Die approbierte Originalversion dieser Diplom-/Masterarbeit ist an der Hauptbibliothek der Technischen Universität Wien aufgestellt (http://www.ub.tuwien.ac.at).

The approved original version of this diploma or master thesis is available at the main library of the Vienna University of Technology (http://www.ub.tuwien.ac.at/englweb/).

DIPLOMARBEIT

Master Thesis

Baudynamische Aspekte der Erdbebensicherheit von mehrgeschoßigen Mauerwerksbauten

ausgeführt zum Zwecke der Erlangung des akademischen Grades
einer Diplom-Ingenieurin

unter der Leitung von

Ao.Univ.Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn.
Rudolf Heuer
E 2063
Institut für Hochbau und Technologie
Forschungsbereich für Baumechanik und Baudynamik

eingereicht an der Technischen Universität Wien
Fakultät für Bauingenieurwesen

von

Susanne Tötzel

0525712

Plößlgasse 4/13
1040 Wien

Wien, am

.....
Susanne Tötzel

Danksagung

Eigentlich bin ich selber überrascht, dass ich es im Endeffekt doch noch geschafft habe meine Diplomarbeit auf dieser Universität zu beenden. So sehr ich es auch versucht habe, richtig motivieren konnte ich mich am Schluss eigentlich nicht mehr. Beschwerend kam hinzu, dass eine Diplomarbeit eine sehr umfangreiche Arbeit bedeutet, welche kein fixes Abgabedatum einzuhalten hat und selbstständiges Arbeiten war irgendwie nie meine Stärke. Da war es dann doch sehr praktisch, dass ich mir einen Betreuer gesucht habe, der wusste wie man mit Studenten umgeht. Nicht drängend oder fordernd, aber doch bestimmt richtig Ziel schreitend. Hinzu kam, dass er für mich immer erreichbar war und mich nicht einfach mal mit meinen Problemen allein gelassen hat. Und so gilt mein aller größter Dank meinem Diplomarbeitsbetreuer Dr. DI Rudolf Heuer, weil ohne ihm hätte ich dieses Studium wahrscheinlich nicht abgeschlossen. Aber um den „Brei zu verderben“ gehören ja bekanntlich mehr dazu. Da war dann auch noch meine Mutter, die sich zwar wehrte meine Diplomarbeit Korrektur zu lesen, es im Endeffekt dann aber doch immer getan hat. Vielleicht hat sich noch der eine oder andere Schreibfehler in meiner Diplomarbeit eingeschlichen, aber seid versichert, wenn meine Mutter es nicht in aller Ruhe verbessert hätte, wäre da noch viel mehr zu beanstanden gewesen. Ich persönlich habe am Schluss nichts mehr gesehen außer Formeln und Tabellen. Auch so mancher Studienkollege hat sich in letzter Zeit sehr beliebt bei mir gemacht. Um es in seinen Worten wiederzugeben: Ich danke Klaus. Es hat sich nämlich herausgestellt, dass es länger als einen Nachmittag dauert eine saubere Formatierung für eine Diplomarbeit zu kreieren. Für die Tatsache, dass er mich nicht einfach im Stich gelassen hat, als der Schaden am Schlimmsten war und die Situation schon fast hoffnungslos wirkte, bin ich heute noch überglücklich. Und natürlich ist da noch mein kleiner Bruder Harald, welcher einer von diesen Menschen ist, die das Antlitz der Menschheit vor Gott rechtfertigen. Schöne Quellenangaben einfügen ist nämlich gar nicht so einfach, aber in Zeiten wie diesen von unschätzbarem Wert. Auch meine restlichen Studienkollegen, die hier nicht namentlich erwähnt werden, sollten nicht beleidigt sein. Die Wahrheit ist, es weiß ohnehin jeder für sich wann und was er oder sie mir während unserem gemeinsamen Studium behilflich war. Alles hier aufzuzählen würde definitiv den Rahmen sprengen, aber seid versichert, ich werde es auch nie vergessen. Einen passenden Schlusssatz hätte ich jetzt schon gerne, aber mir fällt nichts ein. Außer, dass ich wirklich froh bin, dass ich dieses Studium abgeschlossen habe!!

Kurzfassung

Erdbebengefährdung ist mehr denn je ein dominantes und wichtiges Thema bei der Berechnung der Tragwerkssicherheit von Altbauten. Die vorliegende Diplomarbeit behandelt die Problematik der Anwendung der neuen Erdbebenrichtlinie (Eurocode 8) auf bereits bestehende Mauerwerksbauten.
Nach den einleitenden Kapiteln der seismischen und baudynamischen Grundlagen, wird auf die Modellierung von Bauwerken unter Erdbebenbeanspruchung eingegangen. Danach werden die erforderlichen Richtlinien für Mauerwerksbauten und deren anzusetzenden Belastungen während eines Erdbebens erklärt, um daraufhin die eigentlichen normgemäßen Berechnungsverfahren nach Eurocode 8 aufzuzeigen.
Während der erste Teil der Diplomarbeit den theoretischen Hintergrund zur Berechnung von Erdbebensicherheit für Mauerwerksbauten behandelt, wird im zweiten Teil diese Theorie genutzt um anhand eines Beispiels die praktische Nachweisführung zu demonstrieren. Dieses dafür verwendete Praxisbeispiel umfasst zahlreiche Schwierigkeiten, wie sie in der Praxis des Erdbebennachweises tatsächlich auftreten und versucht einen anschaulichen Weg für die Berechnung aufzuzeigen.
Die Erdbebensicherheit wird für dieses Beispiel sowohl mittels „vereinfachten Antwortspektrenverfahrens“ (früher „Ersatzkraftverfahren“) als auch mittels „multimodalen Antwortspektrenverfahrens“ berechnet und der Unterschied dieser beiden Methoden kritisch gegenüber gestellt.

Abstract

Earthquake endangerment is now more than ever an important issue for analysing the resistance of old buildings. This master’s thesis deals with the problems that arise when applying the recent European earthquake code (EC 8) on existing buildings.
It includes an introduction of seismic and building dynamics principles, and later on it deals with the modelling of buildings under earthquake excitation. Furthermore the codes required for brickwork structures and earthquake loadings are described, and the necessary calculations in accordance to EC 8 are demonstrated.
While the first part of this thesis deals with the theoretical background for calculating earthquake safety of masonary buildings, in the second part this knowledge is applied to an example structure in order to demonstrate its methodical aspects. It covers solutions for problems, which may arise during the calculating process.
Both „lateral force method of analysis“ as well as „modal response spectrum analysis“ were used to determine earthquake safety, thus pointing out the differences of these two methods and helping to critically review both approaches.

Inhaltverzeichnis

DANKSAGUNG **2**

KURZFASSUNG **3**

ABSTRACT **3**

INHALTVERZEICHNIS **4**

1 EINLEITUNG **8**

2 SEISMOLOGISCHE GRUNDLAGEN **9**

2.1 Arten von Erdbeben **9**

2.1.1 Natürliche Beben 9

2.1.2 Künstliche Beben 9

2.2 Begriffsbestimmungen **10**

2.3 Erdbebenskalen **11**

2.3.1 Magnitudenskala (Richterskala) 11

2.3.2 Intensitätsskala 12

2.4 Erdbebenwellen **13**

2.4.1 Raumwellen 13

2.4.2 Oberflächenwellen 13

3 BAUDYNAMISCHE GRUNDLAGEN **15**

3.1 Einmassenschwinger **15**

3.2 Mehrmassenschwinger **21**

3.3 Verfahren beim Mehrmassenschwinger **25**

3.4 Schnittgrößen Schwingerkette **26**

3.5 Regeln zur modalen Überlagerung **27**

3.5.1 SRSS – Methode 27

3.5.2 CQC – Methode 28

4 MODELLIERUNG VON HOCHBAUTRAGWERKEN UNTER SEISMISCHEN LASTEN 29

4.1 Tragwerkseigenschaften 29

4.2 Erdbebengerechte Planung 29

4.2.1 Gestaltung im Grundriss 29

4.2.2 Gestaltung im Aufriss 31

4.3 Modellierung 32

5 DACHGESCHOßAUSBAU BEI GRÜNDERZEITHÄUSERN 36

5.1 Konstruktionstypen 36

5.2 Allgemeine Problembereiche 36

5.3 Ingenieurbefund 37

5.4 Dachgeschoßausbauten mit unmaßgeblichen Änderungen 37

5.4.1 Unmaßgebliche Volums- bzw. Nutzflächenvergrößerung 37

5.4.2 Unmaßgebliche Lasterhöhung 37

5.4.3 Leichtbauweise 38

6 MAUERWERK 39

6.1 Versagensarten von Mauerwerk unter Erdbebenbeanspruchung 39

6.2 Nachweise nach EN 1996-1 41

6.2.1 Mauerstein 41

6.2.2 Mörtel 41

6.2.3 Druckfestigkeit Mauerwerk 41

6.2.4 Schubfestigkeit von Mauerwerk 42

6.3 Konstruktionsregeln für Mauerwerksbauten nach EN 1998-1 43

6.3.1 Bauwerkstypen 43

7 LASTEN NACH EN 1990 BEI ERDBEBENBEANSPRUCHUNG 45

8 TRAGWERKSBERECHNUNG NACH EN 1998-1 46

8.1 Erdbebengerechter Entwurf 46

8.1.1 Regelmäßigkeitskriterien im Grundriss 46

8.1.2 Regelmäßigkeitskriterien im Aufriss 47

8.2 Erdbebeneinwirkung 49

8.2.1 Erdbebenzonenkarte 49

8.2.2 Untergrundbeschreibung 50

8.2.3 Bemessungsspektrum für lineare Berechnung 50

8.2.4 Verhaltensbeiwert 53

8.3 Mitberücksichtigung der Torsion 53

8.4 Berechnungsmethoden 55

8.4.1 Vereinfachtes Antwortspektrenverfahren 56

8.4.2 Multimodales Antwortspektrenverfahren 58

9 ANWENDUNG 59

9.1 Bauwerksbeschreibung 59

9.1.1 Abmessungen und Aufbauten 59

9.1.2 Zonenzuordnung und Baugrundklassifizierung 62

9.2 Lastenermittlung 62

9.2.1 Deckenlasten 62

9.2.2 Wandlasten 64

9.2.3 Massenzusammenstellung 65

9.3 Überprüfung der Regelmäßigkeitskriterien 66

9.3.1 Kriterien im Aufriss 66

9.3.2 Kriterien im Grundriss 66

9.4 Festigkeiten Mauerwerk 76

9.5 Berechnung nach vereinfachtem Antwortspektrenverfahren 77

9.5.1 Erdbebeneinwirkung 78

9.5.2 Kapazität des Bestandes 79

9.5.3 Dachbodenausbau 86

9.6 Berechnung nach multimodalem Antwortspektrenverfahren 90

9.6.1 Ermittlung der Geschoßsteifigkeiten 91

9.6.2 Antwortspektren bei Dachbodenausbau 95

9.6.3 Beanspruchungsgrößen nach Dachbodenausbau 98

9.6.4 Nachweise nach Dachbodenausbau 100

9.7 Resümee 103

10 VERZEICHNISSE 104

10.1 Literaturverzeichnis 104

10.2 Abbildungsverzeichnis 105

10.3 Tabellenverzeichnis 106

1 Einleitung

Die vorliegende Arbeit behandelt den Nachweis der Erdbebensicherheit von Hochbauten unter Verwendung der aktuellen Erdbebennorm Eurocode 8 EN 1998-1, welche durch die Europäische Union seit 2008 bindend für alle Mitgliedsstaaten ist. Im Speziellen gilt es festzustellen, wie man bei bereits bestehenden Altbauten in Wien den Eurocode 8 anwendet. In diesem Zusammenhang war es notwendig, die Schritte der Nachweisführung anschaulich und übersichtlich darzustellen.

Ein wesentlicher Ausgangspunkt für die vorliegende Arbeit stellt die Tatsache dar, dass anhand von relativ einfachen Nachweisverfahren die Erdbebensicherheit auch bei bestehenden Altbauten rechnerisch erfüllt werden kann. Dies soll unabhängig gelten, ob Erweiterungen beabsichtigt sind oder nicht.

Die Gründerzeithäuser in Wien bestehen aus unbewehrtem Mauerwerk, welches für die Erdbebenbeanspruchung das denkbar ungünstigste Material darstellt. Aufgrund des raschen Anstiegs der Bevölkerungsdichte in den Ballungsräumen haben Dachbodenausbauten in den letzten Jahrzehnten stark an Bedeutung gewonnen. Damit ist allerdings die Problemstellung aufgetaucht, dass bereits bestehende Altbauten ohne Umbauarbeiten nicht die Erdbebensicherheit aufweisen, welche eigentlich nach den Richtlinien vorgeschrieben ist. Bedauerlicher Weise kann durch den derzeitigen Stand der Forschung die tatsächliche Tragfähigkeit der Mauerwerke von Gründerzeithäusern nicht exakt festgestellt werden.

Daher ist es notwendig, eine Lösung zu finden, die alte Baustruktur zu erhalten, Dachbodenausbauten möglich zu machen und dennoch den Sicherheitsrichtlinien gerecht zu werden.

Neben der erläuternden Behandlung von Erdbeben im Allgemeinen, wird in dieser Arbeit die physikalische Überführung von Gebäuden zu dynamischen Systemen erklärt, welche durch Schwingungen beansprucht werden. Dabei wird auf die Einhaltung der wesentlichen Richtlinien geachtet und der Eurocode 8 einfach und allgemein verständlich erklärt.

Abschließend werden anhand eines nachvollziehbaren Beispiels, eines mehrgeschoßigen Mauerwerkbaus, die wesentlichen Rechnungsverfahren vorgestellt.

2 Seismologische Grundlagen

2.1 Arten von Erdbeben[2]

Je nach Entstehung können verschiedene Arten von Erdbeben unterschieden werden.

2.1.1 Natürliche Beben

- Tektonische Beben

Erdbeben sind eine Folge von dynamischen Prozessen im Erdinneren. Die meisten Beben entstehen als Resultat der Plattentektonik, also die Bewegung der oberflächlichen Erdkruste. Diese schwimmt auf dem weichen Erdinneren und ist aufgrund von geothermischen Strömungen dauernd in Bewegung. An den Plattenrändern bewegen sich verschiedene Platten auseinander, aufeinander zu oder aneinander vorbei. Durch Verhaken oder Verkanten der Platten baut sich ein Spannungszustand innerhalb des Gesteins auf. Überschreiten die Spannungen die Bruchfestigkeit im Gestein (Zug-, Druck- oder Schubfestigkeit) kommt es zu einem Bruch mit plötzlicher Verschiebung. Man spricht von einem Entlastungsbruch. Dadurch entsteht ein tektonisches Beben. An den nun neuen Plattenrändern stellt sich ein neuer Spannungszustand, mit geringen Spannungen ein.

- Vulkanische Beben

Diese Beben entstehen durch rasche örtliche Veränderung der Temperatur- und Druckverhältnisse in der Erdkruste, wie es bei dem Ausbruch eines Vulkanes der Fall ist.

2.1.2 Künstliche Beben

- Einsturzbeben

Des Weiteren können Beben auch beim Einsturz unterirdischer Hohlräume ausgelöst werden. Solche Hohlräume können natürlich entstanden (z.B.: in einem Karstgebiet) oder künstlich angelegt worden sein (z.B.: Bergbau).

- Sprengungsbeben

Durch Sprengungen oder Atombombenexplosionen können Beben verursacht werden. Aber auch durch:

- Prozesse der Rohstoffentnahme aus dem Erdinneren
- Auffüllen von Talsperren
- Einpressen von Flüssigkeit in die Erdkruste

[2] (Bachmann, 1995)

2.2 Begriffsbestimmungen[2]

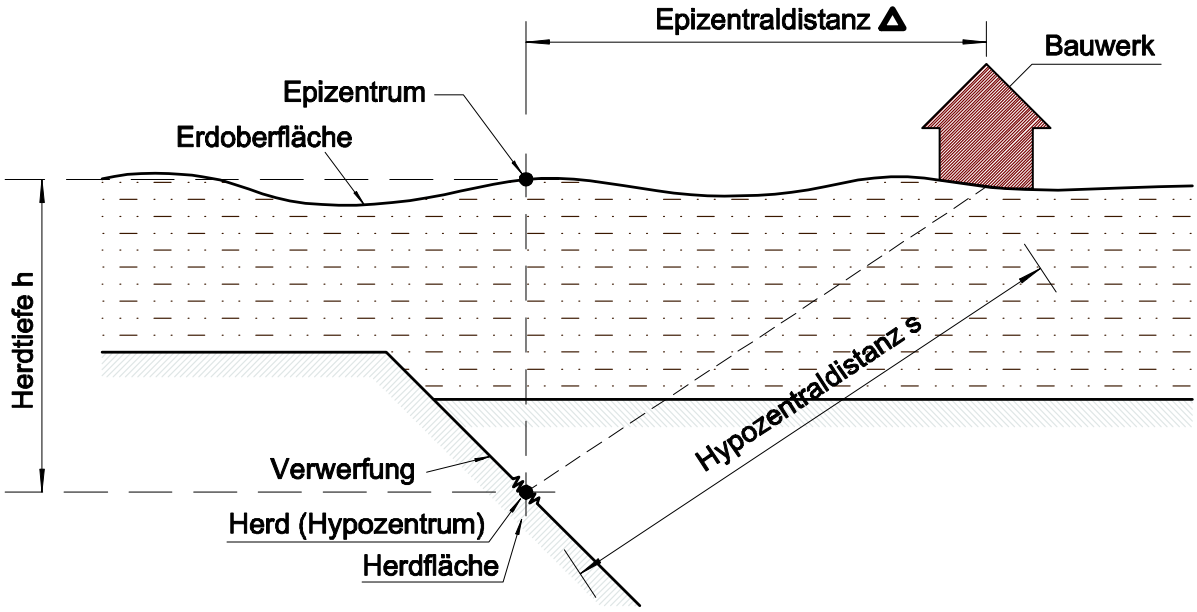


Abbildung 2.1.: Begriffsbestimmung von Erdbeben

- Herdfläche, Bruchfläche

Unter Bruchfläche oder auch Herdfläche wird die Fläche einer Erdkruste verstanden, an der sich beim Bruch das tektonische Beben ereignet. Diese wird von Seismologen vereinfacht als Ebene angenommen, welche eine beliebige Lage (vertikal, horizontal oder schief) aufweisen kann. Die Abmessungen dieser Fläche können einer Länge von wenigen Metern bis einige 100 km und einer Breite von wenigen Metern bis mehrere 10 km betragen. Die Lage des Mittelpunktes der Herdfläche liegt meistens zwischen 5 und 40 km Tiefe. Der Bruch ereignet sich somit noch in der festen Erdkruste. Doch auch Tiefenlagen bis zu 700 km sind noch möglich. Das Gestein ist dort allerdings nicht mehr hart und spröde, sondern zähplastisch.

- Herdmechanismus

Als Herdmechanismus versteht man den tektonischen Mechanismus im Herd. Horizontalverschiebung, Überschiebung, Unterschiebung (Subduktion) usw.

- Bruchgeschwindigkeit

Von der Stelle des Bruches in der Erdkruste breitet sich der Bruch mit einer Geschwindigkeit aus. Diese Bruchgeschwindigkeit beträgt ungefähr 3 km/s.

- Bruchenergie

Es werden 2 Arten von der, durch den Bruch entstandenen, Energie unterschieden:

1) Dissipation an Ort und Stelle durch Reibungswärme, Zerstörungsprozesse usw.
2) Abstrahlung von der Herdfläche in Form von elastischen Wellen. Die Rede ist hierbei auch von Herdwellenenergie oder **Herdenergie**.

[2] (Bachmann, 1995)

- Zustand nach dem Bruch

Nach dem Bruch entsteht in der Bruchzone und deren näherer Umgebung ein neuer Gleichgewichtszustand. Der Bruch kann als Entspannungsvorgang oder Ausgleichprozess verstanden werden. Nach dem Bruch erfolgt wieder ein langsames Ansteigen der Spannungen und der Verformungen, bis sich schließlich nach Jahren, Jahrzehnten oder gar Jahrhunderten an diese Stelle oder in einer benachbarten Zone wieder ein Bruch ereignet.

- Herd, Hypozentrum

Der Herd ist der Ort, wo der Bruch in der Erdkruste beginnt. Er wird als seismische Quelle bezeichnet und im Mittelpunkt der Bruchzone angenommen.

- Epizentrum

Das Epizentrum ist der Punkt an der Oberfläche lotrecht über dem Herd.

- Herdtiefe

Die Herdtiefe h ist der vertikale Abstand vom Hypozentrum zum Epizentrum. Es wird zwischen Flachbeben ($h < ca. 70$ km) und Tiefbeben ($h > 70$ km) unterschieden.

- Hypozentraldistanz

Die Hypozentraldistanz s ist der Abstand zwischen dem Hypozentrum und dem Standort eines Bauwerks.

- Epizentraldistanz

Die Epizentraldistanz Δ ist der Abstand von Epizentrum zum Standort eines Bauwerks. Sie wird in km gemessen.

- Schüttergebiet

Das Schüttergebiet ist das Gebiet, in dem die Erschütterungen von dem Menschen wahrgenommen werden.

2.3 Erdbebenskalen[2]

2.3.1 Magnitudenskala (Richterskala)

Die Magnitude ist ein Maß für die Herdenergie, d.h. ein Maß für die bei einem Erdbeben im Hypozentrum in Form von elastischen Wellen abgestrahlte Energie. Charles Richter hat in Kalifornien in den 30er Jahren des 20. Jahrhunderts folgende empirische Beziehung festgelegt:

$$M = \frac{2}{3}(logE[erg] - 11{,}8) = \frac{2}{3}(logE[Joule] - 4{,}8) \tag{2.1}$$

M Magnitude

E Herdenergie

Die Magnitudenskala ist nach oben offen und eine logarithmische Skala. Ein Zuwachs um eine Einheit (z.B.: von 6 auf 7) bedeutet eine Erhöhung der Herdenergie um den Faktor $10^{1.5} \approx 32$. Die Magnitude M wird aus den Maximalausschlägen von Geschwindigkeits-Seismogrammen ermittelt.

[2] (Bachmann, 1995)

2.3.2 Intensitätsskala

Die Intensität I wird ermittelt durch die Bewertung der Wahrnehmbarkeit und der lokalen Schäden eines Erdbebens. Die Intensitätsskala wird auch „makro-seismische Skala“ genannt. Die Auflistung der Intensitätsskala ist in Tabelle 2.1 verzeichnet.

Tabelle 2.1 – Kurzfassung der Intensitätsskala

Grad	Stärke	Wirkung auf Personen	Gebäude	Natur
I	unmerklich	nicht verspürt		
II	sehr leicht	vereinzelt verspürt		
III	leicht	von ruhenden Personen deutlich verspürt		
IV	mäßig stark	in Häusern allgemein verspürt, aufweckend	Fenster klirren	
V	ziemlich stark	im Freien allgemein verspürt	Verputz an Häusern bröckelt ab, hängende Gegenstände pendeln, Verschieben von Bildern	
VI	stark	erschreckend	Kamine und Verputz beschädigt	vereinzelt Risse im feuchten Boden
VII	sehr stark	viele flüchten ins Freie	mäßige Schäden, vor allem an schlechten Gebäuden, Kamine fallen herunter	vereinzelt Erdrutsche an steilen Abhängen
VIII	zerstörend	allgemeiner Schrecken	viele alte Häuser erleiden Schäden, Rohrleitungsbrüche	Veränderung in Quellen, Erdrutsche an Straßendämmen
IX	verwüstend	Panik	starke Schäden an schwachen Gebäuden, Schäden auch an gut gebauten Häusern, Zerbrechen von unterirdischen Rohleitungen	Bodenrisse, Bergstürze, viele Erdrutsche
X	vernichtend	allgemeine Panik	Backsteinbauten werden zerstört	verbiegen von Eisenbahnschienen, abgleiten von Lockerboden an Hängen, Aufstau neuer Seen
XI	Katastrophe		nur wenige Häuser halten stand, Rohrleitungen brechen	umfangreiche Veränderung des Erdbodens, Flutwelle
XII	große Katastrophe		Hoch- und Tiefbauten werden total zerstört	tiefgreifende Umgestaltung der Erdoberfläche, Flutwelle

2.4 Erdbebenwellen[2]

Bei seismischen Wellen wird zwischen 2 Haupttypen unterschieden, wie in Tabelle 2.2 dargestellt.

Tabelle 2.2 – Haupttypen von seismischen Wellen

Raumwellen	Primärwellen (P-Wellen) Sekundärwellen (S-Wellen)
Oberflächenwellen	Lovewellen (L-Wellen) Rayleighwellen (R-Wellen)

2.4.1 Raumwellen

Raumwellen treten in der Erdkruste und zum Teil auch im Erdinneren auf.

- Primärwellen

P-Wellen sind Longitudinalwellen, welche sich durch Kompression und Dilatation fortbewegen (Abbildung 2.2). Die Teilchen bewegen sich in Fortpflanzungsrichtung vorwärts und zurück. Dies geschieht im festen Gestein, im flüssigen Magma und im Wasser. P-Wellen treffen am Standort des Beobachters vor S-Wellen ein, da ihre Fortpflanzungsgeschwindigkeit größer ist ($v_P \approx 5{,}5\ bis\ 6{,}2\ km/s$).

- Sekundärwellen

S-Wellen sind Scherwellen (Abbildung 2.2). Die Teilchen breiten sich quer zur Fortpflanzungsrichtung der Welle hin und her. Dies geschieht in Horizontal- oder Vertikalrichtung oder kombiniert. Diese Wellen treten nur in festen Gesteinen auf, da in Flüssigkeiten keine Schubfestigkeit vorhanden ist. Ihre Fortpflanzungsgeschwindigkeit ist kleiner als je der P-Wellen ($v_S \approx 3{,}2\ bis\ 3{,}6\ km/s$).

2.4.2 Oberflächenwellen

Oberflächenwellen treten nur an der Erdoberfläche auf. Die Bewegung der Teilchen nimmt nach unten stark ab und die Eindringtiefe beträgt in etwa der Wellenlänge, welche frequenzabhängig ist. Oberflächenwellen treffen nach P- und S-Wellen ein.

- Lovewellen

Bei L-Wellen bewegen sich die Teilchen horizontal quer zu Fortpflanzungsrichtung. Diese nimmt nach unten stark ab (Abbildung 2.2).

- Rayleighwellen

R-Wellen sind ähnlich den Wasserwellen (Abbildung 2.2), wie man sich anhand eines Steineinschlages auf die Oberfläche eines Wasserspiegels vorstellen kann. Die Teilchen bewegen sich hierbei in einer Vertikalebene elliptisch. Das bedeutet sowohl horizontal vorwärts und rückwärts als auch vertikal auf und ab.

[2] (Bachmann, 1995)

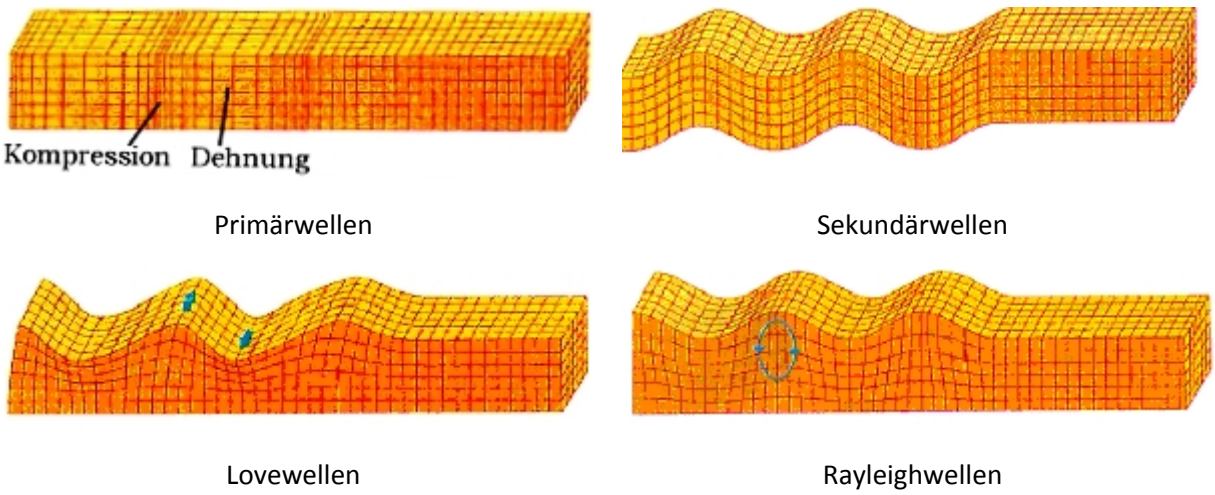


Abbildung 2.2.: Arten von Erdbebenwellen

3 Baudynamische Grundlagen

Bei der ingenieurmäßigen Auswertung von Erdbebenaufzeichnungen sind vor allem die physikalischen Kenngrößen und die davon abgeleiteten Daten – in erste Linie die Antwortspektren – für die erdbebengerechte Bemessung von Bauwerken von Bedeutung. Die für den Bauingenieur wichtigsten Kenngrößen einer örtlichen Bodenbewegung sind die Bodenbeschleunigung, die Frequenz der Bodenbewegung und die Dauer des Erdbebens.

3.1 Einmassenschwinger[2]

Zur Durchführung von Schwingungsberechnungen muss ein Gebäude auf ein diskretes dynamisches System, welches durch Massen, Steifigkeiten und gegebenenfalls Dämpfungen definiert ist, approximiert werden. Das einfachste dynamische System ist ein Einmassenschwinger mit der Punktmasse m, der Steifigkeit k und der Dämpfung c. Es kann durch eine einzige Verschiebungsgröße $x(t)$ beschrieben werden. Man spricht deswegen auch von einem System mit einem Freiheitsgrad. Die Abbildung 3.1 zeigt einen solchen elastischen Einmassenschwinger mit den zugehörigen Größen und Begriffsbestimmungen. Die Feder wird durch einen masselosen, elastischen Kragbalken modelliert. Am oberen Ende befinden sich eine Punktmasse und ein viskoser Dämpfer. Der Einmassenschwinger wird durch eine vorgegebene Bodenbeschleunigung $\ddot{x}_g(t)$ an seinem Fußpunkt horizontal angeregt.

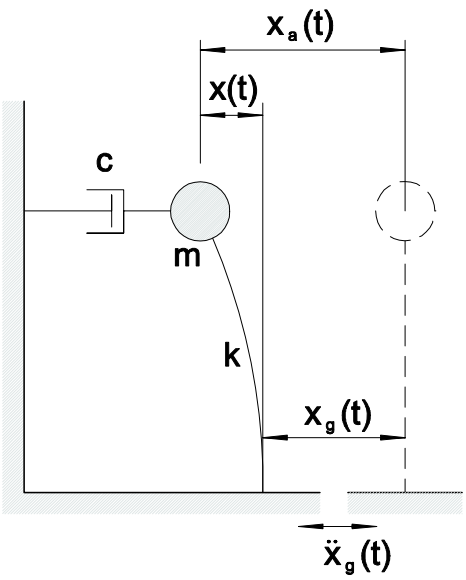


Abbildung 3.1.: Einmassenschwinger mit Fußpunkterregung

x_a Absolute Verschiebung

x Relativverschiebung

x_g Bodenverschiebung

$\ddot{x}_g$ Bodenbeschleunigung

[2] (Bachmann, 1995)

k Federsteifigkeit

c Dämpfungskonstante

m Masse

ω Eigenkreisfrequenz, siehe Gleichung (3.1)

f Eigenfrequenz, siehe Gleichung (3.46)

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \tag{3.1}$$

Bewegungsgleichung

Folgende Kräfte greifen an der Masse an:

kx Federkraft

$c\dot{x}$ Dämpfungskraft

$m\ddot{x}_a$ Trägheitskraft

Damit ergibt sich das dynamische Grundgesetz, angewendet auf die Punktmasse:

$$m\ddot{x}_a + c\dot{x} + kx = 0 \tag{3.2}$$

Für die absolute Beschleunigung $\ddot{x}_a$ gilt die Beziehung

$$\ddot{x}_a = \ddot{x} + \ddot{x}_g \tag{3.3}$$

Eingesetzt in Gleichung (3.2) ergibt sich die Bewegungsgleichung des Einmassenschwingers mit Fußpunkterregung als

$$m(\ddot{x} + \ddot{x}_g) + c\dot{x} + kx = 0 \tag{3.4}$$

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = -m\ddot{x}_g(t) \tag{3.5}$$

Gleichung (3.5) beschreibt die Bewegung eines gewöhnlichen Einmassenschwingers unter Erdbebeneinwirkung, welche auf eine dynamischen Kraft $-m\ddot{x}_g(t)$ („Erdbebenkraft“) zurückgeführt werden kann.
Eine Umformung dieser Gleichung führt zur Standardform der Differentialgleichung:

$$\ddot{x} + 2\zeta\omega\dot{x} + \omega^2 x = -\ddot{x}_g(t) \tag{3.6}$$

ζ Lehr’sches Dämpfungsmaß, siehe Gleichung (3.7)

T Eigenperiode, siehe Gleichung (3.47)

$$\zeta = \frac{c}{2m\omega} \tag{3.7}$$

Homogene Lösung

Die freie, gedämpfte Eigenschwingung wird aus dem homogenen Teil der Gleichung (3.6) berechnet:

$$\ddot{x} + 2\zeta\omega\dot{x} + \omega^2 x = 0 \tag{3.8}$$

Für die Lösung wird folgender Ansatz gewählt:

$$x(t) = a \cdot e^{\lambda t} \tag{3.9}$$

Durch Einsetzen von Gleichung (3.9) und deren zeitlichen Ableitungen in Gleichung (3.8) erhält man die charakteristische Gleichung:

$$a\lambda^2 2e^{\lambda t} + 2\zeta\omega a\lambda e^{\lambda t} + a\omega^2 e^{\lambda t} = 0$$

$$\lambda^2 + 2\omega\lambda + \omega^2 = 0 \tag{3.10}$$

und daraus

$$\lambda_{1,2} = -\zeta\omega \pm \sqrt{\zeta^2\omega^2 - \omega^2} = -\omega(\zeta \pm i\sqrt{1-\zeta^2}) \tag{3.11}$$

Die Größe $\omega' = \omega\sqrt{1-\zeta^2}$ wird als Eigenkreisfrequenz des gedämpften Schwingers bezeichnet. Durch Einsetzen der Wurzeln der charakteristischen Gleichung λ_1, λ_2 in den Lösungsansatz von Gleichung (3.9) erhält man die allgemeine Bewegung:

$$x(t) = e^{-\zeta\omega t}(A_1 e^{i\omega' t} + A_2 e^{-i\omega' t}) \tag{3.12}$$

Mit der Wahl konjungiert-komplexer Integrationskonstanten

$$A_1 = \frac{a_2 - ia_1}{2} \tag{3.13}$$

$$A_2 = \frac{a_2 - ia_1}{2} \tag{3.14}$$

und mit Hilfe der Eulerschen Formel

$$e^{\pm i\omega' t} = cos\omega' t \pm i \cdot sin\omega' t \tag{3.15}$$

kann die allgemeine Lösung in die reelle Form übergeführt werden:

$$x(t) = e^{-\zeta\omega t}(a_1 sin\omega' t + a_2 cos\omega' t) \tag{3.16}$$

Je nach Dämpfungsmaß können folgende Fälle der Bewegung auftreten (siehe Abbildung 3.2).

a) $\zeta = 0$: ungedämpfte Schwingung
b) $0 < \zeta < 1$: gedämpfte Schwingung
c) $\zeta = 1$: kritische Dämpfung
d) $\zeta > 1$: überkritische Dämpfung
e) $\zeta < 0$: angefachte Schwingung

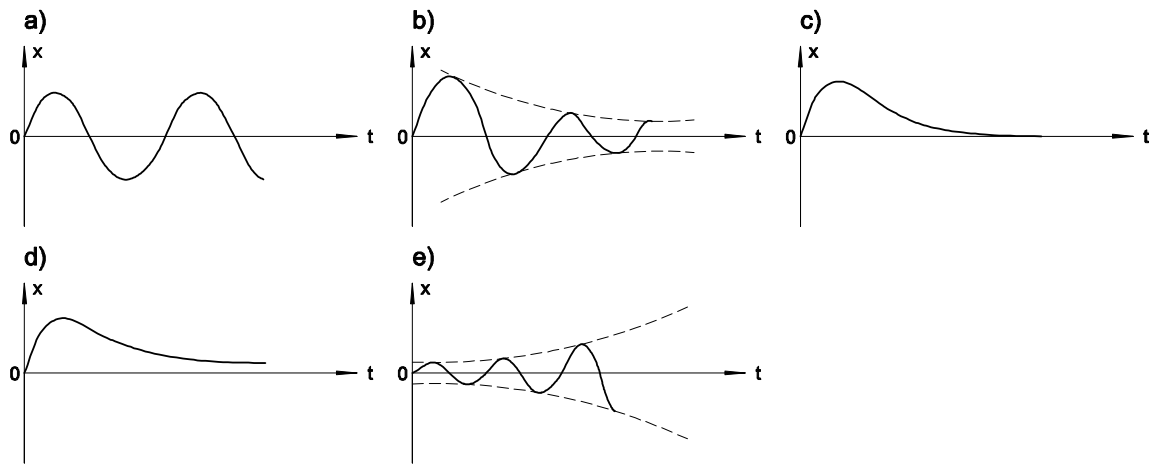


Abbildung 3.2.: Dämpfungsmaß ζ

Die kritische Dämpfungskonstante $c_{krit}(\zeta = 1)$ charakterisiert diejenige Dämpfung, bei der mit zunehmender Dämpfung zum ersten mal eine aperiodische Schwingung auftritt. Aus der Definition von ζ folgt mit Verwendung der kritischen Dämpfung c_{krit}:

$$\zeta = \frac{c}{2m\omega} \quad ; \quad \zeta_{krit} = 1 = \frac{c_{krit}}{2m\omega} \quad \rightarrow \quad c_{krit} = 2m\omega \tag{3.17}$$

$$\zeta = \frac{c}{c_{krit}} \tag{3.18}$$

Bei Bauwerksschwingungen ist $\zeta \ll 1$, so kann meist $\omega' = \omega$ angenommen werden. Die Eigenfrequenz des gedämpften Schwingers wird näherungsweise der Eigenfrequenz des ungedämpften Schwingers gleichgesetzt.

Partikuläre Lösung

Die Anfangsbedingungen einer Ruhelage, welche für den Lastfall „Erdbeben“ praktisch immer vorausgesetzt werden dürfen, lauten:

$$x(t = 0) = 0 \quad \text{und} \quad \dot{x}(t = 0) = 0, \tag{3.19}$$

Es verschwindet die homogene Lösung [Gleichung (3.16)] und es verbleibt die partikuläre Lösung, die durch das sogenannte **Duhamelintegral** oder Faltungsintegral ausgedrückt werden kann.

$$x(t) = -\int_0^t \ddot{x}_g(\tau) \cdot h(t - \tau) d\tau \tag{3.20}$$

$$\text{mit} \quad h(t) = \frac{1}{\omega\sqrt{1-\zeta^2}} \cdot e^{-\zeta\omega t} \cdot \sin \omega\sqrt{1 - \zeta^2}\, t \tag{3.21}$$

$h(t)$ Übertragungs- oder Systemfunktion

t Zeitpunkt gemessen ab Beginn des Erdbebens

τ Integrationsvariable ($\tau \leq t$)

Die Übertragungsfunktion erhält man durch Einsetzen von Gleichung (3.20) und deren Ableitung in Gleichung (3.6), sowie deren anschließende Auswertung der entstandenen Integralgleichung. Daraus ergibt sich der **Zeitverlauf der Relativverschiebung des Einmassenschwingers**

$$x(t) = -\frac{1}{\omega'} \cdot \int_0^t \ddot{x}_g(\tau) \cdot e^{-\zeta\omega(t-\tau)} \cdot \sin\omega'(t-\tau)d\tau \tag{3.22}$$

Damit wird die Maximalverschiebung zu:

$$x_{max} = \frac{1}{\omega'} \cdot \left| \int_0^t \ddot{x}_g(\tau) \cdot e^{-\zeta\omega(t-\tau)} \cdot \sin\omega'(t-\tau)d\tau \right|_{max} \tag{3.23}$$

Für die Näherung $\omega' \approx \omega$ ergibt sich:

$$x_{max} \approx \frac{1}{\omega} \cdot \left| \int_0^t \ddot{x}_g(\tau) \cdot e^{-\zeta\omega(t-\tau)} \cdot \sin\omega(t-\tau)d\tau \right|_{max} \tag{3.24}$$

Die maximale Verschiebung x_{max} wird in Verschiebungsantwortspektren als „Spektralwert der Verschiebung“ $S_d(\omega,\zeta)$ verwendet. Somit ergeben sich die Spektralwerte für den Einmassenschwinger zu:

- Maximale Relativverschiebung, Verschiebungsspektrum

$$S_d(\omega,\zeta) = x_{max} \approx \frac{1}{\omega} \cdot \left| -\int_0^t \ddot{x}_g(\tau) \cdot e^{-\zeta\omega(t-\tau)} \cdot \sin\omega(t-\tau)d\tau \right|_{max} \tag{3.25}$$

Die maximale Verschiebungsantwort ist ein Maß für die maximale Federkraft und somit für die maximale Beanspruchung.

