



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
WIEN
Vienna University of Technology



Entwurf und Implementierung einer sensorlosen Positionsregelung für eine eindimensionale Magnetlagerung

DIPLOMARBEIT

Ausgeführt zum Zwecke der Erlangung des akademischen Grades eines
Diplom-Ingenieurs (Dipl.-Ing.)

unter der Leitung von

Univ.-Prof. Dr. techn. A. Kugi
Dipl.-Ing. T. Glück

eingereicht an der

Technischen Universität Wien
Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik
Institut für Automatisierungs- und Regelungstechnik

von

Mathias Blank
Murlingengasse 52/6
1120 Wien
Österreich

Wien, im Juli 2011

Vorwort

Die vorliegende Arbeit mit dem Thema **Entwurf und Implementierung einer sensorlosen Positionsregelung für eine eindimensionale Magnetlagerung** entstand am Institut für Automatisierungs- und Regelungstechnik der Technischen Universität Wien.

Mein herzlicher Dank gilt Herrn Univ.-Prof. Dr.techn. Andreas Kugi und Herrn Dipl.-Ing. Tobias Glück für die umfangreiche Betreuung der Arbeit. Ebenso gilt mein Dank allen Angehörigen des Instituts für die freundliche und angenehme Arbeitsatmosphäre und ihre Unterstützung.

Mein besonderer Dank gebührt meiner Familie, speziell meinen Eltern die mich das ganze Studium hindurch unterstützt haben.

Wien, im Juli 2011

Abstract

The present diploma thesis is based on the work [5] and deals with the design and the implementation of a self-sensing control algorithm for a one-dimensional magnetic bearing.

At the beginning, a detailed mathematical model of the magnetic bearing is derived and the properties of the system are analyzed for the case of a pulse-width modulated control. Based on the mathematical model, an estimation algorithm for the inductance of the magnetic bearing is introduced. The basic principle of this estimation algorithm relies on the dependency between the position and the inductance. Afterwards, the design of a cascaded position controller for the magnetic levitation system is briefly summarized. For an effective and appropriate real-time implementation of the estimation and control strategy on the test bench, the algorithms are segmented into a fast and a slow part. The fast part is implemented on an FPGA and the slow part on a floating point processor.

Finally, the performance and the robustness of the proposed estimation and control strategy is demonstrated by means of simulation and measurement results on the test bench.

Kurzzusammenfassung

Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich mit dem Entwurf und der Implementierung einer sensorlosen Positionsregelung für eine eindimensionale Magnetlagerung und baut auf den Ausführungen von [5] auf.

Die mathematische Modellierung einer schwebenden Kugel für den Fall einer pulsweitenmodulierten Ansteuerung stellt den Ausgangspunkt für den Entwurf der Schätz- und Regelungsstrategie dar. Basierend auf diesem mathematischen Modell erfolgt der Entwurf der Induktivitätsschätzung mithilfe der Methode der kleinsten Fehlerquadrate. Das fundamentale Wirkprinzip der Positionsschätzung basiert dabei auf der Positionsabhängigkeit der Induktivität. Zur Stabilisierung der Kugelposition wird kurz der Entwurf eines Kaskadenreglers vorgestellt. Für eine effektive und echtzeitfähige Implementierung der Schätz- und Regelungsstrategie am Versuchsaufbau werden die Algorithmen in einen langsamen und einen schnellen Teilalgorithmus aufteilt. Die Implementierung des schnellen Teilalgorithmus erfolgt in einem FPGA und die des langsamen Teilalgorithmus in einem Gleitkommaprozessor.

Die in einen schnellen und langsamen Teilalgorithmus aufgeteilte Schätz- und Regelungsstrategie wurde anhand von Simulationen getestet, verifiziert und erfolgreich am Versuchsaufbau einer schwebenden Kugel implementiert. Sowohl die Simulations- als auch die Messergebnisse der Positionsschätzung weisen eine hohe Schätzgüte und ein sehr gutes Rauschverhalten auf.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Versuchsaufbau	3
2.1	Elektromechanischer Aufbau	4
2.2	Ansteuer- und Messelektronik	4
2.3	Mess- und Regelungssystem	5
3	Mathematische Modellierung	6
3.1	Ansteuerung des Elektromagneten	7
3.2	Elektromagnetisches Teilsystem	11
3.3	Mechanisches Teilsystem	13
4	Schätzstrategie	14
4.1	Induktivitätsschätzung	14
4.1.1	Schätzung der Induktivität für eine konstante Kugelposition .	14
4.1.2	Schätzung der Induktivität für eine variable Kugelposition . .	19
4.2	Positionsberechnung aus der geschätzten Induktivität	21
4.3	Geschwindigkeitsschätzung	22
4.3.1	Numerische Differentiation	22
4.3.2	Geschwindigkeitsschätzung aus der geschätzten Induktivität .	22
4.4	Widerstandsschätzung	23
5	Regelungsstrategie	25
5.1	Stromregler	25
5.2	Positionsregler	27
5.3	Gesamtstruktur der Schätz- und Regelungsstrategie	28
6	Implementierung der Schätz- und Regelungsstrategie	30
6.1	Echtzeitfähige Umsetzung der Schätzstrategie	30
6.2	Aufteilung in einen schnellen und einen langsamen Teilalgorithmus . .	33
6.3	Implementierung des schnellen Teilalgorithmus	34
6.3.1	Ansteuerung des Leistungsverstärkers	35
6.3.2	Messsignalerfassung und Aufbereitung	35
6.3.3	Anpassung der Schätzstrategie an die Ganzzahlenarithmetik .	36

6.3.4	Anpassung des Stromreglers an die Ganzzahlenarithmetik . . .	40
6.3.5	Berechnung und Festlegung der Variablenparameter, Wortlänge und Skalierungsfaktor	42
	Eingangsvariablen	43
	Zwischenvariablen	44
	Ausgangsvariablen	45
6.4	Implementierung des langsamen Teilalgorithmus	46
6.4.1	Induktivitätsschätzer	46
6.4.2	Positionsberechnung	47
6.4.3	Geschwindigkeitsschätzung	47
	Numerische Differentiation	47
	Geschwindigkeitsschätzung aus der geschätzten Induktivität .	48
6.4.4	Widerstandsschätzung	48
6.4.5	Positionsregler	48
6.4.6	Positionsmessung	49
6.5	Datentransfer zwischen Basissystem und Erweiterungskarte	49
6.6	Zeitlicher Ablauf der Ausführung von Schätz- und Regelungsstrategie	51
7	Modellidentifikation	53
8	Simulationsergebnisse	56
8.1	Simulationsergebnisse bei realer bzw. idealer Quantisierung	56
8.1.1	Simulationsergebnisse ohne Widerstandsfehler	57
8.1.2	Simulationsergebnisse mit Widerstandsfehler	60
8.2	Simulationsergebnisse bei unterschiedlicher Quantisierung der Messgrößen	61
9	Messergebnisse	63
9.1	Messergebnisse für Arbeitspunktwechsel	63
9.2	Messergebnisse der Widerstandsschätzung	65
9.3	Messergebnisse einer Sprungantwort des elektromagnetischen Teilsystems	68
9.4	Empirischer Korrelationskoeffizient	69
10	Zusammenfassung	71
A	Zahlendarstellung im Digitalrechner	73
A.1	Darstellungsmethoden reeller Zahlen im Digitalrechner	73
A.1.1	Gleitkommadarstellung	73
A.1.2	Fixkommadarstellung	74
A.1.3	Ganzzahlendarstellung	75
A.2	Wortlänge und Skalierung der Ganzzahlendarstellung	75

A.3	Ganzzahloperationen	76
A.3.1	Addition	77
A.3.2	Subtraktion	77
A.3.3	Multiplikation	78
A.3.4	Division	78
A.3.5	Akkumulierung	79
B	Schaltplan der Ansteuerelektronik und Berechnung der Auskoppelfakto-	
	ren	80
C	Modell- und Reglerparameter	83
D	Variablenparameter	84

Abbildungsverzeichnis

2.1	Versuchsaufbau schwebende Kugel.	3
2.2	Prinzipskizze des Versuchsaufbaus der schwebenden Kugel.	4
3.1	Prinzipskizze des elektromechanischen Aufbaus.	6
3.2	H-Brücke für die Pulsweitenmodulation der Steuerspannung.	7
3.3	Zeitverlauf der Steuerspannung und des Spulenstroms.	8
3.4	Magnetisierungskennlinie bei unterschiedlicher Vormagnetisierung. . .	10
3.5	Reluktanzmodell des magnetischen Kreises.	11
4.1	Lade- und Entladephase einer PWM-Periode.	17
5.1	Strukturbild des Zwei-Freiheitsgrad-Stromreglers.	26
5.2	Strukturbild des Positionsreglers samt Trajektoriengenerator.	28
5.3	Gesamtstruktur der Schätz- und Regelungsstrategie.	29
6.1	Aufteilung der Schätz- und Regelungsstrategie in zwei Teilalgorithmen.	34
6.2	Digitalisierung von Spulenstrom und -spannung.	36
6.3	Skalierung und Deskalierung der Eingangs- bzw. Ausgangsgrößen. . .	39
6.4	Skalierung der Regelgröße und der Reglerkoeffizienten des Stromreglers.	42
6.5	Erfassung und Aufbereitung des Positionssensorsignals.	49
6.6	Physikalischer Datentransfer zw. Erweiterungskarte und Basissystem.	50
6.7	Übertragung der Bits einer Variablen mit Wortl. größer 32 Bit.	51
6.8	Zeitlicher Ablauf der Tasks im Mess- und Regelungssystem.	52
7.1	Vergleich der Messergebnisse mit dem mathematischen Modell.	55
8.1	Nominelle und geschätzte Induktivität für Arbeitspunktwechsel. . . .	58
8.2	Nominelle und geschätzte Position für Arbeitspunktwechsel.	58
8.3	Simulationsergebnisse des Stromreglers für Arbeitspunktwechsel. . . .	59
8.4	Vergleich Positionsschätzung für Arbeitspunktwechsel.	59
8.5	Nominelle u. geschätzte Induktivität für Arbeitspunktwechsel, $R \neq \hat{R}$.	60
8.6	Nominelle u. geschätzte Position für Arbeitspunktwechsel, $R \neq \hat{R}$. . .	61
8.7	Nominelle u. geschätzte Position für untersch. Quantisierungswortl. .	62
9.1	Messergebnisse der Schätzstrategie für Arbeitspunktw. und $\hat{R} \approx R$. .	64

9.2	Messergebnisse des Stromreglers für Arbeitspunktw. und $\hat{R} \approx R$	65
9.3	Messergebnisse bei Variation des geschätzten Spulenwiderstandes. . .	66
9.4	Messergebnisse für eine konst. Position und Änderung von $\hat{R}$	67
9.5	Messergebnis des Spulenst. bei sprunghaften Änderung von χ	68
A.1	Struktur der Fixkommadarstellung.	74
B.1	Schaltplan des Leistungsverstärkers.	81
B.2	Schaltplan des Messverstärkers.	82

Tabellenverzeichnis

3.1	Zusammenhang zwischen Steuerspannung und Schalterstellung. . . .	8
9.1	Empirische Korrelationskoeffizienten für untersch. Messstartpunkte. .	70
C.1	Modell-, Regler- und Filterparameter.	83
D.1	Systemparameter zur Berechnung der Variablenparameter.	84
D.2	Variablenparameter der Eingangsvar. des schnellen Teilalgorithmus. .	85
D.3	Variablenparameter der Zwischenvar. des schnellen Teilalgorithmus. .	85
D.4	Variablenparameter der Ausgangsvar. des schnellen Teilalgorithmus. .	86

1 Einleitung

Magnetlagerungen ermöglichen eine nahezu reibungsfreie Lagerung rotierender Objekte. Dabei werden die Lagerkräfte mittels Elektromagneten erzeugt, welche im Gegensatz zu einer klassischen Gleitlagerung eine gezielte Veränderung der mechanischen Eigenschaften des Systems (z.B. der Steifigkeit) ermöglichen. Allerdings sind Magnetlagerungen inhärent instabil, weshalb eine stabilisierende Positionsregelung unabdingbar ist. Die hierfür notwendige Positionssensorik ist kostenintensiv und mindert die Zuverlässigkeit des Gesamtsystems. Aus diesem Grund wurden in den letzten Jahren sogenannte sensorlose Verfahren entwickelt, die den Positionssensor durch einen Schätzalgorithmus unter Verwendung der Strom- und Spannungsmessung ersetzen. Das fundamentale Wirkprinzip dieser Algorithmen basiert auf der Positionsabhängigkeit der Induktivität.

Diese Arbeit basiert auf den Ausführungen von [5]. Zu Beginn dieser Arbeit wird der Versuchsaufbau einer schwebenden Kugel vorgestellt und das zugehörige mathematische Modell für den Fall einer pulsweitenmodulierten Ansteuerung hergeleitet. Die Identifikation der Modellparameter erfolgt dabei anhand einer zweistufigen Identifikation nach der Methode der kleinsten Fehlerquadrate. Anschließend folgt die Schätzung der positionsabhängigen Induktivität über den aus der Pulsweitenmodulation (PWM) der Ansteuerung resultierenden Stromrippel. Hierzu wird eine PWM-Periode in die Lade- und Entladephase aufgeteilt und modellbasiert mithilfe der Methode der kleinsten Fehlerquadrate jeweils eine Induktivität pro Teilperiode geschätzt. Anhand einer modellbasierten Mittelung ist es schlussendlich möglich, den Einfluss der Bewegung der Kugel, der Änderung des Tastverhältnisses und des Ohmschen Widerstandes näherungsweise zu eliminieren. Zur Stabilisierung der Kugelposition wird ein Kaskadenregler entworfen, der in der inneren Regelschleife den Spulenstrom und in der äußeren Regelschleife die Kugelposition regelt. Im Weiteren folgt die digitale Implementierung der Schätz- und Regelungsstrategie auf dem Versuchsaufbau. Die Schätzstrategie wird dazu an die Anforderungen für den Echtzeitbetrieb angepasst und die Algorithmen der gesamten Schätz- und Regelungsstrategie in einen schnellen und einen langsamen Teilalgorithmus aufgeteilt. Anschließend wird der schnelle Teilalgorithmus auf einem FPGA in Ganzzahlenarithmetik und der langsame Teilalgorithmus auf einem Gleitkommaprozessor implementiert. Am Ende dieser Arbeit folgen die Simulationsergebnisse der Schätz- und Regelungsstra-

ategie unter Berücksichtigung der realen Quantisierung des Spulenstroms und der Spulenspannung sowie die Messergebnisse am Versuchsaufbau.

Die Arbeit gliedert sich in 10 Kapitel. Nach der Einleitung folgt in Kapitel 2 die Beschreibung des Versuchsaufbaus mit den elektromechanischen Komponenten, der Ansteuer- und Messelektronik sowie dem Mess- und Regelungssystem. Kapitel 3 beinhaltet die mathematische Modellierung der Ansteuerung des Elektromagneten sowie des elektromagnetischen und mechanischen Teilsystems. Der Entwurf der Schätzstrategie bestehend aus der Induktivitätsschätzung, der Positionsberechnung, der Geschwindigkeitsschätzung und der Widerstandsschätzung erfolgt in Kapitel 4. In Kapitel 5 wird der Reglerentwurf zur Stabilisierung der Kugel vorgestellt. Anschließend folgt in Kapitel 6 die Implementierung der Schätz- und Regelungsstrategie. Im ersten Teil dieses Kapitels wird die echtzeitfähige Umsetzung der Schätzstrategie sowie die Aufteilung der Schätz- und Regelalgorithmen in einen schnellen und einen langsamen Teilalgorithmus behandelt. Im zweiten Teil folgt die genaue und ressourcenoptimale Ganzzahlenimplementierung des schnellen Teilalgorithmus im FPGA sowie die Implementierung des langsamen Teilalgorithmus im Gleitkommaprozessor. In Kapitel 7 wird die Identifikation der Modellparameter durchgeführt. Die Simulationsergebnisse der Schätz- und Regelungsstrategie sind Kapitel 8 und die Messergebnisse am Versuchsaufbau Kapitel 9 zu entnehmen. Im letzten Kapitel folgt eine Zusammenfassung der Arbeit.

2 Versuchsaufbau

Gegenstand dieser Arbeit ist der in Abbildung 2.1 dargestellte Versuchsaufbau einer schwebenden Kugel. Der Versuchsaufbau besteht im Wesentlichen aus einer Halterung (3), die einen Ferritkern (1) samt Spulenkörper und Wicklungen (2) trägt. Im erzeugten Magnetfeld schwebt eine Eisenhohlkugel (4), deren Position mithilfe eines Lasersensors (5) gemessen werden kann.

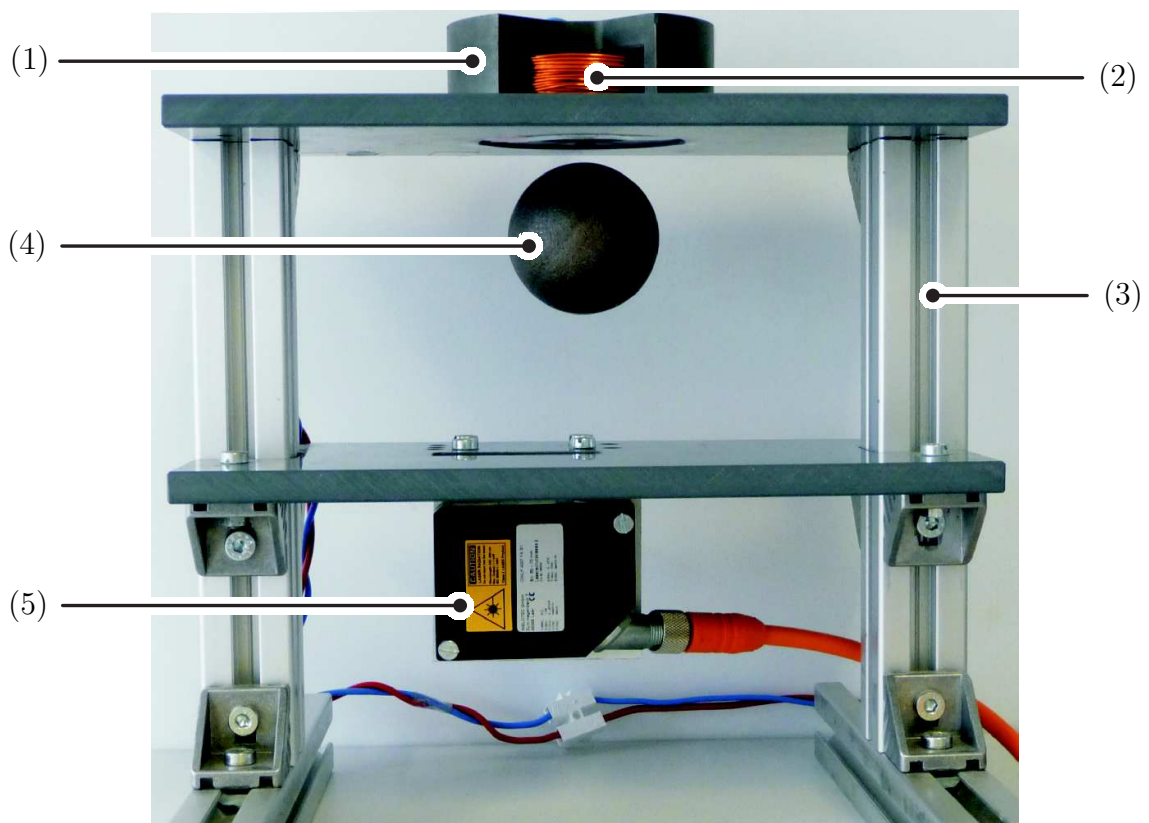


Abbildung 2.1: Der Versuchsaufbau einer schwebenden Kugel bestehend aus einem Ferritkern (1), dem Spulenkörper samt Wicklungen (2), einer Aluminiumhalterung (3), dem Abstandssensor (4) und der zu lagernden Eisenhohlkugel (5).

2.1 Elektromechanischer Aufbau

Der in Abbildung 2.1 gezeigte Elektromagnet besteht aus dem Ferritkern PM87 [18] von EPCOS inklusive Spulenkörper und Wicklungen. Der Elektromagnet ist auf einer Aluminiumhalterung montiert. Im Inneren der Halterung schwebt die Eisenhohlkugel und am unteren Ende der Halterung befindet sich der Laserabstandssensor OWLF4007 [20] von WELOTEC mit dessen Hilfe die Position der Kugel gemessen werden kann.

2.2 Ansteuer- und Messelektronik

Die Ansteuer- und Messelektronik wurde institutsintern entwickelt und besteht aus einem schaltenden Leistungsverstärker sowie der Messschaltung zur Aufbereitung und Auskopplung des Spannungs- und Stromsignals der Spule des Elektromagneten. Die Aufnahme und Quantisierung dieser Messsignale erfolgt mittels Analog/Digital Wandlern (A/D) des Mess- und Regelungssystems.

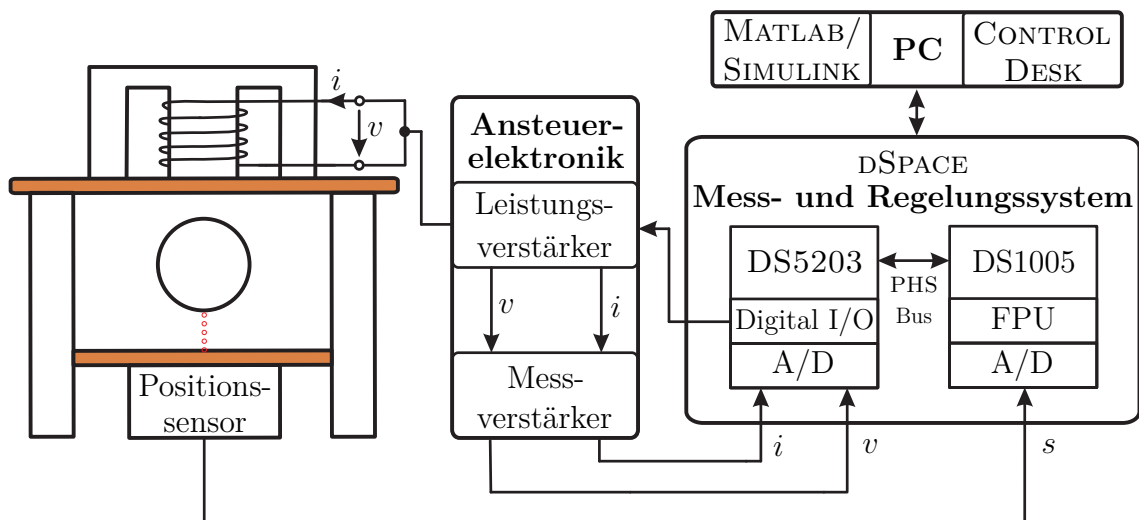


Abbildung 2.2: Prinzipskizze des Versuchsaufbaus der schwebenden Kugel.

2.3 Mess- und Regelungssystem

Für die Erfassung und Verarbeitung der Messgrößen, nämlich der Spulenspannung und des Spulenstroms, sowie der Regelung des Systems wird das Echtzeit- Mess- und Regelungssystem DS1005 mit der Erweiterungskarte DS5203 [14] von dSPACE verwendet, siehe Abbildung 2.2. Die Erweiterungskarte DS5203 verfügt über sechs A/D-Kanäle mit jeweils einer Auflösung von 14 Bit, einem umschaltbaren Eingangsbereich von ± 5 bzw. ± 30 V und einer maximalen Abtastrate von 10 MSPS, welche einer Signalbandbreite von 5 MHz entspricht. Zudem steht für die Datenverarbeitung ein mit 100 MHz getaktetes Field Programmable Gate Array (FPGA) VIRTEX-5 SX95 [22] zur Verfügung. Der Datenaustausch zwischen dem Erweiterungsmodul DS5203 und dem Echtzeitsystem DS1005 erfolgt über den von dSPACE entwickelten PHS-Bus. Anzumerken ist, dass lediglich auf dem Basissystem DS1005 in Gleitkommaarithmetik gerechnet werden kann, wohingegen auf der Erweiterungskarte nur Ganzzahlenoperationen durchführbar sind.

Die Programmierung des Echtzeit- Mess- und Regelungssystems und der Erweiterungskarte erfolgt komfortabel mittels des REALTIME-WORKSHOPS von MATLAB/SIMULINK sowie dem dort integrierten XILINX SYSTEM GENERATOR für DSP [21] und dessen MATLAB/SIMULINK Bibliothek zur FPGA-Programmierung. Die dSPACE Software CONTROLDESK [17] ermöglicht sowohl die Steuerung und Diagnose des Versuchsaufbaus im laufenden Betrieb als auch die Echtzeitaufnahme und Auswertung von Messsignalen.

3 Mathematische Modellierung

Die mathematische Modellierung des Systems bildet die Basis für die Entwicklung des Positionsschätzers und -reglers. Abbildung 3.1 zeigt eine Prinzipskizze des Elektromagneten bestehend aus der Spule mit N Wicklungen, dem Ferritkern und der Eisenkugel als schwebendes Objekt. Sowohl der Kern als auch die Kugel bestehen aus einem hochpermeablen Material mit einer relativen Permeabilität $\mu_r \gg 1$.

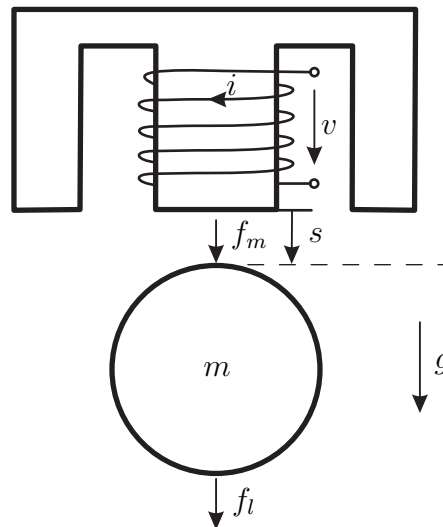


Abbildung 3.1: Prinzipskizze des elektromechanischen Aufbaus.

Durch Anlegen einer Spannung v an die Spule des Elektromagneten und den sich daraus bildenden Spulenstrom i entsteht ein magnetisches Feld im Luftspalt zwischen Kugel und Elektromagneten. Mit der daraus resultierenden magnetischen Kraft f_m kann die Kugelposition s geregelt werden.

