



DIPLOMARBEIT
Master Thesis

**Numerische Untersuchungen und Modellbildung zur Beschreibung
der Spannungszustände innerhalb des Kronendübels**

ausgeführt zum Zwecke der Erlangung des akademischen Grades
eines Diplom-Ingenieurs

unter der Leitung von

Univ. Prof. Dipl.-Ing. Dr. techn. Josef Fink

Univ. Ass. Dipl.-Ing. Lukas Juen

E 212

Institut für Tragkonstruktionen - Stahlbau

eingereicht an der Technischen Universität Wien
Fakultät für Bauingenieurwesen

von

Stefan Pavlicek

0627635

Hervicusgasse 4/1/6, 1120 Wien

Wien, am

eigenhändige Unterschrift

Abstract

This study deals with the so-called crown dowel KrL 75-36, a shear connector for steel-concrete composite systems. This dowel geometry achieved the best results in former Push-Out experiments made by Petraschek. Based on Petrascheks derived models to describe the impacting forces on the steel crown, the use of analysis models without consideration of concrete is verified. For this reason the FEM preparation of the full concrete model, examining a quarter-symmetric part of the push-out experiment, is described based on investigations of Antesberger and Iwancsics. Its results are compared to the ones obtained by using three different models without the consideration of concrete. Strains, especially at the oxy-acetylene cutted surface and at the bottom of the steel dowel, are determined for a dynamic material fatigue analysis. Furthermore, new load models are investigated, in order to obtain better correlation with numeric results of the Push-Out experiment at the oxy-acetylene cutted surface. Regarding to Petraschek's models, the plastic and elastic collapse loads are determined. Therefore, different modeling of forces inside the crown dowel is being made.

Kurzfassung

Diese Arbeit beinhaltet für den Schubverbinder von Stahl-Beton-Verbundkonstruktionen, den Kronendübel KrL 75-36, Serie 3, einen Vergleich zwischen den von Petraschek vorgestellten Belastungsmodellen und einem mittels eines numerischen Modells nachgebildeten Push-Out Versuchskörpers. Es soll untersucht werden, ob die Spannungszustände in der Dübelleiste mit Hilfe dieser Belastungsmodelle nach Petraschek und ohne die direkte Berücksichtigung des Betonkörpers angenähert werden können. Dies erfolgt, im Hinblick auf eine Ermüdungsuntersuchung, insbesondere für die freie brenngeschnittene Kante und die kritischen Schnitte. Des Weiteren werden von diesen Modellen abweichende Lastansätze betrachtet. Sie besitzen eine bessere Übereinstimmung der Spannungen entlang der brenngeschnittenen Stahlzahnkante mit der numerischen Simulation des Push-Out Versuchs. Für die Modelle nach Petraschek wird jeweils die plastische und elastische Grenzlast berechnet. Die Bestimmung der elastischen Grenzlast erfolgt mittels verschiedener Modellbildungen der Lastabtragung innerhalb des Dübelzahns.

Inhaltsverzeichnis

Abstract.....	1
Kurzfassung.....	1
1 Einleitung	1
1.1 Ausgangssituation.....	1
1.2 Ablauf und Zielsetzung.....	1
1.3 Schubverbinder.....	2
1.4 Einleitung von Schubkräften.....	3
1.5 Push-Out Versuch.....	4
1.6 Kriterien nach ÖNORM EN 1994-1-1.....	5
2 Aufbau der Arbeit.....	6
2.1 Allgemeines.....	6
2.2 KrL 75-36 – untersuchte Geometrie.....	6
2.3 Symmetrie.....	7
2.4 Stabwerksmodelle.....	7
2.5 Belastungsmodelle.....	7
2.5.1 Allgemeines.....	7
2.5.2 Modell 1 - Starrkörpermodell mit Berücksichtigung eines Reibungskoeffizienten μ	8
2.5.3 Modell 5 - Kombiniertes Betonfluid-Starrkörpermodell.....	8
2.5.4 Modell 6 - Vereinfachtes Starrkörpermodell – Vernachlässigung der Vertikalkomponenten $D_{c,i}(v)$ der beiden Druckstreben $D_{c,i}$	9
2.5.5 Vertikale Abtriebskraft D	9
3 Abaqus – Eingabe der Dübelleiste.....	10
3.1 Allgemeines.....	10
3.2 Geometrieingabe.....	10

3.3 Materialmodell des Dübelblechs.....	11
3.4 Materialzuordnung.....	12
3.5 FE-Netz.....	13
3.6 Modul Assembly.....	15
3.7 Modul Step.....	16
3.8 Ausgabeeinstellungen.....	16
3.9 Randbedingungen.....	17
3.10 Lastannahmen.....	17
3.11 Schweißnahtmodellierung.....	18
4 Abaqus - Erweiterungen zur Abbildung des Betons.....	20
4.1 Allgemeines.....	20
4.2 Modul Parts.....	20
4.3 Modul Mesh – Betondübel.....	21
4.4 Modul Mesh – Betonkörper.....	22
4.5 Einbindung der Bewehrung.....	22
4.6 Koppelung der Instances innerhalb der Assembly.....	23
4.7 Materialmodell – Betonstahl und Anker.....	24
4.8 Materialmodell - Beton.....	24
4.9 Modul Steps.....	32
4.10 Randbedingungen.....	32
4.11 Ausgabegrößen.....	33
4.12 Modellbeschreibung - Betonmodell 2.....	34
4.13 Modellbeschreibung - Betonmodell 3.....	35
5 Allgemeines zur Auswertung.....	36
5.1 Belastungsrichtung.....	36
5.2 Schnittdefinitionen.....	36
5.3 Bezeichnungen.....	37
5.4 Definition der Zeitpunkte.....	37
5.5 Definition des Kontaktdruckes.....	39

6 Auswertung - Betonmodell 1.....	40
6.1 Dübelkennlinie.....	40
6.2 Ergebnisse: Zeitpunkt t0.....	42
6.3 Ergebnisse: Zeitpunkt t1.....	49
6.4 Ergebnisse: Zeitpunkt t2.....	55
7 Auswertung – Modell 1.....	62
7.1 Dübelkennlinie.....	62
7.2 Ergebnisse: Zeitpunkt t0.....	64
7.3 Ergebnisse: Zeitpunkt t1.....	70
7.4 Ergebnisse: Zeitpunkt t2.....	76
8 Auswertung – Modell 5.....	82
8.1 Lasten und Dübelkennlinie.....	82
8.2 Ergebnisse: Zeitpunkt t0.....	84
8.3 Ergebnisse: Zeitpunkt t1.....	90
8.4 Ergebnisse: Zeitpunkt t2.....	95
9 Auswertung – Modell 6.....	101
9.1 Dübelkennlinie.....	101
9.2 Ergebnisse: Zeitpunkt t0.....	103
9.3 Ergebnisse: Zeitpunkt t1.....	108
9.4 Ergebnisse: Zeitpunkt t2.....	114
10 Ergebnisvergleich.....	120
10.1 Dübelkennlinien.....	120
10.2 Kontaktdruck.....	120
10.3 Vergleich der Spannungen und des Kontaktdrucks am Dübelzahnrand zum Zeitpunkt t0	122
10.4 Vergleich der Spannungen und des Kontaktdrucks am Dübelzahnrand zum Zeitpunkt t1	124

10.5 Vergleich der Spannungen und des Kontaktdrucks am Dübelzahnrand zum Zeitpunkt t_2	126
10.6 Schlussfolgerung aus dem Vergleich der Belastungsmodelle 1, 5 und 6.....	127
11 Modellbildung.....	130
11.1 Allgemeines.....	130
11.2 Modell A.....	130
11.2.1 Modellbildung.....	130
11.2.2 Auswertung der Dübelkennlinien – Belastungsmodell A.....	134
11.2.3 Auswertung der Spannungen und Kontaktdrücke zum Zeitpunkt t_0 – Belastungsmodell A.....	135
11.2.4 Auswertung der Spannungen und Kontaktdrücke zum Zeitpunkt t_1 – Belastungsmodell A.....	137
11.2.5 Auswertung der Spannungen und Kontaktdrücke zum Zeitpunkt t_2 – Belastungsmodell A.....	139
11.3 Modell B.....	141
11.3.1 Modellbildung.....	141
11.3.2 Auswertung der Dübelkennlinien – Belastungsmodell B.....	151
11.3.3 Auswertung der Spannungen und Kontaktdrücke zum Zeitpunkt t_0 – Belastungsmodell B.....	152
11.3.4 Auswertung der Spannungen und Kontaktdrücke zum Zeitpunkt t_1 – Belastungsmodell B.....	154
11.3.5 Auswertung der Spannungen und Kontaktdrücke zum Zeitpunkt t_2 – Belastungsmodell B.....	156
12 Berechnungsmethoden der plastischen Grenztragfähigkeit.....	159
12.1 Allgemeines.....	159
12.2 Geometrie der Kronendübelleiste	159
12.3 Geometrie des Fachwerkmodells.....	165
12.4 Berechnung des Fachwerkmodells.....	167
12.5 Bestimmung der Dübelbeanspruchung.....	169
12.6 Ermittlung der Schnittgrößen.....	172
12.7 Querschnittsinteraktion nach Huber, Mises, Hencky.....	178

12.8 Querschnittsinteraktion nach EC 3.....	179
13 Ingenieurmodelle – Modellbildung elastische Grenztragfähigkeit.....	182
13.1 Allgemeines.....	182
13.2 Berechnung des elastischen Widerstandes – Näherungsmodell N1.....	182
13.3 Anteil der Abtriebskraft D an den Spannungen im Dübelzahnfuß.....	189
13.4 Direkte Lasteinleitung über Druckstreben – Näherungsmodell N2.....	190
13.5 Voutenförmige Lasteinleitung – Näherungsmodell N3	200
13.6 Voutenförmige Lasteinleitung mit Druckstreben – Näherungsmodell N4.....	207
14 Zusammenfassung.....	216
14.1 Vergleich der elastischen und plastischen Grenztragfähigkeit.....	216
14.2 Zusammenfassung und Empfehlung zur Darstellung der brenngeschnittenen Kante.....	219
Literaturverzeichnis:.....	222
Abbildungsverzeichnis.....	223
Anhang A	235
Anhang B	236
Anhang C	237

1 Einleitung

1.1 Ausgangssituation

Es wurden an der TU Wien ab dem Jahr 2006 im Rahmen der Dissertation von Petraschek [3] verschiedene Dübelleistenformen experimentell untersucht. Dies waren Puzzle-, Kopf-, und Kronendübel. Dabei betrachtete man verschiedene Geometrien in insgesamt drei Serien. Als schlussendlich gleichsam duktil wie tragfähig stellte sich der Kronendübel KrL-75-36 heraus.

Sämtliche experimentellen Versuchsergebnisse, Aufbauten und verwendeten Materialien sind in [3] zusammengestellt und auf ebendiese wird innerhalb dieser Arbeit Bezug genommen. Zusätzliche Untersuchungen von Iwancsics [2] und Antesberger [1] beschäftigen sich mit der numerischen Modellierung von Schubverbindern und dem Programm Abaqus [10]. Das Hauptaugenmerk liegt in der Auffindung der anzugebenden, iterativ zu bestimmenden Parameter zur Abbildung des Materialverhaltens für Beton mit Hilfe des in Abaqus zur Auswahl stehenden Materialmodells „Concrete Damaged Plasticity“. Dazu gehören der *Damage Parameter* d_c für Druck und d_t für Zug, der *Dilation Angle*, sowie der Reibungskoeffizient zwischen Dübelleiste und Beton. Weiters übernommen werden Erfahrungswerte bezüglich der Wahl einer geeigneten Berechnungsmethode, des richtigen Einbindens der Bewehrung, einer geeigneten Elementwahl (Modul *Mesh*) und der Randbedingungen (*Boundary Conditions*).

1.2 Ablauf und Zielsetzung

Diese Arbeit beschäftigt sich auf Grundlage der experimentellen Ergebnisse sowie den beiden Arbeiten [2] und [1] zur Modellierung in Abaqus mit der numerischen Modellierung des Kronendübels KrL 75-36. Dieser erscheint am aussichtsreichsten, da er die höchste Tragfähigkeit in den Push-Out Versuchen erzielte. Ziel ist es, eine vereinfachte Betrachtung des Push-Out Körpers zu finden, in welcher ähnliche Spannungen wie im durchgeführten Versuch auftreten. Dies gilt insbesondere in den kritischen Schnitten und an der belasteten, brenn geschnittenen Stahlzahnkante. Um die Nachvollziehbarkeit zu einem späteren Zeitpunkt zu gewährleisten, werden die einzelnen Schritte und die eingegebenen Parameter zur Erstellung des Rechenmodells kurz beschrieben.

Es erfolgt die Eingabe der Belastungsmodelle nach Petraschek, welche in der FE-Berechnung die alleinige Betrachtung des Stahlkörpers erlauben:

- Modell Nr.1 („Starrkörpermodell mit Berücksichtigung eines Reibungskoeffizienten μ “)
- Modell Nr.5 („Kombiniertes Betonfluid – Starrkörpermodell“)
- Modell Nr.6 („Vereinfachtes Starrkörpermodell – Vernachlässigung der Vertikalkomponenten $D_{c,i(v)}$ “)

Danach erfolgt die Modellierung des aus Gründen der Rechenzeit und unter Ausnutzung der

Symmetrie geviertelten Betonkörpers des Push-Out Versuchs, zusammenwirkend mit der Dübelleiste. Erst dadurch kann das nichtlineare Nachbruchverhalten und eine Verteilung der Kräfte durch die eingelegte Bewehrung simuliert werden. Hierbei ist es wichtig, die Abhebung in vertikaler und die Verschiebung in horizontaler Richtung zu beobachten und diese mit den aus den Versuchen ermittelten Messwerten zu vergleichen.

Ist wie bei den vorangegangenen Arbeiten eine gute Abbildung des realen Verhaltens erreicht, wird das Hauptaugenmerk auf die Spannungen in der Anschlussfuge der Stahlzähne, im Bereich der Ausrundungen und in der Schweißnaht in Hinblick auf eine Ermüdungsuntersuchung gelegt.

1.3 Schubverbinder

Durch das gleichzeitige Zusammenwirken von mehreren Komponenten, welche entsprechend ihrer Bauteileigenschaften beansprucht werden, entsteht ein Verbundbauteil. Im gegenständlichen Fall wird das Zusammenwirken von einem auf Druck beanspruchten Betonkörper und einem hauptsächlich auf Zug beanspruchten Stahlkörper betrachtet. Damit beide Querschnitte als Gesamtquerschnitt wirken können, sind Schubkräfte erforderlich, welche durch ausreichende Verbundmaßnahmen – die sogenannte Verbundsicherung – aufgenommen werden müssen.

Die Aufnahme der Schubkräfte erfolgt üblicherweise durch die im EC 4 [5] gut beschriebenen Kopfbolzendübel. Andere dem Stand der Technik entsprechende Verbundmittel zeigt Abb. 1.1:

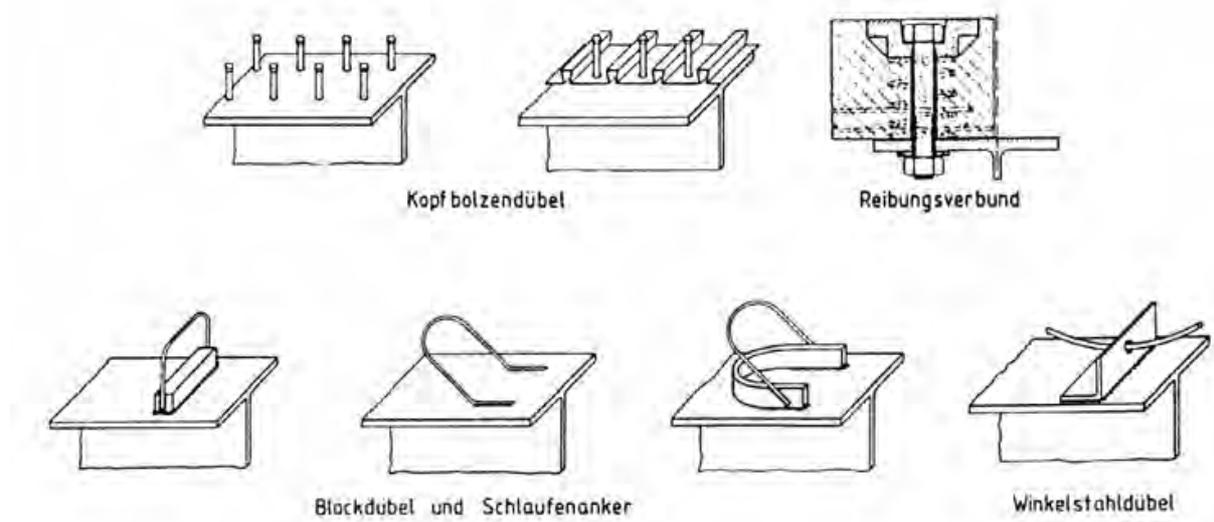


Abb. 1.1: Schubverbinder lt. ÖNORM EN 1994-1-1 [5]

Weiters kommen aus Blechstreifen mittels Brennschneidverfahren hergestellte und automatisiert durch UP-Schweißen zu befestigende Betondübel zum Einsatz, siehe Abb. 1.2. Mögliche Formen sind Haifischflossen-, Kombidübel- und Lochleisten [3].

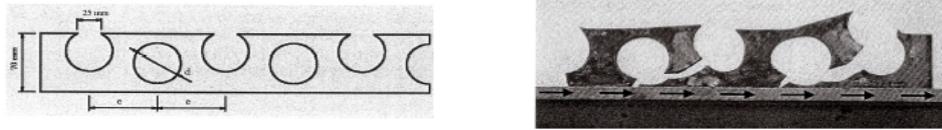


Abb. 1.2: Perfobondleisten als Beispiel für Betondübel (aus [3])

1.4 Einleitung von Schubkräften

Es wird unterschieden zwischen starrer und nachgiebiger Verdübelung. Grundsätzlich lassen sich die in den Betongurt einzuleitenden Schubkräfte aus der Differenz der Normalkräfte ΔN innerhalb eines definierten Bereiches ermitteln.

Starre Verbundmittel, welche das Duktilitätskriterium nach EC 4 [5] nicht erfüllen, sind entsprechend des Schubkraftverlaufes zu verteilen und mittels eines elastischen Berechnungsverfahrens zu bemessen.

Im Gegensatz dazu ist für nachgiebige Verbundmittel sowohl eine Berechnung der Schnittgrößen nach der Fließgelenktheorie, als auch die im EC 4 [5] geregelte, äquidistante Dübelaufteilung zulässig.

Abb. 1.3 zeigt die zur Querkraft affinen Schubkraftverläufe V_L (1) und die sich ergebenden Spitzen (2) bei zunehmender Belastung. In b) verteilen sich diese durch Verwendung duktiler Verbundmittel entlang des Trägers. Abb. 1.4 stellt die durch plastische Berechnung überproportional anwachsenden Normalkräfte im Stahlquerschnitt dar. Um das Wachstum von $\Delta N = \Delta V_L$ aufnehmen und verteilen zu können, ist wiederum Duktilität nötig .

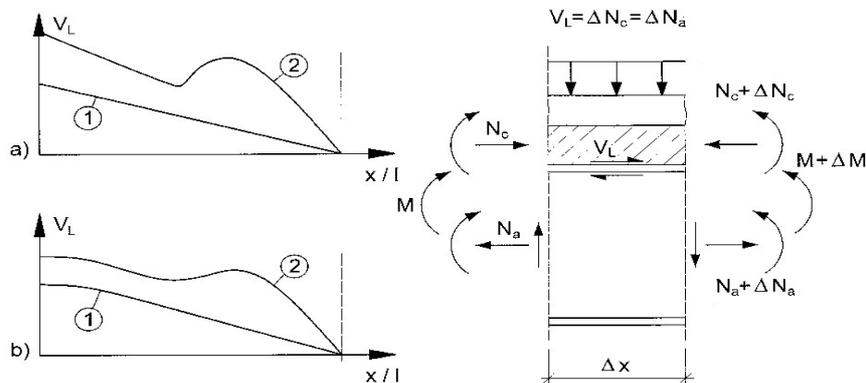


Abb. 1.3: Längsschubkräfte – Verteilung (aus [4])

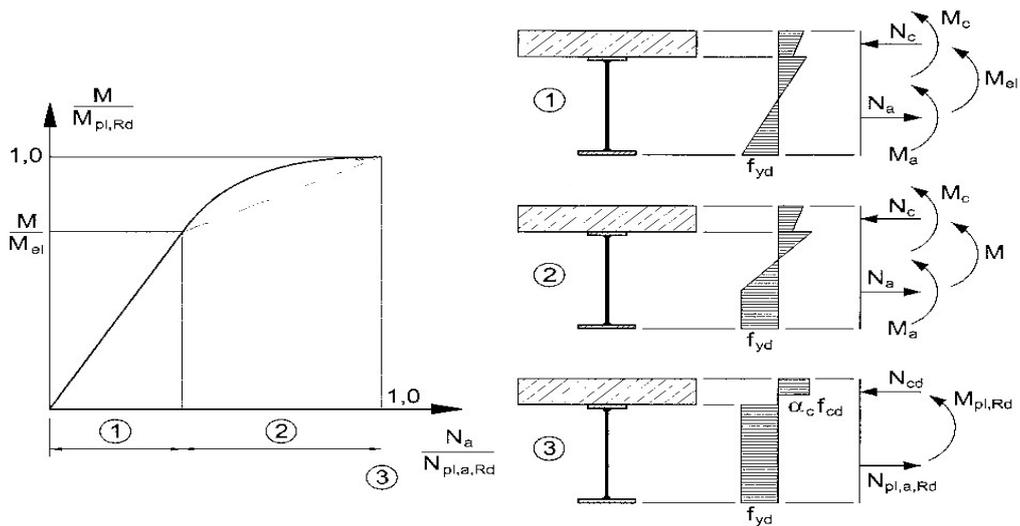


Abb. 1.4: Normalkräfte bei plastischer Berechnung (aus [4])

1.5 Push-Out Versuch



Abb. 1.5: Push-Out Versuch lt. EC 4 (aus [3])

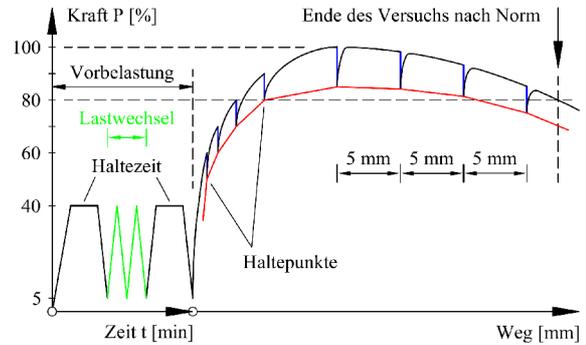


Abb. 1.6: Last-Verschiebungsdiagramm lt. EC 4 (aus [3])

Im Push-Out Versuch wird eine Last auf das zwischen den Betonkörpern liegende Stahlprofil aufgebracht und ein Last-Verschiebungsdiagramm mit Hilfe von Wegaufnehmern erstellt (Abb. 1.6). Die aufgebrachte Belastung P [kN] verteilt sich auf insgesamt 4 Stahlzähne. In allen weiteren Diagrammen wird zur besseren Vergleichbarkeit von der Versuchslast pro Laufmeter P_{max} [kN/lfm] ausgegangen. Auf einen einzelnen Zahn wirkt die Last P_{zahn} . Es gilt:

$$P_{zahn} = \frac{P}{4} [kN/Zahn] \tag{1.1}$$

$$P_{max} = \frac{P_{zahn} \cdot 1000}{e [mm]} [kN/lfm] \tag{1.2}$$

1.6 Kriterien nach ÖNORM EN 1994-1-1

Um die Duktilität zu gewährleisten, werden in EC 4 [5] verschiedene Kriterien im Rahmen des Push-Out Versuchs von Verbundmitteln gefordert.

Das Duktilitätskriterium:

$$\delta_{uk} \geq 6,0 \text{ mm für } P_{\text{nach Bruch}} \leq 0,9 \cdot P_{\text{max}} \quad (1.3)$$

und das Abhebekriterium:

$$\Delta \leq \delta/2 \text{ für } 0,8 \cdot P_{\text{max-vor Bruch}} \leq P \leq 0,8 \cdot P_{\text{max-nach Bruch}} \quad (1.4)$$

Beide Verschiebungen in horizontale und vertikale Richtung werden im gegenständlichen Fall mit induktiven Wegaufnehmern bestimmt, deren Position Abb. 1.7 zu entnehmen ist. Für die in dieser Arbeit genützte FE-Berechnung werden dementsprechende Knotenpunkte zur Beobachtung ausgewählt.

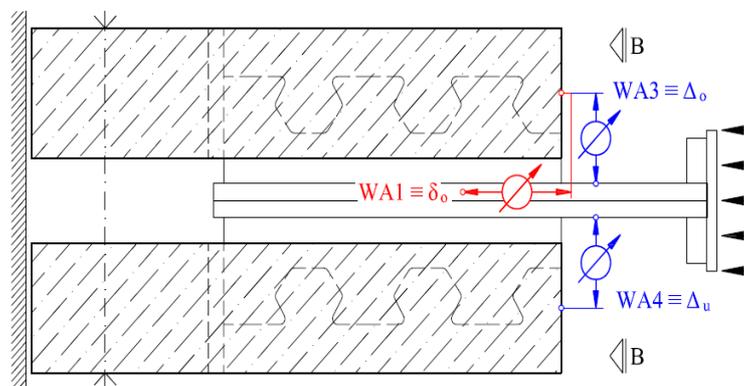


Abb. 1.7: Platzierung der Wegaufnehmer

2.3 Symmetrie

Um später lange Rechenzeiten zu vermeiden, kann die Symmetrieeigenschaft des Push-Out-Körpers genutzt werden. Es reicht aus, ein Viertel des Aufbaus zu betrachten. Somit ist die Stahlleiste selbst nur halb so dick (10mm), die aufgebrauchte Kraft ist zu vierteln.

2.4 Stabwerksmodelle

Zur Ermittlung der statisch erforderlichen Bewehrung und zur Nachrechnung der Versuchsergebnisse entwickelte Petraschek in [3] ein Stabwerkmodell. Dieses ermöglicht die Berechnung der Dübelkräfte zufolge einer äußeren Einwirkung. Zugstreben sind in Abb. 2.2 rot, Druckstreben blau gefärbt.

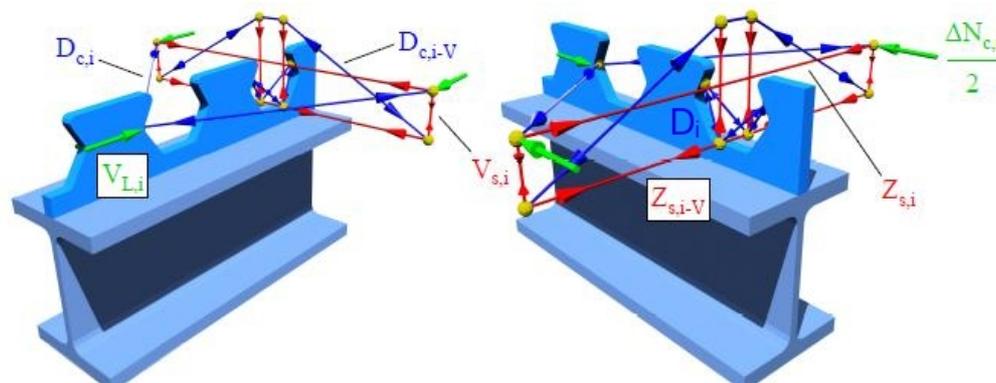


Abb. 2.2: Stabwerksmodell zur Krafteinleitung lt. [3]

Die Kraft ΔN_c im Betongurt wird in zwei gleiche Anteile zerlegt, welche durch die Dübelleiste aufgenommen werden.

Zur Vereinfachung wird angenommen, dass jeder Dübel die gleiche Schubkraft $V_{L,i}$ aufnimmt ($\Delta N_{c,i} = \Delta N_{c,i-1}$). Die einzelnen Stabkräfte lassen sich durch Gleichgewichtsbedingungen in jedem Knoten bestimmen. Die daraus resultierenden und schon in [3] abgeleiteten Gleichungen werden innerhalb dieser Arbeit übernommen.

2.5 Belastungsmodelle

2.5.1 Allgemeines

Nach der Bestimmung der einwirkenden Dübelkräfte sind Ansätze für die Verteilung der Kräfte auf die Dübelflanken erforderlich. Petraschek gibt 6 Modelle an, die die Lasteinleitung der überwiegend horizontalen Druckkräfte $D_{c,i}$ und der vertikalen, abtreibenden Kräfte D_i auf den Stahlzahn beschreiben. Durch einen Vergleich dieser mit den praktischen Versuchsergebnissen kommt Petraschek zum Schluss, dass nur Modell 1 („Starrkörpermodell mit Berücksichtigung eines Reibungskoeffizienten μ “), Modell 5 („Kombiniertes Betonfluid-Starrkörpermodell“) und Modell 6 („Vereinfachtes Starrkörpermodell – Vernachlässigung der Vertikalkomponenten $D_{c,i(v)}$ der beiden Druckstreben $D_{c,i}$ “) eine brauchbare Übereinstimmung liefern. Daran lässt sich die Wichtigkeit der exakten Beschreibung der Art der Krafteinleitung erkennen. Petraschek unterscheidet zwischen „exakten Modellen“, bei denen die genaue

Dübelgeometrie berücksichtigt wird, und „vereinfachten Modellen“, bei welchen die Ausrundungsradien des Stahlzahns durch fortlaufende und sich in einem Punkt schneidende Geraden ersetzt werden. Da in der FE-Modellbildung eine exakte Eingabe der Geometrie leicht bewerkstelligt werden kann, werden die exakten Modelle verwendet.

2.5.2 Modell 1 - Starrkörpermodell mit Berücksichtigung eines Reibungskoeffizienten μ

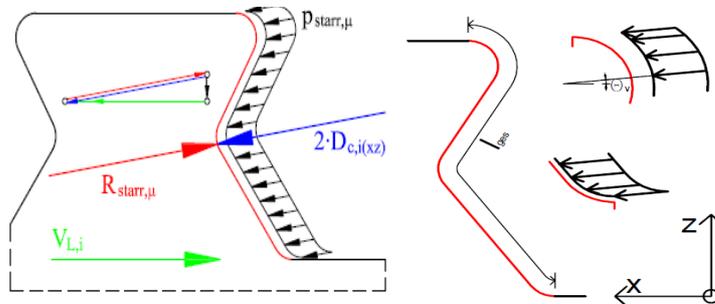


Abb. 2.3: Modell 1 (linke Abb. aus [3])

Es wird angenommen, dass die rechte Seite des Dübelzahns durch den Beton gleichmäßig, vom oberen Kreisbogen bis zum unteren, beansprucht wird. Die Abtriebskraft D wirkt, wie in Abb. 2.6 dargestellt, auf die obere Gerade. Sie ist mit Modell 1 zu überlagern. Die Ermittlung der hierfür notwendigen Winkel und Lastgrößen erfolgt in Kapitel 12. Die zufolge dieses Lastmodells unter Verwendung einer plastischen Querschnittsinteraktion rechnerisch ermittelte Traglast $V_{L,i}$ unterschätzt die tatsächliche um ca. 1,5% (gemäß Petraschek [3], Anhang D).

$$p_{starr, \mu} = \frac{2 \cdot D_{c(xz)}}{l_{ges} \cdot t} \tag{2.1}$$

2.5.3 Modell 5 - Kombiniertes Betonfluid-Starrkörpermodell

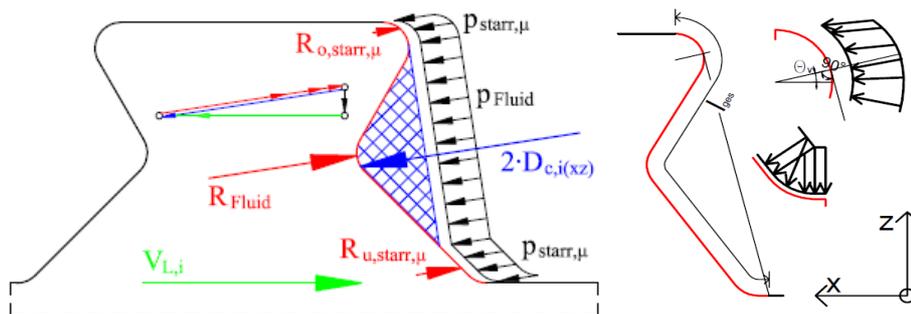


Abb. 2.4: Modell 5 (linke Abb. aus [3])

Hier wird angenommen, dass sich der Betonkörper innerhalb des in Abb. 2.4 blau schraffierten Bereiches wie ein Fluid verhält. Innerhalb dieses Bereiches wirkt der Druck p_{Fluid} orthogonal auf die Stahlflanken. Auch hier muss die vertikale Abtriebskraft D von beiden Seiten berücksichtigt werden. Zu beachten sind:

$$p_{starr, \mu} = p_{Fluid} \tag{2.2}$$

$$p_{Fluid} = \frac{2 \cdot D_{c(xz)}}{l_{ges} \cdot t} \quad (2.3)$$

2.5.4 Modell 6 - Vereinfachtes Starrkörpermodell - Vernachlässigung der Vertikalkomponenten $D_{c,i(v)}$ der beiden Druckstreben $D_{c,i}$

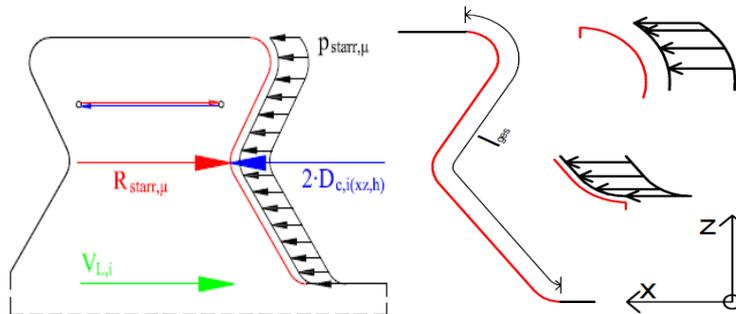


Abb. 2.5: Modell 6 (linke Abb. aus [3])

Dieses Modell entspricht weitgehend dem Modell 1, allerdings mit dem Unterschied, dass hier alle Vertikalkomponenten vernachlässigt werden:

$$p_{starr, \mu} = \frac{2 \cdot D_{c(xz, h)}}{l_{ges} \cdot t} \quad (2.4)$$

Für alle drei hier verwendeten Modelle werden die benötigten Druckstrebenkräfte des Fachwerkmodells im Kapitel 12.5 berechnet.

2.5.5 Vertikale Abtriebskraft D

Sie wirkt bei jedem Zahn von beiden Seiten (Abb. 2.2), wobei der Schubkraftverlauf über die Trägerlänge die Größe der wirkenden Vertikalkraft bestimmt. Durch die Annahme konstanter Schubkräfte folgt auch ein Gleichbleiben der vertikalen Abtriebskraft, was eine große Erleichterung darstellt. Die Neigung der Kraft wird durch den Abstand zweier Stahlzähne bestimmt.

Die linear abhängige Relation zwischen vertikaler Abtriebskraft D und den Lasten p_i des Modells 1 und 5 wird in Kapitel 12 berechnet und ist in den Kapiteln 7 und 8, jeweils vor Beginn der Spannungsauswertung, dargestellt.

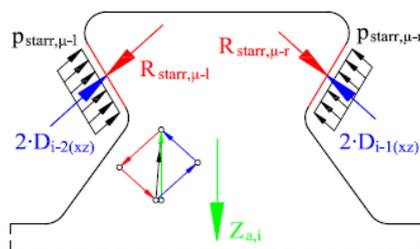


Abb. 2.6: Vertikalkomponente (aus [3])

3 Abaqus – Eingabe der Dübelleiste

3.1 Allgemeines

Ziel folgender Beschreibung der Eingabe ist, die verwendeten Einstellungen festzuhalten und eine Reproduzierbarkeit zu gewährleisten. Grundsätzlich wird von den Erkenntnissen in [2] und [1] ausgegangen. Nicht erwähnte Einstellungen bleiben dabei Standardwerte.

Verwendet wird das FE-Programm Abaqus 6.10. Die Geometrie der Dübelleiste KrL 75-36 wird laut Abb. 2.1 im CAE-Modul eingegeben. Anzumerken ist, dass alle Eingaben in „Newton“ und „mm“ erfolgen. Spezielle Begriffe des Programms, wie etwa Module und Funktionen, werden durch kursive Schrift hervorgehoben.

3.2 Geometrieingabe

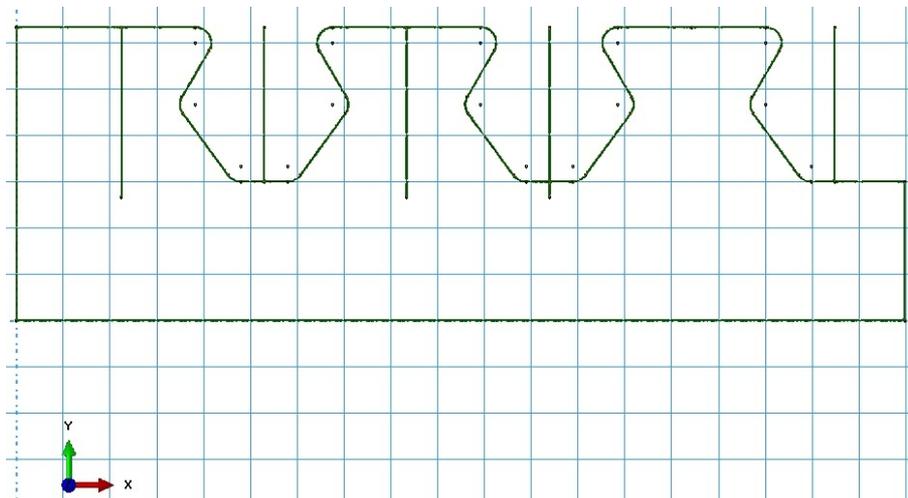


Abb. 3.1: Eingabe der Dübelgeometrie im *Sketches* Modul

Bei der Geometrieingabe in Abaqus [10] müssen zunächst die einzelnen Teile, die sogenannten *Parts*, eines Modells definiert werden. Die Umriss der Dübelleiste werden von einer .dwg-Datei importiert. Es ist darauf zu achten, nur einzelne Linien und keine Polygonzüge zu importieren, da diese nicht erkannt werden können.

Nach dem Import der zweidimensionalen Geometrie der Dübelleiste im Modul *Sketches* (siehe Abb. 3.1) erfolgt die Extrusion. Dies geschieht im *Modeling Space 3D*, als *deformable Part* mit den *Base Features Solid Shape* und *Type Extrusion*. Es wird nach einer Extrusionstiefe *Depth* gefragt. Diese beträgt – da die Symmetrieeigenschaften ausgenutzt werden – 10mm. Nun ist die Geometrie im Modul *Parts* vorhanden.

Um später die Einspannung der Dübelleiste modellieren zu können, wird eine neue Fläche (Abb. 3.2) im Menü *Parts* erstellt, und im *Modelling Space 3D* der *Type Analytical Rigid* gewählt. Im erscheinenden *Sketches*-Modul wird die rechteckige Fläche mit 570x10, also entsprechend der Dübelgrundrissfläche, eingegeben. Der benötigte *Reference Point* wird in der Mitte der kurzen Seite gewählt. Dieser Punkt ist nötig, um später die Ausgabe der

wirkenden Dübelkräfte zu ermöglichen.

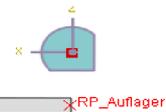


Abb. 3.2: Analytical Rigid-Fläche, modelliert im 3D Modelling Space

Für den Part Dübelleiste wurden im Menü Tools→Partition→Cell→Define Cutting Plane/Use Datum Plane Partitionen gemäß Abb. 3.3 erstellt, um später eine optimale Netzgeometrie zu erhalten, bzw die Anzahl der Teilungen in den Ausrundungen bestimmen zu können. Das Verwenden von einem vorher im Raum definierten Datum Point erleichtert die Zerteilung. In jedem CAE-Modul kann in der Schnellmenü-Auswahlleiste unter Create Datum Plane → Offset From Principal Plane bzw. unter Create Datum Point → Offset From Point eine Hilfsfläche bzw. ein Hilfspunkt gewählt werden. Je nachdem, ob eine senkrechte oder waagrechte Fläche benötigt wird, ist YZ Plane oder XZ Plane zu wählen. Datum Points und -Planes dienen lediglich der leichteren Eingabe. Sie werden sonst nicht berücksichtigt.

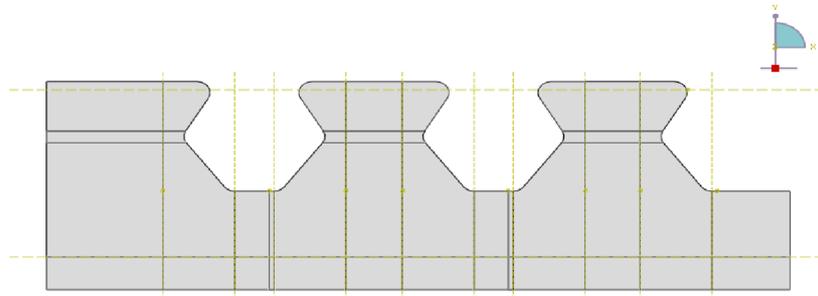


Abb. 3.3: Einteilung in verschiedene Partitionen innerhalb des Part-Moduls

3.3 Materialmodell des Dübelblechs

Im Modellbaum wird unter *Materials* → *Create* das Materialmodell für den verwendeten Baustahl S355 J2 G3 („Steel_S355“) erstellt. Im erscheinenden Feld *Mechanical* → *Elasticity, Plasticity* können die Eigenschaften angegeben werden. Die von der Voestalpine Grobblech GmbH geprüften und in Tab. 3.1 angegebenen Werte zeigen eine deutliche Überschreitung der geforderten Streckgrenze R_{eH} von 355 N/mm². R_m repräsentiert die Zugfestigkeit und ϵ_u die Bruchdehnung.

	R_{eH} [N/mm ²]	R_m [N/mm ²]	ϵ_u [%]
B1 t=20mm S355 J2 G3	384	539	26,4

Tab. 3.1: Kennwerte des für das Dübelblech verwendeten Baustahls

Die in Abaqus eingegebenen Werte gemäß Tab. 3.2 repräsentieren ein ideal-elastisch, ideal-plastisches Verhalten, ohne Berücksichtigung der Bruchdehnung und der Kaltverfestigung. Dies ist jedoch auch nicht nötig ist, da davon auszugehen ist, dass die bei großen Verschiebungen erhaltenen Werte durch die Verzerrungen des Netzes nicht mehr realistisch sind. Daher sind die Verformungen ohnehin zu begrenzen.

	Elastic		Plastic	
Type	Young's Module	Poisson's Ratio	Yield Stress	Plastic Strain
Isotropic	210000	0,3	384	0

Tab. 3.2: Eingabe für Abaqus

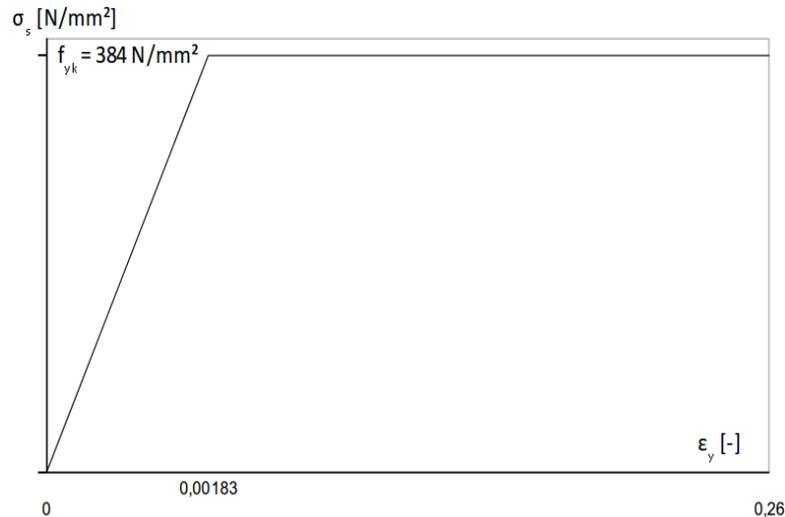


Abb. 3.4: Materialmodell der Dübelleiste

Die Dichte wird entsprechend einer Empfehlung in [1] mit $Density=7,8 \cdot 10^{-6} \text{ kg/mm}^3$ angegeben.

3.4 Materialzuordnung

Die Zuordnung des Materials erfolgt im Modellbaum unter *Parts* → *Dübelleiste* → *Section Assignment*. Vorab muss allerdings eine neue *Section* erstellt werden. Dazu dient das *Property* Modul. Der verwendete Stahl wird als eine *SolidSection*, mit dem *Type Homogeneous* eingegeben.

Ist die *Section* erstellt, kann sie durch Doppelklick auf *Section Assignment* innerhalb des *Parts* „Dübelleiste“ hinzugefügt werden. Unter *Edit Region* ist der gesamte Bereich zu wählen (siehe Abb. 3.5).

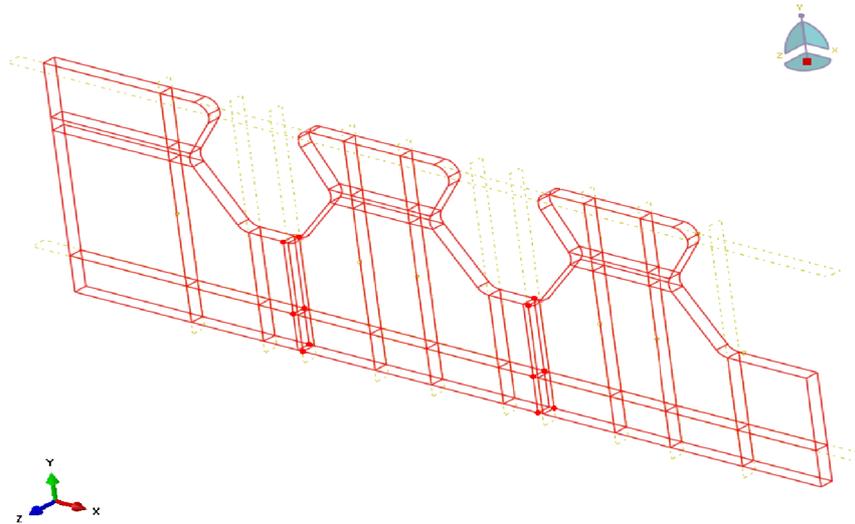


Abb. 3.5: Zuordnung über *Edit Region*

3.5 FE-Netz

Im *Part* Modul kann für jeden Part, mit Ausnahme von Analytical Rigid Bodies, ein Netz generiert werden.

Zu allererst müssen die Kantenteilungen vorgegeben werden. Diese sind in Abb. 3.6 ersichtlich und werden auf Grundlage von den Angaben in [1] erstellt. Unter *Seed* → *Edges* können eine oder mehrere Kanten gewählt und bearbeitet werden. Dabei wird die Methode *Method By number* genutzt. Für die in Abb. 3.6 durch Rechtecke dargestellten Kanten wird unter *Constraints* → *Do not allow the number of elements to change* gewählt, wodurch die Seeds nicht mehr als Dreiecke, sondern als Quadrate angezeigt werden. In Dickenrichtung werden 2 Elemente, das heißt eine Unterteilung in 5mm-Stücke, angeordnet. Je dichter das FE-Netz wird, desto „weicher“ verhält sich die Systemsteifigkeit. Allerdings vergrößert sich die Ausgabedatei (*Output Data Base*) enorm, sodass sie schnell die standardmäßig eingestellte maximale Größe von 3Gb für den *Result Output* überschreitet.

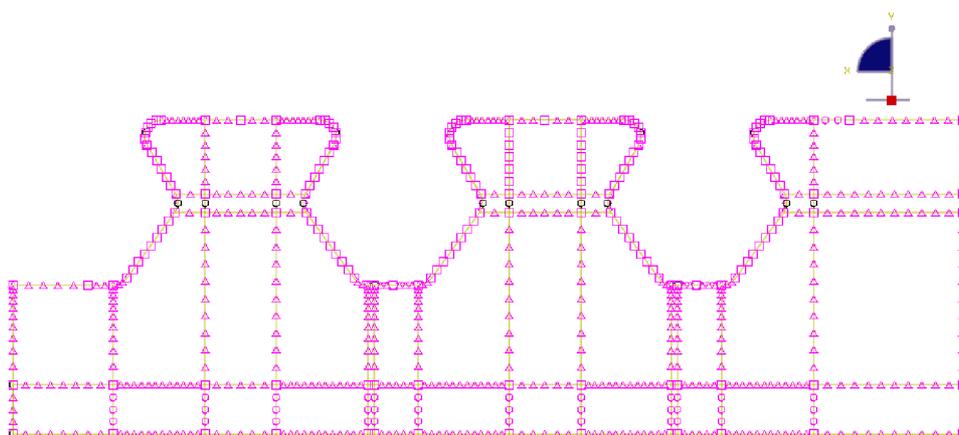


Abb. 3.6: Kantenteilungen – *Seeds*

Der Elementtyp ist ein wichtiges Kriterium für plausible Ergebnisse. Trotz der komplizierten Dübelgeometrie sollen nach Möglichkeit keine tetraederförmigen Elemente eingesetzt werden, sondern quaderförmige. Deren Steifigkeitsverhalten gibt die reale Situation besser wieder.

Demzufolge werden 3D-CST („Constant Strain Triangle“, lineare Verschiebungen verursachen konstante Verzerrungen) Elemente (*Geometric Order* → *linear*) angenommen. Unter *Family* ist *3D-Stress* anzuwählen. Die Funktionen *Element Deletion* und *Distortion Control* werden nicht benötigt, da die Verzerrungen gering bleiben und somit kein frühzeitiger Abbruch durch ineinandergeschobene Elemente erfolgt. Die Dübelleiste besteht somit rein aus C3D8R Elementen.

Die *Mesh Controls* sind ein weiteres Werkzeug, um die Netzgeometrie zu beeinflussen. Alle gelb dargestellten Bereiche können über *Mesh* → *Controls* → *Technique* mit dem Algorithmus *Sweep* vernetzt werden. Die Methode *Structured*, in welcher die Flächen grün dargestellt werden, ist zwar *Sweep* aufgrund der Orthogonalität des Netzes vorzuziehen, durch sie können allerdings keine komplizierteren Geometrien, insbesondere kurvenartige Strukturen, vernetzt werden. Unter *Algorithm* wird *Advancing front*, *Use mapped meshing where appropriate* gewählt, um in einer vorherrschenden 2D-ähnlichen Struktur ein etwas besseres Ergebnis zu erhalten. *Element Shape* ist, wie schon erwähnt, *Hex* und nicht tetraederförmig.

Es wird zu Beginn dieser Arbeit ein FE-Netz mit ungleichmäßigen Elementgrößen und schiefen Winkeln zwischen den Elementen, im Bereich zwischen den Dübelzähnen und am mittleren Stahlzahn vorgestellt. Trotzdem ist es nicht realitätsfern. Ein später – im Modell mit Schweißnaht und im vollständigen Betonmodell – an einigen Stellen verändertes Netz mit größerer Strukturierung, sprich mehr Orthogonalität, und geringeren Größendifferenzen benachbarter finiter Elemente, zeigt sehr ähnliche Ergebnisse der Vergleichsspannung nach Mises und der Verformungen.

Schlussendlich kann unter *Mesh Part* das gesamte Netz der Dübelleiste vervollständigt werden (siehe Abb. 3.7).

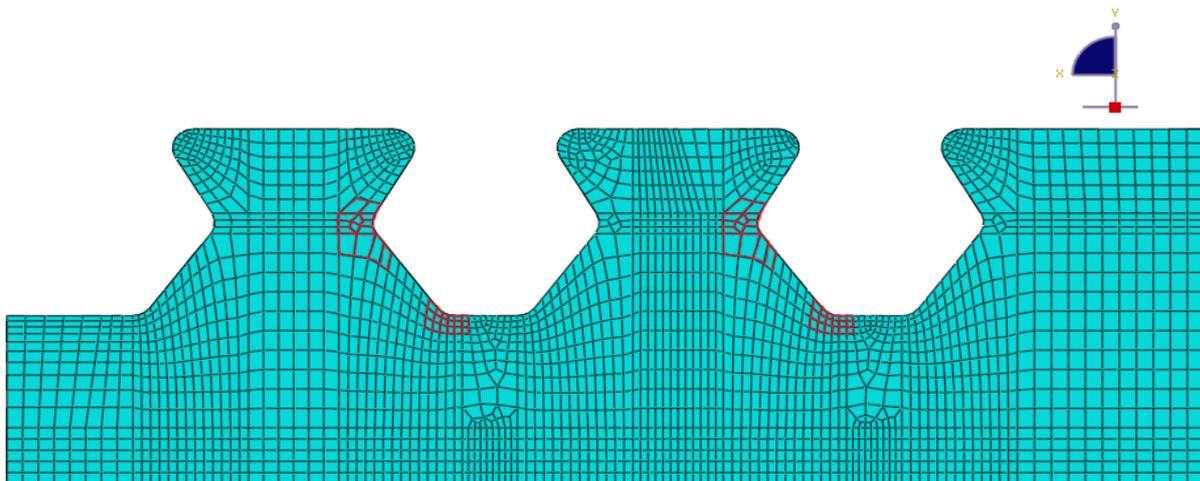


Abb. 3.7: Netzgeometrie des Modells ohne Schweißnaht

3.6 Modul Assembly

Als nächstes muss die relative Zuordnung der *Parts* „Dübelleiste“ und „AnalyticalRigid“ erfolgen. Dies geschieht im *Assembly* Modul durch Doppelklick auf *Instances*. Der *Instance Type Dependent* wird beibehalten (Der original *Part* wird vernetzt, nicht eine Kopie dessen Geometrie).

Sind nun die beiden *Instances* „Dübelleiste“ und „AnalyticalRigid“ im Fenster zu sehen, werden sie noch mittels *Constraint* → *Face to Face*, *Rotate Instance* und *Translate Instance* richtig zueinander ausgerichtet (siehe Abb. 3.8).

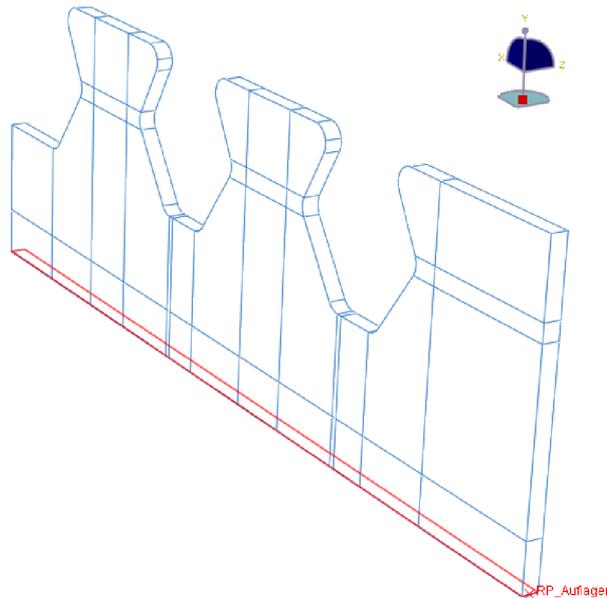


Abb. 3.8: Anordnung des Auflagers an der Dübelleiste

Um die Interaktion der Flächen voll zu gewährleisten, sodass alle Kräfte und Momente des Dübels auf die *AnalyticalRigid*-Fläche übertragen werden, verbindet die Funktion *Tie Constraint* im Modellbaum die beiden Flächen miteinander. Der besseren Wiedererkennbarkeit wegen werden in der *Assembly* der Dübelfläche und dem Auflager eine Oberfläche mittels *Surfaces* zugewiesen (siehe Abb. 3.9).

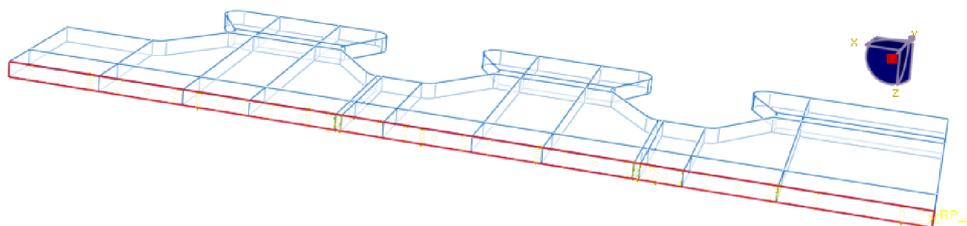


Abb. 3.9: Zuweisung einer Oberfläche für das Auflager und die Dübelleiste

Anschließend sollen im Modul *Interaction* durch die Funktion *Tie Constraint* diese beiden Flächen miteinander gekoppelt werden, sodass alle Kräfte und Momente durch die später definierte Einspannung des Referenzpunkts abzuleiten sind. Als *Master Surface* ist das Auflager zu wählen, als *Slave Surface* die Unterseite der Dübelfläche. Grundsätzlich gilt, dass kleinere Elemente als *Slave* den größeren *Master*-Elementen zugeordnet werden. Weiters ist zu beachten, dass „*Analytical Rigid*“-Flächen bei Kontaktdefinitionen immer als *Master*-

Fläche definiert werden sollten.

3.7 Modul Step

Das Modul *Step* ermöglicht die Auswahl unterschiedlicher Berechnungsmethoden. Im gegenständlichen Fall wird eine *Static General* Berechnung gewählt. Die *Time Period*, in der die Last aufgebracht werden soll, beträgt 1. Die Funktion *NLgeom* zur Berücksichtigung großer Verschiebungen bleibt ausgeschaltet. Die *Incrementation* wird, wie in [6] empfohlen, bei *automatic* belassen. Die dennoch benötigte Steuerung der *Increment size*, um genügend Zwischenergebnisse im Verlauf der Laststeigerung zu erhalten, kann trotzdem erfolgen. Zu Beginn (*Initial*) soll die Berechnung mit einer Inkrementgröße von 0,01 gestartet werden. Das Minimum ist mit $1 \cdot 10^{-5}$ definiert, das Maximum mit 0,02. Die maximale Inkrementzahl wird auf 10000 gesetzt.

3.8 Ausgabeeinstellungen

Die Option *Field Output* definiert die auszugebenden Größen des Gesamtmodells, der *History Output* die von vorher definierten einzelnen Knoten, Elementen oder Kanten. Einzelne Knotenpunkte oder Elemente können innerhalb des *Assembly*-Moduls als *Sets* abgespeichert werden. Ziel der Definition von *History Outputs* ist es beispielsweise, Informationen über Last-Verschiebungsverläufe zu erhalten. Die Auswahl der Ausgabeparameter ist auf ein Minimum zu reduzieren, um ein übermäßiges Anwachsen der ODB-Dateigröße zu verhindern. Besonders die Ausgabe von *Field Outputs* erfordert große Datenmengen, da diese für jedes Element gespeichert werden müssen.

Für eine exakte Definition, zu welchen Zeiten die Ergebnisse in die *Output Data Base (ODB)* geschrieben werden, ist es zweckmäßig mit der Funktion *Time Points* zu arbeiten. Im Modellbaum wird unter *Time Points* → *Create* nach *Specify using delimiters* der Startzeitpunkt 0, der Endzeitpunkt 1, und das *Increment* 0,01 angegeben. Somit werden sich später alle *Field*- und *History Outputs* darauf berufen und zu exakt gleichen Zeiten ihre Ausgabegrößen speichern.

Im *Field Output* lassen sich für die *Domain: Whole Model*, mithilfe der *Frequency: From time Points* unter *Timing: at exact times* folgende Größen ausgeben: S (Alle Spannungskomponenten und Invarianten), E, PE (elastische und plastische Verzerrungskomponenten), U (Translationen und Rotationen).

Die Ausgabe von *History Outputs* wird den zuvor im *Assembly*-Modul gespeicherten *Sets* zugeordnet. Ihre Positionen sind Abb. 3.10 zu entnehmen. Zweckmäßig ist jedenfalls eine Ausgabe der Reaktionskräfte im *Reference Point* „RP_Auflager“. Weiters werden *History Outputs* an der Position der Dehnmessstreifen des Versuchskörpers und an den Enden der Stahlzähne gewählt.

Ebenso wie die *Field Outputs* werden die *History Outputs* erzeugt. Der Zeitpunkt der Ausgabegrößen soll genauso durch die Funktion *Time Points* definiert werden, allerdings mit der *Domain: Set, Output at exact times*, wobei für den *Reference Point* die Größen *U* und *RF* (*Reaction Forces*) ausgegeben werden. Somit ist die Einspannung der *Analytical Rigid Fläche* kontrollierbar und die aufgenommenen Lagerkräfte sehr einfach ables- und vergleichbar. Der

Quotient von *ALLIE* zu *ALLKE*, der inneren und der kinetischen Energie, ist bei dynamischen Analysen in der Ausgabe zu betrachten, um sprunghafte Änderungen analysieren zu können, da dies auf numerische Probleme hindeutet. Das ist erst bei Betrachtung des FE-Betonmodells (siehe Kapitel 4.1) nötig, da bei alleiniger Betrachtung der Dübelleiste der Zeitschritt mit *Static, Riks* berechnet wird.

Für die *Sets* „Abhebung“ werden nur die Verschiebungen *U* dokumentiert, um später die Ergebnisse mit denen des Betondübels vergleichen zu können. Zu beachten ist, dass die rückstellende Komponente des Betondübels beim vereinfachten, reinen Stahlmodell fehlt und die Abhebungen somit nur indirekt vergleichbar sind.

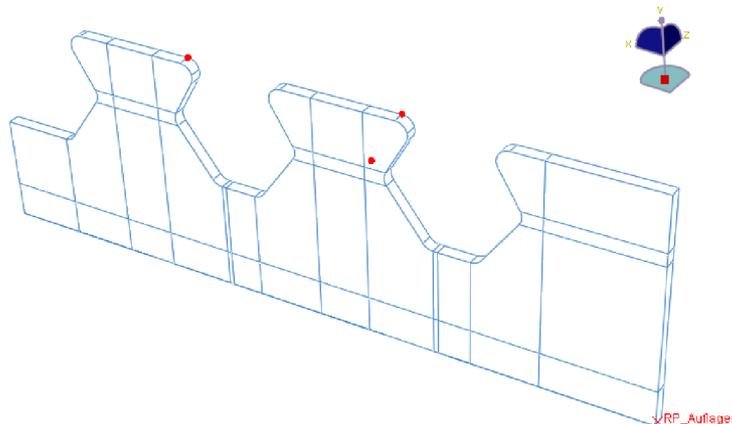


Abb. 3.10: Beobachtungspunkte im Modul *Assembly*

3.9 Randbedingungen

In allen Fällen ist eine Einspannung des Referenzpunktes des Auflagers, also der *Analytical Rigid* Fläche nötig: ($UR1=UR2=UR3=U1=U2=U3=0$).

Bei der Eingabe der Randbedingungen (*Boundary Conditions*) ist die doppelte Symmetrie zu beachten. Nur im Fall der Modellbildung mit Schweißnaht ist eine Festhaltung von *U3* (Verschiebung in z-Richtung), *UR1* (Verdrehung um die Längsachse) und *UR2* (Verdrehung um die Hochachse) in der Symmetrieebene anzuordnen. Diese nimmt das Versatzmoment zufolge der nur einseitig angeordneten Schweißnaht auf.

3.10 Lastannahmen

Die Lasten sollen in allen Modellen linear vom Zeitpunkt 0 bis zum Zeitpunkt 1 gesteigert werden. Die Speicherung der Ausgabegrößen erfolgt in Hundertstelschritten, wie in Kapitel 3.8 definiert.

Hinzugefügt werden die Lasten gemäß der in Kapitel 2 beschriebenen Lastmodelle. $P_{starr,\mu}$ wird mittels *Shear Traction* auf die jeweiligen Angriffsflächen angesetzt. Die Einheitsvektoren der einwirkenden Lasten sind später in Tab. 5.1 zusammengefasst. Ihre vertikale Neigung ergibt sich für Modell 1 nach [3] und für die resultierende Druckstrebenkraft $P_{starr,\mu}$ durch den Winkel $\theta_v=14^\circ$, gemäß Kapitel 12.2. Die Abtriebskraft *D* ist mit dem Winkel $\gamma_v=57^\circ$ (siehe Abb. 12.5, Tab. 12.8) gegen die Horizontale geneigt. Beeinflusst werden diese durch die Dübelgeometrie und die Dicke des Betongurtes (hier 230 mm). Die Modelle 5 und 6 unterscheiden sich nur

durch den Ort des Lastangriffs, sowie Richtung und Größe. Die allgemeine Vorgangsweise bleibt gleich. Die jeweiligen Änderungen sind in Kapitel 2.5, bzw. Kapitel 12.5 beschrieben.

3.11 Schweißnahtmodellierung

Für die Modellierung der Schweißnaht ist im Grunde nur eine Netzverfeinerung und geringfügige Anpassung der Geometrie nötig. Die Lasten und sonstigen oberhalb beschriebenen Parameter bleiben gleich. Die Schweißnahtdicke laut Versuch in [3] beträgt 7mm. Das bedeutet, ihre projizierte Dicke an einem der beiden Bleche ist 9,9mm. Da als ausreichende Lasteinleitungslänge ungefähr das 1,5-fache angenommen wird, wird die Höhe der Netzverfeinerung von der Unterseite der Dübelbleiste mit 15mm gewählt.

Die Höhe der Elemente soll ungefähr 2mm betragen, was eine Netzteilung von 7 Elementen in diesen 15mm bedeutet. Die Elementbreite in x-Richtung ist durch die Knotenpunkte des *Parts* „Dübelbleiste“ schon grob vorgegeben. Die Verfeinerung ist in Abb. 3.11 und die Abmessungen in Abb. 3.12 gezeigt.

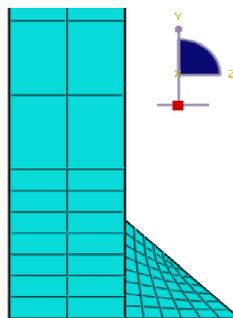


Abb. 3.11: Netzverfeinerung zur Modellierung der Schweißnaht

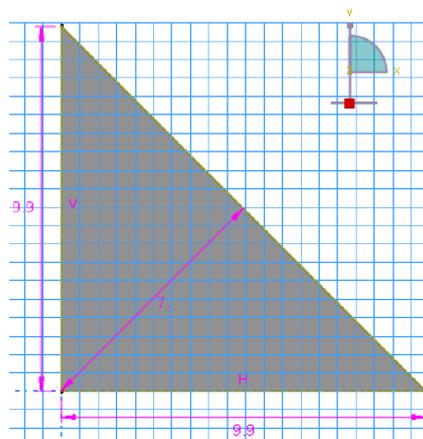


Abb. 3.12: Schweißnahtgeometrie

Das Netz der Schweißnaht soll in Längsrichtung etwas feiner als das des Dübelblechs ausgestaltet sein. Dadurch werden Spannungsumlagerungen realistischer abgebildet und irrealer Spannungsspitzen vermieden. Es wird eine Elementlänge in x-Richtung von 8mm gewählt. Eine Aufteilung in 6 Elemente an der Unterseite, 8 Elemente an der Dübelblechseite, und 12 Elemente an der freien Kante der Schweißnaht ist in Abb. 3.11 zu erkennen.

Zur kraftschlüssigen, starren Verbindung dient als Auflager die *Analytical Rigid Surface*-Fläche, die auf die Größe der unteren Schweißnahtseite verkleinert, und ebenso wie in Kapitel

3.6, an diese angebunden ist. Durch die Funktion *Tie Constraint* können auf gleiche Art die Schweißnaht und das Dübelblech miteinander verbunden werden.

Da nun der Viertelkörper selbst asymmetrisch ist, müssen die *Boundary Conditions* eine Verformung, hervorgerufen durch die Antimetrie, ausschließen. Während die Einspannung des Auflagers unverändert bleibt, müssen in der Symmetrieebene des Versuchskörpers (siehe Abb. 3.13) die Verschiebung in z-Richtung ($U_3=0$), sowie die Verdrehungen um die x- und y-Achse ($UR_1=UR_2=0$) verhindert werden.

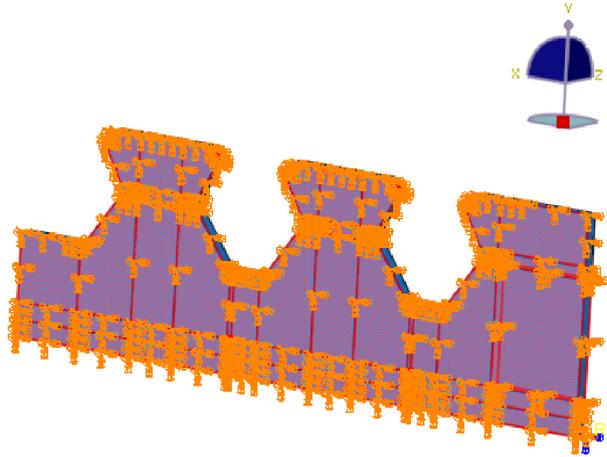


Abb. 3.13: Randbedingungen bei Modellierung mit Schweißnaht

4 Abaqus - Erweiterungen zur Abbildung des Betons

4.1 Allgemeines

Innerhalb dieser Arbeit werden 3 Betonmodelle vorgestellt. Betonmodell 1 wird dabei genau beschrieben, da es sehr an die Empfehlungen in [1], [2] und [3] angelehnt ist. Die in den FE-Analysen untersuchten Belastungsmodelle 1, 5 und 6 nach Petraschek sollen mit dem Betonmodell 1 verglichen werden. Bei den Betonmodellen 2 und 3 gemäß Kapitel 4.12 und Kapitel 4.13 werden Abweichungen aufgezeigt. Sie dienen der Plausibilisierung der aus Betonmodell 1 erhaltenen FE-Ergebnisse.

In Kapitel 3 wurde bisher die Dübelleiste modelliert. Dieses Modell wird in Kapitel 4 mit den beschriebenen Einstellungen übernommen und um den Betonkörper (Betonmodell 1), der die Stahlzähne umgibt, erweitert. Die Belastung des Push-Out Körpers wird nun nicht mehr durch direkte Beanspruchung der Stahlzähne, sondern durch eine Horizontalverschiebung der, in Abb. 3.2 und Abb. 3.8 dargestellten, *AnalyticalRigid*-Fläche auf der Unterseite der Dübelleiste aufgebracht.

Es wird eine plausible Maximalverschiebung von 35 mm angenommen, nach deren Erreichen die Simulation stoppt. Der Vorteil der weggeregelten Lastaufbringung liegt darin, dass auch das Nachbruchverhalten, nach Auftreten der Maximallast, untersucht werden kann.

Das Netz wird im Modul *Mesh* neu angepasst, da zusätzliche Zellteilungen (*Cell Partitions*) zur Anbindung an den Betondübel notwendig werden. Als Betondübel wird im Folgenden der verfeinerte Bereich des Betons in unmittelbarer Umgebung der Dübelleiste bezeichnet. Die Abmessungen des gesamten Betonkörpers sind Anhang C zu entnehmen.

4.2 Modul Parts

Das Auflager ist ein 600x250 mm rechteckiger Körper, der als *Discrete Rigid Part* mittels der Funktion *Shell Planar* erstellt wird. Sein Referenzpunkt (*Reference Point*) liegt im Flächenmittelpunkt.

An das Auflager schließt der Betonkörper an. Das Auflager dient der Kraftübertragung vom Betondübel ins Auflager. Eine besonders genaue Berechnung der Spannungen ist hier nicht erforderlich.

Sowohl der Betonkörper als auch der Betondübel sind als *3D Deformable Solid Parts* erstellt. Der Betondübel ist ein 55 mm breiter Streifen des Betons im Bereich der Dübelleiste. In diesem Bereich kommt es zur Einleitung der Dübelkräfte.

Die Bewehrung (Position 1 – 8 gemäß Anhang C) sind mit der Funktion *2D Planar Modeling Space* als *Deformable Parts* mittels *Base Feature Wire* erstellt. Im Modul *Parts* erfolgt nur ihre jeweilige Geometrieingabe, die Zuweisung eines Durchmessers wird in Kapitel 4.5 beschrieben.

4.3 Modul Mesh – Betondübel

In der Umgebung der Kontaktfläche zwischen Betondübel und Dübelleiste ist es nach [1] sinnvoll, den Beton mit Elementen ähnlicher Größe zu verfeinern. Dies gilt insbesondere, da es zur Ausbildung räumlicher Druck-Knoten kommt. Die einaxiale Druckfestigkeit des Betons wird örtlich stark überschritten.

Zur Anwendung kommen Elemente des Typs *C3D8R*. Neben der Option *Distortion Control*, existiert die Möglichkeit der Auswahl von *Element Deletion*, um einen frühzeitigen Abbruch der Berechnung durch Löschung stark verzerrter Elemente zu verhindern. Letztere wird aktiviert.

Unter dem Punkt *Mesh Part* soll die automatische Elementerstellung nach exakter Definition der Knotenpunkte (*Nodes*) mithilfe der Funktion *Seed Edges* nach Abb. 4.1 erfolgen. Die Vernetzung geschieht mit dem Algorithmus *Sweep*. *Minimize the Mesh transition* ist dabei aktiviert. Nach Fertigstellung des Netzes durch *Mesh Part* ergibt sich die aus Abb. 4.2 ersichtliche Elementverteilung.

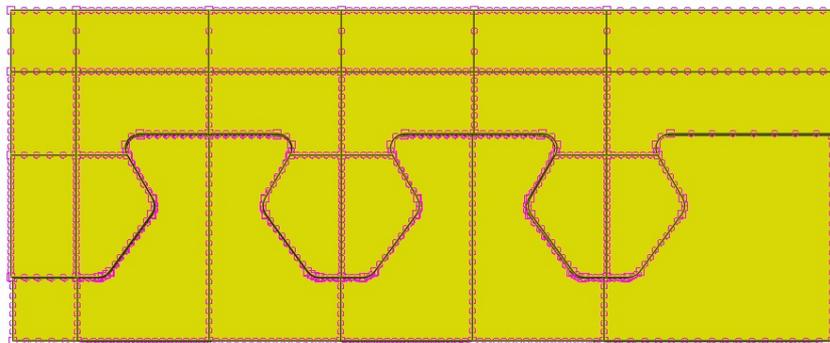


Abb. 4.1: Die Funktion *Seed Edges* angewandt auf den Betondübel

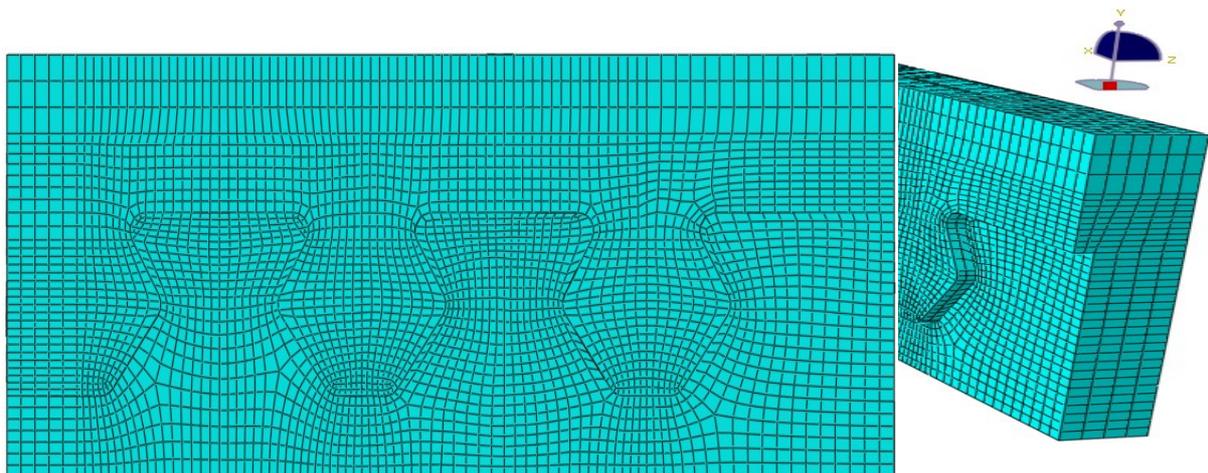


Abb. 4.2: Netz des Betondübels

4.4 Modul Mesh – Betonkörper

Auch hier werden *C3D8R* Elemente und die Funktion *Element Deletion* angewandt. Zur Gewährleistung einer orthogonaleren Elementanordnung wird der Vernetzungsalgorithmus *Structured* verwendet. Die Elementgröße ist durch *Don't allow the number of elements to change* auf etwa 30x20 mm fixiert, um eine ausreichende Kraftübertragung auf die später einzubettende Bewehrung zu ermöglichen.

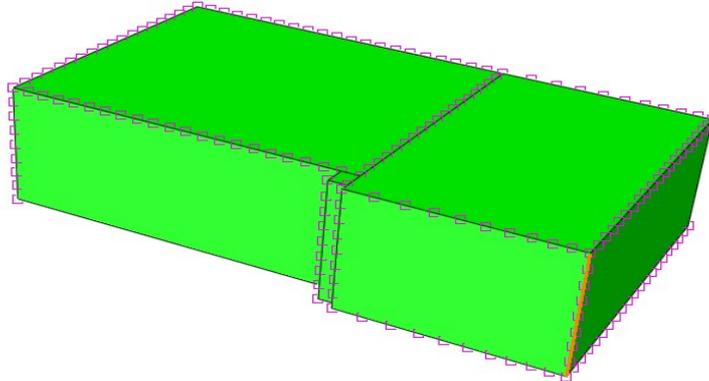


Abb. 4.3: Die Funktion *Seed Edges* angewandt auf den Betonkörper

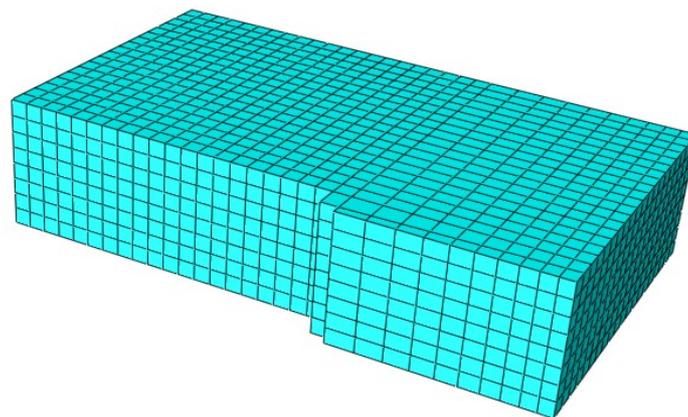


Abb. 4.4: FE-Netz des Betonkörpers

4.5 Einbindung der Bewehrung

Den im Modul *Parts* erstellten Bewehrungspositionen soll als erstes ein Durchmesser zugewiesen werden. Dies geschieht unter Beachtung der Abmessungen nach Anhang C im Modellbaum unter dem Menüpunkt *Sections* als *Truss Section*. Die definierten *Sections* werden dann durch die Option *Section Assignment* den einzelnen *Parts* zugeordnet. Um die Bewehrung mit dem umgebenden Beton zu verbinden, empfiehlt sich die Verwendung der Funktion *Embedded Region*, wobei eine Netzgröße in die einzig mögliche Tangentialrichtung von 10 mm verwendet wird. Die Elemente der Bewehrung sind als Typ T3D2 eingefügt, ihre Lage ist Anhang C zu entnehmen.

Im durchgeführten Push-Out Versuch halten drei Stahllanker (wie in Anhang C gezeigt) die beiden Betonkörperhälften zusammen. Da sich einer davon in der Symmetrieebene befindet, ist dessen Modellierung im viertelsymmetrischen Körper problematisch [1]. Daher wird nur ein Anker mit dem 1,5-fachen Durchmesser von 22,5 mm abgebildet. Die Vorgangsweise bei

der Erstellung entspricht weitgehend jener der anderen Bewehrungspositionen. Dem Anker wird jedoch eine *Beam Section* zugewiesen. Getestet wurde unter anderem die Möglichkeit einer Anbindung mittels *Tie Constraint* und Modellierung als *3D Deformable Part*. Dabei tritt allerdings keine gewünschte, gleichmäßige Krafteinleitung auf. Am erfolgreichsten ist die in [1] empfohlene Vorgangsweise der Kopplung über die Optionen *Constraints*, *Kinematic Coupling*, in der alle Freiheitsgrade starr auf den Anker übertragen werden.

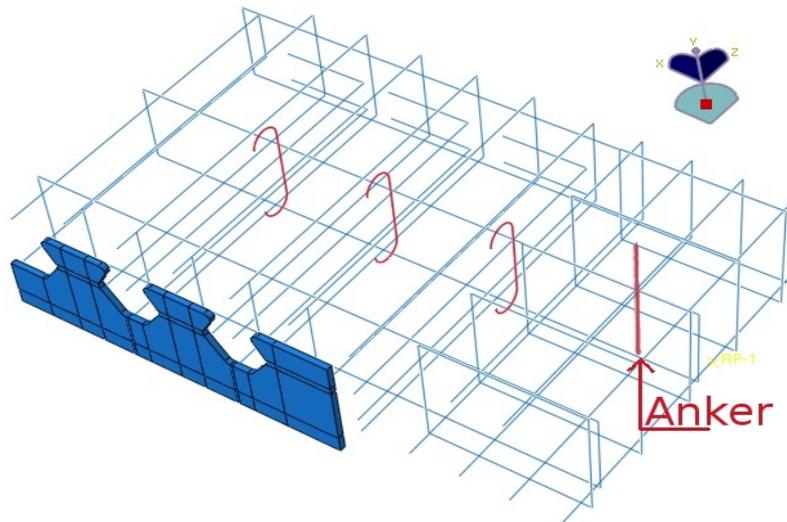


Abb. 4.5: Lage der Bewehrung und des Ankerstabes

4.6 Koppelung der Instances innerhalb der Assembly

Zur realitätsgetreuen Modellierung reicht nach [1] die Berücksichtigung der Reibung entlang der Schmalseite der Stahlzähne aus, während sie entlang der Seitenfläche der Dübelleiste vernachlässigbar ist. Interaktionsbedingungen für die Festlegung der physikalischen Eigenschaften einer Kontaktfuge werden unter *Interaction Properties* definiert. Für die Seitenfläche wird im Menü *Tangential Behaviour - Frictionless* eingestellt, und unter *Normal Behaviour - Hard Contact*. Für die 10 mm dicke Stahlzahnbreitseite wird unter *Tangential Behaviour-penalty* ein Reibungskoeffizient (*friction coefficient*) von 0,3 definiert.

Nachdem die Kräfte nun vom Betondübel aufgenommen werden können, sollen sie von diesem in den Betonkörper geleitet werden. Dazu dient wiederum die Verknüpfung mit der Methode *Tie Constraint*. Der Betonkörper wird als *Master*, der Körper des Betondübels als *Slave* definiert.

Zur Weiterführung der Beanspruchung ins Auflager würde die Kopplungsmethode *Tie Constraint* Zugspannungen erlauben und Klaffungen zwischen Betonkörper und Auflager verhindern. Da in Wirklichkeit keine zugfeste Verbindung zwischen Betonkörper und Auflager herrscht, könnte dies zu unrealistischen Ergebnissen führen. Daher wird die Funktion *Interaction Full Contact*, mit der Einstellung des Auflagers *Rigid Body* als *Master Surface* und des Betonkörpers als *Slave Surface* gewählt, die Klaffungen ermöglicht.

4.7 Materialmodell – Betonstahl und Anker

Da der im Push-Out Versuch eingebaute Anker (siehe Abb. 4.5 bzw. Anhang C) laut [1] nicht ins Fließen gerät, ist eine Definition der plastischen Materialeigenschaften unnötig. Sowohl Anker- als auch Betonstahlkennwerte wurden nicht in einer Versuchsanstalt überprüft und daher aus EC 2 [7] übernommen.

	Anker	Betonstahl Bst 550
Density	$7,8 \cdot 10^{-6}$	$7,8 \cdot 10^{-6}$
Young's Module	210000	210000
Poisson's Ratio	0,3	0,3
Yield Stress	900	550
Plastic Strain	0	0

Tab. 4.1: Materialmodelle für Betonstahl und Anker

4.8 Materialmodell - Beton

Die Modellierung des realen Betonverhaltens stellt eine Herausforderung dar, die durch Parameterstudien wie in [1] bewältigt werden muss. Da das reale Tragverhalten abgebildet werden soll, werden Versuchsergebnisse der technischen Versuchs- und Forschungsanstalt der TU Wien von [3] zur Bestimmung der tatsächlich vorhandenen Würfeldruckfestigkeit herangezogen. Der für Serie 3 bestellte Beton C 40/50 unterschreitet den geforderten Wert der Würfeldruckfestigkeit $f_{cm,cube}$ von 58 N/mm² deutlich. Für diese Versuchsserie sind keine Prismen gegossen worden, um die Zylinderdruckfestigkeit und den E-Modul experimentell zu bestimmen. Diese Werte werden gemäß EC 2 [7] rückgerechnet.

		KrL 75-36, Serie 3, C40/50	entnommen aus
Werte aus Versuch, mit $\beta_{cc}(t)$ bereinigt	$f_{cm,cube}$	4,27 [kN/cm ²]	Petraschek [3]
Nach EC 2 rückgerechnete Werte	$f_{cm,zyl}$	3,71 [kN/cm ²]	Gl. 4.2
	$E_{cm}(t)$	3268,4 [kN/cm ²]	Petraschek [3]
	E_{cm}	3660 [kN/cm ²]	Petraschek [3]
	$f_{ck,zyl}$	2,91 [kN/cm ²]	Gl. 4.5
	$f_{ck,cube}$	3,47 [kN/cm ²]	Gl. 4.3
	$f_{ctk,zyl}$	0,29 [kN/cm ²]	Gl. 4.4
	ϵ_{c1}	0,0025 [-]	EC 2 [7]
	ϵ_{cu1}	0,0035 [-]	EC 2 [7]
	$f_{ctm,zyl}$	0,37 [kN/cm ²]	Gl. 4.1

Tab. 4.2: Betonkennwerte C40/50, KrL 75-36, Serie 3

Die mittlere Zylinderzugfestigkeit $f_{ctm,zyl}$ wird dabei mit 10% der mittleren Zylinderdruckfestigkeit $f_{cm,zyl}$ angenommen.

$$f_{ct} = 0,1 \cdot f_{cm,zyl} \quad (4.1)$$

Die Dehnung unter Maximallast ϵ_{c1} und die Bruchdehnung ϵ_{cu1} sind lt. EC 2 [7] für Momentenbeanspruchung mit den in Tab. 4.2 angegebenen Werten zu beschränken. In Gleichung (4.2) beschreiben „-B“ und „-A“ verschiedene Betonfestigkeitsklassen, die mittlere Zylinderdruckfestigkeit wird durch lineare Interpolation, wie durch Petraschek in [3] beschrieben, erhalten.

$$f_{cm,zyl} = f_{cm,zyl-A} + \frac{(f_{cm,zyl-B} - f_{cm,zyl-A}) \cdot (f_{cm,cube lt.ÖNORM} - f_{cm,cube-A})}{(f_{cm,cube-B} - f_{cm,cube-A})} \quad (4.2)$$

Ebenso werden die E-Moduli $E_{cm}(t)$ und der daraus rückgerechnete Wert E_{cm} von Petraschek [3] übernommen. Die Berechnung der charakteristischen Würfeldruckfestigkeit $f_{ck,cube}$, der mittleren Zylinderzugfestigkeit $f_{ctm,zyl}$, sowie der charakteristischen Zylinderdruckfestigkeit $f_{ck,zyl}$, erfolgt gemäß Gleichung 4.3 bis 4.5.

$$f_{ck,cube} = f_{cm,cube} - 0,8 \text{ kN/cm}^2 \quad (4.3)$$

$$f_{ctk,zyl} = 0,1 \cdot f_{ck,zyl} \quad (4.4)$$

$$f_{ck,zyl} = f_{cm,zyl} - 0,8 \text{ kN/cm}^2 \quad (4.5)$$

Wird nun bis zu einer Druckspannung von 40% von f_{cm} linear elastisches Verhalten angenommen, kann die Arbeitslinie im Druckbereich unter Zuhilfenahme der Gleichungen (4.8) bis (4.10) aus [7] ermittelt werden (siehe Abb. 4.7). Dieses Verhalten ist auch in Abaqus mittels dem Modell *Concrete Damage Plasticity (CDP)*, welches in [2] sehr gute Ergebnisse erzielt hat, einzugeben. Es verwendet die hyperbolische Formulierung nach Drucker-Prager und begrenzt die aus der verhinderten Seitenausdehnung resultierenden Druckspannungen auf maximal das Fünffache der einaxialen (aus [1], Kapitel 4.3.2.1, S. 34). Die plastische Stauchung ϵ_c^{pl} wird nach Abzug der linear elastischen Stauchung ϵ_c^{el} ermittelt.

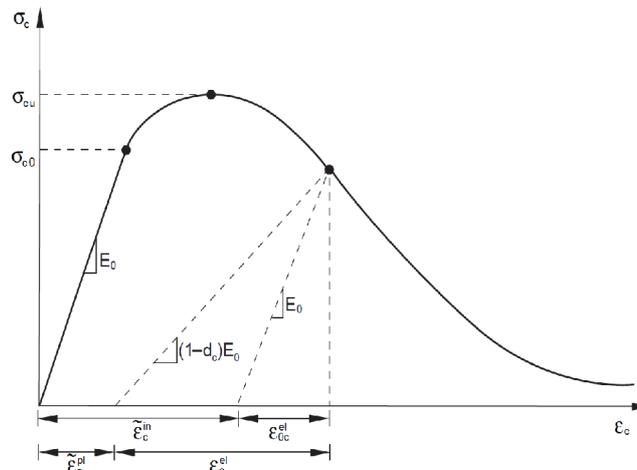


Abb. 4.6: In Abaqus verwendetes Materialmodell des Betons im Druckbereich

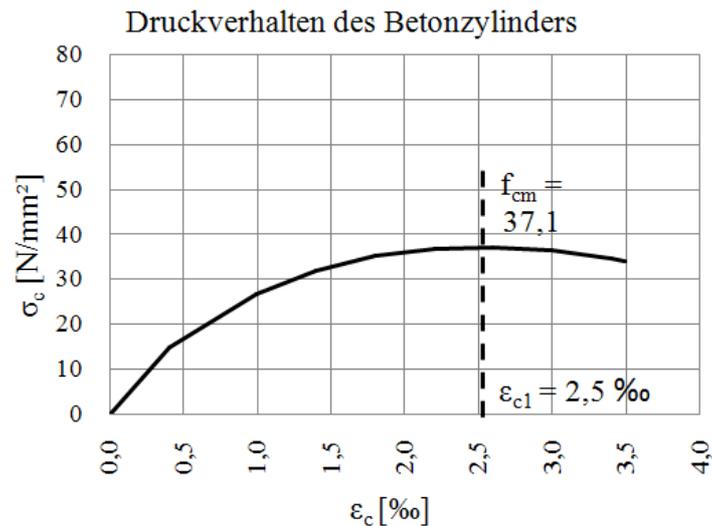


Abb. 4.7: Druckverhalten des Betons

Für das Zugverhalten wird die Mitwirkung des Betons in Form von Abb. 4.9 berücksichtigt. Als Eingabeparameter dienen entweder die Bruchdehnung ϵ_t^{ck} oder Rissverformungen δ_{ck} in Abhängigkeit von Zugspannungen σ_{ct} . Die benötigten Werte werden der Abaqus Beispielsammlung entnommen. Die Rissverformungen sind dabei die absoluten Verschiebungen abzüglich den elastischen Verformungen. Die Empfehlung in [2], die in der Abaqus Beispielsammlung angegebenen Rissverformungen zu halbieren (und somit die Zugspannungen zu verdoppeln), wird angewandt. Die Berechnung findet sich in Tab. 4.4.

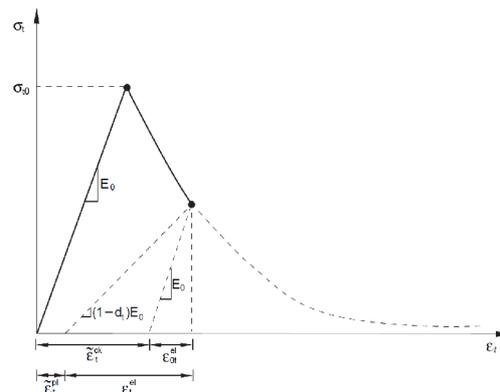


Abb. 4.8: In Abaqus verwendetes Materialmodell des Betons im Zugbereich

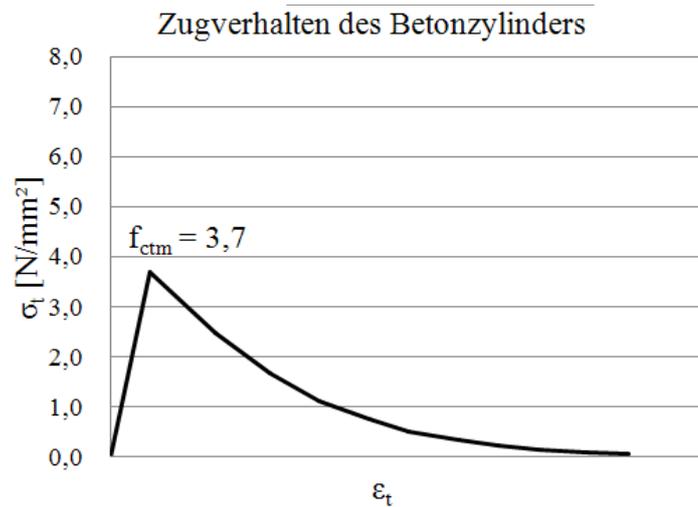


Abb. 4.9: Zugverhalten des Betons

Wie schon aus Abb. 4.6 und Abb. 4.8 zu erkennen ist, sind *Damage Parameter* sowohl für Druck d_c , als auch für Zug d_t nötig. Sie beschreiben den Steifigkeitsverlust bei Entlastung und müssen empirisch ermittelt werden. Unter Berücksichtigung der Bedingungen (4.12) bis (4.15), welche auch in [1] bzw. [6] in Gleichungen zusammengefasst sind, können iterativ mögliche *Damage Parameter* tabellarisch ermittelt werden. Dies ist in Tab. 4.3 geschehen. Die Tabelle gibt den Verlauf der Arbeitslinie in Abb. 4.6 wieder. Bis zu einer Spannung $\sigma_{c,0}$ gemäß Gleichung 4.6, die 40% der mittleren Zylinderdruckfestigkeit $f_{cm,cyl}$ entspricht, wird gemäß EC 2 [7] von rein elastischem Materialverhalten ausgegangen. Die zugehörige elastische Stauchung ε_c^{el} ergibt sich gemäß Gleichung 4.7. Die weiteren Druckspannungen σ_c zufolge der Stauchungen ε_c können mittels Gleichung 4.8 ermittelt werden. Die inelastischen Stauchungen ε_c^{in} in der dritten Spalte errechnen sich durch Gleichung 4.11. Der zu einer gewissen Stauchung ε_c zugehörige *Damage Parameter* d_c ergibt sich proportional zur Zunahme der inelastischen Dehnung ε_c^{in} gemäß Gleichung 4.12, unter Annahme eines Maximalwertes bei Erreichen der Grenzstauchung von $\varepsilon_c = 3,5\text{‰}$. Dabei ist die Einhaltung der Bedingungen (4.13) bis (4.15) zu kontrollieren.

$$\sigma_{c,0} = 0,4 \cdot f_{cm} \quad (4.6)$$

$$\varepsilon_c^{el} = 0,4 \cdot \frac{\sigma_{c,0}}{E} = \frac{0,4 \cdot f_{cm}}{E_{cm}} \quad (4.7)$$

$$\sigma_c = f_{cm} \cdot \left(\frac{k \cdot \eta - \eta^2}{1 + (k-2) \cdot \eta} \right) \quad \text{für } 0 < |\varepsilon_c| < |\varepsilon_{cul}| \quad (4.8)$$

$$\eta = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{cl}} \quad (4.9)$$

$$k = \frac{1,1 \cdot E_{cm} \cdot |\varepsilon_{cl}|}{f_{cm}} \quad (4.10)$$

$$\varepsilon_c^{in} = \varepsilon_c - \frac{\sigma_c}{E_{cm}} \quad (4.11)$$

$$d_c = \frac{d_{c,max} \cdot \varepsilon_c^{in}}{\varepsilon_{c,max}^{in}} \quad (4.12)$$

$$0 < d_{c,i} < 1 \quad (4.13)$$

$$d_{c,i+1} > d_{c,i} \quad (4.14)$$

$$\varepsilon_{c,i+1}^{pl} - \varepsilon_{c,i}^{pl} > 0 \quad (4.15)$$

$$\varepsilon_c^{pl} = \varepsilon_c - \frac{\sigma_c}{(1 - d_c) \cdot E_{cm}} \quad (4.16)$$

In [1] führt Antesberger Parameterstudien durch und empfiehlt die Verwendung von $d_c=0,6$ in Kombination mit verschiedenen Belastungsgeschwindigkeiten, welche allerdings sehr geringen Einfluss auf die Ergebnisse haben. Aus diesem Grund wird hier der maximal mögliche Parameter $d_c=0,58$ angesetzt. Nach Kenntnis der Damage Parameter können die plastischen Stauchungen ε_c^{pl} der fünften Spalte mittels Gleichung 4.16 berechnet werden.

ε_c	σ_c	ε_c^{in}	d_c	ε_c^{pl}
[1]	[kN/cm ²]	[1]	[1]	[1]
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
0,000405	1,48	0,000000	0,00	0,000000
0,001000	2,67	0,000270	0,06	0,000223
0,001400	3,20	0,000527	0,12	0,000409
0,001800	3,52	0,000839	0,19	0,000614
0,002200	3,68	0,001195	0,27	0,000824
0,002600	3,71	0,001587	0,36	0,001021
0,003000	3,63	0,002008	0,45	0,001185
0,003400	3,47	0,002453	0,55	0,001276
0,003500	3,41	0,002567	0,58	0,001280

Tab. 4.3: Damage Parameter für Druck

Trägt man nun den Damage Parameter d_c entlang der inelastischen Stauchung ε_c^{in} auf, erhält man Abb. 4.10.

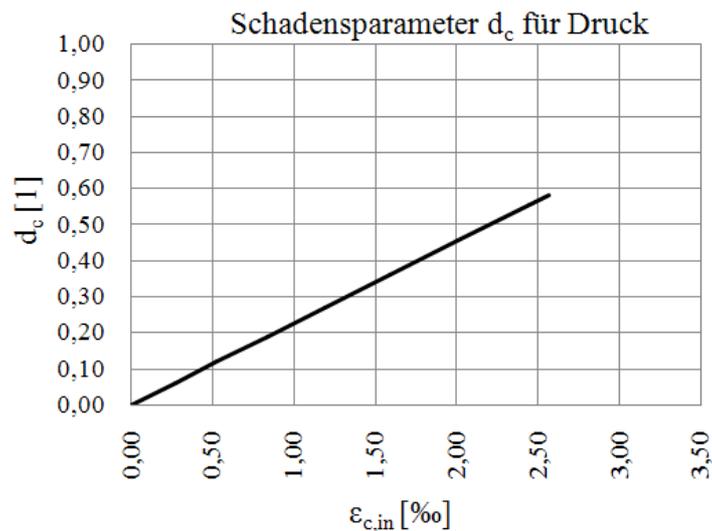


Abb. 4.10: Verlauf des Damage Parameters d_c für Druck

Der Parameter d_t für Zug wird, ebenso wie die Rissverformungslinie, nach einer Empfehlung in [1] der Abaqus Beispielsammlung [6] entnommen. Dies geschieht unter Beachtung der Halbierung der Rissverformungen. Die empirische Kennlinie nach Abb. 4.11 kann somit direkt verwendet werden. Sie ergibt sich aus Tab. 4.4, welche die Äquivalenzumrechnung auf den Beton der Güte C40/50 der Serie 3, sowie die Ermittlung des Damage Parameters für Zug enthält.

Da sich der Beton bis zum Erreichen seiner mittleren Zugfestigkeit f_{cm} linear elastisch verhält (der E-Modul E_{cm} ist bekannt), wird in Tab. 4.4 lediglich das Verhalten nach Erreichen von f_{cm} berechnet. Die Rissverformung δ_{ck} in der ersten Spalte der Tab. 4.4, die jeweilige Spannung σ_t in der zweiten Spalte, sowie der Damage Parameter d_t für Zug in der dritten Spalte stammen aus der Abaqus-Beispielsammlung [6]. Da diese Angaben für einen Beton der Güte C25/30 gemacht wurden, soll die Zugspannung σ_t für den in Versuchsserie 3 verwendeten Beton umgerechnet werden. Dies erfolgt in Spalte drei mittels Gleichung 4.17 proportional zur mittleren Zugfestigkeit f_{ctm} .

$$\sigma_{t, Serie\ 3} = \sigma_{t, i, C25/30} \cdot \left(\frac{\sigma_{t, 1, Serie\ 3}}{\sigma_{t, 1, C25/30}} \right) \quad (4.17)$$

	Rissverf.	C25/30	Serie 3	Tensile Dmg.
i	δ_{ck} [cm]	$\sigma_{t,i,C25/30}$ [kN/cm ²]	$\sigma_{t,i,Serie\ 3}$ [kN/cm ²]	d_t [1]
1	0,00000	0,33000	0,37100	0,00000
2	0,00330	0,22100	0,24846	0,38100
3	0,00600	0,14800	0,16639	0,61700
4	0,00850	0,09900	0,11130	0,76300
5	0,01100	0,06670	0,07499	0,85300
6	0,01300	0,04460	0,05014	0,91000
7	0,01550	0,02990	0,03361	0,94400
8	0,01750	0,02000	0,02248	0,96500
9	0,01950	0,01340	0,01506	0,97900
10	0,02200	0,00900	0,01012	0,98700
11	0,02400	0,00600	0,00675	0,99200

Tab. 4.4: Berechnung der Rissverformungslinie mittels Äquivalenzumrechnung

Der schnelle Anstieg des Damage Parameters d_t ist in Abb. 4.11 durch Darstellung in Abhängigkeit von der Rissverformung erkennbar.

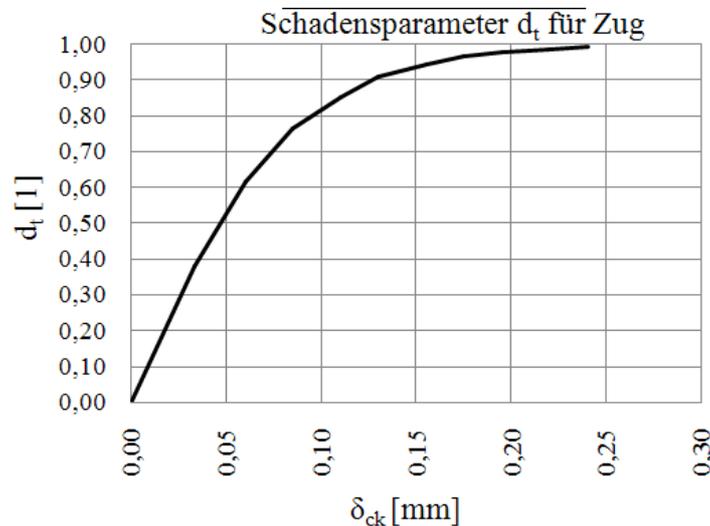


Abb. 4.11: Verlauf des Damage Parameters d_t für Zug

Ein weiterer Materialparameter ist der *Dilation Angle* ψ . Er gibt an, wie sich die Verfestigung bei einer gewissen plastischen Stauchungsrate der Asymptote nach Drucker-Prager annähert. Die *Eccentricity* e impliziert die anfängliche Schnelligkeit dieser Annäherung. Wird sie geringer als 0,1 gewählt, kann dies zu Konvergenzproblemen führen. Weiters ist d die Kohäsion, β der Reibungswinkel und der Wert K das Verhältnis der Fließspannungen bei 3-axialem Zug zu 3-axialem Druck, das bei real vorstellbaren Materialien mit 0,72 begrenzt ist.

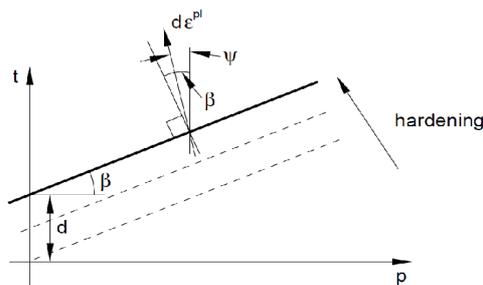


Abb. 4.12: Geometrische Interpretation des Dilation Angle ψ , aus [6]

Minimale Änderungen des *Dilation Angles* haben nach Parameterstudien aus [1] kaum Einfluss auf die Ergebnisse. Es kann also der Unterschied der untersuchten Betonsorten in den Arbeiten vernachlässigt und $\psi=36,0^\circ$ übernommen werden.

Eingegebene Werte

Im Menü unter *Materials* wird der Beton der Serie 3 erstellt. Die gewählten Grundlagen der Materialparameter sind in Tab. 4.5 zusammengefasst:

	Beton, Serie 3, C40/50
Density	$2,643 \cdot 10^{-6}$
Young's Module	36600
Poisson's Ratio	0,2
Dilation Angle	36
Eccentricity	0,1
f_{b0}/f_{c0}	1,16
K	0,6666

Tab. 4.5: Materialkennwerte zur Eingabe in Abaqus

Unter der Funktion *Suboptions, Compression Damage* werden in den Feldern *Damage Parameter* d_c und *Inelastic Strain* $\epsilon_{c,in}$ die in Tab. 4.3 errechneten Werte in [N] und [mm] eingetragen. Die entsprechenden Wertepaare sind in Tab. 4.6 noch einmal aufgelistet.

Yield Stress	Inelastic Strain
14,8	0
26,7	0,00027
32	0,000527
35,2	0,000839
36,8	0,001195
37,1	0,001587
36,3	0,002008
34,7	0,002453
34,1	0,002567

Tab. 4.6: Compressive Behaviour

Ebenso sind in Tab. 4.7 die in Abaqus einzugebenden Wertepaare der Zugspannung σ_t „Yield Stress“ und der Rissverformung δc_k „Displacement“ in [N] und [mm] angegeben.

Yield Stress	Displacement
3,71	0
2,4846	0,033
1,6639	0,06
1,113	0,085
0,7499	0,11
0,5014	0,13
0,3361	0,155
0,2248	0,175
0,1506	0,195
0,1012	0,22
0,0675	0,24

Tab. 4.7: Tensile Behaviour

4.9 Modul Steps

Die Berechnung erfolgt mit der Methode *Dynamic Explicit*, mit einer Gesamtrechnzeit *Time Period* von 100 Zeiteinheiten. Die Funktion *NLgeom* ist dabei standardmäßig eingeschaltet. Das maximale Zeitintervall *time increment* wird nicht begrenzt. Die Methode *Mass scaling* ist jedoch aktiviert.

Mass Scaling wird für das gesamte Modell auf *Semi-automatic Mass Scaling throughout the step* gesetzt, um Konvergenzprobleme im Zuge der Berechnung zu vermeiden. Der Anfangswert in *Target time increment* beträgt wie in der Empfehlung von [6] 0,00011. Weiters ist die Einstellung *Scale element mass if below minimum target* aktiv. Als Frequenz (*Frequency*) wird im Auswahlmenü *every 2 increments* gewählt. Obwohl die Kontrollfunktion *Mesh Checks* bei dem vorliegenden FE-Netz keine Fehlermeldungen, bedingt durch beispielsweise voneinander um mehr als das Doppelte abweichende Elementgrößen, oder zu spitzen Winkeln, anzeigt, kann es wegen der vielen Rundungen in einigen wenigen Elementen zu Konvergenzproblemen kommen.

4.10 Randbedingungen

Aufgrund der Ausnützung der Symmetrieeigenschaften des Push-Out Körpers, müssen alle die Symmetrieebenen durchdringenden Teile entsprechend gehalten werden. Dazu zählt das Festhalten des Ankers und dessen Verdrehungen ($U_2=UR_1=UR_3=0$). Die Freiheitsgrade U_3 , UR_1 und UR_2 sind in der Symmetrieebene parallel zur Dübelleiste null zu setzen. Das gilt für die Seitenfläche der Dübelleiste, den Betonkörper und die punktförmig endende Bewehrung.

Zur Kraftableitung aus dem Referenzpunkt des Auflagers *Rigid Body* blockieren die Randbedingungen sämtliche Freiheitsgrade ($U_1=U_2=U_3=UR_1=UR_2=UR_3=0$).

Zur Kraftaufbringung dient im Rechenschritt *Dynamic Explicit* eine Verschiebung der unteren

Dübelleistenfläche um 35 mm in Richtung der Auflagerfläche. Eine Abhebung des Bodens des Stahldübels ist zu verhindern ($U_2=0$, $U_1=-35$). Zur zeitlichen Steuerung reguliert die Funktion *Amplitudes* das Wachstum über das Rechenzeitintervall. Die eingeprägte Verschiebung wird linear vom Zeitpunkt 0 bis zum Zeitpunkt 100 gesteigert.

4.11 Ausgabegrößen

Um die ODB-Datei durch die vielen Elementknoten nicht über eine Größe von 3Gb anwachsen zu lassen, dürfen nur die wichtigsten Ausgabegrößen gespeichert werden.

Die Ausgabe für das Gesamtmodell *Field Output* setzt sich aus der Option *Domain Whole Model* zusammen, mit einer ausgewogenen Frequenz von *Evenly spaced time intervals*, *interval=200*. Die voreingestellte Funktion *Output at approximate times* reicht für die benötigte Genauigkeit aus und erhöht laut [6] die Rechengeschwindigkeit, aber nicht die ODB-Dateigröße.

Als Ausgabegrößen werden die Spannungskomponenten *S* (logarithmierte und plastische), die Verzerrungen, sowie Verschiebungen und Rotationen dokumentiert.

Mit Hilfe der Definition eines *History Outputs* werden die Abhebungen (*Translations*, *UT*) an den beiden oberen Eckpunkten des Betondübels aufgezeichnet. Die wichtigste und somit möglichst genau zu dokumentierende Größe ist die Reaktionskraft *Reaction Force* (*RT*) im Punkt *Reaction Point*. Sie soll in Abständen von 85 Berechnungssinkrementen gespeichert werden. Eine Darstellung aller Punkte findet sich in Abb. 4.13.

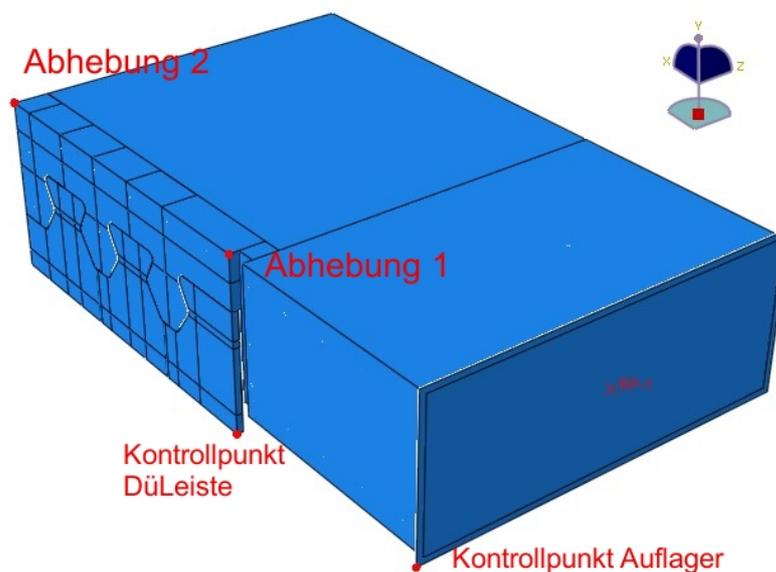


Abb. 4.13: Bezugspunkte der History Outputs

4.12 Modellbeschreibung - Betonmodell 2

Gleichzeitig mit Betonmodell 1 soll ermittelt werden, ob diverse getroffene Einstellungen im FE-Programm Abaqus bedeutende Auswirkungen auf die Spannungen an der Dübelzahnkante haben. Dazu werden diese variiert und die resultierenden Dübelkennlinien sowie Spannungskomponenten entlang der Stahlzahnkante verglichen (siehe Kapitel 11.2.2).

Weiters werden für die Ergebnisse unwesentliche, unterhalb näher beschriebene Ausgabeparameter zur leichteren Auswertung verändert. Alle hier nicht erwähnten Parameter werden vom bisher verwendeten Betonmodell 1 übernommen.

Für das neue Betonmodell 2 findet – analog zu den Belastungsmodellen 1 bis 6 in Kap. 3.11 – eine Modellierung der Schweißnaht statt. Über diese wird nun die Verschiebung aufgebracht. Die Auflagerfläche an der Unterseite der Dübelleiste nach Abb. 3.8 ist als *Discrete Rigid* modelliert. Sie wird nun nicht mehr direkt mittels der Funktion *Tie Constraint* an die Dübelunterseite gekoppelt. Stattdessen werden Kontakteigenschaften definiert, die die reibungslose Kraftübertragung eines Kontaktdrucks ermöglichen. Das bedeutet, dass von der Unterseite der Dübelleiste nur mehr Vertikalkräfte auf die Auflagerfläche übertragen werden können. Die durch die Auflagerfläche eingprägten Verschiebungen sind weiterhin übertragbar. Weiters wird die *Master-* und *Slave-*Zuordnung der Kontaktdefinition zwischen Betondübel und Dübelleiste gegenüber dem Betonmodell 1 vertauscht, sodass die Dübelleiste nun die Einstellung *Slave Surface* erhält. Der Wechsel rührt aus dem Hinweis in [6] her, die Vertauschung habe andere Steifigkeitsverhältnisse zufolge und könnte abweichende Ergebnisse verursachen.

Die Funktion *Output at exact Times* wird verwendet und die gesamte Zeitspanne im Rechenschritt *Step* „Belastung“ wird auf die Einstellung *Total Time Step=200* gesetzt. Im Zeitintervall von 0 bis 60 Zeiteinheiten erfolgt die Ausgabe in Zeitschritten von 0,01 Zeiteinheiten, ab dann alle 0,5 Zeiteinheiten. Des Weiteren wird der *History Output* für den Punkt „Abhebung 2“ gegenüber Abb. 4.13 in die Mitte zwischen Unterseite der Dübelleiste und der bisherigen Position verschoben (siehe Abb. 4.14). Dadurch ist die Abhebung in Höhenrichtung u_2 besser zu bestimmen.

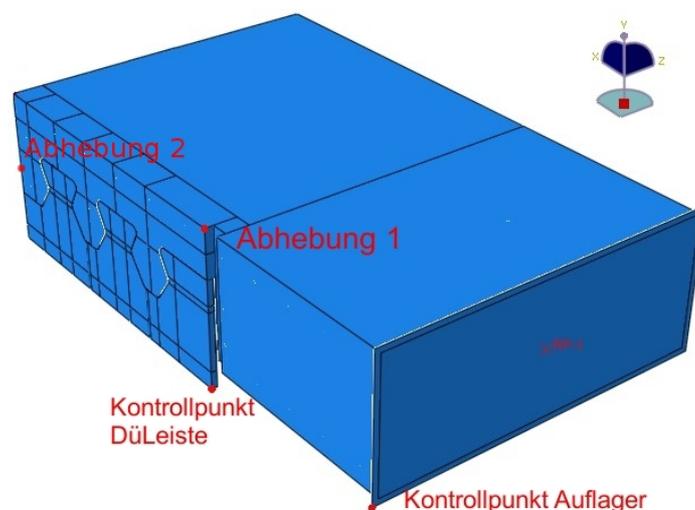


Abb. 4.14: Verschiebung des hinteren Punktes „Abhebung 2“

4.13 Modellbeschreibung - Betonmodell 3

Auf Grundlage des in Kap. 4.12 beschriebenen Betonmodell 2 werden noch weitere Parameter verändert. Wiederum bleiben alle anderen, nicht dezidiert beschriebenen, unverändert.

Innerhalb der Kontaktdefinition zwischen Betondübel und der seitlichen Dübelfläche wird die Zuteilung der *Master*- bzw. *Slave*-Definition gegenüber Betonmodell 2 erneut umgekehrt, sodass der Betondübel die Einstellung *Master Surface* zugewiesen bekommt. Dadurch soll das nach Erstrissbildung etwas zu weiche Verhalten des Betonmodell 2 (siehe Dübelkennlinie in Abb. 11.5) wieder dem des ursprünglichen Betonmodell 1 angepasst werden.

Zusätzlich wird die eingeprägte Längsverschiebung δ von 35 mm auf 25 mm minimiert. Daraus folgen enger beieinander liegende Ausgabezeitpunkte, sowie kürzere Rechenzeiten. Voraussetzung hierfür ist allerdings das Erreichen der Maximallast, bevor eine Längsverschiebung von $\delta=25$ mm auftritt.

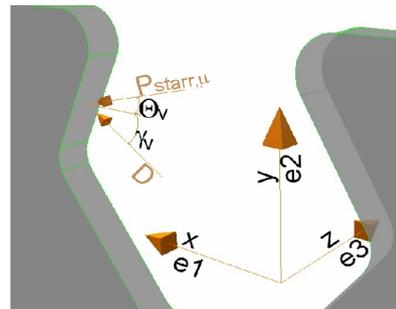
Überdies wird ein weiteres Mal die Zeitspanne des Rechenschritts mit der Funktion *Total Time Step*=250 erhöht. Dabei werden innerhalb der ersten 90 Zeitschritte alle 0,5 Inkremente ausgewertet, was einer Ausgabe nach Relativverschiebungen von jeweils $\delta=0,05$ mm entspricht. Für die übrigen 160 Zeitschritte erfolgt die Auswertung alle 5 Inkremente.

5 Allgemeines zur Auswertung

5.1 Belastungsrichtung

In Tab. 5.1 sind die Einheitsvektoren der Belastung für Modell 1 eingetragen. Ihre Richtungen beschreiben den Winkel $\theta_v=14^\circ$ der Last $P_{\text{starr},\mu}$ zur Horizontalen, sowie den Winkel $\gamma_v=57^\circ$ der Abtriebskraft D bzw. D_g zur Horizontalen. D_g ist dabei die auf die unbelastete Stahlzahnkante wirkende Abtriebskraft. Die Berechnung der Winkel γ und θ erfolgt in Kapitel 12.2.

	x_i	y_i	z_i
$P_{\text{starr},\mu}$	0,9703	0,8471	0
D	0,5314	0,8471	0
D_g	-0,5314	0,8471	0



Tab. 5.1: Einheitsvektoren der Belastung für Modell 1

5.2 Schnittdefinitionen

Zur Auswertung werden die Spannungen in den kritischen Schnitten dargestellt, um eine Vergleichbarkeit der Modelle herzustellen. Die Lage der Schnitte ist in Abb. 5.1 zu sehen. Der Schnitt „Dübelunterseite“ wird zwei Elementreihen, ca. 5 mm über der Unterseite der Dübelleiste geführt, um Unstetigkeiten bedingt durch die Randbedingungen zu vermeiden (siehe „Unterseite der Dübelleiste“ in Abb. 12.1).

