TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
WIEN
Vienna University of Technology

DIPLOMARBEIT

zum Thema

Dyskalkulie

und

Auswirkungen auf den Mathematikunterricht

ausgeführt am

Institut für Analysis und Scientific Computing

der Technischen Universität Wien

unter der Anleitung von

Ao. Univ. Prof. Mag. Dr. Gabriela SCHRANZ-KIRLINGER

durch

Anna BUCHACHER

1070 Wien, Halbgasse 6

Wien, im März 2011

DANKSAGUNG

Mein ausdrücklicher Dank gebührt ao.Univ.Prof. Mag. Dr. Gabriela Schranz-Kirlinger, die durch ihre sehr gute Betreuung, ihre Anregungen und Verbesserungsvorschläge maßgeblich zum Entstehen dieser Arbeit beigetragen hat.

Besonderer Dank gebührt auch meiner Familie, insbesondere meinen Eltern, die mir dieses Studium überhaupt erst ermöglicht haben. Darüber hinaus möchte ich meiner langjährigen Freundin Mag.Mag. Iris Schumy, die mich zu der dieser Arbeit überhaupt inspiriert hat, und meinen Partner, der mich während der Erarbeitungszeit unterstützt hat, danken.

INHALTSVERZEICHNIS

Seite

1 EINLEITUNG……………………………………………………………………4
2 FALLBEISPIEL ANDREAS………………………………………………………6
2.1 Anamnese und Exploration……………………………………………………..6
2.2 Diagnostik……………………………………………………………………7
2.3 Dyskalkulie-Therapie…………………………………………………………..9
3 WAS IST RECHENSCHWÄCHE?..15
3.1 Zum Begriff…………………………………………………………………...15
3.2 Definition Rechenschwäche…………………………………………………..16
3.2.1 Rechenschwäche nach ICD-10…………………………………………..16
3.2.2 Rechenschwäche nach DSM-IV…………………………………………18
3.3 Symptomatik…………………………………………………………………..19
3.3.1 Häufig auftretende Fehler………………………………………………..19
3.3.2 Sekundäre Symptomatik: Teufelskreis Rechenschwäche……………….20
3.4 Häufigkeit und Verlauf………………………………………………………..21
3.5 Begleiterkrankungen…………………………………………………………..22
3.5.1 Basale Teilleistungsstörungen…………………………………………...22
3.5.2 Legasthenie……………………………………………………………...23
3.5.3 Aufmerksamkeitsstörungen……………………………………………..24
3.5.4 Psychiatrische Begleiterkrankungen……………………………………..24
3.6 Risikofaktoren………………………………………………………………...24
3.6.1 Im Kind liegende Faktoren………………………………………………25
3.6.2 Äußere Bedingungen…………………………………………………….27
4 WIE ENTSTEHT RECHENSCHWÄCHE?..29
4.1 Entwicklungspsychologischer Erklärungsansatz……………………………...29
4.1.1 Präverbale numerische Fähigkeiten……………………………………...30
4.1.2 Fünfstufiges Entwicklungsmodell……………………………………….33
4.1.3 Besondere Hürden auf dem Weg zum Rechnen-Lernen……………...…...37
4.2 Neuropsychologischer Erklärungsansatz……………………………………...40
4.2.1 Triple-Code-Modell von Dehaene……………………………………..41
4.2.2 Entwicklung der zahlenverarbeitenden Hirnfunktionen…………………43
4.2.3 Probleme bei der Modularisierung……………………………………….45
4.3 Kognitionspsychologischer Erklärungsansatz………………………………...46
4.3.1 Arbeitsgedächtnis von Baddeley…………………………………………47

Seite

5 RECHENSCHWÄCHE ERKENNEN………………………………………………...50

5.1 Rechenschwäche in der erste Schulstufe……………………………………...51

5.2 Rechenschwäche in der zweite Schulstufe……………………………………56

5.3 Rechenschwäche in der dritte Schulstufe……………………………………..61

5.4 Rechenschwäche in der vierte Schulstufe……………………………………67

5.5 Rechenschwäche in der Sekundarstufe………………………………………69

6 WAS KANN IN DER SCHULE GETAN WERDEN?...73

6.1 Verbesserung des Mathematikunterrichts: Guter Mathematikunterricht ist die beste Prävention…………………………………………………………………..74

6.1.1 Aspekte des aktiv-entdeckenden Lernens……………………………………75

6.2 Förderunterricht als Chance für rechenschwachen Schüler………………………..80

6.2.1 Vorgangsweise einer entwicklungsorientierten Förderung……………………..81

6.2.2 Leitlinien im Umgang mit den rechenschwachen Kindern……………………..82

6.2.3 Elternarbeit……………………………………………………………………...84

6.2.4 Hinweise für Anregungen zu Erkennung, Förderung und Vorbeugung von Rechenschwäche……………………………………………………………………...85

6.3 Auf außerschulische Fördermöglichkeiten verweisen……………………………...85

6.3.1 Diagnose……………………………………………………………………...86

6.3.2 Therapie………………………………………………………………………88

7 QUELLENVERZEICHNIS…………………………………………………………..89

1 EINLEITUNG

Das Gefühl des Unbehagens und der Ablehnung gegenüber Mathematik gilt als salonfähig, Viele gebildete Personen, die in der Öffentlichkeit stehen, geben fast mit einem gewissen Stolz preis, dass Mathematik eine Schwachstelle ist und war. Immer wieder hört man, auf welche Unbeliebtheit das Fach stößt, und die Nachfrage nach Mathematikstunden in den Lerninstituten steigt stetig. Es wird als Albtraumfach beschrieben, das bei vielen eine richtige Phobie mit körperlichen Beschwerden wie Herzklopfen und Schweißausbrüchen auslöst.

Dyskalkulie kann als Schwäche im Rechnen beschrieben werden. Die Entwicklung des mathematischen Denkens bei Kindern, Jugendlichen, aber auch Erwachsenen ist verzögert, sodass nur eine Minderleistung in den arithmetischen Grundlagen erbracht werden kann. Dyskalkulie oder auch Rechenschwäche ist somit das Pedant zur Legasthenie, hat aber bislang nicht die breite öffentliche Aufmerksamkeit gefunden, wodurch sich erkennen lässt, welche Relevanz den sprachlichen gegenüber den mathematischen Fähigkeiten gegeben wird. Der Umgang mit Zahlen gehört aber zu der Bewältigung grundlegender Lebensanforderungen, sie bestimmen neben dem Rechnen im Mathematikunterricht auch den Alltag. Viele Studienfächer und Lehrberufe erfordern Mathematik als Werkzeug.

Einerseits sind Defizite in den mathematischen Kompetenzen eine gesellschaftliche Problematik, andererseits vor allem auch eine schulische Angelegenheit. Die Probleme, die durch Rechenschwäche entstehen, müssen dort angegangen werden, wo sie auftauchen, d. h. im Mathematikunterricht, daher müssen die schulischen Kompetenzen im Umgang mit Rechenschwäche gestärkt werden. Leider wissen aber viele Lehrer und Lehrerinnen nicht, wie sie mit dem Problem umzugehen haben, und daher besteht ein großer Bedarf an Information über die außerordentlichen Schwierigkeiten im Erlernen der mathematischen Kompetenzen. Die Aufklärung hinsichtlich Rechenschwäche ist aber während der Ausbildung zum Lehrer und zur Lehrerin unzureichend, daher tritt häufig Verunsicherung auf, wie sie auf die schwachen Leistungen der Schüler und Schülerinnen eingehen sollen. Bedauerlicherweise wird immer noch gute oder schlechte Leistung in Mathematik als Frage der Intelligenz gesehen. Die Schwierigkeiten im Erlernen der Mathematik treten nicht aufgrund mangelnder Klugheit auf, sondern entstehen durch Zusammenwirken unterschiedlicher Faktoren, die in den folgenden Kapiteln beschrieben werden.
Wie die rechenschwachen Kinder versuchen, ihre Defizite oft mit Tricks und Eselbrücken zu kompensieren- unter tatkräftiger Mitwirkung der Eltern-, sodass den Lehrern und Lehrerinnen

erschwert wird, das mathematische Unverständnis während des Unterrichts aufzudecken, mit dieser Thematik beschäftigt sich das 5. Kapitel „Rechenschwäche erkennen“.
Dementsprechend ist das Anliegen dieser Diplomarbeit, den Unsicherheiten im Erkennen von Rechenschwäche entgegenzusteuern und den Umgang damit zu verbessern, um den Kindern eine Möglichkeit zu geben, sich weiterzuentwickeln. Anhand des Fallbeispiels des kleinen Andreas im 2. Kapitel wird versucht, die Komplexität des Phänomens Rechenschwäche zu illustrieren.
Der erste Teil meiner Arbeit konzentriert sich dann auf den aktuellen Forschungsstand, es wird beschrieben, was Rechenschwäche überhaupt ist und wie verschiedenartig sie in Erscheinung treten kann. Mit dem Thema haben sich Neurowissenschaft, Kognitionspsychologie, Entwicklungspsychologie und Pädagogik befasst. Die Ausführungen zur Entstehung von Rechenschwäche soll den Lehrern und Lehrerinnen begreifbar machen, was sich im Kopf des Schülers und der Schülerin vollzieht, wenn sie Mathematik lernen und mit welchen Schwierigkeiten dabei zu kämpfen haben.
Mit dem zweiten Teil meiner Arbeit möchte ich Lehrer und Lehrerinnen sensibilisieren, aufkommende Probleme frühzeitig wahrzunehmen und präventiv zu arbeiten, um mit einer effektiven individualisierten Förderung sinnvolle Maßnahmen zur Prävention zu ergreifen.

Aus Gründen der leichteren Lesbarkeit wird im Folgenden auf geschlechterspezifische Differenzierung verzichtet. Entsprechende Begriffe gelten im Sinne der Gleichbehandlung für beide Geschlechter.

2 FALLBEISPIEL ANDREAS

2.1 Anamnese und Exploration

Gibt es Hinweise auf Vorliegen einer Rechenschwäche?

Vorstellungsgrund: Andreas Mutter leidet an Depressionen und wird gemeinsam mit ihren Söhnen Ende 2007 im Zentrum für seelische Gesundheit des Landeskrankenhauses Klagenfurt stationär aufgenommen. Dort will man auch feststellen, welche Auswirkungen der seelische Zustand der Mutter auf ihre Kinder hat. Bei Andreas wird außerdem vermutet, dass er an einem Aufmerksamkeitsdefizit-Hyperaktivitätssyndrom (ADHS) leidet. Aufgrund dessen wird erstmals an Andreas im Alter von 9 Jahren eine Diagnostik während des stationären Aufenthaltes durchgeführt.

Aktuelle Problemlage: Zu diesem Zeitpunkt besucht Andreas die dritte Klasse Volksschule. In der Schule hat er erhebliche Probleme mit der Rechtschreibung und weist phasenweise Verhaltensprobleme auf. Sonst ist er eher angepasst und kommt gut mit den Lehrern und Mitschülern aus. Er ist sehr motiviert und lernt durch seine schnelle Auffassungsgabe leicht, aber durch seinen flüchtigen Arbeitsstil macht er viele Schlampigkeitsfehler. Auch zu Hause wird er zeitweise durch sein Verhalten auffällig, das sich durch sein impulsives und ungesteuertes Benehmen zeigt.

Familiäre Situation: Andreas ist das älteste Kind in der Familie gefolgt von einem um ein Jahr jüngeren Bruder und einem um fünf Jahre jüngeren Halbbruder. Er lebt gemeinsam mit seinem Stiefvater und seiner leiblichen Mutter, sowie mit deren Pflegemutter in einem Haushalt. Die Mutter ist durch ihre psychische Erkrankung mit der Erziehung überfordert. Ihre Pflegemutter ist sehr dominant und kontrolliert stark das Leben der gesamten Familie, wobei es häufig zu Konflikten kommt. Auch mit dem leiblichen Vater von Andreas gibt es immer wieder Streit.

Anamnese: Andreas Entwicklungsverlauf und vorausgegangene Förderungen sind unbekannt.

Fazit aus der Anamnese: Die Informationen geben bereits Anlass zu der Vermutung, dass neben der Rechtschreibstörung auch eine Verhaltensstörung vorhanden sei. Daher kommen das Adaptives Intelligenz Diagnostikum 2 (AID 2)[1] zur Erfassung der allgemeinen Intelligenzstruktur, ein Diagnostischer Rechtschreibtest 3 (DRT 3)[2] zur Aufnahme der Rechtschreibfähigkeiten und ein Eltern- und Lehrerfragebogen zur Feststellung des Verhaltens zur Anwendung.

2.2 Diagnostik

Liegt eine klinisch relevante Störung der Rechenleistung, Lese-Rechtschreib-Leistung oder der Persönlichkeit vor?

Allgemeine Intelligenzstruktur: In der Leistungsdiagnostik anhand des Adaptiven Intelligenz Diagnostikums 2 (AID 2) wird festgestellt, dass Andreas einen Gesamtintelligenzquotienten von 98-102 besitzt, also durchschnittlich begabt ist. In den einzelnen Subtests erzielt er durchgängig eine durchschnittliche Leistung, außer in dem Untertest für das angewandte Rechnen scheint sein mathematisches Verständnis deutlich eingeschränkt. Dies initiiert eine weitere Abklärung, ob eventuell eine Rechenschwäche vorhanden sei.

Rechenleistung: Die Rechenleistung wird mit dem Heidelberger Rechentest 3 (HRT 3)[3] erfasst. Im Untertest zu der Feststellung der Leistungen bei den Rechenoperationen erlangt Andreas folgende Ergebnisse: Während er bei der Addition normale Werte erzielt, schneidet er bei den restlichen Rechenoperationen, wie Subtraktion, Multiplikation und Division schlecht ab. Ebenfalls weist er große Lücken im Größer-Kleiner-Vergleich von Zahlen auf.

---

[1] Das Adaptive Intelligenz Diagnostikum von Kubinger und Wurst (2000) dient zur Erfassung von komplexer und basaler Kognitionen bei Kinder und Jugendlichen im Alter von 6 bis 15 Jahren. Hier werden kognitive Vorraussetzungen, die für den Wissenserwerb und die Entwicklung von Handlungskompetenzen notwendig sind, überprüft. Einerseits werden die verbal-akustischen Fähigkeiten getestet, indem Fragen zum Alltagswissen beantwortet, Textbeispiele gelöst, Zahlenreihen wiederholt und Synonyme gefunden werden müssen, andererseits manuell-visuelle Fähigkeiten, indem fehlende Details entdeckt, Bildfolgen geordnet, Figuren zusammengesetzt und Muster nachgelegt werden müssen.

[2] Der Diagnostische Rechtschreibtest 3 von Müller (2004) ist ein Schulleistungstest für die dritte Klasse, in dem die die Rechtschreibleistung quantitativ eingestuft wird und durch eine qualitative Analyse Fehlerschwerpunkte bestimmt werden. Nach einem Diktat müssen 44 Wörter mit zunehmendem Schwierigkeitsgrad in einen Lückentext eingefügt werden.

[3] Der Heidelberger Rechentest 3 von Haffner/ Baro/ Parzer/ Resch (2005) dient zur Erfassung mathematischer Grundlagenkenntnisse der dritten Klasse. Er soll einen Überblick über den Leistungsstand der einzelnen Kinder geben. In den einzelnen Subtests werden die Beherrschung der Grundrechenarten überprüft, indem Additions-, Subtraktion-, Multiplikations- und Divisionsaufgaben mit ansteigenden Schweregrad und Ergänzungsaufgaben gestellt werden, und wichtige kognitive mathematische Grundfähigkeiten (Ordnen, Vergleichen, Klassifizieren, auditive Speicherungsfähigkeit, räumlich-visuelle Wahrnehmung) kontrolliert, indem die Fertigkeiten im Größer-Kleiner-Vergleich, im Abzählen von Mengen, Ordnen von Zahlen in der richtigen Reihenfolge, im Abschätzen von Längen und Fortsetzen von Zahlenfolgen ermittelt werden.

Die Lösungen von Aufgaben zur Erfassung der numerisch-logischen Fähigkeiten (Abzählen von Mengen, Fortsetzen von Zahlenfolgen, Abschätzen von Längen, Ordnen von Zahlen) sind unauffällig. Hingegen bei den räumlich-visuellen Fähigkeiten weist Andreas größere Defizite auf. Die Werte der Testung bestätigen den Verdacht auf Rechenschwäche.

Rechtschreibleistung: Im Diagnostischen Rechtschreibtest 3 (DRT 3) weist Andreas durchwegs durchschnittliche Leistung auf, daher wird ausgeschlossen, dass er an Legasthenie leidet.

Persönlichkeitsdiagnostik: Andreas zeigt einerseits ängstlich-depressives, andererseits aggressives und dissoziales Verhalten. Die Mutter berichtet von nächtlichem Schlafwandeln. In der Schule wird er aber als unauffällig beschrieben. Während des Aufenthaltes im Landeskrankenhaus zeigt er ein impulsives, ungesteuertes Verhalten, er ist überaktiv, unaufmerksam, leicht ablenkbar und neigt zu oberflächlichen Arbeitsweisen. Nachdem sein Bruder entlassen wird, tritt eine Veränderung ein, Andreas erscheint unauffällig. Es wird daher der Schluss gezogen, dass seine Auffälligkeitsproblematik emotional bedingt ist und mit der familiären Situation zusammenhängt, demgemäß ist ADHS unwahrscheinlich.

Fazit der Diagnostik: Trotz einer durchschnittlichen Intelligenz weist Andreas enorme Schwierigkeiten bei der Durchführung von Rechenaufgaben und ein geringes Zahlenverständnis auf. Es besteht somit eine deutliche Diskrepanz zwischen Rechentest und Intelligenzleistung. Eine erworbene Rechenstörung aufgrund von Hirnschädigungen oder die Möglichkeit, das Versagen in den Tests auf spezifische Prüfungsangst zurückzuführen, wird ausgeschlossen.
Außerdem wird eine Störung des Sozialverhaltens und der Emotionen diagnostiziert, die sich aufgrund der abnormen Familiensituation, der psychiatrischen Erkrankung der Mutter, der Disharmonie in der Familie sowie des konfusen Erziehungsstils der Kontaktpersonen ausgeprägt haben.
Davon ausgehend werden folgende Interventionen empfohlen: Dyskalkulie-Training, weniger Druck hinsichtlich der schulischen Leistungen und Familienintensivbetreuung.

2.3 Dyskalkulie-Therapie

Lernstandserfassung: Aufgrund der empfohlenen Interventionen besucht Andreas die Dyskalkulie-Therapie, in der zuerst sein aktueller Entwicklungsstand im mathematischen Denken aufgenommen wird, um einen entsprechenden Förderplan anzusetzen.
Die Lernstandserfassung erfolgt nach der Mathe-Förder- und Diagnosebox[4] und nach dem Heilpädagogischen Kommentar des Schweizer Zahlenbuchs[5] betreffend den Kenntnissen aus der dritten Klasse.

Aufgabenbereiche und Aufgaben	**Beobachtungen**
Kognitive mathematische Fähigkeiten	
• Visuelle Wahrnehmung • Visuelle Vorstellung • Auditive Speicherung	• Schlechte Hand-Auge-Koordination • Links-Rechts-Orientierungsprobleme • Sehr gut ausgeprägt
Zählen/ Zahlwortreihe	
• Zählen in 1er Schritten: *„Zähle von 345 aus vorwärts!“* • Zählen in 10er Schritten: *„Zähle von 426 rückwärts!“* • Zählen in 2er Schritten: *„Zähle von 193 vorwärts!“*	• Andreas lässt jeweils eine Zahl aus: *„345, 347, 349,…“* • Andreas verdreht die Zahl: *„462, 452, 442,…“* • Andreas wechselt in 3er Schritte: *„193, 195, 198,…“*
Zahlenschreibweise und -verständnis	
• Zahlen schreiben und lesen: *„Schreibe 105!“, „Wie heißt diese Zahl?“*	• Keine Auffälligkeiten

[4] Die Mathe-Förder- und Diagnosebox von Kaufmann/ Lorenz (2006) beinhaltet Beobachtungsbögen zur Lernstandserfassung und Fördervorschläge mit Kopiervorlagen. Die Unterlagen dienen zum Beobachten der Symptome, zum Verständnis der Denkprozesse und Fehlvorstellungen und zur Unterstützung der mathematischen Entwicklung. Die Box verfügt über ein breites Spektrum an Beobachtungs- und Förderideen im kognitiven Bereich (Übungen zur visuellen Wahrnehmung und zum Vorstellungsvermögen, zur auditiven Speicherung), zum Zahlenverständnis (Übungen zum Zählen und Abzählen, Zahlen lesen, schreiben, erkennen, Zahldarstellung, Zahlbedeutung), zum Rechnen und zu den Rechenstrategien, zum Operationsverständnis und zum Bereich des Problemlösens.

[5] Der Heidelberger Kommentar zum Schweizer Zahlenbuch 3 von Moser Opitz/ Schmassmann (2004) umfasst Beobachtungsbögen zur Lernstandserfassung und Aufgaben zur Förderung für die mathematischen Fähigkeiten der dritten Klasse. Dementsprechend kann eine Standortbestimmung zu kognitiven numerischen Fähigkeiten, mathematischen Ordnungsstrukturen, algebraische Strukturen und Anwendung mathematischer Kompetenzen erfolgen.

• Gerade/ Ungerade Zahlen erkennen: *„Ist 185, 370 gerade oder ungerade!“* *„Wie kannst du das unterscheiden?“* • Bedeutung der Ziffern: *„Was bedeutet die 7, die 8, die 2 in 782?“* • Zahlen am Tausenderfeld/ bildhaft darstellen: *„Zeige 134 auf dem Tausenderfeld!“* *„Zeichne 272 mit Quadraten für die Hunderter, Strichen für die Zehner und Punkten für die Einer!“*	• Andreas kann es nicht unterscheiden: *„185- ich gebe die 5 weg und rechne 1 + 8 = 9 = ungerade.“* *„370 ungerade“* • Andreas macht Stellenwertfehler: *„782- 7 Einer, 8 Zehner und 2 Hunderter“* • Andreas kennt die Darstellungsformen nicht, kann aber nach der Erklärung die Strukturierung nutzen.
Umgang mit Veranschaulichungen und Arbeitsmaterialien	
• Nachbarzahlen: *„Nenne die Nachbarzahlen von 225!“* • Nachbarzehner: *„Nenne die Nachbarzehner von 689!“* • Nachbarhunderter: *„Nenne die Nachbarhunderter von 141!“* • Zahlen am Tausenderstrahl eintragen: *„Trage 100, 300, 800, 780, 270 am Zahlenstrahl ein!“* • Zahlen in die Stellenwerttafel eintragen: *„Schreibe die Zahlen, die ich diktiere in die Stellenwerttafel: 105, 340,…!“*	• Keine Auffälligkeiten • Andreas macht Stellenwertfehler: *„Von 689 ist 688 und 608 Nachbar“* • Andreas macht Stellenwertfehler: *„Von 141 ist 41 und 241 Nachbar“* • Andreas trägt 100, 300, 800 korrekt ein, 780 bei 880 und 270 bei 170. • Es gibt große Stellenwertunsicherheiten.
Addition, Subtraktion und Ergänzen im 1000er-Raum	
• Hunderterzahlen addieren und subtrahieren: *324 + 100, 991 - 100,…*	• Andreas verwechselt Rechenzeichen.

• Hunderter unter-, überschreiten: *799 + 10* *910 - 20*	• Andreas macht Stellenwertfehler: *799 + 10 = 899* *910 – 20 = 710*
• Runden und überschlagen: *„Schreibe und rechne die Aufgabe mit gerundeten Zahlen: 629 + 123!“*	• Andreas kann nicht richtig überschlagen: *„629 = 717, denn 6 wird auf 7 gerundet, 2 auf 0 und 9 auf 0“*
• Halbschriftlich addieren/ subtrahieren: *226 + 199* *301 - 298*	• Andreas macht Zerlegungsfehler: *„301 – 298 = 197, weil* *300 – 200 = 100 und 98 – 1 = 97“*
• Auf 1000 ergänzen: *_ + 750 = 1000* *438 + _ = 1000*	• Andreas macht Fehler beim Übertrag: *350 + 750 = 1000* *438 + 572 = 1000*
• Schriftlich addieren: *„Löse die Aufgabe 105 + 678 schriftlich!“*	• Keine Auffälligkeiten
Multiplikation und Division	
• 1x1-Zahlen: *„Welche der folgenden Zahlen sind 1x1-Zahlen: 15, 24, 31, 49, 70?“*	• Andreas kann die Aufgabe zum Teil richtig lösen, erkennt aber die 49 nicht als 1x1-Zahl.
• Verdoppeln/ Halbieren: *„Verdopple 400 und schreibe die Aufgabe als Rechnung auf!“* *„Halbiere 700 und schreib die Aufgabe als Rechnung auf!“*	• Andreas kann richtig verdoppeln, er schreibt aber: *400 + 400 = 800* Andreas kennt die Division durch 2 nicht: *„Die Hälfte von 700 ist 400 und 300 Rest. 700 : 300 = 400“*
• Multiplizieren und dividieren mit 10: *3 x 30* *„Warum gibt es zwei Nullen bei 3 x 30?“* *240 : 10*	• Andreas macht Fehler mit der Null: *3 x 30 = 900* Er kann die Regel nicht begründen. Andreas weiß nicht, wie er dividieren soll.
• „Mal wie viel“-Aufgaben: *1000 = _ x 20*	• Andreas erzielt richtige Ergebnisse, aber ist unsicher.

Sachaufgaben (Mathematisieren)	
• Sachaufgaben lösen: *„Lese die Aufgabe durch, finde den richtigen Rechenweg und löse sie!“ Kevin kauft für sich und seine kleine Schwester Eis. Kevin nimmt 3 Kugeln, seine Schwester 2. Eine Kugel kostet 90 Cent. Wie viel muss Kevin bezahlen?*	• Andreas findet den richtigen Rechenweg, aber macht Fehler in der Multiplikation: *3 x 90 = 900 + 2 x 90 = 180*
Größen	
• Sich Größen vorstellen: *„Zeige: wie lang ist 1m!“*	• Keine Auffälligkeiten
• Beziehungen zwischen Größen herstellen: *„Wie viel Minuten hat eine Stunde?“*	• Keine Auffälligkeiten
• Größen im Alltag kennen: *„Wie viel kostet eine Packung Kaugummi?“*	• Andreas hat Schwierigkeiten: *„Eine Packung kostet 10 Euro!“*

Fazit aus der Lernstandserfassung: Aufgrund der Schwächen von Andreas, die mittels der Aufgaben erfasst wurden, ergibt sich folgender Förderungsplan:

Förderung	Interventionen
Kognitive mathematische Fertigkeiten	
Räumlich-visuelle Wahrnehmung (Raumlagebeziehungen, visuomotorische Koordination, visuelle Vorstellung)	• Zeichnen nach Anleitung • Muster nachzeichnen oder spiegeln • Tisch nach Anleitung zusammenräumen
Serielle Leistung (Zahlenfolgen)	Fortsetzen von auditiven, visuellen Folgen (Klatschen, Klopfen, Symbole) und von Zahlen
Mathematische Ordnungsstrukturen	
Zahlwortreihe	• Zählen und Abschätzen von Mengen • Weiterzählen von einer Zahl aus

Zahlbeziehung/ Zahlbedeutung • Nachbarzahlen • größer/kleiner • Halbieren/ Verdoppeln • Stellenwert/ Teil-Ganzes-Beziehung	• Nachbarzehner, -hunderter mit Hilfe des Zahlenstrahls finden • Mengenvergleiche auf konkreter Ebene und mit Zahlen • Schnur, Blatt teilen, sich in die Mitte stellen, am Zahlenstrahl, mit Zahlen • Ergänzungsaufgaben, Schreiben in die Stellenwerttafel
Zahldarstellung/ Zahlauffassung	• Zahlen am 100er/ 1000er-Feld darstellen • Zahlenstrahl • Stellenwerttafel
Algebraischen Strukturen	
Operationsverständnis für die Grundrechnungsarten	Erarbeitung des Verständnisses für „Dazugeben“, „Wegnehmen“ und für „gerecht Teilen“ mit Material
Addition/ Subtraktion	• Rechenstrategien +,- erarbeiten • Halbschriftliches Rechnen
Multiplikation	Noch keine Förderung
Division	Noch keine Förderung

Verlauf: Andreas besucht vom 21.07.2008 bis November 2009 die Dyskalkulie-Therapie, er erhält mit Unterbrechungen 25 Therapiestunden. Seine räumlich-visuelle Wahrnehmung kann er deutlich verbessern, dennoch bestehen nach wie vor Unsicherheiten z. B. beim Spiegeln von Gegenständen. Das Verständnis für den Zahlenbegriff kann gefestigt werden, so bereitet es Andreas keine Probleme mehr, Größen zu vergleichen, die Nachbarzahlen oder den Stellenwert der Ziffern zu nennen. Andreas versteht nun das Halbieren und Verdoppeln von Zahlen. Es gelingt ihm, Zahlen mit Hilfe von Materialien darzustellen, dagegen bereiten ihm die Darstellungen am Zahlenstrahl noch Schwierigkeiten. Der Dyskalkulie-Therapeut kann feststellen, dass Andreas Arbeitsstil Schwankungen unterliegt, die in Abhängigkeit zu der familiären Situation und der damit verbundenen Konflikte stehen. Der dadurch aufkommende impulsive Arbeitsstil[6] führt zu erhöhter Nervosität, zu Konzentrationsschwierigkeiten und in weiterer Folge zu erhöhter Fehleranfälligkeit beim vorhandenen Wissensstand. Trotzdem ist Andreas sehr fleißig und motiviert, an seinen Schwächen zu arbeiten. In der Schule fällt sein fehlendes mathematisches Verständnis durch seine automatisierten Rechengänge weiterhin nicht auf und bleibt daher seine Rechenschwäche unerkannt.