3.1 Ansteuerung des Elektromagneten

Die Ansteuerung des Elektromagneten erfolgt durch einen schaltenden Leistungsverstärker. Der Leistungsverstärker ist als H-Brücke, auch als vier Quadrantensteller [4] bezeichnet, ausgeführt und ermöglicht es, eine pulswidenmodulierte Spannung $v(t)$ mit der Periodendauer T_{pwm} zu generieren. Die H-Brücke besitzt in jedem ihrer vier Zweige einen Schalter, welcher jeweils durch einen Transistor und eine Diode realisiert ist. Details zum Aufbau der H-Brücke sowie zu den verwendeten Bauteilen sind dem Anhang B zu entnehmen. Abbildung 3.2 zeigt die vereinfachte Schaltung der H-Brücke mit dem elektrischen Ersatzschaltbild der Spule bestehend aus dem Ohmschen Widerstand R und der Induktivität $L(s)$.

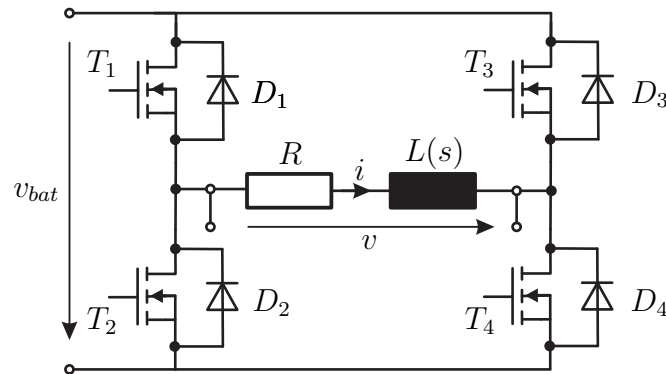


Abbildung 3.2: H-Brücke für die Pulsweitenmodulation der Steuerspannung.

Anhand der Abbildung ist erkennbar, dass sich die Spule im Brückenquerzweig der H-Brücke befindet. Dieser befindet sich zwischen den Schaltern T_1 , T_2 und T_3 , T_4 . Die Kombination aus den Schalterstellungen der Schalter T_1 bis T_4 bestimmt nun, welche Spannung an der Spule im Querzweig der H-Brücke anliegt [4]. Der Zusammenhang zwischen Schalterstellung und Steuerspannung v ist Tabelle 3.1 zu entnehmen. Die Transistoren und Dioden sind jeweils als ideal und verlustfrei angenommen.

	T_1	T_2	T_3	T_4	v
I	Ein	Aus	Aus	Ein	$+v_{bat}$
II	Aus	Ein	Ein	Aus	$-v_{bat}$
III	Ein	Aus	Ein	Aus	0 V
IV	Aus	Ein	Aus	Ein	0 V

Tabelle 3.1: Zusammenhang zwischen Steuerspannung und Schalterstellung.

Durch die gezielte Steuerung der Schalterkombinationen *I* und *II* nach Tabelle 3.1 wird die pulswidenmodulierte Steuerspannung $v(t)$ erzeugt. Der daraus resultieren-

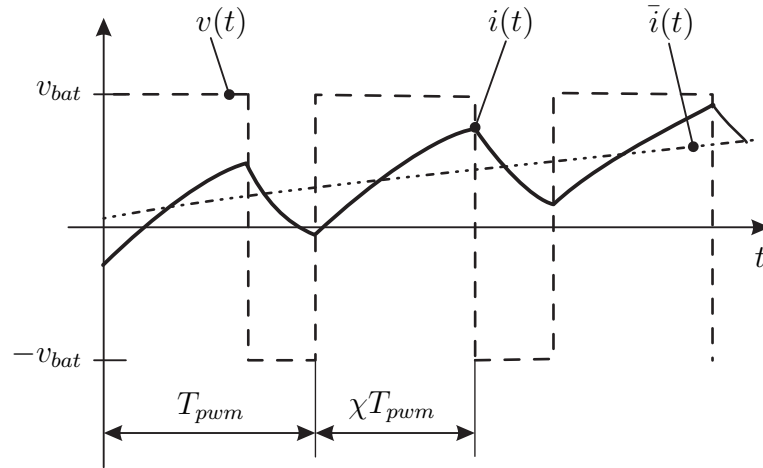


Abbildung 3.3: Zeitverlauf der Steuerspannung und des daraus resultierenden Spulenstroms.

de Zeitverlauf der PWM-Spannung $v(t)$ ist in Abbildung 3.3 abgebildet und lässt sich mathematisch über das Tastverhältnis $0 \leq \chi \leq 1$ mit der PWM- Periodendauer T_{pwm} in der Form

$$v(t) = \begin{cases} +v_{bat} & \text{für } kT_{pwm} < t \leq (k + \chi)T_{pwm} \\ -v_{bat} & \text{für } (k + \chi)T_{pwm} < t \leq (k + 1)T_{pwm} \end{cases} \quad (3.1)$$

beschreiben. Der zeitliche Mittelwert $\bar{v}$ der PWM-Spannung $v(t)$ berechnet sich direkt aus der Kenntnis des Tastverhältnisses χ und der Versorgungsspannung v_{bat} der H-Brücke zu

$$\bar{v} = \frac{1}{T_{pwm}} \int_{(k-1)T_{pwm}}^{kT_{pwm}} v(t) dt = 2v_{bat} \left(\chi - \frac{1}{2} \right). \quad (3.2)$$

Abbildung 3.3 zeigt zudem den prinzipiellen Verlauf des Spulenstroms für ein Tastverhältnis $\chi \neq 0.5$. Dieser setzt sich aus einem Gleichanteil, der dem Mittelwert $\bar{i}$ entspricht, und einem nahezu dreiecksförmigen Stromrippel bzw. Wechselanteil zusammen. Der Verlauf des Spulenstroms hängt vom verwendeten Kern- bzw. Kugelmateriale, der Ansteuerung und der Kugelposition s ab. Diese Einflussgrößen lassen sich durch eine positionsabhängige Ersatzinduktivität $L(s)$ beschreiben, welche zusammen mit dem elektrischen Widerstand R die Stromdynamik bestimmt.

Für linear magnetische Werkstoffe ist die magnetische Feldstärke H über die totale Permeabilität μ proportional zur magnetischen Flussdichte B und es gilt

$$B = \mu H. \quad (3.3)$$

Die magnetische Permeabilität hängt allerdings nicht nur vom magnetischen Material ab. Vielmehr spielt die Form und Frequenz der Ansteuerung eine entscheidende Rolle [1], [3]. Ein konstantes magnetisches Feld $\bar{H}$ hat eine konstante Flussdichte $\bar{B}$ zur Folge und führt zu einer Vormagnetisierung des Kerns. Überlagert man diesem konstanten Feld $\bar{H}$ ein oszillierendes Feld ΔH , so stellt sich eine oszillierende Flussdichte ΔB ein, die wiederum proportional zur Feldänderung ΔH ist. Der Proportionalitätsfaktor zwischen dem Wechselfeld ΔH und der Flussdichteänderung ΔB

$$\mu_{\text{inc}} = \left. \frac{\Delta B}{\Delta H} \right|_{\bar{H}, \bar{B}} \quad (3.4)$$

wird als inkrementelle Permeabilität bezeichnet [2], [3]. Im Grenzfall ergibt sich die sogenannte reversible Permeabilität

$$\mu_{\text{rev}} = \lim_{\Delta H \rightarrow 0} \left. \frac{\Delta B}{\Delta H} \right|_{\bar{H}, \bar{B}}. \quad (3.5)$$

Sie entspricht gerade der differentiellen Permeabilität

$$\mu_d = \frac{dB}{dH}. \quad (3.6)$$

In Abbildung 3.4 ist die Magnetisierungskennlinie bei unterschiedlicher Vormagnetisierung durch das Feld $\bar{H}$ und bei einer konstanten Feldänderung ΔH dargestellt. Die Unterscheidung zwischen inkrementeller und reversibler Permeabilität ist entscheidend für die Modellierung des betrachteten elektromagnetischen Wandlers, da die pulswidenmodulierte Ansteuerung als eine Gleichfeldauslenkung mit einem überlagerten Wechselanteil interpretiert werden kann. Aufgrund der pulswidenmodulierten Ansteuerung sind im betrachteten Fall zwei Permeabilitäten auf der Magnetisierungskurve mit einem bestimmten Zustand in Verbindung zu bringen. Zum einen

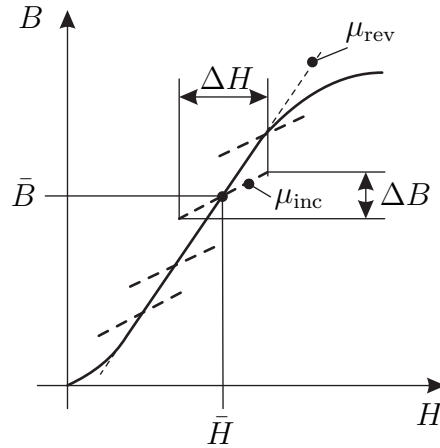


Abbildung 3.4: Verlauf der Magnetisierungskennlinie bei unterschiedlicher Vormagnetisierung, konstanter Feldänderung und konstanter Frequenz.

die reversible Permeabilität entlang der Magnetisierungskurve und zum anderen die inkrementelle Permeabilität, die sofort nach der Feldumkehrung beobachtet wird [1], [2]. Mithilfe der Domänen-Theorie kann dieses Phänomen plausibilisiert werden. Nach [1] ist die Blochwandbewegung, die von der reversiblen Wandbiegung und dem stochastischen Haften der Blochwände, abhängig für das reversible Verhalten verantwortlich. Da eine genaue mathematische Beschreibung dieses Phänomens im Allgemeinen sehr kompliziert und im betrachteten Fall nicht zielführend ist, werden im Folgenden zwei strukturell äquivalente Reluktanzmodelle bzw. zwei Modelle zur Charakterisierung der Stromdynamik verwendet. Dazu wird analog zur Definition der inkrementellen und reversiblen Permeabilität die inkrementelle Induktivität L^{inc} und reversible Induktivität L^{rev} eingeführt.

3.2 Elektromagnetisches Teilsystem

Die Kugel und der Elektromagnet bilden einen magnetischen Kreis, welcher durch die Reluktanzen (magnetische Widerstände) des Kerns $\mathcal{R}_{fc}^n$, der Kugel $\mathcal{R}_{fo}^n$ für $n \in \{\text{inc}, \text{rev}\}$, des Luftspalts $\mathcal{R}_g(s)$ sowie der Reluktanz zur Modellierung der Streuverluste $\mathcal{R}_l$ beschrieben wird. Abbildung 3.5 zeigt das Reluktanzmodell bestehend

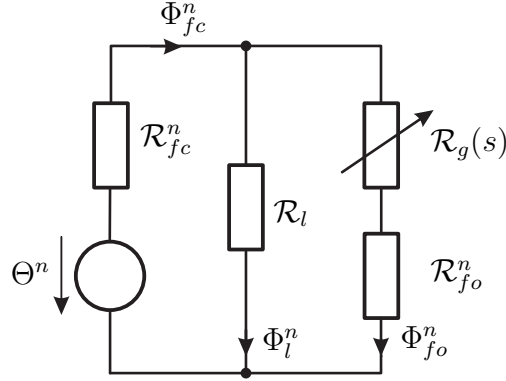


Abbildung 3.5: Reluktanzmodell des magnetischen Kreises.

aus den einzelnen Reluktanzen sowie der magnetischen Spannungsquelle Θ^n , welche mit dem Spulenstrom und der Anzahl der Spulenwicklungen über

$$\Theta^n = N i^n \quad \text{mit} \quad n \in \{\text{inc}, \text{rev}\} \quad (3.7)$$

im Zusammenhang steht. Unter der Annahme einer abschnittswise homogenen Flussverteilung [10] lassen sich die effektiven Reluktanzen anhand von geometrischen und magnetischen Parametern in der Form

$$\mathcal{R}_{fc}^n = \frac{l_{fc}}{\mu_n A_{fc}}, \quad \mathcal{R}_{fo}^n = \frac{l_{fo}}{\mu_n A_{fo}}, \quad (3.8a)$$

$$\mathcal{R}_g(s) = \frac{s}{\mu_0 A_g}, \quad \mathcal{R}_l = \frac{l_l}{\mu_0 A_l} \quad (3.8b)$$

mit $n \in \{\text{inc}, \text{rev}\}$ angeben, wobei l_{fc} , l_{fo} und l_l die effektiven Längen und A_{fc} , A_{fo} und A_l die effektiven Flächen des Magnetkreises bezeichnen. Weiters bezeichnet μ_0 die magnetische Feldkonstante und μ_n , $n \in \{\text{inc}, \text{rev}\}$ die inkrementelle bzw. reversible Permeabilitäten des Kerns und der Kugel. Aus den Gleichungen (3.8) ist ersichtlich, dass nur die Reluktanz des Luftspalts $\mathcal{R}_g(s)$ von der Kugelposition s abhängt. Das in Abbildung 3.5 dargestellte Reluktanzmodell lässt auf die Ersatzreluktanzen

$$\mathcal{R}^n(s) = \mathcal{R}_{fc}^n + \frac{\mathcal{R}_l (\mathcal{R}_g(s) + \mathcal{R}_{fo}^n)}{\mathcal{R}_l + \mathcal{R}_g(s) + \mathcal{R}_{fo}^n} \quad \text{mit} \quad n \in \{\text{inc}, \text{rev}\} \quad (3.9)$$

schließen und aus der Kenntnis der Ersatzreluktanzen $\mathcal{R}^n(s)$, $n \in \{\text{inc}, \text{rev}\}$ kann mithilfe des Hopkinsonschen Gesetzes [7]

$$\Phi_{fc}^n = \frac{\Theta^n}{\mathcal{R}^n(s)} \quad \text{mit} \quad n \in \{\text{inc}, \text{rev}\} \quad (3.10)$$

ein Zusammenhang zwischen den magnetischen Spannungen Θ^n , $n \in \{\text{inc}, \text{rev}\}$ und den magnetischen Flüssen Φ_{fc}^n , $n \in \{\text{inc}, \text{rev}\}$ hergestellt werden. Basierend auf den verketteten Flüssen der Spule

$$\psi^n = N\Phi_{fc}^n \quad \text{mit} \quad n \in \{\text{inc}, \text{rev}\} \quad (3.11)$$

ergibt sich nach dem Faradayschen Induktionsgesetz die Beziehung

$$\frac{d}{dt}\psi^n = -Ri^n + v^n \quad (3.12)$$

mit dem elektrischen Widerstand R , den Strömen i^n sowie den Spannungen v^n , $n \in \{\text{inc}, \text{rev}\}$. Im Folgenden wird zudem angenommen, dass sich der Spulenstrom i und die Spulenspannung v als Überlagerung des inkrementellen und reversiblen Anteils in der Form

$$i = i^{\text{inc}} + i^{\text{rev}} \quad \text{bzw.} \quad v = v^{\text{inc}} + v^{\text{rev}} \quad (3.13)$$

ergeben. Unter der Annahme linear magnetischer Verhältnisse lassen sich die positionabhängigen Induktivitäten $L^n(s)$, $n \in \{\text{inc}, \text{rev}\}$ mit der Spulenwindungszahl N und den Ersatzreluktanzen $\mathcal{R}^n(s)$, $n \in \{\text{inc}, \text{rev}\}$ durch

$$L^n(s) = \frac{N^2}{\mathcal{R}^n(s)} \quad (3.14)$$

angeben. Die totale Ableitung der verketteten Flüsse

$$\frac{d}{dt}\psi^n = \frac{\partial \psi^n}{\partial i^n} \frac{di^n}{dt} + \frac{\partial \psi^n}{\partial s} w = L^n(s) \frac{di^n}{dt} + \frac{\partial L^n(s)}{\partial s} w i^n, \quad n \in \{\text{inc}, \text{rev}\} \quad (3.15)$$

ist mit der Kugelgeschwindigkeit $w = \dot{s}$ gegeben. Durch Einsetzen von (3.12) in die totale Zeitableitung der verketteten Flüsse (3.15) und nach Umformung ergeben sich die Stromdifferentialgleichungen zu

$$\frac{d}{dt}i^{\text{inc}} = \frac{1}{L^{\text{inc}}(s)} \left(v^{\text{inc}} - \left(R + \frac{\partial L^{\text{inc}}(s)}{\partial s} w \right) i^{\text{inc}} \right), \quad (3.16a)$$

$$\frac{d}{dt}i^{\text{rev}} = \frac{1}{L^{\text{rev}}(s)} \left(v^{\text{rev}} - \left(R + \frac{\partial L^{\text{rev}}(s)}{\partial s} w \right) i^{\text{rev}} \right). \quad (3.16b)$$

3.3 Mechanisches Teilsystem

Anhand der Impulserhaltung nach Abbildung 3.1 folgt das mechanische Teilsystem

$$\frac{d}{dt}s = \omega \quad (3.17a)$$

$$\frac{d}{dt}\omega = \frac{1}{m}(f_m + f_l + mg) \quad (3.17b)$$

mit der Kugelposition s und der Kugelgeschwindigkeit w . Dabei bezeichnen mg , f_l und f_m die äußeren Kräfte. Im Speziellen ist die Erdanziehungskraft durch mg mit der Masse m und der Beschleunigung g gegeben. Eine externe Lastkraft wird mit f_l modelliert und die Magnetkraft f_m berechnet sich über die partielle Ableitung der magnetischen Koenergie [7]

$$\mathcal{W}_m^{co} = \frac{1}{2}L^{\text{rev}}(s)(i^{\text{rev}})^2 \quad (3.18)$$

für linear magnetische Verhältnisse zu

$$f_m(s, i^{\text{rev}}) = \frac{\partial \mathcal{W}_m^{co}}{\partial s} = \frac{1}{2} \frac{\partial L^{\text{rev}}(s)}{\partial s} (i^{\text{rev}})^2. \quad (3.19)$$

4 Schätzstrategie

In diesem Kapitel wird die Schätzstrategie zur Bestimmung der Kugelposition aus der Kenntnis des Spulenstroms und der Spulenspannung vorgestellt. Im ersten Abschnitt wird die Induktivitätsschätzung angeführt mithilfe derer in Abschnitt 4.2 die Positionsbestimmung erfolgt. In Abschnitt 4.3 wird die zur Stabilisierung notwendige Geschwindigkeitsschätzung und in Abschnitt 4.4 die Widerstandsschätzung vorgestellt. Der in den nachfolgenden Abschnitten entwickelte Positionsschätzer basiert auf einer Induktivitätsschätzung aus dem Stromrippel.

4.1 Induktivitätsschätzung

Im ersten Abschnitt 4.1.1 wird der Basisalgorithmus für eine feste Kugelposition vorgestellt. Im zweiten Abschnitt 4.1.2 werden die zuvor getroffenen Annahmen gelockert und die Induktivitätsschätzung für ein sich bewegendes Objekt angeführt.

4.1.1 Schätzung der Induktivität für eine konstante Kugelposition

Zur Schätzung der Induktivität wird das Induktionsgesetz (3.12)

$$\frac{d}{dt}\psi^n = -Ri^n + v^n, \quad \psi^n(t_0) = \psi_0^n, \quad (4.1)$$

mit den Anfangsbedingung der verketteten Flüsse ψ_0^n und $n \in \{\text{inc}, \text{rev}\}$ betrachtet. Die verketteten Flüsse sind über die Induktivitäten L^n proportional zu den Strömen i^n und es gilt

$$\psi^n(t) = L^n(s(t))i^n(t) \quad \text{mit} \quad n \in \{\text{inc}, \text{rev}\}. \quad (4.2)$$

Die Integration von (4.1) über das Zeitintervall $t \in [t_s, t_e]$, mit der Startzeit t_s und der Endzeit t_e , führt mit (4.2) auf

$$\int_{t_s}^{t_e} \frac{d\psi^{\text{inc}}}{dt} dt = \int_{t_s}^{t_e} \frac{dL^{\text{inc}}}{dt} i^{\text{inc}} dt + \int_{t_s}^{t_e} L^{\text{inc}} \frac{di^{\text{inc}}}{dt} dt = \int_{t_s}^{t_e} (-Ri^{\text{inc}} + v^{\text{inc}}) dt \quad (4.3a)$$

und

$$\int_{t_s}^{t_e} \frac{d\psi^{\text{rev}}}{dt} dt = \int_{t_s}^{t_e} \frac{dL^{\text{rev}}}{dt} i^{\text{rev}} dt + \int_{t_s}^{t_e} L^{\text{rev}} \frac{di^{\text{rev}}}{dt} dt = \int_{t_s}^{t_e} (-Ri^{\text{rev}} + v^{\text{rev}}) dt. \quad (4.3b)$$

Die Kugelposition wird im Weiteren als konstant angenommen, d.h. es gilt $w = \dot{s} = 0$ und folglich auch $\dot{L}^{\text{inc}} = \dot{L}^{\text{rev}} = 0$ und $\dot{i}^{\text{rev}} = 0$. Der elektrische Widerstand wird ebenfalls als konstant und bekannt angenommen. Die Berücksichtigung der konstanten Kugelposition in (4.3) ergibt

$$\int_{t_s}^{t_e} \frac{di^{\text{inc}}}{dt} dt = \frac{1}{L^{\text{inc}}} \int_{t_s}^{t_e} (v^{\text{inc}} - Ri^{\text{inc}}) dt \quad (4.4a)$$

und

$$v^{\text{rev}} = Ri^{\text{rev}}. \quad (4.4b)$$

Das Einsetzen von (4.4b) in (4.4a) führt mit (3.13) schließlich auf den Stromendwert

$$i(t_e) = i(t_s) + \underbrace{\frac{1}{L^{\text{inc}}} \int_{t_s}^{t_e} (-Ri + v) dt}_{\Delta\psi}. \quad (4.5)$$

Die Induktivität kann nun prinzipiell anhand der Kenntnis des Spulenstroms und der Spulenspannung bestimmt werden. Aus der direkten Implementierung von (4.5) resultieren jedoch einige Nachteile:

- Für die direkte Bestimmung aus (4.5) ist die Berechnung des Integrals $\Delta\psi$ notwendig. Bei einer Implementierung des Integrators in analoger Hardware müssen sehr hohe Anforderungen an das Driftverhalten [6] der Integratorschaltung gestellt und damit eine erhöhte Komplexität der Schaltung in Kauf genommen werden.
- Durch die erste Strommessung würde der Stromanfangswert $i(t_s)$ bestimmt sein. Damit hätte ein kleiner Messfehler, z.B. aufgrund von Mess- und Quantisierungsrauschen, einen großen Schätzfehler zur Folge.
- Wie bereits in Abschnitt 2.2 angesprochen, wird der Elektromagnet mit einem schaltenden Leistungsverstärker betrieben. Das Schalten der nicht idealen Transistoren führt zu transienten Störimpulsen in den Messsignalen der Spannung und des Stroms, die wiederum einen Induktivitätsschätzfehler zur Folge haben.

Um die genannten Probleme zu vermeiden, wird wie folgt vorgegangen:

- Der Schätzalgorithmus wird auf einem Digitalrechner implementiert und der Spulenstrom und die Spulenspannung wird mit der Abtastzeit T_s abgetastet.
- Die Berechnung der Induktivität wird am Ende jeder PWM-Periode durchgeführt. Dabei wird jede Periode in eine Lade- und Entladephase unterteilt, wobei die Ladephase mit der Schalterstellung I und die Entladephase mit der Schalterstellung II nach Tabelle 3.1 übereinstimmt. Die einzelnen Phasen werden im Folgenden ebenfalls mit I und II gekennzeichnet.
- Um den Einfluss der transienten Schaltvorgänge der Transistoren aus der Induktivitätsschätzung fernzuhalten, werden die ersten Messpunkte m_s verworfen und lediglich Messpunkte aus dem Intervall $l \in [m_s, m_e]$ zur Schätzung herangezogen.

Im Weiteren wird in diesem Abschnitt die Induktivität L^{inc} zur Verbesserung der Lesbarkeit mit L bezeichnet. Abbildung 4.1 zeigt die Aufteilung einer PWM-Periode in die Lade- und Entladephase. Aus den Verläufen von Strom und Spannung in den Phasen I und II lassen sich die Induktivitäten L^I und L^{II} berechnen. Da die Herleitung zur Schätzung von L^I äquivalent zur Herleitung von L^{II} erfolgt, wird diese im Folgenden nur für L^I angeführt. Um die Stromspitzen beim Schalten der Transistoren zu unterdrücken, werden Messwerte nur im Messintervall $t \in [t_s^I, t_e^I]$, mit der Startzeit t_s^I und der Endzeit t_e^I aufgenommen. Die Start- bzw. Endzeit steht mit der Abtastzeit T_s und dem Intervall der Abtastpunkte der Messung $l^I \in [m_s^I, m_e^I]$ über $t_s = m_s T_s$ und $t_e = m_e T_s$ in Verbindung. Für eine numerische Berechnung von (4.5) wird zunächst die Änderung des verketteten Flusses $\Delta\psi_{l^I} = \Delta\psi(l^I T_s)$, mit $l^I = m_s^I, \dots, m_e^I$, in der Form

$$\Delta\psi_{m_s^I} = 0 \quad (4.6a)$$

$$\Delta\psi_{l^I} = T_s \sum_{j=m_s^I}^{l^I-1} (v_j - Ri_j) \quad \text{für} \quad l^I = m_s^I + 1, \dots, m_e^I \quad (4.6b)$$

berechnet und (4.5) folgt damit zu

$$i_{l^I} = i_{m_s^I} + (L^I)^{-1} \Delta\psi_{l^I} \quad \text{für} \quad l^I = m_s^I, \dots, m_e^I. \quad (4.7)$$

Es ist ersichtlich, dass theoretisch eine Strom- und Spannungsmessung ausreichen würde, um die Induktivität L^I zu berechnen. Das Ergebnis wäre aber aufgrund von Mess- und Quantisierungsrauschen sehr ungenau und damit unbrauchbar.