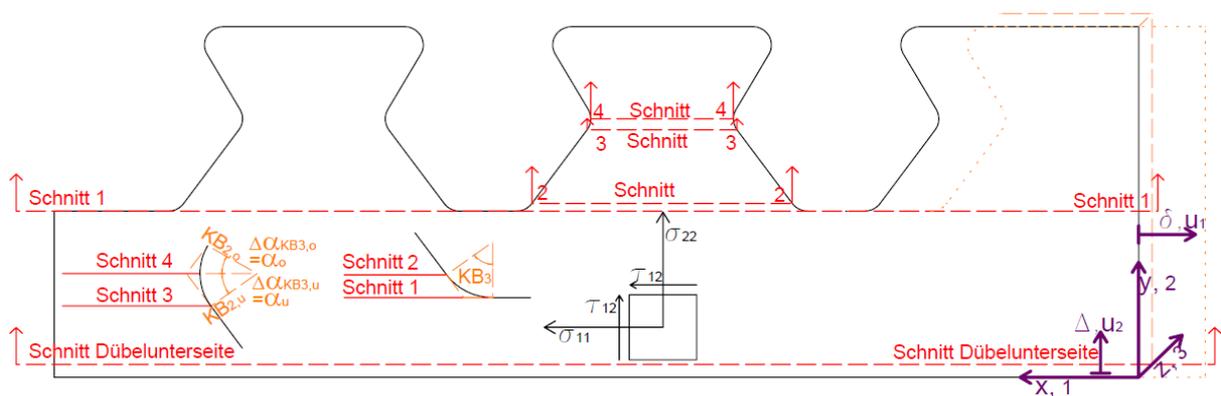


Abb. 5.1: Schnitt- und Koordinatendefinition

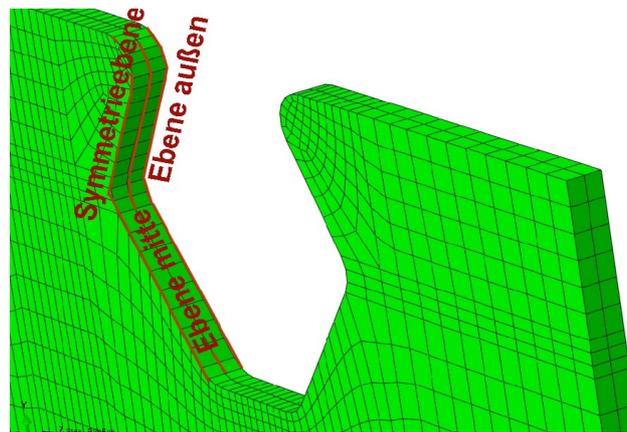


Abb. 5.2: Ebenendefinition

In Abb. 5.2 ist die Lage der Ebenen definiert, die zur Beschriftung in den folgenden Diagrammen Verwendung findet.

5.3 Bezeichnungen

Die Verschiebung in Horizontalrichtung wird im FE-Programm Abaqus [10] mit u_1 , in Vertikalrichtung mit u_2 bezeichnet (siehe Abb. 5.1). Die von Petraschek in [3] verwendeten Bezeichnungen sollen jedoch fortgeführt werden. Daher wird im Folgenden die Horizontalverschiebung mit δ und die Vertikalverschiebung mit Δ benannt.

5.4 Definition der Zeitpunkte

Im Folgenden sollen drei charakteristische Zeitpunkte definiert werden, zu denen die Ausgabe und Analyse der Ergebnisse erfolgt. Eine Übersicht ist in Tab. 5.2 und Abb. 5.3 dargestellt.

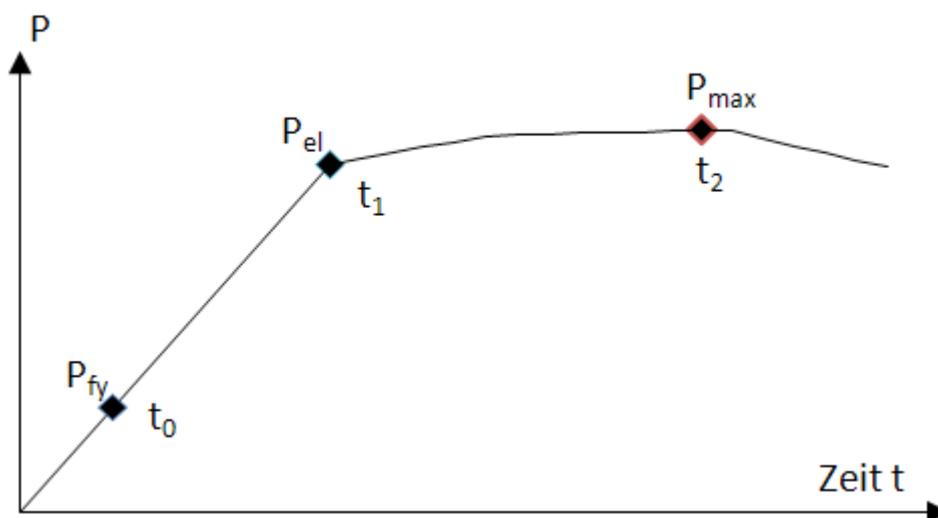


Abb. 5.3: Zeitpunkte

P_{fy} ist die aufgebrachte Last in [kN/lfm], bei welcher die Vergleichsspannung σ_v innerhalb der ersten Faser die Fließgrenze f_y erreicht. Dieses Kriterium wird im Programm Abaqus als das Erreichen der Fließspannung auf über 50% der Fläche eines Elements angesehen. In der

Praxis erfolgt die Auswertung aufgrund der Größe der Berechnungssinkremente mit einer Abweichung von +/- 30 kN/lfm relativ genau.

Die Last P_{el} des Betonmodells 1 ist die Last in der FE-Simulation des Versuchskörpers zum Zeitpunkt t_1 und in kN/lfm angegeben. Sie ist so gewählt, dass sie noch sicher in allen FE-Simulationen auf einem linear-elastischen Pfad der Dübelkennlinie liegt und erlaubt einen Vergleich des elastischen Verhaltens.

Der Zeitpunkt t_1 beschreibt innerhalb aller untersuchten Belastungsmodelle (Modell 1, 5 und 6) jeweils jene Laststufe, bei der die Last P_{el} in Größenordnung des Betonmodells 1 erreicht wird. Geringfügige Abweichungen ergeben sich als Folge der inkrementweisen Berechnung.

Zum Zeitpunkt t_2 tritt die maximale Längsschubkraft im jeweiligen Berechnungsmodell auf. Da die Modelle 1, 5 und 6 aufgrund des ideal-plastischen Stahlverhaltens keinen Lastabfall vor Abbruch der numerischen Berechnung aufweisen, wird die maximale Traglast innerhalb einer Längsverschiebung $\delta=10$ mm zum Vergleich herangezogen. Die Begrenzung der Verschiebung wird gefordert, da übermäßig große Verschiebungen im FE-Rechenmodell verfälschte Ergebnisse verursachen.

In Tab. 5.2 ist eine Übersicht der den Zeitpunkten t_0 , t_1 und t_2 zugehörigen Schubkräfte und Verschiebungen für die untersuchten Modelle dargestellt. Die Verschiebung δ zum Zeitpunkt t_2 liegt u.a. bei Modell 1A unter 1 mm. Dieses Modell hat schon bei dieser Verschiebung die Maximallast P_{max} des Betonmodells 1 erreicht. Bei den Modellen 6 und 6A erfolgt die Auswertung der Last P_{max} zum Zeitpunkt t_2 bei einer Verschiebung von unter 1 mm, da das folgende Inkrement eine Verschiebung außerhalb des Bereichs von $\delta=10$ mm aufweist. Ihre Lasten P_{max} sind untereinander gut vergleichbar. Durch Übereinanderlegen der Dübelkennlinien kann das Verhalten von Modell 6 bzw. 6A mit anderen Modellen abgeglichen werden.

	t_0		t_1		t_2	
	P_{fy} [kN/lfm]	δ [mm]	P_{el} [kN/lfm]	δ [mm]	P_{max} [kN/lfm]	δ [mm]
Betonmodell 1	1124	0,35	1548	0,53	2932	6,30
Betonmodell 2	1138	0,37	1540	0,53	2823	6,70
Betonmodell 3	1219	0,40	1575	0,55	2868	4,98
Modell 1	1163	0,24	1551	0,32	2908	7,20
Modell 5	971	0,28	1554	0,49	2136	8,19
Modell 6	1046	0,25	1549	0,37	2406	0,67
Modell 1A	1237	0,23	1547	0,29	2939	0,68
Modell 5A	1086	0,28	1552	0,42	2355	9,25
Modell 6A	1051	0,24	1546	0,36	2443	0,67
Modell 5B	1127	0,31	1563	0,53	2136	7,40

Tab. 5.2: Zusammenfassung der Laststufen mit nachfolgender Auswertung der Ergebnisse

5.5 Definition des Kontaktdruckes

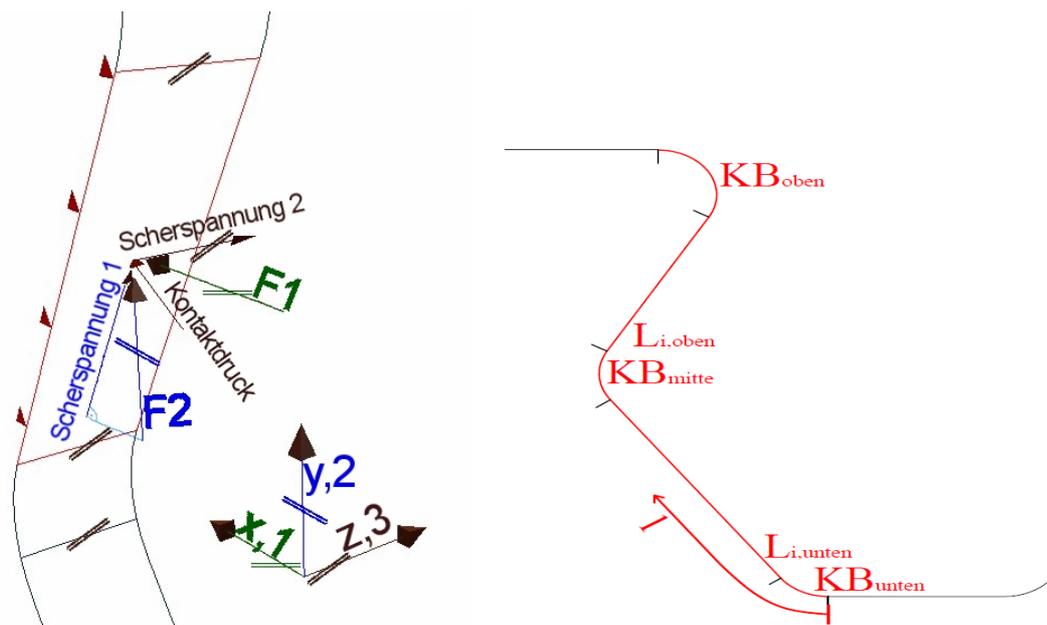


Abb. 5.4: Kontaktdruck und dessen Richtung, Definition der Laufkoordinate I

Die Richtung des Kontaktdruckes und der Scherspannung (siehe zB. Abb. 6.14, Abb. 6.15 und sinngemäß ähnliche Abbildungen) ist in Abb. 5.4 definiert. Beide sind oberflächenbezogene Größen. Die Kräfte F_1 und F_2 an den Elementknoten wirken in die x - bzw. y - Richtung des globalen Koordinatensystems (auch dargestellt in Abb. 5.1). F_1 schließt mit der Richtung des Kontaktdruckes den Winkel α_0 ein, F_2 den Winkel $90-\alpha_0$. Auf diese geometrischen Überlegungen wird in Kapitel 12.2 genauer eingegangen. F_1 und F_2 sind hier zum besseren Verständnis dargestellt.

Die Spannungsverläufe in den folgenden Diagrammen entstehen aus den Ergebnissen an den Knotenpunkten des FE-Netzes. An diesen findet die Weitergabe der Verschiebungen zwischen zwei Elementen statt. Daher kann es bei freien und insbesondere bei belasteten Rändern zu sprunghaften Verläufen kommen, die so in der Realität nicht auftreten.

Bei den Schnitten 1-1 bis 4-4 wird der mittlere Dübel betrachtet, da dieser immer durch alle Modelllasten beansprucht wird, und dementsprechend größere Spannungen und Verformungen als der außenliegende aufweist.

6 Auswertung - Betonmodell 1

6.1 Dübelkennlinie

Das, beschriebene Betonmodell 1 wurde während der FEM-Berechnung mit den aus [1] und [2] gewonnenen Erkenntnissen, als auch mit den Push-Out Versuchsergebnissen aus [3] abgeglichen, um möglichst realistische Resultate zu erhalten.

Petrascsek erhält in [3] (Kapitel 5.1.6., S. 135) eine maximale Dübeltragfähigkeit $P_{max, [3]}=3115,8$ kN/lfm und eine statische Dübeltragfähigkeit von $P_{stat}=2840$ kN/lfm. Die Last P_{stat} ergibt sich im Versuch durch regelmäßiges Anhalten des Pressenvorschubes und dem daraus bedingten kurzzeitigen Kraftabfall. Dieser wird durch auftretende Risse verursacht. Im Last-Verschiebungsdiagramm in Abb. 6.1 ist der plötzliche Kraftabfall beim Push-Out Versuch durch Tiefstwerte der einzelnen Haltepunkte gut zu erkennen. Werden diese Tiefstwerte miteinander verbunden, erhält man die quasistatische Dübelkennlinie. Ihr Maximalwert entspricht P_{stat} . Es wird das Duktilitätskriterium und das Abhebekriterium nach [5] eingehalten.

Die im Folgendem errechnete Dübelkennlinie entspricht der statischen Kennlinie. Die Maximallast P_{max} beträgt 2932,17 kN/lfm bei einer Verschiebung von $\delta_{p,max}=6,3$ mm. Das Duktilitätskriterium wird somit, wie in Tab. 6.1 gezeigt, eingehalten.

P_{max} [kN/lfm]	$\delta_{p,max}$ [mm]	$0,9*P_{max}$ [kN/lfm]	δ_{uk} [mm]	$\delta_{uk} \geq 6,0$ mm für $P_{nach\ Bruch} \leq 0,9*P_{max}$
2932,17	6,3	2638,96	34,96	eingehalten

Tab. 6.1: FEM-Ergebnisse des vollständigen Betonmodells

Es ist anzumerken, dass das Nachbruchverhalten im Vergleich zu den realen Versuchen zu duktil ist. In der Realität erfolgt ein stärkerer Kraftabfall nach dem Erreichen der Maximallast. Die genaue Erfassung des Nachbruchverhaltens ist jedoch ohnehin nicht das Ziel, da das Hauptaugenmerk auf einer Annäherung an die realen Verhältnisse vor dem Bruch liegt.

Im Übrigen zeigt die Dübelkennlinie eine gute Übereinstimmung mit dem Versuch. P_{max} wird, verglichen mit dem realen Versuchskörper, bei annähernd gleicher Horizontalverschiebung ($u_1=\delta$) erreicht (+/- 0,4 mm). Weiters treten Erstrissbildungen im gleichen Verschiebungsbereich auf. Schlussendlich ist positiv anzumerken, dass die numerisch erreichte Maximallast des Betonmodells 1 knapp über der statischen und knapp unter der erreichten Maximallast des Push-Out Versuchs liegt (siehe Gleichung 6.1).

$$P_{max, real} = 3115,8 \text{ kN/lfm} > P_{max} = 2932,17 \text{ kN/lfm} > P_{stat, real} = 2840 \text{ kN/lfm} \quad (6.1)$$

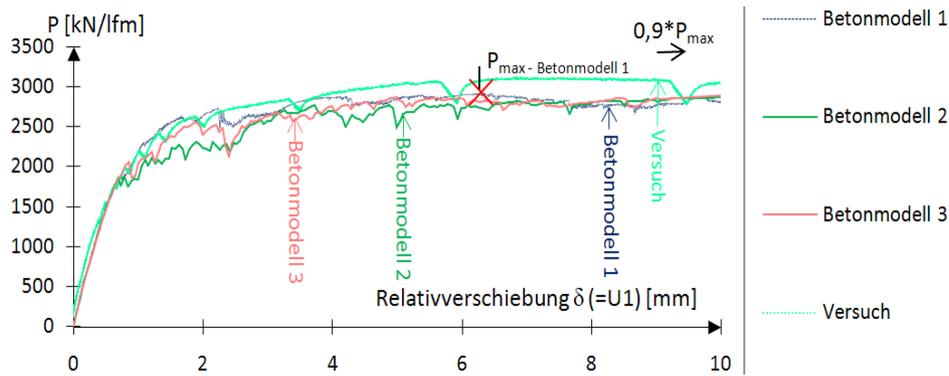


Abb. 6.1: Last-Verschiebungslinie

Das Betonmodell 2 liegt, wie erwartet, nahe an der Dübelkennlinie des Betonmodells 1. Auch erreicht es genau wie dieses die maximale Traglast bei einer Längsverschiebung von ca. $u_1=7\text{mm}$. Wie erwartet stimmen die Kennlinien des Betonmodells 2, des Betonmodells 3 und des ursprünglichen Betonmodells 1 weitgehend überein. Dies ist zurückzuführen auf die geringfügige Änderung der Koppelungseinstellungen zwischen einzelnen Teilen des FE-Modells im Modul *Assembly* (Vertauschen der *Master Surface* und *Slave Surface*). Im linear-elastischen Bereich, bis zu einer Verschiebung δ von etwa 1 mm, verhalten sich alle 3 Betonmodelle sehr ähnlich. Größere Differenzen treten erst im Nachbruchbereich auf, welche bei ungefähr 2 mm Längsverschiebung ihr Maximum erreichen. Bis zum Erreichen der Traglast gleichen sich diese Längsschubkraftdifferenzen allerdings wieder aus. Trotz der relativ guten Übereinstimmung aller drei Dübelkennlinien zeigt die des Betonmodells 1 das beste Verhalten. Die Längsverschiebung bei Erreichen der Maximallast $P_{\max\text{-Betonmodell 1}}$ kommt der des Push-Out Versuchs am nächsten. Des Weiteren weist Betonmodell 2 die größte Traglast auf. Daher wird im Folgenden nur Bezug auf Betonmodell 1 genommen.

Ein Vergleich der Spannungen an der rechten, belasteten Stahlzahnkante zwischen Betonmodell 1, 2 und 3 erfolgt in Kapitel 11.2. Durch einen solchen Vergleich kann die Verlässlichkeit der FE-Ergebnisse des Betonmodells 1 erhöht werden.

Die Abhebekennlinie des Betonmodells 1 (Abb. 6.2) entspricht nur im Bereich der ersten 1,5 mm jener der Versuche. Dies liegt daran, dass sich der Beton rechnerisch zu steif verhält. Das Risswachstum stimmt offenbar nicht vollkommen mit der Realität überein. Die Bezeichnungen „Abhebung 1“ und „Abhebung 2“ in Abb. 6.2 beziehen sich auf die in Abb. 4.13 festgelegten Bezugspunkte.

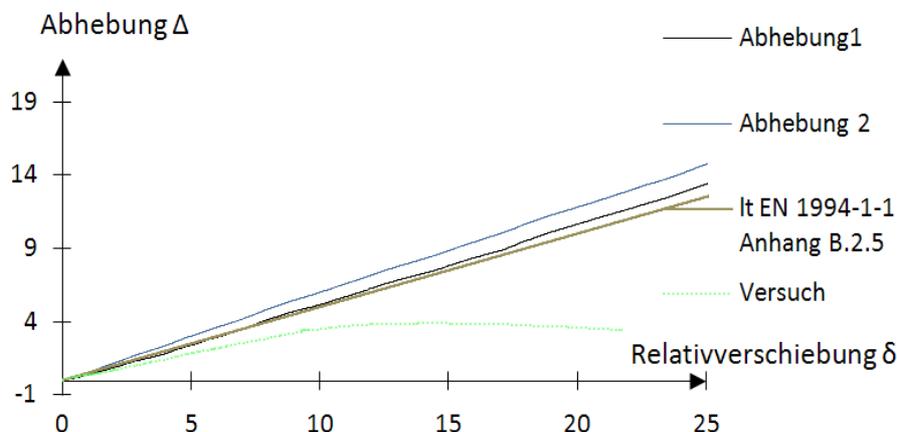


Abb. 6.2: Abhebekennlinien

6.2 Ergebnisse: Zeitpunkt t_0

Versuchslast: $P_{fy}=1124$ kN/lfm

Horizontalverschiebung: $\delta=0,35$ mm

Die Dübelkennlinien aller Betonmodelle in Abb. 6.1 stimmen sehr gut überein. Daher kann davon ausgegangen werden, dass die durch ein Betonmodell erhaltenen Ergebnisse nicht relevant von denen eines anderen Betonmodells abweichen. Im Bezug auf die Spannungen entlang der brenngeschnittenen Kante wird dies in Kapitel 10 gezeigt. Daher werden die FE-Ergebnisse nur für Betonmodell 1 dargestellt.

Die folgenden Abbildungen geben Aufschluss über jene Stelle, an der erste Plastifizierungen auftreten. Die anschließenden Diagramme zeigen Größe und Verlauf der zu diesem Zeitpunkt auftretenden Spannungen in den verschiedenen Schnitten. Für einen späteren Vergleich mit den Modellen 1, 5 und 6 ist die Betrachtung in den kritischen Schnitten sinnvoll.

Für die in den folgenden Abbildungen rot eingekreisten Bereiche ist jeweils der Größtwert der Spannungskomponente nebenan dargestellt. Dieser ergibt sich aus dem maximalen Wert der Elemente in den Ausrundungsbereichen, welche in Abb. 3.7 rot eingefärbt sind. Dabei kann das Maximum in allen Ebenen (Ebenendefinition nach Abb. 5.2) auftreten. Somit unterscheiden sich die Werte von denen an der rechten, belasteten Dübelzahnkante (siehe zB. Abb. 10.3 und sinngemäß ähnliche Abbildungen). Dort wird nur die mittlere Ebene betrachtet. Außerdem ist es möglich, dass der Maximalwert nicht direkt an der Stahlzahnkante, sondern am Innenrand der Elemente auftritt.

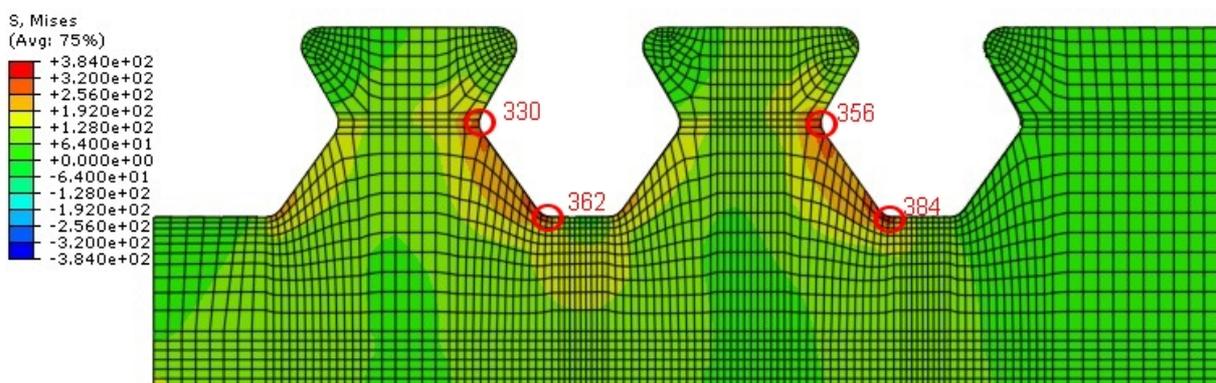


Abb. 6.3: Vergleichsspannung σ_v [N/mm²] beim Betonmodell, $t_0=1124$ kN/lfm

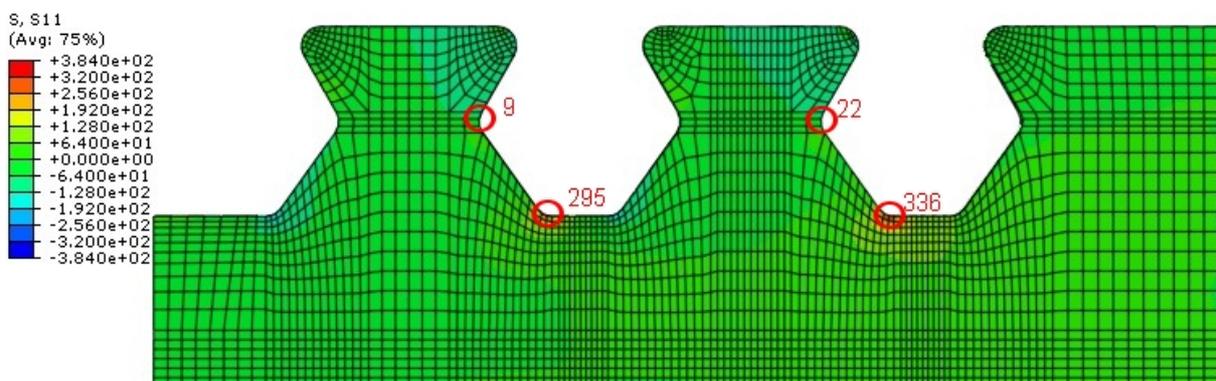
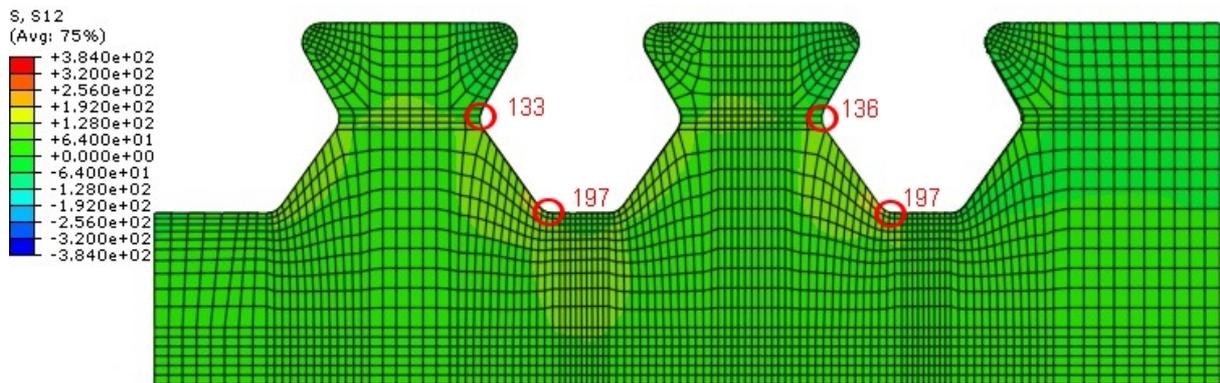
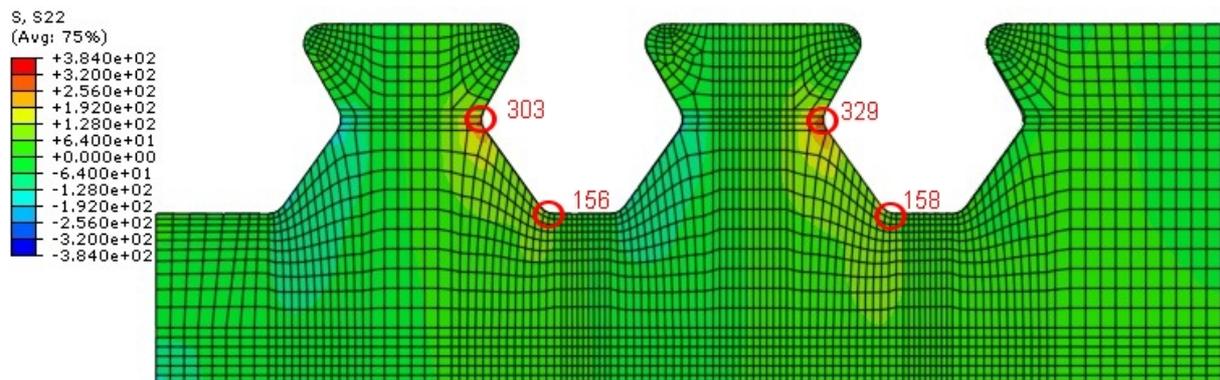
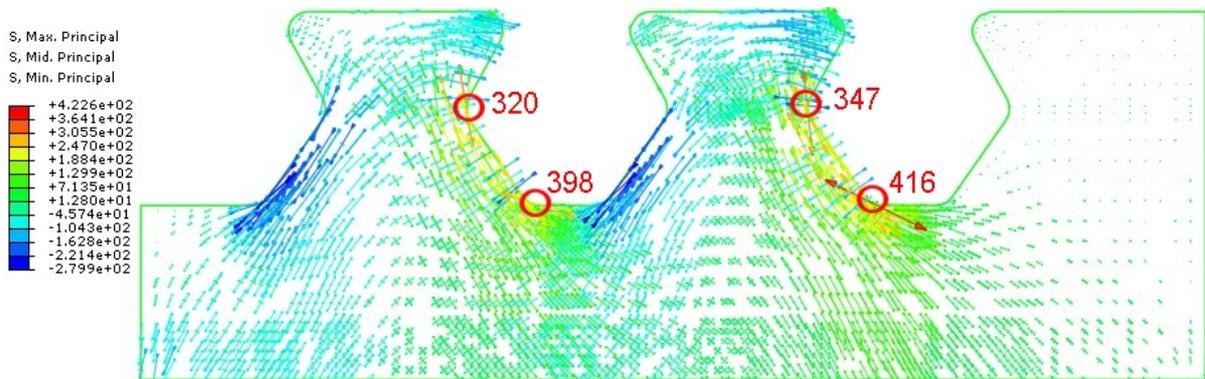


Abb. 6.4: σ_{11} [N/mm²] beim Betonmodell, $t_0=1124$ kN/lfm

Abb. 6.5: σ_{12} [N/mm²] beim Betonmodell, $t_0=1124$ kN/lfmAbb. 6.6: σ_{22} [N/mm²] beim Betonmodell, $t_0=1124$ kN/lfmAbb. 6.7: Hauptnormalspannungen [N/mm²] beim Betonmodell, $t_0=1124$ kN/lfm

In Abb. 6.3 ist zu erkennen, dass das Fließen der ersten Faser an der belasteten Stahlzahnkante auf Höhe des Schnitts 1 erfolgt. Den größten Beitrag zur Vergleichsspannung liefert die Spannungskomponente σ_{11} in Längsrichtung (siehe Abb. 6.4). Die orthogonal dazu wirkende Spannung σ_{22} tritt ebenfalls konzentriert, jedoch mit ihrem Maximum auf Höhe des Schnitts 4 auf (siehe Abb. 6.6). Die Hauptnormalspannungen verlaufen in Abb. 6.7 entlang der freien Dübelzahnkanten parallel zur Oberfläche. Die Druckspannungen treten dabei nicht so konzentriert wie die Zugspannungen auf, dementsprechend betragen ihre Größen mit maximal -279 N/mm² auch nur ca. die Hälfte dieser.

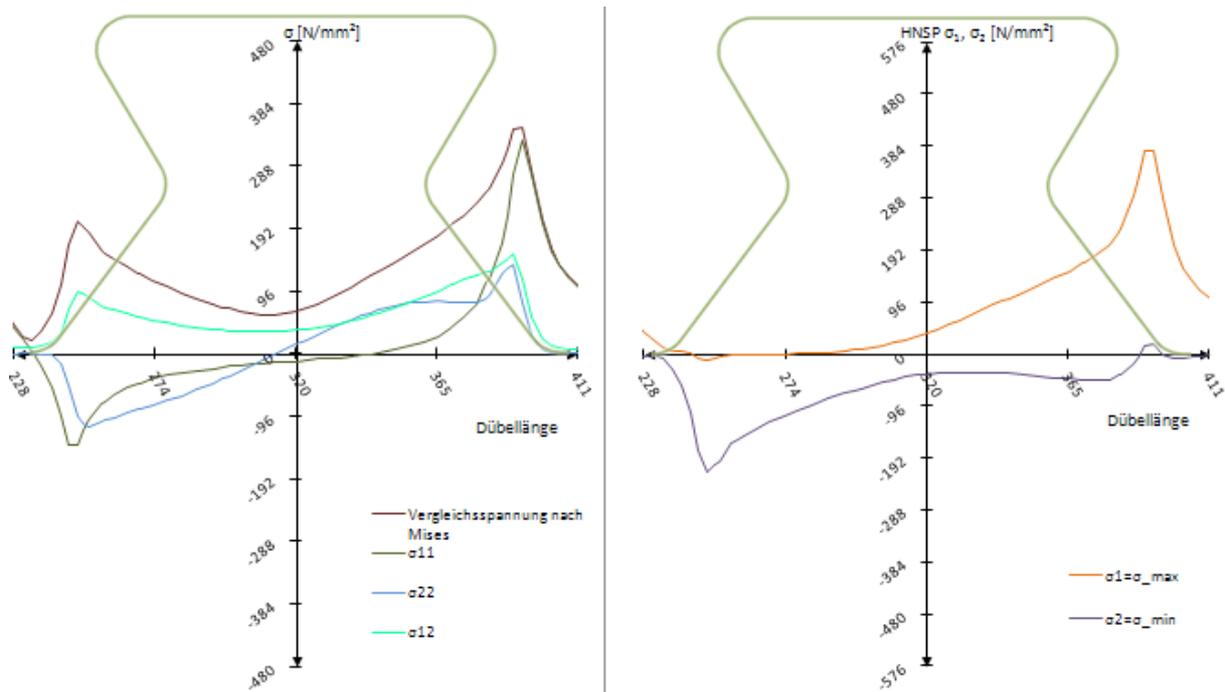


Abb. 6.8: Schnitt 1: Spannungen σ_{ij} und Hauptnormalspannungen $\sigma_{\max}/\sigma_{\min}$ beim Betonmodell, $t_0=1124$ kN/lfm

Abb. 6.8 zeigt die Spannungen im Schnitt 1 des mittleren Dübels. Dieser ist etwas stärker beansprucht als der äußere, was bedeutet, dass er als erstes zu fließen beginnt, und somit den Zeitpunkt t_0 bestimmt. Die Spannung σ_{22} hat einen linearen Verlauf, welcher dem Resultat der klassischen Biegetheorie ähnelt. Die Schubkraft σ_{12} wird nahezu gleichmäßig über die Dübelbreite aufgenommen, allerdings mit einer Erhöhung an den Rändern, insbesondere an der belasteten Kante. Deren Verlauf ist durch das später vorgestellte Ingenieurmodell N3 mit voutenförmiger Lasteinleitung gut erklärbar (siehe Kapitel 13.5). An den Dübelzahnrandern erreicht auch die Vergleichsspannung nach Mises die Fließgrenze.

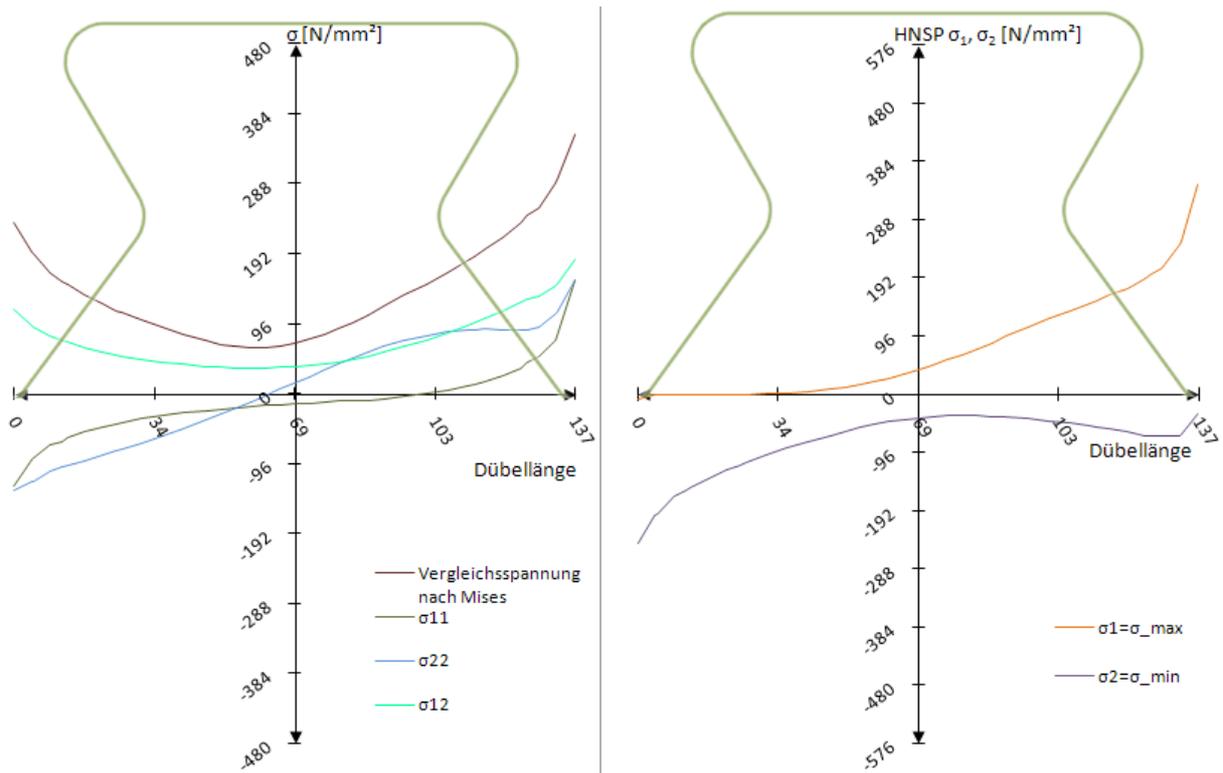


Abb. 6.9: Schnitt 2: Spannungen σ_{ij} und Hauptnormalspannungen $\sigma_{\max}/\sigma_{\min}$ beim Betonmodell, $t_0=1124 \text{ kN/lfm}$

Abb. 6.9 ist wegen des kleinen Abstandes zwischen Schnitt 1 und Schnitt 2 diesem sehr ähnlich. Am rechten Dübelzahnrand wird die Fließgrenze fast erreicht. Die maximalen Hauptnormalspannungen σ_{\max} haben ihr Maximum am rechten Rand, die minimalen σ_{\min} am linken.

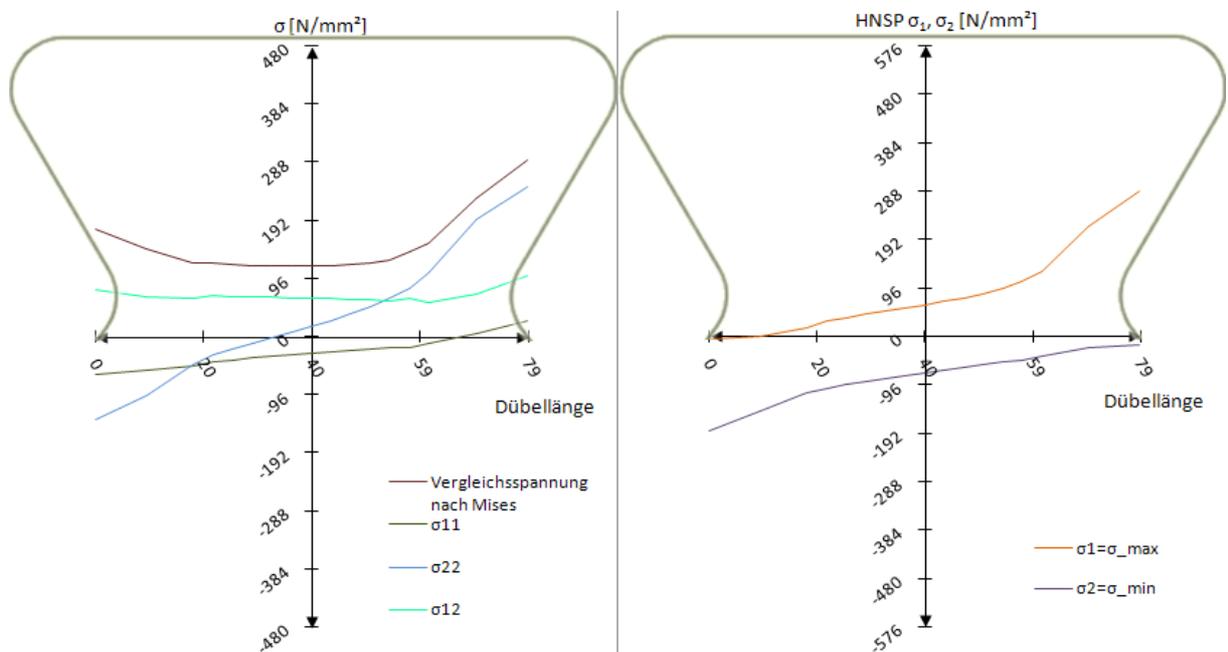


Abb. 6.10: Schnitt 3: Spannungen σ_{ij} und Hauptnormalspannungen $\sigma_{\max}/\sigma_{\min}$ beim Betonmodell, $t_0=1124 \text{ kN/lfm}$

Schnitt 3 in Abb. 6.10 zeigt, dass die Vergleichsspannung mit 290 N/mm^2 nicht die Fließgrenze erreicht, die vertikalen Spannungen weisen weiterhin einen linearen Verlauf auf. Die Schubspannungen σ_{12} sind nun nahezu konstant, ohne Spitzen an den Rändern wie in Schnitt 1 und 2. Dies kann, aufgrund des deutlich geringeren Stahlquerschnitts, an der geringeren Steifigkeit und somit besseren Spannungsumlagerung liegen.

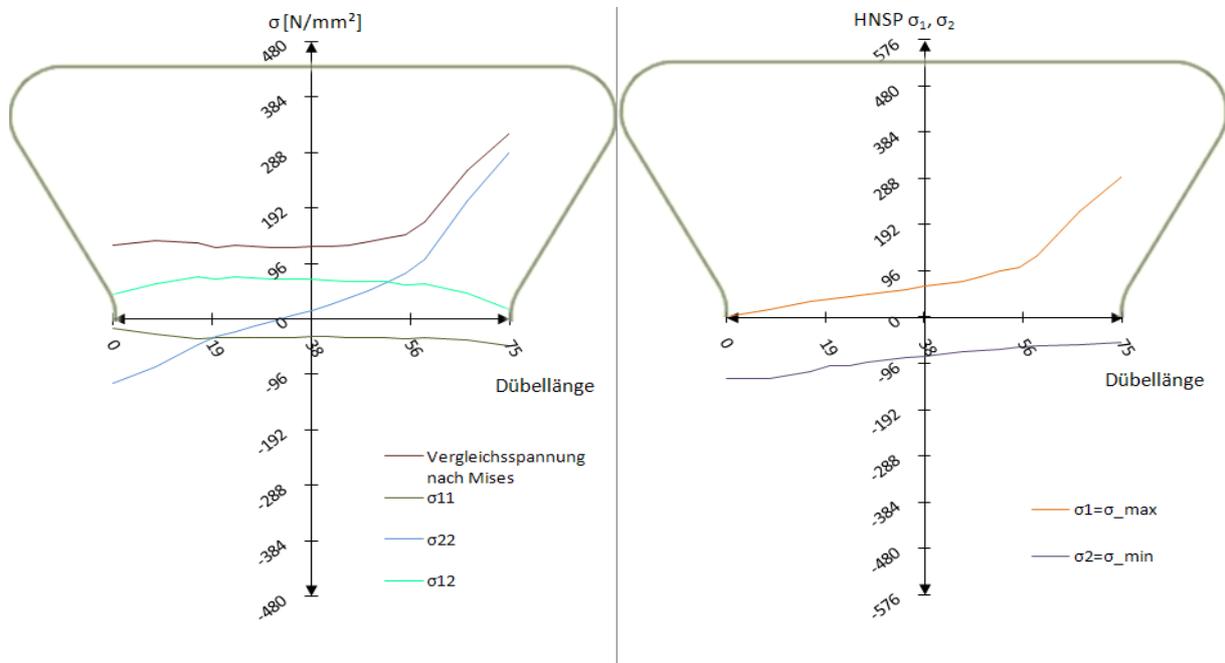


Abb. 6.11: Schnitt 4: Spannungen σ_{ij} und Hauptnormalspannungen $\sigma_{\max}/\sigma_{\min}$ beim Betonmodell, $t_0=1124 \text{ kN/lfm}$

Schnitt 4 in Abb. 6.11 ist Schnitt 3 sehr ähnlich. Am auffallendsten sind die deutlichen Spannungskonzentrationen am rechten Dübelzahnrund, besonders die der Komponente σ_{22} . Hauptnormalspannungen sind ebenfalls von der Spannungsspitze am rechten Rand betroffen, was hinsichtlich des Ermüdungsverhaltens relevant ist.

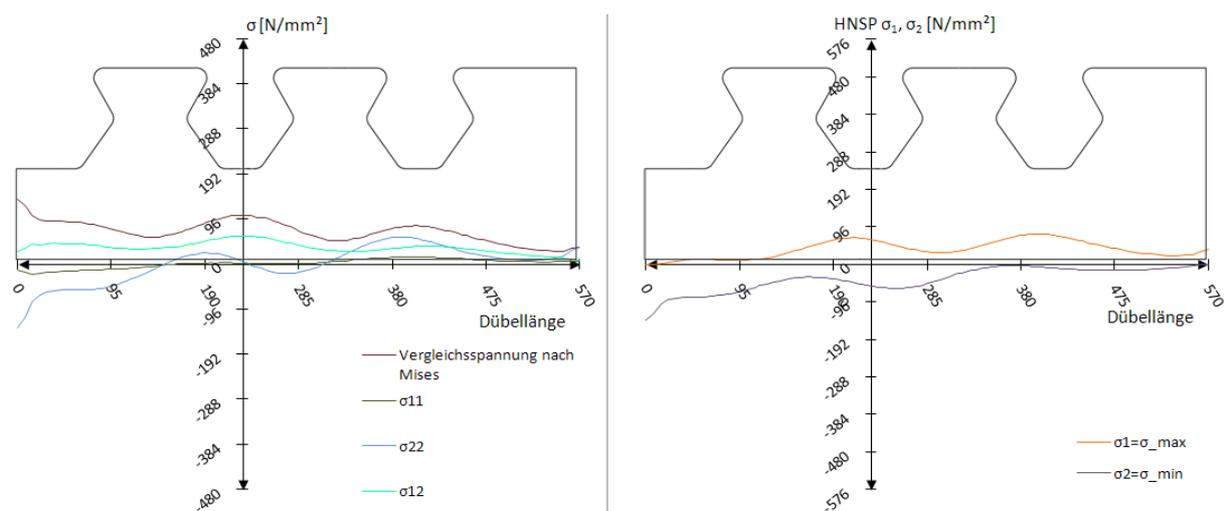


Abb. 6.12: Schnitt Dübelunterseite: Spannungen σ_{ij} und Hauptnormalspannungen $\sigma_{\max}/\sigma_{\min}$ beim Betonmodell, $t_0=1124 \text{ kN/lfm}$

An der Dübelunterseite sind in Abb. 6.12 an den Enden der Dübelleiste Spannungsspitzen zu erkennen. Sie rühren aus der Lasteinleitung her und geben nicht den Verlauf im Bereich unterhalb eines Dübelzahns wieder. Dieser ist, verglichen mit den Ergebnissen in Schnitt 1 bis 4, für alle Spannungskomponenten wesentlich ausgeglichener. Es findet demnach innerhalb von 90 mm zwischen dem Dübelfuß und der Unterseite der Dübelleiste eine Lastverteilung statt.

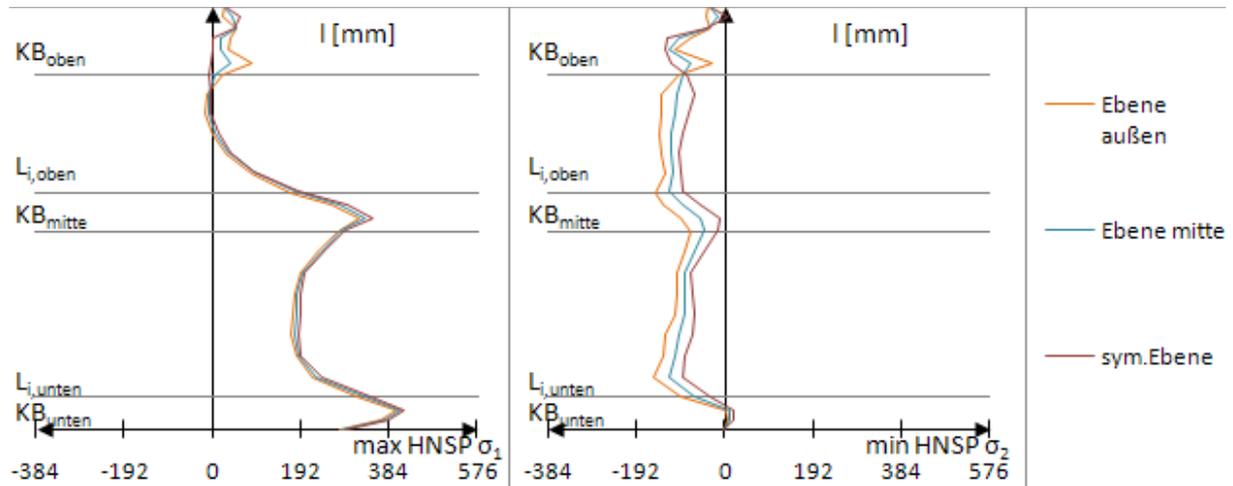


Abb. 6.13: Hauptnormalspannungen an der belasteten, rechten Dübelzahnseite beim Betonmodell, $t_0=1124$ kN/lfm

In Abb. 6.13 sind die Spannungen an der belasteten Kante des mittleren Stahlzahns zu sehen. Die Ergebnisse der verschiedenen Ebenen lt. Abb. 5.2 ähneln sich sehr, was auf einen ebenen Spannungszustand bzw. eine gleichmäßige Pressung hindeutet. Zu erkennen sind Spitzen im Bereich der Abrundungen (KB_{mitte} , KB_{unten}), die auf eine erhöhte Pressung infolge des 3-axial gedrückten Betons (wie Petraschek in [3] angibt) hindeuten. Der Fließbeginn stellt sich am belasteten Rand auf Höhe des Schnitts 1 ein. Dieser wird durch die zur Lastabtragung nötigen, dort wirkenden Schub- und Normalspannungen verursacht. In weiterer Folge erweitert sich der Fließbereich auf Höhe des Schnitts 4, zu einem großen Anteil verursacht durch den direkten, lokalen Druck des Betons auf den mittleren Kreisbogen KB_{mitte} .

Die Diagramme in Abb. 6.15 beziehen sich auf die in Abb. 5.2 definierten Ebenen. Sie verlaufen entlang eines Pfades an der freien Stahlzahnkante, der in der wahren Länge des verformten Zustands betrachtet wird. Motivation hierfür stellt der Vergleich der Belastungsannahmen der drei Lastmodelle 1, 5 und 6 mit den Spannungen, die bei der FE-Analyse des Betonmodells in der Kontaktfläche zwischen Stahlzahn und Betondübel auftreten, dar. Die Betrachtung im verformten Zustand erfolgt aufgrund der großen Deformationen.

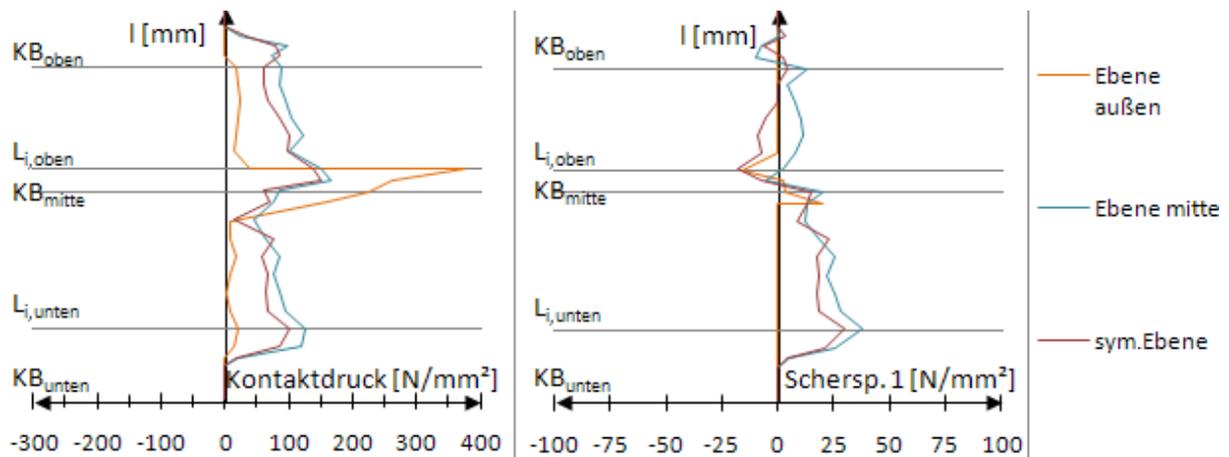


Abb. 6.14: Kontaktdruck an der belasteten, rechten Dübelzahnseite beim Betonmodell, $t_0=1124 \text{ kN/lfm}$

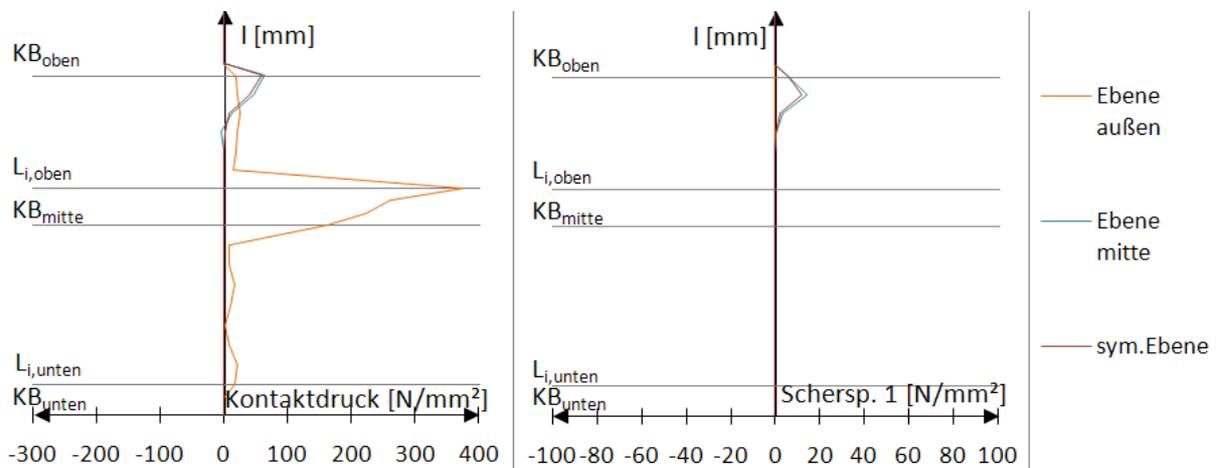


Abb. 6.15: Kontaktdruck an der unbelasteten, linken Dübelzahnseite beim Betonmodell, $t_0=1124 \text{ kN/lfm}$

Abb. 6.14 und Abb. 6.15 zeigen die Verläufe von Kontaktdruck und Scherspannung, die sich in der Kontaktfuge zwischen Beton und Stahl ergeben. Es sind sprunghafte Verläufe des Kontaktdrucks in der „Ebene außen“ zu erkennen. Eine mögliche Ursache für solche Verläufe sind Unstetigkeiten in der Kontaktfuge des FE-Betonmodells, oder eine nicht absolut realitätsgetreue Abbildung der Rissbildung. Ein Vergleich der soeben angeführten Diagramme mit jenen der Modelle 1, 5 und 6 erfolgt in Kapitel 10. Da zu diesem Vergleich die „Ebene mitte“ herangezogen wird, ist der sprunghafte Verlauf der „Ebene außen“ im Bereich des mittleren Kreisbogens KB_{mitte} unwesentlich. Lässt man diese Ebene außer Acht, zeigt sich ein sehr geringer Kontaktdruck an der unbelasteten, linken Kante im oberen Bereich der oberen Geraden $I_{G,\text{oben}}$. Die Scherspannung 1 hat denselben Verlauf wie der Kontaktdruck, beträgt allerdings nur ca. 25% von diesem. An der belasteten Kante beträgt der Kontaktdruck entlang der Geraden ungefähr 100 N/mm^2 und weist ein Maximum im Bereich des mittleren Kreisbogens auf. Er besitzt zum Zeitpunkt t_0 einen nach unten hin zunehmenden, trapezförmigen Verlauf entlang beider Geraden $I_{G,\text{oben}}$, bzw. $I_{G,\text{unten}}$.

6.3 Ergebnisse: Zeitpunkt t_1

Versuchslast: $P_{el}=1548$ kN/lfm

Horizontalverschiebung: $\delta=0,53$ mm

Am Ende des linear-elastischen Bereichs der Dübelkennlinie bei $P_{el}=1548$ kN/lfm sollen die Spannungen für einen späteren Vergleich mit den Modellen ohne Berücksichtigung des Betons festgehalten werden.

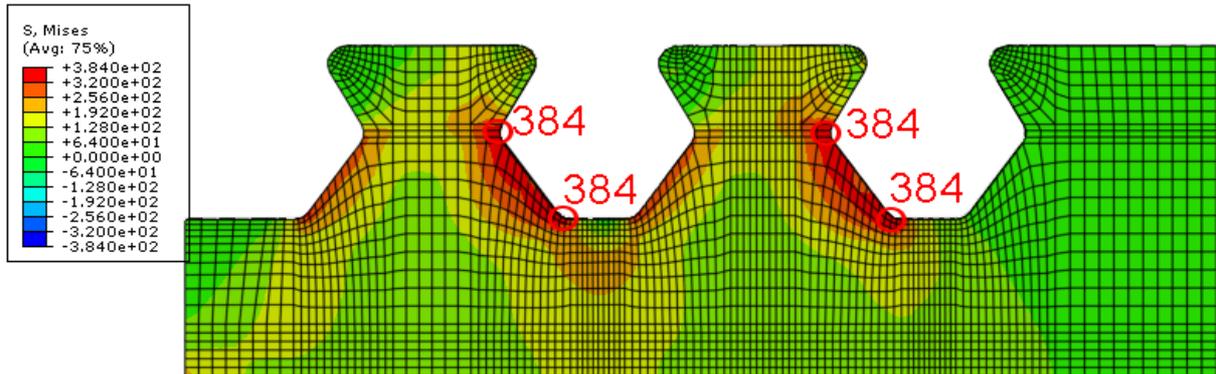


Abb. 6.16: Vergleichsspannung σ_v [N/mm²] beim Betonmodell, $t_1=1548$ kN/lfm

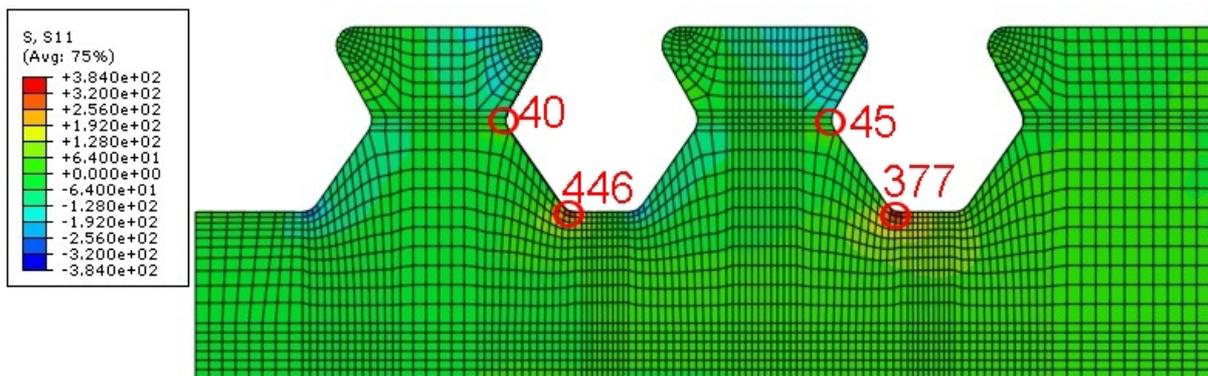


Abb. 6.17: σ_{11} [N/mm²] (in Höhenrichtung) beim Betonmodell, $t_1=1548$ kN/lfm

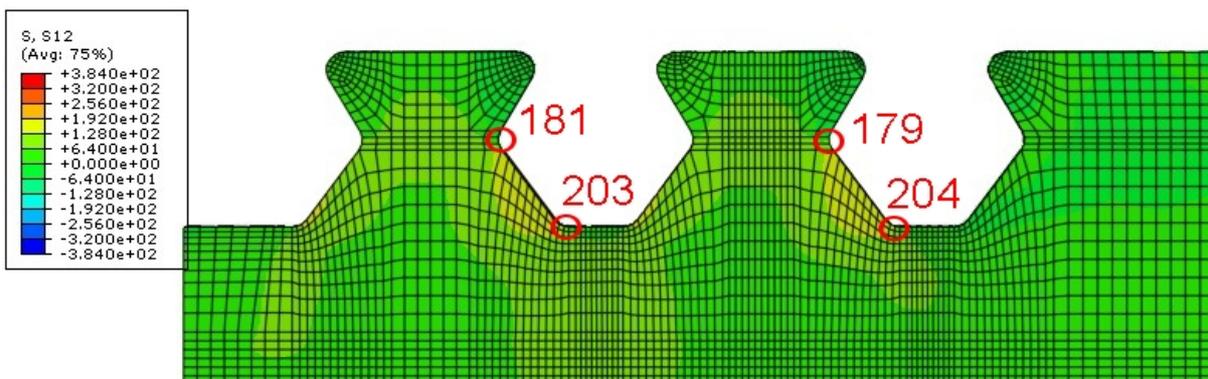


Abb. 6.18: σ_{12} [N/mm²] beim Betonmodell, $t_1=1548$ kN/lfm

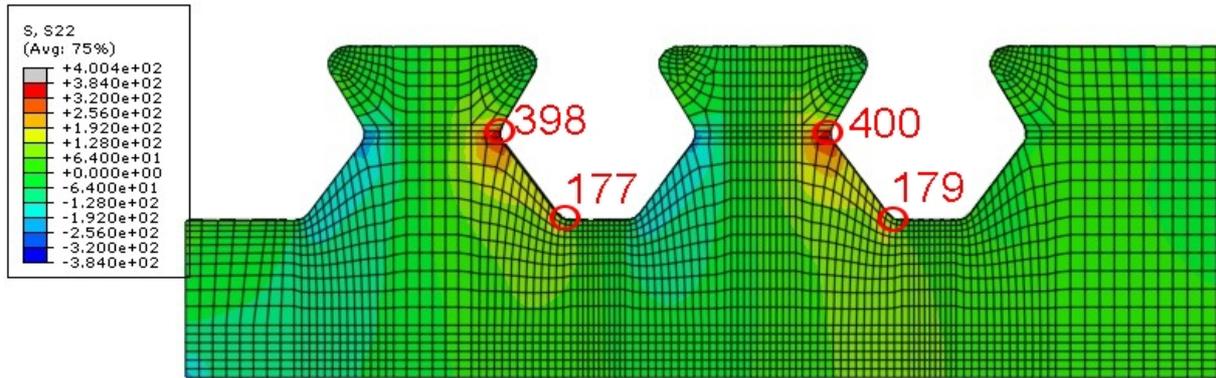


Abb. 6.19: σ_{22} [N/mm²] beim Betonmodell, $t_1=1548$ kN/lfm

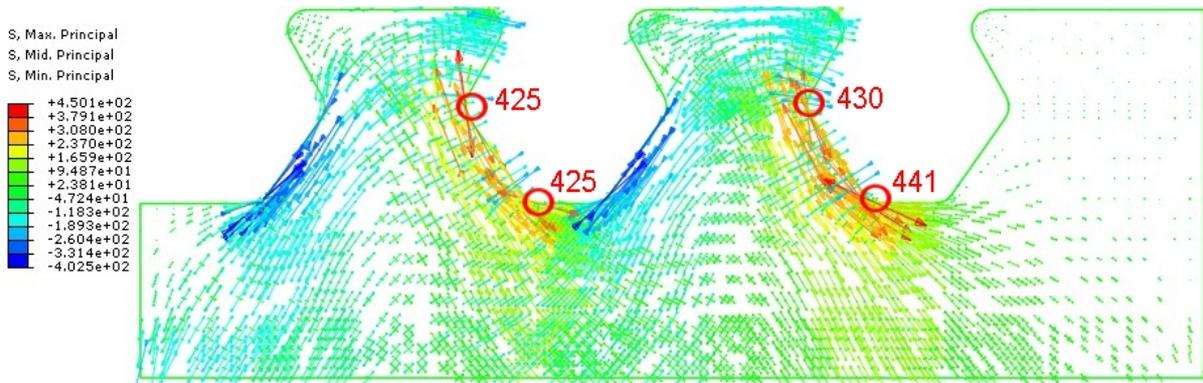


Abb. 6.20: Hauptnormalspannungen [N/mm²] beim Betonmodell, $t_1=1548$ kN/lfm

In Abb. 6.16 ist die Ausweitung der Fließebene vom unteren Kreisbogen KB_{unten} und dem mittleren KB_{oben} auf die untere, belastete Stahlzahnkante $l_{G,\text{unten}}$ gut zu erkennen. Es steigen zu diesem Lastzeitpunkt die Zugspannungen σ_{11} in Abb. 6.17 am belasteten Rand des Schnitts 1 weiter an. Dies gilt ebenso für die Druckspannungen im Bereich der oberen rechten Dübelecke. Abb. 6.19 zeigt die vertikale Spannungskonzentration am belasteten, mittleren Kreisbogen KB_{mitte} und die zunehmenden vertikalen Druckspannungen auf der gegenüberliegenden, unbelasteten Seite deutlich.

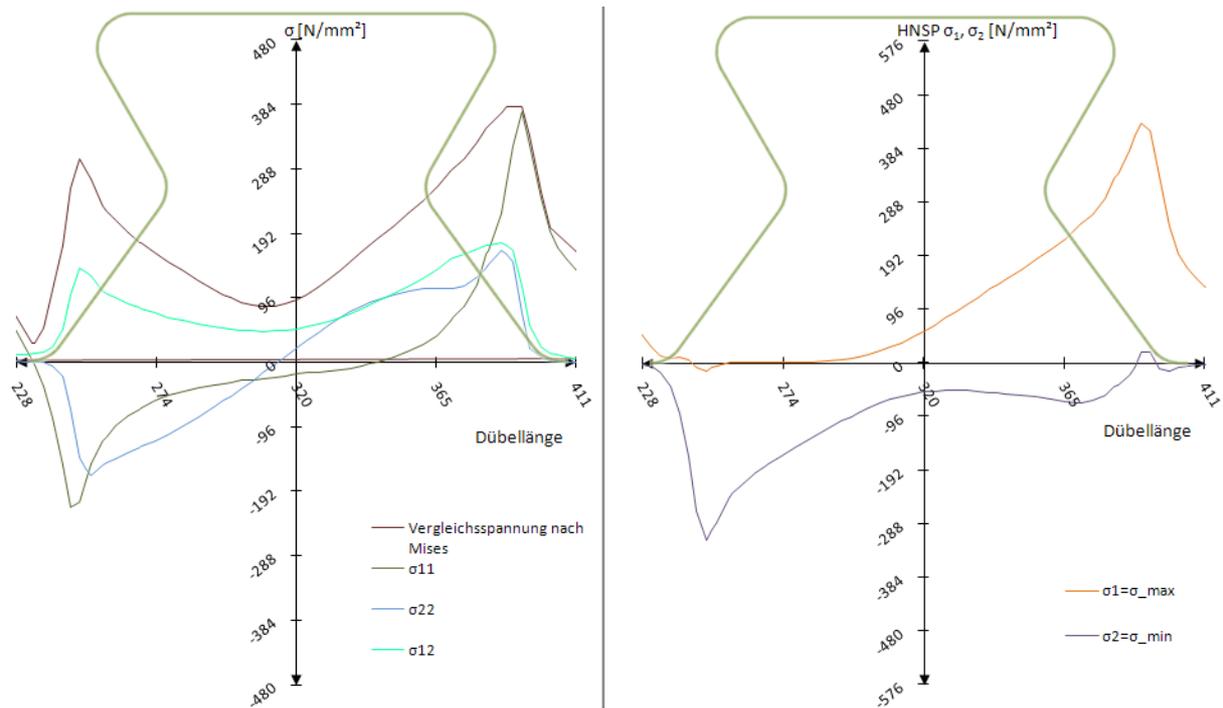


Abb. 6.21: Schnitt 1: Spannungen σ_{ij} und Hauptnormalspannungen $\sigma_{\max}/\sigma_{\min}$ beim Betonmodell, $t_1=1548$ kN/lfm

Abb. 6.21 zeigt die Spannungsverläufe innerhalb von Schnitt 1. Es sind die Spitzen der Vergleichsspannung nach Mises und der maximalen Hauptnormalspannung σ_1 auf der belasteten Seite des Stahlzahns erkennbar. Die Spannungen σ_{11} und σ_{12} weisen Spitzen an beiden Stahlzahnkanten auf.

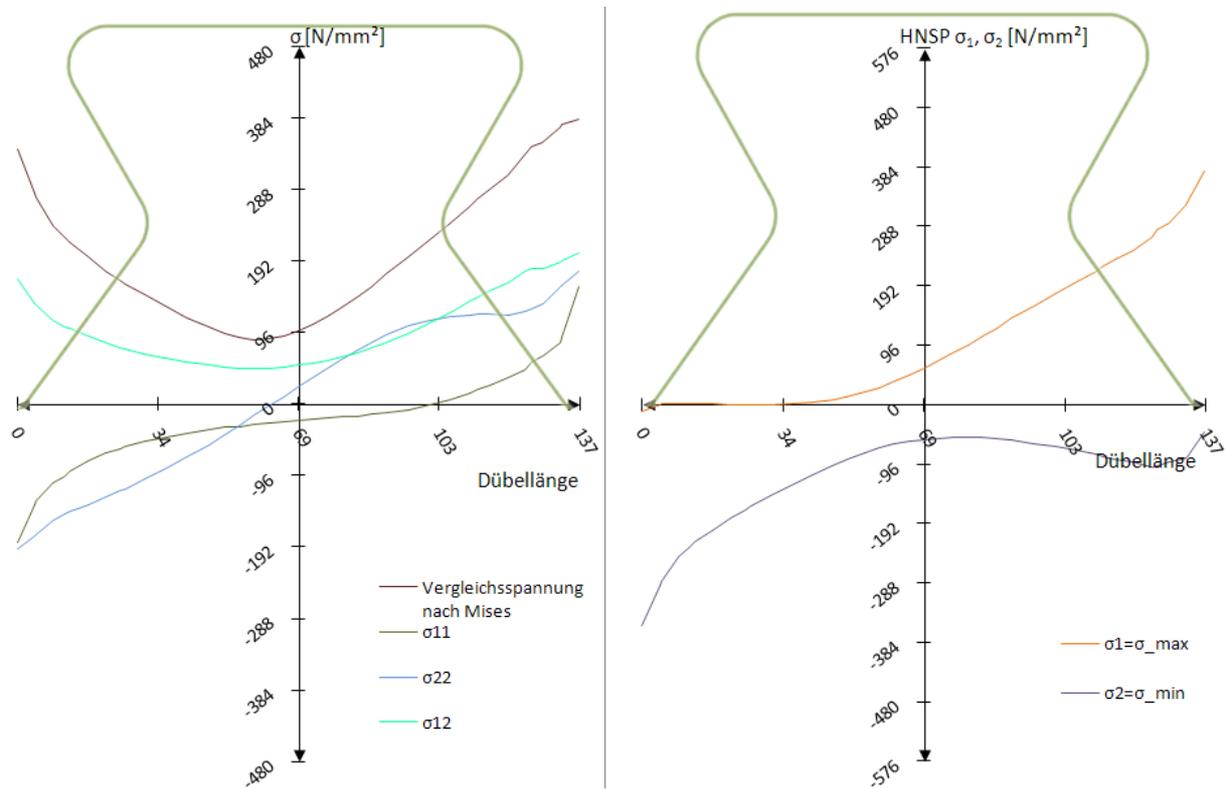


Abb. 6.22: Schnitt 2: Spannungen σ_{ij} und Hauptnormalspannungen $\sigma_{max}/\sigma_{min}$ beim Betonmodell, $t_1=1548$ kN/lfm

In Schnitt 2 in Abb. 6.22 wird die Fließgrenze örtlich erreicht, es zeigt sich aber noch kein plastisches Fließplateau. Die vertikalen Spannungen σ_{22} verlaufen linear, mit Ausnahme eines kleinen Plateaus unterhalb der Geraden $I_{G,unten}$ an der belasteten, rechten Seite. Die maximale Hauptnormalspannung σ_1 ist um 1/3, das sind ca. 90 N/mm², größer als die zum Zeitpunkt t_{el} .

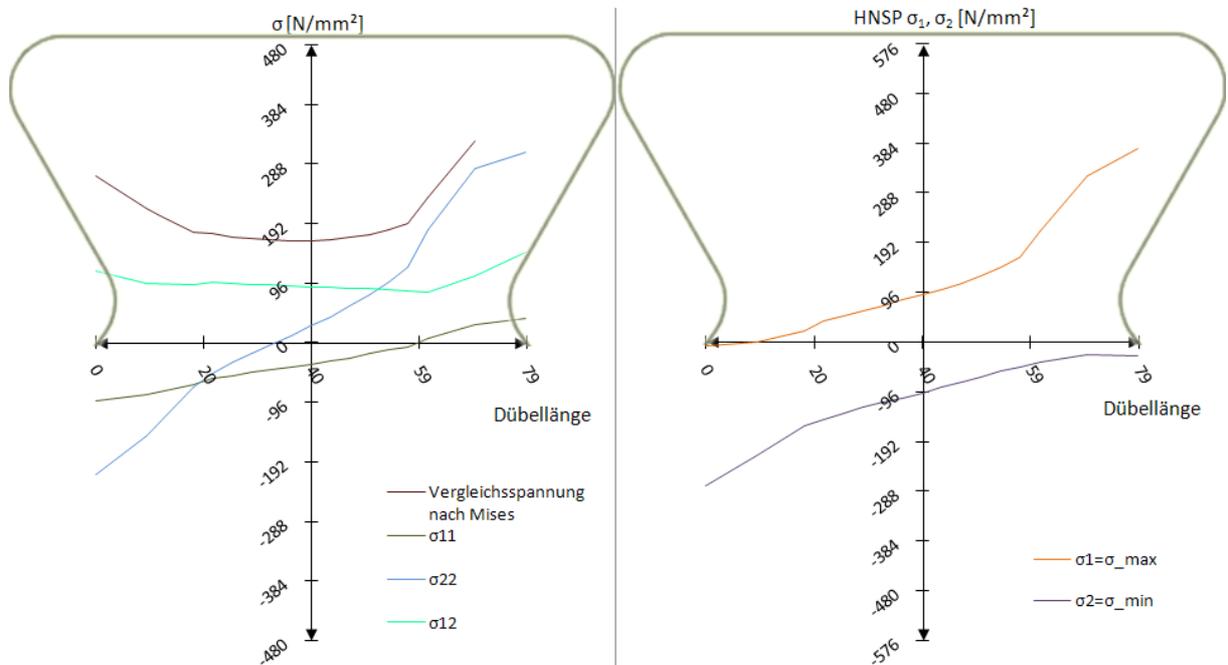


Abb. 6.23: Schnitt 3: Spannungen σ_{ij} und Hauptnormalspannungen $\sigma_{max}/\sigma_{min}$ beim Betonmodell, $t_1=1548$ kN/lfm

Die Vertikalspannungen σ_{22} , bzw. die Horizontalspannungen σ_{11} beschreiben in Schnitt 3 und 4 einen linearen Verlauf (siehe Abb. 6.23). Schubspannungen sind gleichmäßig über den Querschnitt verteilt. Die Fließgrenze am rechten Rand des Schnitts 3 wird gerade erreicht.

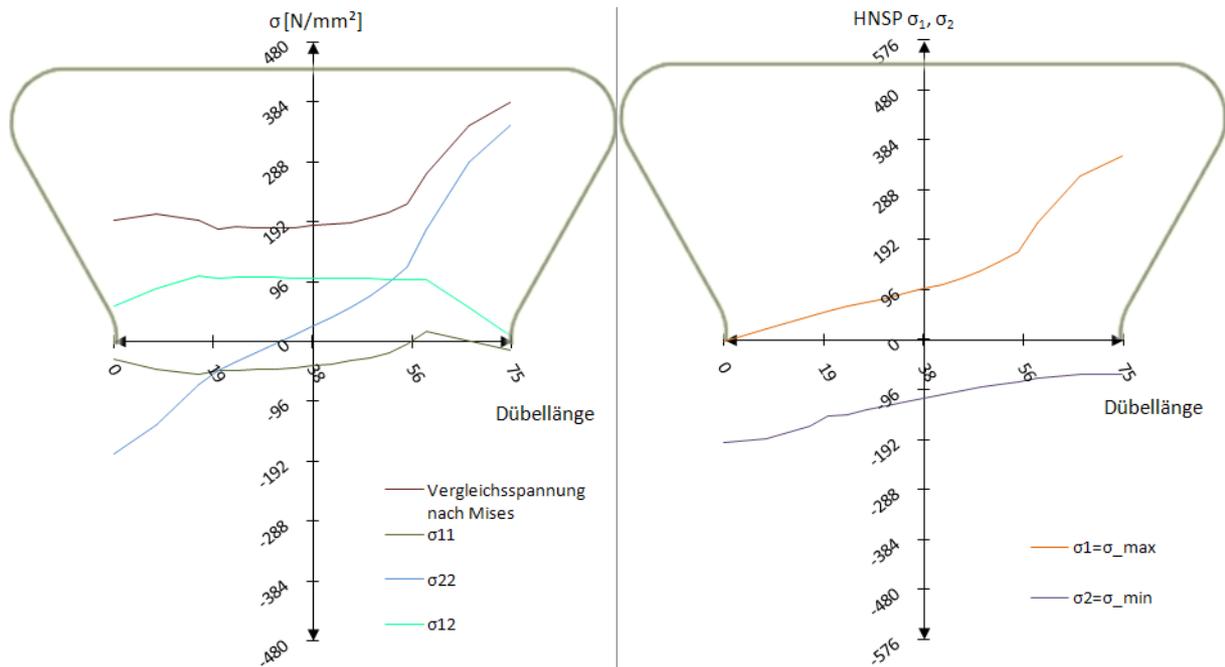


Abb. 6.24: Schnitt 4: Spannungen σ_{ij} und Hauptnormalspannungen $\sigma_{\max}/\sigma_{\min}$ beim Betonmodell, $t_1=1548 \text{ kN/lfm}$

In den Schnitten 3-3 und 4-4 verteilen sich die Spannungen bedingt durch den geringen Querschnitt und der somit kleineren Steifigkeit gleichmäßiger. Ebenfalls wie in Schnitt 3 wird in Schnitt 4 (siehe Abb. 6.24) die Fließgrenze an der belasteten Stahlzahnkante erreicht. Schubspannungen σ_{12} werden von beiden Kanten in die Mitte des Dübelzahns umgelagert. Beide Hauptnormalspannungen sind am belasteten Rand am größten und nehmen zur unbelasteten Kante hin kontinuierlich ab.

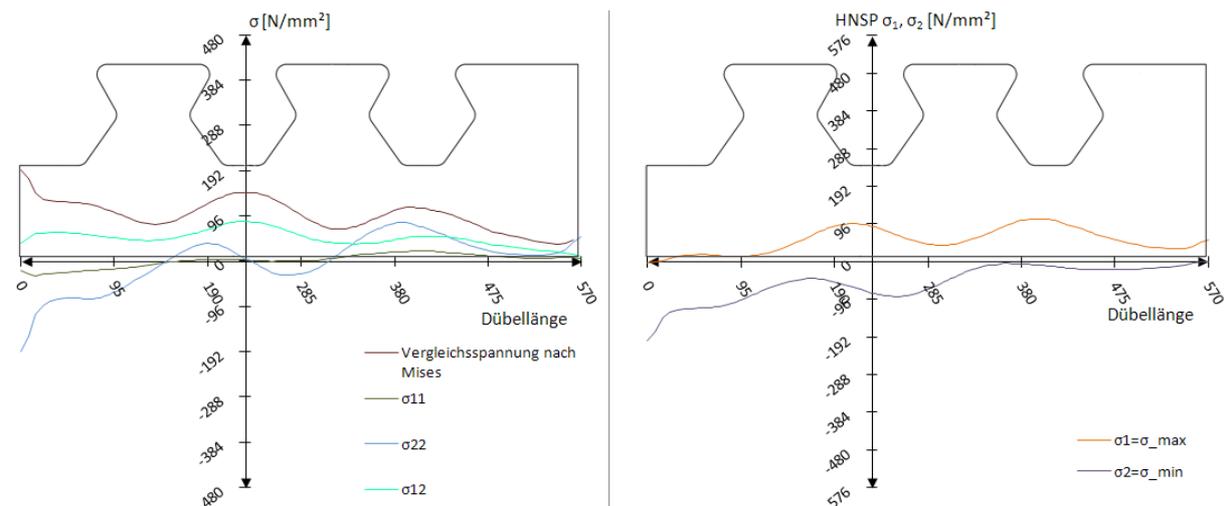


Abb. 6.25: Schnitt Dübelunterseite: Spannungen σ_{ij} und Hauptnormalspannungen $\sigma_{\max}/\sigma_{\min}$ beim Betonmodell, $t_1=1548 \text{ kN/lfm}$

In Abb. 6.25 ist zu erkennen, dass sich die Vertikalspannung σ_{22} von max. 180 N/mm^2 in

Schnitt 1 auf max. 96 N/mm² an der Dübelunterseite infolge der Lastausbreitung vermindert hat. Ebenso gleichmäßig werden die Schubspannungen σ_{12} aufgenommen, welche im Durchschnitt ca. 75 N/mm² betragen. Die Spannung in Längsrichtung σ_{11} ist nahezu Null, die Hauptzugspannung beträgt zwischen den Dübelzähnen ca. 96 N/mm². Die Hauptdruckspannung erreicht ihr Maximum (-96 N/mm²) unterhalb der unbelasteten, linken Ausrundung des Dübelzahns KB_{unten}.

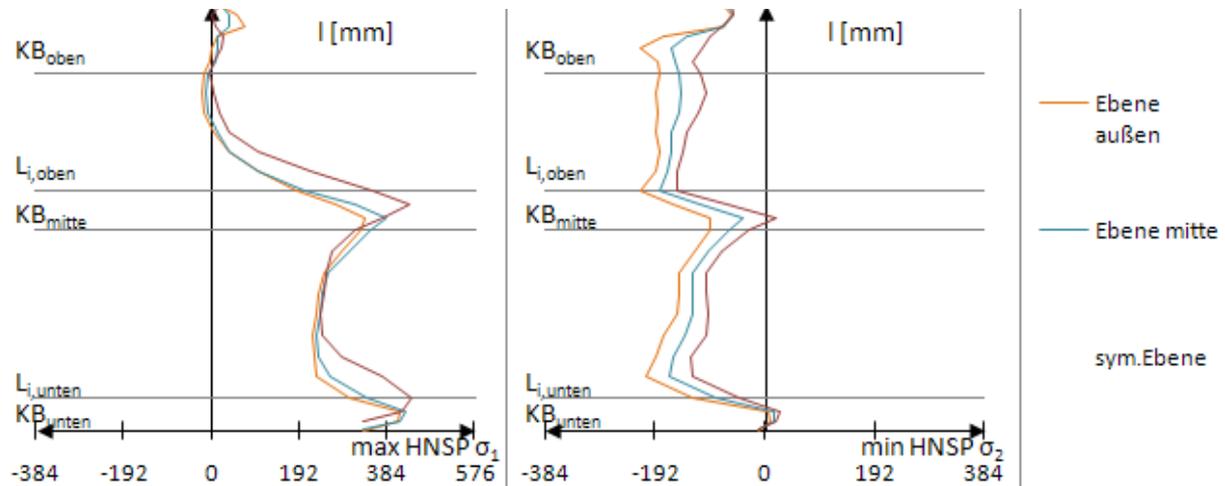


Abb. 6.26: Hauptnormalspannungen an der belasteten, rechten Dübelzahnseite beim Betonmodell, $t_1=1548$ kN/lfm

Entlang der belasteten Stahlzahnkante in Abb. 6.26 erreicht die Hauptzugspannung ca. 384 N/mm², die Hauptdruckspannung ca. 192 N/mm². Im Allgemeinen weisen sie einen qualitativ ähnlichen Verlauf wie zum Zeitpunkt t_0 auf. Die Werte der Spannungen sind jedoch um 50-100 N/mm² (ca. 25-50%) höher.

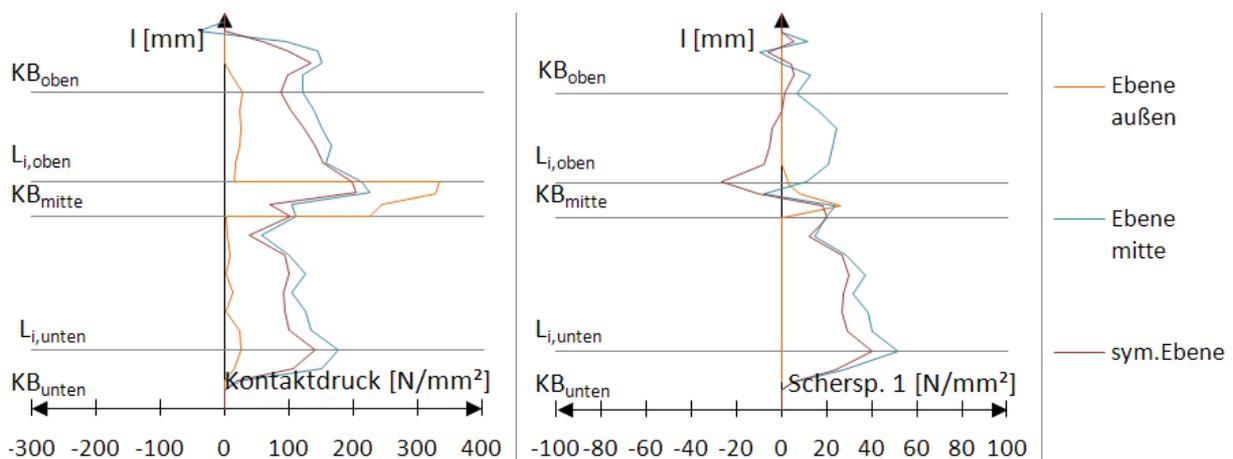


Abb. 6.27: Kontaktdruck an der belasteten, rechten Dübelzahnseite beim Betonmodell, $t_1=1548$ kN/lfm

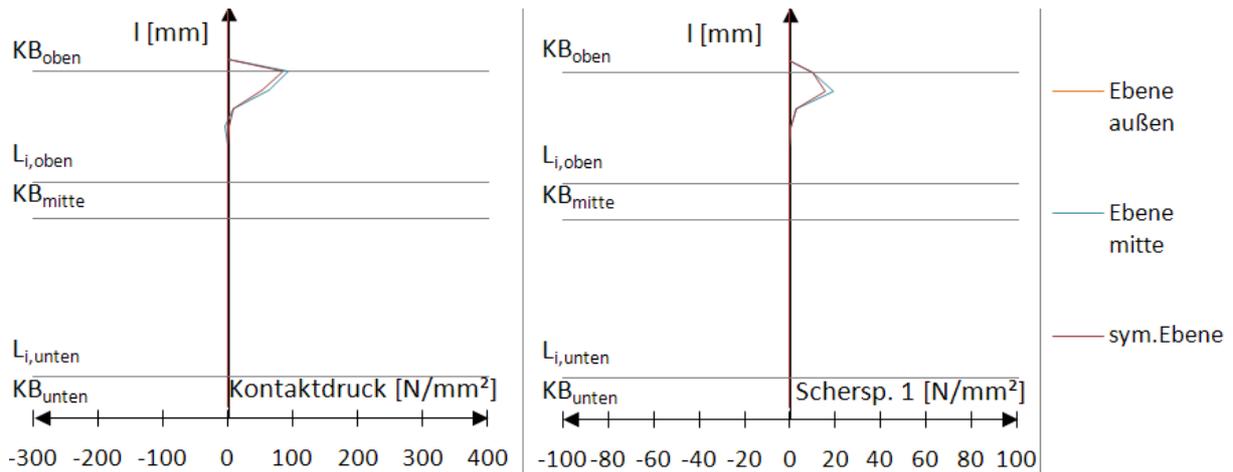


Abb. 6.28: Kontaktdruck an der unbelasteten, linken Dübelzahnseite beim Betonmodell, $t_1=1548 \text{ kN/lfm}$

Zum Zeitpunkt t_1 (siehe Abb. 6.27) geht noch deutlicher als zum Zeitpunkt t_0 hervor, dass der Kontaktdruck nicht, wie in Kapitel 7, 8 und 9 angenommen, konstant auf die obere Gerade wirkt, sondern mit trapezförmiger Verteilung. Ein deutlich erhöhter Kontaktdruck der „Ebene außen“ im Vergleich zu den anderen Ebenen ist im Bereich des mittleren Kreisbogens zu erkennen. Auf der unteren Geraden $l_{G,unten}$ ist der Kontaktdruck betragsmäßig etwa gleichgroß wie auf der oberen Geraden $l_{G,oben}$ und er weist ebenfalls einen trapezförmigen Verlauf auf. Nach Laststeigerung auf 1548 kN/lfm ändert sich der Verlauf des Kontaktdrucks entlang der unbelasteten Stahlzahnkante nicht, allerdings steigt der Maximalwert auf ca. 120 N/mm^2 .

Bei einem Vergleich beider Zeitpunkte t_0 und t_1 ist zu erkennen, dass bei Laststeigerung die Vergleichsspannung σ_v nach Mises am rechten belasteten Rand des Dübelzahns besonders ansteigt und erst nach Erreichen der Fließgrenze auf den restlichen Stahlquerschnitt umgelagert wird.

6.4 Ergebnisse: Zeitpunkt t_2

Versuchslast: $P_{max}=2932 \text{ kN/lfm}$

Horizontalverschiebung: $\delta=6,3 \text{ mm}$

Dieser Zeitpunkt entspricht der in der FE-Analyse erreichten Maximallast. Er zeigt die Berechnungsergebnisse bei großen Verformungen.

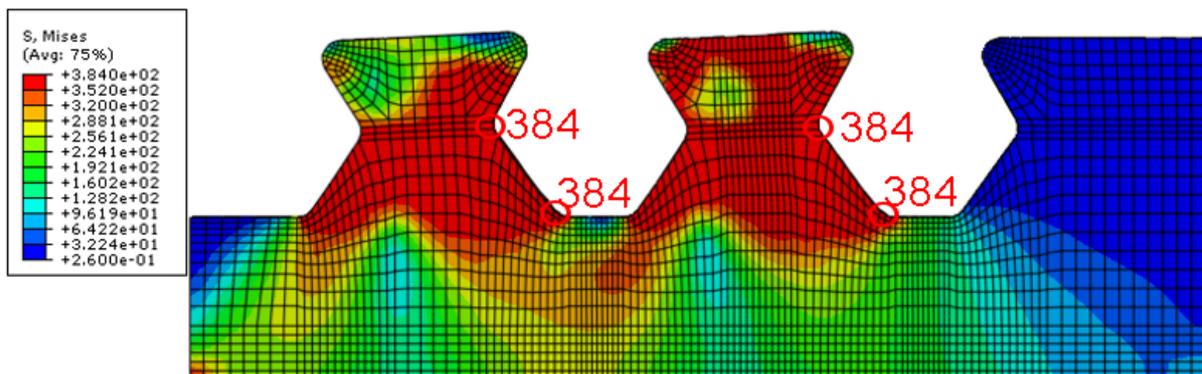


Abb. 6.29: Vergleichsspannung $\sigma_v \text{ [N/mm}^2\text{]}$ beim Betonmodell, $t_2=2932 \text{ kN/lfm}$

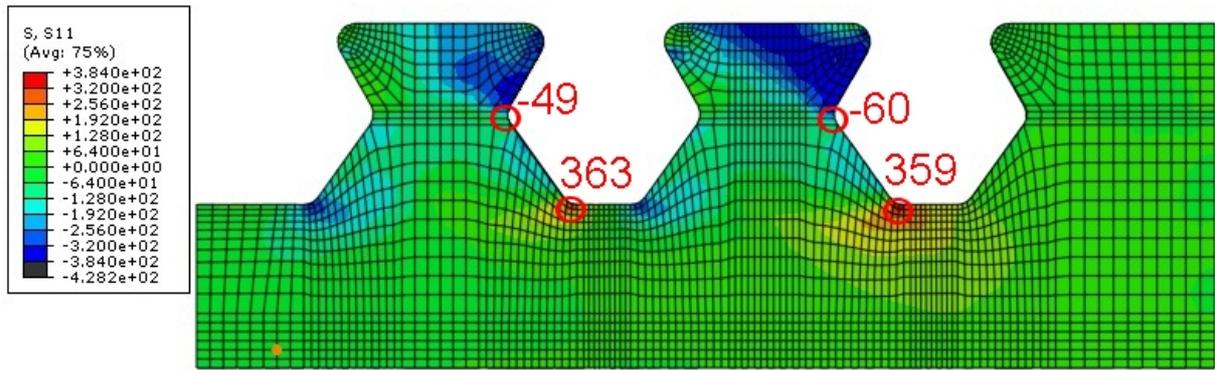


Abb. 6.30: σ_{11} [N/mm²] beim Betonmodell, $t_2=2932$ kN/lfm

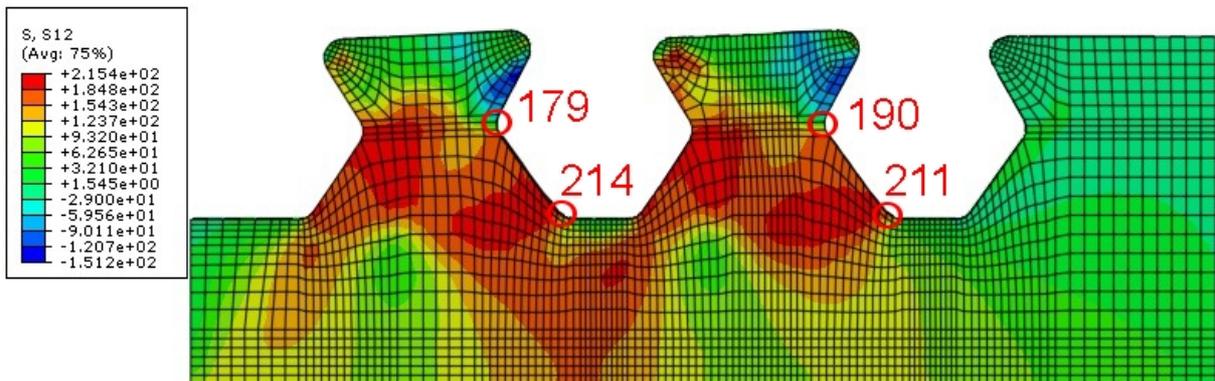


Abb. 6.31: σ_{12} [N/mm²] beim Betonmodell, $t_2=2932$ kN/lfm

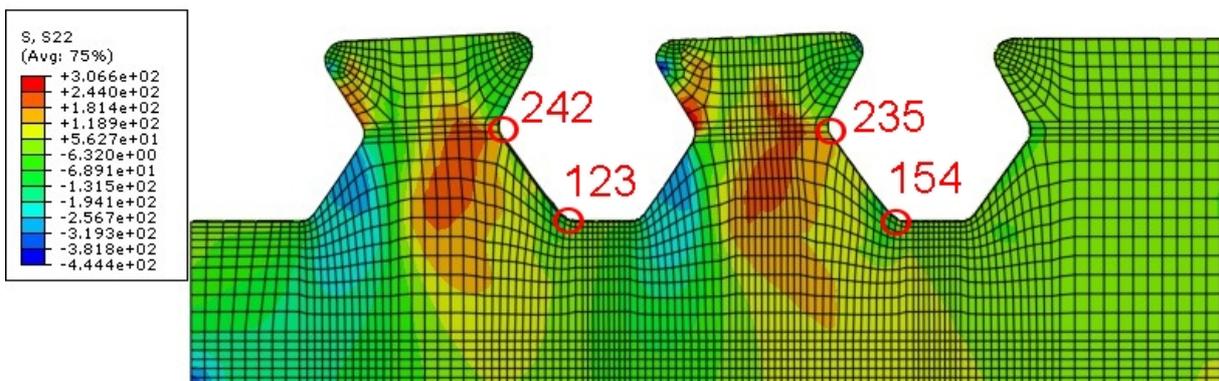


Abb. 6.32: σ_{22} [N/mm²] beim Betonmodell, $t_2=2932$ kN/lfm

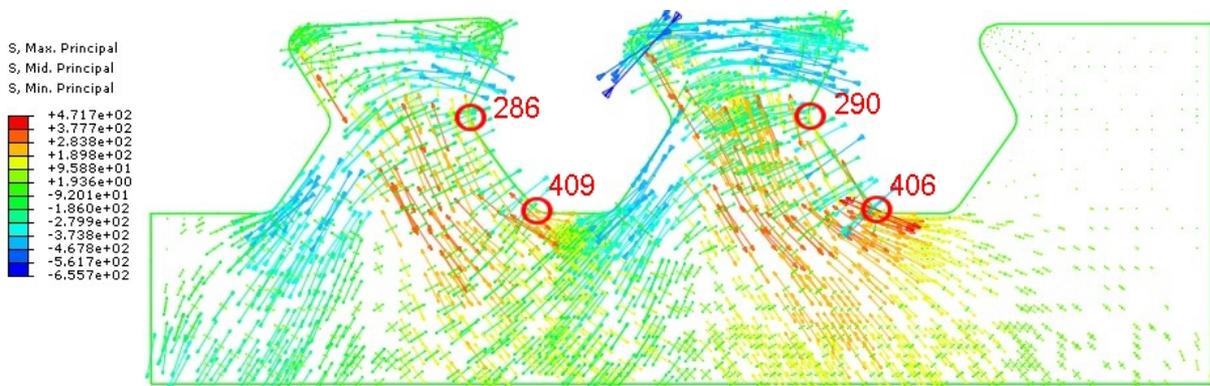


Abb. 6.33: Hauptnormalspannungen [N/mm²] beim Betonmodell, $t_2=2932$ kN/lfm

Bei Erreichen der maximalen plastischen Tragfähigkeit ist in Abb. 6.29 zu erkennen, dass der Dübelzahn völlig durchplastiziert ist. Lediglich an den oberen Ecken und unterhalb des Schnitts 1 ist die Fließgrenze noch nicht erreicht. Abb. 6.31 zeigt, dass die Aufnahme der Schubkräfte vor allem im Bereich der unteren Ausrundung KB_{unten} erfolgt. Sie nimmt in Richtung unbelasteter Kante immer weiter ab. Wie auch zum Zeitpunkt t_0 erzeugen horizontale Spannungen σ_{11} entlang der oberen Geraden $I_{G,\text{oben}}$ Druck und im unteren Kreisbogen KB_{unten} Zug. Die maximalen Hauptnormalspannungen im Zugbereich (siehe Abb. 6.33) orientieren sich entlang der belasteten Stahlzahnkante, verlagern sich aber im Gegensatz zum Zeitpunkt t_1 in die Dübelmitte. Hauptdruckspannungen bilden sich orthogonal dazu im Bereich der Dübelzahnkante aus. Sie werden durch die Auflast hervorgerufen.

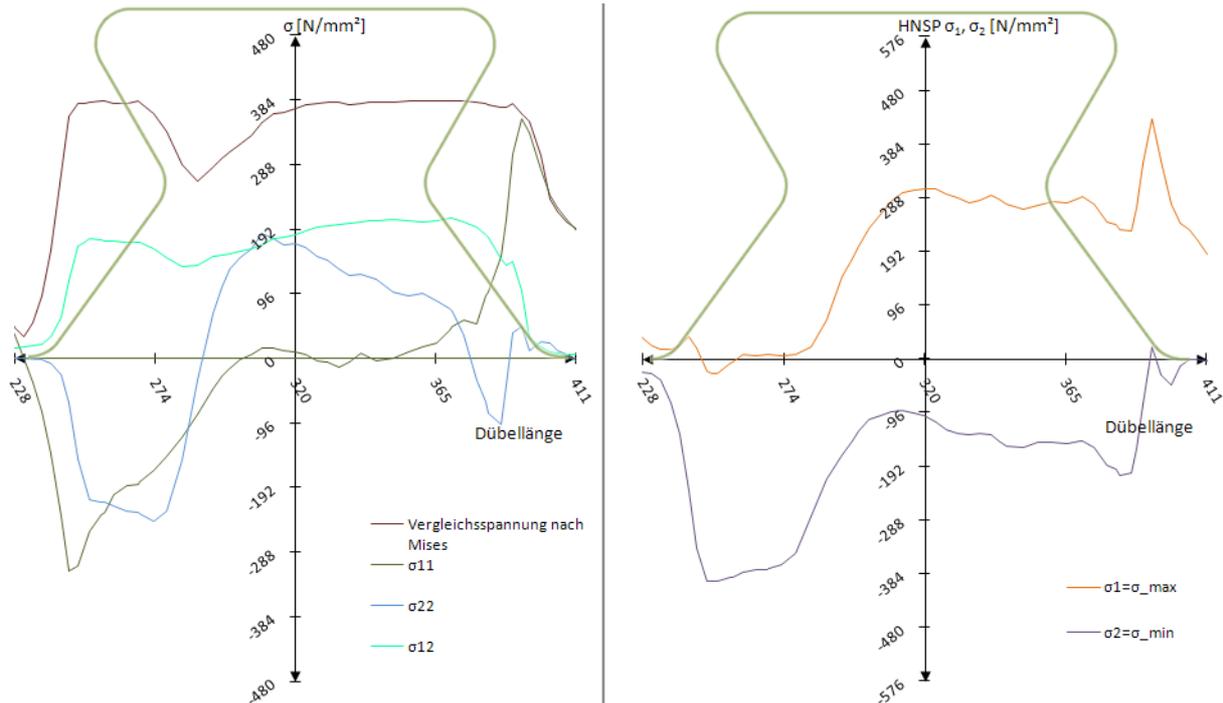


Abb. 6.34: Schnitt 1: Spannungen σ_{ij} und Hauptnormalspannungen $\sigma_{\text{max}}/\sigma_{\text{min}}$ beim Betonmodell, $t_2=2932$ kN/lfm

Das schon beschriebene Durchplastizieren des Stahlzahns ist in Abb. 6.34 ersichtlich. Auf der gesamten Länge von Schnitt 1 wird nahezu überall die Fließgrenze erreicht. Die Spannungen σ_{11} und σ_{22} weisen keinen linearen Verlauf wie zum Zeitpunkt t_0 auf. Auf der Druck- und Zugseite kommt es zur Ausbildung lokaler Spannungsspitzen. Die Hauptnormalspannungen überschreiten im unteren Kreisbogen KB_{unten} die Fließgrenze von 384 N/mm^2 . Die Maximalwerte ergeben sich erwartungsgemäß an der Stelle der Druck- und Zugbereiche.

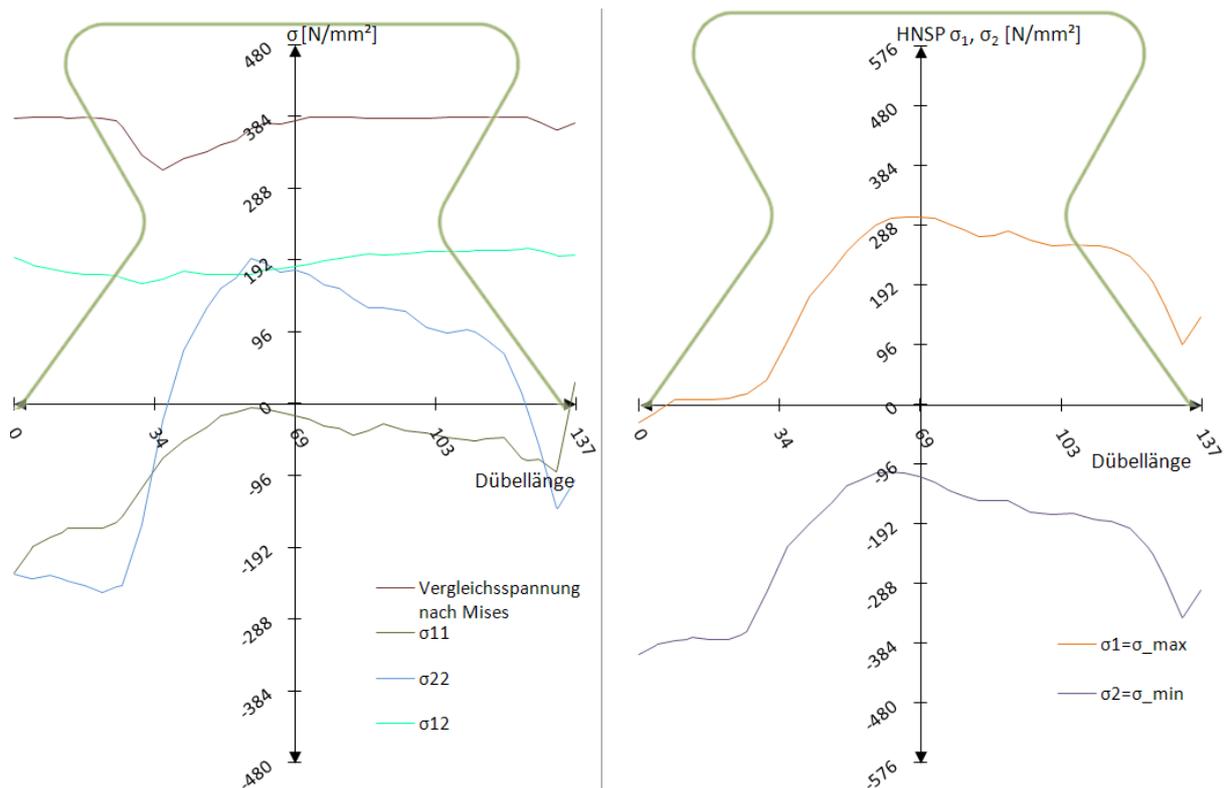


Abb. 6.35: Schnitt 2: Spannungen σ_{ij} und Hauptnormalspannungen $\sigma_{\text{max}}/\sigma_{\text{min}}$ beim Betonmodell, $t_2=2932 \text{ kN/lm}$

In Schnitt 2 (siehe Abb. 6.35) liegt die Vergleichsspannung beinahe an jeder Stelle des Querschnitts auf Höhe der Fließgrenze. Das dementsprechend „weiche“ Systemverhalten hat große plastische Umlagerungen zur Folge. Bei Betrachtung der Hauptnormalspannungen ist festzustellen, dass sich positive Zugspannungen in die Mitte des Dübelzahns verlagern. Ebenso verlagert sich der Zugbereich der vertikalen Spannung σ_{22} in die Mitte des Dübels und erreicht dort den Maximalwert von ca. 200 N/mm^2 . Die Schubspannung σ_{12} beträgt etwa konstant 190 N/mm^2 .

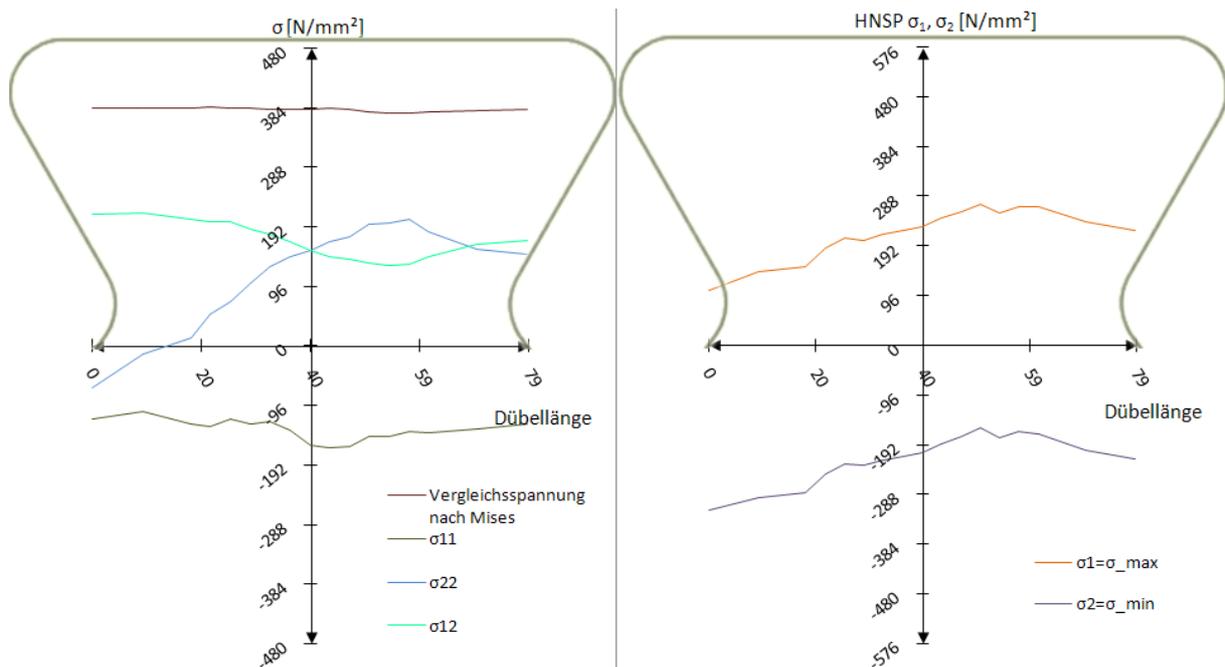


Abb. 6.36: Schnitt 3: Spannungen σ_{ij} und Hauptnormalspannungen $\sigma_{\max}/\sigma_{\min}$ beim Betonmodell, $t_2=2932$ kN/lfm

Schnitt 3 (siehe Abb. 6.36) ist völlig durchplastiziert. Die Spannungen σ_{12} und σ_{11} sind mit max. 200 N/mm^2 bzw. max. 150 N/mm^2 ungefähr doppelt so groß wie zum Zeitpunkt t_1 . Die Hauptnormalspannungen weisen hingegen ähnliche Maximalwerte auf.

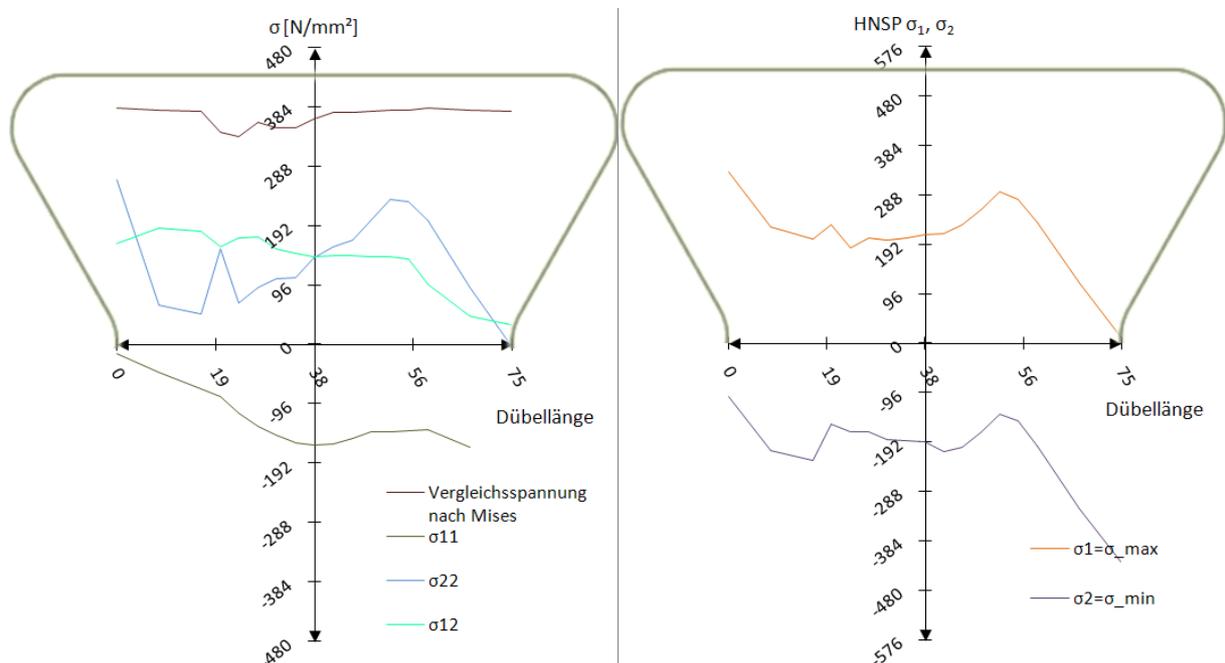


Abb. 6.37: Schnitt 4: Spannungen σ_{ij} und Hauptnormalspannungen $\sigma_{\max}/\sigma_{\min}$ beim Betonmodell, $t_2=2932$ kN/lfm

Die Spannungen in Schnitt 4 (siehe Abb. 6.37) weichen vor allem in Hinblick auf die Spannung σ_{22} und die Hauptnormalspannungen σ_1 bzw. σ_2 von den Ergebnissen in Schnitt 3 ab. Aufgrund der Nähe zu Schnitt 3 zeigen sich sonst keine weiteren Auffälligkeiten.

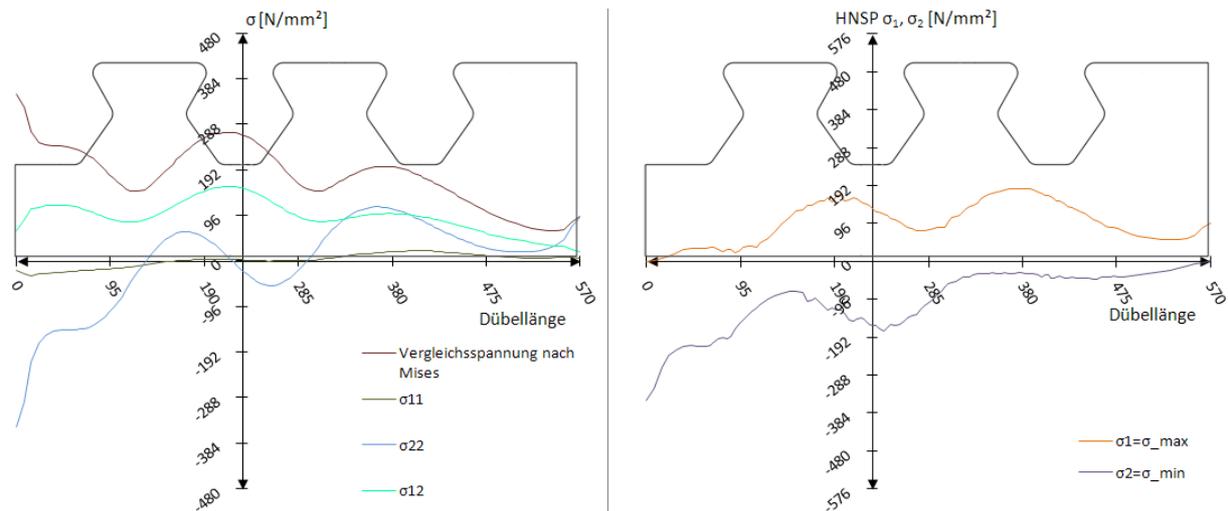


Abb. 6.38: Schnitt Dübelunterseite: Spannungen σ_{ij} und Hauptnormalspannungen $\sigma_{\max}/\sigma_{\min}$ beim Betonmodell, $t_2=2932$ kN/lfm

An der Dübelunterseite in Abb. 6.38 ist der Verlauf aller Spannungskomponenten, im Gegensatz zum Zeitpunkt t_1 , weit ungleichförmiger. Die Vergleichsspannung im Bereich des mittleren Dübelzahns steigt mit einem Maximum von 288 N/mm^2 auf das Doppelte an. Trotzdem kommt es selbst bei großen Verschiebungen im Bereich der Dübelleiste zwischen Dübelunterseite und Dübelfuß nicht zum Fließen. Die Längsschubkräfte werden über die Schubspannung σ_{12} übertragen, die Spannung σ_{11} ist an der Dübelunterseite nahezu Null. Die Maxima der Hauptzug- bzw. der Hauptdruckspannungen betragen ungefähr 192 N/mm^2 bzw. -192 N/mm^2 . Am Verlauf der Vertikalspannungen σ_{22} erkennt man die Auswirkung der Lasteinleitung in die Dübelleiste. Unter der unbelasteten Dübelzahnkante ergeben sich Druckspannungen und in den restlichen Bereichen Zugspannungen.

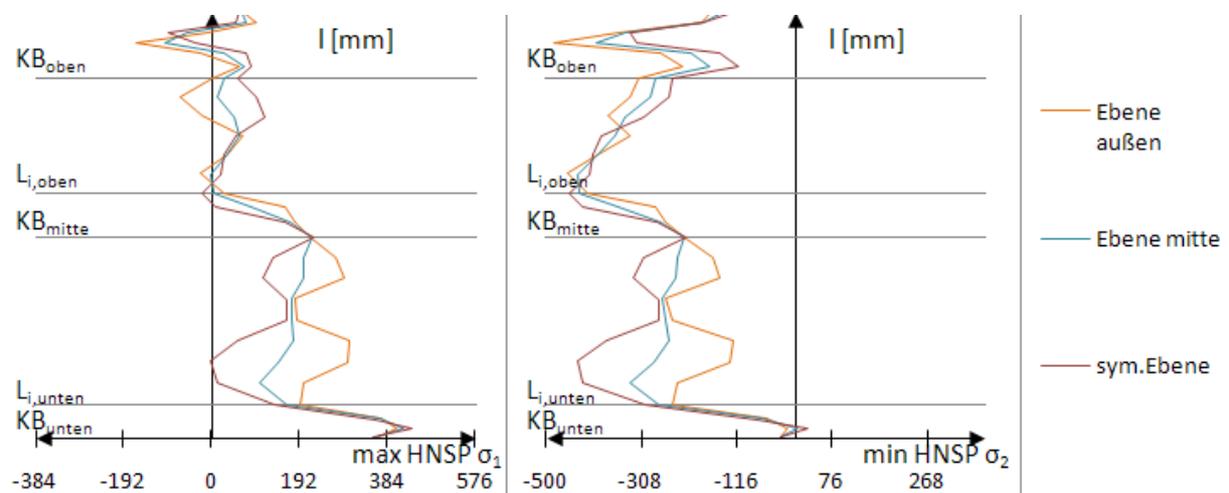


Abb. 6.39: Hauptnormalspannungen an der belasteten, rechten Dübelzahnseite beim Betonmodell, $t_2=2932$ kN/lfm

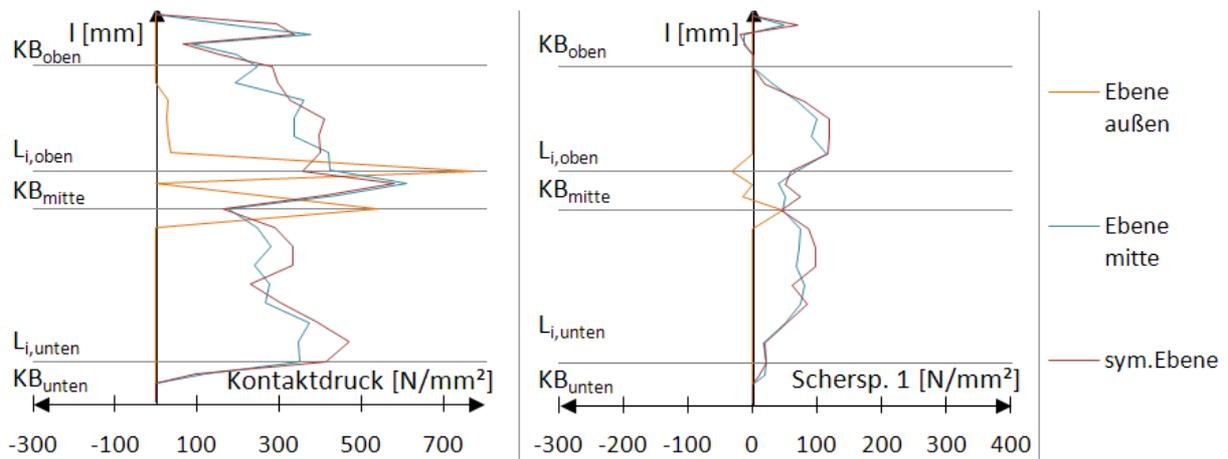


Abb. 6.40: Kontaktdruck an der belasteten, rechten Dübelzahnseite beim Betonmodell, $t_2=2932$ kN/lfm

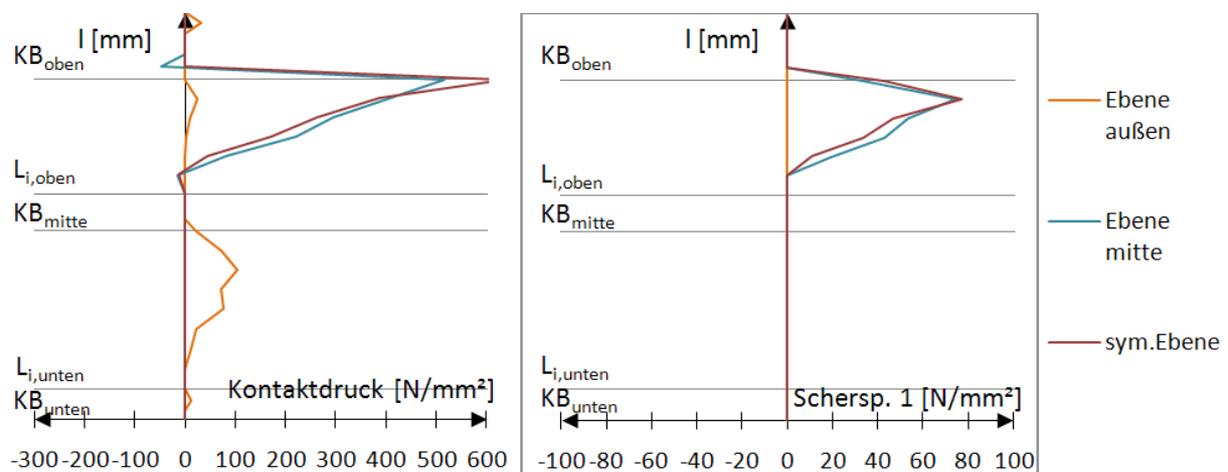


Abb. 6.41: Kontaktdruck an der unbelasteten, linken Dübelzahnseite beim Betonmodell, $t_2=2932$ kN/lfm

Der Pfad „Ebene Mitte“ beschreibt in Abb. 6.39 ungefähr den Mittelwert der maximalen bzw. minimalen Hauptnormalspannung der äußeren und inneren Ebene. In der mittleren Ausrundung tritt der Extremwert von σ_2 bei unter -400 N/mm² auf. Die maximale Hauptnormalspannung an der oberen Gerade $I_{G,oben}$ liegt bei ca. 50 N/mm², die der unteren Gerade $I_{G,unten}$ bei ca. 180 N/mm².