- Maximale Relativgeschwindigkeit

$$\dot{x}_{max} = \left| -\int_0^t \ddot{x}_g(\tau) \cdot e^{-\zeta\omega(t-\tau)} \cdot \cos\omega'^{(t-\tau)}d\tau - \zeta\omega \cdot x(t) \right|_{max} \tag{3.26}$$

Die maximale Geschwindigkeitsantwort ist ein Maß für die gespeicherte Energie.

- Maximale Absolutbeschleunigung, Beschleunigungsspektrum

$$S_a(\omega,\zeta) = \left|\ddot{x} + \ddot{x}_g\right|_{max} = \left|-\omega^2 x - 2\zeta\omega\dot{x}\right|_{max}$$

$$S_a(\omega,\zeta) \approx \omega \cdot \left| \int_0^t \ddot{x}_g(\tau) \cdot e^{-\zeta\omega(t-\tau)} \cdot \sin\omega(t-\tau)d\tau \right|_{max} \tag{3.27}$$

Die maximale Beschleunigungsantwort ist ein Maß für die maximal angreifende Trägheitskraft. Für jeden Zeitpunkt t muss über die bisherige Dauer des Erdbebens integriert werden. Anschließend wird der maximale Betrag des Integralausdruckes, der während des Erdbebens auftritt, bestimmt.

Pseudobeschleunigung

Bei den Gleichungen (3.25) und (3.27) fällt auf, dass die Integralausdrücke auf der rechten Seite gleich sind. Zwischen S_a und S_d existiert daher eine einfache Beziehung:

$$S_a \approx \omega^2 \cdot S_d \tag{3.28}$$

Somit lässt sich ungefähr sagen, dass der Spektralwert der Absolutbeschleunigung gleich dem Quadrat der Kreisfrequenz des Schwingers, multipliziert mit dem Spektralwert der Relativverschiebung ist.
Der Ausdruck $\omega^2 S_d$ wird auch als Spektralwert der **Pseudobeschleunigung** S_{pa} bezeichnet: $S_{pa} = \omega^2 \cdot S_d$. Der Unterschied zwischen der Pseudobeschleunigung und der genauen Absolutbeschleunigung ist für kleine Dämpfungswerte hinreichend klein und damit vernachlässigbar.
Im Zustand der maximalen Verschiebung x_{max} tritt die maximale Federkraft auf, welche der maximalen Beanspruchung des Gebäudes entspricht. Dabei verschwindet die Dämpfung, da im Umkehrpunkt die Geschwindigkeit Null ist.

$$F_{max} = k \cdot x_{max} \tag{3.29}$$

$$\frac{F_{max}}{m} = \frac{k}{m} \cdot x_{max} = \omega^2 \cdot x_{max} \text{ , mit } \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \tag{3.30}$$

$$F_{max} = m \cdot \omega^2 \cdot x_{max} = m \cdot \omega^2 \cdot S_d \approx m \cdot S_a \tag{3.31}$$

Diese Beziehung zeigt, dass die maximale Beanspruchung eines durch einen Einmassenschwinger dargestellten Tragwerks aus seiner statischen Einwirkung ermittelt werden kann:

„Trägheitskraft“ = Masse * Maximale Absolutbeschleunigung

Dies hat den Vorteil, dass die maximale Verschiebung x_{max} nicht aus der Integration der Bewegungsgleichung berechnet werden muss. Nur die Absolutbeschleunigung muss bekannt sein, welche aus einem Bemessungs-Antwortspektrum entnommen werden kann.

Pseudogeschwindigkeit, Pseudogeschwindigkeitsspektrum

Bei der maximalen Relativverschiebung (3.25) besitzt der Ausdruck zwischen den Absolutstrichen die Dimension Geschwindigkeit. Nummerische Studien zeigen, dass dieser in einem weiten Frequenzbereich vergleichbare Ergebnisse mit der tatsächlichen Maximalgeschwindigkeit [Gleichung (3.26)] ergeben. Deshalb wird dieser Pseudogeschwindigkeit genannt.

$$S_{pv}(\omega, \zeta) = \left| -\int_0^t \ddot{x}_g(\tau) \cdot e^{-\zeta\omega(t-\tau)} \cdot \sin\omega(t-\tau) d\tau \right|_{max} \tag{3.32}$$

und in weiterer Folge:

$$S_{pv} = \omega \cdot S_d = \frac{1}{\omega} \cdot S_{pa} \approx \frac{1}{\omega} \cdot S_a \tag{3.33}$$

Die Einführung von S_{pv} erlaubt die kombinierte Darstellung von S_d, S_{pv} und S_a in einer einzigen doppelt-logarithmischen Gleichung. Auf der Abszisse kann nun entweder die Frequenz oder die Periode abgetragen werden.

3.2 Mehrmassenschwinger[2]

Bewegungsgleichung

Abbildung 3.3 zeigt exemplarisch einen Dreimassenmassenschwinger mit analogen Bezeichnungen des Einmassenschwingers von Abbildung 3.1. Das dynamische Verhalten dieses Dreimassenschwingers kann durch die 3 Verschiebungen x_1, x_2 und x_3 der Massen m_1, m_2 und m_3 beschrieben werden. Das System hat also 3 dynamische Freiheitsgrade.

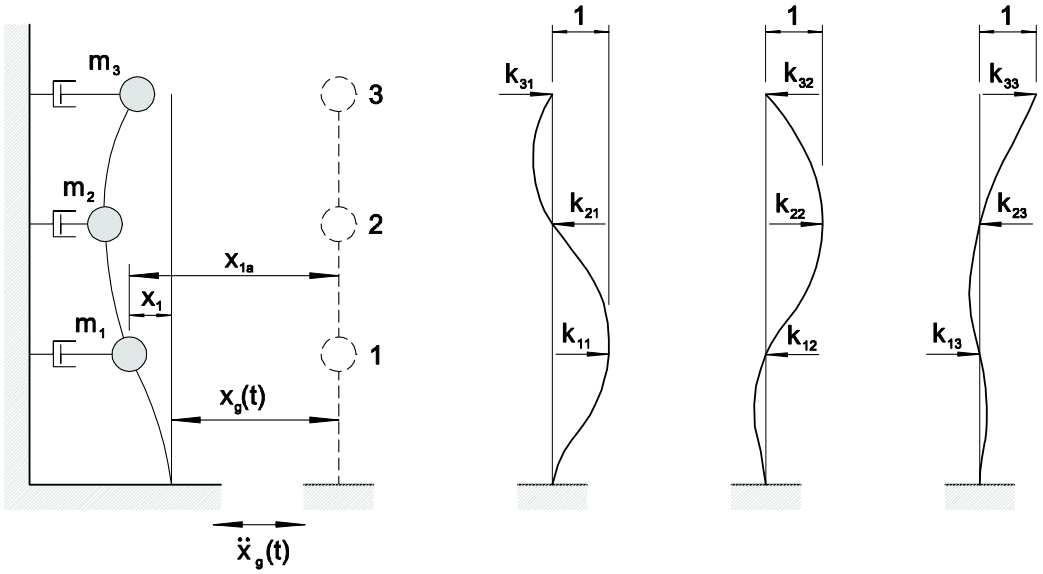


Abbildung 3.3.: Dreimassenschwinger

Die Federsteifigkeit k ist nun allgemein eine Festhaltekraft in einem Knoten, wenn eine Verschiebung in diesem oder einem anderen Knoten erzeugt wird (alle übrigen Knoten sind festgehalten).
k_{11} = Kraft in 1 wenn in 1 eine Einheitsverschiebung $x_1 = 1$ erzeugt wird
Die erste Zahl gibt an den Ort, die zweite Zahl die Ursache. Analog gilt für die restlichen Federkräfte:
k_{12} = Kraft in 1 wenn in 2 eine Einheitsverschiebung $x_2 = 1$ erzeugt wird
k_{13} = Kraft in 1 wenn in 3 eine Einheitsverschiebung $x_3 = 1$ erzeugt wird
Somit beträgt die am Knoten 1 angreifende Federkraft:

$$k_{11}x_1 + k_{12}x_2 + k_{13}x_3 \tag{3.34}$$

Der gleiche Grundsatz gilt für die viskos angenommene Dämpfung. Die Dämpfungskonstante c ist eine Dämpfungskraft in einem Knoten, wenn in diesem oder einem anderen Knoten eine Einheitsgeschwindigkeit erzeugt wird (alle übrigen Knoten sind bleiben festgehalten).
c_{11} = Dämpfungskraft in 1 wenn in 1 eine Einheitsgeschwindigkeit $\dot{x}_1 = 1$ erzeugt wird
Die erste Zahl gibt weiterhin den Ort an, die zweite Zahl die Ursache.
c_{12} = Dämpfungskraft in 1 wenn in 2 eine Einheitsgeschwindigkeit $\dot{x}_2 = 1$ erzeugt wird
c_{13} = Dämpfungskraft in 1 wenn in 3 eine Einheitsgeschwindigkeit $\dot{x}_3 = 1$ erzeugt wird
Die am Knoten 1 angreifende Dämpfungskraft beträgt:

$$c_{11}\dot{x}_1 + c_{12}\dot{x}_2 + c_{13}\dot{x}_3 \tag{3.35}$$

[2] (Bachmann, 1995)

An der Masse des Knoten 1 greift folgende Trägheitskraft an:

$$m\ddot{x}_{1a} = m(\ddot{x}_1 + \ddot{x}_g) \tag{3.36}$$

Das dynamische Grundgesetz ergibt für dieses System folgende Bewegungsgleichungen:

$$m_1\ddot{x}_1 + c_{11}\dot{x}_1 + c_{12}\dot{x}_2 + c_{13}\dot{x}_3 + k_{11}x_1 + k_{12}x_2 + k_{13}x_3 = -m_1\ddot{x}_g(t) \tag{3.37}$$

$$m_2\ddot{x}_2 + c_{21}\dot{x}_1 + c_{22}\dot{x}_2 + c_{23}\dot{x}_3 + k_{21}x_1 + k_{22}x_2 + k_{23}x_3 = -m_2\ddot{x}_g(t) \tag{3.38}$$

$$m_3\ddot{x}_3 + c_{31}\dot{x}_1 + c_{32}\dot{x}_2 + c_{33}\dot{x}_3 + k_{31}x_1 + k_{32}x_2 + k_{33}x_3 = -m_3\ddot{x}_g(t) \tag{3.39}$$

Umgewandelt in Matrizenschreibweise lässt sich schreiben:

$$\boldsymbol{M} \cdot \ddot{\boldsymbol{x}} + \boldsymbol{C} \cdot \dot{\boldsymbol{x}} + \boldsymbol{K} \cdot \boldsymbol{x} = -\boldsymbol{M} \cdot \boldsymbol{e} \cdot \ddot{x}_g(t) \tag{3.40}$$

Dabei ist:

$$\boldsymbol{M} = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{bmatrix} \qquad \boldsymbol{C} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{bmatrix} \qquad \boldsymbol{K} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} \end{bmatrix}$$

Massenmatrix Dämpfungsmatrix Steifigkeitsmatrix

$$\boldsymbol{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \quad \text{Vektorverschiebung}$$

$$\boldsymbol{M} \cdot \boldsymbol{e} = \begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \\ m_3 \end{bmatrix} \quad ; \quad \boldsymbol{e} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{Bmatrix} \quad \text{Richtungsvektor infolge } x_g = 1$$

Von nun an wird nur noch Matrizenschreibweise verwendet.
Gleichung (3.40) stellt ein lineares Differentialgleichungssystem dar, sofern $\boldsymbol{C}$ und $\boldsymbol{K}$ unabhängig von ihren Verschiebungsgrößen sind. Die Massenmatrix $\boldsymbol{M}$ ist für die gewählte Diskretisierung eine Diagonalmatrix. Steifigkeitsmatrix $\boldsymbol{K}$ und Dämpfungsmatrix $\boldsymbol{C}$ sind bezüglich ihrer Hauptdiagonalen symmetrisch. Somit ist das Differentialgleichungssystem (3.40) gekoppelt.

Eigenfrequenzen und Eigenschwingungsformen

Für freie ungedämpfte Schwingungen eines Mehrmassenschwingers wird die Bewegungsgleichung (3.40) zu

$$\boldsymbol{M}\ddot{\boldsymbol{x}} + \boldsymbol{K}\boldsymbol{x} = 0 \tag{3.41}$$

Folgender Ansatz wird für die Lösung gewählt:

$$\boldsymbol{x} = \boldsymbol{\varphi} \cdot e^{i\omega t} \quad \text{mit} \quad i = \sqrt{-1} \tag{3.42}$$

Damit ist $\dot{\boldsymbol{x}} = i\omega\boldsymbol{\varphi} \cdot e^{i\omega t}$ und $\ddot{\boldsymbol{x}} = -\omega^2\boldsymbol{\varphi} \cdot e^{i\omega t}$.(3.44)
Eingesetzt von Gleichung (3.42) und deren Ableitungen in Gleichung (3.41) ergibt sich:

$$-\omega^2 \cdot \boldsymbol{M} \cdot \boldsymbol{\varphi} \cdot e^{i\omega t} + \boldsymbol{K} \cdot \boldsymbol{\varphi} \cdot e^{i\omega t} = 0 \tag{3.43}$$

$$[\boldsymbol{K} - \omega^2 \cdot \boldsymbol{M}] \cdot \boldsymbol{\varphi} = 0 \tag{3.44}$$

Gleichung (3.44) stellt die Eigenwertgleichung für das elastisch schwingende System dar. Wenn die Determinante verschwindet, hat sie verschiedene nichttriviale Lösungen:

$$|[\boldsymbol{K} - \omega^2 \cdot \boldsymbol{M}]| = 0 \tag{3.45}$$

Diese Bedingung führt bei einem n – Massenschwinger zu einer Gleichung n –ten Grades in ω^2, der charakteristischen Gleichung, aus der sich n verschiedene Eigenwerte ω_k^2 des Differentialgleichungssystems Gleichung (3.41) und somit n Eigenkreisfrequenzen ω_k bestimmen lassen.

ω_k^2 Eigenwerte des Systems
für positiv definite, symmetrische Matrizen sind $\boldsymbol{M}$ und $\boldsymbol{K}$ reell und positiv, $\omega^2 > 0$

ω_k Eigenkreisfrequenzen

Jeder Eigenkreisfrequenz ω_k entspricht die Eigenfrequenz mit der Dimension [Hz]

$$f_k = \frac{\omega_k}{2\pi} \tag{3.46}$$

und die Eigenperiode oder Schwingungsdauer:

$$T_k = \frac{1}{f_k} = \frac{2\pi}{\omega_k} \tag{3.47}$$

Die zu ω_k gehörende Lösung des Gleichungssystems (3.44) definiert den Eigenvektor $\boldsymbol{\varphi}_k$, der die k – te Eigenschwingungsform darstellt.

$\boldsymbol{\varphi}_k$ Eigenvektor oder Eigenschwingungsform

Die Eigenvektoren können zur modalen Matrix der Eigenvektoren oder Eigenschwingungsformen zusammengefasst werden:

$$\boldsymbol{\Phi} = [\boldsymbol{\varphi}_1 \dots \boldsymbol{\varphi}_k \dots \boldsymbol{\varphi}_n]$$

Die Eigenformen werden nach wachsenden Eigenkreisfrequenzen geordnet. Die zur kleinsten Eigenkreisfrequenz ω_1 oder Eigenfrequenz f_1 bzw. zur höchsten Eigenschwingzeit T_1 gehörende Eigenform wird als **Grundschwingungsform** bezeichnet.
Bei einem System mit n Freiheitsgraden resultieren n Eigenfrequenzen ω_k und dazugehörige Eigenvektoren $\boldsymbol{\varphi}_k$. Das Eigenwertproblem lässt sich nun folgendermaßen darstellen:

$$\boldsymbol{\Phi}^{\mathrm{T}} \cdot \boldsymbol{M} \cdot \boldsymbol{\Phi} = \boldsymbol{M}^* \tag{3.48}$$

$$\boldsymbol{\Phi}^{\mathrm{T}} \cdot \boldsymbol{K} \cdot \boldsymbol{\Phi} = \boldsymbol{\Omega}^2 \cdot \boldsymbol{M}^* \tag{3.49}$$

$\boldsymbol{M}^*$ Verallgemeinerte Masse des k – ten Eigenvektors

Zerlegung nach Eigenschwingungsformen

In der sogenannten „modalen Analyse“ wird nun die gekoppelte Bewegungsgleichung (3.44) entkoppelt und in ein System von Einmassenschwingern übergeführt. Voraussetzung dafür sind konstante Koeffizienten von $\boldsymbol{M}$, $\boldsymbol{C}$ und $\boldsymbol{K}$.
Die Bewegungsgleichung für ein System auf starrer Unterlage und mit einer Erdbebenanregung in x – Richtung lautet analog zu Gleichung (3.40):

$$\boldsymbol{M} \cdot \ddot{\boldsymbol{x}} + \boldsymbol{C} \cdot \dot{\boldsymbol{x}} + \boldsymbol{K} \cdot \boldsymbol{x} = -\boldsymbol{M} \cdot \boldsymbol{e}_x \cdot \ddot{x}_g(t) \tag{3.50}$$

Durch eine Variablentransformation erfolgt der Übergang auf **modale Koordinaten**. Dazu wird folgender Ansatz gemacht:

$$\boldsymbol{x} = \sum_{k=1}^{n} \boldsymbol{\varphi}_k \cdot y_k = \boldsymbol{\Phi} \cdot \boldsymbol{y} \tag{3.51}$$

n Anzahl Freiheitsgrade

y_k Modale Koordinate

$\boldsymbol{\varphi}_k$ Eigenvektor

Des Weiteren gilt:

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{\Phi} \cdot \dot{\boldsymbol{y}} \quad \text{und} \quad \ddot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{\Phi} \cdot \ddot{\boldsymbol{y}} \tag{3.52}$$

Durch Einsetzen von Gleichung (3.51) und ihrer Ableitung in die Bewegungsgleichung (3.50) und deren Multiplikation mit $\boldsymbol{\Phi}^T$ ergibt sich:

$$\boldsymbol{\Phi}^{\mathrm{T}} \cdot \boldsymbol{M} \cdot \boldsymbol{\Phi} \cdot \ddot{\boldsymbol{y}} + \boldsymbol{\Phi}^{\mathrm{T}} \cdot \boldsymbol{C} \cdot \boldsymbol{\Phi} \cdot \dot{\boldsymbol{y}} + \boldsymbol{\Phi}^{\mathrm{T}} \cdot \boldsymbol{K} \cdot \boldsymbol{\Phi} \cdot \boldsymbol{y} = -\boldsymbol{\Phi}^{\mathrm{T}} \cdot \boldsymbol{M} \cdot \boldsymbol{e}_x \cdot \ddot{x}_g(t) \tag{3.53}$$

$$\boldsymbol{M}^* \cdot \ddot{\boldsymbol{y}} + \boldsymbol{C}^* \cdot \dot{\boldsymbol{y}} + \boldsymbol{K}^* \cdot \boldsymbol{y} = -\boldsymbol{\Phi}^{\mathrm{T}} \cdot \boldsymbol{M} \cdot \boldsymbol{e}_x \cdot \ddot{x}_g(t) = -\boldsymbol{L} \cdot \ddot{x}_g(t) \tag{3.54}$$

$\boldsymbol{L}$ $= \boldsymbol{\Phi}^T \cdot \boldsymbol{M} \cdot \boldsymbol{e}_x$

Vektor der Partizipationsfaktoren

$\boldsymbol{M}^*$ $= \boldsymbol{\Phi}^T \cdot \boldsymbol{M} \cdot \boldsymbol{\Phi}$

$\boldsymbol{C}^*$ $= \boldsymbol{\Phi}^T \cdot \boldsymbol{C} \cdot \boldsymbol{\Phi}$

$\boldsymbol{K}^*$ $= \boldsymbol{\Phi}^T \cdot \boldsymbol{K} \cdot \boldsymbol{\Phi} = \boldsymbol{M}^* \cdot \boldsymbol{\Omega}^2$

Aus Gleichung (3.49) folgt, dass $\boldsymbol{M}^*$ und $\boldsymbol{\Omega}^2$ Diagonalmatrizen sind. Im Weitern wird vorausgesetzt, dass auch die transformierte Dämpfungsmatrix $\boldsymbol{C}^* = \boldsymbol{\Phi}^T \cdot \boldsymbol{C} \cdot \boldsymbol{\Phi}$ diagonalförmig ist. Damit ergibt sich das entkoppelte Gleichungssystem zu:

$$\begin{bmatrix} m_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & m_n \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \ddot{y}_1 \\ \vdots \\ \ddot{y}_n \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & c_n \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \dot{y}_1 \\ \vdots \\ \dot{y}_n \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} m_1 \cdot \omega_1^2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & m_n \cdot \omega_1^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_n \end{Bmatrix} = -\begin{Bmatrix} L_1 \\ \vdots \\ L_n \end{Bmatrix} \ddot{x}_g(t)$$

Für die k-te Zeile ergibt sich unter Verwendung von $c_k^* = 2 \cdot \zeta_k \cdot \omega_k \cdot m_k^*$ und Division durch m_k^*:

$$\ddot{y}_k + 2 \cdot \zeta_k \cdot \omega_k \cdot \dot{y}_k + \omega_{\mathrm{k}}^2 \cdot y_k = -\frac{L_k}{m_k} \cdot \ddot{x}_g(t)\,, \qquad k = 1, \dots, n \tag{3.55}$$

Gleichung (3.55) hat die gleiche Gestalt wie Gleichung (3.6) des Einmassenschwingers

$$\ddot{x} + 2\zeta\omega\dot{x} + \omega^2 x = -\ddot{x}_g(t) \tag{3.56}$$

mit dem Unterschied einer modifizierten Erdbebeneinwirkung auf der rechten Seite, welche von der jeweiligen Eigenform abhängig ist. Bei dieser Zerlegung nach Eigenschwingungsformen betrifft die einzige erforderliche Annahme den Aufbau der Dämpfungsmatrix $\boldsymbol{C}$. Die Dämpfungsmechanismen sind meist nicht ausreichend bekannt, weswegen Annahmen getroffen werden müssen.

3.3 Verfahren beim Mehrmassenschwinger[11]

Bei Erdbebenbeanspruchungen interessiert man sich im Wesentlichen für die Maximalwerte des Systems (Verschiebungen, Geschwindigkeit, Beschleunigung, elastische Kräfte, usw.). Ausgangpunkt ist die entkoppelte Bewegungsgleichung für die k – te Eigenform der Gleichung (3.55):

$$\ddot{y}_k + 2 \cdot \zeta_k \cdot \omega_k \cdot \dot{y}_k + \omega_k^2 \cdot y_k = -\Gamma_k \cdot \ddot{x}_g(t) \tag{3.57}$$

Wobei folgende Gleichungen mit anzuwenden sind:

$$\Gamma_k = \frac{L_k}{m_k} = \frac{\boldsymbol{\varphi}_k^T \cdot \boldsymbol{M} \cdot \boldsymbol{e}_x}{\boldsymbol{\varphi}_k^T \cdot \boldsymbol{M} \cdot \boldsymbol{\varphi}_k} \tag{3.58}$$

$$L_k = \boldsymbol{\varphi}_k^T \cdot \boldsymbol{M} \cdot \boldsymbol{e}_x \tag{3.59}$$

$$m_k = \boldsymbol{\varphi}_k^T \cdot \boldsymbol{M} \cdot \boldsymbol{\varphi}_k \tag{3.60}$$

Modale Maximalantwort

Differentialgleichung (3.55) kann in Kombination zu Gleichung (3.25) für alle k direkt integriert werden:

$$y_k(t) = -\frac{\Gamma_k}{\omega'_k} \cdot \int_0^t \ddot{x}_g(\tau) \cdot e^{-\zeta_k \cdot \omega_k \cdot (t-\tau)} \cdot \sin \omega'_k (t-\tau) d\tau \tag{3.61}$$

Unter Berücksichtigung von $\omega'_k \cong \omega_k$ ergibt sich die modale Maximalantwort $y_{k,max}$ zu

$$y_{k,max}(t) = \frac{\Gamma_k}{\omega_k} \cdot max \left| \int_0^t \ddot{x}_g(\tau) \cdot e^{-\zeta_k \cdot \omega_k \cdot (t-\tau)} \cdot \sin \omega_k (t-\tau) d\tau \right| \tag{3.62}$$

Durch Einsetzen der Gleichungen (3.25), (3.32) und (3.27) lässt sich die modale Maximalantwort $y_{k,max}$ wie folgt anschreiben:

$$y_{k,max}(t) = \Gamma_k \cdot S_d(\omega_k, \zeta_k) = \frac{\Gamma_k}{\omega_k} \cdot S_{pv}(\omega_k, \zeta_k) = \frac{\Gamma_k}{{\omega_k}^2} \cdot S_a(\omega_k, \zeta_k) \tag{3.63}$$

Auf diese Weise können nun die Maximalbeiträgt $y_{k,max}$ bestimmt werden, wenn zum Beispiel ein gegebenes Bemessungs-Antwortspektrum graphisch ausgewertet wird.

Rücktransformation

Der Übergang von den maximalen modalen Koordinaten $y_{k,max}$ auf die natürlichen Koordinaten $\boldsymbol{x}_{max}$ des Gebäudes kann nicht mit der Transformationsgleichung (3.51) durchgeführt werden. Der Grund davor liegt darin, dass die Maximalausschläge $y_{k,max}$ der einzelnen Einmassenschwinger normalerweise zu verschiedenen Zeitpunkten auftreten. Eine einfache Addition der Maximalwerte der Teilschwingungen würde zu unrealistischen Resultaten führen. Aus diesem Grund muss jede Koordinate separat rücktransformiert werden:

$$\boldsymbol{x}^{(k)} = \boldsymbol{\varphi}_k \cdot y_{k,max} \tag{3.64}$$

[11] (Heuer, 2011)

Daraus resultiert die Maximalantwort der k – ten Eigenschwingung. Für die folgende Überlegung wird jeweils nur der i – te Freiheitsgrad der k – ten Eigenschwingung $x_{i,max}^{(k)}$ betrachtet. Es gilt:

$$\boldsymbol{x}_{max}^{(k)} = \begin{Bmatrix} x_{1,max}^{(k)} \\ \vdots \\ x_{n,max}^{(k)} \end{Bmatrix} \quad ; \quad x_{i,max}^{(k)} = \varphi_{ik} \cdot y_{k,max} \tag{3.65}$$

φ_{ik} i – te Komponente der k – ten Eigenform

Damit ergibt sich die modale Maximalantwort, nach der Rücktransformation:

$$\boldsymbol{x}_{k,max} = \boldsymbol{\varphi}_k \cdot y_{max}^{(k)} = \boldsymbol{\varphi}_k \cdot \Gamma_k \cdot S_d^{(k)} = \boldsymbol{\varphi}_k \cdot \frac{\Gamma_k}{\omega_k} \cdot S_{pv}^{(k)} = \boldsymbol{\varphi}_k \cdot \frac{\Gamma_k}{{\omega_k}^2} \cdot S_a^{(k)} \tag{3.66}$$

Rückstellkräfte

Der Vektor der elastischen Rückstellkräfte ergibt sich zu:

$$\boldsymbol{f}_s = \boldsymbol{K} \cdot \boldsymbol{x} = \boldsymbol{K} \cdot \sum_{k=1}^{N} \boldsymbol{\varphi}_k \cdot \boldsymbol{y}_k = \sum_{k=1}^{N} \boldsymbol{f}_s^{(k)} \tag{3.67}$$

Wobei

$$\left[\boldsymbol{K} - \omega_k^2 \cdot \boldsymbol{M}\right] \cdot \boldsymbol{\varphi}_k = 0 \implies \boldsymbol{K} \cdot \boldsymbol{\varphi}_k = \omega_k^2 \cdot \boldsymbol{M} \cdot \boldsymbol{\varphi}_k \tag{3.68}$$

$$\implies \boldsymbol{f}_s^{(k)} = \boldsymbol{M} \cdot \boldsymbol{\varphi}_k \cdot \omega_k^2 \cdot \boldsymbol{y}_k \tag{3.69}$$

Daraus ergibt sich die modale äquivalente Kraft:

$$\boldsymbol{f}_{s,max}^{(k)} = \boldsymbol{M}\boldsymbol{\varphi}_k \omega_k^2 y_{max}^{(k)} = \boldsymbol{M}\boldsymbol{\varphi}_k \omega_k^2 \Gamma_k S_d^{(k)} = \boldsymbol{M}\boldsymbol{\varphi}_k \omega_k \Gamma_k S_{pv}^{(k)} = \boldsymbol{M}\boldsymbol{\varphi}_k \Gamma_k S_a^{(k)} \tag{3.70}$$

3.4 Schnittgrößen Schwingerkette[11]

Bei mehrgeschoßigen Hochbauten sind vor allem die Schnittgrößen im untersten Geschoß (=Auflagerreaktionen des Mehrmassenschwingers) für die Erdbebenbemessung relevant.

Bestimmung der Schubkraft am Auflager

Die Horizontalkraft am Auflager $Q_0^{(k)}$ berechnet sich aus der Summe der horizontal angreifenden Kräfte des Systems $\sum f_{si}^{(k)}$:

$$Q_0^{(k)} = \sum_{i=1}^{N} f_{si}^{(k)} = \boldsymbol{I}^T \boldsymbol{M}\boldsymbol{\varphi}_k \omega_k^2 y_k = L_k \Gamma_k \omega_k^2 \frac{y_k}{\Gamma_k} = \bar{M}_k \omega_k^2 \frac{y_k}{\Gamma_k} \tag{3.71}$$

$\bar{M}_k$ Effektive modale Masse, siehe Gleichung (3.72)

$$\bar{M}_k = L_k \Gamma_k = L_k^2 / m_k \tag{3.72}$$

Die effektive modale Masse $\bar{M}_k$ ist unabhängig von der Normierung der Eigenschwingungsformen. Deren Summe entspricht der dynamisch wirksamen Gesamtmasse:

[11] (Heuer, 2011)

$$\sum_{i=1}^{N} \bar{M}_k = m_{ges} \tag{3.73}$$

Somit ergibt sich die Gesamtanregung im Auflager gemäß Antwortspektren:

$$Q_{0,max}^{(k)} = \bar{M}_k \cdot \omega_k^2 \cdot S_d^{(k)} = \bar{M}_k \cdot \omega_k \cdot S_{pv}^{(k)} = \bar{M}_k \cdot S_a^{(k)} \tag{3.74}$$

Bestimmung des Einspannmomentes

Das Moment am Auflager $M_0^{(k)}$ wird aus dem Produkt der Summe der horizontal angreifenden Kräfte $\sum f_{si}^{(k)}$ mit der jeweiligen Höhe h_i ermittelt:

$$M_0^{(k)} = \sum_{i=1}^{N} h_i f_{si}^{(k)} = \boldsymbol{h}^T \boldsymbol{f}_s^{(k)} = \boldsymbol{h}^T \boldsymbol{M} \boldsymbol{\varphi}_k \omega_k^2 y_k \tag{3.75}$$

Daraus ergibt die Maximalanregung für das Einspannmoment gemäß Antwortspektrum:

$$M_{0,max}^{(k)} = \boldsymbol{h}^T \boldsymbol{M} \boldsymbol{\varphi}_k \omega_k^2 \Gamma_k S_d^{(k)} = \boldsymbol{h}^T \boldsymbol{M} \boldsymbol{\varphi}_k \omega_k \Gamma_k S_{pv}^{(k)} = \boldsymbol{h}^T \boldsymbol{M} \boldsymbol{\varphi}_k \Gamma_k S_a^{(k)} \tag{3.76}$$

3.5 Regeln zur modalen Überlagerung[11]

3.5.1 SRSS – Methode

Durch Überlagerung der modalen Maximalbeiträge $x_{i,max}^{(k)}$ erhält man die Gesamtantwort. Für Hochbauten hat sich in der Praxis die Überlagerungsregel „Quadratwurzel der Summe der Quadrate“ (engl. „SRSS: square root of the sum of the squares“) bewährt:

$$x_{i,tot} = \sqrt{\sum \left| x_{i,max}^{(k)} \right|^2} \tag{3.77}$$

Da dies für Kräfte und Schnittgrößen analog angewendet werden kann, ergibt sich folgende allgemeine Schreibweise:

$$E_{max} \equiv E_E = \sqrt{\sum_{k=1}^{N} (E_{Ek})^2} \tag{3.78}$$

Diese Methode ist anwendbar auf Systeme mit gut separierten Eigenfrequenzen.

[11] (Heuer, 2011)

3.5.2 CQC – Methode

Die CQC – Methode (engl. „Complete quadratic combination“) ist auch bei sehr eng beieinander liegenden Eigenfrequenzen anwendbar.

$$E_{max} \equiv E_E = \sqrt{\sum_{n=1}^{N} \sum_{m=1}^{N} \rho_{nm} E_{En} E_{Em}} \tag{3.79}$$

Wobei der Korrelationskoeffizient ρ_{nm} nach *Der Kiureghian* wie folgt lautet:

$$\rho_{nm} = \frac{8(\zeta_n \zeta_m)^{1/2}(\zeta_n + \beta_{nm}\zeta_m)\beta_{nm}^{3/2}}{(1-\beta_{nm}^2)^2 + 4\zeta_n\zeta_m\beta_{nm}(1+\beta_{nm}^2) + 4(\zeta_n^2 + \zeta_m^2)\beta_{nm}^2} \tag{3.80}$$

β_{nm} = ω_n/ω_m

ρ_{nm} = ρ_{mn} kann Werte zwischen 0 und 1 annehmen
0 = unkorreliert
1 = voll korreliert

Für $\zeta_n = \zeta_m = \zeta$ vereinfacht sich der Ausdruck zu:

$$\rho_{nm} = \frac{8\zeta^2(1+\beta_{nm})\beta_{nm}^{3/2}}{(1-\beta_{nm}^2)^2 + 4\zeta^2\beta_{nm}(1+\beta_{nm})^2} \tag{3.81}$$

4 Modellierung von Hochbautragwerken unter seismischen Lasten

Bei dem Entwurf eines Gebäudes in einem erdbebengefährdeten Gebiet erweist es sich als sinnvoll, bestimmte Entwurfsgrundsätze im Hinblick auf das Erdbebenverhalten zu beachten. So können schon bei der Grundkonzeption des Bauwerks Fehler und in späterer Folge Schäden vermieden werden.

4.1 Tragwerkseigenschaften[2]

Bei der Planung eines Bauwerks sind aus seismischer Sicht drei Eigenschaften von großer Bedeutung:

- Tragwiderstand

Je größer der Tragwiderstand, umso stärker muss die seismische Beanspruchung sein um Verformungen und damit zusammenhängende Schäden am Bauwerk zu erzeugen.

- Steifigkeit

Je größer die Steifigkeit eines Bauwerks gegen horizontale Beanspruchung ist, umso kleiner fallen die horizontalen Auslenkungen und Verschiebungen aus und umso stärker muss ein Erdbeben sein um Schäden an nichttragenden oder aussteifenden Bauteilen zu erzeugen.

- Duktilität

Die Duktilität beschreibt das plastische Verformungsvermögen eines Tragwerkes. Je größer sie ist, umso stärker muss ein Erdbeben sein, um einen Einsturz zu bewirken.

4.2 Erdbebengerechte Planung[15]

Im folgenden Kapitel werden nun die Grundsätze für einen erdbebengerechten Entwurf im Hochbau betrachtet. Die Beachtung dieser Grundsätze ist von großer Bedeutung, da ein nicht erdbebengerechter Entwurf nur mit einem sehr hohen Mehraufwand in den rechnerischen Nachweisen und in der Ausführung kompensiert werden kann.

4.2.1 Gestaltung im Grundriss

Um festzustellen, welche Gestaltung im Grundriss als „erdbebengerecht“ ausgelegt werden kann, ist es notwendig, sich die Lastableitung der Horizontallasten anzusehen. Die Geschoßdecken haben im Wesentlichen die Aufgabe, die horizontalen Erdbebenkräfte auf die aussteifenden Elemente zu verteilen. Aus diesem Grund sollten die Decken starr ausgeführt werden, damit es nur zu kleinen Verschiebungen kommt. Ebenfalls von Bedeutung ist eine kompakte Form des Grundrisses. In Abbildung 4.1 ist eine ungünstige und eine günstige Grundrissform abgebildet. Grundsätzlich sollten aufgelöste Grundrisse mit einspringenden Ecken vermieden werden, da es durch Erdbebenbeanspruchung zu plastischen Verformungen in den Ecken der Deckenscheiben kommen kann. Am besten lassen sich ungünstige Effekte durch eine sinnvolle Unterteilung des Grundrisses verhindern. Decken sollten als einzelne rechteckige Bauteile mit dazwischenliegenden ausreichend großen Fugen ausgeführt werden.

[2] (Bachmann, 1995)
[15] (Meskouris, 2007)

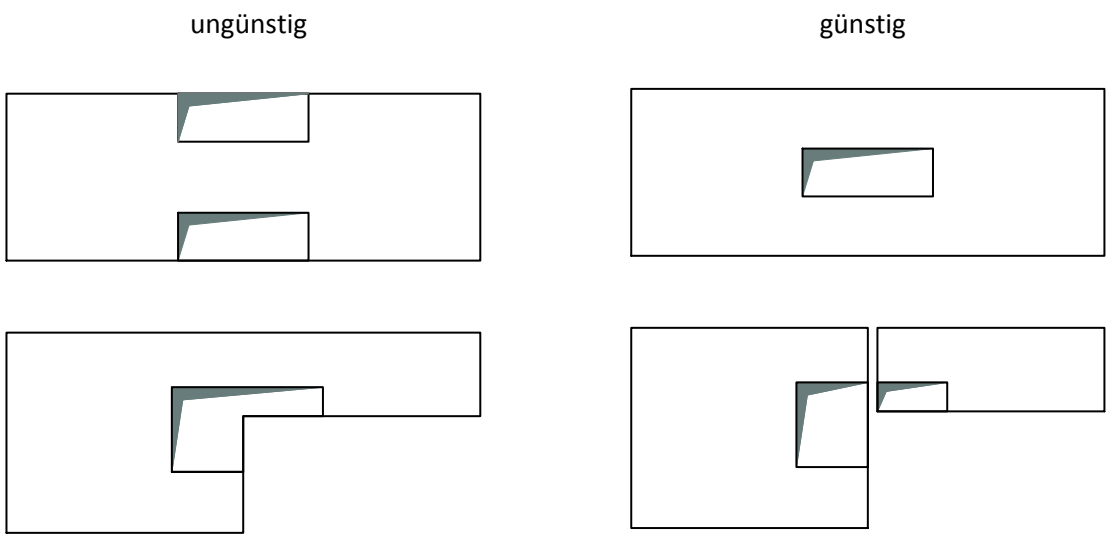


Abbildung 4.1.: Grundrissgestaltung Deckenscheiben

Auch die Anordnung der aussteifenden Bauteile ist von entscheidender Bedeutung für eine günstige Grundrissgestaltung. Dabei sollten die Steifigkeiten so verteilt werden, dass der Steifigkeitsmittelpunkt und der Massenschwerpunkt möglichst nahe beieinander liegen (siehe Abbildung 4.2). Dies ist notwendig um unerwünschte Torsionswirkungen zu vermeiden.