[6] Impulsiver Arbeitsstil bedeutet, dass ohne Nachzudenken, sofort und überstürzt mit der Aufgabe begonnen wird. Die Kinder möchten schnell fertig werden, egal ob sie die Aufgabe richtig oder falsch lösen, sodass sie keine Arbeitsanweisungen befolgen. Ihr Arbeitsverhalten ist geprägt von Unruhe, Flüchtigkeit und Nachlässigkeit. Sie können ihre Handlungen nicht planen und kontrollieren und die Ergebnisse nicht reflektieren.

3 WAS IST RECHENSCHWÄCHE?

3.1 Zum Begriff

Erst Anfang des 20. Jahrhunderts begann die Wissenschaft mit der näheren Erforschung erwachsener Patienten, die aufgrund von Hirnverletzungen an einer Beeinträchtigung der Rechenoperationen litten. Diesen Studien zur Folge traten die mathematischen Schwierigkeiten auch unabhängig von Sprachbeeinträchtigungen auf. Erstmals wurde in diesem Zusammenhang von **Akalkulie** als Bezeichnung für die **erworbene Störung der Rechenfähigkeit** von Erwachsenen gesprochen. 1930 wurden vier Symptome bei den erwachsenen Patienten mit Hirnverletzungen festgestellt, wie Rechenstörung, Rechts-Links-Orientierungsstörung, grafomotorische Störung[7] und Fingeragnosie[8], und **Gerstmann-Syndrom**[9] benannt.

Erst in den letzten Jahren wurde die Rechenschwäche bei Kindern, die nicht aufgrund von Hirnschädigungen, sondern durch eine **Entwicklungsverzögerung des mathematischen Denkens** entsteht, eingehender erforscht. Sie beschränkt sich auf eng umschriebene Bereiche der rechnerischen Fertigkeiten bezogen auf das Alter. Demgemäß stehen noch umfassende Studien aus und es fehlt vor allem ein umfassendes Erklärungsmodell, das alle bisherigen Forschungsergebnisse zusammenführt.

Viele verschiedene Richtungen der Wissenschaft haben sich mit der entwicklungsbedingten Rechenschwäche befasst. Viele Begriffe werden dabei synonym verwenden. Im pädagogischen und fachdidaktischen Bereich werden eher die Begriffe **Rechenschwäche, Rechenstörung** oder **Rechenschwierigkeiten** verwendet. Die Neuropsychologie benützt eher das Wort **Dyskalkulie**, ferner wird **Arithmasthenie** verwendet. All diese Begriffe beschreiben eine entwicklungsbedingte Rechenschwäche und werden von den erworbenen Rechenstörungen unterschieden. Wegen den vielen unterschiedlichen Forschungsansätzen findet sich keine allgemein anerkannte Definition in der Literatur.

Der Begriff Rechenstörung klingt nach einer Krankheit oder Behinderung, als ob ein Defekt am Kind liegen würde. Es handelt sich hierbei aber nicht um eine Persönlichkeitseigenschaft eines Menschen, sondern um individuelle Schwierigkeiten beim Erlernen von Mathematik. Es

[7] Bei der grafomotorischen Störung kann der Stift nicht korrekt gehalten und geführt werden. Mit einer zu verkrampften Handhaltung wird eine falsche, druckstarke Bewegung ausgeführt.

[8] Fingeragnosie ist die Unfähigkeit mit offenen Augen die richtigen Finger zu benennen oder zu unterscheiden.

[9] Das Gerstmann-Syndrom wurde nach dem österr. Nervenarzt Gerstmann (1887-1969) benannt und ist eine neurologische Erkrankung des Gyrus Angularis.

ist nicht hilfreich, jemanden als „rechengestört“ abzustempeln, als unfähig, jemals Mathematik zu begreifen, sondern seine spezifischen Schwächen auszumachen und durch die nötige Förderung und das Verständnis, dieses Kind zu einer besseren Leistung zu führen. Es handelt sich hierbei um Lernschwierigkeiten im Mathematikunterricht. Deshalb wird in der weiteren Arbeit der Begriff der Rechenschwäche benützt.

3.2 Definition Rechenschwäche

3.2.1 Rechenschwäche nach ICD-10

Von der Weltgesundheitsorganisation (WHO) wurde eine **„Internationale Klassifikation der Krankheiten und verwandter Gesundheitsprobleme“** (ICD-10) erstellt, um Krankheiten und Störungsbilder einheitlich zu diagnostizieren.
Die Rechenschwäche findet sich darin in der Kategorie „Umschriebene Entwicklungsstörungen schulischer Fertigkeiten“, speziell unter dem Titel **„Umschriebene Entwicklungsstörung des Rechnens“**.
ICD-10 definiert demnach Rechenschwäche folgendermaßen:

„Die Rechenstörung besteht in einer umschriebenen Beeinträchtigung von Rechenfertigkeiten, die nicht allein durch eine allgemeine Intelligenzminderung oder eine unangemessene Beschulung erklärbar ist. Das Defizit betrifft vor allem die Beherrschung grundlegender Rechenfertigkeiten, wie Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division, weniger die höheren mathematischen Fertigkeiten, die für Algebra, Trigonometrie, Geometrie oder Differential- und Integralrechnung benötigt werden.“ (ICD-10, 2006, F81.2)

Da es sich hierbei um eine Entwicklungsstörung handelt, hat die Schwäche ihren **Ursprung in der Kindheit**. Sie zeigt sich in einem gestörten Erwerb der mathematischen Fertigkeiten, der durch eine verzögerte oder eingeschränkte Entwicklung von Funktionen entsteht, die eng mit der biologischen Reifung des Gehirns verbunden sind. In manchen Fällen sind auch Sprache, visuell-räumliche Fertigkeiten und die Bewegungskoordination betroffen.
Im schulischen Leben betrifft die Beeinträchtigung somit ausschließlich den mathematischen Bereich und wird in den ersten Schuljahren auffällig, wenn der Erwerb von Grundrechnungsarten im Vordergrund steht. Die Schwierigkeiten bestehen von Anfang an und behindern die schulische Laufbahn der betroffenen Kinder. Diese weisen **außergewöhnliche Probleme beim Rechnen auf, die sich durch Schwierigkeiten beim Zählen, beim Einschätzen von Mengen, bei Erlernen des Stellenwertsystems und bei der**

Durchführung von den grundlegenden Rechenoperationen äußern. Die mangelnde Vorstellung von Zahlen und Mengen und das mangelnde Verständnis für Zahlenoperationen führen zu einem fehlenden mathematischen Begriffsvermögen, wobei die betroffenen Schüler mit ihrer subjektiven Logik in systematischer Art und Weise Fehler machen, die auf begrifflichen Verinnerlichungsproblemen beruhen. Dies kann sich bei Grundschülern ebenso zeigen wie bei Schülern an weiterführenden Schulen. Werden diese elementaren Defizite auf einem Weg, den das rechenschwache Kind begreift, vermittelt, so ist das Verständnis für die höhere Mathematik gesichert, und werden keine weiteren Schwierigkeiten im mathematischen Bereich erwartet. Weil die Mathematik aber kontinuierlich aufbaut, ist ein Ausgleich der Schwäche unerlässlich, sonst würde der Rückstand im Schulstoff immer größer und die Schwierigkeiten immer beständiger werden. Deshalb sollte das Defizit auch in den ersten Schuljahren behoben werden, damit auf einem soliden Fundament aufgebaut werden kann.
Wesentliches Kriterium für die Diagnose von Rechenschwäche ist die Feststellung einer Diskrepanz zwischen einer schwachen Rechenleistung und einer durchschnittlichen allgemeinen Intelligenz. „Analog zur Diagnose der umschriebenen Entwicklungsstörung des Lesens und Schreibens wird Rechenschwäche dann diagnostiziert, wenn die Leistungen des Kindes in einem standardisierten und normierten Rechentest weit unter dem Wert liegen, der aufgrund seines Alters und Intelligenz zu erwarten wäre. **Das zentrale Kriterium für die Diagnose ist die Diskrepanz zwischen den Leistungen im Intelligenztest und die Leistungen im Rechentest.**“ (Fritz/ Ricken, 2008, S. 10)
Eine Rechenschwäche liegt also vor, wenn bei Kindern mit durchschnittlicher Intelligenz (IQ >70) eine sehr schwache Rechenleistung (PR Prozentrang < 15) im Rechentest festgestellt wird. Das Versagen zeigt sich ausschließlich in Mathematik, während in den anderen Fächern durchaus durchschnittliche bis sehr gute Leistungen erbracht werden. Die Rechenleistung rechenschwacher Kinder schneidet somit deutlich schlechter als bei den Klassenkameraden. Der Diskrepanzunterschied liegt zwischen 1 ½ - 2 Standardabweichungen.
Das Diskrepanzkriterium ist für die Forschung durchaus sinnvoll, da durch die Grenzziehung die Kernproblematik der Rechenschwäche näher untersucht und bestimmt werden kann. Aber in der Praxis ist eine solche willkürliche Grenzziehung problematisch, da Kinder, die keine Diskrepanzdiagnose erhalten, von einer finanzierten Förderung ausgegrenzt werden.
Ein weiterer Kritikpunkt ist, dass der Intelligenztest auch Aufgaben beinhaltet, die auch mathematischen Kenntnisse erfordern, in Folge dessen wird der Intelligenzwert nach unten gedrückt. Ein weiterer Fall ist, dass das Kind hat aufgrund der Rechenschwäche bereits eine verstärkte Angst vor Prüfungen entwickelt, sodass ein Versagen im Intelligenztest, sprich in

einer Prüfungssituation garantiert ist. Die Konsequenz ist, dass die tatsächlichen Schwierigkeiten der Kinder nicht erkannt werden und sie von einer gezielten, mit Fördermaßnahmen ausgestatteten Hilfe abgelehnt werden.

3.2.2 Rechenschwäche nach DSM-IV

Die vierte Revision des **Diagnostischen und Statistischen Manuals Psychologischer Störungen** (DSM-IV) ist ein Klassifikationssystem der Amerikanischen Psychiatrischen Vereinigung und beinhaltet Ergänzungen für die jeweiligen Passagen im ICD-10.
Dort lassen sich folgenden Kriterien für die Diagnose einer Rechenschwäche finden:

„1. Die mit individuell durchgeführten standardisierten Tests gemessenen mathematischen Fähigkeiten liegen wesentlich unter denen, die auf Grund des Alters, der gemessenen Intelligenz und der altersgemäßen Bildung einer Person zu erwarten wäre.
2. Die beschriebene Störung behindert deutlich die schulischen Leistungen und Aktivitäten des täglichen Lebens, bei denen mathematische Fähigkeiten benötigt werden.
3. Liegt ein sensorisches Defizit[10] vor, sind die Schwierigkeiten beim Rechnen wesentlich größer als diejenigen, die gewöhnlich mit diesem Defizit verbunden sind.“ (Jacobs/ Petermann, 2005, S. 14)

Viele Autoren beschreiben die bereits **bestehenden Definitionen als mangelhaft** und nicht hilfreich für das Verständnis für Rechenschwäche. Demgemäß sind diese zu oberflächlich gefasst und geben nicht wieder, einerseits, wie es einem Kind mit Rechenschwäche geht und andererseits, was das rechenschwache Kind tut, wenn es rechnet. „Es findet also keine inhaltliche Beschäftigung mit dem Rechnen und Denken rechenschwacher Kinder statt.“ (Gaidoschik, 2006, S. 13)
Die Festmachung an den Defiziten der Grundrechenarten ist für die Diagnose von Rechenschwäche unzulänglich, denn keine Rechenschwäche gleicht der anderen, sondern ist bestimmt durch die individuellen Schwächen eines Schülers. Außerdem berücksichtigt sie nicht, „dass bereits die altersgemäße Beherrschung der Grundrechnungsarten das komplexe Zusammenwirken einer ganzen Reihe mathematischer Fertigkeiten erfordert.“ (Landerl/ Kaufmann, 2008, S. 94f) So entwickeln sich schon in der vorschulischen Laufbahn Fähigkeiten, die für das Erlernen von Mathematik wesentlich sind.

[10] Sensorisches Defizit bezeichnet ein Mangel im Bereich der Wahrnehmung, sei es in der visuellen, akustischen oder taktil-kinästhetisch.

Die Forschung sollte sich mehr an der Lese-Rechtschreib-Störung orientieren und ihre Forschungsergebnisse zusammenführen und typische Defizite der Rechenschwäche beschreiben. Denn bislang wurde kein einheitliches Krankheitsbild beschrieben, da die verschiedensten Gründe für Rechenschwäche angenommen und unterschiedlichste Erscheinungsformen beschrieben werden. Die Aufgabe der Forschung wird es sein, die Gemeinsamkeiten zu finden, um die Kernsymptome der Störung näher zu charakterisieren.

3.3 Symptomatik

3.3.1 Häufig auftretende Fehler (vgl. Jacobs/ Petermann, 2005)

Allgemein lässt sich sagen, dass es keine spezifischen Fehler bei rechenschwachen Kindern gibt, die nicht auch ihre Altersgenossen mit gut entwickelter Rechenfähigkeit machen würden. „Nicht die Art der Fehler, sondern ihre Häufigkeit und Vielfalt und ihre Persistenz können helfen, rechenschwache Kinder zu identifizieren.“ (Jacobs/ Petermann, 2005, S. 10)
Rechenschwäche ist keine homogene Störung. So weisen die rechenschwachen Kinder eine **individuelle Mischung der unten angeführten Fehlerbilder** auf, abhängig vom jeweiligen Alter und Wissenstand. Manche rechenschwache Kinder entwickeln Kompensationsstrategien, um über ihren Wissensrückstand hinwegzutäuschen, sodass im Laufe ihrer Schulbahn die unentdeckte Rechenschwäche immer gravierender wird und die Lücken immer größer werden.
Die rechenschwachen Kinder können folgende Rückstände in der Zahlenverarbeitung und arithmetischen Leistungen aufweisen:

Fehlendes Größen- und Mengenverständnis
Die Zahl wird vorwiegend als Position und nicht als Menge verstanden, so können Zahlwörter (etwa „sechs“) und deren Ziffern (etwa „6“) keinen Quantitäten zugeordnet werden. Die Größe einer Zahl kann nicht eingeschätzt werden, dementsprechend liefert ein rechenschwaches Kind oft groteske Zahlenangaben („Das Zimmer ist 100m hoch!“). Durch die Unfähigkeit Mengen abzuschätzen, gelingt die Durchführung von Überschlagsrechnungen und somit das Erkennen von unmögliche Rechenergebnisse nicht. Die Fähigkeit, kleine Mengen auf einen Blick zu erfassen, ist beeinträchtigt.
Fehler beim Zählen
Es entstehen Fehler beim Zählen, sodass das Abzählen von konkreten Mengen nicht funktioniert. Oder das rechenschwache Kind kommt nur dann zu einem korrekten Ergebnis,

wenn die Objekte in einer systematischen Reihenfolge gezählt werden, sonst verliert es den Überblick. Das Prinzip der Irrelevanz von Zählabfolge von Mengen scheint ihm nicht bewusst zu sein. So überspringt es Zahlen beim Vorwärtszählen, das Rückwärtszählen bereitet große Schwierigkeiten und wird häufig mit dem Vorwärtszählen verwechselt.
Fehler beim Transkodieren
Das rechenschwache Kind hat massive Probleme beim Erwerb der arabischen Zahlen und des Stellenwertsystems. Es gelingt ihm die Übertragung des Zahlworts (etwa „dreiundfünfzig“) in die arabische Form („53“) und umgekehrt die Transkodierung von der Ziffer in die verbale Form nicht. Es weist außergewöhnliche Schwierigkeiten beim Lesen von arabischen Zahlen (etwa „sechsundsiebzig“ statt „67“), da es die Einer mit der Zehnerposition verdreht. Die willkürliche Syntax der deutschen Zahlwörter bereitet ihm Schwierigkeiten (etwa „zwölf“, aber „dreizehn“).
Fehlendes Verständnis für den Stellenwert
Es macht Fehler beim Stellenwert („724“ statt „7024“). Das Kind unterscheidet nämlich größenmäßig nicht zwischen den Stellen und rechnet bedenkenlos die Ziffern der Zahlen zusammen, ohne die Stellenwerte zu beachten, so entstehen gravierende Fehler beim schriftlichen Rechnen. Außerdem gelingt es ihm nicht die Stellen einer Zahl wie Einer, Zehner, Hunderter,… zu benennen.
Fehlendes Verständnis für die Grundrechenarten
Der logische Gehalt der Grundrechnungsarten bleibt dem rechenschwachen Kind unklar, so vertauscht es willkürlich Rechenzeichen („4 + 3 = 12“). Es gelingt ihm der Übergang vom zählenden Rechnen zum Abrufen von Faktenwissen aus dem Gedächtnis nicht, so bleibt es in unreifen Rechenstrategien (Fingerrechnen) verhaftet. Es passieren ihm Fehler im Umgang mit der Null („3 : 3 = 0“; „4 x 0 = 4“; „15 + 0 = 0“). Das 1x1 kann nur mehr auswendig gelernt werden, viele scheitern aber auch daran, denn sie kommen zu falschen Rechenergebnissen, obwohl die Zahl aus der gleichen Rechenreihe stammen („8 x 3 = 32“).

3.3.2 Sekundäre Symptome: Teufelskreis Rechenstörung (vgl. Gaidoschik, 2006)

Aber mit der wachsenden Anzahl der Rechenfehler sinkt das Selbstbewusstsein des betroffenen Kindes. Hält man sich die Situation des Kindes vor Augen, so ist klar, welcher Belastung das Kind ausgesetzt ist. Durch die Leistungsschwäche ist es trotz schulischer Förderung und zeitaufwendigen Übens nicht in der Lage, auch nur die grundlegenden

mathematischen Kenntnisse und Fertigkeiten zu erlangen. Es bleibt das schlechteste und langsamste, mit den meisten Fehlern behaftet in seiner Klasse. Misserfolg folgt auf **Misserfolg**, und das Kind gelangt zu der Annahme, dass es nicht Rechnen kann und dumm ist. Die Eltern sorgen sich, verstärken ihre insuffizienten Trainingsbemühungen mit zunehmender häuslicher Spannung. Aber durch seine Schwäche bleiben die Fehler bestehen. Auch die zusätzliche Förderung und gut gemeinte Hilfe in der Schule gehen oft daran vorbei. Das Kind wird als „unwillig, faul, unkonzentriert, unbegabt“ stigmatisiert als Folge einer verkürzten Kausalkette: „keine Leistung, also unbegabt“. Zusätzlich erlebt der Schüler sich im Vergleich mit Gleichaltrigen unterlegen und ist vielleicht Hänseleien ausgesetzt.
Der zusätzliche Druck und diese seelische Belastung erschweren das Lernen. Die verärgerten, abweisenden Reaktionen seitens der Lehrer und Eltern, das Scheitern und die erhöhte Anspannung lösen Selbstzweifel und Versagensängste aus, sodass sich das Kind total verweigert, an seiner Schwäche zu arbeiten. Die Orientierung an den Misserfolgen veranlasst als Folge einen weiteren Leistungsabfall, sodass es auch Gefahr läuft, in den anderen Gegenständen zu versagen und eine allgemeine Schulunlust entsteht. Demotiviert und mit einem **negativen Selbstbild** verhaftet wird das Kind vom Mathematikversager zum Schulversager. Rechenschwäche artet dann zu einem Teufelskreis aus, zu einer Orientierung an den Misserfolgen, sodass das Kind ein gestörtes Bild von sich selbst bekommt, und sein Selbstbewusstsein darunter leidet.

3.4 Häufigkeit und Verlauf

Rechenschwäche tritt häufiger auf, wie bislang angenommen wurde, so liegt eine Prävalenzrate wie bei der Lese-Rechtschreibstörung vor. Gaidoschik (2006) spricht **von 6 Prozent aller Grundschüler**, die hochgradig rechenschwach sind und von etwa 15 Prozent, die an einer zumindest förderbedürftigen Rechenschwäche leiden. Davon sind etwa gleich viele Jungen wie Mädchen betroffen. „Das bedeutet, dass statistisch gesehen in jeder Schulklasse mit mindestens einem solchen Kind zu rechnen ist, und dass die Probleme, die sich daraus im Unterricht ergeben, zum Alltag eines jeden Lehrers gehören.“ (von Aster/ Lorenz, 2005, S.7)
Langzeitprognosen sind weitgehend noch unbekannt, da längsschnittliche Erhebungen noch ausstehen, so kann keine Aussage über die weitere Entwicklung der Rechenschwäche getroffen werden. Aber es wird davon ausgegangen, dass die Defizite in den mathematischen Leistungen ohne gezielte Förderungen auch längerfristig stabil bleiben. Darüber hinaus wurde herausgefunden, dass die **Stabilität direkt mit dem Schweregrad der Störung**

zusammenhängt. Je länger Rechenschwäche nicht erkannt wird und je massiver sich Defizite ausprägen, desto geringer ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Kinder den Rückstand aufholen können.
Wird Beeinträchtigung im mathematischen Bereich nicht behoben, wirkt sich dies weiter auf die Schullaufbahn und die berufliche Entwicklung aus. So wurde in einer englischen Studie gezeigt, dass 48 Prozent der arbeitslosen Männer auffällig schwache Rechenleistungen aufwiesen (vgl. Landerl/ Kaufmann, 2008).
Daher ist es für Lehrer unerlässlich, die betroffenen Kinder möglichst früh zu erkennen und geeignete Interventionen anzusetzen, damit solche Langzeiteffekte ausbleiben.

3.5 Begleiterkrankungen

Begleitend zur Rechenschwäche können noch andere neuropsychologische Störungen und psychiatrische Erkrankungen auftreten.

3.5.1. Basale Teilleistungsstörungen

Basale Teilleistungen sind **Bausteine für das Erlernen von mathematischen Fertigkeiten**. Aus der taktilen, kinästhetischen, visuellen, auditiven, gustatorischen, olfaktorischen Wahrnehmung entwickeln sich kognitive Basisfähigkeiten wie **Raumorientierung, Körperschema, Handlungsplanung, Erfassen von Raum-Lage-Beziehungen, auditive** und **visuelle Fähigkeiten**. Diese Basisfähigkeiten bilden wiederum die Voraussetzung für die kognitive Strategiebildung und pränumerischen Fähigkeiten.
So wurde eine deutliche Korrelation zwischen Rechenschwäche und basalen Teilleistungen festgestellt, doch nicht alle rechenschwachen Kinder weisen solche Defizite auf.
Am häufigsten werden folgende Defizite in den basalen Teilleistungen angeführt (vgl. Thiel, 2001):

- Störungen im taktil-kinästhetischen Bereich (Wahrnehmung über den Tastsinn und die Bewegungssteuerung)
- Störungen bei der Erfassung des Körperschemas (Links-Rechts-, Oben-Unten-Unterscheidungen am eigenen Körper) und in der räumlichen Orientierung
- Störungen in der Erfassung der Raum-Lage-Beziehungen
- Störung in der visuellen Gliederung (Unterscheidung von Figur und Hintergrund)
- Störung der auditiven Wahrnehmung
- Störung der Serialität (Fähigkeit, Abfolgen verschiedenster Art zu erkennen, zu speichern, wiederzugeben)

- Störung der Intermodalität (Verknüpfung verschiedener Sinnesbereiche)

Weil eben diese Fähigkeiten beim Erlernen höherer geistiger Tätigkeiten beteiligt sind, kann es bei massiver Störung dieser zu größeren Schwierigkeiten beim Erlernen des Rechnens kommen. Andererseits können diese Defizite auch dazu führen, in anderen Bereichen Stärken auszubilden, sodass keine Schwierigkeiten beim Erlernen von mathematischen Inhalten zu erwarten sind.

Es sollte aber abgeklärt werden, ob und an welcher basalen Teilleistungsstörung das rechenschwache Kind leidet, damit dies in der Rechenschwäche-Therapie (siehe Kapitel 6.3.1) berücksichtigt werden kann.

3.5.2 Legasthenie

Neuere Studien belegen ein gehäuftes Auftreten von Rechenschwäche und Legasthenie.

Bei der Legasthenie handelt sich es sich um eine **Störung beim Erlernen des Lesens und Rechtschreibens**. Diese ist schon weitaus länger im Blickfeld der Forschung als Rechenschwäche. Früher wurde angenommen, dass Rechenschwäche eine Sonderform der Legasthenie ist, da sich manche Störungsbereiche von Legasthenie und Rechenschwäche überschneiden. So wurde in der älteren Forschung der Zifferntausch mit der legasthenischen Verdrehung der Buchstabenfolge gleichgesetzt. Auch die Schwierigkeiten bei Textaufgaben werden zu den Problemen beider Störungen gezählt. Dies zeigt, dass teilweise dieselben basalen Teilleistungen beim Schreiben und Lesen wie beim Rechnen beteiligt sind. Andererseits wurde herausgefunden, dass die beiden Störungen auch unabhängig voneinander existieren, daher wird vermutet, dass sie einer unterschiedlichen Ätiologie[11] angehören und unterschiedliche Behandlung benötigen, um den Kindern wirksam zu helfen. So brauchen beide Bereiche eine spezifische Förderung. „Vielmehr scheinen die beiden Störungen auf der neurokognitiven Ebene voneinander weitgehend unabhängig zu sein. Während Dyskalkulie mit Defiziten in den kognitiven Repräsentationen von Numerositäten[12] assoziiert ist, steht Legasthenie mit Defiziten der kognitiven Repräsentationen von Sprachlauten in Zusammenhang. Bei Kindern, die beide Störungen aufweisen, addieren sich auch die zugrunde liegenden kognitiven Defizite auf.“ (Landerl/ Kaufmann, 2008, S.135)

[11] Ätiologie sind jene Faktoren, die zur Krankheit führen
[12] Zahlen

3.5.3 Aufmerksamkeitsstörungen

In diesem Zusammenhang stehen auch das **Aufmerksamkeitsdefizitsyndrom** (ADS) und **Aufmerksamkeitsdefizit-Hyperaktivitätssyndrom** (ADHS). Diese Störungen treten auf infolge eines Mangels an Neurotransmittern, also werden als Stoffwechselerkrankungen angesehen.

Die Auswirkungen der minimalen Gehirnstörung bedeuten, dass die Kinder nur über eine kurze Aufmerksamkeitsspanne verfügen, die es ihnen unmöglich macht, sich über eine längere Zeitspanne auf einen Gegenstand zu konzentrieren. Aufgrund der Selektionsschwäche werden sie von Reizen überflutet, dass sie sich ständig mit höchster Konzentration um ihren Lerngegenstand bemühen müssen und infolgedessen auch schnell durch die hohe Anspannung erschöpft sind.

42% der rechenschwachen Kinder leiden an einem Aufmerksamkeitsdefizitsyndrom und 26% weisen zusätzliche Symptome eines Aufmerksamkeitsdefizit-Hyperaktivitätssyndroms auf. (vgl. Jacobs/ Petermann, 2005)

3.5.4 Psychiatrische Begleiterkrankungen

Es besteht ein enger Zusammenhang zwischen umschriebenen Entwicklungsstörungen und psychischen Auffälligkeiten, 46% der Kinder mit Rechenschwäche leiden an internalisierenden Störungen wie **Ängste** oder **Depressionen** (vgl. Jacobs/Petermann, 2005). So gilt Rechenschwäche sowohl als Folge als auch als Ursache von **Verhaltensauffälligkeiten**. Einerseits können Ängste und Depressionen eine Beeinträchtigung der kognitiven Entwicklung nach sich ziehen, andererseits kann eine sekundäre Neurotisierung als Folge von Rechenschwäche entstehen. Symptome psychiatrischer Auffälligkeiten umfassen Ängste, Depressionen, **somatoforme Störungen**[13] und Verhaltensauffälligkeiten.

3.6 Risikofaktoren

In der heutigen Forschung gibt es noch keine genauen Kenntnisse über die Entstehung von Rechenschwäche. Es wird angenommen, dass **mehrere Faktoren zusammenwirken und die Entwicklung von Rechenschwäche begünstigen**, nicht eine Ursache alleine bewirkt Rechenschwäche. Aber genauen Einsichten über die Wirksamkeit, Häufigkeit und Gewichtung der einzelnen Komponenten sind heute noch unerforscht. Die Wissenschaftler

[13] Somatoforme Störungen sind körperliche Beschwerden, die sich nicht auf eine organische Erkrankung zurückführen lassen. Die Betroffenen leiden an den Schmerzen, aber suchen meist erfolglos ihren Hausarzt auf.

teilen nur die Erkenntnis, dass beim Erlernen mathematischer Kompetenzen „ein System von Wechselwirkungen zwischen Kind und Umwelt" (Gaidoschik, 2006, S. 14) beteiligt ist, sodass sich durch negative Einflüsse eine Rechenschwäche entwickelt (Abbildung 1).
So zählen die Veranlagungen im Kind, einerseits biologische Ausstattung, andererseits emotionale Persönlichkeit, aber auch die äußeren Umstände, wie Schule, Familie, Freunde zu den begünstigenden Faktoren, die aber nicht zwangsläufig Rechenschwäche nach sich ziehen. Für jedes Kind wirkt **eine individuelle Kombination von Bedingungen verursachend**.
Die Vermutungen über die Ursachen sind bislang aber noch nicht ausreichend für die Erklärung von Rechenschwäche und müssen in Zukunft noch eingehender erforscht werden.