In Abb. 6.40 und Abb. 6.41 ist der Kontaktdruck dargestellt. Die Ergebnisse des Pfades „Ebene außen“ weisen einen sehr sprunghaften Verlauf auf, der wahrscheinlich aus dem äußerst schwer abbildbaren Kontakt zwischen Beton und Stahlzahn herrührt. Dadurch werden einige Knoten nicht, andere sehr stark belastet.

7 Auswertung – Modell 1

7.1 Dübelkennlinie

Die auf die reine Dübelleiste angesetzten Lasten gemäß Kapitel 2.5.2 und 2.5.5 werden linear gesteigert, wie in Abb. 7.1 dargestellt. Es ergibt sich erwartungsgemäß ein nahezu ideal-elastisch ideal-plastischer Verlauf der Dübelkennlinie.

Für die Abhebekennlinie und die dazu benötigte Verschiebung u_2 befindet sich der Kontrollpunkt an der rechten oberen, belasteten Ecke des mittleren Stahlzahns. Dort tritt die maximale Verschiebung in u_2 -Richtung auf.

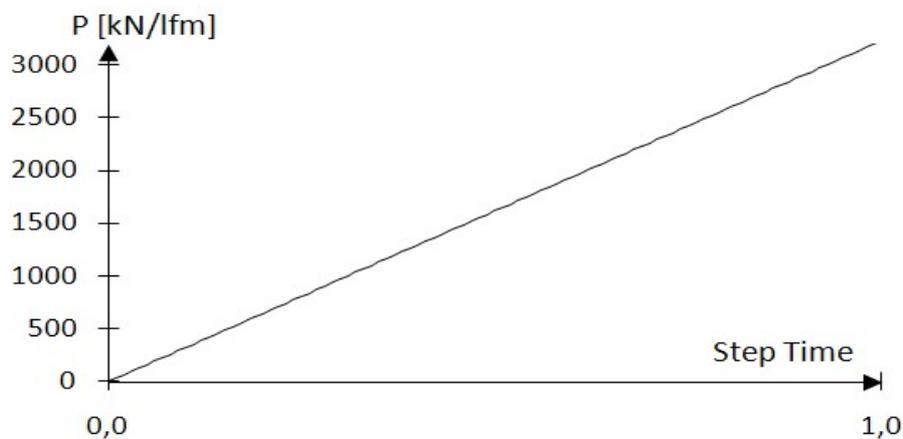


Abb. 7.1: Steigerung der Last

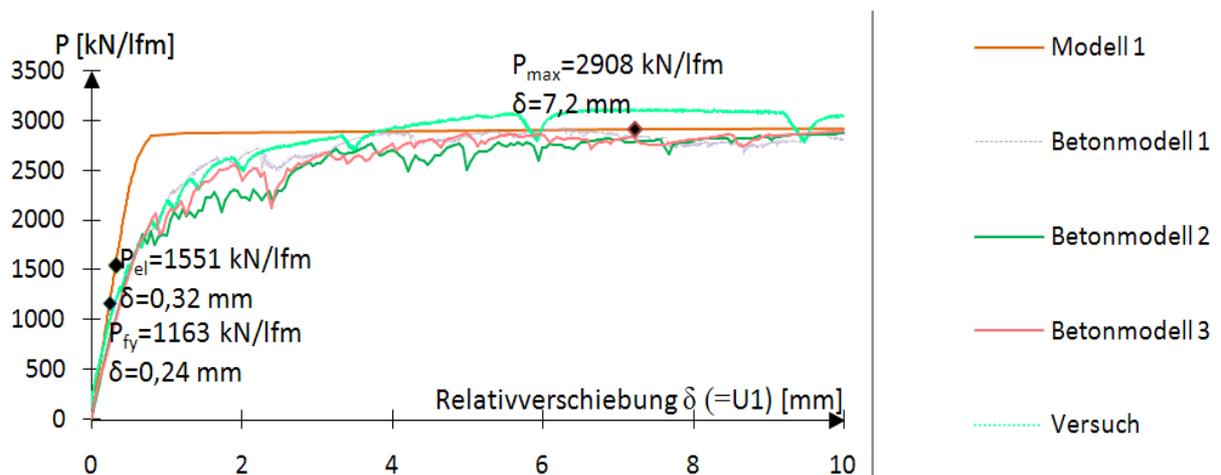


Abb. 7.2: Last-Verschiebungslinie für FE-Analyse des Modell 1

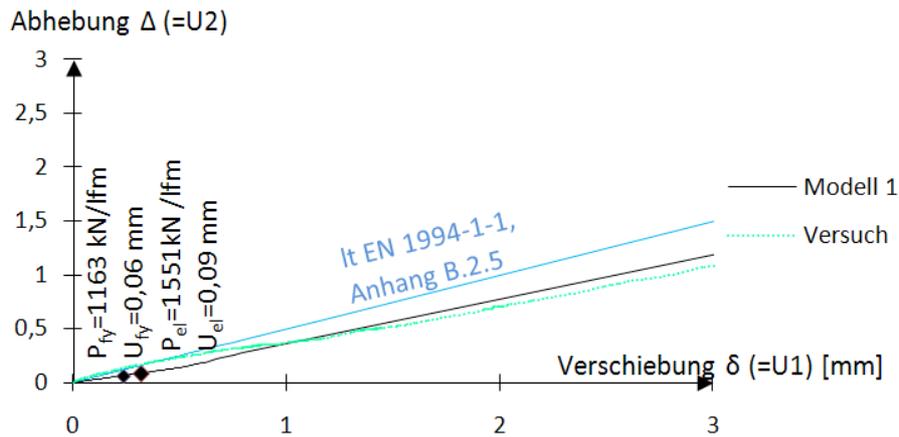


Abb. 7.3: Abhebekennlinie für FE-Analyse des Modell 1

In Tab. 7.1 sind die resultierenden Kräfte auf einen Dübelzahn zu den verschiedenen Zeitpunkten dargestellt. In der Resultierenden $R_{starr,\mu}$ ist die Abtriebskraft D nicht enthalten, in N_i , V_i und M_i allerdings schon. Die vertikal gerichtete Kraft N_i ergibt sich aufgrund des Kräftegleichgewichts im Fachwerk zu null.

	$R_{starr,\mu}$	N_i	V_i	M_i
t_0	219,1	0	212,8	7,77
t_1	292,2	0	283,8	10,36
t_2	547,9	0	532,2	19,42

Tab. 7.1: Resultierende Kräfte, $R_{starr,\mu}$, N_i und V_i in [kN], M_i in [kNm]

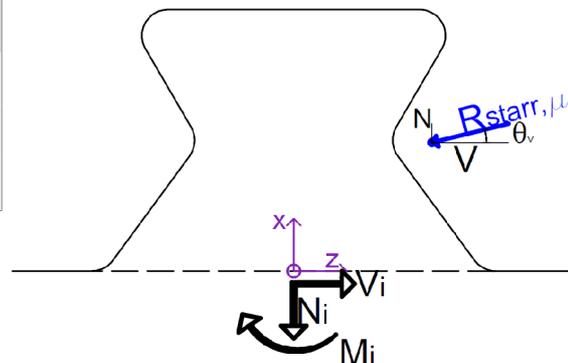


Abb. 7.4: Resultierende Kräfte N_i , V_i und M_i zu Tab. 7.1

Die Dübelkennlinie (Abb. 7.2) stimmt mit der des Betonmodells recht gut überein, die Verschiebungen im elastischen Bereich sind allerdings zum Zeitpunkt t_1 um $\delta=0,2\text{mm}$ geringer. Die vollplastische Tragfähigkeit liegt mit $P_{max}=2714\text{ kN/lfm}$ etwas unterhalb der des Betonmodells, welches eine maximale Tragfähigkeit von $P_{max}=2908\text{ kN/lfm}$ erreicht hat.

Die Relativverschiebungen δ in Längsrichtung sind im Vergleich zum Betonmodell etwas geringer. Ebenso ist die vertikale Verschiebung Δ im elastischen Bereich der Dübelkennlinie (bis etwa 1 mm Relativverschiebung, siehe Abb. 7.2) kleiner als die des Push-Out Versuchs. Aufgrund der Linearität der Abhebekennlinie nimmt diese, anders als jene des Betonmodells, im Nachbruchbereich (ab etwa 1 mm Relativverschiebung) nicht ab.

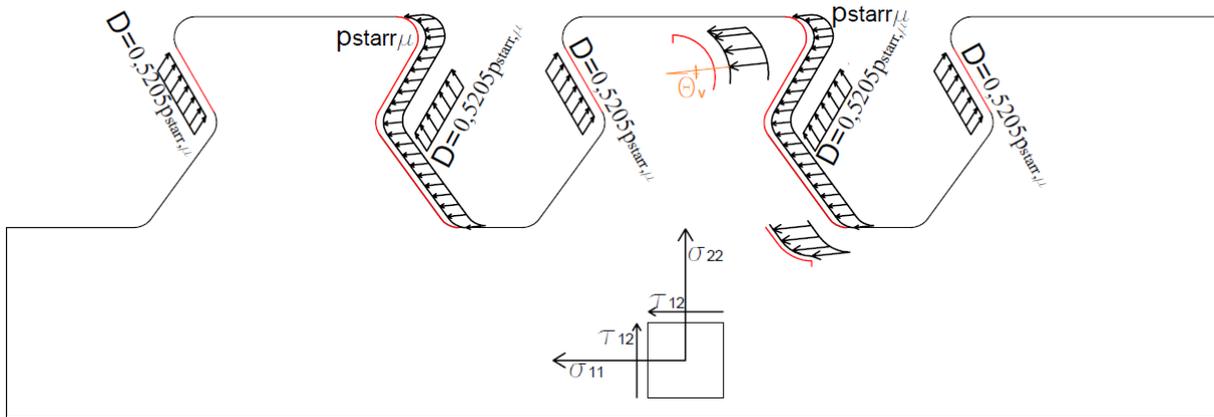


Abb. 7.5: Ansatz der Lasten bei Lastmodell 1 in [N/mm²]

7.2 Ergebnisse: Zeitpunkt t_0

Versuchslast: $P_{fy} = 1163 \text{ kN/lfm}$

Horizontalverschiebung: $\delta = 0,24 \text{ mm}$

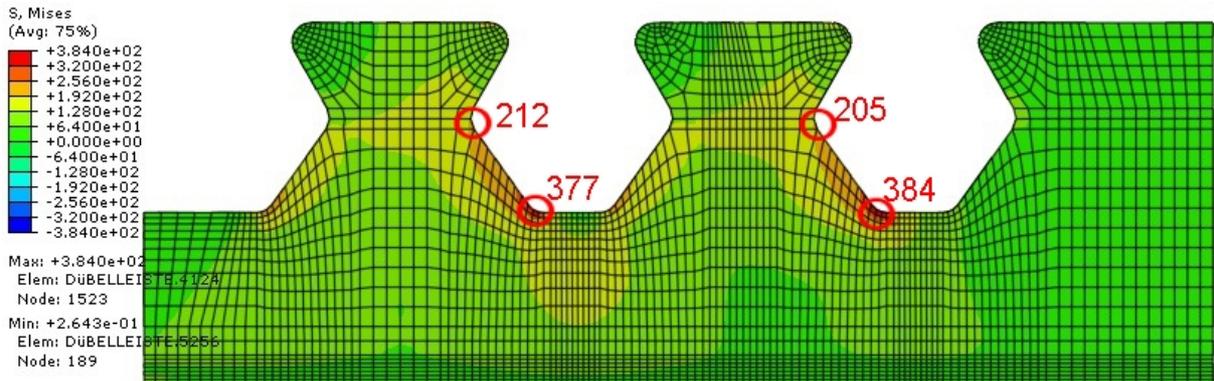


Abb. 7.6: Vergleichsspannung σ_v [N/mm²] beim Modell 1, $t_0 = 1163 \text{ kN/lfm}$

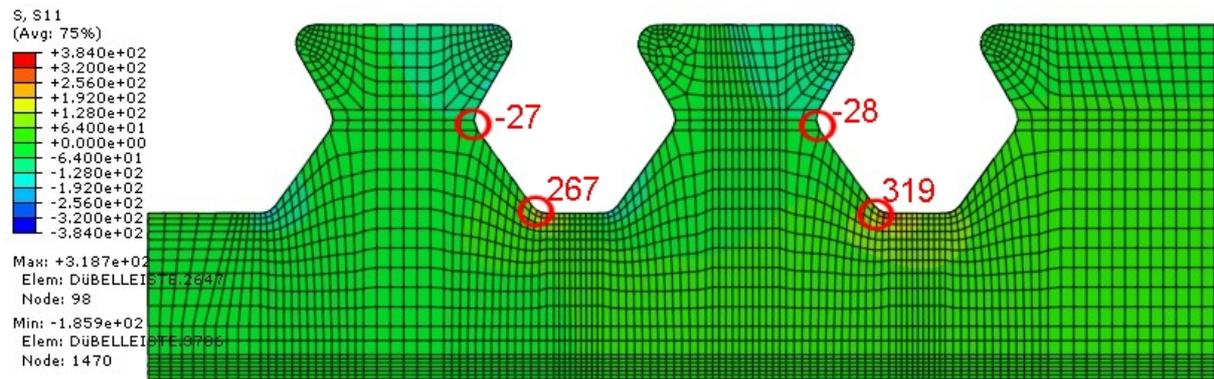


Abb. 7.7: σ_{11} [N/mm²] beim Modell 1, $t_0 = 1163 \text{ kN/lfm}$

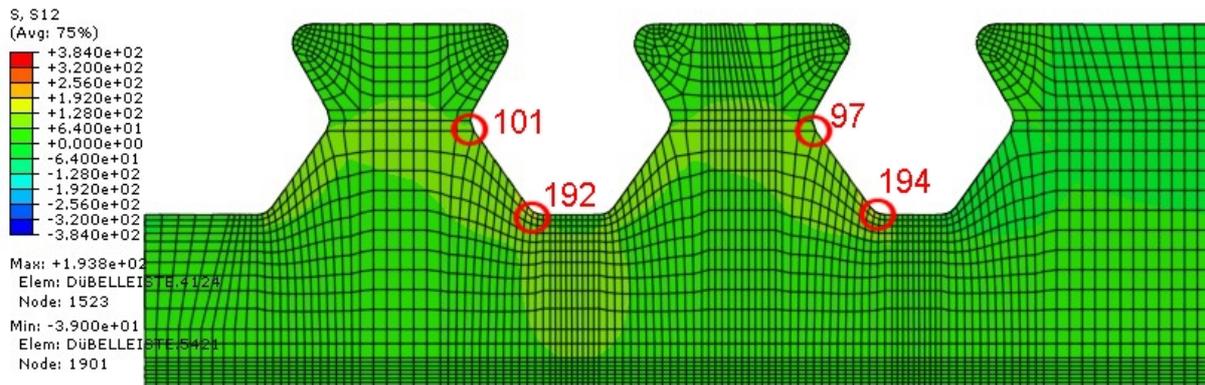


Abb. 7.8: σ_{12} [N/mm²] beim Modell 1, $t_0=1163$ kN/lfm

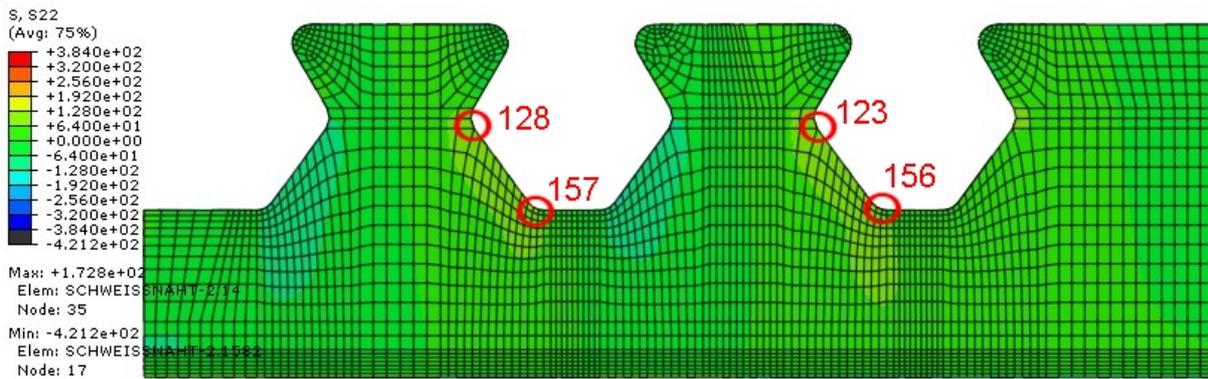


Abb. 7.9: σ_{22} [N/mm²] beim Modell 1, $t_0=1163$ kN/lfm

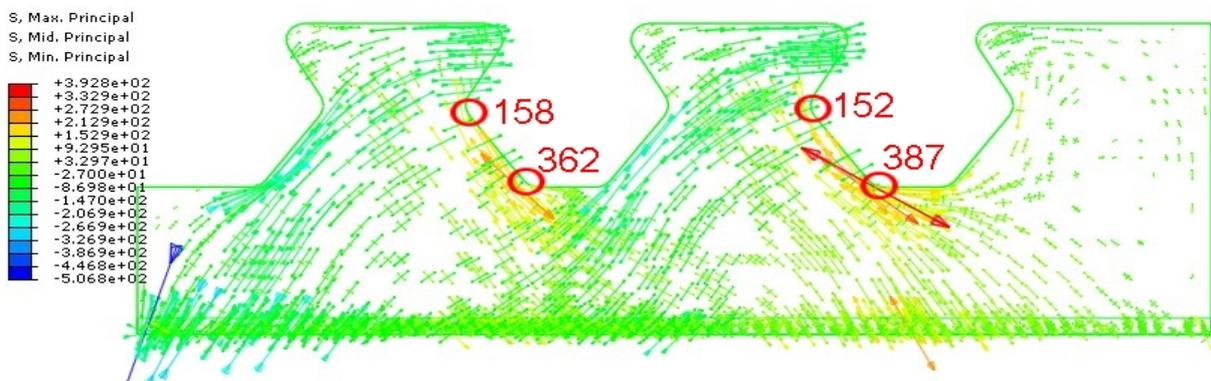


Abb. 7.10: Hauptnormalspannungen [N/mm²] beim Modell 1, $t_0=1163$ kN/lfm

Zum Zeitpunkt t_0 beginnt das Fließen an der rechten, belasteten Stahlzahnkante auf Höhe des Schnitts 1 (siehe Abb. 7.6), ähnlich dem Betonmodell. Ebenso erreicht die Spannung in Längsrichtung σ_{11} dort beinahe 384 N/mm² (siehe Abb. 7.7). In Abb. 7.9 ist die Einleitung der Vertikalspannung σ_{22} in das Dübelblech über ein Kräftepaar gut ersichtlich. Der Verlauf der maximalen Hauptnormalspannungen entlang der Dübelzahnkante in Abb. 7.10 ist dem des Betonmodells ähnlich.

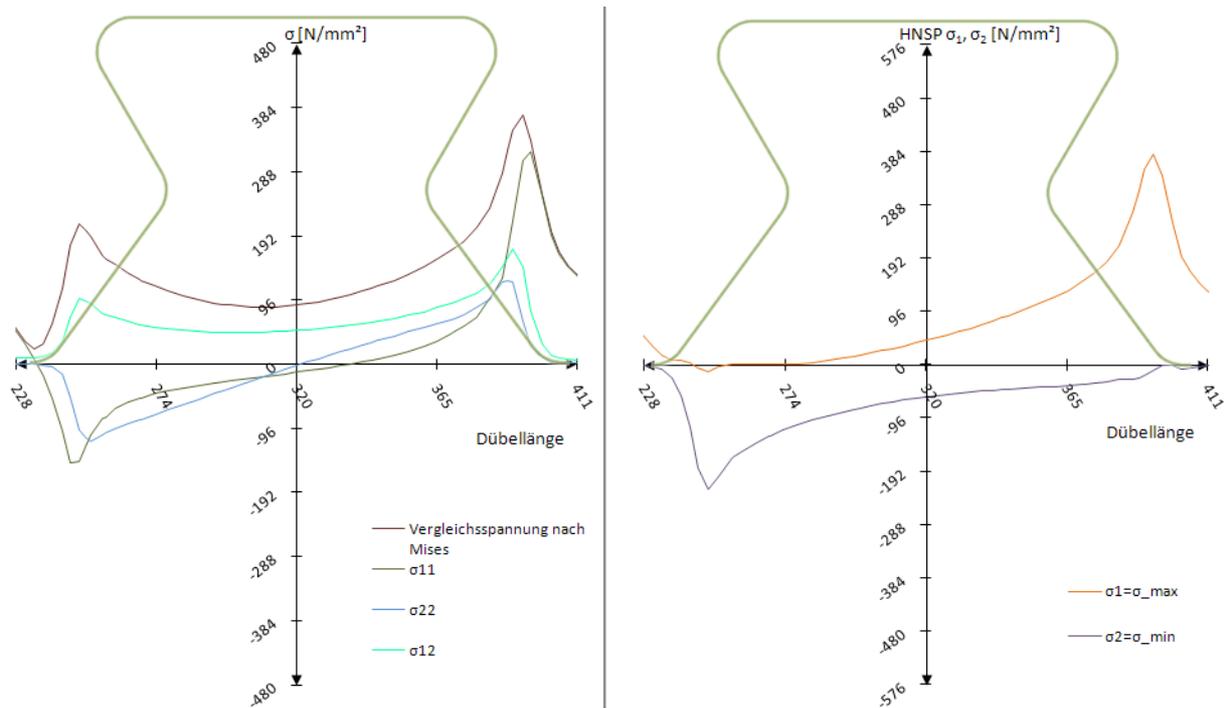


Abb. 7.11: Schnitt 1: Spannungen σ_{ij} und Hauptnormalspannungen $\sigma_{max}/\sigma_{min}$ beim Modell 1, $t_0=1163$ kN/fm

Abb. 7.11 zeigt die Verläufe und Größen der Spannungen entlang von Schnitt 1. Beide stimmen mit denen des Betonmodells zum Zeitpunkt t_0 gut überein. Die Vergleichsspannung nach Mises erreicht eine Spitze an der unbelasteten Kante von 192 N/mm² und an der belasteten eine Spitze von 384 N/mm². Die vertikale Spannung σ_{22} wird durch einen linearen Verlauf zwischen -96 N/mm² bis +96 N/mm² aufgenommen, die Schubspannung σ_{12} durch einen annähernd parabelförmigen. Dieser hat allerdings Spitzen an den beiden unteren Ausrundungen KB_{unten} , von bis zu 180 N/mm². Die Hauptnormalspannungen weisen einen nahezu identen Verlauf wie die des Betonmodells zum gleichen Zeitpunkt t_0 auf.

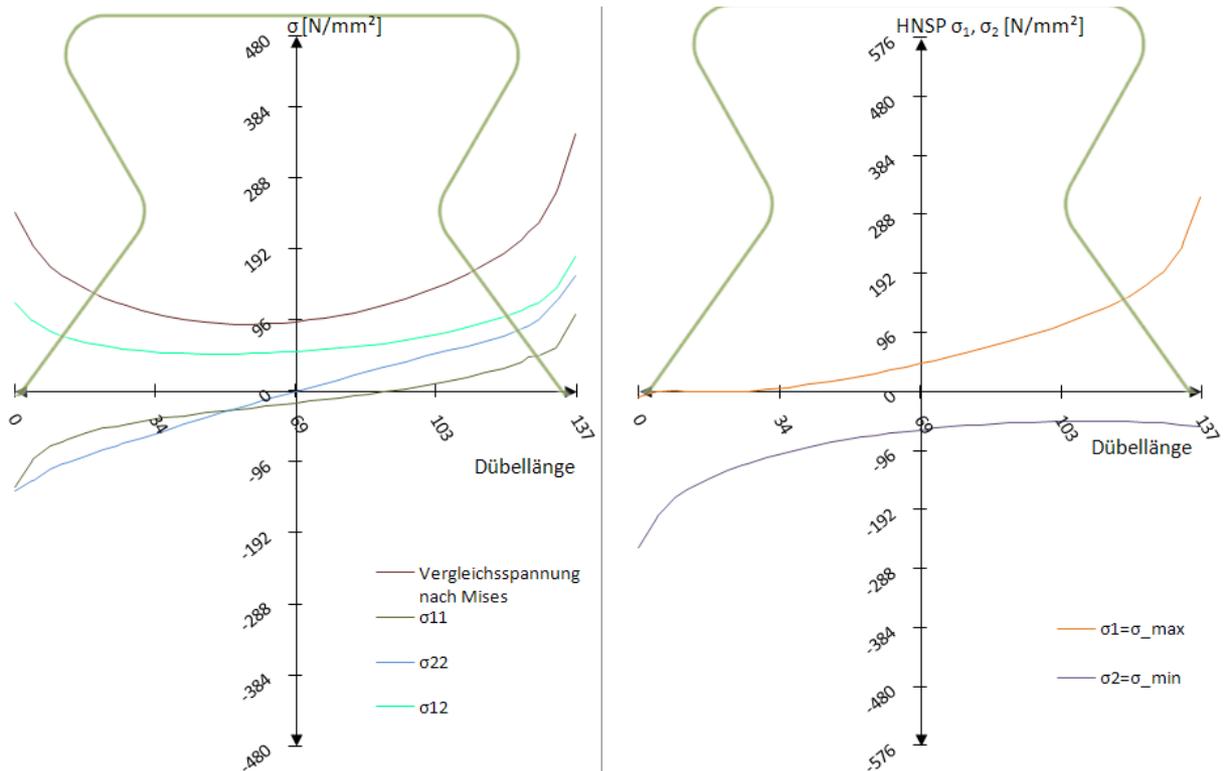


Abb. 7.12: Schnitt 2: Spannungen σ_{ij} und Hauptnormalspannungen $\sigma_{max}/\sigma_{min}$ beim Modell 1, $t_0=1163$ kN/lfm

Schnitt 2 zeigt in Abb. 7.12 den im elastischen Bereich noch linearen Verlauf der Spannung σ_{22} , bzw. den tangensförmigen Verlauf von σ_{11} . Die Hauptzugspannung σ_1 steigt an der belasteten Kante bis auf 320 N/mm² an, die Hauptdruckspannung σ_2 sinkt an der unbelasteten Kante bis auf -220 N/mm² ab.

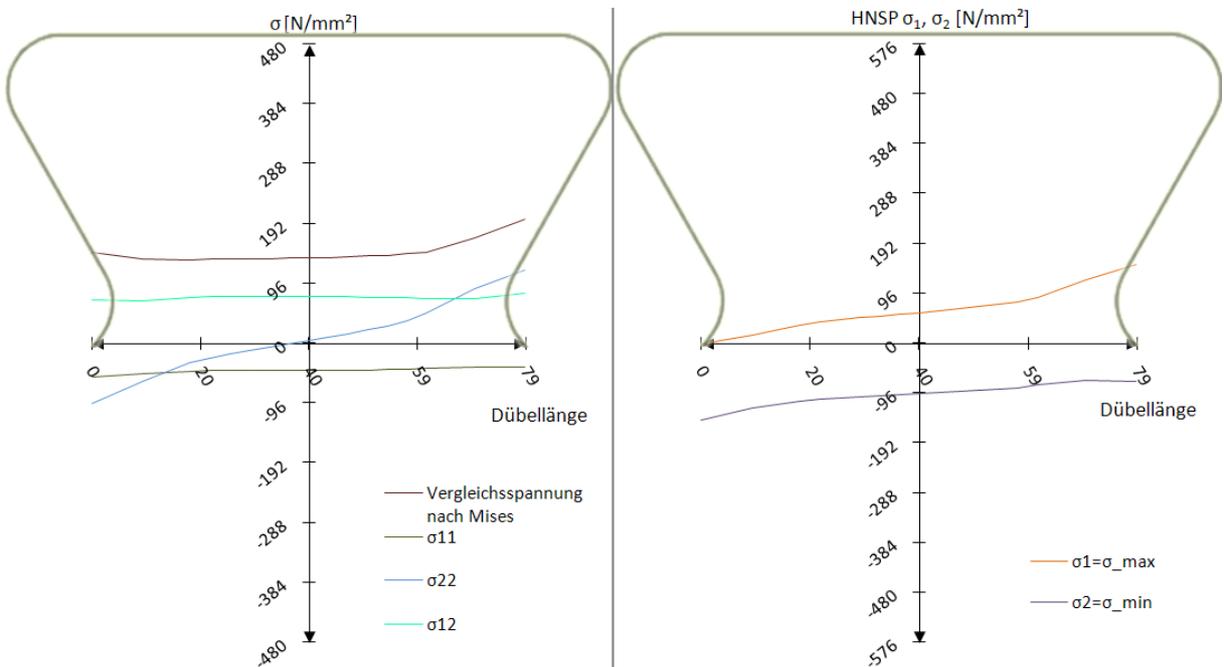


Abb. 7.13: Schnitt 3: Spannungen σ_{ij} und Hauptnormalspannungen $\sigma_{max}/\sigma_{min}$ beim Modell 1, $t_0=1163$ kN/lfm

In Abb. 7.13 verläuft die Schubspannung mit einem Wert von ca. 90 N/mm² bzw. die Vergleichsspannung nach Mises mit ca. 150 N/mm² in etwa konstant. Die zusätzlich zu Abb. 7.13 ausgewertete Vertikalverschiebung u_{22} ist mit maximal 0,04 mm und ihrem linearen Verlauf mit der des Betonmodells ident. Gleiches gilt für die Hauptnormalspannungen des Schnitts 3. Lediglich auf Seite der unbelasteten Kante ist die minimale Hauptnormalspannung σ_2 um 30 N/mm² (ca. 30%) geringer als die des Betonmodells.

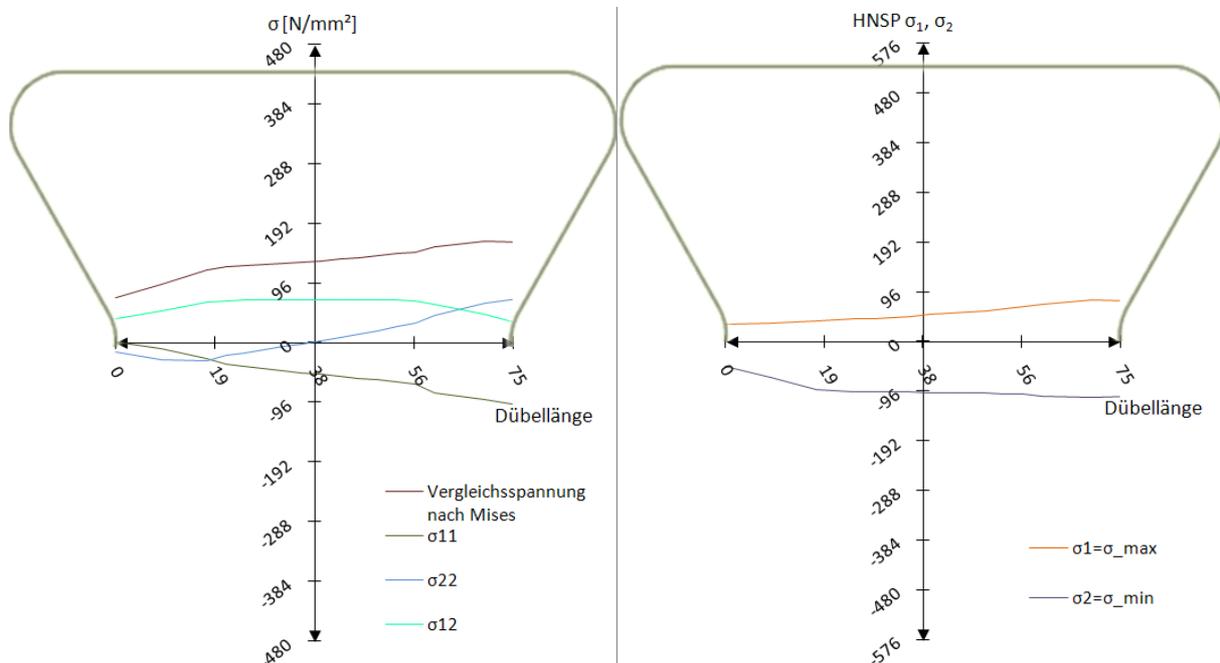


Abb. 7.14: Schnitt 4: Spannungen σ_{ij} und Hauptnormalspannungen $\sigma_{\max}/\sigma_{\min}$ beim Modell 1, $t_0=1163$ kN/lm

In Schnitt 4 (siehe Abb. 7.14) beträgt der Maximalwert der Vergleichsspannung nach Mises am rechten, belasteten Rand 192 N/mm². Im Gegensatz zum Betonmodell gibt es dort keinen starken Anstieg bis knapp unter die Fließgrenze. Ebenso fehlt die Spannungsspitze der maximalen Hauptnormalspannung σ_1 im Bereich des mittleren Kreisbogens KB_{mitte} , sie erreicht dort nur ca. 96 N/mm².

Es folgt der Schluss, dass für den Zeitpunkt t_0 durch Lastansatz mittels Belastungsmodell 1, der erhöhte Betondruck auf den mittleren Kreisbogen KB_{mitte} nicht wie beim FE-Betonmodell berücksichtigt werden kann. Dies führt zu geringeren Spannungen in diesem Bereich.

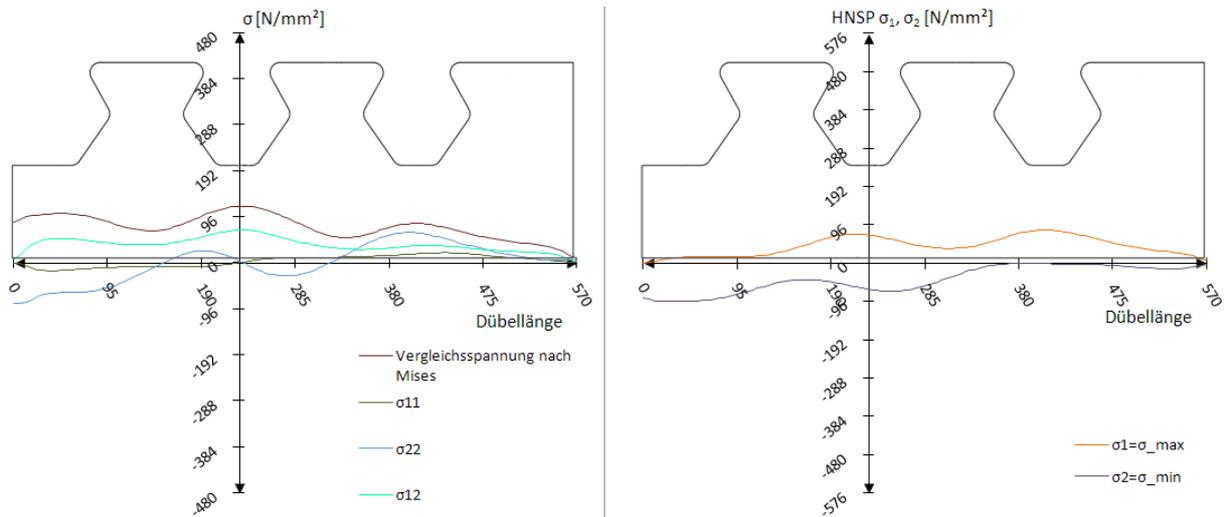


Abb. 7.15: Schnitt Dübelunterseite: Spannungen σ_{ij} und Hauptnormalspannungen $\sigma_{\max}/\sigma_{\min}$ beim Modell 1, $t_0=1163 \text{ kN/lfm}$

Die Spannungskomponenten des Schnitts „Dübelunterseite“ zum Zeitpunkt t_0 in Abb. 7.15 stimmen gut mit denen des Betonmodells überein. Sowohl die maximale, als auch die minimale Hauptnormalspannung betragen unter 96 N/mm^2 . Beide haben einen abgeflachten Verlauf. Das folgt aus der Lastausbreitung zwischen Schnitt 1 und der Dübelunterseite.

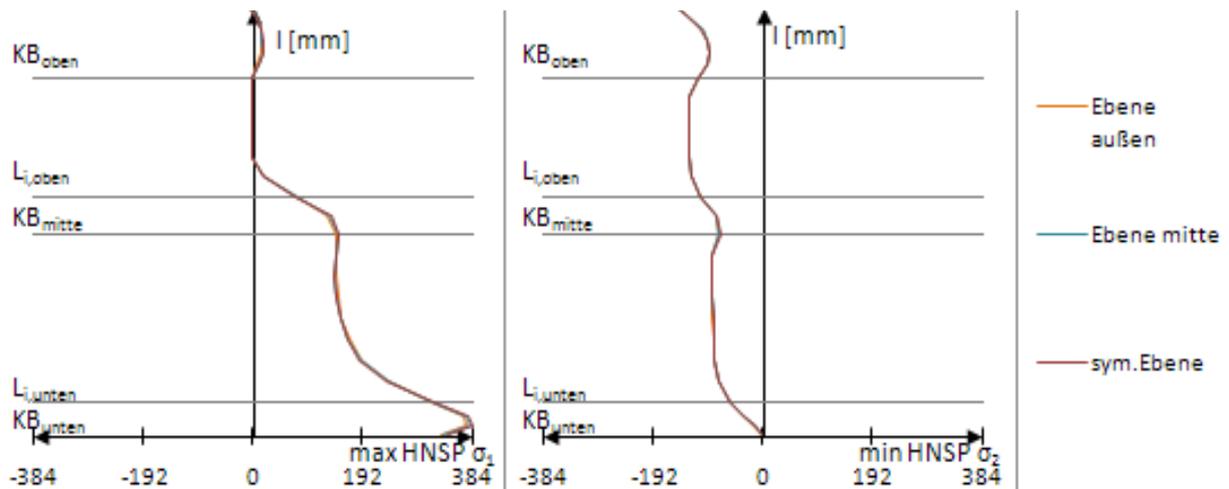


Abb. 7.16: Hauptnormalspannungen an der belasteten, rechten Dübelzahnseite beim Modell 1, $t_0=1163 \text{ kN/lfm}$

Die Hauptnormalspannungen in den verschiedenen Ebenen (in Abb. 7.16) gleichen sich, da ein ebener Spannungszustand herrscht. Spitzen in den Kreisbogenbereichen (KB) haben eine geringere Ausprägung als im Betonmodell, die Verläufe stimmen aber weitgehend überein. Insbesondere mit dem Pfad „Ebene außen“. Ein detaillierter Vergleich erfolgt in Kapitel 10.3.

7.3 Ergebnisse: Zeitpunkt t_1

Versuchslast: $P_{el}=1551$ kN/lfm

Horizontalverschiebung: $\delta=0,32$ mm

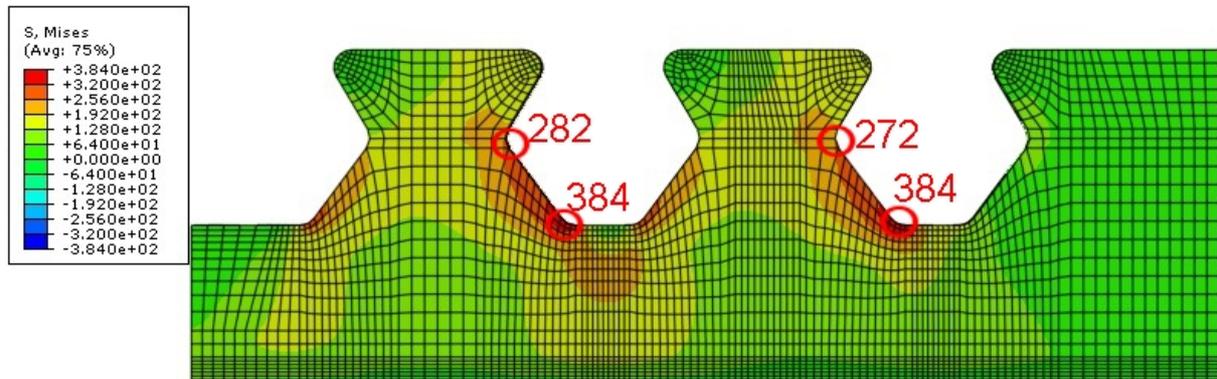


Abb. 7.17: Vergleichsspannung σ_v [N/mm²] beim Modell 1, $t_1=1551$ kN/lfm

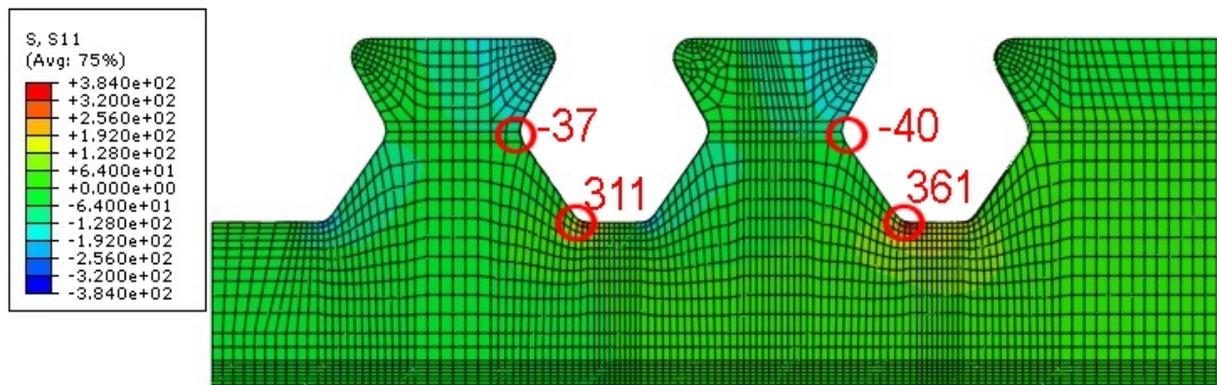


Abb. 7.18: σ_{11} [N/mm²] beim Modell 1, $t_1=1551$ kN/lfm

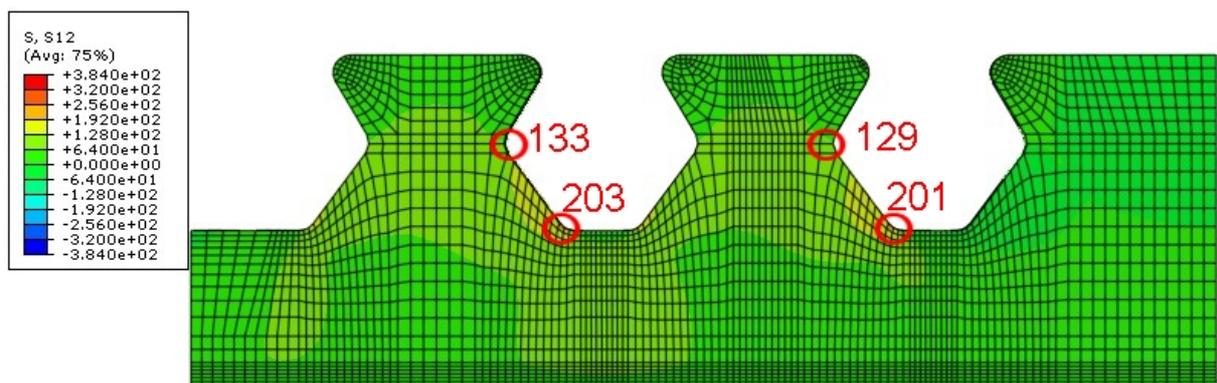


Abb. 7.19: σ_{12} [N/mm²] beim Modell 1, $t_1=1551$ kN/lfm

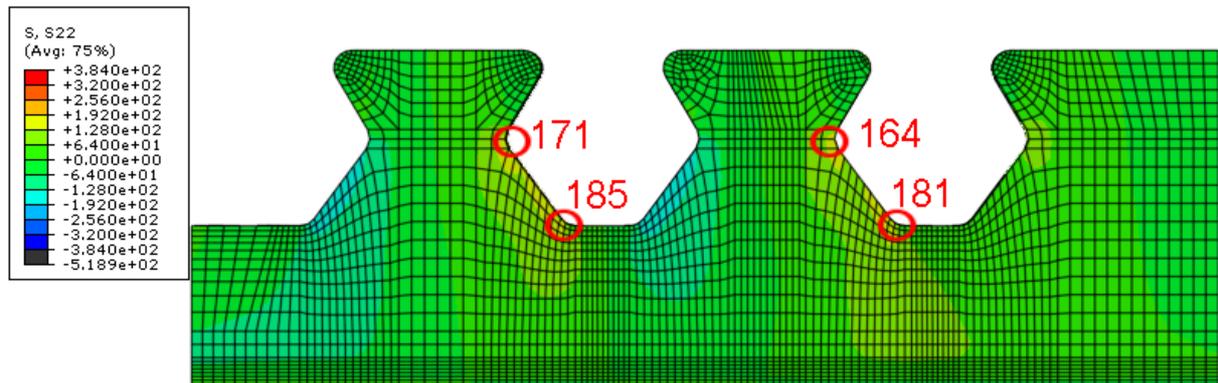


Abb. 7.20: σ_{22} [N/mm²] beim Modell 1, $t_1=1551$ kN/lfm

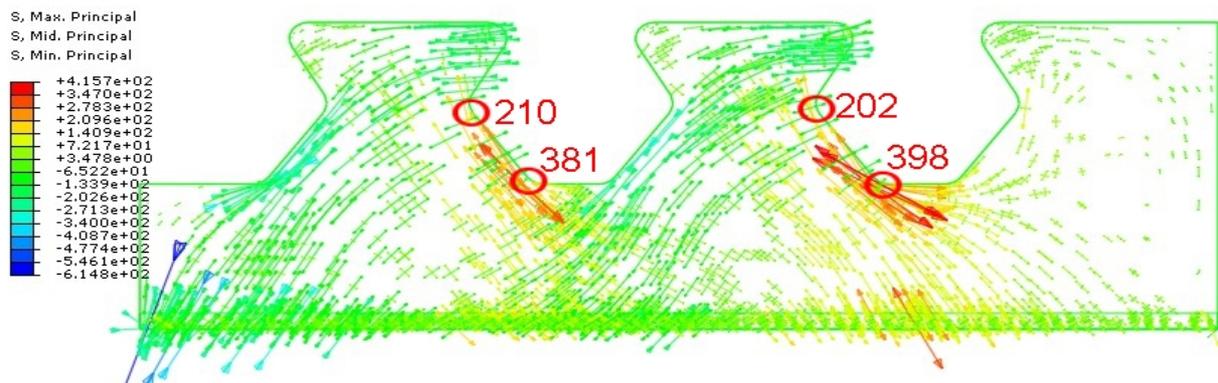


Abb. 7.21: Hauptnormalspannungen [N/mm²] beim Modell 1, $t_1=1551$ kN/lfm

In Abb. 7.17 ist ersichtlich, dass sich die Fließzone bei einer Last von ungefähr 1550 kN/lfm abweichend zum Betonmodell nur über den unteren Bereich der Kante $l_{G,unten}$ des Dübelzahns erstreckt. Demzufolge sind die Beträge der Spannungskomponente σ_{11} auf Höhe der Schnitte 3 und 4 (siehe Abb. 7.18), sowie der dortigen Hauptnormalspannungen (siehe Abb. 7.21) sehr gering. Sie erreichen nur an der unteren Ausrundung KB_{unten} über 400 N/mm².

Aufgrund dessen wird in Kapitel 10 betrachtet, ob der Lastansatz zu den Zeitpunkten mit niedrigem Lastniveau (t_0 , t_1) dem des FE-Betonmodells nahe kommt.

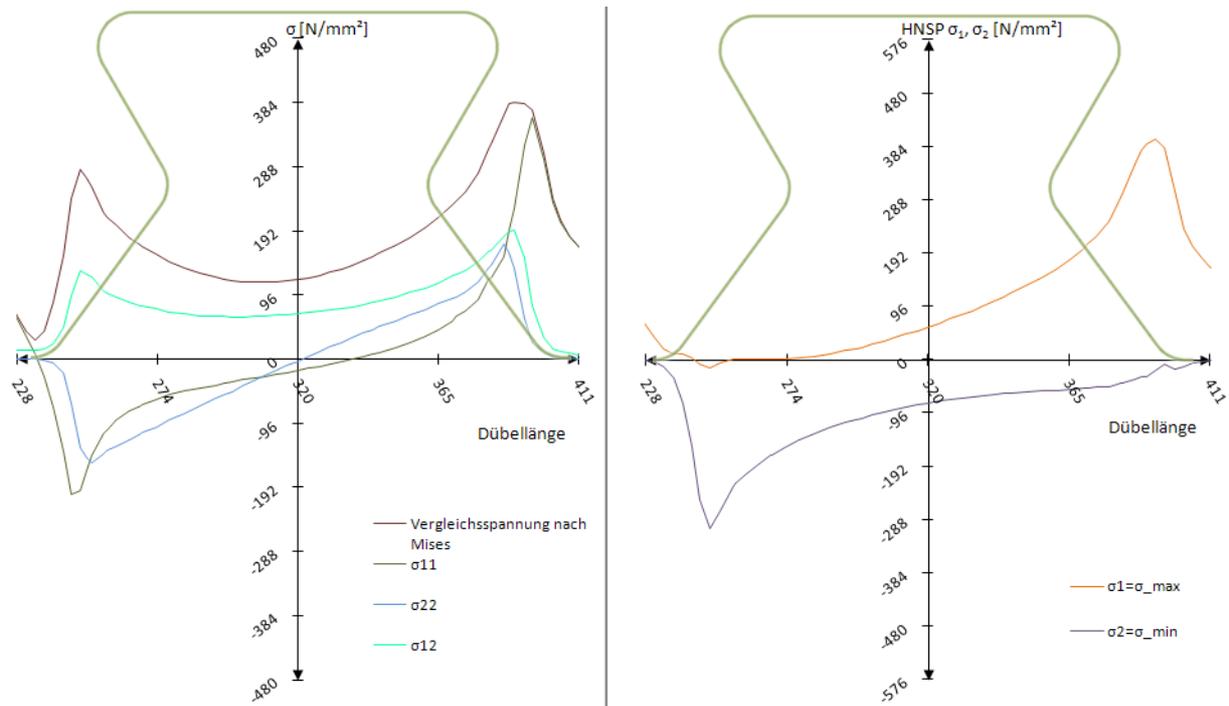


Abb. 7.22: Schnitt 1: Spannungen σ_{ij} und Hauptnormalspannungen $\sigma_{\text{max}}/\sigma_{\text{min}}$ beim Modell 1, $t_1=1551 \text{ kN/lfm}$

Abb. 7.22 zeigt die Spannungen in Schnitt 1 bei einer Last von ungefähr 1550 kN/lfm. Sie stimmen wie erwartet mit denen des Betonmodells gut überein. Die Vergleichsspannung nach Mises beträgt am belasteten Kreisbogen KB_{unten} 384 N/mm^2 , am unbelasteten 288 N/mm^2 . Dazwischen fällt sie parabelförmig auf 120 N/mm^2 ab. Die Längsschubkraft wird durch die Schubspannung σ_{12} vor allem an der belasteten Kante aufgenommen. Sie weist ebenfalls Spannungsspitzen an beiden Dübelzahnrändern und einen parabelförmigen Abfall dazwischen auf. Die Hauptzugspannung σ_1 beträgt im Bereich des unteren rechten Kreisbogens KB_{unten} 384 N/mm^2 , die Hauptdruckspannung σ_2 -288 N/mm^2 .

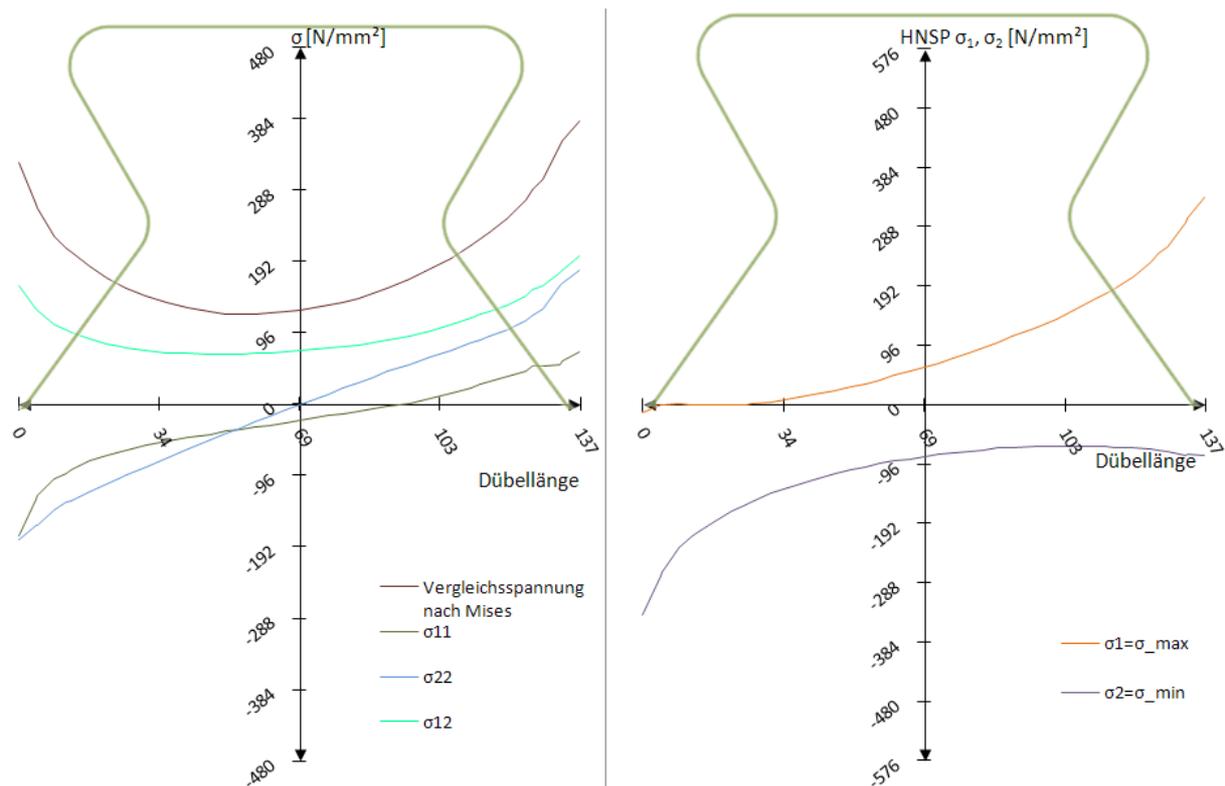


Abb. 7.23: Schnitt 2: Spannungen σ_{ij} und Hauptnormalspannungen $\sigma_{\text{max}}/\sigma_{\text{min}}$ beim Modell 1, $t_1=1551 \text{ kN/lm}$

Schnitt 2 zeigt in Abb. 7.23 einen linearen Verlauf der vertikalen Spannung σ_{22} . Die Vergleichsspannung nach Mises zeigt ein Fließen am belasteten Kreisbogen KB_{unten} , auf der gegenüberliegenden, unbelasteten Seite wird die Fließspannung knapp nicht erreicht. Das zeigen die Hauptnormalspannungen σ_1 und σ_2 . Sie sind, ebenso wie die übrigen Spannungskomponenten, mit denen des Betonmodells zum Zeitpunkt t_1 fast ident. Es stimmen die Verläufe der Schnitte 1 und 2 zum Zeitpunkt t_1 somit gut mit denen des Betonmodells zum selben Zeitpunkt überein.

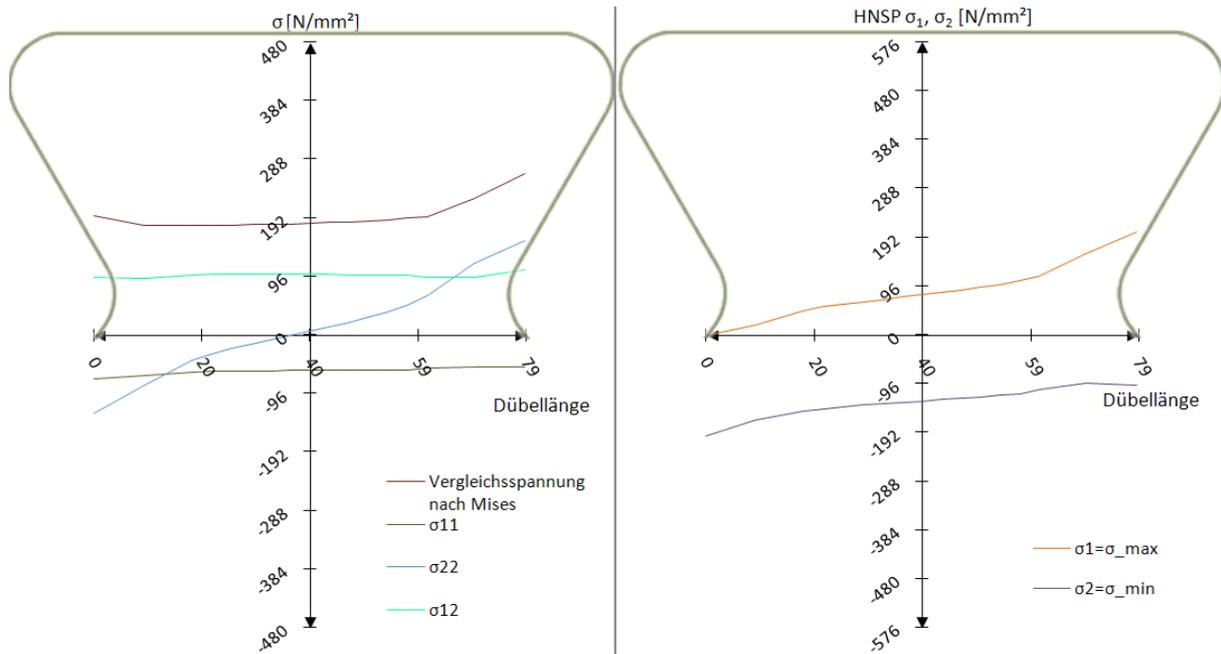


Abb. 7.24: Schnitt 3: Spannungen σ_{ij} und Hauptnormalspannungen $\sigma_{\text{max}}/\sigma_{\text{min}}$ beim Modell 1, $t_1=1551 \text{ kN/lfm}$

Abweichungen zum Betonmodell weisen die Spannungskomponenten entlang des Schnitts 3, besonders an der belasteten Dübelkante, auf. In Abb. 7.24 verläuft die Vergleichsspannung nach Mises nahezu konstant, sie steigt im Bereich des mittleren Kreisbogens KB_{mitte} auf 288 N/mm^2 an. Beim Betonmodell hingegen sind es 384 N/mm^2 . Die Schubspannung σ_{12} verläuft konstant mit ca. 96 N/mm^2 .

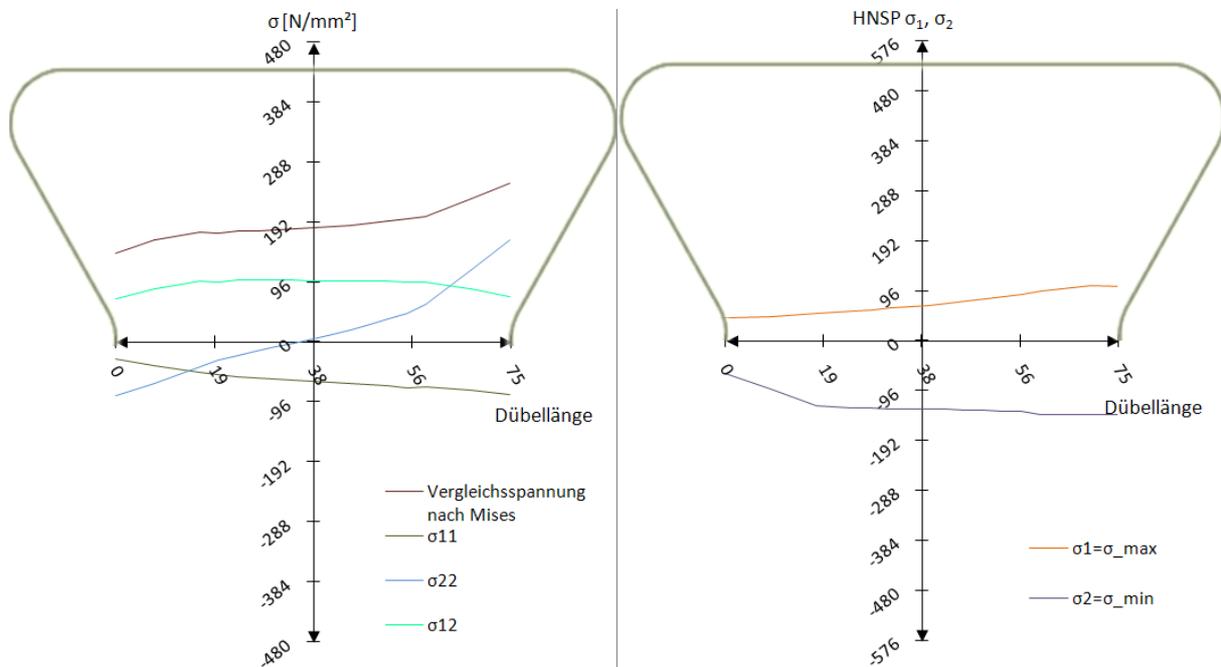


Abb. 7.25: Schnitt 4: Spannungen σ_{ij} und Hauptnormalspannungen $\sigma_{\text{max}}/\sigma_{\text{min}}$ beim Modell 1, $t_1=1551 \text{ kN/lfm}$

Schnitt 4 zeigt dem Schnitt 3 ähnliche Abweichungen zum Betonmodell (siehe Abb. 7.25). Es existiert zwar ein linearer Verlauf der Spannung σ_{22} , allerdings mit zu niedrigen Werten an der

rechten, belasteten Kante. Die Vergleichsspannung nach Mises steigt dort nur bis auf 73% der Fließgrenze an. Aufgenommen wird die Längsschubkraft konstant über die Schubspannung σ_{12} , welche im mittleren Bereich ca. 100 N/mm² beträgt und an beiden Rändern um etwa 20 N/mm² abfällt. Das Nichterreichen der Fließgrenze wirkt sich auf den Verlauf der Hauptnormalspannungen σ_1 und σ_2 aus. Die Hauptzugspannung weist auf Seite der belasteten Kante um ca. 200 N/mm² geringere Werte auf als die des Betonmodells. Die Hauptdruckspannung weist betragsmäßig um 110 N/mm² geringere Werte an der unbelasteten Kante auf.

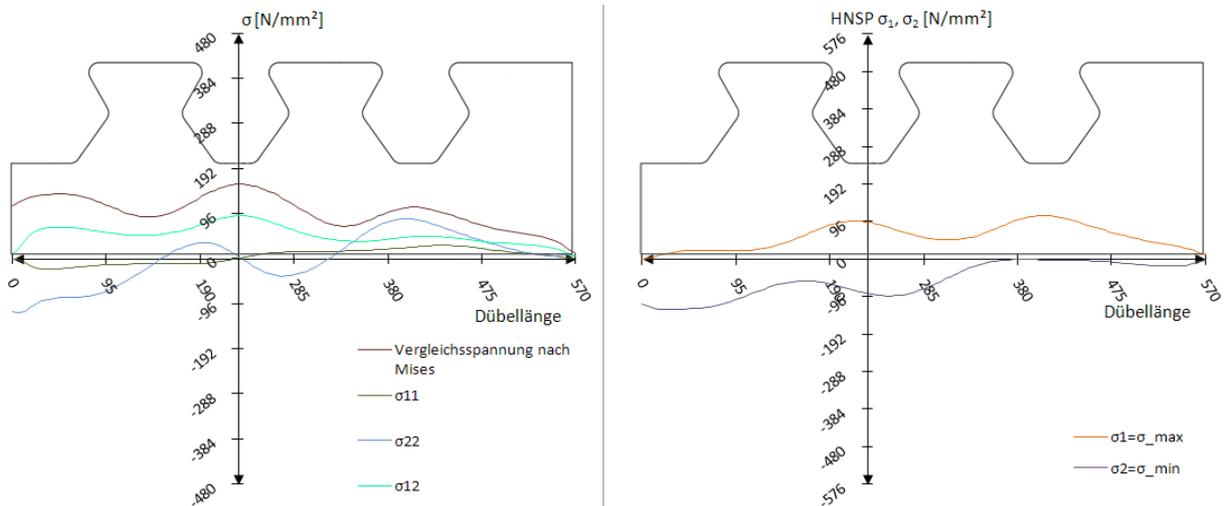


Abb. 7.26: Schnitt Dübelunterseite: Spannungen σ_{ij} und Hauptnormalspannungen $\sigma_{max}/\sigma_{min}$ beim Modell 1, $t_1=1551$ kN/lfm

Die Unterschiede zum Betonmodell in Schnitt 3 und 4 haben wenig Einfluss auf die Spannungskomponenten an der Unterseite der Dübelleiste in Abb. 7.26. Die maximale Hauptnormalspannung σ_1 reicht nicht über 96 N/mm², die minimale nicht unter -96 N/mm². Ihr Verlauf ist durch die lastausbreitende Wirkung des 90 mm hohen Dübelblechs zwischen Dübelfuß und Unterseite der Dübelleiste „geglättet“.

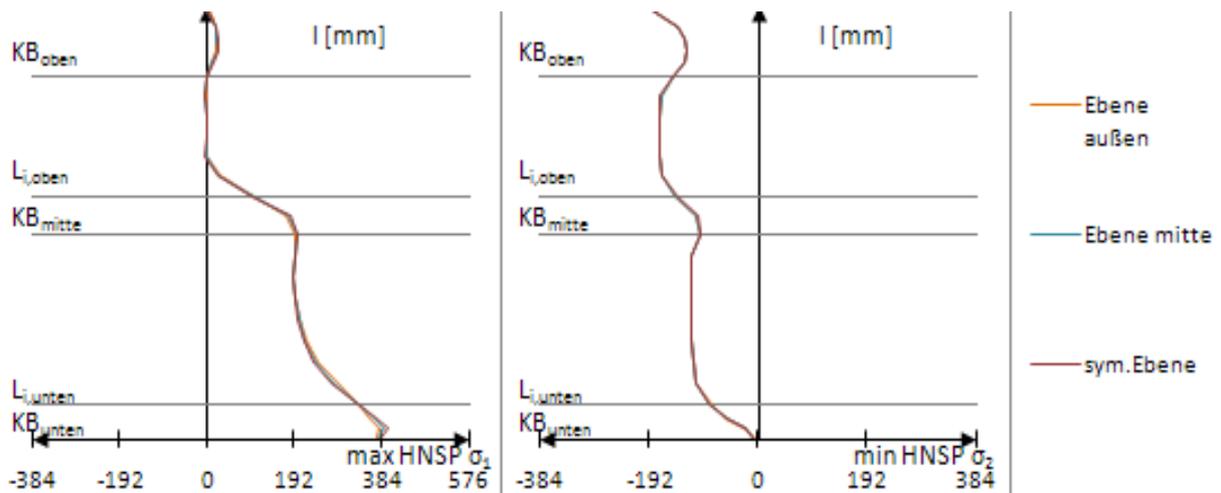


Abb. 7.27: Hauptnormalspannungen an der belasteten, rechten Dübelzahnseite beim Modell 1, $t_1=1551$ kN/lfm

Die maximale Hauptnormalspannung nach Abb. 7.27 erreicht ihr Maximum an der unteren, rechten Ausrundung KB_{unten} und nimmt entlang der unteren Geraden $l_{G,unten}$ bis zur mittleren

Ausrundung KB_{mitte} ab. Die minimale Hauptnormalspannung σ_2 ist entlang beider Geraden $l_{G,\text{oben}}$ und $l_{G,\text{unten}}$ konstant bei ca. 170 bzw. 120 N/mm². Im Allgemeinen gleichen die Hauptnormalspannungen denen des Betonmodells zum selben Zeitpunkt t_1 . Dies gilt mit Ausnahme des Bereichs des mittleren Kreisbogens KB_{mitte} .

7.4 Ergebnisse: Zeitpunkt t_2

Versuchslast: $P_{\text{max}}=2908$ kN/lfm

Horizontalverschiebung: $\delta=7,2$ mm

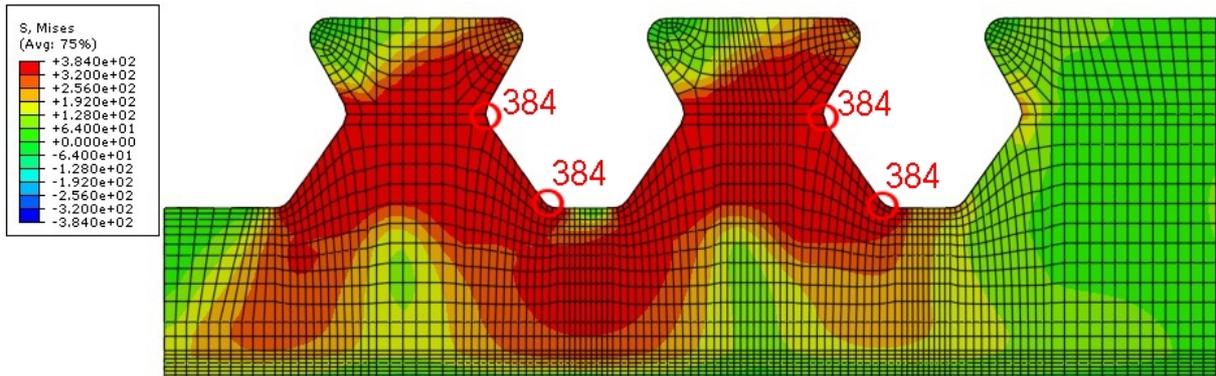


Abb. 7.28: Vergleichsspannung σ_v [N/mm²] beim Modell 1, $t_2=2908$ kN/lfm

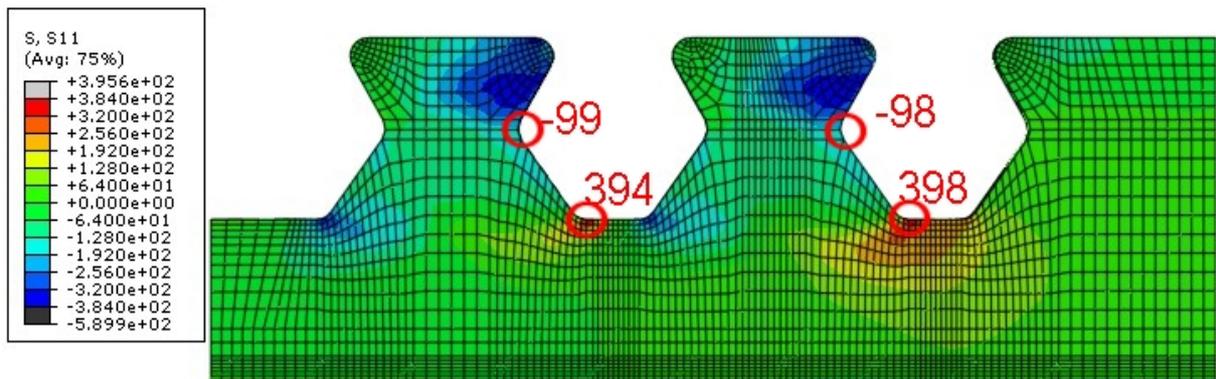


Abb. 7.29: σ_{11} [N/mm²] beim Modell 1, $t_2=2908$ kN/lfm

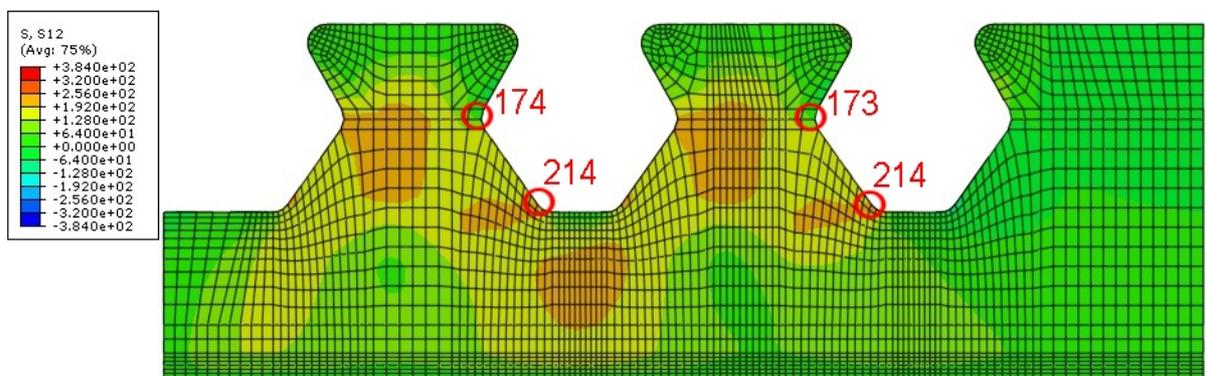


Abb. 7.30: σ_{12} [N/mm²] beim Modell 1, $t_2=2908$ kN/lfm

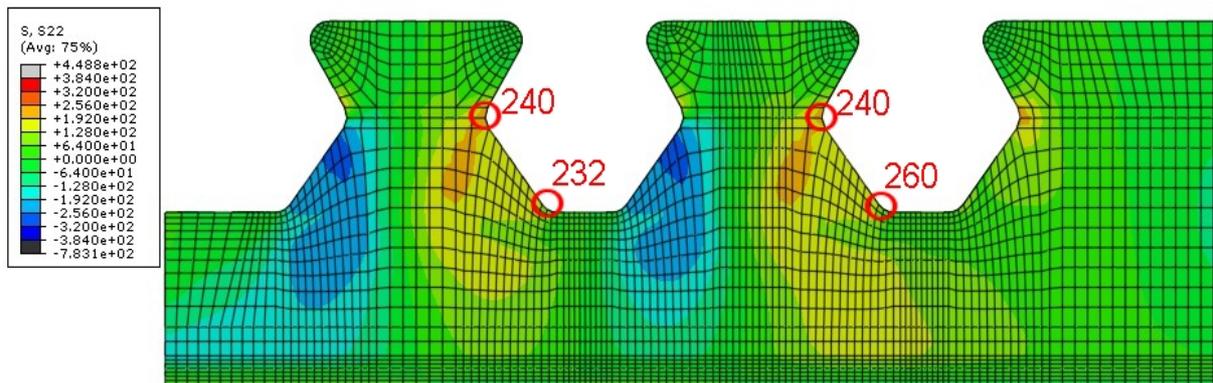


Abb. 7.31: σ_{22} [N/mm²] beim Modell 1, $t_2=2908$ kN/lfm

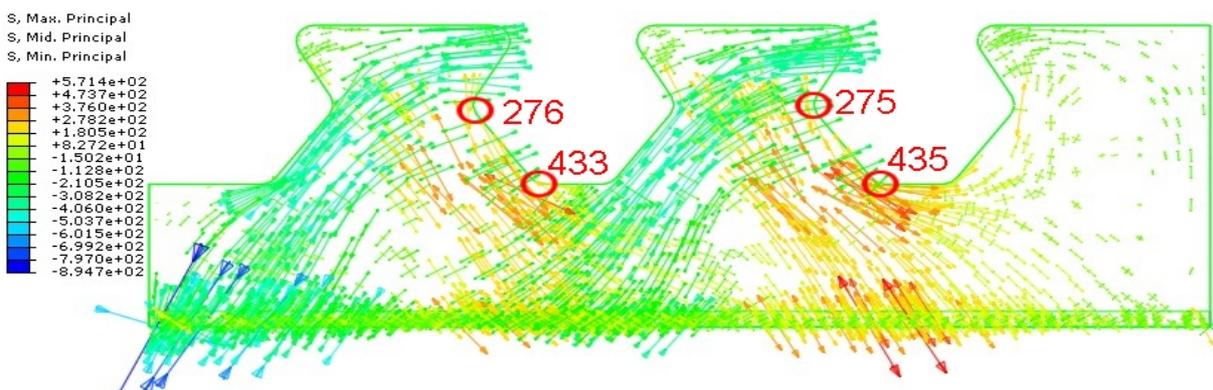


Abb. 7.32: Hauptnormalspannungen [N/mm²] beim Modell 1, $t_2=2908$ kN/lfm

Dass es sich beim Zeitpunkt t_2 um die Maximallast handelt, ist an den der Vergleichsspannung σ_v auf Höhe der Schnitte 1 bis 4 in Abb. 7.28 zu erkennen. Diese sind vollkommen durchplastiziert. Lediglich zwischen den beiden oberen Kreisbögen KB_{oben} des Dübelzahns wird die Fließspannung noch nicht erreicht. Die Fließzone innerhalb des Dübelblechs in der Mitte beider Dübelzähne, weitet sich aus. Spannungen σ_{11} von 384 N/mm^2 bleiben auf den Bereich des unteren Kreisbogens KB_{unten} beschränkt (siehe Abb. 7.29). Die vertikale Spannungskomponente σ_{22} ergibt infolge der Momentenbeanspruchung in Abb. 7.32 einen Druckbereich entlang der unbelasteten Kante und einen Zugbereich entlang der belasteten Kante. Darin erfolgt die Ausbreitung der Zugspannungen mit bis zu ca. 250 N/mm^2 relativ gleichmäßig, die der Druckspannungen eher konzentriert mit bis zu -350 N/mm^2 . Das steht in Kontrast zu den Spannungen σ_{22} des Betonmodells. Bei diesen erfolgt die Aufnahme der Zugspannungen aufgrund der schon vorher ins Fließen geratenen unteren Kante $I_{G,\text{unten}}$ konzentrierter in der Mitte des Dübelzahns. Die Richtungen der Hauptnormalspannungen bleiben erhalten. Sie zeigen Maximalwerte im Bereich des unteren Kreisbogens KB_{unten} , des oberen Kreisbogens KB_{oben} und entlang der unteren, unbelasteten Geraden $I_{G,\text{unten}}$.

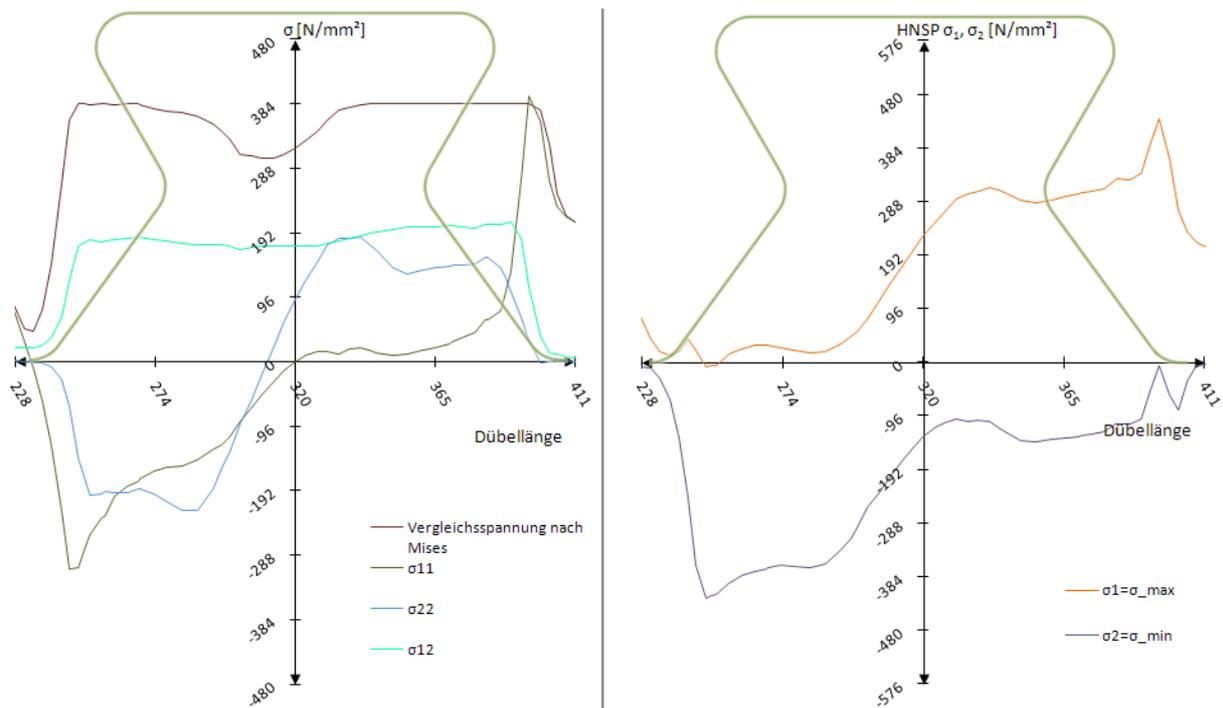


Abb. 7.33: Schnitt 1: Spannungen σ_{ij} und Hauptnormalspannungen $\sigma_{max}/\sigma_{min}$ beim Modell 1, $t_2=2908$ kN/lfm

Wie zu erwarten, ist Schnitt 1 zum Zeitpunkt t_2 (siehe Abb. 7.33) dem des Betonmodells sehr ähnlich. Die Vergleichsspannung nach Mises erreicht bis auf einen kleinen Bereich in der linken Hälfte des Zahnes die Fließgrenze. Die Schubspannung σ_{12} beträgt über den Dübelzahn hinweg konstant ca. 200 N/mm². Die Spannungsspitzen der Spannung σ_{11} am linken und rechten Rand sind gut ersichtlich.

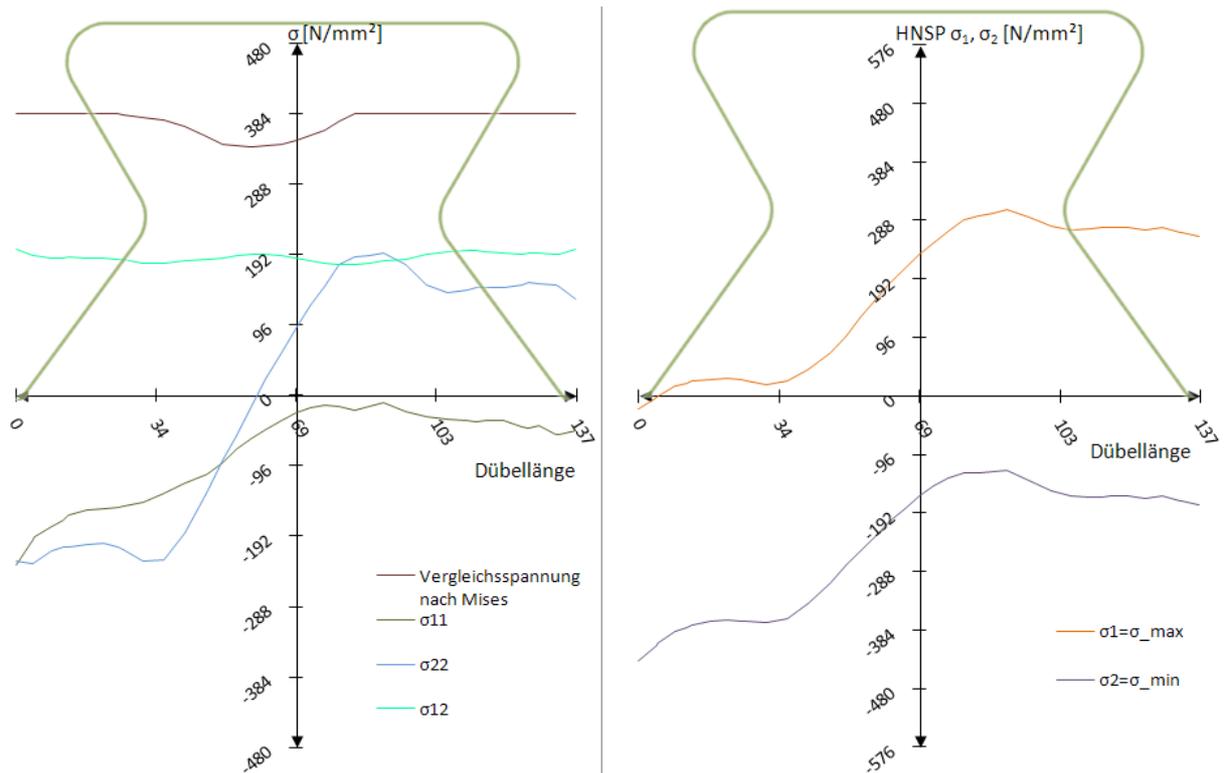


Abb. 7.34: Schnitt 2: Spannungen σ_{ij} und Hauptnormalspannungen $\sigma_{\text{max}}/\sigma_{\text{min}}$ beim Modell 1, $t_2=2908 \text{ kN/lfm}$

Abb. 7.34 weist dem Betonmodell nahezu idente Spannungsverläufe auf. Lediglich die maximale Hauptnormalspannung bleibt auf der belasteten Dübelzahnseite konstant bei 288 N/mm^2 . Im Betonmodell fällt sie zur rechten Ausrundung hin auf bis 100 N/mm^2 ab. Parallel dazu bleibt ebenfalls die minimale Hauptnormalspannung konstant, anstatt wie beim Betonmodell in Richtung der belasteten Kante betragsmäßig anzusteigen.

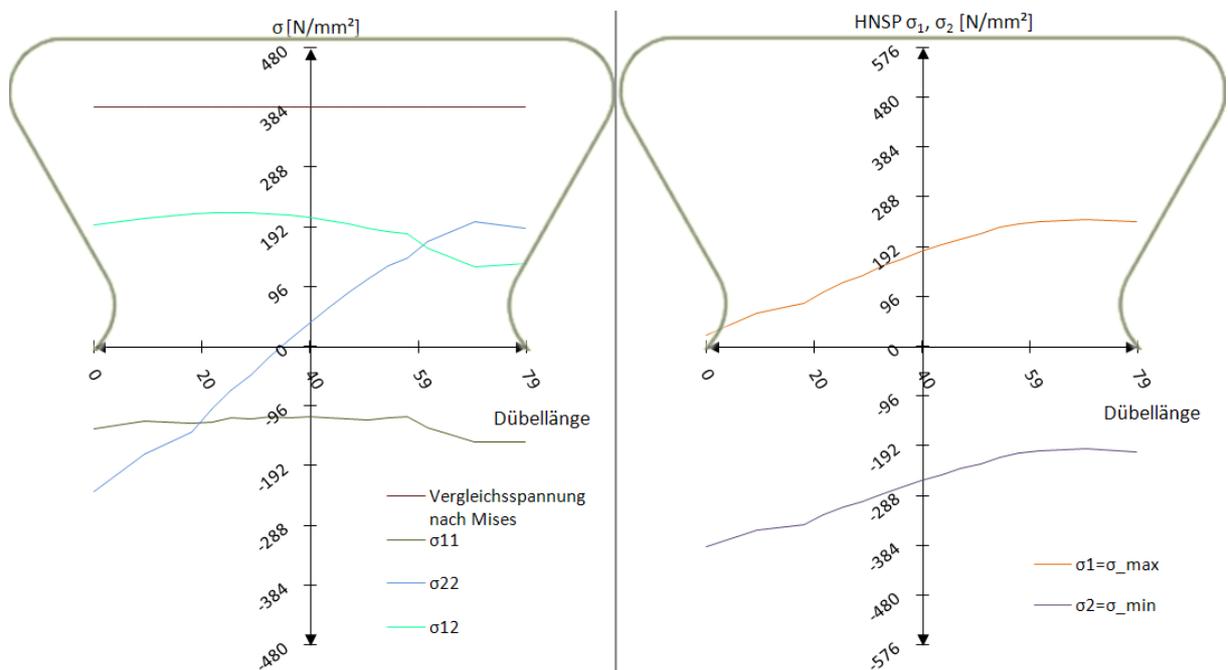


Abb. 7.35: Schnitt 3: Spannungen σ_{ij} und Hauptnormalspannungen $\sigma_{\text{max}}/\sigma_{\text{min}}$ beim Modell 1, $t_2=2908 \text{ kN/lfm}$

In Abb. 7.35 sind die Spannungskomponenten des Schnitts 3 dargestellt. Die Komponente der Schubspannung σ_{12} bildet den Verlauf aus dem Betonmodell zum Zeitpunkt t_2 gut ab, überschätzt ihn allerdings um ca. 20 N/mm². Genauso wird die Längsspannung σ_{11} im Vergleich zur FE-Simulation mit Beton um etwa 90 N/mm² unterschätzt. Die maximale Hauptnormalspannung σ_1 beschreibt ein stetiges, lineares Wachstum vom unbelasteten Rand weg, entlang des Schnitts 3, bis auf 280 N/mm². Die Hauptdruckspannung σ_2 sinkt Richtung unbelasteter Kante hin auf bis ca. -280 N/mm² ab.

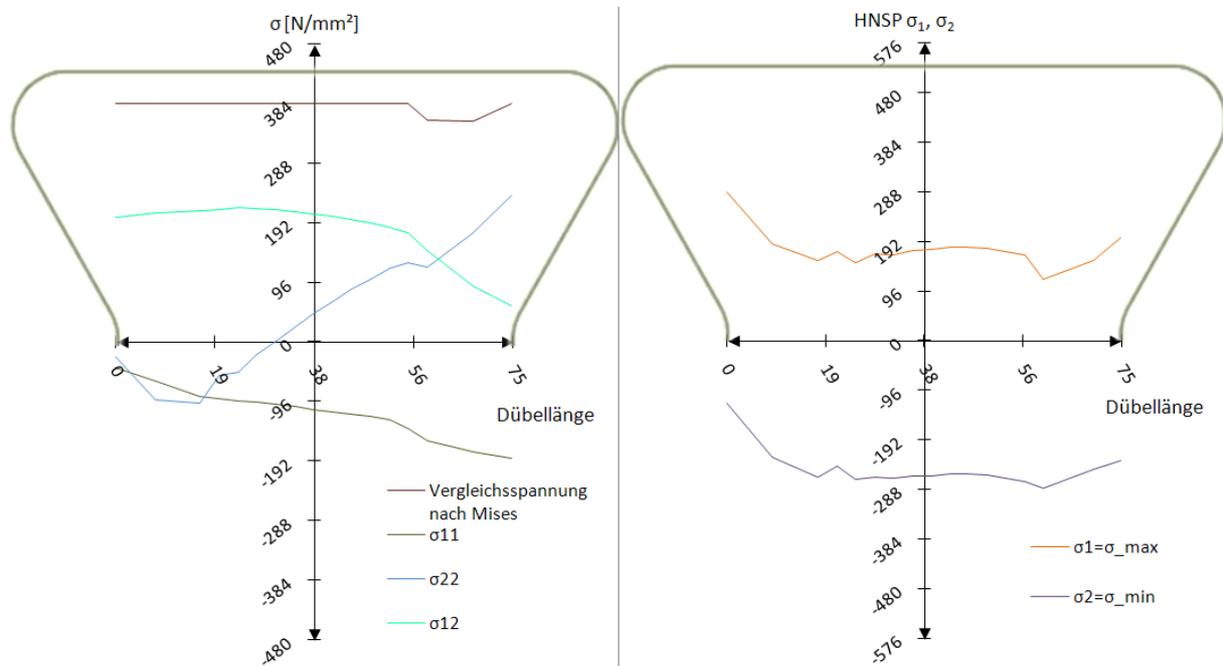


Abb. 7.36: Schnitt 4: Spannungen σ_{ij} und Hauptnormalspannungen $\sigma_{max}/\sigma_{min}$ beim Modell 1, $t_2=2908$ kN/lfm

Die Hauptnormalspannungen in Schnitt 4 (siehe Abb. 7.36) unterscheiden sich von denen des Schnitts 3 stark. Anstatt sich zu verringern wächst die Hauptzugspannung σ_1 am linken, unbelasteten Rand an, und beträgt auf einem Großteil der Schnittbreite ca. 192 N/mm². Die Hauptdruckspannung σ_2 wird an derselben Stelle betragsmäßig kleiner und liegt in der Mitte des Schnitts 4 bei ca. 280 N/mm². Am rechten Rand des Stahlzahns stimmen beide Hauptspannungen gut mit dem Betonmodell überein.

Diese Veränderungen zwischen den sehr eng beieinanderliegenden Schnitten lassen darauf schließen, dass es eine rasche Spannungsumlagerung geben muss. Dabei kann auch die auf den mittleren Kreisbogen wirkende Belastung eine Rolle spielen.

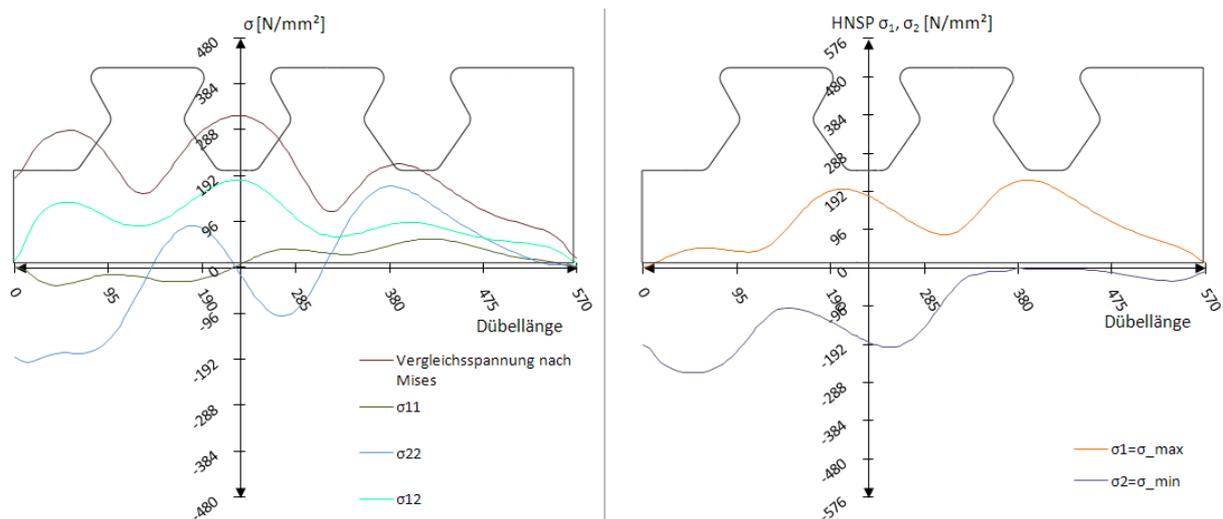


Abb. 7.37: Schnitt Dübelunterseite: Spannungen σ_{ij} und Hauptnormalspannungen $\sigma_{\max}/\sigma_{\min}$ beim Modell 1, $t_2=2908$ kN/lfm

An der Dübelunterseite werden die Spannungen zum Zeitpunkt t_2 bei Einwirkung der Maximallast in Abb. 7.37 dargestellt. Die Vergleichsspannung nach Mises erreicht zwischen beiden Dübelzähnen 320 N/mm² und fällt in der Mitte der Stahlzähne jeweils stark ab. Die Vertikalspannung σ_{22} hat auf Höhe des rechten, belasteten Kreisbogens des mittleren Dübels ein Maximum mit 192 N/mm². Dieses beträgt beim Betonmodell zum Zeitpunkt t_2 nur 120 N/mm². Im Gegensatz zum Zeitpunkt t_0 weisen alle betrachteten Komponenten im Schnitt „Dübelunterseite“ einen deutlich ungleichmäßigeren Verlauf auf.

Die Schubspannung σ_{12} hat, wie die Vergleichsspannung nach Mises, ihr Maximum dort, wo der Zugbereich des linken, äußeren Dübelzahns mit dem Druckbereich des mittleren Dübelzahns zusammentrifft. Das ist der Bereich zwischen den beiden Dübeln.

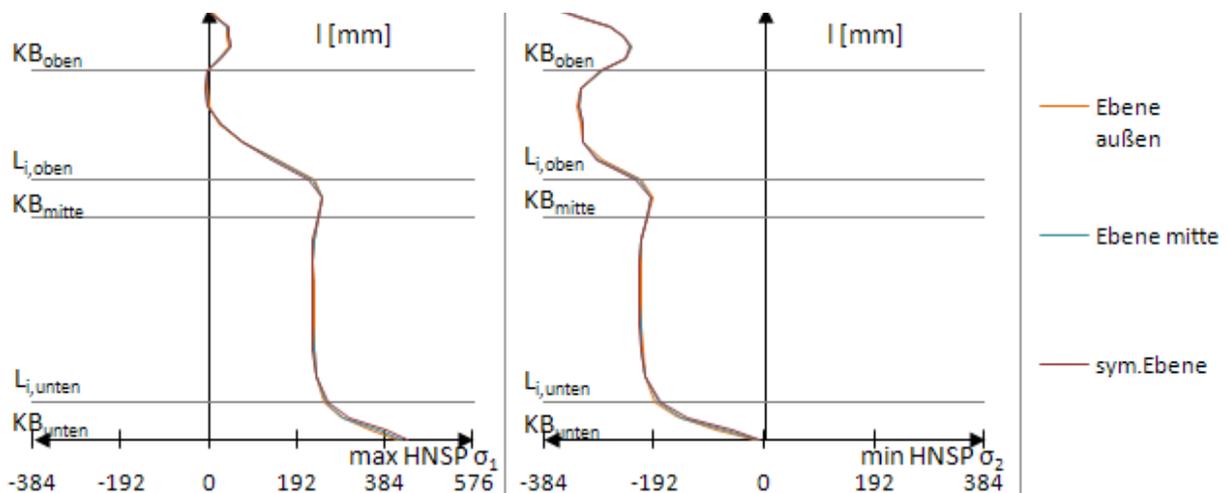


Abb. 7.38: Hauptnormalspannungen an der belasteten, rechten Dübelzahnseite beim Modell 1, $t_2=2908$ kN/lfm

Die Hauptnormalspannungen (siehe Abb. 7.38) verlaufen entlang der unteren Kante $l_{G,unten}$ annähernd konstant mit Werten von ± 192 N/mm². An der oberen Kante fällt wegen der großen Druckspannung die maximale Hauptzugspannung σ_1 ab, die minimale Hauptdruckspannung σ_2 erreicht einen Wert unterhalb von -300 N/mm². Beide Hauptspannungen überschätzen betragsmäßig die im Betonmodell 1 auftretenden.

8 Auswertung – Modell 5

8.1 Lasten und Dübelkennlinie

Das von Petraschek erstellte Modell 5 unterscheidet sich gemäß Abb. 8.4 nur durch die unterschiedliche Position, Wirkungsrichtung und Größe der Lasten von Modell 1. Auf der Länge l_{Fluid} wirkt der Beton als Fluid. Der Druck p_{Fluid} wirkt senkrecht auf die Stahlfläche und kann durch die Funktion *Load-pressure* simuliert werden. Nicht zu vergessen ist die anzusetzende vertikale Abtriebskraft $D=D_1=D_{i-1}=D_{i-2}$.

Bis zum Zeitpunkt t_1 stimmt die Dübelkennlinie des Belastungsmodell 5 mit der des Versuchs und der drei Betonmodelle im Wesentlichen überein.

Bei größeren Verschiebungen zum Zeitpunkt t_2 erhält man bei einer Last von $P_{\text{max}}=2136 \text{ kN/lfm}$ lt. Abb. 8.1 eine wesentlich größere Verschiebung als beim Belastungsmodell 1, beim Betonmodell und beim Push-Out Versuchskörper. Ebenfalls ist bei einer Verschiebung $\delta=8,2 \text{ mm}$ die Last um ca. 600 kN/lfm (ca. 23%) geringer als bei den anderen Modellen.

Diese Ergebnisse deuten auf einen ungünstigen Lastansatz hin. Die großen Vertikalverschiebungen sind in Abb. 8.2 ersichtlich. Auch die sich ergebenden Spannungen weichen stark von jenen des Betonmodells ab.

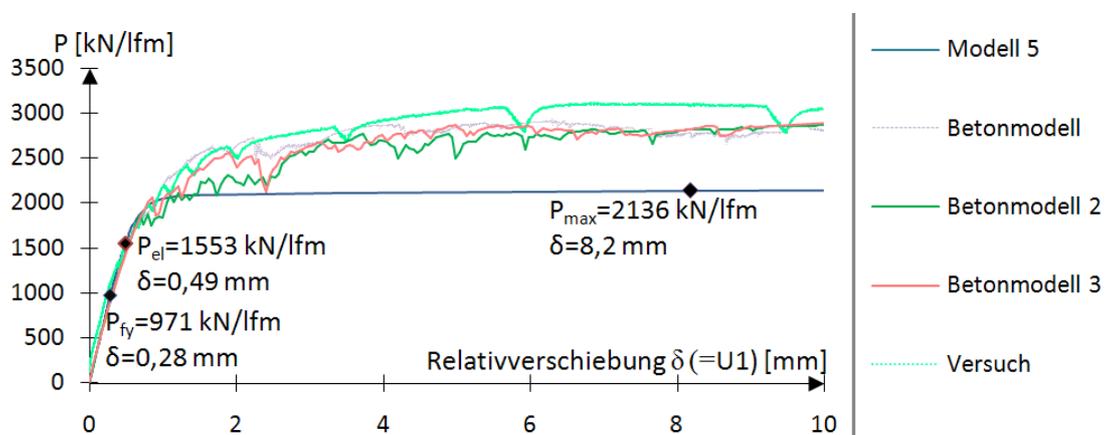


Abb. 8.1: Last-Verschiebungsdiagramm für Modell 5

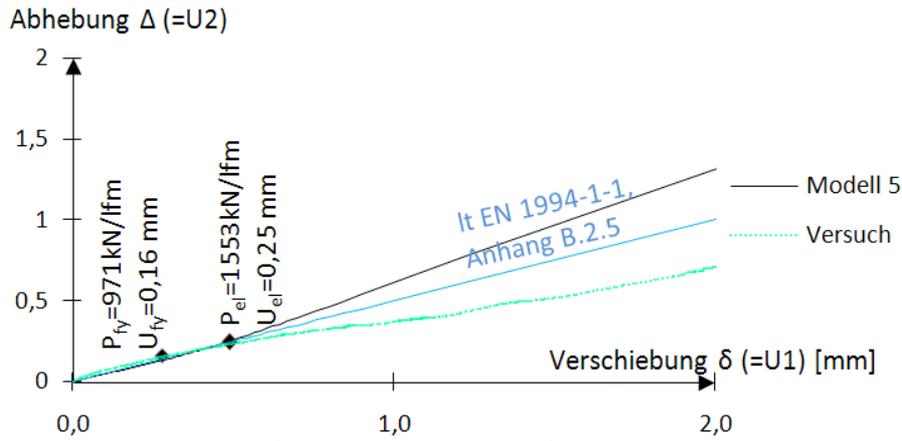


Abb. 8.2: Abhebekennlinie für Modell 5

Tab. 8.1 zeigt die resultierenden Kräfte auf einen Dübelzahn des Modells 5 zu verschiedenen Zeitpunkten. Die Schnittgrößen N_i , V_i , und M_i beinhalten schon die Abtriebskraft D . Ihre Berechnung erfolgt beispielhaft in Kapitel 12.6. Da sich in Modell 5 die Kraft R_{ges} aus R_{Fluid} und $R_{starr,\mu}$ zusammensetzt, welche an verschiedenen Stellen wirken, wird sie mit Gleichung 8.1 berechnet.

$$R_{ges} = \sqrt{N^2 + V^2} \tag{8.1}$$

Sie beinhaltet somit schon die Abtriebskraft D .

	R_{ges}	N_i	V_i	M_i
t_0	161,8	-24,0	160,5	5,39
t_1	259,5	-38,3	256,7	8,62
t_2	356,9	-52,7	353,0	11,86

Tab. 8.1: Resultierende Kräfte, $R_{starr,\mu}$, N_i und V_i in [kN], M_i in [kNm]

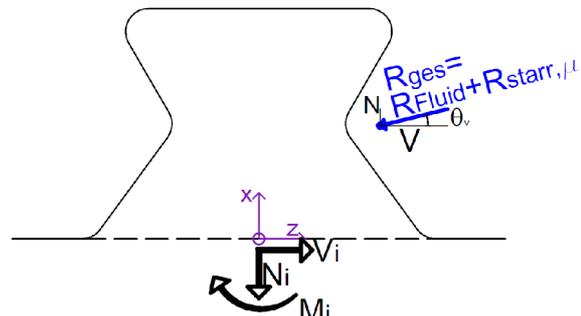


Abb. 8.3: Resultierende Kräfte N_i , V_i und M_i zu Tab. 8.1

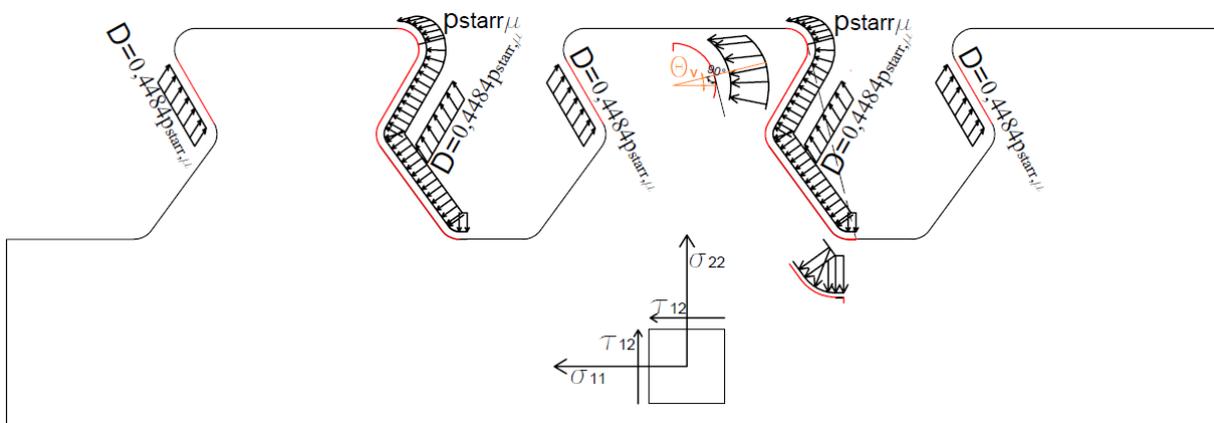


Abb. 8.4: Ansatz der Lasten bei Lastmodell 5 in [N/mm²]

8.2 Ergebnisse: Zeitpunkt t_0

Versuchslast: $P_{fy}=971,1$ kN/lfm

Horizontalverschiebung: $\delta=0,28$ mm

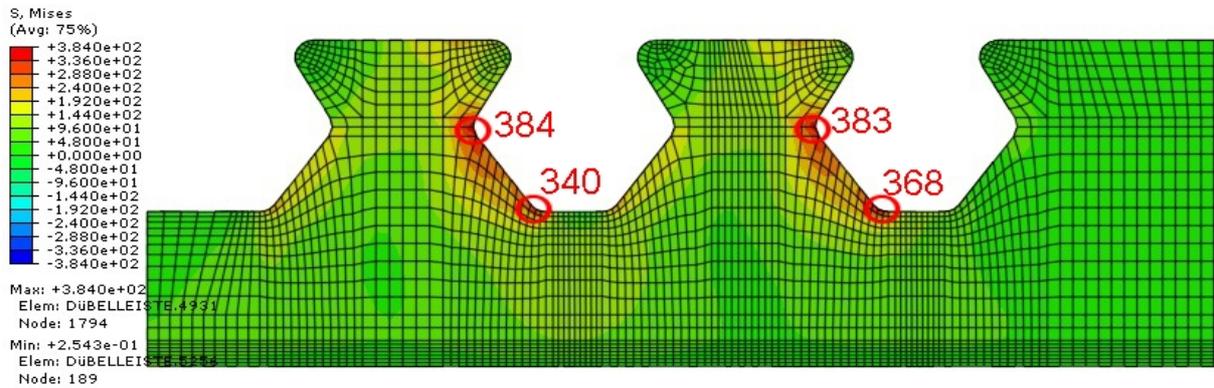


Abb. 8.5: Vergleichsspannung σ_v [N/mm²] beim Modell 5, $t_0=971$ kN/lfm

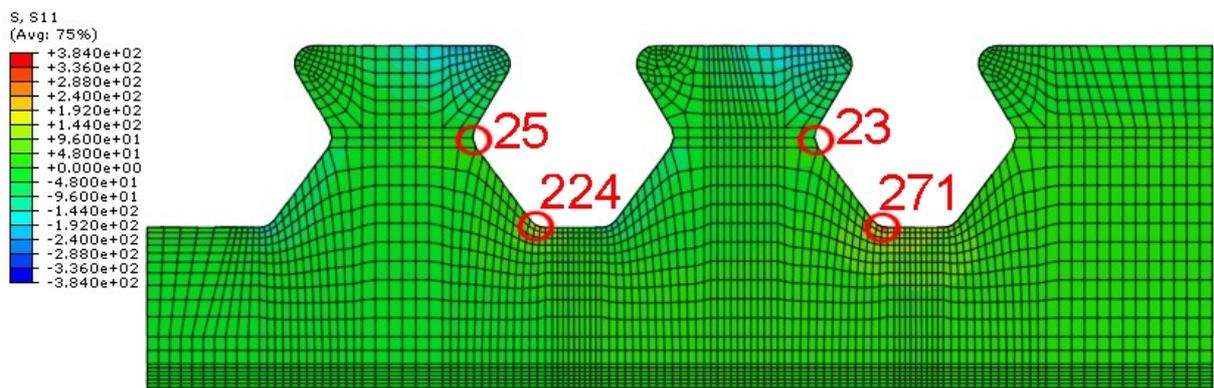


Abb. 8.6: σ_{11} [N/mm²] beim Modell 5, $t_0=971$ kN/lfm

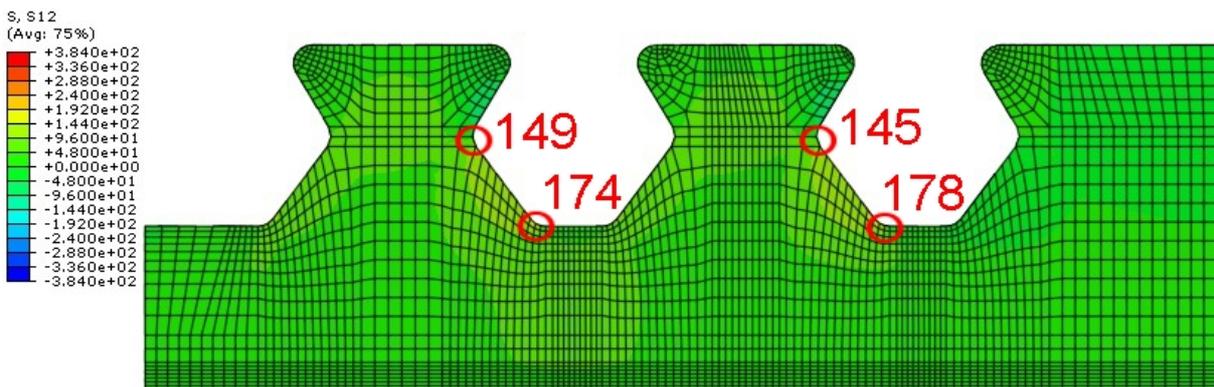


Abb. 8.7: σ_{12} [N/mm²] beim Modell 5, $t_0=971$ kN/lfm

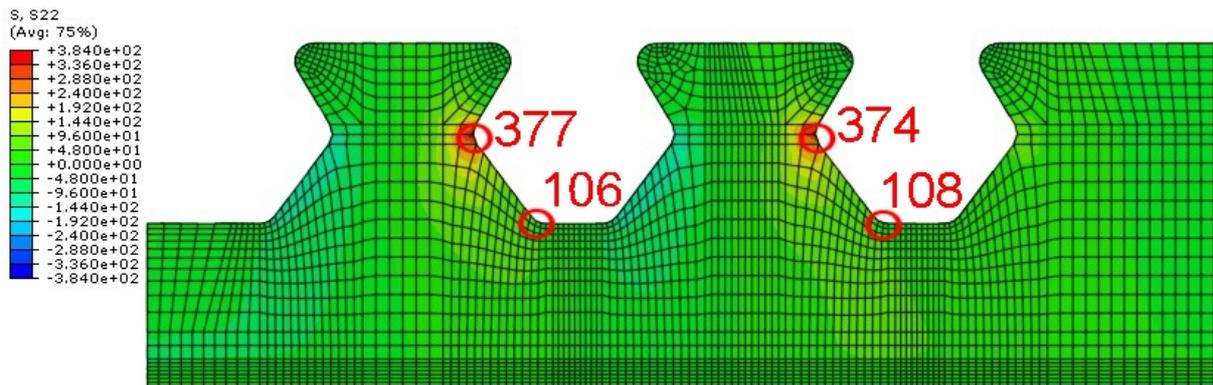


Abb. 8.8: σ_{22} [N/mm²] beim Modell 5, $t_0=971$ kN/lfm

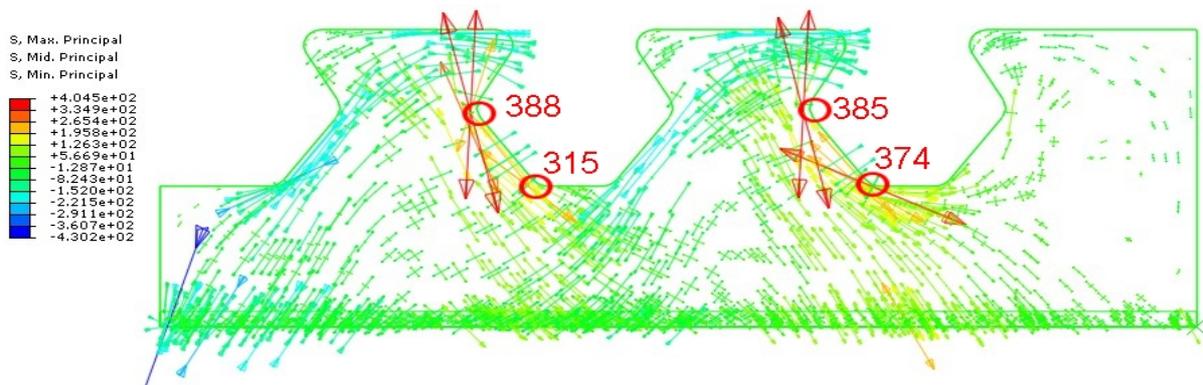


Abb. 8.9: Hauptnormalspannungen [N/mm²] beim Modell 5, $t_0=971$ kN/lfm

Bei Modell 5 beginnt die Plastifizierung auf Höhe des Schnitts 4, an der belasteten Stahlzahnkante. Abb. 8.5 zeigt, dass nahezu zeitgleich die Fließgrenze am unteren, belasteten Kreisbogen KB_{unten} erreicht wird. Die Hauptnormalspannungen in Abb. 8.9 orientieren sich wie schon in Kapitel 6 und 7 an den Rändern des Dübelzahns. Die Trajektorien der Druckspannungen treffen im Dübelblech zwischen beiden Dübelzähnen mit denen der Zugspannungen zusammen. Dies lässt am Schnittpunkt große Vergleichsspannungen nach Mises erwarten.

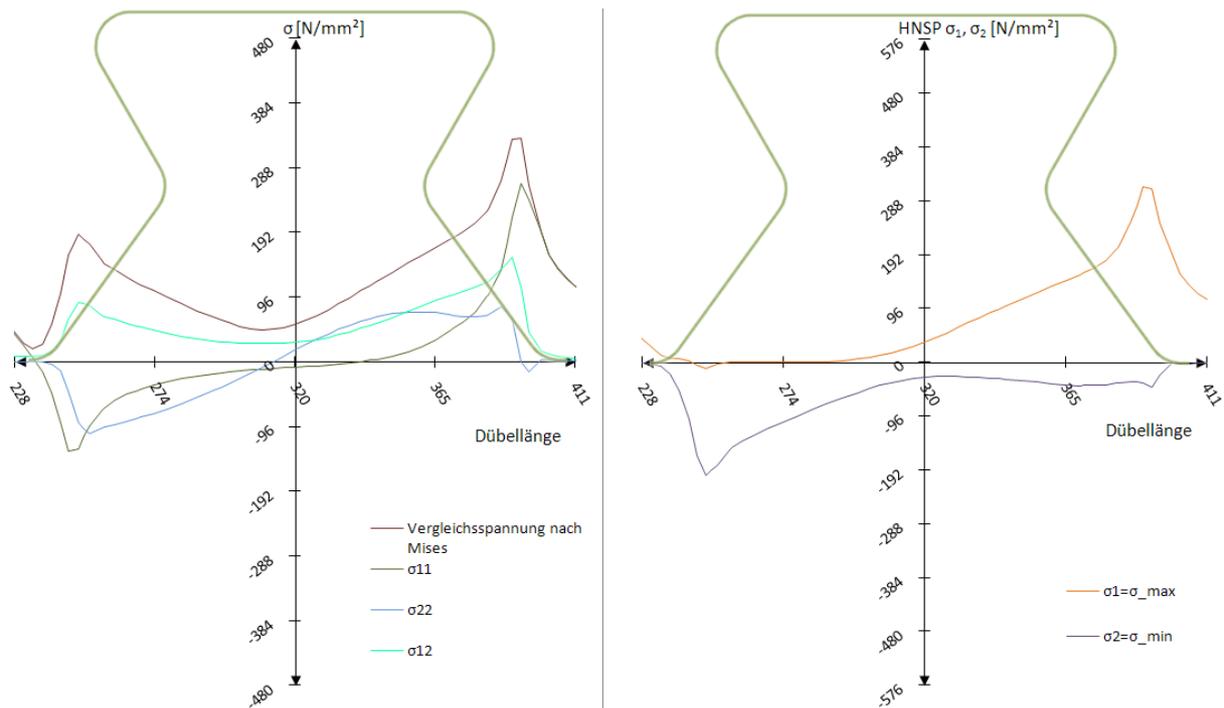


Abb. 8.10: Schnitt 1: Spannungen σ_{ij} und Hauptnormalspannungen $\sigma_{\max}/\sigma_{\min}$ beim Modell 5, $t_0=971$ kN/lfm

Dass der Bereich des Schnitts 1 bei der unteren Ausrundung KB_{unten} knapp vor Erreichen der Fließgrenze steht, ist in Abb. 8.10 gut ersichtlich. Die Vergleichsspannung nach Mises hat dort ihr Maximum. Die vertikale Spannung σ_{22} beschreibt keinen linearen Verlauf nach klassischer Biegetheorie mehr, sondern beträgt an derselben Stelle konstant 80 N/mm^2 . Die Längsspannung σ_{11} , sowie die Schubspannung σ_{12} weichen kaum von den Werten des Betonmodells zum Zeitpunkt t_0 ab.