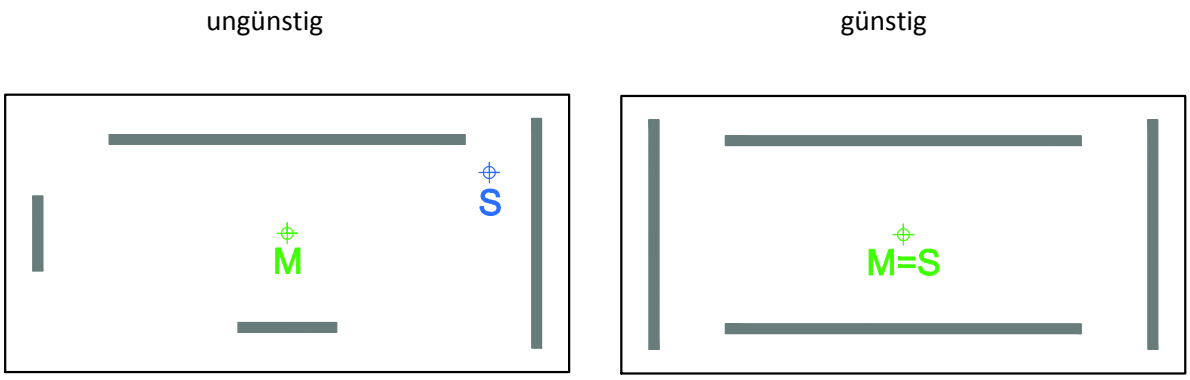


Abbildung 4.2.: asymmetrisch und symmetrische Steifigkeitsverteilung

4.2.2 Gestaltung im Aufriss

Einen genauso wichtigen Einfluss auf das Schwingungsverhalten eines Tragwerkes hat die Gestaltung im Aufriss. In Abbildung 4.3 sind günstige und ungünstige Gestaltungen dargestellt.

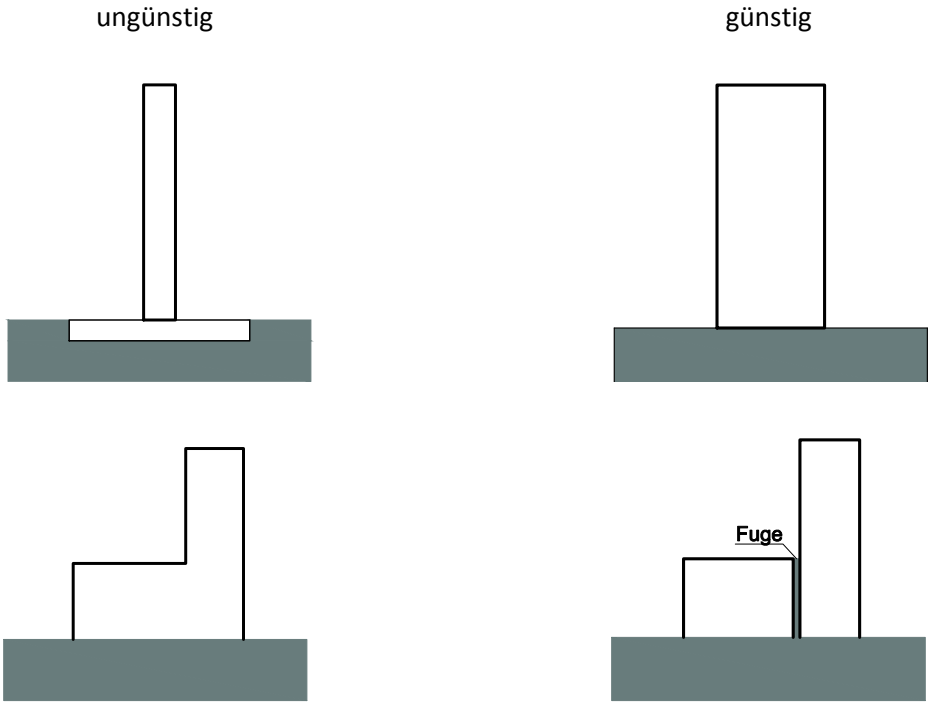


Abbildung 4.3.: Aufrissgestaltung

Aufgrund der extremen Beanspruchung der Fundamente sollten hohe und schlanke Bauwerke vermieden werden. Horizontal versetzte Stützen sollten in keinster Weise zur Ausführung kommen und bei Gebäuden mit unterschiedlichen Höhen, sollte eine ausreichende Bauwerksfuge angeordnet werden. Ein weiterer wesentlicher Aspekt ist die Verteilung der Steifigkeiten über die Höhe, welche am besten gleichmäßig verteilt werden sollte (siehe Abbildung 4.4). Bei Geschoßen mit geringeren Steifigkeiten kann es in Extremsituationen zum vollständigen Geschoßversagen kommen.

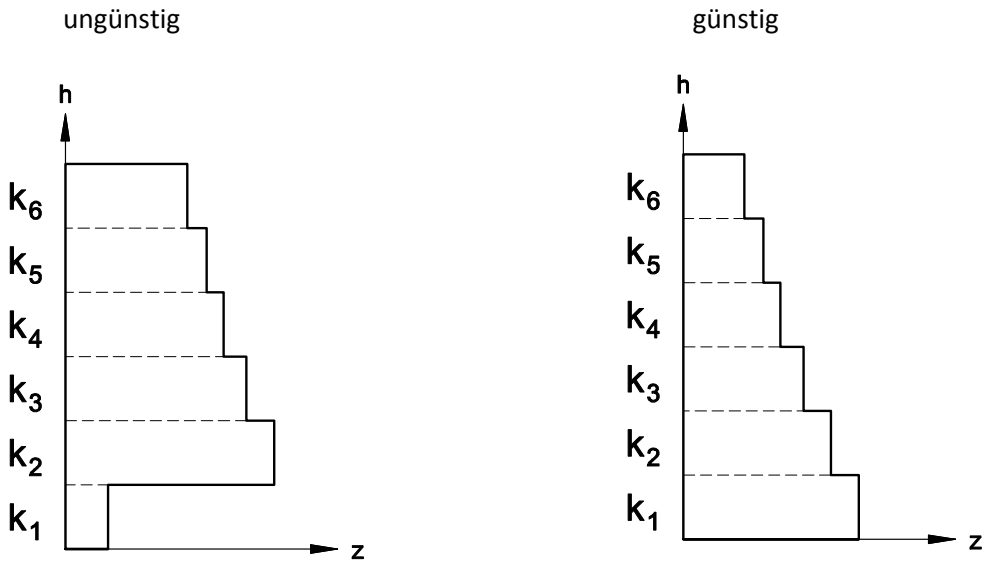


Abbildung 4.4.: Steifigkeitsverteilung im Aufriss

4.3 Modellierung[16]

Das wesentliche Ziel bei Gebäudemodellierungen ist es das Bauwerk auf einen Ersatzstab zurückzuführen. Bei diesem Ersatzsystem können die Massen entweder mittig oder ausmittig (siehe Abbildung 4.5) angebracht sein. Ein mehrgeschoßiges Gebäude kann als Ersatzstab dargestellt werden, sofern seine Aussteifungselemente in jedem Geschoß durch „starre“ Deckenscheiben miteinander verbunden sind. Für die einfachste Herangehensweise wählt man als Ersatzstab einen in den Baugrund elastisch eingespannten Biegestab. Die Biegesteifigkeit des Ersatzstabes ist so zu bestimmen, dass die berechnete Horizontalverschiebung, des obersten Massenpunktes des Ersatzstabes, mit der Verschiebung des tatsächlichen Bauwerks übereinstimmt. Die wesentliche Überlegung besteht darin, dass der Grundriss von Hochbauten als Ersatzquerschnitt herangezogen wird. Dieser Grundrissquerschnitt wird als gedrungener Stab modelliert, weshalb Biege- als auch Schubdeformationen berücksichtigt werden müssen.

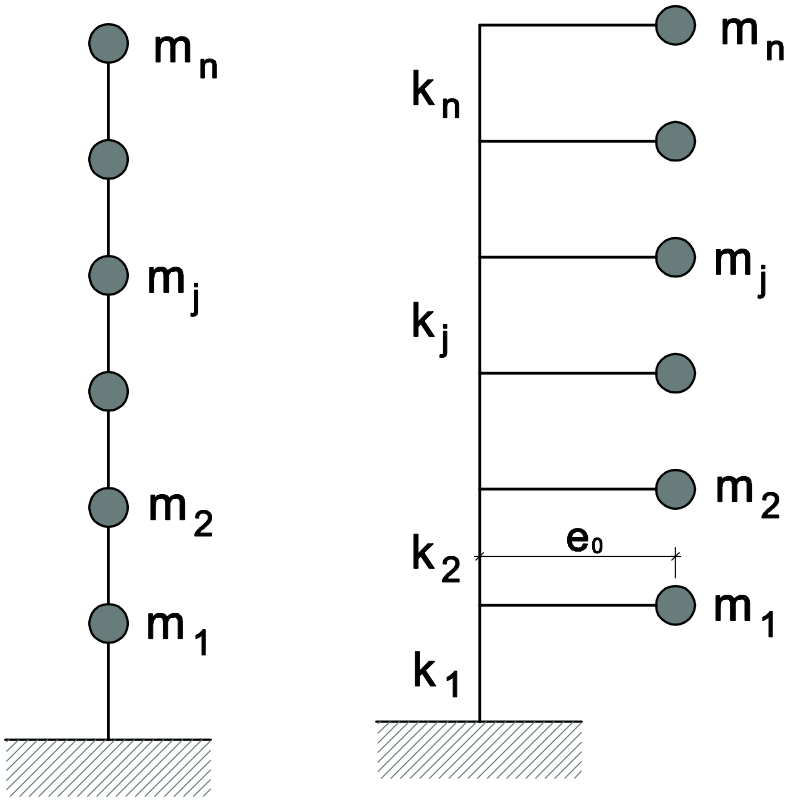


Abbildung 4.5.: Massen mittig und ausmittig angebracht

Je nach Tragwerkskonstruktion gibt es verschiedene Modellierungen um einen Ersatzstab zu beschreiben. Für jedes Geschoß kann eine Ersatzbiegesteifigkeit, eine Ersatzschubsteifigkeit und eine Ersatztorsionssteifigkeit notwendig werden.
Für ein Bauwerk, welches durch m beliebige Wandscheiben oder Kerne ausgesteift und mit den Querschnittwerten I_i und A_{si} definiert ist, ergibt sich das Flächenträgheitsmoment des Ersatzstabes zu:

[16] (Müller, 1984)

$$I = \sum_{i=1}^{m} I_i \tag{4.1}$$

Die Schubfläche A_s lässt sich wie folgt abschätzen:

$$N = \sum_{i=1}^{m} I_i^2 / A_{si}$$

$$A_s \approx \frac{I^2}{N} \tag{4.2}$$

Für $I_1/A_{s1} \approx I_2/A_{s2} \ldots \approx I_i/A_{si}$ ist

$$A_s \approx \sum_{i=1}^{m} A_{si} \tag{4.3}$$

A_{si} Wirksame Schubfläche der Wandscheibe i

I_i Trägheitsmoment einer in Lastrichtung liegenden Wandscheibe i

A_s Summe der wirksame Schubfläche der Wandscheiben m

I Summe des Trägheitsmoment aller in Lastrichtung liegenden Wandscheiben m

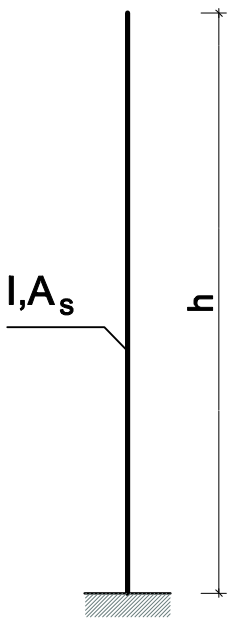


Abbildung 4.6.: Ersatzsystem

Im weiteren Schritt müssen für die Bauteile, welche für die Aufnahme von Biege-, Schub- und Normalbeanspruchungen zuständig sind, durch die Rückführung auf einen biegesteifen Ersatzstab, Ersatzträgheitsmomente eingeführt werden. Dies wird in dem Buch „Erdbebensicherung von Hochbauten“ von F. P. Müller im Kapitel 8 näher ausgeführt.

Ermittlung der Geschoßsteifigkeiten[18]

Um die Systemsteifigkeit des Geschoßes zu ermitteln, wird Gleichung (4.4) herangezogen.

$$K_{Wi} = \frac{GA_W}{1{,}2h\left[1 + \alpha' \frac{G}{E}\left(\frac{h}{L}\right)^2\right]} \tag{4.4}$$

K Horizontalsteifigkeit der Wände

E Elastizitätsmodul Mauerwerk; wird im gerissenem Zustand nur mit 50 % angenommen

G Schubmodul, wird vereinfacht mit 40 % des Elastizitätsmodul angenommen

A_W Die horizontale Fläche der Wand $A_W = t \cdot L$

h Höhe der Wand bis zur starren Deckenebene

L Länge der Wand in Belastungsrichtung

α' Koeffizient, der die Lagerung der Wandenden berücksichtigt;
Eingespannt $\alpha' = 0{,}83$; Gelenkig $\alpha' = 1{,}0$; Freies Ende $\alpha' = 3{,}33$

Aufteilung der Geschoßsteifigkeit auf die tragenden Wände[1]

Um die prozentuelle Aufteilung der Steifigkeiten berechnen zu können, wird angenommen, dass eine Kraft $H = 100\,\%$ an der Geschoßdecke angreift. Im nächsten Schritt wird die Steifigkeit gemäß Gleichung (4.4) als Ersatzkraft $H_{i,1}$ interpretiert, welche bei der Horizontalverschiebung auf Deckenebene für jede einzelne Scheibe i zu 1 wird. Die Verschiebungen auf Deckenebene setzen sich aus Momenten- und Querkraftanteilen zusammen.

$$d_{ges} = d_M + d_Q \tag{4.5}$$

Für den auskragenden Ersatzstab lauten die einzelnen Komponenten:

$$d_M = H_{i,1} \cdot \frac{h^3}{3(EI)_i} \tag{4.6}$$

$$d_Q = H_{i,1} \cdot \frac{h}{(GA_{ST})_i} \tag{4.7}$$

[18] (Tomazevic, 2006)
[1] (Arch+Ing, 2008)

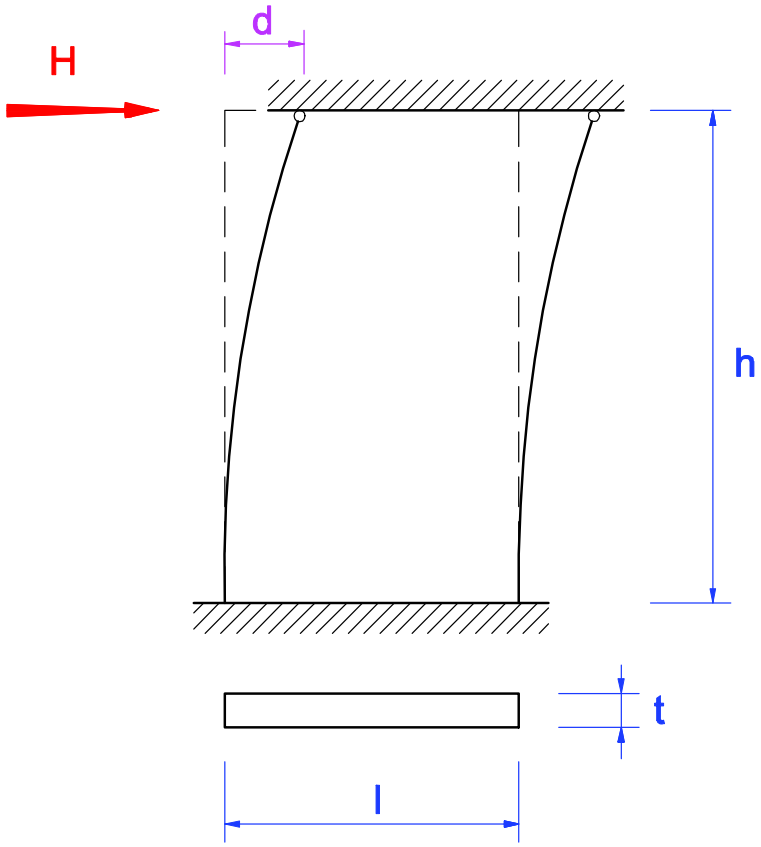


Abbildung 4.7.: Verformung einer Wandscheibe aus Mauerwerk unter Horizontalbelastung

Eingesetzt und überlagert ergibt:

$$d_{ges} = 1 = H_{i,1} \cdot \frac{h^3}{3(EI)_i} + H_{i,1} \cdot \frac{h}{(GA_{ST})_i} \tag{4.8}$$

Durch Umformung und Sortierung erhält man Gleichung (4.9), welche zur Berechnung der Ersatzkraft $H_{i,1}$ dient.

$$H_{i,1} = \frac{3(EIGA_{ST})_i}{z^3(GA_{ST})_i + 3(EI)_i h} \tag{4.9}$$

A_{ST} „Stegfläche“ des Querschnitts der Wand i im Grundriss

I_i Trägheitsmoment für Wand i

5 Dachgeschoßausbau bei Gründerzeithäusern

Der Dachbodenausbau gewann in den letzen Jahrzehnten immer mehr an Bedeutung. Nicht zuletzt, um erhebliche neue Nutzflächen innerhalb der Ballungszentren zu schaffen und dabei die bereits bestehende Infrastruktur in den Städten zu nutzen. Vor allem Wohnhäuser der Bauphase von 1880 bis 1918 sind in Wien für DachGeschoßausbauten von besonderer Bedeutung.

5.1 Konstruktionstypen

Der typische Gründerzeitdachstuhl besteht aus einem doppelt stehenden Pfettendachstuhl mit Bundtram. Damit können Spannweiten von 10 bis 12 m wirtschaftlich überspannt werden. Die Decken der Zwischengeschoße sind üblicherweise Tramdecken, welche nicht als schubsteif angesehen werden können. Die oberste Geschoßdecke wurde seit 1859 aus Brandschutzgründen als Dippelbaumdecke oder Massivdecke ausgeführt. Die tragenden Geschoßwände für ein Gebäude mit 3 Stockwerken betragen bei Gründerzeithäusern im Erdgeschoß 90 cm und verjüngen sich bis in den dritten Stock auf 45 cm. Bei der Mauersteingüte kann in der Regel davon ausgegangen werden, dass eine Einstufung in die Güteklasse I hinsichtlich EN 1996-1[5] möglich ist.

5.2 Allgemeine Problembereiche[12]

Durch die Einführung der OIB-Richtlinien (Österreichisches Institut für Bautechnik) wurde Augenmerk auf die ab 1.1.2009 anzuwendenden Normen der Serie ÖNORM EN 1990 ff gelegt. Diese Änderung der Normensituation führte zu wesentlichen Änderungen für die Planung im konstruktiven Bereich. Für den nachträglichen Ausbau von Dachgeschoßen war von nun an die EN 1998-1[6] einzuhalten. Diese Norm brachte aufgrund des nun geltenden Erdbebenbeobachtungszeitraumes von 475 Jahren wesentliche Veränderungen in den zu berücksichtigenden Beanspruchungen. Das Wiener Stadtgebiet wurde wegen dieser normativen Veränderung südlich der Donau in die Erdbebenzone 3 eingeordnet. Diese Umklassifizierung war mit einer signifikanten Erhöhung der zu berücksichtigenden Erdbebeneinwirkung verbunden. Bei Gründerzeitbauten widersteht das Mauerwerk diesen derartigen Beanspruchungen durch Erdbebeneinwirkung im Normalfall nicht ausreichend. Da allerdings Dachbodenausbauten unter der Voraussetzung, dass es zu unmaßgeblichen Änderungen kommt, nicht generell verhindert werden sollten, wurde von dem Magistrat der Stadt Wien ein Merkblatt mit Bestimmungen für die statische Vorbemessung unter besonderer Berücksichtigung von Dachbodenausbauten herausgegeben[14].
Dabei werden die Anforderungen für Neubauten zwar nicht erfüllt, allerdings wird durch den Dachbodenausbau, die Sicherheit des Gesamtbauwerks erhöht. Zusammengefasst bedeutet es, dass das geforderte Sicherheitsniveau von Neubauten nach aktuellen Normen nicht erreicht werden muss, solange das Sicherheitsniveau des Bestands aber auch nicht verschlechtert wird. Die Tragsicherheit und Gebrauchstauglichkeit des Bestandes sind im sogenannten „Ingenieurbefund“ nachzuweisen.

[5] (EC6, 2006)
[12] (Kolbitsch, 2009)
[6] (EC8, 2005)
[14] (MA37, 2008)

5.3 Ingenieurbefund

Laut Merkblatt des Magistrates der Stadt Wien[13] ist für die statische Vorbemessung folgender Inhalt erforderlich. Die Grundlage besteht aus der Erhebung bzw. Dokumentation des IST-Zustandes des Gebäudes. Vollständig ist eine statische Vorbemessung dann, wenn sie eine Lastaufstellung, die vertikale Ableitung bis in den Untergrund, die horizontale Lastableitung bis in den Untergrund und ein Fundierungskonzept des Bauvorhabens beinhaltet. Bei dem Umfang der geplanten Änderungen ist in unmaßgebliche Änderungen und maßgebliche Änderungen zu unterscheiden.
Unter unmaßgeblichen Änderungen versteht man bauliche Änderungen, Umbauten und Dachgeschoßausbauten in Leichtbauweise ohne relevante Lasterhöhung. Hierbei darf die gegebene Sicherheit nicht verschlechtert werden. Wenn dies nicht der Fall ist, sind Kompensationsmaßnahmen vorzusehen, damit das Sicherheitsniveau nach den Änderungen mindestens jenem vor der Änderung entspricht. Dabei muss nachgewiesen werden, dass die relevanten Bauteile tragfähig sind und sich das Bauwerk mindestens in einem gebrauchstauglichen Zustand befindet.
Von maßgeblichen Änderungen spricht man, wenn eine maßgebliche Lasterhöhung, eine maßgebliche Volums- bzw. Nutzflächenvergrößerung und/oder von einer maßgeblichen Nutzungsänderung und/oder einer maßgeblichen Änderung der Tragstruktur die Rede ist. Bei maßgeblichen Änderungen sind die Gebrauchstauglichkeit und die Tragfähigkeit entsprechend einem Neubau herzustellen.

5.4 Dachgeschoßausbauten mit unmaßgeblichen Änderungen[14]

Dachgeschoßausbauten dürfen als unmaßgebliche Änderungen qualifiziert werden, wenn eine unmaßgebliche Volums- bzw. Nutzflächenvergrößerung sowie aus statisch konstruktiver Sicht keine maßgebliche Lasterhöhung vorliegt und der Dachgeschoßausbau in Leichtbauweise hergestellt wird.

5.4.1 Unmaßgebliche Volums- bzw. Nutzflächenvergrößerung

In diesem Zusammenhang wird ein Dachgeschoßausbau mit Dachansteilung und/oder Dachaufklappung oberhalb der letzten Bestandsdecke zur Schaffung neuer Wohn- bzw. Aufenthaltsräume und/oder Terrassen qualifiziert.
Es kann allerdings auch ein neues Geschoß und maximal eine darüber liegende 2. Nutzebene geschaffen werden. Diese 2. Nutzebene, welche auch als Aufenthaltsfläche genutzt werden darf, muss vollständig innerhalb des 45° Dachumrisses liegen und beträgt damit etwa die Hälfte der Gesamtgeschoßfläche der 1. Ebene.

5.4.2 Unmaßgebliche Lasterhöhung

Dieser Zustand ist in jedem Einzelfall sachverständig zu beurteilen. Die Baubehörde in Wien verlangt bei Gründerzeithäusern nur dann keinen gesonderten Nachweis, wenn folgende Punkte eingehalten werden:

[14] (MA37, 2008)

- Die oberste Geschoßdecke wird als Decke mit Scheibenwirkung hergestellt
- Diese Decke wird mit dem Bestandmauerwerk ausreichend verschlossen
- Es darf maximal eine seismisch beanspruchte Masse von 720 kg/m² oberhalb der letzten Bestandsdecke aufgebracht werden.
- Eine Mindestmörteldruckfestigkeit im Mittel von 1 N/mm² muss gegeben sein
- Die Feuermauern sind mindestens 30 cm dick und sind von der Bauwerksoberkante bis zum tragfähigen Untergrund durchgehend vorhanden.

5.4.3 Leichtbauweise

Darunter versteht man Stahl/Holz- oder Holz/Holz-Konstruktionen. Nur Feuermauern, Stiegenhauswände, sowie einzelne Säulen zwischen den Rauchfängen im Dachboden und geringe Aufmauerungen dürfen in Massivbauweise hergestellt werden.
Bei Einhaltung dieser Vorschriften sind in der statischen Vorbemessung nur die Gebrauchstauglichkeit und die Tragsicherheit folgender Bauteile nachzuweisen:

- Die vertikal beanspruchten Bauteile, welche bis in den Untergrund reichen;
- die Kompensationsmaßnahme für die zusätzlich aufgebrachte Masse;
- die oberste Bestandsdecke;
- die Bestandkonstruktion bei Veränderung und
- alle neuen Bauteile.

Allerdings sind keine Nachweise der seismischen Beanspruchung für den Bestand erforderlich.

6 Mauerwerk

6.1 Versagensarten von Mauerwerk unter Erdbebenbeanspruchung[15]

Bei seismischer Beanspruchung werden Mauerwerksscheiben zusätzlich zu den ständig wirkenden vertikalen Kräften auch durch horizontale Kräfte belastet. In Abhängigkeit der Geometrie der Scheiben können sich verschiedene Versagensarten einstellen, welche grundsätzlich in Schub-, Druck- und Zugversagen eingeteilt werden können.
Bei geringer Auflast wird Fugenversagen eintreten. Die Steine bleiben im Normalfall hierbei zerstörungsfrei. Die Schubfestigkeit setzt sich aus dem Reibungsbeiwert und der Haftscherfestigkeit zusammen. Sobald die Schubfestigkeit erreicht wird, nimmt die Haftscherfestigkeit exponentiell ab. Dieser Rissverlauf kann sich auf eine einzige Lagerfuge beschränken oder auch treppenförmig entlang der Stoß- und Lagerfugen verlaufen (siehe Abbildung 6.1).

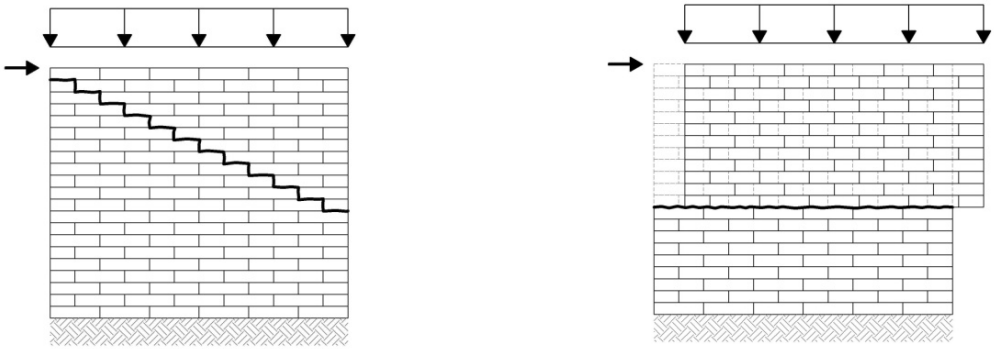


Abbildung 6.1.: Fugenversagen

Ab einer gewissen Größe der Auflast erfolgt der Bruch durch Steinversagen. Dieses Versagen wird auch als Steinzugversagen bezeichnet, da resultierend aus dem Schub große Abscherbeanspruchungen hervorgerufen werden. Dies führt zu einer großen Hauptzugspannung in Stein, welche zum Versagen führt (siehe Abbildung 6.2).

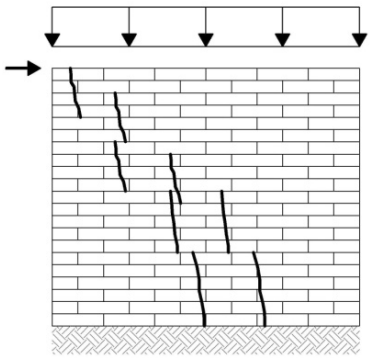


Abbildung 6.2.: Steinversagen

Sowohl das Fugen- also auch das Steinversagen fällt unter die Kategorie des Schubversagens. Bei zyklischer Belastung entstehen sogenannte Kreuzrisse, eine Kombination aus Steinzug- und

[15] (Meskouris, 2007)

Fugenversagen. Beim Gleiten der Lagerfuge wird die Energie durch Reibung dissipiert, Steinzugversagen hingegen ist spröde (siehe Abbildung 6.3).

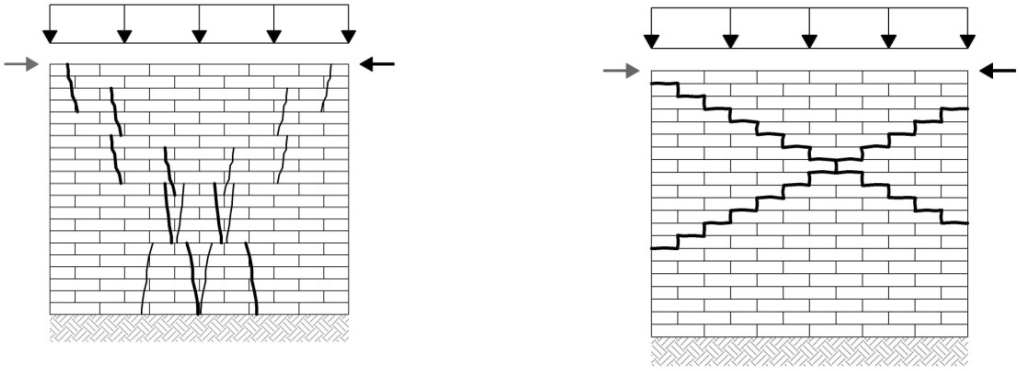


Abbildung 6.3.: Zyklische Belastung

In der Realität liegt natürlich immer eine Kombination dieser beiden Versagensarten vor.
Schlanke Mauerwerksscheiben werden vor allem auf Biegung beansprucht. Die maßgebenden Versagensarten sind hierbei Zug- und Drucktragfähigkeit des Mauerwerks in den Eckbereichen. Die Schubtragfähigkeit spielt hierbei eine eher untergeordnete Rolle (siehe Abbildung 6.4).

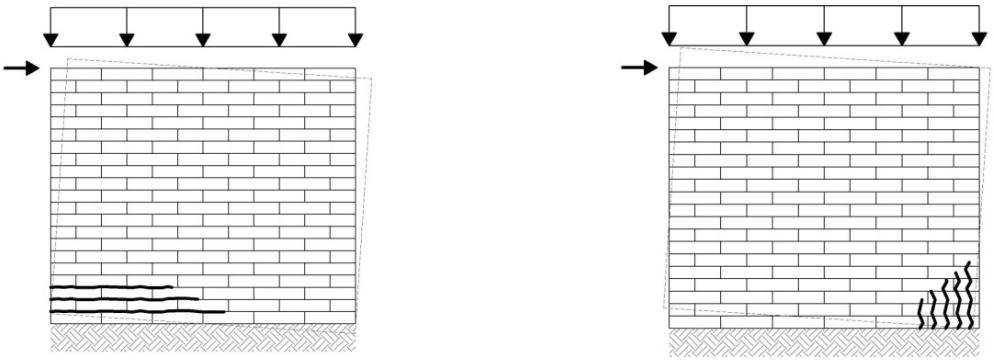


Abbildung 6.4.: Zug- und Druckversagen

Durch zyklische Belastung entsteht eine Kippbewegung der Wand, wodurch es in den Ecken durch den Wechsel von Zug- und Druckbeanspruchungen zu einer Klaffung kommt (siehe Abbildung 6.5).

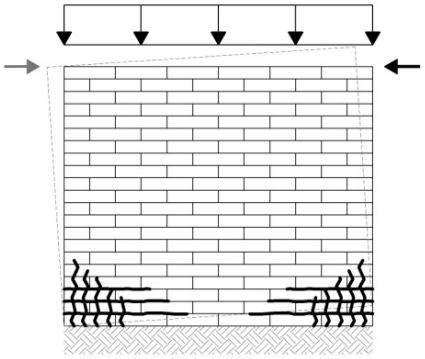


Abbildung 6.5.: Zyklische Belastung von Zug- und Druckversagen

6.2 Nachweise nach EN 1996-1[5]

Zur Berechnung der Mauerwerksfestigkeiten wird die ÖNORM EN 1996-1 (Eurocode 6) herangezogen. Mauerwerk besteht aus Mörtel und Ziegel. Deswegen setzt sich die Druckfestigkeit des Mauerwerks aus der Druckfestigkeit der Mauersteine und der Druckfestigkeit des Mauermörtels zusammen.

6.2.1 Mauerstein

Es existiert eine Vielfalt von Steinarten, welche nach Abmessungen, Lochanteil und Steinmaterial in verschiedene Gruppen eingeteilt werden (EN 1996-1, Tabelle 3.1). Der Bemessung ist die normierte Druckfestigkeit f_b der Mauersteine zugrunde zu legen. Nach der Normenreihe EN 771[10] ist die normierte Druckfestigkeit entweder durch den Hersteller zu deklarieren oder durch Versuche an den Mauersteinen zu ermitteln.

6.2.2 Mörtel

Mauermörtel wird je nach Zusammensetzung in Normalmörtel, Dünnbettmörtel oder Leichtmörtel unterschieden. Mauermörtel werden entsprechend der Festlegung der Zusammensetzung als Rezeptmörtel oder Mörtel nach Eignungsprüfung eingeordnet. Die Druckfestigkeit f_m des Mörtels ist nach EN 1015-11[7] zu bestimmen.

6.2.3 Druckfestigkeit Mauerwerk

Die charakteristische Druckfestigkeit von Mauerwerk f_k ist aus Ergebnissen von Mauerwerksversuchen zu bestimmen. Diese Ergebnisse dürfen entweder aus einer vorhandenen Datenbank oder aus Versuchen für das jeweilige Objekt entnommen werden. Die Auswertung der Versuchsergebnisse folgt nach Gleichung (6.1).

$$f_k = K \cdot f_b^{\alpha} \cdot f_m^{\beta} \tag{6.1}$$

f_k Charakteristische Druckfestigkeit von Mauerwerk in N/mm²

K Konstante, welche nach EN 1996-1 Tabelle 3.3 modifiziert wird

α, β Konstanten

f_b Normierte Mauersteindruckfestigkeit in Lastrichtung in N/mm²

f_m Druckfestigkeit Mauermörtel in N/mm²

Zur Vereinfachung kann der Zusammenhang der charakteristischen Druckfestigkeit von Mauerwerk f_k, der normierten Druckfestigkeit der Mauersteine f_b und der Mörteldruckfestigkeit f_m wie folgt ermittelt werden.

a) Für Mauerwerk mit Normalmörtel und Leichtmörtel, siehe Gleichung (6.2).

[5] (EC6, 2006)
[10] (EN771, 2005)
[7] (EN1015-11, 2007)

b) Für Mauerwerk mit Dünnbettmörtel mit einer Lagerfugendicke von 0,5 mm bis 3 mm und Mauerziegeln der Gruppen 1 und 4, Kalksandsteinen, Betonsteinen oder Porenbetonsteinen, siehe Gleichung (6.3).
c) Für Mauerwerk mit Dünnbettmörtel mit einer Lagerfugendicke von 0,5 mm bis 3 mm und Mauerziegeln der Gruppe 2 und 3 erfolgt die Berechnung nach Gleichung (6.4).

$$f_k = K \cdot f_b^{0,7} \cdot f_m^{0,3} \tag{6.2}$$

$$f_k = K \cdot f_b^{0,85} \tag{6.3}$$

$$f_k = K \cdot f_b^{0,7} \tag{6.4}$$

6.2.4 Schubfestigkeit von Mauerwerk

Die charakteristische Anfangsscherfestigkeit (Haftscherfestigkeit) f_{vko} von Mauerwerk sollte aus Versuchen nach EN 1052-3[8] oder EN 1052-4[9] ermittelt werden. Die charakteristische Schubfestigkeit f_{vk} von Mauerwerk darf entweder aus Versuchen für das jeweilige Projekt oder aus einer vorhandenen Datenbasis entnommen werden. Die charakteristische Schubfestigkeit f_{vk} von Mauerwerk mit Normalmörtel oder Dünnbettmörtel mit einer Fugendicke von 0,5 mm bis 3 mm, oder Leichtmörtel darf mit folgender Gleichung ermittelt werden, wenn alle Fugen als vollständig vermörtelt angesehen werden können.

$$f_{vk} = f_{vko} + 0{,}4 \cdot \sigma_d \text{ jedoch nicht größer als } 0{,}065 \cdot f_b \tag{6.5}$$

f_{vko} Charakteristische Haftscherfestigkeit ohne Auflast

f_b Normierte Mauersteindruckfestigkeit in Lastrichtung in N/mm²

σ_d Bemessungsdruckspannung rechtwinklig zur Schubkraft in der betrachteten Ebene des Bauteilquerschnitts unter der entsprechenden Lastkombination als Mittelwert der Vertikalspannungen im überdrückten Bereich, der den Schubwiderstand sicherstellt.

Die Teilsicherheitsbeiwerte für außergewöhnliche Lastfallkombinationen für Mauerwerk ist nach ÖNORM B 1998 -1/4.9.4[17] mit $\gamma_m = 1{,}5$ festgelegt. Daraus ergibt sich der Bemessungswert für die Haftscherfestigkeit:

$$f_{vd} = \frac{f_{vk}}{\gamma_m} \tag{6.6}$$

Der Widerstand einer Wand gegen Schubbeanspruchung H_{Rd} wird mit folgender Formel berechnet:

$$H_{Rd} = L \cdot t \cdot f_{vd} \tag{6.7}$$

f_{vd} Bemessungshaftscherfestigkeit ohne Auflast

L Länge der Wand in Belastungsrichtung

t Breite der Wand

[8] (EN1052-3, 2007)
[9] (EN1052-4, 2000)
[17] (ÖNORM, 2006)

6.3 Konstruktionsregeln für Mauerwerksbauten nach EN 1998-1[6]

Dieses Kapitel gilt für die Bemessung von Hochbauten aus unbewehrtem, eingefasstem und bewehrtem Mauerwerk in Erdbebengebieten. Mauerwerk ist nach EN 1996-1[5] zu bemessen. Die folgenden Regeln gelten zusätzlich zu denen des Eurocode 6.

6.3.1 Bauwerkstypen

Mauerwerksbauten sollten einer der folgenden Bauwerkstypen zugeordnet werden:

a) Bauwerke aus unbewehrtem Mauerwerk
b) Bauwerke aus eingefasstem Mauerwerk
c) Bauwerke aus bewehrtem Mauerwerk

Verhaltensbeiwerte

Für die Bauwerkstypen a) bis c) sind zulässige Höchstbeträge des Verhaltensbeiwert q in Tabelle 6.1 angegeben.

Tabelle 6.1 – Höchstbeträge der Verhaltensbeiwerte

Bauwerkstyp	Verhaltensbeiwert q
Unbewehrtes Mauerwerk nach EN 1996 (nur bei Fällen von geringer Seismizität empfohlen)	1,5
Unbewehrtes Mauerwerk nach EN 1998-1	1,5 – 2,5
Eingefasstes Mauerwerk	2,0 – 3,0
Bewehrtes Mauerwerk	2,5 – 3,0

Auslegungskriterien und Konstruktionsregeln

1) Hochbauten aus Mauerwerk müssen aus Wänden und Decken bestehen, welche in zwei orthogonalen horizontalen und einer vertikalen Richtung miteinander verbunden sind.
2) Jeder Deckentyp darf verwendet werden. Allerdings muss dabei beachtet werden, dass die allgemeinen Kontinuitätsanforderungen und eine wirksame Scheibenwirkung sichergestellt sind.
3) Die Anordnung von Schubwänden hat in mindestens 2 orthogonalen Richtungen zu erfolgen.
4) Diese Schubwände haben bestimmten geometrischen Anforderungen zu genügen:

   a) Die effektive Dicke von Schubwänden t_{ef} darf nicht geringer sein als ein Mindestwert $t_{ef,min}$.
   b) Das Verhältnis der effektiven Knicklänge der Wand zu ihrer effektiven Dicke darf einen Höchstwert $\left(h_{ef}/t_{ef}\right)_{max}$ nicht überschreiten.

t_{ef} Wanddicke (siehe EN 1996-1-1:2004[5])

h_{ef} Knicklänge der Wand (siehe 1996-1-1:2004[5])

[6] (EC8, 2005)
[5] (EC6, 2006)

Tabelle 6.2 – Empfohlene geometrische Bedingungen für Schubwände

Mauerwerksart	$t_{ef,min}$ [mm]	$(h_{ef}/t_{ef})_{max}$
Unbewehrt, aus natürlichen Mauersteinen	350	9
Unbewehrt, aus beliebig anderen Mauersteinen	240	12
Unbewehrt, aus beliebig anderen Mauersteinen bei geringer Seismizität	170	15
Eingefasstes Mauerwerk	240	15
Bewehrtes Mauerwerk	240	15

Schubwände, welche den geometrischen Mindestanforderungen nach Tabelle 6.2 nicht entsprechen, dürfen als sekundäre Tragelemente angesehen werden.