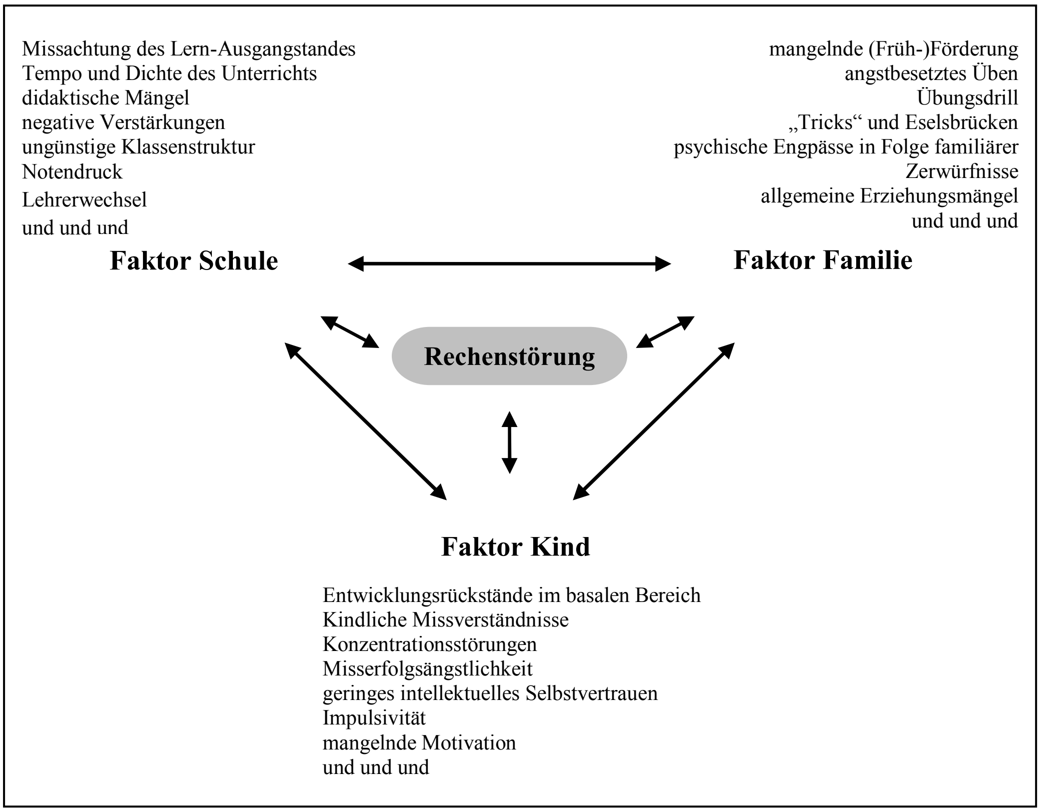


Abbildung 1: Faktoren, die zu einer Entstehung beitragen können (Gaidoschik, 2006, S. 15)

3.6.1 Im Kind liegende Faktoren

- **Organisch-neurologische Ursachen**

Vielen Rechenschwächen liegen körperlich bedingte, also auf Hirnleistungsschwächen beruhende Faktoren zugrunde. Diese umfassen genetische als auch perinatal (vor, während und/oder nach der Geburt) erworbene Ursachen sowie Beeinträchtigungen in der frühen Kindheit.

Einerseits wird also eine **genetische Verursachungskomponente** angenommen, allerdings konnte diese von der Wissenschaft bislang noch nicht zweifelsfrei nachgewiesen werden. Obwohl Studien zeigen konnten, dass auch Angehörige rechenschwacher Kinder häufig unter Schwierigkeiten im mathematischen Bereich leiden und dass es oft bei angeborenen funktionellen Störungen wie das Turner-Syndrom[14], William-Beuren-Syndrom[15] und Fragiles X-Syndrom[16] zu einer defizitären Rechenleistung kommt, ist umstritten, inwieweit die Erbanlagen eine mathematische Schwäche auslösen. Aktuell wird vermutet, dass der Umweltfaktor wesentlich bedeutender bei der Entstehung von Rechenschwäche ist. Dementsprechend verkennt die Annahme einer genderminierten Schwäche als alleinige Ursache die Komplexität rechnerischen Leistens.
Für die Praxis ist es auch wenig hilfreich, wenn man sich damit abfindet, dass die Schwäche vererbt ist und daraus schlussfolgert wird, dass jegliche Förderung nutzlos ist. So ist es auch für das betroffene Kind nicht ermunternd, an seiner Schwäche zu arbeiten, wenn man ihm sagt, dass die Probleme in der Familie liegen und es als „dumm“ beziehungsweise chancenlos abgestempelt wird.
Andererseits haben auch Störungen und **Verzögerungen in der frühkindlichen Entwicklung** zur Folge, dass sich Defizite in den kognitiven Stützfunktionen und Schwächen in den Wahrnehmungsleistungen bilden. Diese basalen kognitiven Fähigkeiten sind aber wiederum Grundlage für das Gewinnen von mathematischen Erkenntnissen und bilden die Voraussetzung für das Lernen. Sind diese gestört, so kann es auch zu einer defizitären Entwicklung der Rechenfähigkeiten kommen. Dementsprechned sind **die visuellen, akustischen und taktil-kinästhetischen Wahrnehmungen** wesentlich für das Erlernen mathematischer Kompetenzen, aber auch **Kurzeitgedächtnis, Speicherungsfähigkeit, Konzentrationsfähigkeit, Aufmerksamkeit und Ausdauer** sind **Grundvoraussetzung fürs Rechnenlernen** (siehe Kapitel 4.3).

[14] Das Turner-Syndrom ist eine genetische Erkrankung, bei der Vererbung kommt es zu einer fehlerhaften Verteilung des X-Chromosoms, sodass nur ein X-Chromosom vorhanden ist. Die Betroffenen sind daher nur Mädchen. Die Symptome u.a. sind durchschnittliche Intelligenz und Unfruchtbarkeit, Kleinwuchs und Fehlbildungen in den inneren Organen.

[15] William-Beuren-Syndrom ist genetisch bedingte Sonderheit des Chromosoms 7 und führt zu kognitiver Behinderung unterschiedlichen Schweregrads. Die Symptome u.a. sind Minderwuchs und Fehlsichtigkeit.

[16] Fragiles-X-Syndrom ist eine genetische Veränderung der X-Chromosomen, die in einem Teil der Zelle eine Bruchstelle aufweisen. Die Symptome u.a. sind kognitive Behinderung unterschiedlichen Schweregrads, Sprachstörung und Aufmerksamkeitsdefizite.

Störungen der basalen kognitiven Funktionen sollten geklärt werden, allerdings sind sie nur schwer therapierbar, trotzdem bedeutet eine solche Diagnose keinesfalls, dass Kinder nicht zu höheren geistigen Leistungen fähig sind.

- **Psychische Ursachen**

Auch die emotionale Persönlichkeit des Kindes steht in Wechselwirkung mit den anderen Faktoren, die dazu beitragen können, dass sich eine Rechenschwäche entwickelt. So werden eine **hohe Ängstlichkeit, wenig Selbstvertrauen und eine mangelhafte Motivation** sich auf die mathematische Leistung niederschlagen und weiter Auswirkungen in der Schule und Familie haben. So verschlechtert eine geringe Motivation die Leistung, wenn während einer Schulaufgabe Zeitdruck herrscht, und führt zu geringeren Lernerfolg. Aber auch eine hohe Ängstlichkeit und das damit verbundene negative Selbstbild führen zu Leistungsblockaden und zusätzlicher Belastung beim Rechnen, sodass die rechnerische Leistung gemindert wird, größere Lernlücken und weitere Misserfolge entstehen, an denen das Kind sich orientiert.

3.6.2 Äußere Bedingungen

- **Ursachen aus dem familiären Umfeld des Kindes**

Seelische Belastung in Folge von familiären Problemen, Scheidung, Todesfällen in der Familie verursachen nicht, aber verstärken Probleme in Rechnen. **Erzieherische Vernachlässigung** und damit mangelhafte Betreuung und unzureichende Förderung eines Kindes können bei der Ausprägung einer Rechenschwäche eine Rolle spielen. Aber auch **Überbehütung**, zu große Führsorge, Vermeidung von Gefahren oder Erziehung zur Unselbständigkeit können ebenso negativ wirken.

Möchten die Eltern, dass Kind von Gefahren fernhalten, wird es wesentlicher Lernerfahrungen beraubt und kann seine kognitiven Fähigkeiten nicht entwickeln. Auch eine zu hohe Erwartungshaltung und Perfektionismus von Seiten der Eltern erzeugen einen zu **hohen Leistungsdruck**, der das Kind blockiert zu lernen und bei Leistungsanforderung schließlich ein Versagen nach sich zieht. Auch wenn die Eltern **mangelndes Verständnis** für die kindlichen Probleme und Vorstellungen haben und ihnen nicht den nötigen Halt bieten, trägt die Zurücksetzung der kindlichen Bedürfnisse dazu bei, dass es Schwierigkeiten beim Erlernen des Rechnens hat.

Sogar beengte Wohnverhältnis, fehlendes Freizeitangebot oder fehlende Struktur im Alltag können Auswirkungen auf die Mathematikleistung des Kindes haben.

- **Ursachen aus dem Bereich Schule**

Das schulisch-didaktische Ursachenfeld möchte ich hier besonders herausstreichen, schließlich handelt es sich bei Rechenschwäche um ein schulisches Problem.
Einerseits behindern ungünstige Umstände im schulorganisatorischen Bereich das mathematische Lernen und Leisten der Kinder, andererseits lehrerbedingte Mängel:
Zu **häufiger Wechsel der Lehrer** und damit verbundener Wechsel der Unterrichtsmethoden bewirken, dass das rechenschwache Kind keine mathematischen Vorstellungen aufbauen kann. **Zu große Klassen** machen eine individuelle Betreuung unmöglich. Wenn Mathematik zugunsten von Lesen und Schreiben vernachlässigt wird, können die Kinder kein ausreichendes mathematisches Grundwissen aufbauen. Legt der Lehrer mehr Wert auf das **sinnlose Üben** ähnlicher Aufgaben, so wird das Kind eine mangelnde operative Flexibilität erlangen.
Zu rasches Vorgehen im Stoff, Nichtbemerken von Wissensrückständen, also **keine Anpassung an den Wissensstand der Kinder**, begünstigen die Ausprägung von Rechenschwäche. **Inhaltliche Mängel** in der Vermittlung der mathematischen Grundlagen, Versäumnisse, anschauliche Materialien zu verwenden oder ausschließliches Arbeiten mit Materialien, sodass gedankliche Verarbeitung zu kurz kommt, gehören zu den Risikofaktoren. Aber auch Beschämungen durch Mitschüler und Lehrer, kann dazu führen, dass die verängstigten Kinder nicht die geforderte Leistung erbringen können.

Hier möchte ich nochmals deutlich machen, dass diesem Fall keine eindeutigen Ursachen vorliegen, sondern ein Zusammenwirken mehrerer Faktoren ist. Dies bedeutet keine Schuldzuweisung hinsichtlich der Verantwortung dafür, dass ein Kind Schwierigkeiten beim Erlernen des Rechnens hat, sondern soll eher als **Aufruf an die Lehrer** verstanden werden, mehr **Sensibilität für die Bedürfnisse ihrer Schüler** aufzubringen. Wie die Erfahrung zeigt, sind in einer Schulklasse nur einzelne Schüler betroffen, aber gerade im Einzelfall sind die Mängel des Unterrichtes entscheidend. Andererseits kann ein Unterricht, der mit angemessenen Aufgabenstellungen auf die individuellen Probleme der Schüler eingeht, fördern und der Ausweitung von Rechenschwäche vorbeugen (siehe Kapitel 6).

4 WIE ENTSTEHT RECHENSCHWÄCHE?

Erklärungsansätze für die Entstehung von Rechenschwäche

Die Kenntnisse über die Entwicklung mathematischer Kompetenzen und die Ursachen für das Zustandekommen von Rechenschwäche sind gering und bislang noch nicht eindeutig geklärt, denn es fehlt an umfangreichen Studien und längsschnittlichen Untersuchungen. Die mit der Rechenschwäche verbundenen Probleme und Schwierigkeiten werden mannigfach beschrieben, denn verschiedene theoretische Perspektiven stellen unterschiedliche Fertigkeiten des Rechenprozesses in den Mittelpunkt ihrer Betrachtung. So steht eine Vielfalt von Konzepten nebeneinander, einerseits betreiben **Neuro-, Kognitions-** und **Entwicklungspsychologie** Ursachenerforschung, andererseits setzen sich **Mathematikdidaktik** und **Sonderpädagogik** ebenfalls mit der Thematik auseinander. Die neuropsychologische Perspektive beschäftigt sich mit den funktionalen Besonderheiten im Gehirn während der Bearbeitung von mathematischen Aufgaben. Währenddessen die Kognitionspsychologie zu ergründen versucht, welche Bedeutung unspezifische Fähigkeiten (Wahrnehmung, Arbeitsgedächtnis, Intelligenz) und spezifische Fähigkeiten (Zahlwort, Mengenverständnis) für das Rechnen haben. Die Mathematikdidaktik und Sonderpädagogik fragt dagegen nach den Unterrichtsbedingungen, die die Entstehung der Rechenschwäche forcieren oder vorbeugen (siehe Kapitel 6). Hier werden neben den entwicklungspsychologischen Perspektive, auch die neuropsychologische und kognitionspsychologische Perspektive beleuchtet.

4.1 Entwicklungspsychologischer Erklärungsansatz

Die Entwicklungspsychologie erforscht, in welcher Altersstufe sich welche mathematischen Fähigkeiten und Fertigkeiten ausprägen, wie sie aufeinander aufbauen und wie Schwierigkeiten im mathematischen Verständnis entstehen können. Aufbauend auf den theoretischen Erkenntnissen von Piaget (1975) über die Entwicklung des Zahlenbegriffs im Kindesalter wurden viele Entwicklungsmodelle für einzelne Bereiche (Arithmetik, Geometrie,…) und Entwicklungsabschnitte ausgearbeitet. Bislang gibt es aber kein allgemein anerkanntes Entwicklungsmodell, da sich die Rechenleistung eben aus sehr unterschiedlichen Komponenten zusammensetzt.

Es wurde festgestellt, dass die Kinder bereits **im Vorschulalter wichtige Schritte für die mathematische Entwicklung durchlaufen und mathematisch relevantes Wissen**

erwerben. Es wird vermutet, dass die **Störung in dieser frühen Entwicklungsphase liegt**, und wenn in diesem Altersbereich schon Schwierigkeiten im Erwerb von zahlenbezogenem Wissen auftreten, gelten diese Kinder als Risikokinder für Rechenschwäche. Es gibt also keine Stunde „null", keine gleichen Startbedingungen, auf der der Unterricht aufbauen kann, sondern er muss an die verschiedenen Vorerfahrungen der Kinder anknüpfen.

Die Entwicklung des mathematischen Wissens ist sehr komplex, so kommt zur Verbindung der einzelnen Zahlaspekte die Beherrschung immer größerer Zahlenbereiche. Die Zahl kann nämlich je nach Kontext unterschiedliche Bedeutungen, Aspekte, annehmen, die im Laufe der Entwicklung miteinander vernetzt werden müssen: sie kann ein Objekt in einer Reihe (Ordinalzahl) sowie die Objektanzahl einer Menge (Kardinalzahl) bezeichnen, sie wird als Maßeinheit oder auch in nicht-numerischen Kontexten als Kennzeichnung von Merkmalen, Objekte oder Ereignissen (Häusernummer, Postleitzahl, …) verwendet und sie dient schließlich auch zum Rechnen und als Operator (Vielfaches). Rechenschwachen gelingen das Verstehen und Herstellen dieser Beziehungen nur teilweise oder gar nicht. Abgesehen von den Zahlaspekten müssen auch die Zahlwörter und Ziffern erworben und mit einander verknüpfen werden.

„Obwohl Theorien über einzelne Entwicklungsaspekte oder die Entwicklung des Rechnenlernens in einem begrenzten Altersbereich ausgearbeitet wurden, liegt bisher kein allgemeingültiges Konzept vor, das z. B. erlauben würde, den Erwerb des Wissens über Zahlen, Mengen und Rechenoperationen zu beschreiben, zu erklären und mathematikdidaktisch zu verwerten." (Fritz/ Ricken, 2008, S. 29)

Ziel ist es, nach mathematisch relevanten Vorkenntnissen zu suchen und „Nadelöhre" für die Wissensaneignung zu finden. Fritz und Ricken haben versucht die bisherigen Ansätze einzelner Theorien und empirische Daten zu verwerten, indem sie ein fünfstufiges Entwicklungsmodell für die frühen mathematischen Kompetenzen (siehe Kapitel 4.1.2) und die dabei entstehenden Hürden auf dem Weg zum Rechnen-Lernen beschreiben (siehe Kapitel 4.1.3).

4.1.1 Präverbale numerische Fähigkeiten

Die Forschung hat sich die Frage nach dem Ursprung des mathematischen Verständnisses gestellt und welche Aspekte der numerischen Verarbeitung uns angeboren sind. Dementsprechend wurden zahlreiche Studien an Säuglingen und Kleinkindern vorgenommen.

Obwohl die Rechenleistung meist erst in einem kulturellen Kontext in der Schule erworben wird, nimmt man an, dass **gewisse mathematische Basiskompetenzen genetisch determiniert** sind und intuitiv dem Menschen zur Verfügung stehen.
Es wurde an sogenannten Habituationsversuchen festgestellt, dass Babys im Alter von 6 Monaten eine Sensitivität für Anzahlen ausgebildet haben und dadurch schon die **Gleichheit und Verschiedenheit von Mengen im Zahlenraum 1-4 erkennen** können. Ausgehend von der Neigung, dass Säuglinge bevorzugt ihre Aufmerksamkeit neuen unbekannten Reizen zuwenden, wird ihnen wiederholt ein Reiz dargeboten. Mit zunehmender Gewöhnung an den vertrauten Reiz sinkt die Blickdauer und die Säuglinge verlieren das Interesse, wird ihnen hingegen wieder ein neuer Reiz gezeigt, so werden sie wieder aufmerksamer und die Blickdauer steigt. Aufgrund dieser Tendenz werden die Babys auf Abbilder mit zwei Elementen gewöhnt und zeigen erst wieder Interesse, wenn ihnen ein Abbild mit drei Elementen präsentiert wird. Dies gilt als Belegt dafür, dass die Neugeborenen im Stande sind, beide Abbildungen als unterschiedlich wahrzunehmen, und schon zwischen kleinen Mengen im Simultanerfassungsbereich (subitizing) unterscheiden können. Diese Versuche wurden mit unterschiedlichen Sinnesmodalitäten sowohl visuell als auch akustisch vorgenommen und kamen stets zum selben Ergebnis, nämlich dass sie den Anzahlaspekt unabhängig von deren physischer Erscheinungsform registrieren. Um Mengen, die nicht gleichzeitig präsentiert werden, vergleichen zu können, erfordert es eine möglichst genaue mentale Repräsentation der Menge.
Babys sind nicht nur in der Lage zwischen Anzahlen zu differenzieren, sondern können auch **Mengenveränderungen wahrnehmen**, die auf ein Verständnis für einfache arithmetische Operationen, also vorsprachlichen Additions- und Subtraktionsleistung, schließen lassen. Während Babys Handlungen des Hinzufügens oder Hinwegnehmens beobachten, die zu einem möglichen oder unmöglichen Ergebnis führen, wird die Blickdauer der Säuglinge gemessen (Abbildung 2).
Demgemäß wird den Babys eine Bühne mit einer Figur dargeboten, die dann durch einen Vorhang verdeckt wird. Eine Hand lässt eine zweite Figur hinter den Vorhang verschwinden und wird leer zurückgezogen. Dann wird der Vorhang gelüftet und dahinter befinden sich eine Figur (unmögliches Ergebnis) oder zwei Figuren (mögliches Ergebnis).
Die Babys beobachten die unmöglichen Ergebnisse signifikant länger, welches als Überraschung interpretiert wird. Diese Versuchsanordnung lässt vermuten, dass die Säuglinge die gezeigten Objekte im Gedächtnis repräsentieren und nach gleich-ungleich beurteilen können.

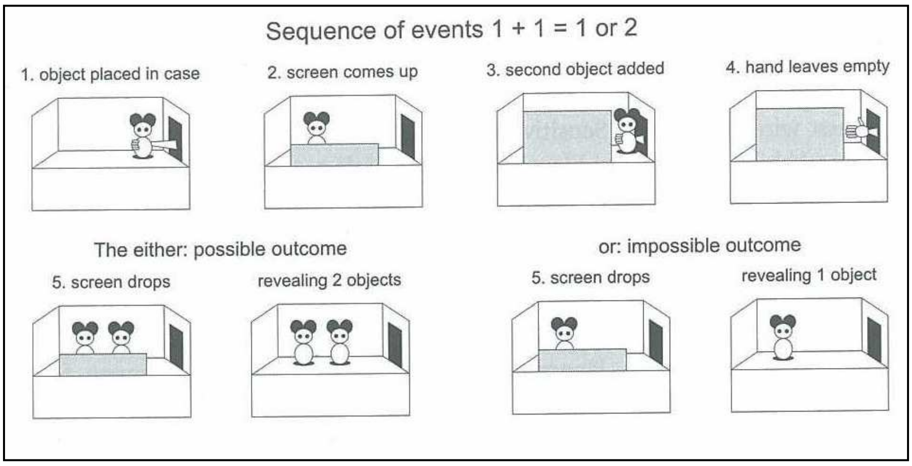


Abbildung 2: Säuglingsstudien zum Vermehren (Weißhaupt/ Peucker in: Fritz/ Ricken/ Schmidt, 2009, S. 54)

„Inwiefern die Leistung der Kinder in all den Experimenten tatsächlich als numerische Leistung, als Erfassen der Menge und deren Veränderung (kardinales Verständnis) interpretiert werden kann, ist umstritten." (Fritz/ Ricken in: Hasselhorn/ Marx/ Schneider, 2005, S. 10f) Daher erklären manche Autoren diese Fertigkeiten eher als Wahrnehmungsprozess, dass die Neugeborenen nur die räumlich-zeitliche Veränderung von kontinuierlichen Mengen vergleichen, also kleine Anzahlen auf einem Blick erfassen ohne zu zählen, sogenannte „proquantitativer Schemata". (Lorenz in: Hasselhorn/ Marx/ Schneider, 2005, S. 32)

Nichts desto trotz bestätigen diese Fähigkeiten, zwei Mengen auf mehr oder weniger hin zu vergleichen und Mengenveränderungen des Hinzukommens und des Wegnehmens zu beurteilen, die Annahme, dass die Menschen vorbereitet auf die Welt kommen, mit einer genetisch verankerten Grundausstattung für den Wissenserwerb. „Säuglinge kommen nicht als tabula rasa auf die Welt, ihr Gehirn ist durch bereichsspezifische Lernpotentiale auf die vielfältigen Umwelterfahrungen angemessen vorbereitet." (Fritz/ Ricken, 2008, S. 31) Neugeborene verfügen über eine „Mengenbewusstheit" (Krajewski in: Hasselhorn/ Marx/ Schneider, 2005, S. 52), durch die sie Gleich-Ungleich-Relationen erkennen und einfache Mengenveränderungen beurteilen können, und die als **Basis für den Erwerb der verbalen arithmetischen Fähigkeiten** dient, wie die des Zählprozesses und des exakten Rechnens.

4.1.2 Fünfstufiges Entwicklungsmodell (vgl. Fritz/ Ricken, 2008)

Fritz und Ricken beschreiben die vorschulische mathematische Entwicklung als **zunehmende Vernetzung von mengen- und zahlenbezogenen Wissen**. Aufbauend auf das präverbale numerische Mengenwissen erschließt sich schrittweise in überlappenden Phasen der Erwerb mathematischer Konzepte. „Neue konzeptuelle Einsichten lösen auch bestehende Strukturen und Rechengewohnheiten nicht sofort ab, sondern werden häufig zunächst parallel verwendet." (Fritz/ Ricken, 2008, S. 43)
Fritz und Ricken integrieren in ihr Modell die gewonnen Erkenntnisse über die Entwicklung des Zählens und der Rechenstrategien von Fuson (1988) und die Zählprinzipien (wie und was man zählt) von Gelman und Gallistel (1978), sowie die Entwicklung von konkreten Mengenwissen hin zum Aufbau von abstrakten Zahlenwissen von Aebli (1976).

Stufe I: Erwerb der Zahlwörter, Mengenvergleiche

Im Alter von zwei bis drei Jahren lernen die Kinder mit dem Erwerb der Sprache Zahlwortreihe aufzusagen, ohne dass mit den Zahlwörtern eine numerische Bedeutung verbunden wird. Sie werden nicht auf einzelne Objekte, also nicht zählend, angewendet, sondern rein auf sprachlicher Ebene, vielmehr wie ein Gedicht aufgesagt („*undifferenzierbares Wortganzes*"). Die Zahlen werden nicht getrennt voneinander (einszweidreivier) wahrgenommen und die Zuordnung von Zahlwort zum Objekt ist noch nicht möglich („*Prinzip der Eins-zu-Eins-Zuordnung*").
Nach dieser kurzen Phasen lernen die Kleinkinder basierend auf den Kompetenzen, Serien herzustellen und kleine Mengen zu unterscheiden, kleine Anzahlen in eine Reihenfolge zu bringen (1 < 2 < 3 < 4). Durch Erlernen der Begriffe viel, wenig, mehr, weniger und der neu erworbenen Leistung können sie somit, Mengen vergleichen und auch sprachlich benennen, ob sie größer oder kleiner sind.

Stufe II: Ordinales Zahlenverständnis und zählendes Rechnen

Im Alter von vier bis fünf Jahren beginnen die Kinder die Zahlwörter zwar als separat voneinander wahrzunehmen, werden sie aber immer noch als untrennbare Sequenz, vorstellen, sodass immer von eins an zu zählen begonnen wird („*unzerbrechliche Kette*"). Sie können nun die Zahlwörter zum Zählen von Objekten verwenden, so ist es erforderlich, während des Zählprozesses jeweils ein Zahlwort einem Objekt zuzuordnen. Ausgehend von der Fähigkeit, Serien zu bilden und Objekte der Größe nach anzuordnen, werden auch die

Zahlwörter als fest aufeinanderfolgende Sequenz verstanden („*Prinzip der stabilen Abfolge*"). Je weiter auf der Reihe gezählt wird, desto größer werden die Zahlen, wobei die Abstände zwischen ihnen noch keine Bedeutung haben. Hier erfolgt die erste Verknüpfung mit den angeborenen kognitiven Schemata des Vergleichens sowie des Vermehrens oder Verminderns mit der Zahlwortreihe. Weil die Zahlwortfolge als feste Abfolge verstanden wird, erfolgt der Größenvergleich allein dadurch, dass die Zahl später in der Zahlwortreihe auftaucht. Die Zahl steht also für eine Position in der Reihe und nicht als Anzahl der gezählten Dinge. Diesem Zählprozess liegt zwar noch kein kardinales Verständnis zu Grunde, aber sie können durchaus, einfache arithmetische Operationen durch Vorwärts- oder Rückwärtsgehen in der Zahlwortfolge durchführen.
Vorschulkinder sind durch dieses einfache Anwenden des vorhandenen ordinalen Zahlenverständnisses fähig, folgende Austauschaufgaben zu lösen:

- Aufgabe: Du hast 3 Murmeln und bekommst noch 2 dazu. Wie viele hast du nun?
- Aufgabe: Es sin 5 Freunde am Spielplatz, 2 müssen nach Hause gehen. Wie viele sind dann noch da?

Dementsprechend können die Kinder mit Zuhilfenahme der Finger die Aufgabe lösen: Vermehrt sich die Anzahl (Hinzukommen), so zählen sie jeweils von eins beginnend in der Zahlwortreihe voran und klappen die entsprechende Anzahl der Finger hoch (1 - 2 - 3), dann zählen sie noch zwei weitere Finger hinzu, um durch das Zählen aller aufgeklappten Finger zum Ergebnis zu kommen. Vermindert sich die Anzahl (Wegnehmen), so zählen sie zuerst von den fünf aufgeklappten Fingern zwei weg, schließlich die verbleibenden Finger und kommen so zum Ergebnis.