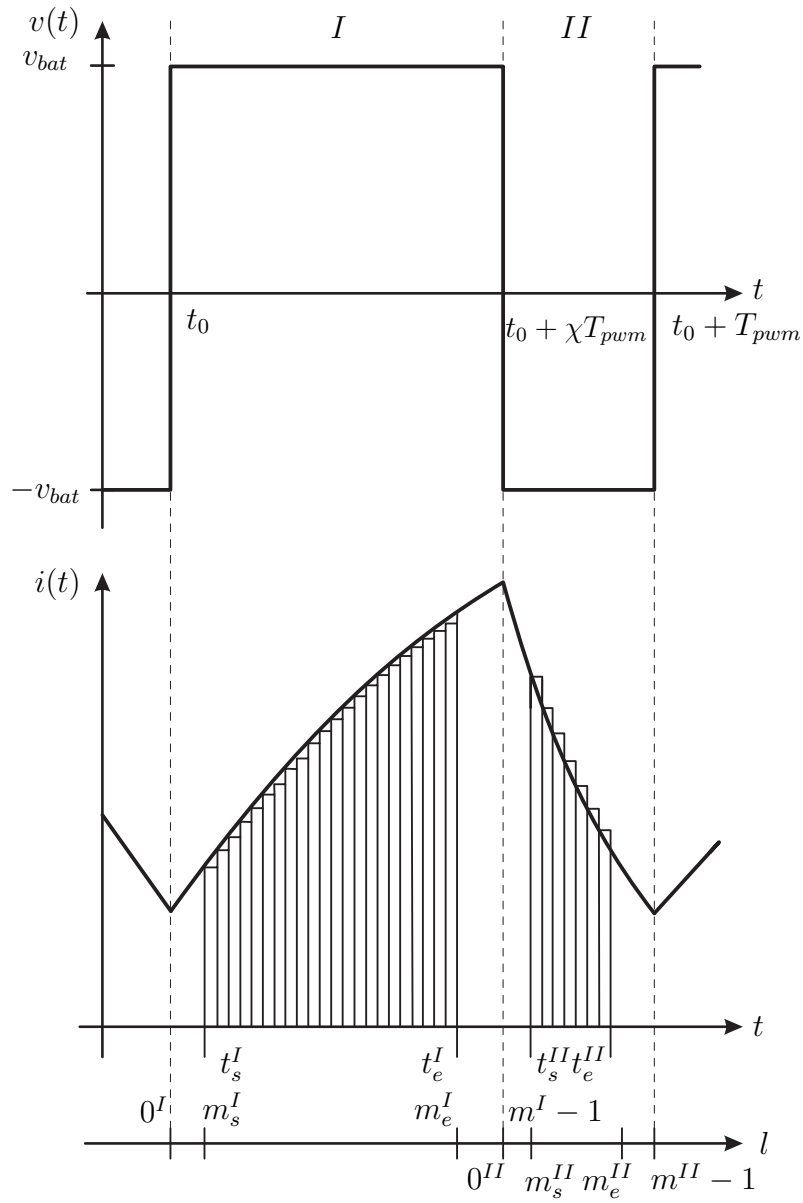


Abbildung 4.1: Lade- und Entladephase einer PWM-Periode.

Es werden deshalb im Zeitintervall der Phase I , $m_e^I - m_s^I + 1$ Strom- und Spannungswerte für die Schätzung berücksichtigt und anhand von (4.7) ergibt sich ein

überbestimmtes Gleichungssystem

$$\underbrace{\begin{bmatrix} i_{m_s^I} \\ i_{m_s^I+1} \\ \vdots \\ i_{m_e^I} \end{bmatrix}}_{\mathbf{y}^I} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & \Delta\psi_{m_s^I} \\ 1 & \Delta\psi_{m_s^I+1} \\ \vdots & \vdots \\ 1 & \Delta\psi_{m_e^I} \end{bmatrix}}_{\mathbf{S}^I} \underbrace{\begin{bmatrix} \tilde{i}_{m_s^I} \\ (L^I)^{-1} \end{bmatrix}}_{\boldsymbol{\theta}^I}, \quad (4.8)$$

welches im Sinne der kleinsten Fehlerquadrate (*Least-Squares*) gelöst werden kann. In (4.8) bezeichnet $\mathbf{y}^I \in \mathbb{R}^{m_e^I - m_s^I + 1}$ den Messwertvektor, $\mathbf{S}^I \in \mathbb{R}^{(m_e^I - m_s^I + 1) \times 2}$ die Datenmatrix und $\boldsymbol{\theta}^I \in \mathbb{R}^2$ den zu bestimmenden Parametervektor. Anzumerken ist, dass bei der Schätzung des Parametervektors nicht nur die normierte inverse Induktivität $(L^I)^{-1}$ sondern auch der geschätzte Stromanfangswert $\tilde{i}_{m_s^I}$ des Messintervalls $t \in [t_s^I, t_e^I]$ berechnet wird. Dies geschieht, um die Bestimmung von i_{m_s} robuster gegen auftretende Messfehler und Störungen zu machen. Die beste Schätzung des Parametervektors $\hat{\boldsymbol{\theta}}^I$ im Sinne der kleinsten Fehlerquadrate lässt sich mithilfe der Pseudoinverse zu

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}^I = \left((\mathbf{S}^I)^T \mathbf{S}^I \right)^{-1} (\mathbf{S}^I)^T \mathbf{y}^I \quad (4.9)$$

bestimmen [8]. Der erste Eintrag des Parametervektors $\hat{\boldsymbol{\theta}}^I$ ist die Stromanfangsbedingung

$$\hat{i}_{m_s^I} = \hat{\theta}_1^I \quad (4.10a)$$

und der zweite Eintrag liefert die geschätzte Induktivität

$$\hat{L}^I = \frac{1}{\hat{\theta}_2^I}. \quad (4.10b)$$

Äquivalent dazu erfolgt die Berechnung des Parametervektors aus der Phase *II* und die daraus resultierende Schätzung der Stromanfangsbedingung und Induktivität lautet

$$\hat{i}_{m_s^{II}} = \hat{\theta}_1^{II} \quad \text{bzw.} \quad \hat{L}^{II} = \frac{1}{\hat{\theta}_2^{II}}. \quad (4.11)$$

Die beiden so erhaltenen Schätzungen $\hat{L}^I$ und $\hat{L}^{II}$ besitzen nur dann denselben Wert, wenn die Messungen exakt sind, der Ohmsche Widerstand R genau bekannt ist und die Kugel sich in Ruhe befindet, d.h. $w = \dot{s} = 0$ gilt. In der Praxis ist keine dieser Anforderungen erfüllt. Im Betrieb ändert sich der Spulenwiderstand R aufgrund der Spulenerwärmung und die Kugelposition ist bei einem Arbeitspunktwechsel nicht konstant. Aus diesen Gründen wird weiters der Einfluss der Kugelbewegung sowie eines nicht exakt bekannten und sich ändernden Spulenwiderstandes R auf das Ergebnis der Induktivitätsschätzung untersucht und in der Schätzung berücksichtigt.

4.1.2 Schätzung der Induktivität für eine variable Kugelposition

In der vorhergehenden Betrachtung wurde angenommen, dass sich die Kugel mit $w = \dot{s} = 0$ in Ruhe befindet und der Ohmsche Widerstand R konstant und exakt bekannt ist. Es folgt nun die Untersuchung des Einflusses einer Positions- und Widerstandsänderung auf das Schätzergebnis. Dazu wird der reale Ohmsche Widerstand durch die temperaturbedingte Widerstandsabweichung ΔR vom nominellen Wert $\hat{R}$ über

$$R = \hat{R} + \Delta R \quad (4.12)$$

erweitert und der Einfluss einer Positionsänderung, $w = \dot{s} \neq 0$, berücksichtigt. Durch (4.3) lässt sich das Faradaysche Induktionsgesetz für ein bewegtes Objekt und dem realen elektrischen Widerstand in der Phase I zu

$$\int_{t_s^I}^{t_e^I} \frac{dL^{\text{inc}}}{dt} i^{\text{inc}} dt + \int_{t_s^I}^{t_e^I} L^{\text{inc}} \frac{di^{\text{inc}}}{dt} dt = \int_{t_s^I}^{t_e^I} (-Ri^{\text{inc}} + v^{\text{inc}}) dt \quad (4.13a)$$

und

$$\int_{t_s^I}^{t_e^I} \frac{dL^{\text{rev}}}{dt} i^{\text{rev}} dt + \int_{t_s^I}^{t_e^I} L^{\text{rev}} \frac{di^{\text{rev}}}{dt} dt = \int_{t_s^I}^{t_e^I} (-Ri^{\text{rev}} + v^{\text{rev}}) dt \quad (4.13b)$$

angeben. Die Addition von (4.13a) und (4.13b) führt mit (3.13) auf

$$\begin{aligned} \int_{t_s^I}^{t_e^I} \frac{dL^{\text{inc}}}{dt} i^{\text{inc}} dt + \int_{t_s^I}^{t_e^I} \frac{dL^{\text{rev}}}{dt} i^{\text{rev}} dt + \int_{t_s^I}^{t_e^I} L^{\text{inc}} \frac{di^{\text{inc}}}{dt} dt + \int_{t_s^I}^{t_e^I} L^{\text{rev}} \frac{di^{\text{rev}}}{dt} dt \\ = \int_{t_s^I}^{t_e^I} (-Ri + v) dt. \end{aligned} \quad (4.14)$$

Die Induktivitätsschätzung für eine konstante Kugelposition und einen konstanten Ohmschen Widerstand aus dem letzten Abschnitt 4.1.1 wird hier um die Abweichung des elektrischen Widerstandes ΔR vom nominellen Wert $\hat{R}$ erweitert und es ergibt sich

$$\hat{L}^I \int_{t_s^I}^{t_e^I} \frac{di}{dt} dt = \int_{t_s^I}^{t_e^I} (-\hat{R}i + v) dt = \int_{t_s^I}^{t_e^I} -(R - \Delta R)i + v dt \quad (4.15)$$

oder auch

$$\int_{t_s^I}^{t_e^I} (-Ri + v) dt = \hat{L}^I \int_{t_s^I}^{t_e^I} \frac{di}{dt} dt - \int_{t_s^I}^{t_e^I} \Delta Ri dt. \quad (4.16)$$

Für eine weitere Untersuchung von (4.14) und (4.16) werden nun drei zusätzliche Annahmen getroffen:

1. Die Kugelgeschwindigkeit w und die Induktivitätsänderung des Systems sei innerhalb einer PWM-Periode konstant. D.h. $\dot{L} = \dot{L}^{\text{inc}} = \dot{L}^{\text{rev}} = \text{konst.}$ für $t_s^I < t \leq t_s^I + T_{pwm}$. Anzumerken ist dabei, dass diese Annahme die im vorherigen Abschnitt getroffene Annahme ($\dot{L}^{\text{inc}} = \dot{L}^{\text{rev}} = 0$) generalisiert.

2. Die Abweichung des elektrischen Widerstandes ΔR über das Messintervall $t \in [t_s^I, t_e^I]$ wird als konstant angenommen, da die Messdauer $t_e^I - t_s^I$ im Vergleich zur Zeitkonstante der Widerstandsänderung klein ist.
3. Der Verlauf des Stroms i sei für eine genügend kurze Periodendauer T_{pwm} annähernd dreiecksförmig und dessen Strommittelwert $\bar{i}$ sei konstant d.h. $\frac{di^{rev}}{dt} = 0$.
0. Der Stromverlauf ist somit über

$$\frac{di}{dt} = \frac{di^{inc}}{dt} \approx \frac{i(t_e^I) - i(t_s^I)}{t_e^I - t_s^I} = \frac{\Delta i^I}{\Delta t^I} \quad (4.17a)$$

für die Phase I und mit

$$\frac{di}{dt} = \frac{di^{inc}}{dt} \approx \frac{i(t_e^{II}) - i(t_s^{II})}{t_e^{II} - t_s^{II}} = \frac{\Delta i^{II}}{\Delta t^{II}} \quad (4.17b)$$

für die Phase II gegeben. Für eine große Periodendauer ist diese Annahme nicht mehr zulässig und resultiert in einer fehlerhaften Schätzung der Induktivität.

Nunmehr resultiert (4.14) unter diesen Annahmen in

$$\dot{L} \int_{t_s^I}^{t_e^I} i \, dt + \frac{\Delta i^I}{\Delta t^I} \int_{t_s^I}^{t_e^I} L^{inc} \, dt = \int_{t_s^I}^{t_e^I} (-Ri + v) \, dt \quad (4.18)$$

und (4.16) in

$$\int_{t_s^I}^{t_e^I} (-Ri + v) \, dt = \hat{L}^I \frac{\Delta i^I}{\Delta t^I} \int_{t_s^I}^{t_e^I} 1 \, dt - \Delta R \int_{t_s^I}^{t_e^I} i \, dt. \quad (4.19)$$

Das Einsetzen von (4.19) in (4.18) führt schließlich auf

$$\begin{aligned} \frac{\Delta i^I}{\Delta t^I} \int_{t_s^I}^{t_e^I} L^{inc} \, dt &= \hat{L}^I \frac{\Delta i^I}{\Delta t^I} \int_{t_s^I}^{t_e^I} 1 \, dt - (\Delta R + \dot{L}) \int_{t_s^I}^{t_e^I} i \, dt \\ &= \hat{L}^I \Delta i^I - (\Delta R + \dot{L}) \int_{t_s^I}^{t_e^I} i \, dt. \end{aligned} \quad (4.20)$$

Im Weiteren wird L^{inc} als L bezeichnet. Mithilfe der Definition des Induktivitätsmittelwerts

$$\bar{L}^I = \frac{1}{\Delta t^I} \int_{t_s^I}^{t_e^I} L \, dt \quad \text{bzw.} \quad \bar{L}^{II} = \frac{1}{\Delta t^{II}} \int_{t_s^{II}}^{t_e^{II}} L \, dt \quad (4.21)$$

sowie des Mittelwerts des Spulenstroms

$$\bar{i}^I = \frac{1}{\Delta t^I} \int_{t_s^I}^{t_e^I} i \, dt \quad \text{bzw.} \quad \bar{i}^{II} = \frac{1}{\Delta t^{II}} \int_{t_s^{II}}^{t_e^{II}} i \, dt \quad (4.22)$$

findet man für die Phase I

$$\bar{L}^I = \hat{L}^I - (\Delta R + \dot{L}) \frac{\bar{i}^I}{\Delta i^I} \Delta t^I. \quad (4.23)$$

Anhand von (4.23) ist erkennbar, dass sowohl ΔR als auch $\dot{L}$ einen identischen Einfluss auf den Schätzfehler $\hat{e}_L^I = \bar{L}^I - L$ haben. Durch Kombination von (4.23) und der Mittelwertberechnung der Induktivität aus der Phase II

$$\bar{L}^{II} = \hat{L}^{II} - (\Delta R + \dot{L}) \frac{\bar{i}^{II}}{\Delta i^{II}} \Delta t^{II}, \quad (4.24)$$

gelingt es für $\bar{L}^I = \bar{L}^{II} = \bar{L}$ den Term $\Delta R + \dot{L}$ aus der Schätzung der Induktivitäten $\bar{L}^I$ und $\bar{L}^{II}$ zu eliminieren und es kann die mittlere geschätzte Induktivität in der Form

$$\bar{L} = \frac{\hat{L}^I \Delta i^I \bar{i}^{II} \Delta t^{II} - \hat{L}^{II} \Delta i^{II} \bar{i}^I \Delta t^I}{\Delta i^I \bar{i}^{II} \Delta t^{II} - \Delta i^{II} \bar{i}^I \Delta t^I} \quad (4.25)$$

angegeben werden. Alle zur Berechnung von $\bar{L}$ nach (4.25) benötigten Terme (Δi^I , Δi^{II} , $\bar{i}^I$ und $\bar{i}^{II}$) können aus Messungen des Stromes i bestimmt werden, siehe Abschnitt 6.1. Unter der Annahmen, dass die Änderung des Strommittelwertes von Phase I zu Phase II nur gering ist, gilt $\bar{i}^I \approx \bar{i}^{II}$ sowie $\Delta i^I = -\Delta i^{II}$ und Gleichung (4.25) vereinfacht sich zu

$$\bar{L} = \frac{\hat{L}^I \Delta t^{II} + \hat{L}^{II} \Delta t^I}{\Delta t^I + \Delta t^{II}}. \quad (4.26)$$

Die Mittelung (4.26) entspricht dabei einer kreuzweisen Mittelung von $\hat{L}^I$ und $\hat{L}^{II}$. Diese vereinfachte Mittelung der Induktivität hat zum Nachteil, dass bei großen Änderungen des Tastverhältnisses χ und der damit verbundenen schnellen Änderung des Mittelwerts der Spulenspannung ein fehlerbehaftetes Schätzergebnis resultiert, während (4.25) in diesem Fall eine konsistente Schätzung liefert.

4.2 Positionsberechnung aus der geschätzten Induktivität

Im vorherigen Abschnitt wurde gezeigt, wie der Induktivitätsschätzwert $\bar{L}$ auf Basis der Strom- und Spannungsmessung bestimmt werden kann. Mit dem in Abschnitt 3.2 entwickelten Reluktanzmodell (3.9) kann durch Inversion des Zusammenhangs

$$\bar{L}(s) = \frac{N^2}{\mathcal{R}^{\text{inc}}(s)} \quad (4.27)$$

modellbasiert die Kugelposition berechnet werden. Mit (3.8), (3.9) und (4.27) ergibt sich die geschätzte Kugelposition zu

$$\hat{s} = \mu_0 A_g \frac{-\bar{L} \left(\mathcal{R}_l (\mathcal{R}_{fc}^{\text{inc}} + R_{fo}^{\text{inc}}) + \mathcal{R}_{fc}^{\text{inc}} \mathcal{R}_{fo}^{\text{inc}} \right) + N^2 (\mathcal{R}_l + \mathcal{R}_{fo}^{\text{inc}})}{\bar{L} (\mathcal{R}_{fc}^{\text{inc}} + \mathcal{R}_l) - N^2}. \quad (4.28)$$

4.3 Geschwindigkeitsschätzung

Aus dem mechanischen Teilmodell (3.17) geht hervor, dass zur Stabilisierung der schwebenden Kugel die Kenntnis der Kugelgeschwindigkeit w unumgänglich ist. Im Weiteren folgt eine kurze Skizze zweier Methoden zur Ermittlung der Geschwindigkeit.

4.3.1 Numerische Differentiation

Die erste Methode beruht direkt auf der geschätzten Position nach (4.28). Mithilfe der numerischen Differentiation des Zeitverlaufs $\hat{s}(t)$ erhält man die geschätzte Geschwindigkeit $\hat{w}$. Dazu wird eine näherungsweise Differentiation in der Form

$$\frac{d}{dt} x_w = -\frac{1}{T_w} x_w + \hat{s} \quad (4.29a)$$

$$\hat{w} = -\frac{1}{T_w^2} x_w + \frac{1}{T_w} \hat{s}, \quad (4.29b)$$

mit der Zustandsgröße x_w und der Zeitkonstante T_w verwendet. Bei der Wahl von T_w muss ein Kompromiss zwischen der erforderlichen Rauschunterdrückung und der resultierenden Phasendrehung eingegangen werden.

4.3.2 Geschwindigkeitsschätzung aus der geschätzten Induktivität

Die zweite Methode zur Ermittlung der Kugelgeschwindigkeit basiert auf den geschätzten Induktivitäten $\hat{L}^I$ und $\hat{L}^{II}$. Die Kombination von (4.23) und (4.24) führt zu

$$\dot{L} = w \frac{\partial L^{\text{inc}}}{\partial s} = \left(\hat{L}^{II} - \hat{L}^I \right) \left(\frac{\bar{i}^{II}}{\Delta i^{II}} \Delta t^{II} - \frac{\bar{i}^I}{\Delta i^I} \Delta t^I \right)^{-1} - \Delta R \quad (4.30)$$

und damit auf eine Geschwindigkeitsschätzung. Anhand von

$$\hat{w} = \left(\frac{\partial L^{\text{inc}}}{\partial s} \right)^{-1} \left((\hat{L}^{II} - \hat{L}^I) \left(\frac{\bar{i}^{II}}{\Delta i^{II}} \Delta t^{II} - \frac{\bar{i}^I}{\Delta i^I} \Delta t^I \right)^{-1} - \Delta R \right) \quad (4.31)$$

mit der partiellen Ableitung der Induktivität mit (3.9) und (3.14) in der Form

$$\frac{\partial L^{\text{inc}}}{\partial s} = - \frac{N^2 \mathcal{R}_l^2 \frac{\partial \mathcal{R}_g}{\partial s}}{(\mathcal{R}_{fc}^{\text{inc}} (\mathcal{R}_l + \mathcal{R}_g + \mathcal{R}_{fo}^{\text{inc}}) + \mathcal{R}_l (\mathcal{R}_g + \mathcal{R}_l))^2} \quad (4.32)$$

und

$$\frac{\partial \mathcal{R}_g}{\partial s} = \frac{1}{\mu_0 A_g} \quad (4.33)$$

ist ersichtlich, dass die Geschwindigkeitsschätzung vom Induktivitätsfehler $\hat{L}^{II} - \hat{L}^I$ und dem Widerstandswert ΔR abhängt. Um den Einfluss eines Widerstandswertes ΔR zu eliminieren, wird im Folgenden ein Widerstandsschätzalgorithmus vorgestellt.

4.4 Widerstandsschätzung

In der Praxis ist der Ohmsche Widerstand der Spule nicht genau bekannt. In Abschnitt 4.1.2 wurde bereits gezeigt, dass eine Kugelbewegung und eine Widerstandsabweichung ΔR den gleichen Einfluss auf die Induktivitätsschätzung haben. Analog zur Geschwindigkeitsschätzung in Abschnitt 4.3.2 wird zur Entwicklung einer Widerstandsschätzung der Induktivitätsfehler

$$\Delta \hat{L} = \hat{L}^{II} - \hat{L}^I \quad (4.34)$$

betrachtet. Da die Dynamik der temperaturbedingten Widerstandsänderung deutlich langsamer als die der Kugel zufolge einer Positionsänderung ist, kann unter der Verwendung eines Tiefpassfilters der Form

$$\frac{d}{dt} \Delta \bar{L} = -\frac{1}{T_f} (\Delta \bar{L} - \Delta \hat{L}), \quad (4.35)$$

mit der Zeitkonstante $T_f > 0$, der Einfluss von $\dot{L}$ auf den Schätzfehler (4.34) unterdrückt werden. Der daraus resultierende gefilterte Fehler $\Delta \bar{L}$ ist proportional zu ΔR und mithilfe des Adaptionsgesetzes

$$\frac{d}{dt} \hat{R} = -\frac{1}{T_e} \Delta \bar{L}, \quad \hat{R}(0) = \hat{R}_0, \quad (4.36)$$

mit der Zeitkonstante $T_e > 0$ und der Anfangsbedingung $\hat{R}_0$, wird der Fehler $\Delta\bar{L}$ und damit $\Delta\hat{L}$ stationär zu Null geregelt. Bei der Wahl der Zeitkonstanten T_f und T_e muss wiederum ein Kompromiss zwischen der erforderlichen Rauschunterdrückung und der Trennung der Widerstands- und Kugeldynamik eingegangen werden. Ein großer Vorteil des Widerstandsschätzalgorithmus besteht darin, dass alle verwendeten Größen bereits bei der Positionsschätzung berechnet wurden und damit die Implementierung ohne größeren Aufwand erfolgen kann.

5 Regelungsstrategie

Anhand des mathematischen Modells (3.16) wird ersichtlich, dass die schwebende Kugel ohne Regelung instabil ist. Um die Leistung der Schätzstrategie aus Kapitel 4 am Versuchsaufbau verifizieren zu können, bedarf es daher einer geeigneten Regelungsstrategie. Zur Stabilisierung der schwebenden Kugel folgt in den Abschnitten 5.1 und 5.2 ein einfacher Kaskadenregler, welcher im Inneren der Regelschleifen den Spulenstrom i und in der äußeren Regelschleife die Kugelposition s regelt. In Abschnitt 5.3 wird anschließend die Struktur der gesamten Schätz- und Regelungsstrategie vorgestellt.

5.1 Stromregler

Die Verwendung einer pulsweitenmodulierten Steuerspannung v in der Form (3.1) resultiert in einem dreiecksförmigen Stromrippel. Der Rippel hat zur Folge, dass sich die magnetische Kraft im Laufe einer PWM-Periode ändert. Da aber ein neues Tastverhältnis χ lediglich am Anfang jeder Periode gesetzt werden kann, ist nur der Strommittelwert $\bar{i}$ und damit auch nur der Mittelwert der magnetischen Kraft anhand des Tastverhältnisses χ regelbar. Mit dem Strommittelwert

$$\bar{i} = \frac{1}{T_{pwm}} \int_{t-T_{pwm}}^t i(\tau) d\tau \quad (5.1)$$

folgt

$$\bar{i}^{\text{rev}} = \bar{i}, \quad (5.2)$$

da der Strommittelwert $\bar{i}^{\text{inc}} = 0$ ist. Wird zusätzlich angenommen, dass die Kugelposition s und damit die Induktivität L^{rev} konstant ist, so ergibt sich aus (3.16b)

$$\frac{d}{dt} \bar{i} = -\frac{1}{L^{\text{rev}}} (R\bar{i} - \bar{v}) \quad (5.3)$$

mit dem Spannungsmittelwert nach (3.2). Da im Betriebsbereich die Änderungen von L^{rev} sehr klein sind, erfolgt der Entwurf des Stromreglers für eine nominelle

Induktivität L_{sp} . Zur Regelung des Strommittelwerts $\bar{i}$ wird eine Zwei-Freiheitsgrad-Regelkreisstruktur, bestehend aus Vorsteuerung und Regelung, verwendet. Unter der Voraussetzung einer hinreichend glatten Solltrajektorie $\bar{i}_d$ lautet der Steueranteil

$$\bar{v}_d = L_{sp} \frac{d}{dt} \bar{i}_d + R \bar{i}_d. \quad (5.4)$$

Die Regelabweichung $e_i = \bar{i} - \bar{i}_d$ wird mittels eines PI-Reglers der Form

$$\bar{v}_c = -\lambda_{1,i} e_i - \lambda_{0,i} \int_0^t e_i d\tau \quad (5.5)$$

mit den Reglerparametern $\lambda_{1,i}$, $\lambda_{0,i} > 0$ stabilisiert. Das Regelgesetz setzt sich nun in der Form

$$\bar{v} = \bar{v}_d + \bar{v}_c \quad (5.6)$$

zusammen und der Fehler des geschlossenen Regelkreises lautet

$$\frac{d}{dt} e_{i,i} = e_i \quad (5.7a)$$

$$\frac{d}{dt} e_i = -\frac{1}{L_{sp}} ((R + \lambda_{1,i}) e_i + \lambda_{0,i} e_{i,i}). \quad (5.7b)$$

Die Dynamik des linearen Fehlersystems kann nun beliebig durch die zwei Parameter $\lambda_{1,i}$ und $\lambda_{0,i}$ festgelegt werden. Eine passende Wahl der Parameter garantiert die Robustheit des Reglers gegenüber einer Änderung von L^{rev} . Die Struktur des Stromreglers ist in Abbildung 5.1 dargestellt. Die Umrechnung vom Spannungsmittelwert $\bar{v}$ auf das Tastverhältnis χ erfolgt durch die Inversion von (3.2) zu

$$\chi = \frac{\bar{v}}{2v_{bat}} + \frac{1}{2}. \quad (5.8)$$

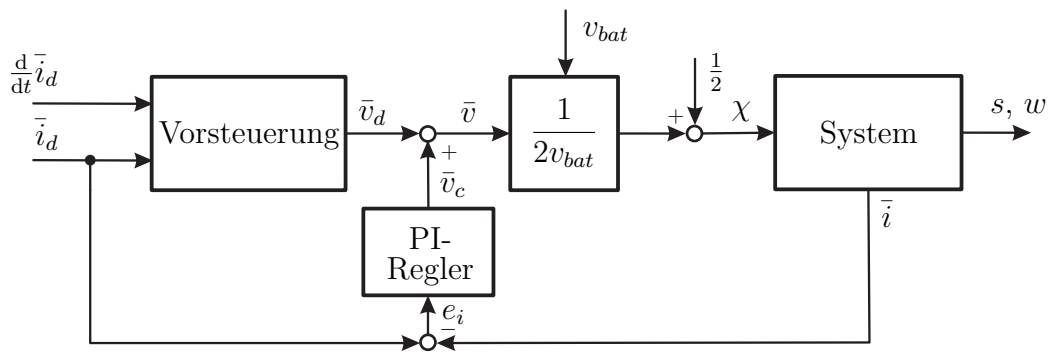


Abbildung 5.1: Strukturbild des Zwei-Freiheitsgrad-Stromreglers.

