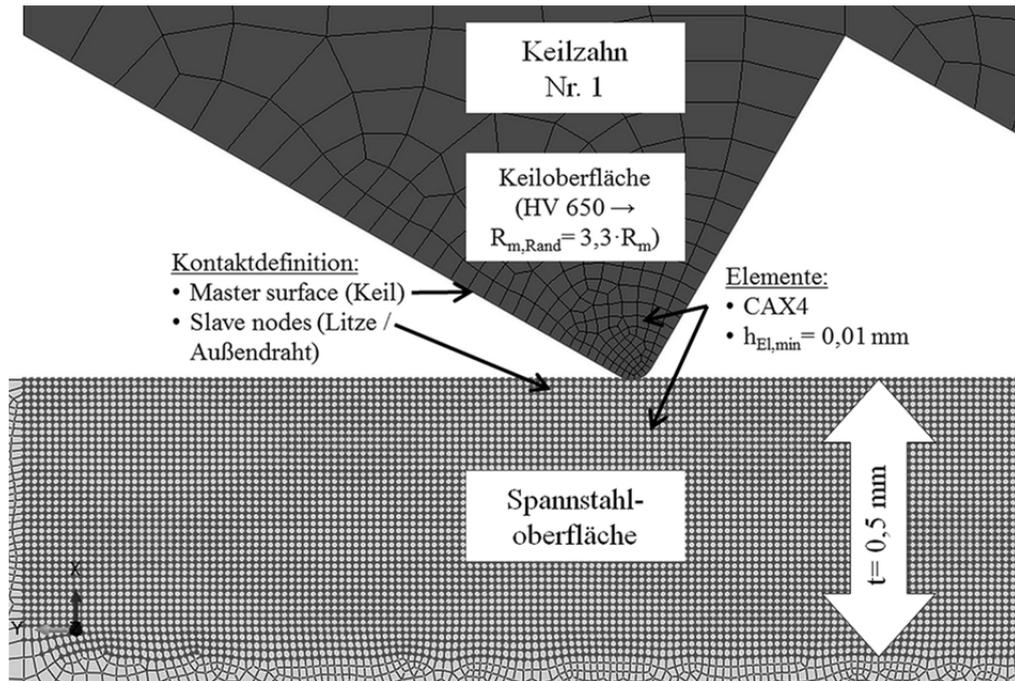


Abb. 6.6: Lokales FE-Modell KeAd-KIZ (axialsymmetrisch)

Der unmittelbare Kontaktbereich wird laut Abb. 6.6 in axialer Längsrichtung sowie in radialer Richtung bis zu einer Tiefe von 0,5 mm mit einer Elementkantenlänge von 0,01 mm modelliert. Die Verfeinerung in radialer Richtung ist zufolge des stärkeren Spannungsgradienten in den Zonen der Einpresstiefe erforderlich. In Längsrichtung wird aufgrund der Kontaktdefinition (*Masterfläche / Slaveknoten*) die Elementgrößenordnung der Keiloberfläche beibehalten. Zur Realisierung einer entsprechenden Netzverfeinerung sowie für einen fließenden Übergang in das Grundnetz ist für das globale Modell eine Partitionierung der Litzenkomponente (siehe Abb. 6.2), sowie für das lokale Modell eine Aufteilung der entsprechenden Detailbereiche der KeAd-KIZ (siehe Abb. 6.6) erforderlich.

Um den in Kap. 4.3.3 beschriebenen Härteverlauf des einsetzgehärteten Stahlkeiles in der Simulation zu berücksichtigen, wird dieser zunächst in drei Partitionen geteilt (siehe Abb. 6.2). Mit einer variierenden Zugfestigkeit R_m wird das zugrunde gelegte Spannungs-Dehnungs-Diagramm aus Kap. 5.2 skaliert, um den Härteverlauf grob abzubilden. Für die drei Partitionen werden die in Tab. 6.2 angegebenen Skalierungsfaktoren in den Materialkarten berücksichtigt. An Anlehnung an [FKM03] kann die Randzugfestigkeit $R_{m,Rand}$ (in N/mm^2) für gehärtete Bauteile mit dem 3,3-fachen Härtewert (in HV) abgeschätzt werden.

Partition Nr. (siehe Abb. 6.2)	Modellbereich	Härtewert HV 0.5 (siehe Kap. 4.3.1)	Skalierungsfaktor Zugfestigkeit R_m
1	Innere Oberfläche (bis $t = 0,6$ mm)	650	3,3
2	Mittelteil	450	3,0
3	Äußerer Teil	250	1,0

Tab. 6.2: Skalierungsfaktoren für die Materialeigenschaften des Keiles

Die im Kernbereich des Keiles gewählte Skalierung ist in Anlehnung an den bekannten, linearen Zusammenhang zwischen Zugfestigkeit R_m ¹⁶² und Härtewert σ_h für isotrope Körper laut Gl. (6.1)¹⁶³ gewählt.

$$\sigma_h = 1/3 \cdot R_m \quad (6.1)$$

Im Anhang E sind grundsätzliche Anmerkungen zu tribologischen Eigenschaften der Kontaktzonen angeführt, die für die weitere FE-Berechnung, zwecks fehlender Verifikationsmöglichkeit (siehe Kap. 8), nicht zur Anwendung gelangen.

6.2.2 Randbedingungen (RB) - Lagerung, Belastung

Lagerung und Starrkörperverschiebungen

Die statisch bestimmte Lagerung wird durch Kopplungen der freien Oberflächen (Litzenquerschnitt, Keil) mit zugehörigen Referenzknoten im *Initial Step* realisiert. Dabei werden der Keil sowie die Litze mit einer fiktiven Längssteifigkeit (z-Achse) versehen, welche in den nachfolgenden Analyseschritten wieder entfernt wird. Diese Technik ist bereits an der 7-litzigen Spannverankerung in Kap. 5.3 näher erläutert, womit eine weitere Beschreibung entfallen kann.

Belastung

Wie in Kap. 5.2 bereits eingehend beschrieben, wird die zyklische Belastung quasistatisch, mit einem Last-Zeit-Verlauf nach Abb. 6.7, verschiebungsgesteuert am freien Litzenende mit einer *coupling constraint* aufgebracht (siehe Abb. 6.2).

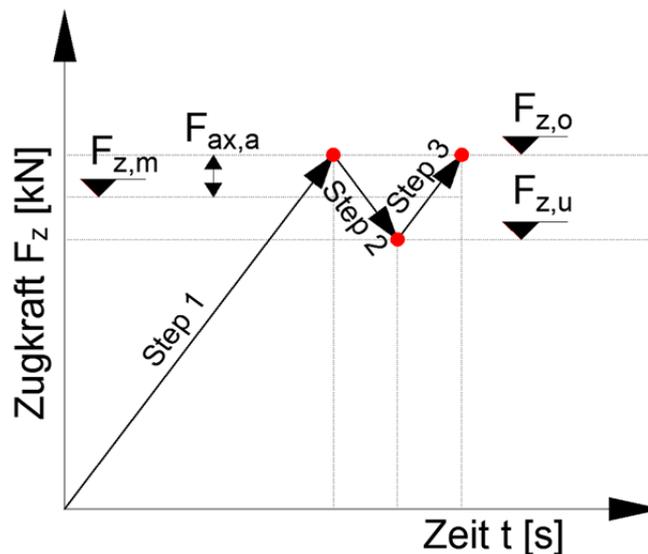


Abb. 6.7: Last-Zeit-Funktion $F_z(t)$

In Anlehnung an Tab. 4.3 ist in der nachfolgenden Tab. 6.3 die Berechnungsabfolge der aufzubringenden Laststufen aufgelistet. Dabei beschreiben die drei Umkehrpunkte ($F_{z,1} = F_o$, $F_{z,2} = F_u$, $F_{z,3} = F_o$) eine gesamte Hysterese, die sich unter einer Oberlast von 45 % der Zugfestigkeit (GUTS) sowie einer Spannungsschwingbreite von $\Delta\sigma = 200$ MPa einstellt.

¹⁶² Keil: $R_m = 490$ N/mm² (siehe Kap. 5.2)

¹⁶³ u.a. in [BT01]

Zugkraft $F_{z,i}$ [% GUTS] ^{*I}	Zugkraft $F_{z,i}$ [kN]	Dehnung ε_z [] ^{*II}
$F_{z,1} = 45,00 \%$	$F_{z,1} = 125,55 \text{ kN}$	$4,292 \cdot 10^{-3}$
$F_{z,2} = 34,25 \%$	$F_{z,2} = 95,55 \text{ kN}$	$3,267 \cdot 10^{-3}$
$F_{z,3} = 45,00 \%$	$F_{z,3} = 125,55 \text{ kN}$	$4,292 \cdot 10^{-3}$

^{*I}...Siehe Kap. 4.3 ^{*II}... $E_p = 195.000 \text{ N/mm}^2$

Tab. 6.3: Laststufen für dynamische Ermüdungsbelastung

Die Verschiebung wird nach dem Prinzip von *Saint Venant* hinreichend weit weg vom interessierenden Bereich der KeAd-KIZ eingeleitet. Mit einer Abklinglänge von 75 mm stellen sich die Störeinflüsse der Verschiebungs-RB als vernachlässigbar heraus.

6.2.3 Materialdefinition

Sämtliche Definitionen der erforderlichen Materialparameter und Grundlagen für deren Herleitung (siehe Anhang B) wurden bereits in Kap. 5.2, im Zuge der Beschreibung der Materialmodellierung, angeführt.

6.2.4 Symmetrieeigenschaften und Elementtyp

Symmetrie der FE-Modelle

Eine Vereinfachung der Modellgeometrie kann im vorliegenden Fall der axialsymmetrischen Geometrie, Belastung, Materialien, RB sowie der Lösung erfolgen. Da in keinem Fall ein Stabilitäts- oder Schwingungsproblem auftritt, kann die Modellgröße mit einem axialsymmetrischen Meridianschnitt mit Dickenzuordnung signifikant reduziert werden. Das zugehörige Koordinatensystem ist ein Zylinderkoordinatensystem mit den drei Richtungen z (Rotationsachse=Längsrichtung), r (Radialrichtung) und θ (Umfangsrichtung=Tangentialrichtung).

Elementwahl

Analog zu den in Kap. 5.3 erläuterten Zusammenhänge kommen aufgrund der Kontaktproblematik ausschließlich lineare Elemente zum Einsatz. Verwendete axialsymmetrische Kontinuums-elemente und deren Eigenschaften sind in Tab. 6.4 angeführt.

<i>Abaqus</i> -Bezeichnung	Beschreibung	Anwendung	Interpolationsfunktion	FG	Knoten
CAX4	Viereck linear	Überwiegend im gesamten Modell	Linear	8	4
CAX3	Dreieck linear (CST)	Übergangsbereiche	Linear	6	3
CAX8	Viereck quadratisch	Konvergenzstudie (siehe Kap. 5.1.1.3)	Quadratisch	16	8
CAX6	Dreieck quadratisch	Konvergenzstudie (siehe Kap. 5.1.1.3)	Quadratisch	12	6

Tab. 6.4: Elementtypen im FE-Netz der KeAd-KIZ (axialsymmetrisch)

Neben den zwei aktiven FG, in radialer Richtung $\text{DOF1} = u_r$ sowie in Längsrichtung $\text{DOF2} = u_z$, tritt in Umfangsrichtung als dritter Freiheitsgrad DOF3 der tangentialer Umfangswinkel θ auf (Rotation um z-Achse). Lineare Dreieckselemente (CST constant strain triangle) der *Abaqus*-Code Bezeichnung CAX3 werden ausschließlich als Übergangselemente verwendet, da sie sehr steif¹⁶⁴ sind und veränderliche Spannungsfelder lediglich treppenförmig abbilden.

Um möglichst genaue Resultate der Verschiebungen und der damit verbundenen Verzerrungen sowie Spannungen zu erzielen, wird für alle Elemente eine volle Integration verwendet. Ein vorab durchgeführter Vergleich der Berechnungszeit bei Verwendung von voller gegenüber reduzierter Integration bei verschiedenen Netzverfeinerungsstufen führt zu einer durchschnittlichen, moderaten Erhöhung der CPU-Zeit von 20 %¹⁶⁵. Zudem wird mittels voller Integration den bei reduziertem Integrationschema massiv auftretenden Nullenergiemoden (*hourglassing*) vorgebeugt.

6.2.5 RB – Reibkontakt

Das vorhandene NL Reibkontaktproblem¹⁶⁶ zwischen Keil und Außendraht ist numerisch aufwendig, da es bei Überwindung der Haftgrenze zu einem Gleitvorgang und damit zu einer fortschreitenden Kontakt-RB kommt¹⁶⁷. Die zu erwartenden Gleitvorgänge in den KIZ führen zu Relativverschiebungen von $\geq 1 \mu\text{m}$, und sind damit größer als 1/10 der Elementkantenlänge h_{El} (0,01 mm), womit die in [Aba13g] empfohlene Einstellung *finite sliding* verwendet wird.

6.2.6 Berechnungsparameter und Algorithmen

Kontaktbedingungen

Alle Testserien zeigen, dass die einsatzgehärteten Stahlkeile keinem Materialabtrag unterliegen. Daher wird in der gewählten *node-to-surface* Kontaktpaarung die innere Oberfläche des Keiles als Masteroberfläche (*master surface*) sowie die Kontaktzone des Spannstahls als Slavebereich (*slave nodes*) definiert (siehe Abb. 6.6).

Dabei gelangen die Einstellungen *finite sliding* für große Relativverschiebungen, *penalty contact* mit *Coulomb*'scher Reibung¹⁶⁸ zur Simulation der Tangentialrichtung sowie *hard contact*, mit einer Default Einstellung für die Zwangsbedingung, zur Abbildung der Eigenschaften in Normalenrichtung zur Anwendung.

Die geglättete Kontaktformulierung, welche in einem *smooth-step* appliziert wird, berücksichtigt im ersten Schritt keine Kontaktbedingung. Danach wird bestimmt, welche Knoten der Slavebereiches (Litze) die Master-Oberfläche (Keil) durchdrungen haben. Aus diesem Maß der Durchdringung, der zugehörigen Masse und dem Zeitschritt werden Kräfte berechnet, welche für das Verdrängen der eingedrungenen Knoten des Keiles erforderlich wären. Im nächsten Schritt werden diese Kräfte mit der Masse der durchgedrungenen Knoten addiert und auf die *master surface* aufgebracht. Aus Kraft und Masse wird eine Beschleunigungskorrektur für die

¹⁶⁴ Lineare Dreieckselemente können keine Deformationen in sich selbst abbilden.

¹⁶⁵ Diese Angabe streut in Abhängigkeit des FE-Modelles.

¹⁶⁶ Derartige Kontakt-RB treten z.B. beim Prozess des mechanischen Fügens auf, bei welchem eine Welle in eine Nabe gepresst wird bzw. bei einem Autofrettage-Prozess (siehe [PR11]).

¹⁶⁷ Bei zyklischen Gleitvorgängen kommt es zum Frettingphänomen (Detaillierte Beschreibung siehe Kap. 3.5.1)

¹⁶⁸ Keil / Litze: $\mu_{\text{Ke/Ad}} = 1,20$, Verankerung / Keil: $\mu_{\text{v_e/Ke}} = 0,05$ (siehe Kap. 4.3.2).

Litzenbereiche, und aus der korrigierten Bewegung der Keilbereiche eine Beschleunigungskorrektur für die Knoten der Litzen berechnet. Beide Kontaktpartner erfahren jeweils eine Gegenkraft entsprechend einer zusammengedrückten Feder, deren Steifigkeitswahl auf das Zeitinkrement Δt wenig Einfluss ausübt. Die Reibung als tangentialer Kontakt wird mittels des *Coulomb'schen* Reibungsgesetzes berücksichtigt.

Da im Zuge der Spannungsauswertung für das KGK eine aufwändige Schädigungsberechnung entfällt, wird ab dem 2. Analyseschritt (siehe Abb. 6.7 - 2. Step) mit einer Submodellanalyse mit Restartfunktion, inklusive einer Neuvernetzung der auftretenden Kerbbereiche in der KeAd-KIZ, fortgefahren (Lokales Modell siehe Markierung in Abb. 6.2). Dabei werden die Verschiebungs-RB des globalen Modells als Belastung für das lokale Modell angesetzt.

In der Abb. 6.8 ist die Zahneinpresstiefe t_z unter dem Lastniveau der Oberlast $F_{z,0}$ für die ersten beiden Keilzähne dargestellt. Der Vergleich mit in Kap. 4.2.2 angegebenen Größenordnungen – $t_z = 135 \mu\text{m}$ aus der analytischen Abschätzung bzw. $t_z = 100 \mu\text{m}$ aus einer groben Vermessung einer Testserie – zeigt für die berechneten Bandbreiten von 100 bis 125 μm eine gute Übereinstimmung.

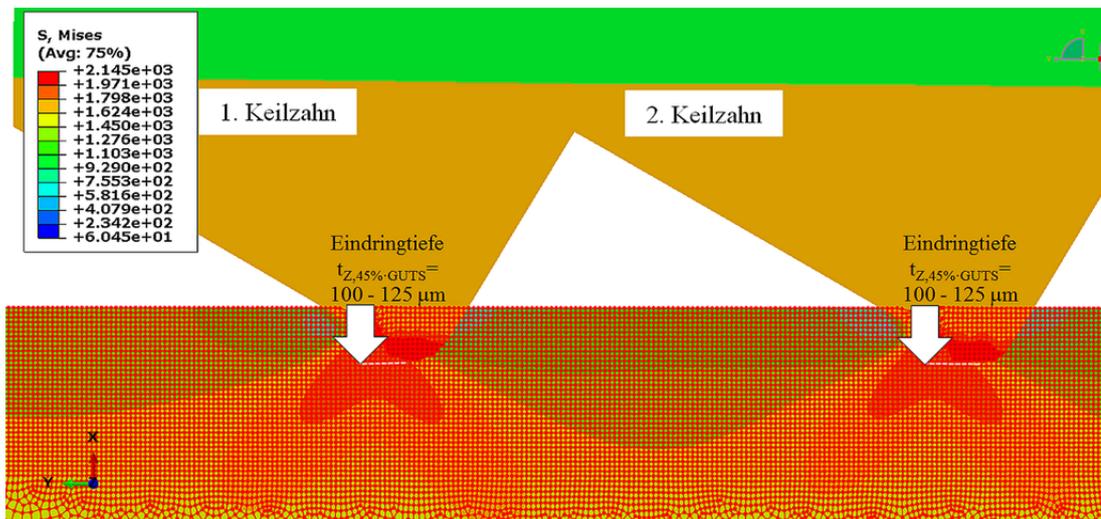


Abb. 6.8: Einpresstiefe t_z an den ersten Keilzähnen ($F_{z,0} = 0,45 \cdot \text{GUTS}$)

FEM-Algorithmus

Die Lösung der kompilierten Modelle wird mit einer inkrementellen Vorgehensweise realisiert (siehe Anhang C). Um das vorhandene Kontaktproblem, insbesondere aufgrund der zu berücksichtigenden Reibung mit $\mu > 0,2$, numerisch zu lösen, wird die volle Tangentialsteifigkeitsmatrix \underline{K} mit der Solver-Einstellung *direct unsymmetric matrix storage* verwendet.

Die daraus gewonnenen, örtlichen, zyklisch stabilisierten Spannungs-Dehnungsverteilungen dienen als Eingangsgröße für das Kerbgrundkonzept (KGK). Die Rissinitiierungsphase kann damit abgeschätzt werden. Für die anschließende Risswachstumsphase gelangt das Konzept der linear elastischen Bruchmechanik (LEBM), welches im Maschinen- und Anlagenbau sowie zum Teil im Stahlbau eine häufig verwendete Methode darstellt, zur Anwendung.

Beide Konzepte berücksichtigen die essentiellen, spannungserhöhenden Effekte und werden nachstehend auf das FE-Modell der KeAd-KIZ angewandt.

6.3 Betriebsfestigkeitsberechnung mittels KGK

Mit der in Kap. 4.4 abgeleiteten Methode des Kerbgrund- bzw. Kerbdehnungskonzeptes (KGK bzw. KDK), dessen Abfolge in Abb. 6.9 dargestellt ist, wird eine lokale Bewertung der zyklischen, elastisch-plastischen Spannungsverteilungen in den kritischen Zonen durchgeführt.

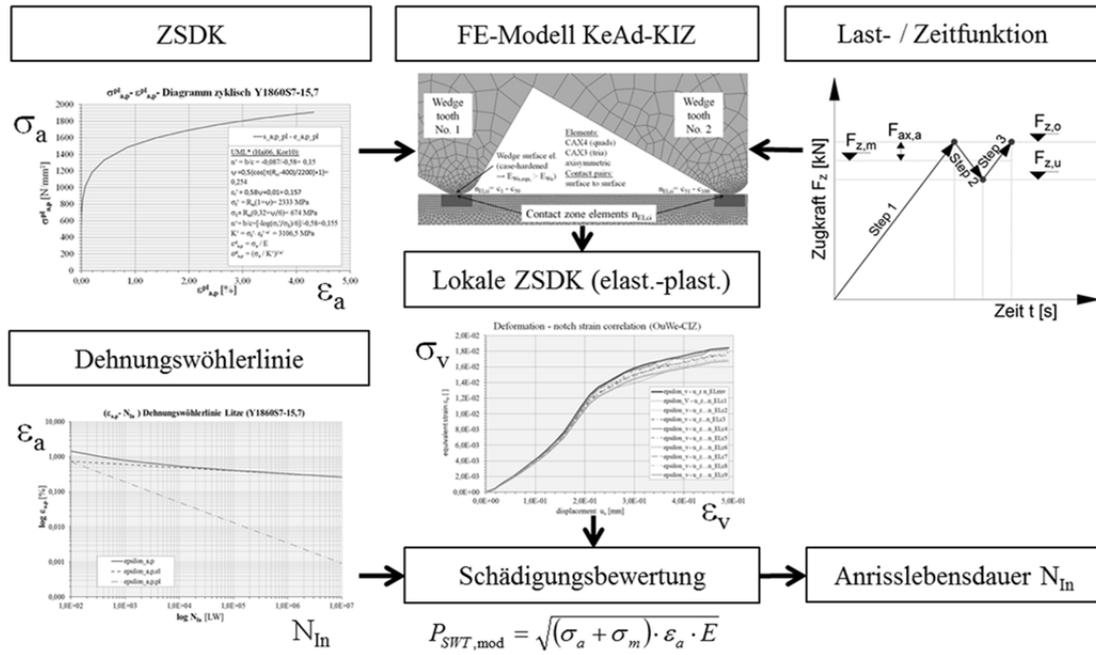


Abb. 6.9: Übersicht Kerbgrundkonzept (KGK)

Die zu Grunde gelegten ZSDK sind in Kap. 5.2 beschrieben. Die in Kap. 3.5.3 und Kap. 4.3.2 zusammengefasst, maßgebenden mechanischen Zusammenhänge und Einflüsse auf das Ermüdungsverhalten können mit dieser Vorgehensweise Berücksichtigung finden.

Vorgangsweise KGK

a) Ermittlung der Bauteilfließkurven

Der Zusammenhang zwischen aufgebrachtter Belastung und der maßgebenden Kerbbeanspruchung wird mit Bauteilfließkurven hergestellt, welche das Ergebnis der FEM-Berechnung sind. Dabei werden die Spannungen σ_{ij} und Dehnungen ϵ_{ij} in den Kerbelementen¹⁶⁹ der KeAd-KIZ während eines Schwingspiels berechnet. Zu diesem Zweck wird die in Abb. 6.7 dargestellte Last-Zeit-Funktion verwendet. Die zeitliche Abfolge setzt für die einstufige Zugkraft $F_z(t)$ drei Umkehrpunkte ein, wobei Step 2 und Step 3 in einer Submodellanalyse mit Restartfunktion umgesetzt werden, um die neue Kontaktsituation laut Abb. 6.8 abzubilden. Die damit beschriebene, vollständig schließende Hysterese (siehe Kap. 5.2) wird an die statische Erstbelastungskurve angehängt, womit die ermittelten kritischen Bereiche einer örtlichen Schädigungsbewertung unterzogen werden können.

¹⁶⁹ Die Kerbung folgt aus dem ersten Analyseschritt mit statischem Spannungs-Dehnungs-Verlauf bis zur Oberlast σ_o (Step 1 in Abb. 6.7). Im lokalen Modell wird diese Kerbung mit der zyklische Spannungs-Dehnungs-Hysterese belastet (Step 2 und 3 in Abb. 6.7).

b) Zyklisches Materialverhalten

Die für das KGK notwendige, realitätsnahe Erfassung des zyklischen Materialverhaltens ist im Detail bereits in Kap. 5.2.2 beschrieben. Die Anwendung des klassischen örtlichen KGK vernachlässigt zyklische Kriechvorgänge bzw. Relaxationsvorgänge der Mittelspannung.

c) Örtliche Spannungs-Dehnungs-Pfade

Auf Grundlage der unter a) ausgewerteten Bauteilfließkurven und den unter b) erläuterten zyklischen Werkstoffgesetzen können die örtlichen Spannungs-Dehnungs-Pfade ermittelt werden. In der Kerbumgebung innerhalb der KeAd-KIZ werden für die kritischen Kerbelemente für beliebige Schwingspiele die örtlichen Spannungs-Dehnungspfade ausgewertet. Weil eine Anrissbildung in den Testserien nicht an exakt identischen Kerbgrundstellen identifiziert werden konnte, werden die im lokalen Submodell simulierten, ersten vier Keilzahnspitzen als kritischer Bereich behandelt (siehe Markierung in Abb. 6.2).

Da der Lebensdauerberechnung ein einaxialer Zustand zu Grunde gelegt wird (Tab. 2.5), müssen die mehraxialen Spannungen und Verzerrungen des interessierenden Kerbbereiches auf äquivalente Vergleichsgrößen umgerechnet werden. Aufgrund der vorhandenen Duktilität der Werkstoffe, als auch des Beanspruchungsniveaus, wird die GEH nach *von Mises* angewandt, welche unter Kap. 5.2 sowie im Anhang B näher beschrieben ist.

d) Spannungs-Dehnungs-Hysteresen

Die Spannungs-Dehnungs-Hysteresen, welche sich im Verlauf eines Schwingspieles in den maßgebenden Kerbzonen einstellen, können nun aus dem FE-Modell ermittelt werden. Abb. 6.10 zeigt den Verlauf der Vergleichsdehnung ε_v und Vergleichsspannung σ_v im Laufe einer Belastungssequenz, wobei für die Schädigungsbewertung die Einhüllenden (folgend *Hüllkurven*¹⁷⁰) aller elementbezogenen Spannungs-Dehnungs-Kurven in der kritischen Zone des lokalen FE-Modells¹⁷¹ herangezogen werden.

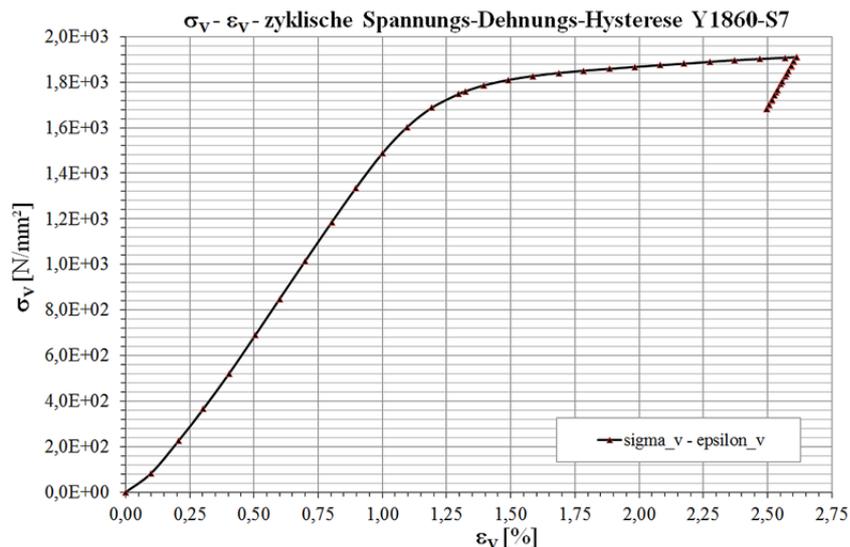


Abb. 6.10: Vergleichsdehnung ε_v im Zuge eines Schwingspieles

¹⁷⁰ Geben den Maximalwert der Kurvenschar pro Verschiebungsincrement an.

¹⁷¹ Siehe Markierung in Abb. 6.2.

Die Auswertung nach der Vergleichsdehnung ε_V bzw. Vergleichsspannung σ_V wird aufgrund des duktilen Verhaltens der beteiligten Komponenten vorgenommen. Während der Laststeigerung kommt es, sowohl für die Auswertung nach der Vergleichsspannung σ_V als auch auf Basis der maximalen Hauptzugspannung σ_1 , zur Verschiebung der maßgebenden Stelle innerhalb des Kerbgrundes der 1. Keilzähne. Dazu kommen numerisch bedingte Unstetigkeiten zufolge örtlicher Steifigkeitsabminderungen einzelner Elemente, die bei Laststeigerung jedoch wieder in den ursprünglichen Verlauf einschwenken.

Für den weiteren Rechengang werden ausschließlich die o.a. Hüllkurven der maßgebenden Zone berücksichtigt. Damit wird die Änderung der kritischen Position im Laufe eines Schwingens vernachlässigt. Da sich im Laufe der Belastungsabfolge mit überwiegender Mehrheit wiederholt die gleichen, lokalen Zonen als kritisch herausstellen, ist diese Vereinfachung, in Anbetracht des dadurch gewonnenen Zeitbedarfs für die Berechnung, gut zu vertreten.

e) Schädigungsbewertung und Lebensdauerabschätzung

Auf Grundlage der beschriebenen, lokalen Spannungs-Dehnungs-Hysteresen kann abschließend die Lebensdauerbewertung durchgeführt werden. Der empirisch abgeleitete Schädigungsparameter $P_{SWT,mod}$ laut Gl. (6.2) nach *Smith, Watson und Topper* (u.a. in [Hai06]), welcher von *Bergmann und Beste* modifiziert wurde, berücksichtigt die vorherrschende Zugmittelspannung¹⁷², welche zu einem Öffnen vorhandener Risse und damit zu einem negativen Einfluss auf die Ermüdungsfestigkeit führt. Der Faktor $K_{R,\sigma}$ stellt den Rauigkeitsfaktor zur Berücksichtigung der Oberflächenbeschaffenheit dar, und wurde bereits in Kap. 2.1.5 mit 1,0 abgeschätzt.

$$P_{SWT,mod} = K_{R,\sigma} \cdot \sqrt{(\sigma_a + K_1 \cdot \sigma_m) \cdot \varepsilon_a \cdot E}; K_1 = \begin{cases} 1 \dots \sigma_m \geq 0 \\ 0 \dots \sigma_m < 0 \end{cases} \quad (6.2)$$

Damit ist der Mittelspannungseinfluss auf die Lebensdauer integriert. Für das vorhandene Zugmittelspannungsniveau $\sigma_m > 0$ folgt aus Gl. (6.2) nachstehende Gl. (6.3).

$$P_{SWT,mod} = \sqrt{(\sigma_a + \sigma_m) \cdot \varepsilon_a \cdot E} \quad (6.3)$$

Damit wird die örtliche Bauteilhysterese auf einen Schädigungsbeitrag $P_{SWT,mod}$ umgerechnet, welcher eine mittelspannungsfreie Form, mit äquivalenter Schädigung, besitzt. Berücksichtigung des Zusammenhanges von *Coffin, Manson und Morrow* laut Gl. (5.10) führt zum resultierenden Schädigungsparameter $P_{SWT,ges}$ nach Gl. (6.4).

$$P_{SWT,ges} = \sqrt{\sigma'_f{}^2 \cdot (2 \cdot N_{In})^{2b} + \sigma'_f \cdot \varepsilon'_f \cdot (2 \cdot N_{In})^{b+c} \cdot E} \quad (6.4)$$

Die Auswertung der in diesem Sinne ermittelten Schädigungs-Wöhlerlinie zur Beschreibung der Lebensdauer bis zum Anriss N_{In} erfolgt in Tabellenform und ist in nachstehender Tab. 6.5 beschrieben. Dabei stellt $F_{z,a}$ die Zugkraftamplitude, $\sigma_{V,a}$ die Spannungsamplitude, $\Delta\sigma_V$ die Spannungsschwingbreite, $\varepsilon_{V,a}$ die Dehnungsamplitude, $\Delta\varepsilon_V$ die Dehnungsschwingbreite, σ_m die Mittelspannung sowie $P_{SWT,ges}$ den o.a. Schädigungsparameter dar.

¹⁷² Die zu bewertende Spannungsponente ist für $P_{SWT,mod}$ nicht vorgeschrieben.

$F_{z,a}$ [kN] ^{*I}	$\sigma_{v,a}$ [N/mm ²] ^{*I}	$\Delta\sigma_v$ [N/mm ²] ^{*II}	$\varepsilon_{v,a}$ [] ^{*I}	$\Delta\varepsilon_v$ [] ^{*II}	σ_m [N/mm ²] ^{*I}	$P_{\text{SWT,ges}}$ [N/mm ²]
$F_{z,a,j}$	$\sigma_{v,a,j}$	$\Delta\sigma_{v,j}$	$\varepsilon_{v,a,j}$	$\Delta\varepsilon_{v,j}$	$\sigma_{m,j}$	$P_{\text{SWT,ges},j}$
$F_{z,a,j+1}$	$\sigma_{v,a,j+1}$	$\Delta\sigma_{v,j+1}$	$\varepsilon_{v,a,j+1}$	$\Delta\varepsilon_{v,j+1}$	$\sigma_{m,j+1}$	$P_{\text{SWT,ges},j+1}$

*I... Exakte Kraft-, Spannungs- bzw. Dehnungsniveaus mittels linearer Interpolation ermittelt

*II... $\Delta\varepsilon_v = 2 \cdot \varepsilon_{v,a}$; $\Delta\sigma_v = 2 \cdot \sigma_{v,a}$

Tab. 6.5: Schädigungsbewertung der kritischen Kerbelemente in der KeAd-KIZ

Damit können die diskreten Wertepaare der jeweiligen Laststufen (siehe Anhang D – Tab. D.3), zufolge mehrerer Amplitudenniveaus, auf Grundlage der durch die *Abaqus*-Output-Generierung vorhandenen Parameter $\sigma_{v,a}$, $\varepsilon_{v,a}$ sowie σ_m , berechnet werden. Die damit ermittelte Schädigungsparameter-Wöhlerlinie gibt den in Gl. (6.3) bzw. Gl. (6.4) formulierten mathematischen Zusammenhang zwischen dem Schädigungsparameter $P_{\text{SWT,ges}}$ und der Lebensdauer bis zum Anriss (Anrisschwingungszahl N_{in}) an. Die Lebensdauer der Rissinitiierungsphase N_{in} errechnet sich, unter Verwendung des in Kap. 5.2.3 beschriebenen Zusammenhanges der Dehnungswöhlerlinie, aus dem elastischen Dehnungsanteil $\varepsilon_a^{\text{el}}$ der Gl. (5.10) und lässt sich, auf Basis der Vergleichsspannung σ_v , durch Gegenüberstellung mittels Gl. (6.5) ermitteln.

$$\varepsilon_a^{\text{el}} = \frac{\sigma_{v,a}}{E} = \frac{\sigma'_f}{E} \cdot (2N_{\text{in}})^b \rightarrow N_{\text{in}} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\sigma_{v,a}}{\sigma'_f} \right)^{\frac{1}{b}} \quad (6.5)$$

Damit lässt sich die Lebensdauer der Rissinitiierungsphase N_{in} eruieren, um in Kap. 6.4.3 zur Abschätzung der Gesamtlebensdauer N_{ges} eingesetzt zu werden, welche wiederum in nachstehendem Kap. 6.4.1 erläutert ist.

6.4 Implementierung bruchmechanischer Überlegungen

6.4.1 Grundlegende Überlegungen zur Bewertung der Lebensdauer

Die in den Kapiteln 5.1 und 5.2 erwähnten Überlegungen unterstreichen die Wichtigkeit, das bei zyklischer Beanspruchung auftretende, schlagartige Ermüdungsversagen ohne Vorankündigung in den KIZ-Ver innerhalb der Verankerungen, zu studieren. Dementsprechend kommt der Bewertung der Lebensdauer bzw. Nutzungsdauer der kritischen Systemkomponenten große Bedeutung zu. Abb. 6.11 gibt einen Überblick über die Gesamtlebensdauer einer Spannverankerung¹⁷³. Details zur Bruchmechanik bzw. auch zu den einzelnen Lebensdauerphasen sind im Anhang D zu finden.

Sieht man von intrinsisch vorhandenen Gegebenheiten ab¹⁷⁴, lässt sich die Gesamtlebensdauer N_{ges} von vorgespannten Systemen bzw. Schrägkabelsystemen in eine Rissbildungs- bzw. Initiierungsphase „1“ über einen Zeitraum t_{in} und eine Rissfortschritts- bzw. Rissausbreitungsphase „2“ sowie „3“ über einen Zeitbereich t_{F0} aufteilen.