Stufe III: Kardinale Mengenvorstellung

Zwar ist ein basales Mengenverständnis von kleinen Anzahlen angeboren, aber das eigentliche kardinale Verständnis entwickelt sich erst später ab den Alter von vier Jahren. Voraussetzung für diese Ausbildung des Anzahlverständnisses ist, dass jede Zahl in der Reihe für eine Menge steht. Aus der Integration von dem erlangten Zählwissen und Mengenwissen beginnen Kinder Mengen zu quantifizieren und antworten auf die Frage „Wie viele sind es?" mit dem zuletzt genannten Zahlwort („*last-word-rule*"). Bislang ist es noch nicht vollständig geklärt, wie die Kinder den Schritt zwischen zuletzt genanntem Zahlwort und dessen Bedeutung als Anzahl aller gezählten Dinge entdecken. Wahrscheinlich wird durch soziale

Verstärkung der Eltern gelernt, dass das letzte Wort besonders auffällig ist, doch beziehen die Kinder die Zahl noch nicht auf das Ganze, sondern auf das letzte Element.
„Durch Eins-zu-Eins-Zuordnung beim Zählen werden die Objekte in eine Reihenfolge gebracht (Seriation), dabei wird dem vierten Objekt das Zahlwort vier zugeordnet. Wirkliches kardinales Verständnis als Verbindung zwischen letzter Zählzahl und der Anzahl aller gezählten Objekte erfordert die gedankliche Integration (Klassifikation) der gezählten einzelnen Objekte." (Weißhaupt/ Peucker in: Fritz/ Ricken/ Schmidt, 2009, S. 62) . Erst wenn eine Zuordnung einer bestimmten Menge von Dingen zu einem Zahlwort gelingt, ist die kardinale Bedeutung erfasst.
Wenn die Kinder das Anzahlverständnis erworben haben, entwickeln sie einen neuen Zählprozess, die starre Zahlwortreihe wird aufgebrochen und es kann beliebig in der Zahlwortreihe gestartet werden („*zerbrechliche Kette*"). Die Startzahl wird als Teilmenge bewusst, sodass die Kinder beim Zusammenzählen zweier Mengen vom ersten Summanden an zu zählen beginnen. Dies ist ein Hinweis dafür, dass ein Verständnis dafür beginnt, dass der erste zählende Teil (Summand) als Teilmenge im Ganzen (Summe) enthalten ist.
Nun können die Kinder jene Zahlen angeben, die einer Zahl folgen oder vor einer Zahl sind, und das Rückwärtszählen gelingt.

Stufe IV: Entwicklung des Teil-Ganzes-Konzepts

Im Alltag lernen Kinder, dass Objekte oder Mengen in Teile zerlegt und zusammengesetzt werden können, ohne die Mächtigkeit zu verändern. Ein Apfel kann in zwei Hälften geteilt werden und die Puzzleteile können zu einem Bild zusammengefügt werden, ohne dass sich die Anzahl der Teile ändert. Diese Erfahrungen vermitteln das Verständnis für das Teil-Ganzes-Konzept, das wiederum ein wichtiger Schritt in der Entwicklung der mathematischen Fähigkeiten ist, weil auf diesem Konzept die Grundrechnungsarten und viele weiterführende Rechenoperationen aufbauen. Die Kinder lernen, dass Mengen andere Mengen beinhalten und somit auch Zahlen aus anderen Zahlen zusammengesetzt und wieder zerlegbar sind. Somit gelingt ihnen die Aufgabe „Gib mir 5 Gummibärchen, davon 3 rote!" zu lösen. So beginnen die Kinder, zunächst auf der anschaulichen Ebene das Teil-Ganzes-Konzept zu verstehen: Zwei Mengen können zu einer Gesamtmenge verbunden werden oder eine Gesamtmenge kann in zwei Mengen geteilt werden. Aus einer Teilmenge und der Gesamtmenge kann die andere Teilmenge erschlossen werden.

Wird jedes Zahlwort als Menge betrachtet, so werden auch die Zahlwörter selbst zählbar („*numerische Kette*"). „Die Zahlwörter bestehen jetzt aus zählbaren Einheiten, von jedem Zahlwort kann um eine bestimmte Anzahl Schritte auf der Zahlwortreihe weitergezählt werden." (Weißhaupt/ Peucker in: Fritz/ Ricken/ Schmidt, 2009, S.64)
So steht das Zahlwort nicht nur für die Anzahl der gezählten Objekte, sondern auch für die Anzahl der Zählschritte. Die Kinder bemerken, dass die Zahlen immer den gleichen Abstand haben und um eins größer werden.

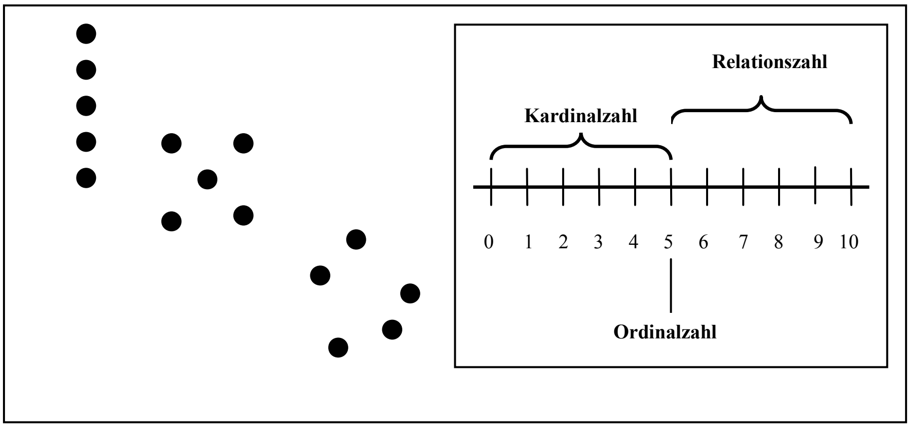


Abbildung 3: Repräsentationen der Zahl 5 (Stern in: von Aster/ Lorenz, S. 139)

Stufe V: Weiterentwicklung des Teil-Ganzes-Konzepts und des relationalen Zahlenbegriffs

Das Teil-Ganzes-Konzept wird weiter vertieft und die relationale Beziehung der Zahlentripel (2 - 5 - 7) wird noch deutlicher, sodass die Kinder erkennen, dass diese bestehen bleibt, egal in welcher Form die Aufgabe gestellt wird. Die Erkenntnis, dass die Aufgaben zusammenhängen und Addition und Subtraktion komplementär angesehen werden, ist ein wesentlicher Schritt in der Entwicklung der mathematischen Kompetenzen.
Wer durchschaut, dass den Operationen unabhängig von der Aufgabenstellung immer eine triadische Struktur zugrunde liegt, kann folgende Aufgabenstellungen lösen:

- Aufgabe: Tom hat 9 Kekse, Lisa hat 15. Wie viele muss Tom noch erhalten, damit er so viele wie Lisa hat?
- Aufgabe: Auf der Rutsche sind einige Kinder, es kommen noch 5 dazu, dann sind es 13. Wie viele waren es zu Beginn?

„Wenn sie (Beziehungen zwischen der Addition und Subtraktion) genutzt werden, wird eine neue Qualität, ein denkendes Rechnen möglich, das sich durch effektive Rechenstrategien und

einen flexiblen Umgang mit mathematischen Anforderungen auszeichnet.“ (Fritz/ Ricken, 2008, S. 42)
Mit dem Prinzip der Zusammensetzung von Zahlen aus Zahlen lassen sich auch die Zehnerüberschreitungen einfacher bewältigen, denn auch eine Teilmenge lässt sich zerlegen:
5 + 8 = 5 + (5 + 3) = (3 + 2) + 8 = 13.
Das Teil-Ganzes-Konzept nicht nur **grundlegend für die einfachen arithmetischen Rechenoperationen und für den Erwerb effektiverer Rechenstrategien**, sondern auch **für das Verständnis des Stellenwertsystems** an. Im Stellenwertsystem werden die Elemente einer Menge zu gleichgroßen Gruppen zu je 10 Elementen zusammengefasst und nicht vollständige Gruppen als Einzelne verzeichnet. Die Bündel zu 10 Elementen können dann zu weiteren Bündeln zusammengefasst werden, dementsprechend ergeben sie die 100er-Bündel. Durch die Zusammenfassung der 100er-Bündel erschließen sich immer größere Zahlenräume, die jeweils im Unterricht systematisch erarbeitet werden müssen. Durch diese Bündelung kann eine übersichtliche Strukturierung vorgenommen werden und alle Zahlen lassen sich durch die Ziffern 0 - 9 ökonomisch darstellen. Diese Vorgangsweise schlägt sich in der Zahlschreibweise und in der Zahlwortbildung nieder. Die Syntax der deutschen Zahlenwortreihe ist zwar schwierig zu erlernen, doch sehen Fritz und Ricken (2008) die höhere kognitive Leistung im Erwerb der Aufbaugesetzlichkeit als Bündelungsprinzip.
Dass eine Position im Stellenwertsystem nicht besetzt wird, gibt die 0 an dieser Stelle an. Die 0 beschreibt also, dass kein Bündel an dieser Position des Stellenwertsystems vorhanden ist.
Ein Verständnis für den Stellenwert ist dann vorhanden, wenn mit zweistelligen Zahlen sicher gerechnet werden kann, dies erfordert nämlich sicheres Bündeln und Entbündeln in den Rechenoperationen:
Addition: 14 + 17 = (10 + 4) + (10 + 7) = (10 + 10) + (7 + 4) = 10 + 10 + 10 + 1 = 31
Subtraktion: 33 – 17 = (30 + 3) - (10 + 7) = (30 - 10) + (3 - 7) = 20 + 3 - 7 = 10 + 13 - 7 = 16

4.1.3 Besondere Hürden auf dem Weg zum Rechnen-Lernen

Die Fehler bei rechenschwachen Kindern sind nicht anders als bei unauffälligen Kindern, aber sie erweisen sich trotz durchgeführter Förderung als wesentlich hartnäckiger. Das zentrale Problem der rechenschwachen Kinder liegt in der Nutzung ineffektiver Rechenstrategien. So verbleiben sie zumeist in zählenden Rechenstrategien und bewältigen ebenso einen beachtlichen Teil der Aufgaben. Diese aufwendige Anwendung der zählenden Rechenstrategie erfordert eine hohe Konzentration und Nutzung des Arbeitsgedächtnisses (siehe Kapitel 4.3), sodass die Strategien nicht weiter entwickelt und zu tragfähigeren ausgebaut werden können, und der Aufbau des Faktenwissens, also der direkte Abruf des Ergebnisses aus dem Gedächtnis, beeinträchtigt ist. Dementsprechend erlangen die rechenschwachen Kinder kein ausreichendes Verständnis für die mathematischen Operationen. Numerisches Denken baut folglich auf den drei Säulen auf: konzeptuelles Wissens (Verständnis für die Zahlaspekte und Rechenoperationen), Rechenstrategien und Faktenwissen und hängt von weiteren kognitiven Faktoren ab.

Rechenschwache bringen nicht nur eine geringe Lernvoraussetzung und ein wenig entwickeltes Gefühl für Zahlen mit, sondern ihre mathematische Entwicklung erfolgt generell langsamer. Fritz und Ricken (2008) weisen auf die besondere Bedeutung einzelner Niveaustufen für die Probleme in der Entwicklung mathematischer Kompetenzen.

Werden zentrale Grundkenntnisse nicht im ausreichenden Maße erworben, so kann nicht auf einer soliden Basis weiterführende mathematische Themen aufgebaut werden. In Studien über Mathematikleistungen konnte festgestellt werden, dass auch Jugendliche mit Problemen im Rechnen nicht über ausreichende Grundkenntnisse verfügen (siehe Kapitel 5.5).

Einige Kinder weisen bereits Probleme beim Erfassen kleiner Mengen auf, was aber auf umfangreichere Beeinträchtigungen, wie geistige Behinderung, schließen lässt und daher nicht als Rechenschwäche zu klassifizieren ist. Wird das Prinzip der Eins-zu-Eins-Zuordnung und das Prinzip der stabilen Abfolge der Zahlwörter nicht beherrscht, also erfolgt das Nennen des Zahlwortes und die Zuordnung auf das Objekt nicht gleichzeitig, entstehen Fehler beim Zählen, und es kann kein Faktenwissen aufgebaut werden.

Gelingt ihnen zwar die Eins-zu-Eins-Zuordnung, können sie aber nur zählend zum richtigen Ergebnis kommen, bleibt das Rechnen eingeschränkt auf das starre Hoch- und Runterzählen in der Zahlwortreihe verhaftet. Bei der Addition wird zunächst jede Menge einzeln gezählt, dann nochmals bei Eins beginnend alle Objekte zusammengezählt („*count-all-Strategie*“).

Rechenschwache können weder effektivere Rechenstrategien aufbauen, noch die Beziehungen zwischen Zahlen erkennen.

Entwicklungshürde Kardinalität

Gelingt die Einsicht in die Kardinalität nicht, bleiben die Kinder in unreifen Rechenstrategien verhaftet und erlangen nicht den entscheidenden Schritt, von einer Zahl aus weiterzuzählen („*count-on-Strategie*“). Wird die Bedeutung der Zahl als Bestimmung der Anzahl einer Menge nicht begriffen, bleibt die Frage „wie viel?“ unverstanden oder gilt als Aufforderung zum erneuten Zählen. Ein Schritt auf dem Weg zum Anzahlverständnis ist zwar die Antwort

mit dem zuletzt genannten Zahlwort auf die Frage nach der Anzahl. Doch ist damit noch nicht geklärt, ob die Kinder die Einsicht in die Mächtigkeit erlangt haben oder ob dies rein mechanisch gelernt wurde. Zum Erwerb der Kardinalität gehören das „*Konzept der stabilen Abfolge*“ der Zahlwortreihe und das „*Prinzip der Irrelevanz der Abfolge*“ beim Zählen. Hürde ist hier die Integration von Kardinal- und Ordinalzahl, sodass einerseits 5 Bonbons auf dem Tisch abgezählt, andererseits auch aus der Dose 5 Bonbons herausgezählt werden können. Dieses Schlüsselerlebnis, dass die zuletzt genannte Zahl alle gezählten Objekte der Menge beinhaltet, ist wichtig für die Einsicht in die Beziehung zwischen Zahlen.
Rechenschwache schaffen diesen Schritt nicht und beziehen das Zahlwort wie einen Namen auf das Objekt. Sie verstehen nicht, dass Mengen aus einzelnen Elementen zusammengesetzt sind. Ohne spezifische Förderung haben Rechenschwache keine Chance, weitere Rechenoperationen zu verstehen.

Entwicklungshürde Teil-Ganzes-Konzept

Ein weiter wesentlicher Entwicklungsschritt ist, dass Mengen in unterschiedlicher Weise zerlegt werden können, ohne dass sich die Mächtigkeit der Gesamtmenge ändert. Durch die Ausnutzung des Wissens um unterschiedliche Zusammensetzung und Zerlegung der Menge können Aufgaben schneller und sicherer bewältigt werden, indem effektive Portionen gesucht werden. „Insofern stellt das Erkennen verschiedener Zerlegungen die Voraussetzung für das Finden und Verstehen effektiver Rechenstrategien und die Automatisierung der Basisfakten dar, was mehr ist als die bloße Verknüpfung von Zahlen auf verbaler Ebene, die auswendig gewusst werden.“ (Fritz/ Ricken, 2008, S. 55) Die Einsicht in die unterschiedliche Zerlegbarkeit von Mengen führt zu einer Änderung der Rechenstrategie von der „*count-on*“- zu der „*min-Strategie*“, bei der vom größeren Summanden zu zählen begonnen wird, unabhängig von der Reihenfolge der Summanden. Mit diesem Wissen können Subtraktionsaufgaben (9 - 7) unterschiedlich gelöst werden: entweder zählt man (Fehler anfälliger) rückwärts oder von 7 aus weiter bis zur 9. Dieses Vorgehen zeugt davon, dass Addition und Subtraktion als komplementär verstanden werden, und ist ein Beleg für ein tiefes Verständnis für Mathematik. **Rechenschwache lernen dies nur, wenn sie unterstützt werden, denn sie sind nicht in der Lage, die Beziehungen zwischen Zahlen selbst zu erkennen.**
Teil-Ganzes-Konzept ist auch ein Meilenstein für weitere mathematische Kompetenzen wie das Stellenwertsystem. Das Teil-Ganzes-Konzept ist die Voraussetzung für den Aufbau von

effektiveren Rechenstrategien und für das Verständnis von größeren Zahlen. Grundlegend für die Durchführung halbschriftlicher und schriftlicher Rechenverfahren ist das konzeptuelle Wissen um Bündelung und Entbündelung. Die Addition gelingt dabei meist leichter als die Subtraktion. Dementsprechend werden bei Addition mechanisch Zehner und Einer addiert, hingegen muss bei der Subtraktion der Zehner entbündelt und die Schwierigkeit der Zahlensyntax überwunden werden. Durch die Einführung der schriftlichen Rechenverfahren werden die Probleme nur übertüncht, und die Kinder wenden den auswendig gelernten Algorithmus stumpfsinnig an, ohne den Hintergrund zu verstehen. Rechenschwache weisen Probleme mit dem Übertrag, mit der Null und mit der Rechenrichtung auf, denn sie wissen nicht, dass die Bündelung von zehn Einheiten für eine Einheit in der nächst höheren Ziffernposition steht. „Die Anwendungen schriftlicher Rechenverfahren verstellen letztlich den Blick für die Zusammenhänge zwischen den Ziffern in den einzelnen Positionen und stellen somit keine Hilfe für das Erkennen der Beziehungen zwischen Mengen dar.“ (Fritz/ Ricken, 2008, S. 61)
Schriftliche Rechenverfahren basieren auf das Anwenden nicht verstandener Rechenregeln, erst halbschriftliche Rechenverfahren machen die Beziehung klar und helfen den Kindern Schritt für Schritt den Rechenprozess nachzuvollziehen.

4.2 Neuropsychologischer Erklärungsansatz

Auf der Suche nach der Lokalisation des Rechenzentrums hat die neuropsychologische Forschung anhand einer Vielzahl von Untersuchungen an Erwachsenen mit erworbener Rechenstörung in Folge einer Hirnschädigung festgestellt, dass viele unterschiedliche Hirnregionen an der Erbringung der Rechenleistung beteiligt sind. Diese Ergebnisse haben wesentlich zum Verständnis für die Zahlenverarbeitung beigetragen. Mathematisches Können beruht demnach auf einer sehr komplexen geistigen Verarbeitung, die eine Integration von einer Vielzahl von Teilfertigkeiten erfordert, die in unterschiedlichen Regionen im Gehirn angesiedelt und koordiniert werden.
Die aktuelle neurologische Forschung analysiert **zahlenverarbeitende Prozesse im Gehirn**, indem sie den kompetenten Probanden unterschiedliche mathematische Anforderungen stellen, wie unter anderem Kopfrechenaufgaben, Aufgaben am Zahlenstrahl und Mengenschätzungen, um die Aktivität der Hirnregionen zu untersuchen. Die Entwicklung der bildgebenden Verfahren, wie funktionelle Magnetresonanztomographie (f MRT), Positronenemissionstomographie (PET) und Elektroenzephalogramm (EEG) haben wesentlich zum Erkenntniswachstum der neuropsychologischen Wissenschaft beigetragen

und ermöglichte eine Erforschung hirnfunktioneller Prozesse während des Ausführens geistiger Aufgaben. Die Erkenntnisse stellen eine wichtige Grundlage für die Erstellung von Modellen der Zahlenverarbeitung dar und geben Aufschluss über die **Störung der Teilkomponenten der Zahlenverarbeitung** und der arithmetischen Leistungen.

4.2.1 Triple-Code-Modell von Dehaene

Eine der bedeutendsten Theorien, wie Zahlenverarbeitung und Rechenfertigkeiten bei normal entwickelten Erwachsenen beschaffen ist, ist das „Triple-Code-Modell" von Dehaene (1999). Es beschreibt die Verarbeitung von Informationen des Rechnens auf der Ebene der zahlenverarbeitenden Hirnfunktionen. Bei der Bearbeitung unterschiedlicher Rechenaufgaben werden je spezifische neuronale Funktionssysteme, sogenannte Module (Netzwerke), beansprucht. Dehaene unterscheidet demnach **drei Repräsentationsformen von Zahlen** (Abbildung 4), die spezifisch für einen Bereich der Zahlenverarbeitung zuständig sind und sich in unterschiedlichen Arealen des Gehirns befinden und bei Schädigung dieser zu Teilausfällen führen:

Die **visuell-arabische Repräsentation** ist für das Verstehen der geschriebenen Ziffernanordnungen und des arabischen Stellenwertsystems zuständig. Sie vermittelt das Lesen und Schreiben von Zahlen in arabischer Form und ermöglicht das Erfassen von Gleich- und Ungleich-Relationen und die Bewältigung von mehrstelligen Rechenoperationen.

In der **auditiv- sprachlichen Repräsentation** werden Zahlwörter sprachlich (geschrieben, gehört oder gesprochen) verarbeitet. Er ist zuständig für Zählprozesse, für den Abruf oder Abspeicherung von einfachen Additions- oder Multiplikationsfaktenwissen.

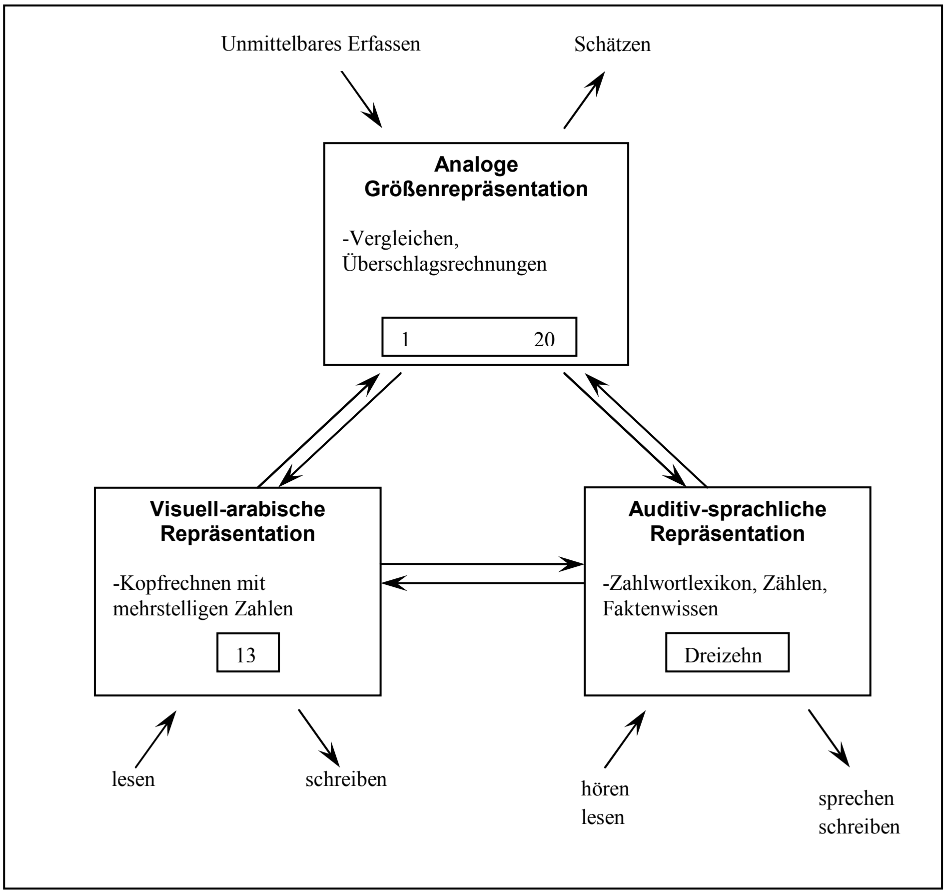


Abbildung 4: Triple-Code-Modell (von Aster in: Fritz/Ricken/Schmidt, 2009, S. 202)

Die **analoge Größenrepräsentation** ist bei allen Zahlenverarbeitungs- und Rechenprozessen involviert, die auf allgemeine Vorstellungen und Einschätzungen von Größen und Mengen zurückgreifen. Sie beinhaltet also die Zahlensemantik, das Wissen um die numerische Größe bzw. Mächtigkeit einer Menge oder Zahl. Die mengen- und größenmäßige Bedeutung einer Zahl ist in Form eines mentalen Zahlenstrahls in räumlicher Anordnung von Zahlen von links nach rechts erfasst. Dehaene selbst bezeichnet die analoge Größenrepräsentation als Ausdruck eines angeborenen Zahlensinns.

In diesem Modul befinden sich allgemeine Zahlenraumvorstellungen, sodass die Größen von Zahlen und Mengen verglichen, abgeschätzt, eine kleine Anzahl unmittelbar erfasst (subitizing) und Überschlagsrechnungen durchgeführt werden können.

Die Existenz eines mentalen Zahlenstrahles wird durch drei Effekte begründet:

Distanzeffekt
Je weiter zwei Zahlen auseinander liegen, desto leichter fällt den Menschen die Entscheidung, welche die größere ist, nahe beieinanderliegende Zahlen können also leichter verwechselt werden. Die Entscheidung, dass 71 größer ist als 65 braucht länger als 79 von 65

Größeneffekt
Bei gleichem Abstand der zu vergleichenden Zahlen nimmt die Erkennungszeit bei größeren Zahlen zu. So unterscheiden die Menschen leichter 7 von 9 als 77 von 79
SNARC-Effekt („spatial numerical association of response codes“)
Bei der Aufgabe zu beurteilen, welche Zahl gerade oder ungerade ist, gaben die Probanden bei größeren Zahlen schneller Rückmeldung mit der rechten Hand, bei kleineren schneller mit der linken

„Unser Gehirn abstrahiert von der Gestalt von Ziffern oder Zahlwörtern und überführt sie in eine Darstellung, die ihre quantitative Bedeutung abbildet: In Gestalt eines räumlich mentalen Zahlenstrahl.“ (von Aster/ Schweiter in: von Aster/ Lorenz, 2005, S. 40)
Diese Effekte sind also Belege für einen mentalen, in Schreibrichtung räumlich ausgedehnten Zahlenstrahl. Bei diesem werden die Abstände zwischen den Zahlen immer kleiner, je größer die Zahlen werden. Dementsprechend sind die Zahlen in unserer Vorstellung logarithmisch angeordnet.
„Nur einer Minderheit der Erwachsenen ist der Zahlenstrahl anscheinend bewusst zugänglich und dann oftmals auch gleichzeitig reicher an visuellen Einzelheiten wie Farbe und genaue Raumlage.“ (von Aster/ Schweiter in: von Aster/ Lorenz, 2005, S. 43)

Beim kompetenten Erwachsenen interagieren die Module über verschiedene Transkodierungsrouten miteinander, Zahlen werden in den drei verschiedenen Modulen repräsentiert und werden aufgabenspezifisch aktiviert, zumeist arbeiten zwei oder drei. Jedes der Module ist an ein bestimmtes Ein- und Ausgabesystem gebunden. So ergibt sich ein integratives Netzwerk, das ein Zahlenverständnis sowie -produktion und Rechnen ermöglicht.

4.2.2 Entwicklung der zahlenverarbeitenden Hirnfunktionen (vgl. von Aster in: von Aster/ Lorenz, 2005)

Die einzelnen Module entwickeln sich aus der biologischen, genetischen Ausstattung des Gehirns in Wechselwirkung mit der Auseinandersetzung mit der Umwelt. **Durch die genetische Disposition und durch die Lernerfahrung in der Volkschulzeit erfolgt eine allmähliche Differenzierung der Module** in Abhängigkeit von der sich entwickelnden Kapazität und der Verfügbarkeit von Stützfunktionen der allgemeinen Intelligenz (Aufmerksamkeit, Arbeitsgedächtnis, Verarbeitungsgeschwindigkeit).

Aster geht von einer angeborenen, präverbalen numerischen Fähigkeit zur Unterscheidung konkreter Mengen aus, einer sogenannten konkreten (kardinalen) Mengenrepräsentation. Diese ist Grundlage für den Erwerb von symbolischen Repräsentationen, zunächst in Form des Zahlwortsystems in den Jahren vor der Einschulung und später in Form des arabischen Notationssystems während des schulischen Unterrichts. Die Ausdifferenzierung der symbolischen Module bildet wiederum Voraussetzung für die Entwicklung einer abstrakt räumlichen Zahlenraumrepräsentation, sodass ein mentales Operieren mit Zahlen möglich ist (Abbildung 5).