5.2 Positionsregler

Die Kugelposition s wird in der äußeren Schleife geregelt. Dabei wird angenommen, dass der Stromregler der inneren Regelschleife schnell genug ist und $\dot{i} = \dot{i}_d$ gilt. Der Strommittelwert $\bar{i}$ wird im Weiteren als Stellgröße verwendet und unter der Annahme, dass keine externe Lastkraft wirkt, $f_l = 0$, ergibt sich das mechanische Entwurfsmodell zu

$$\frac{d}{dt}s = w \quad (5.9a)$$

$$\frac{d}{dt}w = \frac{1}{m}(mg + f_m(\bar{i}, s)). \quad (5.9b)$$

Der Integralanteil des Positionsreglers wird die als konstant angenommene Lastkraft nach dem Prinzip eines internen Störmodells kompensieren [12]. In Abschnitt 3.3 wurde gezeigt, dass die magnetische Kraft f_m eine Funktion der Kugelposition s sowie des Spulenstroms i . Da die Dynamik des mechanischen Systems im Vergleich zur Periodendauer T_{pwm} wesentlich langsamer ist, bewirkt folglich nur der Mittelwert der magnetischen Kraft eine Positionsänderung. Für den weiteren Reglerentwurf dient daher die Magnetkraft f_m als virtuelle Stellgröße, da anhand der Position durch Inversion von (3.19) auf den Sollstrom geschlossen werden kann. Äquivalent zum Entwurf des Stromreglers wird auch der Positionsregler als Zwei-Freiheitsgrad-Regelung ausgeführt. Durch Vorgabe einer zweifach stetig differenzierbaren Solltrajektorie $s_d(t)$ lautet die Vorsteuerung

$$f_{m,d} = m(\ddot{s}_d - g), \quad (5.10)$$

mit der Sollkugelbeschleunigung $\ddot{s}_d$. Mittels des Positionsfehlers $e_s = s - s_d$ und des Geschwindigkeitsfehlers $e_w = w - \dot{s}_d$ mit der Sollgeschwindigkeit $w_d = \dot{s}_d$, kann das PID-Regelgesetz

$$f_{m,c} = m \left(-\lambda_{2,s}e_w - \lambda_{1,s}e_s - \lambda_{0,s} \int_0^t e_s d\tau \right) \quad (5.11)$$

mit den Regelparametern $\lambda_{2,s}$, $\lambda_{1,s}$ und $\lambda_{0,s} > 0$ vorgegeben werden. Die virtuelle Stellgröße setzt sich nun aus

$$f_m = f_{m,d} + f_{m,c} \quad (5.12)$$

zusammen und die Umrechnung auf die reale Stellgröße erfolgt über den Zusammenhang (3.19) zu

$$\bar{i} = \sqrt{\frac{2f_m}{\frac{\partial L^{\text{rev}}(s)}{\partial s}}}. \quad (5.13)$$

Das Fehlersystem des geschlossenen Kreises ergibt sich zu

$$\frac{d}{dt}e_{i,s} = e_s \quad (5.14a)$$

$$\frac{d}{dt}e_s = e_w \quad (5.14b)$$

$$\frac{d}{dt}e_w = -(\lambda_{2,s}e_w + \lambda_{1,s}e_s + \lambda_{0,s}e_{i,s}), \quad (5.14c)$$

womit die Dynamik des geschlossenen Kreises vorgegeben werden kann. Abbildung 5.2 zeigt das Strukturbild des Positionsreglers.

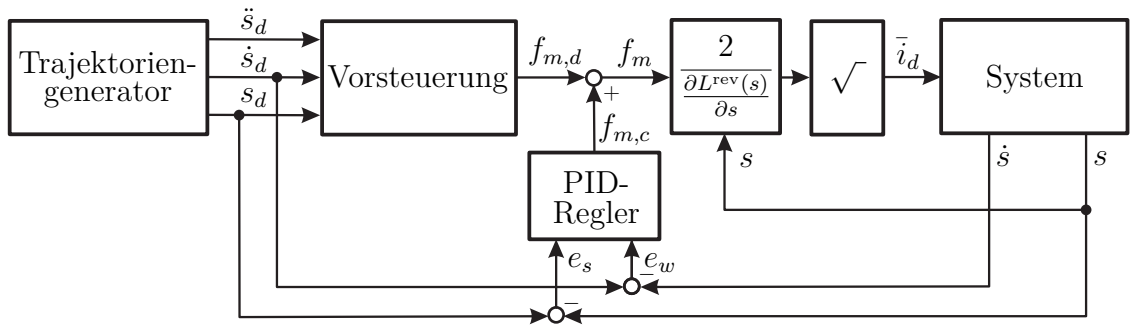


Abbildung 5.2: Strukturbild des Positionsreglers samt Trajektoriengenerator.

5.3 Gesamtstruktur der Schätz- und Regelungsstrategie

Abbildung 5.3 zeigt die gesamte Struktur der Schätz- und Regelungsstrategie bestehend aus der Positions- und Geschwindigkeitsschätzung, dem Kaskadenregler mit dem Stromregler in der inneren Regelschleife und dem Positionsregler in der äußeren Regelschleife sowie dem Trajektoriengenerator, der den zweifach stetig differenzierbaren Verlauf der Sollposition s_d vorgibt.

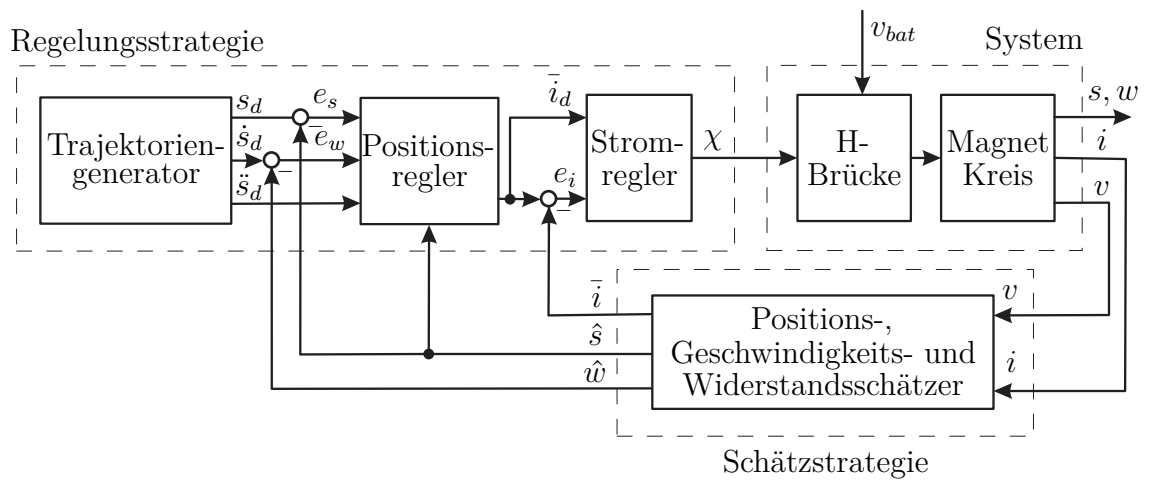


Abbildung 5.3: Gesamtstruktur der Schätz- und Regelungsstrategie.

6 Implementierung der Schätz- und Regelungsstrategie

Die Implementierung der Schätz- und Regelungsstrategie aus den Kapiteln 4 und 5 auf dem dSPACE Echtzeitsystem erfolgt mittels des REAL-TIME WORKSHOPS von MATLAB/SIMULINK. Das REAL-TIME INTERFACE (RTI) von dSPACE [16] dient als Bindeglied zwischen dem dSPACE Echtzeitsystem und dem in MATLAB/SIMULINK implementierten Modell. Zusammen mit dem REAL-TIME WORKSHOP generiert das REAL-TIME INTERFACE automatisch aus dem MATLAB/SIMULINK-Modell einen auf der dSPACE-Hardware ausführbaren Code. Zudem steuert das RTI die Programmierung und Ausführung des generierten Codes auf dem Basissystem und der Erweiterungskarte. Unter Implementierung versteht man im Weiteren die Programmierung eines MATLAB/SIMULINK-Modells, welches auf die Ausführung auf dem Basissystem oder auf der Erweiterungskarte angepasst ist. In Abschnitt 6.1 folgt vorbereitend für die Implementierung im dSPACE-System die echtzeitfähige Umsetzung der Schätzstrategie aus Kapitel 4 und in Abschnitt 6.2 die Aufteilung bzw. Zusammenfassung der Algorithmen der Schätz- und Regelungsstrategie in einen schnellen und einen langsamen Teilalgorithmus. In Abschnitt 6.3 wird auf Basis der echtzeitfähigen Umsetzung der Schätzstrategie die Implementierung des schnellen Teilalgorithmus für die Ausführung auf der Erweiterungskarte behandelt. Anschließend folgt in Abschnitt 6.4 die Implementierung des langsamen Teilalgorithmus für die Ausführung auf dem Basissystem. Der Datentransfer zwischen Basissystem und Erweiterungskarte wird in Abschnitt 6.5 und der zeitliche Ablauf der Ausführung der Schätz- und Regelungsstrategie im Basissystem und der Erweiterungskarte in Abschnitt 6.6 behandelt.

6.1 Echtzeitfähige Umsetzung der Schätzstrategie

In Kapitel 4 wurden die mathematischen Grundlagen der Schätzstrategie vorgestellt. Das Hauptproblem bei der digitalen Implementierung der Schätzstrategie ist die schnelle Stromdynamik und die damit erforderliche hohe Abtastrate zu deren

Erfassung. Um das Messrauschen zu unterdrücken und eine hohe Schätzgüte der Induktivität und damit der Position zu erlangen, muss die Messung des Spulenstroms i und der Spulenspannung v hochfrequent erfolgen. Die Abtastzeit muss daher wesentlich kleiner als die Periodendauer T_{pwm} sein. Die Periodendauer muss einerseits groß genug sein, so dass genügend Messpunkte pro PWM-Periode für eine adäquate Rauschunterdrückung in der Schätzung zur Verfügung stehen und andererseits muss sie klein genug sein, um unterhalb der Zeitkonstante des mechanischen Systems zu bleiben. Die Herausforderung besteht nun darin, den Schätzalgorithmus so zu formulieren, dass die Verarbeitung der Abtastwerte von v und i mit der Abtastrate T_s erfolgt und am Ende jeder Periodendauer T_{pwm} die Schätzergebnisse vorliegen. Es sei angemerkt, dass aus Gründen der Übersicht wieder die Ausführungen für die Phase I angeführt werden. Für die Phase II ergibt sich auf analoge Art und Weise.

Die Basis der Induktivitätsschätzung bildet die Ausgleichslösung (4.8)

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}^I = \left((\mathbf{S}^I)^T \mathbf{S}^I \right)^{-1} (\mathbf{S}^I)^T \mathbf{y}^I. \quad (6.1)$$

Anstatt $\mathbf{S}^I$ und $\mathbf{y}^I$ einzeln zu berechnen, ist es wesentlich effizienter, diese zu $\boldsymbol{\Xi} = (\mathbf{S}^I)^T \mathbf{S}^I \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ und $\boldsymbol{\xi} = (\mathbf{S}^I)^T \mathbf{y}^I \in \mathbb{R}^2$ zusammenzufassen und direkt zu bestimmen. Eine kurze Analyse zeigt, dass sich $\boldsymbol{\Xi}$ und $\boldsymbol{\xi}$ in der Form

$$\boldsymbol{\Xi} = \begin{bmatrix} m_e^I - m_s^I + 1 & \sum_{j=m_s^I}^{m_e^I} \Delta\psi_j \\ \sum_{j=m_s^I}^{m_e^I} \Delta\psi_j & \sum_{j=m_s^I}^{m_e^I} (\Delta\psi_j)^2 \end{bmatrix} \quad (6.2)$$

und

$$\boldsymbol{\xi} = \begin{bmatrix} \sum_{j=m_s^I}^{m_e^I} i_j \\ \sum_{j=m_s^I}^{m_e^I} i_j \Delta\psi_j \end{bmatrix} \quad (6.3)$$

darstellen lassen. Wie aus (6.2) und (6.3) ersichtlich ist, müssen zur Berechnung der Matrixeinträge lediglich einige Multiplikationen und Summationen ausgeführt werden. Im Hinblick auf eine Implementierung in Ganzzahlenarithmetik auf einem FPGA ist dieser Umstand von großem Vorteil.

Ein weiterer wichtiger Punkt der Induktivitätsschätzung (4.25) bildet die Bestimmung der Stromhübe

$$\Delta i^I = i_{m_e^I} - i_{m_s^I} \quad \text{und} \quad \Delta i^{II} = i_{m_e^{II}} - i_{m_s^{II}} \quad (6.4)$$

sowie die Strommittelwerte der Teilperioden $\bar{i}^I$ und $\bar{i}^{II}$ nach (4.22). Eine direkte Bestimmung von Δi^I und Δi^{II} aus den Messungen der Stromanfangs- und -endwerte würde aufgrund von Störungen und Messrauschen zu sehr ungenauen Schätzergebnissen führen. Um eine robustere Bestimmung von Δi^I und Δi^{II} zu erreichen, wird eine weitere Identifikation auf Basis der Messwerte des Stroms in der Phase I bzw. II durchgeführt. Unter der Annahme eines dreiecksförmigen Stromverlaufs kann jeder Abtastschritt durch

$$i_j = i_{m_s^I} + \frac{j - m_s^I}{m_e^I - m_s^I} \Delta i^I \quad \text{für} \quad j = m_s^I, \dots, m_e^I \quad (6.5)$$

angegeben werden. In Vektorschreibweise ergibt sich

$$\underbrace{\begin{bmatrix} i_{m_s^I} \\ i_{m_s^I+1} \\ \vdots \\ i_{m_e^I} \end{bmatrix}}_{\mathbf{h}^I} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & \frac{m_s^I - m_s^I}{m_e^I - m_s^I} \\ 1 & \frac{m_s^I + 1 - m_s^I}{m_e^I - m_s^I} \\ \vdots & \vdots \\ 1 & \frac{m_e^I - m_s^I}{m_e^I - m_s^I} \end{bmatrix}}_{\mathbf{Q}^I} \underbrace{\begin{bmatrix} i_{m_s^I} \\ \Delta i^I \end{bmatrix}}_{\boldsymbol{\rho}^I} \quad (6.6)$$

mit dem Messvektor $\mathbf{h}^I \in \mathbb{R}^{m_e^I - m_s^I + 1}$, der Datenmatrix $\mathbf{Q}^I \in \mathbb{R}^{(m_e^I - m_s^I + 1) \times 2}$ und dem zu bestimmenden Parametervektor $\boldsymbol{\rho}^I \in \mathbb{R}^2$. Die optimale Lösung von (6.6) im Sinne der kleinsten Fehlerquadrate lässt sich zu

$$\hat{\boldsymbol{\rho}}^I = \left((\mathbf{Q}^I)^T \mathbf{Q}^I \right)^{-1} (\mathbf{Q}^I)^T \mathbf{h}^I \quad (6.7)$$

ermitteln. Um die Berechnung von (6.7) möglichst effektiv und echtzeitfähig zu gestalten, führt eine Zusammenfassung und Analyse der Terme aus (6.7) zu

$$\left((\mathbf{Q}^I)^T \mathbf{Q}^I \right)^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{2(2\Delta m^I + 1)}{\zeta} & \frac{-6\Delta m^I}{\zeta} \\ \frac{-6\Delta m^I}{\zeta} & \frac{12\Delta m^I}{\zeta} \end{bmatrix} \quad (6.8)$$

und

$$(\mathbf{Q}^I)^T \mathbf{h}^I = \begin{bmatrix} \sum_{j=m_s^I}^{m_e^I} i_j \\ \sum_{j=m_s^I}^{m_e^I} i_j \frac{j - m_s^I}{\Delta m^I} \end{bmatrix}, \quad (6.9)$$

mit $\zeta = (\Delta m^I + 2)(\Delta m^I + 1)$ und $\Delta m^I = m_e^I - m_s^I$. Wie leicht erkennbar ist, lassen sich die Einträge (6.8) alleine aus der Kenntnis von m_e^I und m_s^I berechnen und der erste Eintrag von (6.9) steht bereits aus den Berechnungen von (6.3) zur Verfügung. Die Strommittelwerte $\bar{i}^I$ und $\bar{i}^{II}$ können direkt anhand des ersten Vektoreintrags von (6.9) bestimmt werden, denn es gilt näherungsweise

$$\bar{i}^I \approx \frac{1}{\Delta m^I} \sum_{j=m_s^I}^{m_e^I} i_j \quad \text{bzw.} \quad \bar{i}^{II} \approx \frac{1}{\Delta m^{II}} \sum_{j=m_s^{II}}^{m_e^{II}} i_j. \quad (6.10)$$

6.2 Aufteilung in einen schnellen und einen langsamen Teilalgorithmus

Aus der echtzeitfähigen Umsetzung der Schätzstrategie des vorhergegangenen Abschnitts 6.1 wird ersichtlich, dass die Einträge der Matrizen zur Berechnung der Pseudoinversen Ξ , ξ sowie $(\mathbf{Q}^I)^T \mathbf{h}^I$ in der Zeit T_s berechnet werden und die Endberechnung der Schätzstrategie aus den Matrizen in der darauffolgenden PWM-Periode in der Zeit T_{pwm} erfolgt. Im Hinblick auf die Implementierung der Schätz- und Regelungsstrategie auf dem DSP-System werden, für eine optimale und einsatzgerechte Verwendung der zur Verfügung stehenden Hardwareressourcen, die Teilalgorithmen der Schätzstrategie, welche mit T_s ausgeführt werden, zu einem schnellen Teilalgorithmus Σ_{T_s} und die Teilalgorithmen der Schätzstrategie, welche mit T_{pwm} ausgeführt werden, zu einem langsamen Teilalgorithmus $\Sigma_{T_{pwm}}$ zusammengefasst. Jeweils am Ende einer PWM-Periode werden die Ergebnisse des schnellen Teilalgorithmus an den langsamen Teilalgorithmus übergeben und dieser bestimmt innerhalb der darauffolgenden PWM-Periode die Positions- und Geschwindigkeitsschätzwerte aus den Matrizen Ξ , ξ und $(\mathbf{Q}^I)^T \mathbf{h}^I$. In Abschnitt 5.1 wurde erwähnt, dass das Tastverhältnis χ lediglich am Anfang einer PWM-Periode gesetzt werden kann. Folglich erfolgt die Ausführung der Regelungsstrategie aus Kapitel 5 im Digitalrechner in der Zeit T_{pwm} . Da der Positionsregler aus Abschnitt 5.2 seine Regelgrößen vom langsamen Teilalgorithmus der Schätzstrategie erhält, wird dessen Algorithmus ebenfalls zum langsamen Teilalgorithmus $\Sigma_{T_{pwm}}$ hinzugefügt. Für den Positionsregler wurde die Annahme $\bar{i}_d = \bar{i}$ getroffen und es ist daher notwendig, den Stromregler aus Abschnitt 5.1 jeweils am Ende einer PWM-Periode mit dem aktuellen Strommittelwert $\bar{i}$ auszuführen und die Stellgröße χ zu berechnen. Der Algorithmus des Stromreglers wird daher dem schnellen Teilalgorithmus Σ_{T_s} hinzugefügt und am Ende jeder PWM-Periode mit dem Strommittelwert $\bar{i}$ der jeweiligen Periode ausgeführt. Abbildung 6.1 zeigt die gesamte Struktur der Schätz- und Regelungsstrategie mit der Aufteilung in einen langsamen und schnellen Teilalgorithmus.

6.3.1 Ansteuerung des Leistungsverstärkers

Die Ansteuerung des Leistungsverstärkers erfolgt über die digitalen Ausgänge 1 und 2 der Erweiterungskarte. Die Zustandskombinationen $[1, 0]$ bzw. $[0, 1]$ der digitalen Ausgänge 1 und 2 liefert am Ausgang des Leistungsverstärkers die Spannung v_{bat} bzw. $-v_{bat}$. Die Anzahl an Abtastwerten je PWM-Periode und in der Phase I ist gegeben durch

$$M = \frac{T_{pwm}}{T_s} \quad \text{und} \quad M^I = \chi M. \quad (6.11)$$

Damit lässt sich die mathematische Beschreibung der pulsweitenmodulierten Spannung aus (3.1) im Hinblick auf die Implementierung im FPGA anpassen. Die Zustandskombinationen der digitalen Ausgänge für einen Abtastschritt j , mit $t_j = jT_s$ und $j \in \mathbb{N}$, lauten somit

$$[\text{Ausgang 1}, \text{Ausgang 2}] = \begin{cases} [1, 0] & \text{für } kM < j \leq kM + M^I \\ [0, 1] & \text{für } kM + M^I < j \leq (k+1)M \end{cases} \quad (6.12)$$

für die Zeitschritte $t_k = kT_{pwm}$ mit $k \in \mathbb{N}$. Die Implementierung von (6.12) erzeugt direkt den PWM-Verlauf der Spulenspannung $v(t)$ mit der Periodendauer T_{pwm} und dem Tastverhältnis χ .

6.3.2 Messsignalerfassung und Aufbereitung

Die Erfassung des Spulenstroms und der Spulenspannung wird durch den Messverstärker der Leistungselektronik und den A/D-Wandlern der Erweiterungskarte ermöglicht. Die Strom- und Spannungssignale der Spule koppeln sich aus dem Messverstärker mit den Faktoren k_i bzw. k_v aus und werden anschließend mit den 14 Bit A/D-Wandlern der DS5203 Erweiterungskarte quantisiert und mit der Abtastzeit T_s diskretisiert. Die Berechnung der Auskoppelfaktoren und deren Werte sind dem Anhang B zu entnehmen. Abbildung 6.2 stellt diesen Vorgang grafisch dar.

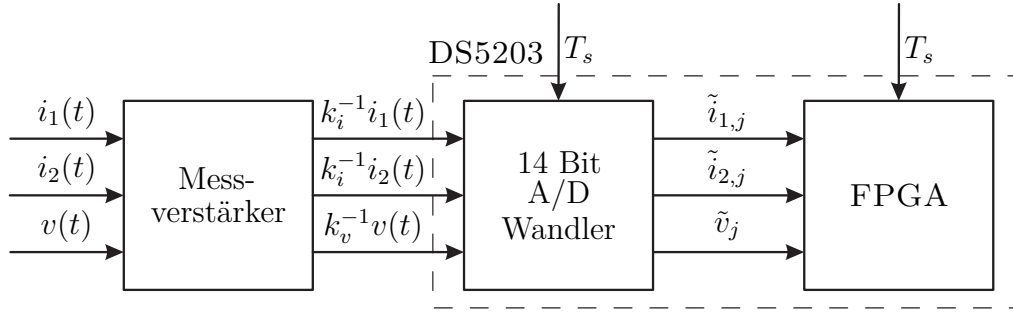


Abbildung 6.2: Digitalisierung von Spulenstrom und -spannung.

Wie aus Abbildung 6.2 erkennbar ist, werden zwei Stromsignale, $i_1(t)$ und $i_2(t)$, ausgekoppelt. Das Stromsignal $i_1(t)$ liefert den Spulenstrom im Zeitraum der Phase I und $i_2(t)$ den Spulenstrom im Zeitraum der Phase II . Nach dem Digitalisieren erfolgt die Zusammensetzung der zwei Stromsignale über

$$\tilde{i}_j = \begin{cases} \tilde{i}_{1,j} & \text{für } kM < j \leq kM + M^I \\ \tilde{i}_{2,j} & \text{für } kM + M^I < j \leq (k+1)M \end{cases} \quad (6.13)$$

für die Zeitschritte $t_j = jT_s$ mit $j \in \mathbb{N}$ und $t_k = kT_{pwm}$ mit $k \in \mathbb{N}$ und im FPGA stehen somit die ganzzahlskalierten diskreten Signale $\tilde{i}_j$ und $\tilde{v}_j$ für weitere Berechnungen zur Verfügung. Über die Wortlänge w_{AD} und dem maximalen realen Eingangsbereich A_{max} des A/D-Wandlers sowie den Auskoppelfaktoren von Strom und Spannung berechnen sich die realen Abtastwerte von Spulenstrom und -spannung mit (A.4) zu

$$i_j = \frac{k_i A_{max} \tilde{i}_j}{2^{w_{AD}-1} - 1} = S_i \tilde{i}_j \quad \text{und} \quad v_j = \frac{k_v A_{max} \tilde{v}_j}{2^{w_{AD}-1} - 1} = S_v \tilde{v}_j. \quad (6.14)$$

6.3.3 Anpassung der Schätzstrategie an die Ganzzahlenarithmetik

Die folgende Anpassung der Schätzstrategie an die Ganzzahlenarithmetik wird wiederum für die Phase I besprochen, da sich für die Phase II äquivalente Ergebnisse ergeben. Die Berechnung der Matrizen Ξ^I , ξ^I sowie $(\mathbf{Q}^I)^T \mathbf{h}^I$ aus Abschnitt 6.1 sind in einem Digitalrechner mit einer Gleitkommaeinheit direkt implementierbar. Da aber die Implementierung im FPGA der Erweiterungskarte in Ganzzahlenarithmetik erfolgt, werden die fünf Matrix- und Vektoreinträge aus (6.2), (6.3) und (6.9)

$$\Sigma_{\Delta\psi,k}^I = \sum_{j=m_s^I}^{m_e^I} \Delta\psi_j, \quad \Sigma_{(\Delta\psi)^2,k}^I = \sum_{j=m_s^I}^{m_e^I} (\Delta\psi_j)^2, \quad \Sigma_{i,k}^I = \sum_{j=m_s^I}^{m_e^I} i_j, \quad (6.15a)$$

$$\Sigma_{i\Delta\psi,k}^I = \sum_{j=m_s^I}^{m_e^I} i_j \Delta\psi_j \quad \text{und} \quad \Sigma_{ij,k}^I = \sum_{j=m_s^I}^{m_e^I} i_j \frac{j - m_s^I}{\Delta m_k^I} \quad (6.15b)$$

für die Zeitschritte $t_k = kT_{pwm}$ mit $k \in \mathbb{N}$, mit

$$\Delta\psi_{m_s^I} = 0 \quad (6.16a)$$

$$\Delta\psi_{l^I} = T_s \sum_{j=m_s^I}^{l^I-1} (v_j - Ri_j) \quad \text{für} \quad l^I = m_s^I + 1, \dots, m_e^I \quad (6.16b)$$

an die Ganzzahldarstellung angepasst. Bei der Anpassung sind folgende Punkte zu berücksichtigen:

- Die Messgrößen Strom und Spannung sowie der Ohmsche Spulenwiderstand sind im FPGA ganzzahlenskaliert. Eine kurze Übersicht zur Ganzzahldarstellung im Digitalrechner wird im Anhang A gegeben.
- Die Ergebnisse der im FPGA ausgeführten Berechnungen sind ebenfalls ganzzahlenskaliert und müssen für eine weitere Verwendung im Basissystem zuerst deskaliert werden.
- Die Anzahl an arithmetischen Operationen und die dazu benötigten Variablen sind gering zu halten.
- Divisionen mit einem Divisor ungleich einem Vielfachen von zwei sind aufgrund des hohen Ressourcenaufwands zu vermeiden.