¹⁷³ Per Definition (u.a. [Bue05]) setzt sich der Schwingbruch aus einem Ermüdungs- und Restgewaltbruch zusammen. Im Sprachgebrauch ist jedoch für die gesamte Bruchform häufig die Bezeichnung Ermüdungsbruch zu finden.

¹⁷⁴ Damit wird die in Abb. 6.11 grau dargestellte, anrissfreie Phase „0“ über den Zeitraum t_0 vernachlässigt.

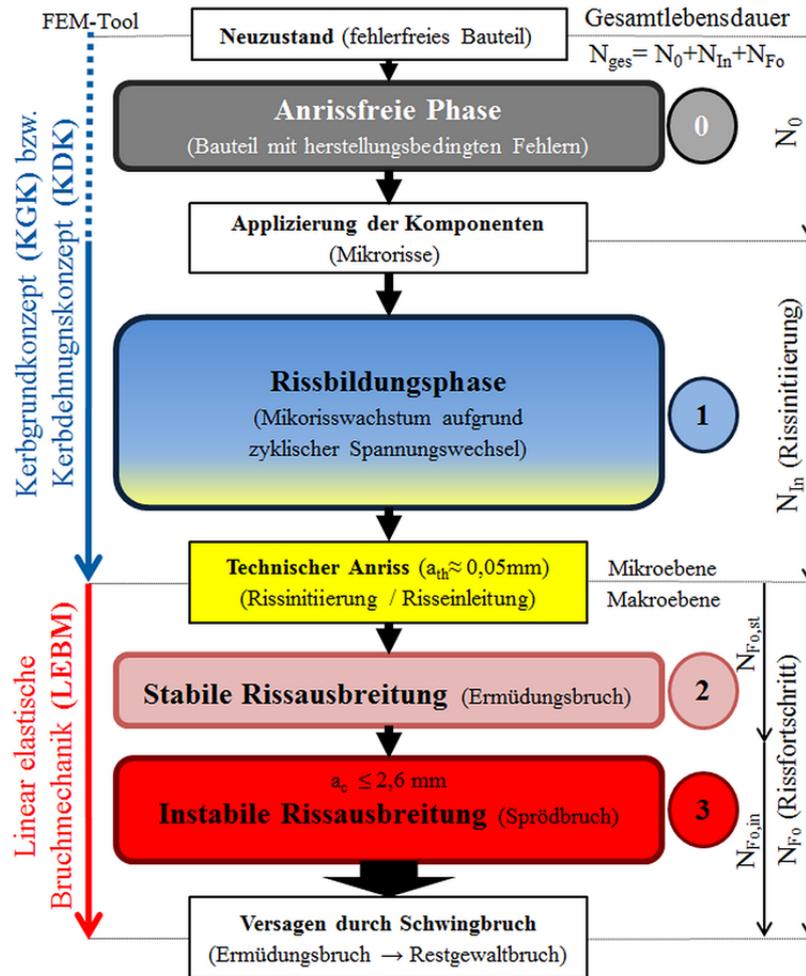


Abb. 6.11: Gesamtlebensdauer einer Spannverankerung

Prinzipiell startet die Anrissbildung, sowohl in den KIZ-Ver als auch in der KIZ-Frei der Litzenzugglieder, an der Oberfläche. Die Länge des technischen Anrisses a_{th} sowie der kritischen Risslänge a_c wurden bereits in Kap. 3 behandelt. Nach Tab. 3.1 folgt für den Schwellenwert der Risslänge a_{th} eine Bandbreite von 0,01 bis 0,05 mm sowie für die kritische Risslänge 0,1 bis 2,6 mm. Ab dem Schwellenwert der Risslänge a_{th} startet in der Makroebene die Rissfortschrittsphase über einen Zeitraum t_{Fo} und zugehöriger Lastwechselanzahl N_{Fo} , welche sich in eine stabile Rissfortschrittsphase „2“ ($t_{Fo, st}$, $N_{Fo, st}$) und in eine instabile Rissfortschrittsphase „3“ ($t_{Fo, in}$, $N_{Fo, in}$) aufteilt.

6.4.2 Bruchmechanik zur Ermittlung des Rissfortschrittes

6.4.2.1 Allgemeines zur Anwendungsmöglichkeit der Bruchmechanik in der KIZ

Die in Kap. 6.3 beschriebene Berechnungsabfolge zur Anwendung des KGK führt zu einer Information über die Rissinitiierungsstelle. Aussagen zum Rissfortschritt nach erfolgter Rissinitiierung sind mit einer zyklischen Spannungsbewertung in der Sphäre der Bruchmechanik möglich. In dieser Arbeit wird dies in Anlehnung an *Kuna* [Kun08] und *Richard et al.* [RS09] durchgeführt.

Aufgrund der Festigkeits- und Bruchflächenanalyse in Kap. 3 wird ein elliptischer Oberflächenriss mit typischem a/c- Verhältnis von 1/2 mit einer Anfangsrisslänge a_{th} von 0,05 mm postuliert und bewertet. Zwei häufige Rissarten werden betrachtet:

- Ein Riss, der aufgrund einer Kontaktinteraktion von der Drahtoberfläche (Ad/Ad, Ad/Kd), durch einen vorhandenen Defekt bzw. durch ein gewöhnliches Stadium des Mikrorisswachstums an den Gleitbändern der Oberfläche entsteht.
- Ein Riss, der aufgrund beschriebener Reibvorgänge in einer Kerbe in der KeAd-KIZ auftritt.

Für die bruchmechanische Bewertung wird jeweils ein linear elastisches Werkstoffverhalten mit einer im Vergleich zur Risslänge kleinen plastischen Zone, ein Kleinbereichsfließen (SSY) an der Risspitze, angenommen. Dies gilt als vereinfachte Annahme, da die Voraussetzungen für die Anwendung der LEBM laut Gl. (3.1) in Kap. 3.2.1 nur für einen Bereich der angenommenen Bandbreite der Bruchzähigkeit K_{Ic} von $K_{Ic} < 80 \text{ MPa} \cdot \text{m}^{1/2}$ erfüllt sind¹⁷⁵. Gleichzeitig ist damit bei duktilem Werkstoffverhalten eine zusätzliche Sicherheitsreserve vorhanden. Zur Übersicht ist die Bedingung zur Anwendung der LEBM mit Gl. (6.6) angeführt.

$$B, a, (w - a) \geq 2,5 \cdot \left(\frac{K_{Ic}}{R_{p0.2}} \right)^2 \quad (6.6)$$

Die Stärke des Rissspitzenfeldes wird für diesen Bereich einzig durch die Spannungsintensitätsfaktoren (SIF) K_I , K_{II} und K_{III} bestimmt (siehe Anhang D). Für die räumliche Spannungsverteilung, mit der fallweise vorhandenen Kerbung in der KeAd-KIZ, muss grundsätzlich von einer allgemeinen Mixed-Mode-Beanspruchung (Mode I, II sowie III) ausgegangen werden (siehe Tab. D.1).

6.4.2.2 Methoden zur Abschätzung der Rissfortpflanzung

Der Rissfortschritt kann durch eine Gegenüberstellung der Rissgeschwindigkeit da/dN_{Fo} [mm/LW] mit der zyklischen Spannungsintensität ΔK_I [$\text{MPa} \cdot \text{m}^{1/2}$] in doppellogarithmischem Maßstab in Abb. 6.12 beschrieben¹⁷⁶ werden. Wie o.a. stellt $\Delta K_{I,th}$ den Thresholdwert dar, welcher den Schwellenwert zwischen kurzen und langen Rissen definiert. Die Lebensdauer N_{Fo} in diesem Abschnitt stellt die Lebensdauer für die Rissfortpflanzung nach Abb. 6.11 dar.

a) Rissfortschrittsberechnung nach Paris-Erdogan

Mit der s.g. Paris/Erdogan-Gleichung Gl. (6.7) kann der Bereich „2“ der Rissgeschwindigkeitskurve laut Abb. 6.12 beschrieben werden. Durch Vernachlässigung des Threshold-Bereiches führt dies i.A. zu einer konservativen Lebensdauerprognose.

$$\frac{da}{dN_{Fo}} = C_p \cdot \Delta K_I^{m_p} = C_p \cdot (\Delta \sigma \cdot Y_I \cdot \sqrt{\pi \cdot a})^{m_p} \quad (6.7)$$

¹⁷⁵ $K_{Ic} \leq R_{p0.2} \cdot (d_{Ad} / 2,5 / 1000)^{1/2} = 1760 \text{ N/mm}^2 \cdot (5,2 \text{ mm} / 2,5 / 1000)^{1/2} = 80,3 \text{ MPa} \cdot \text{m}^{1/2}$

¹⁷⁶ Die in diesem Abschnitt gewählte Darstellung für Mode I gilt sinngemäß für alle Modes (Mixed Mode etc.).

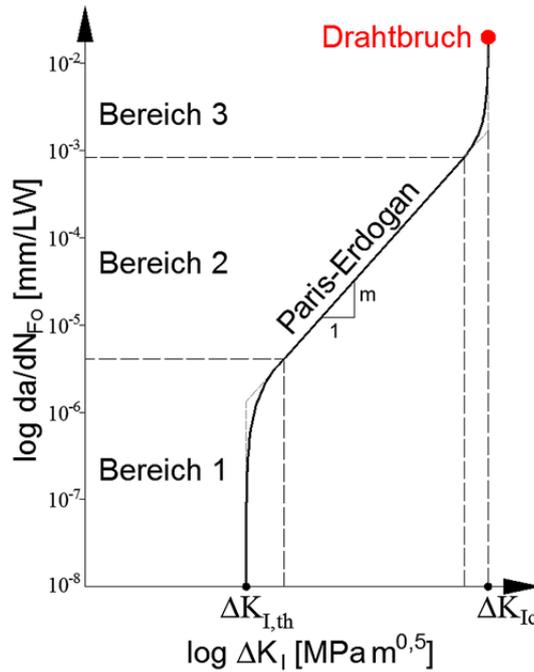


Abb. 6.12: Rissgeschwindigkeitsdiagramm in Anlehnung an [RS09]

Die Gültigkeit der *Paris-Erdogan* Gl. ist prinzipiell nach unten zu begrenzen. Bei vorhandenem Schwellenwert des Spannungsintensitätsfaktors $\Delta K_{I,th}$ wird dies mit der Gl. (6.8) bewerkstelligt.

$$\frac{da}{dN_{Fo}} = 0 \text{ für } \Delta K_I < \Delta K_{I,th} \quad (6.8)$$

Während für ein Risswachstum die Voraussetzung zutreffen muss, dass die Schwingbreite des Spannungsintensitätsfaktors ΔK_I größer als der Thresholdwert $\Delta K_{I,th}$ für den Bereich „2“ ist, tritt unter der Bedingung $da/dN_{Fo} = 0$ Rissstillstand auf. Dies ist gleichbedeutend mit der Aussage, dass $\Delta K_I < \Delta K_{I,th}$ ist. $\Delta K_{I,th}$ kann der Literatur entnommen werden und wurde bereits mit Gl. (3.11) nach [Hob97] für ein Spannungsverhältnis R von 0,76 zu $80,6 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-3/2}$ ($= 2,55 \text{ MPa} \cdot \text{m}^{1/2}$) abgeschätzt.

Nach einer Empfehlung aus dem Standardwerk [Hai06] sollte bei auftretenden Korrosionseffekten jedoch $\Delta K_{I,th} = 0$ gesetzt werden. Diese ausdrückliche Empfehlung unterstreicht die Schwierigkeit der Berücksichtigung von Korrosionserscheinungen, und speziell in der KeAd-KIZ, die Ermittlung des Lebensdauerbereiches „1“ nach Abb. 6.12.

Der aus Gl. (6.7) abgeleitete Zusammenhang in Gl. (6.9) wird durch Integration über die Risslänge zur Abschätzung der Lebensdauer N_{Fo} von einem bestehenden Riss a_{th} bis zur kritischen Risslänge a_c verwendet.

$$N_{Fo} = \int_{a_{th}}^{a_c} \frac{da}{C_P \cdot \Delta K_I^{m_P}} = \frac{1}{C_P \cdot (\Delta \sigma \cdot \sqrt{\pi})^{m_P}} \cdot \int_{a_{th}}^{a_c} \frac{da}{(Y_I \cdot \sqrt{a})^{m_P}} \quad (6.9)$$

Für $m \neq 2$ kann die Integration in geschlossener Form erfolgen, womit Gl. (6.10) folgt.

$$N_{Fo} = \frac{1}{C_P \cdot \Delta\sigma^{m_P} \cdot Y_I^{m_P} \cdot \pi^{m_P/2} \cdot (1 - m_P/2)} \cdot \left[a_c^{1-m_P/2} - a_{th}^{1-m_P/2} \right] \quad (6.10)$$

Zu Vergleichszwecken soll ein weiterer Ansatz zur Beschreibung des Einflusses der weiteren Lebensdauerbereiche „1“ und „3“ betrachtet werden.

b) Rissfortschrittsberechnung nach *Forman/Mettu*

Eine Abschätzung der Lebensdauer für sämtliche Rissfortpflanzungsbereiche „1“, „2“ und „3“ kann in Anlehnung an [Sch80] prinzipiell mit der *Forman/Mettu*-Gl. (6.11) (*Nasgro*-Gl.) erfolgen.

$$\frac{da}{dN_{Fo}} = C_{FM} \cdot \left[\left(\frac{1-\gamma}{1-R} \right) \cdot \Delta K_I \right]^{n_{FM}} \cdot \frac{\left(1 - \frac{\Delta K_{I,th}}{\Delta K_I} \right)^p}{\left(1 - \frac{K_{I,max}}{K_{Ic}} \right)^q} \quad (6.11)$$

Mit den Parametern C_{FM} , n_{FM} , p , q sowie der Rissöffnungsfunktion γ von *Newman* nach Gl. (6.12) kann die Rissgeschwindigkeit umfassend beschrieben werden¹⁷⁷.

$$\gamma = \frac{K_{I,op}}{K_{I,max}} = \begin{cases} \max(R, A_0 + A_1 \cdot R + A_2 \cdot R^2 + A_3 \cdot R^3) & \text{für } R \geq 0 \\ A_0 + A_1 \cdot R & \text{für } -2 \leq R \leq 0 \end{cases} \quad (6.12)$$

Die dem Abschnitt des *Paris/Erdogan*-Gesetzes zugeordnete Begrenzung des Schwellenwertes $\Delta K_{I,th}$ ($\Delta K_{I,th} = 0$) lässt jedoch für den Fall der KeAd-KIZ bei einer Anwendung des gesamtheitlichen Ansatzes auf eine Überschätzung der Lebensdauer schließen. Aus diesem Grund wird für einen Vergleich mit dem Ansatz von *Paris/Erdogan* in Anlehnung an [Hob97] die modifizierte *Forman*-Gleichung gewählt, welcher den Anteil der Lebensdauer im Bereich „3“ berücksichtigt.

c) Rissfortschrittsberechnung mit der modifizierten *Forman*-Gleichung

Mit der Gl (6.13), welche nach einer Empfehlung in [Hob97] die *Forman*-Gl. modifiziert, wird der Bereich „3“ der Rissgeschwindigkeitskurve erfasst, in dem es zu einem beschleunigten Rissfortschritt kommt.

$$\frac{da}{dN_{Fo}} = \frac{C_F \cdot \Delta K_I^{m_F}}{(1-R) - \Delta K_I / K_{Ic}} \quad (6.13)$$

Mit der Integration von Gl (6.13) über die Risslänge folgt die Lebensdauer N_{Fo} nach Gl. (6.14).

$$N_{Fo} = \frac{2}{C_F K_{Ic} (\Delta\sigma \sqrt{\pi} Y_I)^{m_F}} \cdot \left\{ \frac{(1-R) K_{Ic}}{2 - m_F} \left[\sqrt{a_c}^{2-m_F} - a_{th}^{\frac{2-m_F}{2}} \right] - \frac{\Delta\sigma \sqrt{\pi} Y_I}{3 - m_F} \left[\sqrt{a_c}^{3-m_F} - a_{th}^{\frac{3-m_F}{2}} \right] \right\} \quad (6.14)$$

¹⁷⁷ Auf eine Beschreibung aller Parameter wird verzichtet, da Gl. (6.11) nicht zur Anwendung gelangt.

R stellt das Verhältnis von minimalem zu maximalem SIF dar ($R = K_{\min} / K_{\max}$) und beträgt, analog zu Gl. (2.1), 0,76

Die genannten Methoden a) sowie c) werden in der folgend dokumentierten Lebensdauerabschätzung verwendet, wobei die in Tab. 6.6 aufgelisteten, werkstoffabhängigen Parameter zu Grunde gelegt sind. Da für deren Eruiierung eine aufwendige experimentelle Anpassung erforderlich ist, welche für vorliegende Spannstähle nicht durchgeführt wurde, werden im Rahmen dieser Arbeit diese Literaturkennwerte¹⁷⁸ verwendet.

Literaturquelle	<i>Paris-Erdogan</i>		<i>Forman (modifiziert)</i>	
	C_p [N·mm ^{-3/2}]	m_p []	C_F [N·mm ^{-3/2}]	m_F []
IIW-Empfehlung [Hob97] bzw. <i>Richard et al.</i> [RS09]	$3 \cdot 10^{-13}$	3,00	$3 \cdot 10^{-13}$	2,99

Tab. 6.6: Werkstoffparameter für das entsprechende Rissfortschrittsgesetz

Der Vorteil der modifizierten *Forman*-Gl. liegt in der Verwendung der Werkstoffkonstanten C_F sowie m_F , da diese per Definition mit den Parametern C_p sowie m_p der *Paris-Erdogan*-Gl. gleichgesetzt werden können.

6.4.2.3 Berechnung der SIF

Die Geometriefaktoren Y_i , welche zur Bestimmung der SIF über die Rissgeometrie und die Risslänge Auskunft geben, werden mit analytischen Ansätzen aus einschlägiger Literatur sowie begleitend mit der FEM berechnet. Die zyklischen SIF können im Gültigkeitsbereich der LEBM analog zu den statischen SIF, unter Verwendung der Schwingbreiten ΔK_I , ΔK_{II} sowie ΔK_{III} , ermittelt werden ([Kun08]). Da die technischen Anrisse klein gegenüber dem tragenden Querschnitt sind, können die SIF mit einer entkoppelten Methode nach [Kun08], durch Verwendung der berechneten Spannungsverteilung in den kritischen Zonen, bestimmt werden.

a) Analytische Bestimmung der SIF

Für beide unter Kap. 6.4.2.1 postulierte Risse muss grundsätzlich von einer allgemeinen Mixed-Mode-Beanspruchung mit Überlagerung von Mode I, II sowie III ausgegangen werden. Die Rissgeometrie für den Oberflächenriss, ein semi-elliptischer Oberflächenriss mit einem a/c-Verhältnis von 1/2, wird analog zur Abb. 3.17 angenommen. Für die zweite Rissgeometrie, ein Anriss in der Kerbumgebung, werden zur Beschreibung die in Abb. 6.13 dargestellten Risskonfigurationen in Anlehnung an [Mur87] gewählt.

¹⁷⁸ Aufgrund der hohen Kosten der K_{Ic} - (bzw. K_{IIc} -) Versuche ist diese Vorgangsweise durchaus üblich.

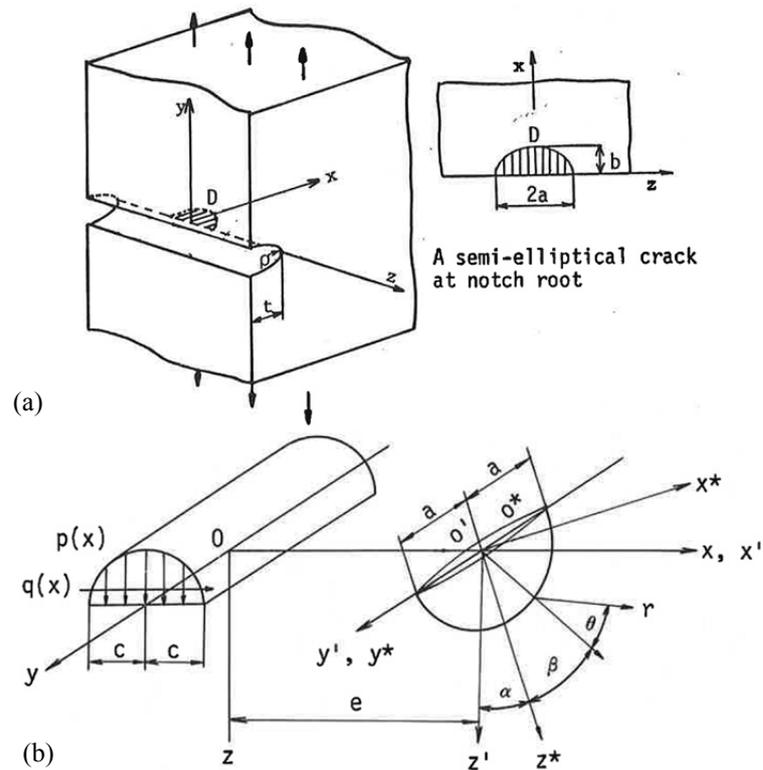


Abb. 6.13: Semi-elliptische Oberflächenrisse in der KeAd-KIZ [Mur87] – Kerbe mit Riss / Mode I (a) Oberflächenriss unter Kontaktdruck / Mixed-Mode (b)

In einer Vorstudie wird der Anteil von Mode III (K_{III}) für erstgenannte Risskonfiguration abgeschätzt. Zuzufolge der in Kap. 4.2 ermittelten Torsionsmomente M_d der Litze kommt es nach Gl. (4.16) durch die Verdrehung der Außendrähte zu einer Torsionsspannung in den Außendrähten $\tau_{Ad} = 20,6 \text{ N/mm}^2$, und damit zu einer Mode III Beanspruchung, die entgegengesetztes Gleiten der Rissoberfläche quer zur Rissrichtung hervorruft (Lastniveau $F_o = 45\% \text{ GUTS}$).

Nach [RS09] kann bei Torsionsbeanspruchung des in Abb. 3.17 betrachteten Zugstabes mit Randriss der Geometriefaktor Y_{III} nach Gl. (6.15) ermittelt werden. Y_{III} ist eine Funktion von der Risslänge $a = 0,05 \text{ mm}$, der Drahtabmessung $d_{Ad} = 5,2 \text{ mm}$, sowie den Konstanten A (1,00), B (0,46), C (2,45) und D (1,13), und errechnet sich nach Gl. (6.15) zu 0,995.

$$Y_{III} = \frac{1}{1 - \frac{a}{d_{Ad}}} \cdot \sqrt{\frac{A + B \cdot \frac{a}{d_{Ad} - a}}{1 + C \cdot \frac{a}{d_{Ad} - a} + D \cdot \left(\frac{a}{d_{Ad} - a}\right)^2}} \quad (6.15)$$

Damit kann der SIF für Mode III unter Oberlastniveau mit Gl. (6.16) zu $8,12 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-3/2}$ ($= 0,26 \text{ MPa} \cdot \text{m}^{1/2}$) abgeschätzt werden.

$$K_{III} = \tau_z \cdot Y_{III} \cdot \sqrt{\pi \cdot a} = 20,6 \text{ N/mm}^2 \cdot 0,995 \cdot \sqrt{\pi \cdot 0,05 \text{ mm}} = 8,12 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-3/2} \quad (6.16)$$

Der zyklische SIF ΔK_{III} folgt mit der Schwingbreite der Schubspannung $\Delta \tau_z = 20,6 - 15,7 = 4,9 \text{ N/mm}^2$ zu $1,93 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-3/2}$ ($= 0,06 \text{ MPa} \cdot \text{m}^{1/2}$). Mit der Annahme der Vernachlässigung von

Mode III, welche später durch einen Vergleich mit den SIF für Mode I und II bestätigt wird, liegt eine ebene Mixed-Mode Beanspruchung vor. Diese setzt sich bei Überlagerung von Mode I und II aus einer Risslängenänderung Δa sowie einer Richtungsänderung des Risses mit dem Winkel θ_0 zusammen (siehe Tab. D.1 bzw. Abb. D.1). Mode I tritt aufgrund der überwiegender Zugbelastung, sowie Mode II durch die Querpressungen und die damit verbundene Schubbeanspruchung auf, welche zu entgegengesetztem Gleiten der Rissoberfläche in der Rissrichtung führt. In Abhängigkeit von den K_I - und K_{II} -Anteilen knickt der Riss um den Winkel θ_0 ab.

In Anlehnung an [Mur87] lässt sich für den Anriss in der Kerbe des Außendrahtes (siehe Abb. 6.13a) K_I aus der Summe der mit Gl. (6.17) sowie Gl. (6.18) berechneten K_I -Anteile abschätzen.

$$K_{I,T} = \sigma_{z,1} \cdot \sqrt{\pi \cdot a} \cdot \left[1,122 - 0,23 \cdot \frac{b}{a} - 0,901 \cdot \left(\frac{b}{a}\right)^2 + 0,949 \cdot \left(\frac{b}{a}\right)^3 - 0,28 \cdot \left(\frac{b}{a}\right)^4 \right] \quad (6.17)$$

$$K_{I,B} = \sigma_{z,\max} \cdot \sqrt{\pi \cdot a} \cdot \left[0,443 - 0,31 \cdot \frac{b}{a} - 0,104 \cdot \left(\frac{b}{a}\right)^2 + 0,26 \cdot \left(\frac{b}{a}\right)^3 - 0,061 \cdot \left(\frac{b}{a}\right)^4 \right] \quad (6.18)$$

Dabei stellt $\sigma_{z,\max}$ die maximale Längsspannung im kritischen Kerbgrund dar sowie $\sigma_{z,1}$ die mit Gl. (6.19) näherungsweise abgeschätzte Spannung in der Ebene der fiktiven, nicht existierenden Risspitze.

$$\sigma_{z,1} = \sigma_{z,\max} \cdot \left(1 - \frac{2}{r_z} \cdot b \right) \quad (6.19)$$

Für das Lastniveau $F_{z,0} = 0,45 \cdot \text{GUTS}$ folgt aus $\sigma_{z,\max} = 837 \text{ N/mm}^2$, $\sigma_{z,1} = 279 \text{ N/mm}^2$, $b = 0,01 \text{ mm}$ ($:= a$), $a = 0,02 \text{ mm}$ ($:= c$) sowie $r_z = 0,03 \text{ mm}$, K_I zu $2,27 \text{ MPa} \cdot \text{m}^{1/2}$.

Für den in Abb. 6.13b dargestellten Oberflächenriss unter einer Querpressung sowie einer Belastung zufolge Gleitung werden die SIF tabellarisch aus [Mur87] ermittelt. Für das o.a. Vorspannungsniveau $F_{z,0}$ mit Risslänge $a_{th} = 0,05 \text{ mm}$ folgt K_I zu $1,2 \text{ MPa} \cdot \text{m}^{1/2}$, K_{II} zu $-0,05 \text{ MPa} \cdot \text{m}^{1/2}$ sowie K_{III} zu $0,002 \text{ MPa} \cdot \text{m}^{1/2}$. Der Vergleichsspannungsintensitätsfaktor K_V sowie der Rissablenkungswinkel θ_0 können mit Gl. (6.20) sowie Gl. (6.21) abgeschätzt werden (Details siehe Anhang D).

$$K_V = \frac{K_I}{2} + \frac{1}{2} \cdot \sqrt{K_I^2 + 5,336 \cdot K_{II}^2 + 4 \cdot K_{III}^2} \quad (6.20)$$

$$\theta_0 = \mp \left[140^\circ \cdot \frac{|K_{II}|}{K_I + |K_{II}|} - 70^\circ \cdot \left(\frac{|K_{II}|}{K_I + |K_{II}|} \right)^2 \right] \quad (6.21)$$

Für den o.a. Riss mit $a_{th} = 0,05 \text{ mm}$ errechnet sich K_V zu $1,20 \text{ MPa} \cdot \text{m}^{1/2}$ und der Rissablenkungswinkel θ_0 zu $5,2^\circ$. Mit wachsender Risslänge gehen der SIF für Mode II und damit der Rissablenkungswinkel gegen 0, womit Mode I schon bei geringer Risslänge den Versagensverlauf bestimmt.

Die Vorgangsweise zur Ermittlung der SIF für den semi-elliptischen Oberflächenriss nach Abb. 3.17, mit einem Längen- zu Breitenverhältnis a/c von $1/2$, wurde bereits unter Kap. 3.4 für einen Anriss $a_{th} = 0,05$ mm erläutert ($Y_I = 0,885$). Der Mode II-Anteil wird näherungsweise für den Fall eines geneigten Risses in Anlehnung an [Mur87] mit dem Verlauf von θ_0 aus Gl. (6.21) ermittelt und unter Punkt c) bewertet.

Den analytisch berechneten SIF liegen Vereinfachungen zu Grunde, weswegen zu Vergleichszwecken die SIF für den semi-elliptischen Oberflächenriss (Mixed-Mode) mittels der FEM-Methode begleitend berechnet werden.

b) Numerische Bestimmung der SIF

Für eine ausreichende Vernetzungsdichte in der Nähe der angenommenen Rissinitiierungsgebiete werden die in der Tab. 6.7, in Anlehnung an [Kun08], aufgelisteten Einstellungen verwendet.

Modellbereich	Elementanzahl	Elementtyp
Layer Riss Spitze	8 bis 12	Quadratische, kollabierte Hexaeder (C3D20R) ^{*1}
Layer Nr. 2 bis 9	8 bis 12 / Umfang	Quadratische Hexaeder (C3D20R)

^{*1}...mit doppelten Knoten, die sich bei entsprechender Mode-Belastung öffnen

Tab. 6.7: Vernetzung der Rissumgebung in Anlehnung an [Kun08]

Für den unmittelbaren Bereich um die Riss Spitze wird die Vernetzungstechnik *swept-meshing* sowie für die weiteren Bereiche der Algorithmus *medial axis* verwendet.

Nach Einprägung eines Risses der Länge $a_{th} = 0,05$ mm an der Ausgangsstelle zufolge des Ergebnisses des KGK mit einer Interaktion (*seam crack*) und Vorgabe einer Anfangsrissrichtung werden die SIF aus den Knotenverschiebungen im Bereich der Riss Spitze mittels Trapezregel berechnet. Ein Rissinkrement Δa von $0,1$ mm wird vorgegeben und die Rissumgebung mit singulären Viertelpunktelementen vernetzt (siehe Tab. 6.7). Die Auswertung wird für die Konturen Nr. 2 bis Nr. 6 durchgeführt, da das erste Konturintegral zufolge der Singularität unberücksichtigt bleibt. Die Berechnung von K_I , K_{II} sowie K_{III} erfolgt im *Abaqus*-Algorithmus automatisch direkt aus den Konturintegralen.

c) Auswertung und Vergleich der SIF

Mit Abb. 6.14 ist der Verlauf der analytisch sowie numerisch ermittelten SIF K_I , K_{II} sowie K_{III} , für eine gesamte Risslänge von $a_c = 2,6$ mm für o.a. Risskonfigurationen, dargestellt. Dabei zeigt sich für alle Risskonfigurationen der vernachlässigbare Einfluss von Mode III, welcher im Vergleich zu Mode I und II verschwindend gering ist und damit für die weitere Berechnung keine Rolle spielt.

Trotz der getroffenen Vereinfachungen für die analytische Ableitung der SIF kann bei Betrachtung der Tendenz des Rissfortschrittes der Vergleich mit den numerisch bestimmten SIF-Verläufen als ausreichend bezeichnet werden.

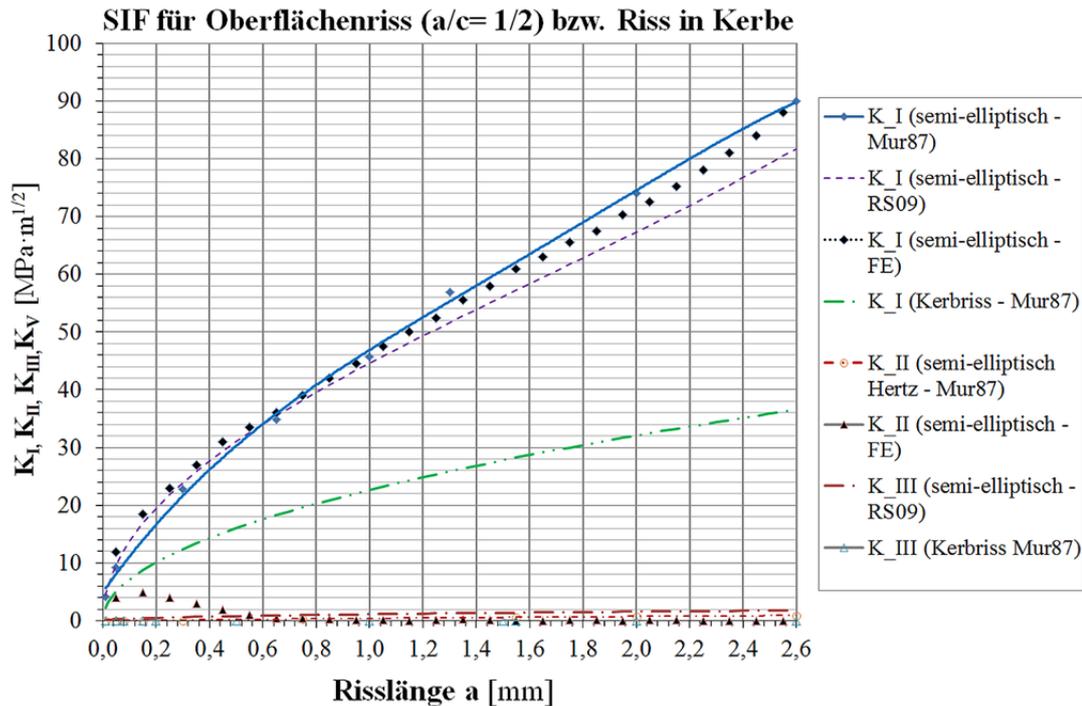


Abb. 6.14: SIF für semi-elliptischen Oberflächenriss bzw. Anriss in Kerbe

Der Riss startet für beide Risse in einem Mixed-Mode (I+II). Für den dargestellten semi-elliptischen Oberflächenriss wird bereits ab einer Risslänge von 0,15 mm ($a_{th} = 0,05$ mm) bzw. ab 0,005 mm für den Anriss in der Kerbung der KeAd-KIZ ($a_{th} = 0,01$ mm) der Riss überwiegend durch den Mode I gesteuert. Damit kommt es zu einem Öffnen des Risses senkrecht zur größten Hauptnormalspannung. Damit zeigt sich, entsprechend der theoretischen Ausführungen in Kap. 6.4.1 sowie den bruchmechanisch abgeleiteten Erkenntnissen aus Kap 3, eine überwiegende Beanspruchung in Mode I¹⁷⁹. Der Rissablenkungswinkel θ_0 weist zu Beginn eine Größenordnung von $5,2^\circ$ auf und zeigt entsprechend dem Verlauf von K_{II} eine absteigende Tendenz während des Rissfortschrittes.

6.4.2.4 Zyklische Spannungsbewertung bei dynamischer Belastung

Auf Grundlage der berechneten SIF kann die bruchmechanische Bewertung der Bauteile durchgeführt werden. Die Risswachstumskurven für die postulierten Risspfade können in Anlehnung an Abb. 6.12 gezeichnet werden. Im nächsten Schritt werden diese integriert, womit Aussagen zum Verlauf der ertragbaren Lastwechsel – vom Zeitraum eines technischen Anrisses a_{th} bis zur kritischen Risslänge a_c – getätigt werden können.

6.4.3 Zyklische Spannungsbewertung

Die nachstehende Abb. 6.15 verdeutlicht die Lebensdauerabschätzung in Abhängigkeit von der Risslänge. Die nichtkonservativen Auswirkungen auf die Lastzyklenanzahl N_{Fo} , bei Verwendung der modifizierten *Forman*-Gl., welche das Rissfortpflanzungsstadium „3“ berücksichtigt, sind deutlich ersichtlich. Da in der KeAd-KIZ Reibkorrosionsvorgänge und weitere negati-

¹⁷⁹ Abknickungen der Risse konnten in den Drahtbruchanalysen nur in Einzelfällen festgestellt werden.

ve Einflüsse auftreten, wird der Zugang mit dem *Paris-Erdogan*-Gesetz für die KeAd-KIZ ausdrücklich empfohlen.