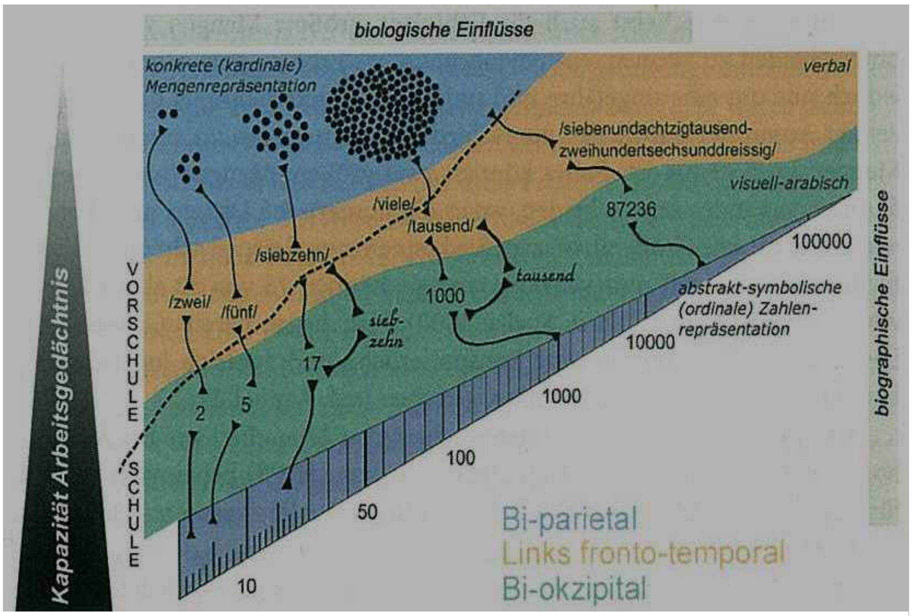


Abbildung 5: Entwicklung und Verknüpfung zahlenverarbeitender Hirnfunktionen (von Aster in: von Aster/ Lorenz, 2005, S. 15)

So erlaubt **die konkrete (kardinale) Mengenrepräsentation**, über die wir von Geburt an verfügen, einerseits kleine Mengen von ein bis drei Objekten zu erfassen, andererseits größere Mengen ungefähr und ungenau voneinander zu unterscheiden (siehe Kapitel 4.1.1). Durch dieses vorinstallierte und von der Stunde null verfügbare Modul entstehen über Lernen und Erfahrungen immer neue Module. Der nächste Schritt ist der Erwerb der Zahlwortreihe, die uns mit dem Erlernen eines systematischen Zählprozesses ermöglicht, mit einem Zahlwort Mengen genau zu quantifizieren und mit ihnen zu operieren. So bildet die sprachliche Symbolik in Form einer ordinalen Zahlwortsequenz Voraussetzung für die grundlegenden arithmetischen Fähigkeiten, Mengen zu vereinen (zusammenzählen) oder Mengen zu verändern (hinzu- oder wegzuzählen). Durch die Zählstrategie wird das zunehmende arithmetische Faktenwissen im Langzeitgedächtnis im **auditiv-sprachlichen Modul** gespeichert. In Folge dessen werden einfache numerische Operationen nicht mehr zählend durchgeführt, sondern das Ergebnis kann aus dem Modul (wissend) abgerufen werden. Dieser Prozess beginnt schon vor Schuleintritt, sodass die meisten Kinder zu Schulbeginn über ein beachtliches Zählwissen verfügen. Mit Eintritt in die Schule werden dann das arabische Notationssytem und deren eigene stellenwertbezogene Grammatik schrittweise erworben. Dabei müssen zahlreiche Übersetzungsregeln von den Zahlwörtern in die neu zu erlernende arabische Symbolik beachtet werden. Besonders die Zehner-Einer-Inversion stellt eine Lernschwierigkeit in der deutschen Zahlwortsyntax da. Die Modularisierung der **visuell-arabischen Repräsentation** ermöglicht den Umgang mit größeren Zahlen und das Erlernen höherer Mathematik. Die erlernte Zahlensprache bildet Grundlage für die Konstruktion der **semantischen Zahlenrepräsentation**. Hier formt sich die konkrete Mengenpräsentation durch die Modulbildung der Zahlsprachen zu abstrakt-symbolische Zahlenraumvorstellung um.

4.2.3 Probleme bei der Modularisierung

Nach von Aster (2005) ist dies eine besonders vulnerable Phase, in der sich die einzelnen Module ausdifferenzieren, wobei eine gestörte Reifung der einzelnen Module die mathematische Kompetenzentwicklung beeinträchtigen können.

- **Störung der angeborenen konkreten Mengenrepräsentation**

Kommt es zu einer Störung der angeborenen konkreten Mengenrepräsentation aufgrund von genetischen Faktoren oder frühkindlichen Hirnfunktionsstörungen, hat dies tiefgreifende Folgen für den weiteren Aufbau höherer kortikaler Funktionen bezüglich der Zahlenverarbeitung. Die Kinder können in Folge der **Beeinträchtigungen der grundlegenden Schemata für mehr oder weniger** weder ein Verständnis für die numerische Größe entwickeln, noch arithmetische Prozeduren und Algorithmen erlernen. Diese tiefgreifende Störung geht oft mit anderen Lernstörungen und mit Verhaltens-, Motivations- und Emotionsstörungen einher.

- **Störungen beim Erwerb der linguistischen und arabischen Zahlenrepräsentation**

Rechenschwäche kann aber auch erst dann auftreten, wenn die konkrete Mengenpräsentation gut ausgebildet ist und es Probleme beim Erlernen der Zahlwörter und der Ziffernschreibweise gibt. Dementsprechend hemmt eine gestörte Sprachentwicklung oder verminderte Aufmerksamkeit die Ausbildung der sprachlichen Repräsentation, sodass **Schwierigkeiten beim Abzählen und beim zählenden Rechnen** auftreten. Die

Beeinträchtigung führt dazu, dass die Kinder durch das häufige Verzählen bei derselben Aufgabe nicht zu demselben Ergebnis kommen und kein Faktenwissen aufbauen können, weil keine Verknüpfung zwischen Aufgabe und Ergebnis entstehen kann. Die Kinder bleiben dann in unreifen Zählstrategien verhaftet.
Auch das Erlernen des arabischen Codes bringt Bürden mit sich, bedenkt man die eigene stellenwertbezogene Zahlensprache, die von der deutschen linguistischen Zahlensprache deutlich abweicht, sodass zahlreiche Übersetzungsregel in das arabische Notationssystem berücksichtigt werden müssen. So sind zwei- oder mehrsprachig aufwachsende Kinder eindeutig Risikokinder in Bezug auf die Ausbildung einer Rechenschwäche, denn sie müssen verschiedene Übersetzungsregeln beim Übertragen in die arabische Zahlensymbolik erlernen.

Störung oder Verzögerung in der Entwicklung der angeborenen Mengenrepräsentation, sowie der Ausbildung des arabischen und linguistischen Moduls führt zu einer **abnormalen Ausbildung der abstrakt-symbolischen Zahlenraumvorstellung**.
Aster geht aber auch davon aus, dass bei Beeinträchtigung des abstrakt-semantischen Moduls Zahlenlesen (Übersetzung einer arabischen Zahl in ein Zahlwort) oder Zahlenschreiben (Übersetzung eines Zahlworts in eine arabische Zahl) noch möglich sein sollte, ohne dass die Bedeutung der Zahlen erfasst werden kann.

4.3 Kognitionspsychologischer Erklärungsansatz

Die Kognitionspsychologie stützt sich bei der Suche nach der Ursache von Rechenproblemen auf die **Analyse von Gedächtnisfunktionen und –prozessen** (allgemeine Intelligenz, Wahrnehmungs- und Informationsverarbeitungsprozesse), **die für die Entwicklung der Rechenleistung verantwortlich gemacht werden**. Es wird dabei angenommen, dass diese kognitiven Komponenten nicht altersgemäß entwickelt sind. Zuerst konzentrierte man sich auf die Erforschung der Defizite kognitiver Basisfunktionen. Doch die Ergebnisse der Untersuchungen im Zusammenhang mit den Beeinträchtigungen der Wahrnehmungsverarbeitung und der Mathematikleistung schienen widersprüchlich und erwiesen sich als nicht ausreichend spezifisch. Also kann weder von Problemen bei der räumlichen Orientierung, der visuellen Wahrnehmung, von Störungen des taktil-kinästhetischen Bereich, der Entwicklung des Körperschemas und visuomotorische Schwierigkeiten direkt auf Rechenschwäche geschlossen werden (siehe Kapitel 3.5.1).
Aktuell gelten die allgemeine Intelligenz und die **Arbeitsgedächtnisleistungen als kognitive Bedingung für die Entwicklung von Rechenschwierigkeiten**. Längsschnittliche Studien geben Aufschluss über den Zusammenhang zwischen Mathematikleistung und Intelligenz bei

Kindern. Dabei wurde festgestellt, dass Intelligenz und Rechenleistung zwar am Beginn der Entwicklung der mathematischen Kompetenzen zusammenhängen, aber im Verlauf die Zusammenhangswerte abnehmen. Die Intelligenz beeinflusst kontinuierlich über die Zeit den Erwerb von Kompetenzen. So können intelligentere Kinder sich besser auf neuere Aufgaben einstellen, entwickeln effizientere Lösungsstrategien und bauen durch ihre bessere Denkfähigkeit größeres Vorwissen auf. Jedoch nimmt der Einfluss der Intelligenz zugunsten des Vorwissens ab. Mathematikleistung hängt dann in höheren Klassen von dem aufgebauten Wissensfundament ab. Kinder mit guten Vorkenntnissen bleiben gute Rechner, damit ist das Vorwissen entscheidend für den Lernerfolg. „Diese Studien legen nahe, dass sich interindividuelle Unterschiede in der Intelligenz von Schülern vor allem deshalb in der Leistung beim Lösen von Mathematikaufgaben widerspiegeln, weil die Intelligenz kontinuierlich über die Zeit den Erwerb der Kompetenzen beeinflusst hat, und weniger durch den Einfluss im Moment des Rechnens. Spätere Mathematikleistungen lassen sich nämlich statistisch eindeutiger durch frühere Mathematikleistungen erklären als durch Intelligenzmaße.“ (Grube in: Fritz/ Ricken/ Schmidt, 2009, S. 183)
Weil für die Anwendung und Nutzung des fertigkeitsspezifischen Wissens von der Strukturiertheit und Vernetzung abhängig sind, wurden Informationsverarbeitungsprozesse untersucht, inwiefern sie für die Lernstörung ausschlaggebend sind. Bei der Verarbeitung von Informationen wirken drei Aspekte zusammen: das Arbeitsgedächtnis, das für die temporäre Speicherung und Verarbeitung zuständig ist, das Langezeitgedächtnis, in dem bildhafte, klangliche und verbale Fakten abgespeichert sind (siehe Kapitel 4.2.1), und die Nutzung der Strategien zur Problemlösung.

4.3.1 Arbeitsgedächtnis von Baddeley

Das Arbeitsgedächtnis umfasst kognitive Mechanismen und Ressourcen zur Informationsverarbeitung. Es hat die Aufgabe, Informationen vorübergehend zu speichern, Lösungsprozeduren zu planen, Wissen aus dem Langzeitgedächtnis abzurufen und die Informationen zueinander in Beziehung zu setzen (Abbildung 6). Während der Ausführung der Aufgabe müssen dann die Aspekte des Durchführungsplans und der Stand der Verarbeitung, also Zwischenergebnisse, präsent gehalten werden. Bei der Informationsverarbeitung ist die Kapazität des Arbeitsgedächtnisses wesentlich, denn die Gedächtnisspanne ist beschränkt, sodass nur wenige Informationen gleichzeitig präsent gehalten werden können und bei Eintritt neuer Informationen andere verloren gehen könnten.

Im Arbeitsgedächtnis von Baddeley (1986) werden **drei Komponenten** unterschieden:

Die **zentrale Exekutive** ist das supervisorische Kontrollsystem: es steuert und überwacht die Informationsverarbeitung. Sie ist zuständig für die Ausrichtung der Aufmerksamkeit, Planung von Handlungen und aktiviert Wissen aus dem Langzeitgedächtnis und wählt geeignete Strategien zur Problembewältigung aus.
Unterstützt wird sie durch zwei Hilfssysteme:

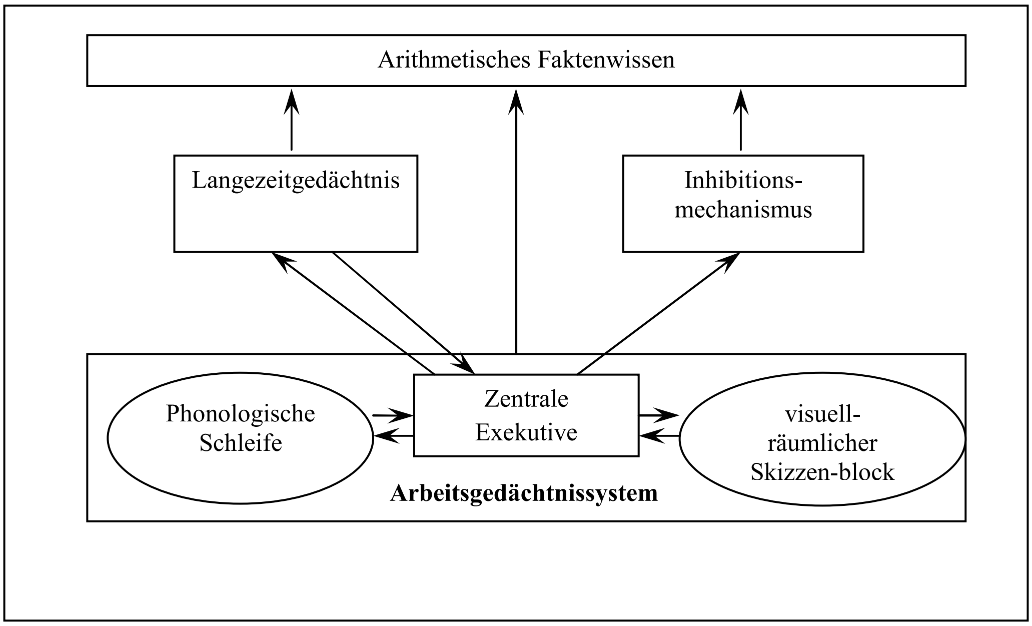


Abbildung 6: Schematische Darstellung der Interaktion zwischen den kognitiven Systemen, die Einfluss auf den Abruf von arithmetischem Faktenwissen haben (Jacobs/ Petermann., 2005 S. 44)

Die **Phonologische Schleife** ist verantwortlich für die Aufrechterhaltung sprachlicher Informationen.

Der **visuell-räumliche Skizzenblock** ist für die Verarbeitung von visuell-räumlichen Vorstellungen zuständig.

Die wechselseitige Beziehung zwischen Kapazität des Arbeitsgedächtnisses, Abruf des Faktenwissens und Nutzung von effektiven Strategien ist für die Mathematikleistung entscheidend: Ist das Arbeitsgedächtnis leistungsfähig, führt dies zu einem besseren Verständnis für neue Inhalte und einem erfolgreicheren Wissensaufbau. Der Wissensaufbau beeinflusst dabei die Strategienutzung entscheidend. Können mehr Informationen abgerufen werden und stehen effiziente Rechenstrategien zur Verfügung, wird das Arbeitsgedächtnis weniger belastet und kann zur Bildung neues Rechenwissens verwendet werden. So führt einerseits ein **Arbeitsgedächtnis mit geringer Kapazität** dazu, dass **nicht ausreichend arithmetischen Faktenwissens aufgebaut** werden kann, daraus resultiert ein schlechtes

Leistungsvermögen in Mathematik. Andererseits erschweren aufwendige Rechenstrategien oder das Fehlen von Rechenfakten die Leistungsfähigkeit des Arbeitsgedächtnisses, auch wenn grundsätzlich ein gutes Fassungsvermögen vorhanden ist.
Ein Rechenbeispiel veranschaulicht, dass die Leistung des Arbeitsgedächtnisses mit den mathematischen Kompetenzen (Vorwissen und Rechenstrategien) zusammenhängen:
„Ist die Aufgabe 7 x 8 = ? zu rechnen, wird das Arbeitsgedächtnis kaum belastet, wenn das Ergebnis als Faktenwissen aus dem Langezeitgedächtnis abgerufen werden kann. In der phonologischen Schleife wird die Aufgabe präsent gehalten und die Exekutive steuert den Faktenabruf. Ganz anders sieht die Belastung aus, wenn die Lösung nicht gespeichert ist. Eine Möglichkeit zum Ziel zu kommen, besteht in der Zerlegung der Aufgabe: 5 x 8 = 40; 2 x 8 = 16; 40 + 16 = 56. Hier muss der Faktenabruf (5 x 8 und 2 x 8) mit den Zwischenschritten koordiniert werden. Entsprechend werden die Belastungen des Arbeitsgedächtnisses noch höher, wenn keine Zerlegungen vorgenommen werden können und die Aufgabe durch Aufsagen der 8er-Reihe bewältigt wird (1 x 8 =8; 2 x 8 = 8 + 8 = 16 usw.).“ (Fritz, A./ Ricken, G., 2008, S. 21)
Aus dem Beispiel ist ersichtlich, dass die **zentrale Exekutive** die Hauptrolle bei der Durchführung von Rechenoperationen spielt. Ist diese **beeinträchtigt**, so ist der **Zugriff auf das Langzeitgedächtnis und das arithmetische Faktenwissen gestört**. Defizite im arithmetischen Faktenwissen lassen sich möglicherweise durch mangelnde Inhibitionsmechanismen begründen: Rechenschwache können irrelevante numerische Informationen nicht unterdrücken, wenn sie Wissen aus dem Gedächtnis abrufen. Die Aufgabe 8 x 4 aktiviert statt dem Ergebnis 32 die Nachfolger, also wird mit 9 oder 5 geantwortet.
Auch ein verkürzter visueller Notizblock und eine verkürzte phonologische Schleife haben Einfluss auf die mathematische Leistung.
Beeinträchtigungen in der kurzfristigen Speicherung und Bearbeitung von verbalen Informationen beeinflussen die Entwicklung der arithmetischen Kompetenzen negativ. Dadurch dass die Kapazität im verbalen Arbeitsgedächtnis, **phonologischen Schleife beschränkt** ist, können **Multiplikationsaufgabe und Ergebnis nicht gleichzeitig behalten** werden und es kommt **zu keinem Gedächtniseintrag im Langzeitgedächtnis**.
Der visuell-räumliche Notizblock ist zwar noch nicht ausreichend erforscht, aber geht man davon aus, dass er mit Abspeicherung der Additions- und Subtraktionsfakten im analogen Modul einhergehen, sodass **Defizite des Notizblocks zu beeinträchtigten Zahlenverständnis führen**.

5 RECHENSCHWÄCHE ERKENNEN

Lernschwierigkeiten wachsen sich nicht von selbst aus, also kann man nicht darauf hoffen, dass den betroffenen Kindern einfach der Knopf aufgeht, daher ist eine frühzeitige Erkennung und Förderung unerlässlich, damit sich die Schwierigkeiten der Kinder nicht zusätzlich verschärfen. Je eher erkannt wird, dass notwendige Fähigkeiten für das weitere Erlernen des Rechnens nicht entwickelt wurden, desto eher können gezielte Gegenmaßnahmen gesetzt werden, sodass die Entwicklung erfolgreicher nachgeholt werden kann und die Folgeprobleme eingedämmt werden.
Oft ist es aber gar nicht so einfach, Rechenschwäche zu erkennen, weil die leistungsschwachen **Kinder eine Fülle von Kompensationsstrategien entwickelt haben**, um sich durch die Grundschule zu schummeln. Durch gewaltigen Übungsaufwand lernen sie, sich vieles auswendig zu merken, und durch die Anwendung zahlreicher Eselbrücken schaffen es manche sogar, die Grundschule zu bewältigen und in die Sekundarstufe (vor allem in die Hauptschule, aber auch in die AHS) aufzusteigen, ohne dass ihre Schwäche auffällig wird. Auch wenn Rechenschwäche erst in der Sekundarstufe bemerkt wird, so hat sie ihren Ursprung doch in der Grundschule, trotzdem ist es nie zu spät mit gezielter Förderung zu beginnen.
Die Klassensituation und die Hausaufgaben können zwar erste Hinweise auf Vorliegen einer Rechenschwäche geben, aber es genügt nicht, allein die Resultate des kindlichen Rechnens zu berücksichtigen, sondern es muss **herausgefunden werden, auf welche Weise das Kind zu dem Resultat kommt**. Demnach ist eine Abklärung in einer Einzelsituation mit dem betroffenen Schüler und den Eltern erforderlich.
Rechenschwäche hat kein einheitliches Erscheinungsbild, dementsprechend werden im Einzelfall nicht alle Auffälligkeiten auftreten. Auch nicht jedes Kind, das die eine oder andere Symptomatik (siehe Kapitel 3.3) aufweist, wird notwendigerweise zum Rechenversager. So werden zwar am Beginn der Erarbeitung eines neuen Themas alle Kinder Schwierigkeiten und Fehler aufweisen, bei Rechenschwachen bleiben diese aber bestehen. Ein regelmäßiges Vorkommen dieser Fehler deutet dann auf Rechenschwäche hin.
Um die die fehlerhaften Lösungswege zu erkennen, werden hier die typischen Erscheinungsformen, Fehlvorstellungen, falschen Denkweisen angeführt, die erste Hinweise auf Vorliegen einer Rechenschwäche geben könnten. Fragen und Aufgabenstellungen sollen dabei helfen, Rechenschwäche als solche zu erkennen.

5.1 Rechenschwäche in der ersten Schulstufe

Wie schon im vorherigen Kapitel ausgeführt wurde, ist der Erwerb der mathematischen Kompetenz ein sehr früh beginnender Entwicklungsprozess, sodass die Kinder vor dem Beginn der Schule schon viele Erfahrungen mit der Mathematik im Alltag gesammelt haben. Die Kinder verfügen über unterschiedliche Vorkenntnisse im Umgang mit Mengen und Zahlen. Die Bereiche der vorschulischen Entwicklung sind schon entscheidend für den Erfolg mit der Schulmathematik (siehe Kapitel 4.1.2).

Haben die Kinder ein deutlich reduziertes mengen- und zahlenbezogenes Vorwissen, so tragen sie erhöhtes Risiko, rechenschwach zu werden. Hier ist es wichtig die Anzeichen in den ersten Schulmonaten zu erkennen, die eine Entwicklung von mathematischen Fehlvorstellungen begünstigen.

<table>
<tr><th colspan="2">Beobachtungen</th><th>Hintergrund</th></tr>
<tr><td rowspan="4">1.</td><td colspan="2">Schwierigkeiten beim Klassifizieren/ Herstellen von Ordnungen</td></tr>
<tr><td>- Das Kind kann Gegenstände, die dieselben Eigenschaften aufweisen, nicht in einer Gruppe zusammenfassen.

- Das Kind kann Gegenstände nicht nach ihrer Größe anordnen.</td><td>Das rechenschwache Kind kann nicht die Zusammengehörigkeiten von Gruppen erkennen, es bildet Gruppen aufgrund eines persönlichen Bezugs und nicht aufgrund objektiver Gesichtspunkte. Diese Kinder weisen meist sprachliche Defizite auf, sie verfügen über einen geringeren Wortschatz, bilden unvollständige Sätze und verwenden Oberbegriffe falsch.</td></tr>
<tr><td colspan="2">1a. Aufgabe: Kann das Kind beurteilen, welches nicht dazugehört?
</td></tr>
<tr><td colspan="2">1b. Aufgabe: Kann es Mengen unterschiedlicher Anzahl von der kleinsten bis zur größten nach ordnen?</td></tr>
<tr><td rowspan="2">2.</td><td colspan="2">Unklarheiten über die Begriffe gleich viel, mehr – weniger</td></tr>
<tr><td>- Das Kind kann nicht beurteilen, dass zwei Mengen mit gleicher Anzahl unabhängig von ihrer räumlichen Ausdehnung gleich bleiben.</td><td>Es hat frühere Entwicklungsstufe noch nicht überwunden und beurteilt auf Basis wahrnehmungsgebundener Merkmale (räumliche Ausdehnung).</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td></td><td colspan="2">2a. Aufgabe: Legen Sie zwei Reihen von Gegenständen vor dem Kind in folgender Anordnung auf:
☆☆☆☆☆☆☆
♡♡♡♡♡♡♡
Ziehen Sie vor den Augen des Kindes eine Reihe auseinander:
☆☆☆☆☆☆☆
♡ ♡ ♡ ♡ ♡ ♡ ♡
Fragen Sie: „Sind in beiden Reihen gleich viele Gegenstände oder sind in einer mehr oder weniger?“ Fragen Sie nach, ob das Kind vielleicht länger meint!</td></tr>
<tr><td>3.</td><td colspan="2">Fehlende Eins-zu-Eins-Zuordnung, Zählfehler</td></tr>
<tr><td></td><td>- Das Kind kann die Elemente einer Menge nicht korrekt abzählen.

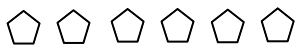
- Es kann nicht zwei Mengen vergleichen, ohne dass es beide Mengen auszählt.</td><td>Während des Zählprozesses gelingt es dem Kind nicht, jedem Objekt ein Zahlwort zuzuordnen. So kann es zwar die Zahlwortreihe korrekt aufsagen, jedoch werden manche Objekte doppelt benannt oder ausgelassen. Die Beurteilung, ob zwei Mengen gleich sind, erfolgt daher nicht über die Anwendung der Eins-zu-Eins-Zuordnung, sondern durch das Zählen beider Mengen.</td></tr>
<tr><td></td><td colspan="2">3a. Aufgabe: „In welcher Reihe sind mehr Steine?“
◇◇◇◇◇◇
◇◇◇◇◇◇◇
Kann es die beiden Mengen ohne zu zählen vergleichen?

3b. Aufgabe: Im Klassenzimmer sind Stühle und Kinder. Gibt es mehr Stühle als Kinder?
Muss das Kind abzählen oder stellt es fest, dass einige Stühle frei geblieben sind.</td></tr>
<tr><td>4.</td><td colspan="2">Mangelnde Sicherheit beim Zählen</td></tr>
<tr><td></td><td>Dem Kind gelingt das Zählen nicht.</td><td>Dem Kind ist der Zahlenaufbau nicht klar.</td></tr>
<tr><td></td><td colspan="2">4a. Aufgabe: Kann es bis 10 zählen oder von 5 rückwärtszählen?</td></tr>
<tr><td></td><td colspan="2">4b. Aufgabe: Kann es von 6 aus weiterzählen?</td></tr>
<tr><td></td><td colspan="2">4c. Aufgabe: Kann es die Zahlen nennen, die vor/ nach der 3 kommen?</td></tr>
<tr><td></td><td colspan="2">4d. Aufgabe: Kann es die größere/ kleinere von zwei Zahlen nennen?</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td rowspan="5">5.</td><td colspan="2">Fehlendes Anzahlverständnis</td></tr>
<tr><td>- Das Kind beginnt auf die Frage „wie viele?“ immer erneut zu zählen.
Es ist ihm also nicht bewusst, dass es mit Hilfe der Zahlwortreihe eine feste Anzahl einer Menge ermitteln kann.

- Das Kind glaubt, dass sich die Anzahl der Menge durch die Anordnung verändert.

- Es weiß nicht spontan, dass eine Hand 5 Finger hat.

- Es weiß nicht, was „um 1 mehr ist als 6“, aber es weiß, was „nach der 6 kommt“.</td><td>Der Hauptgesichtspunkt der Bedeutung von Zahlen ist der kardinale Aspekt, die Bestimmung der Anzahl von Dingen. Das Kind bedenkt die Zahl aber als Rangplatz und nicht als Anzahl einer konkreten Menge. Die Zahl 5 wird als Bezeichnung des Gegenstandes verstanden und nicht als Anzahl der bisher angetippten Gegenstände.
Es versteht daher nicht, dass Mengen andere Mengen beinhalten und Zahlen aus anderen Zahlen zusammengesetzt sind.
Oft wird das Nicht-Vorhandensein des kardinalen Verständnisses dadurch verdeckt, dass das Kind viele quantitative Erfahrungen gemacht hat. Dadurch hat es gelernt, dass ihre Hand, auch ohne abzuzählen, 5 Finger hat, dass 5 Bonbons mehr sind als 3, und können Würfelpunkte erfassen ohne zu zählen.</td></tr>
<tr><td colspan="2">5a. Aufgabe: Kann es erkennen, dass die Zählrichtung für das Ergebnis belanglos ist?

„Wenn du von der anderen Seite zu zählen beginnst, was glaubst du, wie viele sind es dann?“ Verändern Sie die Anordnung! „Weißt du noch, wie viele es sind?“</td></tr>
<tr><td colspan="2">5b. Aufgabe: Lassen Sie das Kind 8 Würfel aus einem Behälter nehmen und vor sich hinlegen! Versteht es eine Frage wie „Gib mir bitte 5 von diesen 8?“.</td></tr>
<tr><td colspan="2">5c. Aufgabe: Kann es die Punkte auf einem Würfel mit einem Blick erfassen ohne zu zählen?</td></tr>
<tr><td rowspan="2">6.</td><td colspan="2">Zählen statt Rechnen</td></tr>
<tr><td>- Das Kind verwendet die Finger zum Rechnen.</td><td>Verfügt das Kind über kein Anzahl- und Teil-Ganzes-Verständnis, verbleibt es in zählenden Rechenstrategien, meist mit</td></tr>
</table>

	- Das Kind rechnet häufig um eins falsch: 4 + 3 = 6 (Es zählt vom 4. Finger drei weiter) 8 – 3 = 6 (Es zählt von 8 drei Schritte zurück und landet bei 6) - Es starrt beim Rechnen in die Ferne oder schließt die Augen, der Kopf nickt während des inneren Zählens mit.	Zuhilfenahme ihrer Finger. Plusaufgaben können dann nur durch Raufhüpfen in der Zahlwortreihe und Minusaufgaben durch Runterhüpfen in der Zahlwortreihe gelöst werden. Konzentriert sich das Kind nur auf das Hoch- und Runterzählen und nicht auf den Rechensatz in der Gesamtheit, entsteht keine Verknüpfung zwischen Aufgabe und Ergebnis. Manche Kinder versuchen dennoch sich die Plus- und Minussätze im Zahlenraum 10 zu merken. Das Kind zählt ohne Verwendung der Finger im Kopf, weil es sich nicht mehr gehört, zu zählen. Der Konzentrationsaufwand und die Anstrengung steigen. Diese Taktik ist jedoch fehleranfälliger als mit Zuhilfenahme der Finger.
	6a. Aufgabe: *Kann das Kind bei der Aufgabe 4 + 3 sofort alle 4 Finger ausstrecken und dann 3 weiterzählen oder zählt es zuerst 4 Finger, dann 3 Finger und dann alle gemeinsam?*	
	6b. Aufgaben: *Muss das Kind bei 3 + 4 zählen, selbst, wenn es davor 3 + 3 unmittelbar davor richtig gelöst hat? Erkennt es den Zusammenhang „um eins mehr“?*	
7.	**Unzureichendes Operationsverständnis**	
	- Das Kind verwechselt häufig das Rechenzeichen. - Es hat kein Verständnis für Tauschaufgaben: 8 + 1 = 1 + 8 - Das Kind kann Umkehr- und Ergänzungsaufgaben nicht systematisch lösen.	Wer das Anzahlverständnis nicht entwickelt hat, wird auch nicht den Gehalt der Addition und Subtraktion begreifen, dass die Gesamtanzahl aus zwei Teilanzahlen besteht. Bei Plusaufgabe oder Minusaufgaben wird daher nicht an Vermehren oder Vermindern gedacht, sondern rein ans

<table>
<tr><td></td><td>- Das Kind versteht keine Platzhalteraufgaben:
3 + _ = 7, 3 + <u>10</u> = 7

- Das Kind versteht Zerlegungen nicht.