Es folgt nun die Ganzzahldarstellung von (6.15) unter Berücksichtigung der genannten Punkte:

Ausgangspunkt der Anpassung ist die Berechnung von $\Delta\psi$ aus (6.16). Das Einsetzen der ganzzahlenskalierten Größen von Strom und Spannung aus (6.14) sowie dem ganzzahlenskalierten Ohmschen Widerstand $R = S_R \tilde{R}$ in (6.16) führt auf

$$\Delta\psi_{m_s^I} = 0 \quad (6.17a)$$

$$\Delta\psi_{l^I} = T_s \left(S_v \sum_{j=m_s^I}^{l^I-1} \tilde{v}_j - S_{Ri} \sum_{j=m_s^I}^{l^I-1} \tilde{R} \tilde{i}_j \right) \quad \text{für} \quad l^I = m_s^I + 1, \dots, m_e^I \quad (6.17b)$$

mit dem zusammengefassten Skalierungsfaktor $S_{Ri} = S_R S_i$. Da $0 \leq S_u \leq 1$ und $0 \leq S_{Ri} \leq 1$ sind, ist die Berechnung von (6.17) nicht in Ganzzahlenarithmetik ausführbar. Die Einführung des Skalierungsfaktors

$$S_\psi = T_s \frac{S_v}{G_{\psi v}} = T_s \frac{S_{Ri}}{G_{\psi Ri}}, \quad (6.18)$$

mit den konstanten Faktoren $G_{\psi v}, G_{\psi Ri} \in \mathbb{N}$, welche über

$$G_{\psi v} = \frac{m_\psi}{S_{Ri}} \quad \text{und} \quad G_{\psi Ri} = \frac{m_\psi}{S_v} \quad (6.19)$$

gegeben sind, ermöglicht die Implementierung in Ganzzahlenarithmetik. Die Konstante $m_\psi \in \mathbb{N}$ wird dabei so groß gewählt, dass $G_{\psi v}$ und $G_{\psi Ri}$ gerade noch natürliche Zahlen sind. Eingesetzt in (6.17) erhält man somit

$$\Delta\psi_{m_s^I} = 0 \quad (6.20a)$$

$$\Delta\psi_{l^I} = S_\psi \underbrace{\left(G_{\psi v} \underbrace{\sum_{j=m_s^I}^{l^I-1} \tilde{v}_j}_{\Sigma_{v,k}^I} - G_{\psi Ri} \underbrace{\sum_{j=m_s^I}^{l^I-1} \tilde{R}\tilde{i}_j}_{\Sigma_{Ri,k}^I} \right)}_{\Delta\tilde{\psi}_{l^I}} \quad \text{für } l^I = m_s^I + 1, \dots, m_e^I, \quad (6.20b)$$

mit den ganzzahlenskalierten Zwischengrößen $\Sigma_{v,k}^I, \Sigma_{Ri,k}^I$ und dem ganzzahlenskalierten Wert der Flussänderung $\Delta\tilde{\psi}_{l^I}$. Die Berechnung von $\Delta\tilde{\psi}_{l^I}$ ist jetzt komplett in Ganzzahlenarithmetik durchführbar und folglich im FPGA implementierbar. Das Einsetzen von (6.20) in (6.15) führt auf den ganzzahlenskalierten Wert der Aufsummierung von $\Delta\psi$ über die Abtastschritte im Zeitraum der Phase I

$$\tilde{\Sigma}_{\Delta\psi,k}^I = \frac{\Sigma_{\Delta\psi,k}^I}{S_\psi} = \sum_{j=m_s^I}^{m_e^I} \Delta\tilde{\psi}_j. \quad (6.21)$$

Durch das Quadrieren von (6.20) erhält man $\Sigma_{(\Delta\psi)^2,k}^I$ aus (6.15) in Ganzzahlendarstellung zu

$$\tilde{\Sigma}_{(\Delta\psi)^2,k}^I = \frac{\Sigma_{(\Delta\psi)^2,k}^I}{S_{\psi^2}} = \sum_{j=m_s^I}^{m_e^I} (\Delta\tilde{\psi}_j)^2, \quad (6.22)$$

mit dem Skalierungsfaktor $S_{\psi^2} = (S_\psi)^2$. Das Einsetzen von (6.14) in $\Sigma_{i,k}^I$ aus (6.15) führt auf die ganzzahlenskalierte Summe des Stroms aus der Phase I

$$\tilde{\Sigma}_{i,k}^I = \frac{\Sigma_{i,k}^I}{S_i} = \sum_{j=m_s^I}^{m_e^I} \tilde{i}_j. \quad (6.23)$$

Durch die Kombination von (6.14) und (6.20) erfolgt die ganzzahlenskalierte Berechnung von $\Sigma_{i\Delta\psi,k}$ aus (6.15) zu

$$\tilde{\Sigma}_{i\Delta\psi,k}^I = \frac{\Sigma_{i\Delta\psi,k}^I}{S_{i\psi}} = \sum_{j=m_s^I}^{m_e^I} \tilde{i}_j \Delta\tilde{\psi}_j, \quad (6.24)$$

mit dem Skalierungsfaktor $S_{i\psi} = S_i S_\psi$. Die Wahl eines von Δm_k^I abhängigen Skalierungsfaktors

$$S_{ij,k}^I = \frac{S_i}{\Delta m_k^I} \quad (6.25)$$

führt auf die im FPGA implementierbare Form von Σ_{ij} , es gilt somit

$$\tilde{\Sigma}_{ij,k}^I = \frac{\Sigma_{ij,k}^I}{S_{ij,k}^I} = \sum_{j=m_s^I}^{m_e^I} \tilde{i}_j (j - m_s^I). \quad (6.26)$$

Durch die Implementierung von (6.21) bis (6.24) und (6.26) für die Phasen I und II erhält man die Einträge der Matrizen Ξ , ξ sowie $(\mathbf{Q})^T \mathbf{h}$ jeweils am Ende der jeweiligen Phase. Die Matrizen aus den Phasen I und II werden gemeinsam am Ende jeder PWM-Periode an das Basissystem übertragen und dort mit den jeweiligen Skalierungsfaktoren deskaliert und weiterverarbeitet. Der Vorgang der Skalierung und Deskalierung der für die Schätzstrategie relevanten Eingangs- und Ausgangsgrößen der Erweiterungskarte ist in Abbildung 6.3 für Phase I dargestellt.

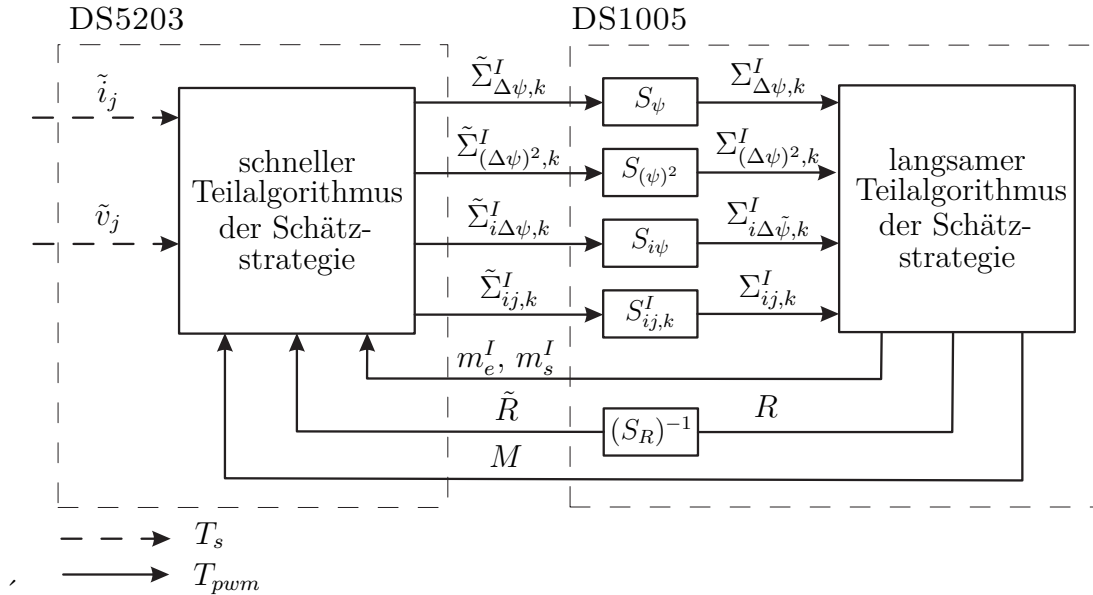


Abbildung 6.3: Skalierung und Deskalierung der Eingangs- bzw. Ausgangsgrößen des schnellen Teilalgorithmus der Schätzstrategie für die Phase I .

6.3.4 Anpassung des Stromreglers an die Ganzzahlenarithmetik

Der in Abschnitt 5.1 entworfene Stromregler kann in einem Digitalrechner mit Gleitkommaarithmetik direkt in der Form

$$\bar{v}_k = -\lambda_{1,i}e_{i,k} - \lambda_{0,i}T_{pwm}e_{\Sigma i,k} \quad (6.27a)$$

$$\chi_k = \frac{\bar{v}_k}{2v_{bat}} + \frac{1}{2} \quad (6.27b)$$

mit dem Fehlersystem

$$e_{i,k} = \bar{i}_{d,k} - \bar{i}_k \quad (6.28a)$$

$$e_{\Sigma i,k+1} = e_{\Sigma i,k} + e_{i,k} \quad (6.28b)$$

und der Approximation

$$\bar{i}_k = \frac{1}{T_{pwm}} \int_{(k-1)T_{pwm}}^{kT_{pwm}} i(t) dt \approx \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M i_j \quad (6.29)$$

mit $t_k = kT_{pwm}$ für $k \in \mathbb{N}$ implementiert werden. Für die Implementierung im FPGA muss, wie zuvor für den schnellen Teilalgorithmus der Schätzstrategie in Abschnitt 6.3.3 gezeigt, eine Anpassung an die Ganzzahlenarithmetik erfolgen. Für die Anpassung sind folgende Punkte zu berücksichtigen:

- Die Reglerkoeffizienten und die Regelgröße müssen ganzzahlenskaliert sein.
- Nach der Berechnung der Stellgröße in Ganzzahldarstellung muss diese deskaliert werden.
- Die Anzahl an arithmetischen Operationen und die dazu benötigten Variablen sind gering zu halten.
- Divisionen mit einem Divisor ungleich einem Vielfachen von Zwei sind aufgrund des hohen Ressourcenaufwands zu vermeiden.

Es folgt nun die Anpassung von (6.27) und (6.28) an die Ganzzahlenarithmetik unter Berücksichtigung der genannten Punkte:

Setzt man (6.27a) in (6.27b) ein, so erhält man direkt die Stellgröße

$$\chi_k = - \left(\frac{\lambda_{1,i}}{2v_{bat}} e_{i,k} + \frac{\lambda_{0,i}}{2v_{bat}} T_{pwm} e_{\Sigma i,k} \right) + \frac{1}{2}. \quad (6.30)$$

Das geschickte Zusammenfassen und Skalieren der Terme aus (6.28) und (6.30) in der Form

$$\tilde{\lambda}_{1,i} = \frac{\lambda_{1,i}}{2v_{bat}} \frac{S_{\Sigma_i}}{2^{-n_\lambda}} = S_{\lambda 1,i} \lambda_{1,i} \quad \text{und} \quad \tilde{\lambda}_{0,i} = \frac{\lambda_{0,i}}{2v_{bat}} T_{pwm} \frac{S_{\Sigma_i}}{2^{-n_\lambda}} = S_{\lambda 0,i} \lambda_{0,i} \quad (6.31a)$$

sowie

$$\tilde{\tilde{i}}_{d,k} = \frac{M \bar{i}_{d,k}}{S_{\Sigma_i}} = \frac{\bar{i}_{d,k}}{S_{\tilde{i}_d}}, \quad \tilde{e}_{i,k} = \frac{M}{S_{\Sigma_i}} e_{i,k} \quad \text{und} \quad \tilde{e}_{\Sigma_i,k} = \frac{M}{S_{\Sigma_i}} e_{\Sigma_i,k} \quad (6.31b)$$

mit den Skalierungsfaktoren $S_{\Sigma_i} = S_i S_M$ und $S_{\tilde{i}_d}$ sowie der frei wählbaren Bitverschiebungskonstante $n_\lambda \in \mathbb{N}$ zur Deskalierung der Stellgröße führt auf das Tastverhältnis

$$\chi_k = -\frac{2^{-n_\lambda}}{M} \left(\tilde{\lambda}_{1,i} \tilde{e}_{i,k} + \tilde{\lambda}_{0,i} \tilde{e}_{\Sigma_i,k} \right) + \frac{1}{2}. \quad (6.32)$$

Bei der Wahl von n_λ ist zu berücksichtigen, dass $\tilde{\lambda}_{1,i}$ und $\tilde{\lambda}_{0,i} \in \mathbb{N}$ gelten muss. In Abschnitt 6.3.1 wurde gezeigt, dass die Ansteuerung der Leistungselektronik über die Taktzyklenanzahl M^I der Phase I erfolgt. Das Einsetzen von (6.32) in (6.11) führt auf die Anzahl an Abtastwerten der Phase I und damit direkt auf den in Ganzzahlenarithmetik implementierbaren Stromregler

$$M_k^I = -2^{-n_\lambda} \left(\tilde{\lambda}_{1,i} \tilde{e}_{i,k} + \tilde{\lambda}_{0,i} \tilde{e}_{\Sigma_i,k} \right) + \frac{M}{2} \quad (6.33)$$

sowie dem dazugehörigen ganzzahlskalierten Fehlersystem

$$\tilde{e}_{i,k} = \tilde{\tilde{i}}_{d,k} - \frac{1}{S_M} \sum_{j=1}^M \tilde{i}_j \quad (6.34a)$$

$$\tilde{e}_{\Sigma_i,k+1} = \tilde{e}_{\Sigma_i,k} + \tilde{e}_{i,k} \quad (6.34b)$$

für die Zeitschritte $t_k = kT_{pwm}$ mit $k \in \mathbb{N}$. Der Regelalgorithmus wurde so implementiert, dass im laufenden Betrieb die Reglerkonstanten geändert werden können. Der Vorgang der Skalierung der Regelgröße sowie der Reglerparameter ist in Abbildung 6.4 dargestellt.

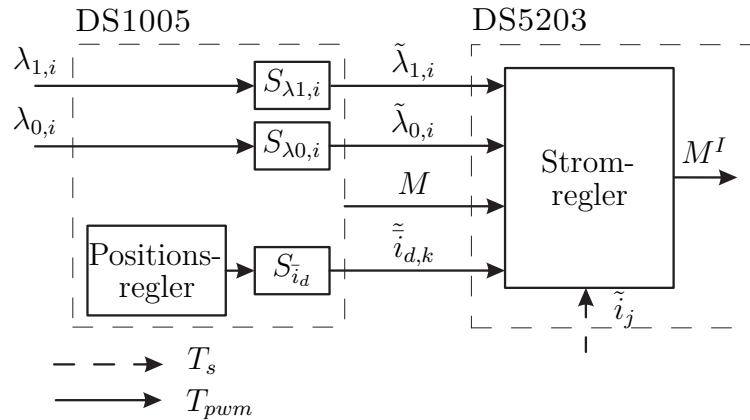


Abbildung 6.4: Skalierung der Regelgröße und der Reglerkoeffizienten des Stromreglers.

6.3.5 Berechnung und Festlegung der Variablenparameter, Wortlänge und Skalierungsfaktor

Für eine genaue und ressourcenoptimale Ganzzahlimplementierung der Regel- und Schätzstrategie auf der Erweiterungskarte ist eine Festlegung der Skalierungsfaktoren und Wortlängen aller im FPGA verwendeten Variablen und Konstanten notwendig. Im FPGA können Wortlängen beliebig bis zu einer Länge von 128 Bit festgelegt werden. Die Festlegung der Variablenparameter erfolgt mittels der dem Anhang A.2 und A.3 zu entnehmenden Methodik. Zur besseren Übersicht werden die verwendeten Variablen in drei Kategorien unterteilt:

- **Eingangsvariablen:** Variablen, die vom Basissystem oder den A/D-Wandlern an den FPGA übergeben werden.
- **Zwischenvariablen:** Variablen, die für Zwischenschritte benötigt werden.
- **Ausgangsvariablen:** Variablen, die vom FPGA an das Basissystem oder an einen sonstigen Ausgang übergeben werden.

Falls nicht weiter erwähnt, handelt es sich im Folgenden um Ganzzahlenvariablen in *signed*-Darstellung. In *unsigned* dargestellte Variablen werden mit einem Index u gekennzeichnet.

Eingangsvariablen

Ausgangspunkt der Festlegung und Berechnung der Variablenparameter sind die Eingangsgrößen der DS5203 Erweiterungskarte. Dazu zählen, die Messgrößen $i_1(t)$, $i_2(t)$ und $v(t)$ sowie der Ohmsche Widerstand R , die Reglerparameter $\lambda_{1,i}$ und $\lambda_{0,i}$, der Sollstrom $\tilde{i}_d$ sowie die Anzahl an Abtastwerten je PWM-Periode M mit den Start- und Endpunkten der Messung m_s und m_e der Phasen I und II .

Zur Darstellung der Anzahl an Abtastwerten pro PWM-Periode

$$M = \frac{T_{pwm}}{T_s} \quad (6.35)$$

werden die Variablenparameter

$$M^u : \quad S_M = 1 \quad \text{und} \quad w_M^u = \left\lceil \log_2 \left(\frac{M}{S_M} + 1 \right) \right\rceil \quad (6.36)$$

benötigt. Die Wortbreiten der Messgrößen entsprechen der Wortbreite der A/D-Wandler der Erweiterungskarte und die Skalierungsfaktoren von Strom und Spannung berechnen sich anhand von (6.14) zu

$$\tilde{i}_1, \tilde{i}_2, \tilde{i} : \quad S_i = \frac{k_i A_{max}}{2^{w_i-1} - 1} \quad \text{und} \quad w_i = w_{AD} \quad (6.37)$$

$$\tilde{v} : \quad S_v = \frac{k_v A_{max}}{2^{w_v-1} - 1} \quad \text{und} \quad w_v = w_{AD}. \quad (6.38)$$

Dem Ohmschen Widerstand R mit dem Wertebereich Z_R wird die Wortlänge des A/D-Wandlers der Erweiterungskarte zugewiesen und die daraus resultierenden Variablenparameter lauten

$$\tilde{R} : \quad S_R = \frac{Z_R}{2^{w_R-1} - 1} \quad \text{und} \quad w_R = w_{AD}. \quad (6.39)$$

Die Variablenparameter des Stromsollwerts und der Reglerkoeffizienten werden mit (6.31) sowie (6.36) und (6.37) zu

$$\tilde{i}_d : \quad S_{\tilde{i}_d} = \frac{S_{\Sigma_i}}{M} \quad \text{und} \quad w_{\tilde{i}_d} = w_{\Sigma_i} \quad (6.40)$$

$$\tilde{\lambda}_{1,i} : \quad S_{\lambda_{1,i}} = \frac{2v_{bat}2^{-n_\lambda}}{S_{\Sigma_i}} \quad \text{und} \quad w_{\lambda_{1,i}} = \left\lceil \log_2 \left(\frac{\lambda_{1,i}}{S_{\lambda_{1,i}}} + 1 \right) \right\rceil + 1 \quad (6.41)$$

$$\tilde{\lambda}_{0,i} : \quad S_{\lambda_{0,i}} = \frac{2v_{bat}2^{-n_\lambda}}{S_{\Sigma_i}T_{pwm}} \quad \text{und} \quad w_{\lambda_{0,i}} = \left\lceil \log_2 \left(\frac{\lambda_{0,i}}{S_{\lambda_{0,i}}} + 1 \right) \right\rceil + 1 \quad (6.42)$$

berechnet bzw. festgelegt. Die Variablenparameter der Start- und Endpunkte der Messung in den Phasen I und II werden zu

$$m_s, m_e : \quad S_m = 1 \quad \text{und} \quad w_m^u = w_M^u \quad (6.43)$$

festgelegt. Für den schnellen Teilalgorithmus der Schätzstrategie werden zudem die konstanten Faktoren $G_{\psi v}$ und $G_{\psi Ri}$ und für den Stromregler die Bitverschiebungskonstante n_λ benötigt. Deren Variablenparameter lauten

$$G_{\psi v} : \quad S_{G_{\psi v}} = 1 \quad \text{und} \quad w_{G_{\psi v}} = \lceil \log_2(G_{\psi v} + 1) \rceil \quad (6.44)$$

$$G_{\psi Ri} : \quad S_{G_{\psi Ri}} = 1 \quad \text{und} \quad w_{G_{\psi Ri}} = \lceil \log_2(G_{\psi Ri} + 1) \rceil \quad (6.45)$$

$$n_\lambda^u : \quad S_{n_\lambda} = 1 \quad \text{und} \quad w_{n_\lambda}^u = \lceil \log_2(n_\lambda + 1) \rceil. \quad (6.46)$$

Zwischenvariablen

Zu den Zwischenvariablen zählt die Aufsummierung der Abtastwerte von Strom und Spannung in den Phasen I und II . Deren Variablenparameter berechnen sich aus (6.36), (6.37) und (6.38) zu

$$\tilde{\Sigma}_i^I, \tilde{\Sigma}_i^{II} : \quad S_{\Sigma_i} = S_M S_i \quad \text{und} \quad w_{\Sigma_i} = w_M + w_i \quad (6.47a)$$

$$\tilde{\Sigma}_v^I, \tilde{\Sigma}_v^{II} : \quad S_{\Sigma_v} = S_M S_v \quad \text{und} \quad w_{\Sigma_v} = w_M + w_v. \quad (6.47b)$$

Für die Parameterberechnung von $\tilde{\Sigma}_{ij}$ wird der Wortlängenbedarf von $\tilde{\Sigma}_j$ benötigt, dessen Zahlenbereich durch $Z_{\Sigma_j} = \sum_{j=0}^{Z_M} j$ gegeben ist. Der Zahlenbereich lässt sich daraus direkt mit der Gaußschen Summenformel zu $Z_{\Sigma_j} = Z_M(Z_M + 1)/2$ berechnen und die Variablenparameter lauten somit

$$\tilde{\Sigma}_j^I, \tilde{\Sigma}_j^{II} : \quad S_{\Sigma_j} = S_M \quad \text{und} \quad w_{\Sigma_j} = \left\lceil \log_2 \left(\frac{Z_{\Sigma_j}}{S_{\Sigma_j}} + 1 \right) \right\rceil. \quad (6.47c)$$

Für die Berechnung von $\Delta\psi$ wird die Zwischengröße $\tilde{\Sigma}_{Ri}$ benötigt. Deren Variablenparameter berechnen sich aus

$$\tilde{R}_i^I, \tilde{R}_i^{II} : \quad S_{Ri} = S_R S_i \quad \text{und} \quad w_{Ri} = w_R + w_i - 1 \quad (6.47d)$$

zu

$$\tilde{\Sigma}_{Ri}^I, \tilde{\Sigma}_{Ri}^{II} : \quad S_{\Sigma_{Ri}} = S_M S_{Ri} \quad \text{und} \quad w_{\Sigma_{Ri}} = w_M + w_{Ri}. \quad (6.47e)$$

Mit (6.47b) und (6.47e) wird

$$\Delta\tilde{\psi}^I, \Delta\tilde{\psi}^{II} : \quad S_{\Delta\psi} = \frac{S_{\Sigma_{Ri}}}{G_{\psi Ri}} \quad \text{und} \quad w_{\Delta\psi} = \max(w_{G_{\psi v}} + w_{\Sigma_v}, w_{G_{\psi Ri}} + w_{\Sigma_{Ri}}) - 1 \quad (6.47f)$$

bestimmt und mithilfe von (A.17) findet man die Variablenparameter für

$$(\Delta\tilde{\psi}^I)^2, (\Delta\tilde{\psi}^{II})^2 : \quad S_{(\Delta\psi)^2} = (S_{\Delta\psi})^2 \quad \text{und} \quad w_{(\Delta\psi)^2} = 2(w_{\Delta\psi} - 1) \quad (6.47g)$$

$$(\tilde{i}\Delta\tilde{\psi})^I, (\tilde{i}\Delta\tilde{\psi})^{II} : \quad S_{i\Delta\psi} = S_i S_{\Delta\psi} \quad \text{und} \quad w_{i\Delta\psi} = w_i + w_{\Delta\psi} - 1. \quad (6.47h)$$

Für den Stromregler und dessen Fehlersystem werden die Variablenparameter

$$\tilde{\Sigma}_i : \quad S_{\Sigma_i} = S_M S_i \quad \text{und} \quad w_{\Sigma_i} = w_M + w_i \quad (6.47i)$$

$$\tilde{e}_i : \quad S_{e_i} = S_{\Sigma_i} \quad \text{und} \quad w_{e_i} = w_{\Sigma_i} + 1 \quad (6.47j)$$

$$\tilde{\Sigma}_{e_i} : \quad S_{\Sigma_{e_i}} = S_M S_{\Sigma_i} \quad \text{und} \quad w_{\Delta\psi} = w_M + w_{e_i} \quad (6.47k)$$

benötigt.