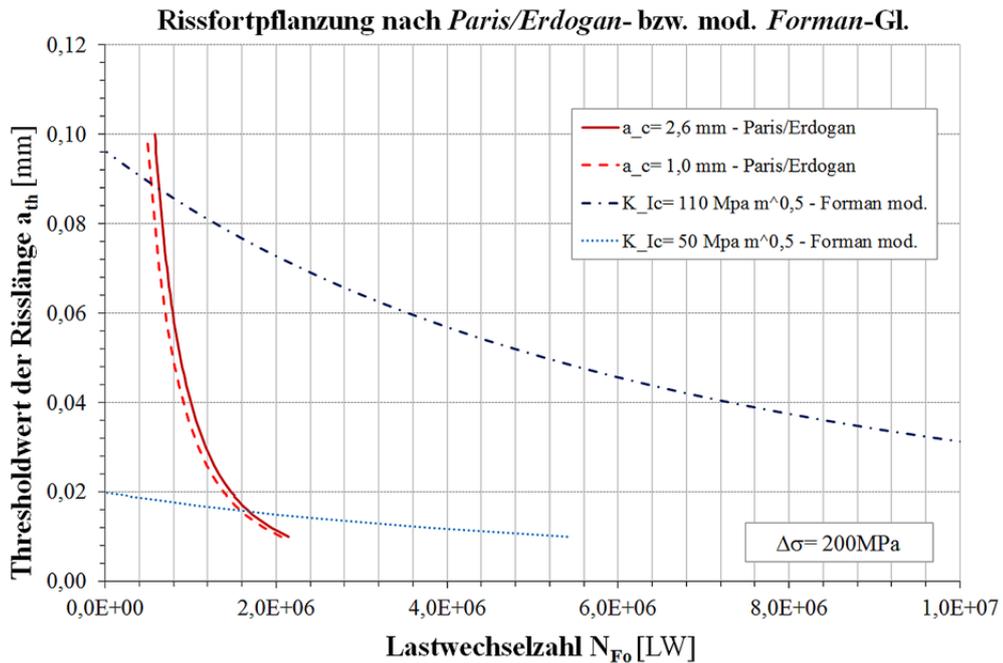


Abb. 6.15: Thresholdwert der Risslänge a_{th} – Rissfortpflanzungsphase N_{Fo}

Der Einfluss der gewählten Bandbreite an Bruchzähigkeiten K_{Ic} bzw. kritischen Risslängen a_c ist erkennbar, welcher bei der gewählten Berechnungsmethode nach *Paris-Erdogan* im Vergleich zur modifizierten *Forman*-Gl. keine massiven Auswirkungen zeigt.

Die Abhängigkeit der Risslänge a von der Spannungsschwingbreite $\Delta\sigma$ auf Basis des *Paris-Erdogan*-Gesetzes ist in Abb. 6.16 illustriert (Berechnung siehe Anhang D – Tab. D.3).

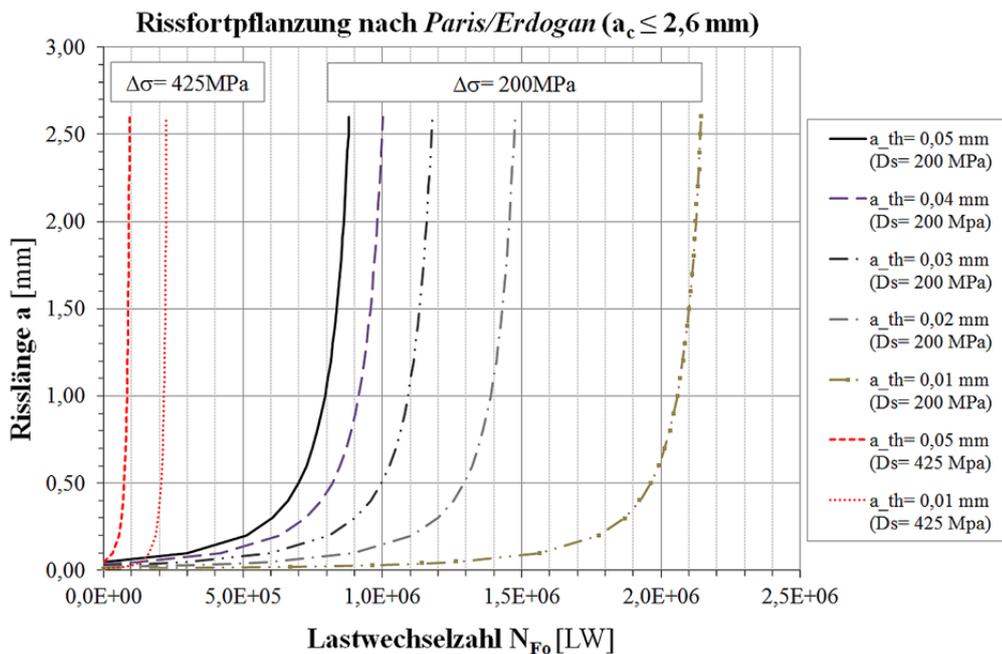


Abb. 6.16: Rissfortpflanzung - Risslänge a / Lastwechselzahl N_{Fo}

Die Größenordnungen zeigen eine gute Übereinstimmung mit den experimentell bestimmten Drahtbruchzeitpunkten für eine Monoversuchsserie mit einer Schwingbreite $\Delta\sigma$ von 425 N/mm² und einer Oberspannung σ_0 von 45 % GUTS (Details siehe Kap. 6.5).

Mit dem Zusammenhang in Abb. 6.16 ist der massive Einfluss der Anrisslänge a_{th} ersichtlich. Bei einer Spannungsamplitude $\Delta\sigma = 200$ N/mm² weist die Lastwechselzahl N_{F_0} für den Rissfortschritt von $1,95 \cdot 10^6$ LW ($a_{th} = 0,05$ mm) bis $3,21 \cdot 10^6$ LW ($a_{th} = 0,01$ mm) eine große Streuung auf. Erstgenannte Schranke stellt laut Kap. 3 die am häufigsten auftretende Größenordnung auf und wird für die anschließende Lebensdauerabschätzung berücksichtigt.

Für höhere Niveaus von Schwingbreiten wie z.B. für die o.a. Monosysteme verringert sich die Bandbreite an Lastwechselzahlen bis zum Ermüdungsversagen und lässt genauere Aussagen über die Lebensdauer zu.

6.5 Ergebnisbewertung

Spannungsmaxima - Bruchinitiierung

Sowohl auf dem Lastniveau der Oberlast während der Ermüdungsbeanspruchung als auch unter der Maximalkraft im statischen Zugversuch stellen sich im Bereich der Interaktion zwischen erstem Keilzahn und Litzenoberfläche die Spannungsmaxima knapp vor dem ersten Kerbgrund im Außendraht ein. Dies ist gleichzeitig die Bruchinitiierungsstelle. Für die Simulation und Verifikation der Ermüdungsversuche wird ein Lastniveau von $F_0 = 45\%$ GUTS zugrunde gelegt. Die bei dieser Beanspruchung gemessenen Werte für die maximalen Eindringtiefen der Keile t_z in der Größenordnung von 100 bis 125 μm zeigen im Vergleich mit einer analytischen Abschätzung laut Kap. 4.3.2, welche eine zusätzliche Verifikation aus den Testserien enthält, eine gute Übereinstimmung.

Die bereits unter geringen Vorspannkraftniveaus auftretenden Plastifizierungen in den Kerbgründen der KeAd-KIZ führen dazu, dass sich die Spannungskonzentrationen bei weiterer Belastung nur unwesentlich verändern. Grund dafür ist eine Ausweitung der plastischen Zonen in den Kerbgründen und damit eine plastische Umlagerung der Spannungsmaxima. Dabei weisen die plastischen Zonen der ersten tragenden Keilzähne die größte Ausdehnung auf (siehe Abb. 6.8), womit die experimentell bestimmten Versagensmechanismen bestätigt werden können.

Da sich an der Oberfläche der KeAd-KIZ aus einem räumlichen ein zweiachsiger Spannungszustand herauskristallisiert, kann mit der vereinfachten Annahme eines axialsymmetrischen Modells gegenüber einer vollständig 3D-Modellierung das Verhalten in den kritischen Zonen gut abgebildet werden. Der vernachlässigbare Einfluss von Mode III zufolge Torsionsbelastung aus der Helixform der Litze kann mit der Ermittlung der SIF nachgewiesen werden.

Während aufgrund der Körperformen in der KeAd-KIZ die Radial- sowie Axialspannungen des lokalen Koordinatensystems keine Aussagen zur Spannungsbewertung erlauben, eignet sich zur Bestimmung der Rissausgangstellen sowie der Rissfortschrittsrichtungen die maximale Hauptnormalspannung σ_1 .

Erkenntnisse aus dem KGK sowie aus der LEBM

In den o.a. Rissinitiierungsstellen erfolgt senkrecht zur größten Hauptnormalspannung σ_1 ein Anriss, welcher nach stabiler Ermüdungsrissausbreitung ab einem Thresholdwert des kritischen, zyklischen Spannungsintensitätsfaktors ΔK_{Ic} zu instabilem Risswachstum und damit zu einem Restgewaltbruch führt. Dieser wiederum zeigt unterschiedliche Verläufe und kann rechnerisch nicht erfasst werden (Details siehe Kap. 3).

Nachstehende Tab. 6.8 listet die ermittelten Lastwechselzahlen N_{F0} für den Rissfortschritt, für die beiden gewählten Niveaus der Spannungsamplitude, $\Delta\sigma = 200$ N/mm² für einen Zulassungsversuch nach [fib05] bzw. $\Delta\sigma = 425$ N/mm² für eine durchgeführte Testserie an Monolithensystemen, auf.

$\Delta\sigma$ [MPa]	N_{In} [LW] ^{*I}	a_{th} [mm]	N_{F0} [LW] ^{*II}	N_{ges} [LW]	$N_{ges,exp}$ [LW] ^{*III}
425	$2,20 \cdot 10^5$	0,05	$0,92 \cdot 10^5$	$2,93 \cdot 10^5$	$3,08 \cdot 10^5$
		0,04	$1,05 \cdot 10^5$	$3,05 \cdot 10^5$	
		0,03	$1,24 \cdot 10^5$	$3,24 \cdot 10^5$	
		0,02	$1,55 \cdot 10^5$	$3,55 \cdot 10^5$	
		0,01	$2,25 \cdot 10^5$	$4,25 \cdot 10^5$	
200	$1,06 \cdot 10^6$	0,05	$8,81 \cdot 10^5$	$1,95 \cdot 10^6$	$2 \cdot 10^6$ ^{*IV}
200		0,01	$2,15 \cdot 10^6$	$3,21 \cdot 10^6$	

*I ...zufolge der Berechnung der Schädigungsparameter-Wöhlerlinie laut Kap. 6.3 bzw. Tab. D.3

*II ...zufolge Rissfortschrittsberechnung laut Kap. 6.4 bzw. Tab. D.2

*III ...Mittelwert der Lastwechsel bis zum ersten Ermüdungsbruch aus einer Testserie (siehe [Tra14])

*IV ...Laut [fib05]

Tab. 6.8: Lebensdaueranteile zufolge KGK sowie LEBM

Die in Tab. 6.8 angeführten Lastwechselzahlen N_{In} bis zur Rissinitiierung entstammen der mit dem KGK ermittelten Zyklenzahl aus Kap. 6.3. In der Praxis kommt es jedoch, u.a. aufgrund der auftretenden Korrosionsvorgänge sowie der variablen Querdruckniveaus in der KeAd-KIZ, zu einer beschleunigten oder verzögerten Rissinitiierungsphase und damit zu einer Bandbreite von N_{In} . Die Ergebnisse aus dem KGK sind daher, ohne Berücksichtigung der großen Streubreite der Rissinitiierungsphase, trotz der guten Übereinstimmung mit der Testserie für $a_{th} = 0,05$ mm i.A. als qualitativ einzustufen. Somit erlauben die angegebenen Zahlenwerte keine exakte Eingrenzung bzw. Abschätzung der gesamten Lebensdauer N_{ges} , jedoch einige wichtige, qualitative Erkenntnisse.

Die anschließende Rissfortschrittsphase bis zum Bruchversagen kann mit der LEBM abgeschätzt werden, wobei der konservative Ansatz von *Paris-Erdogan*, welcher die Rissfortpflanzungsphase „1“ und „3“ laut Abb. 6.12 vernachlässigt, für die KeAd-KIZ zu einem zufriedenstellenden Ergebnis hinsichtlich der Größenordnung der Lastwechselzahlen N_{F0} bis zum instabilen Restgewaltbruch führt. Die Auswertungen der Risslängen wurden dabei in Anlehnung an die Erkenntnisse der Fraktographie gewählt, wonach die kritische Risslänge den halben Drahtdurchmesser nicht überschreitet ($a_c \leq 2,6$ mm).

Der modifizierte Ansatz von *Forman*, der die instabile Rissfortpflanzungsphase „3“ berücksichtigt, führt zu höheren Lebensdauerangaben, da die o.a. Beschleunigungsvorgänge des Risswachstums vernachlässigt werden. Zudem kommt es in Abhängigkeit von den angesetzten Bruchzähigkeiten zu einer großen Streuung der ermittelten Lastwechselzahlen bis zum Bruch.

Zusammenfassung der Lebensdauerabschätzungen

Zusammenfassend kommt es zu einer vergleichsweise langen Rissinitiierungsphase N_{In} , welche jedoch, in Abhängigkeit von den lokal auftretenden Schädigungsmechanismen, einer gewissen Streuung unterliegt. Beispielsweise führt eine erhöhte Reibkorrosion, die mit dem KGK nicht explizit abgebildet wird, zu beschleunigtem Mikrorisswachstum und damit zu einem früheren Eintreten des technischen Anrisses.

Die Rissfortpflanzungsphase kann bei Begrenzung der *Paris/Erdogan*-Gleichung nach unten, wonach ein Rissstillstand bei $\Delta K_I \leq \Delta K_{I,th}$ mit $\Delta K_{I,th} = 0$ angenommen wird, gut beschrieben werden. Nach einer stabilen Rissausbreitungsphase über den Zeitraum $t_{F_0,st}$, welche in Abhängigkeit von a_{th} eine gewisse Bandbreite aufweist, und aufgrund der Bruchflächenanalyse in Kap. 3.3 als beschleunigtes allmähliches Risswachstum identifiziert werden kann, führt eine sehr kurze, instabile Rissausbreitung nach einem Zeitraum $t_{F_0,in}$ zum spröden Restgewaltbruch.

Der Anteil der Rissinitiierungsphase „1“ an der gesamten Lebensdauer umfasst etwa 55 bis 75 %. Ein direkter Vergleich mit Literaturangaben ist nicht möglich, da sich das vorgestellte Problem der KeAd-KIZ in kein gewöhnliches Schema einordnen lässt. Beispielsweise geben *Sander et al.* [San11] im Falle von Rissentstehungen an Kerben einen Anteil von ca. 35 bis 45 % der Rissinitiierungsphase an, sowie für Rissbildungen an glatten Oberflächen 80 bis 90 %.

Verifikation der Berechnungsergebnisse

Der **Kraft-Verschiebungsverlauf** ($F_z - u_z$) für das 3D-Modell der Monoverankerung unter Zugbelastung ist zusammen mit der Messaufzeichnung des entsprechenden statischen Versuches in nachstehender Abb. 6.17 dargestellt.

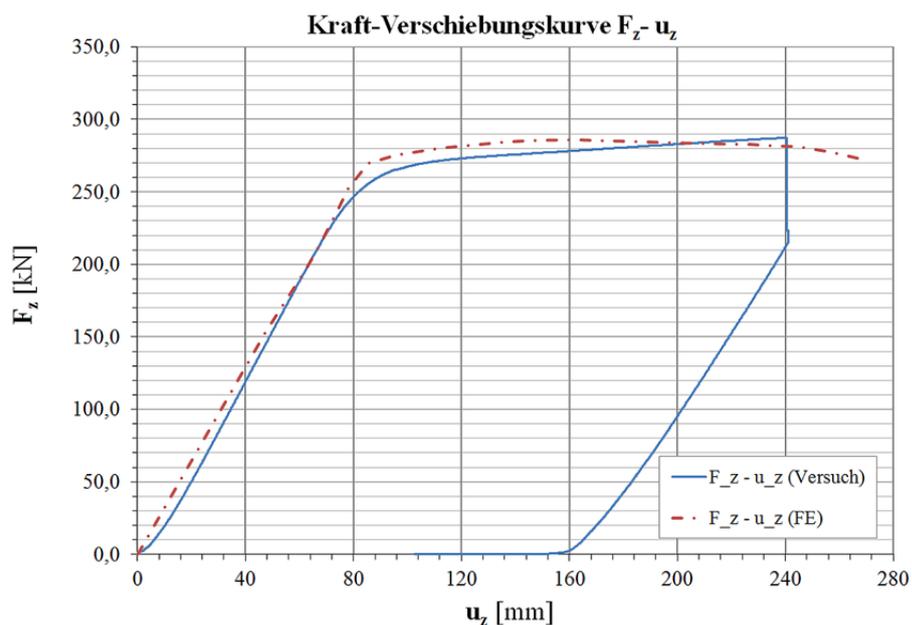


Abb. 6.17: Kraft-Verschiebungsverlauf - Zugversuch Monosystem

Die in Kap. 5.3.3 beschriebenen Ausführungen für eine Multilitzenverankerung gelten auch für den in Abb. 6.17 dargestellten Zusammenhang eines Monosystems¹⁸⁰, wonach das Strukturverhalten mit guter Übereinstimmung beschrieben werden kann. Der Fehler für die maximale Zugkraft $F_{z,max}$ beträgt lediglich $\varepsilon = 0,5\%$. Die Abweichungen am Beginn des Lastverschiebungspfades wurden bereits mit den experimentell mitgemessenen Keileinzügen begründet. In diesem Beispiel kommt es im Versuch zu einem Bruchversagen mittels Scherbruch, welches in den Testseilen regelmäßig auftritt. Weitere grundsätzliche Zusammenhänge sind bereits in Kap. 5.3.3 diskutiert, wonach die massiven Unterschiede in den Last-Verschiebungskurven u.a. auf die Streuung der Materialqualität zurückzuführen sind.

Zusammenfassend kommt es, für den Vergleich mit aufgezeichneten Kraft-Verschiebungskurven der zugehörigen experimentellen Versuche in Kap. 5 sowie Kap. 6, zu einer akzeptablen Übereinstimmung im gesamten Verlauf der Last-Verschiebungskurve sowie der Höchstkraft im Zugversuch. Die Differenzen ab dem Zeitpunkt des Fließens bis zum Bruchversagen erklären sich mit den in experimentellen Testserien auftretenden Bandbreiten der Versuchsergebnisse zufolge der in Kap. 2.1.5.1 genannten, zahlreichen Einflussgrößen. Beispielsweise kommt es durch die unterschiedliche Materialqualität zu deutlichen Streuungen in den Last-Verschiebungs-Diagrammen (Details siehe [Tra14]). Verglichen damit sind die, durch die numerische Behandlung der Nichtlinearitäten (Materialverhalten, Kontaktbedingungen mit Reibung) auftretenden Abweichungen von gemessenen Verläufen als gering einzustufen.

Mit einer **Deformationsbewertung** des Monolitzensystems wurden die numerisch ermittelten Verschiebungen mit den experimentellen Messaufzeichnungen verglichen. Die radialen Verschiebungen $u_1 = u_{rad}$ einer Monoverankerung bei Maximalbelastung $F_z = F_{pk}$ sind in Abb. 6.18 dargestellt. Der Vergleich mit der an der Oberfläche gemessenen radialen Ausdehnung von 0,05 mm zeigt eine sehr gute Übereinstimmung mit dem rechnerischen Wert von 0,05 mm (Darstellung mit Deformationsmaßstab).

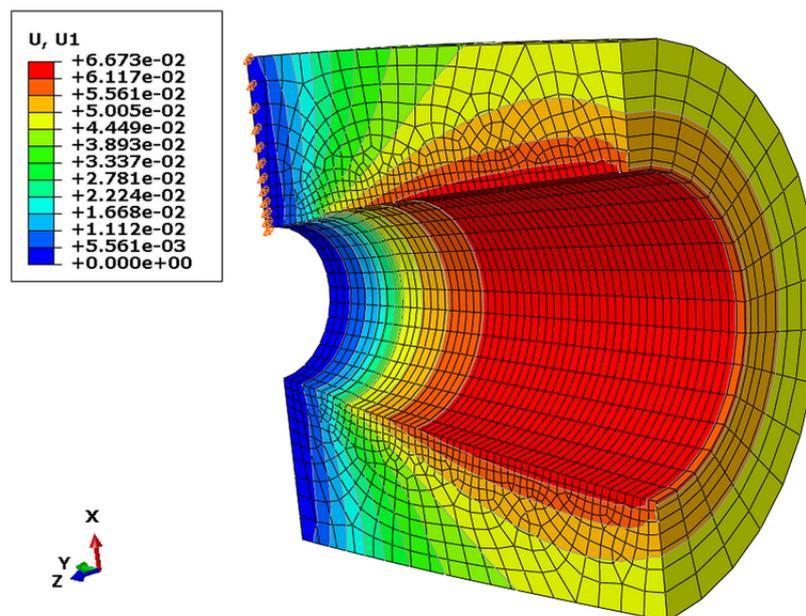


Abb. 6.18: Deformationen in radialer Richtung $u_1 = u_{rad}$ (Monoverankerung, $F_z = F_{pk}$)

¹⁸⁰ Für den direkten Vergleich mit der Versuchsauswertung wurde ebenfalls die Steifigkeit der gesamten Spannliedlänge berücksichtigt.

Die in Kap. 4.3 ermittelten **analytischen, mechanischen Zusammenhängen**, wie z.B. die Klemmkräfte $F_{K,Ke/Ad}$ entlang der Keillänge L_{Ke} , lassen sich nicht direkt mit numerischen Auswertungen verifizieren, da wie beschrieben in den KeAd-KIZ Plastifizierungen und Umverteilungen von Spannungsmaxima auftreten. Ein Vergleich der eruierten Einpresstiefen t_z in dieser Kontaktzone mit numerischen Ergebnissen ist in Kap. 6.2 beschrieben, wonach sich vergleichbare Größenordnungen zeigen. Der Verlauf der Klemmkräfte $F_{K,Ke/Ad}$ kann während der numerischen Simulation mit den übertragenen Normalkräften mit dem linearen Verlauf der analytischen Abschätzung verglichen werden. Hervorzuheben ist eine Abweichung zu Beginn der Lasteinleitung, im Bereich der ersten zwei bis vier Keilzähne. Der rapide Anstieg der übertragenen Klemmkraft an der Keilspitze konnte auch in [RNP77] experimentell beobachtet werden.

Grundsätzlich bildet das FE-Modell bei idealer Konfiguration der Keilverankerung eine auftretende plastische Einschnürung der Probe ab. Das Auftreten von schubspannungsgesteuerten Scher- bzw. Gleitbrüchen bei hohen Niveaus an Querpressungen in den KeAd-KIZ kann mit Anpassungen der FE-Modelle durchgeführt werden.

6.6 Ergebnisinterpretation

Positionen der Versagenseintritte

Die experimentell abgeleiteten Versagenspositionen (siehe Kap. 3.5.1) können mit der Analyse der mechanischen Keilverankerung innerhalb der Spannverankerung eines Monolithensystems eindeutig bestätigt werden:

- Die örtliche Spannungsbewertung entlang der Kraftereinleitungslänge bzw. Keillänge L_{Ke} führt zu einer maßgebenden kritischen Zone an der Keilspitze (im Bereich des ersten Keilzahn). Sowohl die Bewertung nach dem Prinzip von Vergleichsdehnungen ε_v bzw. Vergleichsspannungen σ_v , als auch nach den maximalen Hauptnormaldehnungen ε_1 bzw. Vergleichsspannungen σ_1 ist für eine Anwendung geeignet.
- Während der Laststeigerung kommt es vereinzelt zur Verschiebung der maßgebenden, kritischen Zonen. Diese Feststellung hat auch eine praktische Bedeutung, da in der Literatur vereinzelt Angaben zu mehreren Anrissen in kritischen Bereichen von Bauteilkomponenten zu finden sind. Im Zuge eines Lastspieles zur Simulation einer Ermüdungsbelastung manifestiert sich jedoch die kritische Position am ersten Keilzahn.

Aussagen zum Ermüdungsverhalten bzw. zur Lebensdauerabschätzung

Die Auswertungen des vorangestellten Kapitels 6.5 zeigen, dass das örtliche KGK in den betrachteten kritischen KIZ zur Anwendung gelangen kann. Da aus der zyklischen Spannungsbewertung mit den SIF jedoch eine große Bandbreite an Lastwechselzahlen bis zur Rissinitiierung folgt, ist eine exakte Eingrenzung bzw. Abschätzung der Lebensdauer N_{In} bis zur Rissinitiierung nicht möglich. Unter anderem führt der vorhandene Korrosionsvorgang in der KeAd-KIZ zu einer variablen Rissinitiierungsphase, womit die Ergebnisse aus dem KGK, welche auf eine große Streubreite dieses Lebensdauerabschnittes hindeuten, als qualitativ einzustufen sind.

Des Weiteren kann mit der LEBM die Rissfortschrittsphase bis zum Versagen abgeschätzt werden. Dabei zeigt der konservative Ansatz von *Paris-Erdogan*, welcher die Rissfortpflanzungsphase „1“ und „3“ (siehe Abb. 6.12) vernachlässigt, ein zufriedenstellendes Ergebnis hin-

sichtlich der Größenordnung der Lastwechselzahlen N_{F_0} bis zum instabilen Restgewaltbruch. Die Auswertungen der Risslängen deuten auf eine kritische Risslänge a_c in der Nähe des halben Außendrahtdurchmessers d_{Ad} von 2,6 mm hin, welche schon an einer Mehrheit der Drahtbrüche mit der Fraktographie abgeschätzt werden konnte.

Im Vergleich dazu führt ein modifizierter Ansatz von *Forman*, der die instabile Rissfortpflanzungsphase „3“ berücksichtigt, in den KeAd-KIZ zu höheren Lebensdauern, da Beschleunigungsvorgänge von Rissfortpflanzungsmechanismen ungeachtet bleiben.

Mit einer Berücksichtigung von beiden Zugängen (KKG, LEBM) können erste Aussagen zum Verlauf der Lebensdauer von mechanischen Keilverankerungen getätigt werden, womit ein Hauptziel der Arbeit, einen Beitrag zum besseren Verständnis der inneren mechanischen Vorgänge in den kritischen Detailbereichen zu leisten, erreicht werden konnte.

Ausgehend von diesen Erkenntnissen sind aus Sicht des Autors, unter Berücksichtigung der in Kap. 3.5.1 abgeleiteten Versagensursachen, folgende Mechanismen hauptverantwortlich für die starke Lokalisierung der Drahtbrüche in der KeAd-KIZ der Verankerungsbereiche:

- 1) **Reibkorrosion** im Bereich des vorderen Kraftabtragbereiches, welcher dem vorderen Teil der Keillänge L_{Ke} entspricht, zwischen Außendrahtoberfläche und profilierter Keilinnenfläche, stellt fallweise ein entscheidendes Schädigungsphänomen dar. Unter dynamische Belastung führt die vorhandene Konstruktionsgeometrie zu diesem Versagensmechanismus, welcher bei ansteigender Relativbewegung zwischen Keilzähnen und Litze verstärkt auftritt.
- 2) **Querpressungen** im Kraftableitungsbereich, die zwischen Außendraht, Keil und Verankerung stark lokalisiert, und ab dem vorderen Keilbereich plötzlich auftreten, haben im statischen Belastungsfall gegenüber dynamischer Ermüdungsbeanspruchung massiven negativen Einfluss auf den Schädigungsprozess¹⁸¹. Nicht konstruktionskonformer, überhöhter Querdruck stellt die Hauptursache für vorzeitige statische Drahtbrüche dar.
- 3) **Kerbwirkung** der Keilzähne durch eingepresste Kerben in den Außendrähten verursachen analog zu den Querdrücken v.a. bei statischen Belastungen vorzeitige Drahtbrüche. Bei dynamischer Schwingbelastung jedoch stellen sie grundsätzlich keinen negativen Einfluss auf die Ermüdungsfestigkeit dar. Ferner kommt es durch die Kerbbildung bei dynamischer Belastung zu einer Verfestigung des Kerbgrundes und damit, entgegen angestellter Vermutungen vieler Forschungsarbeiten, zu keiner Verschlechterung des Schwingverhaltens.
- 4) Die Erhöhung der **Nennzugfestigkeiten** der Spannstahllitzen im Lauf der letzten Jahre (siehe Kap. 2.1.4) bei gleichbleibender Konstruktionsgeometrie in den Verankerungen, Umlenkungen bzw. Kopplungen beeinflusst v.a. die unter 2) bzw. 3) genannten Hauptursachen.

¹⁸¹ Neben Materialdefekten, die grundsätzlich in allen Fällen auftreten können (siehe Kap. 2.1.5.2).

7 Verifizierung der FE-Berechnungsergebnisse

7.1 Energiekriterien während der Simulation

Zur Verifikation werden für sämtliche Modelle die Anteile der kinetischen Energie ALLKE, der Verzerrungsenergie ALLIE, sowie der künstlich erzeugten Verzerrungsenergie ALLAE¹⁸² während der Analyse ausgewertet. Nach Empfehlungen in [Aba13g] sollen die in Gl. (7.1) sowie Gl. (7.2) definierten Verhältnisse der Energiebeiträge eingehalten werden.

$$ALLKE < 0,01 \cdot ALLIE \quad (7.1)$$

$$ALLAE < 0,01 \cdot ALLIE \quad (7.2)$$

Diese Bedingungen konnten in allen ausgewerteten Simulationen erfüllt werden. Stellvertretend sind in Abb. 7.1 die Verhältnisse der Energiebeiträge für den ungünstigsten Fall dargestellt. Dabei handelt es sich um den in Kap. 5.3 beschriebenen, statischen Zugversuch an einer 7-litzigen Spannverankerung. Das Verhältnis der künstlich erzeugten Verzerrungsenergie ALLAE zur gesamten Verzerrungsenergie ALLIE liegt am Ende der Simulation mit dem Maximalwert von 3,5 ‰ deutlich unter dem empfohlenen Maximalwert von 1 ‰. Der Anstieg zu Beginn der Analyse erklärt sich mit den, bei Kontaktbedingungen häufig auftretenden, schweren Unstetigkeiten in den Iterationsschritten (*Abaqus: SDI Severe discontinuity iterations*). Die zweite Bedingung nach Gl (7.2) ist für die vorliegenden Modelle weniger streng und, analog zum dargestellten Zugversuch laut Abb. 7.1 ($ALLKE / ALLIE < 1 \cdot 10^{-5}$), erfüllt.

Damit kommt es in keinem Fall zu einer numerisch bedingten, direkten Ergebnisbeeinflussung durch künstlich erzeugte Kräfte und Trägheitseinflüsse.

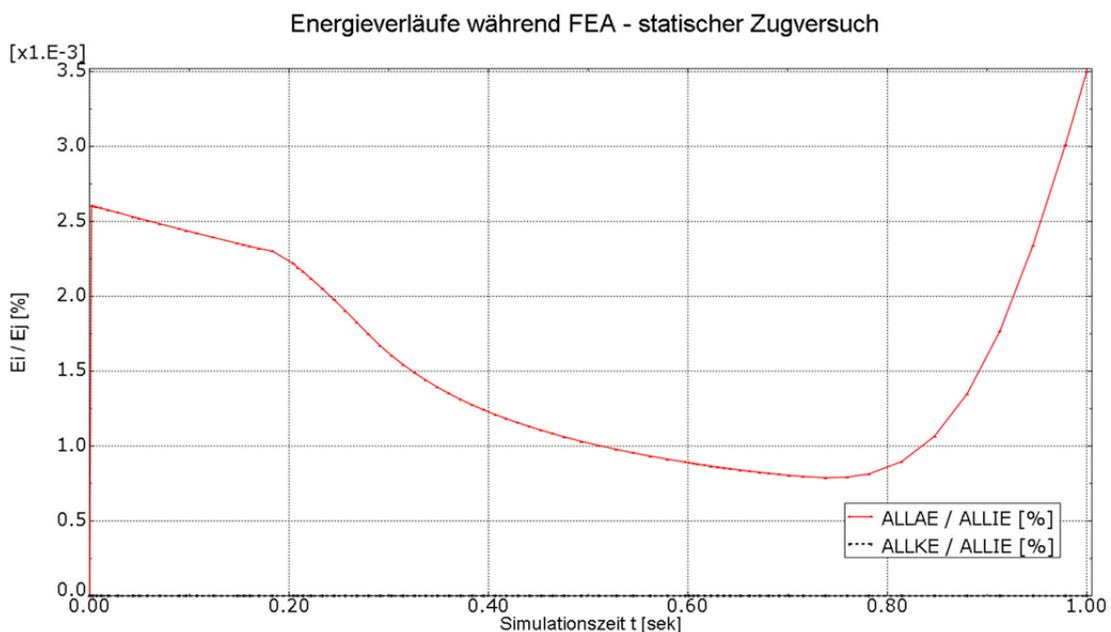


Abb. 7.1: Energiebeiträge während statischem Zugversuch

¹⁸² *Abaqus* Ausgabeparameter, welche mit s.g. *History Outputs* definiert werden.

7.2 Verifikation mit experimentellen Ergebnissen

Die unter Kap. 3.5.1 angegebenen Möglichkeiten zur Verifikation der numerischen Ergebnisse werden an dieser Stelle beschrieben.

Plausibilität der Verschiebungen

Für die Modelle mit der Abbildung eines gesamten Verankerungskörpers können die Keileinzüge Δl_{Ke} im Verlauf der Belastung mit experimentellen Ergebnissen verglichen werden (siehe Abb. 4.3). Ein direkter Vergleich mit den Messungen am Beginn der Belastung hängt naturgemäß von der gewählten Anfangsbedingung der Berechnung ab. In Abb. 7.2a sowie Abb. 7.2b ist der Keileinzug einer Litze am Beginn der Analyse sowie zum Zeitpunkt der Maximalbelastung F_{pk} ($= 279 \text{ kN}$) abgebildet. Vor allem bei Verzicht auf einen zusätzlichen Step für eine verschmierte Anfangsbedingung der zu interagierenden Master/Slave-Kontaktknoten ergibt sich eine gute Übereinstimmung mit den Versuchswerten ($F_z = 0,2 \cdot F_{pk}$: $\Delta l_{Ke} = 1$ bis 2 mm). Der weitere Verlauf der Keileinzüge bis zu einer Maximalbelastung $F_{z,max}$ von $1,00 \cdot F_{pk}$ zeigt für verschiedene Verankerungsgeometrien mit einer Bandbreite von 2 bis 4 mm für Δl_{Ke} eine zufriedenstellende Übereinstimmung mit durchgeführten Messungen.

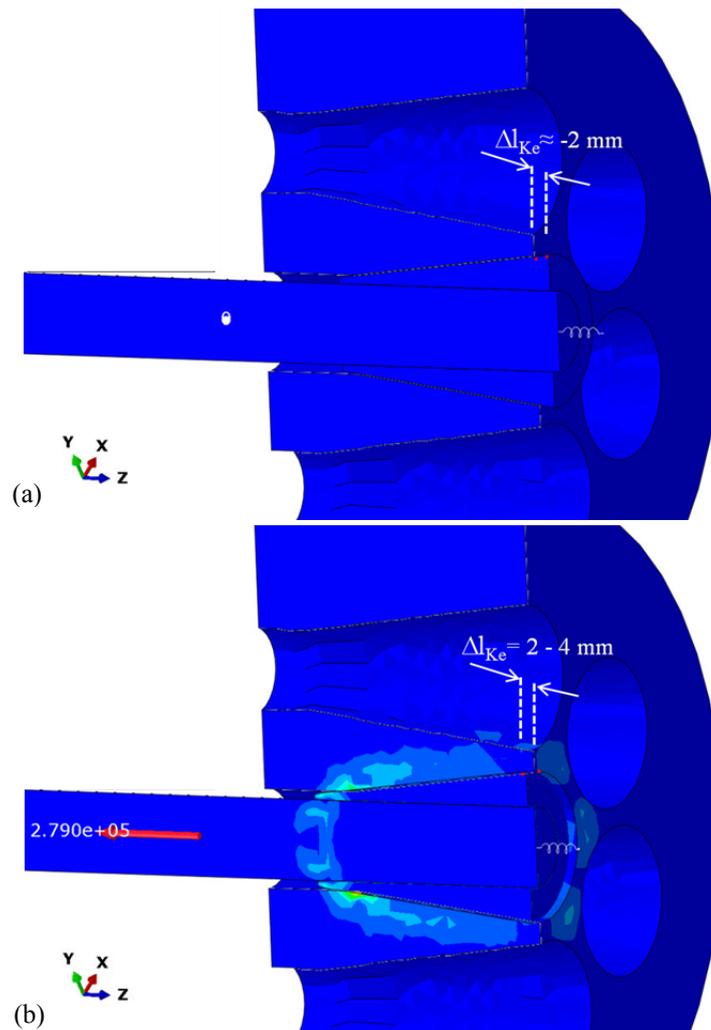


Abb. 7.2: Keileinzug Δl_{Ke} FE-Modell – Unbelastet (a) $F_z = 1,00 \cdot F_{pk}$ (b)

Deformationsbewertung

Ein weiterer essentieller Punkt für den Nachweis einer korrekten Modellbildung ist die durchgeführte Plausibilität der Deformationen in den Verankerungen. Für den statischen Zugversuch am 7-litzigen Vorspannsystem wurden die Deformationen der gesamten Verankerung während der Versuchsdurchführung gemessen (siehe Kap. 5.3) und mit einer Pfadauswertung über den Querschnitt verglichen. Mit Abb. 7.3 ist der Vergleich der Deformationen in radialer Richtung zur Spanngliedachse, zwischen experimenteller Messung und numerischer Berechnung dargestellt. Abgesehen von dem unregelmäßigen Verlauf der ausgewerteten radialen Verschiebungen zeigen sich vergleichbare Größenordnungen. Dieser Umstand erlaubt erst die weitere Vorgehensweise der Spannungsauswertung.