Regeln für „einfache Mauerwerksbauten“

Bauwerke, welche den Bedeutungskategorien I oder II angehören und deren Baustoffausführung und Konstruktionsregeln den Regeln entsprechen, dürfen als „einfache Mauerwerksbauten“ klassifiziert werden. Die wesentlichen Regeln sind hier zusammengefasst:

1) Der Gebäudegrundriss sollte folgenden Bedingungen genügen:

   a) Der Grundriss sollte annähernd rechteckig sein;
   b) das Verhältnis zwischen der Länge der kürzeren und der Länge der längeren Seite im Grundriss sollte nicht kleiner sein als ein Mindestwert λ_{min}. Der empfohlene Wert dafür beträgt $\lambda_{min} = 0{,}25$.

2) Die Schubwände des Bauwerks sollten folgende Bedingungen erfüllen:

   a) Das Bauwerk sollte durch Schubwände ausgesteift sein, welche im Grundriss annähernd symmetrisch in zwei orthogonale Richtungen angeordnet sind.
   b) Mindestens zwei parallele Wände sollten in jede orthogonale Richtung angeordnet sein. Dabei ist die Länge jeder Wand größer als 30 % der Bauwerkslänge in der jeweiligen betrachteten Richtung.
   c) Mindestens 75 % der Vertikallasten sollte von den Schubwänden getragen sein.
   d) Diese Schubwände sollten von der Gründung bis zum Dach über alle Geschoße durchgehen.

7 Lasten nach EN 1990 bei Erdbebenbeanspruchung[3]

Der Bemessungswert E_d der Beanspruchungsgrößen in den Bemessungssituationen von Erdbeben muss laut EN 1990:2002 (Eurocode) berechnet werden. Zur Bestimmung der Auswirkung der Einwirkungen wird die folgende allgemeine Kombination angewendet.

$$E_d = \sum_{j \geq 1} G_{k,j} + P + A_{Ed} + \sum_{i \geq 1} \Psi_{2,i} \cdot Q_{k,i} \tag{7.1}$$

E_d Bemessungswert der Beanspruchung

$G_{k,j}$ Charakteristischer Wert einer ständigen Einwirkungen j

$Q_{k,i}$ Charakteristischer Wert einer nicht maßgebenden veränderlichen Einwirkung i (Begleiteinwirkung)

P Maßgebender repräsentativer Wert einer Vorspannung

A_{Ed} Bemessungswert einer Einwirkung infolge Erdbeben

$\Psi_{2,i}$ Beiwert für quasi-ständige Werte der veränderlichen Einwirkungen

Die Trägheitseffekte der Bemessungs-Erdbebeneinwirkung müssen durch die folgende Kombination von Einwirkungen berechnet werden, dabei sind die Massen entsprechend aller Gewichtskräfte zu berücksichtigen.

$$\sum G_{k,j} + \sum \Psi_{E,i} \cdot Q_{k,i} \tag{7.2}$$

$\Psi_{E,i}$ Kombinationsbeiwert für die veränderliche Einwirkung i

Die Kombinationsbeiwerte $\Psi_{E,i}$ berücksichtigen die Wahrscheinlichkeit, dass die Lasten $\Psi_{E,i} \cdot Q_{k,i}$ während des Erdbebens nicht überall im Gebäude vorhanden sind. Diese Kombinationsbeiwerte $\Psi_{E,i}$ müssen nach der folgenden Formel berechnet werden:

$$\Psi_{Ei} = \varphi \cdot \Psi_{2i} \tag{7.3}$$

Die Kombinationsbeiwerte Ψ_{2i} für die Auslegung von Hochbauten sind in EN 1990:2002 Tabelle A.1.1 angegeben. Die empfohlenen Werte für φ sind in der Tabelle 7.1[6] aufgeführt. Die Kategorien werden laut EN 1990-1-1:2002 definiert.

Tabelle 7.1 – empfohlene Werte für φ

Art der veränderlichen Einwirkung	Geschoß	φ
Kategorie A – C	Dach	1,0
	Geschoße mit in Beziehung zueinander stehender Nutzung	0,8
	Unabhängig genutzte Geschoße	0,5
Kategorie D – F		1,0

[3] (EC, 2003)
[6] (EC8, 2005)

8 Tragwerksberechnung nach EN 1998-1[6]

Die Norm EN 1998-1 (Eurocode 8) gilt für den Entwurf, die Bemessung und die Konstruktion von Gebäuden des Hoch- und Ingenieurbaus in Erdbebengebieten. Zielsetzung der Norm ist es menschliches Leben zu schützen, die Begrenzung von Schäden und die Erhaltung wichtiger Gebäude, die zum Schutze der Bevölkerung funktionstüchtig bleiben müssen, sicherzustellen, wobei Sonderbauwerke wie z.B.: Kernkraftwerke und Talsperren nicht in den Anwendungsbereich der EN 1998-1 fallen.

8.1 Erdbebengerechter Entwurf

Das Bauwerksmodell muss die Steifigkeit- und Massenverteilung so angemessen wiedergeben, dass alle wesentlichen Verformungen bei Erdbebeneinwirkung ordnungsgemäß erfasst werden. Bei Erfüllung dieser Kriterien darf die Berechnung anhand von zwei ebenen Modellen, jeweils für eine der beiden Hauptrichtungen, durchgeführt werden. Bei Mauerwerksbauten sollte die Steifigkeit der lastabtragenden Bauteile unter Berücksichtigung der Rissbildung berechnet werden. Für den Fall, dass keine genauere Untersuchung der gerissenen Bauteile durchgeführt wird, dürfen die elastischen Biege- und Schubsteifigkeitseigenschaften von Mauerwerksbauteilen als die Hälfte der zugehörigen Steifigkeiten der ungerissenen Bauteile angenommen werden.

8.1.1 Regelmäßigkeitskriterien im Grundriss

Um als regelmäßig klassifiziert zu werden, muss ein Bauwerk sämtliche aufgelisteten Bedingungen erfüllen:

1) Die Verteilung von Steifigkeit und Masse des Bauwerks im Grundriss muss ungefähr symmetrisch bezüglich zwei rechtwinkeliger Achsen sein.
2) Die Form des Grundrisses sollte kompakt sein. Jedes Geschoß muss durch ein konvexes Polygon umrissen werden können.
3) Eine Verformung der Decke sollte sich nur unwesentlich auf die Kräfteverteilung der tragenden Bauteile auswirken. Das bedeutet, dass die Steifigkeit der Decken ausreichend groß sein muss im Verhältnis zu der Horizontalsteifigkeit der tragenden Bauteile.
4) Die Schlankheit λ des Bauwerkes im Grundriss darf nicht größer sein als 4. Dabei gilt $\lambda = L_{max}/L_{min}$, wobei L_{max} und L_{min} die größte und kleinste zueinander stehende Gebäudeabmessungen in Grundriss darstellen.
5) Für jedes Geschoß und in jeder Berechnungsrichtung x oder y müssen die tatsächliche Ausmittigkeit e_o und der Torsionsradius r die folgenden Bedingungen erfüllen:

$$e_o \leq 0{,}30 \cdot r \tag{8.1}$$

$$r \geq l_s \tag{8.2}$$

e_o Abstand zwischen dem Steifigkeitsmittelpunkt und dem Massenmittelpunkt

r Quadratwurzel des Verhältnisses zwischen Torsionssteifigkeit und der Horizontalsteifigkeit in der jeweiligen Richtung

l_s Trägheitsradius der Geschoßmasse im Grundriss [siehe Anwendung anhand Gleichung (9.17)]

[6] (EC8, 2005)

6) In mehrgeschoßigen Gebäuden sind nur Näherungsdefinitionen von Torsionsradius und Steifigkeitsmittelpunkt möglich. Eine vereinfachte Definition ist möglich, wenn die beiden folgenden Bedingungen erfüllt sind:

   a) Alle Systeme welche zur Abtragung der vertikalen Lasten dienen, wie Kerne, tragende Wände oder Rahmen, verlaufen ohne Unterbrechung von der Gründung bis zur Gebäudeoberkante.
   b) Die Biegelinien der einzelnen Aussteifungssysteme unter Horizontallasten unterscheiden sich nicht wesentlich. Diese Bedingung darf bei Rahmensystemen und Wandsystemen als erfüllt betrachtet werden.

In Abhängigkeit von der Bedeutungskategorie des Gebäudes sind linear-elastische Berechnungen an 2 ebenen Modellen auch dann zulässig, wenn diese die Kriterien für Regelmäßigkeit im Grundriss nicht erfüllen, unter der Voraussetzung, dass alle folgenden Bedingungen eingehalten werden:

a) Die Fassadenteile und Trennwände des Bauwerks müssen gut verteilt und relativ starr sein.
b) Die Bauwerkshöhe darf 10 m nicht überschreiten.
c) Die Deckensteifigkeit muss im Vergleich zur Horizontalsteifigkeit der tragenden Wände ausreichend groß sein, damit eine starre Deckenwirkung angenommen werden kann.
d) Die Steifigkeitsmittelpunkte und die Massenmittelpunkte müssen näherungsweise auf einer vertikalen Geraden liegen. Dabei sind in beiden horizontalen Berechnungsrichtungen die Bedingungen $r_x^2 > l_s^2 + e_{ox}^2$, $r_y^2 > l_s^2 + e_{oy}^2$ erfüllt.

Hochbauten, die diese Anforderungen erfüllen, dürfen mit einer linear-elastischen Berechnung, unter Verwendung von zwei ebenen Modellen, durchgeführt werden. Die Beanspruchungsgrößen infolge Erdbebeneinwirkung sind jedoch mit dem Faktor 1,25 zu multiplizieren. Gebäude im Hochbau, welche die Bedingungen dieser Sonderregelung nicht erfüllen, müssen anhand eines räumlichen Modells berechnet werden.

8.1.2 Regelmäßigkeitskriterien im Aufriss

Damit ein Gebäude als im Aufriss regelmäßig klassifiziert werden kann, muss es sämtliche folgende Bedingungen erfüllen:

1) Sämtliche horizontalen Aussteifungen wie Kerne, tragende Wände oder Rahmen, müssen ohne Unterbrechung von der Gründung bis zur Oberkante des Gebäudes verlaufen, oder, wenn Rücksprünge vorhanden sind, bis zur Oberkante des entsprechenden Gebäudeteils verlaufen.
2) Sowohl die Horizontalsteifigkeit als auch die Masse der einzelnen Geschoße müssen konstant sein oder allmählich ohne sprunghafte Änderungen vom Fundament bis zur Spitze des Gebäudes hin abnehmen.
3) In Rahmentragwerken sollte das Verhältnis der tatsächlichen Beanspruchbarkeit des Geschoßes zu der laut Berechnung erforderlichen Beanspruchbarkeit nicht unverhältnismäßig stark zwischen den benachbarten Geschoßen variieren.
4) Wenn Rücksprünge vorhanden sind, gelten zusätzlich folgende Anforderungen:

   a) Bei allmählichen Rücksprüngen muss dennoch die Symmetrie gewahrt werden. Deswegen darf der Rücksprung in jedem Geschoß nicht größer sein als 20 % der vorhergehenden Grundrissabmessung [siehe Abbildung 8.1; a)].

$$\frac{L_1 - L_2}{L_1} \leq 0{,}20 \tag{8.3}$$

$$\frac{L_1 + L_3}{L} \leq 0{,}20 \tag{8.4}$$

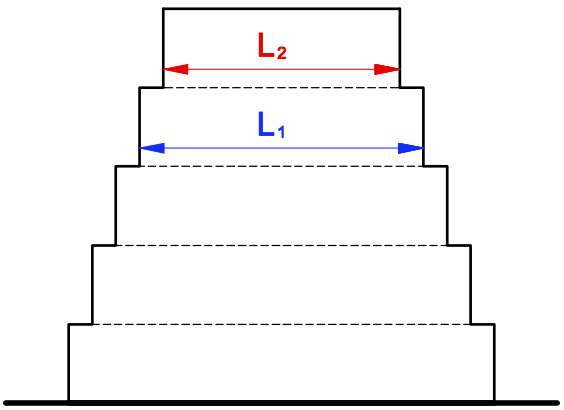
b) Ein einzelner Rücksprung innerhalb der unteren 15 % der Gesamthöhe des Bauwerks darf nicht größer sein als 50 % der vorhergehenden Grundrissabmessung. Die Tragkonstruktion des unteren Bereiches sollte so ausgelegt werden, dass sie mindestens 75 % der horizontalen Schubkräfte aufnehmen kann [siehe Abbildung 8.1; b)].

$$\frac{L_3 + L_1}{L} \leq 0{,}50 \tag{8.5}$$

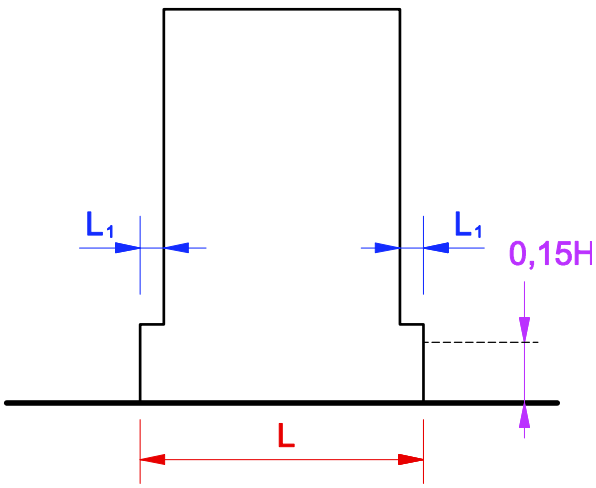
c) Für den Fall, dass die Rücksprünge die Symmetrie verletzen, dürfen in jeder Seitenansicht die Summen der Rücksprünge von allen Geschoßen nicht größer sein als 30 % der Grundrissabmessung des ersten Geschoßes oberhalb der Gründung oder oberhalb des Kellergeschoßes. Die einzelnen Rücksprünge für sich dürfen nicht größer als 10 % der vorhergehenden Abmessung des Grundrisses sein [siehe Abbildung 8.1; c)].

$$\frac{L - L_2}{L} \leq 0{,}30 \tag{8.6}$$

$$\frac{L - L_2}{L} \leq 0{,}30 \tag{8.7}$$



a)



a)

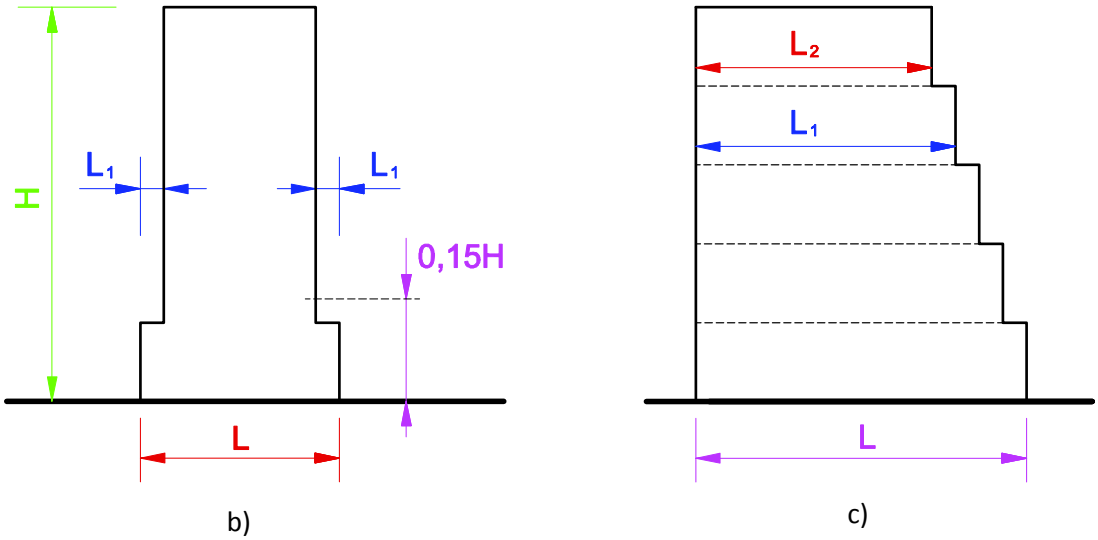


Abbildung 8.1.: Regelmäßigkeitskriterien im Aufriss

8.2 Erdbebeneinwirkung

8.2.1 Erdbebenzonenkarte

Die Erdbebengefährdung wird in Österreich durch eine Erdbebenzonenkarte (Abbildung 8.2) eingeteilt.

Für die präzise Einteilung der Zonenzuordnung existiert in der ÖNORM B 1998-1[17] das Ortsverzeichnis mit Zonenzuordnung und Referenzbodenbeschleunigung a_{gR} (ÖNORM B 1998 – 1:2006; Tabelle A.1).

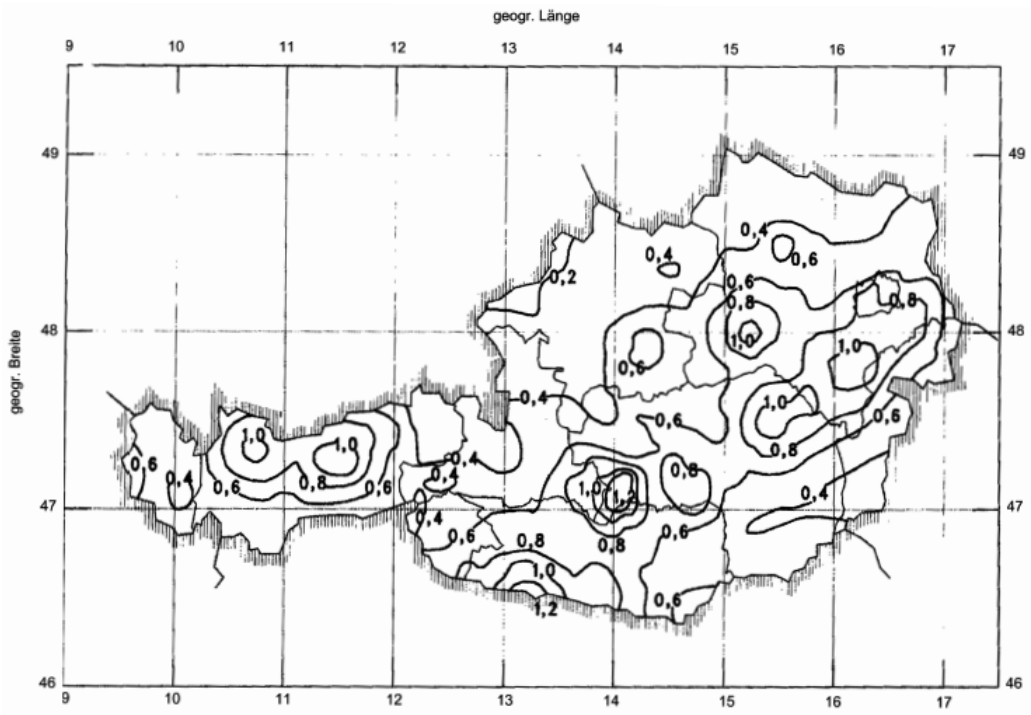


Abbildung 8.2.: Erdbebengefährdung in Österreich; (ÖNORM, 2006)

[17] (ÖNORM, 2006)

8.2.2 Untergrundbeschreibung

Der Einfluss des Untergrundes spielt ebenfalls eine wesentliche Rolle zur Berücksichtigung der Stärke des möglichen Erdbebens. Die Baugrundklassen sind in Tabelle 8.1 folgendermaßen definiert:

Tabelle 8.1 – Definition Baugrundklassen

Baugrund-klasse	Beschreibung des stratigraphischen Profis
A	Fels oder andere felsähnliche geologische Formation; mit höchstens 5 m an der Oberfläche weicherem Material
B	Ablagerungen von sehr dichtem Sand, Kies oder sehr steifem Ton; mit einer Dicke von mindestens einigen zehn Metern; gekennzeichnet durch einen allmählichen Anstieg der mechanischen Eigenschaften mit zunehmender Tiefe
C	Tiefe Ablagerungen von dichtem oder mitteldichtem Sand, Kies oder steifem Ton; Mit Dicken von einigen zehn bis mehreren hundert Metern
D	Ablagerungen von lockerem bis mitteldichtem kohäsionslosem Boden (mit oder ohne einige weiche kohäsive Schichten); Oder von vorwiegend weichem bis steifem kohäsivem Boden
E	Ein Bodenprofil bestehend aus einer Oberflächen-Alluvialschicht mit Werten nach C oder D und veränderlicher Dicke zwischen etwa 5 m bis 20 m über steiferem Bodenmaterial
S_1	Ablagerungen bestehend aus einer mindestens 10 m dicken Schicht weicher Tone oder Schluffe mit hohem Plastizitätsindex und hohem Wassergehalt
S_2	Ablagerungen von verflüssigbaren Böden, empfindlichen Tonen oder jedes andere Bodenprofil, das nicht in den Klassen A bis E oder S_1 enthalten ist

8.2.3 Bemessungsspektrum für lineare Berechnung

Die Fähigkeit eines Tragwerks, Energie hauptsächlich durch das duktile Verhalten seiner Bauteile zu dissipieren, wird durch lineare Berechnungen berücksichtigt. Diese Abminderung wird durch die Einführung eines Verhaltensbeiwerts q erzielt (siehe Abschnitt 8.2.4).

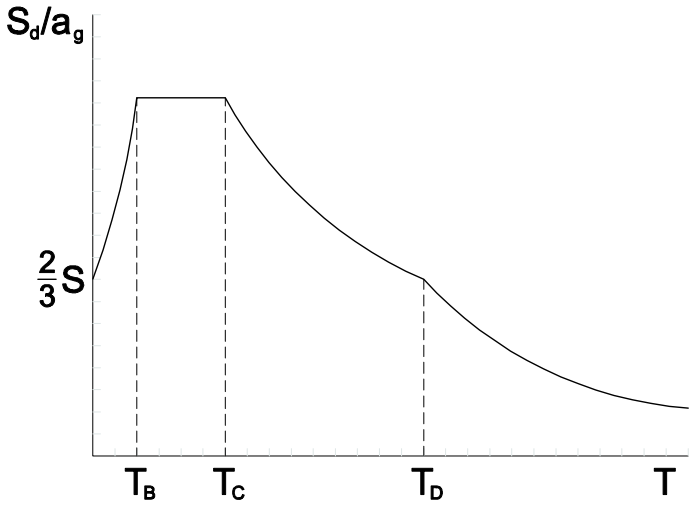


Abbildung 8.3.: elastisches Bemessungsspektrum

Das Bemessungsspektrum S_d kann entweder durch geeignete Bemessungsspektren (siehe Abbildung 8.3) oder durch folgende Formeln ermittelt werden:

$$0 \leq T \leq T_B : S_d(T) = a_g \cdot S \cdot \left[\frac{2}{3} + \frac{T}{T_B} \cdot \left(\frac{2{,}5}{q} - \frac{2}{3}\right)\right] \tag{8.8}$$

$$T_B \leq T \leq T_C : S_d(T) = a_g \cdot S \cdot \frac{2{,}5}{q} \tag{8.9}$$

$$T_C \leq T \leq T_D : S_d(T) \begin{cases} = a_g \cdot S \cdot \frac{2{,}5}{q} \cdot \left[\frac{T_C}{T}\right] \\ \geq \beta \cdot a_g \end{cases} \tag{8.10}$$

$$T_D \leq T : S_d(T) \begin{cases} = a_g \cdot S \cdot \frac{2{,}5}{q} \cdot \left[\frac{T_C \cdot T_D}{T^2}\right] \\ \geq \beta \cdot a_g \end{cases} \tag{8.11}$$

q Verhaltensbeiwert, siehe 8.2.4

T Eigenschwingungsdauer des Bauwerks für horizontale Bewegungen in der betrachteten Richtung

T_{B-D} Kontrollperioden des Spektrums

a_g Bemessungswert der Bodenbeschleunigung, siehe Gleichung (8.12)

β Beiwert für den unteren Grenzwert für das horizontale Bemessungsspektrum.
Der empfohlene Wert für β ist 0,2.

Der Bemessungswert der Bodenbeschleunigung berechnet sich nach folgender Formel:

$$a_g = \gamma_1 \cdot a_{gR} \tag{8.12}$$

Die Werte der Schwingungsdauer T_B, T_C, T_D und des Bodenparameters S dienen zur Beschreibung der Form des elastischen Antwortspektrums und hängen von der Baugrundklasse ab. Falls der Einfluss des geologischen Untergrundes nicht berücksichtigt wird, werden 2 Spektralformen (Typ 1 und Typ 2) zur Verwendung empfohlen (siehe Tabelle 8.2 und Tabelle 8.3). In Österreich sind grundsätzlich nur die Antwortspektren vom Typ 1 anzuwenden[16].

Tabelle 8.2 – Parameter zur Beschreibung der empfohlenen Antwortspektren vom Typ 1

Baugrundklasse	S	T_B (s)	T_C (s)	T_D (s)
A	1,00	0,15	0,4	2,0
B	1,20	0,15	0,5	2,0
C	1,15	0,20	0,6	2,0
D	1,35	0,20	0,8	2,0
E	1,40	0,15	0,5	2,0

[16] (ÖNORM, 2006)

Tabelle 8.3 – Parameter zur Beschreibung der empfohlenen Antwortspektren vom Typ 2

Baugrundklasse	S	T_B (s)	T_C (s)	T_D (s)
A	1,00	0,05	0,25	1,2
B	1,35	0,05	0,25	1,2
C	1,50	0,10	0,25	1,2
D	1,80	0,10	0,30	1,2
E	1,60	0,05	0,25	1,2

T_B Untere Grenze des Bereichs konstanter Spektralbeschleunigung

T_C Obere Grenze des Bereichs konstanter Spektralbeschleunigung

T_D Wert, der den Beginn des Bereichs konstanter Verschiebungen des Spektrums definiert

S Bodenparameter

Mit den angegebenen Spektren ist eine Referenz-Wiederkehrperiode von 475 Jahren mit einer Überschreitungswahrscheinlichkeit von 10 % in 50 Jahren zugeordnet. Im Hochbau werden 4 Bedeutungskategorien unterschieden. Sie werden in Abhängigkeit von den Folgen eines Einsturzes für menschliches Leben, von ihrer Bedeutung für die öffentliche Sicherheit und den Schutz der Bevölkerung unmittelbar nach dem Erdbeben in 4 Bedeutungskategorien zugeordnet (siehe Tabelle 8.4).

Tabelle 8.4 – Bedeutungskategorien

Bedeutungs-kategorie	Bauwerke
I	Bauwerke mit geringer Bedeutung für die öffentliche Sicherheit z.B.: landwirtschaftliche Bauten
II	Gewöhnliche Bauwerke, die nicht unter die anderen Kategorien fallen
III	Bauwerke, deren Widerstand gegen Erdbeben wichtig ist im Hinblick auf die mit einem Einsturz verbundenen Folgen, z.B.: Schulen, Versammlungsräume usw.
IV	Bauwerke, deren Unversehrtheit während Erdbeben von höchster Wichtigkeit für den Schutz der Bevölkerung ist, z.B.: Krankenhäuser, Feuerwachen, Kraftwerke usw.

Jeder Bedeutungskategorie ist ein Bedeutungsbeiwert γ_I zugeordnet. Gemeinsam mit der Zonenzuordnung sind sie in der Tabelle 8.5 dargestellt.

Tabelle 8.5 – Festlegung des Bedeutungsbeiwertes γ_I

Zonengruppe	Bedeutungskategorie			
	I	II	III	IV
0	0,8	1,0	1,0	1,0
1	0,8	1,0	1,0	1,0
2	0,8	1,0	1,1	1,2
3	0,8	1,0	1,4	1,4
4	0,8	1,0	1,4	1,4

8.2.4 Verhaltensbeiwert

Bei linearen Berechnungen werden die elastischen Antwortspektren durch einen Verhaltensbeiwert q abgemindert. Dieser Verhaltensbeiwert berücksichtigt die Duktilität des Bauwerkes und überführt das elastische Antwortspektrum in ein inelastisches Bemessungsspektrum, was enorme Vereinfachung darstellt. Der Verhaltensbeiwert q ist ein Näherungswert von dem Verhältnis der Erdbebenkraft, die das Bauwerk beanspruchen würde, wenn seine Antwort bei 5% viskoser Dämpfung vollkommen elastisch wäre, zu der Kraft, welche zur Bemessung mit einem linearen Modell verwendet werden dürfte um noch eine zufriedenstellende Antwort des Bauwerk sicherzustellen. Die Werte des Verhaltensbeiwertes q, sind für verschiedene Mauerwerke und Bauwerksarten in Tabelle 6.1 angeben.

8.3 Mitberücksichtigung der Torsion

Grundsätzlich können Torsionswirkungen zufällig oder durch planungsbedingte Exzentrizitäten hervorgerufen werden. Diese müssen bei der Ermittlung der Erdbebenbeanspruchungsgrößen mitberücksichtigt werden. Dabei bietet die Norm verschiedene Möglichkeiten zur Mitberücksichtigung von Exzentrizitäten an. Falls die Masse und die horizontale Steifigkeit im Grundriss symmetrisch verteilt sind und wenn die zufällige Ausmittigkeit nicht mit einer genaueren Methode erfasst wird, dürfen die zufälligen Torsionswirkungen dadurch berücksichtigt werden, dass die Beanspruchungen, welche sich ergeben, mit dem nachfolgenden Beiwert δ multipliziert werden:

$$\delta = 1 + 0{,}6 \cdot \frac{x}{L_e} \tag{8.13}$$

x Abstand des betrachteten Bauteils vom Massenmittelpunkt des Gebäudes im Grundriss; gemessen senkrecht zur Richtung der betrachteten Erdbebenwirkung

L_e Abstand zwischen den beiden äußersten Bauteilen, die horizontale Lasten abtragen; gemessen senkrecht zur Richtung der betrachteten Erdbebenwirkung

Für Gebäude, welche die Kriterien für Regelmäßigkeit im Grundriss nicht erfüllen, jedoch steife Decken und entsprechende Außen- und Innenwände besitzen, nicht höher als 10 m sind und deren Steifigkeitsmittelpunkte und Massenschwerpunkte der jeweiligen Geschoße näherungsweise auf einer vertikalen Geraden liegen, darf ein weiteres Näherungsverfahren zur Torsionsberücksichtigung angegeben werden. Die Untersuchung der Torsion kann auch in diesem Fall an zwei ebenen Modellen in beiden Hauptrichtungen durchgeführt werden. Dabei setzt sich die Torsionswirkung in

jeder Richtung auf der tatsächlichen Torsion e_0, der zusätzlichen Exzentrizität e_2 und der zufälligen Exzentrizität e_1 zusammen. Dabei berechnet sich die zufällige Torsion e_1 laut Formel (8.14).

$$e_1 = 0{,}05 \cdot L_{li} \tag{8.14}$$

Und die zusätzliche Torsion e_2 ergibt sich als Minimum der Gleichungen (8.15) und (8.16).

$$e_2 = 0{,}1 \cdot (L + B) \cdot \sqrt{\frac{10 \cdot e_0}{L}} \leq 0{,}1 \cdot (L + B) \tag{8.15}$$

$$e_2 = \frac{1}{2e_0}\left[l_s^2 - e_0^2 - r^2 + \sqrt{(l_s^2 + e_0^2 - r^2)^2 + 4 \cdot e_0^2 \cdot r^2}\right] \tag{8.16}$$

e_0 Tatsächliche Exzentrizität, Abstand zwischen dem Steifigkeitsmittelpunkt und dem Massenmittelpunkt

e_1 Zufällige Exzentrizität

e_2 Zusätzliche Exzentrizität, dynamische Wirkung von gleichzeitigen Translations- und Torsionsschwingungen

L_{li} Länge das Geschoßes i senkrecht zu Erdbebeneinwirkung

l_s^2 Quadrat des Trägheitsradius, berechnet aus dem Quotienten des Massenträgheitsmomentes des Geschoßes für Drehung um die vertikale Achse durch seinen Massenmittelpunkt und der Geschoßmasse.

r^2 Quadrat des Torsionsradius, Verhältnis zwischen der Torsions- und Horizontalsteifigkeit des Geschoßes in der betrachteten Berechnungsrichtung

Die Schnittkräfte zufolge Torsion können in die tragenden Bauteile aus einer Untersuchung zweier ruhender Lastfälle berechnet werden. Dabei setzen sich die Torsionsmomente M_i in Folge der Exzentrizitäten e_{max} und e_{min} nach Gleichung (8.17) und (8.18) zusammen.

$$M_i = F_i \cdot e_{max} = F_i \cdot (e_0 + e_1 + e_2) \tag{8.17}$$

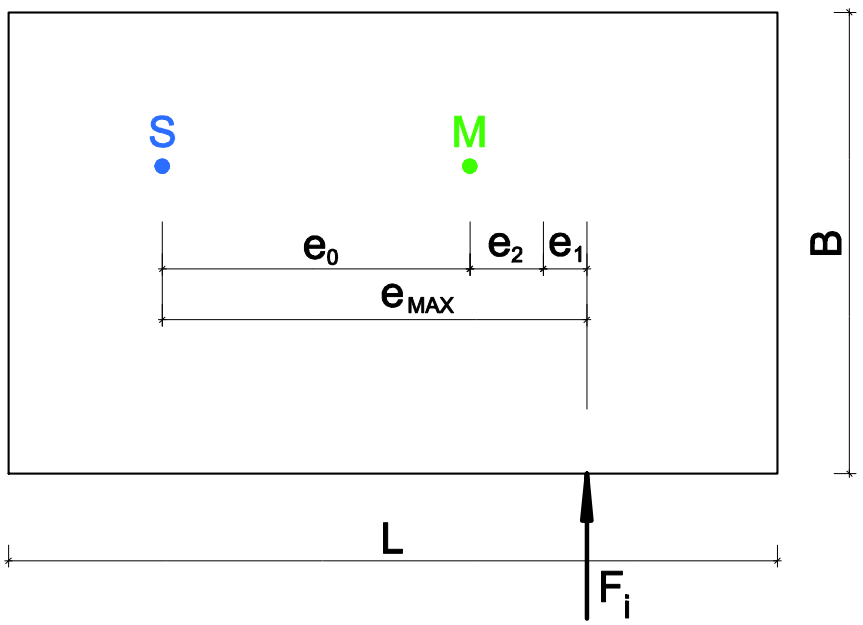


Abbildung 8.4.: Torsionsmoment unter e_{max}

$$M_i = F_i \cdot e_{min} = F_i \cdot (0{,}5 \cdot e_0 - e_1) \tag{8.18}$$

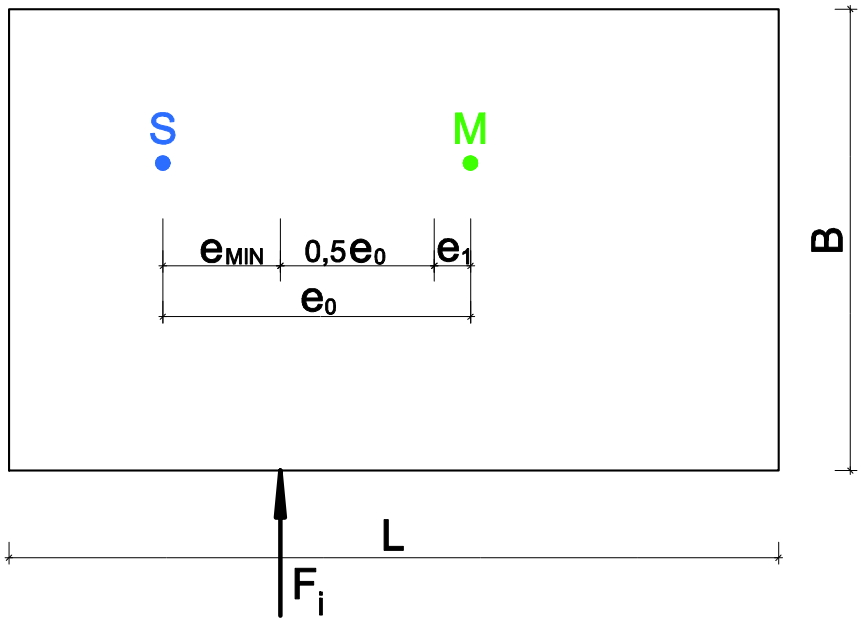


Abbildung 8.5.: Torsionsmoment unter e_{min}

8.4 Berechnungsmethoden

Innerhalb eines gewissen Anwendungsbereiches dürfen die Beanspruchungen durch Erdbeben auf der Grundlage eines linear-elastischen Verhaltens eines Tragwerks berechnet werden. Hierbei existieren zwei linear-elastische Berechnungsmethoden, die abhängig von den konstruktiven Eigenschaften des Bauwerks verwendet werden:

a) das „vereinfachte Antwortspektrumverfahren“, anzuwenden bei Bauwerken die gewissen Bedingungen genügen müssen;
b) das „multimodale Antwortspektrumverfahren“, welches für alle Arten von Hochbauten anwendbar ist.

Als Alternative zu den linearen Methoden darf auch eine nichtlineare Methode angewendet werden:

c) nichtlineare statische Berechnung („pushover“)
d) nichtlineare Zeitverlaufsberechnung

Die Standardmethode ist das multimodale Antwortspektrenverfahren. Hier müssen alle durch das Erdbeben angeregten Frequenzen zur Berechnung der Kraft- und Verformungsgrößen des Bauwerks berücksichtig werden. Unter der Einhaltung von bestimmten Bedingungen darf alternativ das vereinfachte Antwortspektrenverfahren zur Anwendung kommen. Diese Methode darf bei Bauwerken verwendet werden, deren Antwort nicht wesentlich durch Beiträge von höheren Schwingungsformen als die Grundeigenform beeinflusst wird. Dafür sind laut Norm folgende Anforderungen zu erfüllen:

- Grundriss und Aufriss erfüllen die Kriterien der Regelmäßigkeit nach Punk 8.1.2,
- es liegt eine symmetrische Verteilung von Horizontalsteifigkeit und Masse vor und
- die Eigenschwingungsdauer T_1 ist höchstens $T_1 \leq 4 \cdot T_C$ oder $T_1 \leq 2{,}0\ s$, wobei T_C nach Tabelle 8.2 bis Tabelle 8.3 definiert ist.

Sind diese Bedingungen nicht eingehalten, muss die Erdbebensicherheit des Bauwerks mit dem multimodalen Antwortspektrenverfahren durchgeführt werden. Dabei wird offensichtlich, dass der Aufwand für den Konstrukteur viel geringer ist, wenn die Kriterien der Regelmäßigkeit eingehalten werden.