- Es macht Fehler mit der Null:
8 + 0 = 0 oder 8 - 0 = 0</td><td>Zählen. Die Konzentration ist ausschließlich auf den Zählprozess gerichtet, sodass nicht auf das Rechenzeichen geachtet wird.
Der Zusammenhang zwischen + und - wird deshalb nicht erkannt.
Für die Rechenschwachen gilt das =-Zeichen als Aufforderung etwas zu tun und nicht, dass auf beiden Seiten gleich viel stehen muss. + wird daher als Anweisung zum Weiterzählen verstanden. Aber auch diese Aufgaben lassen sich durch die auswendig gelernte Methode bewältigen.
Beim Zählen gibt es keine Null, daher wird sie so gedeutet, als ob sie alles verschwinden lässt.</td></tr>
<tr><td></td><td colspan="2">7a. Aufgabe: Kann das Kind vorzeigen, was 3 + 5 oder 9 - 5 bedeutet? Wenn es mit den Fingern die Operation vormachen soll, nimmt es 5 mit der ganzen Hand weg oder zählt es nacheinander 5 einzelne Finger weg?</td></tr>
<tr><td></td><td colspan="2">7b. Aufgabe: 1 + 8: Zählt das Kind von 1 weg hoch oder weiß es, dass es hier die Zahlen vertauschen darf?</td></tr>
<tr><td></td><td colspan="2">7c. Aufgabe: Kann es Umkehraufgaben ohne zu zählen lösen: 9 - 8, 8 + 1?</td></tr>
<tr><td>8.</td><td colspan="2">Schwierigkeiten bei zweistelligen Zahlen</td></tr>
<tr><td></td><td>- Das Kind hat Schwierigkeiten beim Lesen und Schreiben von zweistelligen Zahlen.

- Zählen und Rückwärtszählen gelingt im zweistelligen Zahlenbereich kaum.

- Folgender Fehler passiert:
15 – 3 = 2 oder 7 + 6 = 3</td><td>Im ersten Schuljahr erfolgt die Erweiterung des Zahlenraums bis 20. Da aber 10 als das verstanden wird, was nach 9 kommt und nicht als Bündelung von 10 Einer, wird auch die neue Einheit der Zehner nicht verstanden. Also wird die weitere Zahlenbildung der Zahlen 11 bis 20 nicht als Zehner plus Einer begriffen. Gesetzmäßigkeiten der Zahlwortbildung</td></tr>
</table>

	- Analogieschlüsse, wie 3 + 3 = 6 und 13 + 3 = 16, gelingen nicht	werden zwar wahrgenommen, aber die Zahlen bleiben als Positionen gedacht. Für das Rechnen werden die Finger doppelt belegt, so ist der 1. Finger gleichzeitig der 11., der 2. gleichzeitig der 12. usw. Doch wird die Doppelbelegung manchmal vergessen.
	8a. Aufgabe: *Wendet das Kind beim Rechnen Analogieschlüsse an, erkennt es also Gemeinsamkeiten bei Aufgaben wie 3 + 3, 43 + 3, 35 + 30 und nützt diese Gemeinsamkeiten, ohne zählend zur Lösung zu kommen?*	

Wenn die einseitige Zahlauffassung als Rangplatz nicht erkannt und behoben wird, verfestigt sich das zählende Rechnen. Durch die charakteristischen Fehler im Zahlenumgang sollte die Schwäche deutlich werden, jedoch wird durch gemerkte Rechensätze oder erhöhten Übungsaufwand die beschränkte Zahlenauffassung oft verschleiert. Deshalb ist es häufig nur möglich durch Einzelgespräche etwaige Unsicherheiten zu entdecken, in dem nachgefragt wird, wie die Kinder zu ihrem Ergebnis kommen. Falls das Kind in manchen Bereichen Unsicherheiten und Schwierigkeiten hat, sollten gezielte Fördermaßnahmen überlegt werden.

5.2 Rechenschwäche in der zweiten Schulstufe

In der zweiten Schulstufe bleiben die Schwierigkeiten bestehen, wenn nicht rechtzeitig Interventionen getroffen werden.
Hier können dann rechenschwache Kinder durch folgende Beobachtungen erkannt werden:

Beobachtungen		**Hintergrund**
1.	**Große Lücken im Zahlenraum 10**	
	Das Kind schafft zwar verschiedene Plus- und Minusaufgaben zu lösen. Minusaufgabe gelingen aber dennoch schlechter.	Es hat durch den hohen Übungsaufwand gelernt, einerseits schneller zu zählen und andererseits die Plus- und Minussätze zu merken.
	1a. Aufgabe: *Lassen Sie das Kind 10 Bohnen aus einem Behälter auszählen. Legen Sie rasch, ohne dass das Kind mitzählen kann, 6 Bohnen unter ein Tuch? Kann das Kind rasch sagen wie viele Bohnen unter dem Tuch liegen?*	

	1b. Aufgabe: *Kann es eine Rechengeschichte zu der Rechnung 4 + 5 erzählen und lösen? Achten Sie darauf, wie es zu seiner Lösung kommt: gibt es spontan Antwort, verwendet es die Finger?*	
2.	**Zählschwierigkeiten bis 100**	
	- Dem Kind fällt es schwer im neuen Zahlenraum zu zählen. - Beim Rückwärtszählen wechselt es an den Zehnerübergängen die Richtung: 82, 81, 80, 81, 82, … - Das Kind weist auch Zählfehler in den Plus- und Minusaufgaben auf: 48 + 4 = 60 (es zählt 48, 49, 50, 60)	Das Kind hat zwar die Gleichförmigkeit der Zahlwortbildung wahrgenommen, aber den Wertzuwachs nicht verstanden. Der Bauplan der Zahlwortreihe fehlt ihm.
	2a. Aufgabe: *Kann es von einer zweistelligen Zahl aus in Einerschritten weiterzählen oder zurückzählen?*	
	2b. Aufgabe: *Kann es in Zehnerschritten in der Zahlwortreihe vor- und zurückzählen?*	
3.	**Vertauschung von Zehner und Einer**	
	- Beim Lesen und Schreiben zweistelliger Zahlen vertauscht das Kind die Einer mit der Zehnerstelle. - Es kann Nachbarzehner nicht korrekt nennen: Nachbarzehner von 57 sind 70 und 80 - Zehner und Einer werden willkürlich miteinander verknüpft: 40 + 3 = 70 62 - 2 = 42	Das Kind macht keinen qualitativen Unterschied zwischen Zehner und Einer, deshalb wird das Behalten der Regel für Lesen und Schreiben zum dauerhaften Problem. Die Stellengrundlage bleibt unverstanden. Zehner und Einer sind ihm gleichgültig, es trifft keine Unterscheidung zwischen der Ziffernanordnung (47 = 74).
	3a. Aufgabe: *Weiß das Kind, was Zehner und Einer sind?*	
	3b. Aufgabe: *Kann es eine gehörte zweistellige Zahl sicher aufschreiben und eine in Ziffern geschrieben Zahl sicher lesen?*	

	3c. Aufgabe: *Ist das Kind beim Rechnen sicher darin, Zehner mit Zehner und Einer mit Einer zu verknüpfen oder beachtet die Stellen beim Rechnen nicht?*	
4.	**Nur zählende Zehnerüberschreitungen**	
	- Die Zehnerüberschreitungen gelingen dem Kind nur zählend. - Es macht folgende Fehler: 47 + 6 = 13 (durch Zählen gelangt es zum 3. Finger, deutet ihn als 13) 47 + 6 = 43 (wie oben, aber Zehner wird stehen gelassen)	Es fehlt ihm an den wesentlichen Kenntnissen des Zerlegens und Ergänzens im Zahlenraum 10, daher wird die Zehnerüberschreitung nur durch Hochzählen bewältigt. Finger dienen weiterhin zum Zählen und werden mehrfach mit Zahlen belegt, daher kommt es zu Missdeutungen.
5.	**Zehnerüberschreitungen in zwei Schritten als unverstandene Regel**	
	- Das Kind hat gelernt die Zehnerüberschreitungen in zwei Schritten als unverstandene Regel anzuwenden: 57 + 8 = 68 (es rechnet 57 + 3 = 60 und 60 + 8 = 68)	Da Kind ergänzt zwar bis zum nächsten Zehner, aber die zweite Zahl wird nicht zerlegt.
6.	**Kippfehler statt Unterschreitungen**	
	- Das Kind macht sogenannte Kippfehler: 54 – 6 = 52 (4 – 6 geht nicht, daher zählt es 6 – 4) 54 – 27 = 33 (Es zählt 5 – 2 und 7 – 4, weil 4 – 7 nicht geht)	Auch Zehnerunterschreitungen werden zählend gelöst, aber Rückwärtszählen gestaltet sich als schwierig.
	5a. Aufgabe: *Weiß das Kind das jeder Zehner umgetauscht werden kann und umgekehrt? Kann es von 5 Zehner 4 Einer wegnehmen und die Operation darstellen, wenn Zehner Quadrate sind und Einer Striche?*	
	5b. Aufgabe: *Beobachten Sie wie das Kind Zehnerüberschreitungen und -unterschreitungen wie 27 + 8 oder 35 - 6 löst: wendet es zählende Verfahren an oder kann es die Zahlen richtig zerlegen?*	

7.	**Fehler im Mächtigkeitsbereich zweistelliger Zahlen**	
	- Das Kind bemerkt unmögliche Rechenergebnisse nicht: 74 + 21 = 59 (es rechnet 47 + 12 = 59) - Es macht Fehler beim Größenvergleich von zwei Zahlen: 39 > 41 (9 ist die größte Zahl)	Es denkt im Umgang mit zweistelligen Zahlen nicht an mehr oder weniger, daher stört es auch nicht, wenn bei Plusaufgaben eine kleinere Zahl und bei Minusaufgaben eine größere Zahl herauskommt. Durch das mangelnde Zehner-Einer-Bewusstsein hat es keine Grundlage für den Mengenvergleich.
	7a. Aufgabe: *Kann das Kind sicher bei beliebigen Zahlenpaaren sagen, welche von den zweistelligen Zahlen größer ist? Kann es erklären warum?*	
8.	**Keine Orientierung im Zahlenraum**	
	- Ein großes Zimmer ist 100 m lang. - Das Kind findet Zahlen weder am Zahlenstrahl, noch am Maßband, noch im Buch. Es sucht Seite 73 bei 30. - Es kann keinen richtigen Nachbarzehner angeben: 37 liegt zwischen 20 und 40.	Das Kind hat keinen quantitativen Bezugsrahmen zu Größen. Dreizehn oder Dreißig sind einerlei, 100 schon sehr viel. Es kann nicht die korrekten Nachbarzehner angeben, weil es bloß die Zehner beachtet, einer davor, und einer danach.
	8a. Aufgabe: *Kann das Kind zeigen wie lang ein Meter ist?*	
	8b. Aufgabe: *Kann es beliebige Größen im Alltag einschätzen?*	
	8c. Aufgabe: *Findet es leicht die mündlich vorgegeben zweistellige Seitenzahl im Buch?*	
9.	**Kein Verständnis für die Multiplikation**	
	- Das Einmaleins wird gar nicht gekonnt. - Nur die 1er-, 2er-, 5er-, oder 10er- Reihe wird gekonnt. - Eine Malreihe wird geübt und gekonnt, dann wieder vergessen, wenn eine neue gelernt wird.	Die Zahl wird noch immer als Position gedacht, deshalb macht das Vervielfachen keinen Sinn, trotzdem versucht sich das Kind die Malreihen trotz mangelndem Verständnis auswendig zu merken. Etwas zu merken, mit dem nichts verbunden wird, gestaltet sich aber als

	- Alle werden gekonnt, aber nicht wenn sie durcheinander gefragt werden. 6 x 6 = 63 - Die Zusammenhänge zwischen zwei Multiplikationen werden nicht erkannt: 4 x 4 und 4 x 5	sehr schwierig. 63 und 36 werden nicht als unterschiedlich wahrgenommen, daher auch nicht als Ergebnis unterschiedlicher Aufgaben abgespeichert. Der Gehalt der Multiplikation wird nicht verstanden, deshalb auch nicht das Vielfache einer Anzahl.
	9a. **Aufgabe:** *Fordern Sie das Kind auf die Multiplikation 4 x 3 mit Quadraten darzustellen! Kennt es die Handlung des Vervielfachens oder legt es einfach zuerst 4 Würfel, dann 3 Würfel und dazwischen 1 Würfel für den Malpunkt? Weiß es das Ergebnis auswendig?*	
	9b. Aufgabe: *Fragen Sie die Aufgaben 10 x 4 und 9 x 4 unmittelbar nacheinander! Die meisten werden 10 x 4 auswendig wissen, 9 x 4 wird hingegen schwer sein; aber kennt das Kind, die Querverbindungen zwischen den beiden Aufgaben?*	
10.	**Mangelndes Verständnis für Sachaufgaben**	
	Das Kind hat Schwierigkeiten die mathematischen Bezüge in der Sachsituation zu erkennen.	Es fehlt ihm das Verständnis für die Grundrechnungsarten.
11.	**Vermehrtes Auftreten von psychischen Folgestörungen**	
	- Das Kind weist psychosomatische Beschwerden auf: Magenschmerzen, Bettnässen, unerklärliche Kopfschmerzen - Es wird zum Raufhansel oder Klassenclown.	Durch den zusätzlichen Druck und die Misserfolge steigen die Frustration und damit der Hass auf die Zahlen. Es kommt zu Vermeidungsreaktionen. Den Verlust des Selbstvertrauens versucht es in anderen Bereichen wett zu machen, um die fehlende Anerkennung zu bekommen.

5.3 Rechenschwäche in der dritten Schulstufe

Die Lücken und Missverständnisse der zweiten Klasse bleiben bestehen. Von der Annahme, dass irgendwann der Knopf aufgehen wird, muss man sich distanzieren, denn ohne gezielte Gegenmaßnahmen wird die Rechenschwäche nicht beseitigt.

<table>
<tr><th colspan="2">Beobachtungen</th><th>Hintergrund</th></tr>
<tr><td rowspan="5">1.</td><td colspan="2">Verstärkte Orientierungslosigkeit beim rein mechanischen Stellenumgang</td></tr>
<tr><td>- Das Kind weist Schwierigkeiten beim Lesen und Schreiben von dreistelligen Zahlen auf:
es wird nach dem Wortlaut getreu geschrieben:
30024 für dreihundertvierundzwanzig
Nullstellen werden ausgelassen:
34 für dreihundertvier
Ziffern werden vertauscht:
342 für dreihundertvierundzwanzig

- Es kommt zu Zählfehlern:
Statt in Einerschritten zu zählen,
wird in Hunderterschritten weitergezählt:
98, 99, 100, 200…
wird in Zehnerschritten weitergezählt:
158, 159, 160, 170…
oder es kommt zum Zifferntausch:
198, 189, 188, 187…</td><td>Das Bündelungsprinzip bleibt unverstanden, daher auch die Bildung des neuen Stellenwerts „Hundert“. Weil die Zahlen rein als Zahlenfolge wahrgenommen und die Wertveränderung nicht erkannt werden, besitzt das Kind kein Anzahlverständnis für die zusammengesetzte Zahl und kann es nicht in dem Zahlenraum einordnen.</td></tr>
<tr><td colspan="2">1a. Aufgabe: Kann es sicher im dreistelligen Bereich vorwärts und rückwärts zählen?</td></tr>
<tr><td colspan="2">1b. Aufgabe: Kann es sicher in Hunderterschritten Zählen?</td></tr>
<tr><td colspan="2">1c. Aufgabe: Kann es gesprochene dreistellige Zahlen richtig in Ziffern darstellen und umgekehrt?</td></tr>
</table>

2.	**Stellenwertfehler beim Rechnen**	
	Die Zahlen werden ohne Rücksicht auf ihren Stellenwert miteinander addiert oder subtrahiert: 300 + 40 = 700 700 - 20 = 500 360 + 280 = 514 (es rechnet: 3 + 2 = 5 und 6 + 8 = 14) 365 + 280 = 5145	Der unterschiedliche Wert der Stelle wird nicht verstanden, daher auch nicht auf die Operationen angewendet.
	2a. Aufgabe: *Berücksichtigt das Kind den Stellenwert beim Rechnen von dreistelligen Zahlen, wie 620 + 30, 330 + 620, 600 + 400, 623 + 4? Fordern Sie das Kind während der Durchführung der Aufgaben laut mitzudenken!*	
	2b. Aufgabe: *Kann es folgende Aufgaben lösen: 500 - 100, 627 - 4, 630 - 210, 684 - 63?*	
3.	**Fehlerhäufungen bei Überschreitungen**	
	599 + 1 = 699 (Nach 9 gibt es nichts, daher von 5 weitergezählt) 600 - 1 = 500 (Vor 0 gibt es nichts, daher wird von 6 abgezogen) 99 + 2 = 200 (+ 2 bedeuten zwei Zählschritte, das Kind zählt daher 100, 200)	Das Kind hat das Bündelungsprinzip des Stellenwertsystems nicht verstanden und den unterschiedlichen Stellenwert nicht erkannt.
	3a. Aufgabe: *Geben Sie folgende Aufgaben und fordern Sie es auf, während des Rechnens laut mitzudenken: 499 + 1, 500 - 1, 699 + 2!*	
4.	**Weiterhin keine Zahlenraumorientierung**	
	- Das Kind kann dreistellige Zahlen nicht in den Zahlenstrahl einordnen. - Es kann Nachbarhunderter nicht korrekt nennen.	Es hat keinen Bezug zum Stellenwert.

<table>
<tr><td></td><td colspan="2">4a. Aufgabe: Kann das Kind zeigen, wo am Zahlenstrahl von 1 bis 1000 die Zahl 530 liegt?</td></tr>
<tr><td></td><td colspan="2">4b. Aufgabe: Kann es sagen, zwischen welchen Zehnernachbarn 634 liegt? Und zu welchen es näher liegt?</td></tr>
<tr><td></td><td colspan="2">4c. Aufgabe: Kann es sicher entscheiden, welche von 2 dreistelligen Zahlen größer ist? 699 oder 701?</td></tr>
<tr><td>5.</td><td colspan="2">Unverständnis beim Runden</td></tr>
<tr><td></td><td>- Das Kind macht folgende Rundungsfehler:
529 ~ 600 (9 muss man aufrunden)
529 ~ 400 (2 muss man abrunden)
592 ~ 500 (2 muss man abrunden)</td><td>Wegen der ordinalen Zahlauffassung wird die Bedeutung des Rundens nicht verstanden, aber das Kind kann sich die Regeln für das Runden korrekt merken.</td></tr>
<tr><td></td><td colspan="2">5b. Aufgabe: Rundet das Kind korrekt und kann es auch erklären, warum es so vorgegangen ist?</td></tr>
<tr><td>6.</td><td colspan="2">Mögliches Zwischenhoch beim schriftlichen Addieren</td></tr>
<tr><td></td><td>- Das Kind schreibt falsch untereinander:
400
30
700
- Es beginnt an der Hunderterstelle zu rechnen anstatt mit den Einerzahlen:
384
543
827
(zusätzlich vergisst es den Übertrag)

- Fehler mit dem Übertrag

- Fehler mit der Null:
503 503
282 282
705 785</td><td>Das Verfahren ist recht übersichtlich und lässt sich einfach merken, ohne dass es verstanden wird. Daher führt es zur kurzfristigen Erleichterung gegenüber dem halbschriftlichen Verfahren.
Der Stellenwert ist weiterhin belanglos, da das Kind die dreistellige Zahl bloß als Ziffernkette versteht, ohne an mehr oder weniger zu denken.
Der Gehalt der Grundrechnungsarten wurde nicht verstanden, daher kann es zur Verwechslung mit dem Divisionsverfahren kommen und es wird „von vorne“ begonnen</td></tr>
<tr><td></td><td colspan="2">6a. Aufgabe: Lassen Sie das Kind zuerst halbschriftlich mit dreistelligen Zahlen rechnen, dann die gleiche Rechnung mittels schriftlichen Verfahren. Kommt das Kind</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td></td><td colspan="2">mit beiden Rechenverfahren auf dasselbe Ergebnis? Wenn nicht, kommt dem Kind das komisch vor?</td></tr>
<tr><td>7.</td><td colspan="2">Zeitprobleme und Fehleranhäufungen aufgrund zählender Stellenwertverknüpfungen</td></tr>
<tr><td></td><td>Das Kind fällt durch seine Langsamkeit bei den schriftlichen Rechenverfahren und durch seine Fehleranhäufungen auf.</td><td>Das Kind ermittelt auf zählender Weise das Ergebnis. Es hat viele Rechensätze falsch abgespeichert.</td></tr>
<tr><td>8.</td><td colspan="2">Mögliche Dauerverwirrung bei schriftlichen Subtrahieren</td></tr>
<tr><td></td><td>- Das Kind verwechselt das Subtrahieren mit dem Addieren.

- Es macht Kippfehler beim Subtrahieren
$\begin{array}{r} 328 \\ -\underline{245} \\ 123 \end{array}$
(es rechnet: 8 - 5, 4 - 2, 3 - 2)

- Es macht Fehler mit der Null</td><td>Schriftliches Subtrahieren ist weitaus anspruchsvoller. Bei dem schriftlichen Verfahren muss auf die obere Zahl ergänzt werden, man rechnet daher nicht weniger, sondern „und wie viel“. Das Kind merkt sich dann vor allem „und“ ohne den Gehalt des Verfahrens zu verstehen und addiert statt subtrahiert. Hat vielleicht bei der Addition gelernt, dass man Zahlen umdrehen darf, weil so leichter gerechnet werden kann (1 + 8 = 8 + 1) und wendet dies hier bedenkenlos an.</td></tr>
<tr><td></td><td colspan="2">8a. Aufgabe: Geben Sie dem Kind folgende Aufgaben zur schriftlichen Durchführung und achten Sie auf die Fehler: 608 - 203, 849 - 62, 773 - 407! Macht es Fehler mit der Null, vergisst es den Übertrag, macht es Kippfehler?</td></tr>
<tr><td>9.</td><td colspan="2">Schwierigkeiten beim schriftlichen Multiplizieren</td></tr>
<tr><td></td><td>- Das Kind beherrscht das Einmaleins nicht sicher.

- Kopfrechenprobleme erschweren das schriftlichen Rechenverfahren, häufig wird der Übertrag vergessen:
$\begin{array}{l} \underline{47 \times 2} \\ 104 \end{array}$</td><td>Das Multiplikationsverfahren mit einstelligem Faktor merkt sich das Kind meist als Regelwerk.
Die Bedeutung der Multiplikation wurde nicht verstanden, daher können keine Analogieschlüsse gezogen werden und die gesamte Malreihe muss hochgezählt werden.</td></tr>
</table>

	- Probleme mit dem Stellenwert: $\underline{802 \times 3}$ 246 $\underline{135 \times 21}$ 270 $\underline{135}$ 405 - Probleme mit der Rechenrichtung	Das Verfahren setzt sicheres Kopfrechnen im zweistelligen Bereich voraus, Überträge müssen zum Teilergebnis im Kopf addiert werden, wobei das Kind auch auf zählendes Rechnen zurückgreifen muss.
	9a. Aufgabe: *Stellen Sie beliebige Aufgabe folgender Art: 206 x 4, 213 x 30, 35 x 5! Fragen Sie nach, wie das Kind zum Ergebnis kommt!*	
10.	**Schwierigkeiten beim schriftlichen Dividieren durch einstelligen Divisor**	
	- Das Einsineins wird für das Kind zum Dauerproblem - Einsineins mit Rest wird unüberwindbar für das Kind - Das Schriftliche Divisionsverfahren wird gar nicht verstanden, daher artet es zu willkürlichem Herumprobieren aus.	Das Einmaleins wird nicht gekonnt, der Gehalt von Multiplikation und Division wird nicht verstanden, daher auch deren Zusammenhang nicht. Die Bedeutung des Enthaltenseins wird gar nicht begriffen, weil die Zahl rein als Ziffernkette und nicht als Anzahl gedacht wird. Wird das Einineins nicht verstanden, dann auch das Einineins mit Rest nicht.
	10a. Aufgabe: *Kann das Kind eine beliebige Menge in gleich große Teile aufteilen?*	
	10b. Aufgabe: *Kann es erklären, was dividieren bedeutet?*	
	10c. Aufgabe: *Kann es folgende Aufgaben lösen und wie geht es dabei vor: 280 : 4, 480 : 8, 96 : 4, 91 : 7?*	
11.	**Ahnungslosigkeit im Umgang mit Maßzahlen**	
	Das Kind hat keine Vorstellung von Maßeinheiten.	Es ist kein Anzahlverständnis vorhanden. Meter, Stunde, Kilogramm bleiben leere Wörter.

12.	**Sonderproblem Uhr**	
	- Das Kind kann die Uhrzeit nicht an der Uhr ablesen. - Es kann die Dauer einer Zeitspanne nicht errechnen.	Das Erlernen der Uhr erfordert viele mathematische Fähigkeiten: es muss die 5er Reihe beherrscht werden, um sich auf der Minutenskala zu orientieren es muss im Kopf gerechnet werden, wie viel Minuten auf 60 fehlen es muss erkannt werden, dass die Zeiger für unterschiedliche Zeiteinheiten stehen
13.	**Zuspitzung der Probleme mit Sachaufgaben**	
	- Es wird überstürzt einfach drauflos gerechnet: Es versucht einfach irgendetwas mit den Zahlen, die sich im dem Text befinden, zu machen. - Das Kind verweigert überhaupt Sachaufgaben zu lösen. Ich esse gerne Schokolade. 8 Schokoriegel soll ich mit meiner Schwester teilen. Wie viele muss ich abgeben, wenn es gerecht sein soll? Das Kind versucht die Aufgabe mit den Fingern zu lösen, es stellt die 8 mit den 5 Fingern einer Hand und 3 Finger der anderen Hand dar. Dieses Fingerbild erschwert ihm das Bild von gleichen Teilen, daher schlägt er vor noch 2 Riegel dazu zu nehmen, dann könne jeder 5 haben.	Das Kind muss hier all das bisher unverstandene Gelernte bei den Sachaufgaben anwenden: Das Kind weist Defizite im sinnerfassenden Lesen auf, es hat Schwierigkeiten beim Anwenden von Gelernten, der Sachgehalt von den Grundrechnungsaufgaben wurde nicht verstanden. Es kommen zusätzlich noch Maßeinheiten vor. Schriftliche Rechenverfahren klappen schlecht. Manchmal gelingen die Sachaufgaben trotzdem, weil die Aufgaben oft demselben Schema folgen und das Kind sich das merken konnte.

	13a. Aufgabe: *Geben Sie dem Kind eine in einem Schritt lösbare Textaufgabe, die entweder eine Multiplikation, Division oder Subtraktion erfordert! Ist das Kind sicher, welche Rechnungsart hier zu wählen ist und warum?*
	13b. Aufgabe: *Geben Sie dem Kind eine beliebige einschrittig lösbare Textaufgabe, aber lassen Sie die Frage weg! Kann das Kind eine sinnvolle Frage zu dem Text finden?*
14.	**Weitere Verschärfung der psychischen Lage**

5.4 Rechenschwäche in der vierten Schulstufe

In der vierten Klasse entwickeln sich die bekannten Fehlerbilder weiter. Die Hauptschwierigkeiten stellen dabei die Division durch zweistelligen Divisor und die Sachaufgaben da.