Die maximale Hauptzugspannung ist mit ca. 320 N/mm^2 am rechten Rand des Schnitts 1 etwas geringer als die des FE-Betonmodells mit 380 N/mm^2 . Die Verläufe stimmen trotzdem sehr gut überein. Die minimale Hauptnormalspannung σ_2 ist nahezu identisch mit der des Betonmodells.

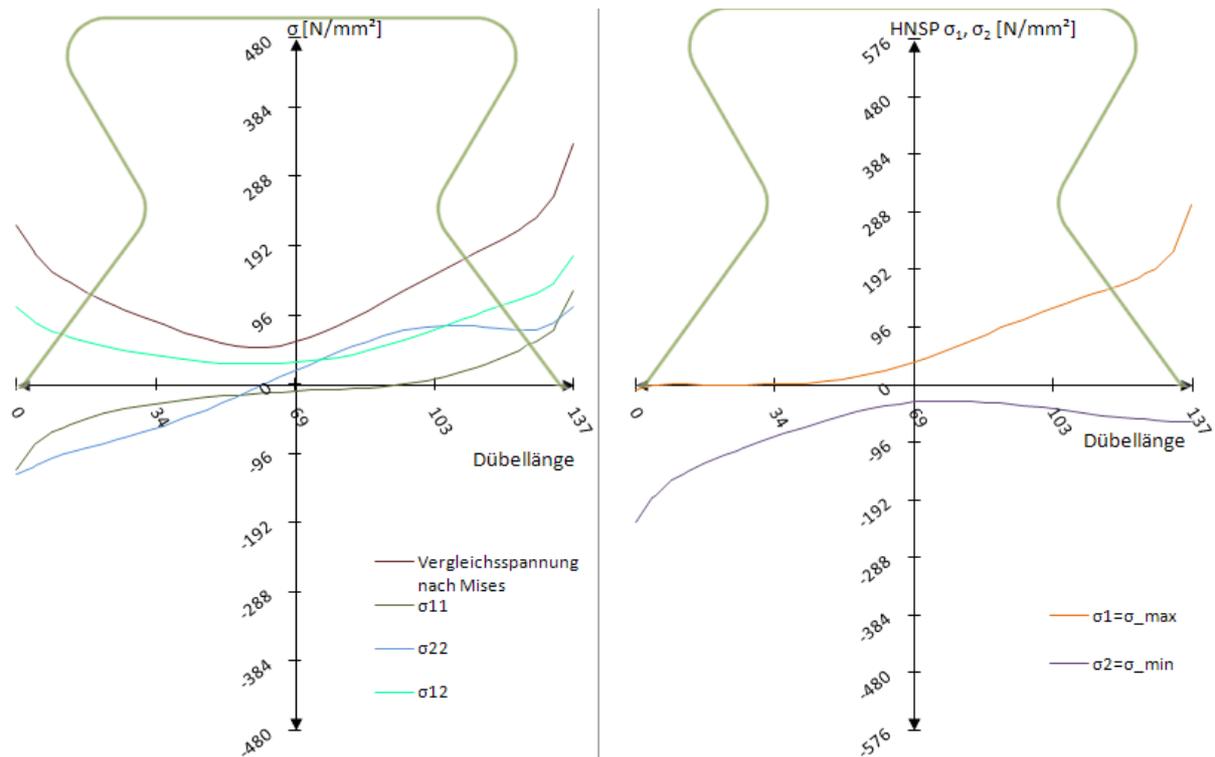


Abb. 8.11: Schnitt 2: Spannungen σ_{ij} und Hauptnormalspannungen $\sigma_{\max}/\sigma_{\min}$ beim Modell 5, $t_0=971$ kN/lfm

Schnitt 2 stellt in Abb. 8.11 die über den Dübelzahn verteilten Spannungskomponenten oberhalb der unteren Ausrundung KB_{unten} dar. Bei einem Vergleich mit dem Betonmodell zum Zeitpunkt t_0 ist eine sehr gute Übereinstimmung aller Spannungskomponenten zu erkennen. Die maximalen Hauptzugspannungen steigen bis knapp vor die belastete, rechte Ausrundung hin linear bis auf 192 N/mm^2 an. Erst unmittelbar davor wird der Anstieg steiler und erreicht ca. 280 N/mm^2 . Der Extremwert der Hauptdruckspannungen befindet sich an der unbelasteten, linken Ausrundung.

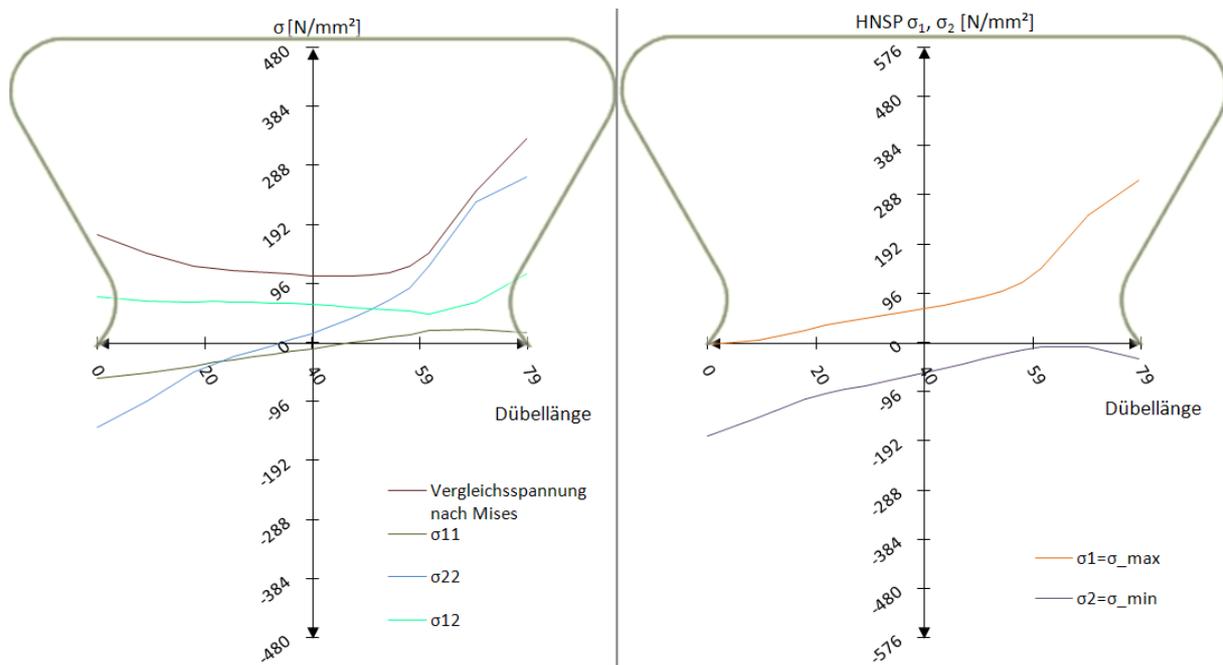


Abb. 8.12: Schnitt 3: Spannungen σ_{ij} und Hauptnormalspannungen $\sigma_{max}/\sigma_{min}$ beim Modell 5, $t_0=971$ kN/lm

Die Ergebnisse von Schnitt 3 in Abb. 8.12 zeigen das Erreichen der Fließgrenze an der rechten Ausrundung. Die Spannung σ_{22} verläuft zum belasteten Rand hin linear, steigt dann aber überproportional auf 280 N/mm² an. Die Verläufe und Größen aller Spannungskomponenten sind mit denen des Betonmodells fast ident.

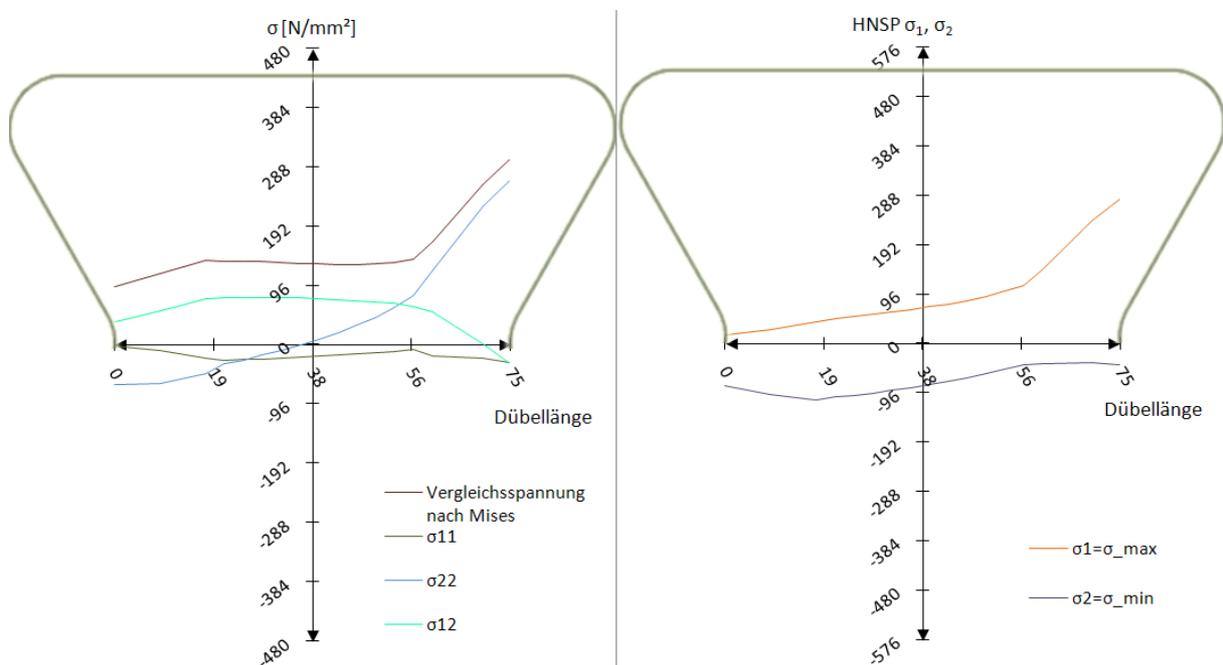


Abb. 8.13: Schnitt 4: Spannungen σ_{ij} und Hauptnormalspannungen $\sigma_{max}/\sigma_{min}$ beim Modell 5, $t_0=971$ kN/lm

Ebenso verhält es sich mit Schnitt 4 in Abb. 8.13. Dort existieren nur kleine Abweichungen. Die Vergleichsspannung am unbelasteten Rand fällt auf ca. 96 N/mm² ab. Beim Betonmodell bleibt sie konstant bei ungefähr 130 N/mm². Die geringere Vergleichsspannung am

unbelasteten Rand ist das Resultat einer um ca. 40 N/mm² geringeren Vertikalspannung σ_{22} und einer auch an diesem Rand auf ca. 50 N/mm² abfallenden Schubspannung σ_{12} . Die Verläufe der Hauptnormalspannungen beschreiben großteils einen linearen Verlauf mit einem Anstieg zu den Rändern hin.

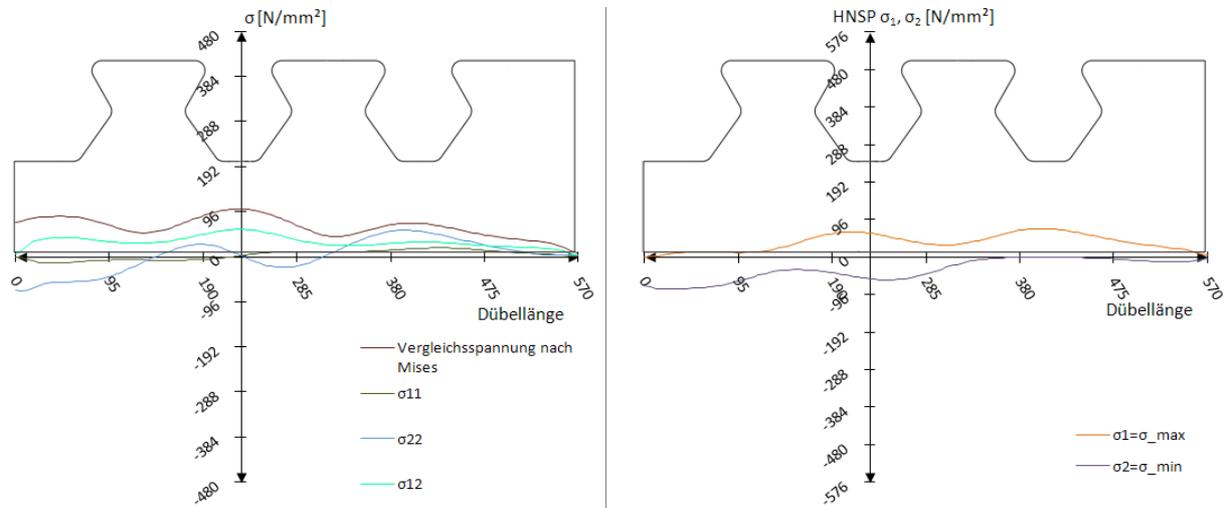


Abb. 8.14: Schnitt Dübelunterseite: Spannungen σ_{ij} und Hauptnormalspannungen $\sigma_{\max}/\sigma_{\min}$ beim Modell 5, $t_0=971$ kN/lfm

An der Dübelunterseite (siehe Abb. 8.14) gleichen alle Kurven denen des Betonmodells. Die Vergleichsspannung nach Mises steigt auf 100 N/mm² zwischen beiden Dübeln an und fällt in der Mitte der Dübel auf ungefähr 40 N/mm² ab. Die Längsspannung σ_{11} ist nahezu Null. Die maximale Hauptzugspannung σ_1 erreicht ebenso wie die minimale Hauptdruckspannung σ_2 ihr Maximum zwischen beiden Dübelzähnen.

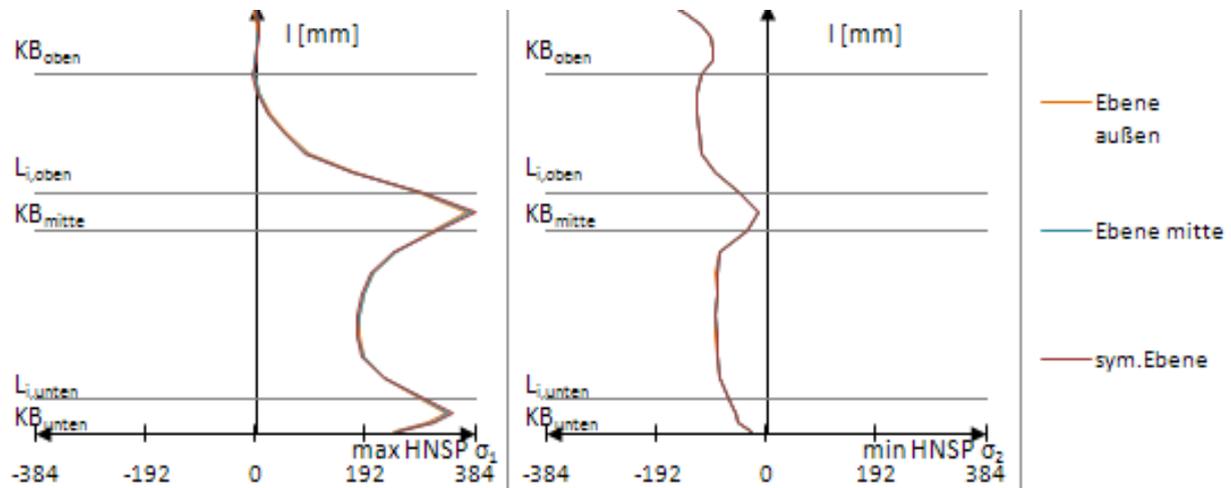


Abb. 8.15: Hauptnormalspannungen an der belasteten, rechten Dübelzahnseite beim Modell 5, $t_0=971$ kN/lfm

Die Hauptnormalspannungen (siehe Abb. 8.15) entlang der belasteten Stahlzahnkante stimmen vom Verlauf her recht gut mit denen des Betonmodells überein. Lediglich im Bereich des unteren Kreisbogens wird nicht ganz der Betrag der maximalen Hauptzugspannung des Betonmodells erreicht (nur ca. 91%). Durch die Betrachtung des Betons als Fluid entstehen größere Vertikalspannungen σ_{22} im mittleren Kreisbogen, was zu realistischen Hauptnormalspannungen führt.

8.3 Ergebnisse: Zeitpunkt t_1

Versuchslast: $P_{el}=1553,7 \text{ kN/lfm}$

Horizontalverschiebung: $\delta=0,49 \text{ mm}$

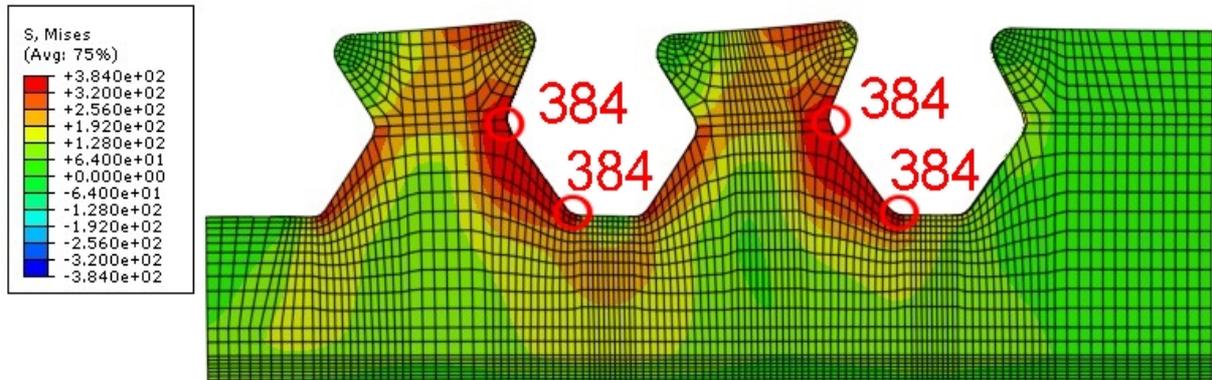


Abb. 8.16: Vergleichsspannung σ_v [N/mm²] beim Modell 5, $t_1=1554 \text{ kN/lfm}$

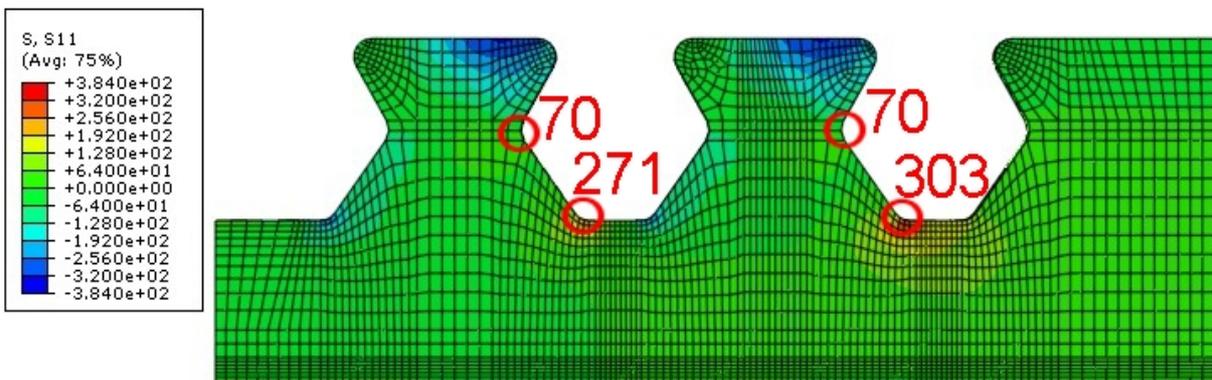


Abb. 8.17: σ_{11} [N/mm²] beim Modell 5, $t_1=1554 \text{ kN/lfm}$

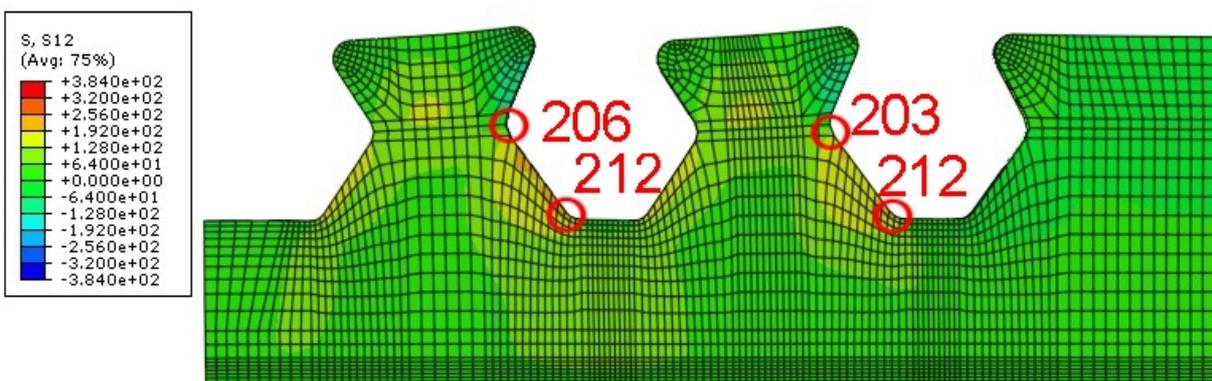


Abb. 8.18: σ_{12} [N/mm²] beim Modell 5, $t_1=1554 \text{ kN/lfm}$

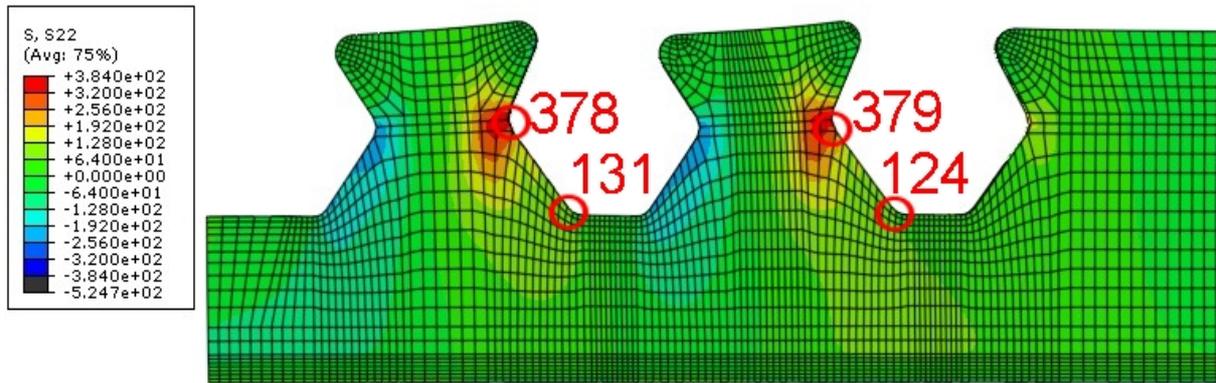


Abb. 8.19: σ_{22} [N/mm²] beim Modell 5, $t_1=1554$ kN/lfm

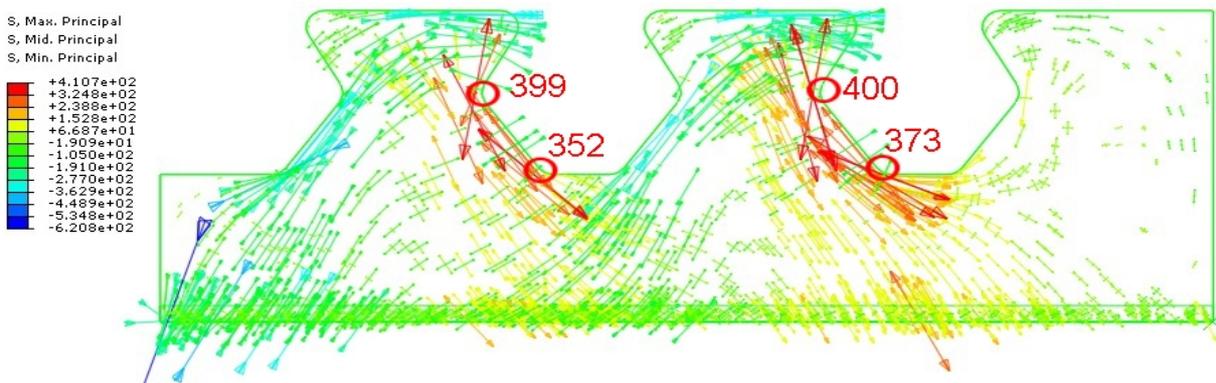


Abb. 8.20: Hauptnormalspannungen [N/mm²] beim Modell 5, $t_1=1554$ kN/lfm

Modell 5 fließt zum Zeitpunkt t_1 im Bereich der gesamten unteren Stahlzahnkante $I_{G,unten}$ (siehe Abb. 8.16). Ebenfalls gerät der Bereich um die untere Ausrundung der unbelasteten Kante ins Fließen. Die Längsspannung σ_{11} ist ebenfalls an beiden unteren Ausrundungen KB_{unten} konzentriert (siehe Abb. 8.17). In vertikaler Richtung wirkt σ_{22} gebündelt an der mittleren Ausrundung KB_{mitte} des belasteten Randes (siehe Abb. 8.19).

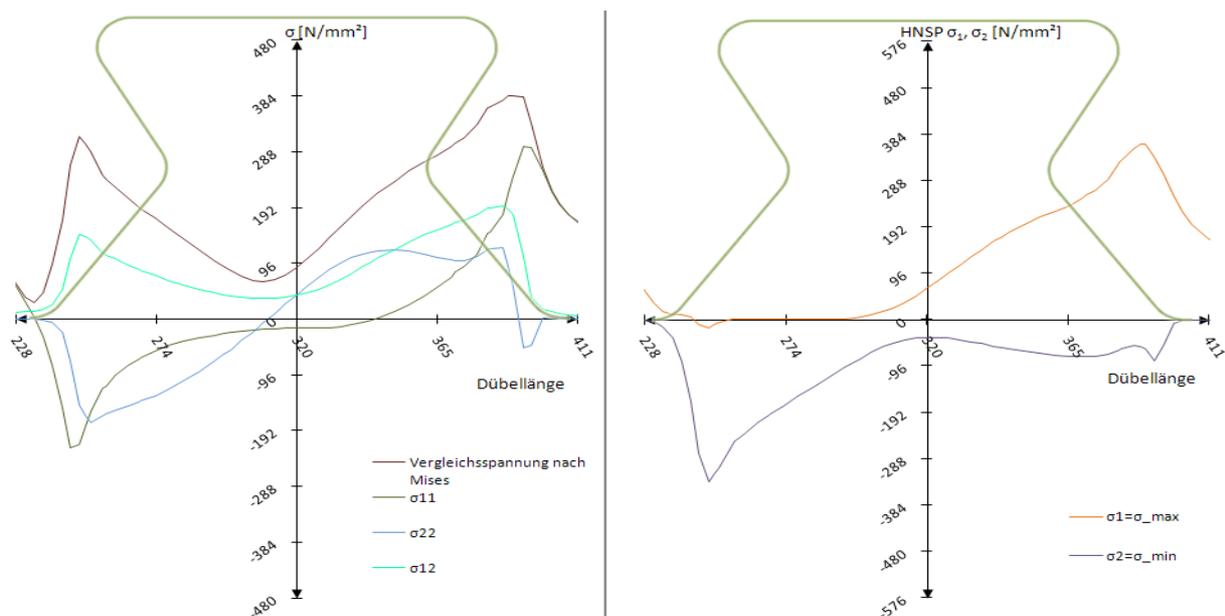


Abb. 8.21: Schnitt 1: Spannungen σ_{ij} und Hauptnormalspannungen $\sigma_{max}/\sigma_{min}$ beim Modell 5, $t_1=1554$ kN/lfm

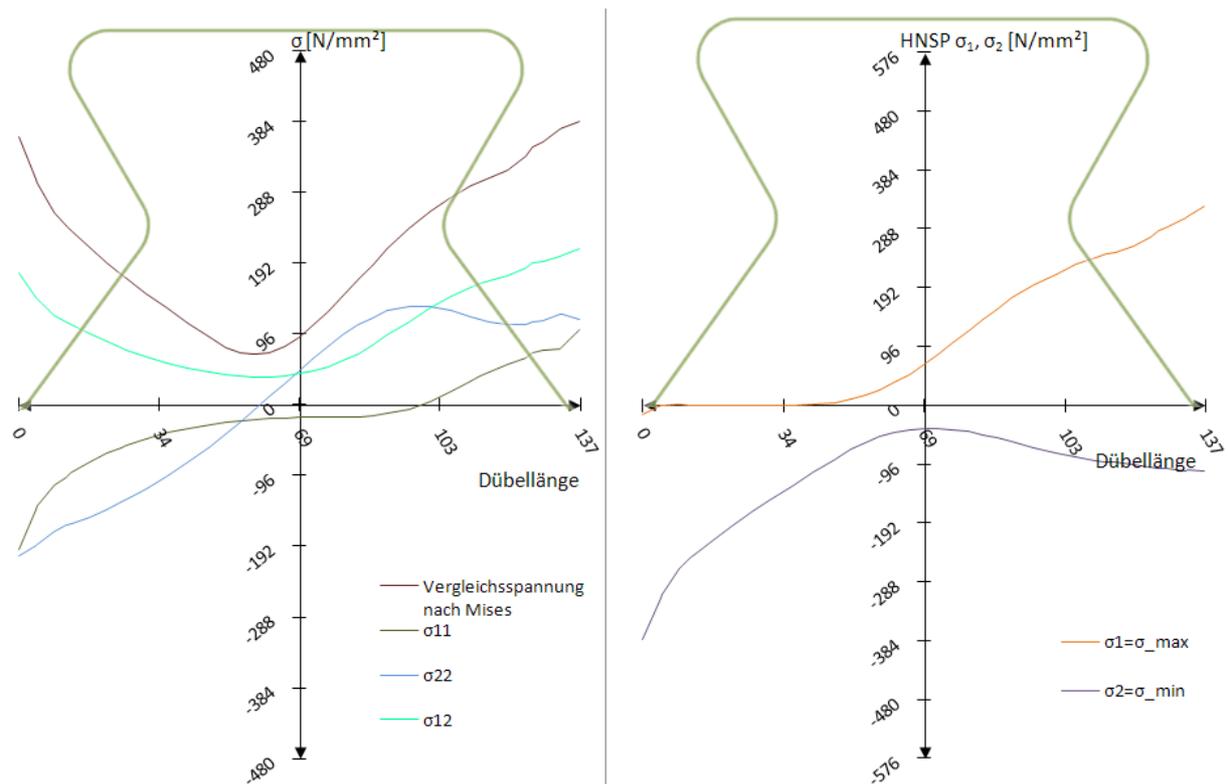


Abb. 8.22: Schnitt 2: Spannungen σ_{ij} und Hauptnormalspannungen $\sigma_{\max}/\sigma_{\min}$ beim Modell 5, $t_1=1554$ kN/lfm

In Schnitt 1 (siehe Abb. 8.21) liegt die Vergleichsspannung nach Mises zum Zeitpunkt t_1 am belasteten Kreisbogen auf Höhe der Fließgrenze. Die Längsspannung σ_{11} im Betonmodell erreicht zu diesem Zeitpunkt am unteren Kreisbogen KB_{unten} über 380 N/mm². σ_{11} in Modell 5 liegt an der selben Stelle ca. 100 N/mm² darunter. Die Vertikalspannungen σ_{22} sind nicht mehr linear über den Querschnitt verteilt. Es bildet sich - anders als im Betonmodell - ein Plateau. Dennoch stimmen die Hauptnormalspannungen sehr gut mit diesem überein. Nur in Schnitt 2 (siehe Abb. 8.22) ist die Hauptdruckspannung σ_2 des Modell 5 mit 380 N/mm² betragsmäßig größer.

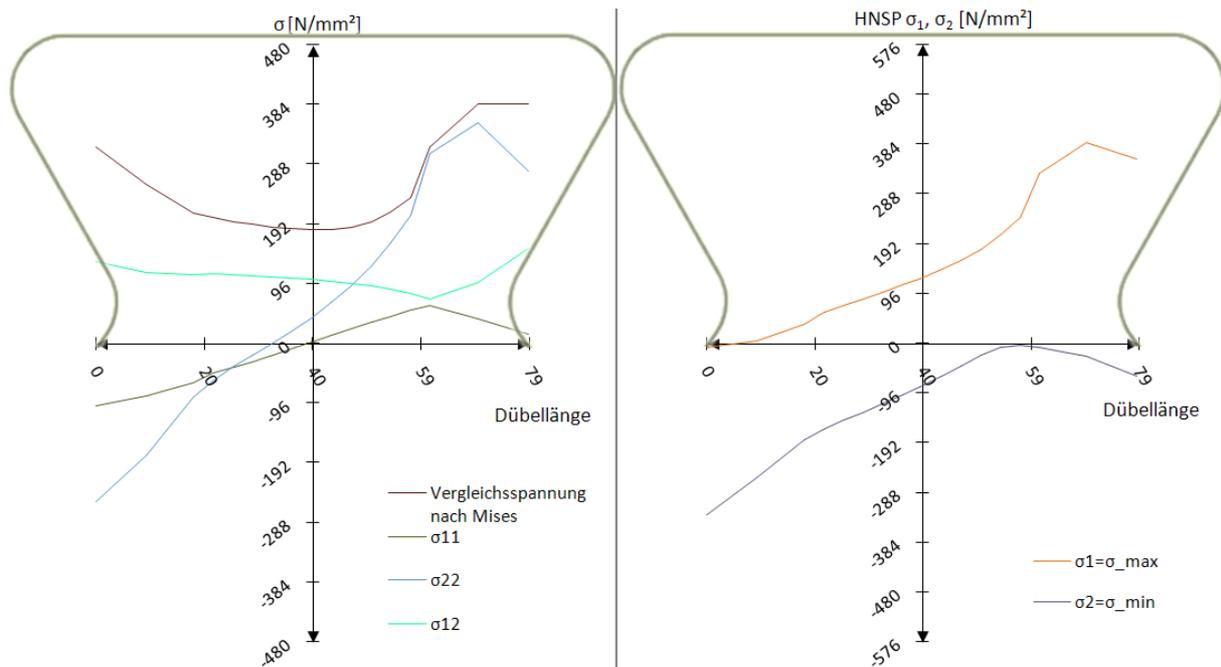


Abb. 8.23: Schnitt 3: Spannungen σ_{ij} und Hauptnormalspannungen $\sigma_{\text{max}}/\sigma_{\text{min}}$ beim Modell 5, $t_1=1554 \text{ kN/lm}$

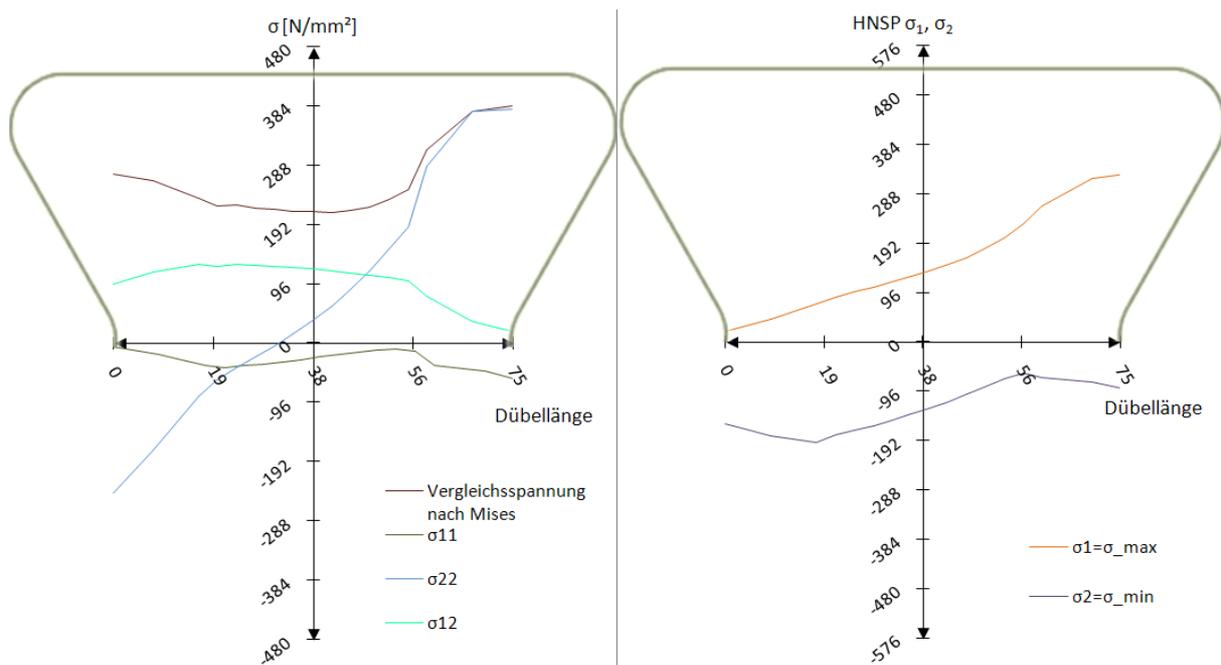


Abb. 8.24: Schnitt 4: Spannungen σ_{ij} und Hauptnormalspannungen $\sigma_{\text{max}}/\sigma_{\text{min}}$ beim Modell 5, $t_1=1554 \text{ kN/lm}$

Schnitt 3 und 4 in Abb. 8.23 und Abb. 8.24 besitzen ein ungefähr 10 mm langes Fließplateau im Bereich des belasteten Kreisbogens. Die Vergleichsspannung beträgt auf dem restlichen Schnitt ca. 200 N/mm^2 und steigt zum unbelasteten Rand hin auf ungefähr 280 N/mm^2 an. Die Hauptzugspannungen σ_1 beschreiben wie die des Betonmodells einen linearen Verlauf, welcher am belasteten Rand ca. 380 N/mm^2 erreicht.

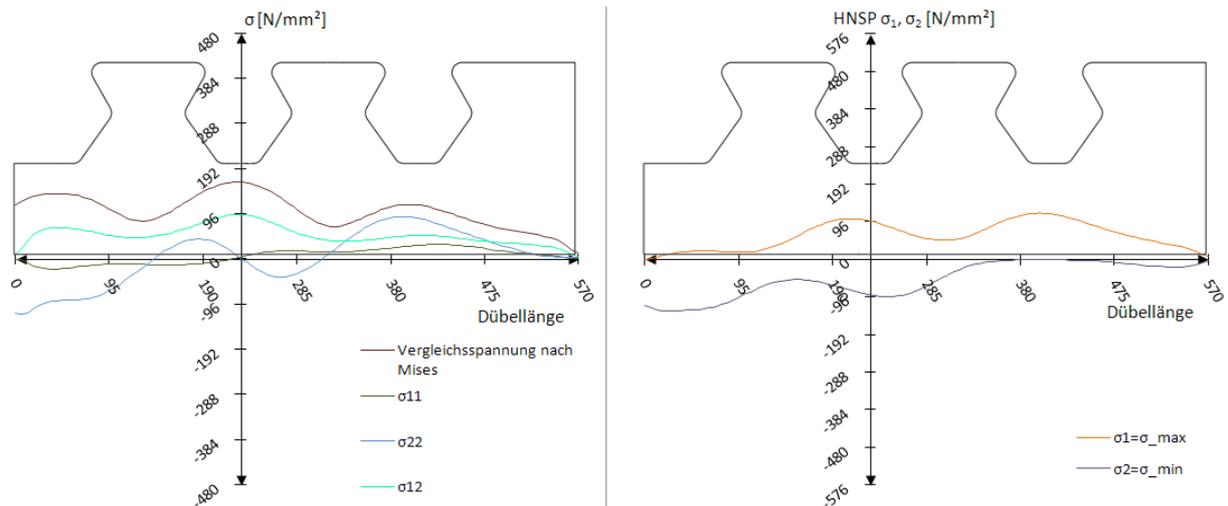


Abb. 8.25: Schnitt Dübelunterseite: Spannungen σ_{ij} und Hauptnormalspannungen $\sigma_{\max}/\sigma_{\min}$ beim Modell 5, $t_1=1554$ kN/lfm

An der Dübelunterseite in Abb. 8.25 ist, wie schon zum Zeitpunkt t_0 , ein starker Anstieg der Vergleichsspannung zwischen beiden Dübelzähnen zu beobachten. Dieser erreicht ungefähr 180 N/mm², was dem Ergebnis des FE-Betonmodells nahe kommt. Die Hauptzugspannung σ_1 erreicht ca. 110 N/mm², die Hauptdruckspannung σ_2 ca. -100 N/mm².

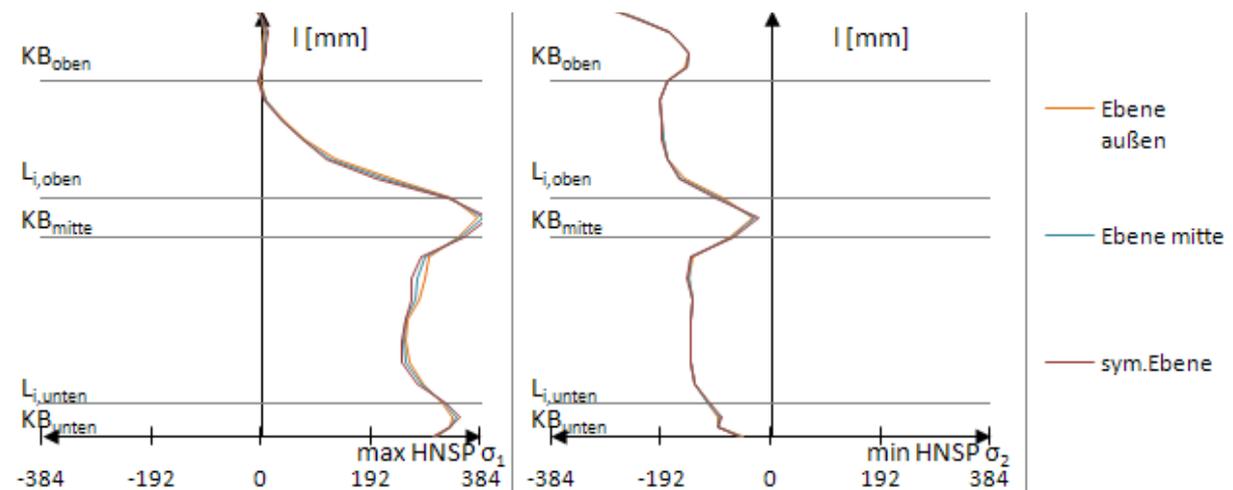


Abb. 8.26: Hauptnormalspannungen an der belasteten, rechten Dübelzahnseite beim Modell 5, $t_1=1554$ kN/lfm

In Abb. 8.26 bleibt die Hauptzugspannung σ_1 entlang der belasteten Stahlzahnkante kleiner als die des Betonmodells. Sie liegt bei ca. 360 N/mm². Hingegen steigt σ_1 entlang der unteren, belasteten Gerade $I_{G,unten}$ und im Bereich des mittleren Kreisbogens weiter an. Die Hauptdruckspannung σ_2 weist einen sehr starken Anstieg auf ungefähr -250 N/mm² im obersten Bereich des oberen Kreisbogens KB_{oben} auf. Dieser existiert beim Betonmodell nicht. Dort fällt σ_2 in allen drei Ebenen auf ca. 50 N/mm² ab.

8.4 Ergebnisse: Zeitpunkt t_2

Versuchslast: $P_{\max}=2136 \text{ kN/lfm}$

Horizontalverschiebung: $\delta=8,19 \text{ mm}$

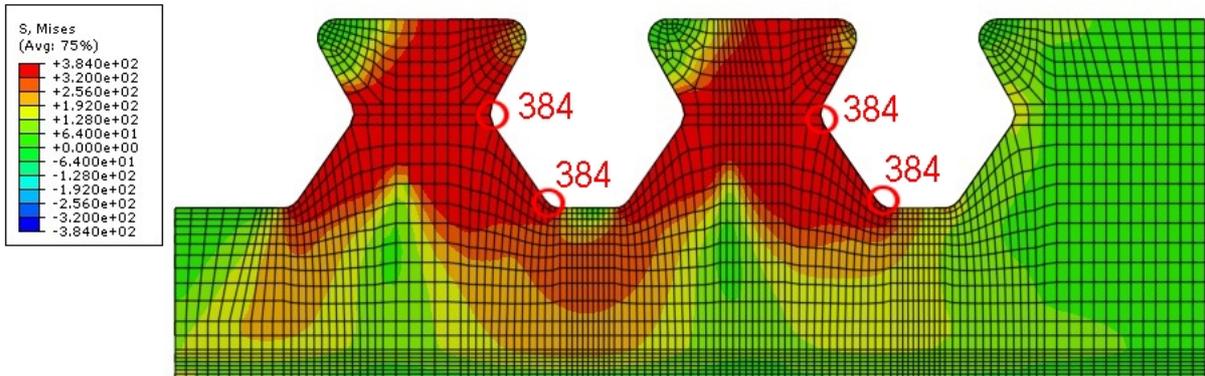


Abb. 8.27: Vergleichsspannung σ_v [N/mm²] beim Modell 5, $t_2=2136 \text{ kN/lfm}$

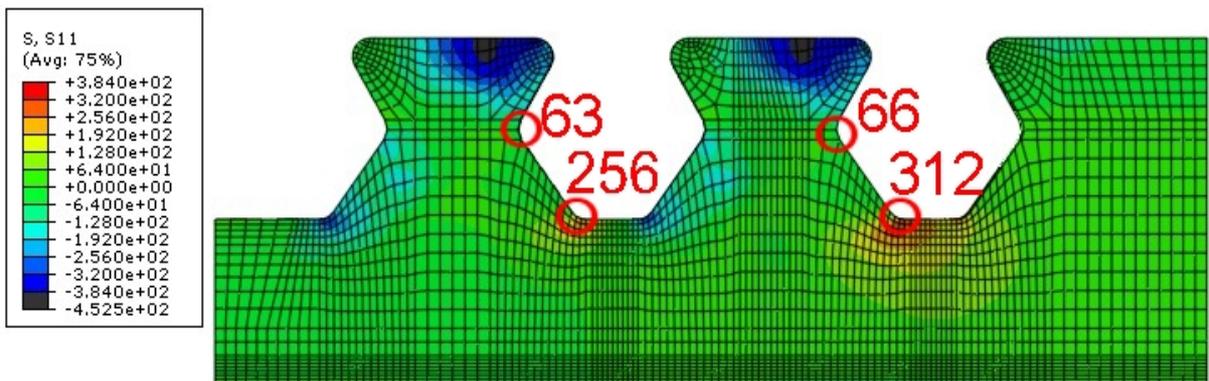


Abb. 8.28: σ_{11} [N/mm²] beim Modell 5, $t_2=2136 \text{ kN/lfm}$

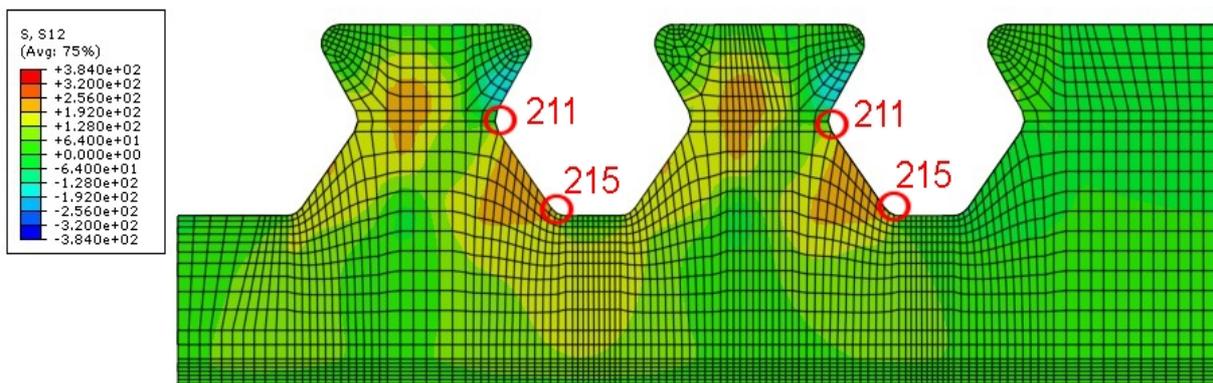


Abb. 8.29: σ_{12} [N/mm²] beim Modell 5, $t_2=2136 \text{ kN/lfm}$

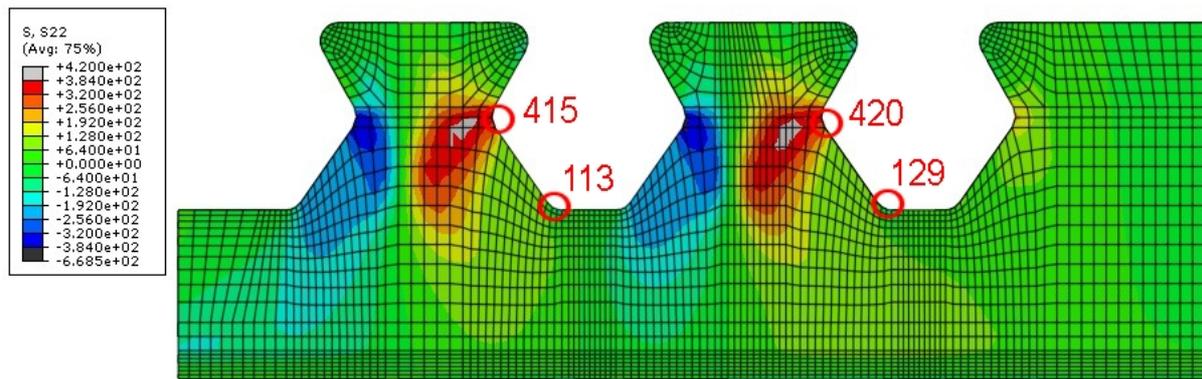


Abb. 8.30: σ_{22} [N/mm²] beim Modell 5, $t_2=2136$ kN/lfm

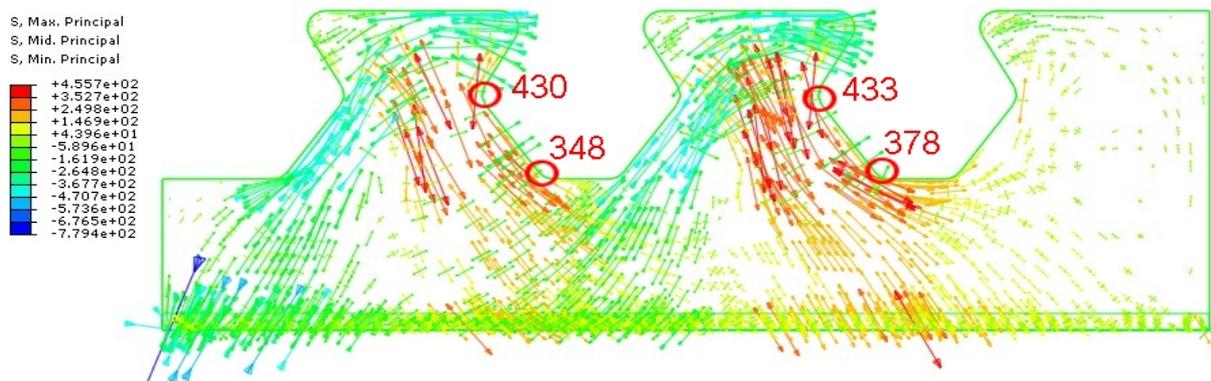


Abb. 8.31: Hauptnormalspannungen [N/mm²] beim Modell 5, $t_2=2136$ kN/lfm

Zum Zeitpunkt t_2 bilden sich, wie in Abb. 8.27 ersichtlich, große Fließbereiche aus. Schnitt 3 und 4 sind vollkommen durchplastiziert. Schnitt 1 und 2 nur im Bereich der Stahlzahnkanten. Es entstehen große Druckspannungen σ_{11} mit über 420 N/mm² im oberen Bereich des Dübelzahns (siehe Abb. 8.28). Wie zu erwarten ist, steigern sich die zum Zeitpunkt t_1 schon konzentrierten Lasten σ_{22} bis zum Zeitpunkt t_2 weiter, siehe Abb. 8.30. Sie erreichen über 400 N/mm² im Bereich des mittleren, belasteten Kreisbogens KB_{mitte} , und unter -320 N/mm² am unbelasteten, mittleren Kreisbogen. Dies zeigt sich auch in den Hauptnormalspannungen in Abb. 8.31. Die Hauptzugspannungen orientieren sich entlang der verformten Stahlzahnkanten und erreichen bis zu 430 N/mm² auf Höhe des Schnitts 3.

Diese hohen Werte zeigen das Erreichen der plastischen Traglast des Modell 5 deutlich. Trotz der großen Verschiebungen in Längsrichtung, ist Schnitt 1 und 2 zwar noch nicht vollkommen durchplastiziert. Dennoch könnte auch unter zusätzlicher Verformung keine höhere Last aufgenommen werden. Trotz der um rund 900 kN/lfm geringeren Last, stimmen die Spannungen auf Höhe aller Schnitte und an der belasteten Stahlzahnkante gut mit denen des Betonmodells überein. Das folgt aus der Definition der Zeitpunkte, welche sich nicht an der Last, sondern am Erreichen der elastischen und plastischen Tragfähigkeit orientieren.

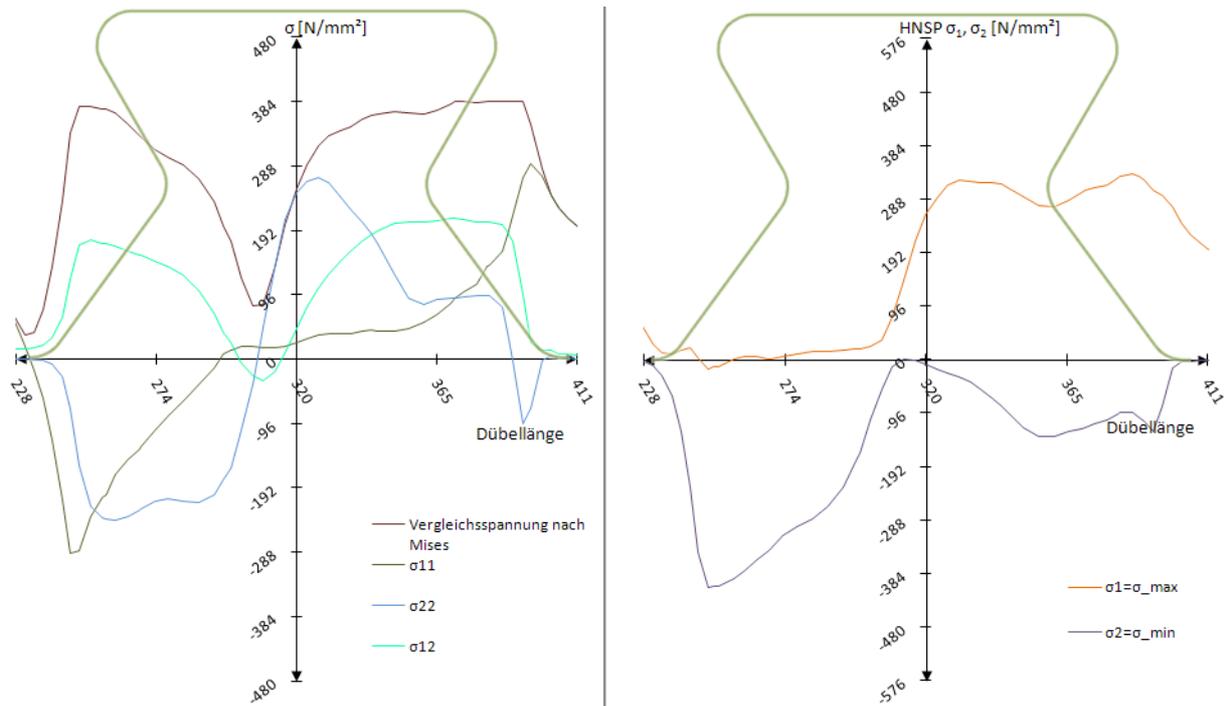


Abb. 8.32: Schnitt 1: Spannungen σ_{ij} und Hauptnormalspannungen $\sigma_{max}/\sigma_{min}$ beim Modell 5, $t_2=2136$ kN/lfm

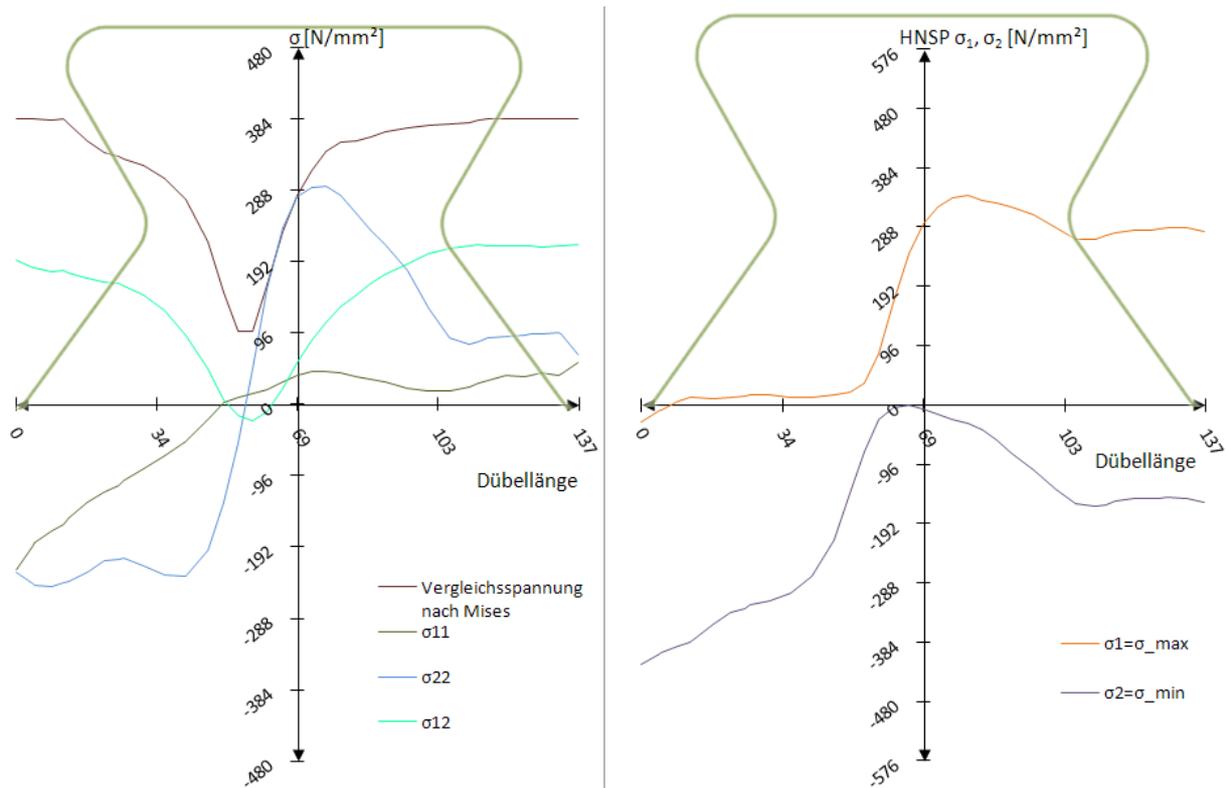


Abb. 8.33: Schnitt 2: Spannungen σ_{ij} und Hauptnormalspannungen $\sigma_{max}/\sigma_{min}$ beim Modell 5, $t_2=2136$ kN/lfm

Abb. 8.32 und Abb. 8.33 zeigen Schnitt 1 bzw. Schnitt 2. Es ist, wie bereits erwähnt, das nicht vollkommene Durchplastizieren (anhand der Vergleichsspannung nach Mises) zu sehen. Die Längsspannung σ_{11} bleibt am rechten Rand, wie zum Zeitpunkt t_1 , 100 N/mm² geringer als die

des Betonmodells mit 380 N/mm^2 . Die Vertikalspannung σ_{22} steigt in der Mitte bis auf 290 N/mm^2 an, sodass sie ebenfalls vom Verlauf der Vertikalspannung des Betonmodells abweicht. Trotzdem ist die Ausbildung eines Zug- und Druckbereichs infolge der Momentenbeanspruchung erkennbar. Der Zugbereich geht dabei von der rechten Seite bis ca. 15 mm über die Dübelzahnmitte hinaus. Die maximale Hauptnormalspannung σ_1 weist, abweichend vom Betonmodell, einen stetigen Verlauf im Bereich des belasteten, unteren Kreisbogens KB_{unten} auf. Das Maximum mit ca. 330 N/mm^2 gleicht trotzdem dem der Simulation mit Beton. Weiters fällt die Hauptdruckspannung σ_2 unter -96 N/mm^2 ab, was im Betonmodell nicht geschieht.

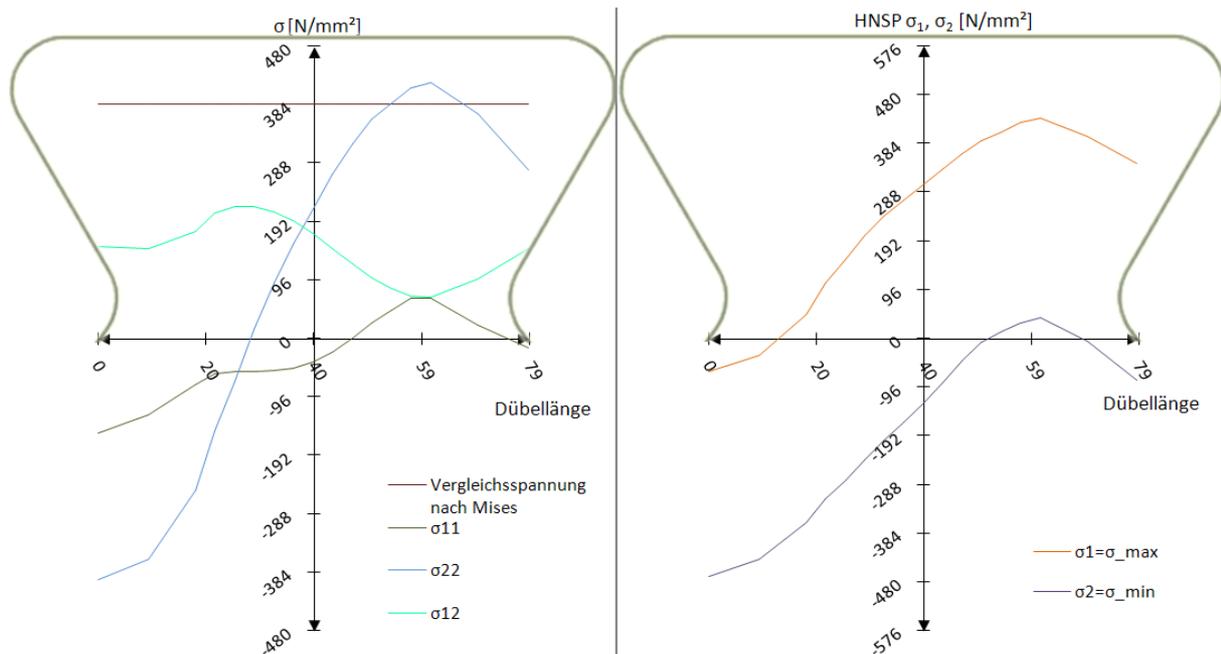


Abb. 8.34: Schnitt 3: Spannungen σ_{ij} und Hauptnormalspannungen $\sigma_{\text{max}}/\sigma_{\text{min}}$ beim Modell 5, $t_2=2136 \text{ kN/lm}$

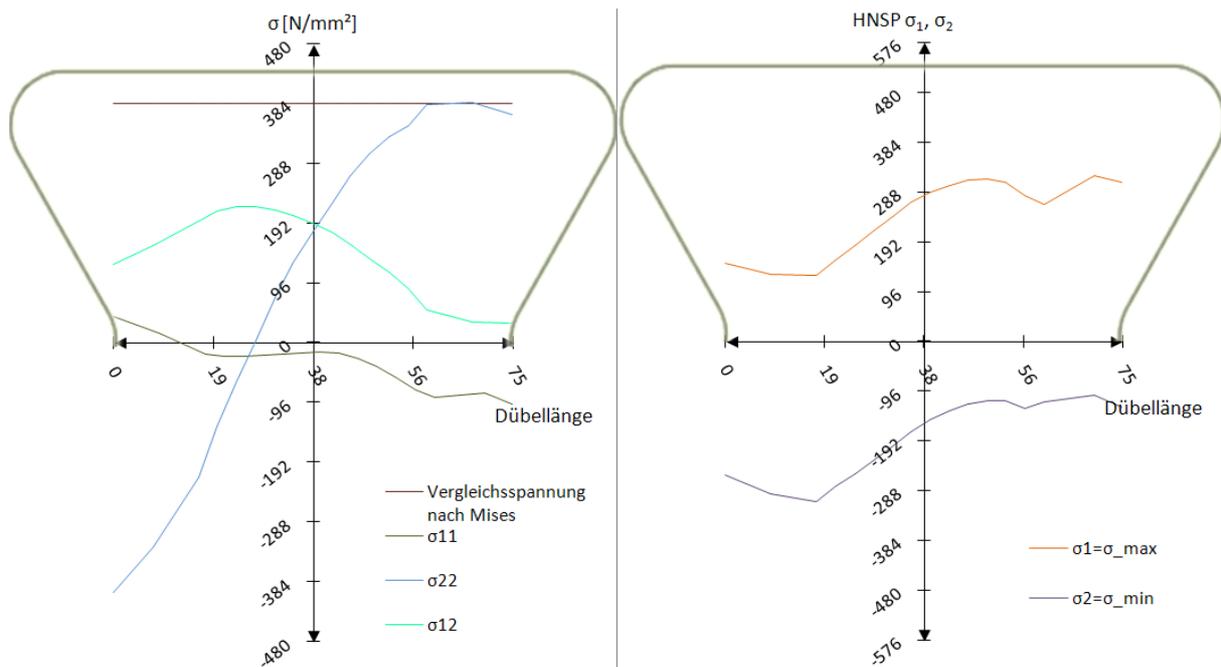


Abb. 8.35: Schnitt 4: Spannungen σ_{ij} und Hauptnormalspannungen $\sigma_{\max}/\sigma_{\min}$ beim Modell 5, $t_2=2136 \text{ kN/lm}$

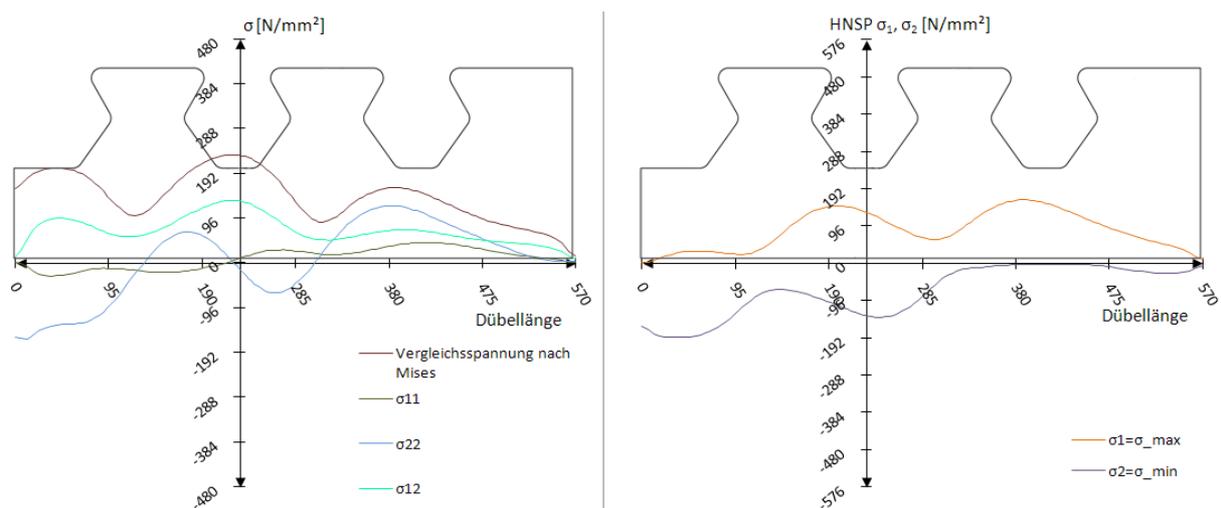


Abb. 8.36: Schnitt Dübelunterseite: Spannungen σ_{ij} und Hauptnormalspannungen $\sigma_{\max}/\sigma_{\min}$ beim Modell 5, $t_2=2136 \text{ kN/lm}$

Die Stahlquerschnitte in Schnitt 3 und 4 in Abb. 8.34 und Abb. 8.35 fließen auf der gesamten Länge. Abgesehen von der Schubspannung σ_{12} stimmen die Spannungskomponenten schlechter als zu früheren Zeitpunkten mit denen des Betonmodells überein. Die Vertikalspannung σ_{22} erreicht 400 N/mm^2 und fällt zur linken, unbelasteten Seite linear auf -384 N/mm^2 ab. Die Vergleichsspannung steigt zwischen den beiden Dübelzähnen wie bei den bisherigen Modellen weiter auf bis 250 N/mm^2 an.

Die Abweichungen der Schnitte 3 und 4 vom Betonmodell sind durch die großen plastischen Bereiche erklärbar. Dadurch entsteht nach Erreichen der Fließgrenze in Schnitt 3 und 4 aufgrund des fehlenden Betons ein anderes Lastabtragungsverhalten.

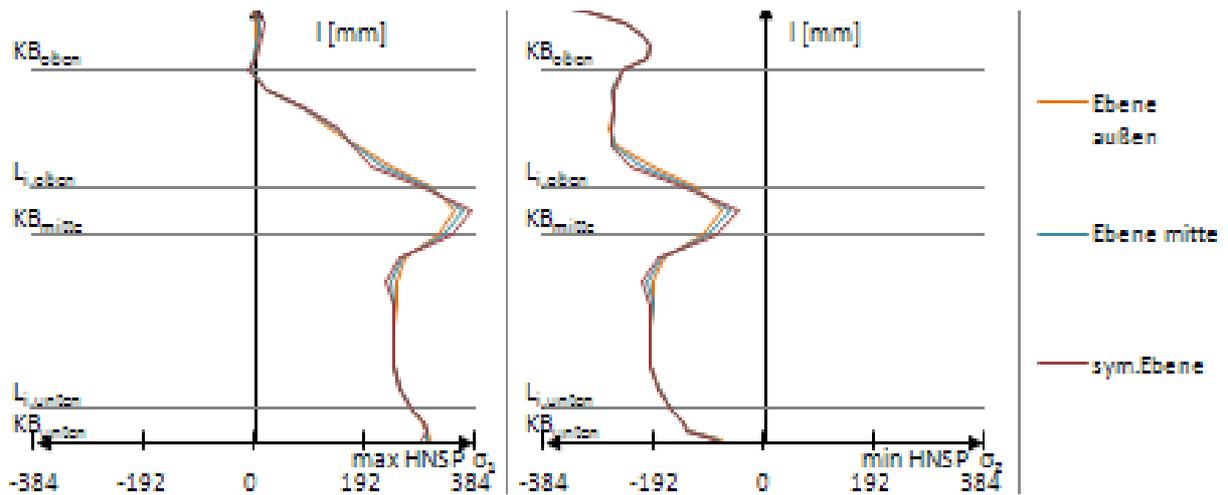


Abb. 8.37: Hauptnormalspannungen an der belasteten, rechten Dübelzahnseite beim Modell 5, $t_2=2136$ kN/lm

Die Hauptnormalspannungen entlang der Stahlzahnkante werden in Abb. 8.15, Abb. 8.26 und Abb. 8.37 dokumentiert. Sie sind zur Interpretation und Verbesserung der Belastungsform hilfreich. Diese soll dem Betonmodell quantitativ und qualitativ ähnliche Spannungsverläufe erzeugen, insbesondere im Hinblick auf die auftretenden Extremwerte der einzelnen Spannungskomponenten.

9 Auswertung – Modell 6

9.1 Dübelkennlinie

Bei Betrachtung der Dübelkennlinie (siehe Abb. 9.1) treten bei Modell 6 bei gleicher Last P_{el} zum Zeitpunkt t_1 etwas geringere Verschiebungen δ als beim Betonmodell 1 auf. Die resultierende Last P_{max} des Modell 6 ist um 16% niedriger als P_{max} in Modell 1.

Trotz der linearen Abhebekennlinie des Modell 6 in Abb. 9.2 wird das Abhebekriterium eingehalten. Die vertikalen Verschiebungen Δ liegen bis zu einer Relativverschiebung von $\delta=1$ mm unterhalb derer des Push-Out Versuchs. Bei größeren Relativverschiebungen überschreiten sie die Vertikalverschiebungen Δ des Versuchs deutlich.

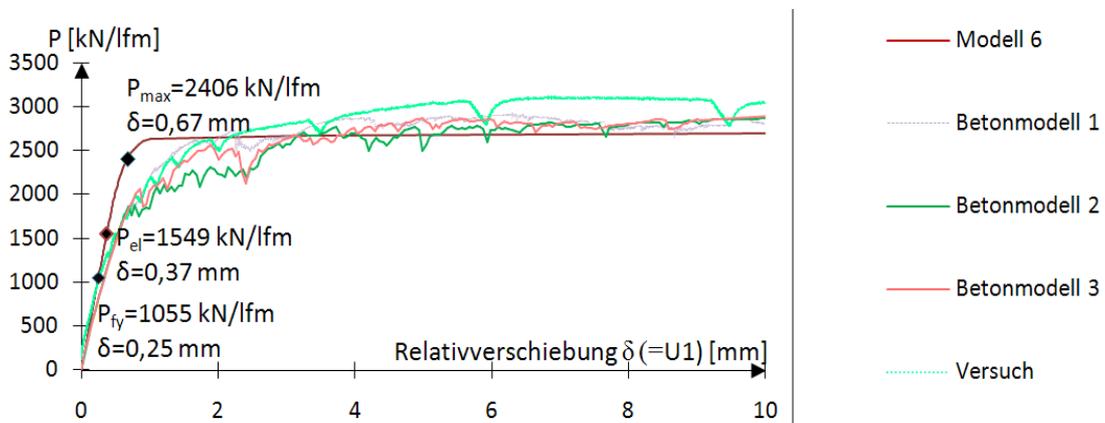


Abb. 9.1: Last-Verschiebungsdiagramm für Modell 6

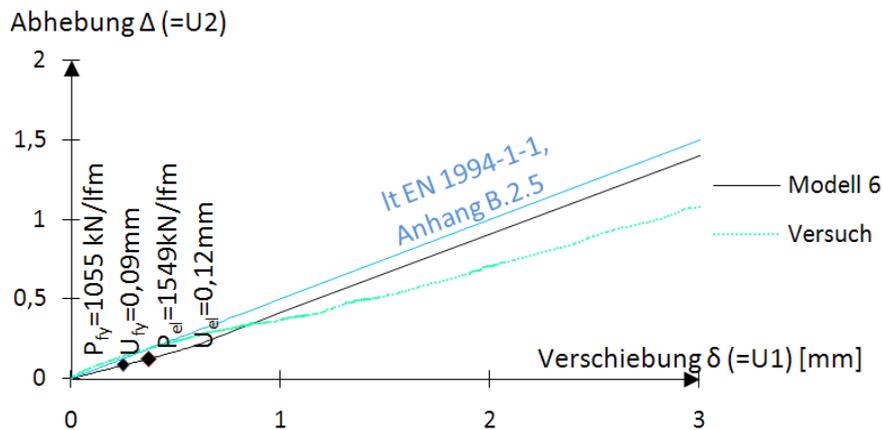


Abb. 9.2: Abhebekennlinie für Modell 6

In Tab. 9.1 ergibt sich der Winkel Θ_v für Modell 6 zu null. Somit ist die horizontal wirkende Kraft V gleich der Resultierenden $R_{starr,\mu}$. Es sind in Abb. 9.3 die Kräfte $R_{starr,\mu}$, N_i , V_i , sowie das Moment M_i dargestellt.

	$R_{starr,\mu}$	N_i	V_i	M_i
t_0	193,1	0	193,1	9,53
t_1	283,5	0	283,5	14,0
t_2	440,0	0	440,0	21,74

Tab. 9.1: Resultierende Kräfte, $R_{starr,\mu}$, N_i und V_i in [kN], M_i in [kNm]

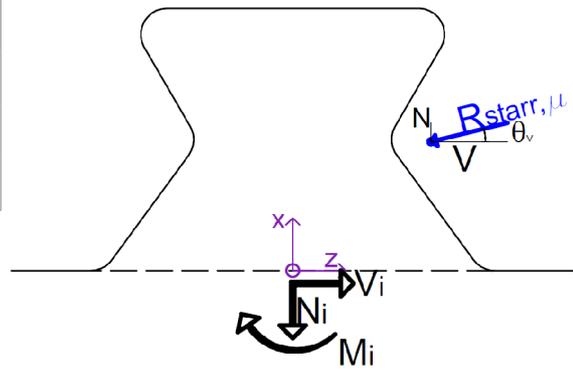


Abb. 9.3: Resultierende Kräfte N_i , V_i und M_i zu Tab. 9.1

Der qualitative Verlauf der in Modell 6 aufbrachten Lasten ist in Abb. 9.4 dargestellt.

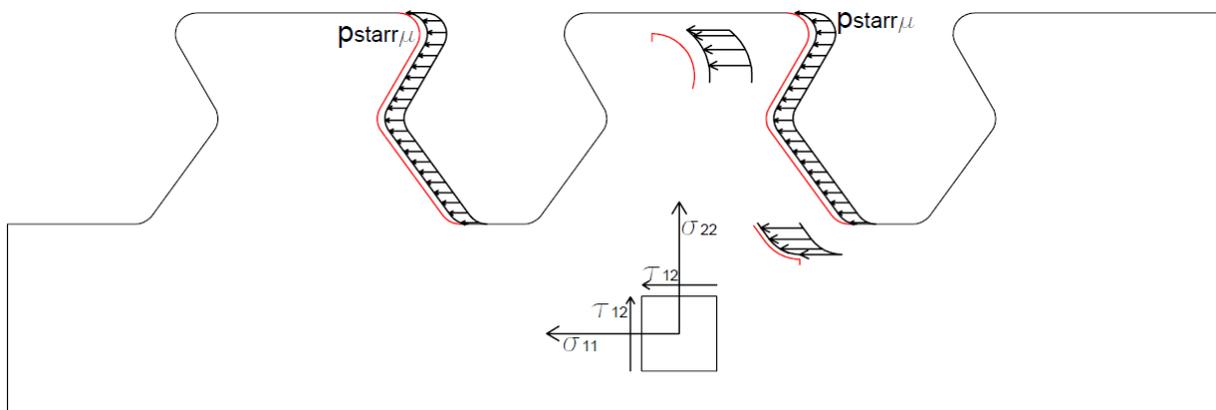


Abb. 9.4: Ansatz der Lasten bei Lastmodell 6 in [N/mm²]

9.2 Ergebnisse: Zeitpunkt t_0

Versuchslast: $P_{fy}=1045,7$ kN/lfm

Horizontalverschiebung: $\delta=0,25$ mm

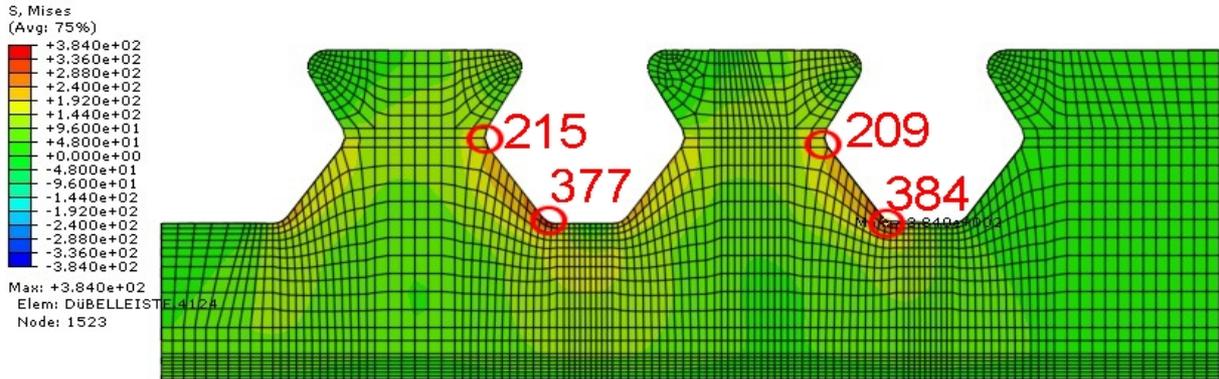


Abb. 9.5: Vergleichsspannung σ_v [N/mm²] beim Modell 6, $t_0=1055$ kN/lfm

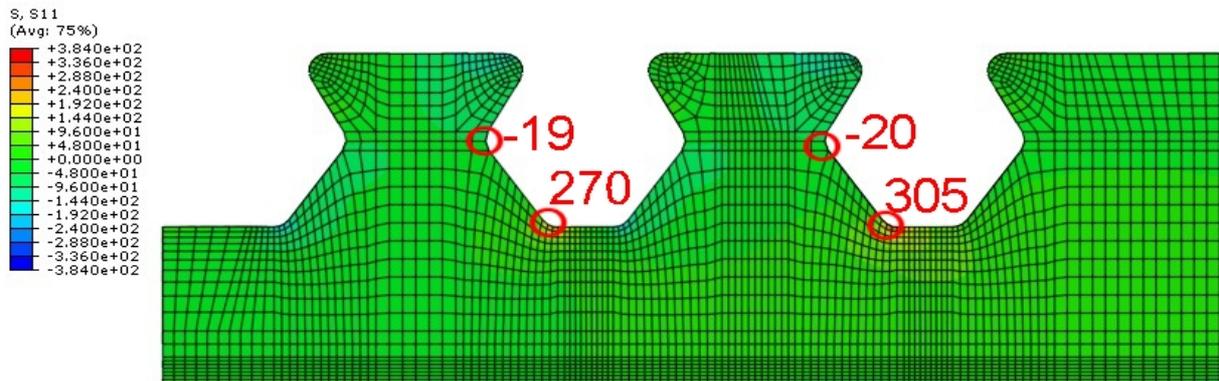


Abb. 9.6: σ_{11} [N/mm²] beim Modell 6, $t_0=1055$ kN/lfm

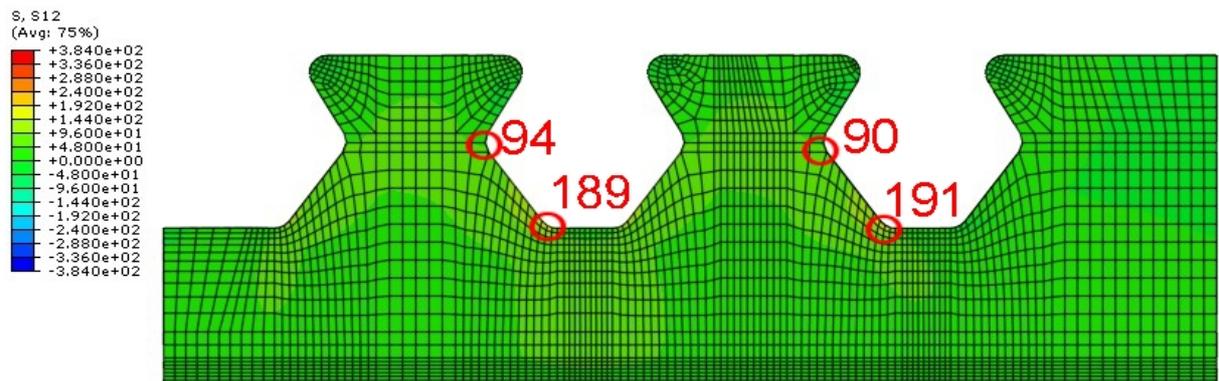


Abb. 9.7: σ_{12} [N/mm²] beim Modell 6, $t_0=1055$ kN/lfm

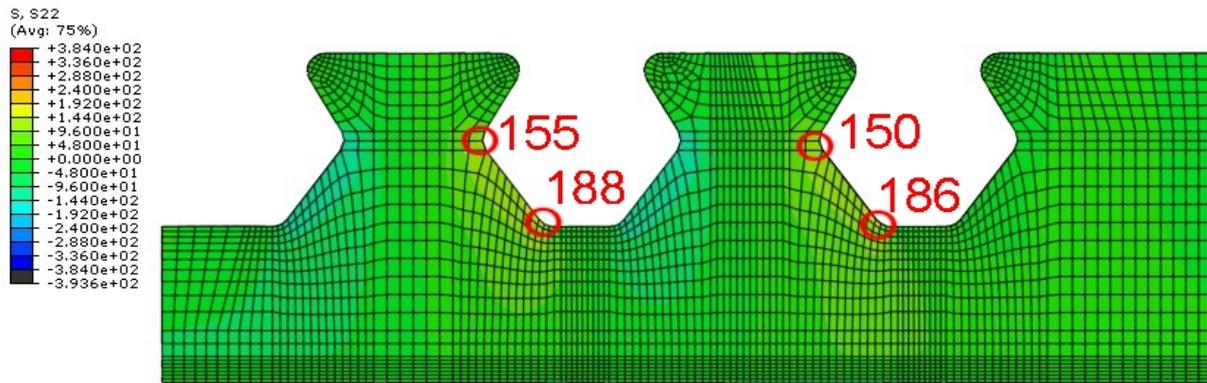


Abb. 9.8: σ_{22} [N/mm²] beim Modell 6, $t_0=1055$ kN/lfm

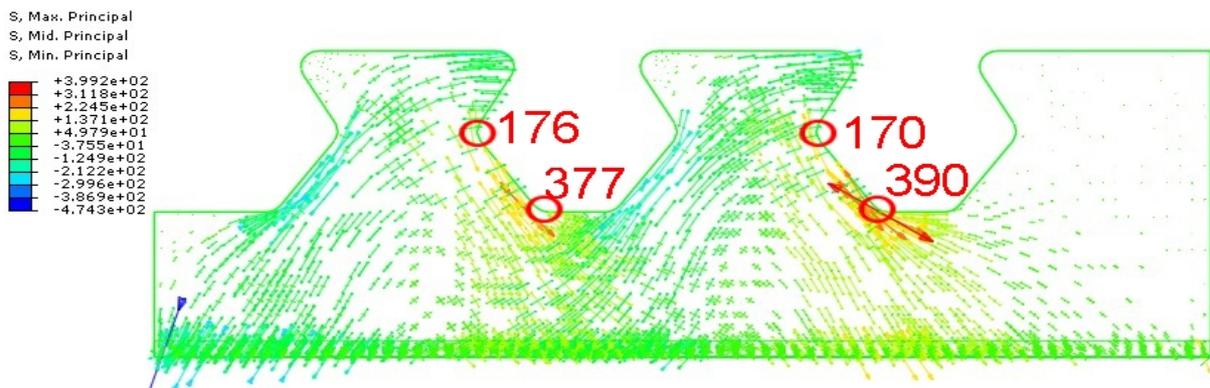


Abb. 9.9: Hauptnormalspannungen [N/mm²] beim Modell 6, $t_0=1055$ kN/lfm

Die rein horizontale Einwirkung des Belastungsmodells 6 erzeugt vor allem horizontale Spannungen σ_{11} im Bereich des unteren Kreisbogens KB_{unten} (siehe Abb. 9.6). An dieser Stelle tritt bei Erreichen der elastischen Grenzlast P_{fy} Fließen ein (siehe Abb. 9.5). Die Schubspannungen σ_{12} in Abb. 9.7 sind mit 96 N/mm^2 relativ gering und gleichmäßig entlang der Kanten verteilt. Die Hauptnormalspannungen nach Abb. 9.9 haben ein Maximum am unteren Kreisbogen KB_{unten} der belasteten Kante. Die Hauptzugspannungen verlaufen parallel zur unteren Gerade $I_{G,\text{unten}}$, während die Hauptdruckspannungen außerhalb des Bereichs der unbelasteten Kante qualitativ eine leichte S-Kurve beschreiben.

Die hohen Werte der Hauptnormal- und Vergleichsspannungen auf Höhe des Schnitts 1 deuten auf eine große Belastung dieses Schnitts hin. Dagegen scheint Schnitt 3 und 4 nur mäßig beansprucht zu sein.

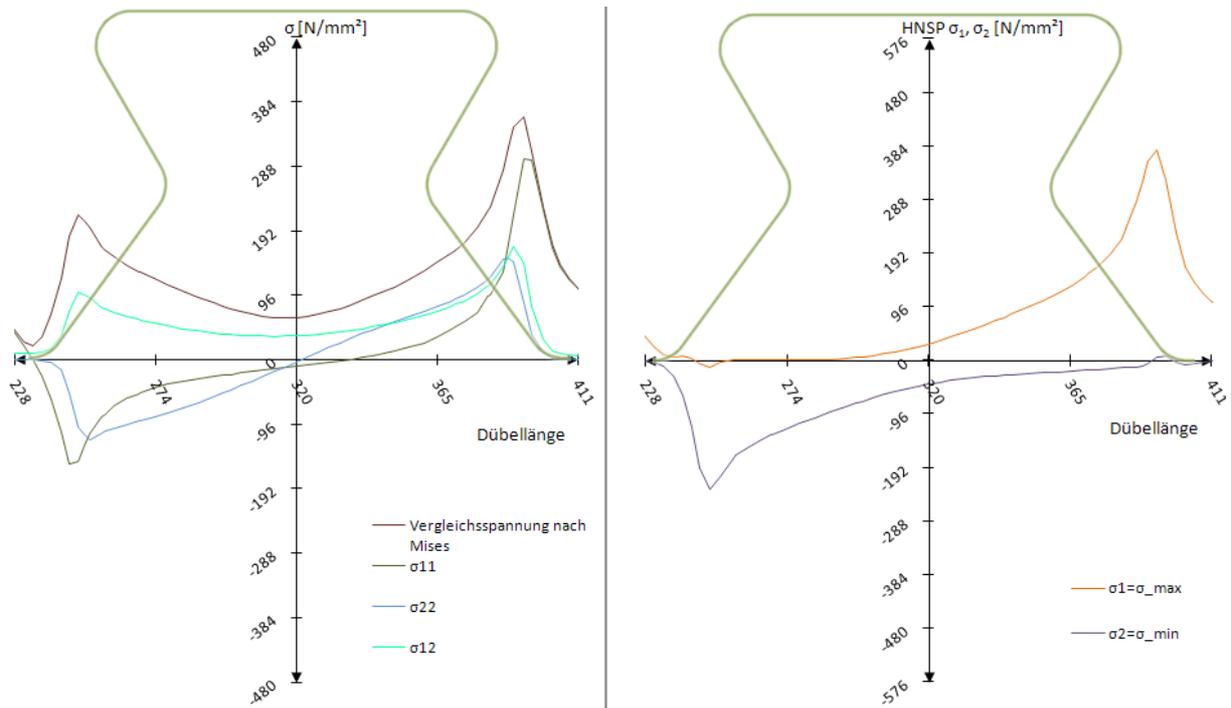


Abb. 9.10: Schnitt 1: Spannungen σ_{ij} und Hauptnormalspannungen $\sigma_{\max}/\sigma_{\min}$ beim Modell 6, $t_0=1055$ kN/fm

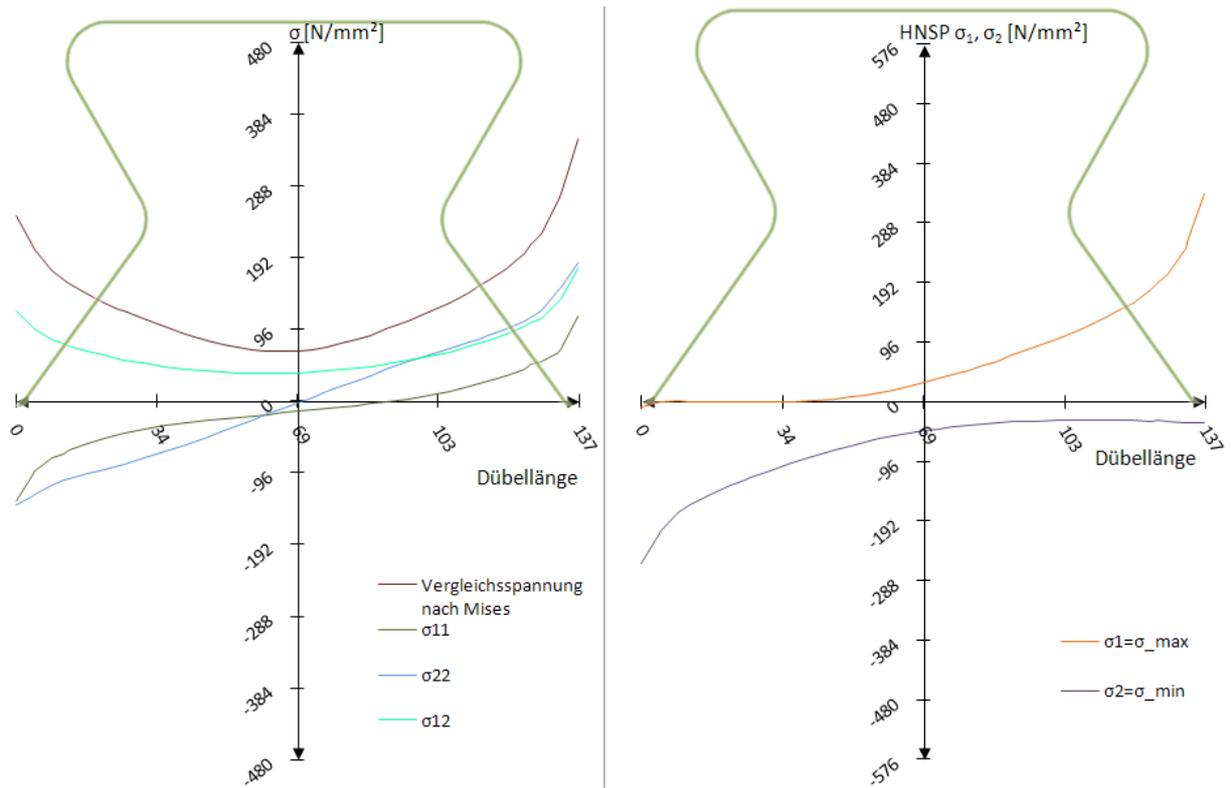


Abb. 9.11: Schnitt 2: Spannungen σ_{ij} und Hauptnormalspannungen $\sigma_{\max}/\sigma_{\min}$ beim Modell 6, $t_0=1055$ kN/fm

In Abb. 9.10 und Abb. 9.11 weist Schnitt 1 und 2 große Ähnlichkeit mit dem Betonmodell auf. Die Vergleichsspannung nach Mises erreicht die Fließgrenze am rechten, belasteten Dübelzahnrand. Dort hat auch die Hauptzugspannung ihr Maximum (ca. 380 N/mm²). Die

Schubspannung σ_{12} wird vorwiegend an beiden Rändern aufgenommen, dazwischen fällt sie parabelförmig auf ca. 50 N/mm² ab. Die Hauptdruckspannung σ_2 beträgt am unbelasteten Rand ca. -250 N/mm² und fällt zum belasteten Rand hin bis auf 20 N/mm² ab. Die Hauptzugspannung σ_1 hingegen beträgt an der unbelasteten Kante Null und steigt überproportional zum belasteten Rand hin bis auf ca. 380 N/mm² an.

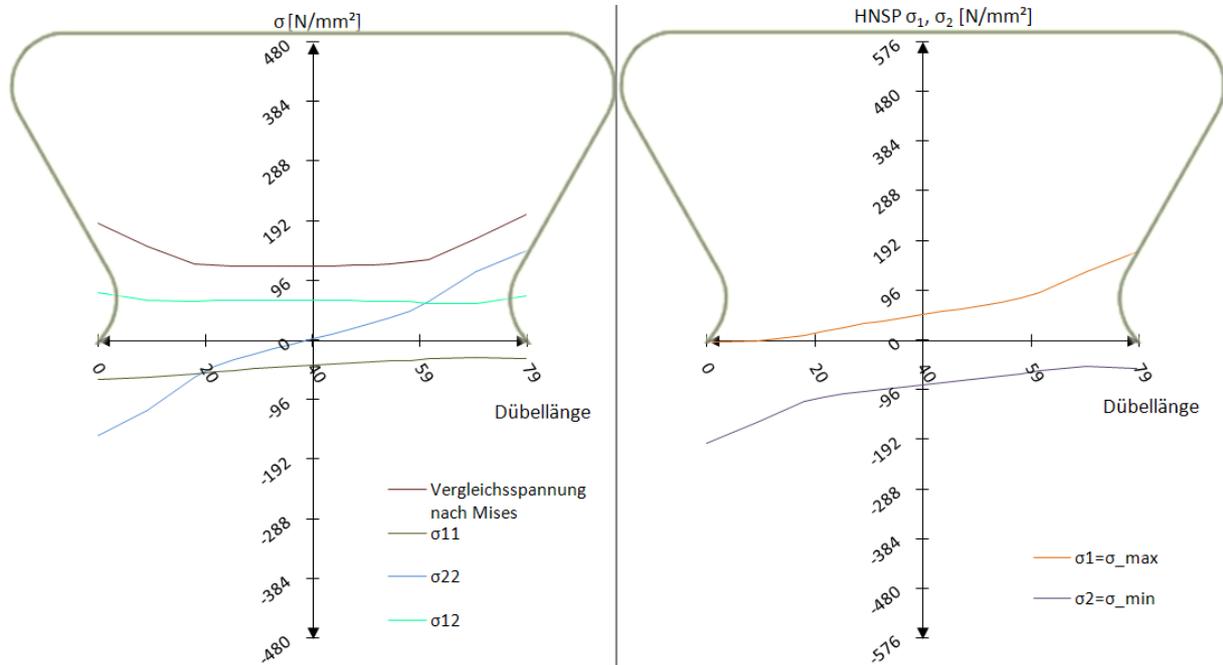


Abb. 9.12: Schnitt 3: Spannungen σ_{ij} und Hauptnormalspannungen $\sigma_{\max}/\sigma_{\min}$ beim Modell 6, $t_0=1055$ kN/fm

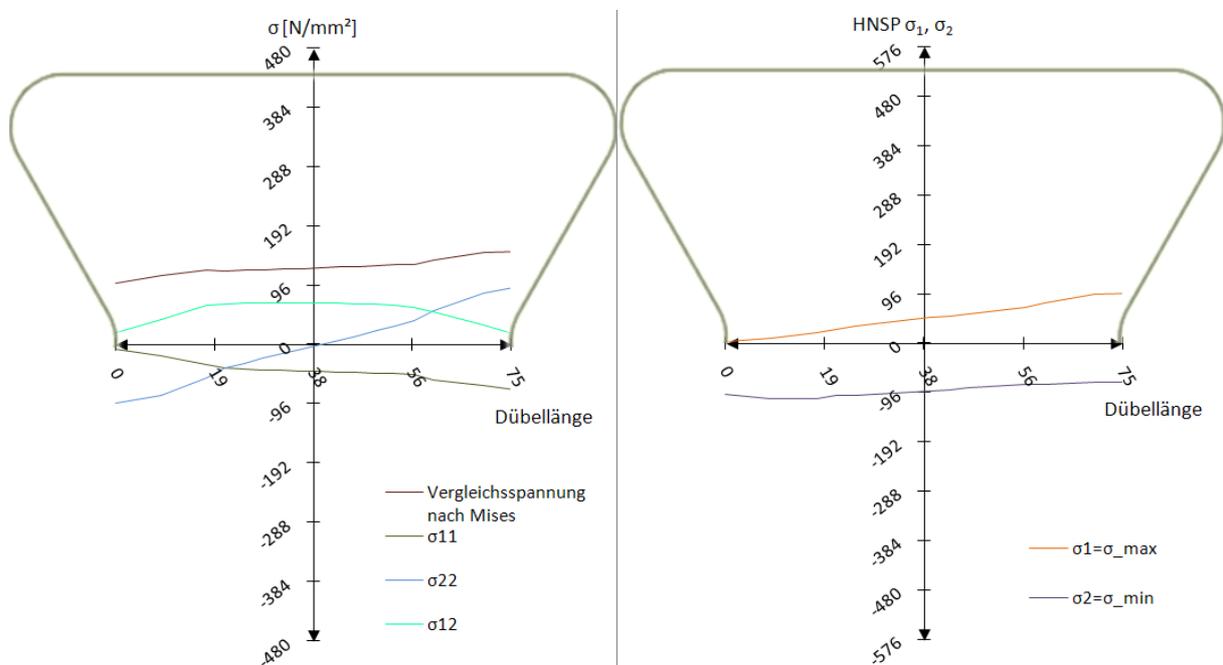


Abb. 9.13: Schnitt 4: Spannungen σ_{ij} und Hauptnormalspannungen $\sigma_{\max}/\sigma_{\min}$ beim Modell 6, $t_0=1055$ kN/fm

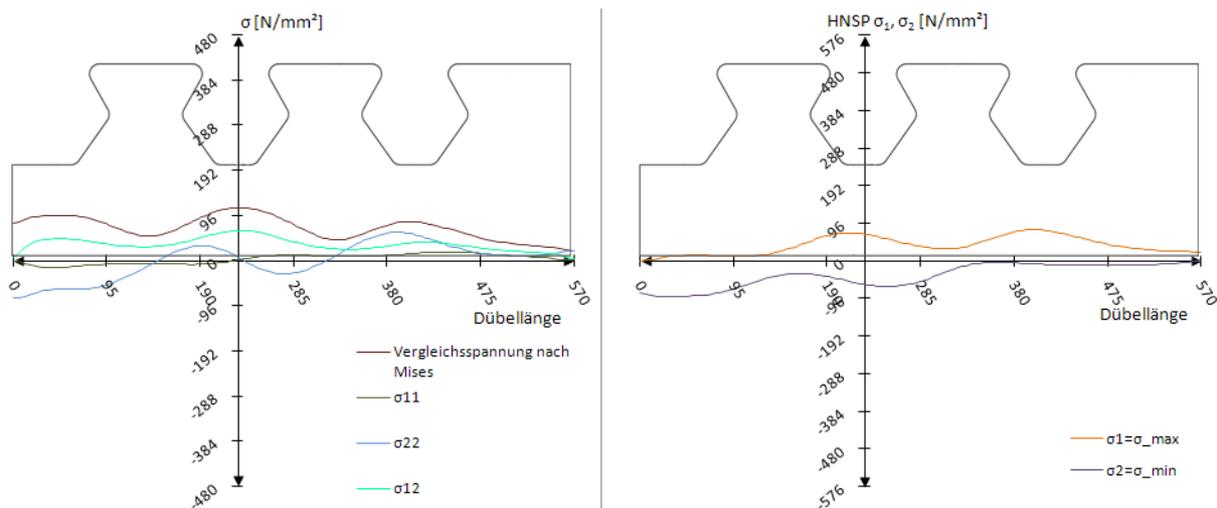


Abb. 9.14: Schnitt Dübelunterseite: Spannungen σ_{ij} und Hauptnormalspannungen $\sigma_{max}/\sigma_{min}$ beim Modell 6, $t_0=1055$ kN/lfm

Die Verläufe der Schnitte 3 und 4 in Abb. 9.12 und Abb. 9.13 stimmen zwar gut mit denen des Betonmodells überein, unterschätzen allerdings die Randspannungen. Die Vergleichsspannung ist an der belasteten Kante mit rund 200 N/mm² um 80 N/mm² niedriger, die Hauptzugspannung σ_1 ist mit 180 N/mm² um rund 100 N/mm² niedriger als die entsprechende Spannung im Betonmodell. Die Hauptdruckspannung σ_2 gleicht, ebenso wie alle anderen Spannungskomponenten an der unbelasteten Kante, der des Betonmodells. An der Dübelunterseite zwischen beiden Dübelzähnen akkumulieren sich die Vertikal- und Schubspannung σ_{22} bzw. σ_{12} zu einer Vergleichsspannung von ungefähr 110 N/mm². Diese fällt in der Mitte des mittleren Dübelzahns auf unter 50 N/mm² ab. Die Hauptzugspannung hat ihr Maximum von 96 N/mm² zwischen beiden Dübelzähnen. Die Hauptdruckspannung hat ihren Größtwert von rund 80 N/mm² im Druckbereich des mittleren Dübels.

Die Spannungen in den Schnitten 1 bis 4 decken sich somit bis zum Erreichen der elastischen Grenzlast gut mit denen des Betonmodells. Sowohl für dieses, wie auch für alle anderen Modelle, scheint die Abbildung bis zum Zeitpunkt t_0 im Hinblick auf die Spannungen in den Schnitten kein Problem darzustellen.

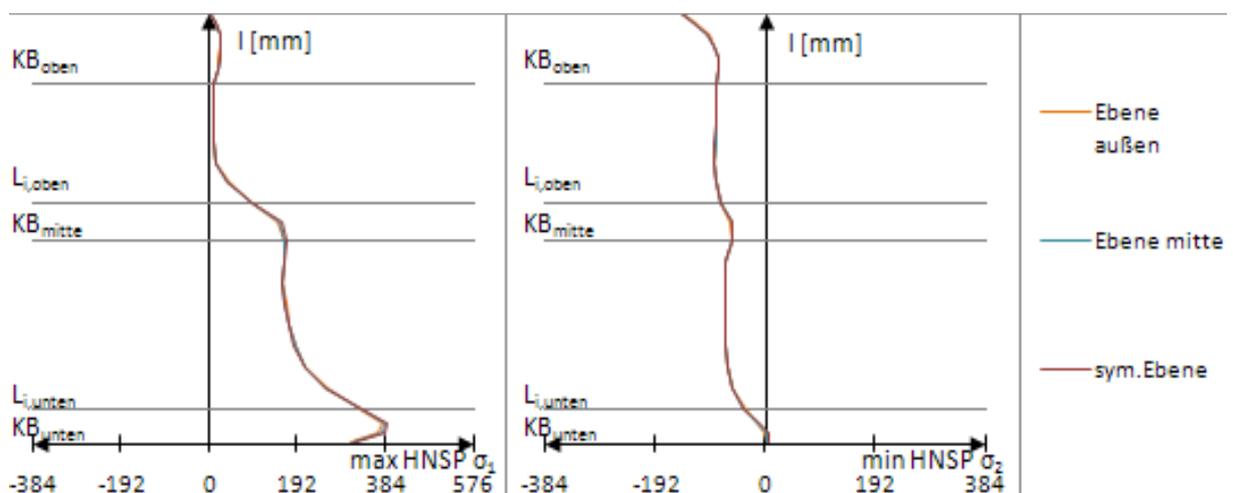


Abb. 9.15: Hauptnormalspannungen an der belasteten, rechten Dübelzahnseite beim Modell 6, $t_0=1055$ kN/lfm

Wie vorhin bereits erwähnt, ist die Kante des mittleren, belasteten Kreisbogens mit einer Hauptzugspannung σ_1 von rund 192 N/mm² nur mäßig beansprucht (siehe Abb. 9.15). Beim Betonmodell herrschen gleicherorts Hauptzugspannungen von ca. 380 N/mm². Am unteren Kreisbogen KB_{unten} wird σ_1 mit ca. 384 N/mm² recht gut abgebildet. Die Hauptdruckspannung σ_2 bildet den Abfall in der mittleren Ausrundung KB_{mitte} zwar ab, aber nicht in der Stärke, wie dieser im Betonmodell auftritt.

9.3 Ergebnisse: Zeitpunkt t_1

Versuchslast: $P_{el}=1549$ kN/lfm

Horizontalverschiebung: $\delta=0,37$ mm

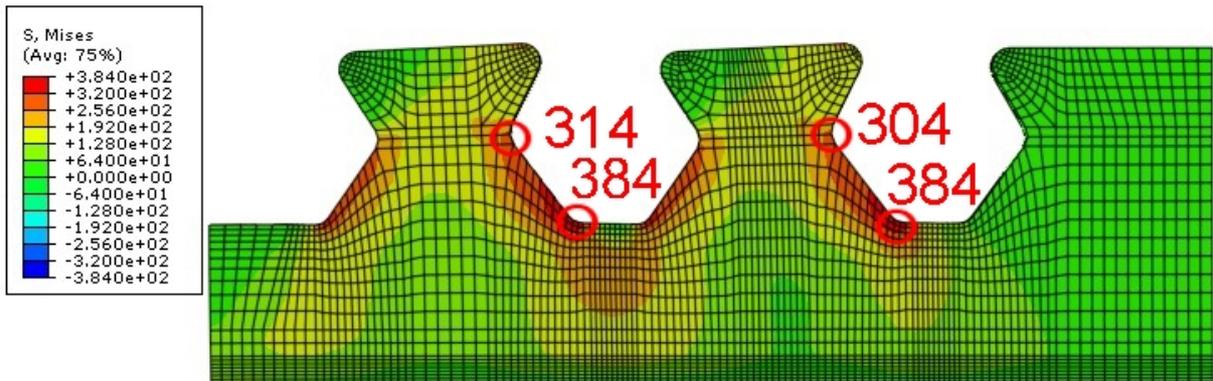


Abb. 9.16: Vergleichsspannung σ_v [N/mm²] beim Modell 6, $t_1=1549$ kN/lfm

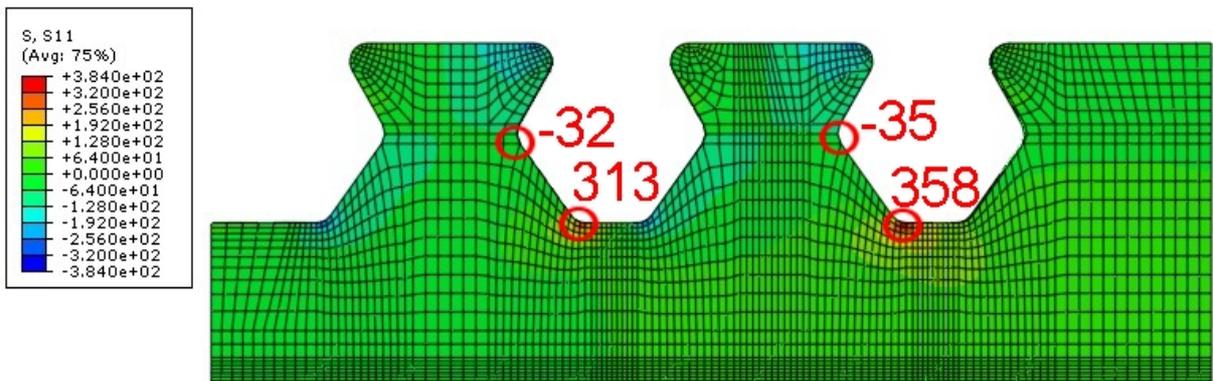


Abb. 9.17: σ_{11} [N/mm²] beim Modell 6, $t_1=1549$ kN/lfm

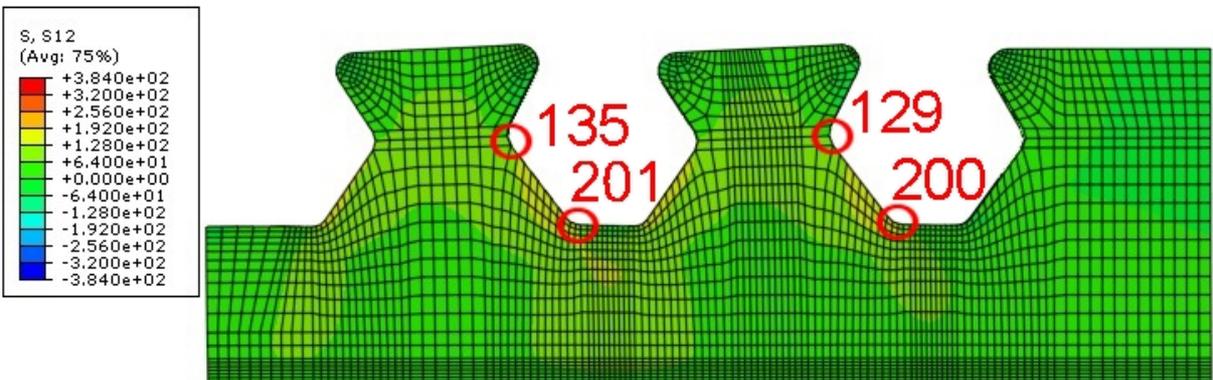


Abb. 9.18: σ_{12} [N/mm²] beim Modell 6, $t_1=1549$ kN/lfm

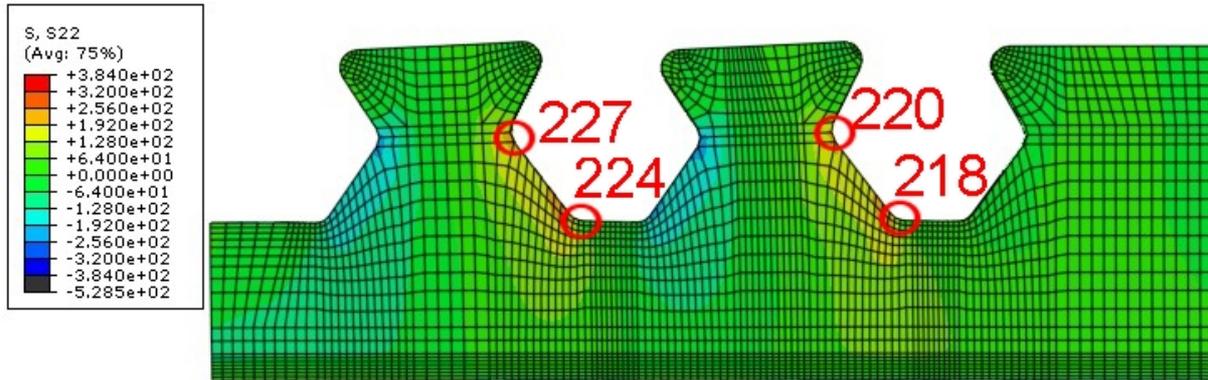


Abb. 9.19: σ_{22} [N/mm²] beim Modell 6, $t_1=1549$ kN/lfm

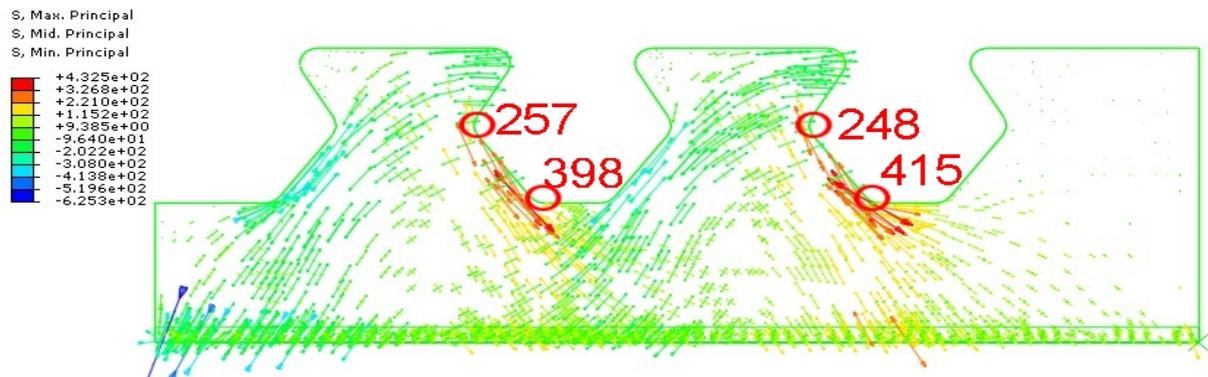


Abb. 9.20: Hauptnormalspannungen [N/mm²] beim Modell 6, $t_1=1549$ kN/lfm

In Abb. 9.16 weitet sich die Fließzone vom unteren Kreisbogen KB_{unten} entlang der belasteten Kante aus. Ebenso beginnt der Bereich um die untere Ausrundung der unbelasteten Kante zu fließen. Die Vergleichsspannung steigt, wie bei den vorhin behandelten Modellen 1 und 5, im Dübelblech zwischen den Stahlzähnen auf über 250 N/mm² an. Die horizontale Spannung σ_{11} (siehe Abb. 9.17) bleibt relativ konzentriert an der Stelle des rechten unteren Kreisbogens KB_{unten} . Die Hauptzugspannungen (siehe Abb. 9.20) erreichen dort über 400 N/mm².