Ausgangsvariablen

Die Variablenparameter der Matrix- und Vektoreinträge $\mathbf{\Xi}$, $\mathbf{\xi}$ und $(\mathbf{Q})^T \mathbf{h}$ nach (6.15) berechnen sich aus den Variablenparametern der Eingangs- und Zwischenvariablen zu

$$\tilde{\Sigma}_{\Delta\psi}^I, \tilde{\Sigma}_{\Delta\psi}^{II} : \quad S_{\Sigma_{\Delta\psi}} = S_M S_{\Delta\psi} \quad \text{und} \quad w_{\Sigma_{\Delta\psi}} = w_M + w_{\Delta\psi} \quad (6.48a)$$

$$\tilde{\Sigma}_{(\Delta\psi)^2}^I, \tilde{\Sigma}_{(\Delta\psi)^2}^{II} : \quad S_{\Sigma_{(\Delta\psi)^2}} = S_M S_{(\Delta\psi)^2} \quad \text{und} \quad w_{\Sigma_{(\Delta\psi)^2}} = w_M + w_{(\Delta\psi)^2} \quad (6.48b)$$

$$\tilde{\Sigma}_i^I, \tilde{\Sigma}_i^{II} : \quad S_{\Sigma_i} = S_M S_i \quad \text{und} \quad w_{\Sigma_i} = w_M + w_i \quad (6.48c)$$

$$\tilde{\Sigma}_{i\Delta\psi}^I, \tilde{\Sigma}_{i\Delta\psi}^{II} : \quad S_{\Sigma_{i\Delta\psi}} = S_M S_{i\Delta\psi} \quad \text{und} \quad w_{\Sigma_{i\Delta\psi}} = w_M + w_{i\Delta\psi} \quad (6.48d)$$

$$\tilde{\Sigma}_{ij}^I, \tilde{\Sigma}_{ij}^{II} : \quad S_{\Sigma_{ij}} = S_{\Sigma_i} \quad \text{und} \quad w_{\Sigma_{ij}} = w_i + w_{\Sigma_j}. \quad (6.48e)$$

Für die Stellgröße des ganzzahlenskalierten Stromreglers nach (6.33) werden die Variablenparameter

$$M^I : \quad S_{M^I} = S_M = 1 \quad \text{und} \quad w_{M^I} = w_M \quad (6.48f)$$

veranschlagt.

6.4 Implementierung des langsamen Teilalgorithmus

Die Implementierung des langsamen Teilalgorithmus der Schätzstrategie und des Positionsreglers erfolgt im DS1005 Basissystem. Der Prozessor des Basissystems verfügt über eine Gleitkommaeinheit. Dies hat den Vorteil, dass bei der Implementierung die Schätz- und Regelungsstrategie aus Kapitel 4 und 5 lediglich an das digitale Abtastsystem angepasst werden muss. Die Anpassung des langsamen Teilalgorithmus der Induktivitätsschätzung und der Positionsberechnung erfolgt in den Abschnitten 6.4.1 und 6.4.2. Die Geschwindigkeitsschätzung aus Abschnitt 4.3 wird in Abschnitt 6.4.3 und die Widerstandsschätzung aus Abschnitt 4.4 wird in Abschnitt 6.4.4 an die Anforderungen eines digitalen Abtastsystems angepasst. Die Implementierung des Positionsreglers erfolgt in Abschnitt 6.4.5.

6.4.1 Induktivitätsschätzer

Der Induktivitätsschätzer wird in zwei Schritten implementiert. Im ersten Schritt wird die Induktivitätsschätzung in den Phasen I und II nach (6.1) mit den im schnellen Teilalgorithmus berechneten Einträgen der Matrizen Ξ^I , Ξ^{II} und der Vektoren ξ^I , ξ^{II} zu

$$\hat{L}_k^I = \frac{\det(\Xi_k^I)}{-\Sigma_{\Delta\psi,k}^I \Sigma_{i,k}^I + (\Delta m_k^I + 1) \Sigma_{i\Delta\psi,k}^I} \quad (6.49a)$$

und

$$\hat{L}_k^{II} = \frac{\det(\Xi_k^{II})}{-\Sigma_{\Delta\psi,k}^{II} \Sigma_{i,k}^{II} + (\Delta m_k^{II} + 1) \Sigma_{i\Delta\psi,k}^{II}} \quad (6.49b)$$

mit den Determinanten

$$\det(\Xi_k^I) = (\Delta m_k^I + 1) \Sigma_{(\Delta\psi,k)^2}^I - (\Sigma_{\Delta\psi,k}^I)^2 \quad (6.49c)$$

$$\det(\Xi_k^{II}) = (\Delta m_k^{II} + 1) \Sigma_{(\Delta\psi,k)^2}^{II} - (\Sigma_{\Delta\psi,k}^{II})^2 \quad (6.49d)$$

sowie

$$\Delta m_k^I = m_{e,k}^I - m_{s,k}^I \quad \text{und} \quad \Delta m_k^{II} = m_{e,k}^{II} - m_{s,k}^{II} \quad (6.49e)$$

implementiert. Im zweiten Schritt wird die Berechnung der mittleren Induktivität nach (4.25) in der Form

$$\bar{L}_k = \frac{\hat{L}_k^I \Delta i_k^I \Sigma_{i,k}^{II} \Delta m_k^{II} - \hat{L}_k^{II} \Delta i_k^{II} \Sigma_{i,k}^I \Delta m_k^I}{\Delta i_k^I \Sigma_{i,k}^{II} \Delta m_k^{II} - \Delta i_k^{II} \Sigma_{i,k}^I \Delta m_k^I} \quad (6.49f)$$

bzw. nach (4.26) in der Form

$$\bar{L}_k = \frac{\hat{L}_k^I \Delta m_k^{II} + \hat{L}_k^{II} \Delta m_k^I}{\Delta m_k^I + \Delta m_k^{II}} \quad (6.49g)$$

implementiert. Die Realisierung der Berechnung von Δi_k^I und Δi_k^{II} folgt nach (6.7) mit (6.8) und den im schnellen Teilalgorithmus berechneten Einträgen von $(\mathbf{Q}^I)^T \mathbf{h}^I$ und $(\mathbf{Q}^{II})^T \mathbf{h}^{II}$ zu

$$\Delta i_k^I = \frac{6\Delta m_k^I (2\Sigma_{ij,k}^I - \Sigma_{i,k}^I)}{(\Delta m^I + 2)(\Delta m^I + 1)} \quad \text{und} \quad \Delta i_k^{II} = \frac{6\Delta m_k^{II} (2\Sigma_{ij,k}^{II} - \Sigma_{i,k}^{II})}{(\Delta m^I + 2)(\Delta m^I + 1)}. \quad (6.49h)$$

6.4.2 Positionsberechnung

Die Positionsberechnung aus Abschnitt 4.2 (siehe (4.28)) wird mit (6.49f) oder (6.49g) über

$$\hat{s}_k = \mu_0 A_g \frac{-\bar{L}_k (\mathcal{R}_l (\mathcal{R}_{fc}^{\text{inc}} + \mathcal{R}_{fo}^{\text{inc}}) + \mathcal{R}_{fc}^{\text{inc}} \mathcal{R}_{fo}^{\text{inc}}) + N^2 (\mathcal{R}_l + \mathcal{R}_{fo}^{\text{inc}})}{\bar{L}_k (\mathcal{R}_{fc}^{\text{inc}} + \mathcal{R}_l) - N^2}. \quad (6.50)$$

im Basissystem implementiert.

6.4.3 Geschwindigkeitsschätzung

Die Geschwindigkeitsschätzung wird im digitalen Echtzeitsystem so umgesetzt, dass über die CONTROLDESK Software zwischen der Schätzung durch numerische Differentiation, vgl. Abschnitt 4.3.1, und der direkten Schätzung aus der Induktivitätsschätzung, vgl. Abschnitt 4.3.2, umgeschaltet werden kann.

Numerische Differentiation

Die numerische Differentiation nach (4.29) wird im Digitalrechner über

$$x_{\hat{w},k+1} = \exp\left(-\frac{T_s}{T_w}\right) x_{\hat{w},k} + T_w \left(1 - \exp\left(-\frac{T_s}{T_w}\right)\right) \hat{s}_k \quad (6.51a)$$

$$\hat{w}_k = -\frac{x_{\hat{w},k}}{(T_w)^2} + \frac{\hat{s}_k}{T_w} \quad (6.51b)$$

ermöglicht [9].

Geschwindigkeitsschätzung aus der geschätzten Induktivität

Die Implementierung der Geschwindigkeitsschätzung aus Abschnitt 4.3.2 folgt direkt aus (4.31) und (4.32). Erwähnenswert ist, dass bei der Implementierung die geschätzte Geschwindigkeit zusätzlich noch mit einem digitalen Tiefpassfilter

$$x_{w_F,k+1} = \exp\left(-\frac{T_s}{T_w}\right)x_{w_F,k} + T_w \left(1 - \exp\left(-\frac{T_s}{T_w}\right)\right) \hat{w}_k \quad (6.52a)$$

$$\hat{w}_{F,k} = -\frac{x_{w_F,k}}{(T_w)^2} + \frac{\hat{w}_k}{T_w} \quad (6.52b)$$

gefiltert wird, um ein besseres Rauschverhalten zu erhalten.

6.4.4 Widerstandsschätzung

Für die Implementierung des Widerstandsschätzers im Basissystem wird das Tiefpassfilter (4.35)

$$x_{\bar{L},k+1} = \exp\left(-\frac{T_s}{T_f}\right)x_{\bar{L},k} + \left(1 - \exp\left(-\frac{T_s}{T_f}\right)\right) \Delta \hat{L}_k \quad (6.53a)$$

$$\Delta \bar{L}_k = x_{\bar{L},k} \quad (6.53b)$$

mit $\Delta \hat{L}_k = \hat{L}_k^H - \hat{L}_k^I$ realisiert [9]. Das Adaptionsgesetz nach (4.36) ergibt sich in der Form

$$x_{R,k+1} = x_{R,k} - \frac{T_{pwm}}{T_e} \Delta \bar{L}_k \quad (6.54a)$$

$$\hat{R}_k = x_{R,k} \quad \text{mit} \quad \hat{R}(0) = \hat{R}_0. \quad (6.54b)$$

6.4.5 Positionsregler

Der in Abschnitt 5.2 besprochene Positionsregler wird direkt durch

$$f_{m_c,k} = m(-\lambda_{2,s}e_{w,k} - \lambda_{1,s}e_{s,k} - \lambda_{0,s}e_{\Sigma s,k}) \quad (6.55a)$$

$$f_{m_d,k} = m(\ddot{s}_{d,k} - g) \quad (6.55b)$$

$$f_{m,k} = f_{m_c,k} + f_{m_d,k}, \quad (6.55c)$$

mit der Umrechnung (5.13) und dem Fehlersystem

$$e_{s,k} = s_{d,k} - \hat{s}_k \quad (6.56a)$$

$$e_{w,k} = w_{d,k} - \hat{w}_k \quad (6.56b)$$

$$e_{\Sigma s,k+1} = e_{\Sigma s,k} + e_{s,k}. \quad (6.56c)$$

im Basissystem implementiert.

Die Reglerkoeffizienten $\lambda_{2,s}$, $\lambda_{1,s}$ und $\lambda_{0,s}$, die Filterkoeffizienten T_e , T_f des Widerstandsschätzers sowie T_w des Geschwindigkeitsschätzers und der Startwert des Widerstandsschätzers $\hat{R}_0$ werden so implementiert, dass diese im Betrieb über die CONTROLDESK Software frei vorgegeben werden können. Gleiches gilt für die PWM-Periodendauer T_{pwm} und die Abtastzeit T_s .

6.4.6 Positionsmessung

Um die Schätzung der Position verifizieren zu können, wird mit dem Abstandssensor OWLF4007 von WELOTEC die Kugelposition gemessen. Dieser liefert die Position in Form eines analogen Signales, welches mit dem 16 Bit A/D-Wandler des Basissystems digitalisiert wird. Daraus wird über den Auskoppelfaktor k_m die gemessene Kugelposition s_m berechnet. Abbildung 6.5 zeigt diesen Vorgang.

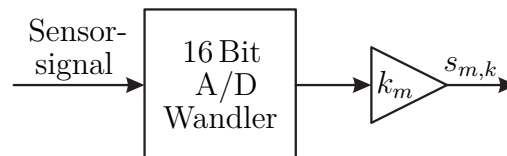


Abbildung 6.5: Erfassung und Aufbereitung des Positionssensorsignals.

6.5 Datentransfer zwischen Basissystem und Erweiterungskarte

Der Datenaustausch zwischen Basissystem und der Erweiterungskarte erfolgt über den sogenannten PHS-Bus von DSPACE. Die zu übertragenden Daten können über die 32 im FPGA-RAM implementierten Ringbuffer oder über die 128 Register, die

zur Datenübertragung zur Verfügung stehen, geschrieben werden. Sowohl der Ringbuffer als auch die Register besitzen eine maximale Wortlänge von 32 Bit. Im Rahmen dieses Projektes wurden lediglich die Register für den Datentransfer genutzt. Der physikalische Datentransfer erfolgt über einen FIFO-Buffer, welcher als SWING-BUFFER implementiert ist. D.h, für das Lesen und Schreiben werden zwei unterschiedliche Buffer verwendet und ein weiterer Buffer schaltet zwischen Lesen und Schreiben hin und her [15]. Dieser Vorgang ist in Abbildung 6.6 dargestellt.

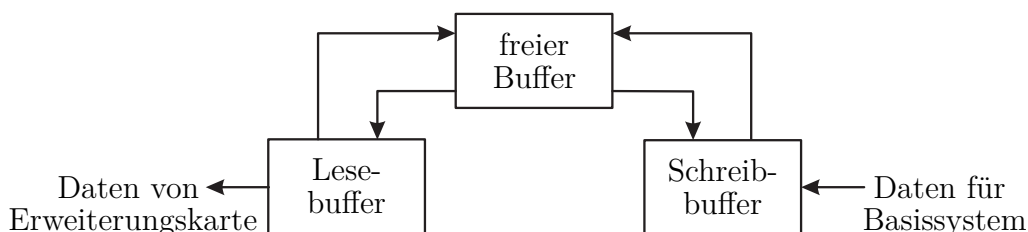


Abbildung 6.6: Physikalischer Datentransfer zwischen Erweiterungskarte und Basissystem.

Einige der zu übertragenden Variablen besitzen eine größere Wortlänge als die der einzelnen Register. Um Variablen mit einer Wortlänge > 32 Bit verlustfrei an das Basissystem zu transferieren, werden die Bits der Variablen zu Blöcken von jeweils 32 Bit zusammengefasst, auf mehrere Register aufgeteilt, übertragen und im Basissystem wieder zusammengesetzt. Dieser Vorgang ist in Abbildung 6.7 dargestellt. Die Darstellung der *signed*-Ganzzahlen erfolgt im Zweierkomplement. Dieser Umstand muss bei der Zusammensetzung der 32 Bit Blöcke im Basissystem berücksichtigt werden. Dazu wird zwischen zwei Fällen unterschieden: Ist der Wert des n -ten Bit-Blocks der Variablen x , $x_n > 2^{31}$, so erfolgt die Zusammensetzung der Blöcke in der Form.¹

$$x = -\left(2^{32(n-1)}(x_n \oplus 2^{32} - 1) + 2^{32(n-2)}(x_{n-1} \oplus 2^{32} - 1) + \dots + 2^0(x_1 \oplus 2^{32} - 1)\right). \quad (6.57a)$$

Ist der Wert $x_n \leq 2^{31}$ werden die Blöcke über

$$x = 2^{32(n-1)}x_n + 2^{32(n-2)}x_{n-1} + \dots + 2^0x_1 \quad (6.57b)$$

zusammengesetzt. Nach dem Datentransfer und der Zusammensetzung der Blöcke erfolgt eine allfällige Deskalierung der übertragenen Daten mit den Skalierungsfaktoren aus Abschnitt 6.3.5.

¹Der Operant $\oplus$ bezeichnet die logische XOR-Verknüpfung

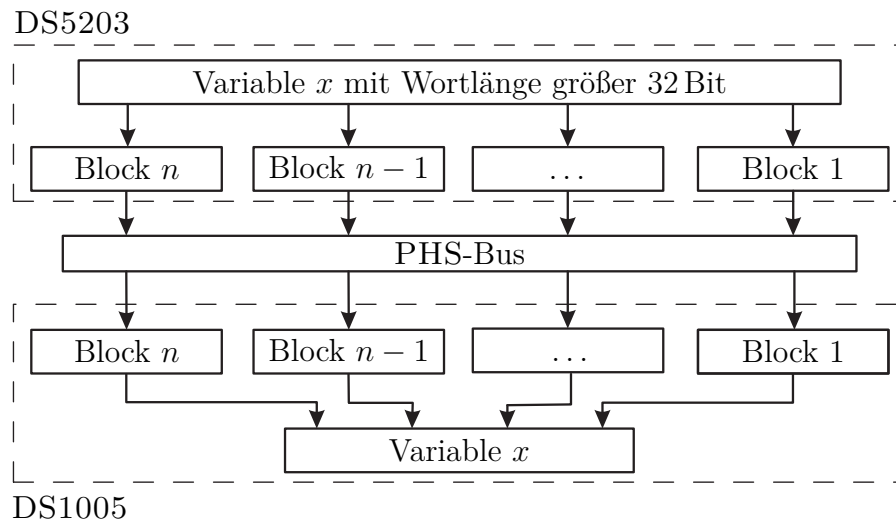


Abbildung 6.7: Aufteilung der Bits einer Variablen mit einer Wortlänge größer als 32 Bit, Übertragung über den PHS-Bus und Zusammensetzung im Basissystem.

6.6 Zeitlicher Ablauf der Ausführung von Schätz- und Regelungsstrategie

Das zu Beginn dieses Kapitels erwähnte REAL-TIME INTERFACE ermöglicht es, mittels des DSPACE REAL-TIME KERNELS [16] die Ausführung des MATLAB/SIMULINK-Modells auf verschiedene Tasks aufzuteilen. Jeder Task kann periodisch, zeitgetriggert, oder individuell interruptgetriggert ausgeführt werden. Den Tasks können verschiedene Prioritäten zugeteilt werden, die über die Ausführungsreihenfolge entscheiden [16]. Die Möglichkeit einer interruptgesteuerten Ausführung eines Tasks wird nun dazu genutzt, die zeitliche Abfolge der Tasks des Basissystems und der Erweiterungskarte, und der damit aufgeteilten Schätz- und Regelungsstrategie, einzuhalten. Dazu wird der Task im Basissystem interruptgetriggert und in der Erweiterungskarte zeitgetriggert ausgeführt. Jeweils am Ende einer PWM-Periode löst der im FPGA ausgeführte zeitgetriggerte Task über den PHS-Bus einen Interrupt im Basissystem aus und damit den Task des langsamen Teilalgorithmus. Die zeitliche Abfolge der beiden Tasks ist in Abbildung 6.8 dargestellt.

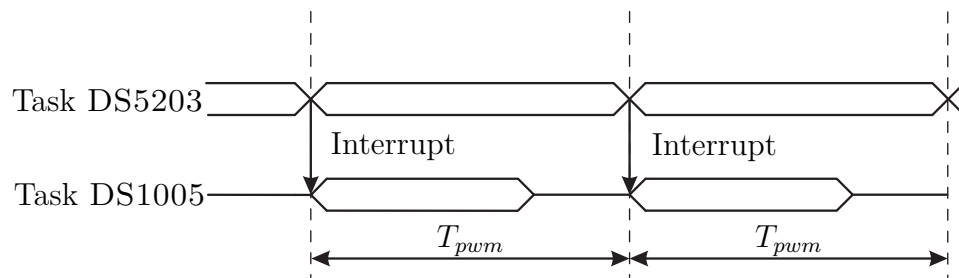


Abbildung 6.8: Zeitlicher Ablauf der im Basissystem und auf der Erweiterungskarte ausgeführten Tasks.

7 Modellidentifikation

Die Parameter der mathematischen Modelle aus Kapitel 3 können nicht allein durch ihre geometrischen und elektrischen Daten bestimmt werden. Der Grund dafür liegt darin, dass die geometrischen Parameter der Fläche A_l und der Länge l_l für die Bestimmung der Streureluktanz, die Fläche A_{fo} und Länge l_{fo} für die Bestimmung der Kugelreluktanz sowie die Fläche des Luftspaltes A_g nicht oder nur unzureichend genau bekannt sind. Gleiches gilt für die magnetischen Parameter, die inkrementelle und reversible Permeabilität des Spulenkerns und der Kugel. Es folgt nun die Identifikation der Reluktanzen des Kerns $\mathcal{R}_{fc}^n$, der Kugel $\mathcal{R}_{fo}^n$ für $n \in \{\text{inc}, \text{rev}\}$, der Reluktanz zur Modellierung der Streuverluste $\mathcal{R}_l$ sowie der effektiven Fläche des Luftspaltes A_g .

Ausgangspunkt der Identifikation ist der Zusammenhang zwischen den Induktivitäten und den Reluktanzmodellen aus (3.14) mit (3.9) in der Form

$$L^n(s) = \frac{N^2(\mathcal{R}_l + \mathcal{R}_g(s) + \mathcal{R}_{fo}^n)}{\mathcal{R}_{fc}^n(\mathcal{R}_l + \mathcal{R}_g(s) + \mathcal{R}_{fo}^n) + \mathcal{R}_l(\mathcal{R}_g(s) + \mathcal{R}_{fo}^n)}, \quad n \in \{\text{inc}, \text{rev}\} \quad (7.1a)$$

sowie deren partiellen Ableitungen nach der Kugelposition

$$\frac{\partial L^n}{\partial s} = - \frac{N^2 \mathcal{R}_l^2 \frac{\partial \mathcal{R}_g}{\partial s}}{\left(\mathcal{R}_{fc}^n(\mathcal{R}_l + \mathcal{R}_g + \mathcal{R}_{fo}^n) + \mathcal{R}_l(\mathcal{R}_g + \mathcal{R}_{fo}^n) \right)^2}, \quad n \in \{\text{inc}, \text{rev}\}. \quad (7.1b)$$

Die Gleichungen (7.1) führen mit $R_g(s) = sk_s = s(\partial \mathcal{R}_g / \partial s)$ und der Annahme, dass sich die Reluktanzen des Kerns und der Kugel lediglich um einen Faktor α unterscheiden

$$R_{fo}^n = \alpha R_{fc}^n \quad \text{mit} \quad n \in \{\text{inc}, \text{rev}\} \quad (7.2)$$

auf

$$L^n(s) = \frac{N^2(\mathcal{R}_l + sk_s + \alpha \mathcal{R}_{fc}^n)}{\mathcal{R}_{fc}^n(\mathcal{R}_l + sk_s + \alpha \mathcal{R}_{fc}^n) + \mathcal{R}_l(sk_s + \alpha \mathcal{R}_{fc}^n)}, \quad n \in \{\text{inc}, \text{rev}\} \quad (7.3a)$$

und

$$\frac{\partial L^n}{\partial s} = - \frac{N^2 \mathcal{R}_l^2 k_s}{\left(\mathcal{R}_{fc}^n(\mathcal{R}_l + sk_s + \alpha \mathcal{R}_{fc}^n) + \mathcal{R}_l(sk_s + \alpha \mathcal{R}_{fc}^n) \right)^2}, \quad n \in \{\text{inc}, \text{rev}\}. \quad (7.3b)$$

Die Modellgleichungen (7.3) beinhalten insgesamt fünf unabhängige Parameter $\eta = \{\mathcal{R}_l, k_s, \alpha, \mathcal{R}_{fc}^{\text{inc}}, \mathcal{R}_{fc}^{\text{rev}}\}$. Diese Parameter können anhand einer zweistufigen Identifikation gewonnen werden. Es wurden dazu k Messwerte der inkrementellen Induktivität L^{inc} und der korrespondierenden Kugelposition s sowie des Mittelwerts des Spulenstroms $\bar{i}$ über eine PWM-Periode für eine konstante Kugelposition aufgezeichnet. Für eine konstante Kugelposition gilt $\dot{s} = 0$ und unter der Annahme, dass keine Lastkraft wirkt, folgt aus (3.17) mit (3.19), dass

$$f_m = \frac{1}{2} \frac{\partial L^{\text{rev}}}{\partial s} \bar{i}^2 = -mg \quad (7.4)$$

gilt. Die Kenntnis der Kugelmasse m lässt nunmehr auf die partielle Ableitung der reversiblen Induktivität

$$\zeta = \frac{\partial L^{\text{rev}}}{\partial s} = \frac{-2mg}{\bar{i}^2} \quad (7.5)$$

schließen. Anhand der Messwerte für die inkrementelle Induktivität, der Kugelposition und der partiellen Ableitung der reversiblen Induktivität können die fünf Parameter geschätzt werden. Die Umformung der inkrementellen Induktivität (7.3a) führt auf ein parametrisch lineares Schätzproblem

$$p_1 L^{\text{inc}} s + p_2 s + p_3 L^{\text{inc}} = N^2 \quad (7.6)$$

mit den Ersatzparametern

$$p_1 = \frac{k_s(\mathcal{R}_{fc}^{\text{inc}} + \mathcal{R}_l)}{\mathcal{R}_l + \alpha \mathcal{R}_{fc}^{\text{inc}}}, \quad p_2 = -\frac{N^2 k_s}{\mathcal{R}_l + \alpha \mathcal{R}_{fc}^{\text{inc}}}, \quad p_3 = \frac{\mathcal{R}_{fc}^{\text{inc}}(\mathcal{R}_l + \alpha \mathcal{R}_{fc}^{\text{inc}} + \alpha \mathcal{R}_l)}{\mathcal{R}_l + \alpha \mathcal{R}_{fc}^{\text{inc}}}. \quad (7.7)$$

Durch die Berücksichtigung der aus k Messwerten bestehenden Messwertreihen der inkrementellen Induktivität L_l^{inc} und der korrespondierenden Kugelposition s_l mit $l = 1, \dots, k$ in (7.6) ergibt sich ein überbestimmtes Gleichungssystem

$$\underbrace{\begin{bmatrix} N^2 \\ N^2 \\ \vdots \\ N^2 \end{bmatrix}}_{\mathbf{y}} = \underbrace{\begin{bmatrix} L_1^{\text{inc}} s_1 & s_1 & L_1^{\text{inc}} \\ L_2^{\text{inc}} s_2 & s_2 & L_2^{\text{inc}} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ L_k^{\text{inc}} s_k & s_k & L_k^{\text{inc}} \end{bmatrix}}_{\mathbf{S}} \underbrace{\begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{bmatrix}}_{\mathbf{p}}, \quad (7.8)$$

welches im Sinne der kleinsten Fehlerquadrate gelöst werden kann. Die beste Schätzung des Ersatzparametervektors $\hat{\mathbf{p}}$ lässt sich mithilfe der Pseudoinversen zu

$$\hat{\mathbf{p}} = (\mathbf{S}^T \mathbf{S})^{-1} \mathbf{S}^T \mathbf{y} \quad (7.9)$$

bestimmen [8]. Anhand der Ersatzparameter (7.7) können nunmehr die Parameter α und k_s sowie die Streureluktanz $\mathcal{R}_l$ in Abhängigkeit der Kernreluktanz $\mathcal{R}_{fc}^{\text{inc}}$ bestimmt werden. Setzt man diese in die partielle Ableitung der reversiblen Induktivität nach der Kugelposition (7.3b) ein, so kann ein parametrisch nichtlineares Schätzproblem

$$J(\boldsymbol{\nu}) = \min_{\boldsymbol{\nu} \in \{\mathcal{R}_{fc}^{\text{inc}}, \mathcal{R}_{fc}^{\text{rev}}\}} \sum_{l=1}^k \left(\frac{\partial L^{\text{rev}}}{\partial s}(\boldsymbol{\nu}) - \zeta_l \right)^2 \quad (7.10)$$

für k Messwerte von ζ_l , $l = 1, \dots, k$ nach (7.5) aufgestellt und somit die noch verbleibenden Modellparameter $\mathcal{R}_{fc}^{\text{inc}}$ und $\mathcal{R}_{fc}^{\text{rev}}$ identifiziert werden.