8.4.1 Vereinfachtes Antwortspektrenverfahren

Für regelmäßige Gebäude reicht eine vereinfachte Vorgehensweise zur Ermittlung der Erdbebenbeanspruchungen aus, um ausreichend genaue Ergebnisse zu erhalten. Die resultierende Erdbebengesamtkraft F_b ergibt nach dem vereinfachten Antwortspektrenverfahren (dem früheren Ersatzkraftverfahren) aus dem Produkt des Bemessungsspektrums $S_d(T_1)$ an der Stelle der Grundperiode T_1 mit der Gesamtmasse des Gebäudes m. Die Gesamterdbebenkraft F_b muss in jeder Richtung, in der das Bauwerk untersucht wird, nach folgender Formel berechnet werden:

$$F_b = S_d(T_1) \cdot m \cdot \lambda \tag{8.19}$$

$S_d(T_1)$ Ordinate des Bemessungsspektrums bei der Periode T_1

T_1 Eigenschwingungsdauer des Bauwerks für horizontale Bewegungen in der betrachteten Richtung

m Gesamtmasse des Bauwerks für horizontale Bewegungen in der betrachteten Richtung

λ Korrekturbeiwert, mit $\lambda = 0{,}85$ wenn $T_1 \leq 2 \cdot T_C$ ist und das Bauwerk mehr als 2 Stockwerke hat, sonst $\lambda = 1{,}0$

Für die Bestimmung der Eigenschwingungsdauer T_1 des Gebäudes dürfen Ausdrücke auf der Grundlage baudynamischer Methoden verwendet werden. Für Hochbauten bis zu einer Höhe von 40 m darf die Eigenschwingungsdauer T_1 durch folgenden Ausdruck bestimmt werden:

$$T_1 = C_t \cdot H^{3/4} \tag{8.20}$$

C_t Für biegesteife räumliche Stahlrahmen gleich 0,085
Für biegesteife räumliche Stahlbetonrahmen gleich 0,075
Für ausmittig ausgesteifte Stahlrahmen und alle anderen Tragwerke 0,05

H Ist die Bauwerkshöhe in m; ab Fundamentoberkante oder der Oberkante eines starren Kellergeschoßes

Bei Bauwerken im Hochbau mit Schubwänden aus Beton oder Mauerwerk darf alternativ der Wert C_t mit folgender Gleichung berechnet werden:

$$C_t = 0{,}075/\sqrt{A_c} \tag{8.21}$$

wobei

$$A_c = \Sigma\left[A_i \cdot \left(0{,}2 + (l_{wi}/H)\right)^2\right] \tag{8.22}$$

A_c Gesamte wirksame Fläche der Schubwände im Erdgeschoß des Gebäudes;
Angegeben in m²

A_i Wirksame Querschnittfläche der Schubwand i in der betrachteten Richtung im Erdgeschoß des Gebäudes;
Angegeben in m²

H Ist die Bauwerkshöhe in m; ab Fundamentoberkante oder der Oberkante eines starren Kellergeschoßes

l_{wi} Länge der zu den wirkenden Kräften parallelen Schubwand i im Erdgeschoß;
In m; mit der Einschränkung, dass l_{wi}/H den Wert 0,9 nicht überschreiten sollte

Die Abschätzung von T_1 darf auch alternativ durch die Verwendung folgender Gleichung erfolgen:

$$T_1 = 2 \cdot \sqrt{d} \tag{8.23}$$

d Horizontale elastische Verschiebung der Gebäudespitze (angegeben in m) infolge der in Horizontalrichtung angreifend gedachten Gewichtslast;

Die Grundmodalformen des Bauwerks dürfen entweder mit baudynamischen Methoden berechnet oder mittels Horizontalverschiebungen angenähert werden, welche mit der Höhe des Bauwerks linear zunehmen. Die Verteilung der Gesamterdbebenkraft auf das Bauwerk erfolgt angenähert zur ersten Eigenform. Sie kann vereinfacht linear über die Gebäudehöhe verteilt angenommen werden.

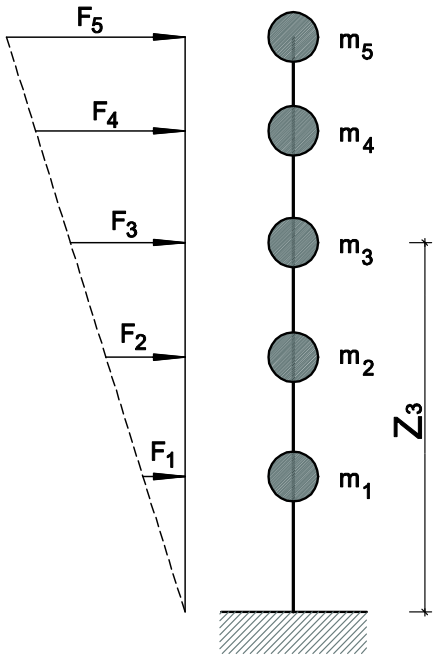


Abbildung 8.6.: Verteilung der Gesamterdbebenkraft auf die Geschoße

Die Erdbebeneinwirkungsgrößen müssen bestimmt werden, indem an dem ebenen Modell horizontale Kräfte F_i an allen Stockwerken angebracht werden. Die nachfolgende statische Berechnung liefert die Schnittkräfte und die Verformungen des Bauwerks. Vorteilhaft an diesem Vorgehen ist, dass die Erdbebenbeanspruchung als ein weiterer statischer Lastfall behandelt werden kann.

$$F_i = F_b \cdot \frac{s_i \cdot m_i}{\sum s_j \cdot m_j} \tag{8.24}$$

F_i Die am Stockwerk i angreifende Horizontalkraft

F_b Gesamterdbebenkraft, siehe Gleichung (8.19)

s_i, s_j Verschiebungen der Massen m_i, m_j in der Grundeigenform

m_i, m_j Stockwerksmassen, werden nach Gleichung (7.2) ermittelt

Wenn die Grundeigenform durch Horizontalverschiebungen, welche mit der Höhe linear zunehmen, angenähert wird, berechnen sich die Horizontalkräfte F_i zu:

$$F_i = F_b \cdot \frac{z_i \cdot m_i}{\sum z_j \cdot m_j} \tag{8.25}$$

z_i, z_j Höhe der Massen m_i, m_j über der Ebene, in der die Erdbebeneinwirkung angreift (Fundamentoberkante oder Oberkante des starren Kellergeschoßes).

Zum Schluss müssen die horizontalen Kräfte, welche nach diesem Unterpunkt nun bestimmt wurden, auf das Aussteifungssystem für Horizontallasten verteilt werden.

8.4.2 Multimodales Antwortspektrenverfahren

Diese Berechnung muss bei Gebäuden im Hochbau angewendet werden, welche die Bedingungen für das vereinfachte Antwortspektrumverfahren nicht erfüllen. Hier müssen nun die Antworten aller Modalformen, welche einen wesentlichen Beitrag zur Gesamtantwort leisten, berücksichtigt werden. Dies ist der Fall, wenn nachgewiesen werden kann, dass:

- die Summe der effektiven modalen Massen der berücksichtigten Schwingungsformen mindestens 90 % der Gesamtmasse des Bauwerks erreicht;
- oder alle Schwingungsformen, deren effektive Modalmassen größer sind als 5 % der Gesamtmasse ausmachen, berücksichtigt wurden.

Die Kombination der modalen Deformations- und Schnittgrößen der einzelnen Schwingungsformen kann mittels quadratischer Überlagerung der SRSS-Regel (siehe Kapitel 3.5.1) erfolgen, wenn die Antworten in 2 Modalformen i und j als voneinander unabhängig betrachtet werden dürfen. Dies ist erfüllt, wenn ihre Perioden T_i und T_j (mit $T_i \leq T_j$) folgende Bedingung der ausreichend separierten Schwingungsdauern erfüllen:

$$T_j \leq 0{,}9 \cdot T_i \tag{8.26}$$

Der Größtwert E_E einer seismischen Beanspruchung darf laut Gleichung (8.27) ermittelt werden.

$$E_E = \sqrt{\sum {E_{Ei}}^2} \tag{8.27}$$

E_E Betrachtete seismische Beanspruchungsgröße (Kraft, Verschiebung, usw.)

E_{Ei} Wert der seismischen Beanspruchungsgröße im Modalbereich i

Andernfalls ist z.B.: die CQC – Methode (nach Abschnitt 3.5.2) anzuwenden.

9 Anwendung

Im Kapitel 8 wurden die Anwendung des Eurocode 8 erläutert. Im vorliegenden Kapitel 9 soll nun anhand eines Beispielbauwerkes die praktische Berechnung der Schnittkräfte und Verformungen dargestellt werden.

9.1 Bauwerksbeschreibung

9.1.1 Abmessungen und Aufbauten

Das zu behandelnde Projekt hat die folgenden Grundrisse und Schnitte. Der Keller ist aus seismischer Sicht nicht relevant und wird deswegen hier nicht abgebildet.

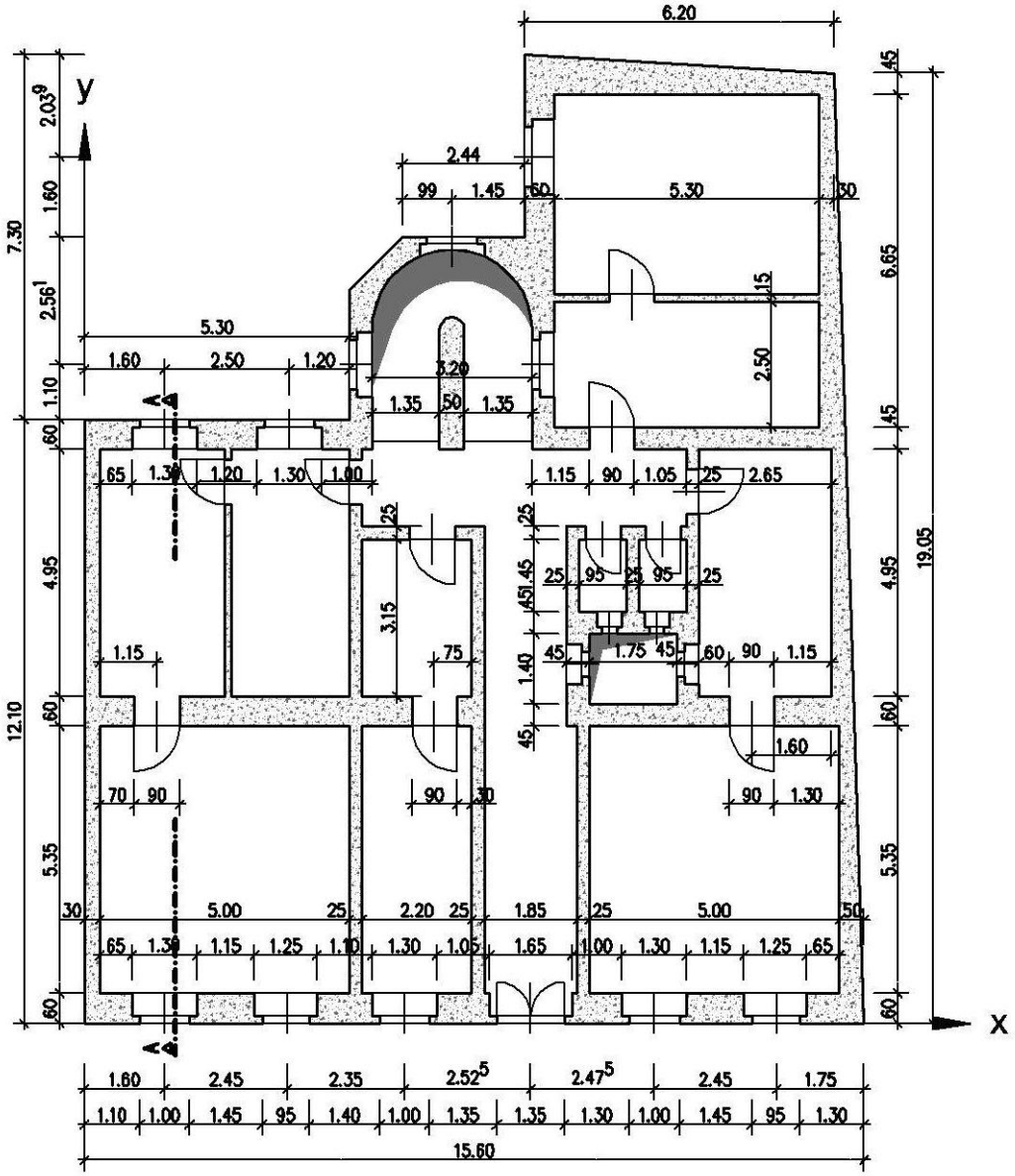


Abbildung 9.1.: Grundriss Erdgeschoß

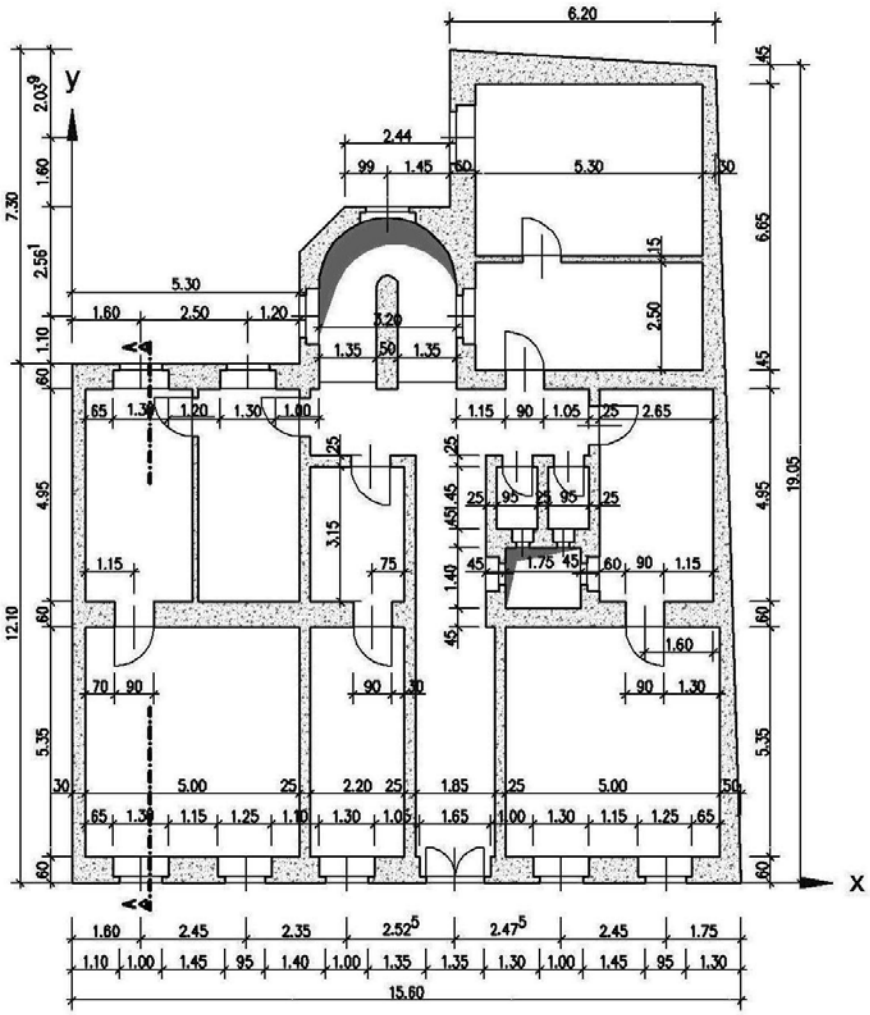


Abbildung 9.2.: Grundriss 1. Obergeschoß

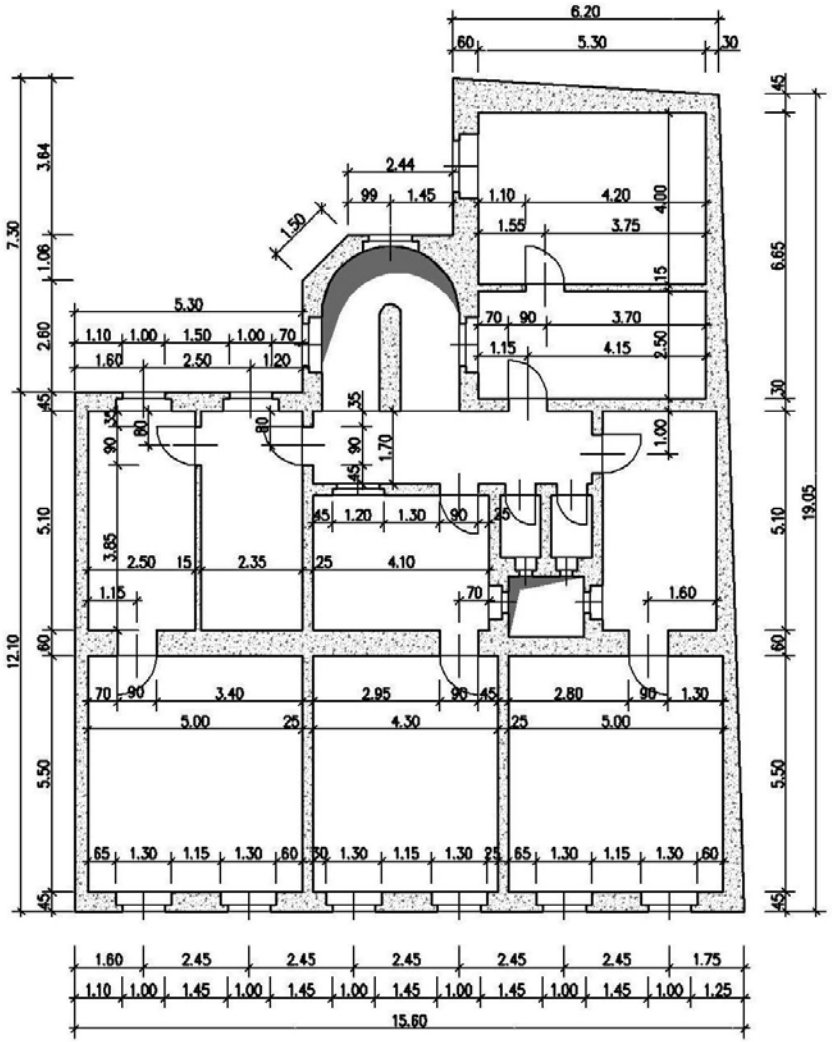


Abbildung 9.3.: Grundriss 2. und 3. Obergeschoß

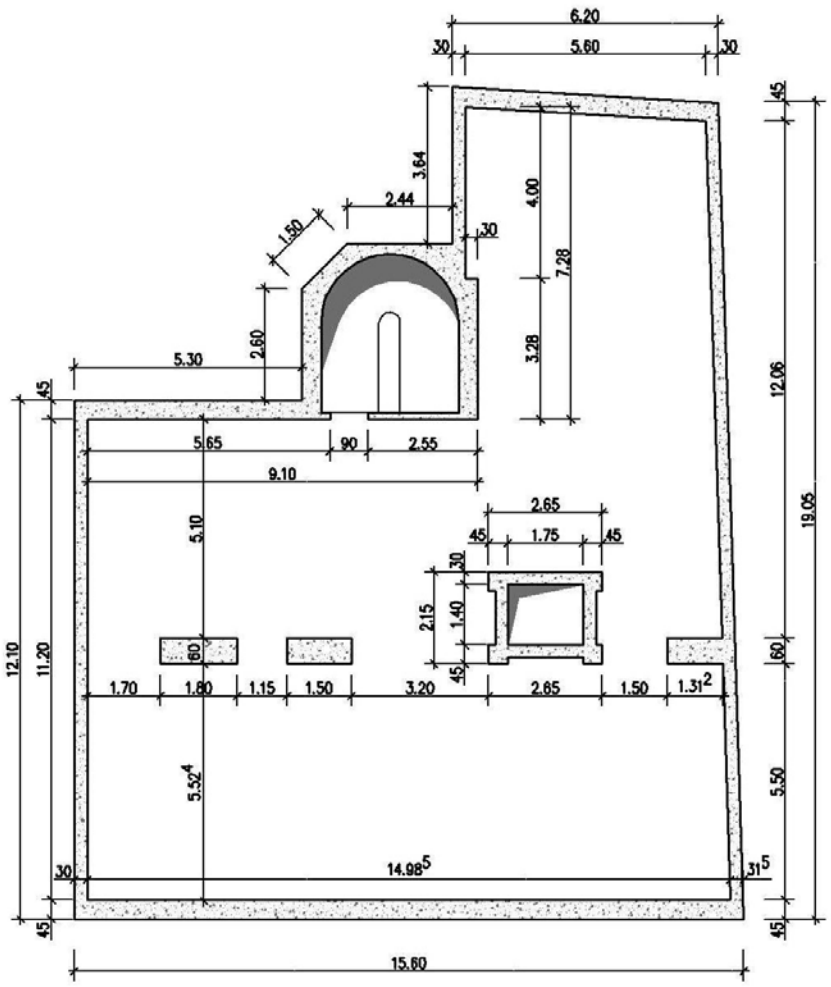


Abbildung 9.4.: Grundriss Dachgeschoß

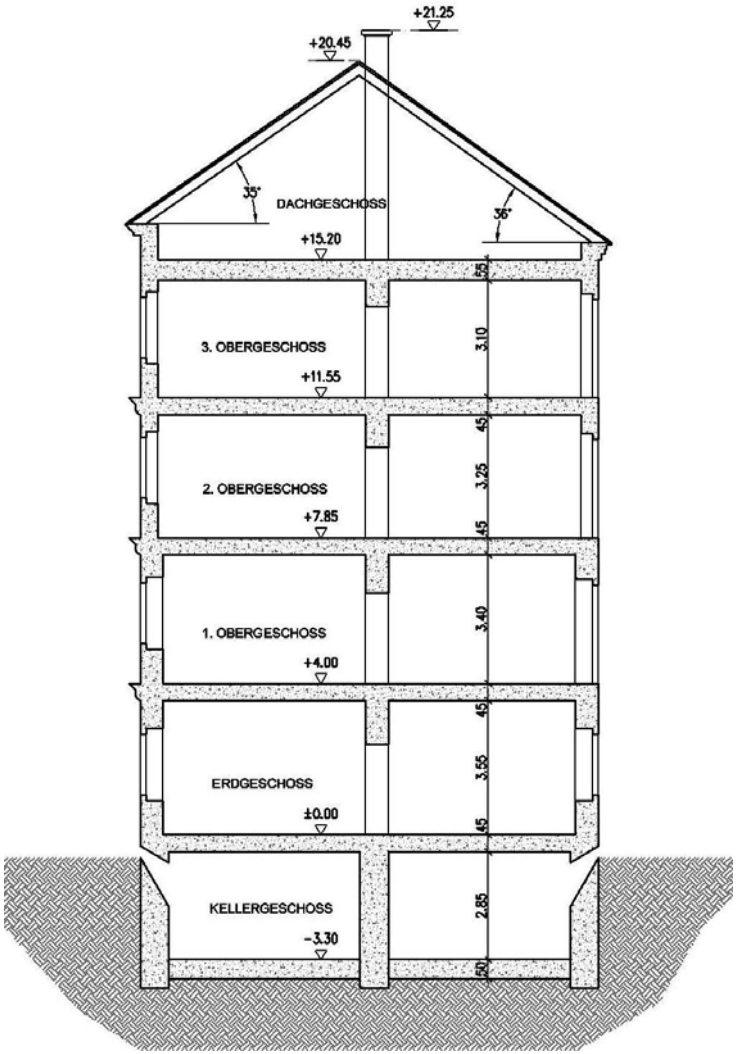


Abbildung 9.5.: Schnitt in y - Richtung

Die Decken des Wohngebäudes sind als Tramdecken ausgeführt. Diese sind nicht in der Lage Schubkräfte aufzunehmen und abzuleiten, da sie nicht über zwei orthogonale Lastableitungsrichtungen verfügen. Deswegen müssen sämtliche horizontale Beanspruchungen über die aussteifenden Wände erfolgen. Die Ziegelwände wurden aus alten Formatziegeln gemauert und weisen Breiten von 25 bis 60 cm auf.

9.1.2 Zonenzuordnung und Baugrundklassifizierung

Der Standort liegt in Wien, 5. Bezirk, südwestlich der Donau. Damit wird das Bauwerk der Zone 3 zugeordnet und weist eine Referenzbodenbeschleunigung $a_{gR} = 0{,}80\ m/s^2$ auf (siehe ÖNORM B 1998-1 Tabelle A.1[17]). Der Baugrund wird mit mitteldichten Sedimenten aus Ton und Lehm der Baugrundklasse C zugeordnet. Das Bauwerk ist ein Wohngebäude und fällt in die Bedeutungskategorie II (siehe Tabelle 8.4). Der Bedeutungsbeiwert ergibt sich zu $\gamma_1 = 1{,}0$ (siehe Tabelle 8.5) und der Bemessungswert für die Bodenbeschleunigung wird mittels Gleichung (8.12) berechnet:

$$a_g = \gamma_1 \cdot a_{gR} = 1{,}0 \cdot 0{,}80 = 0{,}80\ m/s^2 \tag{9.1}$$

9.2 Lastenermittlung

Die Lasten werden nach EN 1991-1[4] (Eurocode 1) zusammengestellt.

9.2.1 Deckenlasten

Lasten am Dach

Eigenlasten[4]			a=	35	°
					[kN/m²]
2,5	cm	Biberschwanz Wiener Tasche		g=	0,65
0,8	cm	Strukturmatte		g=	0,01
2,5	cm	Holzschalung		g=	0,34
2,5	cm	Lattung / Hinterlüftung		g=	0,34
0,0	cm	Abdichtung		g=	0,00
2,0	cm	raue Schalung		g=	0,28
16,0	cm	Wärmedämmung		g=	0,15
16,0	cm	Holzbalken		g=	0,15
				g_k=	**0,75**
Nutzlasten - vertikal:					
Schnee lt. EN 1991-1-3 Pkt. 4.5:					
			s_k [kN/m²] =	1,09	
			C_e =	1,00	
			C_t =	1,00	
			m =	0,80	
			s =		0,87
lt. EN 1991-1-1[4]					
Kategorie H:			q_k =		1,00
			$\Sigma q_{k,RF}$ =		**1,87**

[17] (ÖNORM, 2006)
[4] (EC1, 2003)

Lasten Decke über 3. Obergeschoß

Eigenlasten[13]

				[kN/m²]
20,0	cm	Dippelbaumdecke		
4,0	cm	Schlackenbeschüttung		
12,0	cm	Ziegelpflaster		
1,5	cm	Putzträger		
1,5	cm	Verputz		
			g_k=	**3,50**

Nutzlasten[4]

		lt. EN 1991-1-1		
		Kategorie A2 Decken		1,50
			q_k=	**1,50**

Lasten Decke über Erdgeschoß, 1. und 2. Obergeschoß

Eigenlasten[13]

				[kN/m²]
20,0	cm	Tramdecke		
2,5	cm	Sturzschalung		
8,0	cm	Beschüttung aus Bauschutt		
4,0	cm	Holzfußboden		
1,5	cm	Putzträger		
1,5	cm	Verputz		
			g_k=	**2,30**

Nutzlasten[4]

		lt. EN 1991-1-1		
		Kategorie A1 Decken		2,00
			q_k=	**2,00**

[13] (Krapfenbauer, 2008)
[4] (EC1, 2003)

9.2.2 Wandlasten

Die Wände sind ausschließlich Ziegelwände. Das Mauerwerk wird mit einer Wichte von $\gamma_{MW} = 18{,}0\ kN/m^3$ angenommen. Da die Wände nicht in jedem Geschoß die gleiche Breite und kein Geschoß die gleichen Raumhöhen aufweist, wird die Lastaufstellung für jedes Geschoß gesondert ermittelt.

Dachgeschoß

Die Raumhöhe in Dachgeschoß beträgt $h_{DG} = 4{,}50\ m$.

					L [m]	p [kN/m²]	P [kN]
d =	15	cm			31,10	2,70	377,87
d =	30	cm			7,30	4,50	147,83
d =	45	cm			6,30	5,40	153,09
d =	60	cm (Kaminmauerwerk)	Durchbruchsanteil	0%	0,00	8,10	0,00
							678,78

3. Obergeschoß

Die Raumhöhe in 3. Obergeschoß beträgt $h_{3.OG} = 3{,}10\ m$.

					L [m]	p [kN/m²]	P [kN]
d =	15	cm			4,95	2,70	41,43
d =	25	cm			22,90	4,50	319,46
d =	30	cm			29,05	5,40	486,30
d =	45	cm			0,00	8,10	0,00
d =	45	cm (Außenwand)	Durchbruchsanteil	40%	12,00	8,10	180,79
d =	60	cm (Außenwand)	Durchbruchsanteil	20%	3,60	10,80	96,42
							1124,40

2. Obergeschoß

Die Raumhöhe in 2. Obergeschoß beträgt $h_{2.OG} = 3{,}25\ m$.

					L [m]	p [kN/m²]	P [kN]
d =	15	cm			4,95	2,70	43,44
d =	25	cm			22,90	4,50	334,91
d =	30	cm			29,05	5,40	509,83
d =	45	cm			0,00	8,10	0,00
d =	45	cm (Außenwand)	Durchbruchsanteil	40%	12,00	8,10	189,54
d =	60	cm (Außenwand)	Durchbruchsanteil	20%	3,60	10,80	101,09
							1178,80

1. Obergeschoß

Die Raumhöhe in 1. Obergeschoß beträgt $h_{1.OG} = 3{,}40\ m$.

					L [m]	p [kN/m²]	P [kN]
d =	15	cm			4,95	2,70	45,44
d =	25	cm			22,90	4,50	350,37
d =	30	cm			29,05	5,40	533,36
d =	45	cm			0,00	8,10	0,00
d =	45	cm (Außenwand)	Durchbruchsanteil	20%	12,00	8,10	264,38
d =	60	cm (Außenwand)	Durchbruchsanteil	40%	3,60	10,80	79,32
							1272,87

Erdgeschoß

Die Raumhöhe in Erdgeschoß des Gebäudes beträgt $h_{EG} = 3{,}55\ m$.

					L [m]	p [kN/m²]	P [kN]
d =	15	cm			4,95	2,70	47,45
d =	25	cm			30,70	4,50	490,43
d =	30	cm			29,05	5,40	556,89
d =	45	cm			0,00	8,10	0,00
d =	60	cm (Außenwand)	Durchbruchsanteil	40%	3,60	10,80	82,81
d =	45	cm (Außenwand)	Durchbruchsanteil	20%	12,00	8,10	276,05
							1453,63

9.2.3 Massenzusammenstellung

Die belastetet Fläche am Dach wird mit $A_{DACH} = 240\ m^2$ überschlagen und die belastete Fläche der restlichen Geschoße mit $A_{RG} = 225\ m^2$. Für die ständigen Lasten wurde ein Teilsicherheitsfaktor von 1,0 und bei veränderlichen Lasten von 0,3 angesetzt. Damit ergibt sich eine Massenzusammenstellung, welche in der Tabelle 9.1 zusammengestellt ist.

Tabelle 9.1 – Massenzusammenstellung Bestand

Decke über		Deckenlasten		Wandlasten	Gesamtmassen	Höhen	Höhe * Masse
		G_{DG} [kN]	G_{DQ} [kN]	G_W [kN]	M_{tot} [kg/100]	z_i [m]	$z_j * m_j$ [kg/100*m]
m_4	3.OG	967,50	236,03	1240,98	2444,5	15,20	37157
m_3	2.OG	517,50	135,00	1151,60	1804,1	11,55	20837
m_2	1.OG	517,50	135,00	1225,84	1878,3	7,85	14745
m_1	EG	517,50	135,00	1363,25	2015,7	4,00	8063
					8142,7		80802

Aus Vereinfachungsgründen wurde auf eine Reduktion der Massen zufolge Kaminöffnungen etc. verzichtet.

9.3 Überprüfung der Regelmäßigkeitskriterien

9.3.1 Kriterien im Aufriss

Das Bauwerk erfüllt die Kriterien im Aufriss, da sämtliche tragende Wände vom Keller bis zur Oberkante des Gebäudes durchlaufen und es auch sonst keine Rücksprünge aufweist.

9.3.2 Kriterien im Grundriss

Das Bauwerk ist im Grundriss nicht symmetrisch. Deswegen musst zunächst überprüft werden, ob der Grundriss den Regelmäßigkeitskriterien der EN 1998-1[6] entspricht. Diese Bedingungen betreffen die Höhe des Gebäudes, die Ausbildung der Decken und die Lage des Massenschwerpunktes und des Steifigkeitsmittelpunktes. Die Schlankheit λ wird aus der größten und der kleinsten senkrecht zueinander stehenden Gebäudeabmessung berechnet, gemäß 8.1.1 Punkt 4). In diesem Fall ist $L_{max} = 19{,}10\ m$ und $L_{min} = 6{,}20\ m$.

$$\lambda = \frac{L_{max}}{L_{min}} = \frac{19{,}10}{6{,}20} = 3{,}08 < 4{,}0 \tag{9.2}$$

Bleiben nur noch die Bedingungen (8.1) und (8.2), welche der Überprüfung dienen, ob die Steifigkeitsmittelpunkte und Massenschwerpunkte der einzelnen Geschoße in jeder Gebäuderichtung näherungsweise auf einer vertikalen Geraden liegen.

Ermittlung Massenschwerpunkt

Zunächst wird der Massenschwerpunkt berechnet. Die Form des Grundrisses ist über alle Geschoße konstant und vereinfacht wird angenommen, dass die Massen in jedem Geschoß gleichmäßig verteilt sind. Das Stiegenhaus wird für die Ermittlung nicht herangezogen, da dessen Belastung nicht über die Geschoßdecke abgeleitet wird. Zur einfacheren Ermittlung wird der Grundriss in 3 Teile aufgeteilt. Einmal die Fläche A1 mit den Abmessungen 15,60 x 12,10 m, einmal die Fläche A2 mit den Abmessungen 6,40 x 6,90 und abgezogen wird der Lichtschacht Fläche A3 mit den Abmessungen 1,75 x 1,40 (siehe Abbildung 9.6).

$$x_{MS} = \frac{15{,}60 \cdot 12{,}10 \cdot 7{,}80 + 6{,}40 \cdot 6{,}90 \cdot 12{,}00 - 1{,}75 \cdot 1{,}40 \cdot 10{,}98}{15{,}60 \cdot 12{,}10 + 6{,}40 \cdot 6{,}90 - 1{,}75 \cdot 1{,}40} = 8{,}571m \tag{9.3}$$

$$y_{MS} = \frac{15{,}60 \cdot 12{,}10 \cdot 6{,}05 + 6{,}40 \cdot 6{,}90 \cdot 15{,}55 - 1{,}75 \cdot 1{,}40 \cdot 7{,}10}{15{,}60 \cdot 12{,}10 + 6{,}40 \cdot 6{,}90 - 1{,}75 \cdot 1{,}40} = 7{,}859m \tag{9.4}$$

[6] (EC8, 2005)

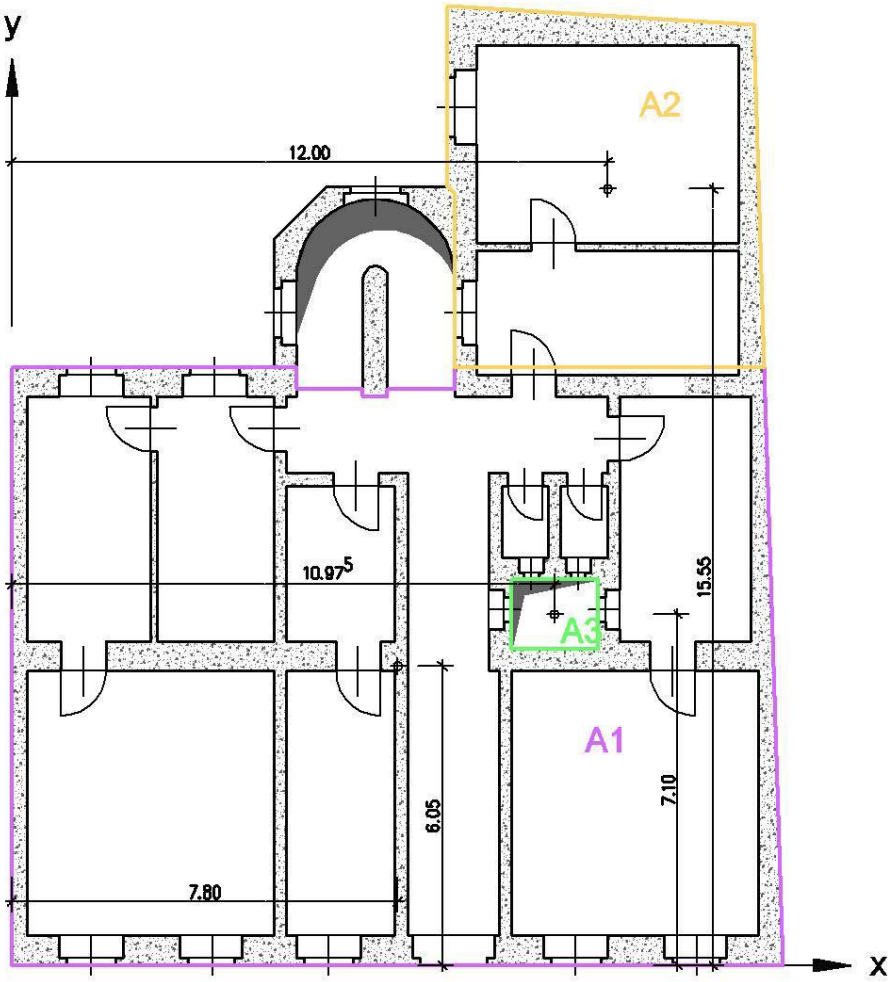


Abbildung 9.6.: Aufteilung des Grundrisses zur Ermittlung des Massenschwerpunktes

Ermittlung Steifigkeitsmittelpunkt[15]

Der Steifigkeitsschwerpunkt (Schubmittelpunkt) wird durch die Lage und den Querschnitt der Tragwände bestimmt und berechnet sich somit aus den folgenden Formeln:

$$x_{StS} = \frac{\sum_i (I_{xx,i} \cdot x_i)}{\sum_i I_{xx,i}} \tag{9.5}$$

$$y_{StS} = \frac{\sum_i (I_{yy,i} \cdot y_i)}{\sum_i I_{yy,i}} \tag{9.6}$$

Da die Wandanordnungen im Erdgeschoß und im Regelgeschoß unterschiedlich sind, müssen zwei verschiedene Steifigkeitsmittelpunkte berechnet werden

a) Erdgeschoß

Für die fortlaufende Berechnung empfiehlt es sich, die Wände durch zu nummerieren. Für das Erdgeschoß ist die Wandeinteilung in Abbildung 9.7 und Abbildung 9.8 vorgenommen worden. Der Steifigkeitsschwerpunkt im Erdgeschoß wurde Tabelle 9.3 und Tabelle 9.2 zusammengestellt.