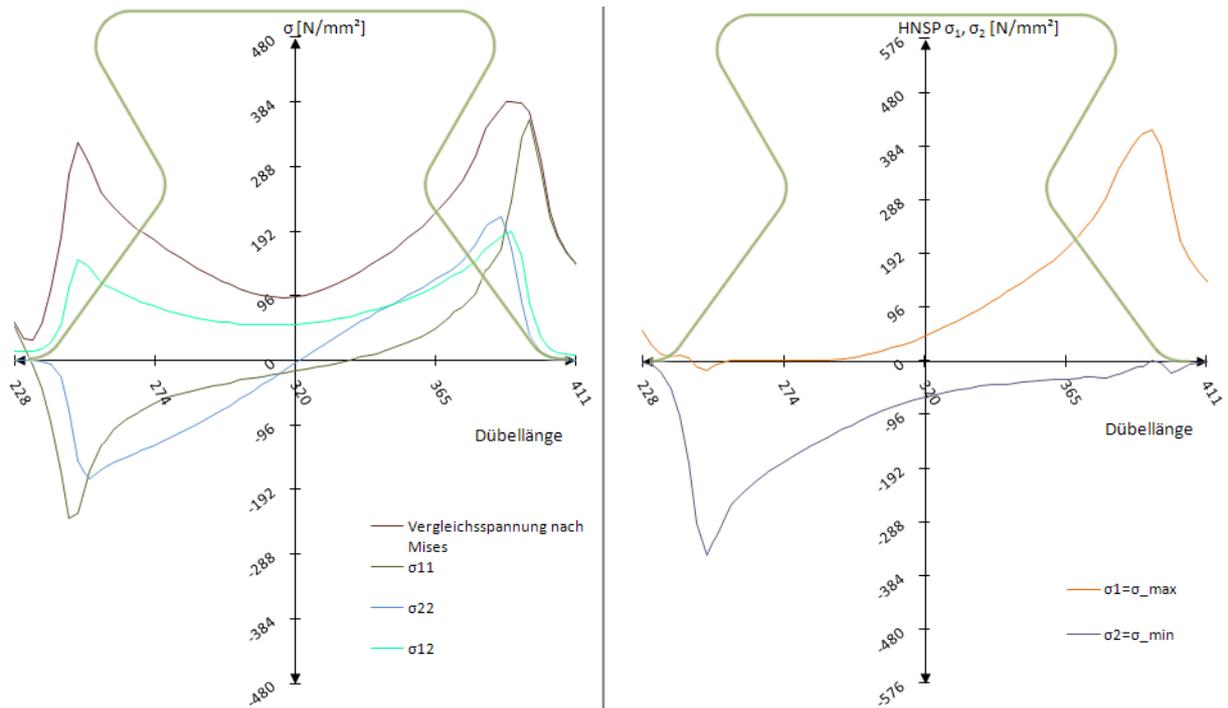


Abb. 9.21: Schnitt 1: Spannungen σ_{ij} und Hauptnormalspannungen $\sigma_{max}/\sigma_{min}$ beim Modell 6, $t_1=1549$ kN/lfm

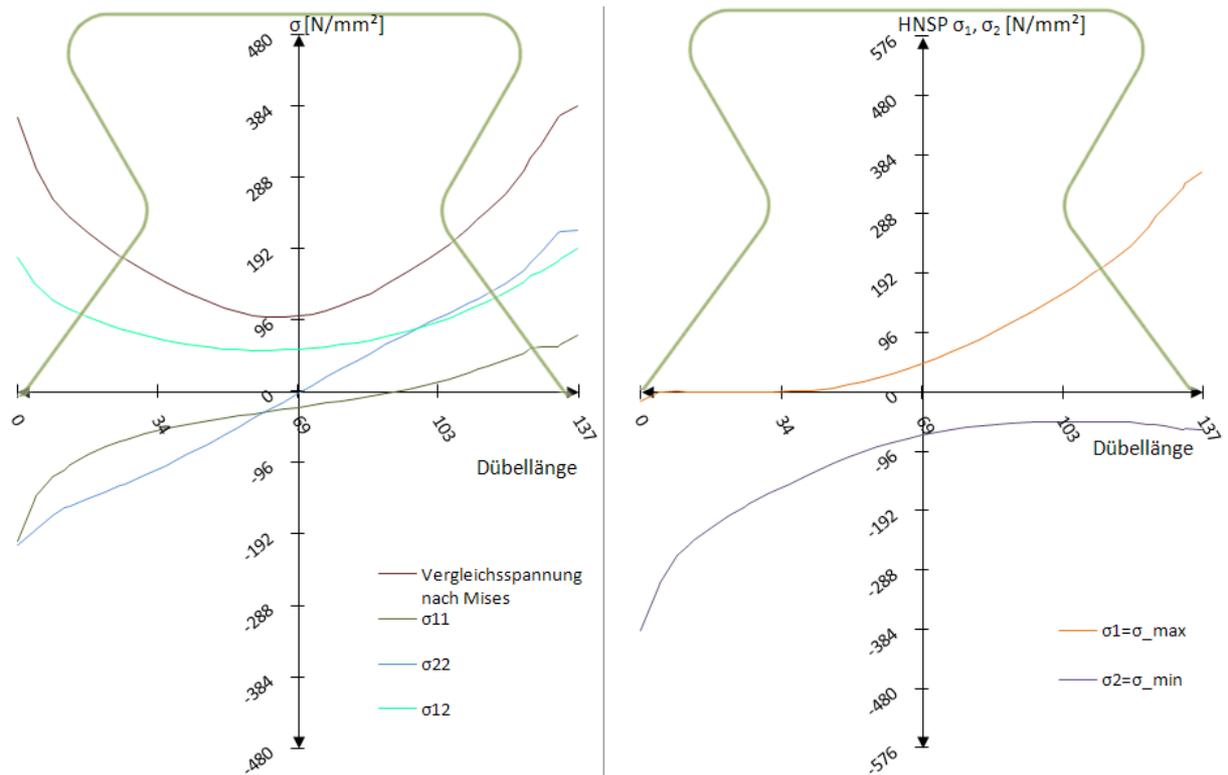


Abb. 9.22: Schnitt 2: Spannungen σ_{ij} und Hauptnormalspannungen $\sigma_{max}/\sigma_{min}$ beim Modell 6, $t_1=1549$ kN/lfm

Abb. 9.21 und Abb. 9.22 zeigen in Schnitt 1 und 2 ein Erreichen der Fließgrenze am rechten Rand des Schnittes. Es bildet sich in Schnitt 2 ein ungefähr 5 mm breites Fließplateau aus, wobei die Vergleichsspannung nach Mises dieses auch am unbelasteten Rand erreicht. In

Schnitt 1 hingegen beträgt die Vergleichsspannung dort nur ungefähr 170 N/mm². In der Mitte fallen beide Vergleichsspannungen auf ca. 100 N/mm² ab. Die Vertikalspannung σ_{22} verläuft bis zum Fließplateau linear, mit einem Nulldurchgang in Dübelmitte. Die Längsspannung σ_{11} erreicht am Rand Werte bis ca. 380 N/mm². Die Hauptzugspannung σ_1 weist im Bereich des belasteten, unteren Kreisbogens KB_{unten} ein Maximum von ca. 400 N/mm² auf. Die Hauptdruckspannung erreicht im Bereich des unbelasteten Randes ca. -384 N/mm². Bis zur gegenüberliegenden Kante erfolgt ein exponentieller Abfall der jeweiligen Hauptnormalspannung bis auf ungefähr Null. Diese Verläufe decken sich mit denen des Betonmodells.

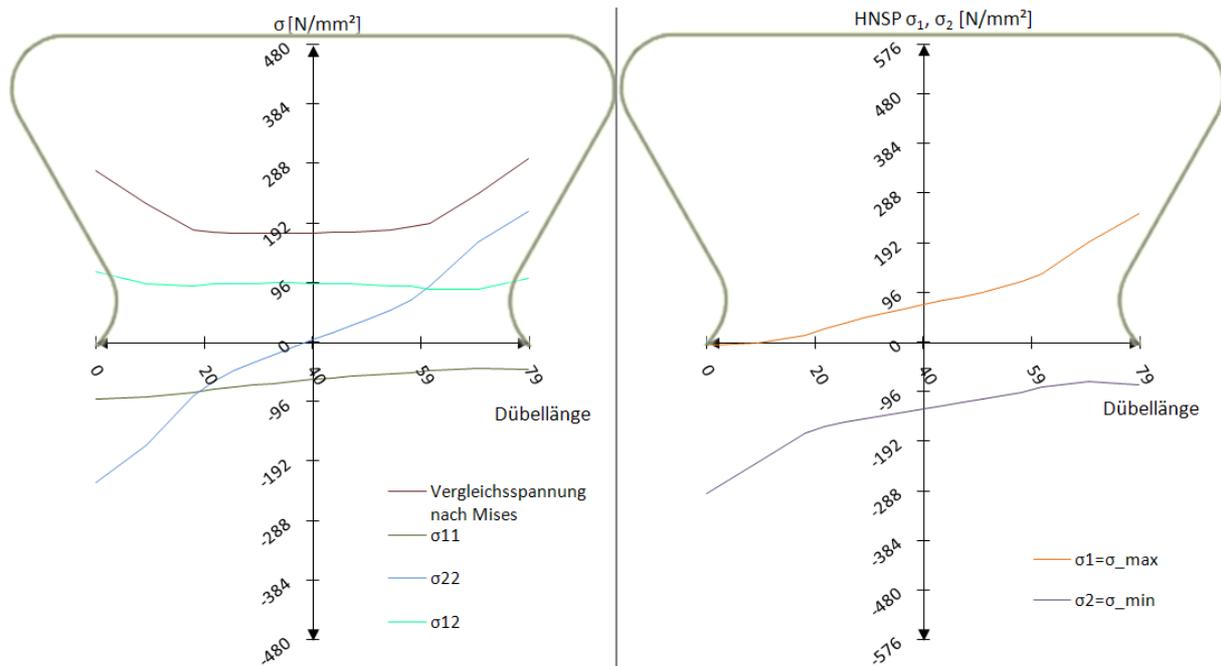


Abb. 9.23: Schnitt 3: Spannungen σ_{ij} und Hauptnormalspannungen $\sigma_{max}/\sigma_{min}$ beim Modell 6, $t_1=1549$ kN/lfm

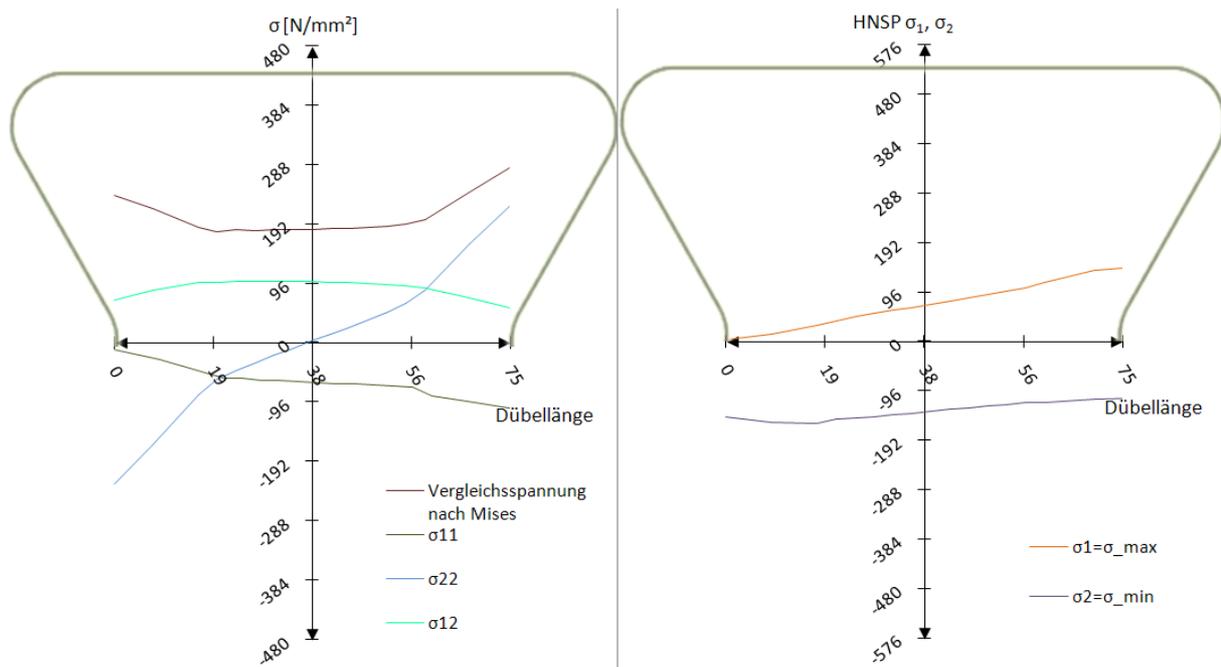


Abb. 9.24: Schnitt 4: Spannungen σ_{ij} und Hauptnormalspannungen $\sigma_{max}/\sigma_{min}$ beim Modell 6, $t_1=1549$ kN/lfm

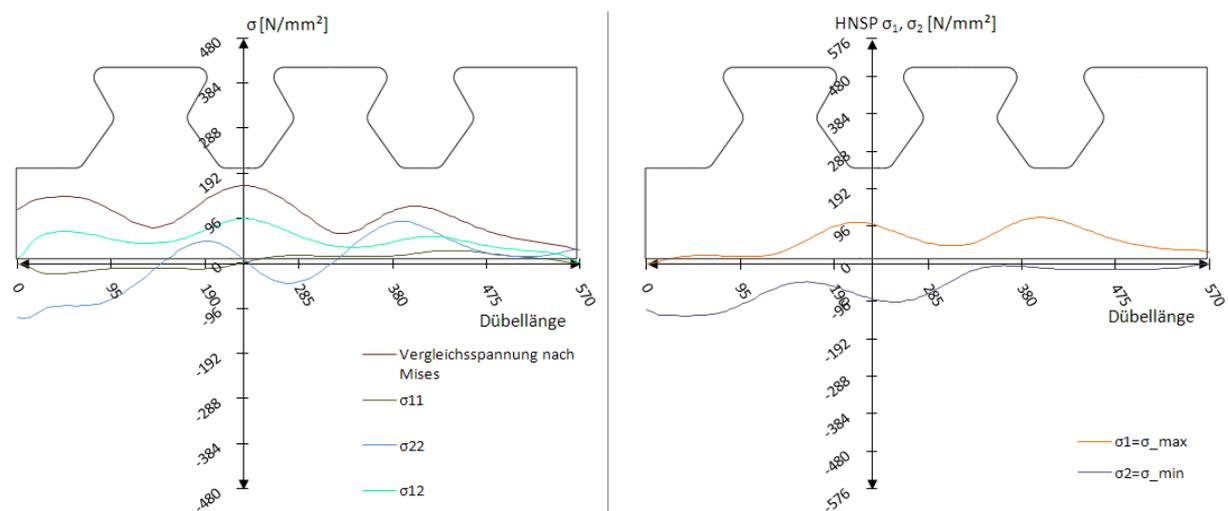


Abb. 9.25: Schnitt Dübelunterseite: Spannungen σ_{ij} und Hauptnormalspannungen $\sigma_{max}/\sigma_{min}$ beim Modell 6, $t_1=1549$ kN/lfm

Die Vergleichsspannung steigt zu den Dübelrändern hin in Schnitt 3 und 4 (siehe Abb. 9.23 und Abb. 9.24) von ca. 192 N/mm² auf ca. 290 N/mm² an, liegt jedoch 80 N/mm² unter der des Betonmodells. Daraus resultieren die kleinen Werte der Hauptzugspannung an der belasteten Kante. Diese betragen in Schnitt 3 ca. 240 N/mm², in Schnitt 4 ca. 120 N/mm².

An der Dübelunterseite in Abb. 9.25 beträgt der Größtwert der Vergleichsspannung 180 N/mm². Der Verlauf ähnelt dem der Modelle 1 und 5. Ebenso gleicht der Verlauf der Hauptnormalspannungen diesen Modellen. Dessen Extremwerte liegen bei ca. 110 N/mm² für die Hauptzugspannung σ_1 und bei -100 N/mm² für die Hauptdruckspannung σ_2 .

Im Allgemeinen stimmen zwar die Verläufe der Spannungskomponenten des Modell 6 innerhalb des elastischen Bereichs der Dübelkennlinie mit denen der FE-Simulation mit Beton

überein, trotzdem bilden sie die Hauptnormalspannungen an der belasteten Kante nicht realitätsgetreu ab.

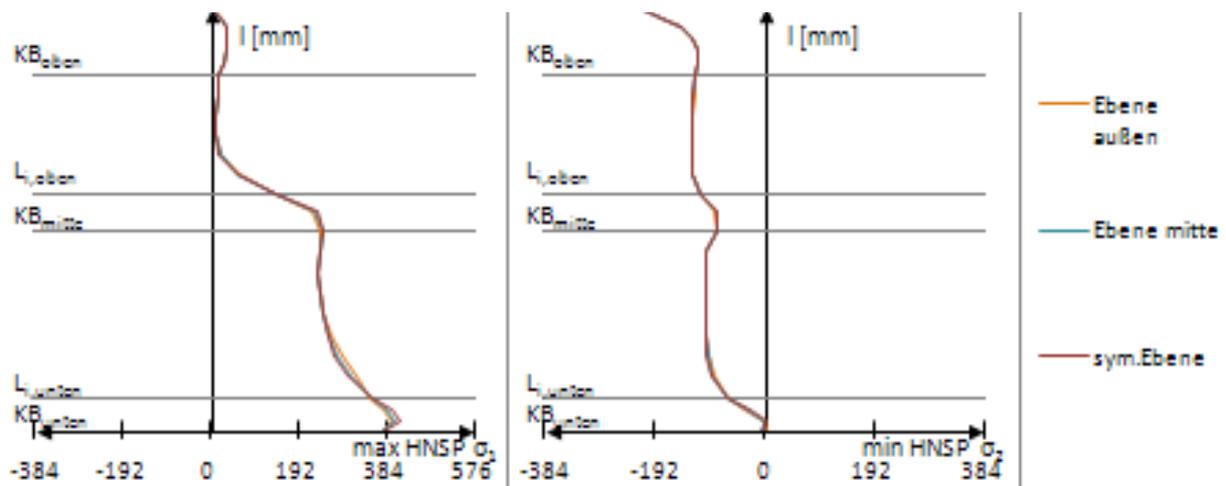


Abb. 9.26: Hauptnormalspannungen an der belasteten, rechten Dübelzahnseite beim Modell 6, $t_1=1549$ kN/lfm

Die Verwendung von Modell 6 zur Berechnung der Hauptnormalspannungen entlang der belasteten Kante ist nicht zu empfehlen. Die Hauptzugspannung σ_1 des Zeitpunkts t_1 liegt mit ca. 220 N/mm² etwa 160 N/mm² unter der des Betonmodells bei gleicher Last. Die Hauptdruckspannung σ_2 bleibt weiterhin konstant auf einem Niveau von ca. 120 N/mm². Im Gegensatz dazu zeigt das FE-Betonmodell einen trapezförmigen Verlauf von σ_2 von -192 N/mm² bis -50 N/mm² entlang der unteren Gerade $l_{G,unten}$.

Sowohl bezüglich des Verlaufs, als auch der Größe der Spannungskomponenten innerhalb der Schnitte bestehen zwischen Betonmodell, Modell 1 und Modell 6 zum Zeitpunkt t_1 sehr geringe Abweichungen. Ein Vergleich der Spannungen entlang der belasteten Dübelzahnkante, sowie der Dübelkennlinie mit der des Betonmodells 1 erfolgt in Kapitel 10.

9.4 Ergebnisse: Zeitpunkt t_2

Versuchslast: $P_{\max}=2406 \text{ kN/lfm}$

Horizontalverschiebung: $\delta=0,67 \text{ mm}$

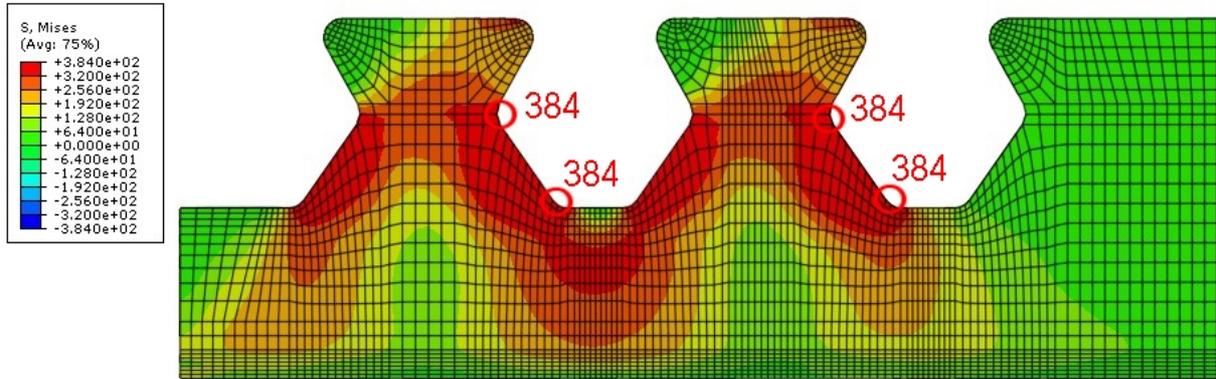


Abb. 9.27: Vergleichsspannung σ_v [N/mm²] beim Modell 6, $t_2=2406 \text{ kN/lfm}$

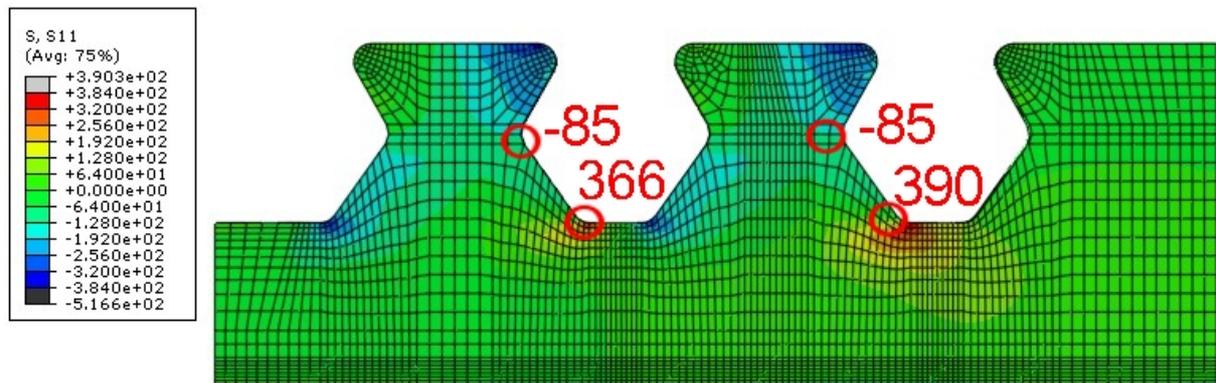


Abb. 9.28: σ_{11} [N/mm²] beim Modell 6, $t_2=2406 \text{ kN/lfm}$

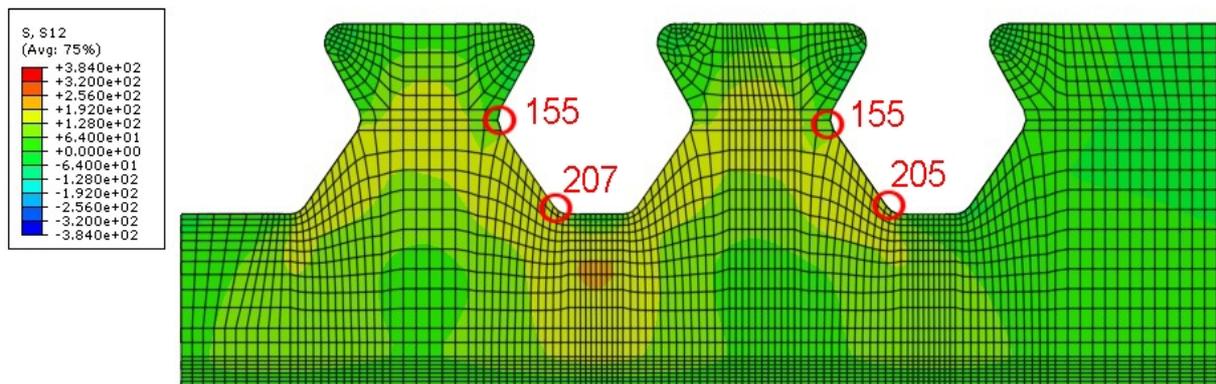


Abb. 9.29: σ_{12} [N/mm²] beim Modell 6, $t_2=2406 \text{ kN/lfm}$

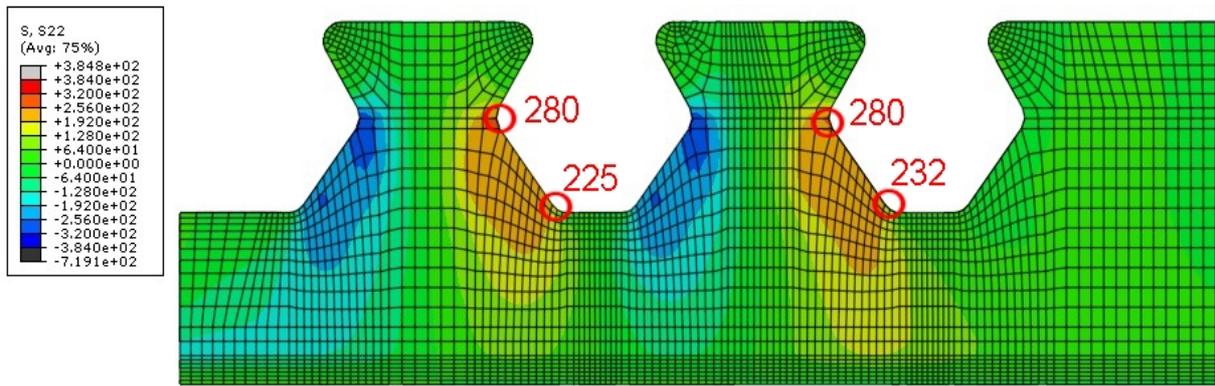


Abb. 9.30: σ_{22} [N/mm²] beim Modell 6, $t_2=2406$ kN/lfm

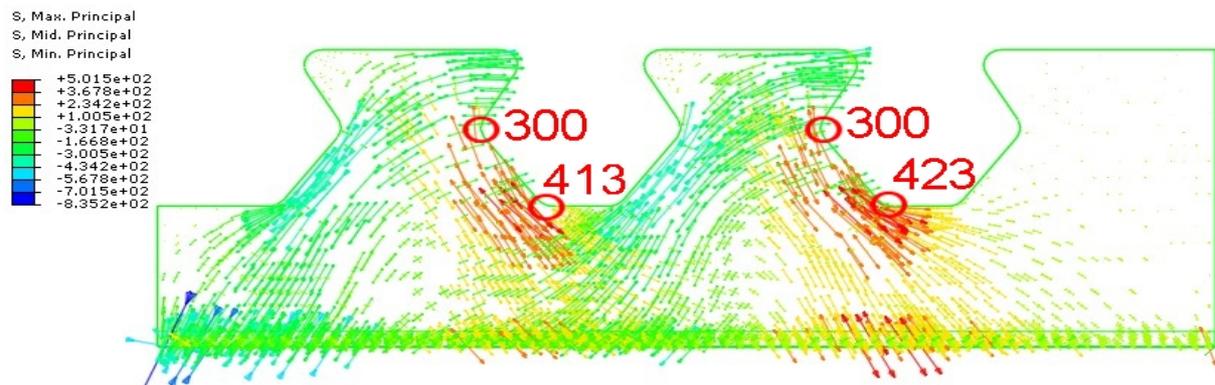


Abb. 9.31: Hauptnormalspannungen [N/mm²] beim Modell 6, $t_2=2406$ kN/lfm

Bei einer Längsschubkraft von 2406 kN/lfm ergeben sich große plastische Zonen entlang der unteren Kanten $I_{G,unten}$ gemäß Abb. 9.27. Weder Schnitt 1 oder 2, noch Schnitt 3 oder 4 sind vollständig durchplastiziert. Die Längsspannungen σ_{11} in Abb. 9.28 konzentrieren sich weiterhin an den beiden unteren Ausrundungen. Weiters entstehen Spannungsspitzen der Vertikalspannungen an den mittleren Ausrundungen auf Höhe des Schnitts 4 mit bis zu -320 N/mm² im Druck- und 250 N/mm² im Zugbereich. Die maximalen Hauptnormalspannungen treten gebündelt an beiden Enden des Schnitts 1 auf (siehe Abb. 9.31). Ihre Orientierung folgt den unteren Stahlzahnkanten $I_{G,unten}$. Der Maximalwert beträgt am belasteten, unteren Kreisbogen KB_{unten} 423 N/mm².

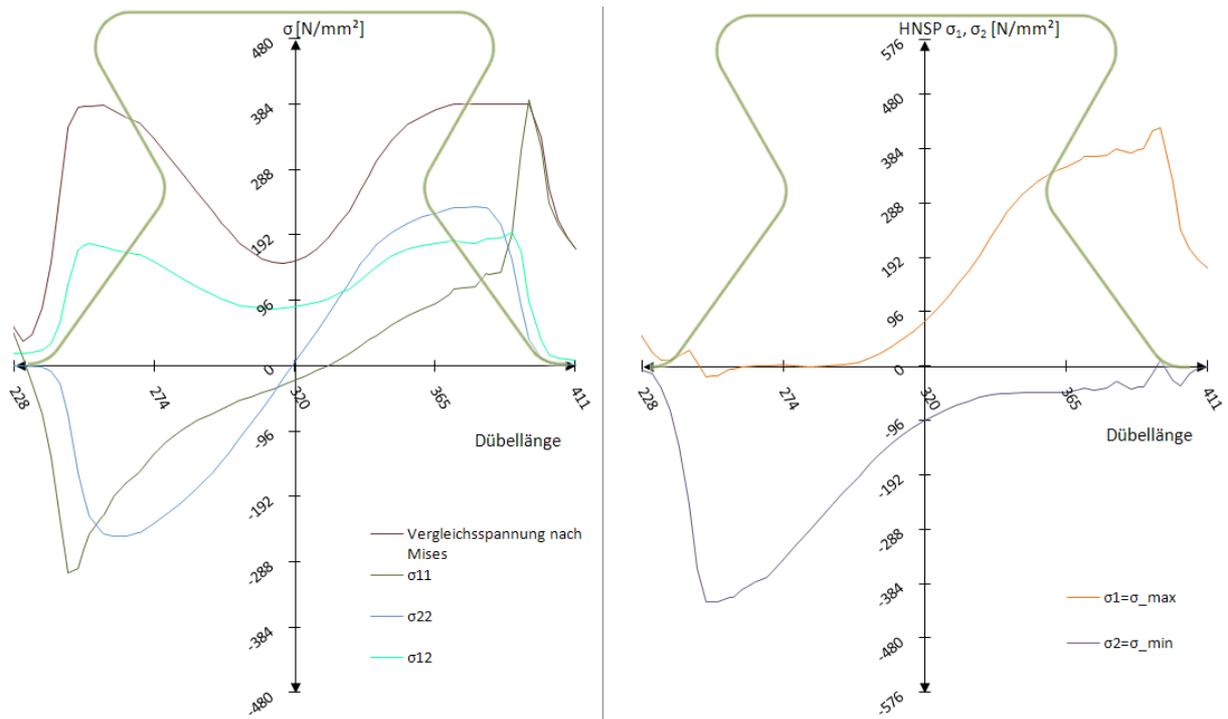


Abb. 9.32: Schnitt 1: Spannungen σ_{ij} und Hauptnormalspannungen $\sigma_{max}/\sigma_{min}$ beim Modell 6, $t_2=2406$ kN/fm

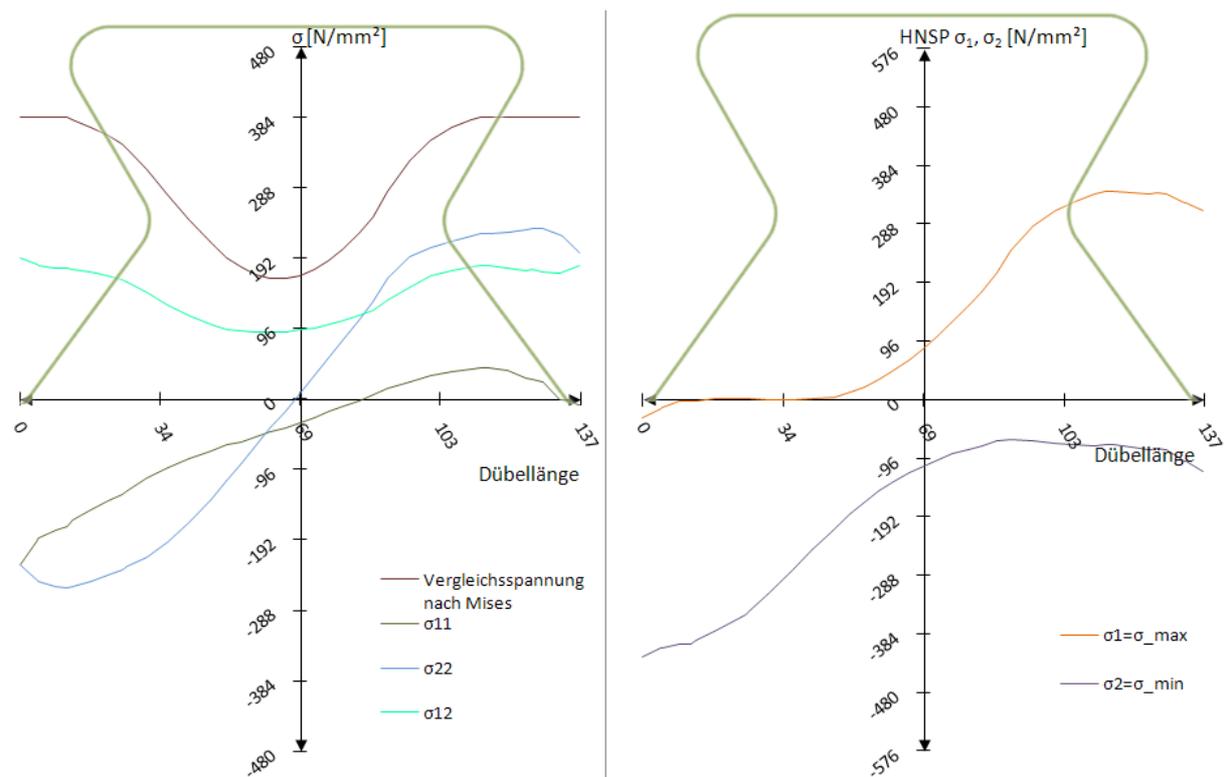


Abb. 9.33: Schnitt 2: Spannungen σ_{ij} und Hauptnormalspannungen $\sigma_{max}/\sigma_{min}$ beim Modell 6, $t_2=2406$ kN/fm

In Schnitt 1 und 2 (siehe Abb. 9.32 und Abb. 9.33) erreicht die Vergleichsspannung nach Mises ein plastisches Plateau an beiden Dübelzahnkanten. In der Mitte des Zahns fällt sie auf etwa 170 N/mm² ab. Die Schubspannung σ_{12} hat an beiden Rändern ihre Maxima von rund

190 N/mm². Die Vertikalspannung σ_{22} weist in der Dübelmitte einen linearen Verlauf auf, der an den Rändern auf einer Breite von ca. 35 mm in konstante Spannungsblöcke übergeht. Die Hauptnormalspannungen σ_1 und σ_2 sind mit + bzw. -384 N/mm² an den Rändern um rund 27% größer als im Betonmodell.

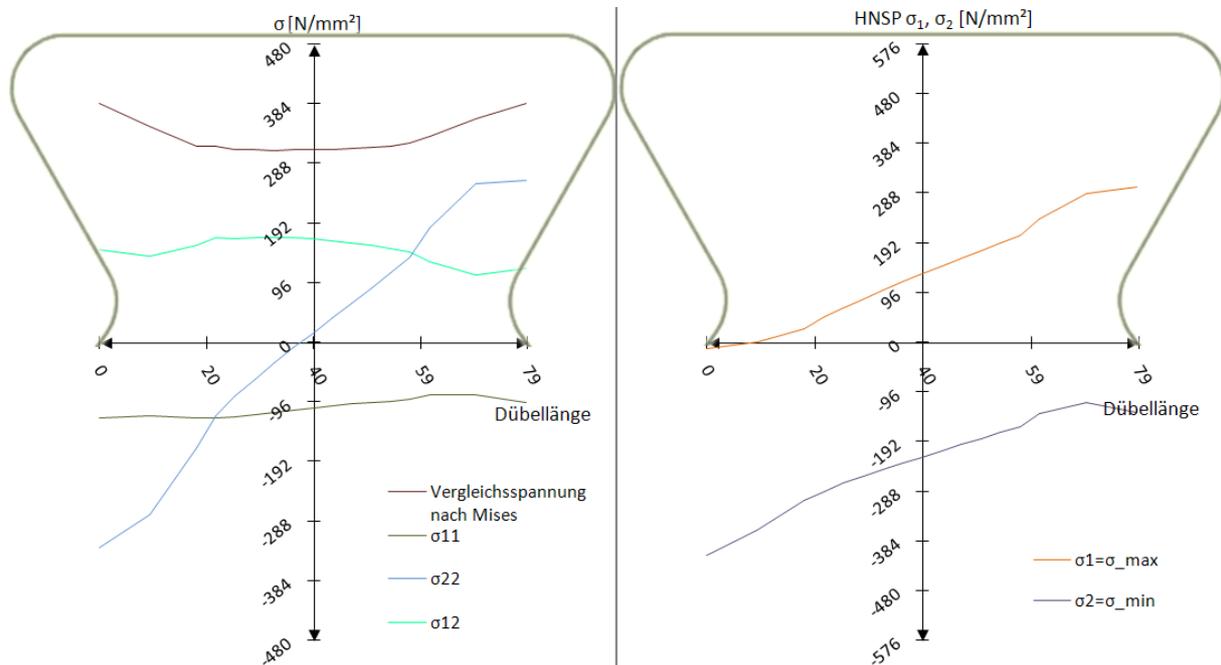


Abb. 9.34: Schnitt 3: Spannungen σ_{ij} und Hauptnormalspannungen $\sigma_{max}/\sigma_{min}$ beim Modell 6, $t_2=2406$ kN/lfm

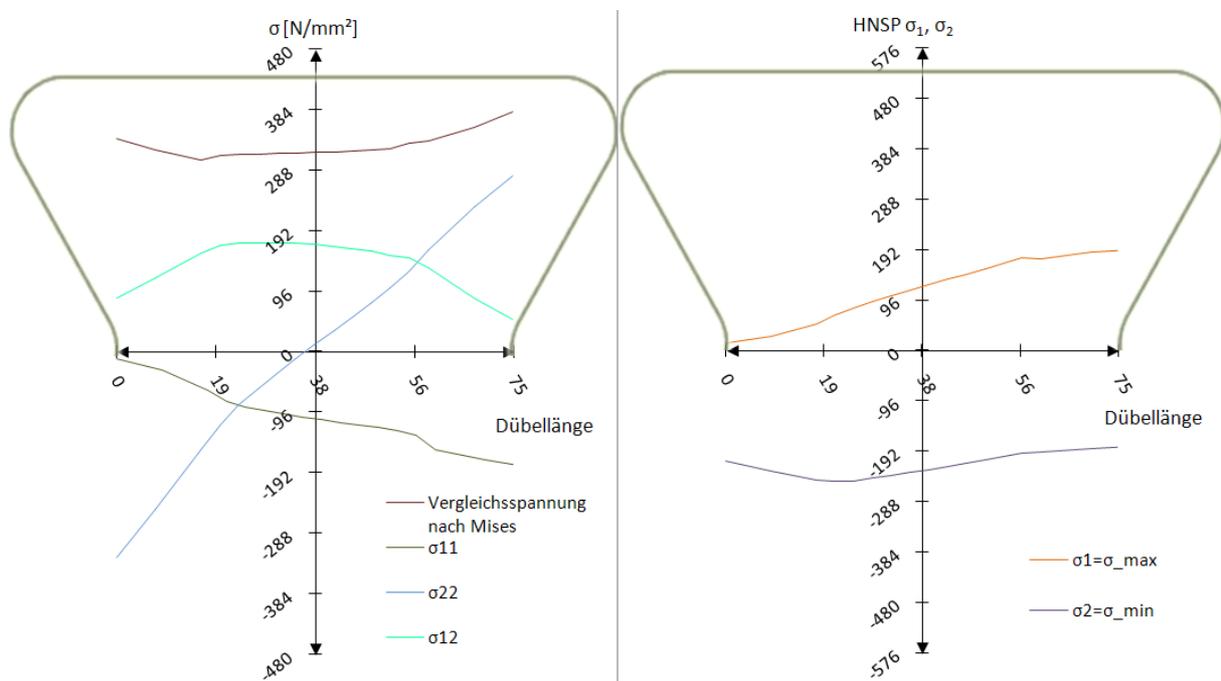


Abb. 9.35: Schnitt 4: Spannungen σ_{ij} und Hauptnormalspannungen $\sigma_{max}/\sigma_{min}$ beim Modell 6, $t_2=2406$ kN/lfm

Abb. 9.34 und Abb. 9.35 zeigen die Schnitte 3 und 4, welche in der Mitte eine konstante Vergleichsspannung von rund 330 N/mm² aufweisen, die zu beiden Rändern hin bis zur

Fließgrenze von 384 N/mm² ansteigt. Die Schubspannung σ_{12} beträgt in der Mitte beider Schnitte 192 N/mm² und fällt zu den Kanten hin bis auf 30 N/mm² ab. Vollkommen linear verhält sich die Vertikalspannung σ_{22} . In Schnitt 3 stimmt die Hauptzugspannung σ_1 an der Kante (rund 290 N/mm²) mit der des Betonmodells überein. Ebenso deckt sich die Hauptdruckspannung σ_2 an der unbelasteten Kante mit ca. -300 N/mm² mit der des Betonmodells. In beiden Fällen unterscheiden sich allerdings die Verläufe der Hauptnormalspannungen.

An der Dübelunterseite (siehe Abb. 9.36) tritt die maximale Vergleichsspannung zwischen beiden Dübelzähnen auf und beträgt ca. 270 N/mm², die Hauptzugspannung σ_1 weist an gleicher Stelle 190 N/mm² auf, die Hauptdruckspannung σ_2 ca. -160 N/mm².

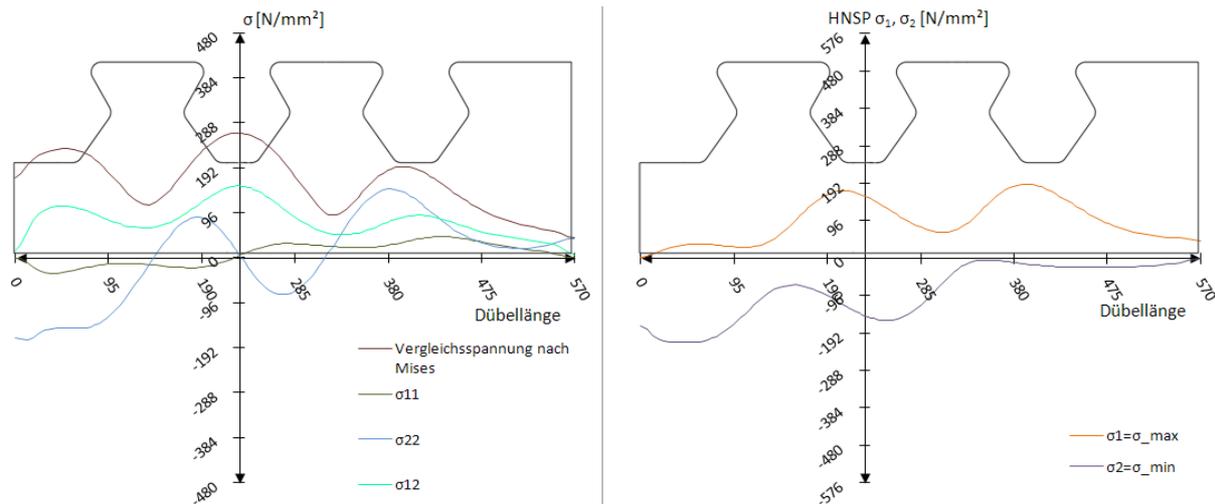


Abb. 9.36: Schnitt Dübelunterseite: Spannungen σ_{ij} und Hauptnormalspannungen $\sigma_{max}/\sigma_{min}$ beim Modell 6, $t_2=2406$ kN/lfm

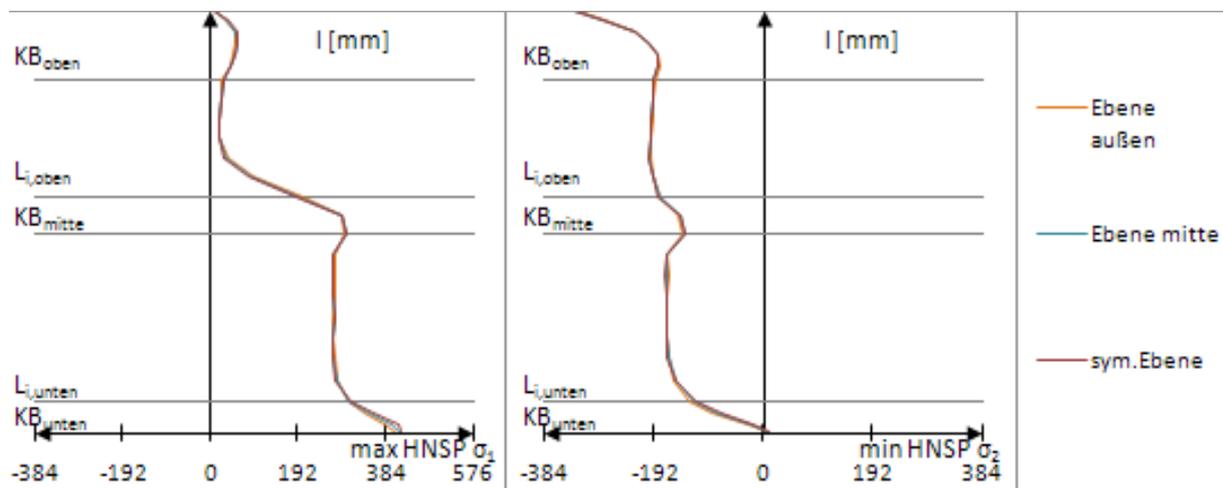


Abb. 9.37: Hauptnormalspannungen an der belasteten, rechten Dübelzahnseite beim Modell 6, $t_2=2406$ kN/lfm

Die Hauptzugspannung σ_1 an der belasteten, rechten Dübelzahnseite (siehe Abb. 9.37) tritt am unteren Kreisbogen KB_{unten} auf und beträgt rund 390 N/mm². Auf Höhe der unteren Gerade $l_{G,unten}$ ist sie konstant mit 300 N/mm². Ein kleiner Anstieg beim mittleren Kreisbogen KB_{mitte} ist erkennbar, dann fällt sie auf der oberen Gerade bis auf nahezu Null ab. Die Hauptdruckspannung σ_2 beträgt etwa konstant 180 N/mm². Sie fällt nur zum unteren

Kreisbogen (KB_{unten}) hin bis auf Null ab. Somit bildet sie den trapezförmigen Hauptnormalspannungsverlauf des Betonmodells ungenügend ab.

Die Schlussfolgerung aus der Spannungsbetrachtung des Lastmodell 6 in den Schnitten, sowie am belasteten, rechten Dübelzahnrand, ist, dass dieses Modell 6 zur Nachbildung der unteren Grenze der Dübelkannlinie des FE-Betonmodells geeignet ist. Sämtliche Spannungen werden mit Modell 5 allerdings besser abgebildet.

10 Ergebnisvergleich

10.1 Dübelkennlinien

Wie aus Abb. 10.1 hervorgeht, geben alle Belastungsmodelle den linear-elastischen Dübelkennlinienverlauf bis 1000 kN/lfm wieder. Der Lastansatz in Modell 1 und 6 führt zu einer guten Annäherung an die plastische Tragfähigkeit des FE-Betonmodells.

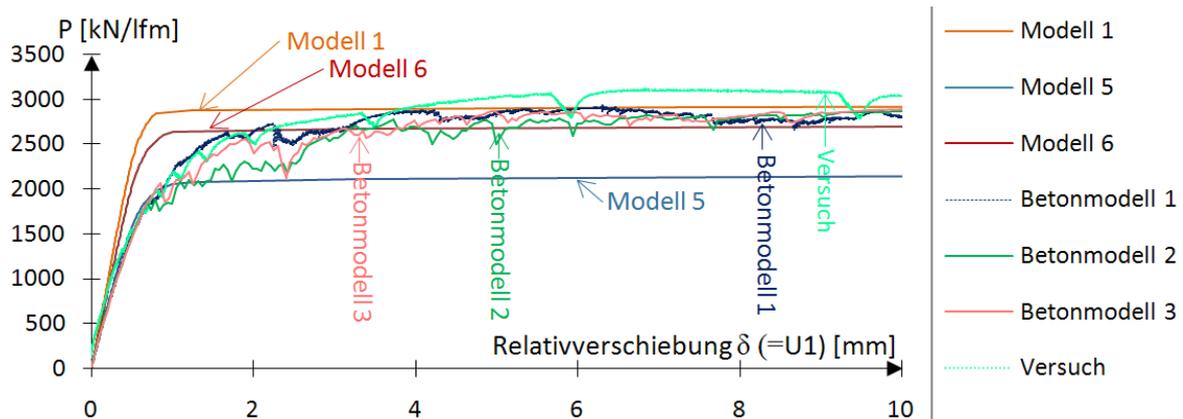


Abb. 10.1: Vergleich der Dübelkennlinien des Push-Out Versuchskörpers, des Betonmodells, des M1, M5 und M6

10.2 Kontaktdruck

Der Kontaktdruck (Definition siehe Abb. 5.4) in den Modellen 1, 5 und 6 wird zum Vergleich mit dem Betonmodell rechnerisch bestimmt. Dies ist notwendig, da innerhalb der FE-Modelle durch die direkte Lastaufbringung keine Kontaktfläche vorhanden ist. Die Vorgangsweise soll im Folgenden beschrieben werden. Geht man davon aus, dass eine Kraft an einer beliebigen Dübelzahnkante mit einem Winkel zur Horizontalen angreift (siehe Abb. 10.2), kann diese durch geometrische Überlegung in eine Kraft orthogonal zur Dübelzahnkante und eine Kraft parallel zur Kante umgerechnet werden. Bezogen auf die Dicke der Dübelleiste und die jeweilige Kantenlänge ergibt sich der Kontaktdruck orthogonal zur Kante bzw. die Scherspannung τ parallel zur Kante. Diese beiden Spannungskomponenten werden im Bereich der Abrundungen an den Orten der FE-Knoten ausgerechnet. Dann werden sie entlang der Dübelzahnkante zusammen mit den aus dem Programm Abaqus erhaltenen Kontaktdrücken in Diagrammen aufgetragen.

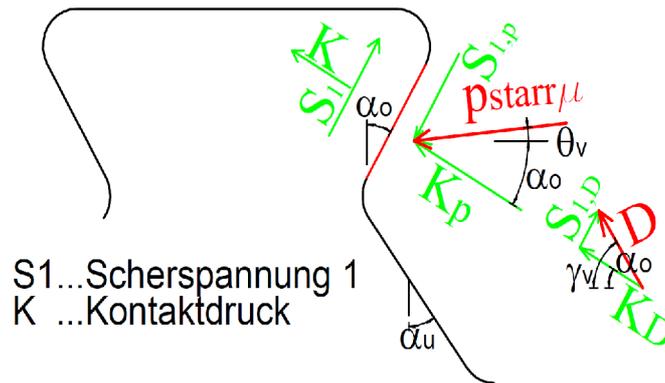


Abb. 10.2: Berechnung des Kontaktdrucks

Abb. 10.2 zeigt den Fall, dass eine Abtriebskraft D gleichzeitig mit der Spannung $p_{starr,\mu}$ entlang der oberen, rot eingefärbten Kante $l_{G,oben}$ angreift. Die Berechnung des Kontaktdrucks erfolgt durch Überlagerung:

$$K = K_p + K_D = p_{starr,\mu} \cdot \cos(\Theta_v + \alpha_o) + \frac{D}{l_{G,oben} \cdot t} \cdot \cos(\gamma_v) \quad (10.1)$$

Ebenso wird die Scherspannung unter Beachtung der unterschiedlichen Wirkungsrichtungen überlagert:

$$S_1 = S_{1,p} + S_{1,D} = -p_{starr,\mu} \cdot \sin(\Theta_v + \alpha_o) + \frac{D}{l_{G,oben} \cdot t} \cdot \sin(\gamma_v) \quad (10.2)$$

10.3 Vergleich der Spannungen und des Kontaktdrucks am Dübelzahnrand zum Zeitpunkt t_0

Gemessen werden die Spannungen an der „Ebene Mitte“ gemäß Abb. 5.2.

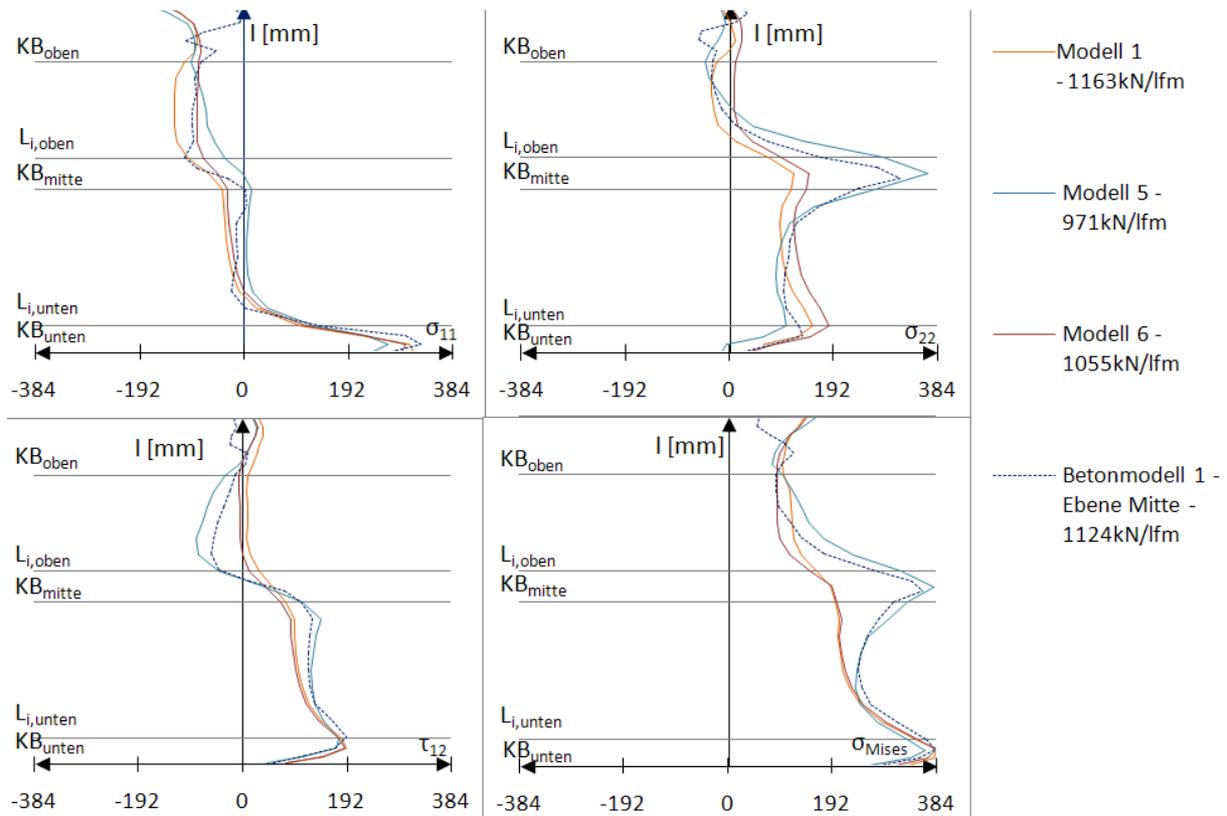


Abb. 10.3: Vergleich der Spannungen σ_{ij} an der belasteten, rechten Dübelzahnseite, t_0

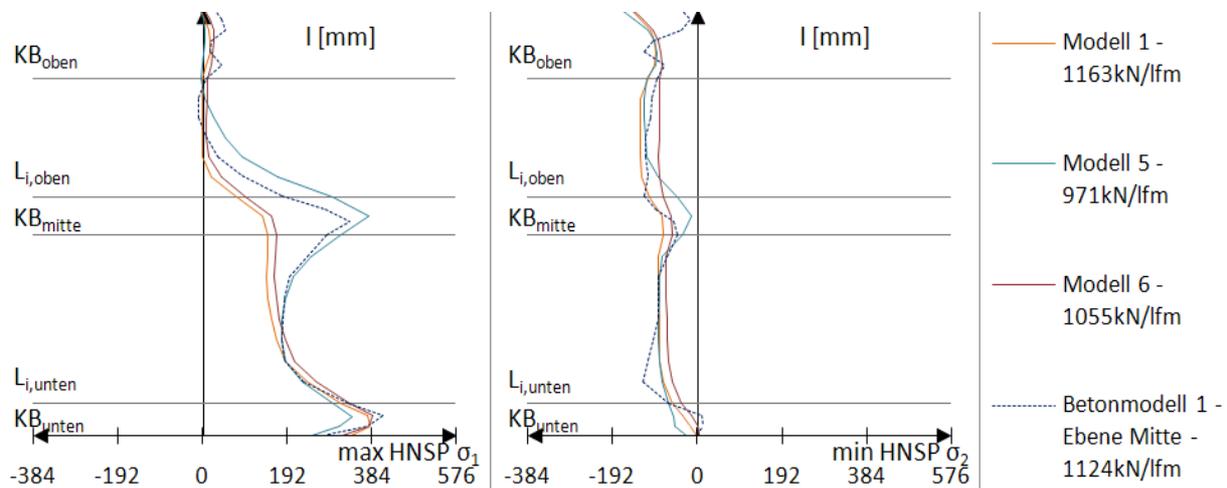


Abb. 10.4: Vergleich der Hauptnormalspannungen $\sigma_{\min}/\sigma_{\max}$ an der belasteten, rechten Dübelzahnseite, t_0

Die Spannungen an der belasteten, rechten Dübelzahnkante des Betonmodells 1 weichen innerhalb der verschiedenen Ebenen kaum voneinander ab. In den Abbildungen ist daher nur die mittlere Ebene dargestellt.

Abb. 10.3 und Abb. 10.4 zeigen für Modell 1 und Modell 6 ein Fließen im Bereich des unteren Kreisbogens KB_{unten} , wobei die Vergleichsspannung nach Mises kontinuierlich in Richtung des

oberen Kreisbogens KB_{oben} abnimmt. Ein konstanter Verlauf auf Höhe der oberen Gerade $I_{G,oben}$ und ein trapezförmiger auf Höhe der unteren Gerade $I_{G,unten}$, stellt sich bei der Schubspannung τ_{12} , der Spannung in Längsrichtung σ_{11} , sowie der maximalen Hauptnormalspannung σ_1 ein. Mit Ausnahme des Bereichs um die mittlere Ausrundung KB_{mitte} ähneln die Spannungskomponenten der Modelle 1 und 6, insbesondere die Hauptnormalspannungen, sehr denen des Betonmodells. Hauptzugspannungen werden entlang der unteren Gerade $I_{G,unten}$ gut abgebildet, entlang der oberen Geraden $I_{G,oben}$ werden sie etwas überschätzt. Im unteren Dübelbereich stimmt die Hauptdruckspannung gut mit dem Betonmodell überein, im Bereich der oberen und unteren Ausrundung KB_{oben} , bzw. KB_{unten} ergeben sich jedoch Abweichungen.

Modell 5 zeigt die beste Übereinstimmung der maximalen und minimalen Hauptnormalspannung σ_1 bzw. σ_2 mit dem Betonmodell. Es bildet als einziges Modell die vertikale Spannung σ_{22} und die Längsspannung σ_{11} im Bereich des mittleren Kreisbogens KB_{mitte} gut ab.

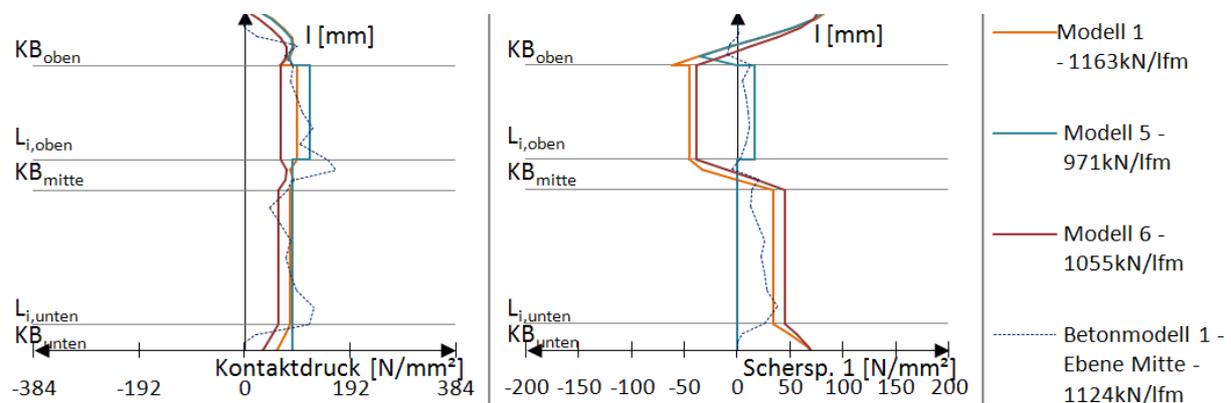


Abb. 10.5: Vergleich des Kontaktdrucks an der belasteten, rechten Dübelzahnseite, t_0

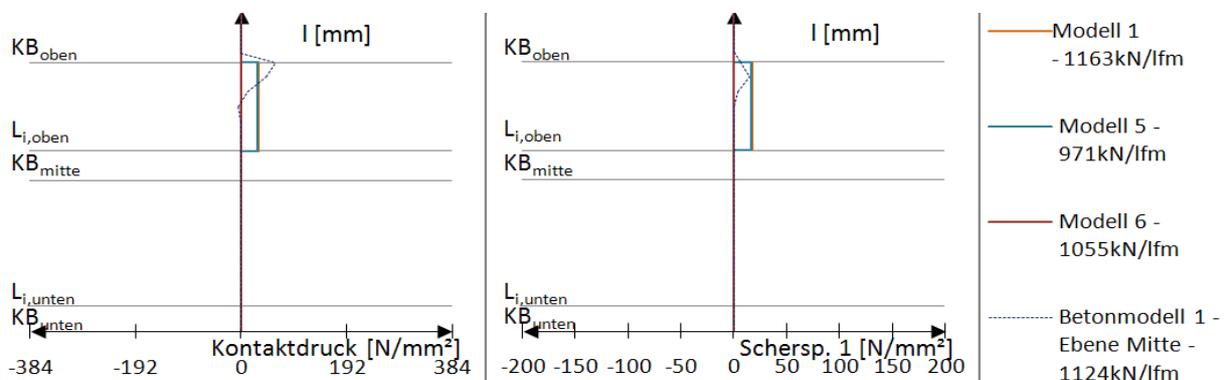


Abb. 10.6: Vergleich des Kontaktdrucks an der unbelasteten, linken Dübelzahnseite, t_0

Der Kontaktdruck an der rechten, belasteten Dübelzahnkante ist in Abb. 10.5 dargestellt. Die Längsschubkräfte der Modelle weisen geringfügig unterschiedliche Beträge auf, da die jeweiligen Modelle bei unterschiedlichen Belastungen in der ersten Faser die Fließgrenze erreichen.

Die Unstetigkeit der Scherspannung 1 beim Übergang von der oberen Gerade $I_{G,oben}$ zum oberen Kreisbogen KB_{oben} rührt daher, dass die Abtriebskraft D nur auf $I_{G,oben}$ angesetzt wird. Zu erkennen ist, dass der Kontaktdruck durch Modell 1 am besten wiedergegeben wird, insbesondere im Bereich der oberen Geraden $I_{G,oben}$. Er stimmt am besten mit dem des Betonmodells überein. Allerdings erzeugen Modell 1 und Modell 6 auf der oberen Geraden

eine, dem Betonmodell entgegengesetzte, Scherspannung 1. Modell 5 hingegen gibt die Scherspannung 1 dort sehr gut wieder. Abb. 10.6 zeigt den Kontaktdruck zufolge der Abtriebskraft D in Modell 1 und 5. Dieser ist gleichmäßig über die gesamte obere Gerade $I_{G,oben}$ verteilt. Beim Betonmodell tritt er jedoch konzentriert am Übergang zum oberen Kreisbogen KB_{oben} auf.

10.4 Vergleich der Spannungen und des Kontaktdrucks am Dübelzahnrand zum Zeitpunkt t_1

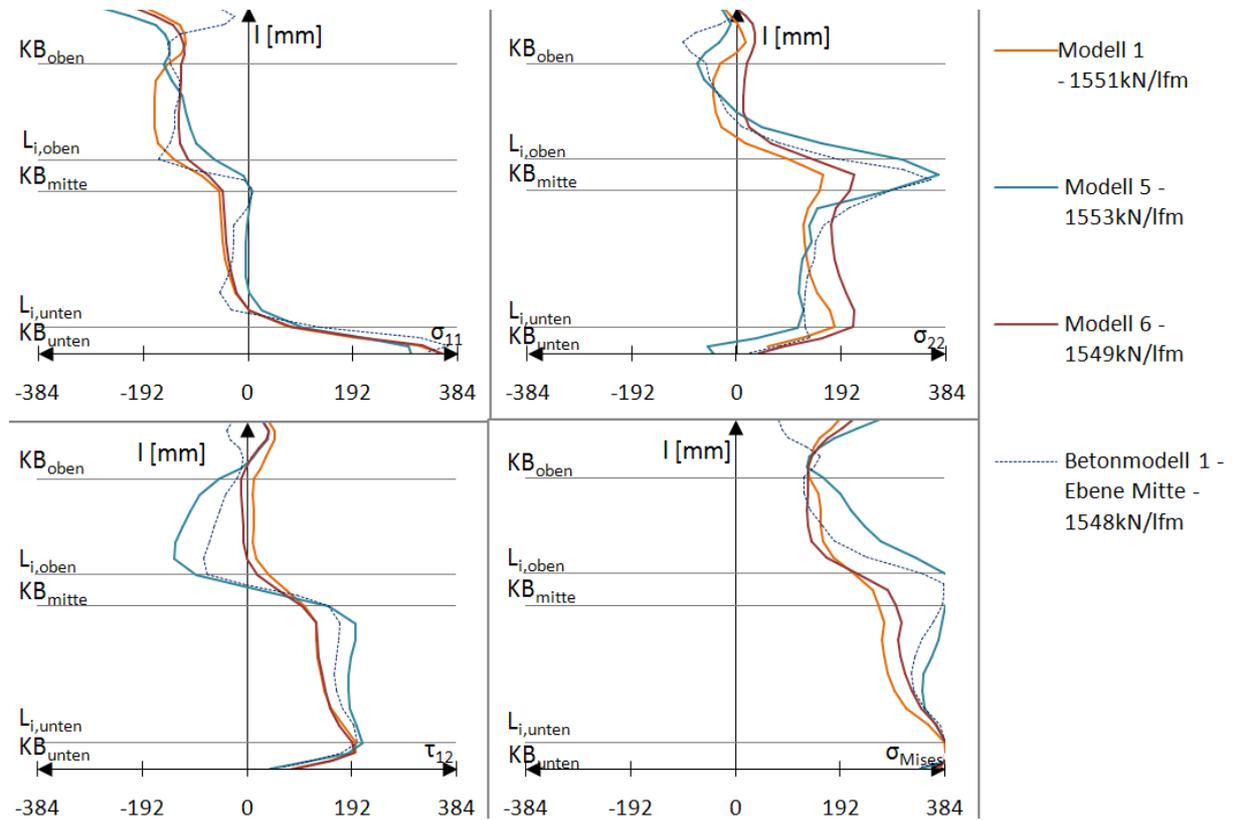


Abb. 10.7: Vergleich der Spannungen σ_{ij} an der belasteten, rechten Dübelzahnseite, t_1

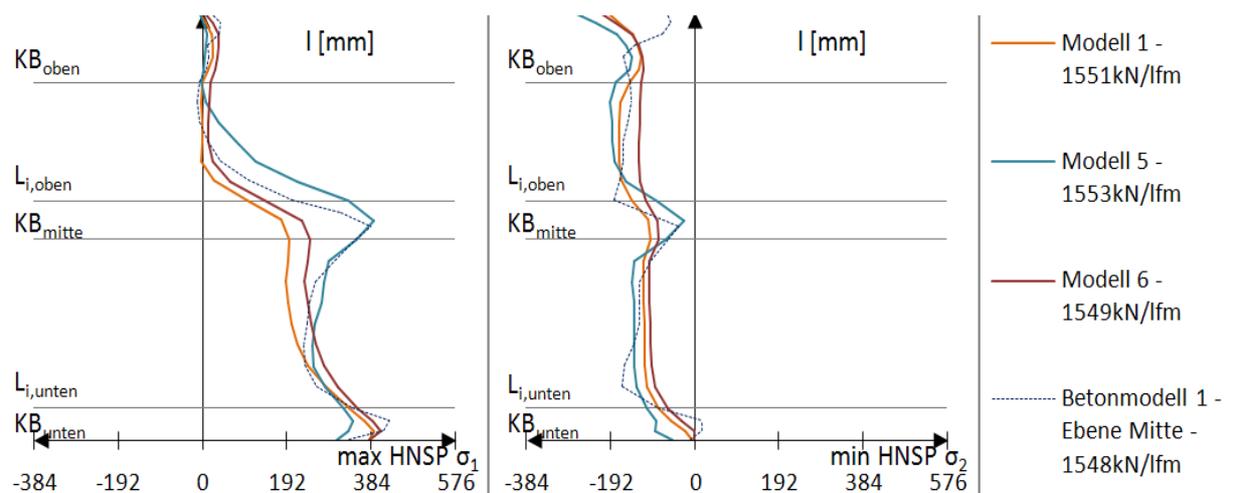


Abb. 10.8: Vergleich der Hauptnormalspannungen $\sigma_{\min}/\sigma_{\max}$ an der belasteten, rechten Dübelzahnseite, t_1

Beim Pfad des Betonmodells 1 zeigt sich ein Unterschied zwischen der oberen Gerade $I_{G,oben}$,

und der unteren Gerade $l_{G,unten}$. Während auf der unteren alle Spannungskomponenten gleichmäßig verlaufen, ruft auf der oberen eine bis zum mittleren Kreisbogen KB_{mitte} ansteigende vertikale Spannung σ_{22} einen trapezförmigen Verlauf der Vergleichsspannung nach Mises hervor. Die Betrachtung der Vergleichsspannung des Betonmodells 1 zeigt, dass an den beiden Abrundungen die Fließgrenze erreicht wird. Zum Zeitpunkt t_1 bleibt der Verlauf der Hauptspannungen dem des Zeitpunkts t_0 ähnlich. Die Größe der Hauptdruck- und -zugspannung ändert sich nur proportional zur Laststeigerung.

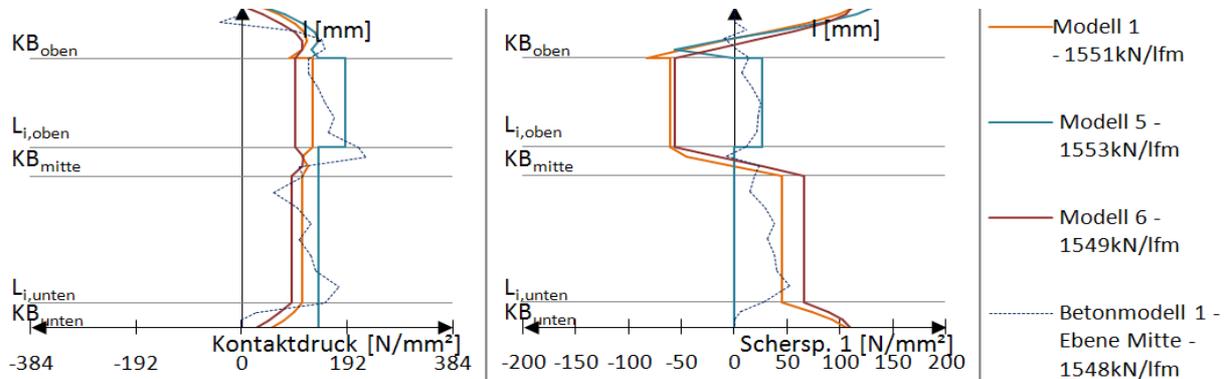


Abb. 10.9: Vergleich des Kontaktdrucks an der belasteten, rechten Dübelzahnseite, t_1

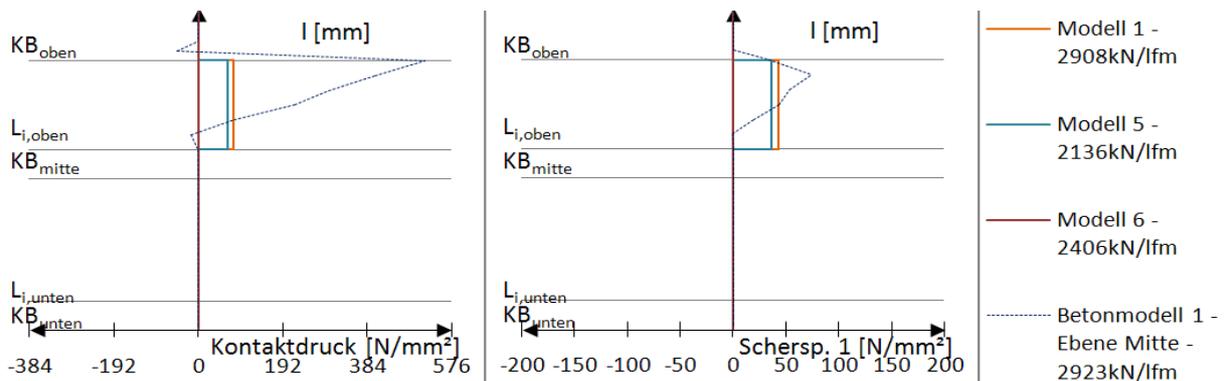


Abb. 10.10: Vergleich des Kontaktdrucks an der unbelasteten, linken Dübelzahnseite, t_1

Der trapezförmige Verlauf des Kontaktdrucks (Abb. 10.9) des Betonmodells kann durch kein Modell zufriedenstellend abgebildet werden. Die Lastannahme von Modell 5 kommt diesem am nächsten. Modell 5 ist, wie schon zum Zeitpunkt t_0 , das einzige Modell, welches die Scherspannung 1 ausreichend abbildet. Der dreiecksförmige Verlauf auf der linken, unbelasteten Dübelzahnkante wird durch kein Modell erfasst (Abb. 10.10).

10.5 Vergleich der Spannungen und des Kontaktdrucks am Dübelzahnrand zum Zeitpunkt t_2

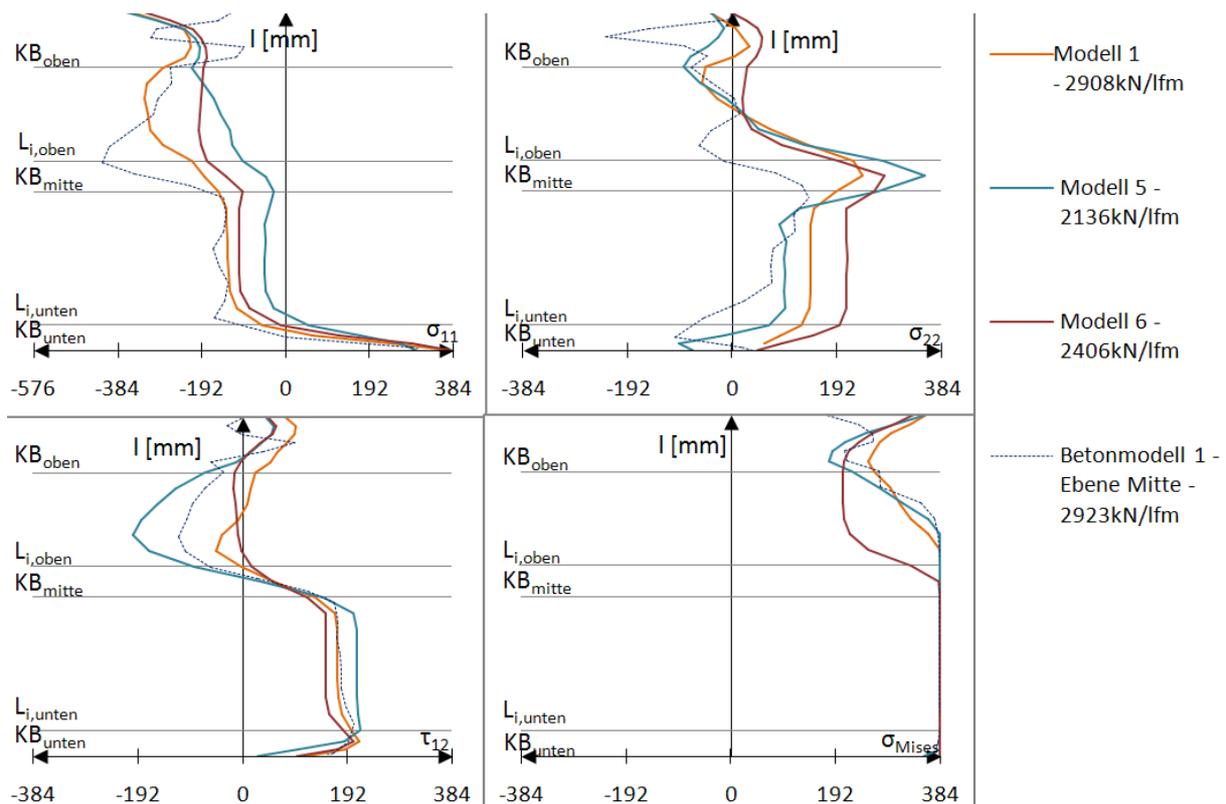


Abb. 10.11: Vergleich der Spannungen σ_{ij} an der belasteten, rechten Dübelzahnseite, t_2

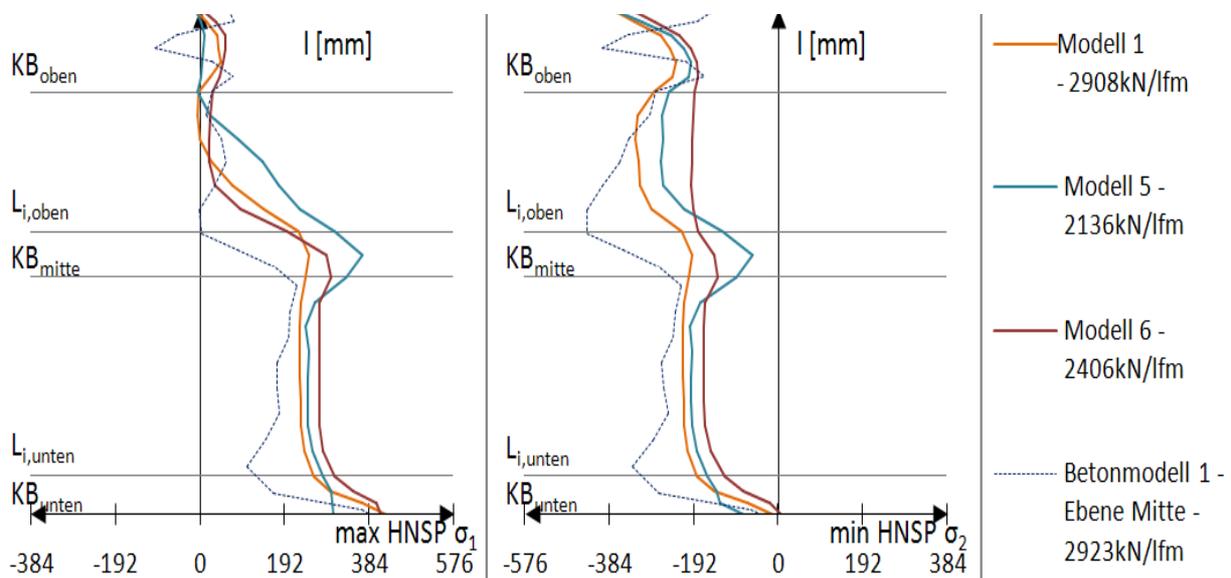


Abb. 10.12: Vergleich der Hauptnormalspannungen $\sigma_{min}/\sigma_{max}$ an der belasteten, rechten Dübelzahnseite, t_2

Die Spannungen an der belasteten Dübelzahnkante weichen bei Betonmodell 1 innerhalb der drei Ebenen zum Zeitpunkt t_2 voneinander ab (siehe Abb. 6.39). Der Beanspruchungsverlauf im Pfad „Ebene Mitte“ stellt einen ungefähren Mittelwert aller Ebenen dar. Daher wird dieser nun zum Vergleich herangezogen. Man erkennt ein vollständiges Plastizieren der belasteten Stahlzahnkante vom unteren Kreisbogen KB_{unten} bis zur oberen Geraden $L_{G,oben}$. Die Spannung

des Betonmodell 1 in Längsrichtung σ_{11} weist, wie die Schubspannung τ_{12} , auf dieser oberen Geraden $l_{G,oben}$ einen trapezförmigen, auf der unteren $l_{G,unten}$ einen konstanten Verlauf auf.

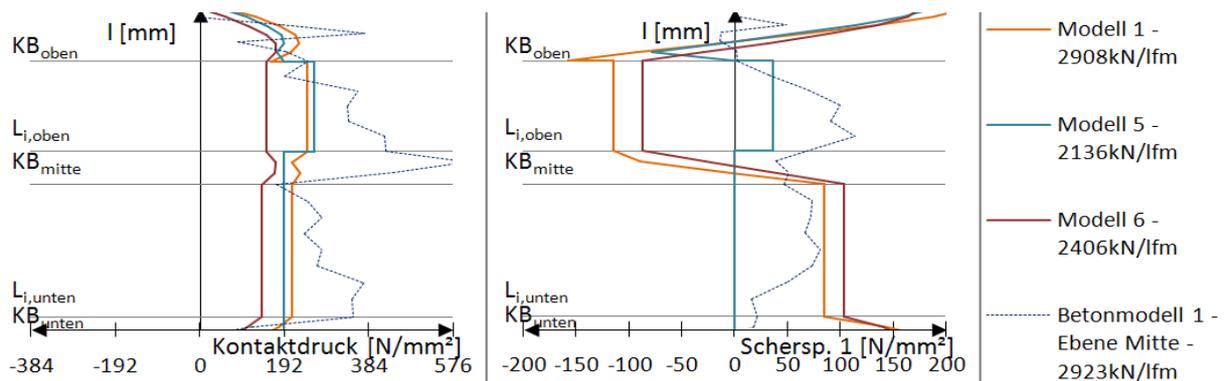


Abb. 10.13: Vergleich des Kontaktdrucks an der belasteten, rechten Dübelzahnseite, t_2

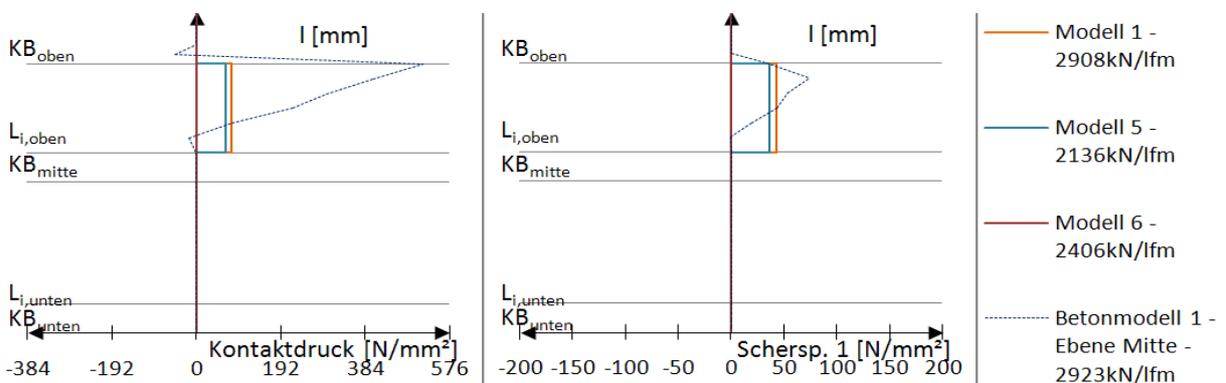


Abb. 10.14: Vergleich des Kontaktdrucks an der unbelasteten, linken Dübelzahnseite, t_2

Der zu den Zeitpunkten t_0 und t_1 gut abgebildete Kontaktdruck auf die belastete, rechte Dübelzahnseite (Abb. 10.13) weist zum Zeitpunkt t_2 gravierende Unterschiede zum Betonmodell auf. Der Kontaktdruck des Betonmodells ist um den Faktor 2 größer als der Kontaktdruck der Modelle 1, 5 und 6. Außerdem kann durch diese Modelle entlang der oberen und unteren Geraden $l_{G,oben}$ bzw. $l_{G,unten}$ kein trapezförmiger Verlauf dargestellt werden. Daraus resultieren große Abweichungen der Scherspannung im Vergleich zu der des Betonmodells. Besonders ausgeprägt sind diese entlang der Geraden $l_{G,oben}$, wo die Scherspannung durch Modell 1 und 6 in die entgegengesetzte Richtung aufgebracht wird.

10.6 Schlussfolgerung aus dem Vergleich der Belastungsmodelle 1, 5 und 6

Die Belastungsannahme des Modell 5 führt zu einer sehr guten Erfassung der Scherspannung 1 entlang der oberen Geraden $l_{G,oben}$ zum Zeitpunkt t_0 (Abb. 10.5). Allerdings fehlt dabei die Scherspannungsbeanspruchung der unteren Geraden $l_{G,unten}$, welche bei Modell 1 und 6 durch den nicht orthogonalen Lastansatz hervorgerufen wird. Die Verläufe des Kontaktdrucks, resultierend aus den verschiedenen Modelllasten, nähern den Kontaktdruck bis zum Zeitpunkt t_1 dem Betonmodell gut an. Dies gilt ebenso für Verlauf und Größe der einzelnen Spannungskomponenten, insbesondere für die des Modells 5 (Abb. 10.3 und Abb. 10.4).

Die vertikale Abtriebskraft D ist in allen Modellen, bis auf Modell 6, zum Zeitpunkt t_0 vorhanden und betragsmäßig gleich groß. Da sie in den Modellen als einzige Komponente auf

die „unbelastete“ linke Seite des Stahlzahns wirkt (Abb. 10.6), wird dort der Kontaktdruck lediglich von ihr verursacht. Dieser stimmt jedoch nicht mit dem des Betonmodells überein. Die Größenordnung ist zwar zutreffend, allerdings erstreckt sich der Verlauf nicht auf die gesamte Länge der oberen Geraden $l_{G,oben}$.

Zum Zeitpunkt t_1 geben die untersuchten Lastmodelle sämtliche Spannungskomponenten des Betonmodells relativ genau wieder. Die beste Übereinstimmung, insbesondere in den kritischen Bereichen des mittleren und unteren Kreisbogens (KB_{mitte} , KB_{unten}), wird mit Modell 5 erzielt (Abb. 10.7 und Abb. 10.8). Lediglich die Scherspannungen in der Kontaktfuge zeigen signifikante Abweichungen.

Zum Zeitpunkt t_2 ergeben sich bezüglich des Kontaktdruckverlaufes große Abweichungen in der Kontaktfuge. Diese sind besonders im Bereich oberhalb der Ausrundung KB_{mitte} ausgeprägt und haben einen nicht zufriedenstellenden Ansatz der Scherspannung zur Folge. Daraus resultiert eine Überschätzung der Hauptdruck- und -zugspannungen.

Die zu ungenau abgebildeten Spannungskonzentrationen an den Ausrundungsbereichen der belasteten, brenngeschnittenen Stahlzahnkante müssen durch eine Verbesserung der Belastungsform, sowie eine realitätsgetreuere Modellierung des Fachwerkmodells für den Push-Out-Körper erfolgen. Dazu zählt als erste Näherung ein trapezförmiger Spannungsverlauf entlang den Geraden $l_{G,oben}$, und $l_{G,unten}$, sowie die Berücksichtigung der Wirkung des Stahlträgerflansches durch eine starre Kontaktfläche unter der Dübelleiste (siehe Abb. 10.15 und Abb. 2.2). Dabei werden vertikale Bewegungen der Unterseite der Dübelleiste, nicht nur durch die Schweißnaht, sondern zusätzlich durch diese Kontaktfläche verhindert. Weiters ist es möglich, den Ansatz der Abtriebskraft D wegzulassen, da diese Kräfte außerhalb des Push-Out Körpers durch Anker aufgenommen werden können, die die beiden Versuchskörperhälften verbinden (siehe Abb. 10.15).

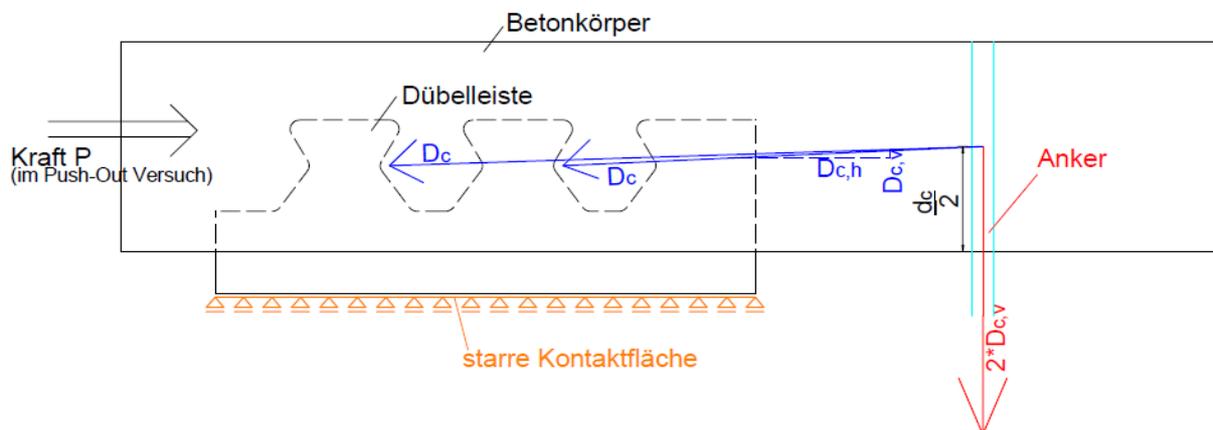


Abb. 10.15: Aufnahme der vertikalen Kraft durch den Anker; Anordnung der starren Kontaktfläche

			Spannungen an der brenngeschnittenen Kante [N/mm ²]		
			Bereich:	σ_1	σ_2
t_0	Betonmodell 1 $P_{fy}=1124\text{kN/lfm}$	KB _{mitte}	347	-151	356
		KB _{unten}	416	-154	384
	Modell 1 $P_{fy}=1163\text{kN/lfm}$	KB _{mitte}	152	-126	205
		KB _{unten}	387	-76	384
	Modell 5 $P_{fy}=971\text{kN/lfm}$	KB _{mitte}	385	-87	383
		KB _{unten}	374	-80	368
Modell 6 $P_{fy}=1055\text{kN/lfm}$	KB _{mitte}	170	-89	209	
	KB _{unten}	390	-56	384	
t_1	Betonmodell 1 $P_{el}=1548\text{kN/lfm}$	KB _{mitte}	430	-216	384
		KB _{unten}	441	-207	384
	Modell 1 $P_{el}=1551\text{kN/lfm}$	KB _{mitte}	202	-167	272
		KB _{unten}	398	-109	384
	Modell 5 $P_{el}=1553\text{kN/lfm}$	KB _{mitte}	400	-161	384
		KB _{unten}	373	-133	384
Modell 6 $P_{el}=1549\text{kN/lfm}$	KB _{mitte}	248	-130	304	
	KB _{unten}	415	-92	384	

Tab. 10.1: Gegenüberstellung der maximalen Spannungen im Bereich der brenngeschnittenen Kante auf unterschiedlichen Lastniveaus

Tab. 10.1 zeigt für die untersuchten FE-Modelle die maximal auftretenden Spannungen an der brenngeschnittenen Kante. Sie fasst diese bis zum Zeitpunkt t_1 , dem Ende des elastischen Bereichs der Dübelkennlinie, zusammen. Es ist die maximale bzw. minimale Hauptnormalspannung σ_1 bzw. σ_2 , sowie die Vergleichsspannung nach Mises σ_v dargestellt. Alle Spannungskomponenten sind auf den jeweiligen Lastniveaus für die in Abb. 3.7 rot eingefärbten Elemente des mittleren Dübelzahns ausgegeben.

Auch hier zeigt sich, dass das Belastungsmodell 5 im Hinblick auf die extremalen Spannungen an der brenngeschnittenen Stahlzahnkante am besten mit dem Betonmodell übereinstimmt. Die Abweichungen liegen im Bereich von 10%.

11 Modellbildung

11.1 Allgemeines

Erstes Ziel ist die Entwicklung eines Lastmodells, welches die Kontaktspannungen in der Fuge zwischen Dübel und Beton innerhalb des Betonmodells annähert. Dadurch können die für eine Ermüdungsberechnung wichtigen Spannungsverläufe an den Stahlzahnrandern durch stark vereinfachte Rechenmodelle ermittelt werden. Als Grundlage dafür dienen die Modelle 1, 5 und 6 nach Petraschek [3], welche in den Kapiteln 7, 8 und 9 behandelt wurden. Die darin enthaltenen Spannungsverläufe entlang der Stahlzahnkante lassen einen Rückschluss darauf zu, in welchem Bereich der Kante eine Veränderung des Lastansatzes große Effektivität hat. Dementsprechend wird schrittweise die Last auf verschiedenen Bereichen der Stahlzahnkante angepasst und die Auswirkung auf die resultierenden Spannungen entlang dieser untersucht. Somit erfolgt eine effektive Annäherung der auftretenden Spannungen entlang der Dübelzahnkante an die des Betonmodells. Die Belastungsverläufe mit den besten Resultaten werden nachfolgend vorgestellt.

11.2 Modell A

11.2.1 Modellbildung

Beim Belastungsmodell A soll der trapezförmige Verlauf des Kontaktdrucks zum Zeitpunkt t_1 im Bereich der oberen Geraden $l_{G,oben}$ dem in Abb. 10.9 nachgeahmt werden.

Zur Annäherung der Belastung an den tatsächlichen Kontaktdruck auf die Stahlkante des Betonmodells wird eine Mittelung des Kontaktdrucks beim Lastniveau P_{el} über die Ebenen gemäß Abb. 5.2 vorgenommen.

Die Werte der Spannungen entlang der Stahlzahnkante, sowie der Kontaktdruck zum Zeitpunkt t_1 sind in Kapitel 10.4 ersichtlich. Um exakte Werte für die Berechnung zu erhalten, werden für die Mittelung die aus Abaqus [10] durch die Funktion *report - XY Data* exportierten Kontaktdrücke verwendet. Die verwendeten Werte sind in Tab. 11.1 dargestellt.

Die grün eingefärbten Ergebnisse sind Mittelwerte der Kontaktdrücke über die einzelnen Teillängen der Kante bzw. über alle drei Ebenen. Sie geben somit den im Betonmodell 1 über die Zahndicke von 20 mm durchschnittlich auftretenden Kontaktdruck wieder. Bei deren Betrachtung wird der Trapezverlauf dieses Kontaktdrucks ersichtlich. Die dunkelgrün eingefärbten, über alle Ebenen und die Länge gemittelten Werte sind hier zum Vergleich dargestellt. Der durchschnittliche Kontaktdruck auf die obere Gerade $l_{G,oben}$ beträgt lt. Tab. 11.1 128,1 N/mm². Der an den oberen Kreisbogen KB_{oben} angrenzende Wert der Gerade $l_{G,oben}$ wird als $p_{o,BM}$ bezeichnet. Der an den mittleren Kreisbogen KB_{mitte} angrenzende, unterste Wert der Geraden $l_{G,oben}$ wird als $p_{u,BM}$ bezeichnet. Diese Werte sind in Tab. 11.1 rot eingerahmt. Sie sind von besonderem Interesse für den weiteren Rechengang. Die übrigen Werte in Tab. 11.1 dienen dem Vergleich und der Plausibilisierung. Es kann abgelesen werden, ob der

Kontaktdruck innerhalb verschiedener Ebenen stark voneinander abweicht und ob sich die Werte $p_{o,BM}$, bzw. $p_{u,BM}$ stark vom Mittelwert der Gerade $l_{G,unten}$ über alle Ebenen unterscheiden.

		Mittlung [N/mm²] über:					
		mittlerer Kontaktdruck	Ebene außen	Ebene mitte	Sym. Ebene	über alle Ebenen	
Betonmodell 1	Zeitpunkt t_1	Mittlung über die Länge	KB_{oben}	5,43	85,42	55,74	48,9
			$l_{G,oben}$	73,53	175,96	134,81	128,1
			KB_{mitte}	266,10	92,04	126,17	161,4
			$l_{G,oben}$	11,03	118,67	95,86	75,2
			KB_{unten}	3,96	0,00	5,17	3,0
	Trapez $l_{G,oben}$	$P_{o,BM}$	23,26	138,81	87,09	83,1	
		$P_{u,BM}$	335,31	226,25	226,25	262,6	

Tab. 11.1: Mittlung des Kontaktdrucks des Betonmodells in [N/mm²], Zeitpunkt $t_1=1548$ kN/lfm

Zur Ermittlung der neuen Lastgröße (siehe Abb. 11.1) für das Belastungsmodell A wird mithilfe von einfachen geometrischen Beziehungen der gesamte Kontaktdruck unter Annahme eines Trapezes auf die obere Gerade $l_{G,oben}$ des Betonmodells berechnet. In Gleichung 11.1 bezeichnet der Index „BM“ dabei das Betonmodell und $l_{G,oben}$ die Länge der oberen Geraden.

$$P_{BM} = \frac{(p_{o,BM} + p_{u,BM})}{2} \quad (11.1)$$

Es ist die Last $p_{Mi,o}$, bzw. $p_{Mi,u}$ auf die obere Gerade im jeweiligen Belastungsmodell i zu ermitteln. Die Aufteilung der Modelllasten erfolgt nun im Verhältnis zu den Lasten $p_{o,BM}$ und $p_{u,BM}$ im Betonmodell (Formel 11.2 und 11.3).

$$P_{Mi,o} = \frac{P_{Mi} \cdot P_{o,BM}}{P_{BM}} \quad (11.2)$$

$$P_{Mi,u} = \frac{P_{Mi} \cdot P_{u,BM}}{P_{BM}} \quad (11.3)$$

Somit bleibt die übertragene Längsschubkraft gleich, nur der Angriffspunkt der Last ändert sich.

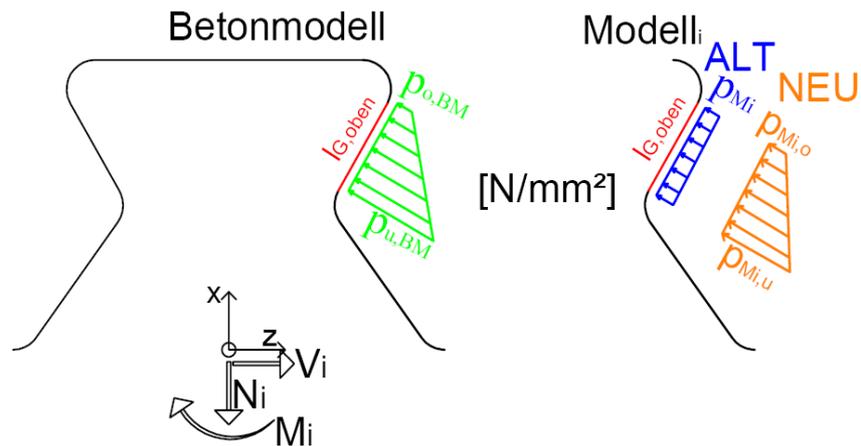


Abb. 11.1: Umrechnung des Lastansatzes für Belastungsmodell A

Diese Methode stimmt jedoch nur exakt, wenn beim jeweiligen Lastmodell die Annahme einer ausschließlich orthogonal zur Kante angreifenden Last zutrifft. Dies ist allerdings nur bei Modell 5 der Fall. Ansonsten wird die auf die Kante angreifende Last p_{Mi} des jeweiligen Modells mit dem orthogonal angreifenden Kontaktdruck $p_{o,BM}$ bzw. $p_{u,BM}$ des Betonmodells skaliert.

Diese Berechnung wird vereinfachenderweise trotzdem analog für jedes Modell durchgeführt. Dabei wird der gemittelte Verlauf zum Zeitpunkt t_1 nach Tab. 11.1 als Grundlage herangezogen. Nach Anwendung der soeben erläuterten Gleichungen 11.1 bis 11.3 erhält man für $p_{Mi,o}$ und $p_{Mi,u}$ näherungsweise die in Tab. 11.2 dargestellten Werte.

	Belastungsmodell A		
	Modell 1A	Modell 5A	Modell 6A
$p_{Mi,o}$	0,5		
$p_{Mi,u}$	1,5		

Werte $*p_{starr,\mu}$ in $[N/mm^2]$

Tab. 11.2: Lasten an der oberen Gerade $l_{G,oben}$ des Belastungsmodells A

Setzt man die Lasten $p_{Mi,o}$ bzw. $p_{Mi,u}$ aus Tab. 11.2 auf die obere Gerade $l_{G,oben}$ an und behält die ursprüngliche Wirkungsrichtung von Modell 1, Modell 5 und Modell 6 bei, erhält man die Lastansätze nach Abb. 11.2, Abb. 11.3 und Abb. 11.4.

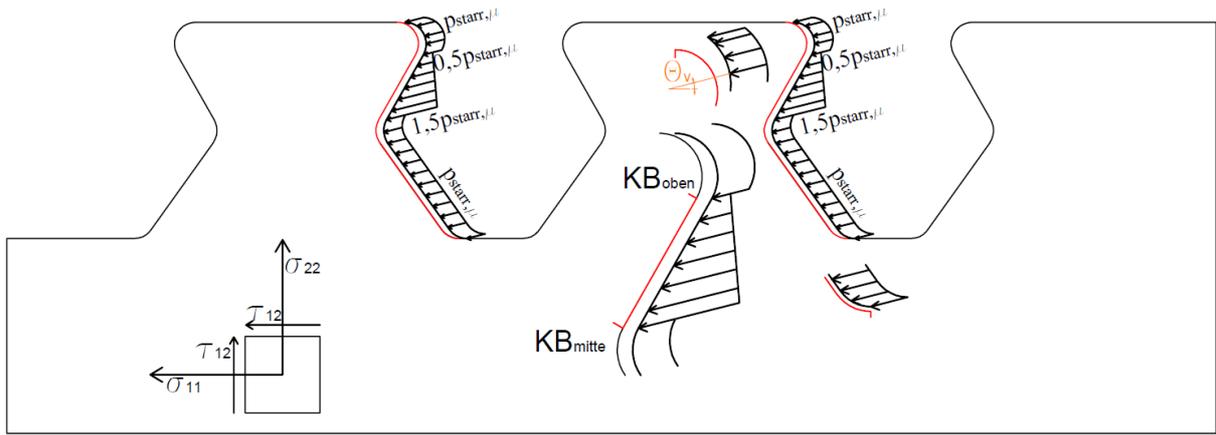


Abb. 11.2: Lasten [N/mm²] mit Verhältnis zueinander nach Belastungsmodell A – Modell 1A

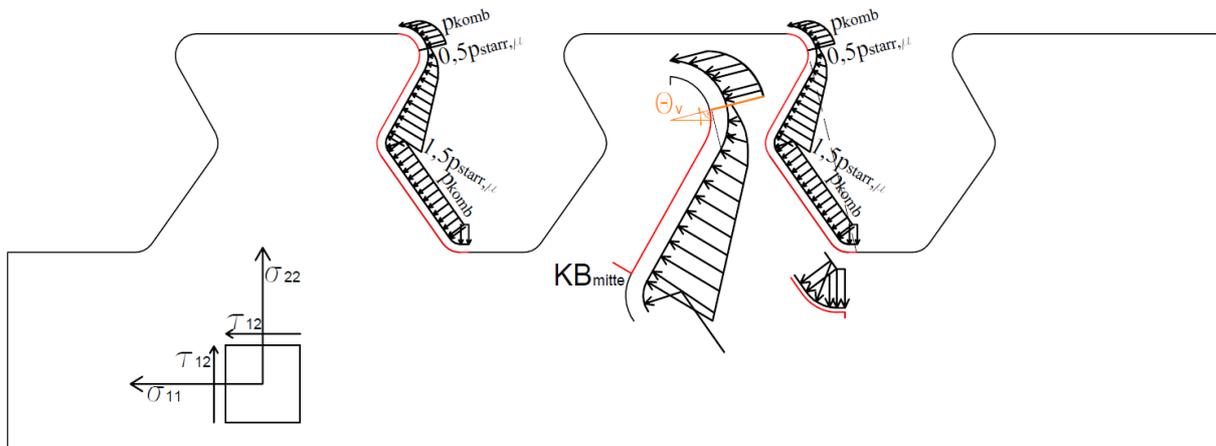


Abb. 11.3: Lasten [N/mm²] mit Verhältnis zueinander nach Belastungsmodell A – Modell 5A

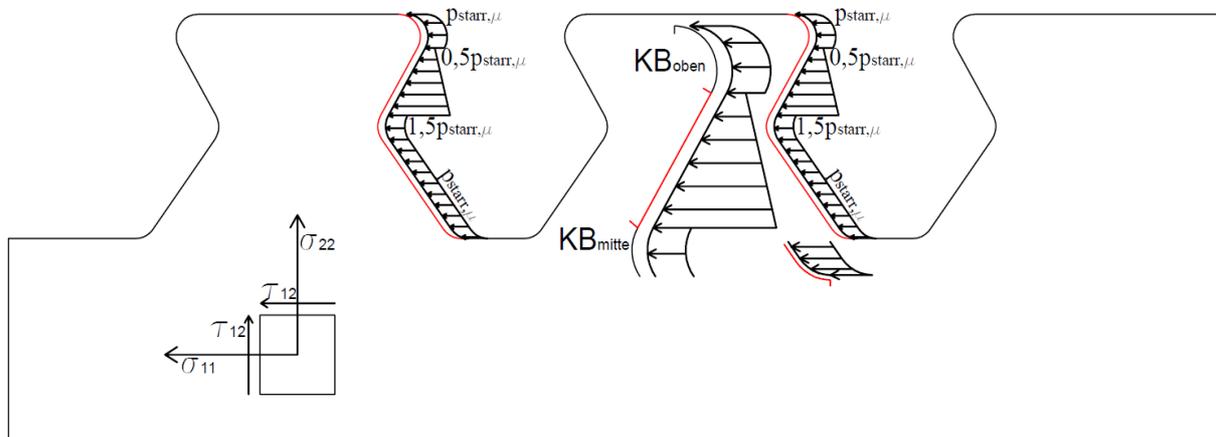


Abb. 11.4: Lasten [N/mm²] mit Verhältnis zueinander nach Belastungsmodell A – Modell 6A

11.2.2 Auswertung der Dübelkennlinien – Belastungsmodell A

In Kapitel 4.12 und Kapitel 4.13 werden Betonmodell 2 und Betonmodell 3 vorgestellt. In diesem Kapitel sind diese Betonmodelle in den Diagrammen gemeinsam mit dem ursprünglichen Betonmodell 1 zum Vergleich dargestellt. Dies dient der Verifikation der Betonmodelle und der Absicherung der Ergebnisse.

Die Dübelkennlinien aller Betonmodelle stimmen sehr gut überein, besonders im linear-elastischen Bereich. Die größte Abweichung mit maximal 8% voneinander tritt bei einer Längsverschiebung δ von ca. 2 mm auf. Je größer die Verschiebung δ wird, desto kleiner werden die Abweichungen.

Gemäß Abb. 11.5 ist die plastische Tragfähigkeit der Modelle 1A, 5A und 6A ähnlich der der ursprünglichen Modelle. Nur im Last-Verschiebungsdiagramm ergeben sich aufgrund der geänderten Lastverteilung geringe Abweichungen. Modell 1A verhält sich im linear elastischen Bereich der Dübelkennlinie bis zu einer Verschiebung δ von etwa 1 mm am steifsten, Modell 5A am weichsten. Modell 5A unterschätzt, wie auch das ursprüngliche Modell 5, die plastische Traglast um etwa 700 kN/lfm. Modell 6A gibt mit einer Traglast von etwa 2600 kN/lfm den Mittelwert aller Betonmodelle am besten wieder.

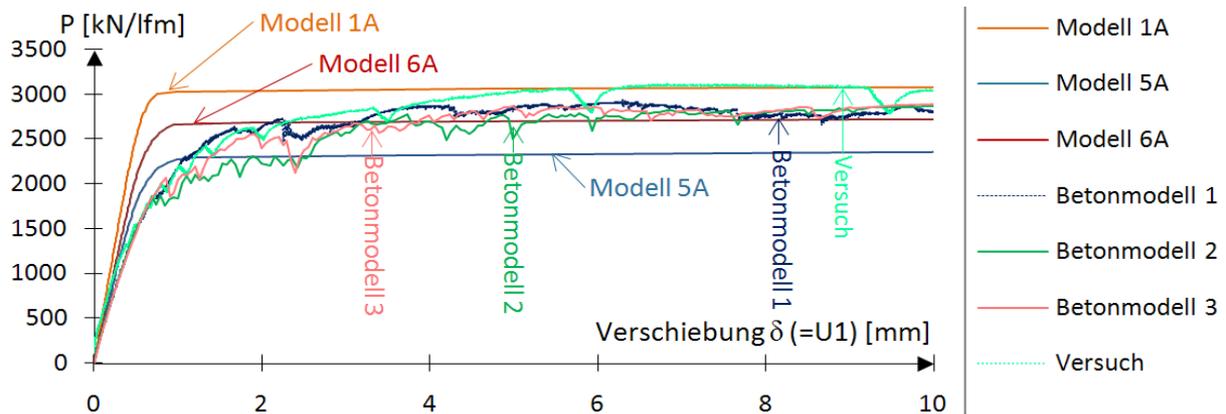


Abb. 11.5: Vergleich der Dübelkennlinien der Belastungsmodelle A

11.2.3 Auswertung der Spannungen und Kontaktdrücke zum Zeitpunkt t_0 – Belastungsmodell A

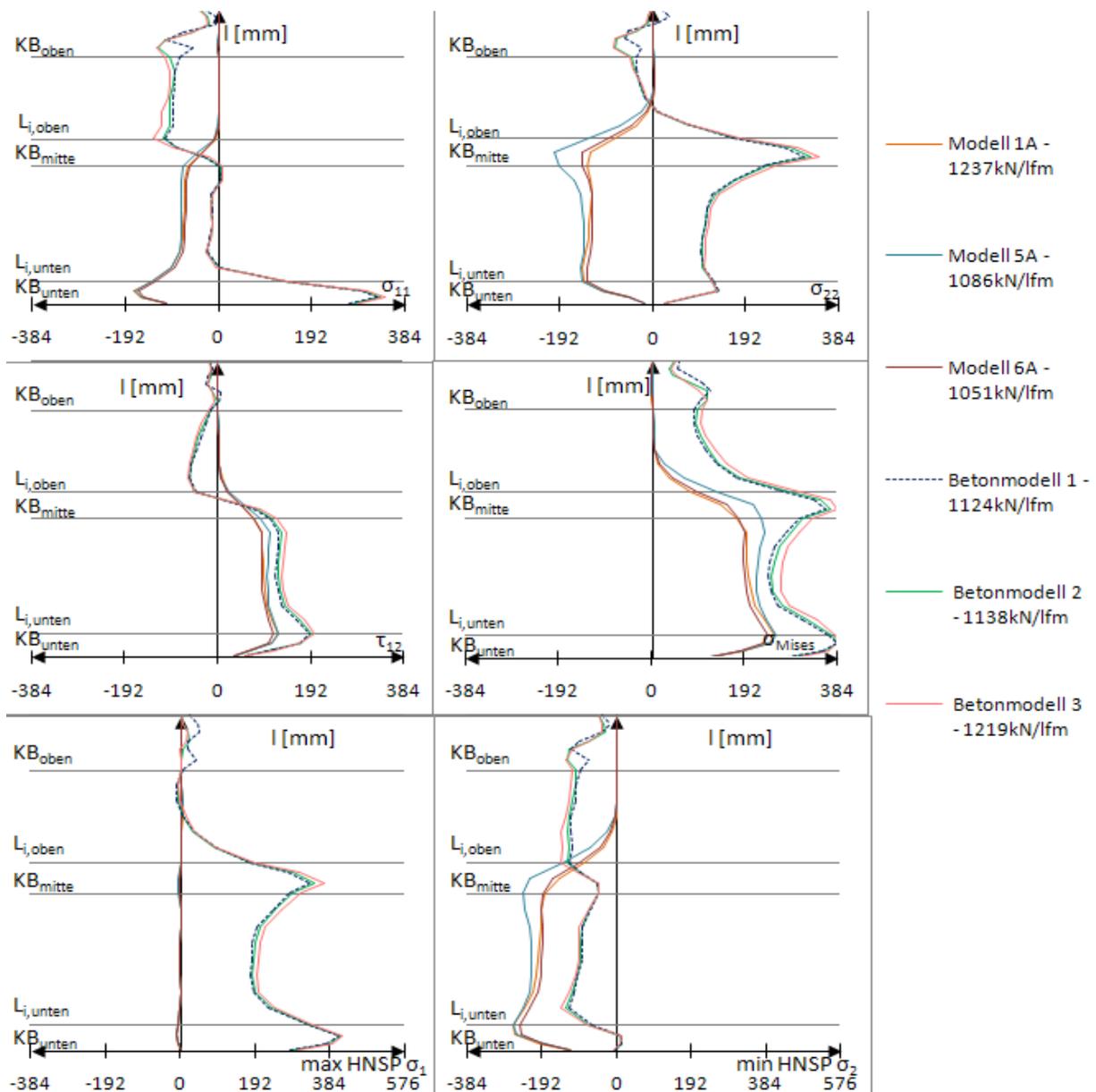


Abb. 11.6: Vergleich der Spannungen σ_{ij} und Hauptnormalspannungen $\sigma_{\min}/\sigma_{\max}$ an der belasteten, rechten Dübelzahnseite, t_0

Die große Ähnlichkeit der Spannungen am Stahlzahnrand des Betonmodells 2 mit dem ursprünglichen Betonmodell 1 ist besonders gut in Abb. 11.6 zu erkennen. Alle Spannungskomponenten haben dieselbe Größenordnung und den gleichen Verlauf. Ebenso wie das Betonmodell 2 gleicht auch das Betonmodell 3 sehr dem ursprünglichen Betonmodell. Die Auswertung der Spannungen an der Stahlzahnkante aller Betonmodelle liefert auf allen Laststufen ähnliche Ergebnisse. Die Abweichungen voneinander nehmen auf Traglastniveau zu. Da allerdings durchgehend mindestens zwei der drei Betonmodelle sehr gut miteinander übereinstimmen, kann davon ausgegangen werden, dass die geänderten Parameter keinen relevanten Einfluss haben. Dies gilt im Sinne der in Kapitel 4.12 und Kapitel 4.13 beschriebenen Einstellungen, solange die Dübelkennlinie eine gute Übereinstimmung mit der des Push-Out Versuchskörpers aufweist.

Zum Zeitpunkt t_0 beschreibt lediglich die Vergleichsspannung nach Mises und die Schubspannung τ_{12} aller Belastungsmodelle A ungefähr den Verlauf der Pfade der Betonmodelle. Die Längs- und Vertikalspannung σ_{11} und σ_{22} wird durch Modell 1A, 5A und 6A entlang der oberen Geraden $l_{G,oben}$ nicht abgebildet. Des Weiteren zeigen die Spannungen σ_{11} und σ_{22} im unteren Bereich der Stahlzahnkante eine den realen entgegengesetzte Wirkungsrichtung.

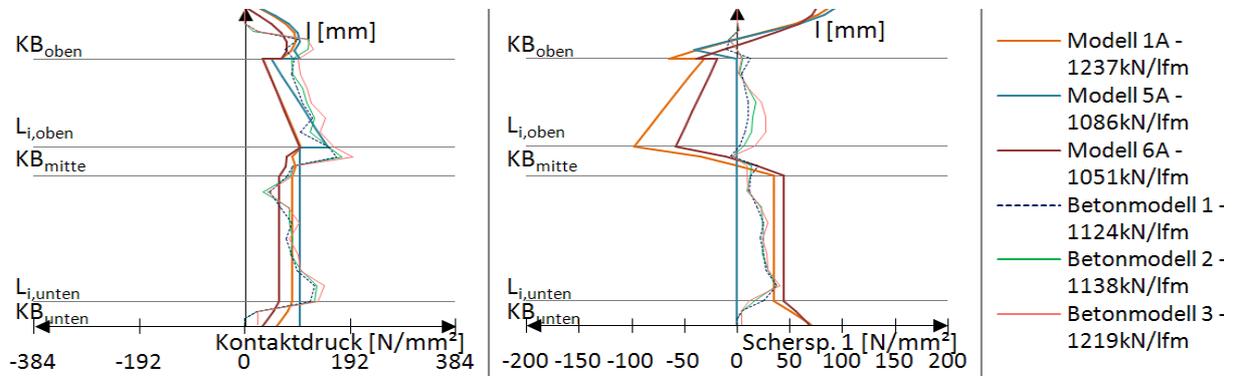


Abb. 11.7: Vergleich des Kontaktdrucks an der belasteten, rechten Dübelzahnseite, t_0

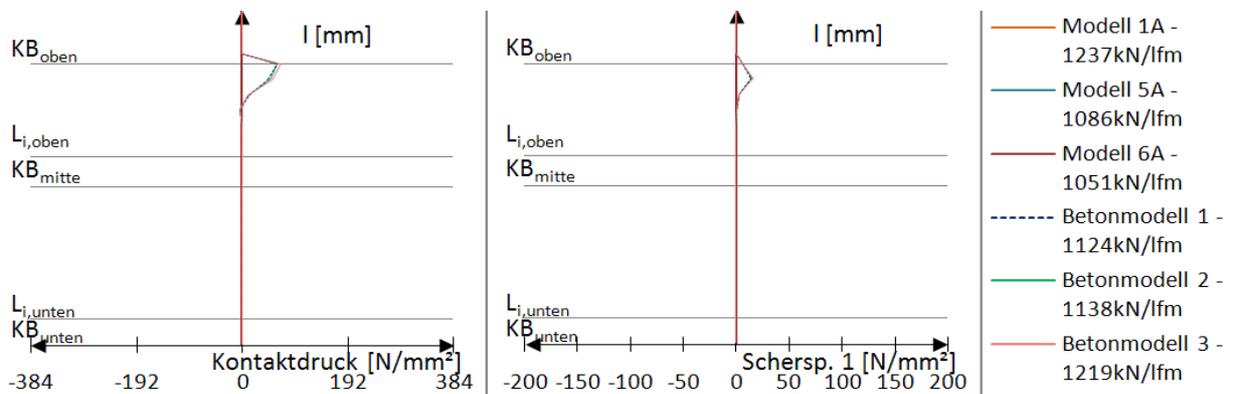


Abb. 11.8: Vergleich des Kontaktdrucks an der unbelasteten, linken Dübelzahnseite, t_0

Der Kontaktdruck aller Betonmodelle in Abb. 11.7 bzw. Abb. 11.8 ist nahezu identisch. An der unbelasteten Kante weisen alle Betonmodelle den gleichen dreiecksförmigen Verlauf im oberen Bereich der Gerade $l_{G,oben}$ auf.

In Abb. 11.7 ist zu erkennen, dass der Kontaktdruck durch die Modelle 1A, 5A und 6A zwar zu den Zeitpunkten t_0 gut abgebildet wird, allerdings nicht die Scherspannung 1. Besonders im Bereich der oberen Gerade $l_{G,oben}$ kommt es zur Einleitung von Scherkräften, die entgegengesetzt den realen wirken. Nur bei Modell 5A wirkt bis zum oberen Kreisbogen KB_{oben} keine Scherspannung 1, was den Betonmodellen am nächsten kommt. An der linken, unbelasteten Dübelzahnkante in Abb. 11.8 wird im Belastungsmodell A keine Kraft angesetzt, somit entsteht auch kein Kontaktdruck.