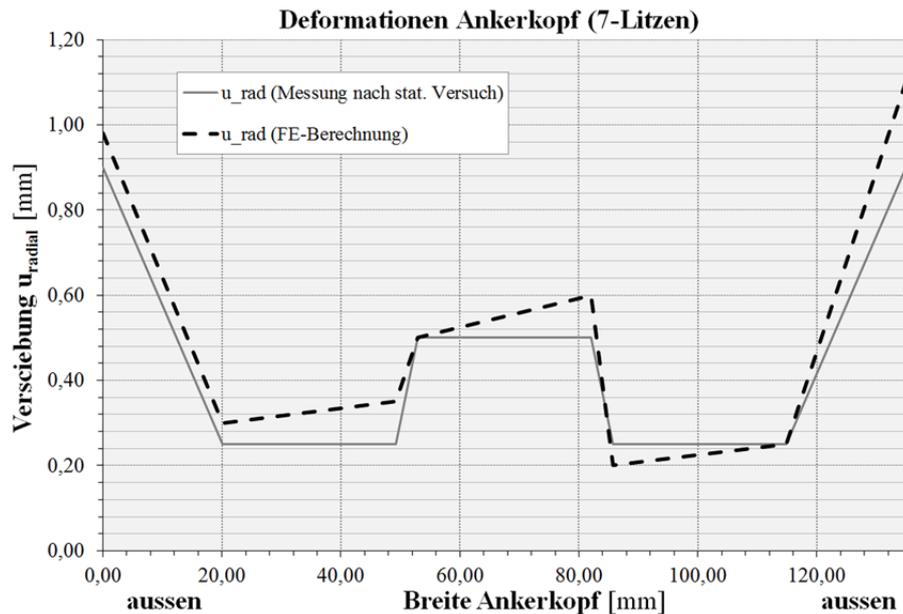


Abb. 7.3: Deformationen in radialer Richtung des Ankerkopfes ($F_{z,max} = 0,95 \cdot F_{pk}$)

Die Deformationsbewertung einer Monolithenverankerung ist in Kap. 6.5 beschrieben und zeigt mit den experimentellen Messaufzeichnungen ebenfalls eine gute Übereinstimmung.

Die Deformationsbewertung der in Kap. 4.2.2 beschriebenen FEA der freien Länge einer Litze mit einer Schlaglänge L bestätigt folgende, in Versuchen beobachtete Gegebenheiten:

- Aufgrund des Abbaus der auftretenden Drehmomente der Außendrähte $M_{d,Ad}$ beim Versagen einzelner Außendrähte drehen sich die restlichen Außendrähte in ihre Ausgangslage zurück, währenddessen sich der Kerndraht an diese nicht gebrochenen Drähte anpresst.
- Die verwendeten Litzen mit Rechtsschlag haben die Eigenschaft, sich linksdrehend zu entspannen.

Vergleich mit Kraft-Verschiebungsverläufen

Die in Kap. 5 sowie Kap. 6 beschriebenen Vergleiche der Kraft-Verschiebungskurven mit Messaufzeichnungen der zugehörigen experimentellen Versuche zeigen eine gute Übereinstimmung im gesamten Verlauf der Last-Verschiebungskurve sowie der Höchstkraft im Zugversuch.

8 Probleme und Abhilfen im Rahmen der Anwendung der FEM

8.1 Probleme

Ein wichtiger Schritt für ein derartiges Forschungsprojekt ist die Zusammenstellung von aufgetretenen Schwierigkeiten und Komplikationen. Zudem dringt diese Arbeit mit der behandelten Problemstellung in weitgehend unbekanntes Gebiet vor. Darum sind im Anschluss an die Zusammenstellung der aufgetretenen Probleme, im Kap. 18.2 Möglichkeiten zur Erweiterung der verwendeten Methodik bzw. Lösungsvorschläge angeführt.

Im Zuge der **praktischen Versuchsdurchführungen** kommt es naturgemäß zu Ungenauigkeiten, die ein exaktes Kalibrieren der begleitenden numerischen Berechnungen der kritischen Zonen nicht ermöglichen. Unter anderem kommt es durch folgende Gegebenheiten beim Einbau der Vorspannsysteme zu einer Diskrepanz zwischen Experiment und Berechnung.

- In der Regel treten unterschiedliche Keileinzüge durch Vorspannvorgänge auf. Dies ist neben Baustellenbedingungen auch unter Laborbedingungen der Fall. Ein Beispiel für das Auftreten dieser Gegebenheit an einer Litze innerhalb einer Multilitzenverankerung ist in Abb. 8.1a ersichtlich¹⁸³.

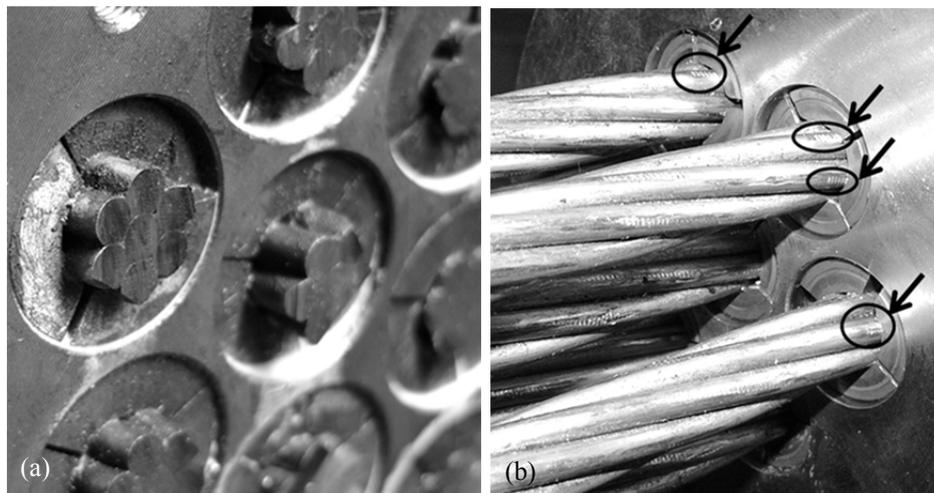


Abb. 8.1: Unterschiedliche Keileinzüge (a) Variable Kerbungen der Außendrähte (b)

- Durch den händischen Vorspannvorgang kommt es zu unterschiedlichen Kerbungen in den Außendrähten. In der Abb. 8.1b sind die unterschiedlichen Einpresstiefen der Außendrähte ($t_z = 0$ bis $50 \mu\text{m}$) durch die Keilzähne sowie die variablen Ausdehnungen der Interaktionszonen ersichtlich.
- In den Testserien kam eine variable Bandbreite an Anwendungen von Fettverpressungen der Verankerungsbereiche zum Einsatz. Aus diesem Grund konnte dieser Parameter für die Berechnungen nicht in Rechnung gestellt werden. Abb. 8.2a verdeutlicht eine Veran-

¹⁸³ Beispiel zeigt eine nicht akzeptable Differenz der Keileinzüge, die auch das Versuchsergebnis beeinflusste.

kerung mit vollständiger Fettverpressung sowie Abb. 8.2b eine Konfiguration ohne eine derartige Applikation.

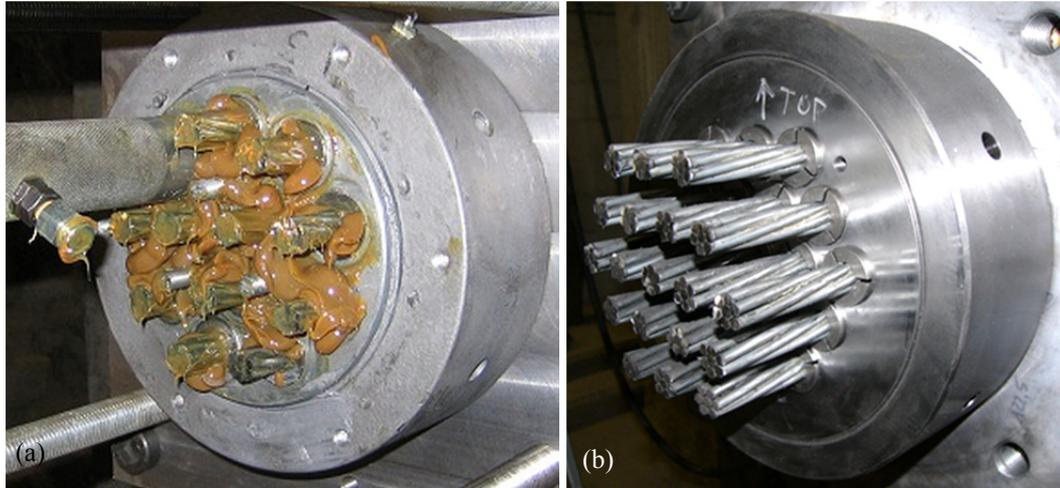


Abb. 8.2 Verankerung mit Fettverpressung (a) ohne Verpressung (b)

Durch die aktuelle Entwicklung der Spannstähle, in Bezug auf die Zugfestigkeit und Verzinkungs- bzw. Galfanisierungsvorgänge, kam es in einigen Testserien zu deutlich abweichenden Testergebnissen. Sowohl das Ermüdungsverhalten als auch die statischen Zugfestigkeitsniveaus waren betroffen. Diese Streuung der Materialqualität ist mit einer numerischen Berechnung nicht abzubilden, da dieser Parameter, im Vergleich zu den in dieser Arbeit behandelten Eingabeparametern, überproportionale Auswirkungen zeigt.

Im Bereich der **numerischen Berechnung** wurden sämtliche Schwierigkeiten in den jeweiligen Abschnitten behandelt. Die wichtigsten Punkte sind nachstehend aufgelistet:

- Die berechneten Schwingenspielzahlen bis zur Rissinitiierung weisen massive Streuungen auf, sodass eine Übereinstimmung mit experimentellen Versuchsergebnissen quantitativ nicht erzielt werden kann. Zwei Hauptgründe sind dafür verantwortlich.
 - Aufgrund der auftretenden, mechanisch bedingten Reibkorrosion in den Kontaktinteraktionszonen kommt es an der Litzenoberfläche zur Bildung von Mulden, Grübchen, Kratzern und weiteren Narben. Diese zeigen die Tendenz, die in den hoch beanspruchten Kontaktzonen vorhandenen Spannungsmaxima weiter zu erhöhen und damit die Rissinitiierung deutlich zu beschleunigen. Zudem erschweren diese unterschiedlichen Vorgänge des Materialabtrags die messtechnische Erfassung innerhalb der Bruchflächenanalyse.
 - In den Einbauvorgängen sämtlicher Versuchsserien kommt es zu einer nicht erfassbaren Bandbreite an Kontaktkonstellationen zwischen Keil, Litze und Verankerung. Beispielsweise kommt es zu unterschiedlichen Eindringtiefen der Keilspitzen in die Außendrahtoberfläche. Durch die Systeminstallation können zusätzlich mechanische Beschädigungen auftreten. Die numerische Berechnung dieses Detailbereiches kann aufgrund der hochgradigen Nichtlinearität (Material, Kontakt mit Reibung) jedoch nur für Einzelsituationen erfolgen. Da sich in dieser FEA ein nicht unbedeutender Einfluss der o.g. Kontaktsituation zwischen Keil, Litze und Verankerung zeigt, bleiben getätigte Aussagen qualitativ und erfordern eine weitere Spezialisierung.

- Die für die Ermittlung der Rissfortschrittsphase erforderlichen Materialdaten wurden der einschlägigen Literatur entnommen. Exakte Materialkennwerte für die Eingrenzung der bruchmechanischen Beschreibung der Spannstahlritzen¹⁸⁴ sind aufgrund der Probengeometrie mit einem genormten Prüfprozedere aktuell nicht bestimmbar. Detaillierte Materialuntersuchungen waren jedoch nicht Hauptgegenstand des Forschungsvorhabens.
- Sämtliche numerische Analysen vernachlässigen eventuell vorhandene Effekte von nicht-homogenem Materialverhalten. Erst eine detaillierte Kenntnis des Kristall- bzw. Gefügebauaufbaues ermöglicht eine Implikation in ein FE-Modell. Vorhandene Verzögerungsvorgänge des Risswachstums blieben zur Gänze unberücksichtigt. Eine Berücksichtigung dieser Effekte führt zu einer Verschiebung der Lebensdauerprognose auf die nichtkonservative Seite und müsste daher, in Bezug auf die vorhandenen mechanischen Korrosionsvorgänge sowie einer allfälligen, korrosiven Umgebungsbedingung in situ, genauestens durchdacht werden.
- Die durch zyklische Reibvorgänge vergrößerte Kerbwirkung zufolge Materialabtragsprozessen konnte nicht explizit in die Modellierung integriert werden. Abb. 8.3 zeigt Reibkorrosionsspuren an der Außendrahtoberfläche in der KeAd-KIZ nach einem Dauer-schwingversuch an der TU Wien mit 50 Millionen Lastwechseln.

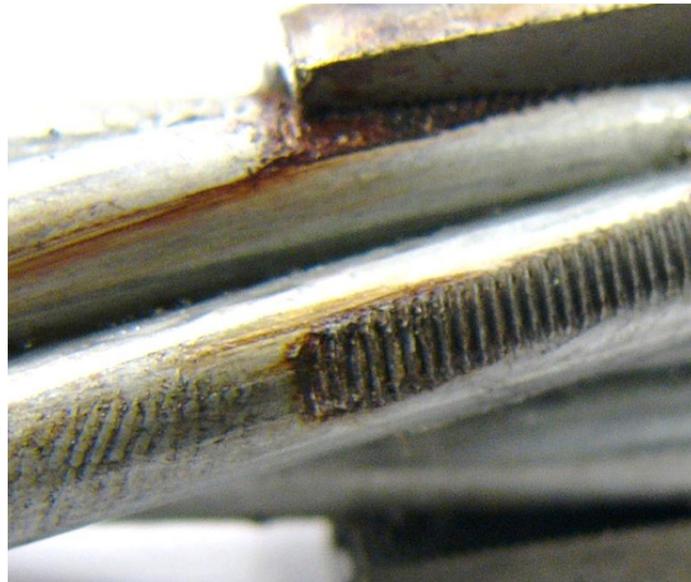


Abb. 8.3: Reibkorrosion nach 50 Mio. Lastwechseln (KeAd-KIZ)

Zusammenfassend wird die Kalibrierung der numerischen Modelle durch mehrere, gleichzeitig auftretende Effekte erschwert. Aus diesem Grund wurden Vereinfachungen getroffen, welche die zum Hauptziel gesetzten qualitativen Aussagen sowie die Eruierung von anwendbaren numerischen Berechnungswerkzeugen ermöglichten.

¹⁸⁴ v.a. Bruchzähigkeit K_{Ic} , Thresholdwert der Ermüdungsrissausbreitung ΔK_{th} , Pariskonstante C_p und m_p

8.2 Abhilfen und Lösungsvorschläge

Die in dieser Arbeit zusammengestellten Erkenntnisse und Interpretationen sollen die Basis für weiterführende Forschungsarbeiten im Bereich von rechnerischen Studien darstellen. Aus diesem Grund sind folgende Möglichkeiten zur Erweiterung zu erwähnen. Die Reihenfolge der Aufzählung ist nach den, aus Sicht des Autors vielversprechendsten Ansätzen gewichtet.

Für zukünftige Forschungsarbeiten werden **Materialuntersuchungen** im Bereich der Kristallphysik sowie chemische Untersuchungen eindringlich vorgeschlagen. Mit einer Detaillierung der in dieser Arbeit grob behandelten Fraktographie sind damit aussichtsreiche Ergebnisse zu erwarten. So könnten durch den Herstellungsprozess vermutete, ausgewiesene Materialrichtungen bestätigt werden. Auf die Schwierigkeiten in der Ermittlung von bruchmechanischen Materialparametern¹⁸⁵, wie z.B. die Bruchzähigkeit K_{Ic} für die vorliegende Litzengeometrie in Kombination mit einer beträchtlichen Streubreite, sei noch einmal hingewiesen. Hinweise zu einer möglichen Implikation von nichthomogenen Materialeigenschaften sind im Anhang F zu finden.

Es sei erwähnt, dass für zukünftige numerische Analysen von Spannstahlritzen entsprechende, detaillierte Daten zu Eigenspannungsverteilungen wünschenswert wären, um die Realität besser abzubilden.

Hinsichtlich der Größenordnungen von Härteangaben werden häufig seitens der Hersteller Anpassungen vorgenommen, um die Oberflächen- und Kernhärte zu optimieren. Mit einem exakten Härteverlauf des Litzenquerschnittes könnte die Übertragbarkeit von Werkstoffeigenschaften exakt überprüft werden. Beispielsweise wird an Schraubenverbindungen die Mikrohärte entlang des Gewindegrundes sowie des Schraubenquerschnittes untersucht, um den Einfluss von Fertigungsprozessen zu ergründen (Wärmebehandlungsprozesse etc.).

Im Rahmen der **Bruchmechanik** sind aus Sicht des Autors Erweiterungen möglich. Bei Heranziehung von verschiedenen Risspfaden und deren Risswachstumskurven können aussagekräftigere Erkenntnisse über den Verlauf des Rissfortschrittes gewonnen werden. Zudem basieren die in dieser Arbeit getroffenen Vereinfachungen - die Vernachlässigung der helixförmigen Litzengeometrie sowie von Rissöffnungsmoden III - auf einer Betrachtung unter statischer Belastung. Eine weitere Detaillierung wäre wünschenswert, um die vernachlässigbare Größenordnung von Moden III im Vergleich zu Moden I und Moden II zu bestätigen.

Die Vernachlässigung von **Biegespannungen** wurde begründet mit den aktuell noch nicht kategorisierbaren Einflüssen auf die Testergebnisse. Dies betrifft die Umlenkung der Litzen vor den Verankerungen sowie den vorgegebenen S-förmigen Spanngliedverlauf in Schrägkabelversuchen. Eine Untersuchung zur Einordnung dieser Auswirkungen auf das statische als auch dynamische Verhalten wäre von großem Vorteil, da eine Verifikation von numerischen Studien möglich wäre.

Zur Berücksichtigung von **realen Betriebsbelastungen** – u.a. unterschiedliche Spannungsamplituden, Oberlasten, Frequenzen bzw. Belastungskonfigurationen – sind zum einen die Belastungssequenzen mithilfe der stochastischen Mechanik aufzubereiten. Zum anderen müssen die dabei auftretenden Reihenfolgeeffekte, wie Risschließung oder Überlasten, abgebildet werden. Dies ist z.B. mit dem *Fließstreifenmodell von Newman* möglich. Aussagen über Steifig-

¹⁸⁵ u.a. diffizile Herstellung entsprechender Werkstoffproben, kostspielige Versuchsdurchführung etc.

keitsänderungen und die damit verbundenen Umverteilungen von Spannungs- und Dehnungszuständen in den vorgespannten Systemen sind bei Drahtbrüchen und bei planmäßigen bzw. unplanmäßigen Verdrehungen der Ankerbereiche von Interesse. Dazu ist mit einer FEA das globale Verhalten abzubilden. Zur Verifikation der FEA sind v.a. die Schwingungsformen (Moden, Eigenfrequenzen) zu untersuchen.

Der auftretende **Reibermüdungsprozess** führt zu einem Materialabtrag, der Thema von zahlreichen Forschungsarbeiten ist, die sich der FEM bedienen (u.a. [CUG12], [MDL04]). Dabei wird jeweils von einer definierten Versuchskonfiguration mit fixierten Geometrieverhältnissen kontaktierender Reibpartner ausgegangen. Die direkte Anwendung in der vorliegenden kritischen Kontaktzone der Keilverankerung lässt sich nicht bewerkstelligen, da die Anzahl der FG sowie die erforderliche CPU-Zeit ansteigen und sofortige Berechnungsabbrüche auftreten. Somit sind Spezialisierungen der in Anhang E zusammengestellten, grundlegenden tribologischen Überlegungen erforderlich.

Zusammen mit diesen Erweiterungsmöglichkeiten hat die mit dieser Arbeit erläuterte Vorgehensweise das Potential zu einer weiteren Verbesserung der Schrägkabel- und Vorspannsysteme, welche bereits einen hohen Stand der Technik aufweisen. Die Notwendigkeit von weiteren Arbeitsschritten, um die kritischen Bereiche exakter abzubilden, begründet sich mit den folgenden Umständen:

- Der Aufwand für die experimentelle Versuchsdurchführung ist beträchtlich. Dies gilt v.a. für große Vorspannsysteme. Bedingt durch den messtechnischen Aufwand erfordern jedoch selbst Testserien an Monolithensystemen einen entsprechenden Zeitbedarf.
- Aktuelle Entwicklungen im Bereich der Zugfestigkeitsniveaus der Spannstähle sowie in den Verzinkungs- bzw. Galfanisierungsvorgängen führen zu einer Ausschöpfung der Materialeigenschaften.
- Unter anderem ist dies bei Verwendung von altbewährten, mechanischen Keilverankerungssystemen bereits aktuell als kritisch zu betrachten. Aus diesem Grund sind Hersteller von Spannverankerungen teilweise gezwungen, die maximalen Istzugfestigkeiten der Spannstähle zu beschränken.
- Bei fortschreitender Entwicklung im Materialbereich der Spannstähle könnte in naher Zukunft eine Detaillierung der kritischen Bereiche Bedingung für einen Einsatz in Vorspannsystemen werden.

9 Zusammenfassung und Ausblick

Der erste Teil der Arbeit, die Lokalisation der Versagenspositionen aus dem umfangreichen, experimentellen Versuchsprogramm, welches von *Träger* in [Tra14] beschrieben wird, führt zur Definition der kritischen Detailbereiche der Parallellitzensysteme. Sowohl unter statischer, als auch unter dynamischer Belastung, kommt es zu einer überwiegenden Anhäufung von Drahtbrüchen in der Kontaktinteraktionszone (KIZ) zwischen den Stahlklemmkeilen und den Außendrähten der Spannstahlitzen (KeAd-KIZ).

Mit einer fraktographischen Schadensanalyse der Bruchflächen sowie einer vereinfachten, analytischen Beschreibung der mechanischen Keilverankerungen können die Versagensmechanismen definiert werden. Zusammenfassend kommt es durch beschriebene, komplexe Wechselwirkungen - Geometrie, Fertigung, Beanspruchung, Korrosionserscheinungen sowie weitere Einflüsse - in den einzelnen Monolitzen zu folgenden Mechanismen in den kritischen KIZ:

- Bei suboptimaler Konfiguration der mechanischen Keilverankerung bzw. auch bei fehlerhaftem Spannstahlmaterial, kann es im Verankerungsbereich, in der KeAd-KIZ sowie in der AdKd-KIZ, zu einer negativen Beeinflussung der statischen Zugbelastung kommen. Gleit- bzw. Scherbrüche sind häufig die Folge von erhöhten, geometrisch bedingten Querpressungen zwischen den Außendrähten und den Klemmkeilen bzw. zwischen Außen- und Kerndrähten, in Verbindung mit einer auftretenden Kerbung der Drähte.
- Bei einer idealen Konfiguration der Spannverankerung führt die im Kontaktbereich der KeAd-KIZ entstehende Kerbung der Außendrahtoberfläche zu Verfestigungsbereichen im Kerbgrund. Damit sind zum einen bei statischen Zugversuchen duktile Verformungsbrüche möglich (Cup-Cone-Bruchflächen). Zum anderen kommt es während eines Dauerschwingversuches zu keinen negativen Einflüssen auf die Ermüdungsfestigkeit. Grund dafür sind die mit hohen Querpressungen verbundenen, geringeren Relativverschiebungen zwischen Außendrähten und Keilen.
- Im Gegensatz dazu kommt es bei moderaten Querpressungen, und damit einhergehenden massiven Relativverschiebungen zwischen Litze und Klemmkeil, zu verstärkten Reibkorrosions- und Reibermüdungsvorgängen während eines Dauerschwingversuches.
- Aufgrund der dynamischen Einwirkungen kommt es i.A. zur Ermüdung des Materials. Die Auswirkungen von Rissstartern, die von Materialdefekten ausgehen und zu einem verfrühten Versagensereignis führen, treten jedoch nur in Einzelfällen auf. Dies ist nicht zu verwechseln mit den duktilen Drahtbrüchen nach statischer Zugbelastung, die von Hohlraumbildung, -vereinigung und Koaleszenz zufolge eines dreiaxialen Spannungszustandes ausgehen.

Im zweiten Hauptteil der Arbeit konnten einige Arbeitsschritte für die Anwendung von numerischen Berechnungsmethoden in dem bis dato unbekanntem Gebiet der Bewertung von mechanischen Keilverankerungen von Vorspannsystemen zusammengestellt werden.

Die numerische Berechnung einer mehrlitzigen Spannverankerung lässt den bedeutenden Schluss zu, dass die Versagensmechanismen der einzelnen Monolitzen in den Verankerungen lokal auftreten. Mit einer Problemabgrenzung kann damit eine FEA der KeAd-KIZ der einzelnen Monolitzen mit Berücksichtigung von Nichtlinearitäten zur Beschreibung der zuvor abge-

leiteten Versagensmechanismen Berücksichtigung finden. Neben den experimentellen zeigen auch theoretische Verifizierungen mit analytischen Berechnungen eine gute Übereinstimmung.

Mit dem örtlichen Kerbgrundkonzept (KGGK) können die fehlenden Kenntnisse über innere Spannungs- und Deformationszustände unter statischer Zug- und dynamischer Ermüdungsbelastung von parallel-litzigen Verankerungssystemen analysiert werden. Die lokalen, elastisch-plastischen Beanspruchungszustände kritischer Punkte werden mit ungekerbten Dehnungs-Wöhlerlinien bewertet. Die damit berechneten Anriss-Wöhlerkurven stellen den Zusammenhang zwischen äußerer aufgebrachtter Zugkraftamplitude und den ertragbaren Lastwechselzahlen bis zum Anriss dar. Das Versagenskriterium ist der technische Anriss an der kritischen Stelle der KeAd-KIZ, welcher stets im Bereich der Keilspitze auftritt.

Mit dem Eintreten des makroskopischen Risses der ermittelten Größenordnung 0,01 bis 0,05 mm beginnt die Rissfortschrittsphase, welche mit der klassischen, linear elastischen Bruchmechanik (LEBM) simuliert wurde. Mit einem definierten semi-elliptischen Oberflächenriss in Anlehnung an die experimentellen Drahtbruchanalysen, der von den zuvor ermittelten Initiierungsstellen ausgeht, kann die Lebensdauer vom Schwellenwert des technischen Anrisses bis zur kritischen Risslänge abgeschätzt werden.

Die Ergebnisse deuten auf eine große Streubreite der Rissinitiierungsphase hin, welche in eine stabile Risswachstumsphase übergeht, um in einem spröden Restgewaltbruch zu enden. Letzterer weist sehr unterschiedliche Erscheinungsformen auf.

Die erzielten Ergebnisse sollen die Basis für weiterführende numerische Studien darstellen. Dazu ist am Ende der Arbeit eine Auflistung von möglichen Erweiterungsmöglichkeiten enthalten.

Aus dem Grund der aktuellen Materialentwicklungen im Bereich der Zugfestigkeiten sowie der Verzinkungsvorgänge von parallel-litzigen Schrägkabel- und Vorspannsystemen kommt es vereinzelt zu Problemen bei dynamischen und statischen Zulassungsversuchen. So kommt es seitens der Hersteller von Spannverankerungen, häufig zu Beschränkungen der maximalen Istzugfestigkeiten der Spannstahlitzen.

Ein großes Anliegen des Autors ist die Bitte an den Leser, den Erfahrungsaustausch zu vorgestelltem Themenbereich zu fördern. Dies, um vorhandene Lücken im Bereich des Verständnisses zur Schädigung von kritischen Systembauteilen zu schließen und damit verbunden die Schwachstellen in den technisch fortgeschrittenen Schrägkabel- bzw. vorgespannten Systemen zu korrigieren und damit die Weiterentwicklung effizient voranzutreiben.

Abbildungsverzeichnis

Abb. 1.1: Sava Bridge Serbien - Bauzustand (a) Verankerung vor Installation (b) [Sav11]	1
Abb. 2.1: Testprogramm – chronologische Abfolge der Dauerschwingversuche (TU Wien).....	8
Abb. 2.2: Dauerschwing-Resonanzprüfmaschine (TU Wien).....	10
Abb. 2.3: 19-litzige Schrägkabelverankerung in eingebautem Zustand (a) Verankerung inklusive Messsysteme (b).....	11
Abb. 2.4: Wöhlerlinie für metallische Werkstoffe in Anlehnung an [ZZ08].....	12
Abb. 2.5: Spannverankerung mit Bezeichnung der Komponenten [Vsl11].....	13
Abb. 2.6: Eigenspannungen im Drahtquerschnitt [SEG+12].....	19
Abb. 2.7: Eigenspannungen im Stabquerschnitt in axialer Richtung (a) in Umfangsrichtung (b) [ARM+05].....	19
Abb. 2.8: Stahlklemmkeil nach statischem Zugversuch (a) Keilspitze mit Randbearbeitung zur Entschärfung scharfer Kanten (b)	21
Abb. 2.9: Rauigkeitsfaktoren $K_{R,\sigma}$ [FKM03]	24
Abb. 2.10: Experimentell bestimmte Versagenspositionen	28
Abb. 2.11: Bruchzähigkeit in Abhängigkeit von der Temperatur [RS09]	30
Abb. 2.12: Reibkorrosion an Keilspitze (KeAd-KIZ) (a) Detail Keilspitze (b).....	31
Abb. 3.1: Komponenten einer Monoverankerung während (a) nach statischem Zugversuch (b).....	35
Abb. 3.2: Gleitbruchfläche im Außendraht (a) Kerbbildung in der KeAd-KIZ (b).....	36
Abb. 3.3: Duktile Mischbruchflächen nach statischem Zugversuch (a) Litze nach Ausbau (b).....	36
Abb. 3.4: Unterschiedliche Bruchflächen in einem statischen Zugversuch.....	38
Abb. 3.5: Risse in Keil nach statischem Versuch - Außen (a) Innen (b)	38
Abb. 3.6: Bruchzähigkeit K_c / Probendicke B [Bue05].....	39
Abb. 3.7: Elastische Spannungsverteilungen einer runden Kerbzugprobe [Bue05]	41
Abb. 3.8: Maximale Axialspannung im Kerbgrund bei Plastifizierung [Bue05].....	43
Abb. 3.9: Ermüdungsbruch im Außendraht einer Monolitze (KeAd-KIZ).....	45
Abb. 3.10: REM Aufnahme Ermüdungsbruch Außendraht (Pfeil: Rissinitiierung; strichlierter Pfeil: Übergang Ermüdungsbruchfläche / Restgewaltbruchfläche)	45
Abb. 3.11: Ermüdungsbrüche an Außendrähten in freier Länge (Rissinitiierung: Pfeil; Übergang Ermüdungs- / Restgewaltbruch: strichlierter Pfeil).....	46
Abb. 3.12: Längsschnitt typischer Ermüdungsbruch	47
Abb. 3.13: Ermüdungsbruch innerhalb KeAd-KIZ nach $2,2 \cdot 10^5$ Lastwechsel ausgehend durch Reibkorrosion (a) Detail Bruchfläche (b).....	47
Abb. 3.14: Detailaufnahme statischer Drahtbruch 2000x (a) 5000x (b).....	49
Abb. 3.15: Detailaufnahme Ermüdungsbruch nach $2 \cdot 10^6$ LW (Übergang Ermüdungs- / Restgewaltbruch: strichlierte Pfeile).....	50
Abb. 3.16: Festigkeitsberechnung und bruchmechanische Überlegungen.....	52
Abb. 3.17: Semi-elliptischer Oberflächenriss in einem runden Zugstab ($a/c=1/2$).....	54
Abb. 3.18: SIF K_I für semi-elliptischen Oberflächenriss sowie für rissbehaftete Kerbe	56
Abb. 3.19: Gekerbter Außendraht ($r_Z=0,03$ mm) - Längsspannung σ_{22}	56
Abb. 3.20: Spannungspfadauswertung σ_{22} Außendraht mit umlaufender Kerbe.....	57
Abb. 3.21: Außendraht mit semi-elliptischem Oberflächenriss ($a/c=1/2$) - Längsspannung σ_{33}	58
Abb. 4.1: FE-Modell Freie Länge (KIZ-Frei).....	63
Abb. 4.2: Monoverankerung Querschnitt (a) und Längsschnitt (b)	65
Abb. 4.3: Keileinzüge bei Lastniveau $0,05 \cdot F_{pk}$: $\Delta l_{Ke} < 0$ mm (a) $0,2 \cdot F_{pk}$: $\Delta l_{Ke} \approx 1-2$ mm (b)	

$0,95 \cdot F_{pk}$: $\Delta l_{Ke} \approx 2-4$ mm (c).....	65
Abb. 4.4: Kartesisches Koordinatensystem der Raumkurve [Fey00]	66
Abb. 4.5: Hertz'sche Kontaktzone Außendraht / Kerndraht [Ber94].....	69
Abb. 4.6: Abplattungszonen nach Zugversuch Außendraht (a) Kerndraht (b)	70
Abb. 4.7: Monolitze ($F_z = 0,45 \cdot F_{pk}$): von Mises Vergleichsspannung σ_v (a) Axialzugspannung $\sigma_{33} = \sigma_z$ (b) Radialspannung $\sigma_{22} = \sigma_r$ (c) Spannungspfad (d).....	72
Abb. 4.8: Kerbbildung zwischen Keil und Litze (KeAd-KIZ; $F_z = 45$ % GUTS)	74
Abb. 4.9: Mechanisches Modell Keilverankerung (axialsymmetrisch).....	75
Abb. 4.10: Klemmkräfte und Relativverschiebungen in der KeAd-KIZ	78
Abb. 4.11: Einpresstiefen und Relativverschiebungen in der KeAd-KIZ.....	79
Abb. 4.12: Ermüdungsfestigkeitskurven für Zugglieder (in Anlehnung an [EN3111]).....	82
Abb. 5.1: Konvergenzstudie Kerbe (auf Basis der Vergleichsspannung σ_v)	87
Abb. 5.2: Spannungs-Dehnungsdiagramm Monolitze Y1860S7-15,7.....	90
Abb. 5.3: Fließkurve Monolitze Y1860S7-15,7.....	91
Abb. 5.4: Spannungs-Dehnungsdiagramm Stahlklemmkeil	92
Abb. 5.5: Spannungs-Dehnungs-Hysterese.....	93
Abb. 5.6: Statische / Zyklische Spannungs-Dehnungs-Kurve (ZSDK)	94
Abb. 5.7: ZSDK Litze (Y1860S7-15,7).....	96
Abb. 5.8: ZSDK Keil (C15Pb).....	96
Abb. 5.9: Dehnungswöhlerlinie Litze (Y1860S7-15,7)	97
Abb. 5.10: Verankerungsbereich 7-litziges Schrägkabelsystem (a) FE-Modell (b)	99
Abb. 5.11: Verankerungsbereich 7-litziges Vorspannsystem (a) FE-Modell (b).....	100
Abb. 5.12: FEM-Problemklassifizierung – statischer Zugversuch (Spannverankerung).....	101
Abb. 5.13: RB - Fixierung Verankerung (a) <i>Coupling constraints</i> Litzen (b).....	102
Abb. 5.14: RB – Fiktive Steifigkeit gegen Starrkörperverschiebung am Beginn der FEA.....	102
Abb. 5.15: Verankerung $F_z = 45\%$ GUTS - Längsspannung σ_{33} (a) Vergleichsspannung σ_v (b).....	103
Abb. 5.16: Spannungspfadauswertung Verankerung (Vergleichsspannung σ_v)	104
Abb. 5.17: Diskontinuitäten Verankerung - Vergleichsspannung σ_v (a) max. Hauptnormalspannung σ_1 (b).....	104
Abb. 5.18: Kraft-Verschiebungsverlauf 7-litziges Vorspannsystem.....	105
Abb. 6.1: 3D-Modell Monosystem – Freie Länge (a) Verankerung (b) Modellabgrenzung (c).....	107
Abb. 6.2: Axialsymmetrisches Globalmodell Monoverankerung (inklusive Partitionen).....	108
Abb. 6.3: 3D-Modell Monoverankerung (Spannungspfadauswertung).....	108
Abb. 6.4: Spannungsauswertung – axialsymmetrisches Modell vs. 3D-Modell.....	109
Abb. 6.5: FEM-Problemklassifizierung – Ermüdungsversuch Monoverankerung.....	110
Abb. 6.6: Lokales FE-Modell KeAd-KIZ (axialsymmetrisch)	112
Abb. 6.7: Last-Zeit-Funktion $F_z(t)$	113
Abb. 6.8: Einpresstiefe t_z an den ersten Keilzähnen ($F_{z,o} = 0,45 \cdot GUTS$)	116
Abb. 6.9: Übersicht Kerbgrundkonzept (KGK)	117
Abb. 6.10: Vergleichsdehnung ε_v im Zuge eines Schwingspieles.....	118
Abb. 6.11: Gesamtlebensdauer einer Spannverankerung.....	121
Abb. 6.12: Rissgeschwindigkeitsdiagramm in Anlehnung an [RS09].....	123
Abb. 6.13: Semi-elliptische Oberflächenrisse in der KeAd-KIZ [Mur87] – Kerbe mit Riss / Mode I (a) Oberflächenriss unter Kontaktdruck / Mixed-Mode (b)	126
Abb. 6.14: SIF für semi-elliptischen Oberflächenriss bzw. Anriss in Kerbe	129
Abb. 6.15: Thresholdwert der Risslänge a_{th} – Rissfortpflanzungsphase N_{F_0}	130