	Beobachtungen	Hintergrund
1.	**Zahlenraumerweiterung wird nicht bewältigt**	
	Das Kind hat Probleme bei der Erweiterung des Zahlenraums bis 1000: Schwierigkeiten beim Lesen, Schreiben und beim Rechnen	Es fehlt jegliche Grundlage für das Stellenwertsystem: Fehlendes Anzahl- und Teil-Ganzes-Verständnis sowie Verständnis für das Bündelungsprinzip
2.	**Unvermögen, im Kopf zu rechnen, hält an**	
	- Kopfrechnungen werden vermieden, alle Rechnungen werden aufgeschrieben. - Bei Kopfrechenaufgabe weist das Kind ein geringes Tempo und eine hohe Fehleranfälligkeit auf.	Kopfrechnungen bereiten erhebliche Probleme, da Zerlegungen oder Ergänzungen aufgrund des fehlenden relationalen Zahlenbegriffs nicht angewendet werden können, das schriftliche Rechnen bietet Entlastung. Muss es trotzdem Kopfrechnen, so beginnt es zu zählen oder imitiert das schriftliche Verfahren im Kopf, was die Konzentration und das Gedächtnis heillos überfordert.
	2a. Aufgabe: *Kann das Kind im Kopf rechnen, wie viel 700 - 50 oder 800 - 10?*	

<table>
<tr><td rowspan="2"></td><td colspan="2">2b. Aufgabe: Kann es die Hälfte von 500 oder 700 nennen?</td></tr>
<tr><td colspan="2">2c. Aufgabe: Kann das Kind sagen, wie viele 10-Euro-Scheine für drei 100-Euro-Scheine bekommt?</td></tr>
<tr><td rowspan="2">3.</td><td colspan="2">Schriftliches Dividieren durch zweistelligen Divisor als Dauerproblem</td></tr>
<tr><td>- Es merkt sich die Abfolge der Schritte des Verfahrens nicht: es weiß nicht, wohin das „Hackerl“ gehört, was womit multipliziert bzw., auf welche Zahl ergänzt werden soll, und wo das Ergebnis steht. Es vergisst die nächste Stelle unten anzuschreiben, erhält Reste die größer als der Divisor sind…

- Es kann keine Probe durchgeführt werden.

- Es ist rat- und planlos beim Schätzen: Folgende Methoden kommen zur Anwendung:
„Man muss hinten zuhalten und dann das Einmalseins wissen“
Kind addiert in einer Nebenrechnung solange bis es in die Nähe der Zahl kommt, dann wird gezählt, wie oft addiert wurde.</td><td>Das Kind hat nicht verstanden, was Dividieren bedeutet, daher kann es das Verfahren nicht anwenden.
Es kennt die Bedeutung des Stellenwertsystems nicht und kann daher nicht stellengerecht verfahren.
Es hat den Zusammenhang zwischen Multiplikation und Division nicht erkannt.
Das Kind sollte zuerst runden und dann schätzen, wie oft die Zahl enthalten ist. Einerseits geling das Runden nicht, andererseits hat es nur begrenzte Einmaleinskenntnisse, sodass es die ganze Malreihe hochrechnen muss.</td></tr>
<tr><td>4.</td><td colspan="2">Höhepunkt der Sachaufgaben-Krise</td></tr>
<tr><td rowspan="2">5.</td><td colspan="2">Psychische Lage</td></tr>
<tr><td colspan="2">Der Druck steigt, weil es sich noch zusätzlich in Schularbeiten bewähren soll, und die noch dazu über seinen weiteren Lebensweg entscheiden.</td></tr>
</table>

5.5 Rechenschwäche in der Sekundarstufe

Es gibt zwar noch keine Untersuchungen bezüglich Rechenschwäche in der Sekundarstufe, jedoch wird angenommen, dass einige aufgrund ihrer Kompensationsstrategien in Volkschulzeit unauffällig bleiben und schließlich trotz ihrer massiven Defizite in der elementaren Mathematik in die Sekundarstufe gelangen.
Dadurch, dass es an gezielter Förderung in der Grundstufe mangelte und Mathematik ein aufbauendes Fach ist, werden diese Kinder zwangsläufig an den Anforderungen des weiteren Mathematikunterrichts scheitern.
Bislang wurden nur Untersuchungen im Grundschulalter durchgeführt, „doch aus rechenschwachen GrundschülerInnen werden einmal, sofern die Schwierigkeiten nicht im Grundschulalter überwunden werden, rechenschwache SekundarstufenschülerInnen – eine Tatsache, der sich die Sekundarstufendidaktik meines Erachtens zu wenig, die Sekundarstufe als Teil des Schulsystems so gut wie gar nicht gestellt hat.“ (Gaidoschik in: JMD 29, 2008)
Leider wird es in der Sekundarstufe oft als naturgegeben hingenommen, dass manche Schüler schwächer sind. Es wird gerade in der Anfangszeit keine gezielte Anstrengung dahingehend unternommen, die Kinder dort abzuholen, wo sie mathematisch nun einmal stehen, denn in der Ausbildung ist man nicht darauf vorbereitet worden, mit welchen Kenntnissen man bei Grundschulabgängern zu rechnen hat.
Dabei muss man sich im Klaren sein, dass es sich nicht um einen Defekt am Kind handelt, sondern immer um das Resultat von Lernprozessen, die offenbar schief gelaufen sind.
Diese werden eine gezielte Förderung benötigen, denn diese Defizite werden nicht von selbst verschwinden. Wegen dem aufbauenden Charakter der Mathematik werden die Probleme nur weiter wachsen, daher sollte man die Schwierigkeiten nicht länger abtun, sondern gezielt daran arbeiten.
Diese Kinder sind nicht prinzipiell unbegabt, sondern die grundlegenden Missverständnisse, wurden nie aufgearbeitet, vielmehr wurden sie mitschleppen, daher ist ein Verstehen des Sekundarstoffes nicht möglich. Damit sich nicht immer mehr unverstandener Sekundarstoff anhäuft, sollte man nicht als die Anfangsschwierigkeiten als Folge von Faulheit oder als mangelnde Begabung abtun, sondern die Schwierigkeiten wahrnehmen und Schritte zur gezielten Förderung setzen, denn es ist nie zu spät, daran zu arbeiten!
Eine Auflistung typischer Denkweisen, von Missverständnissen und Schwierigkeiten beim Übertritt in die Sekundarstufe sollen helfen, die betroffenen Kinder zu identifizieren.

- **Defizite in den Grundrechnungsarten**

Geringes Tempo und Häufung von Fehlern: aufgrund der zählenden Rechenstrategie

Zählendes Rechnen: Plus- und Minusaufgaben im Zahlenbereich 10 werden oft noch mit heimlicher Zuhilfenahme der Finger oder durch Zählen im Kopf gelöst, daher wird nicht Kopfrechnen abgelehnt.

Kopfrechnen verweigert: Kopfrechnen im mehrstelligen Bereich wird vermieden, alle Rechnungen werden sofort aufgeschrieben. Schriftliches Addieren und Subtrahieren stellen kein Problem dar, weil die Schritte des schriftlichen Rechnens ohne Verständnis auswendig gelernt wurden, und das Kind bei der Anwendung nur im Zahlenraum bis 20 zählen braucht. Wenn das Kind trotzdem im Kopf rechnen muss, dann wird das Verfahren in Gedanken imitiert. Das Kind hat nicht gelernt, Zahl als Größe zu denken, daher kann es keine Zerlegungen oder Ergänzungen anwenden. Bei diesem Vorgehen wird es überfordert sein, sich Ausgangszahlen und Zwischenergebnissen zu merken.

Anhaltende Schwierigkeiten mit Einmaleins: Das kleine Einmaleins wurde unzureichend automatisiert, daher ist es chancenlos bei Multiplikation und Division im mehrstelligen Bereich und für die schriftlichen Rechenverfahren.

Keine Einsicht in Rechenoperationen: Es fehlt am Verständnis für die Grundrechnungsarten, so wird zwar Addition als Dazugeben und Subtraktion als Wegnehmen identifiziert, aber das Verständnis für Multiplikation und Division bereitet Schwierigkeiten. Die Operationen können nicht mit Material dargestellt oder eine passende Rechengeschichte erfunden werden, denn es wird dabei nicht an Teilen oder Vervielfachen gedacht, sondern an das Durchführen einer Rechenprozedur. Kopfrechenaufgaben zeigen die fehlende Einsicht in Rechengesetze ($7 \times 25 = 49$, weil $7 \times 2 = 14$ und $7 \times 5 = 35$, $14 + 35 = 49$)

Schriftliches Dividieren eine Qual: Aufgrund des mangelnden Größengefühls und der unzureichend automatisierten Einmaleinskenntnisse wird das Einschätzen zur einer unüberwindbaren Hürde. Das Resultat kann nicht abgeschätzt werden, daher artet das Dividieren zu einem hilflosen Herumprobieren aus.

- **Defizite im Zahl- und Stellenwertverständnis**

Zahlen werden nicht als Größe/ Zusammensetzung gedacht: Die Zahl wird als Rangplatz, also ordinal, aufgefasst, nicht als „wie viel", als Anzahlaspekt gedacht. Daher kann auch die Relation zu den anderen Zahlen, als Zusammensetzung aus anderen nicht gesehen werden. Das Kind denkt nicht an 8 = 5 + 3, sondern die Zahl, die nach der 7 steht, oder an die Ziffer 8. Daher kann 43 auch nicht als 4 Zehner und 3 Einer entbündelt werden oder die Zahl am Zahlenstrahl dargestellt werden, denn die Ziffernfolge ist für die Rechenschwachen ohne Größenbezug.

Absurde Ergebnisse mangels Größengefühl: Der Zahlensinn wurde nicht ausreichend entwickelt, daher läuft bei Rechen- und Textaufgaben keine innere Kontrolle mit. Weder bei Minusaufgaben fallen Resultate mit größerer Zahl gegenüber der Ausgangszahl auf, noch bei Plusaufgaben Resultate mit kleineren Zahlen auf. Die Zahlen werden nicht als Größenverhältnisse verstanden, sondern als Zählprozedur.

Anhaltende Schwierigkeiten beim Schreiben und Lesen mehrstelliger Zahlen: Die Schwierigkeiten beim Lesen und Schreiben von mehrstelligen Zahlen bleiben bestehen, da die Systematik des Stellenwertes nicht verstanden wurde.

Orientierungslosigkeit im Zahlenraum: Wenn im Umgang mit mehrstelligen Zahlen keine automatisierten Rechenverfahren gefragt sind, sondern das Kind sich an den Größenverhältnissen orientieren muss, sind sie ratlos. Mangels Größengefühl gelingen Nachbaraufgaben nicht (50.000 ist um 1 kleiner als 60.000), Zahlenräume bleiben unfassbar (die Mitte von 10.000 und 20.000 ist 10.500) und Rechenergebnisse werden nicht erkannt, auch wenn sie größenmäßig völlig falsch sind (100 x 100 = 200).

- **Defizite im Sachrechnen**

Zahlenraten in Umgang mit Textaufgaben: Aufgrund der oben beschriebenen Defizite können keine sinnvollen Lösungsstrategien bei Textaufgaben gefunden werden, daher wird rein willkürlich mit den vorgefundenen Materialien hantiert ohne Zusammenhang zum Text. Das Kind bemerkt unsinnige Antworten nicht und versucht vergeblich ein Schema zu finden, das es auswendig lernen kann.

Ratlosigkeit beim Umrechnen von Größen: Für Größeneinheiten hat das Kind keine Vorstellung erlangt, daher artet das Umwandeln von Größen in ein willkürliches Ratespiel aus (500 m = 5 cm). Die Einführung der Dezimalzahlen verstärkt das Problem, denn die Kommastellen werden planlos verschoben.

- **Psychische Probleme im Umgang mit Mathematik**

Die jahrelangen Frustrationen im Bereich Mathematik, machen den Gegenstand zum Hassobjekt. Die Kinder reagieren darauf, dass sie nicht mehr verstehen wollen, sie sind unwillig, sich Erklärungsversuche anzuhören und zeigen ausschließlich Interesse an Tricks, die weiterhelfen sollen. Neue Stoffgebiete lösen daher zunächst regelmäßige Verzweiflung aus. Häufig treten noch zusätzlich psychosomatische Störungen auf.

Die Defizite in den mathematischen Basisstoffgebieten: Defizite im Dezimalsystem, zählende Lösungsstrategien, unzureichendes Operationsverständnis vor allem im Bereich Ergänzen, Multiplizieren und Dividieren bedeuten, dass die weiteren Bereiche der Mathematik nicht bewältigt werden können. Rechenschwache werden daher Probleme haben, Multiplikationen und Divisionen im mehrstelligen Zahlenbereich durchzuführen, die Bruchzahlen zu verstehen, mit ihnen zu rechnen oder am Zahlenstrahl darzustellen, Brüche als Dezimalzahlen darzustellen und umgekehrt, mit Prozenten zu rechnen, geschweige denn zu verstehen, was die eine Variable bedeutet und dass man mit Buchstaben Rechenoperationen durchführen kann.

Die Sekundarstufe muss diese massiven elementar-mathematischen Defizite zur Kenntnis nehmen: Zuerst müssen die grundlegenden Defizite ausgeglichen werden, um auf einem soliden Fundament fehlende mathematische Bereiche zu erarbeiten, dies gelingt nur mittels Einzelförderung. Die Aufarbeitung der Defizite ist gegenüber dem Kernstoff vorrangig, daher müssen die Lehrpläne ignoriert und der Stoff aus der Grundstufe erarbeitet werden, eben nachgeholt werden, was versäumt wurde. Dies bedeutet mehr Mathematik für leistungsschwache Schüler, damit dem Kind überhaupt ein Zugang zur Mathematik ermöglicht wird.

6 WAS KANN IN DER SCHULE GETAN WERDEN?

Das Erlernen der mathematischen Kompetenzen wird in der modernen Mathematikdidaktik als ein Entwicklungsprozess angesehen, in dem verschiedene Bedingungen, wie psychische und physische Merkmale des Kindes, aber auch soziale Faktoren zusammenwirken (siehe Kapitel 3.6). In der Schule, wo der weitere Bildungsprozess stattfindet, müssen diese Bedingungen berücksichtigt werden. „Erst eine **ungenügende Passung der subjektiven Leistungsvoraussetzungen des Schülers mit den Lernanforderungen**, die an ihn gestellt werden, führt zum Auftreten und zur Verfestigung von Schwierigkeiten." (Thiel in: Lenart/ Holzer/ Schaupp, 2003, S. 219). Was muss nun ein Mathematikunterricht leisten, dass Rechenschwäche nicht zum Tragen kommt?
Hier finden sich einerseits **Verbesserungsvorschläge für den Mathematikunterricht**, der weitere Ausprägung von Rechenschwäche vorbeugen kann, wenn er sich an den Lernausgangsstand der Schüler anpasst, denn nur ein dauerhaft guter Mathematikunterricht kann präventiv sein.
Andererseits finden sich hier Empfehlungen, was ein Lehrer trotzdem tun kann, wenn ein Schüler Schwierigkeiten beim Erlernen der Mathematik aufweist. Rechenschwäche ist ein Problem in der Schule, denn, obwohl sich die Rechenschwäche schon vor Schuleintritt zu entwickeln beginnt, wird sie erst im Unterricht auffällig, daher kann nur dort auf sie eingegangen werden. Der Lehrer sieht das Kind mehrere Stunden täglich, ein diagnostisch geschulter Blick kann das Gesamtbild der kindlichen Persönlichkeit und Entwicklung erfassen.
Die Überwindung von Rechenschwäche ist generell hoch einzuschätzen, bei frühzeitiger Erkennung können daher Maßnahmen mit Hilfe eines **Förderunterrichts in der Schule** ausreichend sein.
Eine Förderung muss drei Ebenen verbinden: Grundschulmathematik, Psychologie des Betroffenen und die Wechselwirkung zwischen Verhalten und Lehrer, Eltern und Klassenkameraden. Sind daher die Ausgangslage und Rahmenbedingungen zu verfahren, benötigen die Betroffenen eine Zusatzbetreuung, die alle Bedingungen erfassen und therapieren kann. Bei Stofflücken und geringen Defiziten findet man mit Einzelförderung in der Schule durchaus das Auslangen, aber bei massiven Problemen sind eine diagnostische Abklärung durch den schulpsychologischen Dienst und eine **externe Therapie** notwendig.

Wenn die Kinder nicht vom Förderunterricht profitieren, weil der aktuelle Lernstand zu weit vom Unterrichtsinhalt entfernt und nicht in der Zone der nächsten Entwicklung liegt (vgl. Nolte in: Fischer/ Westpahl/ Fischer-Ontrup, 2009), muss außerschulische Hilfe aufgesucht werden.
Generell ist Rechenschwäche therapierbar. Wenn gezielte Maßnahmen zu den bestehenden Schwierigkeiten eingeleitet werden, können die Betroffenen ein Verständnis für Grundschulmathematik entwickeln. Die gezielte Therapie ist von Fall zu Fall unterschiedlich und in einem Zeitraum bis zu 2 Jahren möglich. Werden die richtigen Maßnahmen getroffen, so treten die ersten Erfolge schon nach ein paar Monaten ein, sodass es den Betroffenen gelingt, den weiteren Mathematikunterricht selbständig zu verfolgen und neuen aufbauenden Stoff erfolgreich zu bewältigen.

6.1 Verbesserung des Mathematikunterrichts: Guter Unterricht ist die beste Prävention

Unzureichende oder qualitativ schlechte Lernumgebungen haben einen wesentlichen Beitrag für Lernschwierigkeiten und schlechte Schulleistungen in Mathematik, daher hat die Mathematikdidaktik Überlegungen zu Unterrichtsmethoden angestellt, die für Leistungsverbesserungen und langfristigen Lernzuwachs sorgen. Wesentlichen Einfluss hatten ebenfalls die Erkenntnisse der kognitiven Entwicklungstheorie von Piaget (1975); auf ihn geht zurück, dass Kinder nicht passiv rezipieren, sondern aktiv handelnd lernen und aktiv ihr Wissen konstruieren. In den weiteren Studien wurde herausgefunden, dass handlungsorientierte, konstruktivistische Lehrmethoden bessere Rechenleistung und größere Lernerfolge erzielen als ein Unterricht, der vorwiegend auf Frontalunterricht aufbaut, was dem passiven Wissenserwerb entspricht.
„Die aktuellen lerntheoretischen Erkenntnisse besagen, dass die effektivste Lernmethode charakterisiert sei durch eine Kombination oder Integration von konstruktiven, kumulativen und bedeutungsvollen Aktivitäten, welche zudem in einen soziokulturellen Kontext eingebettet sein sollen. Bezogen auf das Erlernen von Rechenfertigkeiten heißt das, dass gute rechnerische Fertigkeiten auf dem Zusammenspiel von domänenspezifischem Wissen und Fertigkeiten einerseits sowie Verständnis, Problemlösen und sozialer Interaktion andererseits aufbauen.“ (Kaufmann/ Handl/ Delazer in: von Aster/ Lorenz, 2005, S.184)
Zwar wurde angenommen, dass der problemorientierte Lernansatz rechenschwache Kinder überfordere, da sie nicht eigenständig eigene Lösungswege entwickeln können, dementsprechend sollte der korrekte Lösungsweg ihnen präsentiert und geübt werden.

Es stellte sich heraus, dass sie gleichermaßen wie Kinder ohne Rechenschwierigkeiten wenig von diesem Unterricht profitierten, deshalb empfiehlt sich sowohl für Kinder mit durchschnittlicher Rechenleistung, als auch für Kinder mit besonderen Schwierigkeiten für den Erwerb mathematischer Kompetenzen ein aktiv-entdeckender Unterricht.

6.1.1 Aspekte des aktiv-entdeckenden Lernens (vgl. Schmassmann in: Lenart/ Holzer/ Schaupp, 2003)

Mathematik heißt nicht allein Antworten auf Aufgabenstellungen zu geben, sondern sich mit der Problemstellung auseinanderzusetzen, seine Überlegungen zu begründen und Fehlüberlegungen als Denkanstöße zu verstehen, neue Fragen zu stellen.

- **Gesamtstrukturen der Arithmetik, Algebra, Geometrie offen legen**

Um die Gesamtstruktur der Mathematik offen zulegen, müssen mathematische Zusammenhänge bearbeitet werden. Erst der Überblick und die Vernetzung von mathematischen Inhalten schafft ein grundlegendes Verständnis für die Mathematik.
(z. B.: *Kilo*meter = 1000m oder *Kilo*gramm = 1000g, 2 x 4 und 4 x 4)
Wenn die arithmetischen Fakten als zusammenhangloses Einzelereignis vermittelt werden, so ist es kein Wunder, dass viele Kinder überfordert sind, sich diese Fülle von zusammenhanglosen Fakten zu merken.

- **Lernen auf eigenem Weg ermöglichen**

Der Lehrer soll die Schüler zum eigenständigen Denken ermuntern und sie anregen, selbständig Wege zur Bearbeitung von Aufgaben finden lassen und nicht Strategien und Lösungswege vorgeben. Läuft das Lernen auf das reine Nachahmen von Rechenstrategien oder -verfahren hinaus, werden fixierte Regeln häufig durcheinander gebracht, sodass Fehler passieren, insbesondere von Rechenschwachen. „Ständiges Reproduzieren macht auch abhängig von permanenter Hilfe und schwächt das Selbstvertrauen." (Schmassmann in: Lenart/ Holzer/ Schaupp, 2003, S. 211)
Aber weil nicht jeder Lösungsweg hilfreich ist, braucht auch das eigenständige Entdecken Beratung. Diese Unterstützung kann in Form von Austausch mit anderen Lernenden oder mit der Lehrperson erfolgen.
Lernen auf eigenen Wegen fördert das Verständnis für Regeln und Strategien, unterstützt die langfristige Speicherung und passende Anwendung der Strategien. Im Gespräch mit dem

Schüler erhält der Lehrer obendrein Einblick in das Denken der Lernenden, was ihm hilft, auf Verständnisschwierigkeiten einzugehen.

- **Lernprozess mit strukturierten Veranschaulichungsmitteln begleiten**

Veranschaulichungen und Arbeitsmaterialien (Tabelle 1) unterstützen den mathematischen Lernprozess, in dem tragfähige Vorstellungen von Zahlen, Bedeutung und Wirkung von Rechenoperationen aufgebaut werden können. Aber sie führen nicht automatisch zum Verständnis und Aufbau von Vorstellungsbildern, denn wenn sie nur als Hilfe für Rechenschwierigkeiten, zum Abzählen verwendet werden, bleibt der Sinn der Zahlen und Rechenoperationen verborgen. Für einen sinnvollen Umgang ist daher Folgendes wichtig:

✓ **den zentralen mathematischen Inhalt abbilden:**

Man meint, dass das Material stets dieselbe mathematische Struktur trägt, hingegen heben aber unterschiedliche Materialien verschiedene Zahlaspekte hervor. Punktefelder betonen den kardinalen Aspekt und machen eine strukturierte Anzahlerfassung möglich. Zahlentafel, Zahlenstrahl oder Rechenstrich hingegen unterstreichen den ordinalen Aspekt. Tausenderwürfel, Hunderterplatten, Zehnerstäbe, Einerwürfel machen dagegen das Bündeln und Entbündeln begreifbar, fördern daher die Einsicht in den Zahlenaufbau des Dezimalsystems und machen Zusammenhänge der Stellen sichtbar. Daher ist für rechenschwache Kinder die Übersetzung von einem Material auf das andere praktisch unmöglich. „In den Handlungen, d. h. den Bewegungen der Kinderhand mit dem Material und später in den internen bildhaften Bewegungen liegen die individuellen Konzepte arithmetischer Operationen, sie führen auf die Strategien, die mit dem jeweiligen Material verbunden sind, ebenso entsprechender Fehlvorstellungen.“ (Lorenz in: Peter-Koop, 1998, S. 73)

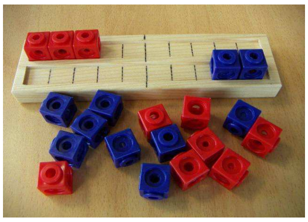
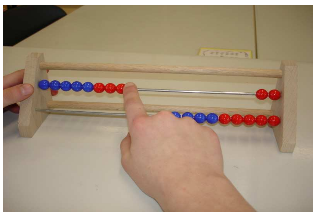
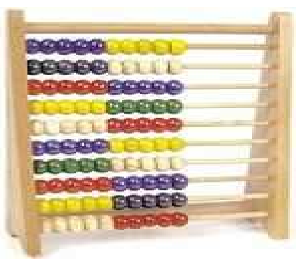
✓ **an Erfahrungen anknüpfen:**

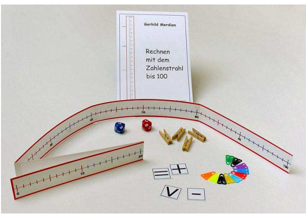
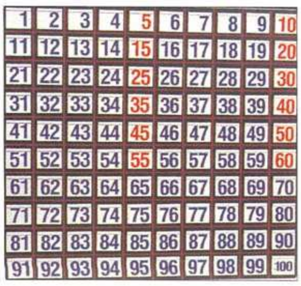
Günstig sind nicht nur vorgefertigte Arbeitsmaterialien, sondern auch Anschauungen aus der Erfahrungswelt der Kinder: Verpackungen oder Spielbretter mit Einteilungen, Auffädeln von Kügelchen, Benützen von Linealen oder Maßbändern.

✓ **zur Loslösung ermuntern:**

Die Materialien bilden eine Brücke zwischen konkreter Anschauung und abstrakten Denken, aber haben den Nachteil, dass sie den Kindern zu lange die Möglichkeit geben, vorwärts und rückwärts zu zählen. Ständiges Hantieren mit Materialien trägt dann nicht dazu bei, dass zählende Strategien abgelöst werden und ein eigenes mentales Bild von Zahlbeziehungen konstruiert wird, sondern verfestigt zählendes Rechnen.

Tabelle 1: Verschiedene Materialien und ihre Vor- und Nachteile (vgl. Lorenz/ Radatz, 1993)

Material	**pro**	**kontra**	**Fazit**
Arbeitsmittel im Zahlenraum bis 20			
Steckwürfel (Steckwürfel, 2011) 	+ verschiedene Farbgebung der Würfel	- schwer zusammensteckbar - motorische Herausforderung	Ohne gezielte Berücksichtigung der Farbe werden nur zählende Strategien eingeübt.
Rechenkette (Rechenkette, 2011) 	+ Fünferordnung + handlich + Einzelteile gehen nicht verloren	- Kinder haben nicht beide Hände zum Arbeiten frei	Anzahl der Kugeln lassen sich simultan erkennen und verschieben. Fördert Überwindung des Zählens und dekadische Analogien.
Rechenbrett bis 20 (Rechenbrett, 2011) 	+ Kinder haben beide Hände frei + Fünferordnung + erlaubt verschiedene Strategien	- sperrig	Fördert die Überwindung des Zählens. Erlaubt individuelles Vorgehen bei Rechnen
Arbeitsmittel im Hunderterraum			
Russische Rechenmaschine (Rechenmaschine, 2011) 	+ Bestimmen der Anzahl von Kugeln + Halbieren, Verdoppeln von Zahlen	- Rechnen mit gemischten Zehnerzahlen, besonders beim Subtrahieren	Schüler muss in der Lage sein, Aufgaben in Teilschritte zu zerlegen, sonst bereitet die Anwendung Schwierigkeiten.

Zahlenstrahl (Zahlenstrahl, 2011) 	+ Entwicklung des Zahlenraums + Bestimmung von direkten Vorgänger/ Nachfolgern einer Zahl	- Addition, Subtraktion	Unterstützt zählende Strategien. Schwierig kardinalen und ordinalen Aspekt zu unterscheiden.
Mehrsystemblöcke (Mehrsystemblöcke, 2011) 	+ Handhabung + Übertragbarkeit in mentale Vorstellung + Addition, Subtraktion		Unterstützt die Entwicklung des Bündelungsprinzips. Fördert tragfähigere Strategien
Hundertertafel (Hundertertafel, 2011) 	+ Handhabung + Anordnung der 10er	- Aufbau von oben nach unten	Gut für offenen Unterricht

- **Produktive Übungsformen einsetzen**

Mit Üben ist hier nicht Drilltraining, also reines Wiederholen des Gelernten gemeint, sondern eine Tätigkeit, die Einsicht vermittelt. Wirkungsvolles Lernen beruht auf dem Anwenden von Geübten in neuen Zusammenhängen, sodass Muster und Strukturen der Mathematik offengelegt werden:

✓ **operatives strukturiertes Üben:**

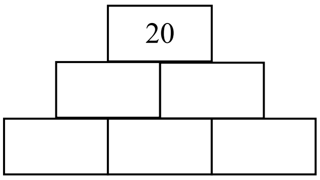
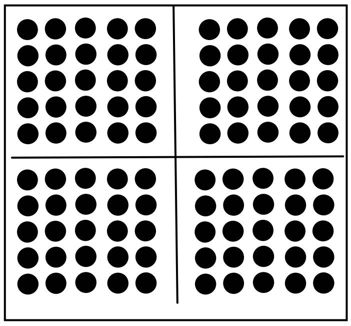
„Durch operatives Üben soll bei den Schülern die Beweglichkeit des Denkens gefördert werden, indem durch die Aufgabenstellung (Umkehraufgaben, Tauschaufgaben, Nachbaraufgaben…) vielfältige Beziehungen und Zusammenhänge angesprochen werden.“ (Lorenz/ Raddatz, 1993, S. 87) Zusätzlich hat ein solches Üben noch die Wirkung, dass die

Aufgaben gleichzeitig automatisiert, und die erworbenen Fakten im Langzeitgedächtnis abgespeichert werden.