11.2.4 Auswertung der Spannungen und Kontaktdrücke zum Zeitpunkt t_1 – Belastungsmodell A

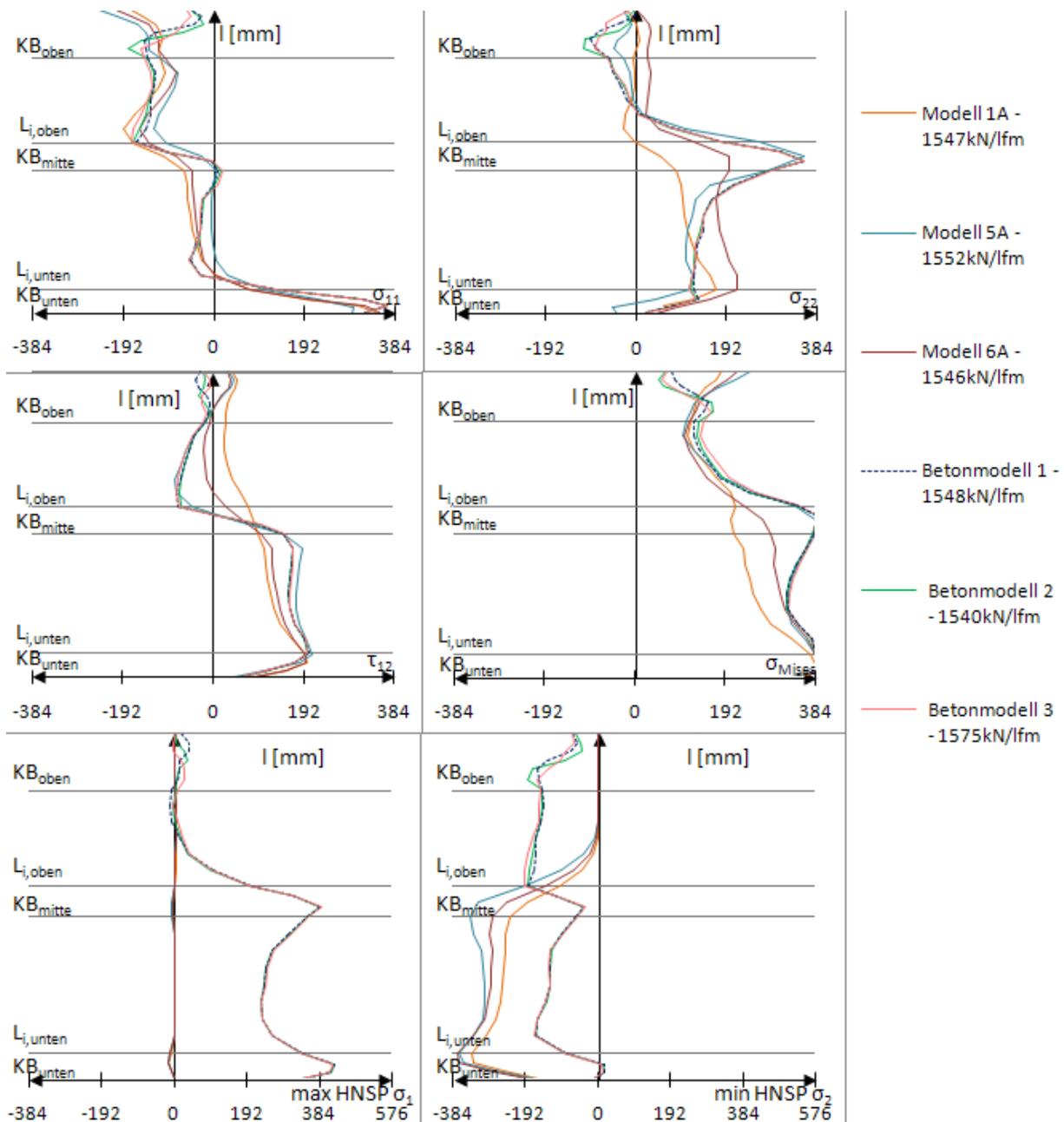


Abb. 11.9: Vergleich der Spannungen σ_{ij} und Hauptnormalspannungen $\sigma_{\min}/\sigma_{\max}$ an der belasteten, rechten Dübelzahnseite, t_1

Die ausgezeichnete Übereinstimmung der Betonmodelle in Abb. 11.9 untereinander ist bis zum Erreichen der Last P_{e1} , dem Ende des elastischen Bereichs der Dübelkennlinie, gegeben.

Das Modell 5A gibt die Vergleichsspannung nach Mises und die Spannungskomponenten σ_{11} , σ_{22} und τ_{12} zum Zeitpunkt t_1 am besten wieder (siehe Abb. 11.9). Die Modelle 1A und 6A weisen zwar eine gute Übereinstimmung der Dübelkennlinien mit denen der Betonmodelle auf, sind jedoch bei mittleren Lasten (zum Zeitpunkt t_1 , Abb. 11.9) zur genauen Abbildung des Spannungsverlaufs an der Stahlzahnkante nicht geeignet. Die Vergleichsspannung nach Mises wird einzig durch Modell 5A sehr exakt wiedergegeben.

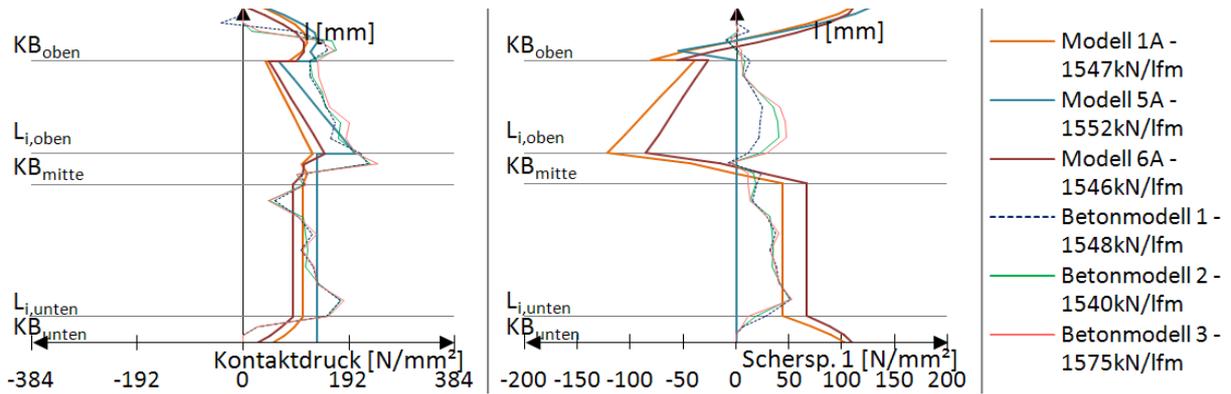


Abb. 11.10: Vergleich des Kontaktdrucks an der belasteten, rechten Dübelzahnseite, t_1

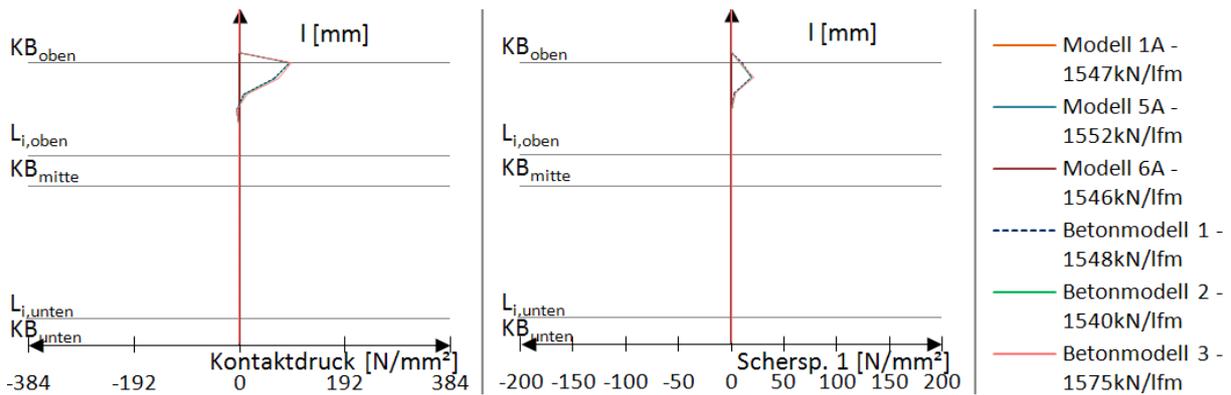


Abb. 11.11: Vergleich des Kontaktdrucks an der unbelasteten, linken Dübelzahnseite, t_1

Modell 5A kommt dem Kontaktdruck des Betonmodells 1 am nächsten. Es führt, wie Modell 1A und 6A, zu einem konstanten Verlauf entlang der unteren Gerade $l_{G,unten}$ und einem linearen Verlauf entlang der oberen Gerade $l_{G,oben}$. Die Scherspannung 1 wirkt in Modell 5A zwar nur entlang des oberen Kreisbogens, entspricht aber der der FE-Analysen.

11.2.5 Auswertung der Spannungen und Kontaktdrücke zum Zeitpunkt t_2 – Belastungsmodell A

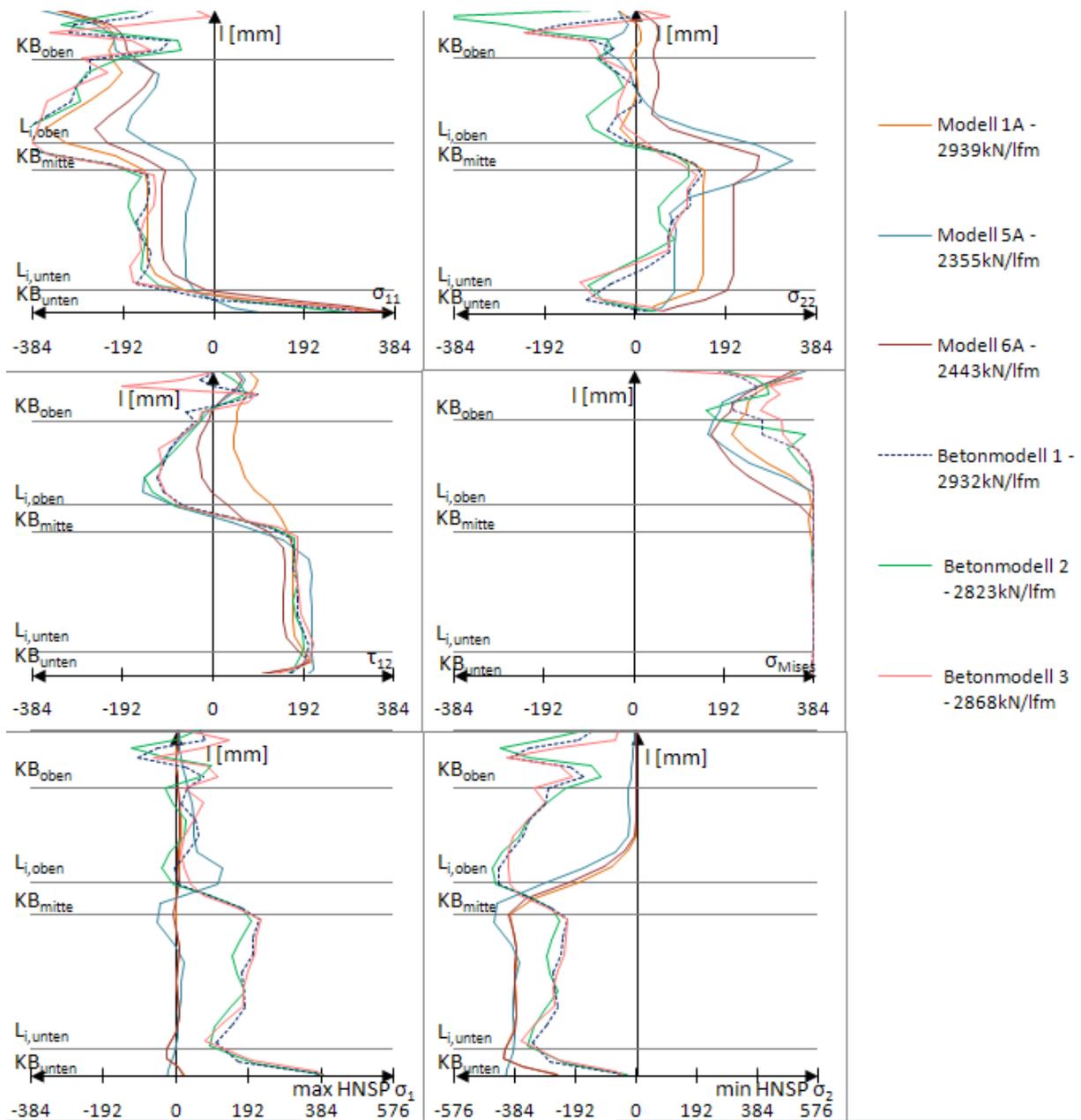


Abb. 11.12: Vergleich der Spannungen σ_{ij} und Hauptnormalspannungen $\sigma_{\min}/\sigma_{\max}$ an der belasteten, rechten Dübelzahnseite, t_2

Je größer die Last, desto größer sind auch die Abweichungen der Betonmodelle untereinander.

Die Modelle des Kapitels 11.2 weisen in Abb. 11.12 zum Zeitpunkt t_2 größere Abweichungen vom Spannungsverlauf des Betonmodells als zum Zeitpunkt t_0 und t_1 auf. Die zu geringen Beträge der Lasten ergeben sich zufolge der Differenz der maximal übertragenen Längsschubkraft von 20%. Aus diesem Grund werden die Spannungsverläufe der Betonmodelle nicht ausreichend wiedergegeben.

Die Hauptnormalspannungen aller Belastungsmodelle A ähneln einander, stimmen aber nicht mit denen der Betonmodelle überein.

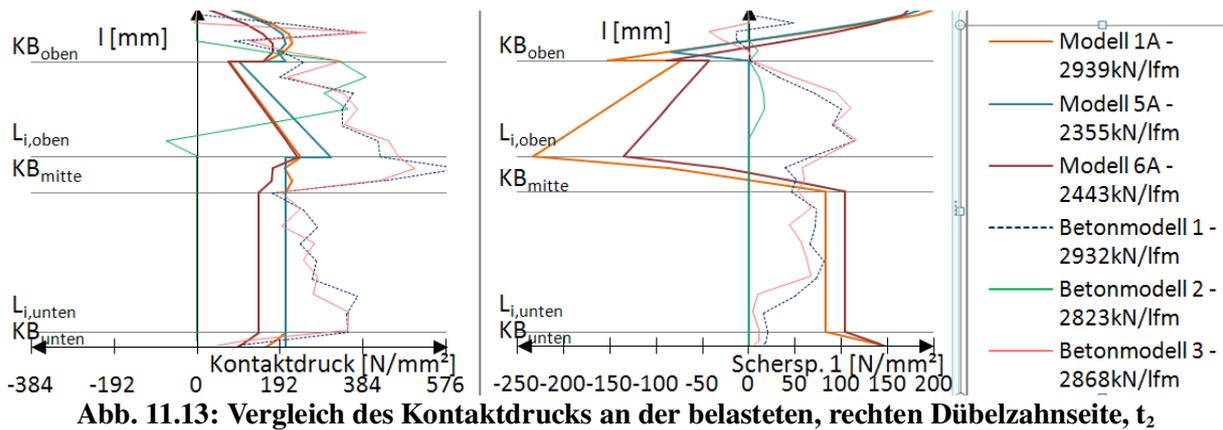


Abb. 11.13: Vergleich des Kontaktdrucks an der belasteten, rechten Dübelzahnseite, t_2

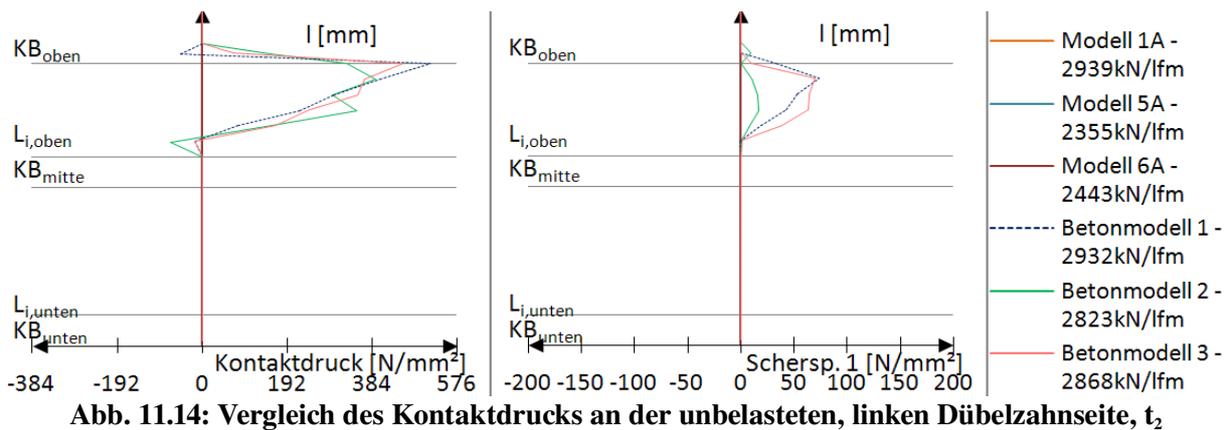


Abb. 11.14: Vergleich des Kontaktdrucks an der unbelasteten, linken Dübelzahnseite, t_2

Betonmodell 2 zeigt in den Diagrammen zum Zeitpunkt t_2 vom unteren Kreisbogen KB_{unten} bis zum mittleren KB_{mitte} keinen Kontaktdruck. Trotzdem sind Spannungen in diesem Bereich vorhanden. Betonmodell 1 und 3 stimmen jedoch im Gegensatz zu Betonmodell 2 gut miteinander überein.

Wegen der Längsschubkraftdifferenz zwischen Modell 5A und Betonmodell 1 zum Zeitpunkt t_2 von 20% (siehe Abb. 11.13 und Abb. 11.14) ist der im Belastungsmodell A angesetzte Kontaktdruck um 20% zu niedrig. Trotz der größeren aufnehmbaren Horizontallast in Modell 1A (2939 kN/lfm) ist darin der angesetzte Kontaktdruck ebenso niedrig wie in Modell 6A bei einer Längsschubkraft von 2443 kN/lfm. Der Kontaktdruck in Modell 5A kommt trotz der geringen Längsschubkraft (2355 kN/lfm) dem des Betonmodells 1 am nächsten. Steigert man den Kontaktdruck des Modells 5A um 20%, so entspricht dieser weitgehend dem des Betonmodells 1. Somit kann davon ausgegangen werden, dass sich die Spannungen entlang der belasteten Stahlzahnkante des Modells 5A und des Betonmodells 1 bei gleicher übertragener Längsschubkraft ähnlich sind. Dies war zu erwarten, da schon Modell 5 (siehe Kapitel 8) gute Ergebnisse liefert.

Zusätzlich zu Modell A wurde durch Anpassung an die Kontaktdrücke der Betonmodelle ein weiteres Belastungsmodell untersucht. Dabei wurde nicht nur, wie in Abb. 11.1, der konstante Belastungsverlauf auf die obere Gerade $l_{G,\text{oben}}$ in eine Trapezlast umgewandelt, sondern auch die Belastung auf den oberen Kreisbogen KB_{oben} . Dies erfolgte ähnlich der Vorgangsweise in Kapitel 11.2.1. Aufgrund der großen Ähnlichkeit der Modellbildung und der Ergebnisse zu Modell A wird auf die Darstellung dieses Belastungsmodells verzichtet.

11.3 Modell B

11.3.1 Modellbildung

Ziel

Es soll ein weiteres Modell erarbeitet werden, das in Abhängigkeit von der Längsschubkraft $V_{(t)}$ einen dem Betonmodell angepassten Kontaktdruck aufweist. Dabei sollen die im Betonmodell wirkenden Schnittgrößen des Schnitts 1 berücksichtigt werden. Die resultierenden Kräfte im Betonmodell bestimmen somit maßgebend Größe und Lage des im Belastungsmodell B angesetzten Kontaktdrucks.

Für die Berechnung der Lage und Größe der Resultierenden R werden die Schnittgrößen aus der FE-Analyse des Betonmodells verwendet. Das Moment M , die Normalkraft N , sowie die Längsschubkraft V werden für einen bestimmten Zeitpunkt t_0 , t_1 , oder t_2 ausgewertet. Da innerhalb dieser Arbeit das Interesse vor allem der Abbildung der Spannungen innerhalb des linear-elastischen Bereichs gilt, sollen die Schnittgrößen zum Zeitpunkt t_1 für die weitere Berechnung verwendet werden.

FE-Analyse

Bei Betrachtung des Betonmodells zum Zeitpunkt t_1 sind die Spannungen σ_{12} und σ_{22} im Schnitt 1 bekannt. Beide Spannungen sind zum Zeitpunkt t_0 in Abb. 6.8, zum Zeitpunkt t_1 in Abb. 6.21 und zum Zeitpunkt t_2 in Abb. 6.34 ersichtlich. Durch Aufsummierung der Schubspannung σ_{12} über die Schnittlänge erhält man die Längsschubkraft $V_{(t)}$.

Sowohl das einwirkende Moment M , als auch die Normalkraft N erzeugen Vertikalspannungen σ_{22} im Schnitt 1. $N_{(t)}$ ergibt sich aus der Differenz der Zug- und Druckspannungen σ_{22} in Schnitt 1. Zur Bestimmung des Moments $M_{(t)}$ um den Schwerpunkt des Dübelzahnquerschnitts werden die Spannungskomponenten σ_{22} mit ihrem jeweiligen Abstand zum lokalen x-z-Koordinatenursprung multipliziert. Auf der rechten Stahlzahnseite erzeugt das Moment $M_{(t)}$ Zug, auf der linken Seite Druck (siehe Abb. 11.15).

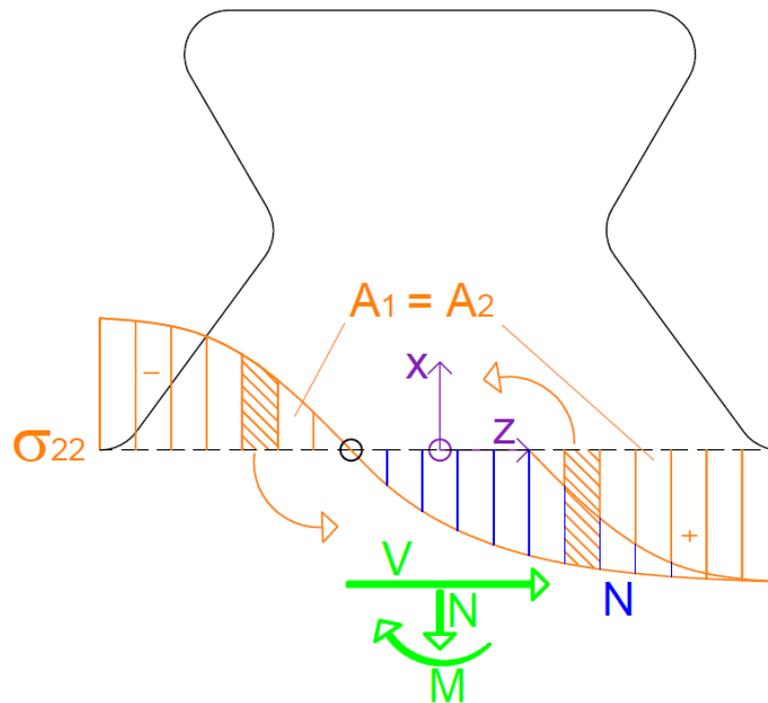


Abb. 11.15: Berechnung der Schnittkräfte aus den FE-Ergebnissen

Die Bestimmung der Schnittgrößen erfolgt für jeden Zeitpunkt t_0 , t_1 und t_2 des Betonmodells. Diese sind in Tab. 11.3 angegeben. Durch die fortschreitende Rissbildung und dreiaxiale Druckbeanspruchung des Betons (nach [3]) ergeben sich unterschiedliche Kontaktspannungen im elastischen Bereich und im Bruchzustand. Innerhalb des elastischen Bereichs der Dübelschraube bis zum Zeitpunkt t_1 wächst das Moment M im Dübelschraube an, während die Zugkraft N nahezu konstant bleibt. Bei weiterer Laststeigerung bis zum Zeitpunkt t_2 verdoppelt sich die Zugkraft N , das Moment M erfährt nur eine geringe Steigerung. Zur weiteren Berechnung werden die Schnittgrößen des Zeitpunkts t_1 herangezogen, da sich dieser im linear-elastischen Bereich der Dübelschraube befindet, und das Hauptaugenmerk des Modells B auf der Spannungsermittlung an der belasteten Stahlzahnkante in diesem linear-elastischen Bereich liegt.

		Schnitt 1		
		M [kNm]	N [kN]	V [kN]
Betonmodell 1	t_0	8,96	20,08	206,8
	t_1	12,51	21,74	286,9
	t_2	12,64	48,03	516,78

Tab. 11.3: Schnittgrößen M, N und V in Schnitt 1 bei Betonmodell 1 zu verschiedenen Zeitpunkten

Bestimmung der Scherspannung zum Zeitpunkt t_1

Es soll Lage, Richtung und Größe des Kontaktdrucks zum Zeitpunkt t_1 ermittelt werden. Dabei soll die übertragene Längsschubkraft $V_{B,(t_1)}$ möglichst exakt mit der des Betonmodells übereinstimmen. Weiters wird die Normalkraft $N_{B,(t_1)}$ an die des Betonmodells angeglichen, und das durch den Lastansatz nach Modell 5B erzeugte Moment $M_{B,(t_1)}$ im Schnitt 1 mit dem im Betonmodell wirkenden verglichen.

Bei der Berechnung der Scherspannung wird von der zu übertragenden Vertikalkraft $N_{(t_1)}$ (siehe Tab. 11.3) ausgegangen. $N_{(t_1)}$ soll durch die auf die untere Gerade $l_{G,2}$ wirkende Scherspannung s_C gleichmäßig übertragen werden. Daher ermittelt sich diese entlang der unteren Geraden wie folgt zu:

$$s_B = \frac{N_{(t_1)}}{t \cdot l_{G,2} \cdot \cos(\beta_{(l)})} \quad (11.4)$$

Die Vertikalkomponente $S_{C,v}$ und die Horizontalkomponenten $S_{C,h}$ der Scherspannung lassen sich somit durch Gleichung 11.5, bzw. 11.6 bestimmen. Der Index „v“ deutet auf eine vertikale Wirkungsrichtung in x-Richtung des lokalen Koordinatensystems (siehe Abb. 11.16) hin, der Index „h“ auf eine horizontale Wirkungsrichtung entgegen der z-Richtung des lokalen Dübelzahnkoordinatensystems.

$$S_{B,v} = N_{(t_1)} \quad (11.5)$$

$$S_{B,h} = s_B \cdot \sin(\beta_{(l)}) \cdot l_{G,2} \cdot t \quad (11.6)$$

$\beta_{(l)}$ ist dabei der Winkel des Kontaktdrucks zur Waagrechten. Er ist in Abb. 11.16 definiert.

Durch Subtraktion der Horizontalkomponente der Scherspannung $S_{B,h}$ von der Horizontalkraft $V_{(t_1)}$ ergibt sich die noch zu übertragende Horizontalkraft $\Delta P_{B,h}$ zu:

$$\Delta P_{B,h} = V_{(t_1)} - S_{B,h} \quad (11.7)$$

Ideelle Flächen und Wichtungsfaktoren

Die Ermittlung des Kontaktdrucks erfolgt auf Basis der zu übertragenden Horizontalkraft. Diese wird auf die einzelnen Teillängen i (das sind $l_{G,\text{unten}}$, $l_{G,\text{oben}}$, KB_{oben} , KB_{mitte} , und KB_{unten}) aufgeteilt. Die je Teillänge übertragene Horizontalkraft H_i darf nicht an jeder Stelle der belasteten Kante den gleichen Druck bewirken.

Um eine Anpassung an die Form des realen Kontaktdruckes des Betonmodells 1 zu ermöglichen, werden ideelle Flächen A_i entlang der Stahlzahnkante eingeführt (siehe Abb. 11.16).

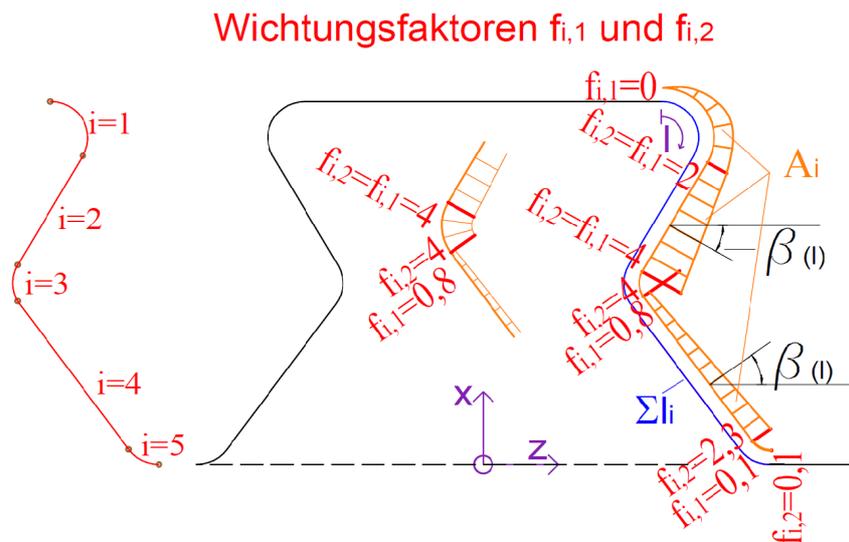


Abb. 11.16: Ideelle Flächen

Diese Flächen sind auf Trapezform beschränkt. Somit kann der Flächeninhalt jeder einzelnen virtuellen Fläche mittels folgender Gleichung bestimmt werden:

$$A_i = l_i \cdot \left(\frac{f_{i,1} + f_{i,2}}{2} \right) \quad (11.8)$$

Es werden Wichtungsfaktoren $f_{i,1}$ und $f_{i,2}$ eingeführt, um die Form der ideellen Flächen A_i an die Spannungen im Betonmodell anpassen zu können. $f_{i,1}$ und $f_{i,2}$ sind in Abb. 11.16 angegeben. Die Teillängen l_i in Gleichung 11.8 werden in Kapitel 12.2 rechnerisch ermittelt.

Die Wichtungsfaktoren $f_{i,1}$ und $f_{i,2}$ sind in Gleichung 11.8 variable Größen, die die Proportion der ideellen Fläche A_i einer Teillänge i bestimmen. Sie definieren somit die Verteilung des Kontaktdrucks $p_{B,i,1}$, bzw. $p_{B,i,2}$ und können als frei wählbare Variable dienen, um die Form des Kontaktdrucks zu einem bestimmten Zeitpunkt zu modellieren.

Die Summe aller ideellen Flächen A_i ergibt die Referenzfläche A_{ges} :

$$A_{ges} = \sum A_i \quad (11.9)$$

Kontaktdruck zum Zeitpunkt t_1

Es lässt sich nun die zu übertragende Horizontalkraft pro Teillänge H_i in Bezug zur ideellen Fläche setzen:

$$H_i = \frac{A_i \cdot \Delta P_{(B,h)}}{A_{ges}} \quad (11.10)$$

Damit der benötigte Kontaktdruck zur Übertragung der Horizontalkraft H_i pro Teillänge an jeder Teillänge entlang der Stahlzahnkante ermittelt werden kann, ist die Einbeziehung der Neigung der Kante mit Hilfe des Faktors K_i nötig:

$$K_i = \cos(\beta_{(l)}) \quad (11.11)$$

Der Winkel $\beta_{(l)}$ ist in Abb. 11.16 definiert. K_i und $\beta_{(l)}$ werden dabei entlang der Laufkoordinate

l für jede Teillänge i ermittelt. Im Bereich der Kreisbögen erzeugt K_i aufgrund des Kosinus einen nichtlinearen Kontaktdruckverlauf. Das bedeutet, es müsste bei Eingabe in *Abaqus* [10] im Kreisbogen für jedes finite Element ein trapezförmiger Kontaktdruckverlauf eingegeben werden. Es soll jedoch ein trapezförmiger Verlauf für jede Teillänge angegeben werden können. Daher wird das nichtlineare Verhalten von K_i durch Ansatz eines konstanten Mittelwerts aller Faktoren K_i entlang des jeweiligen Kreisbogens ersetzt. Dabei entsteht ein geringer Fehler der horizontal übertragenen Kraft, der allerdings unter 2% liegt. Nun kann der benötigte Kontaktdruck für Belastungsmodell B zur Übertragung einer definierten Horizontalkraft H_i am oberen Punkt ($p_{B,i,1}$) und am unteren Punkt ($p_{B,i,2}$) einer Teillänge i berechnet werden. Beispielhaft soll dies an der oberen Gerade $l_{G,1}$ anhand einer Horizontalkraft $H_2=1\text{kN}$ gezeigt werden. K ergibt sich für die obere Teillänge $l_{G,1}$ zu 0,866.

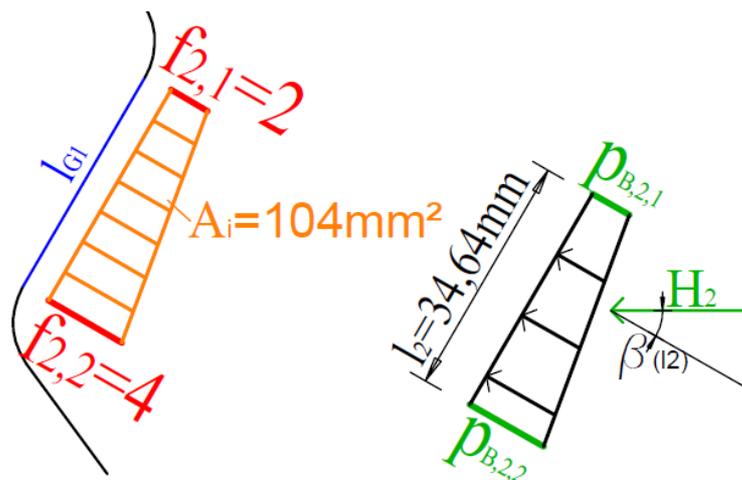


Abb. 11.17: Bestimmung des Kontaktdrucks zufolge einer Horizontalkraft H

Die erste Gleichung ergibt sich durch Gleichsetzen des Verhältnisses der beiden Wichtungsfaktoren $f_{2,1}$ zu $f_{2,2}$ mit dem Verhältnis des Kontaktdrucks an der Oberseite der oberen Teillänge $p_{B,2,1}$ zu dem Kontaktdruck an der Unterseite $p_{B,2,2}$ (siehe Abb. 11.17).

$$\frac{f_{2,1}}{f_{2,2}} = \frac{p_{B,2,1}}{p_{B,2,2}} \quad \frac{2}{4} = \frac{p_{B,2,1}}{p_{B,2,2}} \quad (11.12)$$

Durch Umformen ergibt sich Gleichung 11.13.

$$p_{B,2,2} = p_{B,2,1} \cdot \frac{f_{2,2}}{f_{2,1}} \quad p_{B,2,2} = p_{B,2,1} \cdot \frac{4}{2} [N/mm^2] \quad (11.13)$$

Die zweite Gleichung 11.14 erhält man durch Gleichsetzen der auf die Teillänge $l_{G,1}$ wirkenden orthogonalen Kraft (linke Seite der Gleichung) mit dem in die gleiche Richtung zeigenden Kraftvektor, der aus der Horizontalkraft H resultiert (auf der rechten Seite der Gleichung).

$$\frac{p_{B,2,1} + p_{B,2,2}}{2} \cdot l_2 \cdot t = \frac{H_2}{K} \quad \frac{p_{B,2,1} + p_{B,2,2}}{2} \cdot 34,6 \cdot 20 = \frac{1000}{0,866} [N] \quad (11.14)$$

Nach Einsetzen von Gleichung 11.13 in Gleichung 11.14 ergibt sich Gleichung 11.15.

$$\frac{p_{B,2,1} \cdot \left(1 + \frac{f_{2,2}}{f_{2,1}}\right)}{2} \cdot l_2 \cdot t = \frac{H_2}{K} \quad \frac{p_{B,2,1} \cdot \left(1 + \frac{4}{2}\right)}{2} \cdot 34,6 \cdot 20 = \frac{1000}{0,866} [N] \quad (11.15)$$

Durch Umformen wird die Kraftkomponente am oberen Rand in Gleichung 11.16 bestimmt.

$$p_{B,2,1} = \frac{H_2 \cdot 2}{K_2 \cdot \left(1 + \frac{f_{2,2}}{f_{2,1}}\right) \cdot t \cdot l_2} \quad p_{B,2,1} = 1,1112 [N/mm^2] \quad (11.16)$$

Nach Gleichung 11.13 ergibt sich für $p_{B,2,2}$ der Kontaktdruck zu:

$$p_{B,2,2} = 2,2224 [N/mm^2] \quad (11.17)$$

Für alle Teillängen gilt allgemein:

$$p_{B,i,1} = \frac{H_i \cdot 2}{K_i \cdot \left(1 + \frac{f_{i,2}}{f_{i,1}}\right) \cdot t \cdot l_i} \quad (11.18)$$

$$p_{B,i,2} = \frac{f_{i,2}}{f_{i,1}} \cdot p_{B,i,1} \quad (11.19)$$

Für jeden Teilbereich i wird nun die Vertikalkomponente $P_{B,i,v}$ und die Horizontalkomponente $P_{B,i,h}$ bestimmt, wobei bei $P_{B,i,v}$ ein positives Vorzeichen vertikalen Zug im Dübel bedeutet. Für die obere Gerade $l_{G,oben}$ mit der Horizontalkraft $H_2=1kN$ sind die Komponenten angegeben.

$$P_{B,i,v} = \frac{p_{B,i,1} + p_{B,i,2}}{2} \cdot l_i \cdot t \cdot \sin(\beta_{(l)}) \quad P_{B,2,v} = \frac{1,11 + 2,22}{2} \cdot 34,6 \cdot 20 \cdot \sin(30) = 576,7 [N] \quad (11.20)$$

$$P_{B,i,h} = \frac{p_{B,i,1} + p_{B,i,2}}{2} \cdot l_i \cdot t \cdot \cos(\beta_{(l)}) \quad P_{B,2,h} = \frac{1,11 + 2,22}{2} \cdot 34,6 \cdot 20 \cdot \cos(30) = 998,9 [N] \quad (11.21)$$

Addiert man die Vertikal- und Horizontalkräfte aller Teilbereiche, so erhält man die aus dem Ansatz des Kontaktdrucks resultierende Vertikalkraft $P_{B,v}$, bzw. die Horizontalkraft $P_{B,h}$:

$$P_{B,v} = \sum_i P_{B,i,v} \quad (11.22)$$

$$P_{B,h} = \sum_i P_{B,i,h} \quad (11.23)$$

Schnittgrößen des Modell B und Analyse der Abweichungen zum Betonmodell

Die in Belastungsmodell 5 zum Zeitpunkt t_1 sowohl durch Schubspannung, als auch durch Kontaktdruck übertragene Vertikal- und Horizontalkraft $N_{B,(t1)}$ bzw. $V_{B,(t1)}$ ergibt sich zu:

$$N_{B,(t1)} = P_{B,v} + S_{B,v} \quad (11.24)$$

$$V_{B,(t1)} = P_{B,h} + S_{B,h} \approx V_{(t1)} \quad (11.25)$$

Die gesamte, horizontal übertragene Kraft $V_{B,(t1)}$ stimmt nun bis auf die beschriebenen

Vereinfachungen mit der zu übertragenden $V_{(t1)}$ überein.

Im Folgenden muss das Moment $M_{B,(t1)}$ bestimmt werden, um eine etwaige Abweichung vom zu übertragenden $M_{(t1)}$ ermitteln zu können. Die Vorgehensweise in Kapitel 12.6, Abb. 12.11 und Tab. 12.11, wird übernommen. Dabei sind Teilresultierende R_i zu bilden, die in der Mitte der jeweiligen Teillängen wirken, und mit den Abständen z_{Di} , bzw. x_{Di} um den x-z-Koordinatenursprung drehen.

Die Ermittlung der Lage der Teilresultierenden R_i ist in Abb. 11.18 gezeigt. Der Angriffspunkt einer Teilresultierenden R_i verlagert sich innerhalb einer Teillänge mit trapezförmigem Kontaktdruck entlang der Kante um Δl_i .

$$\Delta l_i = \frac{l_i}{3} \cdot \frac{f_{i,1} + 2 \cdot f_{i,2}}{f_{i,1} + f_{i,2}} - \frac{l_i}{2} \quad (11.26)$$

Es ergeben sich zusätzliche vertikale und horizontale Distanzen Δx_{Di} und Δz_{Di} , welche zu den in Kapitel 12.6 angegebenen x_{Di} und z_{Di} sinngemäß zu addieren oder abzuziehen sind. $x_{Di,2}$ und $z_{Di,2}$ können somit durch einfache geometrische Überlegungen bestimmt werden.

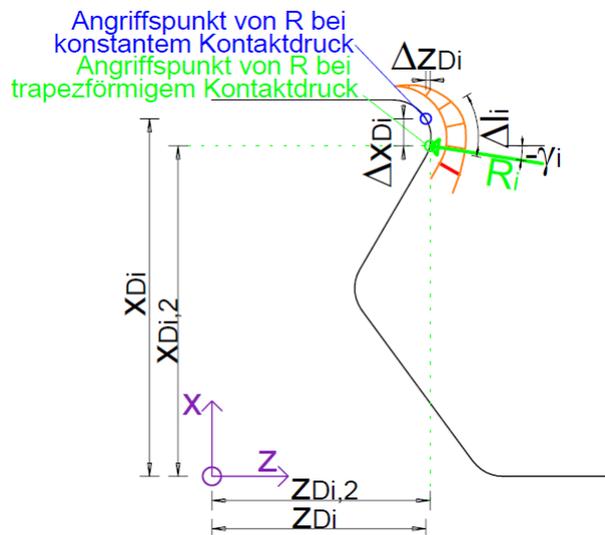


Abb. 11.18: Bestimmung des Moments

Das Moment um den lokalen x-z-Koordinatenursprung $M_{B,(t1)}$ ergibt sich somit zu:

$$M_{B,(t1)} = P_{B,i,v} \cdot z_{Di,2} + S_{B,v} \cdot z_{D,IG2,2} + P_{B,i,h} \cdot x_{Di,2} + S_{B,h} \cdot x_{D,IG2,2} \quad (11.27)$$

Die Auswertung der Schnittgrößen N_B , V_B und M_B erfolgt zu den Zeitpunkten t_0 , t_1 , und t_2 . Die Last soll bis zum Erreichen der Längsschubkraft von 2816 kN/lfm gesteigert werden. Allerdings ist bei einem Lastansatz nach Modell 5B, welcher dem des Modells 5 und 5A ähnlich ist, auch eine ähnliche Dübelkennlinie mit einer geringen plastischen Grenztragfähigkeit zu erwarten. Daher erfolgt die Auswertung der Spannungen an der belasteten Stahlzahnkante des Modells 5B bei einer geringeren Längsschubtragfähigkeit. Diese ergibt sich bei Betrachtung des Zeitpunkts t_2 des Modells 5 ($P_{max}=2136$ kN/lfm) gerundet zu 2136 kN/lfm. Für dieses Modell ergibt sich $V_{B,(t2)}$ somit zu 2136 kN/lfm. Aus der Auswertung der Spannungen σ_{22} beim Betonmodell zum Zeitpunkt t_2 erhält man die vertikale Kraft $N_{(t2)}$ und das Moment $M_{(t2)}$. $N_{B,(t2)}$ und $M_{B,(t2)}$ ergeben sich mittels Formel 11.24 und 11.27, analog zum Zeitpunkt t_1 .

Die Schnittgrößen M_B und N_B des Modells 5B zur jeweiligen Längsschubkraft V_B sind in Tab. 11.4 zusammengefasst. Sie werden für jeden Zeitpunkt t_0 , t_1 , und t_2 ausgewertet. Neben den jeweiligen Schnittgrößen ist rot eingefärbt die Abweichung in % zu den aus dem Betonmodell abgelesenen Schnittgrößen zum jeweiligen Zeitpunkt angegeben. Erkennbar ist, dass zum Zeitpunkt t_1 eine gute Übereinstimmung mit der horizontal übertragenen Last vorhanden ist. Die Abweichung der Normalkraft N_B im Vergleich zum Betonmodell ist zu jedem Zeitpunkt gering. Bis zum Zeitpunkt t_2 beträgt die maximale Differenz zwischen den Momenten des Betonmodells und dem Modell 5B 20%, was auf den stärkeren Kontaktdruck im oberen Dübelbereich an der Gerade $l_{G,oben}$ zurückzuführen ist. Zum Zeitpunkt t_2 ist die vertikal übertragene Kraft N_B größer als zum Zeitpunkt t_1 und kleiner als zum Zeitpunkt t_2 des Betonmodells bei einer Längsschubkraft von 2816 kN/lfm.

		M_B [kNm]		N_B [kN]		V_B [kN/lfm]	
Modell 5B	t_0	10,7	19,42 %	16,5	-17,83 %	1126,8	-0,29 %
	t_1	14,6	16,71 %	16,7	-23,18 %	1563,0	-0,30 %
	t_2	20,0	13,64 %	24,1	-22,01 %	2136,0	-0,19 %
t_2 (Betonmodell)		26,6	110,44 %	39,06	-18,68 %	2815,8	-0,29 %

Tab. 11.4: Angesetzte Schnittgrößen im Belastungsmodell 5B und Abweichungen vom Betonmodell

Lastansatz

Die Laststeigerung ist in Abb. 11.19 dargestellt. Darin sind die rot eingefärbten Punkte die in Tab. 11.4 angegebenen Schnittgrößen zu den Zeitpunkten t_0 , t_1 und t_2 . $V_{B,(t_0)}$, $V_{B,(t_1)}$ und $V_{B,(t_2)}$ liegen auf einer Geraden, da die Laststeigerung linear bis zum Zeitschritt *Step Time* 100 erfolgt. Die Normalkraft $N_{B,(t)}$ und das Moment $M_{B,(t)}$ liegen nicht exakt auf einer Geraden. Sie ergeben sich aus den Spannungen σ_{22} des Betonmodells zum jeweiligen Zeitpunkt. Dabei kann die Normalkraft, bzw. das Moment nichtlinear ansteigen. Die Normalkraft $N_{B,(t_2)}$ ist größer als die Normalkraft beim Zeitschritt *Step Time* 100, welche sich aus dem Betonmodell ergibt.

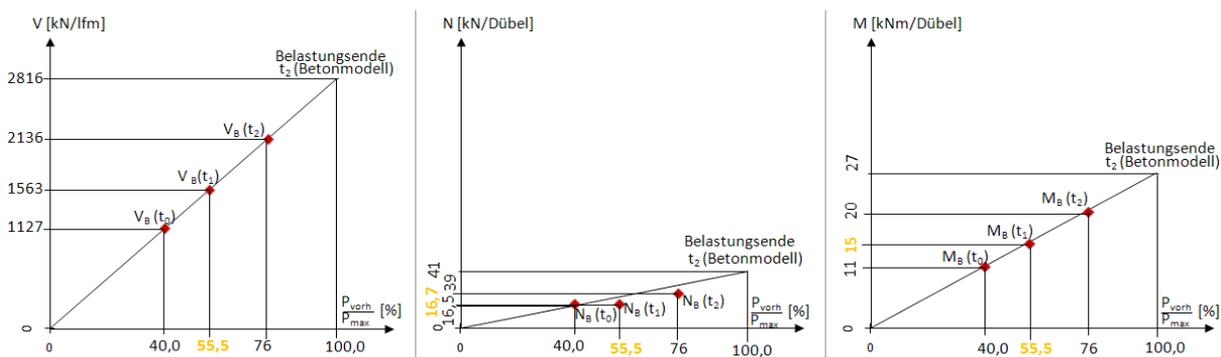


Abb. 11.19: Laststeigerung

Auf Grundlage der Längsschubkraft $V_{B,(t_2-Betonmodell)}$ bei Belastungsende und der Längsschubkraft $V_{B,(t_i)}$ zum betrachteten Zeitpunkt i wird das Verhältnis der Last zum betrachteten Zeitpunkt P_{vorh} zur Last bei Belastungsende P_{max} ermittelt. Um eine Belastung über den Zeitpunkt t_2 des Modells 5B hinaus zu ermöglichen, wird die Last bis $P_{vorh}/P_{max}=100\%$ bei Belastungsende gesteigert. Es gilt:

$$\frac{V_{B,(ti)}}{V_{B,(tE)}} = \frac{P_{vorh}}{P_{max}} \cdot 100 \quad [\%] \quad (11.28)$$

	P_{vorh}/P_{max} in [%]	V_B [kN/lfm]
t_0	40,0	1126,8
t_1	55,5	1563,0
t_2	75,9	2136,0
t_2 (Betonmodell)	100,0	2815,8

Tab. 11.5: Verhältnis von P_{vorh}/P_{max} bei verschiedenen Lasten

Um möglichst schnell den Kontaktdruck für eine gegebene Horizontallast nach Belastungsmodell 5B bestimmen zu können, werden die Faktoren a und b, sowie ein Referenzkontaktdruck $p_{ref,B,(t)}$ eingeführt. Da ein trapezförmiger Kontaktdruckverlauf existiert, reicht es aus, a und b am oberen und unteren Punkt der jeweiligen Teillänge anzugeben. Beide Faktoren werden unter Berücksichtigung des Kontaktdruckverlaufs zum Zeitpunkt t_1 ermittelt. $p_{ref,B,(t)}$ dient lediglich der Ermittlung dieser Faktoren a und b und errechnet sich für den jeweiligen Zeitpunkt t zu:

$$p_{ref,B,(t)} = \frac{V_{B,(t)}}{\sum_i l_i \cdot t} \quad (11.29)$$

Somit können die Faktoren $a_{B,i,o}$ bzw. $a_{B,i,u}$ mit Hilfe des Kontaktdrucks zum Zeitpunkt t_1 $p_{B,i,1}(t_1)$ bzw. $p_{B,i,2}(t_1)$ aus Gleichung 11.18 bzw. 11.19 berechnet werden:

$$a_{B,i,o} = \frac{p_{B,i,1}(t_1)}{p_{ref,B,(t_1)}} \quad (11.30)$$

$$a_{B,i,u} = \frac{p_{B,i,2}(t_1)}{p_{ref,B,(t_1)}} \quad (11.31)$$

Aufgrund des linearen Zusammenhangs zwischen übertragener Horizontalkraft und Vertikalkraft, kann zur Ermittlung der Faktoren $b_{B,o}$, bzw. $b_{B,u}$ zur Beschreibung der Scherspannung ebenfalls der Referenzdruck $p_{ref,B,(t)}$ verwendet werden. Es gilt analog für $b_{B,o}$, bzw. $b_{B,u}$:

$$b_{B,o} = b_{B,u} = \frac{s_{B,(t_1)}}{p_{ref,B,(t_1)}} \quad (11.32)$$

Die an der Teillänge wirkende Scherspannung s_B stammt aus Gleichung 11.4.

Die Faktoren a und b sind in folgender Tab. 11.6 angegeben. Um den Kontaktdruck für verschiedene Zeitpunkte t zu erhalten, muss bei der Ermittlung des Referenzdruckes $p_{ref,B,(t)}$ gemäß Gleichung 11.29 die zum jeweiligen Zeitpunkt vorhandene Längsschubkraft $V_{B(t)}$ eingesetzt werden.

P_{vorh}/P_{max} [%]				
40	$p_{ref,B,(t0)} = 81,8 \text{ N/mm}^2$			
56	$p_{ref,B,(t1)} = 113,5 \text{ N/mm}^2$			
76	$p_{ref,B,(t2)} = 155,1 \text{ N/mm}^2$			
100	$p_{ref,B,(t2\text{-Betonmodell})} = 204,5 \text{ N/mm}^2$			
Kontaktverlauf nach Zeitpunkt t_1	$a_{KB1,o,B}$	0,0	$b_{KB1,o,B}$	0,0
	$a_{KB1,u,B}$	0,9	$b_{KB1,u,B}$	0,0
	$a_{lg1,o,B}$	1,1	$b_{lg1,o,B}$	0,0
	$a_{lg1,u,B}$	2,2	$b_{lg1,u,B}$	0,0
	$a_{KB2,o,B}$	2,0	$b_{KB2,o,B}$	0,0
	$a_{KB2,u,B}$	2,0	$b_{KB2,u,B}$	0,0
	$a_{lg2,o,B}$	0,4	$b_{lg2,o,B}$	0,2
	$a_{lg2,u,B}$	1,4	$b_{lg2,u,B}$	0,2
	$a_{KB3,o,B}$	0,1	$b_{KB3,o,B}$	0,0
	$a_{KB3,u,B}$	0,1	$b_{KB3,u,B}$	0,0

Tab. 11.6: Faktoren a und b

Der angesetzte Kontaktdruck und die Scherspannung auf das Belastungsmodell 5B bei Belastungsende ist in Abb. 11.20 dargestellt und in Tab. 11.6 zusammengefasst.

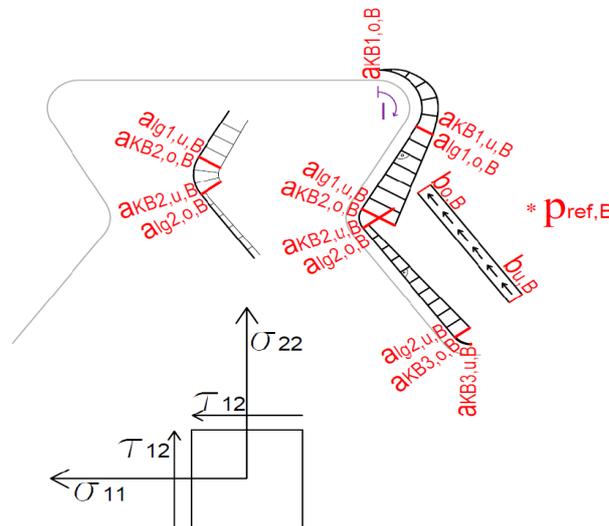


Abb. 11.20: Angesetzter Kontaktdruck – Belastungsmodell 5B

Es soll zusammenfassend angemerkt werden, dass durch dieses Modell bei Übernahme der angegebenen Wichtungsfaktoren der Kontaktverlauf für jede beliebige Längsschubkraft ausgegeben werden kann. Dazu ist die Kenntnis der Geometriedaten, der zu übertragenden Horizontalkraft H nach Gleichung 11.10 und der jeweiligen Normalkraft N (Gleichung 11.4) nötig. Ist aus der FE-Analyse zu erkennen, dass sich der Kontaktverlauf bedeutend ändert (zB. bei Betrachtung eines Zeitpunkts mit sehr hohem Lastniveau), so kann dieser

durch Anpassen der Wichtungsfaktoren in 11.16 verändert werden.

11.3.2 Auswertung der Dübelkennlinien – Belastungsmodell B

Durch lineare Laststeigerung erhält man die Dübelkennlinie in Abb. 11.21. Den linear elastischen Bereich der Betonmodelle bis 1900 kN/lfm bildet sie sehr gut ab. Dies ist eine gute Voraussetzung, um dieses Modell zur Spannungsanalyse an der belasteten Stahlzahnkante heranzuziehen. Das Belastungsmodell 5B erreicht eine um bis zu 30% geringere plastische Grenztragfähigkeit als die Betonmodelle, bzw. der Push-Out Versuchskörper. Da dieses Modell primär zur Spannungsanalyse entwickelt wurde und nicht zur Ermittlung der Grenztragfähigkeit, ist ein solches Verhalten in Ordnung.

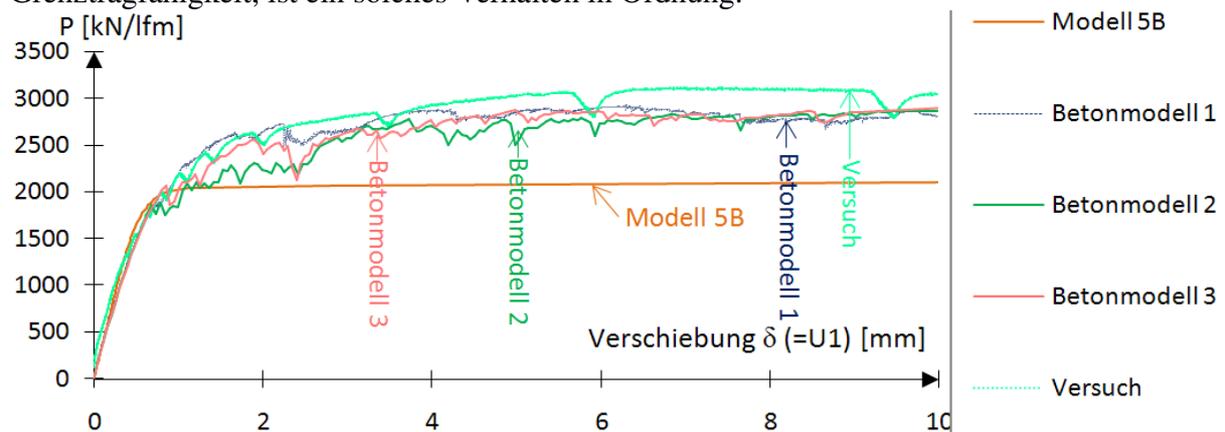


Abb. 11.21: Vergleich der Dübelkennlinie des Belastungsmodells B

In den folgenden Kapiteln werden die Spannungen mit dem im vorigen Kapitel ermittelten Kontaktdruck verglichen.

11.3.3 Auswertung der Spannungen und Kontaktdrücke zum Zeitpunkt t_0 – Belastungsmodell B

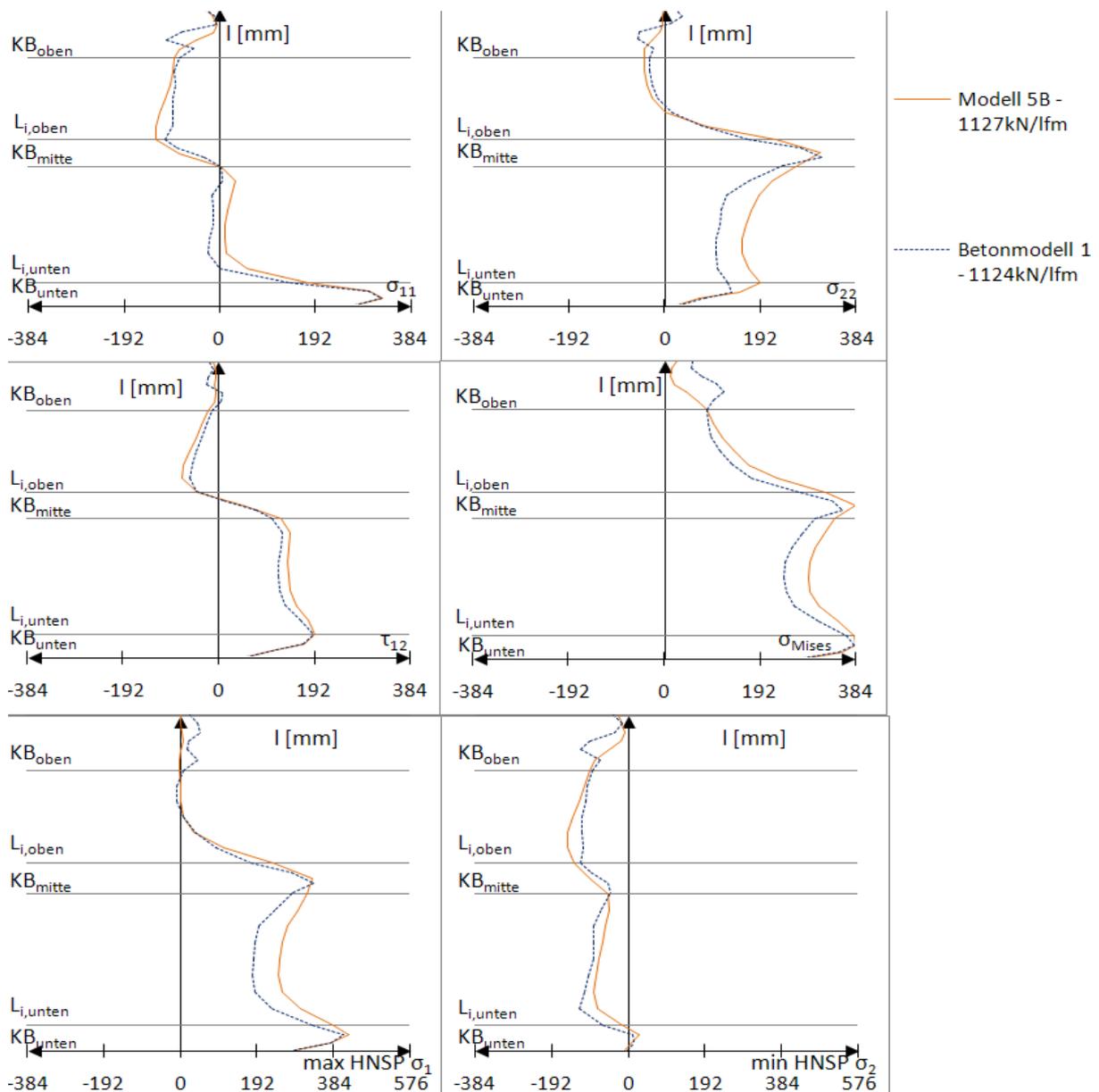


Abb. 11.22: Vergleich der Spannungen σ_{ij} und Hauptnormalspannungen $\sigma_{\min}/\sigma_{\max}$ an der belasteten, rechten Dübelzahnseite, t_0

Durch den den Betonmodellen nachempfundenen Kontaktdruck wird eine hohe Übereinstimmung der Spannung an der belasteten Stahlzahnkante und dem Betonmodell erreicht (siehe Abb. 11.22). Die Vergleichsspannung nach Mises weist ein Maximum an der mittleren Ausrundung KB_{mitte}, sowie der unteren Ausrundung KB_{unten} auf und fällt bis zur oberen Ausrundung KB_{oben} auf Null ab.

Die Hauptnormalspannungen des Modell 5B bilden die des Betonmodells gut ab. Lediglich entlang der unteren Gerade $L_{G,unten}$ wird σ_1 überschätzt.

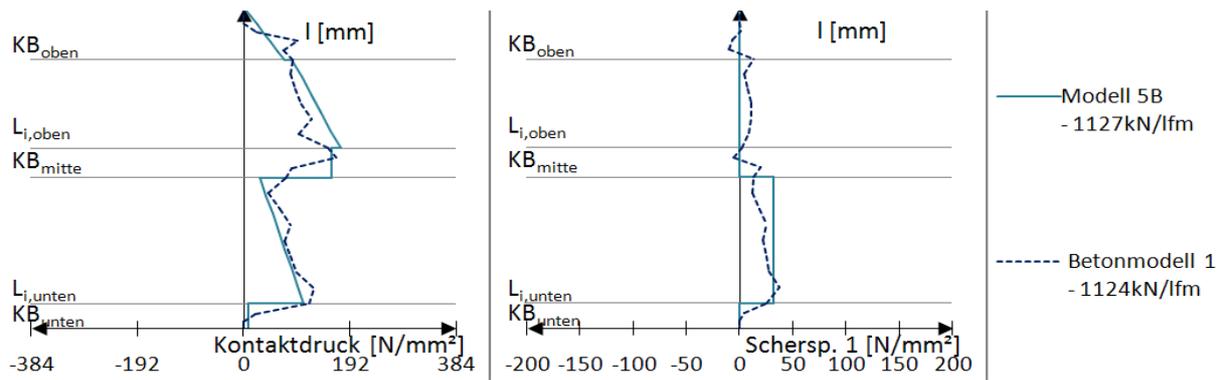


Abb. 11.23: Vergleich des Kontaktdrucks an der belasteten, rechten Dübelzahnseite, t_0

Der Kontaktdruck in Abb. 11.23 wurde in Kapitel 11.3.1 berechnet und durch die Faktoren $f_{i,1}$ bzw. $f_{i,2}$ dem Betonmodell 1 angeglichen. Daher stimmen beide gut miteinander überein.

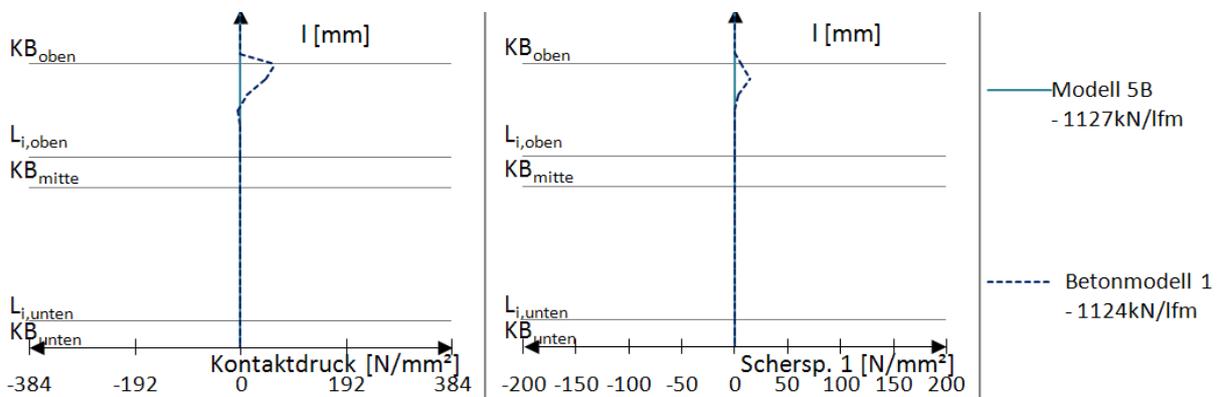


Abb. 11.24: Vergleich des Kontaktdrucks an der unbelasteten, linken Dübelzahnseite, t_0

Da in Belastungsmodell 5B die Druckstrebe der Abtriebskraft D vernachlässigt wird, entsteht auch kein Kontaktdruck an der unbelasteten, linken Dübelzahnseite (siehe Abb. 11.24).

11.3.4 Auswertung der Spannungen und Kontaktdrücke zum Zeitpunkt t_1 – Belastungsmodell B

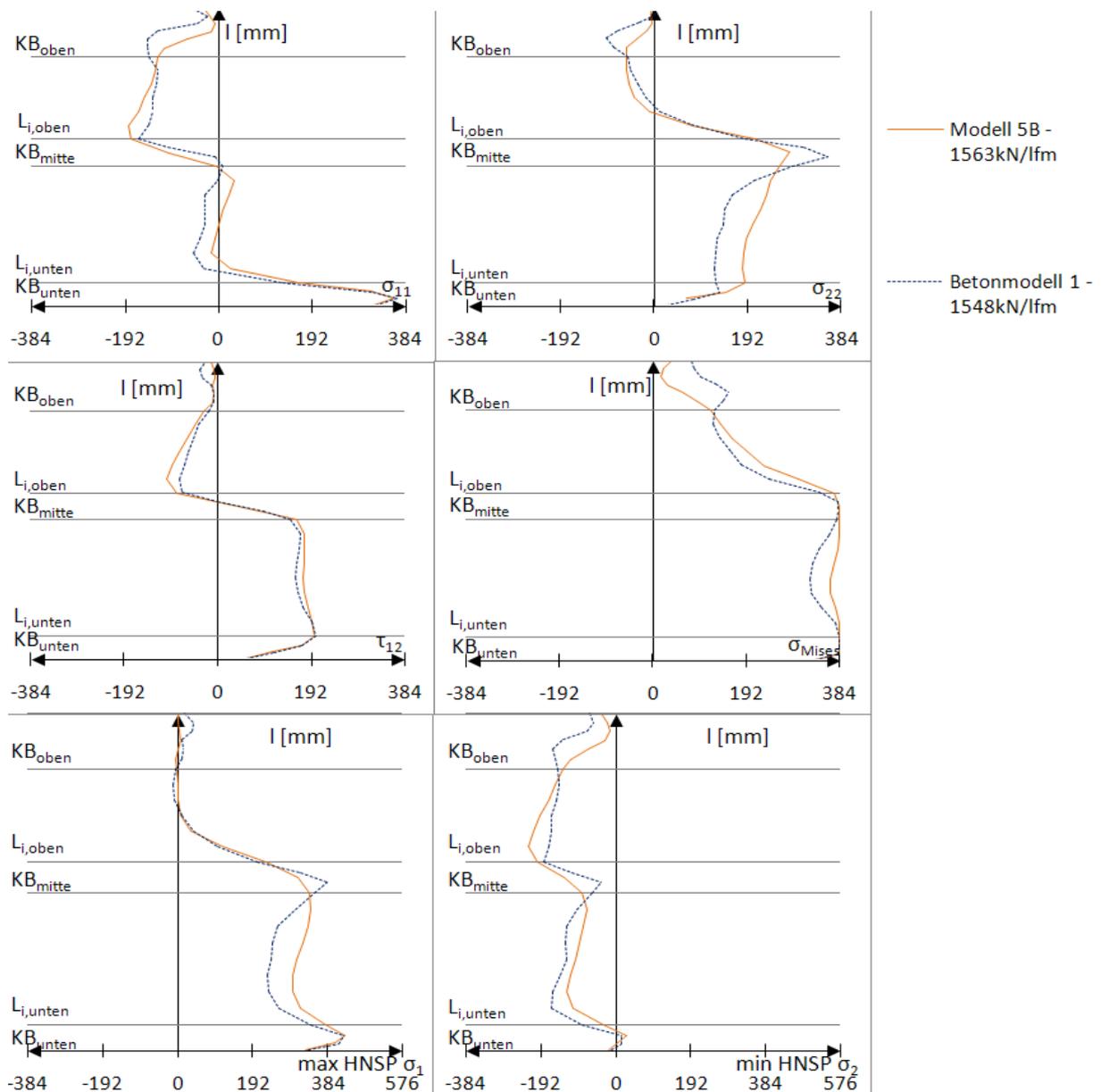


Abb. 11.25: Vergleich der Spannungen σ_{ij} und Hauptnormalspannungen $\sigma_{\min}/\sigma_{\max}$ an der belasteten, rechten Dübelzahnseite, t_1

Bei einer übertragenen Längsschubkraft von 1563 kN/lfm in Modell 5B liegt der Verlauf aller Spannungskomponenten in Abb. 11.25 nahe bei denen des Betonmodells. Lediglich die Vertikalspannung σ_{22} wird entlang der unteren Gerade $I_{G,\text{unten}}$ um 30% überschätzt. Ursache kann die dort angreifende Scherspannung sein. Über sie wird ein Teil der Vertikalkraft in den Dübel eingeleitet.

Die Vergleichsspannung nach Mises wird durch die erhöhte Vertikalspannung σ_{22} an der unteren Gerade $I_{G,\text{unten}}$ ebenfalls überschätzt. Sie erreicht im Bereich der unteren Ausrundung KB_{unten} , der mittleren Ausrundung KB_{mitte} , sowie auf einem Teil der unteren Geraden $I_{G,\text{unten}}$ die Fließgrenze. Bis zum untersten Punkt des oberen Kreisbogens KB_{oben} fällt sie nahezu linear ab, ähnlich dem Betonmodell.

Die Hauptzugspannung σ_1 , sowie die Hauptdruckspannung σ_2 , entsprechen in der oberen Dübelzahnhälfte dem Betonmodell. Auch an den markanten Punkten, der oberen und mittleren Ausrundung KB_{oben} und KB_{mitte} , betragen die Abweichungen nur rund 7%. Entlang der unteren Geraden $I_{G,unten}$ werden diese Abweichungen stärker. Sie liegen jedoch mit ca. 35 N/mm² bei lediglich 10%.

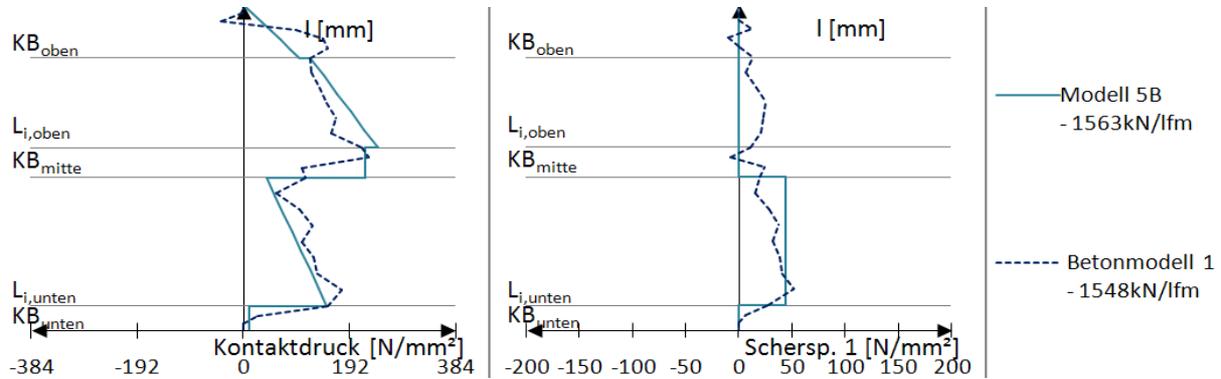


Abb. 11.26: Vergleich des Kontaktdrucks an der belasteten, rechten Dübelzahnseite, t_1

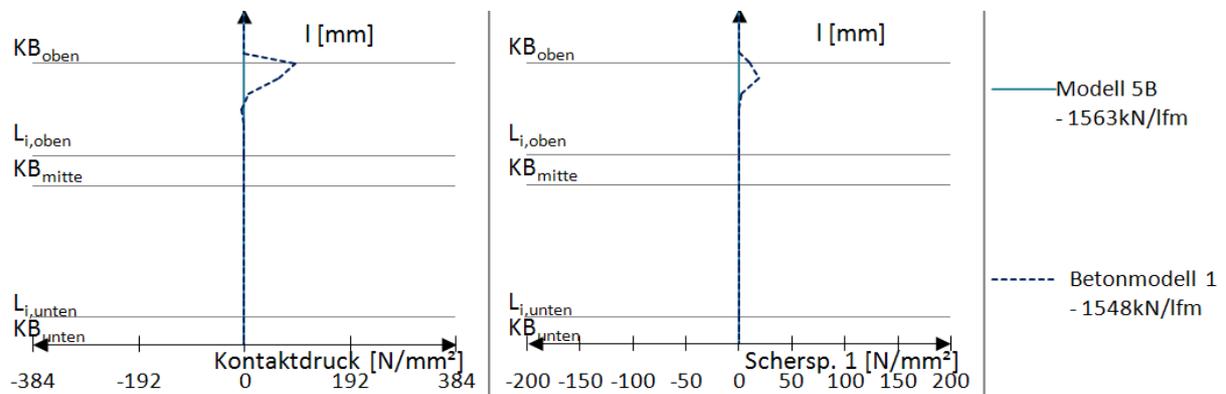


Abb. 11.27: Vergleich des Kontaktdrucks an der unbelasteten, linken Dübelzahnseite, t_1

Aufgrund der linearen Steigerung des Lastansatzes wächst auch der Kontaktdruck linear. In Abb. 11.26 ist zu erkennen, dass der angesetzte Kontaktdruck entlang der oberen Gerade $I_{G,oben}$ bis hin zur mittleren Ausrundung KB_{mitte} stetig zunimmt. Entlang des Kreisbogens liegt er nahezu konstant bei 200 N/mm². Im Bereich der unteren Gerade $I_{G,unten}$ wird der Kontaktdruck ebenfalls dreieckförmig angesetzt, bis er am unteren Punkt ca. 170 N/mm² erreicht. Dort fällt er auf den konstanten Wert für den unteren Kreisbogen KB_{unten} von ca. 25 N/mm² ab. Die Scherspannung wird an der unteren Gerade angesetzt und beträgt nach oben gerichtet rund 45 N/mm². Entlang der oberen Gerade wird die im Betonmodell auftretende Scherspannung vernachlässigt.

11.3.5 Auswertung der Spannungen und Kontaktdrücke zum Zeitpunkt t_2 – Belastungsmodell B

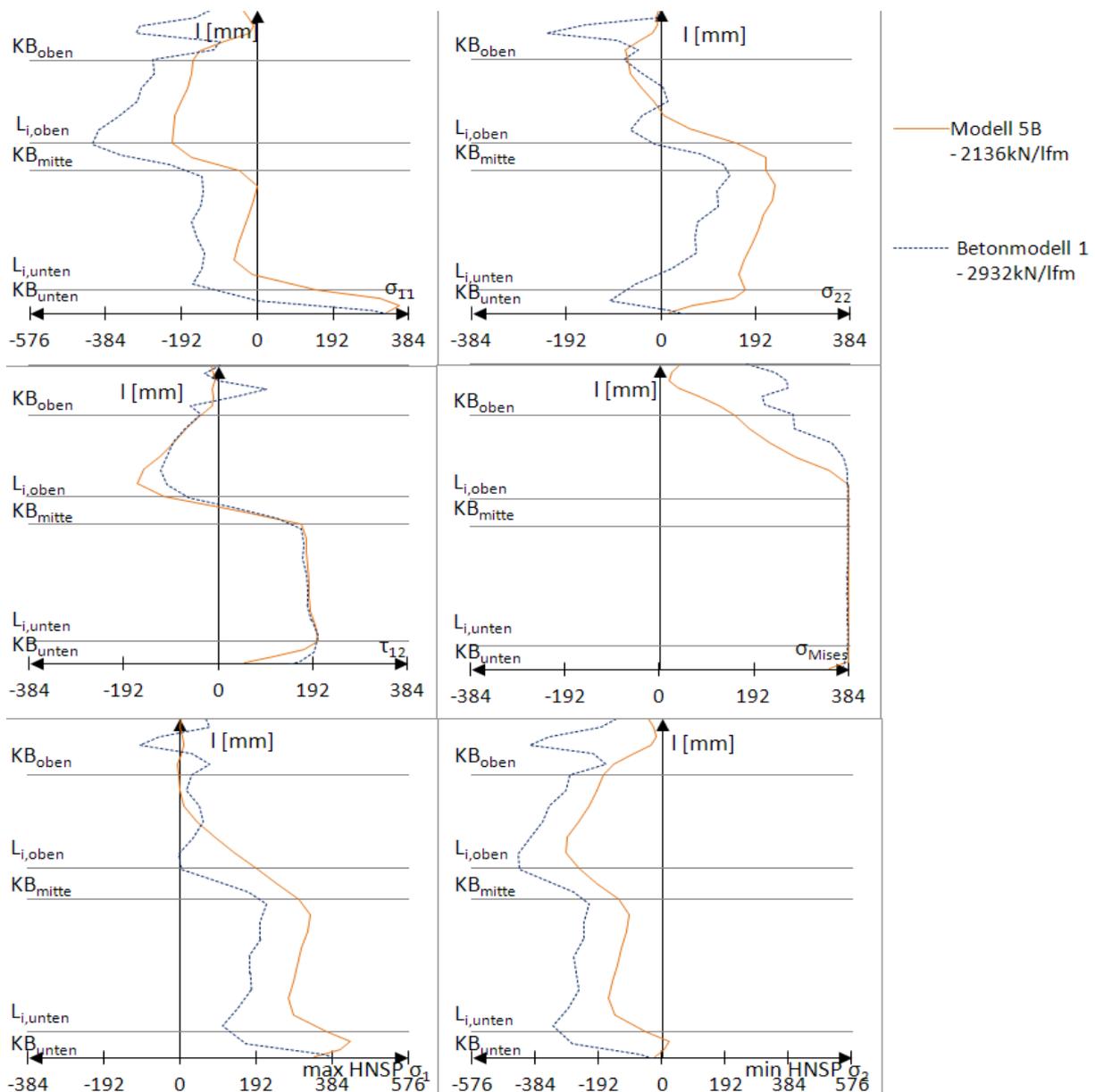


Abb. 11.28: Vergleich der Spannungen σ_{ij} und Hauptnormalspannungen $\sigma_{\min}/\sigma_{\max}$ an der belasteten, rechten Dübelzahnseite, t_2

Zum Zeitpunkt t_2 erreicht die Vergleichsspannung nach Mises in Abb. 11.28 entlang der belasteten Stahlzahnkante von der unteren Ausrundung KB_{unten} bis zur oberen Geraden $L_{G,\text{oben}}$ die Fließgrenze. Dieses Verhalten entspricht in etwa dem des Betonmodells. Entlang der oberen Geraden fällt die Fließgrenze beim Betonmodell auf bis zu 200 N/mm^2 am oberen Kreisbogen KB_{oben} ab. In den kritischen Bereichen der Ausrundungen KB_{mitte} und KB_{unten} ist somit eine Übereinstimmung gegeben.

Die Hauptzugspannung σ_1 bzw. Hauptdruckspannung σ_2 weisen beide einen dem Betonmodell ähnlichen Verlauf auf, jedoch überschätzen sie die tatsächlich auftretenden Spannungen. Die Abweichungen liegen bei etwa 50%.

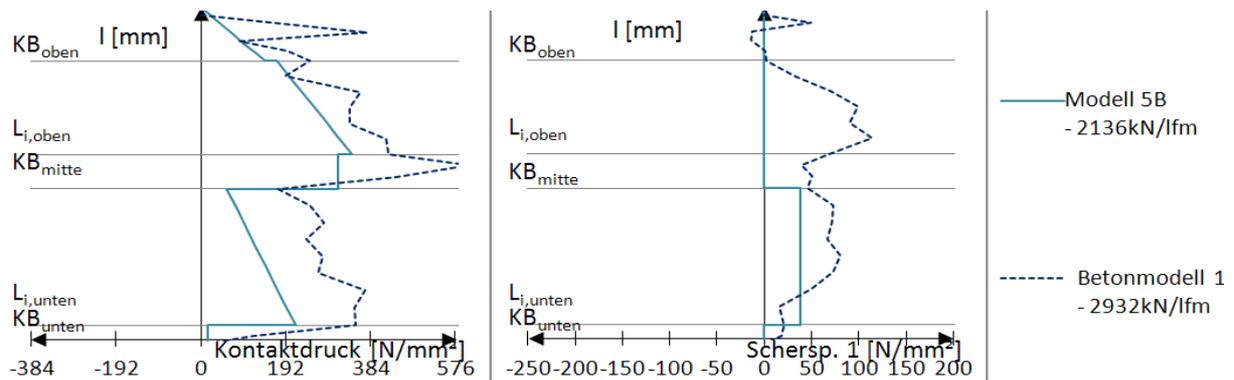


Abb. 11.29: Vergleich des Kontaktdrucks an der belasteten, rechten Dübelzahnseite, t_2

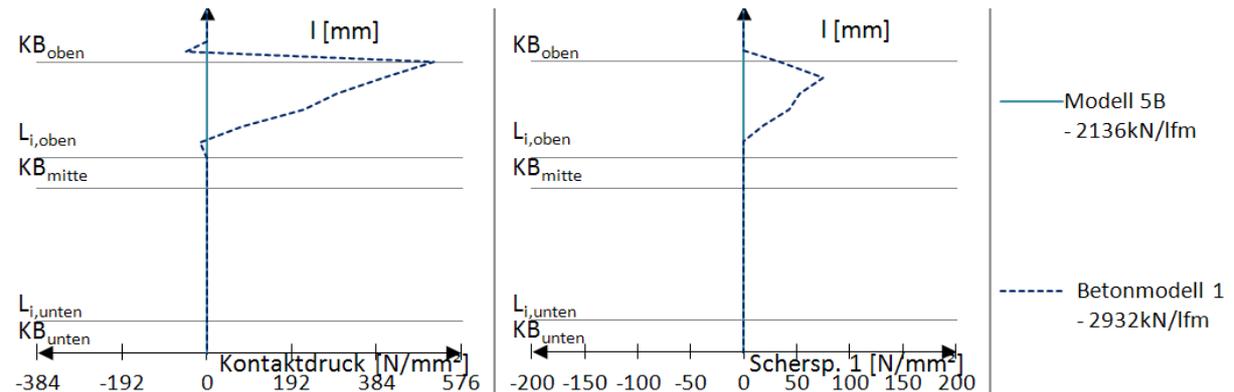


Abb. 11.30: Vergleich des Kontaktdrucks an der unbelasteten, linken Dübelzahnseite, t_2

In Abb. 11.29 ist zu erkennen, dass der Kontaktdruck des Belastungsmodells 5B entlang der oberen Geraden $l_{G,oben}$ den des Betonmodells unterschätzt. Entlang der unteren Geraden $l_{G,unten}$ bildet Modell 5B zum Zeitpunkt t_2 den vorhandenen Kontaktdruck um 50% zu gering ab.

Die Scherspannung des Modells 5B in Abb. 11.30 berücksichtigt die tatsächlich auftretende Scherspannung an der unteren Gerade $l_{G,unten}$, jene entlang der oberen Geraden $l_{G,oben}$ wird vernachlässigt, ebenso wie die vorhandenen Spannungen an der unbelasteten, linken Dübelzahnkante. Die Abweichungen zum Zeitpunkt t_2 sind durch das nichtlineare Risswachstum, sowie durch den überproportionalen Anstieg der Betondruckbeanspruchung bis zum Bruch erklärbar (siehe Beschreibung der Abb. 11.15).

Aufgrund der guten Anpassung des Kontaktdrucks an den des Betonmodells werden die Verläufe und Beträge aller Spannungen gut wiedergegeben. Insbesondere werden die Hauptzug- und Hauptdruckspannungen im Vergleich zu denen in Modell 1, 5, 6, 1A, 5A, und 6A, deutlich dem Betonmodell angenähert. Bei Verlassen der linear-elastischen Dübelkennlinie zum dem Zeitpunkts t_1 treten Abweichungen auf, die auf ein weicheres Verhalten des Modells 5B zurückzuführen sind.

Da bis zum Zeitpunkt t_1 die Spannungen gut mit denen des Betonmodells übereinstimmen, kann das Belastungsmodell 5B im linear-elastischen Bereich zur Spannungsanalyse entlang der belasteten Stahlzahnkante herangezogen werden. Somit ist das Ziel des Belastungsmodells 5B erreicht. Für eine Abbildung der Spannungen im plastischen Bereich ist dieses Belastungsmodell ungeeignet. Wie schon die Dübelkennlinie des Modells 5B vermuten lässt, treten beim Verlassen des linear-elastischen Bereichs größere Abweichungen der Spannungen von jenen des Betonmodells auf. Diese Abweichungen vom Betonmodell können

durch Spannungsumlagerungen im Betonkörper, mechanische Abstützeffekte der Stahlzähne am linken, unbelasteten Stahlzahnrand und Nichtlinearitäten verursacht werden.

Um zu besser abgebildeten Spannungen an der belasteten Stahlzahnkante im plastischen Bereich (also zum Zeitpunkt t_2) zu gelangen, muss der Kontaktdruck für diesen Zeitpunkt exakt nachgebildet werden. Dies ist nach dem Prinzip des Belastungsmodells 5B möglich. Die Vorgehensweise dafür wird anfangs in Kapitel 11.3.1 gezeigt, wobei durch die Faktoren f_n der Kontaktdruck zum Zeitpunkt t_2 anzunähern ist.

12 Berechnungsmethoden der plastischen Grenztragfähigkeit

12.1 Allgemeines

Zum Vergleich und zur Plausibilisierung der Ergebnisse ist es nötig, die FE-Ergebnisse mit denen aus einer schon bewährten Rechenmethode zu vergleichen. Ziel ist es, die plastische Längsschubtragfähigkeit V_L mit Hilfe der Belastungsmodelle (gemäß Kapitel 2.5) zu berechnen.

Ausgangspunkt sind die Geometriedaten des KrL 75-36. Dazu wird eine EXCEL-Tabelle erstellt, die nach Eingabe der benötigten Geometrieparameter (Tab. 12.1) alle wichtigen Abmessungen ausgibt. Durch ergänzende Angaben (Tab. 12.7) erweitert sich die geometrische Ausgabe um die Druck- und Zugstrebengeometrie des Fachwerkmodells nach Petraschek [3]. Es können auch die Strebenkräfte berechnet werden.

Die ausführlichen Rechenschritte werden für Modell 1 gezeigt, bei den anderen Modellen 5 und 6 verläuft der Rechenweg analog. Besonders bei Modell 6 bedarf die Berechnung keiner erneuten Erklärung, da lediglich θ_v zu Null gesetzt werden muss. Die Unterschiede bei der Eingabe der Parameter des Modells 5 sind an den jeweiligen Stellen aufgezeigt und durch Abbildungen erklärt. Die lediglich von der Geometrie abhängige Länge des Fluidbereichs wird extra berechnet.

12.2 Geometrie der Kronendübelleiste

Ziel bei der elastischen Berechnung ist es, die Längsschubkräfte im Betonkörper in auf den einzelnen Stahlzahn anzusetzende Kräfte umzuwandeln. Anschließend können die elastischen Schnittgrößen im Stahlzahn ermittelt und bis zum Erreichen ihrer Grenzlast gesteigert werden. Dafür sind die von Petraschek in [3] entwickelten Fachwerkmodelle zur Lastaufstellung für die Modelle 1, 5 und 6 heranzuziehen, wobei es nötig ist, alle Strebenkräfte des Fachwerkmodells zu ermitteln.

Zur Ermittlung der Geometrieparameter der Dübelleiste dient Tab. 12.1. Durch Eingabe der Ausrundungsradien, Winkel, Stahlzahnhöhen und -breiten ist die Geometrie exakt definiert. Alle nötigen Parameter sind in Abb. 12.1 dargestellt.

Angaben: GEOMETRIE KrL-75-36

Ausrundungsradius	R	10,0 mm	
Neigung der oberen Gerade l_{G1}	α_o	30,0 °	
Neigung unteren Gerade l_{G2}	α_u	36,0 °	
Abstand: DüFuß bis Mittelpunkt KB_2			
Abstand: KB_2 bis Dübeloberkante	h_u	50,0 mm	vertikal
Abstand: Unterkante Dübelleiste bis DüFuß	h_{DB}	90,0 mm	
Dübelabstand achsrecht			
Länge Dübelzahnoberkante	e_{geom}	183,0 mm	horizontal
	b_o	95,0 mm	
Blechdicke	t	20,0 mm	

Tab. 12.1: Geometrieparameter - Eingabe

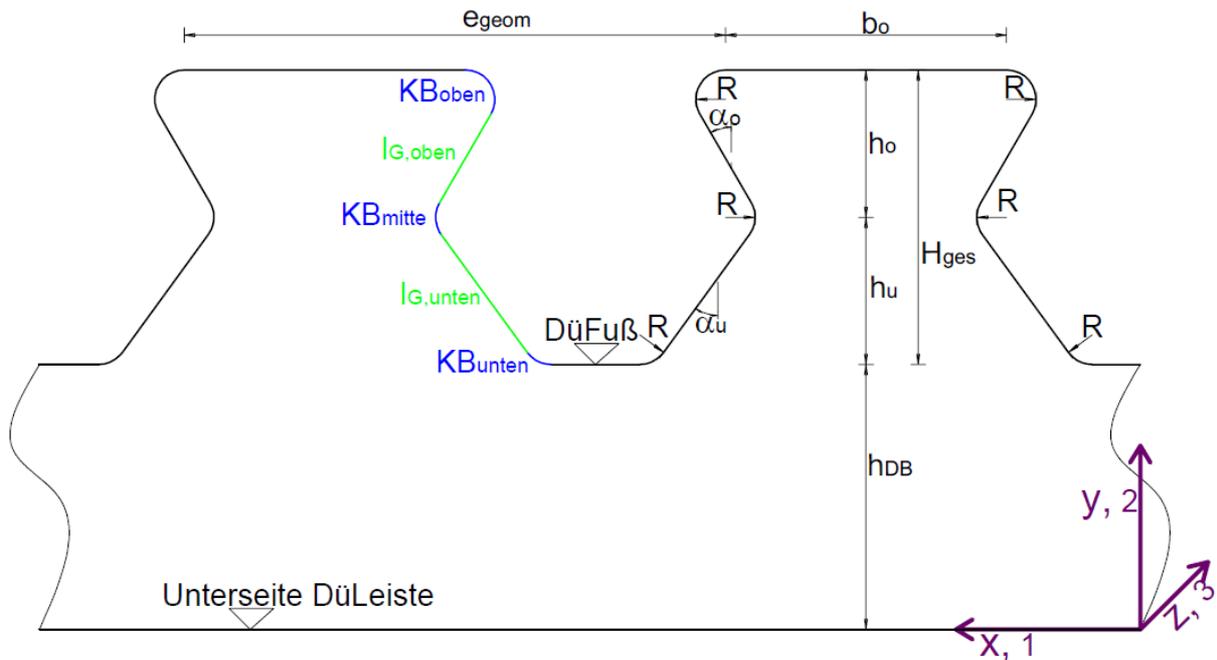


Abb. 12.1: Geometrieparameter – Eingabe

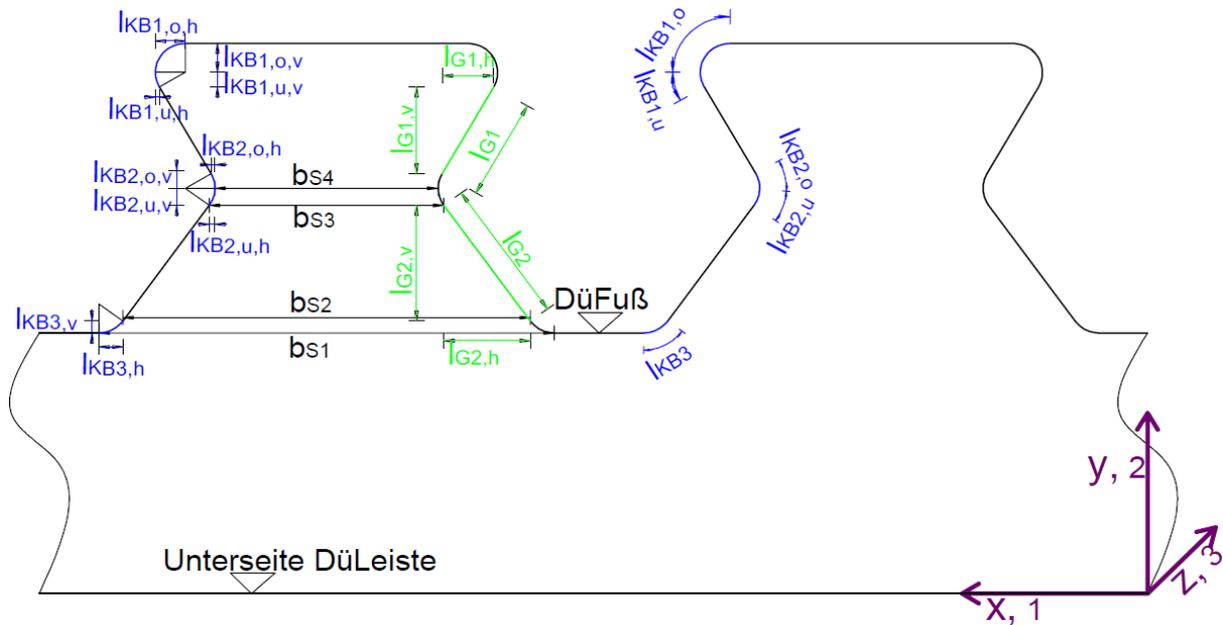


Abb. 12.2: Geometrieparameter – Ausgabe

Über einfache geometrische Zusammenhänge sind nun die einzelnen, in Abb. 12.2 abgebildeten, Teillängen berechenbar. Beispielsweise wird für die Ausrundung KB_1 der Kreisbogen in einen oberen Teil $\Delta\alpha_{KB1,o}=90^\circ$ und einen unteren $\Delta\alpha_{KB1,u}=30^\circ$ geteilt. Für jeden dieser Teile wird die Bogenlänge $l_{KB1,o}$ bzw. $l_{KB1,u}$, die horizontale Länge $l_{KB1,o,h}$ bzw. $l_{KB1,u,h}$, sowie die vertikale Länge $l_{KB1,o,v}$ bzw. $l_{KB1,u,v}$ berechnet.

Berechnung – Geometrie

KB₁ – oben:				L_{G1} – oben:	
$\Delta\alpha_{KB1,o}$	90,0 °	$\Delta\alpha_{KB1,u}$	30,0 °	$l_{G1,h}$	17,32 mm
$l_{KB1,o}$	15,71 mm	$l_{KB1,u}$	5,24 mm	$l_{G1,v}$	30,0 mm
$l_{KB1,o,h}$	10,0 mm	$l_{KB1,u,h}$	1,34 mm		
$l_{KB1,o,v}$	10,0 mm	$l_{KB1,u,v}$	5,0 mm	l_{G1}	34,64 mm
l_{KB1} 20,94 mm					
KB₂ – mitte:				L_{G2} – unten:	
$\Delta\alpha_{KB2,o}$	30,0 °	$\Delta\alpha_{KB2,u}$	36,0 °	$l_{G2,h}$	29,06 mm
$l_{KB2,o}$	5,24 mm	$l_{KB2,u}$	6,28 mm	$l_{G2,v}$	40,0 mm
$l_{KB2,o,h}$	1,34 mm	$l_{KB2,u,h}$	1,91 mm		
$l_{KB2,o,v}$	5,0 mm	$l_{KB2,u,v}$	5,88 mm	l_{G2}	49,44 mm
l_{KB2} 11,52 mm					
KB₃ – unten:					
$\Delta\alpha_{KB3}$	54,0 °				
$l_{KB3,h}$	8,09 mm				
$l_{KB3,v}$	4,12 mm				
l_{KB3} 9,42 mm					

Tab. 12.2: Geometrieparameter – Ausgabe

Nun können durch Addition und Subtraktion der horizontalen Längen die Schnittlängen b_{S1} bis b_{S4} ermittelt werden. Diese sind für die exakte Geometrie, gemeinsam mit der Höhe H des Stahlzahns, in Tab. 12.3 angegeben.

Längen:		
Dübelhöhe (Düfuß bis Dübeloberkante)	H	100,00 mm
Schnittlänge 1	b_{S1}	153,12 mm
Schnittlänge 2	b_{S2}	136,94 mm
Schnittlänge 3	b_{S3}	78,82 mm
Schnittlänge 4	b_{S4}	75,00 mm

horizontal

Tab. 12.3: Geometrieparameter – Ausgabe Schnittlängen (exakt)

Die Spannungsausbreitung an den Ausrundungen erfolgt nicht in demselben Maß, in welchem sich der Stahlzahn mit der exakten Geometrie verbreitert. Das macht die Verwendung der

Schnittlängen der vereinfachten Geometrie nötig. Es wird angenommen, dass diese die Spannungsausbreitung im Bereich des Schnitts 1 und 4 besser beschreiben. Die Längen der Schnitte 1 bis 4 am vereinfachten Modell dienen daher der händischen Ermittlung der Dübeltragfähigkeit. Die vereinfachten Geometrieparameter sind in Abb. 12.3, sowie in Tab. 12.4 und Tab. 12.5 dargestellt.

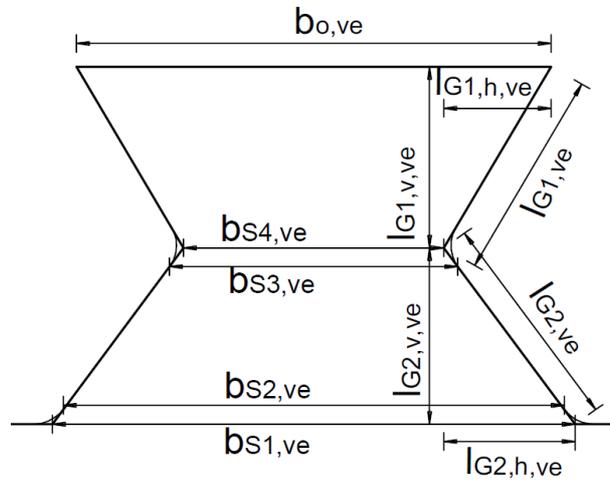


Abb. 12.3: vereinfachte Geometrie – Ausgabe

Berechnung – vereinfachte Geometrie

$L_{G1,ve}$ – oben:		$L_{G2,ve}$ – unten:	
$l_{G1,h,ve}$	28,87 mm	$l_{G2,h,ve}$	36,33 mm
$l_{G1,v,ve}$	50,00 mm	$l_{G2,v,ve}$	50,00 mm
$l_{G1,ve}$	57,74 mm	$l_{G2,ve}$	61,80 mm
obere Gerade $b_{o,ve}$:			
$b_{o,ve}$	129,64 mm		

Tab. 12.4: vereinfachte Geometrie - Ausgabe

Längen – vereinfachte Geometrie:			
Schnittlänge 1 (vereinfachte Geometrie)	$b_{S1,ve}$	144,56 mm	horizontal
Schnittlänge 2 (vereinfachte Geometrie)	$b_{S2,ve}$	138,57 mm	
Schnittlänge 3 (vereinfachte Geometrie)	$b_{S3,ve}$	80,45 mm	
Schnittlänge 4 (vereinfachte Geometrie)	$b_{S4,ve}$	71,91 mm	

Tab. 12.5: vereinfachte Geometrie – Ausgabe Schnittlängen

Für Modell 5 sind gegenüber Modell 1 und 6 weitere Geometrieparameter zu berechnen. Diese sind die Länge $l_{g,F}$, auf der der Beton als Fluid wirkt, sowie deren Winkel β_F . Die blau strichlierte Gerade in Abb. 12.4 mit der Länge $l_{g,F}$ ergibt sich nach [3] als Tangente an den oberen Kreisbogen KB_1 . Deren Tangentenschnittpunkt mit KB_1 liegt im Winkel Θ_V zur Waagrechten. Dabei kann die Gerade links des unteren Kreisbogens KB_3 die untere Gerade $l_{G,2}$, die Ausrundung KB_3 selbst, oder die Dübelleiste rechts vom Stahlzahn schneiden.

In Tab. 12.6 erfolgt die Berechnung aufgrund der in Kapitel 2.5.3 gegebenen Zusammenhänge. Es sind die Längen für den zutreffenden Fall, dass der Beton bis auf die Dübelleiste rechts des Stahlzahns laut Petraschek [3] als Fluid wirkt, angeführt. Die Längen $l_{KB1,F}$, $l_{G2,F}$, und $l_{KB3,F}$ in Tab. 12.6 beschreiben dabei die jeweilige Teillänge, auf die das Fluid nicht wirkt. Somit wirkt im Falle von $l_{KB3,F}=0$ das Fluid auf den gesamten unteren Kreisbogen KB_3 . $\beta_{F,Grenz}$ ist der Winkel, ab dem die Gerade $l_{G,F}$ den Kreisbogen KB_3 und nicht mehr die Gerade rechts dieser Ausrundung KB_3 schneidet.

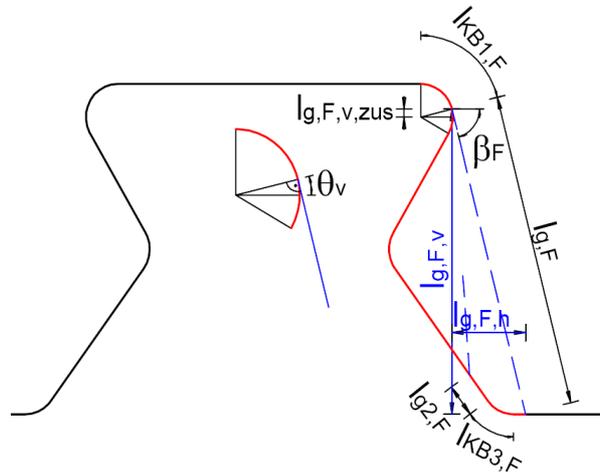


Abb. 12.4: Geometrie Fluidmodell (Modell 5) - Ausgabe

Berechnung – Geometrie des Modells 5:

$l_{G,F}$ schneidet rechts von KB_3 :

β_F	$76,249^\circ < \beta_{F,Grenz} \quad 78,042^\circ$
$l_{G,F,v,zus}$	2,38 mm
$l_{G,F,v}$	92,38 mm
$l_{G,F,h}$	22,61 mm
$l_{KB1,F}$	13,31 mm
$l_{G2,F}$	0,0 mm
$l_{KB3,F}$	0,0 mm
$l_{G,F}$	95,1 mm

Tab. 12.6: Geometrie Fluidmodell (Modell 5) - Ausgabe

12.3 Geometrie des Fachwerkmodells

Zur Fachwerksberechnung sind die Geometrieparameter des Dübelblechs in Tab. 12.2 und Tab. 12.5 gegeben, wobei neben der Dübelabmessung ein wichtiger Einflussfaktor für die Winkel der Druckstreben die Abmessungen des Betonkörpers sind (siehe Anhang C). Die Geometrieparameter der Fachwerkstreben sind in Abb. 12.5, Abb. 12.6 und Abb. 12.7 ersichtlich. Wobei diese grundsätzlich von der Geometrie der verwendeten Bewehrung abhängig sind. So ist beispielsweise die Höhe der Zugstrebe V_s von der Höhe des verwendeten Bügels abhängig. Ebenso verändern sich beim Einbau eines kleineren Bügels, bzw. bei Berücksichtigung einer kleineren mitwirkenden Plattenbreite b_e , die Geometrieparameter der Druckstrebe D_c und somit ihr horizontaler Winkel Θ_h .

Die vorhandenen Geometrieparameter sind in Tab. 12.7 dargestellt. Ausgangspunkt ist der Push-Out Versuchskörper. Dabei kommt es auf den Durchmesser des verwendeten Betonstahls ($h_{\text{Bew,Zs-v}}$), die Dicke d_c und b_e des Betongurtes, die Betondeckungen c_o und c_s , sowie den Abstand a_{ZW} zwischen Betonkörper und Baustahlflansch an. Der Abstand k_i beider Zugstreben V_s ist frei wählbar. Der Angriffspunkt der Abtriebskraft D , bestimmt durch x_{DP} und z_{DP} , wird in der Mitte der oberen Geraden $l_{G,l}$ angenommen.

Angaben: Strebengeometrie		
Betonstahlschwerpunkt der Zugstrebe $Z_{s,v}$	$h_{\text{Bew,Zs-v}}$	3,0 mm
Betongurtdicke	d_c	230,0 mm
Abstand: Beton bis Unterkante Dübelleiste	a_{ZW}	46,0 mm
Betondeckung oben	c_o	6,0 mm
Betondeckung seitlich	c_s	3,0 mm
Abstand: Zugstreben V_s von einander	k_i	80,0 mm
mitragende Betongurtbreite	b_e	1160,0 mm
Abstand vertikal: DüFuß bis Druckpunkt der Abtriebskraft D	z_{DP}	70,0 mm
Abstand horizontal: DüFuß bis Druckpunkt der Abtriebskraft D	x_{DP}	47,5 mm
Fließgrenze	f_y	384,0 N/mm ²

Tab. 12.7: Geometrieparameter für Fachwerkmodell - Eingabe

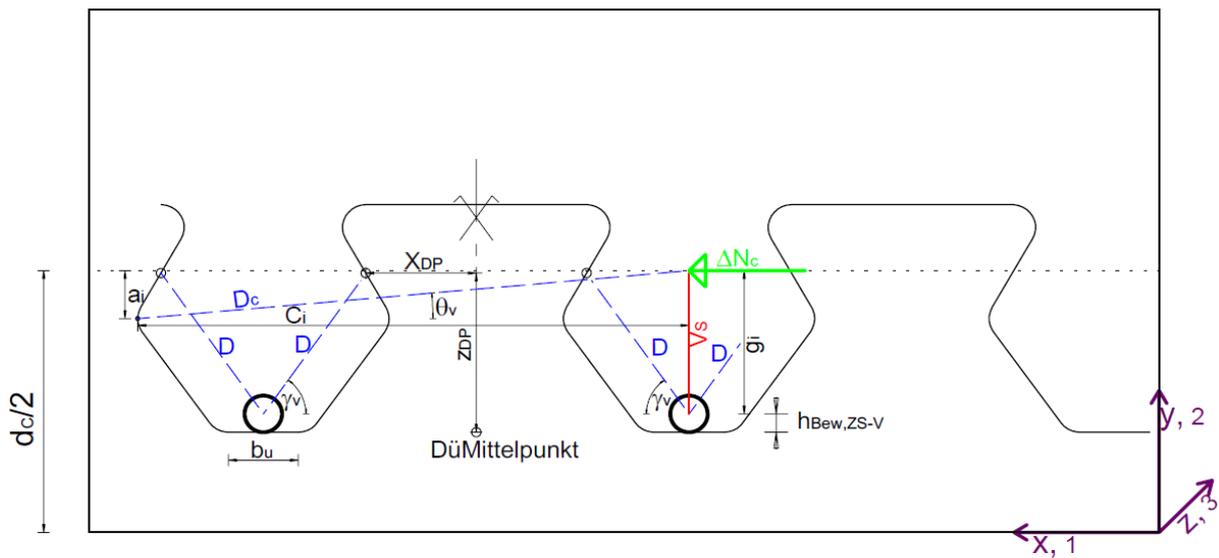


Abb. 12.5: Geometrieparameter für Fachwerkmodell – Ansicht

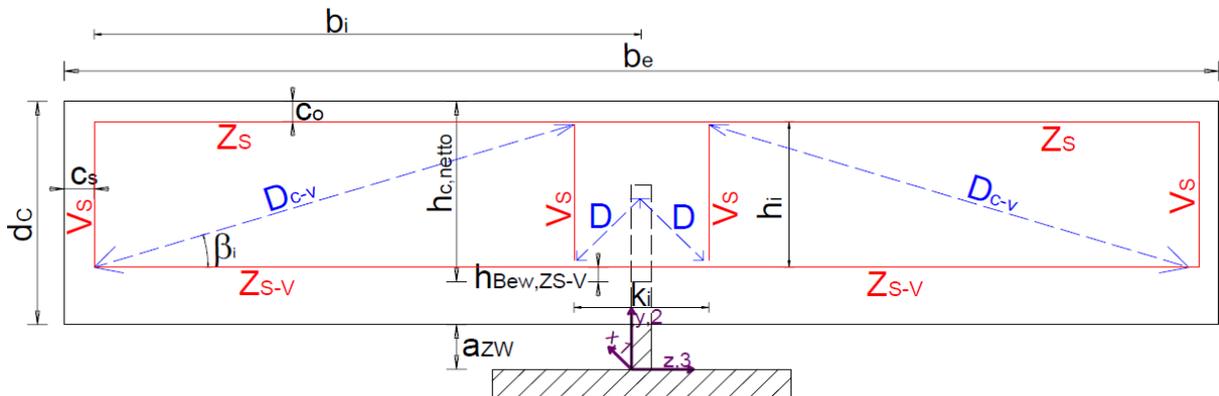


Abb. 12.6: Geometrieparameter für Fachwerkmodell – Schnitt

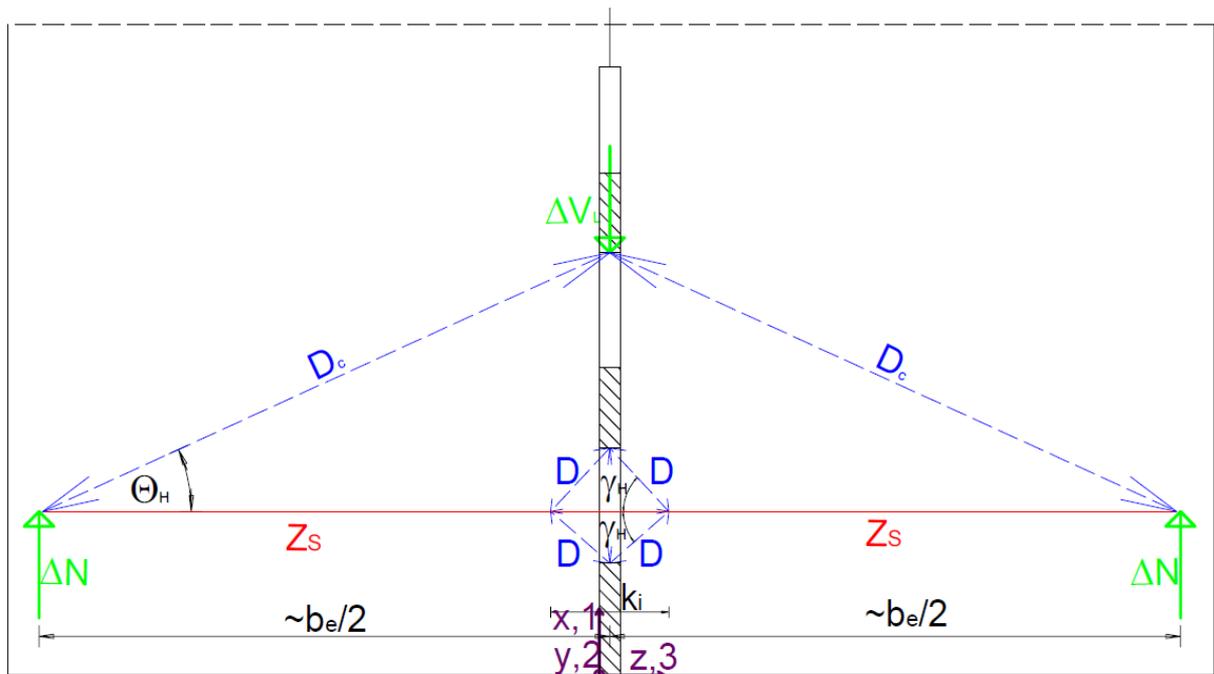


Abb. 12.7: Geometrieparameter für Fachwerkmodell – Draufsicht

Durch einfache geometrische Beziehungen werden die Geometrieparameter für die Ausgabe in Tab. 12.8 ermittelt. Mit ihrer Hilfe können im Folgekapitel die wirkenden Strebekräfte berechnet werden. Von besonderem Interesse ist dabei der vertikale Winkel Θ_v der Druckstrebe D_c . Er beträgt rund 14° und bestimmt die Länge der Gerade $l_{G,F}$ im Modell 5. Ebenso ist dieser ein maßgebender Faktor zur Beschreibung der Neigung des Drucks entlang der Stahlzahnkante in Modell 1.

Berechnung – Strebengeometrie:

Abstand horizontal: DüFuß zwischen 2 Stahlzähnen	b_u	29,88 mm
Abstand horizontal: Druckpunkt bis Zugstrebe V_s	c_i	237,0 mm
Abstand vertikal: Zugstrebe Z_s bis $Z_{s,v}$ (=Bügelhöhe)	h_i	177,0 mm
Abstand vertikal: Zugstrebe $Z_{s,v}$ bis Kraft ΔN	g_i	105,0 mm
Abstand vertikal: Kraft ΔN bis Druckpunkt der Strebe D_c	a_i	58,0 mm
Betongurtdicke ab DüFuß	$h_{c,netto}$	186,0 mm
halbe Länge der Zugstrebe Z_s	b_i	288,5 mm
Vertikale Länge der Druckstrebe D	$l_{v,Di}$	67,0 mm
Horizontale Länge der Druckstrebe D	$l_{h,Di}$	44,0 mm
Hor. Winkel der Druckstrebe D	γ_h	47,726 °
Ver. Winkel der Druckstrebe D	γ_v	56,706 °
horizontaler Winkel der Druckstrebe D_c	$\theta_{h,i}$	50,597 °
vertikaler Winkel der Druckstrebe D_c	$\theta_{v,i}$	13,751 °
vertikaler Winkel der Druckstrebe D_{c-v}	β_i	35,461 °

Tab. 12.8: Geometrieparameter für Fachwerkmodell - Ausgabe

12.4 Berechnung des Fachwerkmodells

Die Berechnung erfolgt nach den in [3] hergeleiteten und gegebenen Gleichungen. ΔN_c ist dabei die übertragene Längsschubkraft in einem Viertel des Push-Out Körpers, ΔN_{ges} die des gesamten Versuchskörpers und P_{max} die übertragbare Längsschubkraft der Dübelleiste in [kN/lfm].

Die Kräfte in den Druck- und Zugstreben bei einer Einheitslast des Push-Out Versuchskörpers von 10 kN, was $\Delta N=2,5$ kN im „geviertelten“ System entspricht, werden beispielhaft nachstehend berechnet. Die Viertlung erfolgt wegen der Ausnutzung der doppelten Symmetrie des Push-Out Versuchs. Somit kann in der FE-Analyse vereinfachend ein Viertel betrachtet und die geviertelte Last angesetzt werden.

Zur Veranschaulichung des Fachwerkmodells dient Abb. 12.5, Abb. 12.6 und Abb. 12.7. Die verwendeten Gleichungen wurden Petraschek [3] (S. 47-50) entnommen.

$$\Delta N_c = V_L = \frac{\Delta N_{ges}}{4} \quad (12.1)$$

$$P_{max} [kN/lfm] = \frac{\Delta N_c}{e} \quad (12.2)$$

$$\Delta N_c [N] = 2500$$

$$V_L = 2500,0 \text{ N}$$

$$V_s = \frac{1}{2} \cdot V_L \cdot \tan \Theta_v \quad (12.3)$$

$$V_s = 305,907 \text{ N}$$

$$A_v = V_L \cdot \tan \Theta_v \quad (12.4)$$

$$A_v = 611,814 \text{ N}$$

$$D_{c(xz,h)} = \frac{1}{2} \cdot V_L \quad (12.5)$$

$$D_{c(xz,h)} = 1250,0 \text{ N}$$

$$D_{c(yz,h)} = \frac{1}{2} \cdot V_L \cdot \tan \Theta_h \quad (12.6)$$

$$D_{c(yz,h)} = 1521,624 \text{ N}$$

$$D_{c(v)} = \frac{1}{2} \cdot V_L \cdot \tan \Theta_v \quad (12.7)$$

$$D_{c(v)} = 305,907 \text{ N}$$

$$D_{c(h)} = \sqrt{D_{c(xz,h)}^2 + D_{c(yz,h)}^2} \quad (12.8)$$

$$D_{c(h)} = 1969,223 \text{ N}$$

$$D_{c(xz)} = \sqrt{D_{c(xz,h)}^2 + D_{c(v)}^2} \quad (12.9)$$

$$D_{c(xz)} = 1286,887 \text{ N}$$

$$D_c = \sqrt{D_{c(h)}^2 + D_{c(v)}^2} \quad (12.10)$$

$$D_c = 1992,842 \text{ N}$$

$$Z_s = \frac{1}{2} \cdot V_L \cdot \tan \Theta_h \quad (12.11)$$

$$Z_s = 1521,624 \text{ N}$$

$$D_{c-v} = \frac{\frac{1}{2} \cdot V_L \cdot \tan \Theta_v}{\sin \beta} \quad (12.12)$$

$$D_{c-v} = 527,288 \text{ N}$$

$$Z_{s-v} = \frac{\frac{1}{2} \cdot V_L \cdot \tan \Theta_v}{\tan \beta} \quad (12.13)$$

$$Z_{s-v} = 429,48 \text{ N}$$

$$D_{(v)} = \frac{1}{4} \cdot V_L \cdot \tan \Theta_v \quad (12.14)$$

$$D_{(v)} = 152,954 \text{ N}$$

$$D_{(xz,h)} = \frac{\frac{1}{4} \cdot V_L \cdot \tan \Theta_v}{\tan \gamma_v} \quad (12.15)$$

$$D_{(xz,h)} = 100,447 \text{ N}$$

$$D_{(yz,h)} = \frac{\frac{1}{4} \cdot V_L \cdot \tan \Theta_v}{\tan \gamma_v \cdot \tan \gamma_h} \quad (12.16)$$

$$D_{(yz,h)} = 91,316 \text{ N}$$

$$D_{(h)} = \frac{\frac{1}{4} \cdot V_L \cdot \tan \Theta_v}{\tan \gamma_v \cdot \sin \gamma_h} \quad (12.17)$$

$$D_{(h)} = 135,75 \text{ N}$$

$$D_{(xz)} = \frac{\frac{1}{4} \cdot V_L \cdot \tan \Theta_v}{\sin \gamma_v} \quad (12.18)$$

$$D_{(xz)} = 182,988 \text{ N}$$

$$D = \sqrt{D_{(h)}^2 + D_{(v)}^2} \quad (12.19)$$

$$D = 204,507 \text{ N}$$

Die daraus resultierenden Spannungen auf die Lastangriffsfläche sind für Modell 1 (Formel 2.1), für Modell 5 (Formel 2.2 und 2.3) und für Modell 6 (Formel 2.4) gegeben. Zugehörige Abbildungen sind Abb. 2.3, Abb. 2.4 und Abb. 2.5.