Abb. 6.16: Rissfortpflanzung - Risslänge a / Lastwechselzahl N_{Fo}	130
Abb. 6.17: Kraft-Verschiebungsverlauf - Zugversuch Monosystem	133
Abb. 6.18: Deformationen in radialer Richtung $u_1 = u_{rad}$ (Monoverankerung, $F_z = F_{pk}$)	134
Abb. 7.1: Energiebeiträge während statischem Zugversuch	137
Abb. 7.2: Keileinzug Δl_{Ke} FE-Modell – Unbelastet (a) $F_z = 1,00 \cdot F_{pk}$ (b)	138
Abb. 7.3: Deformationen in radialer Richtung des Ankerkopfes ($F_{z,max} = 0,95 \cdot F_{pk}$)	139
Abb. 8.1: Unterschiedliche Keileinzüge (a) Variable Kerbungen der Außendrähte (b)	140
Abb. 8.2 Verankerung mit Fettverpressung (a) ohne Verpressung (b)	141
Abb. 8.3: Reibkorrosion nach 50 Mio. Lastwechseln (KeAd-KIZ)	142

Tabellenverzeichnis

Tab. 2.1: Versuchsparameter Testserien (Parallellitzensysteme).....	9
Tab. 2.2: Vergleich Prüfvorschriften: ETAG 013 vs. fib bulletin 30.....	10
Tab. 2.3: Geometrisch bedingte Einflussgrößen auf die Ermüdungsfestigkeit.....	22
Tab. 2.4: Fertigungsbedingte Einflussgrößen auf die Ermüdungsfestigkeit.....	23
Tab. 2.5: Beanspruchungsbedingte Einflussgrößen auf die Ermüdungsfestigkeit.....	25
Tab. 2.6: Korrosionsbedingte Einflussgrößen auf die Ermüdungsfestigkeit.....	26
Tab. 2.7: Kurzbezeichnungen kritischer Detailbereiche.....	27
Tab. 3.1: Gemessene Risslängen a_i als Grundlage für numerische Berechnungen.....	50
Tab. 3.2: FE-Ausgabeparameter zur örtlichen Bewertung.....	53
Tab. 3.3: Außendraht mit Riss (Festigkeits- und bruchmechanische Betrachtung).....	55
Tab. 3.4: Versagensmechanismen in den kritischen Detailbereichen.....	59
Tab. 4.1: Axial belastete Litze – Spannungsniveaus und Pressungen für $F_z = 0,95 \cdot F_{pk}$	71
Tab. 4.2: Reibungsparameter in der KeAd-KIZ.....	76
Tab. 4.3: Klemmkraft, Relativverschiebungen und Einpresstiefen in der KeAd-KIZ.....	78
Tab. 4.4: Rauigkeiten und Härteangaben in der KeAd-KIZ.....	80
Tab. 5.1: Technisches Einheitensystem („N-mm-s“-System).....	88
Tab. 5.2: Kennwerte linear elastischer Bereich.....	90
Tab. 5.3: Definition Fließbereich Litze (Y1860S7-15,7).....	91
Tab. 5.4: Definition plastischer Fließbereich Klemmkeil (C15Pb).....	92
Tab. 5.5: Zyklische Kennwerte laut UML (Litze, Keil, Verankerung).....	95
Tab. 5.6: Zyklische Kennwerte laut erweitertem UML _{mod} (Litze).....	95
Tab. 6.1: Annahmen für axialsymmetrisches Modell der KeAd-KIZ.....	111
Tab. 6.2: Skalierungsfaktoren für die Materialeigenschaften des Keiles.....	112
Tab. 6.3: Laststufen für dynamische Ermüdungsbelastung.....	114
Tab. 6.4: Elementtypen im FE-Netz der KeAd-KIZ (axialsymmetrisch).....	114
Tab. 6.5: Schädigungsbewertung der kritischen Kerbelemente in der KeAd-KIZ.....	120
Tab. 6.6: Werkstoffparameter für das entsprechende Rissfortschrittsgesetz.....	125
Tab. 6.7: Vernetzung der Rissumgebung in Anlehnung an [Kun08].....	128
Tab. 6.8: Lebensdaueranteile zufolge KGK sowie LEBM.....	132

Literaturverzeichnis

- [Aba13a] *Abaqus 6.13 Analysis User's Guide*. Dassault Systèmes Simulia Corp., France, 2013.
- [Aba13b] *Abaqus 6.13 Benchmarks Guide*. Dassault Systèmes Simulia Corp., France, 2013.
- [Aba13e] *Abaqus 6.13 Example Problems Guide*. Dassault Systèmes Simulia Corp., France, 2013.
- [Aba13g] *Abaqus 6.13 Getting Started with Abaqus: Interactive Edition*. Dassault Systèmes Simulia Corp., France, 2013.
- [Aba13t] *Abaqus 6.13 Theory Guide*. Dassault Systèmes Simulia Corp., France, 2013.
- [Arc53] Archard, J.F.: *Contact and Rubbing of Flat Surfaces*. Journal of Applied Physics, Volume 24, No. 8, 981-988, 1953.
- [ARM+05] Atienza, J.M.; Ruiz-Hervias, J.; Martinez-Perez, M.L.; Mompean, F.J.; Garcia-Hernandez, M.; Elices, M.: *Residual stresses in cold drawn pearlitic rods*. Scripta Materialia, Volume 52, 1223-1228, 2005.
- [BC04] Bergamini, A.; Christen, R.: *Zerstörungsfreie Untersuchung großer Stahlseile bei Schrägseilbrücken*. Bericht zum Forschungsauftrag AGB 2000/428 (93/00), Eidgenössisches Departement für Umwelt, Verkehr, Energie und Kommunikation / Bundesamt für Straßen, EMPA (Eidgenössische Material- und Forschungsanstalt), Dübendorf, Schweiz, 2004.
- [Ber94] Berger, J.: *Technische Mechanik für Ingenieure – Band 2: Festigkeitslehre*. Wiesbaden: Vieweg&Sohn Verlagsgesellschaft mbH, Deutschland, 1994.
- [BMF+11] Brand, W.; Märzluft, A.; Fischer, G.; Georgakis, C.: *Fatigue testing of monostrands for stay cables under reversed cyclic flexural loading*. fib Symposium Prague 2011, Proceedings, Volume 1, pp. 935-938, 2011.
- [Bue05] Bürgel, R.: *Festigkeitslehre und Werkstoffmechanik, Band 2*. Wiesbaden: Vieweg&Sohn Verlag/ GWV Fachverlage GmbH, Deutschland, 2005.
- [BT01] Bowden, F.P.; Tabor, D.: *The Friction and Lubrication of Solids*. Oxford University Press, Great Britain, 2001.
- [CBM09] Christen, R.; Bergamini, A.; Motavalli, M.: *Influence of steel wrapping on magneto-inductive testing of the main cables of suspension bridges*. NDT & E International, Volume 42, Issue 1, 22-27, 2009.
- [Cos97] Costello, G.A.: *Theory of Wire Rope Second Edition*. Springer-Verlag, New York, USA, 1997.
- [CP10] Caballero, A.; Poser, M.: *Local Bending Stresses in Stay Cables with an Elastic Guide*. Structural Engineering International 3/2012, 254-259, 2010.
- [CUG12] Cruzado, A.; Urchegui, M.A.; Gómez, X.: *Finite element modeling and experimental validation of fretting wear scars in thin steel wires*. Wear 289, 26-38, 2012.

- [CXY12] Chen, W.; Xu, J.; Yan, B.: *Assessment Approach and Experimental Verification of Tensile Capacity of Corroded Stayed Cables*. MBAC - Munich Bridge Assessment Conference, Munich, 2012.
- [DIN211] DIN Deutsches Institut für Normung: *DIN EN 1992-1-1: Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetonbauwerken - Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau*. Deutsche Fassung, Berlin, Deutschland, 2011.
- [Dub11] Grote, K.H.; Feldhusen, J.: *Dubbel – Taschenbuch des Maschinenbaus, 23. Auflage*. Springer-Verlag Berlin, Deutschland, 2011.
- [EN100] DIN Deutsches Institut für Normung: *DIN EN 10138-3: Spannstähle - Teil 3: Litze*. Deutsche Fassung prEN 10138-3:2000, Berlin, Deutschland, 2000.
- [EN101] DIN Deutsches Institut für Normung: *DIN EN 10337: Spannstahldrähte und –litzen mit Überzug aus Zink und Zinklegierung*. Deutsche Fassung prEN 10337:2003, Berlin, Deutschland, 2011.
- [EN211] ON Österreichisches Normungsinstitut: *ÖNORM EN 1992-1-1: Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetonbauwerken - Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau*. Konsolidierte Fassung, Wien, Österreich, 2009.
- [EN319] ON Österreichisches Normungsinstitut: *ÖNORM EN 1993-1-9: Bemessung und Konstruktion von Stahlbauten - Teil 1-9: Ermüdung*. Deutschsprachige Fassung, Wien, Österreich, 2005.
- [EN3111] ON Österreichisches Normungsinstitut: *ÖNORM EN 1993-1-11: Bemessung und Konstruktion von Stahlbauten - Teil 1-11: Bemessung und Konstruktion von Tragwerken mit Zuggliedern aus Stahl*. Deutschsprachige Fassung, Wien, Österreich, 2007.
- [EN32] ON Österreichisches Normungsinstitut: *ÖNORM EN 1993-2: Bemessung und Konstruktion von Stahlbauten - Teil 2: Stahlbrücken*. Deutschsprachige Fassung, Wien, Österreich, 2007.
- [eta02] European Organisation for Technical Approvals (EOTA): *Guideline for European Technical Approval of Post-Tensioning Kits for Prestressing of Structures*. ETAG 013, Belgien, 2002.
- [Fey00] Feyrer, K.: *Drahtseile: Bemessung, Betrieb, Sicherheit, 2. Auflage*. Springer-Verlag Berlin, Deutschland, 2000.
- [Fey07] Feyrer, K.: *Wire ropes: tension, endurance, reliability*. Springer-Verlag Berlin, Deutschland, 2007.
- [fib05] Fédération internationale du béton (fib): *Acceptance of stay cable systems using prestressing steels*. fib bulletin 30, Schweiz, 2005.
- [FKM03] Forschungskuratorium Maschinenbau (FKM): *Rechnerischer Festigkeitsnachweis für Maschinenbauteile aus Stahl, Eisenguss- und Aluminiumwerkstoffen*. FKM-Richtlinie, 5., erweiterte Ausgabe, VDMA Verlag GmbH, Frankfurt am Main, Deutschland, 2003.

- [Gei04] Geier, R.: *Systemidentifikation seilgestützter Tragwerke. Die dynamische Strukturantwort von Schrägseilen*. Dissertation BOKU Wien, 2004.
- [GG12] Gimsing, N.J.; Georgakis, C.T.: *Cable Supported Bridges: Concept and Design, 3rd Edition*. New Jersey: John Wiley & sons, 544-547, USA, 2012.
- [Hai06] Haibach, E.: *Betriebsfestigkeit – Verfahren und Daten zur Bauteilberechnung*. 3., korrigierte und ergänzte Auflage, Wiesbaden: Springer-Verlag Berlin Heidelberg, Deutschland, 2006.
- [HGS13] Huang, W.; Garbatov, Y.; Soares, C.G.: *Fatigue reliability assessment of a complex welded structure subjected to multiple cracks*. Engineering Structures 56, 868-879, 2013.
- [HMM+05] Hunkeler, F.; Matt, P.; von Matt, U.: *Spannglieder, Schrägseile und Anker – Beschreibung der Systeme und Erkenntnisse aus Korrosionsschäden*. Bericht zum Forschungsauftrag AGB 2000/470, Eidgenössisches Departement für Umwelt, Verkehr, Energie und Kommunikation / Bundesamt für Straßen, TFB (Technische Forschung und Beratung für Zement und Beton), Wildegg, Schweiz, 2004.
- [Hob97] Hobbacher, A.: *Empfehlungen zur Schwingfestigkeit geschweißter Verbindungen und Bauteile*. IIW-Dokument (International Institute of Welding, Joint Working Group), DVS-Verlag GmbH, 1997.
- [HR94] Hoobs, R.E.; Raoof, M.: *Mechanism of fretting fatigue in steel cables*. International Journal of Fatigue, Volume 16, Issue 4, 273-258, 1994.
- [HUM98] Hunkeler, F.; Ungricht, H.; Matt, P.: *Korrosionsschäden an Spannstählen in Spanngliedern und vorgespannten Boden- und Felsankern*. Bundesamt für Straßen, Bericht zum Forschungsauftrag AGB 86/95, Bericht VSS Nr. 534, Schweiz, 1998.
- [HWF+12] Hu, D.; Wang, R.; Fan, J.; Shen, X.: *Probabilistic damage tolerance analysis on turbine disk through experimental data*. Engineering Fracture Mechanics, Volume 87, 73-82, 2012.
- [HTZ+13] Huang, X.; Tong, L.; Zhou, F.; Chen, Y.: *Prediction of fracture behaviour of beam-to-column welded joints using micromechanics damage model*. Journal of Constructional Steel Research, Volume 85, 60-72, 2013.
- [Irw57] Irwin, G.R.: *Analysis of stresses and strains near the end of a crack traversing a plate*. Journal of applied mechanics, Volume 24, 361-364, 1957.
- [Jan12] Janisch, M.: *Entwicklung der Spannstahltechnologie bis hin zur begleitenden FE Berechnung von statischen Zulassungsprüfungen*. Diplomarbeit, TU Wien, Österreich, 2012.
- [KKP+05] Kollegger, J.; Köberl, B.; Pardatscher, H.; Vill, M.: *Verfahren zur Durchführung von Dauerschwingversuchen an einem Prüfkörper sowie Prüfvorrichtung*. Patent: Österreich, No. AT 501 168 B1; submitted: 05-02-2005, granted: 07-15-2006, 2005.

- [KLD00] Klein, J.; Lobert, H.; Dix, R.: *Ultraschallprüfungen der Endbereiche von Paralleldrahtbündeln zweier südamerikanischer Schrägseilbrücken*. DGZfP Jahrestagung Innsbruck, Deutsche Montan Technologie, Bochum, Deutschland, 2000.
- [Koe08] Köberl, B.: *Entwicklung einer hochfrequenten Prüfmethode für Dauerschwingversuche*. Dissertation, TU Wien, Österreich, 2008.
- [Kom13] Kominková, P.: *Einfluss von unterschiedlichen Versuchsparametern auf das Ermüdungsverhalten von Monolitzen*. Diplomarbeit, TU Wien, Österreich, 2013.
- [Kor10] Korkmaz, S.: *Extension of the Uniform Material Law for High Strength Steels*. Master's Thesis, Bauhaus-Universität Weimar, Deutschland, 2010.
- [KŠG+04] Kramberger, J. ; Šraml, M.; Glodež, S.; Flašker, J.; Potrč, I.: *Computational model for the analysis of bending fatigue in gears*. Computers and Structures 82 2261-2269, 2004.
- [Kun08] Kuna, M.: *Numerische Beanspruchungsanalyse von Rissen - Finite Elemente in der Bruchmechanik*. Wiesbaden: Vieweg+Teubner/ GWV Fachverlage GmbH, Deutschland, 2008.
- [LR13] Lener, G.; Reiterer, D.; Shen, X.: *Simulation der Lebensdauer von Stahltragwerken unter Einbeziehung bruchmechanischer Konzepte*. Stahlbau 82, Heft 5, Ernst & Sohn Verlag für Architektur und technische Wissenschaften GmbH&CoKG, Berlin, Deutschland, 378-386,2013.
- [LZJ11] Li, Y.B.; Zhang, Q.W.; Ji, Y.F.: *Damage Model and Bilinear Approximation of Deteriorated wires in Bridge Suspenders*. IABSE-IASS Symposium 2011 - Taller, Longer, Lighter. London, Great Britain, No. 0145, 2011.
- [May00] Mayrbaur, R.M.: *Corrosion in suspension bridge cables*. 16th Congress of IABSE, Luzern, Schweiz, 1566-1573, 2000.
- [MDL04] McColl, I.R.; Ding, J.; Leen, S.B.: *Finite element simulation and experimental validation of Fretting wear*. Wear, Volume 256, 1114-1127, 2004.
- [MLM07] Madge, J.J.; Leen, I.R.; McColl, P.H.: *Shipway, Contact-evolution based prediction of fretting fatigue life: effect of slip amplitude*. Wear, 262, 1159-1170, 2007.
- [Mur87] Murakami, Y.: *Stress intensity factors handbook, Volume 2*. Pergamon Press, Oxford, Great Britain, 641ff, 1987.
- [NL00] Nawrocki, A.; Labrosse, M.: *A finite element model for simple straight wire rope strands*. Computer & Structures, 77, pp. 345-359, 2000.
- [NST04] Nakamura, S; Suzumura, K.; Tarui, T.: *Mechanical properties and Remaining Strength of Corroded Bridge Wires*. Structural Engineering International, Volume 14/1, 50-54, 2004.
- [NTK12] Novoszel, J.; Träger, W.; Kollegger, J.: *Fatigue Behaviour of Stay Cables*. 3rd International Symposium on Life-Cycle Civil Engineering (IALCCE), Vienna, Austria, No. 316, 2012.

- [Nür81] Nürnberger, U.: *Dauerschwingverhalten von Spannstählen*. Bauingenieur 56, 311-317, 1981.
- [Nür02] Nürnberger, U.: *Corrosion induced failure mechanisms of prestressing steel*. Materials and Corrosion 53, 591-601, 2002.
- [NWB90] Nürnberger, U.; Wiume, D.; Beul, W.: *Korrosionsverhalten von Litzen aus hochfesten austenitischen Stahldrähten*. Bauingenieur 65, 171-181, 1990.
- [PR11] Pahr, D.H.; Rammerstorfer, F.G.: *Problemlösung mittels FE-Methoden (Vorlesungsskriptum)*. Institut für Leichtbau und Strukturbiomechanik, Wien, 2011.
- [Pau13] Paul Maschinenfabrik GmbH & Co. KG: *Spannverankerungen*. Hersteller- Informationsdatenblätter, PAUL-Info B 146.01/1, Dürmentingen, Deutschland, 2013.
- [Ram12] Rammerstorfer, F.G.: *Einführung in die Finite Elemente Methode (Vorlesungsskriptum)*. Institut für Leichtbau und Strukturbiomechanik, Wien, 2012.
- [RD12] Rammerstorfer, F.G.; Daxner T.: *Nichtlineare Finite Elemente Methoden (Vorlesungsskriptum)*. Institut für Leichtbau und Strukturbiomechanik, Wien, 2012.
- [Rab65] Rabinowicz, E.: *Friction and Wear of Materials*. John Wiley & Sons, Inc., Cambridge, Massachusetts, USA, 1965.
- [RNP77] Rehm, G.; Nürnberger, U.; Patzak, M.: *Keil- und Klemmverankerungen für dynamisch beanspruchte Zugglieder aus hochfesten Drähten*. Bauingenieur 82/8, Springer-Verlag, Deutschland, 287-298, 1977.
- [Rof13] Roffey, P.: *The fracture mechanism of main cable wires from the forth road suspension*. Engineering Failure Analysis, Volume 31, 430-441, 2013.
- [RS09] Richard, H. A.; Sander, M.: *Ermüdungsrisse - Erkennen, sicher beurteilen, vermeiden*. Wiesbaden: Vieweg+Teubner/ GWV Fachverlage GmbH, Deutschland, 2009.
- [San11] Sander, M.: *Grundlagen des Ermüdungsrischwachstums*. Bruchmechanik und Ermüdungsrischwachstum (DVM-Fortbildungsseminar), Arbeitskreis Bruchvorgänge, Lehrstuhl für Strukturbiomechanik, Universität Rostock, S. 13-28, Deutschland, 2011.
- [Sav11] Abgerufen von der Fotogalerie der offiziellen Homepage des Sava Bridge Projekts; Online im Internet: <http://www.savabridge.com/images/poze/june2/june05.jpg>; <http://www.savabridge.com/images/poze/june2/june06.jpg>. Juni 2011.
- [Sch09] Schönekeß, H.C.: *Bestimmung statischer und dynamischer Zugspannungen in Stahlverseilungen mittels Wirbelstrom-Multisensoren und Ansätzen zu einer Sensordatenfusion*. Dissertation, Universität Kassel, Kassel, Deutschland, 2009.
- [Sch80] Schwalbe, K.H.: *Bruchmechanik metallischer Werkstoffe*. München: Carl Hanser Verlag München Wien, Deutschland, 1980.
- [SEG+12] Suárez, F.; Elices, M.; Gálvez, J.C.; Atienza, J.M.; Cendón, D.A.: *Relaxationsverluste bei Vorspanndrähten*. BWI BetonWerk International, Volume 1, 22-27, 2012.

- [SC99] Suh, J.; Chang, S.P.: *Experimental study on fatigue behaviour of wire ropes*. International Journal of Fatigue, Volume 22, 339-347, 1999.
- [SFB64] Sonderforschungsbericht 64: *Weitgespannte Flächentragwerke*. Abschlussbericht, Pr.-Nr. 13.663, Teilprojekt K7, SFB 64 Mitteilungen 67/1984, Universität Stuttgart, Deutschland, 1984.
- [Son05] Sonsino, C.M.: *"Dauerfestigkeit" – Eine Fiktion*. Zeitschriftenaufsatz, Konstruktion 57, Nr. 4, 87-92, 2005.
- [SSG+96] Stampfl, J.; Scherer, J.S.; Gruber, M.; Kolednik, O.: *Determination of the fracture toughness with automatic image processing*. International Journal of Fracture, Volume 78, 35-44, 1996.
- [Sta96] Stampfl, J.: *Lokale Bruchzähigkeit metallischer Werkstoffe*. Dissertation, Montanuniversität Leoben, Österreich, 1996.
- [Sve11] Svensson, H.: *Schräggabelbrücken: 40 Jahre Erfahrung weltweit. 1. Auflage*. Berlin: Ernst & Sohn, Deutschland, 2011.
- [TC13] Träger, W.; Caballero, A.: *Long-Term Axial Fatigue Tests on Stay and Extra-Dosed Cables*. fib Symposium Tel-Aviv 2013 Engineering a Concrete Future: Technology, Modeling and Construction, Tel-Aviv, Israel, ISBN: 978-965-92039-0-1, 411-414, 2013.
- [TNK11] Träger, W.; Novoszel, J.; Kollegger, J.: *Influence of the Different Testing Parameters on the Fatigue Behaviour of Stay Cables*. 9th International Symposium on Cable Dynamics (ISCD), Shanghai, China, ISSN: 2030-742x, Paper-Nr. 68, 2011.
- [Tra14] Träger, W.: Dissertation, Institut für Tragkonstruktionen – Betonbau, TU Wien, Österreich, geplante Veröffentlichung 2014 (in Bearbeitung).
- [Vsl11] Abgerufen von der Homepage der Firma VSL International Ltd.; Online im Internet: http://www.vsl.net/Portals/0/vsl_lit/Stay_Cable_SSI2000.pdf, Dezember 2011.
- [WF10] Wood, S.; Frank, K.H.: *Experimental investigation of bending fatigue response of grouted stay cables*. Journal of Bridge Engineering, 15, 123-130, 2010.
- [WFG12] Winkler, J.; Fischer, G.; Georgakis, C.T.: *Localized bending fatigue behavior of high-strength steel monostrands*. Proceedings of the 6th IABMAS, Stresa, Italy, 3992-3999, 2012.
- [WGF13] Winkler, J.; Georgakis, C.T.; Fischer, G.: *Experimental evaluation of the fretting fatigue behavior of high-strength steel monostrands*. International Conference on Structural Engineering, Mechanics and Computation (SEMC), Cape Town, South Africa, 2013.
- [Wit08] Witt, R.: *Modellierung & Simulation der Beanspruchung von Zugsträngen aus Stahllitze*. 13. Tagung Zahnradriemengetriebe IFTE, Tagungsband 13. Tagung, TU Dresden, Deutschland, 2008.

- [Wit07] Witt, R.: *Modellierung & Simulation der Beanspruchung von Zugsträngen aus Stahllitze für Zahnriemen*. Dissertation, Fakultät Elektrotechnik und Informationstechnik TU Dresden, Deutschland, 2007.
- [XCX12] Xu, Y.; Chen, Z.; Xia, Y.: *Fatigue assessment of multi-loading suspension bridges using continuum damage model*. International Journal of Fatigue, Volume 40, 27-35, 2012.
- [ZL10] Zilch, K.; Lingemann, J.: *Stochastische Untersuchung von Spanngliedausfällen bei Brückenbauwerken mit spannungsrissskorrosionsempfindlichem Spannstahl. Entwicklung eines vereinfachten Verfahrens*. Forschung Straßenbau und Straßenverkehrstechnik, Band 1049, Wirtschaftsverlag N. W. Verlag für neue Wissenschaft, Deutschland, 2010.
- [ZR00] Zhao, Y.; Roddis, K.: *Fatigue crack investigation for the Arkansas River Bridge in Hutchinson, Kansas*. Construction and Building Materials 14, 287-295, 2000.
- [ZZ08] Zilch, K.; Zehetmaier, G.: *Bemessung im konstruktiven Betonbau, 2. Auflage*. Berlin: Springer, Deutschland, 2008.

Anhang

A Parallellitzensysteme

A.1 Spannstahlherstellung

Der hochfeste Spannstahl der Gruppe der eutektoiden Stähle mit einem Kohlenstoffgehalt von etwa 0,8 % wird i.A. folgendermaßen hergestellt:

- Der durch Warmwalzen produzierte Walzdraht dient als Ausgangsmaterial und erhält vor dem Kaltziehen durch s.g. Patentieren, einer Wärmebehandlung bei 900°C bis 1000°C mit anschließendem Abschrecken, ein feinkörniges Perlit-Gefüge. Dieses besteht aus einer engen Mischung aus Ferrit- und Zementit-Lamellen. Während Ferrit ein kubisch raumzentrierter α -Mischkristall ist, ist der Zementit (Fe_3C) ein sehr sprödes und hartes Eisencarbid. Optimales Perlitwachstum kann nur bei entsprechend langer Abkühlrate erreicht werden, wenn gleichzeitig die Entstehung von Austenit und Martensit verhindert wird.
- Die kubisch raumzentrierte Perlit-Matrix mit einem Korngrößenbereich von etwa 10 μm enthält chemische Komponenten wie Silicium (Si), Mangan (Mn), Chrom (Cr), Phosphor (P) sowie Schwefel (S). Eine Übersicht der Legierungselemente und damit verbundene Änderungen der Stahleigenschaften zeigt Tab. A.1.

Legierungselement	Verbesserung von Eigenschaft...	Verschlechterung von Eigenschaft...
C (Kohlenstoff) ~ 0,8 %	Festigkeit, Härte	Dehnung, Zähigkeit, Schweiß-, Spanbarkeit
Si (Silizium) ~ 0,2 %	Festigkeit, Elastizität, Korrosionsbeständigkeit	Schweißbarkeit
Mn (Mangan) ~ 0,8 %	Festigkeit, Schlagfestigkeit, Verschleißwiderstand	
Cr (Chrom) ~ 0,3 %	Festigkeit, Härte, Korrosionsbeständigkeit, Verschleißwiderstand	Dehnung (gering), Kerbschlagzähigkeit
S (Schwefel) < 0,01%	Spanbarkeit	Versprödung, Schlagfestigkeit
P (Phosphor) < 0,01 %		Versprödung, Schlagfestigkeit

Tab. A.1: Spannstahleigenschaften durch Zugabe von Legierungselementen

- Um einen versetzungsverfestigten Werkstoff zu erhalten, wird eine Kaltverfestigung der Einzeldrähte vorgenommen. Durch mehrfaches Kaltziehen der Drähte mit 10 bis 12 mm

Ausgangsdurchmesser durch stufenweise Ziehösen unter der Rekristallisationstemperatur (Fe: 350°C bis 450°C) wird das Ausgangsgefüge gehärtet und verfestigt, bis die gewünschte Festigkeit erreicht ist. Dabei kommt es zu einer Streckung der anfangs runden Gefügekörnung und damit zu einer Erhöhung der Versetzungsdichte (in der Kristallstruktur werden Versetzungen erzeugt), die einer Verhärtung entspricht.

- Die durch das duale System verlorengegangene Duktilität/Zähigkeit und damit verbundene Verluste an Dehn-, Biege- und Verwindungsfähigkeit kann durch Entfestigung des Gefüges verbessert werden.
 - Der erste Entfestigungsmechanismus, die s.g. Kristallerholung bei geringer Temperaturentwicklung beim Durchlaufen der Ziehösen, ist ein komplexer Vorgang mit Abbau der inneren Spannungen bei gleichbleibender Verfestigung, der zu einem Abbau der Versetzungsdichte bei Beibehaltung der Korngrenzen führt (s.g. Anlassen).
 - Nach dem Zusammenschlagen der sechs Außendrähte mit Durchmesser d_{Ad} von 5,2 mm um den Kerndraht mit Durchmesser d_{Kd} von 5,4 mm wird die Querschnittsform der Litze erzeugt. Im Anschluss wird durch Reckalterung¹⁸⁶ die Duktilität verbessert. Maximale Bruchdehnungen bei Höchstlast (A_{gt}) in einem Bereich von 5 bis 8 % werden erzielt.
- Die Korrosionsanfälligkeit des kubisch raumzentrierten Materialgefüges und vorhandene aggressive Einwirkungen erfordern einen Korrosionsschutz der Spannstahldrähte. Die Möglichkeit eines Überzuges mit Zink oder einer Zinklegierung wird u.a. in [EN101] geregelt. Sowohl die Galvanisierung, welche aus einer Legierung mit 95 % Zink und 5 % Aluminium besteht, als auch der Galvanisierungsvorgang erfolgt mit einer Schmelztauchveredelung der einzelnen Drähte. Damit werden durchschnittliche Zink- bzw. Galfanauflage von 190 bis 350 g/m² erreicht. Dies entspricht einer Bandbreite an Schichtdicke von etwa 25 bis 50 µm. Nachteilig bei diesem unter etwa 400°C stattfindenden Prozess, gibt [Bue05] das Eindringen von Elementen im Bereich der Korngrenzen an, womit der interkristalline Zusammenhalt an lokalen Stellen deutlich geschwächt werden kann.
- Zur Lagerung und zum Transport auf die Baustelle wird die fertige Litze abschließend einer Wärmebehandlung bei über 300°C unterzogen und auf s.g. Coils mit Durchmesser von mindestens 0,75 m bis maximal 2 m aufgewickelt.

¹⁸⁶ Entlastung nach plastischer Verformung führt zu einer Erhöhung der Streckgrenze, weil Legierungsatome zu den Versetzungen diffundieren.

A.2 Vor- und Nachteile in der Anwendung

Eine Übersicht über die Vorteile der Parallellitzensysteme und deren Konsequenzen in der Baupraxis bzw. für die FE-Betrachtung gibt Tab. A.2 wieder.

Vorteile Parallellitzensysteme	Auswirkungen		
	Baupraktisch		Konsequenzen für die FEA
	Vorteile	Nachteile	
Systementwicklung weit fortgeschritten	<ul style="list-style-type: none"> Hohe technologische und materielle Qualität 	<ul style="list-style-type: none"> Systemqualität von den kritischen Systemkomponenten beschränkt 	Fokussierung auf den Detailbereich „Verankerung“
Möglichkeit der Austauschbarkeit einzelner Monolitzen	<ul style="list-style-type: none"> Wartung bedeutend vereinfacht (v.a. hinsichtlich Statik) 	<ul style="list-style-type: none"> Größerer Kabeldurchmesser notwendig, welcher aerodynamisch nachteilig wirkt (Schwingungen) 	Keine
Nachstellbarkeit der Verankerung am Spannanker	<ul style="list-style-type: none"> Flexible Baustellenbedingungen 		Keine
Separates Vorspannen der Monolitzen mittels Monopressen	<ul style="list-style-type: none"> Einfache Handhabung ^{*1} 	<ul style="list-style-type: none"> Für gleichmäßige Zugkraftverteilung ist ein 2. Vorspannvorgang erforderlich 	Keine
Möglichkeit der Verwendung von Bündelpressen	<ul style="list-style-type: none"> Beschleunigung des Vorspannvorganges 	<ul style="list-style-type: none"> Durchmesser und damit Spannkraft durch Pressleistung und -geometrie eingeschränkt 	Keine
Schrittweiser Zusammenbau zu einem Kabel auf der Baustelle (Schräggabel)	<ul style="list-style-type: none"> Maschinenleistung reduziert ^{*1} Flexibilität (Länge) 	<ul style="list-style-type: none"> Arbeitsaufwand auf der Baustelle erhöht ^{*1} 	Keine
Sehr guter Korrosionsschutz (4-lagig; Schräggabel)	<ul style="list-style-type: none"> Dauerhaftigkeit erhöht 	<ul style="list-style-type: none"> Empfindlich hinsichtlich Installation 	Keine

^{*1}...im Vergleich zu vorgefertigten Zuggliedern (Paralleldrahtkabel, vollverschlossene Seile)

Tab. A.2: Vor- / Nachteile Parallellitzensysteme

A.3 Entwicklung der Keilverankerungen

A.3.1 Allgemeines

Da die Kabeltypen für Schrägkabelsysteme aus den Konstruktionen der Vorspanntechnik entwickelt wurden, wird zu Beginn ein kurzer Abriss über diese Spannsysteme, mit Fokus auf die Verankerungen gegeben. Grundsätzlich gelten für Schrägkabel- und Vorspannsysteme identische Anforderungen. Die Auflistung erhebt keinen Anspruch auf Vollständigkeit.

Eugène Freyssinet (1879 – 1962) gilt als Vorreiter zur Entwicklung von Spannsystemen mit ersten Patentierungen von Spanngliedverankerungen und zugehörigen Pressen in Frankreich. Während Freyssinet möglichst hohe Vorspannungen in den Drähten anwendete, setzte Franz Dischinger (1887 – 1953) in Deutschland mit eingangs geringeren Vorspannniveaus in der Vorspanntechnik bedeutende Impulse. Unter anderem war er für den Bau der ersten modernen Schrägkabelbrücke, der 1956 fertiggestellten Strömsundbrücke in Schweden, verantwortlich.

Nach ersten Anfängen mit Betonkeilverankerungen für 12- bis 18-drähtige Spannglieder (ab 1928), über Stahlkörperverankerungen bis maximal 12 Litzen (ab 1954), wurden bereits ab 1964 1 bis 27 Litzenspannglieder mit Stahlverankerungen lagegesichert. In den 1960er Jahren wurden vermehrt Spannsysteme im Brückenbau eingesetzt. Im Gegensatz zu den auftretenden, geringen Niveaus der Spannungsamplituden ($\Delta\sigma \leq 100 \text{ N/mm}^2$) im Spannbetonbau sind die Anforderungen für Schrägkabelsysteme bedeutend höher, weshalb in den 1970er Jahren Keilverankerungen aus dem Maschinenbau übernommen und weiterentwickelt wurden.

Eine chronologische Entwicklung von auszugsweisen Vorspannverfahren mit Spann- und Festanker war die Folge. Unter anderem wurde ab 1965 ein Vorspann System Losinger (VSL) mit Litzendurchmessern von 12,1 bzw. 15,7 mm entwickelt, ab 1977 Dywidag-Spannsysteme aus 1 bis 27 Litzen mit Nennquerschnittsflächen von 140 bzw. 150 mm² produziert bzw. ab 2001 BBR Cona-Spannsysteme mit 1 bis 19 Litzen mit Nenndurchmesser 15,7 mm gefertigt und getestet.

Abb. A.1a stellt die beiden Spannverankerungen eines 19-litzigen Schrägkabels inklusive Socket nach einem Dauerschwingversuch mit 50 Millionen Lastwechseln dar, sowie Abb. A.1b eine Monolitzenverankerung für ein einlitziges System vor einem statischen Zugversuch.



Abb. A.1: Keilverankerungen: 19-litziges Schrägkabel (a) Monolitzenverankerung (b)

A.3.2 Erkenntnisse aus Versuchsserien und Entwicklungen

Folgende Erkenntnisse sind mit eigenen Erfahrungswerten während der durchgeführten experimentellen Testserien, in Zusammenarbeit mit Vorspannfirmen und Spannstahlherstellern, begründet. Die begrenzte Versuchsanzahl ermöglicht keine Verallgemeinerung der Ergebnisse.