Die Aufnahme der Messwerte erfolgte mit der dSPACE-Software CONTROLDESK und die Identifikation der Modellparameter wurde mithilfe des Computeralgebraprogramms MAPLE durchgeführt. Die identifizierten Modellparameter sind in der Tabelle C.1 gelistet. In Abbildung 7.1 sind die Messergebnisse der inkrementellen Induktivität und der partiellen Ableitung der reversiblen Induktivität über der Kugelposition dargestellt. Zudem zeigt Abbildung 7.1 die Verläufe der identifizierten Induktivitätsmodelle und deren partiellen Ableitungen über der Kugelposition aus (7.1).

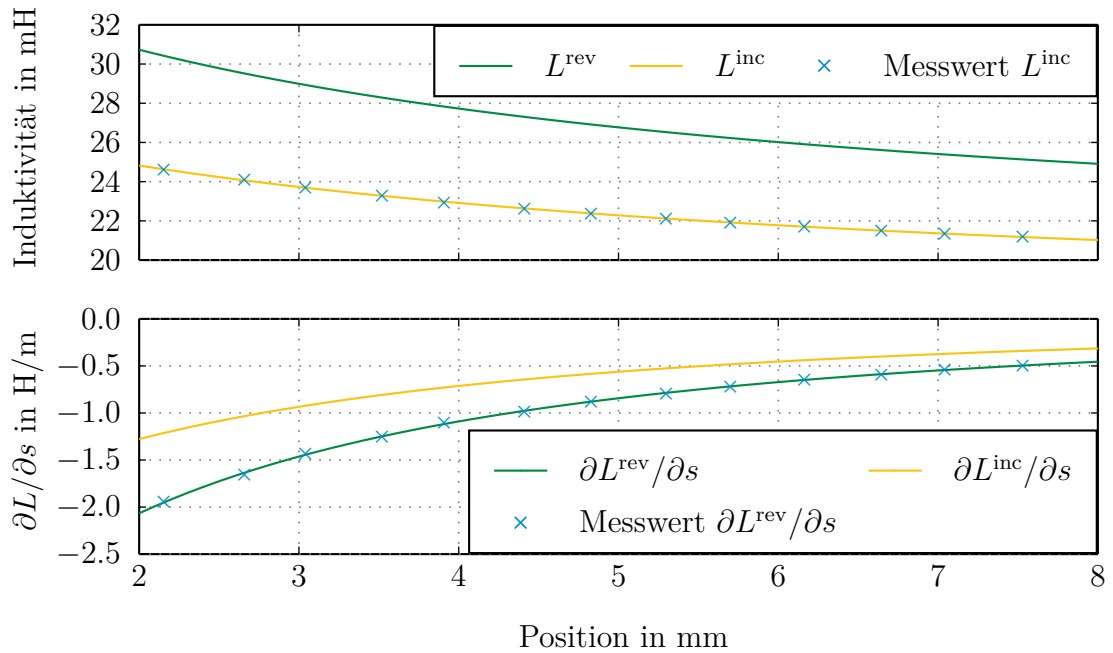


Abbildung 7.1: Vergleich der Messergebnisse mit dem mathematischen Modell mit den identifizierten Parametern.

8 Simulationsergebnisse

Das mathematische Modell der eindimensionalen Magnetlagerung und des Leistungsverstärkers aus Kapitel 3 wurde in MATLAB/SIMULINK in Form einer C-CODE-S-FUNCTION implementiert. Zusammen mit der Implementierung der Schätz- und Regelungsstrategie aus Kapitel 6 wurden mehrere Simulationen für Arbeitspunktwechsel zwischen fünf und drei Millimeter mit einer Übergangszeit von einer Sekunde durchgeführt. Dabei wurden die Modell- und Reglerparameter aus der Tabelle C.1 verwendet. In Abschnitt 8.1 werden Simulationsergebnisse der Schätz- und Regelungsstrategie bei idealer und realer Quantisierung der Messgrößen und für die unterschiedlichen Zahlendarstellungen gezeigt. Außerdem wird der Einfluss einer Änderung des Ohmschen Widerstandes angeführt. Die Simulationsergebnisse in Abschnitt 8.2 zeigen den Einfluss der Quantisierungswortlänge auf das Schätzergebnis.

8.1 Simulationsergebnisse bei realer bzw. idealer Quantisierung

Die Schätzstrategie wurde in drei unterschiedlichen Konfigurationen implementiert und simuliert. Die Konfigurationen unterscheiden sich durch die Zahlendarstellung des schnellen Teilalgorithmus der Schätzstrategie und durch eine reale bzw. ideale Quantisierung der Messgrößen. Die Konfigurationen lauten:

1. Der schnelle Teilalgorithmus der Schätzstrategie ist in Gleitkommaarithmetik implementiert und die Messgrößen werden nicht quantisiert.
2. Der schnelle Teilalgorithmus der Schätzstrategie ist in Gleitkommaarithmetik implementiert und die Messgrößen werden mit 14 Bit quantisiert.
3. Der schnelle Teilalgorithmus der Schätzstrategie ist in Ganzzahlenarithmetik implementiert und die Messgrößen werden mit 14 Bit quantisiert.

Für den Vergleich der drei Konfigurationen wurde der Stromregler in Gleitkommaarithmetik implementiert und der Positionsregler mit dem Positionsschätzer der ersten Konfiguration betrieben. Die folgenden Simulationsergebnisse sind mit der jeweiligen Konfigurationsnummer als Index gekennzeichnet. In Abschnitt 8.1.1 sind die Simulationsergebnisse ohne Widerstandsfehler und in Abschnitt 8.1.2 mit Widerstandsfehler dargestellt.

8.1.1 Simulationsergebnisse ohne Widerstandsfehler

Die folgenden Simulationsergebnisse wurden mit einem geschätzten Ohmschen Spulenwiderstand $\hat{R} = R = 1.75 \Omega$ erstellt. Abbildung 8.1 zeigt die Simulationsergebnisse der geschätzten Induktivitäten der ersten Konfiguration L_1^I , L_1^{II} und $\bar{L}_1$ sowie die Schätzfehler aller drei Konfigurationen $L - \bar{L}_1$, $L - \bar{L}_2$ und $L - \bar{L}_3$. In Abbildung 8.2 ist der zugehörige Verlauf der Sollposition s_d , der nominellen Position s und der geschätzten Position der ersten Konfiguration $\hat{s}_1$ sowie die aus der Schätzung resultierenden Positionsfehler aller drei Konfigurationen $s - \hat{s}_1$, $s - \hat{s}_2$ und $s - \hat{s}_3$ dargestellt. Abbildung 8.3a zeigt das Simulationsergebnis des Spulenstroms i , des Mittelwerts des Spulenstroms $\bar{i}$ sowie des Sollstroms $\bar{i}_d$. In Abbildung 8.3b ist das Tastverhältnis χ dargestellt. Abbildung 8.4 zeigt die Abweichungen der Positionen der drei Konfigurationen.

Die Simulationsergebnisse bestätigen zum einen, dass mit der vorgeschlagenen Schätzstrategie eine sehr genaue Positionsschätzung sowohl mit also auch ohne Berücksichtigung der Quantisierung der Messgrößen erreicht wird. Dies gilt sogar für den Fall einer schnellen Positionsänderung der Kugel. Zum anderen zeigt Abbildung 8.4, dass die Simulationsergebnisse der Konfiguration 2 und 3 identisch sind und die Abweichung des Schätzergebnisses zur Konfiguration 1 lediglich aus der Quantisierung der Messgrößen resultiert und nicht aus der Implementierung des schnellen Teilalgorithmus der Schätzstrategie in Ganzzahlenarithmetik.

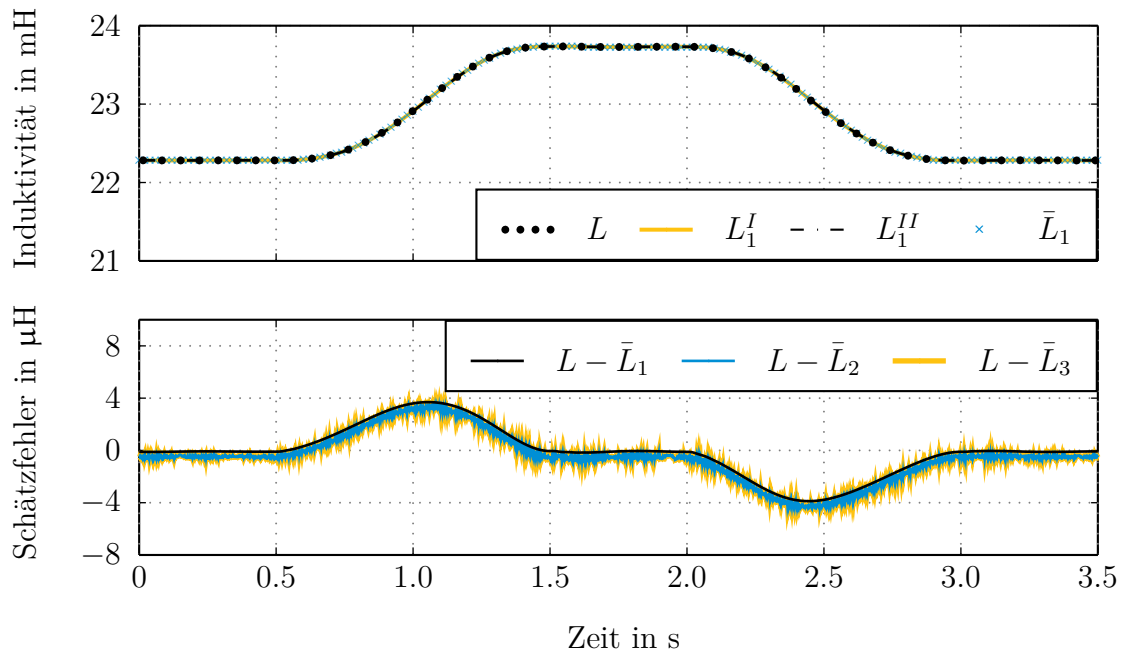


Abbildung 8.1: Simulationsergebnisse der nominellen und der geschätzten Induktivität sowie die Induktivitätsschätzfehler aller drei Konfigurationen für Arbeitspunktwechsel.

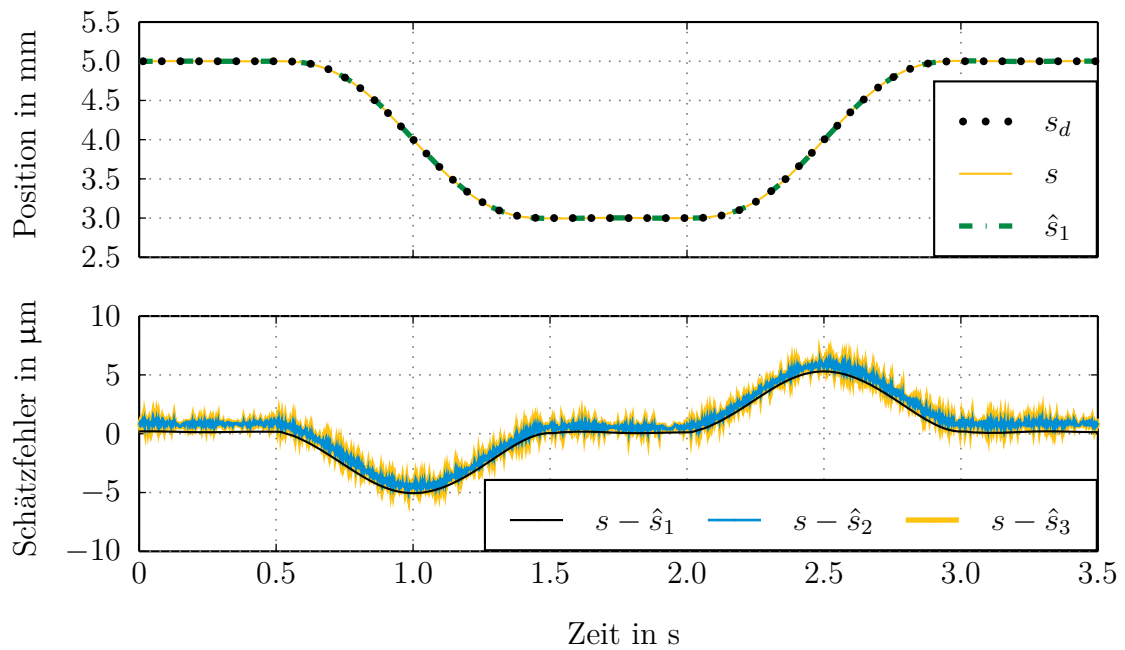
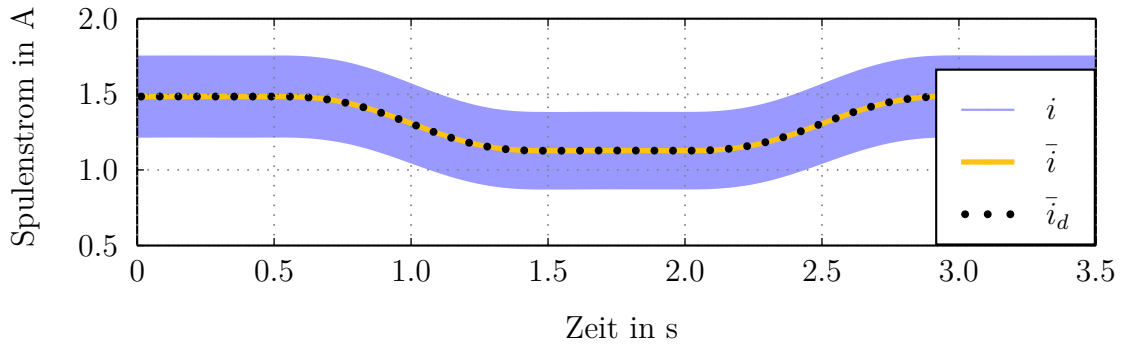
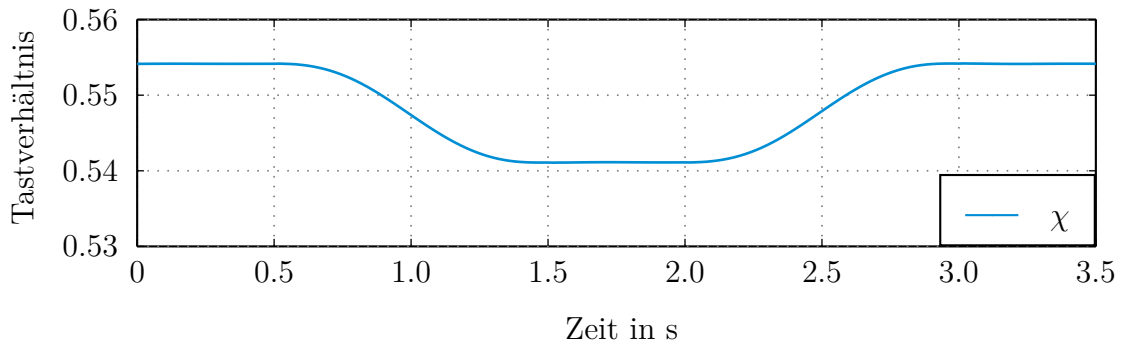


Abbildung 8.2: Simulationsergebnisse der Sollposition, der nominellen und geschätzten Position sowie die Schätzfehler aller drei Konfigurationen für Arbeitspunktwechsel.



(a) Soll-, Ist- und Mittelwert des Spulenstroms.



(b) Tastverhältnis.

Abbildung 8.3: Simulationsergebnisse des Stromreglers für Arbeitspunktwechsel.

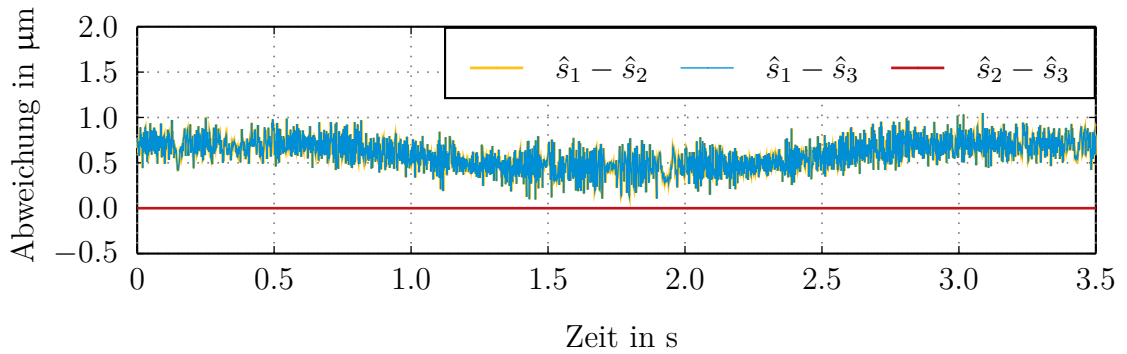


Abbildung 8.4: Simulationsergebnisse der Abweichung zwischen den Positionsschätzungen der Konfigurationen 1 und 2, 1 und 3 sowie 2 und 3 für Arbeitspunktwechsel.

8.1.2 Simulationsergebnisse mit Widerstandsfehler

Abbildung 8.5 und 8.6 zeigt das Ergebnis der Induktivitäts- bzw. Positionsschätzung sowie die resultierenden Schätzfehler der ersten Konfiguration bei einer Abweichung des Spulenwiderstandes von $\Delta R = 0.25 \Omega$. Der Widerstandsfehler führt zu einer Spreizung der Verläufe der geschätzten Induktivitäten L_{1R}^I und L_{1R}^H , vergleiche dazu Abbildung 8.1 und 8.5.

Wie anhand von Abbildung 8.5 ersichtlich ist, wird durch die Induktivitätsmitteilung nach (4.25) der aus der Widerstandsabweichung und der Kugelbewegung resultierende Fehler kompensiert. Folglich ist auch die geschätzte Kugelposition nach Abbildung 8.6 korrekt und entspricht jener ohne Widerstandsfehler.

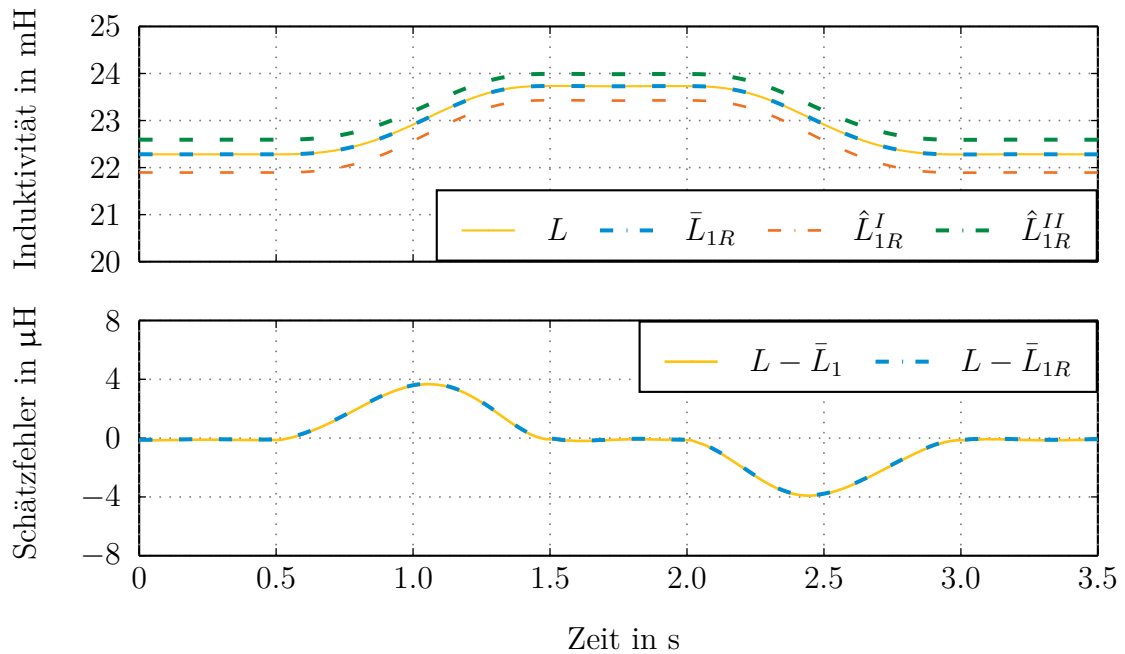


Abbildung 8.5: Simulationsergebnisse der nominellen und der geschätzten Induktivität sowie die Induktivitätsschätzfehler für Arbeitspunktwechsel und einem nominellen und geschätzten Spulenwiderstand von $R = 1.75 \Omega$ und $\hat{R} = 2 \Omega$.

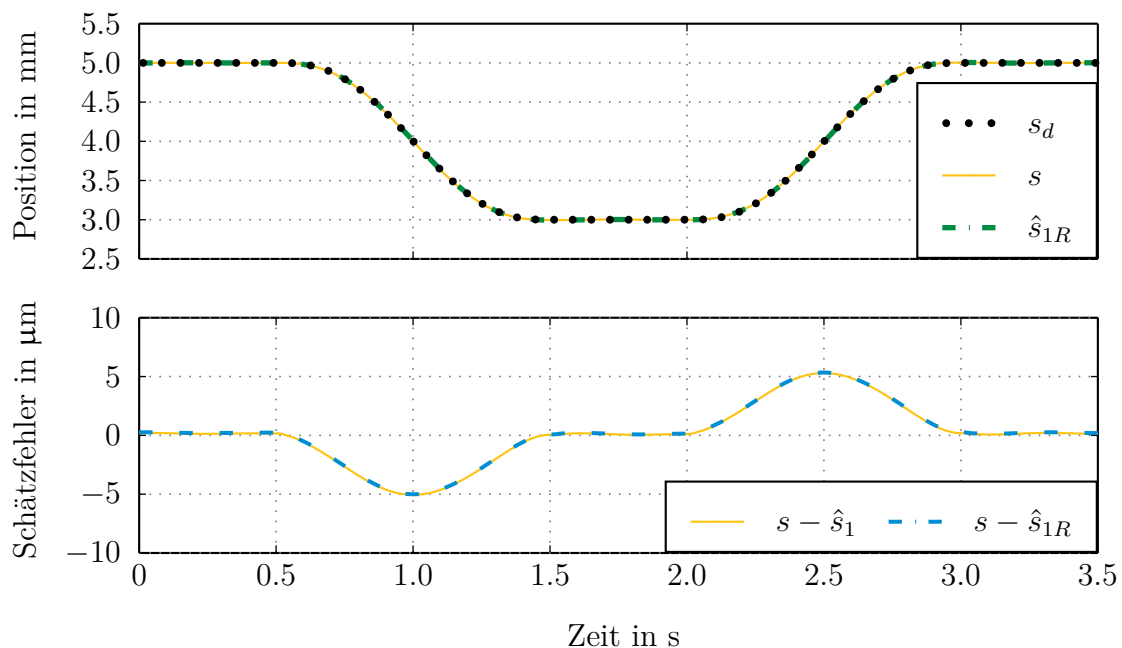


Abbildung 8.6: Simulationsergebnisse der Sollposition, der nominellen und der geschätzten Position sowie des Schätzfehlers für Arbeitspunktwechsel bei einem nominellen und geschätzten Spulenwiderstand von $R = 1.75 \Omega$ und $\hat{R} = 2 \Omega$.

8.2 Simulationsergebnisse bei unterschiedlicher Quantisierung der Messgrößen

Für die in Abbildung 8.7 dargestellten Simulationsergebnisse wurden insgesamt vier Simulationen mit unterschiedlicher Quantisierungswortlänge durchgeführt. Abbildung 8.7a zeigt die Positionsschätzung nach Konfiguration 3 mit 14 Bit, Abbildung 8.7b mit 12 Bit, Abbildung 8.7c mit 10 Bit und Abbildung 8.7d mit 8 Bit. Das Ergebnis der jeweiligen Simulation ist mit der korrespondierenden Bitzahl als Index gekennzeichnet. Es gilt wiederum $R = \hat{R} = 1.75 \Omega$.

Die in Abbildung 8.7 dargestellten Simulationsergebnisse zeigen, dass eine Reduktion der Quantisierungswortlänge der Messgrößen zu einer Verschlechterung der Positionsschätzung führt. Insbesondere ist ab $w_{AD} < 10$ Bit das Ergebnis der Positionsschätzung nicht mehr für die Positionsregelung geeignet.