12.5 Bestimmung der Dübelbeanspruchung

Die von Petraschek in [3] angegebenen Gleichungen zur Ermittlung der Dübelbeanspruchung für die Modelle 1, 5 und 6 werden nachfolgend angewandt. Sie sind für eine Dübellast von $\Delta N = 2,5 \text{ kN}$, das entspricht einer Gesamlast des Push-Out Versuchskörpers von 10 kN , ausgewertet. Ist der Druck $p_{\text{starr},\mu}$ für $\Delta N = 10 \text{ kN}$ erwünscht, so muss der nachstehend für $\Delta N = 2,5 \text{ kN}$ berechnete Druck lediglich mit dem Faktor 4 multipliziert werden.

Modell 1 - exakt

$$l_{\text{ges,ex}} = 125,97 \text{ mm}$$

$$R_{\text{starr},\mu} = 2 \cdot D_{c(xz)} \quad (12.20)$$

$$R_{starr,\mu} = 2573,8 \text{ N}$$

$$p_{starr,\mu} = \frac{2 \cdot D_{c(xz)}}{l_{ges} \cdot t} \quad (12.21)$$

$$p_{starr,\mu,ex} = 1,022 \text{ N/mm}^2$$

Die berechnete Länge $l_{ges,ex}$ entspricht der in Abb. 12.8 rot eingefärbten, belasteten Stahlzahnkantenlänge. Der Index „ex“ deutet auf die exakte Geometrie hin, da eine Auswertung für die vereinfachte Geometrie auch möglich wäre. $R_{starr,\mu}$ hängt mit $p_{starr,\mu}$ durch die Gleichungen 12.20 und 12.21 zusammen.

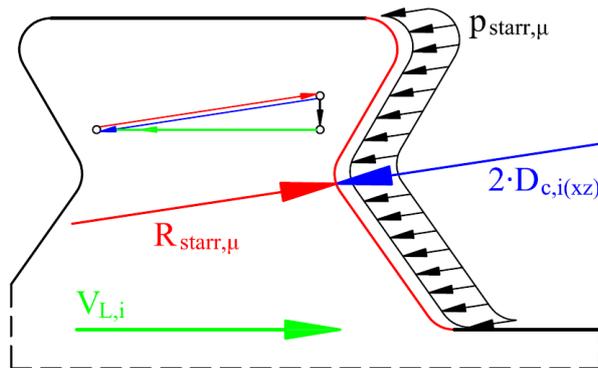


Abb. 12.8: Modell 1 – Dübellasten aus Druckstrebe D_c – exakte Geometrie (aus [3])

Modell 5 – exakt

$$p_{starr,\mu} = p_{Fluid} \quad (12.22)$$

$$R_{o,starr,\mu} = \frac{2 \cdot D_{c(xz)} \cdot l_{KB1,F}}{l_{G,F} + l_{KB1,F} + l_{G2,F} + l_{KB3,F}} \quad (12.23)$$

$$R_{o,starr,\mu,ex} = 315,941 \text{ N}$$

$$R_{u,starr,\mu} = \frac{2 \cdot D_{c(xz)} \cdot (l_{G2,F} + l_{KB3,F})}{l_{G,F} + l_{KB1,F} + l_{G2,F} + l_{KB3,F}} \quad (12.24)$$

$$R_{u,starr,\mu,ex} = 0,000 \text{ N}$$

$$R_{Fluid} = \frac{2 \cdot D_{c(xz)} \cdot l_{G,F}}{l_{G,F} + l_{KB1,F} + l_{G2,F} + l_{KB3,F}} \quad (12.25)$$

$$R_{Fluid,ex} = 2257,8 \text{ N}$$

$$p_{Fluid} = \frac{2 \cdot D_{c(xz)}}{(l_{G,F} + l_{KB1,F} + l_{G2,F} + l_{KB3,F}) \cdot t} \quad (12.26)$$

$$p_{Fluid,ex} = 1,187 \text{ N/mm}^2$$

In Modell 5 existiert eine Resultierende $R_{o,starr,\mu}$, sowie $R_{u,starr,\mu}$, welche durch die Belastung des nicht als Fluid wirkenden Betonteils hervorgerufen werden. Ihre Ermittlung erfolgt gemäß Gleichung 12.23 und 12.24. Die Resultierende R_{Fluid} (Formel 12.25) wirkt auf die in Abb. 12.9 blau eingefärbte Fläche, für welche in Kapitel 12.2 die Länge mit $l_{G,F}$ berechnet wurde.

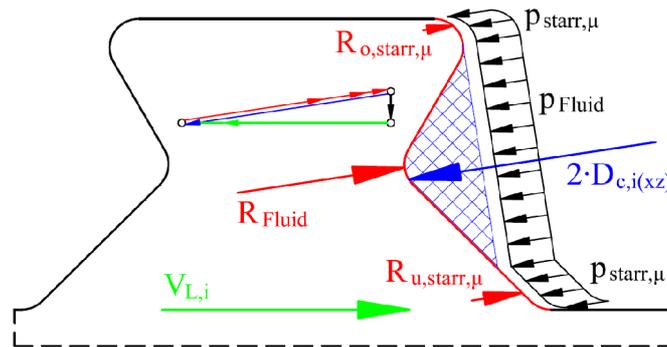


Abb. 12.9: Modell 5 – Dübellasten aus Druckstrebe D_c – exakte Geometrie (aus [3])

Modell 6 – exakt

$$l_{ges,ex} = 125,97 \text{ mm}$$

$$p_{starr,\mu} = \frac{2 \cdot D_{c(xz,h)}}{l_{ges} \cdot t} \quad (12.27)$$

$$p_{starr,\mu,ex} = 0,992 \text{ N/mm}^2$$

Die Ermittlung der Belastung des Modell 6 ist nahezu analog zu der des Modell 1. Es wird lediglich der vertikale Winkel Θ_v der Druckstrebe D_c , sowie die Abtriebskraft aus der Druckstrebe D vernachlässigt.

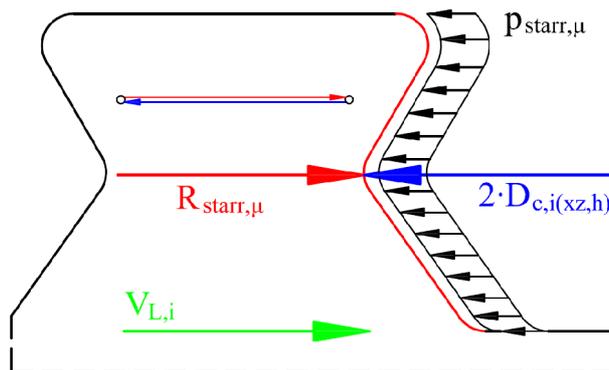


Abb. 12.10: Modell 6 – Dübellasten aus Druckstrebe D_c – exakte Geometrie (aus [3])

Die Abtriebskraft $p_{starr,\mu,ex}$ (siehe Gleichung 12.28) aus der Druckstrebe D ist laut Kapitel 2.5.5 auf beiden Seiten des Dübels entlang der oberen Geraden l_{G1} anzusetzen. Sie wirkt im Winkel γ_v .

Abtriebskraft D

$$p_{starr,\mu,ex} = \frac{2 \cdot D_{(xz)}}{l_{G1} \cdot t} \quad (12.28)$$

$$p_{starr,\mu,ex} = 0,528 \text{ N/mm}^2$$

12.6 Ermittlung der Schnittgrößen

Ziel ist die Ermittlung der Schnittgrößen im Dübelzahn. Dazu ist die Ermittlung einer resultierenden Kraft und deren Angriffspunkt nötig. Der Angriffspunkt kann dabei durch lokale Koordinaten beschrieben werden.

Als erstes wird eine Einheitslast auf den Stahlzahn angesetzt und die Druckstrebenkräfte und die Resultierende $R_{starr,\mu-EL}$ ausgerechnet (Formel 12.1 bis 12.19). Die Einheitslast (Index „EL“) wird mit $\Delta N=100$ kN/Dübel gewählt. Dieser Wert entspricht einer Längsschubkraft von 547 kN/lfm, was im elastischen Bereich des Stahlzahns vor Erreichen der Fließgrenze liegt. Um den Angriffspunkt der Resultierenden bestimmen zu können, muss der Druckpunkt durch Betrachtung des Momentengleichgewichts (siehe Formel 12.30) um den Koordinatenursprung ermittelt werden (siehe Abb. 12.11). Der Koordinatenursprung liegt dabei im Schwerpunkt von Schnitt I.

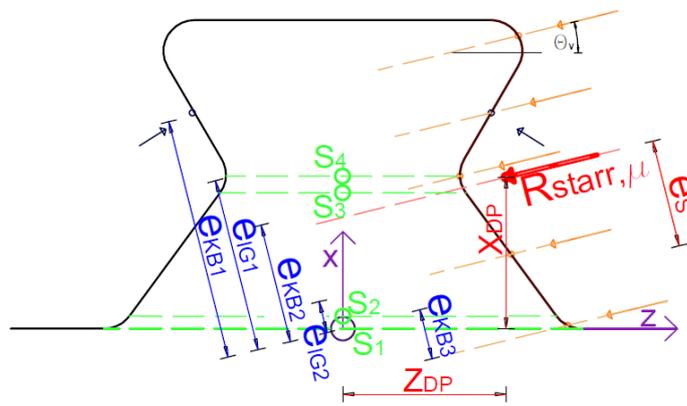


Abb. 12.11: Berechnung der Lage des Angriffspunkts der Resultierenden

Kräfte, welche durch die Druckstrebe D_c verursacht werden (siehe Abb. 12.12), werden getrennt von den durch die Abtriebskraft D verursachten betrachtet. Beide erzeugen die Schnittgrößen N_{EL} , M_{EL} und $V_{L,EL}$. Durch die getroffene Annahme, dass $D_i=D_{i-1}$ gilt, erzeugt die Abtriebskraft D kein Moment M_{EL} .

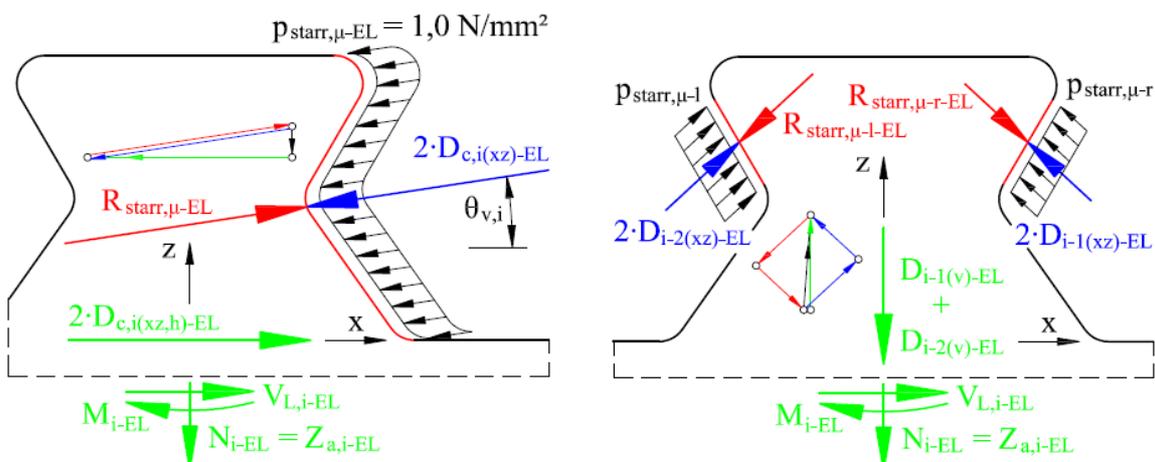


Abb. 12.12: Einheitslasten und daraus resultierende Schnittgrößen (grün) [3]

Die resultierende Kraft $R_{starr,\mu}$ für Modell 1 ergibt sich ohne Berücksichtigung der Abtriebskraft D durch Ansatz einer Längsschubkraft $\Delta N=100$ kN/Dübel aus Gleichung 12.20,

bzw. 12.21. Diese ist in Tab. 12.9 dargestellt.

Modell 1 - auf den DüZahn wirkende Kräfte:

$$R_{starr,\mu,ex} = 102951,0 \text{ N}$$

$$p_{starr,\mu,ex} = 40,863 \text{ N/mm}^2$$

Tab. 12.9: Kräfte auf den Dübelzahn nach Gleichung 12.20

Nun wird die gesamte, gemäß dem Modell 1 angesetzte Kraft proportional auf die Teillängen der Stahlzahnkante aufgeteilt. Die Benennung der Teilresultierenden erfolgt gemäß den zugehörigen Teillängen (Formel 12.29, Tab. 12.10).

$$R_{i,EL} = \frac{R_{starr,\mu} \cdot l_i}{\sum l_i} \quad (12.29)$$

Modell 1 - Ermittlung der Einzelkräfte:

$l_{KB1} =$	20,944 mm	$R_{KB1-EL} =$	17116,556 N
$l_{G1} =$	34,641 mm	$R_{G1-EL} =$	28310,555 N
$l_{KB2} =$	11,519 mm	$R_{KB2-EL} =$	9414,106 N
$l_{G2} =$	49,443 mm	$R_{G2-EL} =$	40407,326 N
$l_{KB3} =$	9,425 mm	$R_{KB3-EL} =$	7702,45 N
$l_{ges} =$	125,972 mm	$R_{starr,\mu} =$	102950,993 N

Tab. 12.10: Ermittlung der einzelnen Resultierenden

Bei Kenntnis der Geometriedaten aus Tab. 12.2 kann die Lage der Teilresultierenden gemäß dem lokalen Koordinatensystem (x_{Di} , z_{Di}), sowie der Abstand e_i (siehe Abb. 12.11) ermittelt werden. Dies geschieht in Tab. 12.11. Der Normalabstand e_s der Resultierenden $R_{starr,\mu}$ vom Koordinatenursprung ergibt sich aus der Momentengleichgewichtsbedingung gemäß Gleichung 12.30.

$$e_s = \frac{\sum R_{i,EL} \cdot e_{i,EL}}{R_{starr,\mu}} \quad (12.30)$$

Modell 1 - Ermittlung der Abstände e_i :

		x_{Di}	z_{Di}
$e_{KB1-EL} =$	78,927	95,0 mm	56,16 mm
$e_{G1-EL} =$	56,702	70,0 mm	47,5 mm
$e_{KB2-EL} =$	39,141	49,477 mm	37,514 mm
$e_{G2-EL} =$	10,608	24,122 mm	53,941 mm
$e_{KB3-EL} =$	-13,531	4,54 mm	75,472 mm
$e_s =$	35,445 mm		

Tab. 12.11: Ermittlung der Abstände e_i mit Hilfe des Momentengleichgewichts

Anschließend werden die Teilresultierenden $R_{i,EL}$ in horizontale Anteile $V_{i,EL}$ und vertikale Anteile $N_{i,EL}$ aufgeteilt (Formel 12.31 und 12.32). Mit Gleichung 12.33 und 12.34 kann dann

die Lage des Druckpunkts der Resultierenden $R_{\text{starr},\mu}$ in Bezug zum lokalen Dübelkoordinatensystem bestimmt werden. Die Berechnung erfolgt in Tab. 12.12.

$$V_{i,EL} = R_{i,EL} \cdot \cos(\Theta_{v,i}) \quad (12.31)$$

$$N_{i,EL} = R_{i,EL} \cdot \sin(\Theta_{v,i}) \quad (12.32)$$

$$x_{DP} = \frac{\sum (V_{i,EL} \cdot x_{Di})}{\sum V_{i,EL}} \quad (12.33)$$

$$z_{DP} = \frac{\sum (N_{i,EL} \cdot z_{Di})}{\sum N_{i,EL}} \quad (12.34)$$

Modell 1 - Ermittlung von x_{DP} und z_{DP} :			
$V_{KB1-EL} =$	16625,926 N	$x_{D1} =$	95,0 mm
$V_{G1-EL} =$	27499,06 N	$x_{D2} =$	70,0 mm
$V_{KB2-EL} =$	9144,259 N	$x_{D3} =$	49,477 mm
$V_{G2-EL} =$	39249,088 N	$x_{D4} =$	24,122 mm
$V_{KB3-EL} =$	7481,667 N	$x_{D5} =$	4,54 mm
$\Sigma V_{i-EL} =$	100000,0 N		
$x_{DP} =$	49,376 mm		
$N_{KB1-EL} =$	4068,792 N	$z_{D1} =$	56,16 mm
$N_{G1-EL} =$	6729,728 N	$z_{D2} =$	47,5 mm
$N_{KB2-EL} =$	2237,836 N	$z_{D3} =$	37,514 mm
$N_{G2-EL} =$	9605,262 N	$z_{D4} =$	53,941 mm
$N_{KB3-EL} =$	1830,956 N	$z_{D5} =$	75,472 mm
$\Sigma N_{i-EL} =$	24472,574 N		
$z_{DP} =$	52,647 mm		

Tab. 12.12: Ermittlung der Abstände x_{DP} und z_{DP} von $R_{\text{starr},\mu}$ vom Koordinatenursprung

Nun kann das Moment in den einzelnen Schnitten 1 bis 4 bestimmt werden (Tab. 12.13). Dabei wird die horizontale Komponente $V_{i,EL}$ der Teilresultierenden mit dem vertikalen Abstand x_{Di} zum Mittelpunkt des jeweiligen Schnitts multipliziert. Die vertikale Komponente $N_{i,EL}$ dreht mit dem Abstand z_{Di} um diesen (siehe Gleichung 12.35). Die Abtriebskräfte D finden hier noch keine Berücksichtigung, da beide symmetrisch auf den Dübelzahn wirken und somit kein Moment entsteht (siehe Abb. 2.6). Es ist darauf zu achten, dass sich in weiter oben liegenden Schnitten die vertikalen Abstände x_{Di} zum Mittelpunkt des jeweiligen Schnitts verändern. Näher am Dübelfuß liegende Teilresultierende können auch negative Momente verursachen (siehe Abb. 12.11).

$$M_{L,i-EL,Sn} = V_{i,EL} \cdot x_{Di} - N_{i,EL} \cdot z_{Di} \quad i = KB_1, L_{G1}, KB_2, L_{G2}, KB_3 \quad n = 1,2,3,4 \quad (12.35)$$

Modell 1 - Ermittlung des Moments $M_{L,i-EL}$ in den Schnitten S1-S4:

Schnitt 1		Schnitt 2	
$M_{L,1-EL,S1}$	= 1350958,6 Nmm	$M_{L,1-EL,S2}$	= 1282424,0 Nmm
$M_{L,2-EL,S1}$	= 1605272,1 Nmm	$M_{L,2-EL,S2}$	= 1491917,0 Nmm
$M_{L,3-EL,S1}$	= 368477,7 Nmm	$M_{L,3-EL,S2}$	= 330783,7 Nmm
$M_{L,4-EL,S1}$	= 428657,9 Nmm	$M_{L,4-EL,S2}$	= 266867,4 Nmm
$M_{L,5-EL,S1}$	= -104219,5 Nmm	$M_{L,5-EL,S2}$	= -135060,0 Nmm
$M_{L-EL,S1}$	= 3649146,9 Nmm	$M_{L-EL,S2}$	= 3236932,1 Nmm

Schnitt 3		Schnitt 4	
$M_{L,1-EL,S3}$	= 617387,0 Nmm	$M_{L,1-EL,S4}$	= 519662,3 Nmm
$M_{L,2-EL,S3}$	= 391954,6 Nmm	$M_{L,2-EL,S4}$	= 230319,1 Nmm
$M_{L,3-EL,S3}$	= -34986,6 Nmm	$M_{L,3-EL,S4}$	= -88735,2 Nmm
$M_{L,4-EL,S3}$	= -1303096,1 Nmm	$M_{L,4-EL,S4}$	= -1533796,5 Nmm
$M_{L,5-EL,S3}$	= -434326,7 Nmm	$M_{L,5-EL,S4}$	= -478302,8 Nmm
$M_{L-EL,S3}$	= -763067,9 Nmm	$M_{L-EL,S4}$	= -1350853,1 Nmm

Tab. 12.13: Ermittlung des Moments in den Schnitten 1 bis 4

Zur Berechnung der in den Schnitten wirkenden Normalkraft muss die vertikale Abtriebskraft berücksichtigt werden. Dies geschieht mittels Gleichung 12.36. D_v ist dabei der vertikale Anteil der Abtriebskraft auf eine Dübelseite nach Gleichung 12.14. Er ist wegen der zwei Druckstreben D , die aufeinander treffen, zu verdoppeln. Da dieser sowohl von der linken, als auch von der rechten Seite auf den Dübel wirkt, gilt:

$$N_{EL,D} = 2 \cdot (2 \cdot D_v) \quad n=1,2,3,4 \quad (12.36)$$

Der Angriffspunkt der Abtriebskraft D liegt oberhalb des Schnitts 4. Die Normalkräfte, verursacht durch diese Auftriebskraft D , sind somit für jeden Schnitt konstant. Es gilt:

$$N_{EL,D} = 24472,57 \text{ N} \quad (12.37)$$

Tab. 12.14 enthält eine Zusammenfassung der Schnittgrößen auf Höhe der Schnitte 1 bis 4. Sie basiert auf Gleichung 12.38 bis 12.42.

$$N_{EL,S1} = N_{EL,D} + (-1) \cdot (N_{KB1,EL} + N_{G1,EL} + N_{KB2,EL} + N_{G2,EL} + N_{KB3,EL}) \quad (12.38)$$

$$N_{EL,S2} = N_{EL,D} + (-1) \cdot (N_{KB1,EL} + N_{G1,EL} + N_{KB2,EL} + N_{G2,EL}) \quad (12.39)$$

$$N_{EL,S3} = N_{EL,D} + (-1) \cdot (N_{KB1,EL} + N_{G1,EL} + N_{KB2,EL}) \quad (12.40)$$

$$N_{EL,S4} = N_{EL,D} + (-1) \cdot (N_{KB1,EL} + N_{G1,EL} + \frac{N_{KB2,EL} \cdot l_{KB2,o}}{l_{KB2}}) \quad (12.41)$$

Die Normalkraft N setzt sich somit immer aus der Komponente der Abtriebskraft D ($N_{EL,D}$) und den Normalkräften, resultierend aus der Druckstrebe D_c oberhalb des jeweiligen Schnitts, zusammen.

Ebenso setzt sich die übertragene Längsschubkraft $V_{EL,Si}$ in einem Schnitt aus den angreifenden Horizontalkräften oberhalb des jeweiligen Schnitts zusammen:

$$V_{EL,S1} = V_{KB1,EL} + V_{G1,EL} + V_{KB2,EL} + V_{G2,EL} + V_{KB3,EL} \quad (12.42)$$

$$V_{EL,S2} = V_{KB1,EL} + V_{G1,EL} + V_{KB2,EL} + V_{G2,EL} \quad (12.43)$$

$$V_{EL,S3} = V_{KB1,EL} + V_{G1,EL} + V_{KB2,EL} \quad (12.44)$$

$$V_{EL,S4} = V_{KB1,EL} + V_{G1,EL} + \frac{V_{KB2,EL} \cdot l_{KB2,o}}{l_{KB2}} \quad (12.45)$$

Das Moment jedes Schnitts $M_{EL,Si}$ wird direkt Tab. 12.13 entnommen:

$$M_{EL,Si} = \sum M_{L,i-EL,Si} \quad i=1,2,3,4 \quad (12.46)$$

Modell 1 - Zusammenfassung der Schnittgrößen:			
	Schnitt 1		Schnitt 2
$N_{EL,S1} =$	0,0 N	$N_{EL,S2} =$	1831,0 N
$V_{EL,S1} =$	100000,0 N	$V_{EL,S2} =$	92518,3 N
$M_{EL,S1} =$	3649146,9 Nmm	$M_{EL,S2} =$	3236932,1 Nmm

	Schnitt 3		Schnitt 4
$N_{EL,S3} =$	11436,2 N	$N_{EL,S4} =$	12656,9 N
$V_{EL,S3} =$	53269,2 N	$V_{EL,S4} =$	48281,5 N
$M_{EL,S3} =$	-763067,9 Nmm	$M_{EL,S4} =$	-1350853,1 Nmm

Tab. 12.14: Zusammenfassung der Schnittgrößen – Modell 1

Wie in Tab. 12.14 zu erkennen ist, ergibt sich die Normalkraft $N_{EL,S1}$ im Schnitt 1 zu Null. Dies folgt aus dem Umstand, dass innerhalb des Versuchskörpers keine Längsschubkraftdifferenz zwischen den beiden benachbarten Dübeln auftritt. Dadurch muss die vertikale Kraftkomponente der Abtriebskraft D im Gleichgewicht mit der vertikalen Komponente von $R_{starr,\mu}$ stehen.

Die Schnittgrößen zufolge der Einheitslast "EL" von 100 kN/Dübel sind für Modell 5 und 6 in Tab. 12.15 und Tab. 12.16 angegeben. In Modell 5 ist die Normalkraft im Schnitt 1 nicht exakt Null, da der Fluidbereich den unteren Kreisbogen KB_{unten} um 3,6 mm überlappt. Somit wird eine Druckkraft von 1,9 kN außerhalb des Dübelzahns auf den Dübelfuß aufgebracht. Wird diese Druckkraft von der Normalkraft $N_{EL,S1}$ abgezogen, ergibt sich die Vertikalkomponente in Schnitt 1 zu Null. Dies resultiert auch aus den Gleichgewichtsbedingungen. In Schnitt 6 ergibt sich in jedem Schnitt die Vertikalkraft N zu Null, da sämtliche Vertikalkomponenten vernachlässigt wurden.

Modell 5 - Zusammenfassung der Schnittgrößen:

	Schnitt 1		Schnitt 2
$N_{EL,S1} =$	1891,7 N	$N_{EL,S2} =$	12870,4 N
$V_{EL,S1} =$	100915,9 N	$V_{EL,S2} =$	84577,2 N
$M_{EL,S1} =$	2831721,6 Nmm	$M_{EL,S2} =$	2466332,4 Nmm

	Schnitt 3		Schnitt 4
$N_{EL,S3} =$	40468,5 N	$N_{EL,S4} =$	40156,2 N
$V_{EL,S3} =$	46591,8 N	$V_{EL,S4} =$	40633,3 N
$M_{EL,S3} =$	-1079287,9 Nmm	$M_{EL,S4} =$	-1600303,8 Nmm

Tab. 12.15: Zusammenfassung der Schnittgrößen – Modell 5**Modell 6 - Zusammenfassung der Schnittgrößen:**

	Schnitt 1		Schnitt 2
$N_{EL,S1} =$	-0,0 N	$N_{EL,S2} =$	-0,0 N
$V_{EL,S1} =$	100000,0 N	$V_{EL,S2} =$	92518,3 N
$M_{EL,S1} =$	4937562,7 Nmm	$M_{EL,S2} =$	4525348,0 Nmm

	Schnitt 3		Schnitt 4
$N_{EL,S3} =$	-0,0 N	$N_{EL,S4} =$	-0,0 N
$V_{EL,S3} =$	53269,2 N	$V_{EL,S4} =$	48281,5 N
$M_{EL,S3} =$	525348,0 Nmm	$M_{EL,S4} =$	-62437,3 Nmm

Tab. 12.16: Zusammenfassung der Schnittgrößen – Modell 6

Zusammenfassend sind in Tab. 12.17 Koordinaten des resultierenden Druckpunkts bezüglich des lokalen Dübelzahnkoordinatensystems angegeben (siehe Abb. 12.11). Bei Modell 5 und Modell 6 erfolgt die Ermittlung analog zur soeben gezeigten Vorgehensweise.

	Koordinaten des Druckpunkts der Resultierenden $R_{starr,\mu}$ (siehe Abb. 12.11)	
	x_{DP}	z_{DP}
Modell 1	49,4 mm	52,7 mm
Modell 5	41,1 mm	58,1 mm
Modell 6	49,4 mm	52,7 mm

Tab. 12.17: Druckpunktkoordinaten

12.7 Querschnittsinteraktion nach Huber, Mises, Hencky

Als nächstes folgt die Berechnung der plastischen Querschnittswiderstände auf Basis der Vergleichsspannung nach Huber, Mises und Hencky (siehe Tab. 12.18). Dazu werden Geometriedaten der Schnitte 1 bis 4 nach Abb. 12.3 aus Tab. 12.5 verwendet. Die einwirkenden Schnittgrößen werden Tab. 12.14 entnommen.

Pro Schnitt soll der maximal mögliche Laststeigerungsfaktor χ , bei dem im gesamten Rechteckquerschnitt Fließen eintritt, ermittelt werden. Zu berücksichtigen sind hierbei die Interaktionsbeziehungen für kombinierte Beanspruchung aus Biegung, Normalkraft und Querkraft.

Nachfolgend beschreibt A die Querschnittsfläche des jeweiligen Schnitts, f_y die Fließgrenze und $b_{Sn,ve}$ die Breite des Dübelzahns auf Höhe des Schnitts n :

$$M_{pl,Sn} = \frac{b_{Sn,ve} \cdot t}{4} \cdot f_y \quad n=1,2,3,4 \quad (12.47)$$

$$V_{pl,Sn} = \frac{A \cdot f_y}{\sqrt{3}} \quad n=1,2,3,4 \quad (12.48)$$

$$N_{pl,Sn} = A \cdot f_y \quad n=1,2,3,4 \quad (12.49)$$

$$\eta = \sqrt{1 - \left(\frac{V_{EL,Sn}}{V_{pl,Sn}} \right)^2} \quad n=1,2,3,4 \quad (12.50)$$

$$M_{pl,V,Sn} = M_{pl,Sn} \cdot \eta \quad n=1,2,3,4 \quad (12.51)$$

$$N_{pl,V,Sn} = N_{pl,Sn} \cdot \eta \quad n=1,2,3,4 \quad (12.52)$$

$$\frac{M_{EL,Sn}}{M_{pl,V,Sn}} + \left(\frac{N_{EL,Sn}}{N_{pl,V,Sn}} \right)^2 \leq 1 \quad n=1,2,3,4 \quad (12.53)$$

Bei Einführung eines Laststeigerungsfaktors χ ergibt sich gemäß [3]:

$$M_{pl,V,Sn} = \frac{b_{Sn,ve} \cdot t}{4} \cdot f_y \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{V_{EL,Sn} \cdot \chi_{Sn}}{V_{pl,Sn}} \right)^2} \quad n=1,2,3,4 \quad (12.54)$$

$$N_{pl,V,Sn} = A \cdot f_y \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{V_{EL,Sn} \cdot \chi_{Sn}}{V_{pl,Sn}} \right)^2} \quad n=1,2,3,4 \quad (12.55)$$

$$\frac{M_{EL,Sn} \cdot \chi_{Sn}}{M_{pl,V,Sn}} + \left(\frac{N_{EL,Sn} \cdot \chi_{Sn}}{N_{pl,V,Sn}} \right)^2 = 1 \quad n=1,2,3,4 \quad (12.56)$$

Der Laststeigerungsfaktor für die einzelnen Schnitte kann nun in Abhängigkeit von der Einwirkungskombination und der Querschnittswiderstände iterativ oder analytisch bestimmt werden. Die analytische Lösung von Gleichung 12.56 führt auf sechs Ergebnisse, wovon drei positiv sind. χ_{Sn} ergibt sich als Minimum der drei Werte. Die zugehörigen Gleichungen sind in Anhang A dargestellt.

Modell 1 –plastische Längsschubtragfähigkeit nach Huber, Mises und Hencky:

Blechdicke	$t =$	20,00 mm
Breite Schnitt 1 (vereinfachte Geometrie)	$b_{S1,ve} =$	144,56 mm
Breite Schnitt 2 (vereinfachte Geometrie)	$b_{S2,ve} =$	138,57 mm
Breite Schnitt 3 (vereinfachte Geometrie)	$b_{S3,ve} =$	80,45 mm
Breite Schnitt 4 (vereinfachte Geometrie)	$b_{S4,ve} =$	71,91 mm
Fließgrenze	$f_y =$	384 N/mm ²

Schnitt 1		Schnitt 2		Schnitt 3		Schnitt 4	
$V_{EL,S1} =$	100000,0 N	$V_{EL,S2} =$	92518,3 N	$V_{EL,S3} =$	53269,2 N	$V_{EL,S4} =$	48281,5 N
$N_{EL,S1} =$	0,0 N	$N_{EL,S2} =$	1831,0 N	$N_{EL,S3} =$	11436,2 N	$N_{EL,S4} =$	12656,9 N
$A_{S1} =$	2891,205 mm ²	$A_{S2} =$	2771,408 mm ²	$A_{S3} =$	1608,940 mm ²	$A_{S4} =$	1438,120 mm ²
$V_{pl,S1} =$	640987,4 N	$V_{pl,S2} =$	614428,1 N	$V_{pl,S3} =$	356706,1 N	$V_{pl,S4} =$	318834,8 N
$\eta_{S1} =$	0,988	$\eta_{S2} =$	0,989	$\eta_{S3} =$	0,989	$\eta_{S4} =$	0,988
$M_{pl,S1} =$	40123514,1 Nmm	$M_{pl,S2} =$	36867377,0 Nmm	$M_{pl,S3} =$	12425704,8 Nmm	$M_{pl,S4} =$	9927304,9 Nmm
$M_{pl,V,S1} =$	39632225,0 Nmm	$M_{pl,V,S2} =$	36447029,4 Nmm	$M_{pl,V,S3} =$	12286368,3 Nmm	$M_{pl,V,S4} =$	9812821,5 Nmm
$N_{pl,S1} =$	1110222,7 N	$N_{pl,S2} =$	1064220,8 N	$N_{pl,S3} =$	617833,0 N	$N_{pl,S4} =$	552238,0 N
$N_{pl,V,S1} =$	1096628,6 N	$N_{pl,V,S2} =$	1052086,9 N	$N_{pl,V,S3} =$	610904,9 N	$N_{pl,V,S4} =$	545869,5 N
$\chi_{S1} =$	5,538	$\chi_{S2} =$	5,737	$\chi_{S3} =$	6,117	$\chi_{S4} =$	4,852
$V_{max,S1} =$	3026,01 kN/lfm	$V_{max,S2} =$	3134,72 kN/lfm	$V_{max,S3} =$	3342,57 kN/lfm	$V_{max,S4} =$	2651,53 kN/lfm

Tab. 12.18: Ermittlung der plastischen Längsschubtragfähigkeit nach Huber, Mises und Hencky

In Tab. 12.18 werden die Eingangsschnittgrößen aus Tab. 12.14 des vorherigen Kapitels übernommen (blau eingefärbt). Es handelt sich dabei um die angesetzte Einheitslast von 100 kN/Dübel. Die Berechnung erfolgt für jeden Schnitt separat in einer Spalte. Zuerst wird die plastische Schnittgröße $V_{pl,Sn}$ ermittelt. Darauf folgt die Berechnung des plastischen Moments $M_{pl,Sn}$, welches unter Berücksichtigung von $V_{EL,Sn}$ zu $M_{pl,V,Sn}$ abgemindert wird. Ebenso wird darunter $N_{pl,Sn}$ zu $N_{pl,V,Sn}$ abgemindert.

Wird die auf den jeweiligen Schnitt n angesetzte Einheitslast mit dem jeweiligen Laststeigerungsfaktor χ_{Sn} multipliziert, so erhält man den grün eingefärbten Wert $V_{max,Sn}$. Dies ist die maximal übertragbare Längsschubkraft im Schnitt n . Dabei erreicht der Schnitt laut der Methode der Vergleichsspannung von Huber, Mises und Hencky auf der gesamten Länge die Fließgrenze f_y .

Die minimal übertragbare Längsschubkraft ergibt sich für Schnitt 4 zu 2651,5 kN/lfm. Der zugehörige Laststeigerungsfaktor χ beträgt 4,86. Es ist der Schnitt mit der geringsten Querschnittsfläche A . Dass das Versagen in Schnitt 4 eintritt, entspricht den FE-Analysen. Allerdings ist die übertragbare Längsschubkraft nach Huber, Mises und Hencky mit rund 90,4% der maximalen Längsschubkraft der FE-Analysen etwas geringer.

Diese Berechnung wird ebenfalls für Modell 5 und 6 gemacht. Deren Ergebnisse sind in Tab. 12.20 mit darauffolgender Interpretation zusammengefasst.

12.8 Querschnittsinteraktion nach EC 3

Für die Ermittlung der plastischen Längsschubtragfähigkeit nach EC 3 [8] (Tab. 12.19) sind weiters folgende Beziehungen nötig:

$$\rho_{S_n} = \left(\frac{2 \cdot V_{EL,S_n}}{V_{pl,S_n}} - 1 \right)^2 \quad n=1,2,3,4 \quad (12.57)$$

$$M_{pl,V}(x) = 0,25 \cdot b_{S_n,ve}(x) \cdot [1 - \rho] \cdot A \cdot f_y \quad n=1,2,3,4 \quad (12.58)$$

$$N_{pl,V,S_n} = [1 - \rho] \cdot A \cdot f_y \quad n=1,2,3,4 \quad (12.59)$$

Die Ermittlung des Laststeigerungsfaktors χ erfolgt ebenfalls mittels Gleichung 12.56. χ besitzt in diesem Fall 2 mögliche Lösungen, welche in Anhang A angeführt sind. Es ist das Minimum beider Lösungen heranzuziehen.

Modell 1 –plastische Längsschubtragfähigkeit nach EC3:							
Schnitt 1		Schnitt 2		Schnitt 3		Schnitt 4	
$\rho_{S1} =$	0,473	$\rho_{S2} =$	0,488	$\rho_{S3} =$	0,492	$\rho_{S4} =$	0,486
$M_{pl,V,S1} =$	21132318,4 Nmm	$M_{pl,V,S2} =$	19677125,5 Nmm	$M_{pl,V,S3} =$	11346027,2 Nmm	$M_{pl,V,S4} =$	10258340,6 Nmm
$N_{pl,V,S1} =$	584733,9 N	$N_{pl,V,S2} =$	544468,5 N	$N_{pl,V,S3} =$	313946,0 N	$N_{pl,V,S4} =$	283849,6 N
$\chi_{S1} =$	5,476	$\chi_{S2} =$	5,673	$\chi_{S3} =$	5,950	$\chi_{S4} =$	5,079
$V_{max,S1} =$	2992,18 kN/lfm	$V_{max,S2} =$	3099,83 kN/lfm	$V_{max,S3} =$	3251,46 kN/lfm	$V_{max,S4} =$	2775,53 kN/lfm

Tab. 12.19: Ermittlung der plastischen Längsschubtragfähigkeit nach EC 3 [8]

In Tab. 12.19 wird die Berechnung der plastischen Längsschubtragfähigkeit nach Eurocode 3 durchgeführt. Sie erfolgt für jeden Schnitt n separat und mit den selben (blau eingefärbten) Eingangswerten aus Tab. 12.18. Es wird der Abminderungsfaktor ρ_{S_n} ermittelt. Mit diesem erfolgt die Abminderung der vollplastischen Schnittgrößen M_{pl,S_n} und N_{pl,S_n} aus Tab. 12.18.

Die geringste übertragbare Längsschubkraft bildet sich wie bei der Berechnung nach Huber, Mises und Hencky in Schnitt 4 aus. Sie beträgt mit 2775,5 kN/lfm rund 95% der Längsschubkraft der FE-Analysen. Die Ergebnisse, resultierend aus der Ermittlung nach EC 3 und nach Huber, Mises und Hencky, liegen nahe beieinander.

Die übertragbare Längsschubkraft ergibt sich aus dem Minimum der errechneten Längsschubtragfähigkeiten der Schnitte 1-4 (siehe Gleichung 12.60). Dieses Minimum ist in folgender Tab. 12.20 rot eingefärbt.

$$V_{max} = \min[\chi_{S_n} \cdot V_{EL,S_n}] \quad n=1,2,3,4 \quad (12.60)$$

		ermittelte Längsschubkraft V_{\max} nach	
		Huber, Mises, Hencky	EC 3
Modell 1	Schnitt 1	3026 kN/lfm	2992,2 kN/lfm
	Schnitt 2	3134,7 kN/lfm	3099,8 kN/lfm
	Schnitt 3	3342,6 kN/lfm	3251,5 kN/lfm
	Schnitt 4	2651,5 kN/lfm	2775,5 kN/lfm
Modell 5	Schnitt 1	3195,9 kN/lfm	3109,9 kN/lfm
	Schnitt 2	3581,3 kN/lfm	3504,0 kN/lfm
	Schnitt 3	3134,9 kN/lfm	3234,9 kN/lfm
	Schnitt 4	2456,9 kN/lfm	2721,5 kN/lfm
Modell 6	Schnitt 1	2750,1 kN/lfm	2811,9 kN/lfm
	Schnitt 2	2812,9 kN/lfm	2889,5 kN/lfm
	Schnitt 3	3520,8 kN/lfm	3400,2 kN/lfm
	Schnitt 4	3605,5 kN/lfm	3571,1 kN/lfm

Tab. 12.20: Zusammenfassung der Koordinaten des res. Druckpunkts, bzw. der Längsschubtragfähigkeit für die verschiedenen Modelle

Zusammenfassend ist in Tab. 12.20 die rechnerische Längsschubtragfähigkeit für die verschiedenen Belastungsmodelle dargestellt.

Die durch Handrechnung nach Huber, Mises und Hencky ermittelte Längsschubtragfähigkeit nach Modell 5 weist die geringste Traglast auf. Dabei ist, wie auch für Modell 1, Schnitt 4 maßgebend. Für Modell 6 ist Schnitt 1 der maßgebende.

Die aufnehmbare Last im Schnitt 1 liegt bei jedem Modell unter der des Schnitts 2. Die von Schnitt 1 aufnehmbare Grenzlast des Modell 1 und Modell 5 gibt die aus dem Betonmodell stammende Grenzlast am besten wieder. Bei der Ermittlung nach EC 3 und nach Huber, Mises und Hencky liegen die Traglasten des Schnitts 4 unter denen des Schnitts 1. Das deutet auf eine Unterschätzung der plastischen Grenztraglast durch Betrachtung des maßgebenden Schnitts 4 in Modell 1 und Modell 5 hin.

13 Ingenieurmodelle – Modellbildung elastische Grenztragfähigkeit

13.1 Allgemeines

Bei den folgenden Modellbildungsansätzen soll die elastische Spannung entlang des Schnitts 1 dargestellt werden. Dieser Schnitt wird gewählt, da dessen plastische Tragfähigkeit bei händischer Ermittlung sowohl nach Huber, Mises und Hencky, als auch nach EC 3 [11], in allen Modellen für die Traglast den Ergebnissen der FE-Analysen ($P_{\max}=2932$ kN/lfm) am nächsten kommt. Dies ist aus Tab. 12.20 ersichtlich.

Ziel ist, für jedes Belastungsmodell 1, 5 und 6, die elastische Grenztragfähigkeit zu ermitteln. Das ist diejenige Last, bei der in der ersten Faser die Fließgrenze erreicht wird. Diese Belastung kann dann mit der des Zeitpunkts „ t_0 “ der FE-Analyse verglichen werden. Durch eine möglichst realitätsgetreue Nachbildung des Spannungsverlaufs in Schnitt 1 sollen sich diese Lasten weitgehend gleichen. Wichtig ist insbesondere der Vergleich der Randspannungen am belasteten Dübelzahnrand.

Dazu werden verschiedene Ingenieurmodelle auf Basis der in den FE-Analysen gemachten Beobachtungen entwickelt. Ihr vorrangiges Ziel gilt dabei der Beschreibung der elastischen Tragfähigkeit. Zusätzlich soll der Verlauf der Spannungen in Schnitt 1 angenähert werden. Diese Ingenieurmodelle werden mit der Abkürzung „N1“ bis „N4“ bezeichnet. Als Grundlage dienen dabei die Modelle 1, 5 und 6 nach Petraschek [3].

13.2 Berechnung des elastischen Widerstandes – Näherungsmodell N1

Da die Vorgehensweise in allen Modellen 1, 5 und 6 analog abläuft, wird sie hier nur für das Belastungsmodell 1 gezeigt. Veranschaulicht wird die Vorgehensweise durch Abb. 13.1.

Grundlage für die Spannungsermittlung bildet die elastische Biegelehre. Spannungen zufolge Normalkraft werden konstant über die Dübellänge aufgenommen. Spannungen zufolge Biegung haben unter Annahme der Gültigkeit der Bernoulli-Hypothese einen linearen Verlauf. Der Schubverlauf wird in Modell A als konstant, in Modell B als dreieckförmig angenommen. Der dreieckförmige Verlauf wird gewählt, um mit den FE-Ergebnissen eine bessere Übereinstimmung zu erzielen. Die Schubkraft wird zuerst dort aufgenommen, wo sie entsteht, also an der belasteten Kante des Stahlzahns. Dies zeigen auch die FE-Analysen, wo die Vergleichsspannung nach Mises dort deutlich schneller bis zur Fließgrenze ansteigt. Erst nach Erreichen der Fließgrenze werden Schubspannungen auf die lastabgewandte Seite umgelagert (siehe Kapitel 6.2).

Für die Berechnung des Näherungsmodells N1 wird die Lage und Größe der Resultierenden $R_{\text{starr},\mu}$ benötigt. Deren Größe wird für die Modelle 1, 5 und 6 in Abhängigkeit von der einwirkenden Längsschubkraft analog zu Kapitel 12.4 und 12.5 berechnet. Dort erfolgt auch die Ermittlung der dabei vorhandenen Abtriebskraft D . Die Lage von $R_{\text{starr},\mu}$ kann Tab. 12.17 entnommen werden.

Durch Formulieren von Gleichgewichtsbedingungen in Gleichung 13.1, 13.2, sowie 13.3, kann

auf einfache Weise die vom Dübelzahn übertragene Längsschubkraft, sowie Normalkraft bestimmt werden. Die verwendeten Parameter wurden bereits in Abb. 12.11 definiert.

$$N = 2 \cdot (2 \cdot D_{xz}) \cdot \sin \gamma_v - R_{starr, \mu} \cdot \sin \Theta_v \quad (13.1)$$

$$V = R_{starr, \mu} \cdot \cos \Theta_v \quad (13.2)$$

$$M = R_{starr, \mu} \cdot e_s \quad (13.3)$$

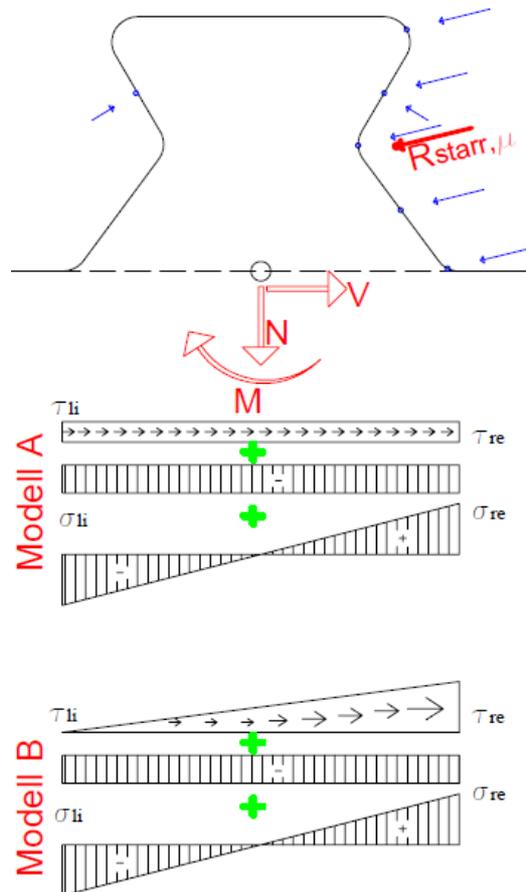


Abb. 13.1: schematische Spannungsverteilung Näherungsmodell N1 (Modell A und B)

In Abb. 11.13 ist schematisch die Spannungsverteilung des Näherungsmodells N1 zu sehen. Diese ist jeweils für Modell A mit Annahme eines konstanten Schubverlaufs und für Modell B mit Annahme eines dreieckförmigen Schubverlaufs skizziert. Die Spannungen σ_{re} und σ_{li} in Abb. 11.13 setzen sich aus einem Anteil zufolge Moment und einem Anteil zufolge Normalkraft zusammen. Sie werden elastisch nach Gleichung 13.6 und 13.7 berechnet, ohne Berücksichtigung des Schubflusses. $A_{SI,ve}$ bezeichnet dabei die Querschnittsfläche des Schnitts 1 unter Berücksichtigung der vereinfachten Geometrieparameter.

$$I_{SI} = \frac{t \cdot l_{SI,ve}^3}{12} \quad (13.4)$$

$$z_{li} = \frac{-l_{SI,ve}}{2} \quad z_{re} = \frac{l_{SI,ve}}{2} \quad (13.5)$$

$$\sigma_{li} = \frac{N}{A_{SI,ve}} + \frac{M}{I_{SI}} \cdot z_{li} \quad (13.6)$$

$$\sigma_{re} = \frac{N}{A_{SI,ve}} + \frac{M}{I_{SI}} \cdot z_{re} \quad (13.7)$$

Um die Schubkraft bei Modell A unter Annahme eines konstanten Verlaufs miteinzubeziehen, wird Gleichung 13.8 angewandt.

$$\tau = \frac{V}{A_{SI,ve}} \quad (13.8)$$

Die Vergleichsspannung nach Mises vereinfacht sich bei ebenem Spannungszustand, sowie Vorhandensein von nur einer Hauptspannung zu Gleichung 13.9 bzw. 13.10.

$$\sigma_{V,li} = \sqrt{\sigma_{li}^2 + 3 \cdot \tau^2} \quad (13.9)$$

$$\sigma_{V,li} = \sqrt{\sigma_{re}^2 + 3 \cdot \tau^2} \quad (13.10)$$

Zur Abbildung des dreieckförmigen Schubverlaufs in Modell B gelten Gleichung 13.11 und 13.12. Gleichung 13.9 und 13.10 sind bei diesem sinngemäß anzuwenden.

$$\tau_{li} = 0 \quad (13.11)$$

$$\tau_{re} = 2 \cdot \tau \quad (13.12)$$

In Tab. 13.2, Tab. 13.4 und Tab. 13.6 ist das deutlich schnellere Erreichen der Fließgrenze $f_y = 384 \text{ N/mm}^2$ an der äußersten Faser der belasteten Kante bei Ansatz des dreieckförmigen Schubverlaufes (Modell B) zu erkennen. Bei Belastungsmodell 1 tritt Fließen bei einer Längsschubkraft von $P_{\max,el,M1} = 1604 \text{ kN/lfm}$ ein. Bei Modell 5 liegt die elastische Grenzlast bei $P_{\max,el,M5} = 1770 \text{ kN/lfm}$, bei Modell 6 bei $P_{\max,el,M6} = 1510 \text{ kN/lfm}$. Diese Ergebnisse liegen im elastischen Bereich der Dübelkennlinie der Push-Out Versuche in [3]. Allerdings überschreiten diese Lasten die in der FE-Analyse ermittelte Last bei Erreichen der Fließgrenze zum Zeitpunkt t_0 . Die Überschreitung beträgt ungefähr 600 kN/lfm , das entspricht einer Abweichung von 60% .

Wird hingegen ein konstanter Schubverlauf angenommen, führt dies zu einer noch stärkeren Überschätzung der elastischen Grenzlast. Die Vergleichsspannung am linken, sowie am rechten Rand des Schnitts 1 erreicht die Fließgrenze erst nach Steigerung des Längsschubes V um rund 700 bis 1000 kN/lfm . Dies entspricht weder dem realen Versuch, noch den FE-Analysen.

$P_{\max,el,M1}$ [kN/lfm]	Modell 1	Abtriebskraft	Schnitt 1 im Stahlzahn:		
	$R_{starr,\mu}$ [N]	$2 \cdot D_{(v)}$ [N]	N [N]	V [N]	M [kNcm]
2600,0	489840,8	58220,3	0,0	475800,0	1736,5
2636,6	496736,3	59039,8	0,0	482497,8	1760,9
2700,0	508680,9	60459,5	0,0	494100,0	1803,3
1600,0	301440,5	35827,8	0,0	292800,0	1068,6
1604,6	302307,1	35930,9	0,0	293641,8	1071,7
1700,0	320280,5	38067,1	0,0	311100,0	1135,4

Tab. 13.1: Schnittgrößen und Vertikalspannung bei verschiedenen Laststufen – Modell 1

In Tab. 13.1 ist für die iterativ bestimmte Längsschubkraft $P_{\max,el,M1}$ die Größe der Resultierenden $R_{starr,\mu}$ und die Abtriebskraft D angegeben. Die dazugehörigen Schnittgrößen entlang des Schnitts 1, N, V und M, sind rot eingefärbt.

$P_{\max,el,M1}$ [kN/lfm]	Schubfluss					
	Modell A					
	σ_{li} [N/mm ²]	σ_{re} [N/mm ²]	τ [N/mm ²]	$\sigma_{V,li}$ [N/mm ²]	τ [N/mm ²]	$\sigma_{V,re}$ [N/mm ²]
2600,0	-249,3	249,3	164,6	378,7	164,6	378,7
2636,6	-252,8	252,8	166,9	384,0	166,9	384,0
2700,0	-258,9	258,9	170,9	σ_v	170,9	σ_v
	Modell B					
	σ_{li} [N/mm ²]	σ_{re} [N/mm ²]	τ_{li} [N/mm ²]	$\sigma_{V,li}$ [N/mm ²]	τ_{re} [N/mm ²]	$\sigma_{V,re}$ [N/mm ²]
	1600,0	-153,4	153,4	0,0	153,4	202,5
1604,6	-153,8	153,8	0,0	153,8	203,1	384,0
1700,0	-163,0	163,0	0,0	163,0	215,2	σ_v

Tab. 13.2: Schubfluss τ nach Modell A/B und Vergleichsspannung nach Mises bei verschiedenen Laststufen – Modell 1

In Tab. 13.2 ist die Schubspannung τ bei Annahme eines konstanten Schubverlaufs gemäß Modell A und eines dreieckförmigen Schubverlaufs gemäß Modell B angegeben. Weiters wurden die sich ergebenden Vergleichsspannungen ermittelt. Die Auswertung erfolgt für den linken (Index „li“) und den rechten (Index „re“) Rand von Schnitt 1. In der zweiten und dritten Spalte sind die durch Gleichung 13.6 und 13.7 ermittelten Vertikalspannungen zufolge der Normkraft N und des einwirkenden Moments M angegeben.

Die Ermittlung der Längsschubkraft $P_{\max,el,M1}$ erfolgt iterativ, bis am rechten oder linken Stahlzahnrand die Fließgrenze von $f_y=384$ N/mm² erreicht ist. Daher ist in den Tab. 13.1 bis Tab. 13.6 ein oberer und unterer Wert der Längsschubkraft angegeben.

Bei Modell 1 und Anwendung von Modell B gerät die erste Faser bei einer um ca. 1000 kN/lfm geringeren Schubkraft als bei Anwendung von Modell A ins Fließen.

$P_{\max,el,M5}$ [kN/lfm]	Modell 5		Abtriebskraft	Schnitt 1 im Stahlzahn:		
	$R_{o,star,\mu}$ [N]	R_{Fluid} [N]	$2 \cdot D_{(v)}$ [N]	N [N]	V [N]	M [kNcm]
2800,0	64755,3	462765,6	62698,7	69104,7	462762,4	1554,1
2895,8	66969,9	478592,2	64843,0	71468,0	478588,8	1607,2
2900,0	67067,9	479293,0	64938,0	71572,7	479289,6	1609,6
1700,0	39315,7	280964,8	38067,1	41956,4	280962,9	943,5
1771,4	40966,3	292760,4	39665,2	43717,8	292758,3	983,2
1800,0	41628,4	297492,2	40306,3	44424,4	297490,1	999,0

Tab. 13.3: Schnittgrößen und Vertikalspannung bei verschiedenen Laststufen – Modell 5

Die Rechenschritte werden für Modell 5 wiederholt. Dabei tritt (gemäß Kapitel 12.5) eine zweite Resultierende $R_{o,star,\mu}$ auf.

$P_{\max,el,M5}$ [kN/lfm]	Schubfluss					
	Modell A					
	σ_{li} [N/mm ²]	σ_{re} [N/mm ²]	τ [N/mm ²]	$\sigma_{V,li}$ [N/mm ²]	τ [N/mm ²]	$\sigma_{V,re}$ [N/mm ²]
2800,0	-199,2	247,0	160,1	341,4	160,1	371,3
2895,8	-206,0	255,4	165,5	353,0	165,5	384,0
2900,0	-206,3	255,8	165,8	353,6	165,8	σ_v
	Modell B					
	σ_{li} [N/mm ²]	σ_{re} [N/mm ²]	τ_{li} [N/mm ²]	$\sigma_{V,li}$ [N/mm ²]	τ_{re} [N/mm ²]	$\sigma_{V,re}$ [N/mm ²]
	1700,0	-120,9	150,0	0,0	120,9	194,4
1771,4	-126,0	156,3	0,0	126,0	202,5	384,0
1800,0	-128,1	158,8	0,0	128,1	205,8	σ_v

Tab. 13.4: Schubfluss τ nach Modell A/B und Vergleichsspannung nach Mises bei verschiedenen Laststufen – Modell 5

Da sich trotz Berücksichtigung der Abtriebskraft D die Normalkraft im Schnitt 1 nicht exakt zu Null ergibt, ist der Betrag von σ_{li} und σ_{re} unterschiedlich.

Wie schon bei Modell 1 tritt auch bei Anwendung von Modell 5 das Erreichen der Fließgrenze bei Annahme eines dreieckförmigen Schubverlaufs (Modell B) als erstes ein. Erst bei einer Laststeigerung um 61% auf 2895,8 kN/lfm erreicht die erste Faser des Modell A die Fließgrenze.

$P_{\max,el,M6}$ [kN/lfm]	Modell 6 Abtriebskraft		Schnitt 1 im Stahlzahn:		
	$R_{\text{start},\mu}$ [N]	$2 \cdot D_{(v)}$ [N]	N [N]	V [N]	M [kNcm]
2200,0	402600,0	0,0	0,0	402600,0	1988,0
2260,9	413735,6	0,0	0,0	413735,6	2043,0
2300,0	420900,0	0,0	0,0	420900,0	2078,4
1500,0	274500,0	0,0	0,0	274500,0	1355,5
1507,3	275832,2	0,0	0,0	275832,2	1362,1
1600,0	292800,0	0,0	0,0	292800,0	1445,8

Tab. 13.5: Schnittgrößen und Vertikalspannung bei verschiedenen Laststufen – Modell 6

Bei Modell 6 wird die Vertikalkomponente nicht berücksichtigt. N ergibt sich somit zu Null.

$P_{\max,el,M6}$ [kN/lfm]	Schubfluss					
	Modell A					
	σ_{li} [N/mm ²]	σ_{re} [N/mm ²]	τ [N/mm ²]	$\sigma_{v,li}$ [N/mm ²]	τ [N/mm ²]	$\sigma_{v,re}$ [N/mm ²]
2200,0	-285,4	285,4	139,2	373,7	139,2	373,7
2260,9	-293,3	293,3	143,1	384,0	143,1	384,0
2300,0	-298,4	298,4	145,6	σ_v	145,6	σ_v
	Modell B					
	σ_{li} [N/mm ²]	σ_{re} [N/mm ²]	τ_{li} [N/mm ²]	$\sigma_{v,li}$ [N/mm ²]	τ_{re} [N/mm ²]	$\sigma_{v,re}$ [N/mm ²]
	1500,0	-194,6	194,6	0,0	194,6	189,9
1507,3	-195,5	195,5	0,0	195,5	190,8	384,0
1600,0	-207,6	207,6	0,0	207,6	202,5	σ_v

 Tab. 13.6: Schubfluss τ nach Modell A/B und Vergleichsspannung nach Mises bei verschiedenen Laststufen – Modell 6

Durch die Nichtberücksichtigung der Vertikalkomponente in Modell 6 gibt es einen Nulldurchgang der Vertikalspannung σ_{22} in Dübelmitte. Es existiert keine Normalkraft im Schnitt 1.

Der Schubfluss des Modells B führt zum Erreichen der Fließgrenze der ersten Faser bei einer Längsschubkraft von $P_{\max,el,M6}=1507$ kN/lfm. Bei Anwendung von Modell A wird dies erst nach einer weiteren Steigerung der Kraft von 66% erreicht.

Obwohl in Modell 6 (siehe Tab. 13.6) die Abtriebskraft D vernachlässigt wird, ist die elastische Grenztragfähigkeit um ca. 30% geringer als bei den Modellen 1 und 5. Ein ähnliches Ergebnis zeigen auch die Modelle 6 der in den folgenden Kapiteln behandelten Ingenieurmodelle N2, N3 und N4 (siehe Tab. 13.14, Tab. 13.17, Tab. 13.22).

Die in Tab. 13.6 errechneten Werte der Spannungen sind in Abb. 13.2 grafisch

veranschaulicht. Es ist festzustellen, dass durch das Modell B eine bessere Übereinstimmung mit den FE-Analysen erzielt wird, als bei Annahme eines konstanten Schubverlaufs. Dabei ist zu beachten, dass die verschiedenen Modelle bei Erreichen der elastischen Grenzlast jeweils unterschiedliche Längsschubkräfte übertragen.

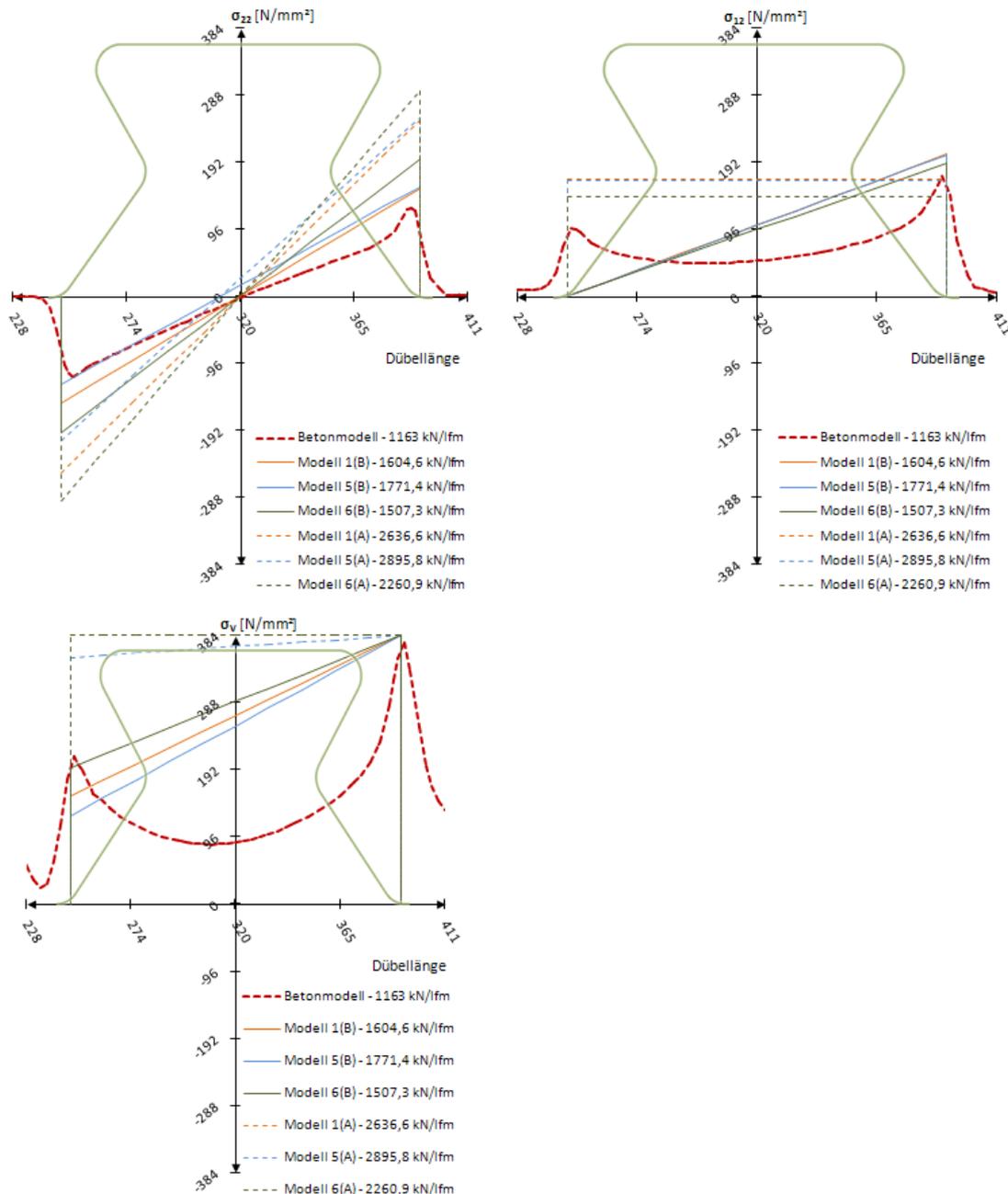


Abb. 13.2: Näherungsmodell N1(A,B): Vertikal-, Schub-, und Vergleichsspannung nach Mises – Modell 1, 5, 6 – mit Berücksichtigung der Abtriebskraft D

Zusammenfassend enthält Tab. 13.7 die ermittelten elastischen Grenztragfähigkeiten des Näherungsmodells N1. Sie sind sowohl für die Annahme eines konstanten Schubverlaufs (Modell N1(A)), bzw. eines dreieckförmigen Schubverlaufs (Modell N1(B)) angegeben.

Näherungsmodell		$P_{\max,el,N1}$ in [kN/lfm]	
Abtriebskraft D:		Nein	Ja
N1(A)	Modell 1	nicht sinnvoll, Widerspruch mit Fachwerkmodell	2636,6
	Modell 5		2895,8
	Modell 6	2260,9	-
N1(B)	Modell 1	nicht sinnvoll, Widerspruch mit Fachwerkmodell	1604,6
	Modell 5		1771,4
	Modell 6	1507,3	-

Tab. 13.7: el. Grenztragfähigkeiten des Näherungsmodells N1 – Zusammenfassung

In Modell 6 werden nur horizontale Komponenten angesetzt, die Abtriebskraft D wird vernachlässigt. Wie eindeutig zu erkennen ist, liefern die elastischen Grenztragfähigkeiten des Modells N1(B) näher an der el. Grenztragfähigkeit des Betonmodells ($P_{fy}=1163$ kN/lfm) liegende Werte. Trotzdem beträgt die Überschreitung rund 50%. Am geringsten ist die Differenz mit 345 kN/lfm (~30%) beim „Näherungsmodell N1(B) - Modell 6“.

13.3 Anteil der Abtriebskraft D an den Spannungen im Dübelzahnfuß

Um die Berechnung der elastischen Grenzlast zu präzisieren und den FE-Analysen anzupassen, ist es wichtig, die durch die Abtriebskraft D entstehenden Spannungen im Schnitt 1 zu kennen (siehe Abb. 13.3). Außerdem ist es von Interesse, ob durch den Ansatz einer Abtriebskraft D die ermittelte elastische Grenztragfähigkeit gehoben oder gesenkt wird.

Daher erfolgt in diesem Kapitel die separate Betrachtung der durch die Abtriebskraft D verursachten Spannungen im Schnitt 1. Diese sollen dann für die in Kapitel 13.2 ermittelten Lasten angegeben werden.

Durch Gleichung 12.14 kann die Vertikalkomponente $D_{(v)}$ der Abtriebskraft D bestimmt werden. In Tab. 13.8 sind die durch diese Abtriebskraft D entstehenden Spannungen im Dübelfuß eingetragen. Sie ergeben sich mithilfe der Querschnittsfläche des Schnitts 1 $A_{S1,ve}$ und Anwendung der Gleichgewichtsbedingungen $\Sigma V=0$.

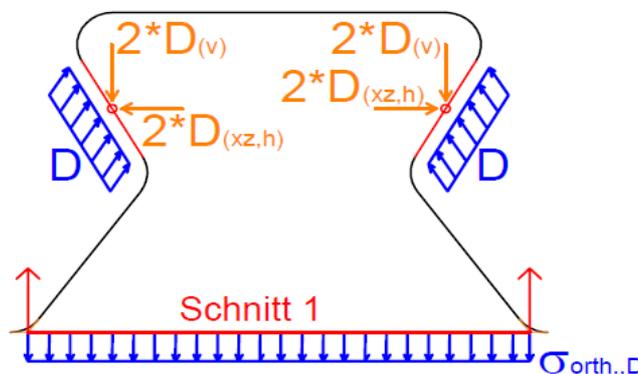


Abb. 13.3: Spannungen am Dübelfuß zufolge der Abtriebskraft D

		von der Abtriebskraft D verursachte Spannungen am Dübelfuß	
		$P_{\max,el,N1}$ [kN/lfm]	$\sigma_{\pm,D}$
Modell N1(B)	Modell 1	1604,6	24,9 N/mm ²
	Modell 5	1771,37	27,4 N/mm ²
	Modell 6	1507,28	23,5 N/mm ²

Tab. 13.8: Spannungen am Dübelfuß zufolge der Abtriebskraft D, bei verschiedenen elastischen Grenzlasten $P_{\max,el,N1}$

Es können nun die Spannungen zufolge der Belastungsmodelle, ohne Berücksichtigung der Abtriebskraft D, ermittelt werden. Dazu werden die orthogonalen Spannungen $\sigma_{\pm,D}$ im Schnitt 1 (siehe Tab. 13.8) von denen in Tab. 13.2 und Tab. 13.4 in Abzug gebracht. Das erhöht die elastische Grenztragfähigkeit. Die so ermittelten Spannungen sind als empirische Näherungswerte zu betrachten und bilden überdies die elastische Grenztragfähigkeit innerhalb des Näherungsmodells N1 schlechter ab, als bei Berücksichtigung der Abtriebskraft D. Daher sind die Ergebnisse hier nicht dargestellt.

Um die Spannungen in Schnitt 1 den FE-Analysen anzupassen, sollen weitere Modelle betrachtet werden. Dabei wird von der in diesem Kapitel gezeigten Methode zur separaten Ermittlung der Abtriebskraft D Gebrauch gemacht.

13.4 Direkte Lasteinleitung über Druckstreben – Näherungsmodell N2

Ein Teil der auf den Dübelzahn angesetzten Last wird direkt über Druckstreben in den Dübelfuß geleitet und „entlastet“ den übrigen Bereich des Stahlzahns entlang des Schnitts 1. Dieser Bereich muss somit eine geringere Längsschubkraft V_L und Momente M_L aufnehmen. Dafür wird die Gerade l_{DS} im Dübelfuß, auf welche die Druckstreben auftreffen, stärker mit Schub- und Normalspannungen belastet (siehe Abb. 13.4).

Durch diese Modellannahme entstehen größere Vergleichsspannungen nach Mises an der belasteten Dübelzahnkante auf Höhe des Schnitts 1. Gleichzeitig werden die Normal- und Schubspannungen abseits der Länge l_{DS} verringert.

Abb. 13.4 zeigt das Näherungsmodell N2(A) mit konstantem Schubfluss, Abb. 13.5 jenes mit dreieckförmigem Verlauf des Schubflusses (Näherungsmodell N2(B)). Sämtliche Schnittgrößen und Teilresultierende werden nach Abb. 12.11, wie in Kapitel 12.6 gezeigt, ermittelt. Ebenfalls wird zur Bestimmung der Kräfte in den Streben des Fachwerkmodells von Kapitel 12.4 Gebrauch gemacht. Nach Annahme einer Längsschubkraft und sinngemäßer Anwendung von Kapitel 12.5 und Kapitel 12.6 erhält man Größe und Lage der Resultierenden $R_{\text{starr},\mu}$, sowie die von ihr verursachten Normal- und Schubspannungen nach der klassischen Biegetheorie.

Nun soll die Teilresultierende auf die untere Gerade $l_{G,\text{unten}}$ und den unteren Kreisbogen KB_{unten} (in Abb. 13.4 und Abb. 13.5 rot eingefärbt, vereinfachend ist nur das Krafteck für die Gerade $l_{G,\text{unten}}$ dargestellt) durch Druckstreben mit der Neigung α_{DS} abgeleitet werden. Die Aufteilung der Kräfte erfolgt durch ein Krafteck. Dabei teilt sich die Teilresultierende (grün eingefärbt)

auf die Teillängen $l_{G,unten}$ und KB_{unten} in eine Druckstrebenresultierende DS_1 und einen Anteil orthogonal dazu auf. Es wird die Größe von DS_1 bestimmt. Ihre horizontale und vertikale Komponente wird von den, zuvor durch $R_{starr,\mu}$ ermittelten Schnittkräften V und N , abgezogen. Ebenso wird das von DS_1 verursachte, rückdrehende Moment um den x - z -Koordinatenursprung berücksichtigt.

Durch diese Vorgehensweise wird die Resultierende $R_{starr,\mu}$ um die Druckstrebenresultierende DS_1 „bereinigt“. Es entsteht die Resultierende $R_{starr,\mu,R}$.

Somit erzeugt $R_{starr,\mu,R}$ die in Abb. 13.4 und Abb. 13.5 blau eingefärbten Spannungen σ_M , σ_N bzw. τ , DS_1 die rot eingefärbten Spannungen $\sigma_{N,DS}$ bzw. τ_{DS} .

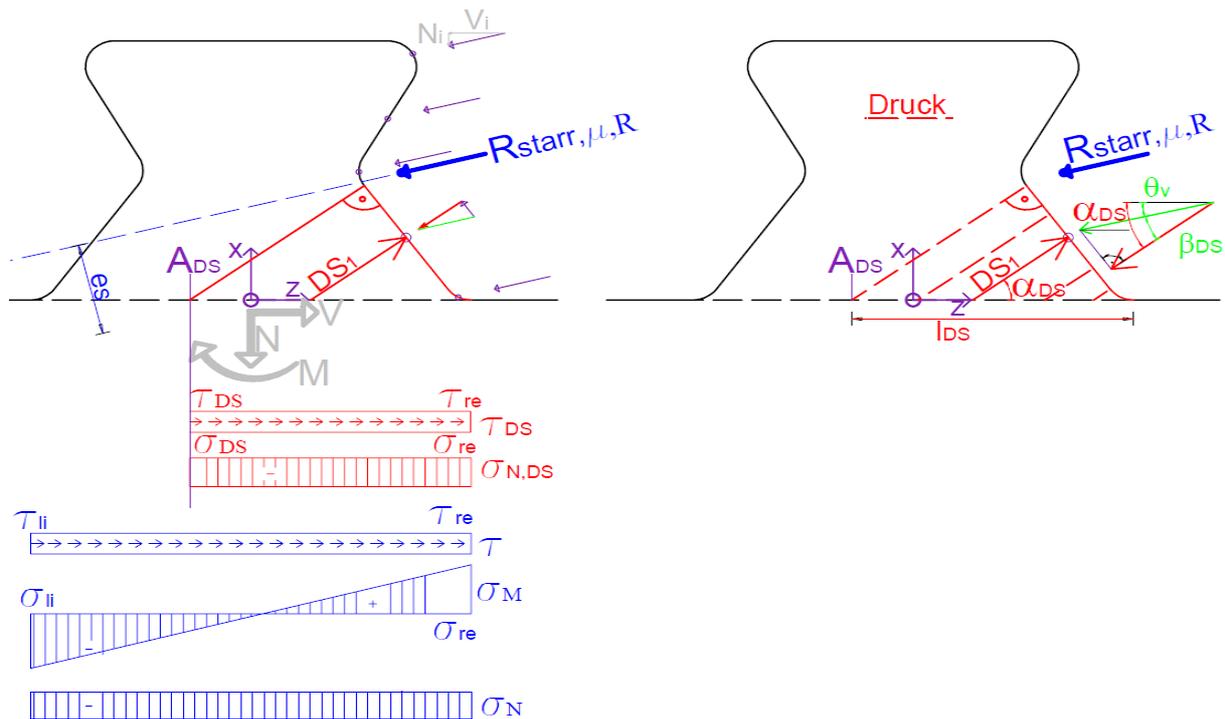


Abb. 13.4: Lasteinleitung über Druckstreben mit konstantem Schubfluss, Näherungsmodell N2(A)

In Abb. 13.4 ist das Näherungsmodell N2(A) dargestellt. Ihm liegt die Annahme eines konstanten Schubverlaufs entlang des Schnitts 1 zugrunde. Näherungsmodell N2(B) in Abb. 13.5 zeigt einen dreieckförmigen Schubverlauf entlang des Schnitts 1. Dies dient, ebenso wie bei Näherungsmodell N1(B), der besseren Annäherung an die FE-Analysen.

Es sind weiters die Winkel α_{DS} , β_{DS} und der Punkt A_{DS} veranschaulicht. α_{DS} kann grundsätzlich frei gewählt werden. Es wird im Zuge dieses Näherungsmodells die Druckstrebe DS_1 orthogonal auf die untere Gerade $l_{G,unten}$ angesetzt. Somit gilt:

$$\alpha_{DS} = 36^\circ \quad (13.13)$$

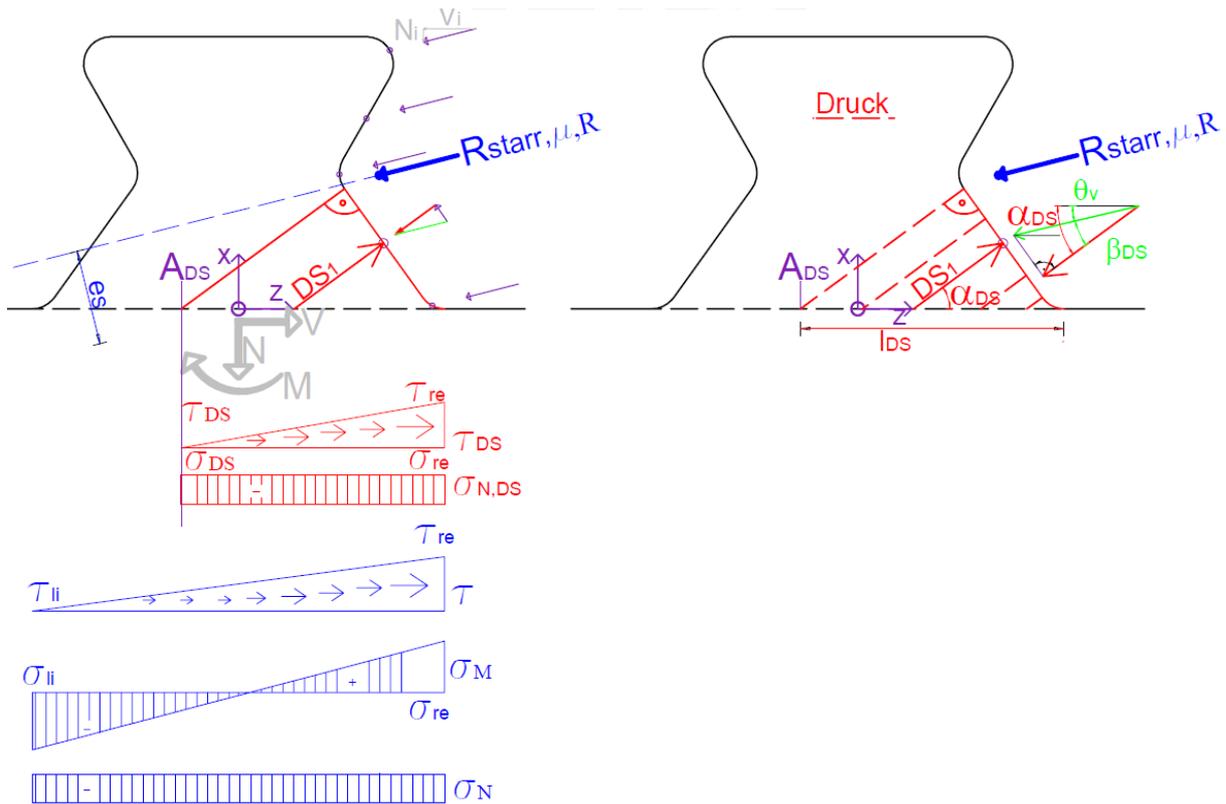


Abb. 13.5: Lasteinleitung über Druckstreben mit dreieckförmigem Schubfluss, Näherungsmodell N2(B)

Die Berechnung wird für jede Teilresultierende durchgeführt. Hier soll die Vorgehensweise anhand der unteren Geraden $l_{G,2}$ gezeigt werden.

β_{DS} ergibt sich aus Abb. 13.4 durch geometrische Überlegungen zu:

$$\beta_{DS} = \alpha_{DS} - \Theta_v \quad (13.14)$$

$$\beta_{DS} = 22,25^\circ$$

Mit Hilfe von β_{DS} und der Teilresultierenden R_{IG2} (siehe Abb. 13.6) für die untere Gerade $l_{G,2}$ kann die Kraft in der Druckstrebe DS_1 bestimmt werden.

$$DS_1 = R_{IG2} \cdot \cos(\beta_{DS}) \quad (13.15)$$

$$DS_1 = 164\,496\text{N}$$

Die durch die Druckstreben aufgenommene Kraft erzeugt ein Moment $M_{DS1,IG2}$ um den x - z -Koordinatenursprung. Es dreht die Vertikalkomponente mit dem Abstand z_{D4} und die Horizontalkomponente mit dem Abstand x_{D4} um den Dübelzahnmittelpunkt. z_{D4} und x_{D4} werden in Kapitel 12.6 ermittelt. Ihre Lage ist in Abb. 13.6 eingetragen.

$$M_{DS1,IG2} = DS_1 \cdot \cos(\alpha_{DS}) \cdot x_{D4} - DS_1 \cdot \sin(\alpha_{DS}) \cdot z_{D4} \quad (13.16)$$

$$x_{D4} = 24,12\text{ mm}, \quad z_{D4} = 53,94\text{ mm}$$

$$M_{DS1,IG2} = -2\,005\,257\text{Nmm}$$

Die Ermittlung der Normalkraft erfolgt ebenfalls angelehnt an Kapitel 12.6. Die Normalkraft N_{S1} , welche durch den Lastansatz des Modells 1, 5 bzw. 6 hervorgerufen wird, ergibt sich aus

der Summe der einzelnen Vertikalkomponenten N_i der einzelnen Teillängen i . N_{S1} enthält somit die gesamte, auf den Dübel angesetzte Normalkraft. Ein negatives Vorzeichen bedeutet hierbei Druck.

$$N_{S1} = \sum N_i \quad (13.17)$$

$$N_{S1} = -107\,640\text{N}$$

Von der gesamten Normalkraft N_{S1} soll die Normalkraft $N_{S1,DS}$, welche über die Druckstreben übertragen wird, in Abzug gebracht werden. Diese Normalkraft $N_{S1,DS}$ ergibt sich unter Berücksichtigung der Druckstreben der unteren Gerade $l_{G,2}$ und des unteren Kreisbogens KB_3 zu:

$$N_{S1,DS} = (N_{DS1,IG2} + N_{DS1,KB3}) \cdot \sin \alpha_{DS} \quad (13.18)$$

$$N_{S1,DS} = -115\,119\text{N}$$

Wird nun der Normalkraftanteil der Druckstreben $N_{S1,DS}$ von der gesamten, im Dübelzahn übertragenen Normalkraft N_{S1} abgezogen, erhält man den Anteil der Normalkraft $N_{S1,KS}$.

$$N_{S1,KS} = N_{S1} - N_{S1,DS} \quad (13.19)$$

$$N_{S1,KS} = 7\,479\text{N}$$

Ebenso wie zur Bestimmung der Normalkraft N_{S1} , erfolgt die Ermittlung der gesamten übertragenen Horizontalkraft V_{S1} im Schnitt 1 analog zu Kapitel 12.6. V_{S1} berücksichtigt somit noch nicht den von den Druckstreben übertragenen horizontalen Anteil.

$$V_{S1} = \sum V_i \quad (13.20)$$

$$V_{S1} = 439\,840,5\text{N}$$

Der Anteil der durch die Druckstreben übertragenen Horizontalkraft $V_{S1,DS}$ beträgt:

$$V_{S1,DS} = (V_{DS1,IG2} + V_{DS1,KB3}) \cdot \cos \alpha_{DS} \quad (13.21)$$

$$V_{S1,DS} = 158\,447,8\text{N}$$

Wird der horizontale Anteil der Druckstreben $V_{S1,DS}$ von der gesamten, im Stahlzahn übertragenen Horizontalkraft abgezogen, erhält man die Horizontalkraft $V_{S1,KS}$.

$$V_{S1,KS} = V_{S1} - V_{S1,DS} \quad (13.22)$$

$$V_{S1,KS} = 281\,392,7\text{N}$$

Das gesamte Moment $M_{L,S1}$ im Dübelzahn im Schnitt 1 wird, wie in Kapitel 12.6 gezeigt, ermittelt. Werden davon die von den Druckstreben verursachten Momente um den x-z-Koordinatenursprung $M_{DS1,IG2}$, bzw. $M_{DS1,KB3}$ abgezogen, erhält man das im Näherungsmodell N2 berücksichtigte Moment M_{S1} . $M_{DS1,KB3}$ wird dabei sinngemäß analog zu $M_{DS1,IG2}$ in Gleichung 13.16 bestimmt.

Da im Näherungsmodell N2 davon ausgegangen wird, dass die Kräfte in den Druckstreben direkt vom Dübelfuß aufgenommen werden und somit keine Momente verursachen, wird für σ_M in Abb. 13.4 bzw. Abb. 13.5 das Moment M_{S1} berücksichtigt. In M_{S1} sind die durch die Druckstreben DS_1 verursachten Momente nicht enthalten.

$$M_{SI} = \sum M_{L,SI} - M_{DSI,IG2} - M_{DSI,KB3} \quad (13.23)$$

$$M_{L,SI} = 16\,050\,426 \text{ Nmm}$$

$$M_{SI} = 19\,331\,516 \text{ Nmm}$$

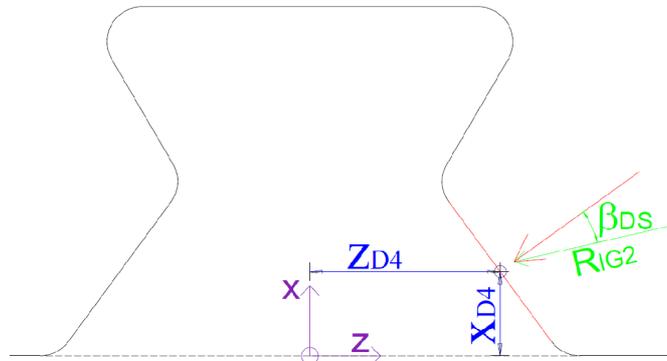


Abb. 13.6: Ermittlung der elastischen Grenztragfähigkeit, Näherungsmodell N2 – Parameter

Zusammenfassend sind die Schnittgrößen für alle im Näherungsmodell 2 behandelten Modelle in Tab. 13.9 dargestellt. Da die Schnittgrößen von der übertragenen Längsschubkraft abhängig sind, sind diese für jedes Modell gesondert angegeben.

Näherungsmodell		$N_{SI,KS}$ [N]	$N_{SI,DS}$ [N]	$V_{SI,KS}$ [N]	$V_{SI,DS}$ [N]	M_{SI} [Nmm]
N2(A)	Modell 1	7478,8	-115119,1	281392,7	158447,8	19331516,4
	Modell 5	73550,3	-126123,7	258592,6	173594,4	18098454,6
	Modell 6	0,0	-87374,2	272931,2	120260,3	21904389,4
N2(B)	Modell 1	4296,2	-66130,6	161647,1	91021,0	11105065,4
	Modell 5	42214,8	-72389,7	148421,2	99635,9	10387751,6
	Modell 6	0,0	-54802,5	171186,8	75429,2	13738785,7

Tab. 13.9: Eingangsschnittgrößen des Näherungsmodells N2(A,B)

Aus geometrischen Beziehungen wird nach Abb. 13.4 bzw. Abb. 13.5 die auf den Schnitt 1 projizierte Länge der Druckstreben l_{DS} bestimmt:

$$l_{DS} = 93,14 \text{ mm} \quad (13.24)$$

Die Ermittlung der elastischen Grenztragfähigkeit erfolgt analog zu der des Näherungsmodells N1 in Kapitel 13.2. Es werden allerdings die Schnittgrößen aus Tab. 13.10 als Eingangsgrößen herangezogen. Diese Schnittgrößen entsprechen denen des „Näherungsmodells N2(B) - Modell 1“ in Tab. 13.9 und sind aufgliedert in einen Anteil ohne Druckstreben und einen Anteil zufolge der Druckstreben.

Eingangsgrößen		
N	V	M
Anteil ohne Druckstreben DS ₁ :		
4,3 kN	161,6 kN	1110,5 kNcm
Anteil zufolge der Druckstreben DS ₁ :		
-66,1 kN	91,0 kN	0,0 kNcm

Tab. 13.10: Eingangsgrößen und Spannungen σ_{li} bzw. σ_{re} , Näherungsmodell N2(B), Modell 1

Es wird analog zur „Berechnung des elastischen Widerstandes – Näherungsmodell N1“ in Kapitel 13.2 die Längsschubkraft so lange gesteigert, bis sie den Wert $P_{max,el,N2}$ erreicht. Das ist jene Horizontalkraft, bei der die erste Faser in Schnitt 1 die Fließgrenze erreicht. Sie beträgt für das Näherungsmodell N2(B)-Modell 1 1380,7 kN/lfm.

Die Ermittlung der Vergleichsspannungen nach Mises erfolgt in Tab. 13.11 getrennt für den Anteil ohne Druckstreben, sowie den Anteil zufolge der Druckstreben DS₁. Diese beiden Anteile werden in der letzten Zeile in Tab. 13.11 überlagert. Die grün eingefärbten Spannungen beziehen sich auf die linke, unbelastete Dübelzahnseite, die rot eingefärbten auf die rechte, belastete Stahlzahnseite.

Die zweite und dritte Spalte in Tab. 13.11 beschreibt die Vertikalspannungen σ_{li} auf der linken, bzw. σ_{re} auf der rechten Dübelzahnseite. Sie werden durch die Normalkraft N und das Moment M wie in Kapitel 13.2 bestimmt.

$P_{max,el,N2}$ [kN/lfm]	Näherungsmodell N2(B), Modell 1					
	σ_{li} [N/mm ²]	σ_{re} [N/mm ²]	τ_{li} [N/mm ²]	$\sigma_{v,li}$ [N/mm ²]	τ_{re} [N/mm ²]	$\sigma_{v,re}$ [N/mm ²]
1380,7	Anteil ohne Druckstreben DS ₁ :					
	-157,9	160,9	0,0	157,9	111,8	251,8
	Anteil zufolge der Druckstreben DS ₁ :					
	0,0	-35,5	0,0	0,0	97,7	172,9
	Überlagerung beider Anteile:					
			0,0	157,9	209,5	384,0

Tab. 13.11: Eingangsgrößen und Spannungen σ_{li} bzw. σ_{re} , Näherungsmodell N2(B), Modell 1

Es ist zu erkennen, dass bei der Last $P_{max,el,N2}$ die Vergleichsspannung nach Mises $\sigma_{v,re}$ an der rechten, belasteten Stahlzahnseite genau die Fließgrenze von $f_y=384$ N/mm² erreicht.

Bei Annahme eines konstanten Schubspannungsverlaufs entlang des Schnitts 1 ergibt sich $P_{max,el,N2}$ zu 2403,5 kN/lfm. Dabei ist zu beachten, dass andere Eingangsschnittgrößen N, M und V verwendet werden. Diese sind Tab. 13.9, getrennt für den Anteil ohne Druckstreben (Index „KS“) und den Anteil zufolge der Druckstreben (Index „DS“), zu entnehmen.

$P_{\max,el,N2}$ [kN/lfm]	Näherungsmodell N2(A), Modell 1					
	σ_{li} [N/mm ²]	σ_{re} [N/mm ²]	τ_{li} [N/mm ²]	$\sigma_{V,li}$ [N/mm ²]	τ_{re} [N/mm ²]	$\sigma_{V,re}$ [N/mm ²]
2403,5	Anteil ohne Druckstreben DS ₁ :					
	-274,9	280,1	97,3	322,5	97,3	326,9
	Anteil zufolge der Druckstreben DS ₁ :					
	0,0	-61,8	0,0	0,0	85,1	159,8
	Überlagerung beider Anteile:					
			97,3	322,5	182,4	384,0

Tab. 13.12: Eingangsgrößen und Spannungen σ_{li} bzw. σ_{re} , Näherungsmodell N2(A), Modell 1

Weiters kann der Anteil der vertikalen Abtriebskraft D berücksichtigt werden. Dabei werden die Vertikalspannungen σ_{li} bzw. σ_{re} um den Vertikalanteil $\sigma_{\perp,D}$ erhöht. $\sigma_{\perp,D}$ wird analog zum vorigen Kapitel 13.3 für die jeweilige Längsschubkraft ermittelt. Alternativ kann die Normalkraft N (siehe Tab. 13.10) um die durch die Abtriebskraft D zusätzlich aufgebrachte Normalkraft erhöht werden. Diese entspricht dem doppelten Wert des Vertikalanteils $D_{(V)}$ der Druckstrebe D gemäß Tab. 13.13. Da beim Belastungsmodell 6 keine Vertikalkomponente auftritt, wird die Abtriebskraft D für Modell 1 und 5 berücksichtigt. Es ändern sich dabei jedoch auch die übrigen Schnittgrößen V_{S1} und M_{S1} , da die Längsschubkraft bis zum Erreichen der elastischen Grenztragfähigkeit erneut iterativ bestimmt werden muss.

Näherungsmodell		$2 \cdot D_{(V)}$ [N]	$P_{\max,el,N2}$ [kN/lfm]
N2(A)	Modell 1	52335,5	2337,2
	Modell 5	56818,5	2537,4
	Modell 6	keine Vertikalkomponente	
N2(B)	Modell 1	30626,1	1367,7
	Modell 5	33268,4	1485,7
	Modell 6	keine Vertikalkomponente	

Tab. 13.13: Berücksichtigung der Abtriebskraft D – zusätzliche Normalkraft N

Zusammenfassend sind die elastischen Grenztragfähigkeiten $P_{\max,el,N2}$ des Näherungsmodells N2 in Tab. 13.14 dargestellt. Sie werden darin jeweils unter Berücksichtigung eines konstanten Schubverlaufes (Modell N2(A)), sowie eines dreieckförmigen Schubverlaufes (Modell N2(B)) angegeben. Weiters wird für die Modelle 1 und 5 in der letzten Spalte die Abtriebskraft D berücksichtigt.

Näherungsmodell		$P_{\max,el,N2}$ in [kN/lfm]	
		Nein	Ja
N2(A)	Modell 1	2403,5	2337,2
	Modell 5	2615,0	2537,4
	Modell 6	2087,0	-
N2(B)	Modell 1	1380,7	1367,7
	Modell 5	1500,9	1485,7
	Modell 6	1309,0	-

Tab. 13.14: el. Grenztragfähigkeiten des Näherungsmodells N2 - Zusammenfassung

Die elastischen Grenztragfähigkeiten $P_{\max,el,N2}$ in Tab. 13.14 zeigen im Vergleich mit dem Näherungsmodell N1 (siehe Tab. 13.7) eine Annäherung um ca. 300 kN/lfm an die elastischen Traglasten in den FE-Analysen (Tab. 5.2, „Zeitpunkt t_0 “). All dies erfolgt unter der Annahme eines Druckstrebenwinkels α_{DS} von 90° . Die Betrachtung eines weiteren Näherungsmodells soll die Genauigkeit steigern.

Die in Näherungsmodell N2 ermittelte Vertikalspannung σ_{22} , Schubspannung σ_{12} , sowie die Vergleichsspannung nach Mises σ_v ist in Abb. 13.7 mit Berücksichtigung der Abtriebskraft D dargestellt. Es ist bei den Modellen A deutlich der konstante Schubspannungsverlauf erkennbar. Dieser weist einen Sprung beim Übergang zum Wirkungsbereich der Druckstreben auf. Am rechten, belasteten Dübelzahnrand stimmt die händisch ermittelte Schubspannung in beiden Modellen A und B gut mit der des Betonmodells überein. Am linken, unbelasteten Rand unterschätzt die Annahme eines dreieckförmigen Schubverlaufs in Modell B die tatsächlich auftretenden Schubspannungen, Modell A bildet sie wiederum gut ab.

Die Vergleichsspannung nach Mises σ_v wird entlang des Schnitts 1 durch Modell B besser abgebildet, als durch Modell A. Am belasteten Dübelzahnrand erreichen alle Variationen des Näherungsmodells N2 definitionsgemäß wie beim Betonmodell die Fließgrenze. Am linken, unbelasteten Rand wird durch die Annahme eines dreieckförmigen Schubverlaufs die Vergleichsspannung nach Mises σ_v im Betonmodell unterschätzt (Abweichung ca. 20%). Bei Annahme eines konstanten Schubverlaufs wird die im Betonmodell vorhandene Vergleichsspannung überschätzt (um ca. 20%).

Allgemein liegen die dargestellten Spannungen jeweils für Näherungsmodell N2(A) und N2(B) unter den Lastannahmen der Modelle 1, 5 und 6 sehr nahe bei einander.

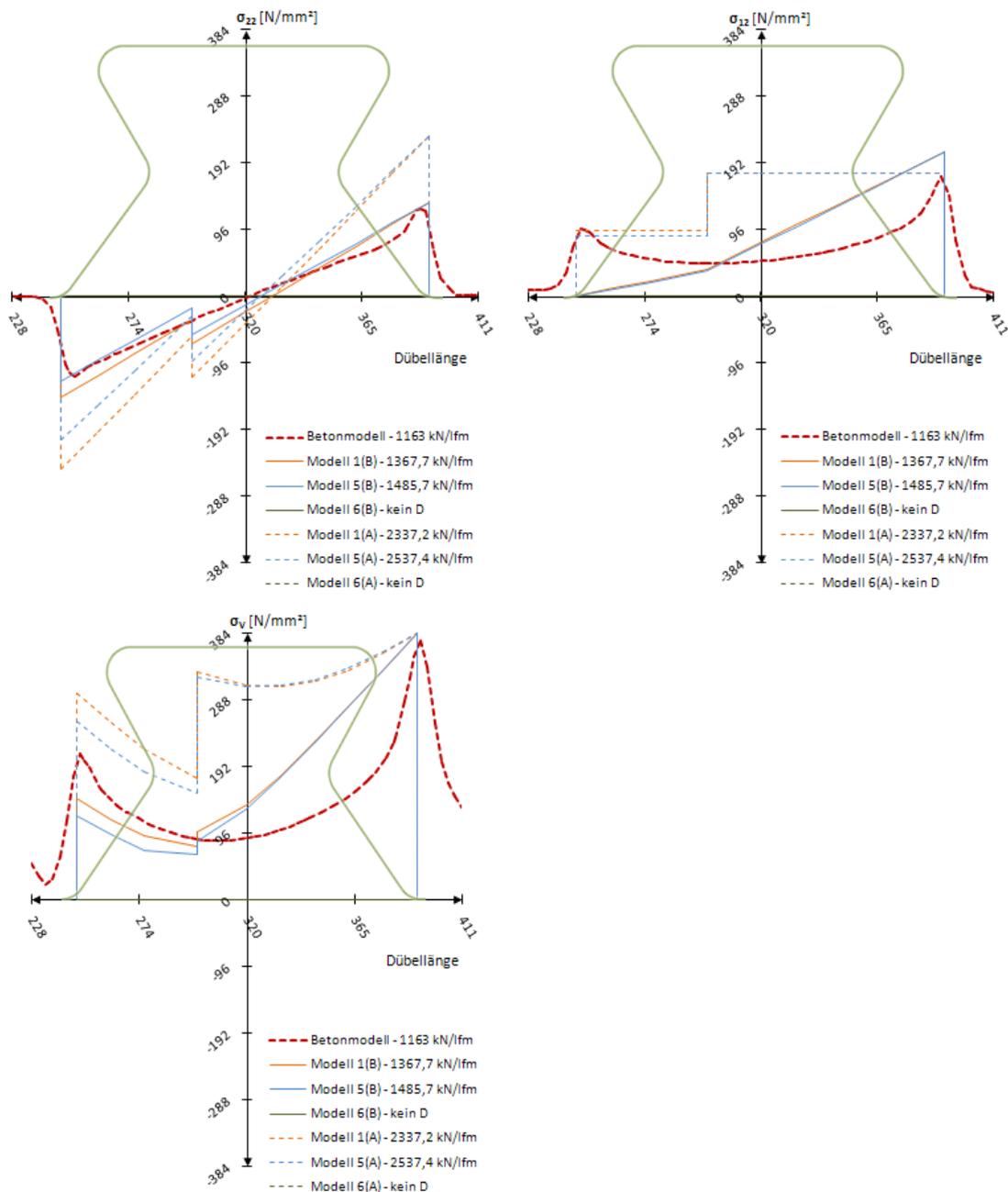


Abb. 13.7: Näherungsmodell N2(A,B): Vertikal-, Schub-, und Vergleichsspannung nach Mises – Modell 1, 5, 6 – mit Berücksichtigung der Abtriebskraft D

Abb. 13.8 zeigt die selben Spannungskomponenten, allerdings ohne Berücksichtigung der Abtriebskraft D. Bei Betrachtung der Vertikalspannung σ_{22} ist ebenso wie in Abb. 13.7 ein Sprung beim Übergang zum Wirkungsbereich der Druckstreben festzustellen. σ_{22} wird durch „Näherungsmodell N2(B) - Modell 5“ am besten angenähert. Auch die Schubspannungen σ_{12} und die resultierende Vergleichsspannung werden durch den dreiecksförmigen Schubspannungsverlauf sehr gut abgebildet.

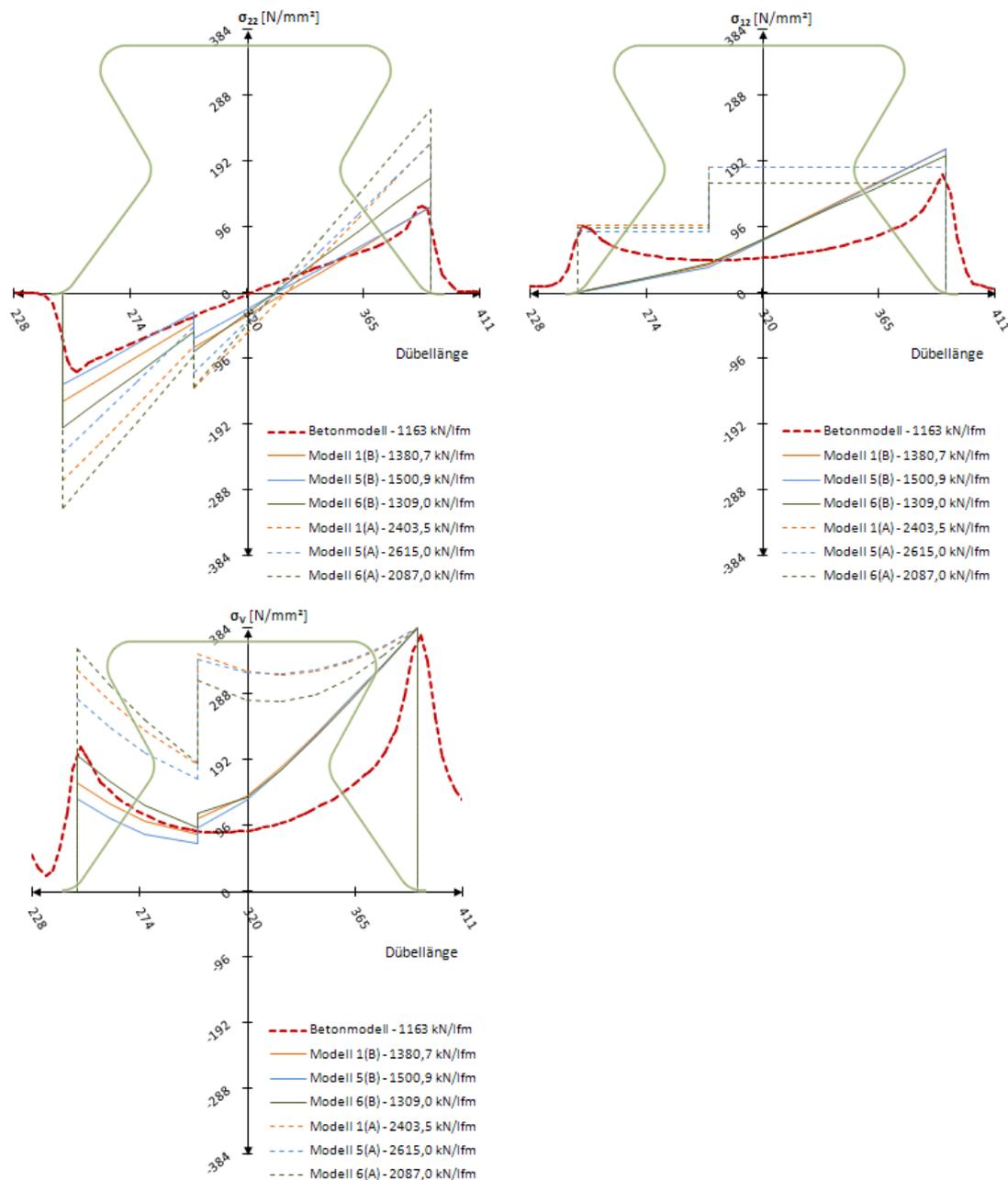


Abb. 13.8: Näherungsmodell N2(A,B): Vertikal-, Schub-, und Vergleichsspannung nach Mises – Modell 1, 5, 6 – ohne Berücksichtigung der Abtriebskraft D

13.5 Voutenförmige Lasteinleitung – Näherungsmodell N3

Den Grundgedanken bildet eine voutenähnliche Lasteinleitung, welche Hauptspannungen σ_1 entlang der abgeschrägten Ränder hervorruft. Im gesamten System sind die Gleichgewichtsbedingungen einzuhalten. Da die Unterschiede zwischen den einzelnen Belastungsmodellen lediglich in den einwirkenden Schnittgrößen des Schnitts 1 liegen, soll die Vorgehensweise exemplarisch für das Belastungsmodell 1 gezeigt werden. Für dieses Belastungsmodell wird, wie in den vorherigen Näherungsmodellen, sowohl ein konstanter (Näherungsmodell N3(A)), als auch ein dreieckförmiger Schubspannungsverlauf (Näherungsmodell N3(B)) angenommen. Dargestellt ist das Näherungsmodell N3(A) in Abb. 13.9 und N3(B) in Abb. 13.10.

In Abb. 13.9 wird ein kleiner Abschnitt des Dübelzahns knapp oberhalb des Schnitts 1 betrachtet. Die einwirkenden Schnittgrößen sind die Querkraft V , das Moment M und die Normalkraft N (ein positiver Wert bedeutet Zug). Zuzufolge M und N entstehen die Randspannungen $\sigma_{x,li}$ und $\tau_{x,li}$, bzw. $\sigma_{x,re}$ und $\tau_{x,re}$, deren Resultierende in Richtung der Hauptspannung wirkt. Diese Resultierende wird an der linken Stahlzahnkante mit $\sigma_{1,li}$, bzw. an der rechten Kante mit $\sigma_{1,re}$ bezeichnet. Alle weiteren Berechnungen erfolgen mit der in Kapitel 12.2 erläuterten, geometrisch vereinfachten Dübelgeometrie.

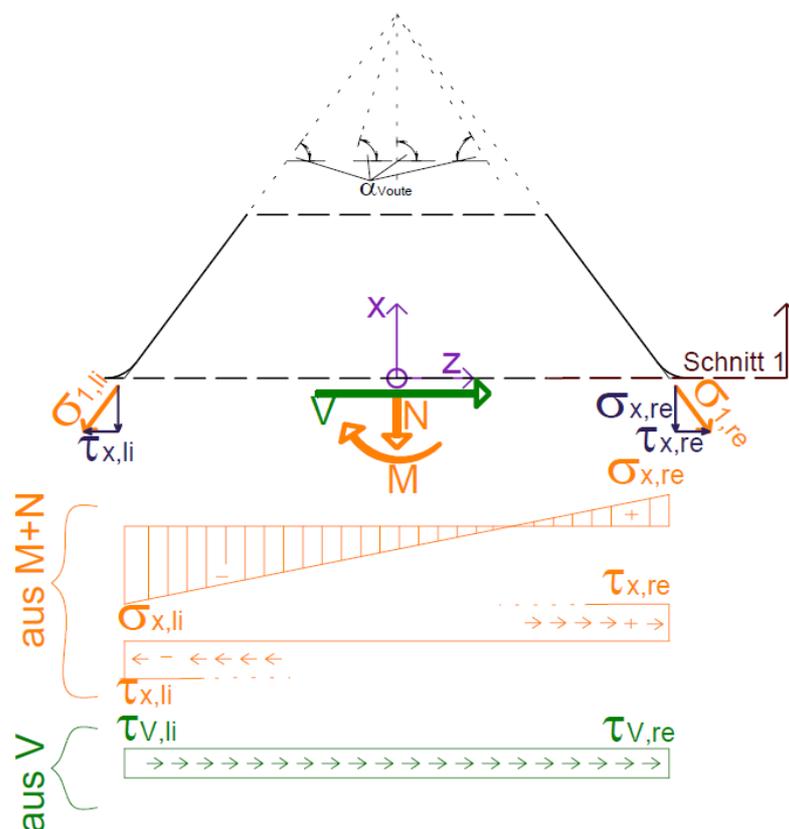


Abb. 13.9: Voutenförmige Lasteinleitung, Näherungsmodell N3(A)

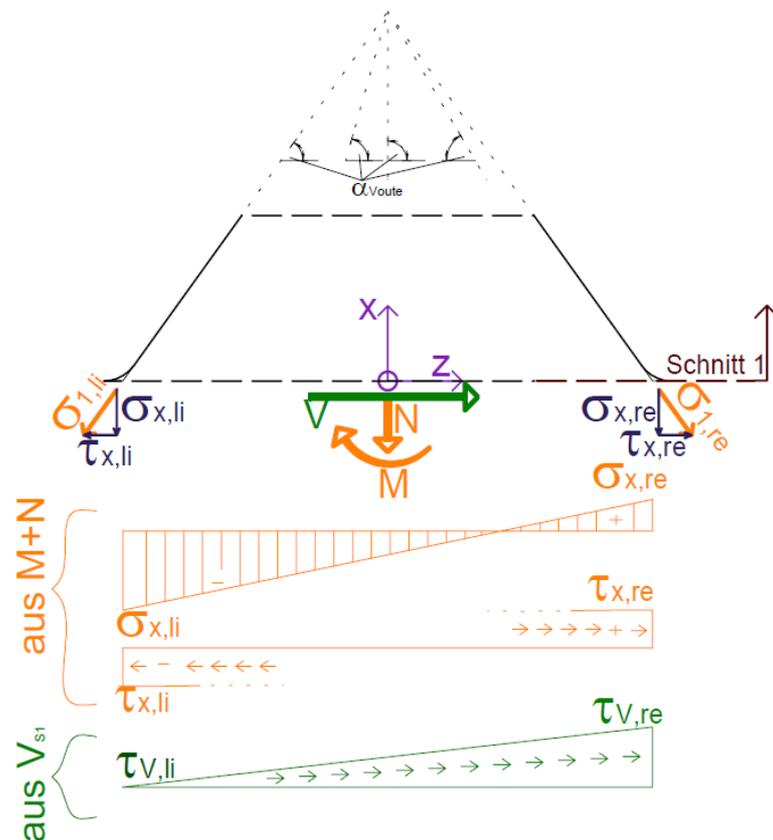


Abb. 13.10: Voutenförmige Lasteinleitung Näherungsmodell N3(B)

Die Bestimmung der einwirkenden Schnittgrößen in Schnitt 1 erfolgt analog zu Kapitel 12.6 („Ermittlung der Schnittgrößen“). Darin wird gezeigt, wie für eine gegebene Längsschubkraft die Schnittgrößen in Schnitt 1 jeweils für Belastungsmodell 1, 5 und 6 bestimmt werden. Somit müssen zur Ermittlung der elastischen Grenztragfähigkeit nach Näherungsmodell N3 die Normalkraft N , das Moment M , und die Längsschubkraft V gegeben sein.

Wird die Abtriebskraft D als vertikale Spannung im Schnitt 1 berücksichtigt (siehe Kapitel 13.3), ergibt sich die einwirkende Normalkraft N für Belastungsmodell 1 aufgrund der einzuhaltenden Gleichgewichtsbedingungen im Fachwerkstrebenmodell zu Null. Bleibt die Abtriebskraft D unberücksichtigt, ergibt sich durch die Neigung der Resultierenden $R_{starr,\mu}$ eine Druckkraft in Schnitt 1. Diese überdrückt die Zugspannungen am rechten, belasteten Rand dieses Schnitts. Somit werden bei Berücksichtigung der Abtriebskraft geringere elastische Grenzlasten erreicht. Wird beim Modell 5 die Abtriebskraft D berücksichtigt, ergibt sich als Normalkraft N eine Zugkraft. Diese entspricht der rechts vom unteren Kreisbogen KB_{unten} auf den Dübelfuß wirkenden Druckkraft, welche sich durch das außerhalb vom Stahlzahn an der Dübelleiste angreifende Fluid ergibt.

In Tab. 13.15 und Tab. 13.16 sind für alle untersuchten Belastungsmodelle für die jeweilige Längsschubkraft, bei der Fließen erreicht wird, die zugehörigen Schnittgrößen eingetragen. Ein negatives Vorzeichen bei der Normalkraft N bedeutet, dass es sich um eine Druckkraft handelt. Tab. 13.15 enthält die Schnittgrößen, welche sich bei Vernachlässigung der Abtriebskraft D ergeben, Tab. 13.16 die, die bei Berücksichtigung der Abtriebskraft D resultieren. Da bei Modell 6 nur Horizontalkomponenten angreifen, bleibt darin die Abtriebskraft D unberücksichtigt. Dessen Schnittgrößen sind somit lediglich in Tab. 13.15

eingetragen.

ohne Berücksichtigung der Abtriebskraft D					
Näherungsmodell		Längsschubkraft V [kN/lfm]	N [kN]	V [kN]	M [kNm]
N3(A)	Modell 1	1702,3	-76,24	311,51	11,37
	Modell 5	1962,0	-81,1	362,33	10,17
	Modell 6	1234,6	0	232,59	11,48
N3(B)	Modell 1	1162,5	-52,06	212,73	7,76
	Modell 5	1267,7	-52,38	234,11	6,57
	Modell 6	923,5	0	173,99	8,59

Tab. 13.15: Eingangsschnittgrößen des Näherungsmodells N3(A,B) – ohne Abtriebskraft D

mit Berücksichtigung der Abtriebskraft D					
Näherungsmodell		Längsschubkraft V [kN/lfm]	N [kN]	V [kN]	M [kNm]
N3(A)	Modell 1	1539,52	0	281,73	10,28
	Modell 5	1751,8	6,06	323,52	9,08
N3(B)	Modell 1	1087,3	0	198,98	6,26
	Modell 5	1180,5	4,09	218,00	6,12

Tab. 13.16: Eingangsschnittgrößen des Näherungsmodells N3(A,B) – mit Abtriebskraft D

Es soll die exemplarische Ermittlung der elastischen Grenzschubtragfähigkeit nach Belastungsmodell 1(B), unter Berücksichtigung eines dreieckförmigen Schubverlaufs und der Abtriebskraft D erfolgen. Dazu sind die Schnittgrößen des Modells „N3(B) – Modell 1“ aus der vierten, grau hinterlegten Zeile in Tab. 13.16 zu entnehmen. Für die in der zweiten Spalte angegebene Längsschubkraft V wird die Fließgrenze erreicht. Diese Längsschubkraft ist iterativ zu bestimmen.

Es werden zuerst die vertikalen Spannungen ähnlich dem Kapitel 13.2 an den Dübelzahnrändern $\sigma_{x,li}$ und $\sigma_{x,re}$ aus der Normalkraft N und dem Moment M im Schnitt 1 nach der klassischen Biegelehre ermittelt (Formel 13.25 bis 13.28). Der Index „x“ bedeutet dabei, dass die jeweilige Spannung aus vertikalen Komponenten in x-Richtung stammt.

$$I_{Sl} = \frac{t \cdot l_{Sl,ve}^3}{12} \quad (13.25)$$

$$z_{li} = \frac{-l_{Sl,ve}}{2} \quad z_{re} = \frac{l_{Sl,ve}}{2} \quad (13.26)$$

$$\sigma_{x,li} = \frac{N}{A_{Sl,ve}} + \frac{M}{I_{Sl}} \cdot z_{li} \quad (13.27)$$

$$\sigma_{x,li} = -104,24 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{x,re} = \frac{N}{A_{SI,ve}} + \frac{M}{I_{SI}} \cdot z_{re} \quad (13.28)$$

$$\sigma_{x,re} = 104,24 \text{ N/mm}^2$$

Der Winkel α_{Voute} ist variabel und ergibt sich für den linken Dübelzahnrand, wie in Abb. 13.10 dargestellt, nach Gleichung 13.29. Für einen beliebigen Punkt des Schnitts 1 ist α_{Voute} gesondert zu bestimmen. α_{Voute} steigt bis zum Ursprung des lokalen x-z-Dübelzahnkoordinatensystems linear auf 90° an und fällt bis zum rechten Dübelzahnrand auf 54° ab.

$$\alpha_{Voute} = 54^\circ \quad (13.29)$$

Die Vektoren der Hauptspannungen σ_1 und σ_2 liegen parallel zur unteren Geraden $l_{G,unten}$ des Dübelzahns. Diese Erkenntnis stammt aus den FE-Analysen (siehe zB. Abb. 7.10).

Zufolge der auf den Dübelfuß orthogonal wirkenden Spannungen $\sigma_{x,li}$ bzw. $\sigma_{x,re}$ können die Schubspannungen $\tau_{x,li}$ und $\tau_{x,re}$ ermittelt werden. Dazu dienen einfache geometrische Überlegungen innerhalb des Kraftecks auf der rechten, bzw. linken Seite des Dübelzahns. Somit werden diese Schubspannungen lediglich durch das Moment M und die Normalkraft N verursacht:

$$\tau_{x,li} = \frac{\sigma_{x,li}}{\tan(\alpha_{Voute})} \quad \text{bzw.} \quad \tau_{x,re} = \frac{\sigma_{x,re}}{\tan(\alpha_{Voute})} \quad (13.30)$$

$$\tau_{x,li} = -75,73 \text{ N/mm}^2 \quad \text{bzw.} \quad \tau_{x,re} = 75,73 \text{ N/mm}^2$$

Es lässt sich die Hauptspannung $\sigma_{1,li}$ bzw. $\sigma_{1,re}$ angelehnt an die Ermittlung in [12] (Kapitel 26.7, S.1220) bestimmen. Eine Herleitung ist in Anhang B gegeben.

$$\sigma_{1,li} = \frac{\sigma_{x,li}}{\sin^2(\alpha_{Voute})} \quad \text{bzw.} \quad \sigma_{1,re} = \frac{\sigma_{x,re}}{\sin^2(\alpha_{Voute})} \quad (13.31)$$

$$\sigma_{1,li} = -159,26 \text{ N/mm}^2 \quad \text{bzw.} \quad \sigma_{1,re} = 159,26 \text{ N/mm}^2$$

Zu beachten ist dabei, dass eine positive Schubspannung $\tau_{x,li}$ zufolge $\sigma_{x,li}$, bzw. $\tau_{x,re}$ zufolge $\sigma_{x,re}$ immer Richtung Dübelaußenseite zeigt. Auf Höhe des lokalen x-z-Koordinatenursprungs erhält die Schubspannung $\tau_{x,li}$ somit bei positiver Längsschubkraft V ein negatives Vorzeichen. Dies ist in Abb. 13.9 zu erkennen.