- Unter statischer Belastung kommt es bei einer Reduktion des Reibungsbeiwertes μ_{V_e/K_e} (z.B. Schmierung) zwischen Verankerungshülse und Keil dazu, dass der Keil weiter in die Verankerungshülse gleitet, womit tiefere Einpresstiefen t_z , sowie höhere Klemmkräfte $f_{K_e/Ad}$, speziell im Bereich der Keilspitze, verursacht werden. Durch die höhere Querverpressung und der verstärkten Kerbung kommt es zu einem vorzeitigen Bruchversagen des Außendrahtes der Litze im vorderen Bereich des Keiles.
- Im Gegensatz dazu kommt es bei dynamischer Belastung einer geschmierten Keilverankerung, durch Erhöhung der Querverpressung und damit verbundener Verminderung der Relativverschiebung $\Delta l_{K_e/Ad}$ zwischen Litze und Keil, zu einer Reduktion der Reibkorrosion, und damit zu einer Verbesserung der Ermüdungsfestigkeit.
- Ungleich tief gesetzte Keile verursachen eine ungleichmäßige Verteilung der Querverpressungen. In der Praxis sind, selbst mit der üblichen Verwendung von Spezialwerkzeugen, derartige Ungenauigkeiten nicht auszuschließen.
- Ja nach Anzahl an Keilsektoren sind Einbauvorschriften betreffend der radialen Anordnung der Keile einzuhalten, womit am vorderen Keilende die Keilränder in den Drahtzwischenräumen platziert werden. Obwohl dies Spannungskonzentrationen verhindern soll, waren aus den Testauswertungen keine ausgeprägten Effekte erkennbar.

Die folgenden Entwicklungen der Keil- und Hülsengeometrie sind aus Sicht des Autors¹⁸⁷ zu erwähnen.

- Die erforderliche Klemmlänge zur sicheren Verankerung der Litze bestimmt die Keillänge L_{K_e} und damit auch die Größenordnung der Verankerungseinheit (Monosystem: Hülslänge L_{V_e}).
- Mit den Winkelmaßen werden in den KIZ ausreichend große Querdrücke aufgebaut, um bei dynamischer Ermüdungsbeanspruchung die zyklische Relativverschiebung $\Delta l_{K_e/Ad,zykl}$ zwischen Litze und Keil an der Keilspitze¹⁸⁸ zu minimieren. Diese Dehnungsunterschiede von Spannstahl und Keil führen unter zyklischer Belastung zum Aneinanderreiben und damit zur Reibkorrosion (siehe Kap. 2.1.5).
- Konstruktive Maßnahmen zielen auf die Verminderung der Steifigkeit¹⁸⁹ im schmalen vorderen Keilbereich ab. Hier wird die Spannkraft allmählich vom Maximalwert $F_{ax,max}$ über die Kraftabtragslänge L_{K_e} in die Verankerung geleitet. Zum einen kann damit der vordere Teil des Keiles den dynamischen Dehnungsschwankungen zwischen Keil und Litze besser folgen. Zum anderen wird bei statischer Maximalbeanspruchung ein allmäh-

¹⁸⁷ Fachgespräche mit Herstellern im Laufe der Forschungstätigkeit sind eingeflossen.

¹⁸⁸ Das schmale Keilende stellt den Beginn des Kraftabtrages dar.

¹⁸⁹ Auch die Glättung der Innenseite spielt in den Entwicklungen eine Rolle.

liches Abklingen der Spannkraft erreicht. Folgende Konstruktionsvariationen sind aktuell Stand der Technik und werden u.a. auch in Kombination angewandt¹⁹⁰:

- Die Innenseite der Ringsegmentkeile, welche i.A. gezahnt und gehärtet ist (siehe Kap. 2.1.4), wird zum schmalen Keilende hin mit geringeren Zahnhöhen h_z bzw. glatterer Oberfläche ausgeführt. Als Variante werden die vorderen Zähne angeschnitten.
- Eine Anfasung der Keilspitze an der Innenseite hat einen vergleichbaren Effekt, begründet sich aber auch ausführungstechnisch durch erleichtertes Aufschieben der Keile beim Vorspannvorgang. Anfasungen der Keilaußenseite bewirken eine Kragarmwirkung und damit analog einen Steifigkeitsabfall. Mit einer Verkleinerung der Wandstärke des Verankerungskörpers am Beginn der Kraftabtragung kann dies ebenfalls bewerkstelligt werden.
- In zahlreichen Untersuchungen kommen auch weichere, höherelastische Materialien für den Bereich des schmalen Keilteiles zum Einsatz, um die Verschiebungen federnd mitzumachen. Obwohl damit der Keil die schädlichen Relativbewegungen (siehe Kap. 3.5.1) aufnehmen kann, bleibt die schwer umsetzbare Aufnahme der hohen Querdruckkräfte. Zudem können auch weiche Materialien harte Abriebprodukte (Oxide) bilden, welche wiederum Reibungskorrosionsfördernd sind.
- Eine im Vergleich zur Keilneigung α_{Ke} um 2 bis 3 % verringerte Hülsenneigung α_{ve} sorgt für ein behutsameres Einpressen der Keilzähne in die Außendrähte der Litze, womit die Einpresstiefen t_z am Beginn der Verankerung reduziert werden können.

Es hat sich jedoch herausgestellt, dass die genannten Maßnahmen an den vorderen Keilenden bei dynamischer Beanspruchung zu einer Reduzierung der Ermüdungsfestigkeit führen, wenngleich sie im statischen Zugversuch keine bedeutende Auswirkung zeigen, wie es *Rehm et al.* [RNP77] in Experimenten schon 1977 dokumentierten.

Aus Sicht des Autors sind in naher Zukunft, speziell durch die rasche Weiterentwicklung in der Materialforschung der Spannstahlitzen (siehe Kap. 2.1.4), weitere Entwicklungsschritte erforderlich. Die regelmäßige Überprüfung von diffizilen Parametern, wie der mit einem Umlenkgugversuch ermittelte D-Wert¹⁹¹, oder der Wasserstoffgehalt des Spannstahls bei Verdacht auf eine wasserstoffinduzierte SpRK, wird aktuell bereits durchgeführt und begegnet breitem Interesse.

¹⁹⁰ Überwiegend empirisch aus Versuchen abgeleitet.

¹⁹¹ Indikator für die Querdruckempfindlichkeit.

B Theoretische Grundlagen der Festigkeitslehre

B.1 Begriffe: Belastung und Versagen

Die Belastungsart ist zum einen nach der Richtung der äußeren Kraft als Zug zu bezeichnen. Zum anderen spricht man nach dem zeitlichen Verlauf der Kräfte von einer dynamischen Dauerschwingung-Beanspruchung, welche dahingehend harmonisch erfolgt, da eine sinusförmige Krafteinleitung zu einer schwankenden Spannung im Kabelquerschnitt führt. Diese Spannung liegt zwischen einer Oberspannung σ_o und einer Unterspannung σ_u auf einem konstanten Mittelspannungsniveau $\sigma_m = (\sigma_o + \sigma_u) / 2$, was zu einem konstanten Spannungsausschlag $\sigma_a = (\sigma_o - \sigma_u) / 2$ führt.

Die unter der makroskopischen Fließgrenze des Materials liegende Spannungen führen in den Prüfkörpern zu einer Dauerschwingbeanspruchung im Bereich der Zeitfestigkeit bzw. des high-cycle-fatigue-Bereiches (HCF), in welcher ein Ermüdungsversagen ohne große plastische Dehnungen plötzlich und ohne Ankündigung zwischen 10^4 und 10^7 Lastwechseln auftritt. Ausgehend von Anrissen in Form von Kerben, Materialfehlern bzw. Oberflächenschädigungen wird der Ermüdungsbruchvorgang in weiterer Folge durch Rissinitiierung sowie anschließender Rissausbreitung geprägt.

Grundsätzlich werden allen simulierten Festkörpern homogene und isotrope¹⁹² Materialeigenschaften zugewiesen, womit eine gleichmäßige Materialverteilung im jeweiligen Körperinneren und richtungsunabhängige Elastizitätseigenschaften angenommen werden. Voraussetzung dafür ist das Homogenisieren der realen Materialeigenschaften¹⁹³.

Anmerkungen zur Anisotropie in den Spannstahtlitzen sind unter Kap. 2.1.4 angeführt sowie im Anhang F nachzulesen.

B.2 Elastizitätstheorie - Spannungen und Verzerrungen

Bei Belastung eines gelagerten Körpers sind die Spannungen die wirklichen inneren Reaktionen, deren Zusammenfassung zu Spannungsergebnissen die Schnittgrößen ergeben.

Zur eindeutigen Festlegung des Spannungszustandes in einem Körperpunkt bzw. in einem infinitesimalen Volumenelement sind neun Spannungskomponenten erforderlich, welche einen Spannungstensor σ_{ij} nach Gl. (B.1) bilden.

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{bmatrix} \quad (\text{B.1})$$

Die Hauptdiagonale des Tensors wird von den Normalspannungen gebildet ($i=j$), und die übrigen Komponenten sind die Schubspannungen ($i \neq j$). Aufgrund der Gleichheit zugeordneter Schubspannungen ist der Spannungstensor symmetrisch ($\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$) bzgl. der Hauptdiagonale und

¹⁹² Elastizitätsmodul E , Querdehnzahl μ . Zudem Fließ-/ Streckgrenze $R_{p0,2}$ sowie Zugfestigkeit R_m .

¹⁹³ Verschmieren der mikroskopischen Eigenschaften (Kristallgitter, Körnung, Einschlüsse etc.).

enthält damit sechs unabhängige skalare Komponenten (σ_{11} , σ_{22} , σ_{33} , $\sigma_{12} = \tau_{12}$, $\sigma_{23} = \tau_{23}$; $\sigma_{31} = \tau_{31}$). Der 1. Index der Spannungskomponente definiert die Orientierung der Schnittfläche sowie der 2. Index die Richtung der Spannungskomponente σ_{ij} .

An einem herausgeschnittenen Volumenelement (Quader) des Körpers wirken in jeder Schnittfläche, und von dieser abhängig, eine Normalspannung σ_{ij} sowie zwei Schubspannungen τ_{ij} . Die Quaderlage, in der alle Schubspannungen verschwinden, führt zu Extremwerten für die Normalspannungen, den Hauptnormalspannungen σ_1 , σ_2 und σ_3 .

Mechanische Spannungen führen mit einem Zusammenhang über Stoffgesetze zu Formänderungen am Bauteil in Form von Längen- und Winkeländerungen. Analog zum Spannungstensor laut Gl. (B.1) lässt sich ein Verzerrungstensor ε_{ij} nach Gl. (B.2) anschreiben, der die gleichen Symmetrieeigenschaften besitzt ($\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ji}$), in der Hauptdiagonalen die drei Normalverzerrungskomponenten, sowie die sechs Schubspannungsverzerrungen enthält.

$$\varepsilon_{ij} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{21} & \varepsilon_{22} & \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{31} & \varepsilon_{32} & \varepsilon_{33} \end{bmatrix} \quad (\text{B.2})$$

Das linear elastische Verhalten wird im isotropen Fall ausschließlich von Elastizitätsmodul E sowie Querdehnzahl ν definiert und von der Bindungsart der Atome im Kristallgitter bestimmt. Bei Zugbelastung der Litzen kommt es durch Vergrößerung der Atomabstände zu einer Verlängerung der Probe bei gleichzeitiger Querschnittsabnahme bedingt durch Querkontraktion.

Im linear elastischen Bereich, in dem die Spannungen mit den Verzerrungen über das allgemeine Hooke'sche Gesetz der Form nach Gl. (B.3) verknüpft sind, leisten bei isotropem Materialverhalten die Normalspannungen keinen Beitrag zu Gleitungen sowie die Schubspannungen keinen Beitrag zu Dehnungen. Damit können beide Spannungsarten separat betrachtet und überlagert werden können, wenn physikalische Linearität vorherrscht, in welcher die Verschiebungen proportional zu den einwirkenden Kräften sind bzw. reversibel sind und bei Entlastung vollkommen zurück gehen.

Im linear elastischen Bereich sind die Spannungskomponenten, ausgedrückt als Spannungstensor 2. Stufe σ_{ij} laut Gl. (B.1), mit dem Materialsteifigkeitstensor 4. Stufe E_{ijkl} mit den Verzerrungskomponenten, zusammengefasst im Verzerrungstensor ε_{ij} 2. Stufe nach Gl. (B.2) über das allgemeine Hook'sche Gesetz nach der linearen Tensorgleichung 4. Ordnung Gl. (B.3) verknüpft.

$$\sigma_{ij} = E_{ijkl} \varepsilon_{kl} \quad (\text{B.3})$$

Für betrachtete isotrope Materialeigenschaften lässt sich der s.g. Elastizitätstensor¹⁹⁴ E_{ijkl} , welcher grundsätzlich aus 81 Komponenten besteht, nach Gl. (B.4) mit den beiden elastischen Parametern Elastizitätsmodul E und Querdehnzahl ν definieren.

¹⁹⁴ Auch als Elastizitätsmatrix bezeichnet.

$$E_{ijkl} = \frac{E}{(1+\nu) \cdot (1-2 \cdot \nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ & 1-\nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ & & 1-\nu & 0 & 0 & 0 \\ & & & 1/2-\nu & 0 & 0 \\ \text{symm.} & & & & 1/2-\nu & 0 \\ & & & & & 1/2-\nu \end{bmatrix} \quad (\text{B.4})$$

Die Elastizitätsmatrix E_{ijkl} ist im linearen Bereich als Elastizitätsmodul E bekannt und gibt die mechanische Spannung zur Erzielung einer bestimmten Materialdehnung an. Die Verknüpfung der Verzerrungen und Spannungen über den Zusammenhang laut Gl. (B.5) führt zu einer Nachgiebigkeitsmatrix C_{ijkl} , welche die Inverse der Steifigkeitsmatrix E_{ijkl} darstellt ($E_{ijkl} = C_{ijkl}^{-1}$).

$$\varepsilon_{ij} = C_{ijkl} \sigma_{kl} \quad (\text{B.5})$$

Die Nachgiebigkeitsmatrix C_{ijkl} , für allgemeine Anisotropie ist mit Gl. (B.6) beschrieben.

$$C_{ijkl} = \begin{bmatrix} 1 & -\nu & -\nu & 0 & 0 & 0 \\ & 1 & -\nu & 0 & 0 & 0 \\ & & 1 & 0 & 0 & 0 \\ & & & 2 \cdot (1+\nu) & 0 & 0 \\ \text{symm.} & & & & 2 \cdot (1+\nu) & 0 \\ & & & & & 2 \cdot (1+\nu) \end{bmatrix} \quad (\text{B.6})$$

Aufgrund der werkstoffunabhängigen Gleichgewichtsbedingungen bleiben die Steifigkeitsmatrizen E_{ijkl} und C_{ijkl} auch bei anisotropem Materialverhalten symmetrisch und werden mit 21 Werkstoffparametern beschrieben. Bei orthotropem Materialverhalten, einem Spezialfall der Anisotropie, treten neun unabhängige Materialparameter, die E-Moduli E_1, E_2, E_3 , die Schubmoduli G_{12}, G_{13}, G_{23} , sowie die Querdehnungszahlen $\nu_{12}, \nu_{13}, \nu_{23}$ auf.

Um die für die Berechnung erforderlichen Hauptspannungen σ_i bzw. Hauptverzerrungen ε_i zu erhalten, werden die in Gl. (B.7) sowie (B.8) angeführten Eigenwertprobleme gelöst, welches einer Umrechnung in ein Koordinatensystem mit verschwindenden Schubspannungen entspricht.

$$\det|\varepsilon_{ij} - \varepsilon_i \delta_{ij}| = 0 \quad (\text{B.7})$$

$$\det|\sigma_{ij} - \sigma_i \delta_{ij}| = 0 \quad (\text{B.8})$$

δ_{ij} , dass s.g. Kroneckerdelta, ist mit Gl. (B.9) definiert.

$$\delta_{ij} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{B.9})$$

Die Lösung der Eigenwertprobleme führt auf Gl. (B.10) sowie Gl. (B.11), welche nach den hydrostatischen sowie deviatorischen Anteilen aufgespalten sind. Die beiden ersten Terme dieser Gleichungen stellen den hydrostatischen Anteil dar, welcher aufgrund der experimentell nachgewiesenen Inkompressibilität der verwendeten metallischen Werkstoffe keinen Einfluss auf die plastische Formänderungsarbeit hat und somit für folgend beschriebene Fließhypothese unabhängig vom Spannungstensor ist.

$$\sigma_{ij} = \frac{1}{3} \sigma_{kk} \delta_{ij} + s_{ij} \quad (\text{B.10})$$

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{3} \varepsilon_{kk} \delta_{ij} + e_{ij} \quad (\text{B.11})$$

Die beiden Terme am Ende der Gl. (B.10) und Gl. (B.11) (s_{ij} sowie e_{ij}) sind die deviatorischen Anteile und sind verantwortlich für die Gestaltänderung.

B.3 Plastizitätstheorie

Sobald die Elastizitätsgrenze im Zugversuch überschritten ist, kommt es im Bereich der Gleichmaßdehnung A_g (Dehnung ohne elastischen Dehnungsanteil) zu gleichmäßigen, plastischen Verformungen, die irreversibel sind analog zum linear elastischen Bereich für eine gleichmäßige Abnahme des Probenquerschnitts sorgen. Die plastische Verformung erfolgt lokal durch das Gleiten von Versetzungen im Kristallgitter, welche mit fortschreitender Belastung zu Aufstauungen an Korngrenzen und damit zur Bildung von Spannungsfeldern neigen, welche Gleitungsvorgänge weiterer Versetzungen behindern. Die damit einhergehende Erhöhung der inneren Spannungen im atomaren Gitter führen zu einer Kaltverfestigung, bis an der Stelle der maximalen Zugkraft eine lokale Einschnürung der Probe entsteht, weil ab diesem Zeitpunkt sich die weitere plastische Verformung ausschließlich in diesem Bereich konzentriert.

Grund dafür ist das Erreichen der maximalen Versetzungskonzentration, welche die Steigerung der Festigkeit verhindert. Es bilden sich Hohlräume und die Spannungserhöhung vollzieht sich nur mehr in diesem Bereich, weshalb die Probenverlängerung an einer ausgewählten Stelle zur Einschnürung führt. Beim Versagen tritt die bleibende plastische Dehnung als s.g. Bruchdehnung A auf.

Aus dem technischen Spannungs-Dehnungs-Diagramm, in dem die Querschnittsabnahme und damit auch die Einschnürung nicht berücksichtigt werden, lassen sich die für die Berechnung von Systemkomponenten relevanten Kenngrößen ableiten. Während für die Stahlklemmkeile sowie Verankerungsbauteile eine eindeutige Fließgrenze vorhanden ist (Streckgrenze R_e), geht bei den Spannstahllitzen der elastische Bereich kontinuierlich in den plastischen Bereich über. Aus diesem Grund wird die 0,1-% Dehngrenze $R_{p0.1}$ (Streckgrenze) als Elastizitätsgrenze gewählt, da ab hier makroskopisches Fließen einsetzt.

Das wahre Spannungs-Dehnungs-Diagramm, welches als Fließkurve bezeichnet wird, lässt sich aus dem technischen Spannungs-Dehnungs-Diagramm ableiten (siehe Kap. 5.2) und erstreckt sich über den Gleichmaßdehnungsbereich, ohne die elastischen Verformungsanteile.

B.4 Anstrengungshypothesen

Für die Bewertung der kritischen Punkte innerhalb der betrachteten Spannverankerungen kann, durch die Reduzierung des räumlichen Spannungszustandes auf einen Vergleichsspannungszustand, der Bezug zu Werkstoffkennwerten hergestellt werden¹⁹⁵.

Gestaltänderungsenergiehypothese (GEH) nach von Mises

Um die vorliegenden allgemeinen dreiachsigen Spannungszustände unter Berücksichtigung des duktilen Materialverhaltens mit einem äquivalenten Spannungszustand beurteilen zu können, bietet sich die von allen Spannungskomponenten abhängige Gestaltänderungsenergiehypothese (GEH) nach von Mises an.

Diese Fließhypothese beruht auf der Annahme, dass bei metallischen Werkstoffen der Anteil der spezifischen Verzerrungsenergie U_0 maßgebend ist. Der in Gl. (B.10) angegebene deviatorische Spannungsanteil beschreibt die Gestaltänderung, womit die Fließfunktion $\phi_{\text{Mises}}(\sigma_{ij})$ nur von diesem abhängt ($\sigma_{ij} = s_{ij}$). Die skalare Fließfunktion $\phi_{\text{Mises}}(\sigma_{ij})$ in Abhängigkeit von den drei Invarianten des Spannungsdeviators, führt nach Umformung von dem mehrachsigen Kriterium auf einen einachsigen Vergleichszustand, und in weiterer Folge zur Fließhypothese nach Gl. (B.12).

$$\phi_{\text{Mises}}(\sigma_{ij}) = I_2^\sigma - \frac{1}{3} f_y^2 = \frac{1}{2} s_{ij} s_{ij} - \frac{1}{3} f_y^2 = 0 \quad (\text{B.12})$$

Aus dieser Formulierung leitet sich der einachsige Vergleichszustand ab, bei dem Fließen erreicht wird, wenn die Gl. (B.13) im Hauptspannungsraum erfüllt wird, wobei σ_V die Vergleichsspannung nach von Mises darstellt.

$$\sigma_V = \sqrt{\frac{3}{2} \sigma_{ij} \sigma_{ij}} = \sqrt{\frac{1}{2} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]} \quad (\text{B.13})$$

Durch die Unabhängigkeit vom hydrostatischen Anteil des Spannungstensors beschreibt die Fließfläche im Hauptspannungsraum geometrisch einen Zylinder, bei dem die Erzeugenden parallel zur hydrostatischen Achse ($\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$) verlaufen. Ein Vergleichsspannungszustand, der sich innerhalb des Fließzylinders befindet, führt zu keinen plastischen Formänderungen, und das Hook'sche Gesetz gilt.

Erreicht diese materialspezifische Abweichung des Spannungszustandes vom rein hydrostatischen Spannungszustand in der π -Ebene bzw. Hauptspannungsdeviator-Ebene die kritische Oktaederschubspannung, kommt es zum Fließen. Zur Bewertung werden die Vergleichsspannungen σ_V mit den Fließgrenzen¹⁹⁶ R_e bzw. $R_{p0,2}$ verglichen.

Theoretisch ist für eine vollständige Betrachtung die mikroskopische Komponente zu beachten. Im Speziellen führt nur eine optimale Orientierung der einzelnen Körner zu makroskopischem Fließen des gesamten Prüfkörpers. Die Oktaederschubspannungen des von Mises-Kriteriums wirken entlang von vier Ebenen im Vergleich zu zwei Ebenen des Fließkriteriums

¹⁹⁵ Der Lebensdauerberechnung liegt beispielsweise ein einachsiger Spannungszustand zu Grunde.

¹⁹⁶ Bei Werkstoffen mit ausgeprägter Fließgrenze wird R_e anstelle von $R_{p0,2}$ herangezogen.

nach *Tresca*, womit sich der Nachteil der geringeren Schubspannungen des *von Mises* Kriteriums mit der Tendenz zu potentiell günstigeren Gleitebenen ausgleicht.

Die zur Vergleichsspannung σ_V zugehörige Vergleichsdehnung ε_V berechnet sich nach Gl. (B.14), wobei $\varepsilon_{V,el}$ der elastische Dehnungsanteil sowie $\varepsilon_{V,pl}$ der plastische Dehnungsanteil ist. Analog zur Vergleichsspannung σ_V sind die plastischen Dehnungskomponenten abhängig von den deviatorischen Dehnungsanteilen ($\varepsilon_{ij,pl} = e_{ij,pl}$), womit sich die plastische Vergleichsdehnung $\varepsilon_{V,pl}$ nach Gl. (B.15) mit den Hauptdehnungskomponenten ($\varepsilon_{1,pl}$, $\varepsilon_{2,pl}$, $\varepsilon_{3,pl}$) ausdrücken lässt.

$$\varepsilon_V = \varepsilon_{V,el} + \varepsilon_{V,pl} = \frac{\sigma_V}{E} + \sqrt{\frac{2}{3}} e_{ij,p} e_{ij,p} \quad (\text{B.14})$$

$$\varepsilon_{V,pl} = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{(\varepsilon_{1,pl} - \varepsilon_{2,pl})^2 + (\varepsilon_{2,pl} - \varepsilon_{3,pl})^2 + (\varepsilon_{3,pl} - \varepsilon_{1,pl})^2} \quad (\text{B.15})$$

Wird die Fließgrenze in einem Punkt des betrachteten Bauteiles überschritten, kommt es wie beschrieben zu irreversiblen plastischen Verformungen, womit sich die Fließhypothese nach *von Mises*, aufgrund der Definition mit Hilfe der Fließgrenze, nur bei ideal plastischem Werkstoffverhalten gilt.

Die Anhebung der Fließgrenze bei zyklischer Wiederbelastung wird als isotrope Verfestigung bezeichnet. Diese wird zu einer realitätsnahen Berücksichtigung des Werkstoffverhaltens berücksichtigt (siehe Kap. 5.2).

Normalspannungshypothese nach Rankine

Für den Fall eines normalspannungsgesteuerten Brucheintretens, welches i.A. bei spröden Werkstoffen auftritt, kann die Normalspannungshypothese nach *Rankine* herangezogen werden. Im Vergleich zur GEH wird die Hauptzugspannung σ_1 anstelle der Vergleichsspannung σ_V herangezogen bzw. nach der Hauptzugverzerrung ε_1 ausgewertet. Die maximalen Hauptspannungen werden der Zugfestigkeit R_m gegenübergestellt.

B.5 Technische SDK – Wahre SDK¹⁹⁷

Die in Kap. 5.2 verwendete Umrechnung der technischen¹⁹⁸ Spannungs-Dehnungs-Beziehungen in wahre Spannungs-Dehnungs-Kurven basiert auf den folgenden, in Tab. B.1 (Keil) sowie Tab. B.2 (Litze) dargestellten, Berechnungsschritten. Für die Litzen müssen die in den ersten beiden Spalten angegebenen Messwerte der Zugversuche (F_{ax} , Δl_{ax}) in die technischen Kennwerte (σ_{nom} , ε_{nom}) umgerechnet werden, während bei den Keilen durch beschriebene Vereinfachung die 0,2%-Dehngrenze $R_{p0,2}$ und die Zugfestigkeit R_m bei Maximaldehnung ε_{max} verwendet werden können. In der jeweils letzten Spalte sind die plastischen Dehnungsanteile angeführt, welche als Grundlage zur Definition der plastischen Materialeigenschaften verwendet werden.

¹⁹⁷ Spannungs-Dehnungskurve

¹⁹⁸ In der Literatur auch als nominelle Spannungs-Dehnungsbeziehungen bezeichnet.

techn. Spannung $\sigma_{nom,p}$	techn. Dehnung $\epsilon_{nom,p}$	wahre Spannung $\sigma_{true,p}$	wahre Dehnung $\epsilon_{true,p}$	plastische Dehnung $\epsilon_{p}^{pl} = \epsilon_{p,Aba}^{pl}$
[N/mm ²]	[%]	[N/mm ²]	[%]	[%]
F_{ax} / A_p	$(l-l_0) / l_0$	$\sigma_{nom,p}(1 + \epsilon_{nom,p})$	$\ln(1 + \epsilon_{nom,p})$	$\epsilon_{true,p} - \sigma_{true,p} / E_p$
0,0	0,000	0,0	0,000	0,000
490,0	0,200	491,0	0,200	0,000
600,0	12,000	672,0	11,333	11,013

Tab. B.1: Berechnungsschritte SDK (Keil C15Pb)

gemessene Zugkraft F_{ax}	gemessene Längen- änderung Δl_{ax}	techn. Spannung $\sigma_{nom,p}$	techn. Dehnung $\epsilon_{nom,p}$	wahre Spannung $\sigma_{true,p}$	wahre Dehnung $\epsilon_{true,p}$	plastische Dehnung ϵ_p^{pl}	plastische Dehnung $\epsilon_{p,Aba}^{pl}$ ^{*1}
[kN]	[mm]	[N/mm ²]	[%]	[N/mm ²]	[%]	[%]	[%]
		F_{ax}/A_p	$(l-l_0) / l_0$	$\sigma_{nom,p}(1 + \epsilon_{nom,p})$	$\ln(1 + \epsilon_{nom,p})$	$\epsilon_{true,p} - \sigma_{true,p} / E_p$	
0,0	0,000	0,0	0,000	0,0	0,000	0,000	
12,3	5,188	82,3	0,099	82,4	0,099	0,057	
34,0	10,892	227,0	0,208	227,4	0,208	0,091	
54,8	15,928	365,2	0,304	366,3	0,304	0,116	
77,8	21,176	518,7	0,404	520,8	0,403	0,136	
103,1	26,588	687,3	0,507	690,8	0,506	0,152	
126,5	31,528	843,2	0,602	848,2	0,600	0,165	
151,0	36,760	1007,0	0,702	1014,1	0,699	0,179	
176,3	42,240	1175,6	0,806	1185,1	0,803	0,195	
198,2	47,136	1321,1	0,900	1333,0	0,896	0,212	
220,8	52,648	1472,1	1,005	1486,9	1,000	0,237	
237,7	57,764	1584,8	1,102	1602,3	1,096	0,275	
250,1	62,848	1667,1	1,199	1687,1	1,192	0,327	
258,7	68,352	1724,7	1,304	1747,2	1,296	0,400	
260,5	69,816	1736,7	1,332	1759,8	1,324	0,421	0,000
264,1	73,600	1760,6	1,405	1785,4	1,395	0,479	0,058
267,5	78,748	1783,0	1,503	1809,8	1,492	0,564	0,142
269,7	83,820	1798,2	1,600	1827,0	1,587	0,650	0,229
271,4	89,176	1809,4	1,702	1840,2	1,688	0,744	0,323
272,6	94,284	1817,4	1,799	1850,1	1,783	0,835	0,413
273,6	99,716	1823,8	1,903	1858,5	1,885	0,932	0,511
274,5	104,908	1830,2	2,002	1866,8	1,982	1,025	0,604
275,4	110,160	1835,8	2,102	1874,4	2,080	1,119	0,698
276,1	115,260	1840,6	2,200	1881,0	2,176	1,211	0,790
277,0	120,660	1847,0	2,303	1889,5	2,277	1,308	0,886
277,8	125,684	1851,7	2,399	1896,2	2,370	1,398	0,977
278,3	131,028	1855,3	2,501	1901,7	2,470	1,495	1,073
278,8	136,336	1858,7	2,602	1907,0	2,569	1,591	1,169
279,0	138,680	1860,0	2,647	1909,2	2,612	1,633	1,212

*1...Inputparameter *Abaqus* (Fließkurve der wahren Spannungs-Dehnungsbeziehung)

Tab. B.2: Berechnungsschritte SDK (Litze Y1860S7-15,7)

Die in einem weiteren Berechnungsschritt erhaltenen zyklischen Spannungs-Dehnungs-Kurven (ZSDK) sind mit der Tab. B.3 (Keil) sowie Tab. B.4 (Litze) dokumentiert.

wahre Spannung $\sigma_{\text{true,p}} \equiv \sigma_{\text{a,p}}$	elast. Dehnungs- amplitude $\varepsilon_{\text{a,p}}^{\text{el}}$	Verfestigungs- koeffizient K' laut Kap. 5.2	plast. Dehnungs- amplitude $\varepsilon_{\text{a,p}}^{\text{pl}}$	gesamte Dehnungs- amplitude $\varepsilon_{\text{a,p}}$
[N/mm ²]	[%]	[N/mm ²]	[%]	[%]
	$\sigma_{\text{a,p}} / E_p$	$\sigma' \cdot \varepsilon'^{-n'}$	$(\sigma_{\text{a,p}} / K')^{1/n'}$	$\varepsilon_{\text{a,p}}^{\text{el}} + \varepsilon_{\text{a,p}}^{\text{pl}}$
0,0	0,000	974,1	0,000	0,000
491,0	0,234	974,1	1,038	1,272
672,0	0,320	974,1	8,415	8,735

Tab. B.3: Berechnungsschritte ZSDK (Keil C15Pb)

wahre Spannung $\sigma_{\text{true,p}} \equiv \sigma_{\text{a,p}}$	elast. Dehnungs- amplitude $\varepsilon_{\text{a,p}}^{\text{el}}$	Verfestigungs- koeffizient K' laut Kap. 5.2	plast. Dehnungs- amplitude $\varepsilon_{\text{a,p}}^{\text{pl}}$	gesamte Dehnungs- amplitude $\varepsilon_{\text{a,p}}$
[N/mm ²]	[%]	[N/mm ²]	[%]	[%]
	$\sigma_{\text{a,p}} / E_p$	$\sigma' \cdot \varepsilon'^{-n'}$	$(\sigma_{\text{a,p}} / K')^{1/n'}$	$\varepsilon_{\text{a,p}}^{\text{el}} + \varepsilon_{\text{a,p}}^{\text{pl}}$
0,0	0,000	3106,5	0,000E+00	0,000
82,4	0,042	3106,5	6,704E-09	0,042
227,4	0,117	3106,5	4,701E-06	0,117
366,3	0,188	3106,5	1,019E-04	0,188
520,8	0,267	3106,5	9,867E-04	0,268
690,8	0,354	3106,5	6,111E-03	0,360
848,2	0,435	3106,5	2,299E-02	0,458
1014,1	0,520	3106,5	7,278E-02	0,593
1185,1	0,608	3106,5	1,990E-01	0,807
1333,0	0,684	3106,5	4,251E-01	1,109
1486,9	0,763	3106,5	8,606E-01	1,623
1602,3	0,822	3106,5	1,394E+00	2,216
1687,1	0,865	3106,5	1,945E+00	2,810
1747,2	0,896	3106,5	2,437E+00	3,333
1759,8	0,902	3106,5	2,553E+00	3,456
1785,4	0,916	3106,5	2,802E+00	3,718
1809,8	0,928	3106,5	3,059E+00	3,987
1827,0	0,937	3106,5	3,251E+00	4,188
1840,2	0,944	3106,5	3,406E+00	4,350
1850,1	0,949	3106,5	3,526E+00	4,475
1858,5	0,953	3106,5	3,631E+00	4,584
1866,8	0,957	3106,5	3,737E+00	4,694
1874,4	0,961	3106,5	3,836E+00	4,797
1881,0	0,965	3106,5	3,925E+00	4,890
1889,5	0,969	3106,5	4,040E+00	5,009
1896,2	0,972	3106,5	4,133E+00	5,105
1901,7	0,975	3106,5	4,212E+00	5,187
1907,0	0,978	3106,5	4,288E+00	5,266
1909,2	0,979	3106,5	4,320E+00	5,299

Tab. B.4: Berechnungsschritte ZSDK (Litze Y1860S7-15,7)

C Grundlagen der FEM

C.1 Allgemeines

C.1.1 Prinzip der FEM

Ein Bergläufer würde beim Auftreten eines augenscheinlich schmalen Holzpfostens zur Flussquerung intuitiv Folgendes tun: Durch vorsichtiges Belasten mit geringem Gewicht würde er die Bewegung des Pfostens beurteilen und damit das Systemverhalten einschätzen. Bei übermäßigen Verformungen unter dem niedrigen Lastniveau könnte der Steg als ungeeignet beurteilt werden. Dieser Vorgang des Testens einer Struktur wird von der FEM innerhalb eines mathematischen Rahmens verwendet.

In dieser Arbeit wird die FEM verwendet, welches im Maschinen- und Apparatebau, in der Fahrzeug-, Luft- und Raumtechnik sowie im Bauwesen, das am weitesten verbreitete Verfahren zur Berechnung von komplexen Strukturen ist.

FE-Modelle der vorgestellten, kritischen Detailbereiche der Schrägkabel- bzw. Vorspannsysteme, basierend auf leistungsfähiger Software, werden erfasst. Die Berechnungen weisen, aufgrund des NL Materialverhaltens mit Schädigungsprozessen und den NL Reibkontaktbedingungen, einen hohen Grad an Nichtlinearität auf.

C.2 Kontinuumsmechanik

Mit Vernachlässigung der diskreten Struktur der Stoffe, den mikroskopischen Eigenschaften, und der kontinuierlichen Verteilung der Materie in einem definierten Gebiet des dreidimensionalen Raumes wird das Kontinuum als Untersuchungsgegenstand definiert. Die Kontinuumsmechanik beschreibt das Verformungsverhalten dieser Körper unter Belastung, wobei über deren Kinematik durch Beschreibung des Verschiebungsfeldes sowie weiterer Größen mittels materiellen Ortsvektoren in der Lagrange-Formulierung verfügt wird. Diese Formulierung geht von einem materialfesten FE-Netz aus, worin sich das Material mit dem Element mitbewegt bzw. das dem Element zugeordnete Materialvolumen konstant ist.

Die o.a. globale Beschreibung des Kontinuums wird mit Bilanzgleichungen erreicht, die unabhängig von den Werkstoffen definiert sind. Für eine vollständige Beschreibung des Problems der Verschiebung deformierbarer Körper sind zusätzlich konstitutive Gleichungen (Materialgleichungen) erforderlich, welche das elastische und plastische Deformationsverhalten der einzelnen Volumenelemente lokal beschreiben.

Sämtliche in der Berechnung berücksichtigten Bauteile sind aus metallischen Werkstoffen, für die eine Inkompressibilität bei plastischer Verformung angenommen wird. Der Cauchy'sche Spannungstensor σ_{ij} , dessen Komponenten als wahre Spannungen bezeichnet werden, gilt als Maß für die Spannungen (siehe Anhang B).

Die erwähnten Bilanz- und konstitutiven Gleichungen führen zu einem Randwertproblem, welches mithilfe der verschiebungsbasierten FEM gelöst wird.