[15] (Meskouris, 2007)

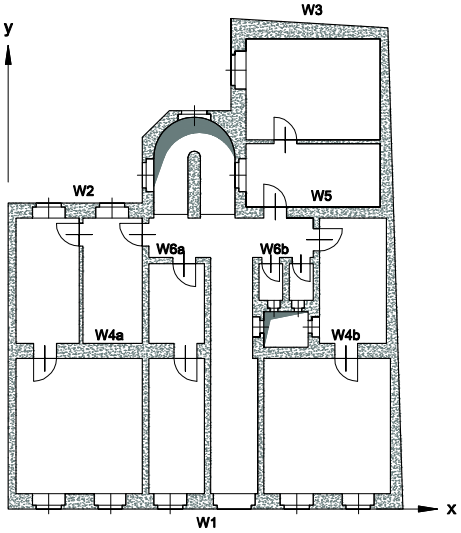


Abbildung 9.7.: Wandeinteilung EG x- Richtung

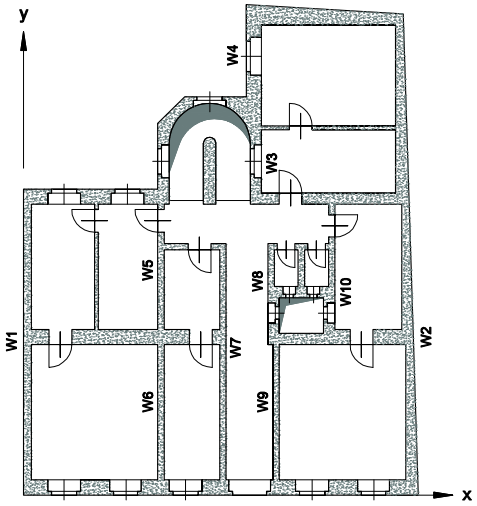


Abbildung 9.8.: Wandeinteilung EG y- Richtung

Tabelle 9.2 – Steifigkeitsschwerpunkt y – Richtung EG

Wand	Breite [m]	Länge [m]	$I_{yy,i}$ [m^4]	y_i [m]	$\Sigma(I_{yy,i}*y_i)$ [m^5]
W_{y1}	0,30	12,10	44,29	6,05	267,95
W_{y2}	0,30	19,00	171,48	9,52	1631,77
W_{y3}	0,45	3,00	1,01	13,09	13,25
W_{y4}	0,60	4,85	5,70	16,96	96,76
W_{y5}	0,25	5,85	4,17	9,18	38,27
W_{y6}	0,25	6,25	5,09	3,20	16,28
W_{y7}	0,25	9,83	19,76	5,28	104,33
W_{y8}	0,35	3,55	1,30	8,10	10,57
W_{y9}	0,25	6,40	5,46	3,20	17,48
W_{y10}	0,31	5,48	4,25	8,10	34,44
			262,51		2231,08

Tabelle 9.3 – Steifigkeitsschwerpunkt x – Richtung EG

Wand	Breite [m]	Länge [m]	$I_{xx,i}$ [m^4]	x_i [m]	$\Sigma(I_{xx,i}*x_i)$ [m^5]
W_{x1}	0,60	7,55	21,52	7,73	166,23
W_{x2}	0,60	3,15	1,56	2,88	4,49
W_{x3}	0,60	6,20	11,92	12,05	143,59
W_{x4}	0,60	11,05	67,46	7,03	473,92
W_{x5}	0,45	5,35	5,74	12,09	69,41
W_{x6}	0,25	3,05	0,59	8,80	5,20
			108,79		862,84

Daraus ergeben sich folgende Abstände zum Steifigkeitsmittelpunkt:

$$x_{StS,EG} = \frac{862{,}84}{108{,}79} = 7{,}931\ m \tag{9.7}$$

$$y_{StS,EG} = \frac{2231{,}08}{262{,}51} = 8{,}499\ m \tag{9.8}$$

Ermittlung Torsionsradius

Der Massenschwerpunkt und der Steifigkeitsmittelpunkt werden nun in den Grundriss eingetragen (siehe Abbildung 9.9).
Damit wird ersichtlich, dass es tatsächlich Exzentrizität in x und y – Richtung existiert.

$$e_{ox,EG} = 0{,}640\ m \tag{9.9}$$

$$e_{oy,EG} = 0{,}640\ m \tag{9.10}$$

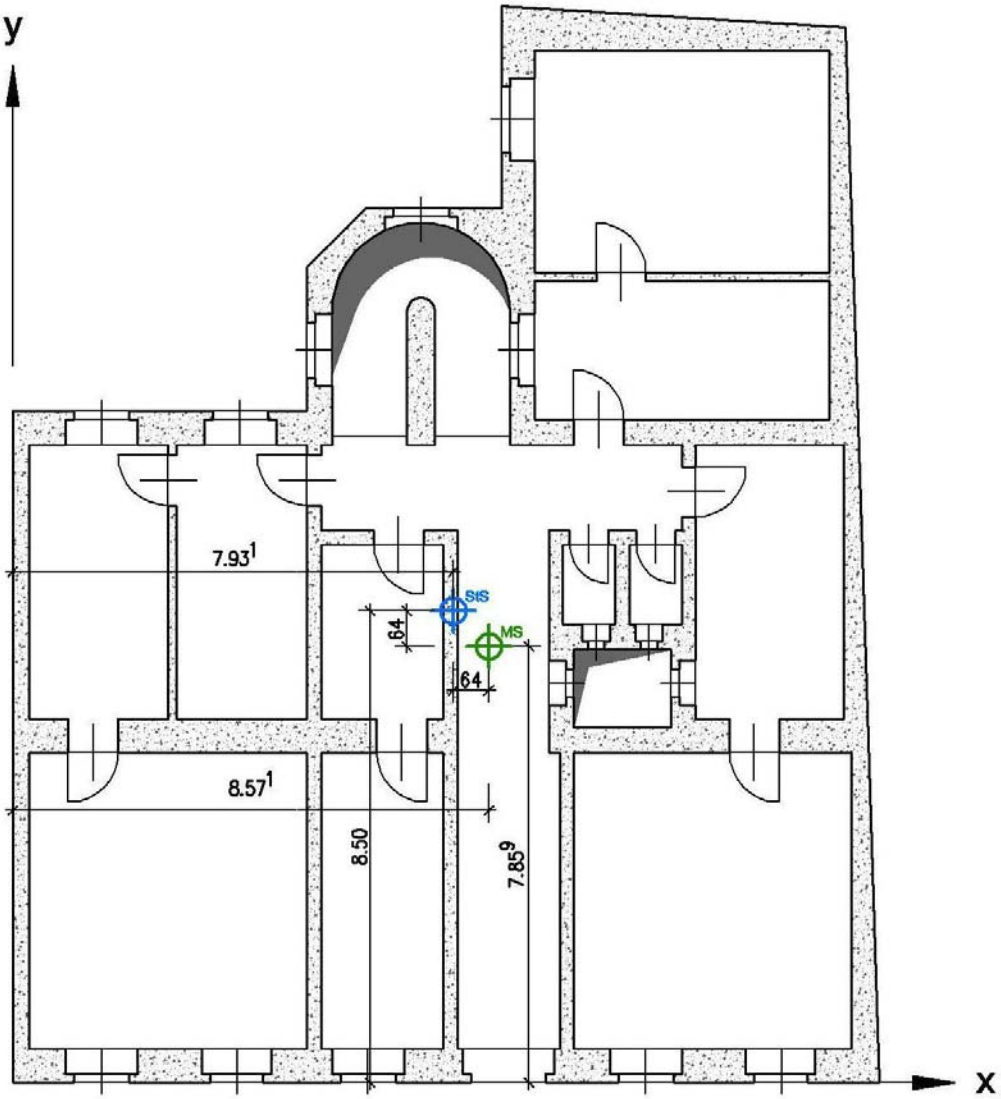


Abbildung 9.9.: Massenschwerpunkt und Steifigkeitsmittelpunkt Erdgeschoß

Für die weitere Berechnung der Torsionsradien wird folgende Gleichung[15] zur Lösung herangezogen. Die Berechnung der quadrierten Torsionsradien ist in der Tabelle 9.4 zusammengestellt.

$$r = \sqrt{\frac{\sum_j I_j r_j^2 + \sum_k I_k r_k^2}{\sum_j I_j}} \tag{9.11}$$

I_j Trägheitsmomente, der in der Berechnungsrichtung liegenden Aussteifungselemente

I_k Trägheitsmomente, der senkrecht zu der Berechnungsrichtung liegenden Aussteifungselemente

r_j, r_k Abstände der Wände zum Steifigkeitsmittelpunkt

Tabelle 9.4 – Berechnung quadrierte Torsionsradien in x und y – Richtung in EG

Wand	I_{xx} [m⁴]	I_{yy} [m⁴]	r_x [m]	r_x^2 [m²]	$r_x^2 * I_{xx}$ [m⁶]	r_y [m]	r_y^2 [m²]	$r_y^2 * I_{yy}$ [m⁶]
W_{x1}	21,52		0,20	0,04	0,86			
W_{x2}	1,56		5,13	26,27	41,05			
W_{x3}	11,92		3,91	15,26	181,86			
W_{x4}	67,46		0,29	0,09	5,83			
W_{x5}	5,74		4,09	16,70	95,89			
W_{x6}	0,59		0,43	0,18	0,11			
W_{y1}		44,29				2,45	6,00	108,51
W_{y2}		171,48				1,02	1,03	174,24
W_{y3}		1,01				4,51	20,36	4,57
W_{y4}		5,70				8,44	71,31	48,17
W_{y5}		4,17				0,68	0,46	2,82
W_{y6}		5,09				5,38	28,89	27,34
W_{y7}		19,76				3,54	12,53	69,95
W_{y8}		1,30				0,55	0,30	0,72
W_{y9}		5,46				5,38	28,89	29,35
W_{y10}		4,25				0,55	0,30	2,34
Σ	108,79	262,51			325,60			467,99

Damit ergeben sich die Torsionsradien zu:

$$r_{xx,EG} = \sqrt{\frac{325{,}60 + 467{,}99}{108{,}79}} = 2{,}70\ m \tag{9.12}$$

$$r_{yy,EG} = \sqrt{\frac{325{,}60 + 467{,}99}{262{,}51}} = 1{,}74\ m \tag{9.13}$$

[15] (Meskouris, 2007)

l_s Trägheitsradius, wird aus der Wurzel des Quotienten aus dem Massenträgheitsmoment des Geschoßes für Drehungen um seine vertikale Achse durch seinen Massenschwerpunkt und der Geschoßmasse berechnet [siehe Gleichung (9.17)].

Zur Vereinfachung wird der Grundriss wieder in 3 Teile aufgeteilt. Zwei rechteckige Flächen zur vereinfachten Berechnung des Grundrisses und als dritte Teilfläche wird der Lichtschacht abgezogen. Einmal mit der Fläche 188,70 m² (Abmessungen 15,60 x 12,10 m), einmal mit der Fläche 46,30 m² (Abmessungen 4,60 x 7,30 m) und einmal mit der Fläche 2,25 m² (Abmessungen 1,40 x 1,75 m), siehe Abbildung 9.10.

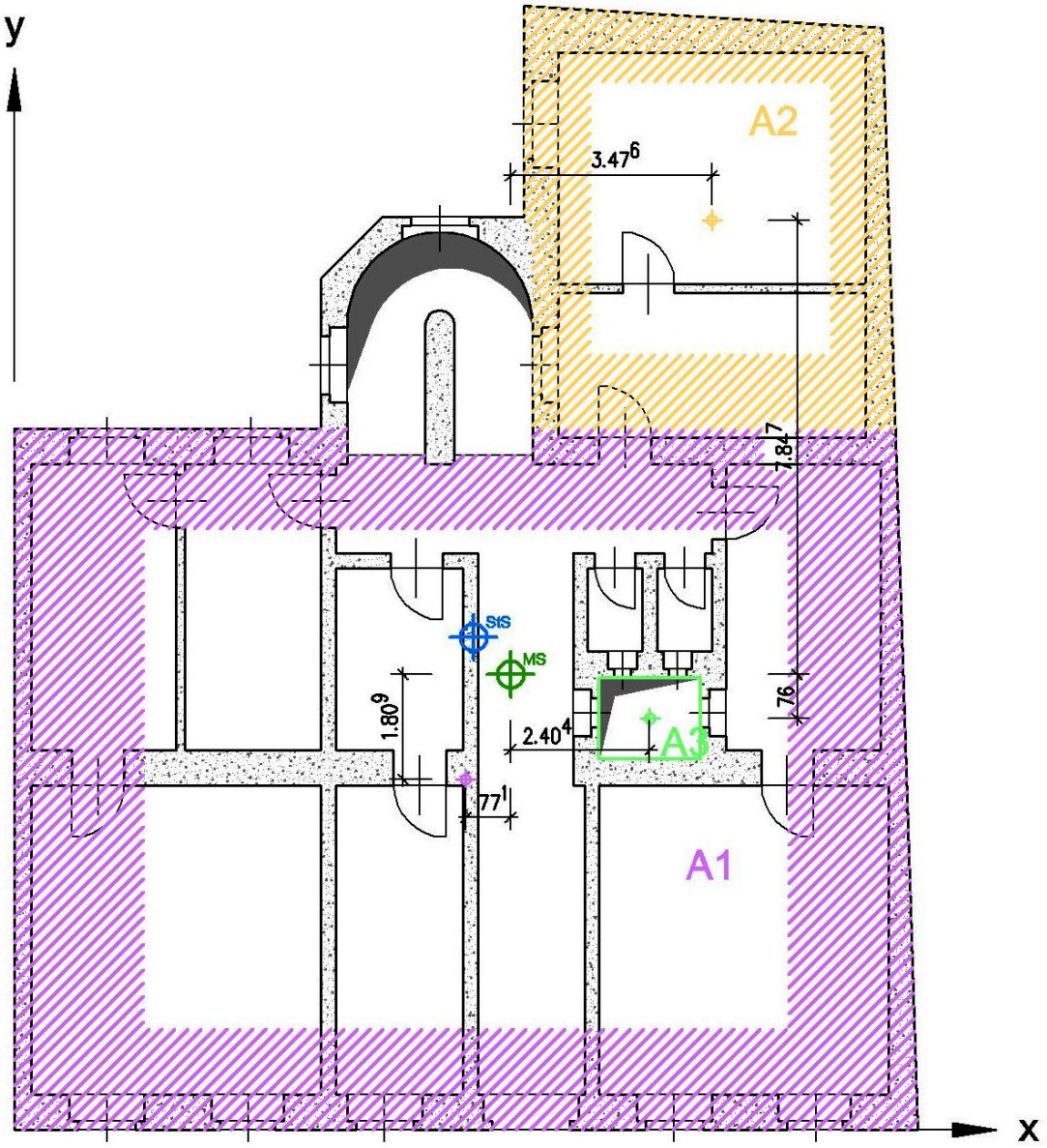


Abbildung 9.10.: Aufteilung Grundriss in Fläche A1, Fläche A2 und Fläche A3

Damit werden die auf die Deckenmassen bezogenen Massenträgheitsmomente der einzelnen Flächen ermittelt:

$$M_{A1} = \frac{15{,}6^2 + 12{,}1^2}{12} + 0{,}771^2 + 1{,}809^2 = 36{,}348\ m^2 \tag{9.14}$$

$$M_{A2} = \frac{6{,}40^2 + 7{,}30^2}{12} + 3{,}476^2 + 7{,}847^2 = 81{,}512\ m^2 \tag{9.15}$$

$$M_{A3} = \frac{1{,}40^2 + 1{,}75^2}{12} + 2{,}404^2 + 0{,}760^2 = 6{,}775\ m^2 \tag{9.16}$$

Die Gleichung für den Trägheitsradius kann wie folgt formuliert werden:

$$l_{s,EG} = \sqrt{\frac{A_1 \cdot M_{A1} + A_2 \cdot M_{A2} + A_3 \cdot M_{A3}}{A_{ges}}} \tag{9.17}$$

Durch Einsetzen der Werte ergibt sich:

$$l_{s,EG} = \sqrt{\frac{188{,}7 \cdot 36{,}348 + 46{,}3 \cdot 81{,}512 - 2{,}45 \cdot 6{,}775}{232{,}55}} = 6{,}726\ m \tag{9.18}$$

Als nächstes müssen die Kriterien für Regelmäßigkeit im Grundriss laut Punkt 8.1.1 überprüft werden:

$$l_{s,EG} \geq r_{xx,EG} \geq r_{yy,EG} \tag{9.19}$$

$$0{,}30 \cdot r_{xx,EG} = 0{,}30 \cdot 2{,}70 = 0{,}81 > e_{ox,EG} = 0{,}64\ m \tag{9.20}$$

$$0{,}30 \cdot r_{yy,EG} = 0{,}30 \cdot 1{,}74 = 0{,}52 < e_{oy,EG} = 0{,}64\ m \tag{9.21}$$

Von drei Kriterien werden zwei nicht erfüllt. Daraus folgt, dass das Bauwerk den Kriterien für Regelmäßigkeit im Grundriss im Erdgeschoß nicht entspricht.

b) Regelgeschoß

Ermittlung Steifigkeitsmittelpunkt

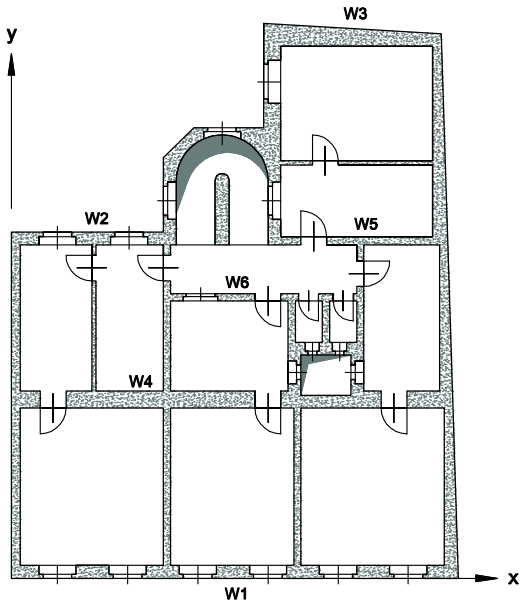


Abbildung 9.11.: Wandeinteilung RG x- Richtung

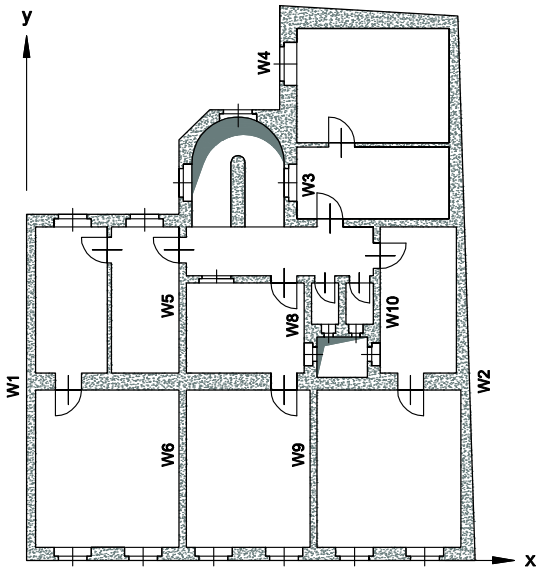


Abbildung 9.12.: Wandeinteilung RG y- Richtung

Die Berechnung für den Schubmittelpunkt im Regelgeschoß wird in folgenden Tabellen durchgeführt.

Tabelle 9.5 – Steifigkeitsschwerpunkt y – Richtung RG

Wand	Breite [m]	Länge [m]	$I_{yy,i}$ [m^4]	y_i [m]	$\Sigma(I_{yy,i}*y_i)$ [m^5]
W_{y1}	0,30	12,10	44,29	6,05	267,95
W_{y2}	0,30	19,00	171,48	9,52	1631,77
W_{y3}	0,45	3,00	1,01	13,09	13,25
W_{y4}	0,60	4,85	5,70	16,96	96,76
W_{y5}	0,25	5,85	4,17	9,18	38,27
W_{y6}	0,25	6,25	5,09	3,20	16,28
W_{y8}	0,35	3,55	1,30	8,10	10,57
W_{y9}	0,25	6,40	5,46	3,20	17,48
W_{y10}	0,31	5,48	4,25	8,10	34,44
			242,76		2126,76

Tabelle 9.6 – Steifigkeitsschwerpunkt x – Richtung RG

Wand	Breite [m]	Länge [m]	$I_{xx,i}$ [m^4]	x_i [m]	$\Sigma(I_{xx,i}*x_i)$ [m^5]
W_{x1}	0,45	7,70	17,12	7,73	132,25
W_{x2}	0,45	3,15	1,17	2,88	3,37
W_{x3}	0,60	6,20	11,92	12,05	143,59
W_{x4}	0,60	12,70	102,42	7,03	719,49
W_{x5}	0,30	5,35	3,83	12,09	46,27
W_{x6}	0,25	3,50	0,89	8,80	7,86
			137,35		1052,84

Daraus ergibt sich der Steifigkeitsmittelpunkt wie folgt:

$$x_{StS,RG} = \frac{1052{,}84}{137{,}35} = 7{,}665\ m \tag{9.22}$$

$$y_{StS,RG} = \frac{2126{,}76}{242{,}76} = 8{,}761\ m \tag{9.23}$$

Nach Eintragung der Schwerpunkte in den Grundriss (siehe Abbildung 9.13), wird auch im Regelgeschoß eine Exzentrizität in beide Richtungen sichtbar.

$$e_{ox,RG} = 0{,}906\ m \tag{9.24}$$

$$e_{oy,RG} = 0{,}902\ m \tag{9.25}$$

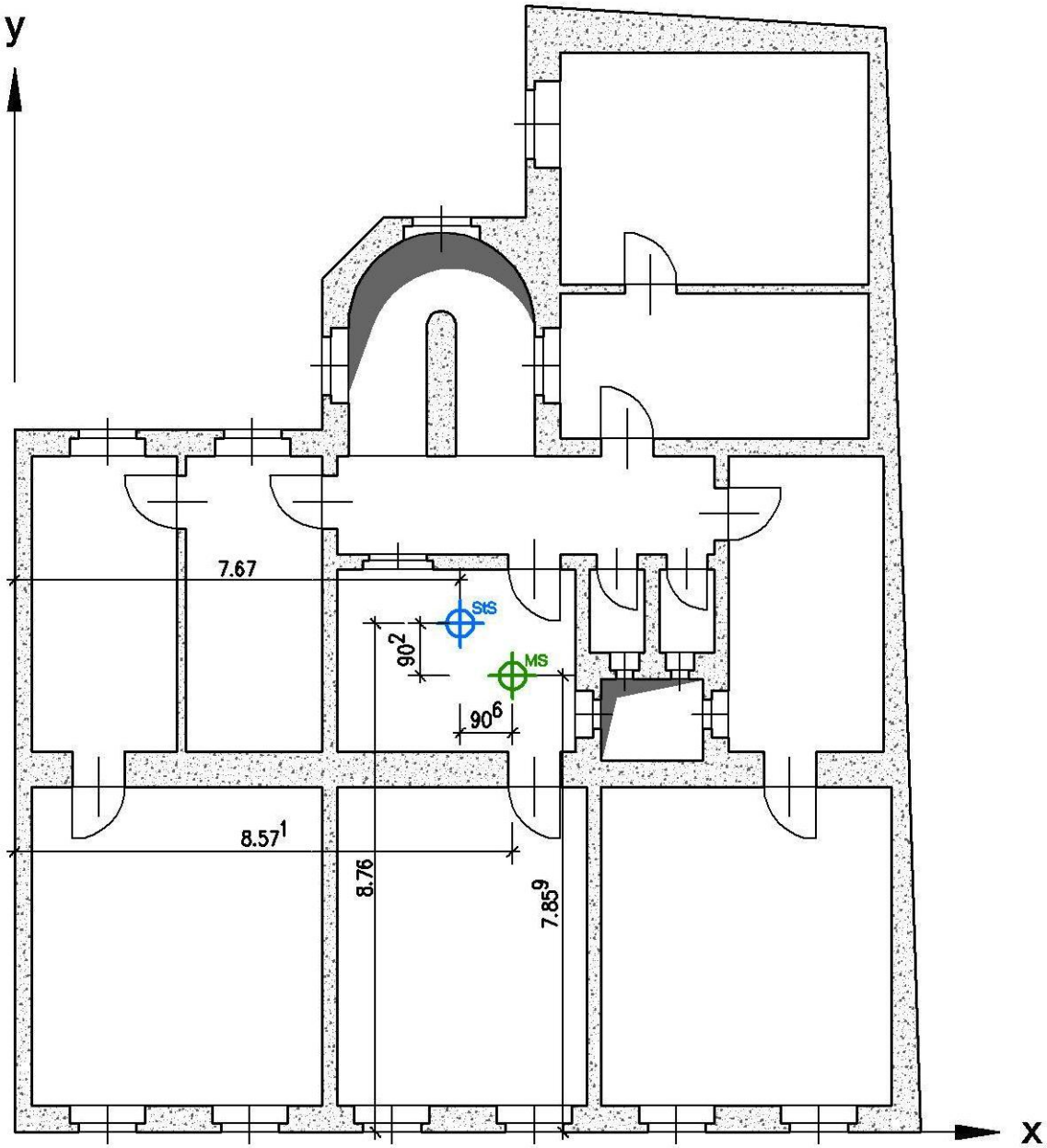


Abbildung 9.13.: Massenschwerpunkt und Steifigkeitsmittelpunkt im Regelgeschoß

Ermittlung Torsionsradius

Damit lassen sich nun wieder die Beiwerte für die Torsionsradien (in Tabelle 9.7 dargestellt) ermitteln. Die Torsionsradien werden erneut mittels Gleichung (8.2) berechnet und betragen:

$$r_{xx,RG} = \sqrt{\frac{355{,}17 + 358{,}06}{139{,}26}} = 2{,}26\ m \tag{9.26}$$

$$r_{yy,RG} = \sqrt{\frac{355{,}17 + 358{,}06}{242{,}76}} = 1{,}71\ m \tag{9.27}$$

Tabelle 9.7 – Berechnung quadrierte Torsionsradien in x und y – Richtung in RG

Wand	I_{xx} [m⁴]	I_{yy} [m⁴]	r_x [m]	r_x^2 [m²]	$r_x^2 * I_{xx}$ [m⁶]	r_y [m]	r_y^2 [m²]	$r_y^2 * I_{yy}$ [m⁶]
W_{x1}	17,12		0,13	0,02	0,29			
W_{x2}	1,17		5,02	25,20	29,54			
W_{x3}	11,92		4,23	17,89	213,19			
W_{x4}	102,42		0,04	0,00	0,13			
W_{x5}	5,74		4,42	19,51	112,01			
W_{x6}	0,89		0,13	0,02	0,02			
W_{y1}		44,29				2,71	7,34	120,02
W_{y2}		171,48				0,76	0,57	129,65
W_{y3}		1,01				4,33	18,73	4,38
W_{y4}		5,70				7,50	56,26	42,79
W_{y5}		4,17				0,29	0,08	1,19
W_{y6}		5,09				5,64	31,75	28,66
W_{y7}		1,30				0,00	0,00	0,00
W_{y8}		0,00				0,66	0,44	0,00
W_{y9}		5,46				5,64	31,75	30,77
W_{y10}		4,25				0,14	0,02	0,60
Σ	139,26	242,76			355,17			358,06

Die Berechnung des Trägheitsradius l_s für das Regelgeschoß erfolgt wie bei der Berechnung im Erdgeschoß. Der Grundriss wird wieder in drei Teile mit den gleichen Abmessungen aufgeteilt, da sich an der Fläche des Grundrisses nichts geändert hat. Auch die Abstände zum Massenschwerpunkt sind unverändert geblieben. Deswegen ergibt sich $l_{s,RG} = l_{s,EG} = 6{,}726\ m$.
Nun müssen wieder die Kriterien für Regelmäßigkeit im Grundriss laut Punkt 8.1.1 überprüft werden:

$$l_{s,EG} \geq r_{xx,EG} \geq r_{yy,EG} \tag{9.28}$$

$$0{,}30 \cdot r_{xx,RG} = 0{,}30 \cdot 2{,}26 = 0{,}68 < e_{ox,RG} = 0{,}91\ m \tag{9.29}$$

$$0{,}30 \cdot r_{yy,RG} = 0{,}30 \cdot 1{,}71 = 0{,}51 < e_{oy,RG} = 0{,}90\ m \tag{9.30}$$

Damit ergibt sich für das Regelgeschoß, dass sämtliche Bedingungen nicht erfüllt werden. Somit würde der Grundriss nicht die Kriterien für Regelmäßigkeit erfüllen.
Für den mehrgeschoßigen Wohnbau darf nun eine Näherungsdefinition herangezogen werden. Da alle Systeme zur Abtragung der horizontalen Lasten von der Gründung bis zur Gebäudeoberkante durchlaufen und sich die Biegelinien der einzelnen Aussteifungssysteme nicht wesentlich unterscheiden, darf der Grundriss dennoch als regelmäßig klassifiziert werden. Damit darf die Berechnung auf Erdbebensicherheit mit zwei ebenen Modellen in jeder Hauptrichtung des Grundrisses durchgeführt werden. Torsionseffekte sind für diesem Grundriss mit zu berücksichtigen.

9.4 Festigkeiten Mauerwerk

Bei dem zu untersuchendem Bauwerk wurden im Kellergeschoß an drei verschiedenen Orten Einzelziegel sowie Mörtelproben entnommen. Die Orte der Probeentnahmen ist aus Abbildung 9.14 zu entnehmen. Sowohl von den Ziegel- als auch von den Mörtelproben wurde die Druckfestigkeit durch Belastungsversuche ermittelt.

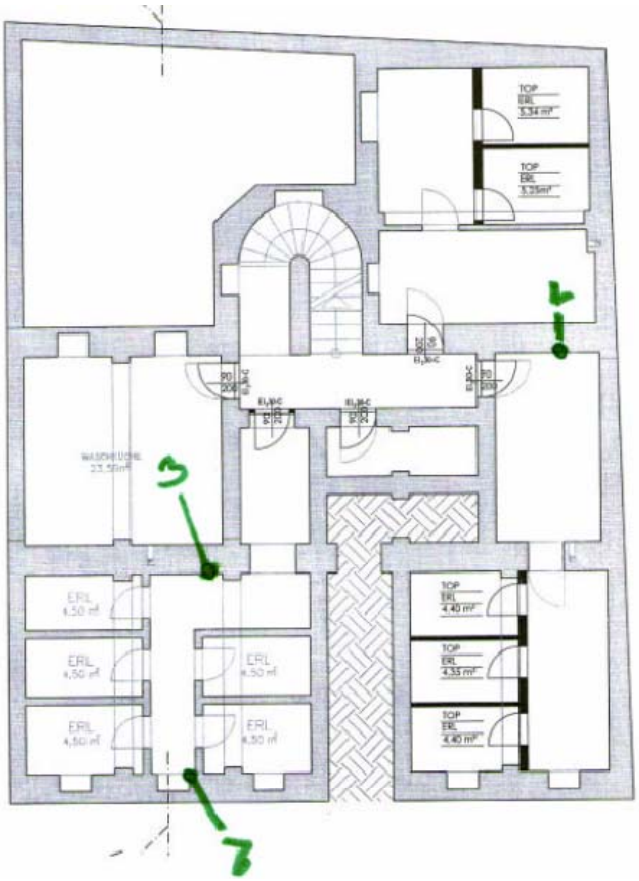


Abbildung 9.14.: Lage der entnommenen Probekörper

Die Berechnung der charakteristischen Druckfestigkeit des Mauerwerks wurde für alle drei Probekörper vorgenommen. Die Konstante K ist mit 0,55 festgelegt worden, da die Mauersteine der Gruppe 1, nach EN 1996-1 Tabelle 3.1[5], entsprechen. Die Berechnung erfolgt mit der Formel für Mauerwerk mit Normalmörtel oder Dünnbettmörtel (Gleichung 6.2). Die Ergebnisse der Probekörper sind in Tabelle 9.8 zusammengestellt.

Tabelle 9.8 – Ergebnisse charakteristische Druckfestigkeit von Mauerwerk

Probe	f_b [N/mm²]	f_m [N/mm²]	f_k [N/mm²]
1	22,90	1,06	5,01
2	25,00	1,16	5,47
3	26,60	0,80	5,11

Damit lautet die maßgebende charakteristische Druckfestigkeit $f_k = 5{,}01\ N/mm^2$ mit einer maßgebenden Steindruckfestigkeit von $f_b = 22{,}90\ N/mm^2$. Der Teilsicherheitsbeiwert für

[5] (EC6, 2006)

Mauerwerk bei außergewöhnlichen Lastfallkombinationen beträgt $\gamma_m = 1{,}5$ (siehe ÖNORM B 1998-1/4.9.4[17]). Somit ergibt sich die Bemessungsdruckfestigkeit f_d zu:

$$f_d = \frac{f_k}{\gamma_m} = \frac{5{,}01}{1{,}5} = 3{,}34\ N/mm^2 \tag{9.31}$$

Für die Berechnung der charakteristischen Schubfestigkeit ist die Ermittlung der Haftscherfestigkeit notwendig. Diese konnte allerdings nicht an den Probekörpern ermittelt werden. Somit wird die charakteristische Schubfestigkeit vereinfacht mit $f_{vk} = 0{,}15\ N/mm^2$ angenommen, was in etwa der Größenordnung von Erfahrungswerten entspricht und womit auch die Bedingung $f_{vk} = 0{,}15\ N/mm^2 < 0{,}065 \cdot f_b = 1{,}48\ N/mm^2$ erfüllt ist. Damit ergibt sich die Bemessungsschubfestigkeit f_{vd} nach Gleichung (6.6) zu:

$$f_{vd} = \frac{f_{vk}}{\gamma_m} = \frac{0{,}15}{1{,}5} = 0{,}10\ N/mm^2 \tag{9.32}$$

9.5 Berechnung nach vereinfachtem Antwortspektrenverfahren

Zunächst wird am Bestand die Kapazität gegenüber seismischer Beanspruchung ermittelt. Die Berechnung nach dem Vereinfachten Antwortspektrenverfahren wird an diesem Beispiel in Querrichtung (y – Richtung), welche die maßgebende Richtung darstellt, durchgeführt.
Die Aufstellung der Massen ist bereits in Punkt 9.2.3 abgehandelt worden. Unter Berücksichtigung der Konstruktionskriterien für Mauerwerk nach EN 1998-1:2004[6] wird festgelegt, dass eine unbewehrte Mauersteinwand mindestens 24 cm aufweisen muss um als Schubwand eingestuft zu werden. Die minimale Wanddicke, welche anhand dieses Beispiels in Frage kommt, beträgt somit 25 cm. Wände mit kleineren Dicken werden nicht für die Lastableitung der seismischen Einwirkungen herangezogen.
Damit ergeben sich nach der Nummerierung der Wände wie in Abbildung 9.8 dargestellt, die Wände, deren Dicken, Längen und horizontalen Flächen im Erdgeschoß des Gebäudes:

Tabelle 9.9 – Auflistung der Erdgeschoßwände mit Breite, Länge und Fläche

Wand	W1	W2	W3	W4	W5	W6	W7	W8	W9	W10
Breite [cm]	30,0	30,0	45,0	60,0	25,0	25,0	25,0	35,0	25,0	31,0
Länge [m]	12,10	19,00	3,00	4,85	5,85	6,25	9,83	3,55	6,40	5,48
Fläche [m²]	3,63	5,70	1,35	2,91	1,46	1,56	2,46	1,24	1,60	1,70

[17] (ÖNORM, 2006)
[6] (EC6, 2006)

9.5.1 Erdbebeneinwirkung

Daraus berechnet sich eine Gesamtfläche der Schubwände im Erdgeschoß von $A_{ges,EG} = 23{,}61\ m^2$. Für die Berechnung der Gesamterdbebenkraft ist zunächst die Eigenschwingungsdauer T_1 des Bauwerks in y – Richtung notwendig. Das Gebäude hat eine gesamte Höhe $H = 16{,}75\ m$. Die gesamte Schubwandfläche im Erdgeschoß des Gebäudes berechnet sich aus Gleichung (8.22) und beträgt $A_C = 17{,}83\ m^2$. Desweiteren wird C_t aus Gleichung (8.21) bestimmt zu $C_t = 0{,}075/\sqrt{17{,}83} = 0{,}0178$ und daraus lässt sich die Eigenschwingungsdauer in y – Richtung bestimmen:

$$T_1 = C_t \cdot H^{3/4} = 0{,}0178 \cdot 16{,}75^{3/4} = 0{,}147\ s \tag{9.33}$$

Laut ÖNORM B 1998-1[17] darf nur die Verwendung des Typ 1 Spektrums zur Anwendung kommen. Die Parameterwerte für das Spektrum nach Typ 1 und Baugrundklasse C ergeben sich aus Tabelle 8.3: $S = 1{,}15;\ T_B = 0{,}20\ s;\ T_C = 0{,}60\ s;\ T_D = 2{,}0\ s$. Dabei werden beide Kriterien $T_1 \leq 4 \cdot T_C$ und $T_1 \leq 2{,}0\ s$ eingehalten. Es wird deutlich, dass $0 \leq T_1 \leq T_B$ zutrifft, wodurch die Gleichung (8.10) für die Spektralbeschleunigung zur Anwendung kommt. Der Verhaltensbeiwert q wird mit 1,0 angenommen, da nicht sichergestellt ist, dass Überfestigkeiten des Mauerwerks den Widerstand erhöhen (siehe ÖNORM B 1998-1; Abschnitt 5.4.2[17]).

$$S_d(T_1) = a_g \cdot S \cdot \left[\frac{2}{3} + \frac{T}{T_B} \cdot \left(\frac{2{,}5}{q} - \frac{2}{3}\right)\right] = 0{,}80 \cdot 1{,}1{,}5 \cdot \left[\frac{2}{3} + \frac{0{,}147}{0{,}20} \cdot \left(\frac{2{,}5}{1{,}0} - \frac{2}{3}\right)\right] = 1{,}85\ m/s^2 \tag{9.34}$$

Da die Bedingungen $T_1 = 0{,}147 < 2 \cdot T_C = 0{,}50$ eingehalten werden und das Bauwerk mehr als 2 Geschoße aufweist, darf der Korrekturbeiwert $\lambda = 0{,}85$ gewählt werden. Bei einer Gesamtmasse des Bauwerks von $m_{ges} = 8142{,}7/\ 9{,}81 = 830\ t$ ergibt sich die Gesamterdbebenkraft in y – Richtung zu:

$$F_b = S_d(T_1) \cdot m \cdot \lambda = 1{,}85 \cdot 830 \cdot 0{,}85 = 1307{,}8\ kN \tag{9.35}$$

Die Aufteilung der Gesamterdbebenkraft auf die einzelnen Geschoße darf mit Gleichung (8.25) erfolgen und ist in Tabelle 9.10 dargestellt.

Tabelle 9.10 – Aufteilung der Gesamterdbebenkraft auf die Geschoße

Decke über		F_i [kN]
m_4	3.OG	601
m_3	2.OG	337
m_2	1.OG	239
m_1	EG	130

Dabei wird die horizontale Gesamterdbebenkraft linear über die Gebäudehöhe aufgeteilt. Die Ermittlung der Momenten- und der Horizontalkräfte wird vereinfacht anhand eines Einmassenschwingers durchgeführt, wie in Abbildung 9.15 dargestellt.

[17] (ÖNORM, 2006)

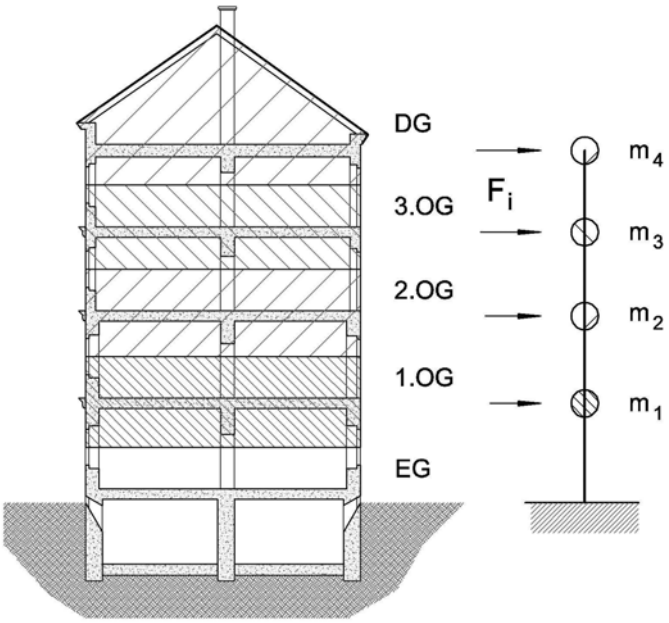


Abbildung 9.15.: Gebäude als Einmassenschwinger

9.5.2 Kapazität des Bestandes

Im Folgenden wird die Beanspruchung hinsichtlich Erdbebeneinwirkung ausschließlich für den Bestand untersucht. Die Nummerierung der Wände bleibt gleich und ist der Abbildung 9.8 zu entnehmen. Die Geschoßdecken sind als Tramdecken ausgeführt, welche nicht in zwei orthogonale Richtungen gespannt sind. Aus diesem Grund dürfen die Geschoßdecken nicht zur Schubabtragung herangezogen werden. Somit erfolgt die Aufteilung der Erdbebenkräfte der einzelnen Geschoße zu den Wänden. Der Anteil der Geschoßerdbebenkraft auf die einzelnen Wände kann durch einen Massenanteilsfaktor beschrieben werden. Dieser Faktor beschreibt die in Schwingung versetzte Masse innerhalb des jeweiligen Bereiches bezogen auf die Gesamtmasse (siehe Abbildung 9.16).

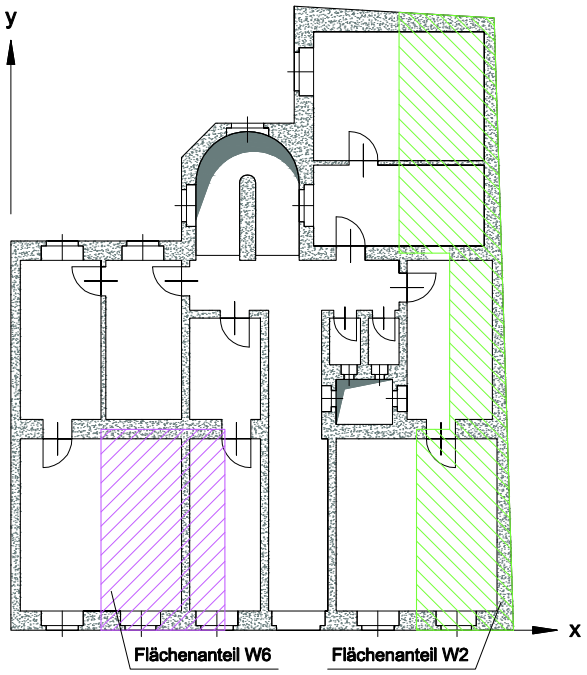


Abbildung 9.16.: Aufteilung der Wandanteile in Erdgeschoß

In Tabelle 9.11 sind die Flächenanteile und deren prozentuelle Aufteilung für das Erdgeschoß und für die Regelgeschoße ermittelt.