Berechne: 6 x 9 = 9 x 6 = 54 : 6 = 54 : 9 =	Berechne: 7 + 8 = 7 + 7 = 7 + 8 = 8 + 8 =	Ändere die Reihenfolge der Summanden und rechne dann im Kopf: 7 + 5 + 6 + 5 + 3 + 4 + 8 + 1 = 8 + 9 + 2 + 1 + 7 + 7 + 3 + 3 =

- ✓ **problemstrukturiertes Üben:**

Problemstrukturiertes Üben ist charakterisiert durch interessante, reizvolle mathematische Fragestellungen, die die Neugier wecken sollen und zum Forschen und Fragen anregen.

Grundmenge: 2, 3, 4, 5, 6, 7 Es gibt drei Möglichkeiten, um durch Addition dreier Summanden die Summe 15 zu erzielen: 2 + 6 + 7 = 15, 4 + 5 + 6 = 15, 3 + 5 + 7 = 15 Wie viele Möglichkeiten gibt es, um durch Addition dreier Summanden die Summe 12 zu erzielen?	Finde alle Kombinationen, bei denen in der Spitze der Zahlenmauer als Ergebnis 20 steht! 	Finde selbst Aufgaben! Das Ergebnis soll 100 sein! 

- ✓ **sachstrukturiertes Üben:**

Oberstes Ziel des Mathematikunterrichts ist das Mathematisieren, das Übersetzen von Sachsituation in Sprache der Mathematik. Daher muss diese Fähigkeit im Unterricht durch Aufgabenstellungen, die Alltagssituationen mit mathematischem Hintergrund in Form von knappen Sätzen, Bildern, Graphiken, Tabellen dargeboten werden, gelernt und trainiert werden. Mathematik erschließt sich den Schülern nur durch Verbindung von eigenem Leben und der Auseinandersetzung mit der Sache.

Ein Autofahrer fuhr am Montag 147 km und am Dienstag 158 km. Wie viel fuhr er an beiden Tagen?
Das alte Radio spielt nicht mehr. Das neue kostet 89 Euro. Der Händler gibt für den alten noch 32 Euro. Wie viel muss der Käufer noch zahlen?

- **Basisstoff auswählen und erarbeiten**

Im Mathematikunterricht sollen die zentralen mathematischen Inhalte ausgewählt werden, um diese zu bearbeiten, sodass die Kinder ein Verständnis entwickelt können. Zuerst muss der Basisstoff (Zählen, Anzahlerfassung, Zahlenbeziehung, Grundoperationen, Stellenwertsystem) für jeden Zahlenraum erarbeitet, trainiert und gefestigt, dann müssen die Zahlenräume miteinander vernetzt werden.

- **Individuell und gemeinsam lernen**

Einerseits soll der Unterricht auf den jeweiligen Entwicklungsstand der Schüler basieren, also individuell zugeschnitten sein auf jeden Schüler, andererseits sollen die Schüler auch in gemeinsamen Lernphasen sich austauschen, Lösungswegen vergleichen und diskutieren. Gespräche über mathematische Inhalte fördern mathematische Kompetenzen und dienen zur Entwicklung von neuen Strategien gemeinsam mit Klassenkameraden oder der Lehrperson.

- **Vertrauen haben in die Fähigkeit der Lernenden**

Positive Erfahrungen beim Lernen fördert den Prozess, Erfolge und positive Bestärkung steigern die Motivation, negative Bemerkungen und Bloßstellungen bewirken das Gegenteil, sodass Angst vor dem Fach und dem Lehrer entsteht, die zu Blockaden führt.

6.2 Förderunterricht als Chance für rechenschwachen Schüler

Wird nun im Unterricht erkannt, dass ein Kind Schwierigkeiten im Erlernen der mathematischen Kompetenzen hat, so kann ihm die Förderung eine Chance auf Verbesserung der Leistung bieten. Die geringe Anzahl der Schüler erlaubt es, nach einer genauen Planung unabhängig vom Lehrplan durch die nötige Einzelzuwendung auf individuellen Schwächen des Kindes einzugehen. „Die Förderung gemäß neuen mathematikdidaktischen Erkenntnissen geht andere Wege. Bei mathematischen Lernschwierigkeiten ist kein „Sonderunterricht“, keine Förderung mit „Sondermethoden“ und „Sondermaterialien“ notwendig, es sind keine Tipps und Tricks, weder für die Förderperson noch für die Schülerinnen und Schüler. Gute Förderung - sei es im Klassenunterricht oder in der Einzelsituation - beruht auf denselben Prinzipien wie guter Mathematikunterricht, d.h. auf den Prinzipien des aktiv-entdeckendes Lernens.“ (Schmassmann in: Lenart F./ Holzer N./ Schaupp H. , 2003, S.210)
Zu Beginn der Förderung steht dann eine genaue Erfassung des Lernausgangsstandes des Kindes, die Denkweisen und mathematischen Fehlvorstellungen des Kindes müssen ermittelt werden, um auf diesen Erkenntnissen über ein Förderkonzept zu erstellen. Die stofflichen

Vorgaben des Curriculums müssen wegfallen, im Vordergrund sollte die Aufarbeitung der Lücken stehen und keine Wiederholung des Regelunterrichts sein. Zu beachten wäre, dass für die betroffenen Kinder der Förderunterricht nicht als Bestrafung für die mangelnde Leistung empfunden wird, sondern als Möglichkeit, Mathematik zu begreifen, sonst könnte dies Verweigerung oder Lernblockaden zur Folge haben.
Ziel der Förderung ist eine Verbesserung der emotionalen Befindlichkeit, eine Verbesserung der Lernvoraussetzung und der Aufbau der grundlegenden Inhalte zu erreichen.

6.2.1 Vorgangsweise einer entwicklungsorientierten Förderung

- **Erfassung des Lernstandes**

Während des Unterrichts ist schwer zu erkennen, was das Kind sich vorstellt und woraus seine Fehler resultieren, teilweise gelangt das Kind wegen der Kompensationsstrategien zu richtigen Ergebnissen trotz seines Unverständnisses. So können möglicherweise individuelle Fehlerschwerpunkte aus den Hausübungen und Schularbeiten herausgearbeitet werden. Die quantitative Erfassung der Fehlerhäufungen ist jedoch für den Förderunterricht nicht ausreichend, denn daraus lassen sich keine nützlichen Maßnahmen herleiten. Wenn Förderung nicht nur eine intensivere Behandlung des aktuellen Unterrichtsthemas sein soll, sind die Einblicke in die individuellen kindlichen Prozesse beim Lösen von Aufgaben notwendig, und im Speziellen die Einsichten, über welche Voraussetzungen die Kinder verfügen und welche Einsichten fehlen. Dazu müssen Aufgaben gestellt, die geeignet sind, Symptome von Rechenschwäche aufzudecken. Während der Durcharbeitung der Aufgaben sollen die Kinder ihre subjektive Lösungsstrategie verbalisieren bzw. begründen und zum lauten Denken angehalten werden. Ziel ist es ein tieferes Verständnis für Lern- und Lösungswege des einzelnen Kindes zu bekommen, um daraus maßgeschneiderte Förderkonzepte zu erstellen. In der Methode der qualitativen Fehleranalyse gibt es keine strengen Durchführungsregeln, es baut rein auf das pädagogisch-fachdidaktische Gespür auf. Verweise auf Anregungen zur Aufgabenstellungen finden sich unter Kapitel 6.2.4.

- **Erstellung eines individuell angepassten Förderkonzepts**

Aus der Fehleranalyse können die Prozesse bei Bearbeitung der Aufgabe durch das Kind beobachtet, verstanden und mathematisch didaktisch bewertet werden, welche Defizite und Kompetenzen sich zeigen, und wo sich Möglichkeiten der Anknüpfung für das Weiterlernen bieten, sodass ein individuell angepasster Förderplan entwickelt werden kann. „Diagnose

nützt nichts, wenn sie nicht in die Förderung mündet und Förderung ohne Diagnose kann nicht effektiv sein." (Jansen in: Fischer/ Westpahl/ Fischer-Ontrup, 2009, S. 125)
Zunächst muss das nächstes Ziel bestimmt und dahingehende Maßnahmen zur Erreichung dieses Ziels auswählt werden. Man sollte Prioritäten in der Stoffauswahl setzen und einen zeitlichen Rahmen stecken, in dem versucht wird, das Ziel zu erreichen.

- **Durchführung der Förderung**

Im Förderunterricht werden dann die geplanten Maßnahmen durchgeführt und zusätzlich ein Protokoll über den Verlauf der Förderstunde geführt, in dem qualitativ beschrieben werden soll, was Thema der Stunde war und wie das Kind gearbeitet hat.

- **Überprüfen der Effektivität der Maßnahmen**

Regelmäßig wird eine Evaluierung der Fortschritte durchgeführt, um zu sehen, ob das Ziel erreicht worden oder gegebenenfalls das Förderprogramm neu anzupassen ist.

6.2.2 Leitlinien im Umgang mit rechenschwachen Kindern

Für die mathematische Entwicklung sind nicht nur die Vorkenntnisse von Bedeutung sondern auch, wie die Umwelt mit den Schwierigkeiten umgeht. Es ist wichtig einfühlsam **auf das kindliche Empfinden einzugehen**, daher muss schulischer Förderunterricht Folgendes leisten:

- dem Kind helfen, die Situation zu verstehen
- ungewollte Bloßstellungen vermeiden
- Verständnis für die Verhaltensauffälligkeiten zeigen
- negative Rückmeldung vermeiden
- Lob mit Sinn geben, positive Bestärkung
- in der Notengebung berücksichtigen
- angemessen mit Fehlern umgehen, Fehler = Helfer
- keine Zählverbote erteilen, als Überbrückungsmaßnahme zulassen, bis die nötige Zahlauffassung erworben ist
- genügend und ausreichend Zeit geben
- bewusst machen, über welche mathematischen Fähigkeiten sie tatsächlich verfügen

Guter Förderunterricht orientiert sich an denselben mathematikdidaktischen Ansätzen wie ein guter Unterricht, daher sind folgende Punkte zu beachten:

- am Lernausgangsstand Maß nehmen, nicht am Niveau der Klasse
- Grundlagen fördern, nicht die Schulstunde wiederholen
- die Umwelt mathematisieren
- die Vorstellungskraft trainieren
- Begreifen und Verstehen trainieren, nicht sinnlosen Anwenden von Algorithmen
- aktives Entdecken fördern, Regel selber entwickeln lassen
- Material einsetzen, um aus Handlungen mentale Vorstellungen zu entwickeln
- mit dem Kind mathematische Gespräche führen

Im Unterricht können **kurzfristige Entlastungen geschaffen** werden:

- Aussetzung der Benotung

Die Maßnahme ist nicht geeignet Rechenschwäche zu beheben, da die Gefahr besteht, dass nicht mehr ernsthaft gearbeitet wird, daher maximal für ein 1 Jahr, wenn feststeht, dass eingeleitete Förderungen erste Erfolge zeigen.

- Stoff reduzieren

Es macht keinen Sinn Stoff, den die Betroffenen nicht verstehen, zu üben, sodass sie sich nur Techniken antrainieren. Deswegen sollte die Möglichkeit geboten werden, in anderen Bereichen zu arbeiten

- Verfahren bei aktuellen Stoffinhalten verändern

Im Sinne eines besseren Verständnisses ist es klug, halbschriftliche anstatt anspruchsvollere Verfahren durchführen und Zwischenschritte anschreiben zu lassen.

- Bereitstellung zusätzlicher Hilfsmittel

Um anspruchsvollere Aufgabe zu lösen, könnten sie für beschränkte Zeit Einmaleinstabelle, Schritt-für-Schritt-Listen für mehrschrittige Rechenverfahren verwenden.

6.2.3 Elternarbeit

Einerseits ist die Wahrscheinlichkeit groß, dass die Eltern nichts von der Lernstörung „Rechenschwäche“ wissen, andererseits beeinflussen sie die Entwicklung der mathematischen Kompetenzen mit, daher ist es wichtig, dass der Lehrer, wenn er die Lernschwierigkeiten erkannt hat, die Eltern in angemessener Weise über den Verdacht auf Rechenschwäche informiert. Die Eltern müssen in die schulischen Entscheidungen miteingebunden und über die Maßnahmen benachrichtigt werden:

- **Frühzeitige Information**

Kann der Lehrer den Verdacht durch Unterrichtsbeobachtungen begründen, sollte die Vermutung den Eltern frühzeitig mitgeteilt werden. In Zusammenarbeit mit der Schulpsychologie oder außerschulischen Stellen ist dann eine Abklärung nötig, wenn tatsächlich über Gegenmaßnahmen nachgedacht wird.

- **Aufklärung über die Rolle der Eltern bei der Entwicklung von Rechenschwäche**

Die Eltern sollten näher über die Entwicklung von Rechenschwäche und den systemischen Charakter der Ausprägung von Lernschwierigkeiten informiert werden. Sie sollen erkennen können, dass sie Teil des Problems sind und daher auch verhindern können, dass sich die Schwäche weiter ausbildet.

- **Warnung vor sinnlosem Üben**

Die Eltern sollten vor Maßnahmen, wie unnützem Üben und Leistungsdruck, gemahnt werden, denn solche Übungsmaßnahmen zielen an dem Problem vorbei, da es den Eltern an der fachdidaktischen Qualifikation fehlt. Erst durch die Abklärung des Lernausgangsstandes und der Rahmenbedingungen können sinnvolle Erarbeitungs- und Übungsschritte geplant und möglichst konkrete Anweisungen für das häusliche Üben erteilt werden, wie Eltern mitwirken können und was sie unterlassen sollen.

- **Rechtzeitige Aufklärung hinsichtlich außerschulischer Möglichkeiten**

Die Möglichkeiten, die Schule bieten kann, sind oft nicht ausreichend, um die Rechenschwäche zu überwinden, daher sollten die Eltern über außerschulische Fördermöglichkeiten benachrichtigt werden.

6.2.4 Hinweise für Anregungen zur Erkennung, Förderung und Vorbeugung von Rechenschwäche

- Kalkulie von Fritz/ Ricken/ Gerlach (2007)
- Rechenschwäche vorbeugen von Gaidoschik (2007)
- Basiskurs Mathematik von Jansen (2004)
- Mathe-Förder- und Diagnose-Box von Kaufmann/ Lorenz (2006)
- Menge, zählen, Zahlen von Krajewski/ Niedling/ Schneider (2007)
- Handbuch des Förderns im Mathematikunterricht von Lorenz/ Radatz (1993)
- Heilpädagogischer Kommentar zum Schweizer Zahlenbuch von Moser Opitz/ Schmassmann (2004)
- Fördern im Mathematikunterricht von Schulz (1994)

6.3 Auf außerschulische Fördermöglichkeiten verweisen

Vorbeugen ist zwar besser als Heilen, aber wenn trotz aller Bemühungen Rechenschwäche nicht verhindern werden konnte und die innerschulischen Möglichkeiten nicht ausreichend waren, ist eine Dyskalkulie-Therapie notwendig. Die genaue Erfassung der Ursachen ist in der Schule nicht möglich, daher sollten weitere Maßnahmen eingeleitet werden, wenn das Kind trotz Förderunterricht in der Schule nach wie vor Probleme aufweist oder von Beginn an verstärkter Förderbedarf offensichtlich ist. Die Disziplin ist noch eine sehr junge, daher gibt es zwar viele Anregungen zur Planung und Durchführung von Dyskalkulie-Therapien, jedoch noch kein ausreichend fundiertes Wissen über die Wirksamkeit dieser Maßnahmen. Es finden sich selten qualifizierte Institute, die eine Therapie überhaupt anbieten. Seriöse Therapie kann nur auf Grundlage umfassender Diagnostik stattfinden. Therapie und Diagnostik werden aber nicht von den gleichen Personen durchgeführt, Diagnostiker dürfen nicht therapieren und Therapeuten nicht diagnostizieren, demgemäß wird nach der Diagnostik zur Therapie überwiesen. Der Therapeut muss dann aus dem erstellten Leistungsprofil interpretieren und seine Maßnahmen ableiten.

6.3.1 Diagnose

Wie umfangreich die Diagnose ausfällt, hängt von Schwere der Störung ab. Gegebenenfalls liegen sogar Begleiterkrankungen, wie Aufmerksamkeitsstörung, Lese-Rechtschreib-Störung oder psychischen Störungen vor (siehe Kapitel 3.5). Die Diagnose umfasst:

- **Anamnese und Exploration**

Durch die Befragung des Patienten, der Eltern und des Lehrers sollte die Vorgeschichte, die bisherige Entwicklung und das derzeitige Umfeld des Kindes erfasst werden.

- ✓ Geburtsumstände
- ✓ schulische Laufbahn
- ✓ familiäre Situation
- ✓ Einstellung des Kindes zur Mathematik
- ✓ soziale Integration
- ✓ emotionaler, motivationaler Status
- ✓ welche Hobbies (Ressourcen)
- ✓ Hinweise auf Lern- oder Merkfähigkeitsstörung, visuell-räumliche Wahrnehmungsstörung, Sprachstörung

- **Erfassung der allgemeinen Intelligenz und Schulleistung**

Der Intelligenztest ist Voraussetzung für die medizinische Diagnoseerstellung, ob eine Rechenstörung nach ICD-10 (siehe Kapitel 3.2.1) vorliegt, hat aber keinen praktischen Nutzen, da er keine wesentlichen Anhaltspunkte über die mathematischen Fehlvorstellungen des Kindes liefert.

Ist die quantitative Erfassung der Fehlerhäufigkeiten klinisch relevant auffällig, dann schließt eine qualitative Fehleranalyse, eine umfassende Erstellung des mathematischen Profils an, wo die mathematischen Vorstellungen und Denkweisen erfasst werden und aus der sich weitere Therapieschritte ableiten lassen. Dabei handelt es sich eher um eine Art Gespräch, das auf die Inhalte der Rechenstörung ausgerichtet ist und in dem festgestellt wird, auf welcher Grundlage die Fehler zustande kommen.

Das Gespräch dient zur Aufschlüsselung folgender Bereiche:

- ✓ Allgemeine Voraussetzungen im Bereich des Denkens
- ✓ Zahlenbegriff
- ✓ Stellenwertsystem
- ✓ Grundrechnungsarten
- ✓ Sachaufgaben

✓ Stellung zur Mathematik

Finden sich keine Hinweise auf weitere Teilleistungsstörungen, kann eine Feststellung der Wahrnehmungsrückstände ausgelassen werden, sonst folgt die

- **Feststellung von Wahrnehmungsrückständen**

Hier werden den Beeinträchtigungen der basalen Funktionen, wie Gedächtnis, Wahrnehmung und Aufmerksamkeit nachgegangen, denn abhängig von den jeweiligen Rückständen in der Wahrnehmung werden unterschiedliche Interventionen getroffen. Einerseits geben diese Untersuchungen wichtige Informationen über die passende Methode für die Arbeit mit den Kindern, andererseits können massive Rückstände durch zusätzliche Unterstützung im mathematischen Bereich aufgeholt werden. Bislang wurde aber noch nicht geklärt, ob die Wahrnehmungsdefizite verursachend oder begleitend wirken, aber sie sind entscheidend für das weitere therapeutische Vorgehen.

- **Erfassung der organischen Voraussetzungen**

Organische Ursachen für Vorliegen einer Rechenschwäche müssen ausgeschlossen werden. Liegen Hirnschädigungen, also neurologische Ursachen vor, so handelt es sich um eine Akalkulie (siehe Kapitel 3.1).

Nach der Diagnoseerstellung sollten ein ausführliches **Beratungsgespräch** und **Therapieempfehlung** stattfinden, in dem für die Eltern eine ausführliche Klärung über den Ausgangsstand des Kindes erfolgen sollte. Zusätzlich sollten die Eltern einen schriftlichen Diagnosebericht über alle Erkenntnisse erhalten. Die Beratung sollte Antworten auf die Frage, was zu tun ist, geben, ebenso sollte sie verständlich die diagnostischen Befunde erläutern und Empfehlungen für Maßnahmen und den geeigneten Therapeuten geben. Außerdem sollte sie eine Beratung über mögliche Kostenträger beinhalten.

Eine qualitative Therapie sollte immer begleitet werden durch eine **Verlaufskontrolle und Qualitätssicherung**, ob die Therapiemaßnahmen bei dem Patienten Wirkung zeigen. Die Zwischenuntersuchungen sollten spätestens nach 6 Monaten erfolgen. Einerseits ist dies eine wichtige Kontrolle für den Therapeuten, die Eltern und den Lehrer, ob die durchgeführten Interventionen die gewünschten Erfolge erzielen, andererseits eine wertvolle Information für die weitere Therapieplanung.

6.3.2 Therapie

In der Dyskalkulie-Therapie gibt es viele unterschiedliche Förderansätze. Jene Förderansätze, denen entwicklungsorientierte Theorien (siehe Kapitel 4.1.2) zugrunde liegen, haben sich als erfolgreich herausgestellt. Gestützt auf das Entwicklungskonzept können Vorraussetzungen, sowohl die Stärken als auch die Schwächen des Patienten, in einen Verlauf eingeordnet werden, sodass sich daraus angepasst an die jeweilige Situation des Kindes Anforderungen und Maßnahmen für die Erstellung des Therapieplan ableiten lassen. Ziel der Therapie ist es, dem Kind psychische Stärkung zu geben, das Zutrauen zur eigenen Lernmöglichkeit zu entwickeln und die Defizite im mathematischen Verständnis abzubauen. Die Therapie bietet nur Anregungen und Unterstützung in der Entwicklung der mathematischen Konzepte, aber keine Rezepte für die Lösung von Aufgaben. Die Kinder müssen auch aktiv werden und selbständig Wissen und Erkenntnisse konstruieren. Ausgangspunkt für die Arbeit mit dem Kind an bestimmten Inhalten, basierend auf dem jeweiligen Lernstand, in Zusammenarbeit mit dem häuslichen und schulischen Umfeld sind die Stärken, die eigenen Ressourcen. Es wird auf der Ebene der vorhandenen Kompetenzen angeknüpft, damit das Kind Erfolge erreicht, sich als kompetent erlebt und motiviert ist, weiterzulernen.

Die Aufarbeitung der mathematischen Inhalte erfolgt dann unter folgenden Richtlinien: **Verstehen - Vorstellen - Vernetzen - Verankern**, d. h. Zahlen und arithmetische Operationen durch Handlungen mit geeigneten Materialien veranschaulichen, sodass eine innere Vorstellung über den Aufbau der Zahlen und der Beziehung zwischen ihnen entwickelt werden kann. Geeignete Anschauungsmaterialien lassen auch die mathematischen Strukturen erkennen. Die konkreten Vorstellungen und bildlichen Darstellungen werden in Folge mit der mathematischen Symbolsprache (Ziffern, Zahlwörtern und Rechenzeichen) verknüpft. Die entstandenen mentalen Bilder und das entwickelte Verständnis für den Aufbau der Zahlenräume und Operationen sollen das Erkennen der Zusammenhänge mit anderen mathematischen Inhalten ermöglichen. Das Üben der erworbenen Erkenntnisse führt zur Verankerung des Wissens, sodass die arithmetischen Informationen wieder abgerufen werden können. Die Konkretheit der Inhalte nimmt immer mehr zu Gunsten abstrakter Inhalte ab, soll aber jederzeit wieder auf konkreter Ebene bearbeitet werden, wenn die Bearbeitung auf der symbolischen Ebene noch zu schwer ist. Üben in sinnvollen Aufgabenstellungen soll zur Vertiefung und Automatisierung der Lerninhalte beitragen.

7 QUELLENVERZEICHNIS

- Aebli, H. (1976): **Grundformen des Lehrens**. 9. Auflage, Klett, Stuttgart
- von Aster, M./ Lorenz, J. H. Hrsg. (2005): **Rechenstörung bei Kindern-** Neurowissenschaft, Psychologie, Pädagogik. Vandenhoeck & Ruprecht, Göttingen
- Baddeley, A.D. (1986): **Working Memory**. Clarendon Press, Oxford
- bm:uk Hrsg. (2008): **Die schulische Behandlung der Rechenschwäche**- Eine Handreichung. Wien
- Dehaene, S. (1999): **Der Zahlensinn oder Warum wir rechnen können**. Birkhäuser, Basel
- Fischer, C./ Westphal, U./ Fischer-Ontrup, C. Hrsg. (2009): **Individuelle Förderung: Lernschwierigkeiten als schulische Herausforderung**. LIT, Berlin
- Fritz, A./ Ricken, G. (2008): **Rechenschwäche**. Reinhardt, München
- Fritz, A./ Ricken, G./ Gerlach, M. (2007): **Kalkulie**- Diagnose- und Trainingprogramm für rechenschwache Kinder. Cornelson, Berlin
- Fritz, A./ Ricken, G./ Schmidt, S. Hrsg. (2009): **Handbuch Rechenschwäche**- Lernwege, Schwierigkeiten und Hilfen bei Dyskalkulie. 2. Auflage, Beltz, Weinheim
- Fuson, C. K. (1988): **Children`s Counting and Concepts of Number**. Springer, Berlin
- Gaidoschik, M. (2006): **Rechenschwäche – Dyskalkulie**- Eine unterrichtspraktische Einführung für LehrerInnen und Eltern. 3. Auflage, öbv & hpt, Wien
- Gaidoschik, M. (2007): **Rechenschwäche vorbeugen**- Das Handbuch für LehrerInnen und Eltern. öbv & hpt, Wien
- Gelmann, R./ Gallistel, C. R. (1978): **The Child`s Understanding of Number**. Harvard University Press, Cambridge

- Grissemann, H./ Weber, A. (2000): **Grundlagen und Praxis der Dyskalkulietherapie**. 4. Auflage, Huber, Bern

- Hasselhorn, M./ Marx, H./ Schneider, W. Hrsg. (2005): **Diagnostik von Mathematikleistungen**. Hogrefe, Göttingen

- Hundertertafel (2011): http://www.lehrmittel-reinhold.de/cgi-bin-reinhold/shop/shop.pl?shop=web1554-h Stand: 03.03.2011, 14:14

- ICD-10 (2006): www.dimdi.de/dynamic/de/klassi/diagnosen/icd10/htmlamtl2006/fr-icd.htm Stand: 29.09.2010, 21:33

- Jacobs, C./ Petermann, F. (2005): **Diagnostik von Rechenstörungen**. Hogrefe, Göttingen

- Jacobs, C./ Petermann, F. (2007): **Rechenstörungen**. Hogrefe, Göttingen

- Jansen, P. (2004a): **Basiskurs Mathematik**- Übungsteil. Dieck, Heinsberg

- Jansen, P. (2004b): **Basiskurs Mathematik**- Diagnose und Evaluation. Dieck, Heinsberg

- JMD-29 (2008): http://home.arcor.de/arithmasthenie/PDF/JMD_2008-3_Gaidoschik.pdf Stand: 15. 02. 2011, 23:38

- Kaufmann, S./ Lorenz, J. H. (2006): **Mathe- Förder- und Diagnose-Box**. Schroedel, Braunschweig

- Krajewski, K./ Niedling, G./ Schneider, W. (2007): **Menge, zählen, Zahlen**- Die Welt der Mathematik verstehen. Cornelsen, Berlin

- Landerl, K./ Kaufmann, L. (2008): **Dyskalkulie**- Modelle, Diagnostik, Interventionen. Reinhardt, München

- Lenart, F./ Holzer, N./ Schaupp, H. Hrsg. (2003): **Rechenschwäche, Rechenschwäche, Dyskalkulie**- Erkennung, Prävention, Förderung. Leykam, Graz

- Lorenz, J. H./ Radatz, H. (1993): **Handbuch des Förderns im Mathematikunterricht**. Schroedel, Hannover

- Mehrsystemblöcke (2011):
  http://www.holzspielzeug-lg.de
  Stand: 03.03.2011, 14:06

- Moser Opitz, E./ Schmassmann, M. (2004): **Heilpädagogischer Kommentar zum Schweizer Zahlenbuch 3**- Hinweise zur Arbeit mit Kindern mit mathematischen Lernschwierigkeiten. Klett & Balmer, Zug

- Peter-Koop, A./ Sorger, P. Hrsg. (1998): **Das besondere Kind im Mathematikunterricht der Grundschule**. Mildenberger, Offenburg

- Piaget J./ Szeminska, A. (1975): **Die Entwicklung des Zahlenbegriffs beim Kinde**. Klett, Stuttgart

- Rechenbrett (2011):
  http://foerderer-pestalozzischule.de/images/Projekte/20er%20Rechenrahmen%20mittel.JPG
  Stand: 03.03.2011, 13:54

- Rechenkette (2011):
  www.bkirsch.de/lernmittel_anderes.html
  Stand: 03.03.2011, 13:12

- Rechenmaschine (2011):
  http://www.unterrichtsmaterialien24.de/themen/dyskalkulie-rechenschwaeche/rechenrahmen.php
  Stand: 03.03.2011, 13:39

- Rechenschwäche-Institut:
  www.rechenschwaeche.at/html/index.htm
  Stand: 22.09.2010, 22:33

- Schulz, A. (1994): **Fördern im Mathematikunterricht**- Was kann ich tun?. Paetec, Berlin

- Steckwürfel (2011):
  www.hswest.de/catalog/index.php?cPath=50_56_81
  Stand: 03.03.2011, 13:32

- Thiel, O. (2001): **Rechenschwäche und Basisfunktionen**. Resi-Verlag, Volxheim

- Zahlenstrahl (2011):
  http://www.paepsy-verlag.de/?page_id=41&category=8#
  Stand: 03.03.2011, 14:22