C.3 Funktionsweise der verschiebungsbasierten FEM

Für vorliegende Spannungs- bzw. Deformationsbewertung wird das Prinzip der virtuellen Arbeit verwendet, welches die Gleichheit der inneren Arbeit A_i sowie der äußeren Arbeit A_a zu Grunde legt.

Die FEM unterteilt die ebenen bzw. räumlichen Systeme der Detailbereiche (Kontinuen) mit einer endlichen Anzahl an finiten Elementen, wobei deren Geometrie durch Knoten definiert ist. Der Anzahl der Knotenfreiheitsgrade entsprechend werden Ritz'sche Ansatzfunktionen $\underline{\varphi}^{(e)}$ ¹⁹⁹ pro Element definiert, womit sich das Verschiebungsfeld $\vec{u}^{(e)}(x, y, z)$ innerhalb des Elementes (e) ²⁰⁰ mit folgender Gl. (C.1) definieren lässt.

$$\vec{u}^{(e)}(x, y, z) = \underline{\varphi}^{(e)T}(x, y, z) \underline{U}^{(e)} \quad (\text{C.1})$$

Diese gebietsweise vorgegebenen Funktionen approximieren die zugrunde liegenden Differentialgleichungen und beschreiben den Verschiebungszustand an den diskreten Knotenpunkten durch ein Variationsprinzip. Im Teilbereich definiert die Interpolationsfunktion den Beitrag des diskreten Knotenpunktes zum Verschiebungsfeld des Knotens. An den Elementgrenzen müssen diese Funktionen Stetigkeitsbedingungen genügen.

Die FEM stellt eine Näherungslösung mit Abweichungen von der exakten Lösung für das Verschiebungsfeld dar, weil die vorgegebenen Ansatzfunktionen $\underline{\varphi}^{(e)}$ und die Lösung für den Vektor der Knotenverschiebungen $\underline{U}^{(e)}$ auf die Elementknoten beschränkt sind. Die berechneten Verschiebungen $\underline{U}^{(e)}$ gehen an den Elementgrenzen von Element zu Element stetig (kontinuierlich) über. Da die Verzerrungen²⁰¹ aus den Ableitungen der Verschiebungen folgen, haben deren Verläufe an diesen Grenzen sprunghafte Verläufe. An dieser Stelle ist die lokale Gleichgewichtsbedingung nicht erfüllt, währenddessen das globale Gleichgewicht erfüllt ist (schwache Formulierung).

C.3.1 Ablauf einer linearen, statischen FEA

Zur Lösung der vorliegenden, nichtlinearen (NL) FE-Probleme müssen iterativ mehrmalig lineare Gleichungssysteme²⁰² gelöst werden, um für inkrementell aufgebrachte Belastungen Gleichgewichtszustände²⁰³ zu erhalten. Aus diesem Grund wird im Folgenden eine kompakte Zusammenstellung der wichtigsten Schritte zur Lösung einer linearen statischen FEA gegeben. Bezeichnungen sind in Anlehnung an *Rammerstofer* in [Ram12] gewählt, weil der Autor diese Notationen als sehr übersichtlich und verständlich beurteilt.

Im Vergleich zu den anschließend beschriebenen Algorithmen zur Lösung NL Systeme können bei einer linearen Analyse die unbekanntes Verschiebungen zufolge einwirkender Lasten in einem Schritt berechnet werden.

¹⁹⁹ Auch als Interpolations- oder Formfunktionen bezeichnet.

²⁰⁰ Hochzahl (e) gibt den Bezug zum Element mit Elementnummer (e) an; Kleinbuchstaben beziehen sich auf lokales Koordinatensystem; Großbuchstaben auf globales Koordinatensystem.

²⁰¹ Gilt auch für Spannungen, da deren Berechnung über Materialgesetze aus den Verzerrungen erfolgt.

²⁰² Auf Basis von linearisierten Ersatzproblemen werden Näherungslösungen ermittelt, welche einen Fehler aufweisen. Dieser Fehler wird schrittweise auf ein definiertes Maß minimiert.

²⁰³ Die Inkrementgröße muss bei starker Nichtlinearität fallweise klein genug gewählt werden, um überhaupt einen Gleichgewichtszustand zu erhalten.

Das **Pre-Processing** umfasst i.A. folgende Arbeitsschritte, welche in den einzelnen FEA der vorliegenden Arbeit anwenderorientiert beschrieben sind:

- Modellbildung (Eingabe der Geometrie)
- Definition des Materialverhaltens
- Erstellung des FE-Netzes (Elementtyp, Integrationsordnung, Netzfeinheit)
- Eingabe der Verschiebungsrandbedingungen
- Eingabe der Belastungen (vorgegebene Lasten)

Die Eingabe der Geometriedaten und Randbedingungen (RB) erfolgt grafisch mit *Abaqus-CAE*, womit die visuelle Kontrolle der Inputdaten sofort möglich ist. Mit der Verwendung des FE-Programmes *Abaqus* werden folgende automatische Programmierschritte zur Modelloptimierung durchgeführt:

- Die konsistente Aufteilung der Belastung erfolgt über konsistente Knotenlasten in den entsprechenden einzelnen Knoten.
- Eine Bandbreitenoptimierung der Elementknotennummerierungen führt zu einer bedeutenden Einsparung an Prozessorzeit²⁰⁴.
- Bei der FE-Netzerstellung werden zudem nur Elemente mit vernünftigen Seitenverhältnissen²⁰⁵, Winkelverhältnissen²⁰⁶ sowie positiv definiter Jacobimatrix \underline{J} zugelassen.
- Vollständigkeit und Kompatibilität der Elemente wird automatisch erfüllt. Während Vollständigkeit der Elemente bedeutet, dass Starrkörperverschiebungen und konstante Verzerungszustände mit den Ansatzfunktionen erfassbar sein müssen, wird an kompatible Elemente die Forderung gestellt, dass Verschiebungen und Verdrehungen stetig von Element zu Element hinweg übertragen werden müssen.

Jeder Körper hat sechs Freiheitsgrade²⁰⁷ (FG) im Raum (je drei translatorische und rotatorische), welche im Ruhezustand gesperrt werden müssen. Damit wird eine Starrkörperbewegung unterbunden, welche zu einer singulären Gesamtsteifigkeitsmatrix \underline{K} führt, die wiederum von Nulleinträgen in der Hauptdiagonale herrührt. Häufig kommt es auch zu einer unerwünschten Sperrung von willkürlichen DOFs.

Um ein Konvergenzverhalten zu erzielen, sind Modellanpassungen nach einer allfälligen FE-Vorstudie durchzuführen. Als wichtigster Punkt sei die Netzverfeinerung an Stellen mit hohen Spannungsgradienten (Kontaktzonen, Auflagerbereiche, Lasteinleitungen) angeführt. Zwecks Verbesserung der Konvergenzeigenschaften werden bei der schrittweisen Erstellung der FE-Modelle folgende Punkte mit den Arbeitsmodellen überprüft:

- Realistische Größenordnungen der Ergebnisse mit grober Modellierung in den Arbeitsmodellen (Deformationen, Spannungsniveaus).

²⁰⁴ Auch als CPU-Zeit bezeichnet (CPU central processor unit).

²⁰⁵ Langgestreckte Elemente werden vermieden (Faustregel Breite : Länge > 1:4).

²⁰⁶ Spitze Winkel < 30° in den Elementen werden nicht zugelassen.

²⁰⁷ Ein FG wird auch als DOF bezeichnet (degree of freedom). Mehrzahl: DOFs.

- Konvergenzstudien mit dem FE-Netz (Unterschiedliche Netzfeinheiten bzw. Elementtypen – siehe Kap. 5.1.1.3).
- Konvergenzstudien zur Ermittlung der optimalen Bereiche der Zeitschrittweiten Δt (Startinkrement Δt_{in} , minimaler Zeitschritt Δt_{min} , maximales Zeitinkrement Δt_{max} , maximal zulässige Zeitinkremente $n_{max,\Delta t}$).
- Kontrolle von auftretenden Durchdringungen in Kontaktzonen.
- Spannungsdifferenzen zwischen Elementknoten und Integrationspunkten sowie Überprüfung der Diskontinuitäten.

Nach Generierung der Inputdatei führt der programmeigene *Abaqus-Solver* folgende **Schritte zur Lösung der linearen statischen FEA** durch:

a) Elementsteifigkeitsmatrizen

Die Elementsteifigkeitsmatrizen²⁰⁸ $\underline{k}^{(e)}$ werden im lokalen System aufgestellt. Bei Kontinuums-elementen erfolgt dies i.A. sofort im globalen Koordinatensystem.

b) Transformation auf globale Koordinaten

Falls erforderlich, werden die lokalen Elementsteifigkeitsmatrizen $\underline{k}^{(e)}$ mittels Gl. (C.2) auf globale Koordinaten umgerechnet ($\underline{K}^{(e)} = K^{(e)}_{ij}$).

$$\underline{K}^{(e)} = \underline{T}^{(e)T} \underline{k}^{(e)} \underline{T}^{(e)} \quad (C.2)$$

c) Zusammenbau der Gesamtsteifigkeitsmatrix (Assemblierung)

Unter Verwendung der Koinzidenztabelle wird die Gesamtsteifigkeitsmatrix \underline{K} mittels Gl. (C.3) sowie Gl. (C.4) berechnet. Dieser Vorgang entspricht einer Verknüpfung der Elementsteifigkeitsmatrizen zu einer Struktursteifigkeit.

$$K_{ij}^{(e)} \rightarrow \tilde{K}_{ab}^{(e)} \quad (C.3)$$

$$K_{ab} = \sum_{(e)} \tilde{K}_{ab}^{(e)} \Rightarrow \underline{K} \quad (C.4)$$

Aufgrund der Eigenschaft $K^{(e)}_{ij} = K^{(e)}_{ji}$ folgt $\tilde{K}_{ab}^{(e)} = \tilde{K}_{ba}^{(e)}$ sowie $K_{ab} = K_{ba}$, womit die Gesamtsteifigkeitsmatrix \underline{K} symmetrisch ist. Analog wird der Gesamtlastvektor F_a mit Gl. (C.5) sowie Gl. (C.6) aus den knotenbezogenen Kraftkomponenten $F_i^{(e)}$ zusammengestellt.

$$F_i^{(e)} \rightarrow \tilde{F}_a^{(e)} \quad (C.5)$$

$$F_a = \sum_{(e)} \tilde{F}_a^{(e)} \Rightarrow \underline{F} \quad (C.6)$$

²⁰⁸ Eine Elementsteifigkeitsmatrix beschreibt den Widerstand gegen elastische Verformung bei Belastungseinwirkung.

d) Einführung der Randbedingungen

Den folgenden Ausführungen liegt das bekannte Gleichungssystem nach Gl. (C.7) zu Grunde, welche den Zusammenhang zwischen Gesamtlastvektor \underline{F} und dem unbekanntem Vektor der Knotenpunktverschiebungen \underline{U} über die Gesamtsteifigkeitsmatrix \underline{K} herstellt.

$$\underline{F} = \underline{K}\underline{U} \quad (\text{C.7})$$

Die vorgegebenen Verschiebungen²⁰⁹ und Belastungen werden folgendermaßen in das System integriert. Der Verschiebungsvektor \underline{U} wird in unbekannte Verschiebungen \underline{U}_A sowie vorgegebene Verschiebungen \underline{U}_B aufgespalten²¹⁰. Indem man den unbekanntem Verschiebungen bekannte äußere Kräfte \underline{F}_A zuordnet sowie den bekannten Verschiebungen unbekanntem Kräfte \underline{F}_B , erhält man durch Umsortierung von Gl. (C.7) das Gleichungssystem²¹¹ laut Gl. (C.8).

$$\begin{pmatrix} \underline{F}_A \\ \underline{F}_B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{K}_{AA} & \underline{K}_{AB} \\ \underline{K}_{BA} = \underline{K}_{AB}^T & \underline{K}_{BB} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \underline{U}_A \\ \underline{U}_B \end{pmatrix} \quad (\text{C.8})$$

Wenn die Auflagerreaktionen nicht von Interesse sind, können die Gleichungen mit gesperrten DOFs wegfallen und die Aufspaltung der Gesamtsteifigkeitsmatrix entfällt.

e) Berechnung der unbekanntem Verschiebungen

Durch Lösung des aus Gl. (C.8) erhaltenen Gleichungssystems der ersten Zeile kann laut Gl. (C.9) der Vektor der unbekanntem Verschiebungen \underline{U}_A berechnet werden.

$$\underline{K}_{AA} \underline{U}_A = \underline{F}_A - \underline{K}_{AB} \underline{U}_B \rightarrow \underline{U}_A = \dots \quad (\text{C.9})$$

Diese Beziehung stellt ein lineares, algebraisches Gleichungssystem²¹² dar, welches mit entsprechenden Gleichungslösern berechnet werden kann (siehe Kap. B2.2).

Die für das **Post-Processing** erforderlichen Nachlaufrechnungen, welche auf den berechneten Verschiebungen und Verdrehungen der Knoten basieren, sollen nachstehend angeführt werden.

a) Berechnung der Reaktionskräfte

Mit dem mittels Gl. (C.9) berechneten Verschiebungsvektor \underline{U}_A erfolgt durch Einsetzen in die zweite Zeile aus Gl. (C.8) die Ermittlung der Reaktionsknotenkräfte \underline{F}_B (Auflagerkräfte etc.) mittels Gl. (C.10).

$$\underline{F}_B = \underline{K}_{AB}^{(e)T} \underline{U}_A + \underline{K}_{BB} \underline{U}_B \quad (\text{C.10})$$

b) Berechnung der inneren Kräfte in den Elementen

Die Ermittlung der inneren Kräfte erfolgt auf lokaler Elementebene mittels Gl. (C.11).

²⁰⁹ Dazu zählen auch gesperrte DOFs.

²¹⁰ Der Index A steht für unbekannt sowie der Index B für bekannt.

²¹¹ Einen häufigen Spezialfall stellen Sperrungen der FG dar.

²¹² In Abhängigkeit von den FG des Systems kommt eine Vielzahl von Unbekanntem vor.

$$\underline{f}^{(e)} = \underline{k}^{(e)} \underline{T}^{(e)} \underline{U}^{(e)} = \underline{k}^{(e)} \underline{T}^{(e)} \underline{\tilde{T}}^{(e)} \underline{U} \quad (\text{C.11})$$

Für die verwendeten Kontinuums-elemente erfolgt im Anschluss die Ermittlung von Verzerrungen und Spannungen.

c) Verzerrungen in den Elementen

Im ersten Berechnungsschritt werden, ausgehend vom Vektor der Gesamtknotenpunktverschiebungen \underline{U} , die Vektoren der verallgemeinerten Elementknotenpunktverschiebungen $\underline{U}^{(e)}$ in lokaler Ebene ermittelt. Über die Formfunktionen $\underline{\varphi}^{(e)}$ können mittels Gl. (C.1) die Verzerrungstensoren in den Integrationspunkten der einzelnen Elementen bestimmt werden.

d) Spannungen in den Elementen

Die zugehörigen Spannungen in den Integrationspunkten eruiert man unter Zuhilfenahme des entsprechenden Materialgesetzes (siehe Anhang B). Für den linearen Hooke'schen Bereich gilt Gl. (C.12).

$$\underline{\sigma}^{(e)} = \underline{E}^{(e)} \underline{\varepsilon}_{el}^{(e)} \quad (\text{C.12})$$

Diese Spannungswerte werden von den Integrationspunkten zu den Elementknoten extrapoliert. Anschließend werden alle zu einem Elementknoten zugehörigen Spannungswerte summiert und abschließend gemittelt²¹³, da sie an den Elementgrenzen unetstetige Verläufe aufweisen. Grund dafür ist die Ermittlung der Spannungen aus den Verzerrungen, welche wiederum die Ableitungen der Verschiebungen sind und darum zu unregelmäßigen Sprüngen führen können. Aus diesem Grund reagiert die Spannungsauswertung stets sensibler als eine Deformationsanalyse desselben FE-Modelles.

Das FE-Programm schreibt nach der Berechnung die im Pre-Processing definierten Parameter in eine Outputdatei (*.odb). Mit diesen Ergebnisdaten erfolgt die Auswertung der jeweiligen FEA.

Die exakte Lösung der zu Grunde gelegten Differentialrechnungen steht nur in seltenen Fällen einer FEA zur Verfügung, weshalb in der praktischen FEM die Ermittlung von Fehlerindikatoren für jedes Element des Modells große Bedeutung erlangt. Beispielsweise treten an den Elementkanten Spannungssprünge²¹⁴ auf, welche als Indikatoren herangezogen werden können.

Die Fehlerberechnung in der Sphäre der FEM wird im Zuge der Beschreibung der nichtlinearen Systeme erläutert.

C.3.2 Algorithmen zur Lösung von linearen Gleichungssystemen

Man unterscheidet zwischen direkten und iterativen Verfahren zur Lösung des Gleichungssystems der Form nach Gl. (C.7).

Direkte Solver sind i.A. vom Gauss'schen Eliminationsverfahren abgeleitet und führen v.a. bei einer moderaten Anzahl an FG zu einer exakten Lösung des Gleichungssystems.

²¹³ Die Gesetzmäßigkeit der Mittelung wird programmintern vorgegeben.

²¹⁴ Auch als Sprungterme bezeichnet.

Bei einer größeren Anzahl an Unbekannten bzw. bei der Tendenz zu singulären Steifigkeitsmatrizen können iterative Verfahren Abhilfe schaffen. Numerischer Rundungsfehler können für beide Lösungsverfahren nicht ausgeschlossen werden.

Bei auftretenden Eigenwertproblemen wie zum Beispiel die Schwingung eines ungedämpften linearen Systems kann beispielsweise die Lanczos-Methode verwendet werden.

C.3.3 Nichtlineare FEA

Im Rahmen der vorkommenden nichtlinearen FE-Modelle müssen nichtlineare Gleichungssystemen gelöst werden. Die folgenden Ausführungen fassen in Anlehnung an [RD12] geben die wichtigsten Grundsätze wieder, die in dieser Arbeit erforderlich sind.

Der Knotenkraftvektor $\underline{F}_{\text{ges}}^{(e)}$ des Elementes (e) beinhaltet durch die Aufteilung in finite Teilbereiche innere Kräfte $\underline{F}^{(i)}$, die an den Elementgrenzen als äußere Kräfte auf des Element (e) einwirken, sowie die aus der tatsächlichen Belastung angreifenden äußeren Lasten $\underline{F}^{(a)}$. Im Folgenden werden die inneren Knotenkräfte mit $\underline{F}_{\text{int}}$ sowie die äußeren Knotenkräfte mit $\underline{F}_{\text{ext}}$ bezeichnet. Der Vektor der inneren Knotenkräfte $\underline{F}_{\text{int}}$ ist für alle Verschiebungszustände²¹⁵, definiert durch den Vektor der Knotenpunktverschiebungen \underline{u} , äquivalent zum Spannungsfeld mit konsistenten Knotenlasten. Ziel der FE-Berechnung ist die Ermittlung des Verschiebungszustandes, für den das Residuum \underline{R} (Vektor der Knotenungleichgewichtskräfte) nach Gl. (C.13) zwischen den äußeren Kräften $\underline{F}_{\text{ext}}$ und inneren Kräften $\underline{F}_{\text{int}}(\underline{u})$ verschwindet²¹⁶.

$$\underline{R} = \underline{F}_{\text{ext}} - \underline{F}_{\text{int}}(\underline{u}) = \underline{0} \quad (\text{C.13})$$

Die Lösung dieses nichtlinearen Gleichungssystems erfordert eine iterative²¹⁷ inkrementelle Vorgehensweise.

C.3.4 Algorithmen zur Lösung von nichtlinearen Gleichungssystemen

Ausgehend von einem bestimmten Verschiebungszustand \underline{u} kann der Vektor der Knotenungleichgewichtskräfte $\underline{R}(\underline{u})$ in der Umgebung von \underline{u} durch eine Taylorreihenentwicklung mit Gl. (C.14) angenähert werden (Terme höherer Ordnung vernachlässigt).

$$\underline{R}(\underline{u} + \Delta \underline{u}) = \underline{R}(\underline{u}) + \underline{J} \Delta \underline{u} = \underline{0} \quad (\text{C.14})$$

Der Parameter $\Delta \underline{u}$ stellt das Verschiebungsinkrement dar. Die Jacobimatrix \underline{J} des Vektors der Knotenungleichgewichtskräfte $\underline{R}(\underline{u})$ setzt sich aus dessen partiellen Ableitungen zusammen und ist in Gl. (C.15) ersichtlich. Die einzelnen FG sind mit n bezeichnet.

$$\underline{J} = \begin{pmatrix} \frac{\partial R_1}{\partial u_1} & \cdots & \frac{\partial R_1}{\partial u_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial R_n}{\partial u_1} & \cdots & \frac{\partial R_n}{\partial u_n} \end{pmatrix} \quad (\text{C.15})$$

²¹⁵ Beinhaltet translatorische und rotatorische FG.

²¹⁶ Bei einfachen Systemen heben sich die inneren Kräfte im Idealfall bei der Assemblierung auf und müssen nicht berechnet werden.

²¹⁷ Die Steifigkeit ändert sich für jedes Element, womit die Elementsteifigkeitsmatrix neu berechnet werden muss.

Mit der aus Gl. (C.14) abgeleiteten Gl. (C.16) kann das Verschiebungskrement $\Delta \underline{u}$ ermittelt werden, welches zu einer verbesserten Lösung führt, indem die Verschiebungen des ersten Schrittes \underline{u}_{i-1} mit $\Delta \underline{u}_i$ zu \underline{u}_i korrigiert werden - siehe Gl. (C.17).

$$\underline{J} \Delta \underline{u} = -\underline{R}(\underline{u}) \quad (\text{C.16})$$

$$\underline{u}_i = \underline{u}_{i-1} + \Delta \underline{u}_i \quad (\text{C.17})$$

Bei der Neuberechnung von $\Delta \underline{u}$ muss die Jacobimatrix \underline{J} nach Gl. (C.15) neu berechnet werden.

Die iterative, inkrementelle Vorgehensweise im Rahmen der FEM bedient sich einer stufenweisen Belastung mit Inkrementen. Dadurch verändert sich das Gleichgewicht und der Verschiebungszustand \underline{u} laut Gl. (C.17) muss iterativ bestimmt werden, um das Gleichgewicht wieder zu erfüllen.

Der in *Abaqus* implizierte **Standard-Newton-Raphson-Algorithmus (SNR)** kommt u.a. in vorliegender Arbeit zum Einsatz und führt folgende Gleichgewichtssiterationen durch²¹⁸:

- a) Der Gleichgewichts-Ausgangszustand des Inkrements m ist durch den Verschiebungszustand ${}^m \underline{u}$ bestimmt. Der zugehörige Vektor der inneren Kräfte ${}^m \underline{F}_{\text{int}}$ steht mit den äußeren Kräften ${}^m \underline{F}_{\text{ext}}$ im Gleichgewicht.
- b) Das aufgebrachte Belastungskrement führt zur Laststeigerung von ${}^m \underline{F}_{\text{ext}}$ auf ${}^{m+1} \underline{F}_{\text{ext}}$. Der neue Verschiebungszustand ${}^{m+1} \underline{u}$ für einen Gleichgewichtszustand wird daraufhin gesucht. Für die Iteration wird dabei ${}^m \underline{u}$ als Startwert \underline{u}^0 sowie ${}^m \underline{F}_{\text{int}}$ als $\underline{F}_{\text{int}}^{(0)}$ definiert.
- c) Die Iteration wird laut Gl. (C.18) durchgeführt.

$$\underline{K}^{(i)} [\underline{u}^{(i+1)} - \underline{u}^{(i)}] = {}^{m+1} \underline{F}_{\text{ext}} - \underline{F}_{\text{int}}^{(i)} \quad (\text{C.18})$$

Die Tangentialsteifigkeitsmatrix $\underline{K}^{(i)}$ zum Verschiebungszustand $\underline{u}^{(i)}$ muss für jede Iteration neu berechnet und invertiert werden²¹⁹. Der Klammerausdruck in Gl. (C.18) stellt das Verschiebungskrement $\Delta \underline{u}^{(i+1)}$ dar und führt in Anlehnung an Gl. (C.17) zu einer Verkleinerung des Residuums.

- a) Die Iterationsschleife wird durchgeführt, bis der neue Verschiebungszustand $\underline{u}^{(i+1)}$ den Konvergenzkriterien genügt. Danach kann dieser neue Verschiebungszustand, als ${}^{m+1} \underline{u}$ definiert, als Ausgangspunkt für das neue Lastinkrement fungieren. Eine quadratische Konvergenzrate sorgt für sehr gute Konvergenzeigenschaften.
- b) Sind im Falle von Konvergenz die Kriterien erfüllt, wird die Iterationsschleife abgebrochen. Ein weiterer Abbruchgrund wäre das Erreichen der vorgegebenen Maximalanzahl an Iterationsschritten²²⁰ i_{max} . Sollten die Ungleichgewichtskräfte im Laufe der Iterationen anwachsen, ist von Divergenz der Lösung auszugehen.

Da bei großen Steifigkeitsmatrizen und besonders bei vorliegendem elasto-plastischem Materialverhalten die Neuberechnung sowie Invertierung der Tangentialsteifigkeitsmatrix $\underline{K}^{(i)}$ zum

²¹⁸ Linke Hochzahl= Inkrement; Rechte Hochzahl= Iteration (Details siehe [RD12]).

²¹⁹ Bei großen Matrizen numerisch sehr aufwendig.

²²⁰ Anzeichen für divergente Lösung.

Verschiebungszustand $\underline{u}^{(i)}$ in jedem Iterationsschritt sehr aufwendig²²¹ ist, wird fallweise der **modifizierte Quasi-Newton-Raphson-Algorithmus (MNR)** verwendet.

Die Iterationsvorschrift des modifizierten Newton-Raphson-Algorithmus verläuft analog zum Standard-Newton-Raphson-Algorithmus nach Gl. (C.18) ohne die Tangentensteifigkeitsmatrix in jedem Iterationsschritt zu ermitteln. Die Modifikation betrifft die momentane Steifigkeitsmatrix $\underline{K}^{(i)}$, welche durch die Steifigkeitsmatrix zu Beginn des Inkrements zu ersetzen ist ($\underline{K}^{(0)} = {}^m\underline{K}$). Damit ergibt sich die Iteration nach Gl. (C.19).

$$\underline{K}^{(0)} [\underline{u}^{(i+1)} - \underline{u}^{(i)}] = {}^{m+1}\underline{F}_{ext} - \underline{F}_{(int)}^{(i)} \quad (C.19)$$

Dem numerischen Vorteil, die Tangentensteifigkeitsmatrix nicht neu berechnen zu müssen und keine Dreieckszerlegung durchzuführen, steht eine nunmehr lineare Konvergenzrate gegenüber.

Die Funktionsweisen des Standard-Newton-Raphson-Algorithmus sowie des modifizierten Quasi-Newton-Raphson-Algorithmus sind in Abb. C.1 verdeutlicht, wobei vereinfachte, skalare Darstellungen zu Grunde gelegt sind.

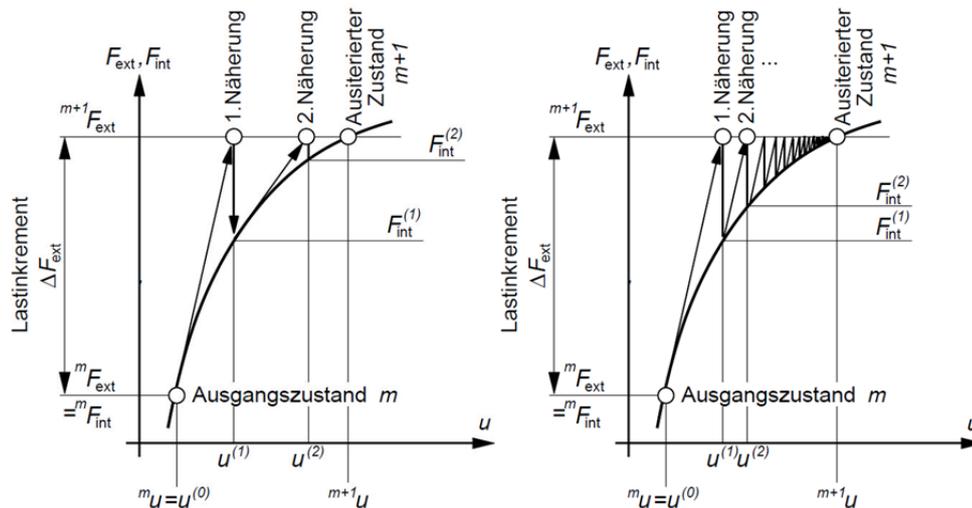


Abb. C.1: Standard- bzw. modifizierter Newton-Raphson-Algorithmus [Ram12]

C.3.5 Berücksichtigung pfadabhängigen Materialverhaltens (z.B. elasto-plastisch)

Aufgrund des vorhandenen elasto-plastischen Materialverhaltens (pfadabhängig) bildet stets der Ausgangszustand ${}^m\underline{u}$ die Grundlage für das aufzubringende Verschiebungsincrement. Zudem erfolgt von ${}^m\underline{u}$ ausgehend die Ermittlung der jeweiligen Verzerrungs- und Spannungsincremente. Die iterative Korrektur wird für das Verschiebungsincrement laut Gl. (C.20) in Anlehnung an Gl. (C.18) durchgeführt, wobei der Klammerausdruck den Korrekturterm $\Delta\underline{u}^{(i+1)}$ für den Iterationsschritt (i+1) darstellt.

$$\underline{K}^{(i)} [\Delta\underline{u}^{(i+1)} - \Delta\underline{u}^{(i)}] = {}^{m+1}\underline{F}_{ext} - \underline{F}_{(int)}^{(i)} \quad (C.20)$$

²²¹ Zudem muss die Voraussetzung erfüllt sein, dass \underline{K} positiv definit ist.

Der Klammerausdruck führt zu einer Korrektur des Verschiebungsincrements nach Gl. (C.21), mit welchem laut Gl. (C.22) das Ende des Inkrements ermittelt wird.

$$\Delta \underline{u}^{(i+1)} = \Delta \underline{u}^{(i)} + \Delta \Delta \underline{u}^{(i+1)} \quad (\text{C.21})$$

$$\underline{u}^{(i+1)} = {}^m \underline{u} + \Delta \underline{u}^{(i+1)} \quad (\text{C.22})$$

Die Iterationsschleife wird durchgeführt, bis die Konvergenzkriterien eingehalten sind.

C.3.6 Konvergenzverhalten – Kriterien und Optimierungsmöglichkeiten

Die Ergebnisse des letzten Iterationsschrittes werden in skalare Vergleichsgrößen umgerechnet, um mit einem Vergleich mit Fehlertoleranzgrenzen die Güte der Lösung²²² zu bewerten. Die mit der FEM berechneten vektoriellen Größen²²³ werden mittels Gl. (C.23) häufig in die Euklid'sche Norm²²⁴ umgerechnet, um sie in den folgend beschriebenen **Konvergenzkriterien** einzusetzen.

$$\|\underline{u}\|_2 = \sqrt{\sum_{i=1}^n u_i^2} \quad (\text{C.23})$$

In den Gl. (C.24) bis Gl. (C.25) sind verwendete Konvergenzkriterium angeführt, wobei die Genauigkeitsgrenzen der Fehlertoleranzen mit $\varepsilon_{k,i}$ bezeichnet werden.

Die in Gl. (C.24) definierten Verschiebungskriterien müssen in der Praxis sehr genau definiert werden, womit für die untere Fehlertoleranzgrenze $\varepsilon_{k,u}$ Bereiche $< 1\%$ ²²⁵ gewählt werden, die gute Anhaltspunkte liefern.

$$\frac{\|\Delta \underline{u}^{(i)}\|_2}{\|{}^m \underline{u}\|_2} \leq \varepsilon_{k,u}; \quad \frac{\|\Delta \underline{u}^{(i)}\|_2}{\|\Delta \underline{u}^{(1)}\|_2} \leq \varepsilon_{k,u} \quad (\text{C.24})$$

Die in Gl. (C.25) definierten Residuumskriterien werden nur in Verbindung mit den Verschiebungskriterien verwendet, da das plastische Materialverhalten große Verschiebungen bei kleinen Kraftänderungen nach sich zieht.

$$\frac{\|\underline{R}^{(i)}\|_2}{\|\underline{R}^{(1)}\|_2} \leq \varepsilon_{k,R}; \quad \frac{\|\underline{R}^{(i)}\|_2}{\|\Delta \underline{F}_{ext}\|_2} \leq \varepsilon_{k,R} \quad (\text{C.25})$$

Neben den Konvergenzkriterien wird die im FE-Code *Abaqus* vorhandene **automatische Schrittweitensteuerung** verwendet, deren Funktionsweise kurz beschrieben wird.

Die Größe der Lastinkremente ΔF_{ext} in den statischen FEA sowie die Wahl der Zeitschritte Δt bei den explizit dynamischen FEA werden in Abhängigkeit von den veränderlichen Sys-

²²² Bezogen auf den letzten Iterationsschritt.

²²³ z.B.: Vektor der Knotenpunktverschiebungen, Vektor der Knotenkräfte

²²⁴ Betrag des Vektors. Die Anzahl der Vektorkomponenten ist mit n definiert.

²²⁵ Je nach FE-Modell und Genauigkeit variieren die Einstellungen und reichen bis $\varepsilon_{k,u} = 1 \cdot 10^{-5}$.

temsteifigkeiten²²⁶ angepasst, um die Effizienz der Berechnung zu steigern. Durch das nichtlineare Materialverhalten ist die Wahl der Größenordnung der Inkremente ($\Delta F_{\text{ext}}, \Delta t$) von besonderer Bedeutung²²⁷.

Die Inkrementgröße Δt wird folgendermaßen an die Iterationszahl angepasst, wobei der Startwert des Inkrements in allen Fällen selbst zu wählen ist:

- Falls die Berechnung innerhalb von 16 Iterationsschritten²²⁸ nicht konvergiert, startet das Programm das Inkrement mit einer um 25% kleineren Inkrementgröße neu. Divergenz ist damit jedoch nicht ausgeschlossen.
- Erzielen zwei nacheinander berechnete Inkremente konvergente Lösungen mit weniger als jeweils fünf Iterationen, wird die Inkrementgröße um 50% erhöht.

C.3.7 Lösung von dynamischen FE-Problemen

Da die auftretenden FE-Probleme nicht echt dynamisch berechnet werden müssen, wird folgend nur ein grundsätzlicher Überblick über die Lösung von dynamischen FEA gegeben. Für die Lösung der in Gl. (C.26) angegebenen Bewegungsgleichung eines dynamischen Systems, welches durch Erweiterung von Gl. (C.7) entsteht und ein Gleichungssystem gewöhnlicher, linearer, inhomogener Differentialgleichungen 2. Ordnung darstellt, ergibt sich ein Anfangswertproblem.

$$\underline{\underline{M}}\ddot{\underline{U}} + \underline{\underline{C}}\dot{\underline{U}} + \underline{\underline{K}}\underline{U} = \underline{F} \quad (\text{C.26})$$

Neben den Knotenpunktverschiebungen \underline{U} treten Geschwindigkeiten $\dot{\underline{U}}$ und Beschleunigungen $\ddot{\underline{U}}$ auf. Für die Lösung des FE-Problems ist eine Diskretisierung der Zeit erforderlich. Um diese NL algebraischen Gleichungen zu lösen, werden im Rahmen der FEM numerische Integrationsverfahren herangezogen, wobei das Gleichungssystem implizit in differentieller Form, oder explizit-dynamisch in einer Variationsformulierung, über die Zeit integriert wird. Grundsätzlich werden Verschiebungs-, Geschwindigkeits- und Beschleunigungsansätze als Näherungen aufgestellt, mit deren Hilfe die Bewegungsgleichung gelöst wird.

Die genannten direkten Zeitintegrationsmethoden greifen für die Lösung zum Zeitpunkt $t + \Delta t$ auf die Bekanntheit der Lösung zum Zeitpunkt t zurück, wobei Δt den Zeitschritt darstellt, mit dem die gesamte Berechnungszeit unterteilt wird. Innerhalb dieses Zeitschrittes werden über den weiteren Verlauf der Verschiebungen, Geschwindigkeiten sowie Beschleunigungen Annahmen getroffen.

Bei der expliziten Berechnung wird der Startwerte für das Zeitinkrement Δt_{in} idealerweise geringfügig kleiner gewählt als das stabile Zeitinkrement Δt_{stabil} , welches von der die Zeit abhängt, die eine longitudinale Schallwelle mit der Geschwindigkeit c_d laut Gl. (C.27) zur Durchquerung der kleinsten geometrischen Elementkantenlänge $h_{\text{El},\text{min}}$ benötigt²²⁹.

²²⁶ Bedingt durch die Nichtlinearitäten.

²²⁷ Dies stellt die Grundlage für ausreichend genaue Integration der Materialgesetze dar.

²²⁸ Iterationsschleifen zur Erzielung von Gleichgewicht.