Die Querkraft V wird nach Modell A durch einen konstanten Schubspannungsverlauf τ_V entlang der geometrisch vereinfachten Länge des Schnitts 1 $l_{SI,ve}$ aufgenommen. Dieser ist an der linken Dübelzahnseite $\tau_{V,li}$ und an der rechten $\tau_{V,re}$ ident. Bei Modell „N3(A) – Modell 1“ beträgt diese Schubspannung bei einer Längsschubkraft von 1087,3 kN/lfm:

$$\tau_{V,re} = \tau_{V,li} = \frac{V}{t \cdot l_{SI,ve}} \quad (13.32)$$

$$\tau_{V,re} = \tau_{V,li} = 68,82 \text{ N/mm}^2$$

In Modell B wird ein dreiecksförmiger Schubverlauf angenommen. Dieser soll, wie in den

vorherigen Näherungsmodellen, größere Vergleichsspannungen am belasteten, rechten Dübelzahnrand erzeugen. Dabei ergibt sich die Schubspannung am linken Rand $\tau_{v,li}$ immer zu Null:

$$\tau_{V,li}=0 \text{ bzw. } \tau_{V,re}=\frac{2 \cdot V}{t \cdot l_{Sl,ve}} \quad (13.33)$$

$$\tau_{V,re}=137,65 \text{ N/mm}^2$$

Alle Schubspannungen τ_x aus Normalkraft und Moment, sowie τ_v aus der Längsschubkraft werden schließlich in einem Punkt mit Hilfe von Gleichung 13.34 zusammengefasst:

$$\tau_{li}=\tau_{x,li}+\tau_{V,li} \text{ bzw. } \tau_{re}=\tau_{x,re}+\tau_{V,re} \quad (13.34)$$

$$\tau_{li}=-75,73 \text{ N/mm}^2 \text{ bzw. } \tau_{re}=213,38 \text{ N/mm}^2$$

Ebenso werden alle Spannungen σ_x in einem Punkt überlagert:

$$\sigma_{li}=\sigma_{x,li} \text{ bzw. } \sigma_{re}=\sigma_{x,re} \quad (13.35)$$

$$\sigma_{li}=-104,24 \text{ N/mm}^2 \text{ bzw. } \sigma_{re}=104,24 \text{ N/mm}^2$$

Die Ermittlung der Vergleichsspannung nach Mises erfolgt bei Vorhandensein von nur einer Normal- und Schubspannungskomponente des ebenen Spannungszustandes durch Gleichung 13.36:

$$\sigma_{Mises,li}=\sqrt{\sigma_{li}^2+3 \cdot \tau_{li}^2} \text{ bzw. } \sigma_{Mises,re}=\sqrt{\sigma_{re}^2+3 \cdot \tau_{re}^2} \quad (13.36)$$

$$\sigma_{Mises,li}=167,5 \text{ N/mm}^2 \text{ bzw. } \sigma_{Mises,re}=384,0 \text{ N/mm}^2$$

Da an der rechten Dübelzahnseite bei einer Längsschubkraft von 1087,3 kN/lfm die Fließgrenze $f_y=384 \text{ N/mm}^2$ erreicht wird, handelt es sich dabei um die elastische Grenztragfähigkeit $P_{\max,el,N3}$. Es ist daher keine weitere Iteration nötig.

Eine Auflistung der Ergebnisse für verschiedene Kombinationen des angesetzten Schubspannungsverlaufes und Lastmodellen mit oder ohne Berücksichtigung der Abtriebskraft findet sich in Tab. 13.17.

$P_{\max,el,N3}$ [kN/lfm]	N3(A)		N3(B)	
	nein	ja	nein	ja
Abtriebskraft D:				
τ :				
Modell 1	1702,3	1539,52	1162,5	1087,3
Modell 5	1962,0	1751,8	1267,7	1180,5
Modell 6	1234,6	-	923,5	-

Tab. 13.17: el. Grenztragfähigkeiten $P_{\max,el,N3}$ des Näherungsmodells N3(A,B), mit und ohne Berücksichtigung der Abtriebskraft D

Tab. 13.17 zeigt, dass im Allgemeinen eine Berücksichtigung eines dreieckförmigen

Schubverlaufs wesentlich geringere elastische Grenztragfähigkeiten $P_{\max,el,N3}$ hervorruft. Diese sind bei Berücksichtigung der Abtriebskraft D noch kleiner. Modell N3(B) weist bei Verwendung von Belastungsmodell 1 ohne Berücksichtigung der Abtriebskraft D mit 1162,5 kN/lfm eine sehr geringe Abweichung von 3,5% zu der durch FE-Analysen ermittelten Last P_{fy} des Betonmodells 1 (von 1124 kN/lfm) auf. Das Vernachlässigen der Abtriebskraft bedeutet jedoch eine Nichteinhaltung von Gleichgewichtsbedingungen im Fachwerkstrebenmodell. Alle Ergebnisse, die durch Vernachlässigung der Abtriebskraft D entstehen, sind somit als empirische Näherungslösungen zu betrachten. Die vollständige Einhaltung der Gleichgewichtsbedingungen erfolgt unter anderem bei Belastungsmodell 1 im Näherungsmodell N3(B), mit Berücksichtigung der Abtriebskraft D (1087,3 kN/lfm). Die Abweichung beträgt hier 3,3%. Ebenfalls gering ist die Abweichung (ca. 6%) des Belastungsmodells 5 mit Abtriebskraft D im Näherungsmodell N3(B).

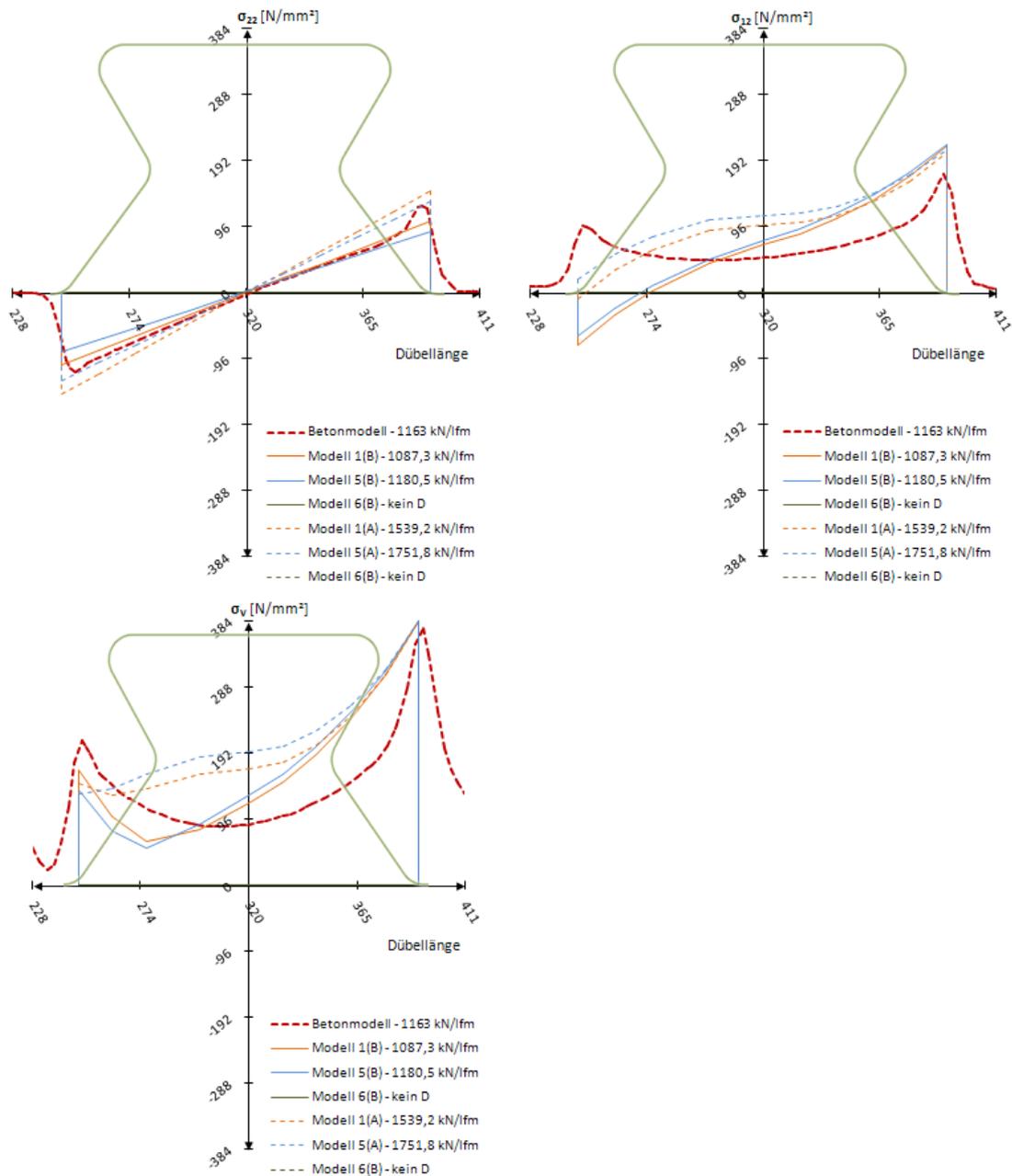


Abb. 13.11: Näherungsmodell N3(A,B): Vertikal-, Schub-, und Vergleichsspannung nach Mises – Modell 1, 5, 6 – mit Berücksichtigung der Abtriebskraft D

Abb. 13.11 und Abb. 13.12 zeigen die in Näherungsmodell N3 ermittelten Spannungen entlang des Schnitts 1, mit bzw. ohne Berücksichtigung der Abtriebskraft D.

Gut zu erkennen ist, dass die Vertikalspannungen σ_{22} stetig und linear verlaufen. Die Schubspannung σ_{12} weist bei allen Modellen auf der belasteten Seite eine gute Übereinstimmung mit der des Betonmodells auf. Entlang des Schnitts 1 hängt der nichtlineare Verlauf der Schubspannung τ_v vom Winkel α_{Voute} ab. Definitionsgemäß (positive Schubspannungen τ_v zeigen in Richtung der Dübelzahnaußenseite) wird σ_{12} auf der linken, unbelasteten Seite negativ. Da für die Vergleichsspannung nach Mises σ_v jedoch nur der Betrag relevant ist, stimmen sowohl am linken unbelasteten, wie auch am rechten, belasteten Rand die Vergleichsspannungen aller Varianten des Näherungsmodells N3 gut mit denen des Betonmodells überein.

Der Unterschied der Spannungen zwischen Berücksichtigung der Abtriebskraft D und ihrer Vernachlässigung ist kleiner als 1%.

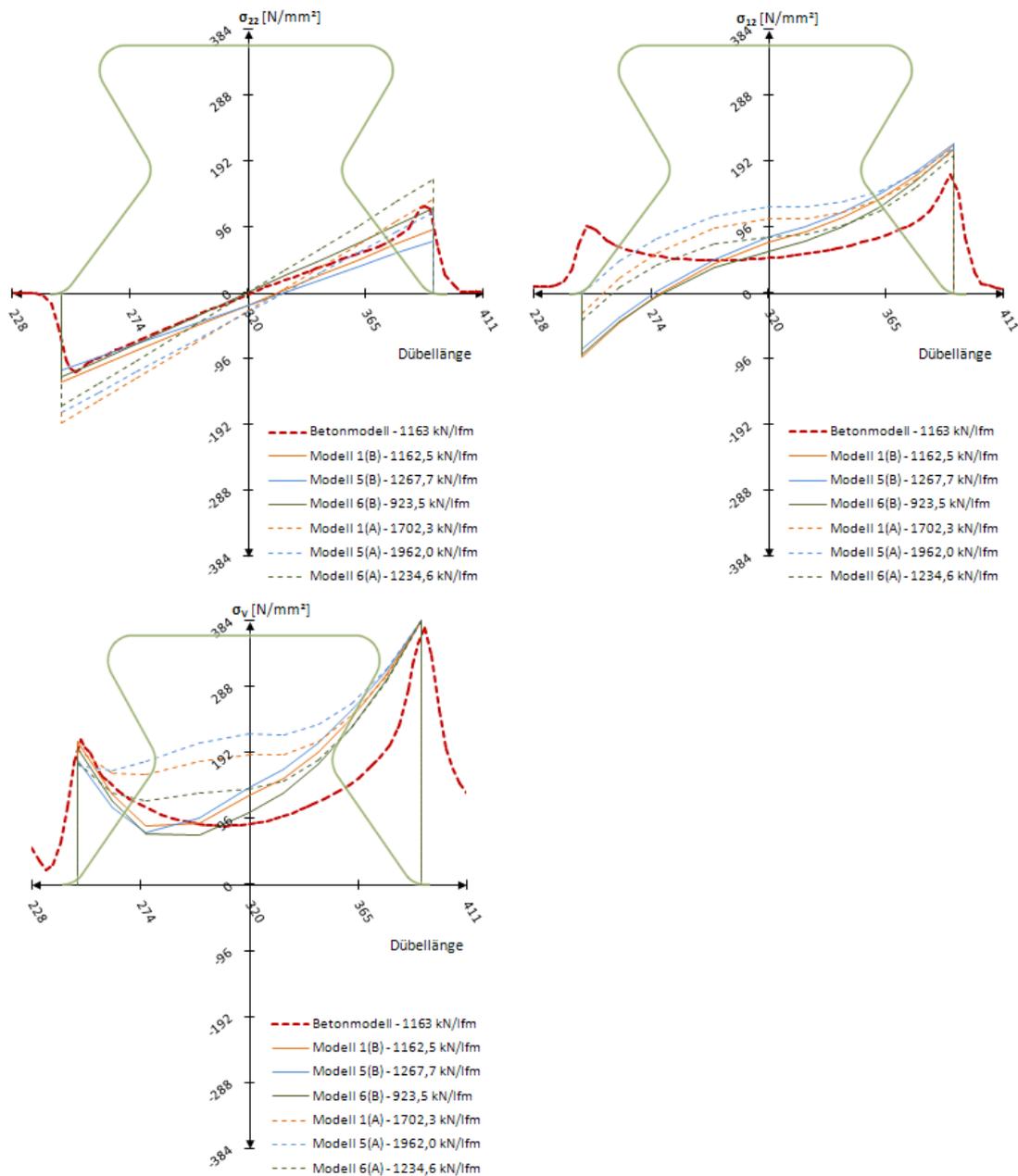


Abb. 13.12: Näherungsmodell N3(A,B): Vertikal-, Schub-, und Vergleichsspannung nach Mises – Modell 1, 5, 6 – ohne Berücksichtigung der Abtriebskraft D

13.6 Voutenförmige Lasteinleitung mit Druckstreben – Näherungsmodell N4

Eine Erweiterung der in Näherungsmodell N1 verwendeten Theorie der klassischen Biegelehre stellt die Berücksichtigung von Druckstreben dar, analog zu Näherungsmodell N2. Ein Teil der Lasten wird dabei über die untere Gerade $l_{G,2}$ und den unteren Kreisbogen KB_3 direkt in den Dübelfuß abgeleitet.

Näherungsmodell N4 basiert auf Näherungsmodell N3. Zusätzlich werden aber Druckstreben berücksichtigt. Somit ist dieses Näherungsmodell eine Kombination aus Druckstreben

(Näherungsmodell N2) und der Berücksichtigung der Trajektorienneigung (Näherungsmodell N3).

Am einfachsten ist es, Näherungsmodell N3 um den Anteil der Druckstreben zu erweitern. Daher gelten alle Gleichungen des vorherigen Kapitels 13.5 analog. Abweichende Bestimmungsgleichungen werden in diesem Kapitel angegeben.

Der Winkel der Druckstreben α_{DS} wird, wie in Näherungsmodell N2, orthogonal auf die untere Gerade des Dübelzahns $l_{G,unten}$ angesetzt (siehe Abb. 13.13). Er ergibt sich somit zu:

$$\alpha_{DS} = 36^\circ \tag{13.37}$$

Es ist in Abb. 13.13 Näherungsmodell N3(A) mit einem konstanten Schubverlauf, in Abb. 13.14 N3(B) mit einem dreieckförmigen Schubverlauf dargestellt.

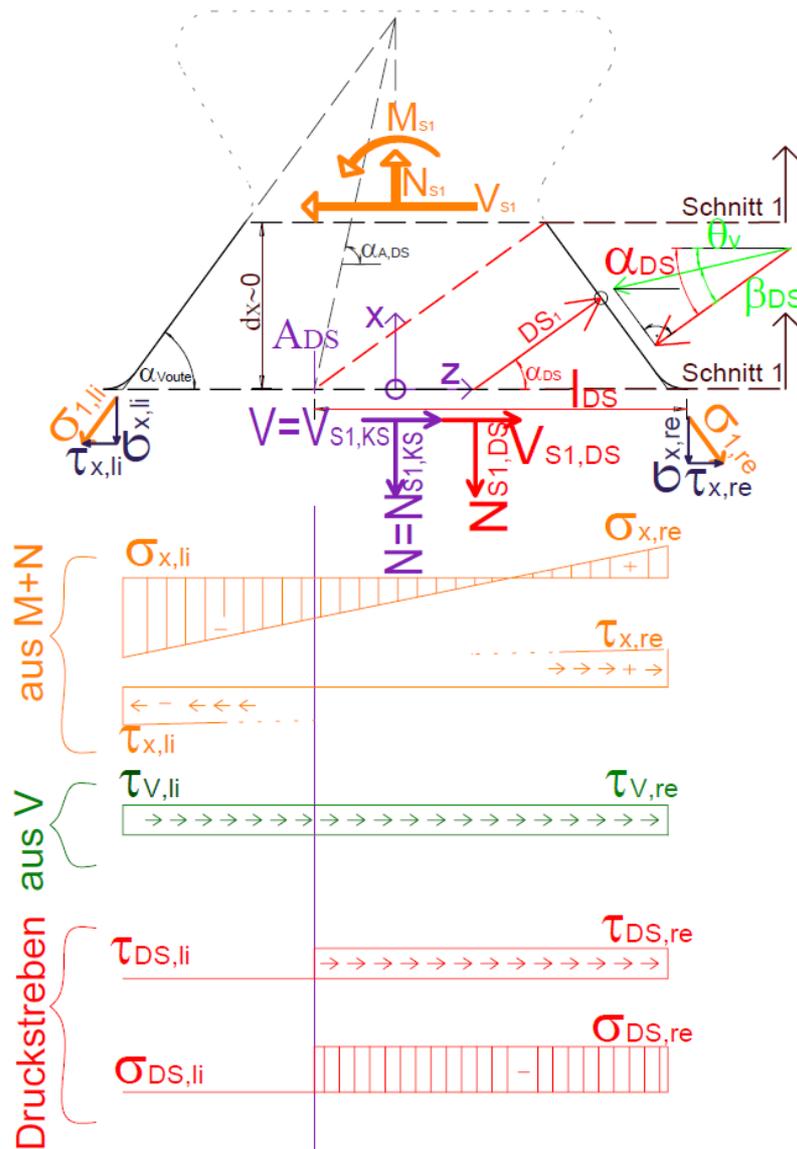


Abb. 13.13: Voutenförmige Lasteinleitung mit Druckstreben, Näherungsmodell N4(A)

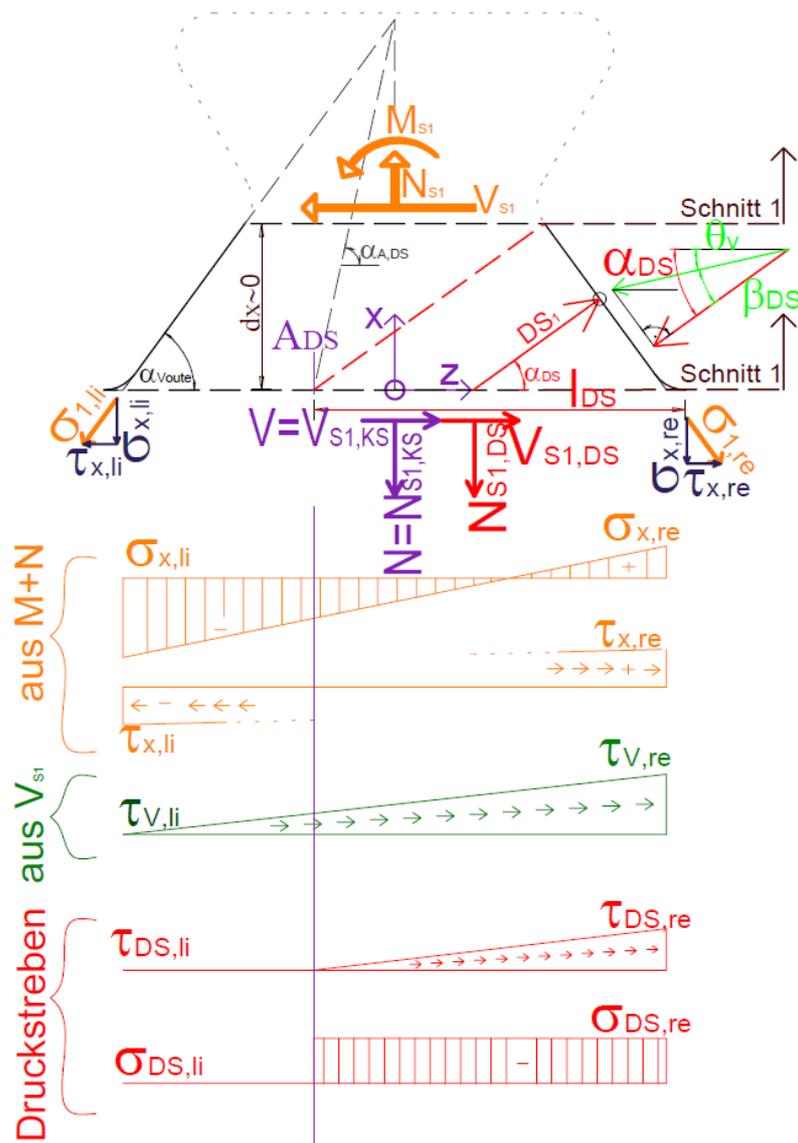


Abb. 13.14: Voutenförmige Lasteinleitung mit Druckstreben, Näherungsmodell N4(B)

Zur Ermittlung der einwirkenden Schnittgrößen wird ebenfalls analog zu Näherungsmodell N2 in Kapitel 13.4 vorgegangen. Zuerst werden für eine anfangs angenommene Längsschubkraft die einwirkenden Schnittgrößen bestimmt. Diese sind die Normalkraft N_{S1} , die Querkraft V_{S1} und das Moment M_{S1} . Sie sind in Abb. 13.13 bzw. Abb. 13.14 orange dargestellt. Schließlich ist mittels der in Kapitel 13.4 angegebenen Gleichungen der Anteil der Querkraft $V_{S1,DS}$ und der Normalkraft $N_{S1,DS}$, welche über die Druckstreben in den Dübelfuß geleitet wird, zu bestimmen. Somit kann von den einwirkenden Schnittgrößen V_{S1} , bzw. N_{S1} der Anteil der Druckstreben $V_{S1,DS}$, bzw. $N_{S1,DS}$ abgezogen werden. Man erhält die im lokalen x-z-Koordinatenursprung angreifenden Schnittgrößen $V_{S1,KS}$, $N_{S1,KS}$, sowie das Moment M_{S1} .

Diese Schnittgrößen sind jeweils ohne und mit Berücksichtigung der Abtriebskraft D in Tab. 13.18 bzw. Tab. 13.19 angegeben. Der über die Druckstreben übertragene Anteil (Index „S1,DS“) und der über den lokalen x-z-Koordinatenursprung übertragene Anteil (Index „S1,KS“) ergibt, wie in Kapitel 13.4 gezeigt, die einwirkende Komponente (Index „S1“). Näherungsmodell N4 untergliedert sich unter Beachtung verschiedener Belastungsmodelle weiters in das Modell N4(A), welches einen konstanten Schubverlauf beschreibt, und Modell

N4(B), welches einen dreieckförmigen Schubverlauf beschreibt. In Tab. 13.19 werden Belastungsmodell 1 und 5 beschrieben, Modell 6 besitzt keine Vertikalkomponente und somit auch keine Abtriebskraft D.

Näherungsmodell		Längsschubkraft V [kN/lfm]	$N_{S1,KS}$ [kN]	$N_{S1,DS}$ [kN]	$V_{S1,KS}$ [kN]	$V_{S1,DS}$ [kN]	M_{S1} [kNm]
N4(A)	Modell 1	1637,4	5,09	-78,43	191,70	107,94	8,70
	Modell 5	1807,1	32,09	-106,77	186,77	146,95	6,56
	Modell 6	1215,8	50,90	-50,90	159,00	70,06	9,86
N4(B)	Modell 1	1055,3	3,28	-50,54	123,55	69,57	5,61
	Modell 5	1099,1	19,52	-64,94	113,60	89,38	3,99
	Modell 6	868,7	35,37	-36,37	113,6	50,05	7,04

Tab. 13.18: Eingangsschnittgrößen des Näherungsmodells N4(A,B) – ohne Abtriebskraft D

Näherungsmodell		Längsschubkraft V [kN/lfm]	$N_{S1,KS}$ [kN]	$N_{S1,DS}$ [kN]	$V_{S1,KS}$ [kN]	$V_{S1,DS}$ [kN]	M_{S1} [kNm]
N4(A)	Modell 1	1493,2	71,52	-71,52	174,81	98,43	7,93
	Modell 5	1640,1	102,58	-96,90	169,52	133,37	5,95
N4(B)	Modell 1	995,9	47,7	-47,7	116,6	65,65	5,29
	Modell 5	1037,1	64,87	-61,28	107,20	84,34	3,77

Tab. 13.19: Eingangsschnittgrößen des Näherungsmodells N4(A,B) – mit Abtriebskraft D

Um mit den auf den lokalen x-z-Koordinatenursprung wirkenden Schnittgrößen analog zu Näherungsmodell N3 in Kapitel 13.5 die Spannungen am linken und rechten Dübelzahnrand ermitteln zu können, werden die dafür verwendeten Schnittgrößen, welche um den lokalen x-z-Koordinatenursprung wirken, in Tab. 13.20 bzw. Tab. 13.21 zur Normalkraft N, Querkraft V und zum Moment M zusammengefasst. Somit lässt sich die Vertikalspannung $\sigma_{x,li}$, bzw. $\sigma_{x,re}$, die Schubspannung $\tau_{x,li}$, bzw. $\tau_{x,re}$, sowie die Hauptnormalspannung $\sigma_{1,li}$, bzw. $\sigma_{1,re}$ bestimmen.

ohne Berücksichtigung der Abtriebskraft D					
Näherungsmodell		Längsschubkraft V [kN/lfm]	N [kN]	V [kN]	M [kNm]
N4(A)	Modell 1	1637,4	5,09	191,70	8,70
	Modell 5	1807,1	32,09	186,77	6,56
	Modell 6	1215,8	50,90	159,00	9,86
N4(B)	Modell 1	1055,3	3,28	123,55	5,61
	Modell 5	1099,1	19,52	113,60	3,99
	Modell 6	868,7	35,37	113,6	7,04

Tab. 13.20: Eingangsschnittgrößen des Näherungsmodells N4(A,B) – ohne Abtriebskraft D

mit Berücksichtigung der Abtriebskraft D					
Näherungsmodell		Längsschubkraft V [kN/lfm]	N [kN]	V [kN]	M [kNm]
N4(A)	Modell 1	1493,2	71,52	174,81	7,93
	Modell 5	1640,1	102,58	169,52	5,95
N4(B)	Modell 1	995,9	47,7	116,6	5,29
	Modell 5	1037,1	64,87	107,20	3,77

Tab. 13.21: Eingangsschnittgrößen des Näherungsmodells N4(A,B) – mit Abtriebskraft D

Im Folgenden soll die Ermittlung der elastischen Grenzschubtragfähigkeit für Belastungsmodell 1, unter Zuhilfenahme des dreieckförmigen Schubverlaufs des Näherungsmodells N4(B) gezeigt werden. Alle anderen elastischen Grenztragfähigkeiten des Näherungsmodells N4 lassen sich sinngemäß bestimmen. Für den Anteil der durch die Druckstreben übertragenen Normal- und Querkraft $N_{S1,DS}$, bzw. $V_{S1,DS}$, sind die Schnittgrößen aus Tab. 13.18, bzw. Tab. 13.19 zu entnehmen. Für den Normalkraftanteil N, den Querkraftanteil V, und das Moment M, mit denen analog zu Näherungsmodell N3 unter Beachtung der Trajektorienneigung die Spannungen bestimmt werden sollen, sind die Schnittgrößen in Tab. 13.20 bzw. Tab. 13.21 dargestellt.

Im folgenden Fall sind die Schnittgrößen aus der dritten, grau hinterlegten Zeile in Tab. 13.21 bzw. Tab. 13.19 entnommen.

Die Berücksichtigung des Druckstrebenanteils erfolgt jeweils für einen konstanten Schubfluss in Modell A, bzw. einen dreieckförmigen Schubfluss in Modell B. Für Modell A gilt:

$$\tau_{DS,li} = 0 \quad \text{bzw.} \quad \tau_{DS,re} = \frac{V_{S1,DS}}{t \cdot l_{DS}} \quad (13.38)$$

Für Modell B gilt:

$$\tau_{DS,li} = 0 \quad \text{bzw.} \quad \tau_{DS,re} = \frac{2 \cdot V_{S1,DS}}{t \cdot l_{DS}} \quad (13.39)$$

$$\tau_{DS,re} = 70,49 \text{ N/mm}^2$$

Die durch die Druckstreben eingeleitete Vertikalspannungsanteil $\sigma_{DS,li}$ bzw. $\sigma_{DS,re}$ beschreibt in jedem Fall einen konstanten Verlauf (siehe Abb. 13.13 und Abb. 13.14). Da die Druckstreben allerdings nicht bis zum linken, unbelasteten Rand des Dübelzahns reichen, ergibt sich $\sigma_{DS,li}$ zu Null:

$$\sigma_{DS,li} = 0 \quad \text{bzw.} \quad \sigma_{DS,re} = \frac{N_{S1,DS}}{t \cdot l_{DS}} \quad (13.40)$$

$$\sigma_{DS,re} = -25,61 \text{ N/mm}^2$$

Der Anteil der Druckstreben (Index „DS“) wird später mit dem Anteil der Spannungen überlagert, welche aus den am lokalen x-z-Koordinatenursprung wirkenden Schnittgrößen stammen (Index „KS“).

Die Bestimmung der Vertikalspannung $\sigma_{x,li}$ bzw. $\sigma_{x,re}$, verursacht durch M und N, ist analog zu der in Näherungsmodell N3:

$$\sigma_{x,li} = \frac{N}{A_{SI,ve}} + \frac{M}{I_{SI}} \cdot z_{li} \quad (13.41)$$

$$\sigma_{x,li} = -59,46 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{x,re} = \frac{N}{A_{SI,ve}} + \frac{M}{I_{SI}} \cdot z_{re} \quad (13.42)$$

$$\sigma_{x,re} = 92,46 \text{ N/mm}^2$$

Ebenso wird die Hauptspannung entlang der Kante $\sigma_{1,li}$ bzw. $\sigma_{1,re}$, sowie die Schubspannung $\tau_{x,li}$ bzw. $\tau_{x,re}$, über das Krafteck in Abb. 13.13 bzw. Abb. 13.14 berechnet:

$$\sigma_{1,li} = \frac{\sigma_{x,li}}{\sin(\alpha_{Voute})} \quad \text{bzw.} \quad \sigma_{1,re} = \frac{\sigma_{x,re}}{\sin(\alpha_{Voute})} \quad (13.43)$$

$$\sigma_{1,li} = -73,50 \text{ N/mm}^2 \quad \text{bzw.} \quad \sigma_{1,re} = 114,28 \text{ N/mm}^2$$

$$\tau_{x,li} = \frac{\sigma_{x,li}}{\tan(\alpha_{Voute})} \quad \text{bzw.} \quad \tau_{x,re} = \frac{\sigma_{x,re}}{\tan(\alpha_{Voute})} \quad (13.44)$$

$$\tau_{x,li} = -43,20 \text{ N/mm}^2 \quad \text{bzw.} \quad \tau_{x,re} = 67,17 \text{ N/mm}^2$$

Die Schubspannung zufolge der um den lokalen x-z-Koordinatenursprung wirkenden Querkraft V ergibt sich für Modell A zu:

$$\tau_{V,re} = \tau_{V,li} = \frac{V}{t \cdot l_{SI,ve}} \quad (13.45)$$

Für das hier vorgestellte Modell B wird ein dreieckförmiger Schubspannungsverlauf angenommen. Die Schubspannung $\tau_{v,li}$ am linken, unbelasteten Dübelzahnrand beträgt daher immer Null, am rechten, belasteten Rand ist sie doppelt so groß wie in Modell A. Somit gilt für Modell B:

$$\tau_{V,li} = 0 \quad \text{bzw.} \quad \tau_{V,re} = \frac{2 \cdot V}{t \cdot l_{SI,ve}} \quad (13.46)$$

$$\tau_{V,re} = 80,66 \text{ N/mm}^2$$

Zur Überlagerung der Schubspannungen wird Gleichung 13.34 um den Anteil aus den Druckstreben $\tau_{DS,li}$ bzw. $\tau_{DS,re}$ erweitert:

$$\tau_{li} = \tau_{x,li} + \tau_{V,li} + \tau_{DS,li} \quad \text{bzw.} \quad \tau_{re} = \tau_{x,re} + \tau_{V,re} + \tau_{DS,re} \quad (13.47)$$

$$\tau_{li} = -43,20 \text{ N/mm}^2 \quad \text{bzw.} \quad \tau_{re} = 218,32 \text{ N/mm}^2$$

Es wird nun der Vertikalspannungsanteil der Druckstreben mit dem Anteil der vertikalen Spannungen überlagert, welche aus den am lokalen x-z-Koordinatenursprung wirkenden Schnittgrößen stammen:

$$\sigma_{li} = \sigma_{x,li} \quad \text{bzw.} \quad \sigma_{re} = \sigma_{x,re} + \sigma_{DS,re} \quad (13.48)$$

$$\sigma_{li} = -59,46 \text{ N/mm}^2 \quad \text{bzw.} \quad \sigma_{re} = 66,85 \text{ N/mm}^2$$

Die Vergleichsspannung nach Mises ergibt sich für das Näherungsmodell N4 somit zu:

$$\sigma_{Mises,li} = \sqrt{\sigma_{li}^2 + 3 \cdot \tau_{li}^2} \quad \text{bzw.} \quad \sigma_{Mises,re} = \sqrt{\sigma_{re}^2 + 3 \cdot \tau_{re}^2} \quad (13.49)$$

$$\sigma_{Mises,li} = 95,57 \text{ N/mm}^2 \quad \text{bzw.} \quad \sigma_{Mises,re} = 384,00 \text{ N/mm}^2$$

Es ist somit am rechten Punkt des Schnitts 1 die Fließgrenze erreicht. Die aus Tab. 13.21 entnommene Längsschubtragfähigkeit von 995,9 kN/lfm ist somit ohne weitere Iteration die elastische Grenzschubtragfähigkeit $P_{\max,el,N4}$. Nachfolgend sind in Tab. 13.22 alle elastischen Grenztragfähigkeiten $P_{\max,el,N4}$ des Näherungsmodells N4 zusammengefasst. Dabei wird nach den Belastungsmodellen, der Art des Schubverlaufes, sowie dem Vorhandensein der Abtriebskraft D unterschieden. Da das Belastungsmodell 6 eine rein horizontale Last aufweist, wird darin auch keine Abtriebskraft D angesetzt.

$P_{\max,el,N4}$ [kN/lfm]	N4(A)		N4(B)	
	nein	ja	nein	ja
τ :				
Modell 1	1637,4	1493,2	1055,3	995,9
Modell 5	1807,1	1640,1	1099,1	1037,1
Modell 6	1215,8	-	868,7	-

Tab. 13.22: el. Grenztragfähigkeiten $P_{\max,el,N4}$ des Näherungsmodells N4(A,B), mit und ohne Berücksichtigung der Abtriebskraft D

Tab. 13.22 zeigt, dass die elastische Grenzlast von Modell B um etwa 50% geringer ist, als bei Modell A. Diese el. Grenzlast des Modell B entspricht auch den FE-Analysen (beim Betonmodell betrug $P_{fy}=1124\text{kN/lfm}$, siehe Tab. 5.2). Die beste Übereinstimmung mit einer geringen Abweichung von 3,5% ergibt sich bei „Modell N4(B) – Modell 5“ unter Berücksichtigung der Abtriebskraft D. Wird der Belastungsansatz nach „Modell N4(B) – Modell 1“ mit Berücksichtigung der Abtriebskraft D gewählt, ergibt sich eine Abweichung von 11%. Die elastischen Grenztraglasten bei Vernachlässigung der Abtriebskraft D liegen allgemein um ca. 8% über denen mit Berücksichtigung von D.

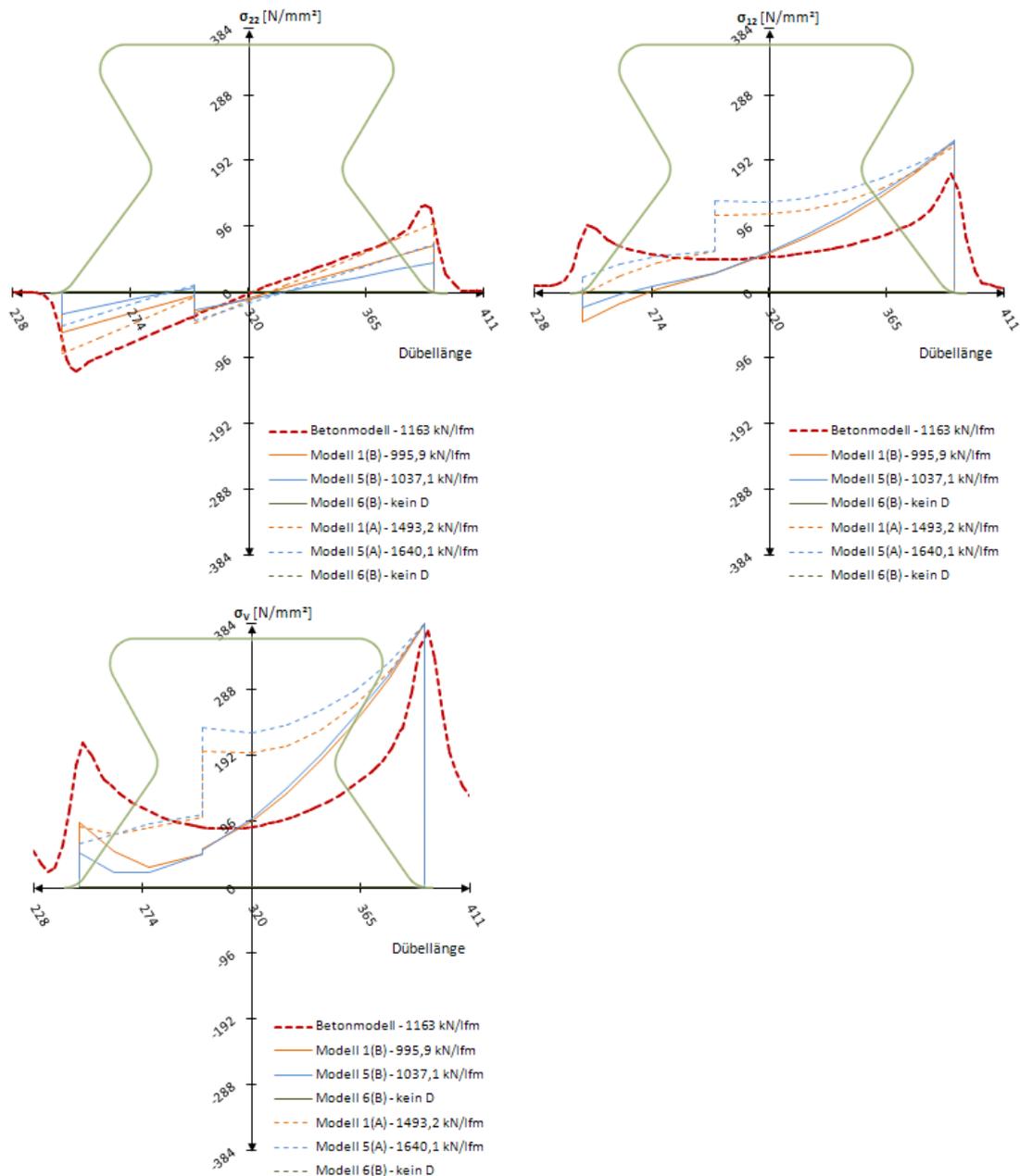


Abb. 13.15: Näherungsmodell N4(A,B): Vertikal-, Schub-, und Vergleichsspannung nach Mises – Modell 1, 5, 6 – mit Berücksichtigung der Abtriebskraft D

In Abb. 13.15 sowie Abb. 13.16 sind alle Variationen des Näherungsmodells N4 mit, bzw. ohne Berücksichtigung der Abtriebskraft D dargestellt. Gut zu erkennen ist der Sprung bei Anwendung eines konstanten Schubverlaufs am Übergang zum Wirkungsbereich der Druckstreben. Sowohl die Schubspannung σ_{12} , als auch die Vertikalspannung σ_{22} wird durch Modell B am linken, unbelasteten Dübelzahnrand um ca. 50% unterschätzt. Modell A bildet dort die Vertikalspannung σ_{22} um ca. 30%, die Schubspannung σ_{12} um ca. 65% zu niedrig ab. Am rechten, belasteten Rand überschätzen beide Modelle A und B die Schubspannung σ_{12} um etwa 8%, demgegenüber wird die Vertikalspannung σ_{22} um ca. 20% unterschätzt. Daraus ergibt sich eine sehr gute Übereinstimmung der Vergleichsspannung σ_v am rechten, belasteten Dübelzahnrand mit dem Näherungsmodell N4. Am linken, unbelasteten Rand wird σ_v um ca. 50% zu niedrig abgebildet.

Die Unterschiede zwischen Vernachlässigung und Berücksichtigung der Abtriebskraft D sind, ähnlich dem Näherungsmodell N3, gering. Eine etwas genauere Annäherung an die Spannungen des Betonmodells ist jedoch bei Vernachlässigung der Abtriebskraft D in Abb. 13.16 erkennbar.

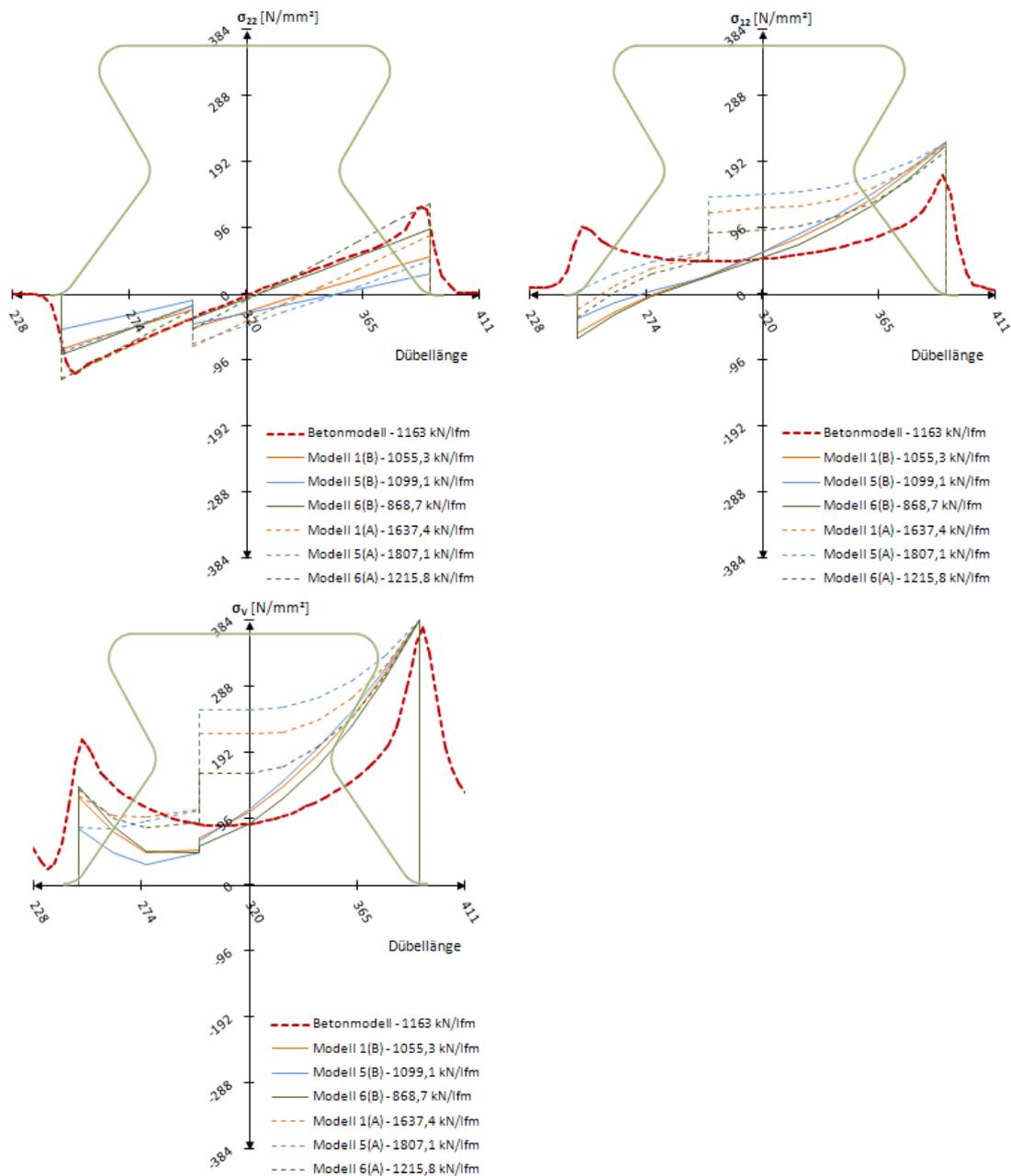


Abb. 13.16: Näherungsmodell N4(A,B): Vertikal-, Schub-, und Vergleichsspannung nach Mises – Modell 1, 5, 6 – ohne Berücksichtigung der Abtriebskraft D

14 Zusammenfassung

14.1 Vergleich der elastischen und plastischen Grenztragfähigkeit

Es soll nun der Vergleich zwischen den einzelnen Modellansätzen, der FEM-Analyse, den rechnerischen Ansätzen in Kapitel 12 und den Versuchsergebnissen erfolgen.

Beim Push-Out Versuchskörper kann, wie in Kapitel 10.6, Abb. 10.15 gezeigt, die Abtriebskraft D über Gewindestangen aufgenommen werden. Beim Einsatz des Kronendübels in der Verbundfuge eines Biegeträgers muss diese Druckstrebe D von den Dübelzähnen in den Stahl geleitet werden. Daher sollen sowohl die Resultate aus Berücksichtigung der Abtriebskraft D , als auch unter Vernachlässigung der Abtriebskraft D dargestellt werden.

Die elastische Grenzlast definiert sich laut Kapitel 5.4 als die Last zum Zeitpunkt t_0 , bei welcher die erste Faser des Schnitts 1, 2, 3, oder 4 zu fließen beginnt. Da dies beim Push-Out Versuchskörper nicht feststellbar war, werden in dieser Zeile der folgenden Tab. 14.1 keine Angaben gemacht. Bei den durch Handrechnung ermittelten elastischen Grenztragfähigkeiten wird in Kapitel 13.1 festgestellt, dass die Ermittlung für Schnitt 1 erfolgen soll. Die Werte für die Näherungsmodelle (grün eingefärbt) werden den jeweiligen Tabellen am Ende der einzelnen Unterkapitel des Kapitels 13 entnommen. Die elastischen Grenzschubtragfähigkeiten der FE-Modelle in der linken Spalte (blau eingefärbt) sind Tab. 5.2 entnommen.

		elastische Grenztragfähigkeit zum Zeitpunkt t_0 [kN/lfm]							
		Ingenieurmodelle							
		N1		N2		N3		N4	
		Modell B		Modell B		Modell B		Modell B	
									
Abtriebskraft D :		ja	nein	ja	nein	ja	nein	ja	nein
Push-Out Versuch	k.A.								
Betonmodell 1	1124	keine Berechnung durchführbar							
Betonmodell 2	1138								
Betonmodell 3	1219								
Modell 1	1163	1605		1368	1381	1087	1163	996	1055
Modell 5	971	1771	-	1486	1501	1181	1268	1037	1099
Modell 6	1046	1507		-	1309	-	924	-	869
Modell 1A	1237	keine Berechnung durchgeführt							
Modell 5A	1086								
Modell 6A	1051								
Modell 5B	1127								

Tab. 14.1: Vergleich der elastischen Grenztragfähigkeiten zwischen FE-Modellen und Ingenieurmodellen

In Tab. 14.1 berücksichtigen die Näherungsmodelle beim Belastungsmodell 6 aufgrund des rein horizontalen Lastansatzes keine Abtriebskraft D . Aus den Näherungsmodellen N1, N2, N3 und N4 werden jeweils die am besten zu den elastischen Grenzlasten passenden Ergebnisse dargestellt. Dies sind ausschließlich solche mit dreieckförmigem Schubverlauf nach Modell B.

Bei Betrachtung von Tab. 14.1 ist festzustellen, dass das Modell 5B nicht nur die Spannungen an der belasteten Stahlzahnkante zum Zeitpunkt t_0 sehr gut abbildet, sondern auch die elastische Grenzlast aller Betonmodelle. Des Weiteren wurde mit dem Näherungsmodell N4 bei Berücksichtigung der Abtriebskraft D ein Rechenmodell entwickelt, mit welchem die elastische Grenzlast gut nachvollziehbar ist. Darin beträgt die Abweichung zu Modell 5 11%, zu Betonmodell 1 3,5%.

Im Allgemeinen treffen die rechnerischen Näherungsverfahren N3 und N4 sehr gut auf die jeweiligen Modelle zu. Abweichungen liegen im Bereich von +/- 10%. Die Verfahren N1 und N2 liefern zu große elastische Grenztragfähigkeiten. Das deutet auf die essentielle Bedeutung der Berücksichtigung der Trajektorienneigung (in Näherungsmodell N3 und N4 eingeführt), sowie des dreieckförmigen Schubverlaufes (Modell B) hin. Generell führt die Berücksichtigung der Abtriebskraft D zu einer geringeren elastischen Längsschubtragfähigkeit. Für Näherungsmodell N1 gibt es, wie schon in Kapitel 13.2 festgestellt wurde, keine Variante mit Vernachlässigung der Abtriebskraft D . Diese wäre nicht zielführend, da sie die, unter konstantem Schubspannungsverlauf mittels Näherungsmodell N1 ermittelten, großen Längsschubkräfte weiter erhöht hätte.

Tab. 14.2 enthält alle im Rahmen dieser Arbeit ermittelten plastischen Grenztragfähigkeiten. Für den Push-Out Versuch ist sowohl die maximal erreichte, als auch die der statischen Dübelkennlinie angegeben (siehe Kapitel 6.1). Die Betonmodelle 2 und 3 dienen in Kapitel 11.2 der Verifizierung des ursprünglichen Betonmodells. Für Modell 1 und 5 werden die Tragfähigkeiten Tab. 5.2 zum Zeitpunkt t_2 entnommen.

Die Last P_{\max} in Tab. 5.2 wird für Modell 6 bei einer Horizontalverschiebung δ von 0,6 mm angegeben. Die maximale plastische Grenztragfähigkeit des Betonmodell 1 wird jedoch bei $\delta=6,3$ mm erreicht. Es wird daher für die plastische Grenztragfähigkeit des Modell 6 in Tab. 14.2 die Längsschubkraft bei einer Verschiebung von $\delta=6,3$ mm eingetragen. Diese wird der Dübelkennlinie in Abb. 9.1 entnommen. Ebenso wird bei Modell 1A, 5A, und 6A vorgegangen. Die plastischen Grenztragfähigkeiten werden aus den jeweiligen Dübelkennlinien bei einer Verschiebung von $\delta=6,3$ mm ermittelt.

Die Werte „ermittelte Längsschubkraft V_{\max} “ aus Kapitel 12, Tab. 12.20 sind in kN/lfm angegeben, um sie mit den Dübelkennlinien des Push-Out Versuchs, der Modelle 1, 5 und 6, und den FE-Analysen vergleichen zu können. Die schwächsten Schnitte, welche erwartungsgemäß als erstes versagen, sind in Tab. 12.20 rot eingefärbt und in Tab. 14.2 eingetragen. Die Tragfähigkeiten der FE-Modelle sind, mit Ausnahme der des Modells 6, Tab. 5.2 entnommen.

Die „berechneten plastischen Tragfähigkeiten“ stammen aus Kapitel 12.6, Tab. 12.20.

		plastische Grenztragfähigkeit zum Zeitpunkt t_2 [kN/lfm]						
		FE- Erg.	berechnete plastische Tragfähigkeiten					
			nach Huber, Mises, Hencky		nach EC 3			
				Versagt in:		Versagt in:		
Push-Out Versuch	max.	3115,8	keine Rechnung durchführbar					
	statisch	2840						
Betonmodell 1	2932							
Betonmodell 2	2823							
Betonmodell 3	2868							
Modell 1	2908	2652				Schnitt 4	2776	Schnitt 4
Modell 5	2136	2457				Schnitt 4	2722	Schnitt 4
Modell 6	2680	2750				Schnitt 1	2812	Schnitt 1
Modell 1A	2939	keine Berechnung durchgeführt						
Modell 5A	2339							
Modell 6A	2709							
Modell 5B	2136							

Tab. 14.2: Vergleich der plastischen Grenztragfähigkeiten zwischen Versuch, FE-Modellen und Ingenieurmodellen

Die plastische Grenztragfähigkeit des Modells 1 in Tab. 14.2 nähert die der statischen Kennlinie des Push-Out Versuchs sehr gut an (Abweichung <1%). Die Dübelkennlinie des Modells 6 stimmt jedoch bei einer Verschiebung $\delta < 6,3$ mm besser mit der des Versuchs überein. Dies wird für Modell 6A schon in Kapitel 11.2.2 festgestellt.

Die Berechnung der plastischen Grenztragfähigkeit mit Hilfe der Fließgrenze nach Huber, Mises, und Hencky, bzw. EC 3 stimmt unter Zuhilfenahme des Lastansatzes nach Modell 6 am besten mit der des Push-Out Versuchs überein (Abweichungen <6%).

Dies liegt daran, dass bei Erreichen der „berechneten plastischen Tragfähigkeit“ der gesamte Querschnitt des Dübelzahns ausgenutzt wird. Dies ist bei Erreichen der Verschiebung $\delta = 6,3$ mm bei den FE-Analysen der Belastungsmodelle 1, 5 und 6 nicht zwingend der Fall. Bei dieser Längsverschiebung wird in den FE-Analysen zwar das plastische Plateau der Dübelkennlinie erreicht, die Dübelquerschnitte haben jedoch noch nicht in jedem Punkt die Fließgrenze erreicht.

Für Modell 1 und 6 nach EC 3 bzw. Huber, Mises und Hencky liegen die berechneten Tragfähigkeiten mit einer Abweichung von 5-8% relativ nahe bei denen der Belastungsmodelle. Die plastische Tragfähigkeit des Push-Out Versuchs von 2840 kN/lfm wird jedoch um bis zu 7% unterschritten. Eine Ausnahme bildet dabei die händisch ermittelte plastische Grenztragfähigkeit nach EC 3 für das Belastungsmodell 6. Sie stimmt gut mit der der statischen Dübelkennlinie des Push-Out Körpers überein.

14.2 Zusammenfassung und Empfehlung zur Darstellung der brenngeschnittenen Kante

Wie in Kapitel 10 gezeigt, kann bis zum Zeitpunkt t_1 das Modell 5 zur Ermittlung der Spannungen an der rechten, brenngeschnittenen Kante verwendet werden. Allerdings liegen dabei die aufnehmbaren Lasten, welche in etwa gleiche Spannungen am belasteten, rechten Dübelzahnrand erzeugen, etwa 10% unter denen des Betonmodells 1 und des Versuchs. Für größere Lasten sind die Belastungsmodelle 1, 5 und 6 ungeeignet, da sie den Kontaktdruck, und somit die Spannungen an der Kante, falsch abbilden.

Besser als Modell 5 nähert das im Kapitel 11 („Modellbildung“) vorgestellte Modell 5A die Spannungen an der brenngeschnittenen Kante an. Bis zum Zeitpunkt t_1 , welcher noch im Bereich der elastischen Dübelkennlinie liegt, sind alle Spannungskomponenten gut wiedergegeben.

Aufgrund der besten Annäherung des Betonmodells 1, sollte bis zum Zeitpunkt t_1 Modell 5B (siehe Kapitel 11.3) zur Anwendung kommen. Es bildet als einziges Modell die Hauptspannungen σ_{\max} und σ_{\min} ausreichend genau ab. Zum Zeitpunkt t_2 stimmt noch der Verlauf aller Spannungskomponenten an der belasteten, rechten Stahlzahnkante mit dem von Betonmodell 1 überein, die Beträge der Spannungen werden allerdings überschätzt.

Zur Beschreibung innerhalb des elastischen Bereichs der Dübelkennlinie ist Modell 5 am besten geeignet. Nach Verlassen des elastischen Bereichs und Erreichen des plastischen Plateaus, sollte Modell 6A zur Anwendung kommen.

Will man die elastische Grenztragfähigkeit durch Anwendung von Ingenieurmodellen ermitteln, empfiehlt sich „Näherungsmodell N4(B) – Modell 5“ mit Berücksichtigung der Abtriebskraft D . Die Vertikal-, Schub- und Vergleichsspannung nach Mises dieses Modells ist in Abb. 14.1 im Vergleich zu den jeweiligen Spannungskomponenten des Betonmodells dargestellt.

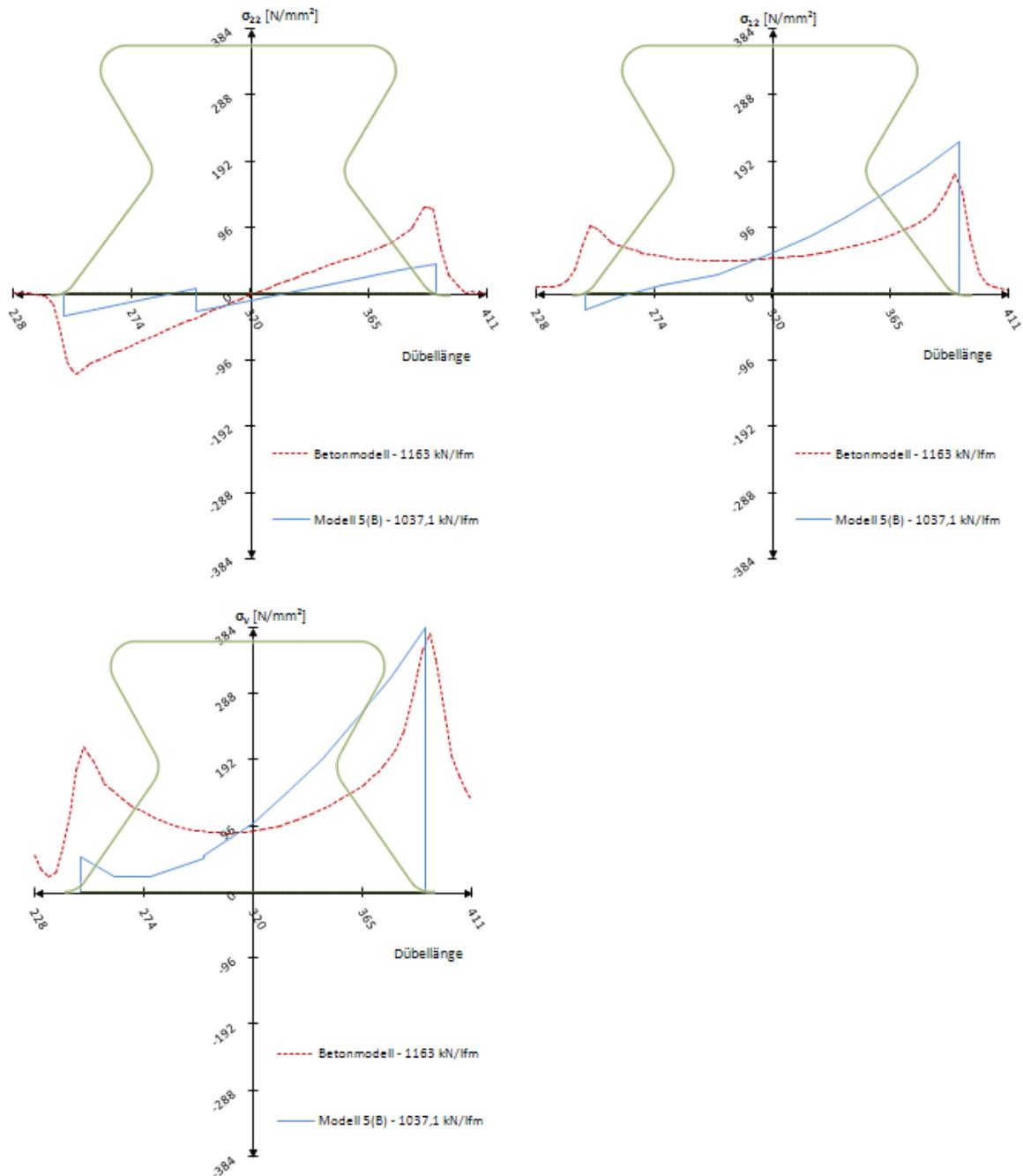


Abb. 14.1: Vertikal-, Schub-, und Vergleichsspannung nach Mises des Näherungsmodell N4 – Modell 5(B)

„Näherungsmodell N3(B) – Modell 5“ kann zur Abschätzung der elastischen Grenztragfähigkeit verwendet werden. Eine untere Grenze lässt sich sowohl durch das „Näherungsmodell N4(B) – Modell 1“, als auch durch das „Näherungsmodell N4(B) – Modell 5“ unter Berücksichtigung der Abtriebskraft D ermitteln. Bei Vernachlässigung der vertikalen Abtriebskraft D gibt „Näherungsmodell N3(B) – Modell 5“ für die elastische Grenztragfähigkeit eine Obergrenze an.

In Tab. 14.3 sind die Empfehlungen für die Modelle zusammengefasst, mit denen die zu erfüllende Aufgabe am besten bewältigbar ist. Sind in einem Feld mehrere Möglichkeiten angegeben, werden diese nach ihrer Qualität gereiht.

Aufgabe	beste Annäherung durch:		
	zum Zeitpunkt		
	t_0	t_1	t_2
Berechnung el. Grenzlast	N3(B)-M5-mD; N4(B)-M5-oD; N3(B)-M1-mD;		
Berechnung pl. Grenzlast	H.M.H.-M5; EC3-M5; EC3-M6 (konservativ);		
Annäherung an el. Grenzlast des Modell 1	N3(B)-M1-oD;		
Annäherung an el. Grenzlast des Modell 5	N4(B)-M5-mD;		
Annäherung an el. Grenzlast des Modell 6	N3(B)-M6-oD;		
Annäherung an die Dübelkennlinie des Betonmodells / Versuchs	M5	M6A	M6A
Annäherung an Spannungskomponenten der bel. Stahlzahnkante	M5B	M5B	M5B
Annäherung an Hauptspannungen der bel. Stahlzahnkante	M5B	M5B	M5B

M = Modell

oD = ohne Berücksichtigung der Abtriebskraft D

mD = mit Berücksichtigung der Abtriebskraft D

H.M.H. = nach Huber, Mises, Hencky

EC 3 = nach Eurocode 3 [11]

Tab. 14.3: Zusammenfassung der Empfehlungen

Literaturverzeichnis:

- [1] Antesberger Ernst: Weiterführende numerische Untersuchungen zum Tragverhalten von Kronendübeln, Diplomarbeit, Technische Universität Wien, Institut für Tragkonstruktionen – Stahlbau, September 2007
- [2] Iwancsics Mario: Numerische Untersuchungen zu neuartigen Schubverbindern, Diplomarbeit, Technische Universität Wien, Institut für Tragkonstruktionen – Stahlbau, Mai 2007
- [3] Petraschek, Thomas: Modelle zur Vorhersage des Tragvermögens eines Kronendübel als alternativer Schubverbinder, Dissertation, Technische Universität Wien, Institut für Tragkonstruktionen – Stahlbau, Mai 2008
- [4] Fink Josef: Skriptum Stahlbau 2, Technische Universität Wien, Institut für Tragkonstruktionen – Stahlbau, Wien, Ausgabe SS 2010
- [5] ÖNORM EN 1994-1-1: Bemessung und Konstruktion von Verbundtragwerken aus Stahl und Beton, Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau. Österreichisches Normungsinstitut, 1020 Wien, 2004
- [6] SIMULIA: Abaqus Documentation 6.10, Dassault Systems, 2010
- [7] ÖNORM EN 1992-1-1: Bemessung und Konstruktion von Stahlbetonbauten, Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Anwendungsregeln für den Hochbau. Österreichisches Normungsinstitut, 1020 Wien, 1. Mai 2005
- [8] ÖNORM EN 1993-1-8: Bemessung und Konstruktion von Stahlbauten, Teil 1-8: Bemessung von Anschlüssen. Österreichisches Normungsinstitut, 1020 Wien, 2005
- [9] ÖNORM EN 1993-1-9: Bemessung und Konstruktion von Stahlbauten, Teil 1-9: Ermüdung. Österreichisches Normungsinstitut, 1020 Wien, 2005
- [10] ABAQUS: v6.10-1, Dassault Systemes, www.simulia.com, 2010
- [11] ÖNORM EN 1993-1-1: Bemessung und Konstruktion von Stahlbauten, Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau. Österreichisches Normungsinstitut, 1020 Wien, 2005
- [12] Petersen, Christian: Stahlbau – Grundlagen der Berechnung und baulichen Ausbildung von Stahlbauten, Hochschule der Bundeswehr in München, Friedr. Vieweg & Sohn Verlag, Braunschweig, 1988

Abbildungsverzeichnis

Abb. 1.1: Schubverbinder lt. ÖNORM EN 1994-1-1 [5].....	2
Abb. 1.2: Perfobondleisten als Beispiel für Betondübel (aus [3]).....	3
Abb. 1.3: Längsschubkräfte – Verteilung (aus [4]).....	3
Abb. 1.4: Normalkräfte bei plastischer Berechnung (aus [4]).....	4
Abb. 1.5: Push-Out Versuch lt. EC 4 (aus [3]).....	4
Abb. 1.6: Last-Verschiebungsdiagramm lt. EC 4 (aus [3]).....	4
Abb. 1.7: Platzierung der Wegaufnehmer.....	5
Abb. 2.1: Stahlzahngeometrie KrL 75-36	6
Abb. 2.2: Stabwerksmodell zur Krafteinleitung lt. [3].....	7
Abb. 2.3: Modell 1 (linke Abb. aus [3]).....	8
Abb. 2.4: Modell 5 (linke Abb. aus [3]).....	8
Abb. 2.5: Modell 6 (linke Abb. aus [3]).....	9
Abb. 2.6: Vertikalkomponente (aus [3]).....	9
Abb. 3.1: Eingabe der Dübelgeometrie im Sketches Modul.....	10
Abb. 3.2: Analytical Rigid-Fläche, modelliert im 3D Modelling Space.....	11
Abb. 3.3: Einteilung in verschiedene Partitionen innerhalb des Part-Moduls.....	11
Abb. 3.4: Materialmodell der Dübelleiste.....	12
Abb. 3.5: Zuordnung über Edit Region.....	13
Abb. 3.6: Kantenteilungen – Seeds.....	13
Abb. 3.7: Netzgeometrie des Modells ohne Schweißnaht.....	14
Abb. 3.8: Anordnung des Auflagers an der Dübelleiste.....	15
Abb. 3.9: Zuweisung einer Oberfläche für das Auflager und die Dübelleiste.....	15
Abb. 3.10: Beobachtungspunkte im Modul Assembly.....	17
Abb. 3.11: Netzverfeinerung zur Modellierung der Schweißnaht	18
Abb. 3.12: Schweißnahtgeometrie.....	18
Abb. 3.13: Randbedingungen bei Modellierung mit Schweißnaht.....	19
Abb. 4.1: Die Funktion Seed Edges angewandt auf den Betondübel.....	21

Abb. 4.2: Netz des Betondübels.....	21
Abb. 4.3: Die Funktion Seed Edges angewandt auf den Betonkörper.....	22
Abb. 4.4: FE-Netz des Betonkörpers.....	22
Abb. 4.5: Lage der Bewehrung und des Ankerstabes.....	23
Abb. 4.6: In Abaqus verwendetes Materialmodell des Betons im Druckbereich.....	25
Abb. 4.7: Druckverhalten des Betons.....	26
Abb. 4.8: In Abaqus verwendetes Materialmodell des Betons im Zugbereich.....	26
Abb. 4.9: Zugverhalten des Betons.....	27
Abb. 4.10: Verlauf des Damage Parameters d_c für Druck.....	29
Abb. 4.11: Verlauf des Damage Parameters d_t für Zug.....	30
Abb. 4.12: Geometrische Interpretation des Dilation Angle ψ , aus [6].....	30
Abb. 4.13: Bezugspunkte der History Outputs.....	33
Abb. 4.14: Verschiebung des hinteren Punktes „Abhebung 2“.....	34
Abb. 5.1: Schnitt- und Koordinatendefinition.....	36
Abb. 5.2: Ebenendefinition.....	37
Abb. 5.3: Zeitpunkte.....	37
Abb. 5.4: Kontaktdruck und dessen Richtung, Definition der Laufkoordinate l	39
Abb. 6.1: Last-Verschiebungslinie.....	41
Abb. 6.2: Abhebekennlinien.....	41
Abb. 6.3: Vergleichsspannung σ_V [N/mm ²] beim Betonmodell, $t_0=1124$ kN/lfm.....	42
Abb. 6.4: σ_{11} [N/mm ²] beim Betonmodell, $t_0=1124$ kN/lfm.....	42
Abb. 6.5: σ_{12} [N/mm ²] beim Betonmodell, $t_0=1124$ kN/lfm.....	43
Abb. 6.6: σ_{22} [N/mm ²] beim Betonmodell, $t_0=1124$ kN/lfm.....	43
Abb. 6.7: Hauptnormalspannungen [N/mm ²] beim Betonmodell, $t_0=1124$ kN/lfm.....	43
Abb. 6.8: Schnitt 1: Spannungen σ_{ij} und Hauptnormalspannungen $\sigma_{max}/\sigma_{min}$ beim Betonmodell, $t_0=1124$ kN/lfm.....	44
Abb. 6.9: Schnitt 2: Spannungen σ_{ij} und Hauptnormalspannungen $\sigma_{max}/\sigma_{min}$ beim Betonmodell, $t_0=1124$ kN/lfm.....	45
Abb. 6.10: Schnitt 3: Spannungen σ_{ij} und Hauptnormalspannungen $\sigma_{max}/\sigma_{min}$ beim Betonmodell, $t_0=1124$ kN/lfm.....	45
Abb. 6.11: Schnitt 4: Spannungen σ_{ij} und Hauptnormalspannungen $\sigma_{max}/\sigma_{min}$ beim	

Betonmodell, $t_0=1124$ kN/lfm.....	46
Abb. 6.12: Schnitt Dübelunterseite: Spannungen σ_{ij} und Hauptnormalspannungen $\sigma_{max}/\sigma_{min}$ beim Betonmodell, $t_0=1124$ kN/lfm.....	46
Abb. 6.13: Hauptnormalspannungen an der belasteten, rechten Dübelzahnseite beim Betonmodell, $t_0=1124$ kN/lfm.....	47
Abb. 6.14: Kontaktdruck an der belasteten, rechten Dübelzahnseite beim Betonmodell, $t_0=1124$ kN/lfm.....	48
Abb. 6.15: Kontaktdruck an der unbelasteten, linken Dübelzahnseite beim Betonmodell, $t_0=1124$ kN/lfm.....	48
Abb. 6.16: Vergleichsspannung σ_V [N/mm ²] beim Betonmodell, $t_1=1548$ kN/lfm.....	49
Abb. 6.17: σ_{11} [N/mm ²] (in Höhenrichtung) beim Betonmodell, $t_1=1548$ kN/lfm.....	49
Abb. 6.18: σ_{12} [N/mm ²] beim Betonmodell, $t_1=1548$ kN/lfm.....	49
Abb. 6.19: σ_{22} [N/mm ²] beim Betonmodell, $t_1=1548$ kN/lfm.....	50
Abb. 6.20: Hauptnormalspannungen [N/mm ²] beim Betonmodell, $t_1=1548$ kN/lfm.....	50
Abb. 6.21: Schnitt 1: Spannungen σ_{ij} und Hauptnormalspannungen $\sigma_{max}/\sigma_{min}$ beim Betonmodell, $t_1=1548$ kN/lfm.....	51
Abb. 6.22: Schnitt 2: Spannungen σ_{ij} und Hauptnormalspannungen $\sigma_{max}/\sigma_{min}$ beim Betonmodell, $t_1=1548$ kN/lfm.....	52
Abb. 6.23: Schnitt 3: Spannungen σ_{ij} und Hauptnormalspannungen $\sigma_{max}/\sigma_{min}$ beim Betonmodell, $t_1=1548$ kN/lfm.....	52
Abb. 6.24: Schnitt 4: Spannungen σ_{ij} und Hauptnormalspannungen $\sigma_{max}/\sigma_{min}$ beim Betonmodell, $t_1=1548$ kN/lfm.....	53
Abb. 6.25: Schnitt Dübelunterseite: Spannungen σ_{ij} und Hauptnormalspannungen $\sigma_{max}/\sigma_{min}$ beim Betonmodell, $t_1=1548$ kN/lfm.....	53
Abb. 6.26: Hauptnormalspannungen an der belasteten, rechten Dübelzahnseite beim Betonmodell, $t_1=1548$ kN/lfm.....	54
Abb. 6.27: Kontaktdruck an der belasteten, rechten Dübelzahnseite beim Betonmodell, $t_1=1548$ kN/lfm.....	54
Abb. 6.28: Kontaktdruck an der unbelasteten, linken Dübelzahnseite beim Betonmodell, $t_1=1548$ kN/lfm.....	55
Abb. 6.29: Vergleichsspannung σ_V [N/mm ²] beim Betonmodell, $t_2=2932$ kN/lfm.....	55
Abb. 6.30: σ_{11} [N/mm ²] beim Betonmodell, $t_2=2932$ kN/lfm.....	56
Abb. 6.31: σ_{12} [N/mm ²] beim Betonmodell, $t_2=2932$ kN/lfm.....	56
Abb. 6.32: σ_{22} [N/mm ²] beim Betonmodell, $t_2=2932$ kN/lfm.....	56

Abb. 6.33: Hauptnormalspannungen [N/mm ²] beim Betonmodell, t ₂ =2932 kN/lfm.....	56
Abb. 6.34: Schnitt 1: Spannungen σ_{ij} und Hauptnormalspannungen $\sigma_{max}/\sigma_{min}$ beim Betonmodell, t ₂ =2932 kN/lfm.....	57
Abb. 6.35: Schnitt 2: Spannungen σ_{ij} und Hauptnormalspannungen $\sigma_{max}/\sigma_{min}$ beim Betonmodell, t ₂ =2932 kN/lfm.....	58
Abb. 6.36: Schnitt 3: Spannungen σ_{ij} und Hauptnormalspannungen $\sigma_{max}/\sigma_{min}$ beim Betonmodell, t ₂ =2932 kN/lfm.....	59
Abb. 6.37: Schnitt 4: Spannungen σ_{ij} und Hauptnormalspannungen $\sigma_{max}/\sigma_{min}$ beim Betonmodell, t ₂ =2932 kN/lfm.....	59
Abb. 6.38: Schnitt Dübelunterseite: Spannungen σ_{ij} und Hauptnormalspannungen $\sigma_{max}/\sigma_{min}$ beim Betonmodell, t ₂ =2932 kN/lfm.....	60
Abb. 6.39: Hauptnormalspannungen an der belasteten, rechten Dübelzahnseite beim Betonmodell, t ₂ =2932 kN/lfm.....	60
Abb. 6.40: Kontaktdruck an der belasteten, rechten Dübelzahnseite beim Betonmodell, t ₂ =2932 kN/lfm.....	61
Abb. 6.41: Kontaktdruck an der unbelasteten, linken Dübelzahnseite beim Betonmodell, t ₂ =2932 kN/lfm.....	61
Abb. 7.1: Steigerung der Last.....	62
Abb. 7.2: Last-Verschiebungslinie für FE-Analyse des Modell 1	62
Abb. 7.3: Abhebekennlinie für FE-Analyse des Modell 1	63
Abb. 7.4: Resultierende Kräfte N _i , V _i und M _i zu Tab. 7.1.....	63
Abb. 7.5: Ansatz der Lasten bei Lastmodell 1 in [N/mm ²].....	64
Abb. 7.6: Vergleichsspannung σ_V [N/mm ²] beim Modell 1, t ₀ =1163 kN/lfm.....	64
Abb. 7.7: σ_{11} [N/mm ²] beim Modell 1, t ₀ =1163 kN/lfm.....	64
Abb. 7.8: σ_{12} [N/mm ²] beim Modell 1, t ₀ =1163 kN/lfm.....	65
Abb. 7.9: σ_{22} [N/mm ²] beim Modell 1, t ₀ =1163 kN/lfm.....	65
Abb. 7.10: Hauptnormalspannungen [N/mm ²] beim Modell 1, t ₀ =1163 kN/lfm.....	65
Abb. 7.11: Schnitt 1: Spannungen σ_{ij} und Hauptnormalspannungen $\sigma_{max}/\sigma_{min}$ beim Modell 1, t ₀ =1163 kN/lfm.....	66
Abb. 7.12: Schnitt 2: Spannungen σ_{ij} und Hauptnormalspannungen $\sigma_{max}/\sigma_{min}$ beim Modell 1, t ₀ =1163 kN/lfm.....	67
Abb. 7.13: Schnitt 3: Spannungen σ_{ij} und Hauptnormalspannungen $\sigma_{max}/\sigma_{min}$ beim Modell 1, t ₀ =1163 kN/lfm.....	67
Abb. 7.14: Schnitt 4: Spannungen σ_{ij} und Hauptnormalspannungen $\sigma_{max}/\sigma_{min}$ beim Modell	

1, $t_0=1163$ kN/lfm.....	68
Abb. 7.15: Schnitt Dübelunterseite: Spannungen σ_{ij} und Hauptnormalspannungen $\sigma_{\max}/\sigma_{\min}$ beim Modell 1, $t_0=1163$ kN/lfm.....	69
Abb. 7.16: Hauptnormalspannungen an der belasteten, rechten Dübelzahnseite beim Modell 1, $t_0=1163$ kN/lfm.....	69
Abb. 7.17: Vergleichsspannung σ_V [N/mm ²] beim Modell 1, $t_1=1551$ kN/lfm.....	70
Abb. 7.18: σ_{11} [N/mm ²] beim Modell 1, $t_1=1551$ kN/lfm.....	70
Abb. 7.19: σ_{12} [N/mm ²] beim Modell 1, $t_1=1551$ kN/lfm.....	70
Abb. 7.20: σ_{22} [N/mm ²] beim Modell 1, $t_1=1551$ kN/lfm.....	71
Abb. 7.21: Hauptnormalspannungen [N/mm ²] beim Modell 1, $t_1=1551$ kN/lfm.....	71
Abb. 7.22: Schnitt 1: Spannungen σ_{ij} und Hauptnormalspannungen $\sigma_{\max}/\sigma_{\min}$ beim Modell 1, $t_1=1551$ kN/lfm.....	72
Abb. 7.23: Schnitt 2: Spannungen σ_{ij} und Hauptnormalspannungen $\sigma_{\max}/\sigma_{\min}$ beim Modell 1, $t_1=1551$ kN/lfm.....	73
Abb. 7.24: Schnitt 3: Spannungen σ_{ij} und Hauptnormalspannungen $\sigma_{\max}/\sigma_{\min}$ beim Modell 1, $t_1=1551$ kN/lfm.....	74
Abb. 7.25: Schnitt 4: Spannungen σ_{ij} und Hauptnormalspannungen $\sigma_{\max}/\sigma_{\min}$ beim Modell 1, $t_1=1551$ kN/lfm.....	74
Abb. 7.26: Schnitt Dübelunterseite: Spannungen σ_{ij} und Hauptnormalspannungen $\sigma_{\max}/\sigma_{\min}$ beim Modell 1, $t_1=1551$ kN/lfm.....	75
Abb. 7.27: Hauptnormalspannungen an der belasteten, rechten Dübelzahnseite beim Modell 1, $t_1=1551$ kN/lfm.....	75
Abb. 7.28: Vergleichsspannung σ_V [N/mm ²] beim Modell 1, $t_2=2908$ kN/lfm.....	76
Abb. 7.29: σ_{11} [N/mm ²] beim Modell 1, $t_2=2908$ kN/lfm.....	76
Abb. 7.30: σ_{12} [N/mm ²] beim Modell 1, $t_2=2908$ kN/lfm.....	76
Abb. 7.31: σ_{22} [N/mm ²] beim Modell 1, $t_2=2908$ kN/lfm.....	77
Abb. 7.32: Hauptnormalspannungen [N/mm ²] beim Modell 1, $t_2=2908$ kN/lfm.....	77
Abb. 7.33: Schnitt 1: Spannungen σ_{ij} und Hauptnormalspannungen $\sigma_{\max}/\sigma_{\min}$ beim Modell 1, $t_2=2908$ kN/lfm.....	78
Abb. 7.34: Schnitt 2: Spannungen σ_{ij} und Hauptnormalspannungen $\sigma_{\max}/\sigma_{\min}$ beim Modell 1, $t_2=2908$ kN/lfm.....	79
Abb. 7.35: Schnitt 3: Spannungen σ_{ij} und Hauptnormalspannungen $\sigma_{\max}/\sigma_{\min}$ beim Modell 1, $t_2=2908$ kN/lfm.....	79
Abb. 7.36: Schnitt 4: Spannungen σ_{ij} und Hauptnormalspannungen $\sigma_{\max}/\sigma_{\min}$ beim Modell	

1, $t_2=2908$ kN/lfm.....	80
Abb. 7.37: Schnitt Dübelunterseite: Spannungen σ_{ij} und Hauptnormalspannungen $\sigma_{max}/\sigma_{min}$ beim Modell 1, $t_2=2908$ kN/lfm.....	81
Abb. 7.38: Hauptnormalspannungen an der belasteten, rechten Dübelzahnseite beim Modell 1, $t_2=2908$ kN/lfm.....	81
Abb. 8.1: Last-Verschiebungsdiagramm für Modell 5.....	82
Abb. 8.2: Abhebekennlinie für Modell 5	83
Abb. 8.3: Resultierende Kräfte N_i , V_i und M_i zu Tab. 8.1.....	83
Abb. 8.4: Ansatz der Lasten bei Lastmodell 5 in [N/mm ²].....	83
Abb. 8.5: Vergleichsspannung σ_V [N/mm ²] beim Modell 5, $t_0=971$ kN/lfm.....	84
Abb. 8.6: σ_{11} [N/mm ²] beim Modell 5, $t_0=971$ kN/lfm.....	84
Abb. 8.7: σ_{12} [N/mm ²] beim Modell 5, $t_0=971$ kN/lfm.....	84
Abb. 8.8: σ_{22} [N/mm ²] beim Modell 5, $t_0=971$ kN/lfm.....	85
Abb. 8.9: Hauptnormalspannungen [N/mm ²] beim Modell 5, $t_0=971$ kN/lfm.....	85
Abb. 8.10: Schnitt 1: Spannungen σ_{ij} und Hauptnormalspannungen $\sigma_{max}/\sigma_{min}$ beim Modell 5, $t_0=971$ kN/lfm.....	86
Abb. 8.11: Schnitt 2: Spannungen σ_{ij} und Hauptnormalspannungen $\sigma_{max}/\sigma_{min}$ beim Modell 5, $t_0=971$ kN/lfm.....	87
Abb. 8.12: Schnitt 3: Spannungen σ_{ij} und Hauptnormalspannungen $\sigma_{max}/\sigma_{min}$ beim Modell 5, $t_0=971$ kN/lfm.....	88
Abb. 8.13: Schnitt 4: Spannungen σ_{ij} und Hauptnormalspannungen $\sigma_{max}/\sigma_{min}$ beim Modell 5, $t_0=971$ kN/lfm.....	88
Abb. 8.14: Schnitt Dübelunterseite: Spannungen σ_{ij} und Hauptnormalspannungen $\sigma_{max}/\sigma_{min}$ beim Modell 5, $t_0=971$ kN/lfm.....	89
Abb. 8.15: Hauptnormalspannungen an der belasteten, rechten Dübelzahnseite beim Modell 5, $t_0=971$ kN/lfm.....	89
Abb. 8.16: Vergleichsspannung σ_V [N/mm ²] beim Modell 5, $t_1=1554$ kN/lfm.....	90
Abb. 8.17: σ_{11} [N/mm ²] beim Modell 5, $t_1=1554$ kN/lfm.....	90
Abb. 8.18: σ_{12} [N/mm ²] beim Modell 5, $t_1=1554$ kN/lfm.....	90
Abb. 8.19: σ_{22} [N/mm ²] beim Modell 5, $t_1=1554$ kN/lfm.....	91
Abb. 8.20: Hauptnormalspannungen [N/mm ²] beim Modell 5, $t_1=1554$ kN/lfm.....	91
Abb. 8.21: Schnitt 1: Spannungen σ_{ij} und Hauptnormalspannungen $\sigma_{max}/\sigma_{min}$ beim Modell 5, $t_1=1554$ kN/lfm.....	91

Abb. 8.22: Schnitt 2: Spannungen σ_{ij} und Hauptnormalspannungen $\sigma_{\max}/\sigma_{\min}$ beim Modell 5, $t_1=1554$ kN/lfm.....	92
Abb. 8.23: Schnitt 3: Spannungen σ_{ij} und Hauptnormalspannungen $\sigma_{\max}/\sigma_{\min}$ beim Modell 5, $t_1=1554$ kN/lfm.....	93
Abb. 8.24: Schnitt 4: Spannungen σ_{ij} und Hauptnormalspannungen $\sigma_{\max}/\sigma_{\min}$ beim Modell 5, $t_1=1554$ kN/lfm.....	93
Abb. 8.25: Schnitt Dübelunterseite: Spannungen σ_{ij} und Hauptnormalspannungen $\sigma_{\max}/\sigma_{\min}$ beim Modell 5, $t_1=1554$ kN/lfm.....	94
Abb. 8.26: Hauptnormalspannungen an der belasteten, rechten Dübelzahnseite beim Modell 5, $t_1=1554$ kN/lfm.....	94
Abb. 8.27: Vergleichsspannung σ_V [N/mm ²] beim Modell 5, $t_2=2136$ kN/lfm.....	95
Abb. 8.28: σ_{11} [N/mm ²] beim Modell 5, $t_2=2136$ kN/lfm.....	95
Abb. 8.29: σ_{12} [N/mm ²] beim Modell 5, $t_2=2136$ kN/lfm.....	95
Abb. 8.30: σ_{22} [N/mm ²] beim Modell 5, $t_2=2136$ kN/lfm.....	96
Abb. 8.31: Hauptnormalspannungen [N/mm ²] beim Modell 5, $t_2=2136$ kN/lfm.....	96
Abb. 8.32: Schnitt 1: Spannungen σ_{ij} und Hauptnormalspannungen $\sigma_{\max}/\sigma_{\min}$ beim Modell 5, $t_2=2136$ kN/lfm.....	97
Abb. 8.33: Schnitt 2: Spannungen σ_{ij} und Hauptnormalspannungen $\sigma_{\max}/\sigma_{\min}$ beim Modell 5, $t_2=2136$ kN/lfm.....	97
Abb. 8.34: Schnitt 3: Spannungen σ_{ij} und Hauptnormalspannungen $\sigma_{\max}/\sigma_{\min}$ beim Modell 5, $t_2=2136$ kN/lfm.....	98
Abb. 8.35: Schnitt 4: Spannungen σ_{ij} und Hauptnormalspannungen $\sigma_{\max}/\sigma_{\min}$ beim Modell 5, $t_2=2136$ kN/lfm.....	99
Abb. 8.36: Schnitt Dübelunterseite: Spannungen σ_{ij} und Hauptnormalspannungen $\sigma_{\max}/\sigma_{\min}$ beim Modell 5, $t_2=2136$ kN/lfm.....	99
Abb. 8.37: Hauptnormalspannungen an der belasteten, rechten Dübelzahnseite beim Modell 5, $t_2=2136$ kN/lfm.....	100
Abb. 9.1: Last-Verschiebungsdiagramm für Modell 6	101
Abb. 9.2: Abhebekennlinie für Modell 6	101
Abb. 9.3: Resultierende Kräfte N_i , V_i und M_i zu Tab. 9.1.....	102
Abb. 9.4: Ansatz der Lasten bei Lastmodell 6 in [N/mm ²].....	102
Abb. 9.5: Vergleichsspannung σ_V [N/mm ²] beim Modell 6, $t_0=1055$ kN/lfm.....	103
Abb. 9.6: σ_{11} [N/mm ²] beim Modell 6, $t_0=1055$ kN/lfm.....	103
Abb. 9.7: σ_{12} [N/mm ²] beim Modell 6, $t_0=1055$ kN/lfm.....	103

Abb. 9.8: σ_{22} [N/mm ²] beim Modell 6, $t_0=1055$ kN/lfm.....	104
Abb. 9.9: Hauptnormalspannungen [N/mm ²] beim Modell 6, $t_0=1055$ kN/lfm.....	104
Abb. 9.10: Schnitt 1: Spannungen σ_{ij} und Hauptnormalspannungen $\sigma_{\max}/\sigma_{\min}$ beim Modell 6, $t_0=1055$ kN/lfm.....	105
Abb. 9.11: Schnitt 2: Spannungen σ_{ij} und Hauptnormalspannungen $\sigma_{\max}/\sigma_{\min}$ beim Modell 6, $t_0=1055$ kN/lfm.....	105
Abb. 9.12: Schnitt 3: Spannungen σ_{ij} und Hauptnormalspannungen $\sigma_{\max}/\sigma_{\min}$ beim Modell 6, $t_0=1055$ kN/lfm.....	106
Abb. 9.13: Schnitt 4: Spannungen σ_{ij} und Hauptnormalspannungen $\sigma_{\max}/\sigma_{\min}$ beim Modell 6, $t_0=1055$ kN/lfm.....	106
Abb. 9.14: Schnitt Dübelunterseite: Spannungen σ_{ij} und Hauptnormalspannungen $\sigma_{\max}/\sigma_{\min}$ beim Modell 6, $t_0=1055$ kN/lfm.....	107
Abb. 9.15: Hauptnormalspannungen an der belasteten, rechten Dübelzahnseite beim Modell 6, $t_0=1055$ kN/lfm.....	107
Abb. 9.16: Vergleichsspannung σ_V [N/mm ²] beim Modell 6, $t_1=1549$ kN/lfm.....	108
Abb. 9.17: σ_{11} [N/mm ²] beim Modell 6, $t_1=1549$ kN/lfm.....	108
Abb. 9.18: σ_{12} [N/mm ²] beim Modell 6, $t_1=1549$ kN/lfm.....	108
Abb. 9.19: σ_{22} [N/mm ²] beim Modell 6, $t_1=1549$ kN/lfm.....	109
Abb. 9.20: Hauptnormalspannungen [N/mm ²] beim Modell 6, $t_1=1549$ kN/lfm.....	109
Abb. 9.21: Schnitt 1: Spannungen σ_{ij} und Hauptnormalspannungen $\sigma_{\max}/\sigma_{\min}$ beim Modell 6, $t_1=1549$ kN/lfm.....	110
Abb. 9.22: Schnitt 2: Spannungen σ_{ij} und Hauptnormalspannungen $\sigma_{\max}/\sigma_{\min}$ beim Modell 6, $t_1=1549$ kN/lfm.....	110
Abb. 9.23: Schnitt 3: Spannungen σ_{ij} und Hauptnormalspannungen $\sigma_{\max}/\sigma_{\min}$ beim Modell 6, $t_1=1549$ kN/lfm.....	111
Abb. 9.24: Schnitt 4: Spannungen σ_{ij} und Hauptnormalspannungen $\sigma_{\max}/\sigma_{\min}$ beim Modell 6, $t_1=1549$ kN/lfm.....	112
Abb. 9.25: Schnitt Dübelunterseite: Spannungen σ_{ij} und Hauptnormalspannungen $\sigma_{\max}/\sigma_{\min}$ beim Modell 6, $t_1=1549$ kN/lfm.....	112
Abb. 9.26: Hauptnormalspannungen an der belasteten, rechten Dübelzahnseite beim Modell 6, $t_1=1549$ kN/lfm.....	113
Abb. 9.27: Vergleichsspannung σ_V [N/mm ²] beim Modell 6, $t_2=2406$ kN/lfm.....	114
Abb. 9.28: σ_{11} [N/mm ²] beim Modell 6, $t_2=2406$ kN/lfm.....	114
Abb. 9.29: σ_{12} [N/mm ²] beim Modell 6, $t_2=2406$ kN/lfm.....	114

Abb. 9.30: σ_{22} [N/mm ²] beim Modell 6, $t_2=2406$ kN/lfm	115
Abb. 9.31: Hauptnormalspannungen [N/mm ²] beim Modell 6, $t_2=2406$ kN/lfm.....	115
Abb. 9.32: Schnitt 1: Spannungen σ_{ij} und Hauptnormalspannungen $\sigma_{max}/\sigma_{min}$ beim Modell 6, $t_2=2406$ kN/lfm.....	116
Abb. 9.33: Schnitt 2: Spannungen σ_{ij} und Hauptnormalspannungen $\sigma_{max}/\sigma_{min}$ beim Modell 6, $t_2=2406$ kN/lfm.....	116
Abb. 9.34: Schnitt 3: Spannungen σ_{ij} und Hauptnormalspannungen $\sigma_{max}/\sigma_{min}$ beim Modell 6, $t_2=2406$ kN/lfm.....	117
Abb. 9.35: Schnitt 4: Spannungen σ_{ij} und Hauptnormalspannungen $\sigma_{max}/\sigma_{min}$ beim Modell 6, $t_2=2406$ kN/lfm.....	117
Abb. 9.36: Schnitt Dübelunterseite: Spannungen σ_{ij} und Hauptnormalspannungen $\sigma_{max}/\sigma_{min}$ beim Modell 6, $t_2=2406$ kN/lfm.....	118
Abb. 9.37: Hauptnormalspannungen an der belasteten, rechten Dübelzahnseite beim Modell 6, $t_2=2406$ kN/lfm.....	118
Abb. 10.1: Vergleich der Dübelkennlinien des Push-Out Versuchskörpers, des Betonmodells, des M1, M5 und M6.....	120
Abb. 10.2: Berechnung des Kontaktdrucks.....	121
Abb. 10.3: Vergleich der Spannungen σ_{ij} an der belasteten, rechten Dübelzahnseite, t_0	122
Abb. 10.4: Vergleich der Hauptnormalspannungen $\sigma_{min}/\sigma_{max}$ an der belasteten, rechten Dübelzahnseite, t_0	122
Abb. 10.5: Vergleich des Kontaktdrucks an der belasteten, rechten Dübelzahnseite, t_0	123
Abb. 10.6: Vergleich des Kontaktdrucks an der unbelasteten, linken Dübelzahnseite, t_0	123
Abb. 10.7: Vergleich der Spannungen σ_{ij} an der belasteten, rechten Dübelzahnseite, t_1	124
Abb. 10.8: Vergleich der Hauptnormalspannungen $\sigma_{min}/\sigma_{max}$ an der belasteten, rechten Dübelzahnseite, t_1	124
Abb. 10.9: Vergleich des Kontaktdrucks an der belasteten, rechten Dübelzahnseite, t_1	125
Abb. 10.10: Vergleich des Kontaktdrucks an der unbelasteten, linken Dübelzahnseite, t_1	125
Abb. 10.11: Vergleich der Spannungen σ_{ij} an der belasteten, rechten Dübelzahnseite, t_2	126
Abb. 10.12: Vergleich der Hauptnormalspannungen $\sigma_{min}/\sigma_{max}$ an der belasteten, rechten Dübelzahnseite, t_2	126
Abb. 10.13: Vergleich des Kontaktdrucks an der belasteten, rechten Dübelzahnseite, t_2	127
Abb. 10.14: Vergleich des Kontaktdrucks an der unbelasteten, linken Dübelzahnseite, t_2	127
Abb. 10.15: Aufnahme der vertikalen Kraft durch den Anker; Anordnung der starren Kontaktfläche.....	128

Abb. 11.1: Umrechnung des Lastansatzes für Belastungsmodell A.....	132
Abb. 11.2: Lasten [N/mm ²] mit Verhältnis zueinander nach Belastungsmodell A – Modell 1A	133
Abb. 11.3: Lasten [N/mm ²] mit Verhältnis zueinander nach Belastungsmodell A – Modell 5A	133
Abb. 11.4: Lasten [N/mm ²] mit Verhältnis zueinander nach Belastungsmodell A – Modell 6A	133
Abb. 11.5: Vergleich der Dübelkennlinien der Belastungsmodelle A.....	134
Abb. 11.6: Vergleich der Spannungen σ_{ij} und Hauptnormalspannungen $\sigma_{min}/\sigma_{max}$ an der belasteten, rechten Dübelzahnseite, t_0	135
Abb. 11.7: Vergleich des Kontaktdrucks an der belasteten, rechten Dübelzahnseite, t_0	136
Abb. 11.8: Vergleich des Kontaktdrucks an der unbelasteten, linken Dübelzahnseite, t_0	136
Abb. 11.9: Vergleich der Spannungen σ_{ij} und Hauptnormalspannungen $\sigma_{min}/\sigma_{max}$ an der belasteten, rechten Dübelzahnseite, t_1	137
Abb. 11.10: Vergleich des Kontaktdrucks an der belasteten, rechten Dübelzahnseite, t_1	138
Abb. 11.11: Vergleich des Kontaktdrucks an der unbelasteten, linken Dübelzahnseite, t_1	138
Abb. 11.12: Vergleich der Spannungen σ_{ij} und Hauptnormalspannungen $\sigma_{min}/\sigma_{max}$ an der belasteten, rechten Dübelzahnseite, t_2	139
Abb. 11.13: Vergleich des Kontaktdrucks an der belasteten, rechten Dübelzahnseite, t_2	140
Abb. 11.14: Vergleich des Kontaktdrucks an der unbelasteten, linken Dübelzahnseite, t_2	140
Abb. 11.15: Berechnung der Schnittkräfte aus den FE-Ergebnissen.....	142
Abb. 11.16: Ideelle Flächen.....	144
Abb. 11.17: Bestimmung des Kontaktdrucks zufolge einer Horizontalkraft H	145
Abb. 11.18: Bestimmung des Moments.....	147
Abb. 11.19: Laststeigerung.....	148
Abb. 11.20: Angesetzter Kontaktdruck – Belastungsmodell 5B.....	150
Abb. 11.21: Vergleich der Dübelkennlinie des Belastungsmodells B.....	151
Abb. 11.22: Vergleich der Spannungen σ_{ij} und Hauptnormalspannungen $\sigma_{min}/\sigma_{max}$ an der belasteten, rechten Dübelzahnseite, t_0	152
Abb. 11.23: Vergleich des Kontaktdrucks an der belasteten, rechten Dübelzahnseite, t_0	153
Abb. 11.24: Vergleich des Kontaktdrucks an der unbelasteten, linken Dübelzahnseite, t_0	153
Abb. 11.25: Vergleich der Spannungen σ_{ij} und Hauptnormalspannungen $\sigma_{min}/\sigma_{max}$ an der belasteten, rechten Dübelzahnseite, t_1	154

Abb. 11.26: Vergleich des Kontaktdrucks an der belasteten, rechten Dübelzahnseite, t1.....	155
Abb. 11.27: Vergleich des Kontaktdrucks an der unbelasteten, linken Dübelzahnseite, t1.....	155
Abb. 11.28: Vergleich der Spannungen σ_{ij} und Hauptnormalspannungen $\sigma_{min}/\sigma_{max}$ an der belasteten, rechten Dübelzahnseite, t2.....	156
Abb. 11.29: Vergleich des Kontaktdrucks an der belasteten, rechten Dübelzahnseite, t2.....	157
Abb. 11.30: Vergleich des Kontaktdrucks an der unbelasteten, linken Dübelzahnseite, t2	157
Abb. 12.1: Geometrieparameter – Eingabe.....	160
Abb. 12.2: Geometrieparameter – Ausgabe.....	161
Abb. 12.3: vereinfachte Geometrie – Ausgabe.....	163
Abb. 12.4: Geometrie Fluidmodell (Modell 5) - Ausgabe.....	164
Abb. 12.5: Geometrieparameter für Fachwerkmodell – Ansicht.....	166
Abb. 12.6: Geometrieparameter für Fachwerkmodell – Schnitt.....	166
Abb. 12.7: Geometrieparameter für Fachwerkmodell – Draufsicht.....	166
Abb. 12.8: Modell 1 – Dübellasten aus Druckstrebe DC – exakte Geometrie (aus [3]).....	170
Abb. 12.9: Modell 5 – Dübellasten aus Druckstrebe DC – exakte Geometrie (aus [3]).....	171
Abb. 12.10: Modell 6 – Dübellasten aus Druckstrebe DC – exakte Geometrie (aus [3]).....	171
Abb. 12.11: Berechnung der Lage des Angriffspunkts der Resultierenden	172
Abb. 12.12: Einheitslasten und daraus resultierende Schnittgrößen (grün) [3].....	172
Abb. 13.1: schematische Spannungsverteilung Näherungsmodell N1 (Modell A und B).....	183
Abb. 13.2: Näherungsmodell N1(A,B): Vertikal-, Schub-, und Vergleichsspannung nach Mises – Modell 1, 5, 6 – mit Berücksichtigung der Abtriebskraft D.....	188
Abb. 13.3: Spannungen am Dübelfuß zufolge der Abtriebskraft D.....	189
Abb. 13.4: Lasteinleitung über Druckstreben mit konstantem Schubfluss, Näherungsmodell N2(A).....	191
Abb. 13.5: Lasteinleitung über Druckstreben mit dreieckförmigem Schubfluss, Näherungsmodell N2(B).....	192
Abb. 13.6: Ermittlung der elastischen Grenztragfähigkeit, Näherungsmodell N2 – Parameter	194
Abb. 13.7: Näherungsmodell N2(A,B): Vertikal-, Schub-, und Vergleichsspannung nach Mises – Modell 1, 5, 6 – mit Berücksichtigung der Abtriebskraft D.....	198
Abb. 13.8: Näherungsmodell N2(A,B): Vertikal-, Schub-, und Vergleichsspannung nach Mises – Modell 1, 5, 6 – ohne Berücksichtigung der Abtriebskraft D.....	199
Abb. 13.9: Voutenförmige Lasteinleitung, Näherungsmodell N3(A).....	200

Abb. 13.10: Voutenförmige Lasteinleitung Näherungsmodell N3(B).....	201
Abb. 13.11: Näherungsmodell N3(A,B): Vertikal-, Schub-, und Vergleichsspannung nach Mises – Modell 1, 5, 6 – mit Berücksichtigung der Abtriebskraft D.....	206
Abb. 13.12: Näherungsmodell N3(A,B): Vertikal-, Schub-, und Vergleichsspannung nach Mises – Modell 1, 5, 6 – ohne Berücksichtigung der Abtriebskraft D.....	207
Abb. 13.13: Voutenförmige Lasteinleitung mit Druckstreben, Näherungsmodell N4(A).....	208
Abb. 13.14: Voutenförmige Lasteinleitung mit Druckstreben, Näherungsmodell N4(B).....	209
Abb. 13.15: Näherungsmodell N4(A,B): Vertikal-, Schub-, und Vergleichsspannung nach Mises – Modell 1, 5, 6 – mit Berücksichtigung der Abtriebskraft D.....	214
Abb. 13.16: Näherungsmodell N4(A,B): Vertikal-, Schub-, und Vergleichsspannung nach Mises – Modell 1, 5, 6 – ohne Berücksichtigung der Abtriebskraft D.....	215
Abb. 14.1: Vertikal-, Schub-, und Vergleichsspannung nach Mises des Näherungsmodell N4 – Modell 5(B).....	220
Abb. B.1: Herleitung der Hauptspannung σ_1	236

Anhang A

Zur Querschnittstragfähigkeit nach Huber, Mises und Hencky

Die Lösung der in Kapitel 12.7 beschriebenen Gleichung 12.56 führt auf sechs Werte, wovon drei positiv sind. EDV-gestützt wurden diese durch die folgenden Gleichungen A.1, A.2 und A.3 berechnet.

$$\chi_{Sn} = \frac{f_y \cdot A}{\sqrt{3} \cdot V_{EL, Sn}} \quad n = 1, 2, 3, 4 \quad (\text{A.1})$$

$$\chi_{Sn} = \frac{1}{48M_{EL, Sn}^2 V_{EL, Sn}^2 + 9b_{Sn, ve}^2 V_{EL, Sn}^4 + 6b_{Sn, ve}^2 V_{EL, Sn}^2 N_{EL, Sn}^2 + b_{Sn, ve}^2 N_{EL, Sn}^4} \quad (\text{A.2})$$

$$\left(48M_{EL, Sn}^2 V_{EL, Sn}^2 + 9b_{Sn, ve}^2 V_{EL, Sn}^4 + 6b_{Sn, ve}^2 V_{EL, Sn}^2 N_{EL, Sn}^2 + b_{Sn, ve}^2 N_{EL, Sn}^4\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\left(8M_{EL, Sn}^2 + b_{Sn, ve}^2 N_{EL, Sn}^2 + 3b_{Sn, ve}^2 V_{EL, Sn}^2 + 4\sqrt{4M_{EL, Sn}^4 + M_{EL, Sn}^2 b_{Sn, ve}^2 N_{EL, Sn}^2}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot A f_y$$

$$\chi_{Sn} = \frac{1}{48M_{EL, Sn}^2 V_{EL, Sn}^2 + 9b_{Sn, ve}^2 V_{EL, Sn}^4 + 6b_{Sn, ve}^2 V_{EL, Sn}^2 N_{EL, Sn}^2 + b_{Sn, ve}^2 N_{EL, Sn}^4} \quad (\text{A.3})$$

$$\left(48M_{EL, Sn}^2 V_{EL, Sn}^2 + 9b_{Sn, ve}^2 V_{EL, Sn}^4 + 6b_{Sn, ve}^2 V_{EL, Sn}^2 N_{EL, Sn}^2 + b_{Sn, ve}^2 N_{EL, Sn}^4\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\left(8M_{EL, Sn}^2 + b_{Sn, ve}^2 N_{EL, Sn}^2 + 3b_{Sn, ve}^2 V_{EL, Sn}^2 - 4\sqrt{4M_{EL, Sn}^4 + M_{EL, Sn}^2 b_{Sn, ve}^2 N_{EL, Sn}^2}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot A f_y$$

Zur Querschnittsinteraktion nach EC 3

In Kapitel 12.8 wird auf zwei Gleichungen hingewiesen, welche die möglichen Lösungen des Laststeigerungsfaktors χ_{Sn} beschreiben. Dieser ergibt sich als Minimum der beiden Gleichungen A.4 und A.5.

$$\chi_{Sn} = \frac{(-4 \cdot \sqrt{3} \cdot V_{EL, Sn} \cdot b_{Sn, ve} + 2 \cdot M_{EL, Sn} - \sqrt{4 \cdot M_{EL, Sn}^2 + b_{Sn, ve}^2 \cdot N_{EL, Sn}^2}) \cdot f_y \cdot A}{-12 \cdot b_{Sn, ve} \cdot V_{EL, Sn}^2} \quad (\text{A.4})$$

$$n = 1, 2, 3, 4$$

$$\chi_{Sn} = \frac{(-4 \cdot \sqrt{3} \cdot V_{EL, Sn} \cdot b_{Sn, ve} + 2 \cdot M_{EL, Sn} + \sqrt{4 \cdot M_{EL, Sn}^2 + b_{Sn, ve}^2 \cdot N_{EL, Sn}^2}) \cdot f_y \cdot A}{-12 \cdot b_{Sn, ve} \cdot V_{EL, Sn}^2} \quad (\text{A.5})$$

$$n = 1, 2, 3, 4$$

Anhang B

Bestimmung der Hauptspannung σ_1 und der Schubspannung τ_x

Angelehnt an die Berechnung in [12] (Kapitel 26.7, S.1220) wird für den vorliegenden Fall die Hauptspannung σ_1 und die Schubspannung $\tau_{x,li}$ (vgl. Abb. 13.10) hergeleitet. Sie ergeben sich zufolge der vertikalen Spannung $\sigma_{x,li}$.

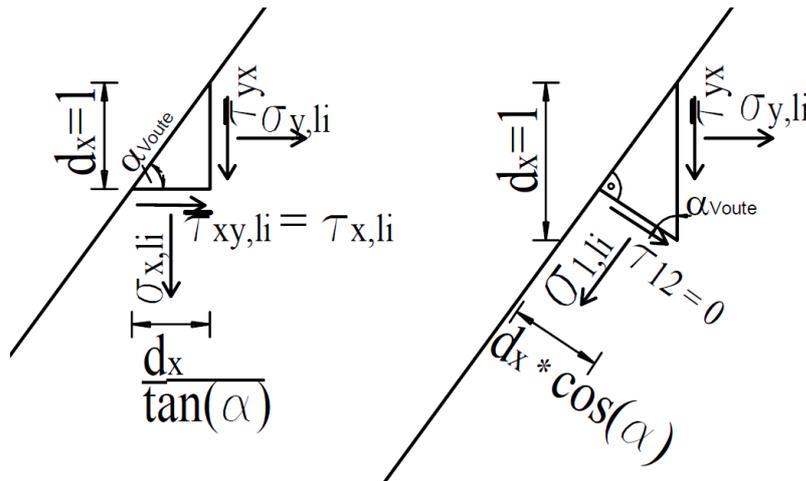


Abb. B.1: Herleitung der Hauptspannung σ_1

Bildung des Gleichgewichts in vertikaler Richtung ergibt:

$$\bar{\tau}_{yx} \cdot d_x + \frac{\sigma_{x,li} \cdot d_x}{\tan(\alpha_{Voute})} = 0 \quad (\text{B.1})$$

$$\bar{\tau}_{yx} \cdot d_x + \sigma_{1,li} \cdot d_x \cdot \cos(\alpha_{Voute}) \cdot \sin(\alpha_{Voute}) = 0 \quad (\text{B.2})$$

Daraus folgt aufgelöst nach σ_x , bzw. $\bar{\tau}_{yx}$:

$$\sigma_{x,li} = -\bar{\tau}_{yx} \cdot \tan(\alpha_{Voute}) \quad (\text{B.3})$$

$$\bar{\tau}_{yx} = -\sigma_{1,li} \cdot \cos(\alpha_{Voute}) \cdot \sin(\alpha_{Voute}) \quad (\text{B.4})$$

Daraus folgt mit $\bar{\tau}_{yx} = \bar{\tau}_{xy,li} = \tau_{x,li}$ und Anpassung der Wirkungsrichtung von $\tau_{x,li}$:

$$\tau_{x,li} = \frac{\sigma_{x,li}}{\tan(\alpha_{Voute})} \quad (\text{B.5})$$

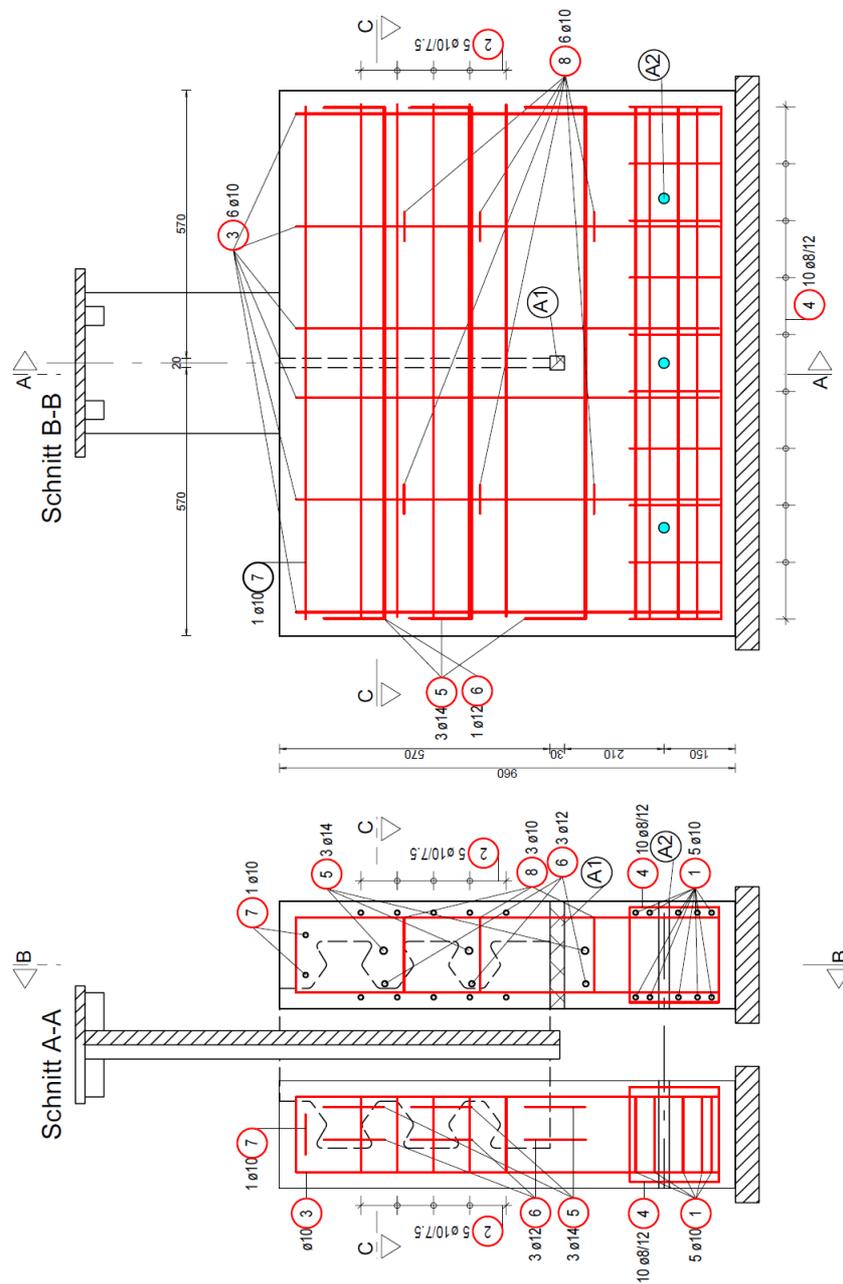
Einsetzen von Gleichung B.4 in Gleichung B.3 ergibt die Hauptspannung σ_1 .

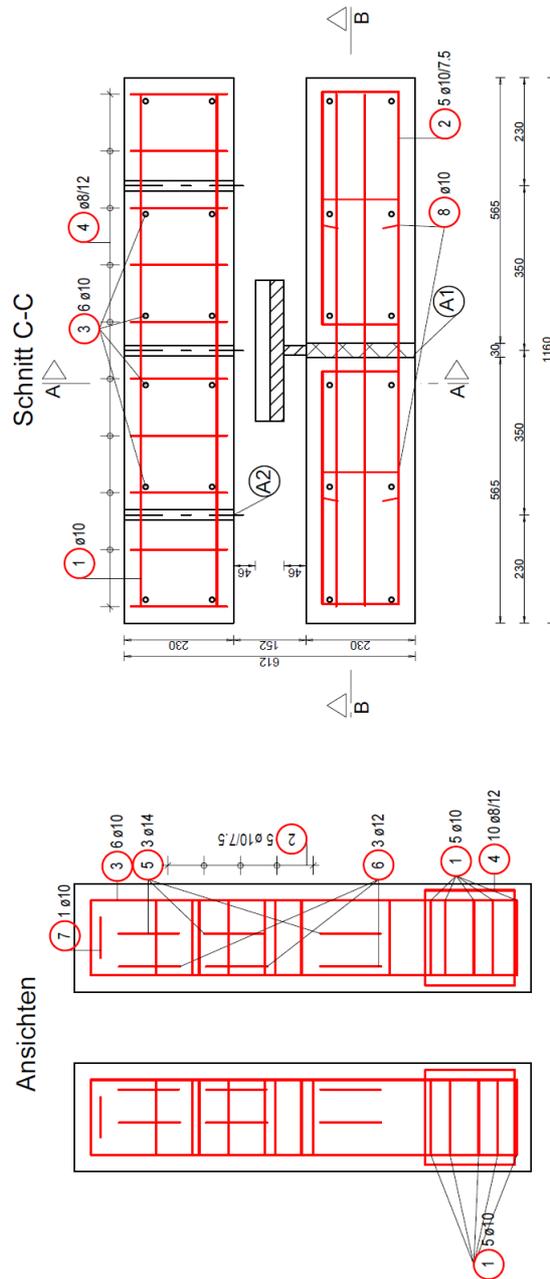
$$\sigma_{x,li} = \sigma_{1,li} \cdot \cos(\alpha_{Voute}) \cdot \sin(\alpha_{Voute}) \cdot \tan(\alpha_{Voute}) = \sigma_{1,li} \cdot \sin^2(\alpha_{Voute}) \quad (\text{B.6})$$

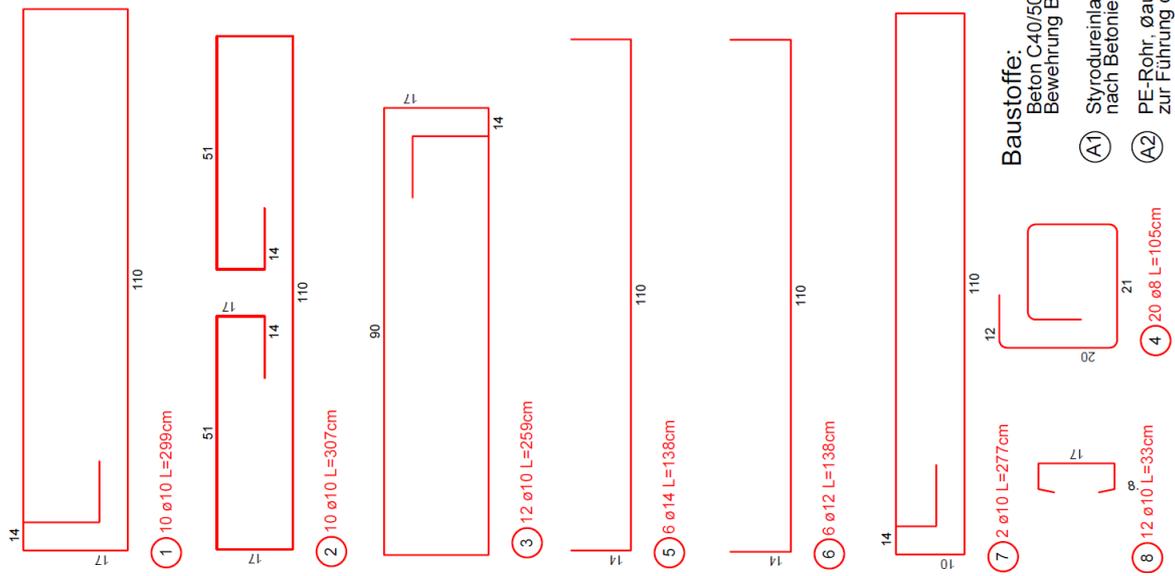
$$\sigma_{1,li} = \frac{\sigma_{x,li}}{\sin^2(\alpha_{Voute})} \quad (\text{B.7})$$

Anhang C

Abmessungen des Betonkörpers KrL 75-36, Serie 3, M 1:50







Baustoffe:

- Beton C40/50
- Bewehrung Bst 550
- (A1) Styroreineinlage: d=3cm nach Betonieren entfernt
- (A2) PE-Rohr, ϕ außen=22mm zur Führung der Schlaufenanker ϕ 15mm

Ansichten