Tabelle 9.11 – Flächenmäßige Aufteilung der Wände für Erd- und Regelgeschoß

Wände RG	Fläche [m²]	Massen-anteilfaktor	Wände EG	Fläche [m²]	Massen-anteilfaktor
W1	34,10	15,29%	W1	34,10	15,04%
W2	50,05	22,44%	W2	50,05	22,07%
W3	8,68	3,89%	W3	8,68	3,83%
W4	15,53	6,96%	W4	15,53	6,85%
W5	25,36	11,37%	W5	25,36	11,18%
W6	30,63	13,73%	W6	24,06	10,61%
W7	0,00	0,00%	W7	22,35	9,86%
W8	14,30	6,41%	W8	10,11	4,46%
W9	31,36	14,06%	W9	23,52	10,37%
W10	12,98	5,82%	W10	12,98	5,72%
Summe	222,98	100,00%	Summe	226,74	100,00%

Somit können nun für sämtliche Wände die Bemessungsschnittgrößen berechnet werden. Auch die Normalkräfte der einzelnen Wände werden hier ermittelt. Dies wird aus „Sicherheitsgründen“ direkt vorgenommen, da eine höhere Normalkraft in der Wand einen größeren Widerstand der Wand gegen horizontale Einwirkungen bedingt. Die Normalkraft ergibt sich aus der Wichte des Mauerwerks $\gamma_{MW} = 18{,}0\ kN/m^3$, der Höhe des jeweiligen Geschoßes und der Mauerbreite. Bei machen Wänden ist die Normalkraft im Dachgeschoß nur zum Teil oder überhaupt nicht vorhanden. Dies erklärt sich durch die Dachneigung. Die meisten Wände im DG weisen dadurch nur eine geringe Höhe auf. Die Schnittgrößen für die Wände im EG sind von Tabelle 9.12 bis Tabelle 9.21 dargestellt.

Tabelle 9.12 – Schnittgrößen Wand W1 Erdgeschoß

W1	**Massenanteilfaktor**		z_i [m]	**H_d [kN]**	**$M_{d,i}$ [kNm]**	**N_d [kN]**
	DG					294,03
	3.OG	0,1529	15,20	91,97	1397,90	202,55
	2.OG	0,1529	11,55	51,57	595,69	212,36
	1.OG	0,1529	7,85	36,50	286,49	222,16
	EG	0,1504	4,00	19,63	78,50	231,96
	in EG Fuge			199,66	2358,58	1163,05

Tabelle 9.13 – Schnittgrößen Wand W2 Erdgeschoß

W2	**Massenanteilfaktor**		**z_i [m]**	**H_d [kN]**	**$M_{d,i}$ [kNm]**	**N_d [kN]**
	DG					461,70
	3.OG	0,2244	15,20	134,98	2051,64	318,06
	2.OG	0,2244	11,55	75,69	874,27	333,45
	1.OG	0,2244	7,85	53,56	420,47	348,84
	EG	0,2244	4,00	29,29	117,16	364,23
	in EG Fuge			293,52	3463,54	1826,28

Tabelle 9.14 – Schnittgrößen Wand W3 Erdgeschoß

W3	Massenanteilfaktor	z_i [m]	H_d [kN]	$M_{d,i}$ [kNm]	N_d [kN]
DG					12,15
3.OG	0,04	15,20	23,41	355,83	75,33
2.OG	0,04	11,55	13,13	151,63	78,98
1.OG	0,04	7,85	9,29	72,92	82,62
EG	0,04	4,00	5,00	19,98	86,27
in EG Fuge			50,82	600,37	335,34

Tabelle 9.15 – Schnittgrößen Wand W4 Erdgeschoß

W4	Massenanteilfaktor	z_i [m]	H_d [kN]	$M_{d,i}$ [kNm]	N_d [kN]
DG					13,10
3.OG	0,07	15,20	41,89	636,66	162,38
2.OG	0,07	11,55	23,49	271,30	170,24
1.OG	0,07	7,85	16,62	130,48	178,09
EG	0,07	4,00	8,94	35,75	185,95
in EG Fuge			90,93	1074,19	709,75

Tabelle 9.16 – Schnittgrößen Wand W5 Erdgeschoß

W5	Massenanteilfaktor	z_i [m]	H_d [kN]	$M_{d,i}$ [kNm]	N_d [kN]
DG					0,00
3.OG	0,11	15,20	68,40	1039,61	81,61
2.OG	0,11	11,55	38,36	443,01	85,56
1.OG	0,11	7,85	27,14	213,06	89,51
EG	0,11	4,00	14,60	58,38	93,45
in EG Fuge			148,49	1754,07	350,12

Tabelle 9.17 – Schnittgrößen Wand W6 Erdgeschoß

W6	Massenanteilfaktor	z_i [m]	H_d [kN]	$M_{d,i}$ [kNm]	N_d [kN]
DG					0,00
3.OG	0,14	15,20	82,59	1255,44	87,19
2.OG	0,14	11,55	46,32	534,99	91,41
1.OG	0,14	7,85	32,78	257,29	95,63
EG	0,11	4,00	13,85	55,40	99,84
in EG Fuge			175,54	2103,12	374,06

Tabelle 9.18 – Schnittgrößen Wand W7 Erdgeschoß

W7	Massenanteilfaktor	z_i [m]	H_d [kN]	$M_{d,i}$ [kNm]	N_d [kN]
DG					0,00
3.OG	0,00	15,20	0,00	0,00	0,00
2.OG	0,00	11,55	0,00	0,00	0,00
1.OG	0,00	7,85	0,00	0,00	0,00
EG	0,10	4,00	12,86	51,45	157,03
in EG Fuge			12,86	51,45	157,03

Tabelle 9.19 – Schnittgrößen Wand W8 Erdgeschoß

W8	Massenanteilfaktor		z_i [m]	H_d [kN]	$M_{d,i}$ [kNm]	N_d [kN]
	DG					52,25
	3.OG	0,06	15,20	38,57	586,22	69,33
	2.OG	0,06	11,55	21,63	249,81	72,69
	1.OG	0,06	7,85	15,30	120,14	76,04
	EG	0,04	4,00	5,82	23,28	79,40
	in EG Fuge			81,32	979,44	349,70

Tabelle 9.20 – Schnittgrößen Wand W9 Erdgeschoß

W9	Massenanteilfaktor		z_i [m]	H_d [kN]	$M_{d,i}$ [kNm]	N_d [kN]
	DG					0,00
	3.OG	0,14	15,20	84,58	1285,57	89,28
	2.OG	0,14	11,55	47,43	547,83	93,60
	1.OG	0,14	7,85	33,56	263,47	97,92
	EG	0,10	4,00	13,54	54,15	102,24
	in EG Fuge			179,11	2151,02	383,04

Tabelle 9.21 – Schnittgrößen Wand W10 Erdgeschoß

W10	Massenanteilfaktor		z_i [m]	H_d [kN]	$M_{d,i}$ [kNm]	N_d [kN]
	DG					52,25
	3.OG	0,06	15,20	35,01	532,10	94,71
	2.OG	0,06	11,55	19,63	226,75	99,29
	1.OG	0,06	7,85	13,89	109,05	103,87
	EG	0,06	4,00	7,47	29,88	108,45
	in EG Fuge			76,00	897,78	458,57

Die in Punkt 9.3.2 ermittelte Ausmittigkeit muss nun bei den Beanspruchungsgrößen H_d und M_d mitberücksichtigt werden. Die Torsionswirkung wird mittels Gleichung (8.13) mitberücksichtigt. Die Ermittlung des Torsionsbeiwerts wird für die Wand W1 durch gerechnet.
Der Normalabstand der Wand W1 im Erdgeschoß zum Massenmittelpunkt beträgt $x_{W1\&M} = 8{,}421\ m$. Der Abstand L_e der beiden äußersten Bauteile, welche horizontale Lasten abtragen, beträgt $L_e = 15{,}19\ m$. Damit ergibt sich der Beiwert δ zu:

$$\delta = 1 + 0{,}6 \cdot \frac{8{,}412}{15{,}19} = 1{,}333 \tag{9.36}$$

Mit diesem Beiwert werden nun die Horizontalkraft und die Momentenbeanspruchung der Wand W1 multipliziert.

$$H_{dT} = H_d \cdot \delta = 199{,}66 \cdot 1{,}333 = 266{,}08\ kN \tag{9.37}$$

$$M_{dT} = M_d \cdot \delta = 2358{,}58 \cdot 1{,}333 = 3143{,}11\ kN \tag{9.38}$$

Die restlichen Schnittgrößen zufolge der Ausmittigkeit und der dazugehörige Torsionsbeiwert sind in Tabelle 9.22 dargestellt.

Tabelle 9.22 – Beanspruchungsgrößen zufolge Ausmittigkeit

	H_d [kN]	M_d [kNm]	δ	H_{dT} [kN]	M_{dT} [kNm]
W1	199,66	2358,58	1,333	266,08	3143,11
W2	293,52	3463,54	1,267	372,02	4389,73
W3	50,82	600,37	1,024	52,04	614,69
W4	90,93	1074,19	1,021	92,83	1096,64
W5	148,49	1754,07	1,124	166,94	1972,04
W6	175,54	2103,12	1,124	197,35	2364,47
W7	12,86	51,45	1,027	13,22	52,87
W8	81,32	979,44	1,052	85,51	1029,88
W9	179,11	2151,02	1,055	189,04	2270,31
W10	76,00	897,78	1,138	86,52	1022,04

Eine Zusammenfassung der Schnittgrößen, welche zur Nachweisermittlung herangezogen werden, ist in Tabelle 9.23 ergänzt.

Tabelle 9.23 – Zusammenfassung der Schnittgrößen

Wand	L [m]	t [cm]	M_{dT} [kNm]	N_d [kN]	H_{dT} [kN]
W1	12,10	30,0	3143,11	1163,05	266,08
W2	19,00	30,0	4389,73	1826,28	372,02
W3	3,00	45,0	614,69	335,34	52,04
W4	4,85	60,0	1096,64	709,75	92,83
W5	5,85	25,0	1972,04	350,12	166,94
W6	6,25	25,0	2364,47	374,06	197,35
W7	9,83	25,0	52,87	157,03	13,22
W8	3,55	35,0	1029,88	349,70	85,51
W9	6,40	25,0	2270,31	383,04	189,04
W10	5,48	31,0	1022,04	458,57	86,52

Nachweise

Bei Mauerwerksbauten setzt sich der Nachweis der Standsicherheit aus den Nachweisen der Tragfähigkeit und der Gebrauchstauglichkeit zusammen. Die zu überprüfenden Nachweise für die Tragfähigkeit sind Biegung und Schub. Die maximale Druckfestigkeit f_d und die Bemessungsschubfestigkeit f_{vd} für das vorliegende Mauerwerk wurden in Kapitel 9.4 ermittelt. Dabei beträgt die Bemessungsdruckfestigkeit $f_d = 3{,}34\ N/mm^2$ und die Schubfestigkeit $f_{vd} = 0{,}10\ N/mm^2$.

Während die tragenden Außenwände auf beide Versagensarten überprüft werden, ist das für die Zwischenwände nicht möglich. Nach dem derzeitigem Normungswerk kann eine Normalkraftableitung für die Zwischenwände nicht nachgewiesen werden. Lediglich ein Nachweis

über die Schubtragfähigkeit kann derzeit geführt werden. Das heißt, dass allein der Haftscheranteil der Wände berücksichtigt wird. Dies dient zur Findung einer unteren Schranke für die Kapazität des Gebäudes.
Die Biegetragfähigkeit für die Außenwände W1 und W2 sind in Tabelle 9.24 berechnet.

Tabelle 9.24 – Biegetragfähigkeitsnachweis der Außenwände W1 und W2 im Erdgeschoß

Wand	σ= N/A [kN/cm²]	σ= M/W [kN/cm²]	$\sigma_{vorh,min}$ [kN/cm²]	$\sigma_{vorh,max}$ [kN/cm²]	e=M/N [m]	L/6 [m]	L/3 [m]
W1	-0,0320	0,0429	-0,075	0,011	**2,70**	2,02	4,03
W2	-0,0320	0,0243	-0,056	-0,008	2,40	3,17	6,33

Es wird ersichtlich, dass sich der Nachweis für Wand W2 sehr leicht ausgeht; bei der Wand W1 liegt die Resultierende im erweiterten Kern. Dennoch gelten beide Nachweise als erfüllt.
Der Widerstand gegen Schubbeanspruchung H_{Rd} wird für jede Wand mit Formel (6.7) ermittelt. Für die Wand W1 wird die Berechnung exemplarisch durchgeführt:

$$H_{Rd} = L \cdot t \cdot f_{vd} = 12{,}10 \cdot 0{,}30 \cdot 0{,}10 \cdot 1000 = 360{,}22\ kN \tag{9.39}$$

Die restlichen Ergebnisse des Schubtragfähigkeitsnachweises sind der Tabelle 9.25 zu entnehmen.

Tabelle 9.25 – Ergebnisse der Schubtragfähigkeit der Wände im Erdgeschoß

Wand	L [m]	t [cm]	H_{dT} [kN]	H_{Rd} [kN]	Kapazität [%]
W1	12,10	30,0	266,08	360,22	135
W2	19,00	30,0	372,02	565,63	152
W3	3,00	45,0	52,04	133,97	257
W4	4,85	60,0	92,83	288,77	311
W5	5,85	25,0	166,94	145,13	**87**
W6	6,25	25,0	197,35	155,05	**79**
W7	9,83	25,0	13,22	243,87	1845
W8	3,55	35,0	85,51	123,30	144
W9	6,40	25,0	189,04	158,77	**84**
W10	5,48	31,0	86,52	168,42	195

Aus diesem Nachweis ergibt sich zum Teil eine Überschreitung der Beanspruchbarkeit der Zwischenwände. In der rechten Spalte ist die Kapazität [%] (=Erfüllungsfaktor) ermittelt, welche die Wände unter der gegebenen Erdbebenbeanspruchung noch aufweisen. Der überwiegende Teil der Wände hat nach der normgemäßen Erdbebeneinwirkung noch Tragreserven. Allerdings liegen die Wände W5, W6 und W9 unter der erforderlichen Kapazität.
Der Erfüllungsfaktor des untersuchten Gründerzeithauses liegt gegenüber einer Erdbebenbeanspruchung nach EN 1998-1[6] bei 79 % bis 87 %. Somit beziehen sich nun die weiteren Betrachtungen immer nur noch auf das tatsächlich vorhandene Sicherheitsniveau des Bestandes, welches bei $\kappa = 0{,}79$ liegt.

[6] (EC8, 2005)

Damit wird nun die Bemessungsordinate neu bestimmt:

$$S_d(T_1) = a_g \cdot S \cdot \left[\frac{2}{3} + \frac{T}{T_B} \cdot \left(\frac{2{,}5}{q} - \frac{2}{3}\right)\right] \cdot \kappa \ = 0{,}80 \cdot 1{,}15 \cdot \left[\frac{2}{3} + \frac{0{,}147}{0{,}20} \cdot \left(\frac{2{,}5}{1{,}5} - \frac{2}{3}\right)\right] \cdot 0{,}79$$

$$S_d(T_1) = 1{,}46\ m/s^2 \tag{9.40}$$

$$F_b = S_d(T_1) \cdot m \cdot \lambda = 1{,}46 \cdot 830 \cdot 0{,}85 = 1027{,}5\ kN \tag{9.41}$$

Und somit ergibt sich eine neue Aufteilung über die separaten Geschoße der Gesamterdbebenkraft. Diese sind in Tabelle 9.26 berechnet.

Tabelle 9.26 – Aufteilung der abgeminderten Gesamterdbebenkraft auf die Geschoße

Decke über		F_i [kN]
m_4	3.OG	472
m_3	2.OG	265
m_2	1.OG	187
m_1	EG	103

Unter dieser abgeminderten Erdbebenbeanspruchung ändern sich die Schnittgrößen. Diese werden anschließend wieder mit dem Torsionsbeiwert, welcher sich nicht verändert hat, multipliziert. Diese neu berechneten Schnittgrößen sind in Tabelle 9.27 zusammengestellt.

Tabelle 9.27 – Zusammenfassung der abgeminderten Schnittgrößen im EG

Wand	L [m]	t [cm]	M_{dT} [kNm]	N_d [kN]	H_{dT} [kN]
W1	12,10	30,0	2469,41	1163,05	209,05
W2	19,00	30,0	3448,83	1826,28	292,28
W3	3,00	45,0	482,94	335,34	40,88
W4	4,85	60,0	861,58	709,75	72,94
W5	5,85	25,0	1549,35	350,12	131,16
W6	6,25	25,0	1857,66	374,06	155,05
W7	9,83	25,0	41,54	157,03	10,38
W8	3,55	35,0	809,14	349,70	67,18
W9	6,40	25,0	1783,68	383,04	148,52
W10	5,48	31,0	802,98	458,57	67,98

Womit sich die Nachweise der Biegetragfähigkeit für die Außenwände ergeben, wie in Tabelle 9.28 gezeigt.

Tabelle 9.28 – abgeminderter Biegetragfähigkeitsnachweis der Außenwände im EG

Wand	σ= N/A [kN/cm²]	σ= M/W [kN/cm²]	$\sigma_{vorh,min}$ [kN/cm²]	$\sigma_{vorh,max}$ [kN/cm²]	e=M/N [m]	L/6 [m]	L/3 [m]
W1	-0,0320	0,0337	-0,066	0,002	**2,12**	2,02	4,03
W2	-0,0320	0,0191	-0,051	-0,013	1,89	3,17	6,33

Nun liegt die Resultierende bei beiden Wänden innerhalt der Kernflächen. Die Schubtragfähigkeitsnachweise der Wände ändern sich wie in Tabelle 9.29 dargestellt.

Tabelle 9.29 – Ergebnisse der abgeminderten Schubtragfähigkeit der Wände im Erdgeschoß

Wand	L [m]	t [cm]	H_{dT} [kN]	H_{Rd} [kN]	Kapazität [%]
W1	12,10	30,0	209,05	360,22	172
W2	19,00	30,0	292,28	565,63	194
W3	3,00	45,0	40,88	133,97	328
W4	4,85	60,0	72,94	288,77	396
W5	5,85	25,0	131,16	145,13	111
W6	6,25	25,0	155,05	155,05	100
W7	9,83	25,0	10,38	243,87	2348
W8	3,55	35,0	67,18	123,30	184
W9	6,40	25,0	148,52	158,77	107
W10	5,48	31,0	67,98	168,42	248

Die Kapazität ist nun für alle Wände erfüllt und somit kann im folgenden Schnitt der Dachgeschoßausbau berechnet werden.

9.5.3 Dachbodenausbau

Durch den geplanten Dachausbau verändert sich die Belastung im Dachgeschoß. Um als *„Dachausbau leicht*[14]*“* klassifiziert zu werden, dürfen pro m² Grundrissfläche Dachboden maximal 720 kg zusätzliche Last angesetzt werden.

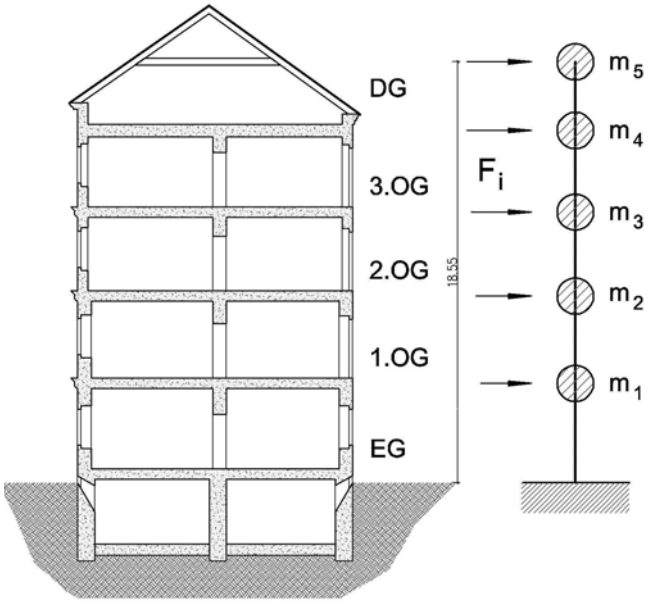


Abbildung 9.17.: Gebäude mit Dachbodenausbau als Einmassenschwinger

Außerdem sollten keine zusätzlichen horizontalen Kräfte in die schwachen Zwischenwände eingeleitet werden. Um das zu erreichen, ist es erforderlich die Wände mit Tragreserven zur

[14] (MA37, 2008)

besseren Mitwirkung zu „zwingen“, gegenüber den normalen Zwischenwänden. Dazu muss es gelingen die oberste Geschoßdecke schubsteif auszubilden, weil sich dadurch die horizontalen Erdbebenkräfte nach den Steifigkeiten der Wände aufteilen lassen. Die Steifigkeit des Geschoßes ist von der Anordnung und den Abmessungen der Wände abhängig. Das Erdgeschoß und die Regelgeschoße weisen aufgrund der unterschiedlichen Wand W7 und der unterschiedlichen Raumhöhen nicht die gleichen Steifigkeiten auf. Aus diesem Grund müssen für Erdgeschoß, Regelgeschoß und Dachgeschoß die Steifigkeiten separat ermittelt werden. Der Wert des Elastizitätsmoduls wird für den gerissenen Mauerwerkszustand angesetzt und beträgt danach nur noch 50 % des ursprünglichen Elastizitätsmoduls. Für den Wert des Schubmoduls empfiehlt die EN 1998-1[6] eine Reduzierung des E-Moduls auf 40 %. Für die Verteilung müssen diese Abminderungen nicht berücksichtig werden, da sie davon nicht beeinflusst werden.

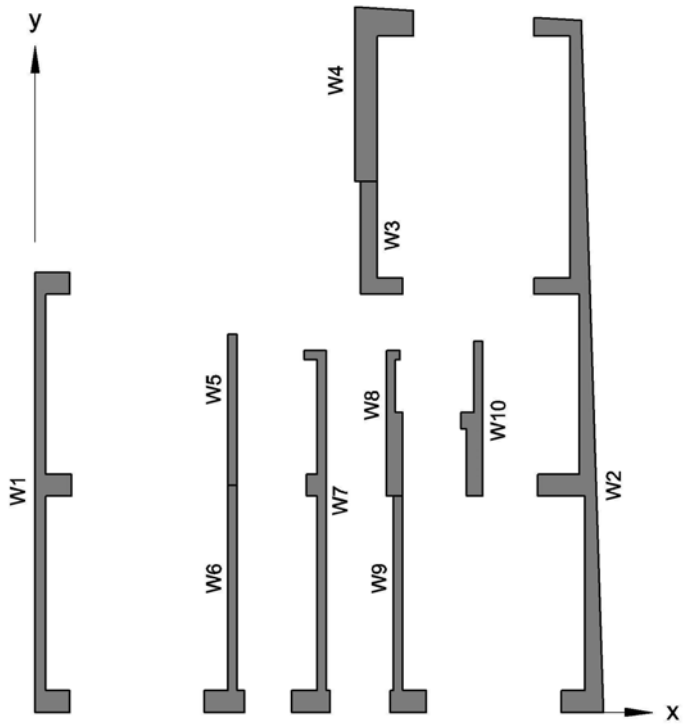


Abbildung 9.18.: Steifigkeiten Erdgeschoß

Der E-Modul für Mauerwerk beträgt $E_{MW} = 2800\ N/mm^2$. Der E-Modul in gerissenen Zustand ergibt sich somit zu $E_{MW,ger.} = 2800 \cdot 50\ \% = 1400\ N/mm^2$ und der Schubmodul zu $G = 2800 \cdot 40\ \% = 1140\ N/mm^2$. Die Höhe bis zur obersten Geschoßecke beträgt $h = z_4 = 15{,}20\ m$. Die Aufteilung der Geschoßsteifigkeiten wird mittels Gleichung (4.9) berechnet und wird für die Wand W1 durchgerechnet:

$$H_{i,1} = \frac{3(EIGA_{ST})_i}{z_4^3(GA_{ST})_i + 3(EI)_i z_4} = \frac{3 \cdot 1400 \cdot 1000 \cdot 44{,}29 \cdot 1140 \cdot 1000 \cdot 3{,}63}{15{,}2^3 \cdot 1140 \cdot 1000 \cdot 3{,}63 + 3 \cdot 1400 \cdot 1000 \cdot 44{,}29 \cdot 15{,}2}$$

$$H_{i,1} = 44213\ kN \tag{9.42}$$

Damit lässt sich die prozentuelle Verteilung der horizontalkraftaufnehmenden Wände bestimmen. Diese ist in Tabelle 9.30 abgebildet.

[6] (EC8, 2005)

Tabelle 9.30 – Aufteilung der Horizontalkräfte nach den Steifigkeiten

Wand	L [m]	t [cm]	A_{ST} [cm²]	I [m⁴]	$H_{i,1}$ [kN]	H_i [100%]
W1	12,10	30,0	36300	44,29	44213	18,90%
W2	19,00	30,0	57000	171,48	137795	58,91%
W3	3,00	45,0	13500	1,01	1196	0,51%
W4	4,85	60,0	29100	5,70	6612	2,83%
W5	5,85	25,0	14625	4,17	4768	2,04%
W6	6,25	25,0	15625	5,09	5778	2,47%
W7	9,83	25,0	24575	19,79	20931	8,95%
W8	3,55	35,0	12425	1,30	1534	0,66%
W9	6,40	25,0	16000	5,46	6189	2,65%
W10	5,48	31,0	16973	4,24	4873	2,08%
					233888	100,00%

Im nächsten Schritt wird die neue Massenzusammenstellung ermittelt. Die Normalkraft am Dach berechnet sich aus dem Produkt der Dachbodenfläche und der maximalen Ausbaulast pro m² Dachfläche. Die Fläche am Dach wird mit 240 m² geschätzt und die Quadratmeterausbaubelastung beträgt $q_{Ausbau} = 7{,}20\ kN/m^2$. Daraus ergibt sich die Vollbelastung durch den Dachbodenausbau:

$$N_{voll} = A \cdot q_{Ausbau} = 240 \cdot 7{,}20 = 1728\ kN/m^2 \tag{9.43}$$

Diese Last wird aufgeteilt in ständige und veränderliche Anteile. Dabei wird angenommen, dass die ständigen Lasten 2/3 der Vollbelastung ausmachen und die veränderlichen Lasten 1/3 der Volllast.

$$G_{Ausbau} = 2/3 \cdot N_{voll} = 2/3 \cdot 1728 = 1152\ kN \tag{9.44}$$

$$Q_{Ausbau} = 1/3 \cdot N_{voll} = 1/3 \cdot 1728 = 576\ kN \tag{9.45}$$

Aufgrund der flächenmäßigen Größenverteilung der geschaffenen Dachgeschoße werden die Zusatzmassen zu 2/3 dem Dachbodenniveau und zu 1/3 der darüber liegenden, neu eingerichteten Dachgeschoßebene zugeteilt (m_5 in Abbildung 9.17). Die restlichen Massen des Gebäudes bleiben unverändert. Die neue Massenermittlung ist in Tabelle 9.31 zusammengestellt.

Tabelle 9.31 – Massenzusammenstellung inklusive Dachausbau

Decke über		**Deckenlasten**		**Wandlasten**	**Gesamtmassen**	**Höhen**	**Höhe * Masse**
		G_{DG} [kN]	**G_{DQ} [kN]**	**G_W [kN]**	**M_{tot} [kg/100]**	**z_i [m]**	**$z_j * m_j$ [kg/100*m]**
m_5	DG	384,00	57,60		441,6	18,55	8192
m_4	3.OG+	768,00	115,20		883,2	15,20	13425
	3.OG	967,50	236,03	1240,98	2444,5	15,20	37157
m_3	2.OG	517,50	135,00	1151,60	1804,1	11,55	20837
m_2	1.OG	517,50	135,00	1225,84	1878,3	7,85	14745
m_1	EG	517,50	135,00	1363,25	2015,7	4,00	8063
					9467,5		102418

Erdbebensicherheit

Aus der neuen Massenzusammenstellung lässt sich die Erdbebensicherheit für das Bauwerk neu berechnen. Die Wände im Erdgeschoß und die Gebäudehöhe sind unverändert geblieben. Daraus ergibt sich, dass auch die Eigenschwingungsdauer unverändert bleibt $T_1 = 0{,}147\ s$. Die Kapazität des Gebäudes wurde auch schon vorher bestimmt und beträgt 79 %. Damit bleiben die Schwingungsdauer $T_1 = 0{,}147\ s$ und die Bemessungsordinate bei $S_d(T_1) = 1{,}46\ m/s^2$ unverändert. Mit der neu ermittelten Masse des Bauwerks inklusive Dachausbau $m_{ges,neu} = 9467{,}5/9{,}81 = 965\ t$ lässt sich nun auch wieder mittels Formel (8.19) die Gesamterdbebenkraft ermitteln.

$$F_b = S_d(T_1) \cdot m \cdot \lambda = 1{,}46 \cdot 965 \cdot 0{,}85 = 1195kN \tag{9.46}$$

Die Aufteilung der Gesamterdbebenkraft auf die Geschoßdecken ist in Tabelle 9.32 vermerkt.

Tabelle 9.32 – Aufteilung der Gesamterdbebenkraft auf die Geschoße nach Dachausbau

Decke über		F_i [kN]
m_5	DG	96
m_4	3.OG	590
m_3	2.OG	243
m_2	1.OG	172
m_1	EG	94

Dadurch verändern sich die Schnittgrößen der Wände im Erdgeschoß. Diese neu berechneten Schnittgrößen müssen nun wieder mit dem Torsionsbeiwert multipliziert werden. Eine Zusammenfassung der neu berechneten Schnittgrößen ist in Tabelle 9.33 aufgelistet.

Tabelle 9.33 – Zusammenfassung der Schnittgrößen im Erdgeschoß nach Dachausbau

Wand	L [m]	t [cm]	M_{dT} [kNm]	N_d [kN]	H_{dT} [kN]
W1	12,10	30,0	4286,06	1163,05	331,94
W2	19,00	30,0	12704,44	1826,28	983,91
W3	3,00	45,0	89,10	335,34	6,90
W4	4,85	60,0	458,94	709,75	36,30
W5	5,85	25,0	338,97	350,12	27,45
W6	6,25	25,0	410,80	374,06	33,27
W7	9,83	25,0	34,59	157,03	8,65
W8	3,55	35,0	102,04	349,70	8,26
W9	6,40	25,0	413,09	383,04	33,45
W10	5,48	31,0	350,83	458,57	28,41

Sofort wird ersichtlich, dass sich die Schnittkräfte für die Außenwände W1 und W2 deutlich erhöht haben. Die Beanspruchungen der Außenwände haben sich mehr als verdoppelt, während sich die Beanspruchungen der dünnen Schubwände mehr als halbiert haben.

Tabelle 9.34 – Biegetragfähigkeitsnachweis der Außenwände im EG nach Dachausbau

Wand	σ= N/A [kN/cm²]	σ= M/W [kN/cm²]	$\sigma_{vorh,min}$ [kN/cm²]	$\sigma_{vorh,max}$ [kN/cm²]	e=M/N [m]	L/6 [m]	L/3 [m]
W1	-0,0320	0,0585	-0,091	0,027	**3,69**	2,02	4,03
W2	-0,0320	0,0704	-0,102	0,038	**6,96**	3,17	6,33

Auch hier wird die Erhöhung der Horizontalbelastung der Außenwände sichtbar. Bei der Wand W1 befindet sich die Ausmitte noch im erweiterten Kern und darf damit als erfüllt angesehen werden. Anders schaut es beim Biegetragfähigkeitsnachweis der Wand W2 aus. Die Ausmitte liegt deutlich außerhalb der erweiterten Kernfläche. Die Schubbeanspruchung der Wände im Erdgeschoß ist in Tabelle 9.35 ermittelt.

Tabelle 9.35 – Ergebnisse der Schubtragfähigkeit der Wände im EG nach Dachausbau

Wand	L [m]	t [cm]	H_{dT} [kN]	H_{Rd} [kN]	Kapazität [%]
W1	12,10	30,0	331,94	360,22	109
W2	19,00	30,0	983,91	565,63	**57**
W3	3,00	45,0	6,90	133,97	1941
W4	4,85	60,0	36,30	288,77	796
W5	5,85	25,0	27,45	145,13	529
W6	6,25	25,0	33,27	155,05	466
W7	9,83	25,0	8,65	243,87	2820
W8	3,55	35,0	8,26	123,30	1492
W9	6,40	25,0	33,45	158,77	475
W10	5,48	31,0	28,41	168,42	593

Nun wird klar, dass sich die Kapazitäten der Wände sehr verschoben haben. Während die dünnen Schubwände nun nicht mehr überbeansprucht werden, sind die Tragreserven der Außenwände entscheidend gesunken. Die Außenwand W2 weist weniger als ein Drittel ihrer ursprünglichen Kapazität auf und erfüllt damit nicht mehr die Anforderungen. Somit wären Verbesserungsmaßnahmen für die Erdgeschoßwand W2 erforderlich z.B.: durch eine konstruktive Aussteifung.

9.6 Berechnung nach multimodalem Antwortspektrenverfahren

Dieses Verfahren ist für sämtliche Hochbauten bis zu einer Höhe von 40 m anwendbar. Laut EN 1998-1[6] müssen die Beanspruchungsgrößen aus allen wesentlichen Schwingungsformen berechnet werden. Diese Bedingung darf als erfüllt angesehen werden, wenn die Summe der effektiven Massen der berücksichtigten Schwingungsformen mindestens 90 % der Gesamtmasse der Gebäudes beträgt, oder alle Schwingungsformen, deren effektive modalen Massen mehr als 5 % der Gesamtmasse ausmachen, berücksichtigt werden.

[6] (EC8, 2005)

9.6.1 Ermittlung der Geschoßsteifigkeiten

Zunächst müssen die Steifigkeiten der Geschoße in x als auch in y – Richtung ermittelt werden. Diese werden aus Gleichung (4.4) berechnet. Aufgrund der Tatsache, dass sämtliche Geschoße eine andere Raumhöhe aufweisen, ergeben sich für alle Geschoße unterschiedliche Steifigkeiten. Anhand der Wand W1 im Erdgeschoß in x – Richtung wird die Berechnung vorgeführt. Die Wandhöhe im Erdgeschoß beträgt $h_{EG} = 3{,}55\ m$ und Schubmodul, sowie E – Modul werden wie bereits unter Punkt 9.5.3 im gerissenen Zustand angenommen. Die Lagerung der Wandenden wird als gelenkig angenommen und damit ergibt sich der Koeffizient $\alpha' = 1{,}0$. Die restlichen Annahmen zu den Wandabmessungen ist der Tabelle 9.36 zu entnehmen.

$$K_{Wi} = \frac{1140 \cdot 1000 \cdot 4{,}53}{1{,}2 \cdot 3{,}55 \cdot \left[1 + 1{,}0 \cdot \frac{1140}{1400}\left(\frac{3{,}55}{7{,}55}\right)^2\right]} = 1011995\ kN/m \tag{9.47}$$

Die Steifigkeiten der Geschoße in x – Richtung sind in Tabelle 9.36 bis Tabelle 9.40 berechnet.

Tabelle 9.36 – Steifigkeit der Wände Erdgeschoß

Wand	Länge L [m]	Breite t [m]	A_W [m²]	I [m⁴]	K [kN/m]
W1	7,55	0,60	4,53	21,52	1011995
W2	3,15	0,60	1,89	1,56	246470
W3	6,20	0,60	3,72	11,92	774811
W4	11,05	0,60	6,63	67,46	1610149
W5	5,35	0,45	2,41	5,74	468081
W6	3,05	0,25	0,76	0,59	96204
					4.207.710

Tabelle 9.37 – Steifigkeit der Wände 1. Obergeschoß

Wand	Länge L [m]	Breite t [m]	A_W [m²]	I [m⁴]	K [kN/m]
W1	7,70	0,60	4,62	22,83	1097109
W2	3,15	0,60	1,89	1,56	268539
W3	6,20	0,60	3,72	11,92	823143
W4	12,70	0,60	7,62	102,42	1978332
W5	5,35	0,45	2,41	5,74	499494
W6	3,50	0,25	0,88	0,89	136869
					4.803.486

Tabelle 9.38 – Steifigkeit der Wände 2. Obergeschoß

Wand	Länge L [m]	Breite t [m]	A_W [m²]	I [m⁴]	K [kN/m]
W1	7,70	0,45	3,47	17,12	870949
W2	3,15	0,45	1,42	1,17	219851
W3	6,20	0,60	3,72	11,92	875789
W4	12,70	0,60	7,62	102,42	2079369
W5	5,35	0,30	1,61	3,83	355864
W6	3,50	0,25	0,88	0,89	148706
					4.550.529

Tabelle 9.39 – Steifigkeit der Wände 3. Obergeschoß

Wand	Länge L [m]	Breite t [m]	A_W [m²]	I [m⁴]	K [kN/m]
W1	7,70	0,45	3,47	17,12	923480
W2	3,15	0,45	1,42	1,17	240463
W3	6,20	0,60	3,72	11,92	933333
W4	12,70	0,60	7,62	102,42	2189815
W5	5,35	0,30	1,61	3,83	380913
W6	3,50	0,25	0,88	0,89	161859
					4.829.863

Tabelle 9.40 – Steifigkeit der Wände Dachgeschoß

Wand	Länge L [m]	Breite t [m]	A_W [m²]	I [m⁴]	K [kN/m]
W1	15,60	0,45	7,02	142,37	4335930
W2	3,15	0,45	1,42	1,17	746568
W3	6,20	0,45	2,79	8,94	1658346
W4	6,30	0,60	3,78	12,50	2249961
					8.990.805

Die Steifigkeiten der Geschoße in y – Richtung sind in Tabelle 9.41 bis Tabelle 9.45 berechnet.

Tabelle 9.41 – Steifigkeit der Wände Erdgeschoß

Wand	Länge L [m]	Breite t [m]	A_W [m²]	I [m⁴]	K [kN/m]
W1	12,10	0,30	3,63	44,29	892881
W2	19,00	0,30	5,70	171,48	1457876
W3	3,00	0,45	1,35	1,01	167402
W4	4,85	0,60	2,91	5,70	535534
W5	5,85	0,25	1,46	4,17	297008
W6	6,25	0,25	1,56	5,09	326523
W7	9,83	0,25	2,46	19,76	584706
W8	3,55	0,35	1,24	1,30	181481
W9	6,40	0,25	1,60	5,46	337568
W10	5,48	0,31	1,70	4,25	334374
					5.115.354

Tabelle 9.42 – Steifigkeit der Wände 1. Obergeschoß

Wand	Länge L [m]	Breite t [m]	A_W [m²]	I [m⁴]	K [kN/m]
W1	12,10	0,30	3,63	44,29	937268
W2	19,00	0,30	5,70	171,48	1525623
W3	3,00	0,45	1,35	1,01	182776
W4	4,85	0,60	2,91	5,70	573392
W5	5,85	0,25	1,46	4,17	316061
W6	6,25	0,25	1,56	5,09	346814
W8	3,55	0,35	1,24	1,30	196720
W9	6,40	0,25	1,60	5,46	358315
W10	5,48	0,31	1,70	4,25	356539
					4.793.508

Tabelle 9.43 – Steifigkeit der Wände 2. Obergeschoß

Wand	Länge L [m]	Breite t [m]	A_W [m²]	I [m⁴]	K [kN/m]
W1	12,10	0,30	3,63	44,29	985579
W2	19,00	0,30	5,70	171,48	1599484
W3	3,00	0,45	1,35	1,01	199956
W4	4,85	0,60	2,91	5,70	614828
W5	5,85	0,25	1,46	4,17	336832
W6	6,25	0,25	1,56	5,09	368914
W8	3,55	0,35	1,24	1,30	213601
W9	6,40	0,25	1,60	5,46	380907
W10	5,48	0,31	1,70	4,25	380730
					5.080.830

Tabelle 9.44 – Steifigkeit der Wände 3. Obergeschoß

Wand	Länge L [m]	Breite t [m]	A_W [m²]	I [m⁴]	K [kN/m]
W1	12,10	0,30	3,63	44,29	1038378
W2	19,00	0,30	5,70	171,48	1680344
W3	3,00	0,45	1,35	1,01	219203
W4	4,85	0,60	2,91	5,70	660314
W5	5,85	0,25	1,46	4,17	359550
W6	6,25	0,25	1,56	5,09	393069
W8	3,55	0,35	1,24	1,30	232346
W9	6,40	0,25	1,60	5,46	405593
W10	5,48	0,31	1,70	4,25	407216
					5.396.014

Tabelle 9.45 – Steifigkeit der Wände Dachgeschoß

Wand	Länge L [m]	Breite t [m]	A_W [m²]	I [m⁴]	K [kN/m]
W1	12,10	0,30	3,63	44,29	2231235
W2	19,00	0,30	5,70	171,48	3529070
W3	3,00	0,45	1,35	1,01	700000
W4	4,85	0,30	1,46	2,85	840979
					7.301.285

9.6.2 Antwortspektren bei Dachbodenausbau

Für die Berechnung sind nun die Massenmatrix und die Steifigkeitsmatrizen in beide Richtungen erforderlich. Diese sind bereits ermittelt worden und werden in Tabelle 9.46 und Tabelle 9.47 zusammengefasst.