²²⁹ Dies ist mitunter entscheidend für das Konvergenzverhalten der FEA.

$$c_d = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (\text{C.27})$$

Für das Spannstahlmaterial mit $\rho = 7,86 \cdot 10^{-9} \text{ N s}^2/\text{mm}^4$ ($=7860 \text{ kg/m}^3$ siehe Kap. C.1.2) und $E = 1,95 \cdot 10^5 \text{ N/mm}^2$ folgt eine Wellenausbreitungsgeschwindigkeit c_d von 4981 m/s.

Das stabile Zeitinkrement Δt_{stable} kann in Anlehnung an [Aba13a] mit Gl. (C.28) abgeschätzt werden.

$$\Delta t_{\text{stabil}} = \frac{h_{\text{El,min}}}{c_d} > \Delta t \quad (\text{C.28})$$

Beispielsweise muss das einzustellende Zeitinkrement Δt bei einer vorhandenen, kleinsten Elementkantenlänge $h_{\text{El,min}}$ von 0,1 mm und $c_d = 4981 \text{ m/s}$ kleiner als das stabile Zeitinkrement $\Delta t_{\text{stable}} = 2 \cdot 10^{-8} \text{ s}$ gewählt werden. Da dies zu unwirtschaftlich kleinen Zeitinkrementen bzw. zu langen CPU-Zeiten führen würde, wird die Option *fixed mass scaling* verwendet. Damit wird beim Start der Simulation die Massendichte ρ einmalig nach oben skaliert, wodurch mit dem Zusammenhang laut Gl. (C.27) eine Reduktion der Wellengeschwindigkeit c_d im Material sowie nach Gl. (C.28) eine deutliche Vergrößerung von Δt_{stable} erreicht wird. Diese künstliche Skalierung der Masse kann bis zu einem Niveau durchgeführt werden, ab welchem das Ergebnis durch zu hohe Trägheitskräfte verfälscht wird.

Weitere verwendete Benutzereinstellungen, wie die Steuerung der Durchdringungen der Knoten von Slave- in Masterflächen mit einer Erhöhung der Frequenz der globalen Kontaktverfolgung, konnten den Berechnungsfortgang nicht wesentlich verbessern. Aus diesem Grund werden diese nicht weiter angegeben. Details zu expliziten Berechnungsverfahren sind u.a. von *Rammerstorfer* in [Ram12] beschrieben.

C.4 Berechnungsverfahren

Aufgrund der unterschiedlichen Komplexität in der Nichtlinearität und der Größe der FE-Modelle ist eine Unterscheidung der numerischen Verfahren erforderlich. Eine quasistatische Analyse kommt zur Anwendung, d.h. die Trägheitskräfte werden übergeführt in Gleichgewichtsbedingungen. Damit wird angenommen, dass im Vergleich zu den einwirkenden Kräften die Massenträgheitskräfte (Fliehkräfte) zu vernachlässigen sind²³⁰.

²³⁰ Damit ist keine echte dynamische Analyse erforderlich.

D Bruchmechanik – Grundsätzliche Zusammenhänge

Die zur mathematischen Erfassung erforderlichen Grundlagen der unter Kap. 6.4.2 beschriebenen Schädigungsabläufe bei einer Ermüdungsbeanspruchung, sind nachfolgend zusammengestellt. Für weitergehende Informationen sei auf einschlägige Literatur, wie z.B. [Sch80] und [RS09], verwiesen.

D.1 Allgemeines zur Bruchmechanik

Die in Abb. 6.11 eingetragene, anrissfreie Phase über den Zeitraum t_0 kann aufgrund einer nicht realisierbaren fehlerfreien Herstellung von Spannstahlilitzen, Stahlklemmkeilen und Verankerungskomponenten außer Betracht gelassen werden ($t_0 = 0$). Mit dieser Vernachlässigung liegt die Abschätzung der gesamten Lebensdauer auf der konservativen, sicheren Seite. Der Vollständigkeit wegen sei angemerkt, dass diese Phase „0“ auch als Ermüdungsphase zu bezeichnen ist, weil es durch Werkstoffverfestigung bzw. Entfestigung oder Überlagerung beider Phänomene zur Ausbildung von Hystereseschleifen und damit zu einem zyklischen Spannungsdehnungsverhalten (ZSD) kommt.

Durch die zyklischen Spannungswechsel mit einer Spannungsamplitude σ_a bzw. einer Schwingbreite $\Delta\sigma$ laut Gl. (D.1) kommt es in den Komponenten zu einer vergleichsweise lang andauernden Rissentstehung im Mikrobereich.

$$\Delta\sigma = 2 \cdot \sigma_a \quad (\text{D.1})$$

Diese Rissbildungsphase „1“ laut Abb. 6.11 setzt sich im Detail aus folgenden Stadien zusammen und erstreckt sich über einen Zeitraum t_{in} mit N_{in} Lastwechseln.

- Während der Belastung entstehen Mikrorisse in atomarer oder mikroskopischer Größenordnung durch Bildung und Vereinigung von Hohlräumen bzw. durch Versetzungsaufstauungen an Korngrenzen oder durch Bruch von 2-Phasenteilchen wie Karbide oder Oxide.
- Das fraktographische Erscheinungsbild in REM-Aufnahmen laut Kap. 3.3 zeigt eine Vereinigung von energetisch günstigen Teilspaltebenen in Rissfortschrittsrichtung zu einer gemeinsamen Ebene. Dies entspricht einem mikroskopischen Spaltbruch, der durch die hohe Mehrachsigkeit begünstigt wird.
- Der mikroskopische Spaltbruch hat neben einer hohen Geschwindigkeit die Eigenschaft, auch ohne Belastungszunahme fortzuschreiten, was diesen instabil macht.

In weiterer Folge entstehen nach einer gewissen zyklischen Belastungszeit ein oder mehrere, in Abb. 6.11 gelb dargestellte, technische Anrisse a_{th} , welche man als physikalische Rissinitiierung deuten kann. Diese sind das Ergebnis des Mikrorisswachstums und stellen einen Grenzwert dar (*Threshold*, Index *th*), in welcher ein vorhandener, stehender Riss zu wachsen beginnt.

Mit der Risseinleitung (Rissinitiierung) ist jedoch noch keine Aussage damit verbunden, ob es sich um eine stabile oder instabile Rissausbildung handelt. Ferner sei erwähnt, dass analog

zu der in Kap. 2.1.3 beschriebenen Erkenntnis einer fehlenden Dauerfestigkeit in den KIZ, auch dieser Schwellenwert (*Threshold*²³¹) in der Realität nicht existiert (Kap. 6.4.2.4).

Wie in der Arbeit gezeigt wird, führt nach einer stabilen Rissausbreitungsphase über den Zeitraum $t_{F_0, st}$, die aufgrund der Bruchflächenanalyse in Kap. 3.3 als beschleunigtes allmähliches Risswachstum identifiziert werden kann, eine instabile Ausbreitung nach einem Zeitraum $t_{F_0, in}$ zu einem spröden Bruch²³². *Sander et al.* [San11] geben im Falle von Rissentstehungen an Kerben einen geringeren Anteil der Rissinitiierungsphase „1“ an der Gesamtlebensdauer als im Vergleich zur Risswachstumsphase „2“ an (≈ 35 bis 45%).

Durch die vorhandene, stabile Phase kann gesamt von einem Schwingbruch gesprochen werden, welcher sich aus dem stabilen Ermüdungsbruch und einem abschließendem instabilen sprödem Restgewaltbruch zusammensetzt.

Ab dem Zeitpunkt des technischen Anrisses der Länge a_{th} kann das Verhalten des fortschreitenden Risses mit der klassischen linear elastischen Bruchmechanik beschrieben werden (LEBM), wenn die nichtlinearen Effekte (plastische Verformungen) auf kleine Gebiete im Vergleich zu den Bauteilabmessungen beschränkt werden können. Mathematisch begründet wird dies mit einer Beschränkung von inelastischen Vorgängen auf den SSY-Bereich²³³ um die Risspitze, womit der gerissene Körper als linear elastisch angesehen, und Plastizität makroskopisch vernachlässigt wird. Damit können beschriebene Sprödbrüche mithilfe der LEBM abbilden.

Unter der Voraussetzung von isotropem, linear elastischem Materialverhalten kann das Risswachstum aus den drei Moden der Rissöffnung – Modus I, Modus II und Modus III – zusammengesetzt werden. Das Spannungsfeld bzw. Verschiebungsfeld in Rissumgebung wird durch die Spannungsintensitätsfaktoren (SIF) K_I , K_{II} sowie K_{III} für die drei Beanspruchungen (Rissöffnungsmodes) bestimmt. Diese sind abhängig von der Geometrie, der Form des Risses sowie der Belastung und können allgemein mit Gl. (D.2) angeschrieben werden und besitzen die Einheit $N \cdot mm^{-3/2}$ bzw. $MPa \cdot m^{1/2}$.

$$K = \sigma_{nk} \cdot \sqrt{\pi \cdot a} \cdot Y \quad (D.2)$$

Dabei bezeichnet σ_{nk} eine repräsentative Nennspannung, a die Risslänge sowie Y die Geometriefunktion, welche Bauteil- und Rissgeometrie berücksichtigt. Mit den SIF und deren zyklische Spannungsintensitätsfaktoren ΔK können in Abhängigkeit von gewählten Materialparametern Gesetze für den Rissfortschritt zur Simulation der Rissverlängerung Δa und allfälliger Rissablenkung φ_0 zur Ermittlung der Lebensdauer angewandt werden.

Irwin G.R. [Irw57] entwickelte ein Bruchkriterium, welches als K-Konzept (Konzept der SIF) bezeichnet wird. Für Mode I kommt es beispielsweise in der Prozesszone zu einem kritischen Zustand mit damit verbundener instabiler Rissausbreitung, wenn laut Gl. (D.3) der SIF K_I die zugehörige Bruchzähigkeit (Risszähigkeit, Risswiderstand) K_{Ic} erreicht.

$$K_I = K_{Ic} \quad (D.3)$$

²³¹ Im Rahmen der Bruchmechanik wird für Risslängen unter dem Threshold kein Risswachstum beaufschlagt.

²³² Qualitativ wurde die Grafik in Abb. 6.11 den Lebensdaueranteilen angepasst.

²³³ SSY bezeichnet das s.g. Small Scale Yielding (Kleinbereichsfließen).

Tab. D.1 zeigt eine Übersicht der drei Moden mit zugehörigen Bruchkriterien nach *Irwin* [Irw57], unter welchen es zur versagensherbeiführenden instabilen Rissausbreitung kommt.

Mode	Grafische Darstellung [RS09]	Beanspruchung und Rissverlauf	Bruchkriterium (K-Konzept [Irw57])
I		Einachsige oder zweiachsige Zugspannung / Öffnen des Risses senkrecht zur Normalspannung	$K_I = K_{Ic}$
II		Ebene Schubspannung / Entgegengesetztes Gleiten der Rissoberflächen in Rissrichtung	$K_{II} = K_{IIc}$ Abschätzung für K_{IIc} : $K_{IIc} = 0,87 \cdot K_{Ic}$ (Ermittlung von K_{IIc} sehr aufwendig)
III		Nichtebene Schubspannung / Gleiten der Rissoberflächen quer zur Rissrichtung	Abschätzung für K_{IIIc} : $K_{IIIc} = K_{Ic}$ (Ermittlung von K_{IIIc} sehr aufwendig)
Mixed Mode eben		Überlagerung von Mode I und II / Riss knickt je nach K_I und K_{II} Anteil um den Winkel θ_0 ab.	$K_V = K_{Ic}$ $K_V = f(K_I, K_{II})$ $\varphi_0 = f(K_I, K_{II})$
Mixed Mode allg.	Risse in mehrachsigt belastetem Bauteilen (z.B. schräg zur Belastungsrichtung liegender Oberflächenriss)	Überlagerung von Mode I, II und III / Riss knickt je nach K_{II} Anteil um den Winkel θ_0 ab und verdreht sich je nach K_{III} Anteil um den Winkel ψ_0 .	$K_V = K_{Ic}$ $K_V = f(K_I, K_{II}, K_{III})$ $\varphi_0 = f(K_I, K_{II}, K_{III})$ $\psi_0 = f(K_I, K_{II}, K_{III})$

Tab. D.1: Kriterien für instabile Rissausbreitung in Abhängigkeit des Modus

Die Vergleichsspannungsintensitätsfaktoren K_V für ebenen bzw. allgemeinen Mixed-Mode können in Anlehnung an [RS09] mit Gl. (D.4) bestimmt werden.

$$K_V = \frac{K_I}{2} + \frac{1}{2} \cdot \sqrt{K_I^2 + 5,336 \cdot K_{II}^2 + 4 \cdot K_{III}^2} \quad (\text{D.4})$$

Die Rissablenkungswinkel θ_0 bei ebener Mixed-Mode-Beanspruchung kann mit Gl. (D.5) abgeschätzt werden, wobei die Vorzeichenkonvention aus Abb. D.1 zu Grunde gelegt ist.

$$\theta_0 = \mp \left[140^\circ \cdot \frac{|K_{II}|}{K_I + |K_{II}|} - 70^\circ \cdot \left(\frac{|K_{II}|}{K_I + |K_{II}|} \right)^2 \right] \quad (\text{D.5})$$

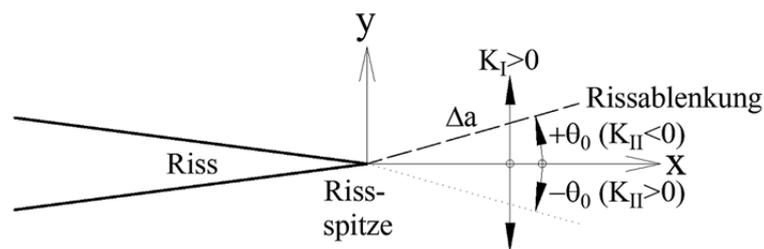


Abb. D.1: Risspitze Mixed-Mode – Definition K_I , K_{II}

Nach analytischer bzw. numerischer Lösung der konkreten Randwertaufgabe (RWA) für den rissbehafteten Bauteil unter der vorhandenen Beanspruchung kann das Nahfeld der Risspitze analysiert werden.

D.2 Risswachstum unter Ermüdungsbeanspruchung

Die in dieser Arbeit verwendeten bruchmechanischen Grundlagen zur Beschreibung des Verhaltens bei Ermüdungsbeanspruchung werden in Anlehnung an das umfassende Werk von *Kuna* [Kun08] verwendet bzw. basieren auf Grundlage eines Fortbildungsseminars von *Sander* et al. [San11].

Bei schwingender Belastung kann es zu einem Ermüdungsrisswachstum kommen, auch wenn die SIF unter der statischen Bruchzähigkeit liegen. Nach erfolgtem technischem Anriss verläuft der Ermüdungsriss im K-kontrollierten Nahfeld. Die mathematische Beschreibung erfolgt mit dem zyklischen Spannungsintensitätsfaktor ΔK (ΔK_I , ΔK_{II} , ΔK_{III}), welcher bei konstanter Spannungsamplitude mit der äußeren Last und der Spannungsverteilung am Riss zeitlich synchron verläuft und mit Gl. (D.6) analog zu den statischen SIF beschrieben werden kann.

$$\Delta K = K_{\max} - K_{\min} = \Delta \sigma \cdot \sqrt{\pi \cdot a} \cdot Y \quad (\text{D.6})$$

Auch bei konstanter Mittelspannung σ_m und Schwingbreite $\Delta \sigma$ steigt der Spannungsintensitätsfaktor ΔK aufgrund der wachsenden Risslänge a . Der Ermüdungsriss ist erst ab dem Schwellenwert der Spannungsintensität ausbreitungsfähig. Durch Gegenüberstellung der logarithmischen Rissgeschwindigkeit da/dN mit dem logarithmischen, zyklischen Spannungsintensitätsfaktors ΔK entsteht die Risswachstumskurve (siehe Kap. 6.4.2.2).

$N_{Fo,Paris} = f(a_{th}[mm], \Delta\sigma = 200MPa)$			$N_{Fo,Paris} = f(a_{th}[mm], \Delta\sigma = 425MPa)$					$N_{Fo,Forman,mod} = f(K_{Ic}[N/mm^2 \cdot m^{1/2}], \Delta\sigma = 200 MPa)$		
a_c	0,01	0,05	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	a_{th}	$K_{Ic} = 50$	$K_{Ic} = 110$
[mm]	[LW]	[LW]	[LW]	[LW]	[LW]	[LW]	[LW]	[mm]	[LW]	[LW]
0,01	0,000E+00		0,000E+00					0,01	5,401E+06	2,776E+07
0,02	6,698E+05		7,033E+04	0,000E+00				0,014	2,530E+06	2,144E+07
0,03	9,665E+05		1,015E+05	3,116E+04	0,000E+00			0,016	1,516E+06	1,921E+07
0,04	1,143E+06		1,201E+05	4,973E+04	1,857E+04	0,000E+00		0,018	6,761E+05	1,736E+07
0,05	1,264E+06	0,000E+00	1,327E+05	6,241E+04	3,125E+04	1,268E+04	0,000E+00	0,0192	2,362E+05	1,639E+07
0,1	1,564E+06	2,995E+05	1,642E+05	9,386E+04	6,270E+04	4,413E+04	3,145E+04	0,0198	3,138E+04	1,594E+07
0,2	1,775E+06	5,113E+05	1,864E+05	1,161E+05	8,494E+04	6,637E+04	5,369E+04	0,02	neg.	1,580E+07
0,3	1,869E+06	6,052E+05	1,963E+05	1,260E+05	9,479E+04	7,622E+04	6,354E+04	0,022		1,445E+07
0,4	1,925E+06	6,611E+05	2,022E+05	1,318E+05	1,007E+05	8,209E+04	6,942E+04	0,024		1,327E+07
0,5	1,963E+06	6,993E+05	2,062E+05	1,358E+05	1,047E+05	8,610E+04	7,343E+04	0,026		1,224E+07
0,6	1,992E+06	7,275E+05	2,091E+05	1,388E+05	1,076E+05	8,906E+04	7,639E+04	0,028		1,131E+07
0,7	2,013E+06	7,494E+05	2,114E+05	1,411E+05	1,099E+05	9,136E+04	7,868E+04	0,03		1,048E+07
0,8	2,031E+06	7,670E+05	2,133E+05	1,429E+05	1,118E+05	9,321E+04	8,054E+04	0,032		9,732E+06
0,9	2,046E+06	7,816E+05	2,148E+05	1,445E+05	1,133E+05	9,475E+04	8,207E+04	0,034		9,047E+06
1,0	2,058E+06	7,940E+05	2,161E+05	1,458E+05	1,146E+05	9,605E+04	8,337E+04	0,036		8,420E+06
1,1	2,069E+06	8,047E+05	2,172E+05	1,469E+05	1,157E+05	9,717E+04	8,449E+04	0,038		7,844E+06
1,2	2,078E+06	8,139E+05	2,182E+05	1,479E+05	1,167E+05	9,814E+04	8,546E+04	0,04		7,311E+06
1,3	2,086E+06	8,221E+05	2,191E+05	1,487E+05	1,176E+05	9,900E+04	8,632E+04	0,042		6,816E+06
1,4	2,094E+06	8,294E+05	2,198E+05	1,495E+05	1,183E+05	9,977E+04	8,709E+04	0,044		6,355E+06
1,5	2,100E+06	8,360E+05	2,205E+05	1,502E+05	1,190E+05	1,005E+05	8,778E+04	0,05		5,143E+06
1,6	2,106E+06	8,419E+05	2,211E+05	1,508E+05	1,196E+05	1,011E+05	8,840E+04	0,054		4,449E+06
1,7	2,111E+06	8,473E+05	2,217E+05	1,514E+05	1,202E+05	1,016E+05	8,897E+04	0,06		3,541E+06
1,8	2,116E+06	8,522E+05	2,222E+05	1,519E+05	1,207E+05	1,022E+05	8,949E+04	0,064		3,007E+06
1,9	2,121E+06	8,568E+05	2,227E+05	1,524E+05	1,212E+05	1,026E+05	8,996E+04	0,07		2,295E+06
2,0	2,125E+06	8,610E+05	2,231E+05	1,528E+05	1,217E+05	1,031E+05	9,041E+04	0,074		1,868E+06
2,1	2,129E+06	8,649E+05	2,235E+05	1,532E+05	1,221E+05	1,035E+05	9,081E+04	0,08		1,289E+06
2,2	2,133E+06	8,685E+05	2,239E+05	1,536E+05	1,224E+05	1,039E+05	9,120E+04	0,084		9,384E+05
2,3	2,136E+06	8,719E+05	2,243E+05	1,540E+05	1,228E+05	1,042E+05	9,155E+04	0,09		4,563E+05
2,4	2,139E+06	8,751E+05	2,246E+05	1,543E+05	1,231E+05	1,046E+05	9,188E+04	0,094		1,608E+05
2,5	2,142E+06	8,781E+05	2,249E+05	1,546E+05	1,234E+05	1,049E+05	9,220E+04	0,098		neg.
2,6	2,145E+06	8,809E+05	2,252E+05	1,549E+05	1,237E+05	1,052E+05	9,249E+04	0,1		

Tab. D.2: Rissfortschrittsberechnung nach Paris/Erdogan bzw. modifizierter Forman-Gl.

$\Delta\sigma_{global}$	$\sigma_{v,a}$	$\Delta\sigma_v$	$\epsilon_{v,a}$	$\Delta\epsilon_v$	σ_m	$P_{SWT,mod}$	N_{In}
[N/mm ²]	[N/mm ²]	[N/mm ²]	[]	[]	[N/mm ²]	[N/mm ²]	[LW]
159,7	280,0	560,0	1,41E-03	2,81E-03	1351,0	668	6,00E+05
167,7	294,0	588,0	1,46E-03	2,92E-03	1324,0	679	5,00E+05
169,0	296,2	592,4	1,53E-03	3,06E-03	1316,0	693	4,00E+05
178,0	312,0	624,0	1,63E-03	3,26E-03	1283,0	712	3,00E+05
187,1	328,0	656,0	1,70E-03	3,39E-03	1251,0	722	2,60E+05
198,0	347,0	694,0	1,74E-03	3,47E-03	1221,0	728	2,40E+05
200,0	352,0	704,0	1,77E-03	3,54E-03	1208,2	734	2,20E+05
208,2	365,0	730,0	1,82E-03	3,64E-03	1177,9	740	2,00E+05
425,0	742,0	1484,0	3,37E-03	6,74E-03	1200,0	633	1,06E+06

Tab. D.3: Rissinitiierungsphase N_{In} - Schädigungsparameter $P_{SWT,mod}$

D.3 Grundlagen der REM

Angewandte Methode in Anlehnung an [Sta96]

Die Rasterelektronenmikroskopie (REM) ist ein berührungsloses Verfahren, bei dem die Bruchfläche mit einem elektronenoptischen fein fokussierten Strahl abgerastert wird. Durch mehrmaliges rasterförmiges Abtasten in verschiedenen Brennebenen kommt es zu einer Wechselwirkung des Strahls mit der Probe, womit die Oberflächentopographie messtechnisch erfasst werden kann. In dieser Arbeit wird das stereoskopische REM verwendet, welches im Vergleich zur Lichtmikroskopie neben den allgemeinen Vorteilen einer höheren Auflösung und besseren Tiefenschärfe v.a. eine höhere laterale Auflösung und die Möglichkeit von sehr plastisch wirkenden Darstellungen der Bruchoberflächen aufweist. Damit verbunden kann die Zuordnung von gegenüberliegenden Bruchstellen zuverlässig erfolgen, und in weiterer Folge die Rissspitzenöffnung genau ermittelt werden ([Sta96]).

Erstellung von digitalen Oberflächenmodellen der Bruchflächen

Am Institut für Werkstoffwissenschaft und Werkstofftechnologie an der TU Wien wurden die Topographien der Bruchoberflächen in Anlehnung an *Stampfl et al.* [SSG+96] mittels stereoskopischem REM generiert.

- Beide Bruchhälften des jeweiligen Drahtbruchs mit maximaler Probengröße von 5 cm werden mittels geringem Luftdruck von Staub- und Faserpartikeln befreit, welche durch die Nichtleitung von Strom zu störenden schwarzen Flecken mit weißem Zentrumspunkt auf den Bildern führen. Weiter dürfen auf beiden Proben keine feuchten Stellen und Ablagerungen aus eventuellen Korrosionsvorgängen vorhanden sein, welche kleine schwarze Krater mit Ausbuchtungen und salzhaltigen Ausblühungen verursachen.
- Am Institut für Werkstoffwissenschaft und Werkstofftechnologie können die zwei gegenüberliegenden Bruchhälften sehr genau im REM positioniert werden. Die Standardeinstellung wird durch eine Stereoaufnahme erweitert, welche mittels einer 3D-Aufnahme des Risses die Rekonstruktion der Bruchoberfläche ermöglicht.
- Zur Vergrößerung werden auf den Proben zusammenpassende Grenzbereiche vom Ermüdungs- zum Gewaltbruch, mit ausgeprägt auffallenden Erhebungen und Vertiefungen, zuerst mit 25-facher Vergrößerung identifiziert.
- Zur Erzeugung der stereoskopischen Bilder sind zwei Bildaufnahmen pro Bruchhälfte mit 150-facher Vergrößerung erforderlich – für eine ungekippte 0°- Probe und eine um 10° gekippte Probe. Dazu wird ein Bildmittelpunkt gewählt, der vor der Aufnahme speziell bei den gekippten Aufnahmen immer ins Zentrum gerückt werden muss, da sich die Kippachse während der Punktzentrierung ändert. Dieser Punkt ist idealerweise ein markanter schwarzer Punkt direkt an der Grenzkante der beiden Bruchflächen.
- Mittels digitaler Bildverarbeitung mit einer Methode von *Stampfl et al.* [SSG+96] können ausgehend von den beiden Bildern (0°, 10°) digitale Oberflächenmodelle (DOM) mit tausenden Stützpunkten innerhalb weniger Sekunden erstellt werden.
- In den generierten Stereobildern lässt sich mit einer Rot-Grün-Brille die Topographie der Bruchoberflächen erkennen, womit die Grenze zwischen Ermüdungs- und Gewaltbruch in Form von Gräben bzw. Furchen und Erhöhungen deutlich ersichtlich wird. Erhebungen der

ersten Probenhälfte sollten den dazugehörigen Vertiefungen der zweiten Probenhälfte zugeordnet werden können.

- Rissspitzenöffnungen können an markanten Stellen berechnet werden, welche auf beiden Bruchflächen gut ersichtlich sind. Durch Wahl von zwei Bezugsebenen (Ermüdungsbruch, Gewaltbruch) kann ein Höhenprofil pro Seite erzeugt werden, woraus der Anstieg bzw. gegenüberliegend der Abfall der Topographie messbar ist. Zur Bestimmung der Rissspitzenöffnung wird der Höhenunterschied aus der Steigung bzw. dem Abfall durch Subtraktion ermittelt. Die Betrachtung und Analyse beider Bruchflächenseiten ist wichtig, weil sich die Aufwölbung der Grenzfläche eventuell nur auf eine Seite konzentriert.

E Tribologie von Stahl / Stahl-Kontaktpaarungen

Nach der einfachen Adhäsionstheorie von *Bowden und Tabor* [BT01] steigt die reale Kontaktfläche A zwischen zwei Reibpartnern beinahe linear mit der Anpresskraft F_N an, ist von der scheinbaren Kontaktfläche nur sehr begrenzt abhängig und lässt sich mit Gl. (E.1) abschätzen.

$$A = \frac{F_N}{\sigma_h} \quad (\text{E.1})$$

Diese Mikrokontaktspitzen deformieren sich plastisch, sobald die mittlere Druckspannung in der wahren Kontaktfläche, unabhängig von der Normalkraft F_N , die Eindringhärte des Materials σ_h erreicht. Diese Schweißbrücken müssen mit einer Tangentialspannung τ_c gesichert und getrennt werden, um die Haftreibung F_s nach Gl. (E.2) zu überwinden und einen Gleitvorgang einzuleiten. Der Reibungskoeffizient $\mu_{\text{Reibung}} = \mu$ ergibt sich aus dieser Gleichung.

$$F_s = F_N \cdot \frac{\tau_c}{\sigma_h} \rightarrow \mu = \frac{F_s}{F_N} = \frac{\tau_c}{\sigma_h} \quad (\text{E.2})$$

Eine Interpretation für die kritische KeAd-KIZ wäre damit folgendermaßen möglich. Zwischen den kontaktierenden rauen Stahloberflächen (Ke / Ad; Ad / KD) entstehen durch lokal hohe Kontaktpressungen Verschweißungen der berührenden Rauigkeitsspitzen (Mikrokontakte), welche aufgrund der zyklischen Belastung durch die kleinen Schwingbreiten an Relativbewegungen Δu (1 bis 80 μm) aufbrechen, gesichert werden und damit eine Gleitbewegung einleiten. Unter zyklischer Belastung entstehen in weiterer Folge Anrisse, die sich durch wiederholtes Verschweißen und Aufbrechen vergrößern, bis sie als Ermüdungsrisse weiter wachstumsfähig sind.

Mit den, für isotrope plastische Körper guten Näherungen $\sigma_h = 3 \cdot R_m$ sowie $\tau_c = R_m \cdot 3^{-1/2}$ ergibt sich nach Gl. (E.3) für die maximale Haftreibung nicht geschmierter Stahl- / Stahl- Paarungen.

$$F_s = F_N \cdot \frac{R_m / \sqrt{3}}{3 \cdot R_m} = F_N \cdot \left(\frac{1}{6} \div \frac{1}{5} \right) = (0,16 \div 0,20) \cdot F_N \quad (\text{E.3})$$

Für trockene Reibung unter normalen Bedingungen, wobei an den Oberflächen geringe Mengen an Oxiden und Verunreinigungen vorkommen, gibt *Rabinowicz* in [Rab65] $\mu = 0,19$ an.

Grundlage für die Berücksichtigung der Querschnittsreduktion durch den Reibkorrosionsprozess bildet der konventionelle Lösungsansatz von [Arc53] nach Gleichung (E.4), der das verschlissene Materialvolumen V_{vol} der entsprechenden Kontaktbereiche der Außendrahtoberfläche auf den Gleitweg s bezieht, und als Funktion der Kontaktnormalkraft F_N sowie der Materialhärte σ_h ausdrückt.

$$V_{\text{vol}} = k_{\text{vol}} \cdot \frac{F_N}{\sigma_h} \cdot s \quad (\text{E.4})$$

In Anlehnung an [MDL04] werden entlang der gesamten Kontaktinteraktionszone die lokalen Kontaktbedingungen mit der modifizierten *Archard's*-Gleichung (E.5) für die inkrementelle

Materialabtragtiefe $\Delta h(x,t)$ erweitert. Der Kontaktdruck $p(x,t)$ sowie der relative Gleitweg $s(x,t)$ beziehen sich jeweils auf einen Knoten x zum Zeitpunkt t .

$$\Delta h(x,t) = k_{lok} \cdot p(x,t) \cdot s(x,t) \quad (E.5)$$

Vereinfachend wird der lokale Verschleißkoeffizient k_{lok} dem volumetrischen Koeffizienten k_{vol} gleichgesetzt und in weiterer Folge die zyklische Sprungtechnik (*cycle jump technique*) verwendet. Diese Technik erweitert Gl. (E.5) mit der Zyklenzahl ΔN zu Gl. (E.6). Dabei wird angenommen, dass Gleitbewegungen und Kontaktdrücke jedes Lastzyklus eines gewählten Abschnittes konstant bleiben, womit sich der Materialabtrag pro Zyklenzahl ΔN in einem zuvor gewählten Zeitabschnitt ergibt, welcher mit einem einzigen Fretting-Zyklus²³⁴ numerisch simuliert werden kann.

$$\Delta h(x,t) = \Delta N \cdot k \cdot p(x,t) \cdot s(x,t) \quad (E.6)$$

Der benötigte Verschleißkoeffizient k berechnet sich nach Gleichung (E.7) mittels mikroskopisch aufgenommenem totalem Verschleißvolumen V_{vol} in der Kontaktzone, gesamtem Reibungsweg $2 \cdot \Delta x \cdot n$ sowie Normalkraft F_N .

$$k = \frac{V_{vol}}{2 \cdot \Delta x \cdot \Delta N \cdot F_N} \quad (E.7)$$

Eine allfällige Oberflächenrauigkeit kann in Anlehnung an [BT01], aufgrund des vernachlässigbaren Effektes der Reibkraft als auch des Materialtransportes zwischen den beiden Kontaktkörpern, vernachlässigt werden.

²³⁴ Mit einer Anzahl von Gleitinkrementen pro Zyklus.

F Sonderfall anisotropes Materialverhalten

Die Erhöhung der maximalen Zugfestigkeiten im Laufe der letzten Jahre führte in Einzelfällen zu einer Querdruckempfindlichkeit der Spannstahlritzen (siehe Kap. 2.1.4). Sollten die bereits in europäischen Normenwerken verankerten hohen Zugfestigkeitsniveaus (z.B. 2160 MPa in EN 10138-3 [EN100]) in Zukunft vermehrt Berücksichtigung finden, so sind für weitere Forschungsarbeiten chemische Untersuchungen der Materialzusammensetzung wünschenswert.

Mit einer detaillierten Studie des Materialgefüges könnten Rückschlüsse auf das Verhalten gegenüber auftretenden Querdruckbelastungen und auf den Grad des anisotropischen Materialverhaltens gezogen werden. Eine Anpassung des Materialmodelles könnte damit erfolgen und würde zu einem besseren Verständnis dieser Problematik beitragen.

Beispielsweise sind für ein orthotropes Materialverhalten drei unabhängige E-Moduli, drei unabhängige Schub-Moduli sowie drei unabhängige Querdehnungszahlen für die Abbildung des Materialverhaltens erforderlich – siehe Gl. (F.1), Gl. (F.2) sowie Gl. (F.3)²³⁵.

$$E_1 \neq E_2 \neq E_3 \quad (\text{F.1})$$

$$G_{12} \neq G_{13} \neq G_{23} \quad (\text{F.2})$$

$$\nu_{12} \neq \nu_{13} \neq \nu_{23} \quad (\text{F.3})$$

Die damit verbundene Erhöhung der Anzahl unabhängiger Parameter könnte in Abhängigkeit von kristallografischen Untersuchungen mittels Spezialisierung reduziert werden. Aufgrund des Herstellungsprozesses wäre ein Sonderfall für orthotropes Materialverhalten denkbar. Damit sind die Elastizitätseigenschaften des Spannstahls unabhängig von der Drehung um die Längsachse. Dafür müsste jedoch die Gültigkeit von isotropen Materialeigenschaften in der Querschnittsebene (senkrecht zur Längsachse) geprüft werden.

Bei Vorhandensein einer transversalen Isotropie tritt senkrecht zur Längsachse eine Ebene mit richtungsunabhängigen Eigenschaften wie Steifigkeiten und Querkontraktionen auf, womit sich die Anzahl unabhängiger Parameter auf fünf reduziert. Bei Annahme der 1-Achse als Drehachse gelten für die isotrope Ebene Gl. (F.4) bis Gl. (F.6) sowie für die Richtung der Drehachse mit Elastizitätsmodul E_1 die Zusammenhänge laut Gl. (F.7) sowie Gl. (F.8).

$$E_2 = E_3 \quad (\text{F.4})$$

$$G_{23} = \frac{E_2}{2 \cdot (1 + \nu_{23})} = G_{32} \quad (\text{F.5})$$

$$\nu_{23} = \nu_{32} \quad (\text{F.6})$$

$$G_{12} = G_{13} \quad (\text{F.7})$$

²³⁵ Siehe auch Anhang B

$$\nu_{12} = \nu_{13} \quad (\text{F.8})$$

Sowohl für o.a. orthotropes Materialverhalten als auch den Spezialfall der transversalen Isotropie gilt der Zusammenhang laut Gl. (F.9).

$$\frac{\nu_{ij}}{E_i} = \frac{\nu_{ji}}{E_j} \quad (\text{F.9})$$

Damit würden für die Bestimmung der Nachgiebigkeitsmatrix C_{ijkl} laut Gl. (F.10) fünf Parameter E_1 , E_2 , G_{12} , G_{23} , und ν_{12} ausreichen.

$$C_{ijkl} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & \frac{-\nu_{12}}{E_1} & \frac{-\nu_{12}}{E_1} & 0 & 0 & 0 \\ & \frac{1}{E_2} & \frac{-\nu_{23}}{E_2} & 0 & 0 & 0 \\ & & \frac{1}{E_2} & 0 & 0 & 0 \\ & & & \frac{1}{G_{12}} & 0 & 0 \\ & \text{symm.} & & & \frac{E_2}{2 \cdot (1 + \nu_{23})} & 0 \\ & & & & & \frac{1}{G_{13}} \end{bmatrix} \quad (\text{F.10})$$

Des Weiteren wird in der *FKM-Richtlinie* [FKM03] ein Anisotropiefaktor K_A in Abhängigkeit von der Stahlsorte angegeben, um den Walzprozess und die damit verbundene bevorzugte Werkstoffrichtung zu berücksichtigen. Für eine Zugfestigkeit $R_m > 1200 \text{ N/mm}^2$ folgt beispielsweise der Anisotropiefaktor K_A zu 0,8. Nach einem Vorschlag der genannten Richtlinie könnte dieser Faktor für die Spannungen quer zur bevorzugten Bearbeitungsrichtung angewendet werden.