Tabelle 9.46 – Massenzusammenstellung

m_1=	205474	kg
m_2=	191468	kg
m_3=	183904	kg
m_4=	339215	kg
m_5=	45015	kg

Tabelle 9.47 – Steifigkeitszusammenstellung für x – und y - Richtung

X - Richtung			Y - Richtung		
k_1=	4.207.709.685	N/m	k_1=	5.115.353.995	N/m
k_2=	4.803.485.555	N/m	k_2=	4.793.507.717	N/m
k_3=	4.550.528.807	N/m	k_3=	5.080.829.799	N/m
k_4=	4.829.862.679	N/m	k_4=	5.396.014.060	N/m
k_5=	8.990.804.533	N/m	k_5=	7.301.285.012	N/m

Bei der Massenmatrix handelt es sich um eine 5x5 Matrix, welche wie folgt aufgebaut ist:

$$\boldsymbol{M} = \begin{Bmatrix} m_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m_5 \end{Bmatrix} \tag{9.48}$$

Die Steifigkeitsmatrix ist wie folgt zusammengesetzt:

$$\boldsymbol{K} = \begin{Bmatrix} (k_1 + k_2) & -k_2 & 0 & 0 & 0 \\ -k_2 & (k_2 + k_3) & -k_3 & 0 & 0 \\ 0 & -k_3 & (k_3 + k_4) & -k_4 & 0 \\ 0 & 0 & -k_4 & (k_4 + k_5) & -k_5 \\ 0 & 0 & 0 & -k_5 & k_5 \end{Bmatrix} \tag{9.49}$$

Mit Hilfe der Steifigkeits- und der Massenmatrix kann nun in die Eigenwertgleichung (3.44) eingesetzt werden. Damit lassen sich die Werte der Eigenkreisfrequenzen und der Eigenvektoren berechnen. Die Ergebnisse wurden mit der Computersoftware MATHLAB ermittelt und sind in Tabelle 9.48 zusammengestellt. Abbildung 9.19 stellt die graphische Darstellung dar.

Tabelle 9.48 – Eigenfrequenzen und Eigenkreisfrequenzen

X - Richtung			Y- Richtung		
k	Frequenzen f_k [Hz]	ω_k [rad/s]	k	Frequenzen f_k [Hz]	ω_k [rad/s]
1	1,0615	6,6694	1	1,0906	6,8525
2	1,8606	11,6906	2	1,9270	12,1078
3	2,3960	15,0547	3	2,4473	15,3769
4	2,7092	17,0222	4	2,7613	17,3496
5	3,4797	21,8638	5	3,3072	20,7800

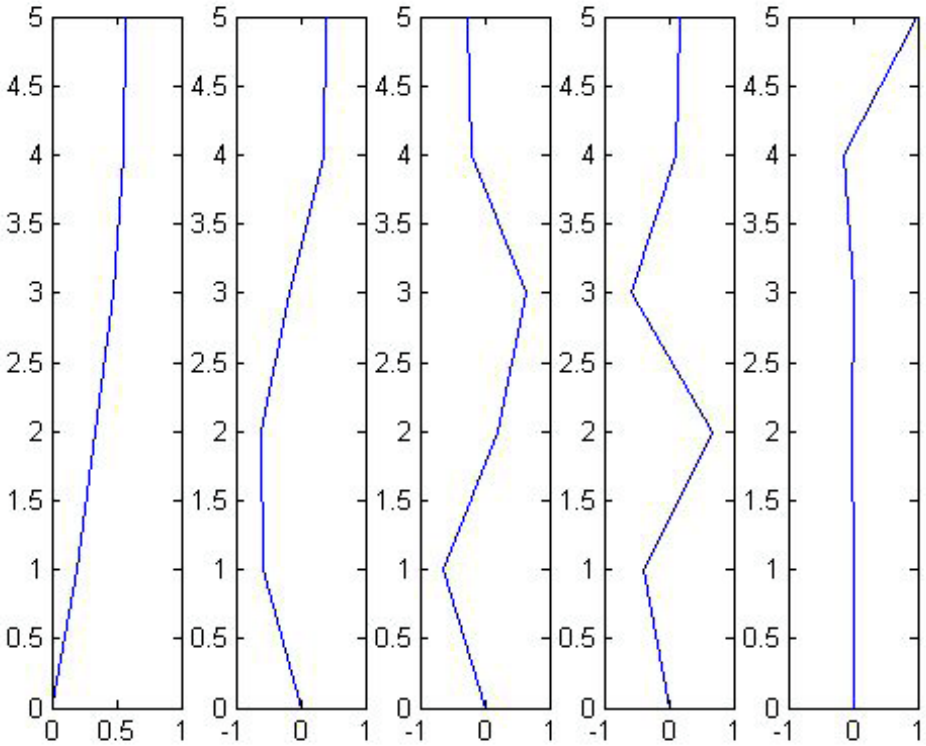


Abbildung 9.19.: Eigenschwingungsformen des Mehrmassenschwingersystems

Eigenvektoren in x - Richtung

$$\boldsymbol{\varphi}_1 = \begin{pmatrix} 0{,}1897 \\ 0{,}3399 \\ 0{,}4701 \\ 0{,}5573 \\ 0{,}5629 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{\varphi}_2 = \begin{pmatrix} -0{,}5644 \\ -0{,}6078 \\ -0{,}1760 \\ 0{,}3561 \\ 0{,}3928 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{\varphi}_3 = \begin{pmatrix} -0{,}6416 \\ 0{,}2062 \\ 0{,}6555 \\ -0{,}2032 \\ -0{,}2736 \end{pmatrix},$$

$$\boldsymbol{\varphi}_4 = \begin{pmatrix} -0{,}3967 \\ 0{,}6806 \\ -0{,}5864 \\ 0{,}0945 \\ 0{,}1631 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{\varphi}_5 = \begin{pmatrix} 0{,}0004 \\ -0{,}0029 \\ 0{,}0215 \\ -0{,}1426 \\ 0{,}9895 \end{pmatrix} \tag{9.50}$$

Eigenvektoren in y – Richtung

$$\boldsymbol{\varphi}_1 = \begin{pmatrix} 0{,}1728 \\ 0{,}3408 \\ 0{,}4711 \\ 0{,}5583 \\ 0{,}5660 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{\varphi}_2 = \begin{pmatrix} -0{,}5407 \\ -0{,}6196 \\ -0{,}1922 \\ 0{,}3510 \\ 0{,}4046 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{\varphi}_3 = \begin{pmatrix} -0{,}6809 \\ 0{,}2243 \\ 0{,}6057 \\ -0{,}1893 \\ -0{,}2888 \end{pmatrix},$$

$$\boldsymbol{\varphi}_4 = \begin{pmatrix} -0{,}3594 \\ 0{,}6529 \\ -0{,}6214 \\ 0{,}0976 \\ 0{,}2211 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{\varphi}_5 = \begin{pmatrix} 0{,}0012 \\ -0{,}0071 \\ 0{,}0350 \\ -0{,}1478 \\ 0{,}9884 \end{pmatrix} \tag{9.51}$$

Durch Eigenvektoren und Massenmatrix können nun die modalen Massen je Schwingung ermittelt werden. Diese wird für die erste Eigenform in x – Richtung exemplarisch durchgeführt. Für die

Bestimmung der Berechnungswerte wird wie in Kapitel 3.3 vorgegangen. Durch Einsetzen der Massenmatrix und des Eigenvektors $\boldsymbol{\varphi}_1$ in Gleichung (3.60) führt zu:

$$m_1 = \boldsymbol{\varphi}_1^T \cdot \boldsymbol{M} \cdot \boldsymbol{\varphi}_1$$

$$m_1 = [0{,}19 \quad 0{,}34 \quad 0{,}47 \quad 0{,}56 \quad 0{,}56] \begin{bmatrix} 205474 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 191468 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 183904 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 339215 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 45015 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} 0{,}19 \\ 0{,}34 \\ 0{,}47 \\ 0{,}56 \\ 0{,}56 \end{pmatrix}$$

$$m_1 = 189775\ kg \tag{9.52}$$

Mittels Massenmatrix und Eigenvektor $\boldsymbol{\varphi}_1$ lässt sich durch Gleichung (3.59) L_1 ermitteln:

$$L_1 = \boldsymbol{\varphi}_1^T \boldsymbol{M} \boldsymbol{I}$$

$$L_1 = [0{,}19 \quad 0{,}34 \quad 0{,}47 \quad 0{,}56 \quad 0{,}56] \begin{bmatrix} 205474 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 191468 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 183904 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 339215 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 45015 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$L_1 = 404895\ kg \tag{9.53}$$

Nun lässt sich Γ_1 aus Gleichung (3.58) berechnen:

$$\Gamma_1 = \frac{L_1}{m_1} = \frac{404894}{189775} = 2{,}1336 \tag{9.54}$$

Daraus kann man die effektive modale Masse $\bar{M}_1$ mittels Gleichung (3.72) berechnen:

$$\bar{M}_1 = \frac{L_1^2}{m_1} = \frac{404895^2}{189775} = 863869\ kg \tag{9.55}$$

Die restlichen modalen Antworten werden in Tabelle 9.49 ausgewertet.

Tabelle 9.49 – Modale Antworten für x – und y – Richtung

Modale Antworten in X - Richtung						
		k=1	k=2	k=3	k=4	k=5
m_k	[kg]	189775	191842	189120	188492	51059
L_k	[kg]	404895	-126234	-53047	-19642	-349
Γ_k	[ ]	2,1336	-0,6580	-0,2805	-0,1042	-0,0068
$\bar{M}_k$	[kg]	863869	83064	14879	2047	2
$\boldsymbol{h}^T \boldsymbol{M} \boldsymbol{\varphi}_k \Gamma_k$	[kgm]	5008845	412822	-101241	74785	132648
Modale Antworten in Y - Richtung						
		k=1	k=2	k=3	k=4	k=5
m_k	[kg]	189094	189531	188275	184604	51622
L_k	[kg]	401919	-127802	-62784	-20056	-319
Γ_k	[ ]	2,1255	-0,6743	-0,3335	-0,1086	-0,0062
$\bar{M}_k$	[kg]	854277	86178	20937	2179	2
$\boldsymbol{h}^T \boldsymbol{M} \boldsymbol{\varphi}_k \Gamma_k$	[kgm]	5006177	363712	-153139	53881	127938

Die Summe der effektiven modalen Masse $\bar{M}_k$ entspricht der Summe der gesamten dynamisch wirksamen Masse:

$$\sum_{k=1}^{5} \bar{M}_k = 965076\ kg \approx 965\ t \tag{9.56}$$

Mittels der Eigenfrequenzen lassen sich nun die Schwingungsdauern und die Spektralwerte bestimmen. Die Schwingungsdauer wird mittels Gleichung (3.47) berechnet.

$$T_{1x} = \frac{1}{f_{1x}} = \frac{1}{1{,}0615} = 0{,}942\ s \tag{9.57}$$

Damit liegt T_{1x} zwischen $T_C = 0{,}6\ s$ und $T_D = 2{,}0\ s$ und somit kommt die Gleichung (8.10) zur Bestimmung der Bemessungsspektrum $S_d(T_{1x})$ zur Anwendung.

$$S_d(T_{1x}) = S_a = a_g \cdot S \cdot \frac{2{,}5}{q} \cdot \left[\frac{T_C}{T_{1x}}\right] = 0{,}8 \cdot 1{,}15 \cdot \frac{2{,}5}{1{,}0} \cdot \frac{0{,}6}{0{,}942} = 0{,}98\ m/s^2 \tag{9.58}$$

Durch den Zusammenhang der Pseudogeschwindigkeit S_{pv} und des Beschleunigungsspektrums S_a aus Gleichung (3.33) lässt sich somit die Pseudogeschwindigkeit ermitteln:

$$S_{pv} = \frac{S_a}{\omega_{1x}} = \frac{0{,}98}{6{,}6694} = 0{,}147 \approx 0{,}15\ m/s \tag{9.59}$$

Die vollständige Berechnung für alle Eigenformen in beide Richtungen sind zusammen mit den zugehörigen effektiven modalen Massen in Tabelle 9.50 abgebildet.

Tabelle 9.50 – Schwingungsdauern, Spektralwerte und effektive modale Massen

Nummer	1		2		3		4		5	
Richtung	x	y	x	y	x	y	x	y	x	y
Schwingungs-periode [s]	0,942	0,917	0,537	0,519	0,417	0,409	0,369	0,362	0,287	0,302
Geschwindigkeits-spektrum S_{pv} [m/s]	0,15	0,15	0,15	0,15	0,15	0,15	0,15	0,15	0,15	0,15
Effektive modale Masse	865 t		83 t		15 t		2 t		2 kg	

9.6.3 Beanspruchungsgrößen nach Dachbodenausbau

Maximale Verschiebung in x – Richtung

In Tabelle 9.50 wird sichtbar, dass bereits die ersten 2 Schwingungsformen fast 98 % des Bauwerks in jeder Richtung aktivieren. Für die weitere Berechnung der Verschiebungen und der Schnittgrößen müssen demnach nur noch die ersten beiden Eigenformen berücksichtigt werden. Die maximalen Verschiebungen in x – Richtung berechnen sich laut Gleichung (3.66).

$$\boldsymbol{x}_{max}^{(1)} = \Gamma_1 \frac{S_v^{(1)}}{\omega_1} \boldsymbol{\varphi}_1 \tag{9.60}$$

Damit ergibt sich $\boldsymbol{x}_{max}^{(1)}$ und $\boldsymbol{x}_{max}^{(2)}$ zu:

$$\boldsymbol{x}_{max}^{(1)} = 2{,}134 \cdot \frac{0{,}15}{6{,}67} \begin{pmatrix} 0{,}19 \\ 0{,}34 \\ 0{,}47 \\ 0{,}57 \\ 0{,}56 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0{,}0089 \\ 0{,}0159 \\ 0{,}0220 \\ 0{,}0261 \\ 0{,}0264 \end{pmatrix} m \tag{9.61}$$

$$\boldsymbol{x}_{max}^{(2)} = \begin{pmatrix} 0{,}0047 \\ 0{,}0050 \\ 0{,}0015 \\ -0{,}0029 \\ -0{,}0032 \end{pmatrix} m \tag{9.62}$$

Zur Bestimmung der Maximalverschiebung werden die Verschiebungsanteile der beiden ersten Eigenschwingungsformen nach der SRSS Regel (siehe 3.5.1) überlagert.

$$\boldsymbol{x}_{max} = \sqrt{\sum_{k=1}^{2} \left(\boldsymbol{x}_{max}^{(k)}\right)^2} = \begin{pmatrix} 0{,}0100 \\ 0{,}0167 \\ 0{,}0221 \\ 0{,}0263 \\ 0{,}0266 \end{pmatrix} m \tag{9.63}$$

Maximale Verschiebung in y – Richtung

Analog gilt dies natürlich für die maximalen Verschiebungen in y – Richtung. Die maximalen Verschiebungen ergeben sich zu:

$$\boldsymbol{y}_{max}^{(1)} = \begin{pmatrix} 0{,}0078 \\ 0{,}0155 \\ 0{,}0214 \\ 0{,}0254 \\ 0{,}0257 \end{pmatrix} m,\ \boldsymbol{y}_{max}^{(2)} = \begin{pmatrix} 0{,}0044 \\ 0{,}0951 \\ 0{,}0016 \\ -0{,}0029 \\ -0{,}0033 \end{pmatrix} m \tag{9.64}$$

Damit ergibt sich die maximale Verschiebung in y – Richtung:

$$\boldsymbol{y}_{max} = \sqrt{\sum_{k=1}^{2} \left(\boldsymbol{y}_{max}^{(k)}\right)^2} = \begin{pmatrix} 0{,}0090 \\ 0{,}0163 \\ 0{,}0215 \\ 0{,}0255 \\ 0{,}0259 \end{pmatrix} m \tag{9.65}$$

Ermittlung der maximalen Schnittgrößen

Die Schnittgrößen der Schwingerkette lassen sich wie Kapitel 3.4 erklärt, nach den Gleichungen (3.74) und (3.76) berechnen. Für die relevanten Schwingungsformen sind die Schnittgrößen in Tabelle 9.51 zusammengestellt.

Tabelle 9.51 – Schnittgrößen der ersten beiden Schwingungsformen

Schnittgrößen		in x - Richtung		in y - Richtung	
		k=1	k=2	k=1	k=2
$H_{0,max}^{(k)}$	[N]	843637	142184	857140	152779
$M_{0,max}^{(k)}$	[Nm]	4891538	706648	5022957	644803

Ebenso wie die Verschiebungen werden nun die Schnittgrößen werden nach SRSS Regel überlagert. Die Ergebnisse der Bemessungsschnittgrößen sind in Tabelle 9.52 aufgelistet.

Tabelle 9.52 – Bemessungsschnittgrößen nach Multimodaler Analyse

		x - Richtung	y - Richtung
$H_{0,max}$	[kN]	855	871
$M_{0,max}$	[kNm]	4942	5064

9.6.4 Nachweise nach Dachbodenausbau

Mit diesen Bemessungsschnittgrößen können nun wieder die Nachweise des Mauerwerks im Erdgeschoß durchgeführt werden. Die Schnittgrößen werden wie schon bereits beim vereinfachten Antwortspektrenverfahren in Abhängigkeit der Steifigkeit prozentuell auf die Wände aufgeteilt, siehe Gleichung (4.4).

Nachweise in x – Richtung

Die Aufteilung der Schnittgrößen im Erdgeschoß in x – Richtung sind in folgender Tabelle berechnet.

Tabelle 9.53 – Aufteilung Momente und Horizontalkräfte im EG in x – Richtung

	L [m]	t [cm]	A_{ST} [cm²]	Aufteilung [%]	H_d [kN]	M_d [kNm]	N_d [kN]
W1	7,55	60,0	45300	20,63	176	1020	1239
W2	3,15	60,0	18900	1,59	14	79	517
W3	6,20	60,0	37200	11,69	100	578	1018
W4	11,50	60,0	69000	59,78	511	2955	2304
W5	5,35	45,0	24075	5,71	49	282	659
W6	3,05	25,0	7625	0,60	5	30	209
				100,00	856	4942	

Auch bei der multimodalen Analyse ist die Torsion zufolge Ausmittigkeit mit zu berücksichtigen. Somit müssen nun die erhaltenen Schnittgrößen mit dem Torsionsbeiwert aus Gleichung (8.13) multipliziert werden. Der Normalabstand der äußeren Wände W1 und W2 in x – Richtung beträgt $L_{ex} = 11{,}50\ m$. Die Beiwerte für die Torsion im Erdgeschoß in x – Richtung und die damit neu berechneten Schnittgrößen sind aus Tabelle 9.54 zu entnehmen.

Tabelle 9.54 – Torsionsbeiwerte und Schnittgrößen im Erdgeschoß in x – Richtung

	x	$\boldsymbol{\delta}$	$\mathbf{H_{dT}}$	$\mathbf{M_{dT}}$
W1	0,771	1,040	184	1061
W2	5,696	1,297	18	102
W3	3,336	1,174	117	678
W4	0,865	1,045	535	3088
W5	3,516	1,183	58	334
W6	0,229	1,012	5	30

Der Nachweis der Biegetragfähigkeit im Erdgeschoß für die Außenwände sind in Tabelle 9.55 abgebildet und der Nachweis der Schubtragfähigkeit ist in Tabelle 9.56 berechnet.

Tabelle 9.55 – Biegetragfähigkeitsnachweise im Erdgeschoß in x – Richtung

Wand	σ= N/A [kN/cm²]	σ= M/W [kN/cm²]	$\sigma_{vorh,min}$ [kN/cm²]	$\sigma_{vorh,max}$ [kN/cm²]	e=M/N [m]	L/6 [m]	L/3 [m]
W1	-0,0132	0,0044	-0,018	-0,009	0,86	2,60	5,20
W2	-0,0163	0,0036	-0,020	-0,013	0,20	0,88	1,77
W3	-0,0365	0,0235	-0,060	-0,013	0,67	1,03	2,07

Alle drei Außenwände erfüllen die Nachweise.

Tabelle 9.56 – Ergebnisse der Schubtragfähigkeit der Wände im Erdgeschoß in x – Richtung

Wand	L [m]	t [cm]	H_{dT} [kN]	H_{Rd} [kN]	Kapazität [%]
W1	7,55	60,0	183,60	449,53	245
W2	3,15	60,0	17,65	187,55	1063
W3	6,20	60,0	117,42	369,15	314
W4	11,50	60,0	534,52	684,71	128
W5	5,35	45,0	57,81	238,90	413
W6	3,05	25,0	5,19	75,67	1457

Die Kapazität von keiner Wand in x – Richtung wird überschritten.

Nachweise in y – Richtung

Die Aufteilung der Schnittgrößen im Erdgeschoß in y – Richtung sind laut der folgenden Tabelle berechnet.

Tabelle 9.57 – Aufteilung Momente und Horizontalkräfte im EG in y – Richtung

	L [m]	t [cm]	A_{ST} [cm²]	Aufteilung [%]	H_d [kN]	M_d [kNm]
W1	12,10	30,0	36300	18,90	165	957
W2	19,00	30,0	57000	58,91	513	2983
W3	3,00	45,0	13500	0,51	4	26
W4	4,85	60,0	29100	2,83	25	143
W5	5,85	25,0	14625	2,04	18	103
W6	6,25	25,0	15625	2,47	22	125
W7	9,83	25,0	24563	8,95	78	453
W8	3,55	35,0	12425	0,66	6	33
W9	6,40	25,0	16000	2,65	23	134
W10	5,48	31,0	16973	2,08	18	105
				100,00	871	5064

Auch hier müssen wieder die Torsionsbeiwerte berücksichtigt werden. Der Normalabstand der Außenwände beträgt (wie bereits in Punkt 9.5) $L_e = 15{,}19\ m$.

Tabelle 9.58 – Torsionsbeiwerte und Schnittgrößen im Erdgeschoß in y – Richtung

	y	δ	H_{dT}	M_{dT}
W1	-8,421	1,333	219	1275
W2	6,770	1,267	650	3781
W3	0,604	1,024	5	26
W4	0,529	1,021	25	146
W5	-3,146	1,124	20	116
W6	-3,146	1,124	24	141
W7	-0,696	1,027	80	466
W8	1,304	1,052	6	35
W9	1,404	1,055	24	142
W10	3,504	1,138	21	120

Die Nachweise für Biegetragfähigkeit und Schubtragfähigkeit werden in Tabelle 9.59 und Tabelle 9.60 geführt.

Tabelle 9.59 – Biegetragfähigkeitsnachweise im Erdgeschoß in y – Richtung

Wand	σ= N/A [kN/cm²]	σ= M/W [kN/cm²]	$\sigma_{vorh,min}$ [kN/cm²]	$\sigma_{vorh,max}$ [kN/cm²]	e=M/N [m]	L/6 [m]	L/3 [m]
W1	-0,0320	0,0174	-0,049	-0,015	1,10	2,02	4,03
W2	-0,0320	0,0209	-0,053	-0,011	2,07	3,17	6,33

Tabelle 9.60 – Ergebnisse der Schubtragfähigkeit der Wände im Erdgeschoß in y – Richtung

Wand	L [m]	t [cm]	H_{dT} [kN]	H_{Rd} [kN]	Kapazität [%]
W1	12,10	30,0	219,29	360,22	164
W2	19,00	30,0	650,06	565,63	**87**
W3	3,00	45,0	4,55	133,97	2947
W4	4,85	60,0	25,15	288,77	1148
W5	5,85	25,0	19,97	145,13	727
W6	6,25	25,0	24,18	155,05	641
W7	9,83	25,0	80,07	243,87	305
W8	3,55	35,0	6,04	123,30	2041
W9	6,40	25,0	24,35	158,77	652
W10	5,48	31,0	20,62	168,42	817

Die Ergebnisse verdeutlichen, dass die Berechnung nach der Multimodalen Analyse kleinere Schnittgrößen liefert. Die Kapazität der Wand W2 in y – Richtung liegt nur bei 87 %.

9.7 Resümee

Die Aufgabenstellung der vorliegenden Diplomarbeit war es, die Erdbebensicherheit eines bestehenden Altbaus aus Mauerwerk zu überprüfen. Zuerst wurde für den Bestand des Gebäudes eine untere Schranke für das erforderliche Sicherheitsniveau ermittelt. Dabei ergab sich, dass die tragenden Außenwände sowohl den Biegetragfähigkeitsnachweis als auch den Schubtragfähigkeitsnachweis leicht bestehen. Allerdings zeigte das Ergebnis, dass nicht alle aussteifenden Zwischenwände den Schubtragfähigkeitsnachweis erfüllten. Somit würde das Sicherheitsniveau für den Bestand ohne Dachbodenausbau mit $\kappa = 79$ ermittelt.
Durch einen geplanten Dachbodenausbau wurde die Einbringung einer starren Deckenscheibe über der obersten Geschoßdecke notwendig. Damit wurde erreicht, dass sich die anfallenden Erdbebenbeanspruchungen „sinnvoller“ auf die aussteifenden Geschoßwände aufteilen. Doch durch den Dachbodenausbau ergaben sich aufgrund der größeren Traglasten auch höhere Schnittgrößen.

Erste Abschätzung:

Die Berechnung nach dem vereinfachten Antwortspektrenverfahren nach Eurocode 8 ging schnell und einfach, allerdings wurden dabei die Systemreserven der Außenwände aufgebraucht. Während die aussteifenden Zwischenwände nun nicht mehr überbeansprucht werden, ergab sich für die Außenwand W2, dass sowohl die Biegetragfähigkeit als auch die Schubtragfähigkeit überschritten würde. Die Tragreserven der Wand W2 nach dem Nachweis der Schubtragfähigkeit lag überhaupt nur noch bei 57 %. Bei einer Berechnung nach diesem Verfahren wären anschließend Maßnahmen zur Aussteifung des Tragbestands notwendig geworden.

Genauere Berechnung:

Daraufhin wurde die Berechnung nach dem multimodalen Antwortspektrenverfahren durchgeführt. Dies inkludierte eine sehr viel aufwendigere Berechnung als es bei dem vereinfachten Antwortspektrenverfahren der Fall ist. Dabei zeigten die Ergebnisse, dass fast alle Nachweise, sowohl für die Außenwände als auch für die aussteifenden Zwischenwände, erfüllt wurden. Allein die Schubtragfähigkeit der Außenwand W2 wurde überschritten. Das Sicherheitsniveau bei der Berechnung nach dem multimodalen Antwortspektrenverfahren wurde deshalb mit $\kappa = 87$ ermittelt.

Das Ergebnis zeigt deutlich, dass durch den Einbau der schubstarren Decke, die Tragreserven sinnvoller ausgenutzt werden könnten.

10 Verzeichnisse

10.1 Literaturverzeichnis

[1] **Arch+Ing. 2008.** *Erdbebenbeanspruchung eines Gründerzeithauses mit Dachgeschossausbau "leicht".* Wien : Kammer der Architekten und Ingenieurkonsolenten, 2008.

[2] **Bachmann, Hugo. 1995.** *Erdbebensicherheit von Bauwerken.* Basel : Birkhäuser Verlag, 1995.

[3] **EC. 2003.** *EN 1990 Grundlagen der Tragwerksplanung.* Wien : Österreichisches Normungsinstitut, 2003.

[4] **EC1. 2003.** *EN 1991-1-1 Einwirkungen auf Tragwerke.* Wien : Österreichisches Normungsinstitut, 2003.

[5] **EC6. 2006.** *EN 1996-1-1 Mauerwerk.* Wien : Österreichisches Normungsinstitut, 2006.

[6] **EC8. 2005.** *EN 1998-1 Auslegung von Bauwerken gegen Erdbeben.* Wien : Österreichisches Normungsinstitut, 2005.

[7] **EN1015-11. 2007.** *Bestimmung der Biegezug- und Druckfestigkeit von Festmörtel.* Wien : Österreichisches Normungsinstitut, 2007.

[8] **EN1052-3. 2007.** *Prüfverfahren für Mauerwerk - Teil 3: Bestimmung der Anfangsscherfestigkeit.* Wien : Österreischisches Normungsinstitut, 2007.

[9] **EN1052-4. 2000.** *Prüfverfahren für Mauerwerk - Teil 4: Bestimmung der Scherfestigkeit bei einer Feuchtesperrschicht.* Wien : Österreichisches Normungsinstitut, 2000.

[10] **EN771. 2005.** *Festlegung für Mauersteine.* Wien : Österreichisches Normungsinstitut, 2005.

[11] **Heuer, Rudolf. 2011.** *Studienblätter zur Vorlesung Baudynamik: Erdbeben Teil 2.* Wien : TU Wien, 2011.

[12] **Kolbitsch, Andreas. 2009.** *Skriptum zur gleichnamigen Vorlesung: Erhaltung und Erneuerung von Hochbauten.* Wien : TU Wien, 2009.

[13] **Krapfenbauer, Thomas. 2008.** *Bautabellen.* Wien : Verlag Jugend & Volk GmbH, 2008.

[14] **MA37. 2008.** *Merkblatt Baupolizei Gruppe S (MA 37-Allg. 12192/2008.* Wien : Magistrat der Stadt Wien, 2008.

[15] **Meskouris, Konstantin. 2007.** *Bauwerke und Erdbeben.* Wiesbaden : Verlag Vieweg, 2007.

[16] **Müller, Fritz. 1984.** *Erdbebensicherung von Hochbauten.* Berlin : Verlag für Architektur und technische Wissenschaften, 1984.

[17] **ÖNORM. 2006.** *B 1998 -1 Auslegung von Bauwerken gegen Erdbeben.*Nationale Festlegungen. Wien : Österreichisches Normungsinstitut, 2006.

[18] **Tomazevic, Miha. 2006.** *Earthquake-Resistant Design of Masonry Buildings.* London : British Library Cataloguing in Publication Data, 2006.

10.2 Abbildungsverzeichnis

Abbildung 2.1.: Begriffsbestimmung von Erdbeben 10
Abbildung 2.2.: Arten von Erdbebenwellen 14
Abbildung 3.1.: Einmassenschwinger mit Fußpunkterregung 15
Abbildung 3.2.: Dämpfungsmaß ζ 18
Abbildung 3.3.: Dreimassenschwinger 21
Abbildung 4.1.: Grundrissgestaltung Deckenscheiben 30
Abbildung 4.2.: asymmetrisch und symmetrische Steifigkeitsverteilung 30
Abbildung 4.3.: Aufrissgestaltung 31
Abbildung 4.4.: Steifigkeitsverteilung im Aufriss 31
Abbildung 4.5.: Massen mittig und ausmittig angebracht 32
Abbildung 4.6.: Ersatzsystem 33
Abbildung 4.7.: Verformung einer Wandscheibe aus Mauerwerk unter Horizontalbelastung 35
Abbildung 6.1.: Fugenversagen 39
Abbildung 6.2.: Steinversagen 39
Abbildung 6.3.: Zyklische Belastung 40
Abbildung 6.4.: Zug- und Druckversagen 40
Abbildung 6.5.: Zyklische Belastung von Zug- und Druckversagen 40
Abbildung 8.1.: Regelmäßigkeitskriterien im Aufriss 49
Abbildung 8.2.: Erdbebengefährdung in Österreich 49
Abbildung 8.3.: elastisches Bemessungsspektrum 50
Abbildung 8.4.: Torsionsmoment unter e_{max} 54
Abbildung 8.5.: Torsionsmoment unter e_{min} 55
Abbildung 8.6.: Verteilung der Gesamterdbebenkraft auf die Geschoße 57
Abbildung 9.1.: Grundriss Erdgeschoß 59
Abbildung 9.2.: Grundriss 1. Obergeschoß 60
Abbildung 9.3.: Grundriss 2. und 3. Obergeschoß 60
Abbildung 9.4.: Grundriss Dachgeschoß 61
Abbildung 9.5.: Schnitt A-A in y - Richtung 61
Abbildung 9.6.: Aufteilung des Grundrisses zur Ermittlung des Massenschwerpunktes 67
Abbildung 9.7.: Wandeinteilung EG x- Richtung 68
Abbildung 9.8.: Wandeinteilung EG y- Richtung 68
Abbildung 9.9.: Massenschwerpunkt und Steifigkeitsmittelpunkt Erdgeschoß 69
Abbildung 9.10.: Aufteilung Grundriss in Fläche A1, Fläche A2 und Fläche A3 71
Abbildung 9.11.: Wandeinteilung RG x- Richtung 72
Abbildung 9.12.: Wandeinteilung RG y- Richtung 72

Abbildung 9.13.: Massenschwerpunkt und Steifigkeitsmittelpunkt im Regelgeschoß 74
Abbildung 9.14.: Lage der entnommenen Probekörper 76
Abbildung 9.15.: Gebäude als Einmassenschwinger 79
Abbildung 9.16.: Aufteilung der Wandanteile in Erdgeschoß 79
Abbildung 9.17.: Gebäude mit Dachbodenausbau als Einmassenschwinger 86
Abbildung 9.18.: Steifigkeiten Erdgeschoß 87
Abbildung 9.19.: Eigenschwingungsformen des Mehrmassenschwingersystems 96

10.3 Tabellenverzeichnis

Tabelle 2.1 – Kurzfassung der Intensitätsskala 12
Tabelle 2.2 – Haupttypen von seismischen Wellen 13
Tabelle 6.1 – Höchstbeträge der Verhaltensbeiwerte 43
Tabelle 6.2 – Empfohlene geometrische Bedingungen für Schubwände 44
Tabelle 7.1 – empfohlene Werte für φ 45
Tabelle 8.1 – Definition Baugrundklassen 50
Tabelle 8.2 – Parameter zur Beschreibung der empfohlenen Antwortspektren vom Typ 1 51
Tabelle 8.3 – Parameter zur Beschreibung der empfohlenen Antwortspektren vom Typ 2 52
Tabelle 8.4 – Bedeutungskategorien 52
Tabelle 8.5 – Festlegung des Bedeutungsbeiwertes γ_I 53
Tabelle 9.1 – Massenzusammenstellung Bestand 65
Tabelle 9.2 – Steifigkeitsschwerpunkt y – Richtung EG 68
Tabelle 9.3 – Steifigkeitsschwerpunkt x – Richtung EG 68
Tabelle 9.4 – Berechnung quadrierte Torsionsradien in x und y – Richtung in EG 70
Tabelle 9.5 – Steifigkeitsschwerpunkt y – Richtung RG 73
Tabelle 9.6 – Steifigkeitsschwerpunkt x – Richtung RG 73
Tabelle 9.7 – Berechnung quadrierte Torsionsradien in x und y – Richtung in RG 75
Tabelle 9.8 – Ergebnisse charakteristische Druckfestigkeit von Mauerwerk 76
Tabelle 9.9 – Auflistung der Erdgeschoßwände mit Breite, Länge und Fläche 77
Tabelle 9.10 – Aufteilung der Gesamterdbebenkraft auf die Geschoße 78
Tabelle 9.11 – Flächenmäßige Aufteilung der Wände für Erd- und Regelgeschoß 80
Tabelle 9.12 – Schnittgrößen Wand W1 Erdgeschoß 80
Tabelle 9.13 – Schnittgrößen Wand W2 Erdgeschoß 80
Tabelle 9.14 – Schnittgrößen Wand W3 Erdgeschoß 81
Tabelle 9.15 – Schnittgrößen Wand W4 Erdgeschoß 81
Tabelle 9.16 – Schnittgrößen Wand W5 Erdgeschoß 81
Tabelle 9.17 – Schnittgrößen Wand W6 Erdgeschoß 81
Tabelle 9.18 – Schnittgrößen Wand W7 Erdgeschoß 81

Tabelle 9.19 – Schnittgrößen Wand W8 Erdgeschoß 82
Tabelle 9.20 – Schnittgrößen Wand W9 Erdgeschoß 82
Tabelle 9.21 – Schnittgrößen Wand W10 Erdgeschoß 82
Tabelle 9.22 – Beanspruchungsgrößen zufolge Ausmittigkeit 83
Tabelle 9.23 – Zusammenfassung der Schnittgrößen 83
Tabelle 9.24 – Biegetragfähigkeitsnachweis der Außenwände W1 und W2 im Erdgeschoß 84
Tabelle 9.25 – Ergebnisse der Schubtragfähigkeit der Wände im Erdgeschoß 84
Tabelle 9.26 – Aufteilung der abgeminderten Gesamterdbebenkraft auf die Geschoße 85
Tabelle 9.27 – Zusammenfassung der abgeminderten Schnittgrößen im EG 85
Tabelle 9.28 – abgeminderter Biegetragfähigkeitsnachweis der Außenwände im EG 85
Tabelle 9.29 – Ergebnisse der abgeminderten Schubtragfähigkeit der Wände im Erdgeschoß 86
Tabelle 9.30 – Aufteilung der Horizontalkräfte nach den Steifigkeiten 88
Tabelle 9.31 – Massenzusammenstellung inklusive Dachausbau 88
Tabelle 9.32 – Aufteilung der Gesamterdbebenkraft auf die Geschoße nach Dachausbau 89
Tabelle 9.33 – Zusammenfassung der Schnittgrößen im Erdgeschoß nach Dachausbau 89
Tabelle 9.34 – Biegetragfähigkeitsnachweis der Außenwände im EG nach Dachausbau 90
Tabelle 9.35 – Ergebnisse der Schubtragfähigkeit der Wände im EG nach Dachausbau 90
Tabelle 9.36 – Steifigkeit der Wände Erdgeschoß 91
Tabelle 9.37 – Steifigkeit der Wände 1. Obergeschoß 91
Tabelle 9.38 – Steifigkeit der Wände 2. Obergeschoß 92
Tabelle 9.39 – Steifigkeit der Wände 3. Obergeschoß 92
Tabelle 9.40 – Steifigkeit der Wände Dachgeschoß 92
Tabelle 9.41 – Steifigkeit der Wände Erdgeschoß 93
Tabelle 9.42 – Steifigkeit der Wände 1. Obergeschoß 93
Tabelle 9.43 – Steifigkeit der Wände 2. Obergeschoß 94
Tabelle 9.44 – Steifigkeit der Wände 3. Obergeschoß 94
Tabelle 9.45 – Steifigkeit der Wände Dachgeschoß 94
Tabelle 9.46 – Massenzusammenstellung 95
Tabelle 9.47 – Steifigkeitszusammenstellung für x – und y - Richtung 95
Tabelle 9.48 – Eigenfrequenzen und Eigenkreisfrequenzen 95
Tabelle 9.49 – Modale Antworten für x – und y – Richtung 97
Tabelle 9.50 – Schwingungsdauern, Spektralwerte und effektive modale Massen 98
Tabelle 9.51 – Schnittgrößen der ersten beiden Schwingungsformen 99
Tabelle 9.52 – Bemessungsschnittgrößen nach Multimodaler Analyse 100
Tabelle 9.53 – Aufteilung Momente und Horizontalkräfte im EG in x – Richtung 100
Tabelle 9.54 – Torsionsbeiwerte und Schnittgrößen im Erdgeschoß in x – Richtung 100
Tabelle 9.55 – Biegetragfähigkeitsnachweise im Erdgeschoß in x – Richtung 101

Tabelle 9.56 – Ergebnisse der Schubtragfähigkeit der Wände im Erdgeschoß in x – Richtung 101
Tabelle 9.57 – Aufteilung Momente und Horizontalkräfte im EG in y – Richtung 101
Tabelle 9.58 – Torsionsbeiwerte und Schnittgrößen im Erdgeschoß in y – Richtung 102
Tabelle 9.59 – Biegetragfähigkeitsnachweise im Erdgeschoß in y – Richtung 102
Tabelle 9.60 – Ergebnisse der Schubtragfähigkeit der Wände im Erdgeschoß in y – Richtung 102