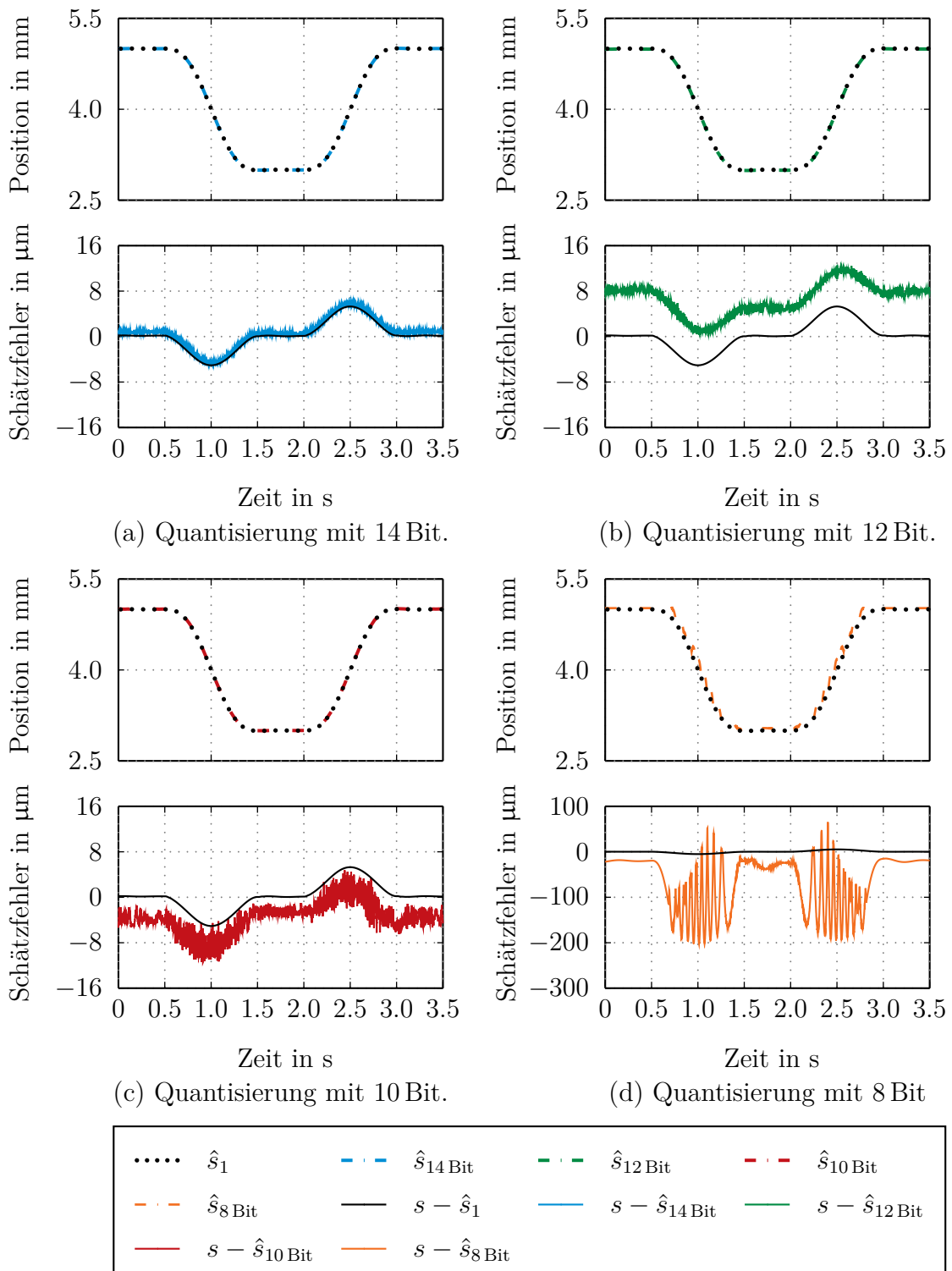


Abbildung 8.7: Simulationsergebnisse der nominellen und der geschätzten Position für Arbeitspunktwechsel mit unterschiedlichen Quantisierungswortlängen der Messgrößen und $R = \hat{R} = 1.75 \Omega$.

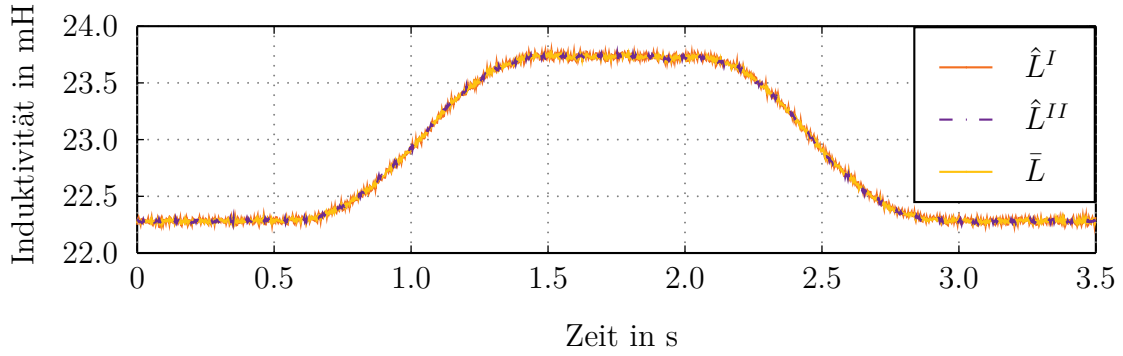
9 Messergebnisse

Nachdem die Schätz- und Regelungsstrategie in diversen Simulationen erfolgreich getestet wurde, wurde diese auf dem dSPACE Mess- und Regelungssystem implementiert. Die Implementierung erfolgte nach den Ausführungen im Kapitel 6 mit den Modell- und Reglerparametern aus Tabelle C.1. Die Messergebnisse für Arbeitspunktwechsel von fünf auf drei Millimeter mit einer Übergangszeit von einer Sekunde sind in Abschnitt 9.1 und die Messergebnisse des Widerstandsschätzers für eine konstante Kugelposition in Abschnitt 9.2 dargestellt. In Abschnitt 9.3 folgen die Messergebnisse einer sprunghaften Änderung des Tastverhältnisses χ für eine fixe Kugelposition und in Abschnitt 9.4 werden die empirischen Korrelationskoeffizienten für die Phasen *I* und *II* zwischen den Messwertreihen des Spulenstroms und des magnetischen Flusses berechnet.

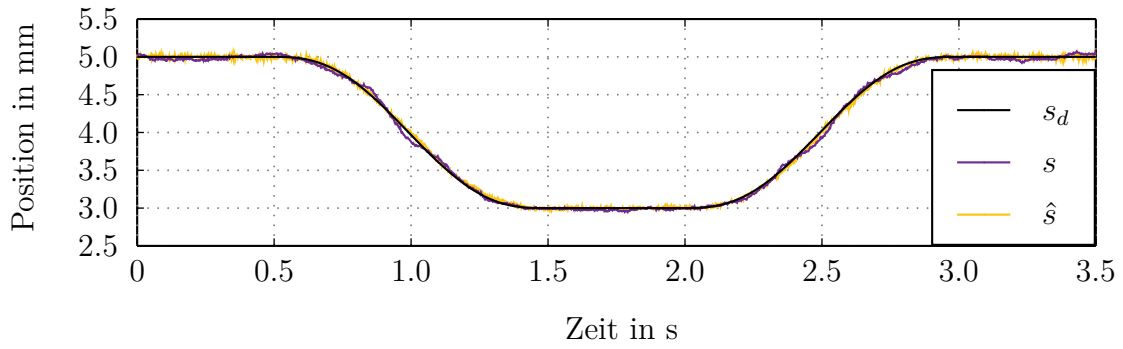
Die bei den folgenden Messergebnissen teilweise unterschiedlichen nominellen Werte des Spulenwiderstandes R sind auf die Spulenerwärmung während der Messwertaufnahme zurückzuführen.

9.1 Messergebnisse für Arbeitspunktwechsel

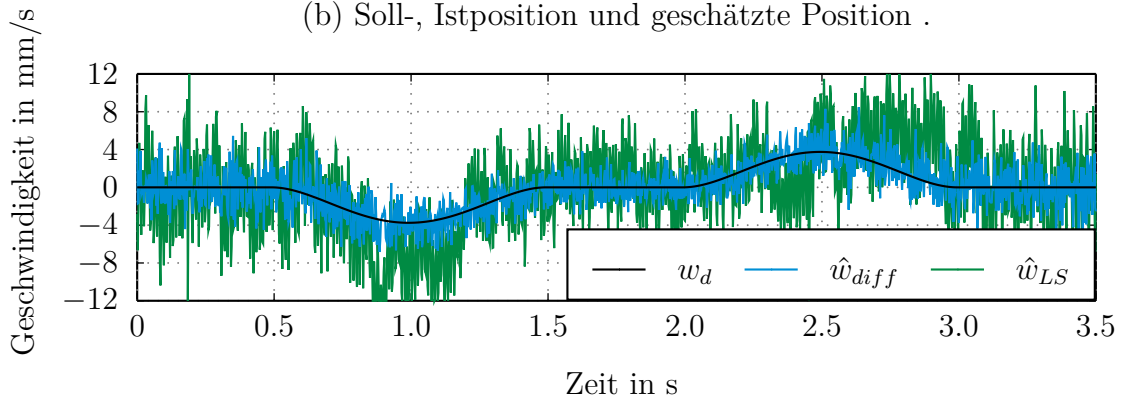
Es folgen nun die Messergebnisse für Arbeitspunktwechsel zwischen fünf und drei Millimeter mit einer Übergangszeit von einer Sekunde. In Abbildung 9.1a sind dazu die Messergebnisse der Induktivitätsschätzung aus den zwei Phasen, $\hat{L}^I$ und $\hat{L}^{II}$, sowie die mittlere Induktivität $\bar{L}$ dargestellt. Abbildung 9.1b zeigt die Sollposition s_d , die geschätzte Position $\hat{s}$ und die Istkugelposition s . Weiters sind in Abbildung 9.1c die vorgegebene Sollgeschwindigkeit w_d sowie die geschätzten Geschwindigkeiten $\hat{w}_{diff}$ nach Abschnitt 4.3.1 und $\hat{w}_{LS}$ nach Abschnitt 4.3.2 dargestellt. Der Spulensollstrom i_d sowie der Spulenstrom i und dessen Mittelwert $\bar{i}$ zeigt Abbildung 9.2a. In Abbildung 9.2b ist das Tastverhältnis χ dargestellt.



(a) Induktivitätsschätzung.

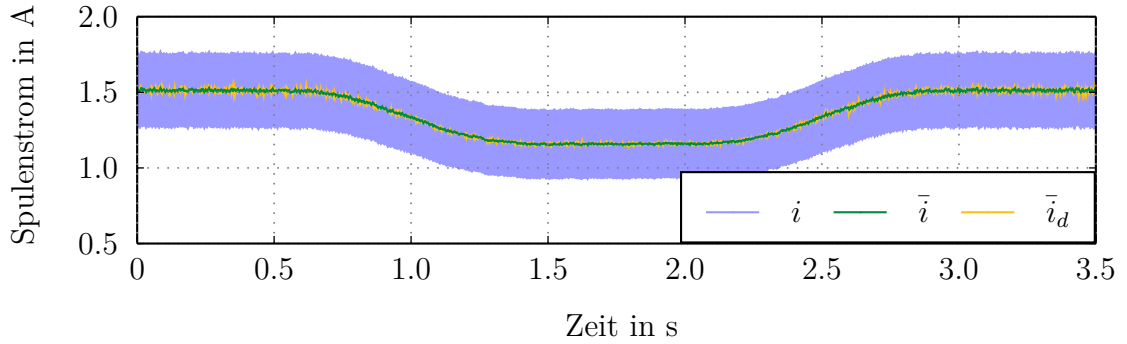


(b) Soll-, Istposition und geschätzte Position .

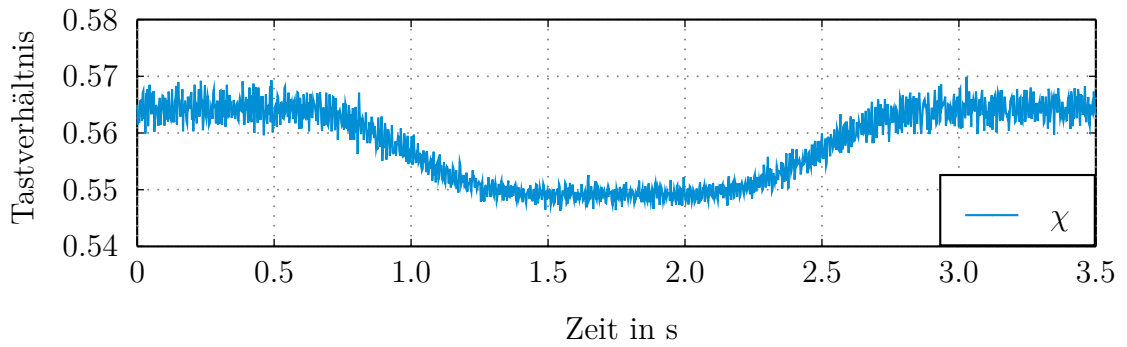


(c) Sollgeschwindigkeit und geschätzte Geschwindigkeiten.

Abbildung 9.1: Messergebnisse der Schätzstrategie für Arbeitspunktwechsel und $\hat{R} \approx R \approx 1.87 \Omega$.



(a) Soll-, Iststrom der Spule und Strommittelwert.



(b) Tastverhältnis.

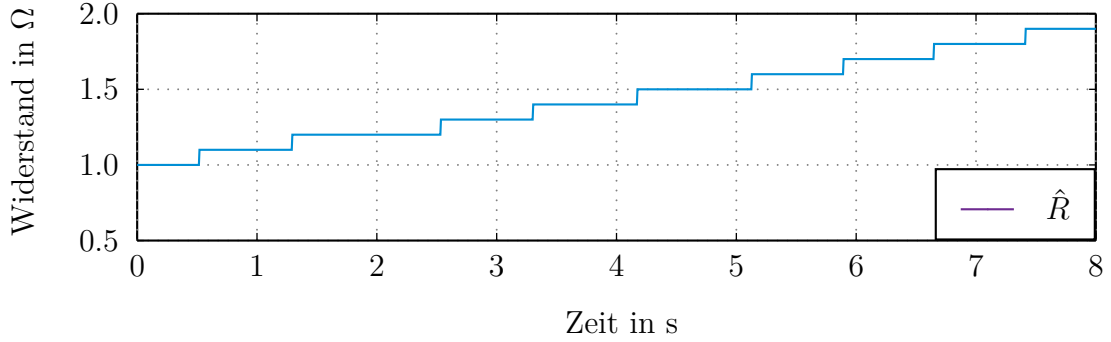
Abbildung 9.2: Messergebnisse des Stromreglers für Arbeitspunktwechsel und $\hat{R} \approx R \approx 1.87 \Omega$.

Anhand der Messergebnisse aus Abbildung 9.1b ist ersichtlich, dass die geschätzte Position $\hat{s}$ sehr gut mit der Istposition s übereinstimmt. Die teilweise sichtbaren Abweichungen der beiden Verläufe s und $\hat{s}$ resultieren aus der Beschaffenheit der Kugeloberfläche sowie der Kugelgeometrie und den damit verbundenen Messungenauigkeiten bei der Positionsbestimmung mit dem Laserabstandssensor. Aus den Messergebnissen in Abbildung 9.1c ist erkennbar, dass das Ergebnis der Geschwindigkeitsschätzung mittels numerischer Differentiation, vgl. Abschnitt 4.3.1, ein besseres Ergebnis liefert im Vergleich zur Geschwindigkeitsschätzung aus der geschätzten Induktivität nach Abschnitt 4.3.2.

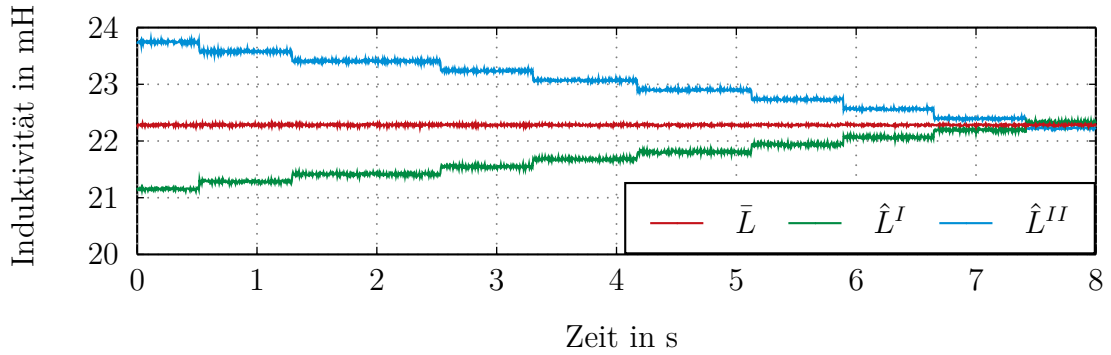
9.2 Messergebnisse der Widerstandsschätzung

Die folgenden Messergebnisse wurden bei einer konstanten Kugelposition von fünf Millimetern aufgenommen. In Abbildung 9.3 sind die Messergebnisse der Induktivitätsschätzung aus den zwei Phasen, $\hat{L}^I$ und $\hat{L}^{II}$, und der Induktivitätsmittelwert

$\bar{L}$ für händisch variierte Werte des geschätzten Ohmschen Spulenwiderstandes $\hat{R}$ dargestellt.



(a) Geschätzter Spulenwiderstand.

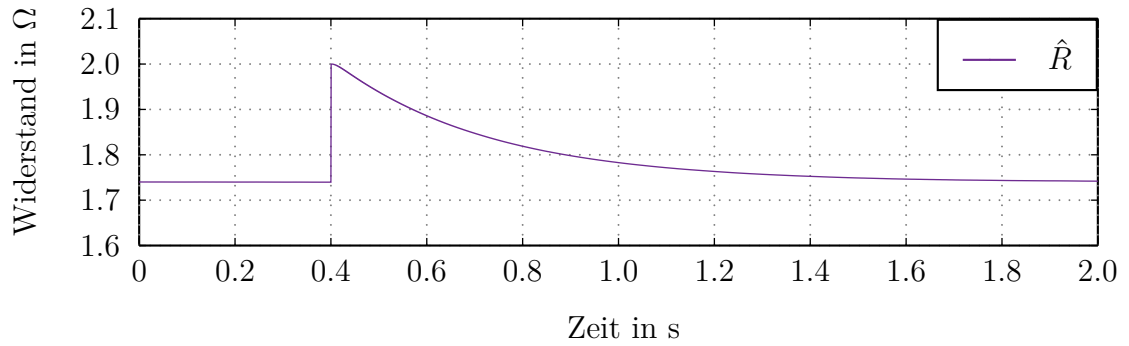


(b) Geschätzte Induktivitäten.

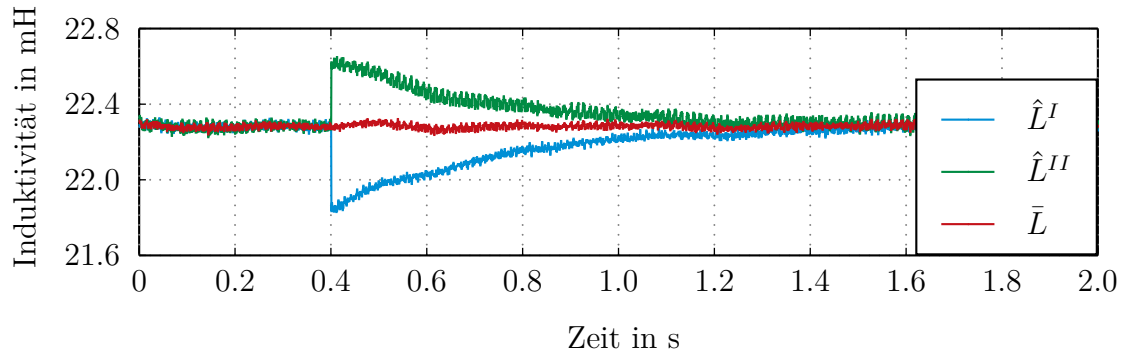
Abbildung 9.3: Messergebnisse bei Variation des geschätzten Spulenwiderstandes $\hat{R}$ bei einem nominellen Spulenwiderstand $R \approx 1.74 \Omega$.

Die Messergebnisse aus Abbildung 9.3 bestätigen, dass der geschätzte Induktivitätsmittelwert $\bar{L}$ unabhängig von der Widerstandsabweichung ΔR ist.

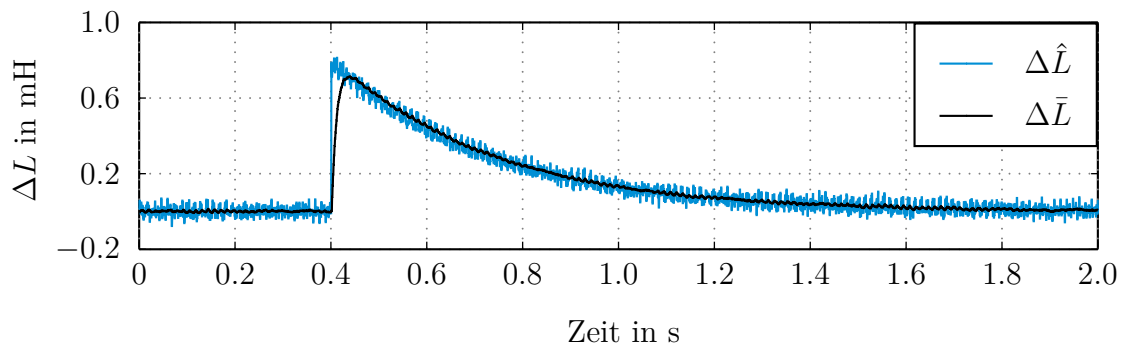
In Abbildung 9.4b sind die Messergebnisse der geschätzten Induktivitäten aus den zwei Phasen, $\hat{L}^I$ und $\hat{L}^{II}$, und der Induktivitätsmittelwert $\bar{L}$ für eine konstante Kugelposition von $s_d = 5 \text{ mm}$ dargestellt. Zum Zeitpunkt $t = 0.4 \text{ s}$ wurde der Widerstandsschätzer auf $\hat{R} = 2 \Omega$ gesetzt. Abbildung 9.4b zeigt dazu die daraus resultierende Spreizung der Verläufe der Induktivitätsschätzungen $\hat{L}^I$ und $\hat{L}^{II}$. Anhand von Abbildung 9.4c wird ersichtlich, dass der Widerstandsschätzer den Induktivitätsfehler ΔL zu Null regelt. Der Wert der Widerstandsschätzung im eingeschwungenen Zustand entspricht dabei dem des nominellen Spulenwiderstandes $\hat{R} \approx R \approx 1.74 \Omega$.



(a) Geschätzter Spulenwiderstand.



(b) Geschätzte Induktivitäten.

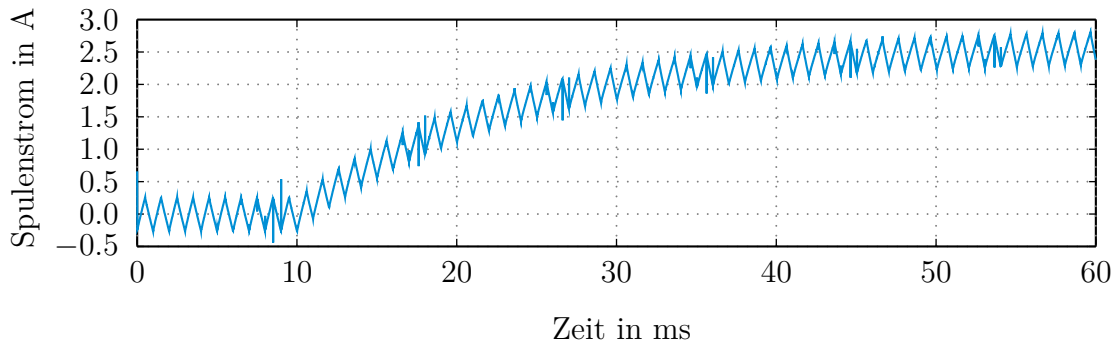


(c) Geschätzter Induktivitätsfehler und gefilterte Induktivitätsfehler.

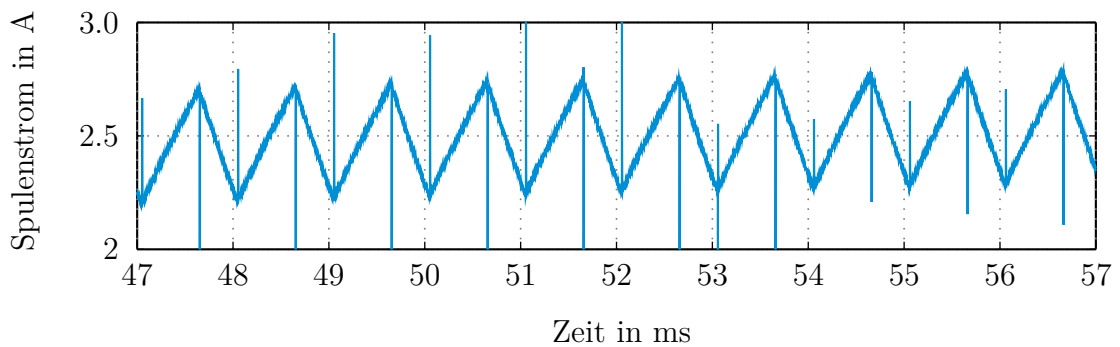
Abbildung 9.4: Messergebnisse für eine konstante Kugelposition und Änderung des geschätzten Widerstands auf $\hat{R} = 2\,\Omega$ bei $t = 0.4\,\text{s}$ bei einem nominalen Spulenwiderstand von $R \approx 1.74\,\Omega$.

9.3 Messergebnisse einer Sprungantwort des elektromagnetischen Teilsystems

In Abbildung 9.5 ist der Spulenstrom bei einer sprunghaften Änderung des Tastverhältnisses der H-Brücke von $\chi = 0.5$ auf $\chi = 0.6$ dargestellt. Für die Messungen wurde ein eigenes Programm für das dSPACE Mess- und Regelungssystem erstellt, welches die Aufzeichnung von Messwerten mit der maximalen Abtastzeit von $T_s = 0.1 \mu\text{s}$ ermöglicht. Die Messdaten wurden hierzu über die A/D-Wandler der Erweiterungskarte erfasst, in einem im FPGA der Erweiterungskarte implementierten FIFO-Buffer zwischengespeichert und anschließend vom dSPACE-Basissystem ausgelesen. Die Messung, gezeigt in Abbildung 9.5, wurde für eine fixe Kugelposition von $s = 4.3 \text{ mm}$ bei einer Versorgungsspannung von $v_{bat} = 24 \text{ V}$, einer PWM-Periodendauer von $T_{pwm} = 1 \text{ ms}$ und einer Abtastzeit von $T_s = 1 \mu\text{s}$ aufgenommen.



(a) Spulenstrom.



(b) Vergrößerter Ausschnitt des Spulenstroms.

Abbildung 9.5: Messergebnis des Spulenstroms bei einer sprunghaften Änderung des Tastverhältnisses $\chi = 0.5$ auf $\chi = 0.6$ bei $t = 10 \text{ ms}$.

Der durch die pulswidenmodulierte Ansteuerung vorgegebene Stromripple ist in Abbildung 9.5a deutlich zu erkennen. Der vergrößerte Ausschnitt des Spulenstroms

in Abbildung 9.5b zeigt die transienten Störimpulse, welche durch das Schalten der Transistoren der H-Brücke entstehen. Mit welcher Intensität die transienten Störimpulse die Positionsschätzung beeinträchtigen, wird im nächsten Abschnitt untersucht.

9.4 Empirischer Korrelationskoeffizient

Ein Maß für den linearen Zusammenhang zwischen den Messwertreihen des Spulenstroms i und dem magnetischen Spulenfluss $\Delta\psi$ in den Phasen I und II einer PWM-Periode nach (4.5) kann anhand des empirischen Korrelationskoeffizienten r gewonnen werden. Der Korrelationskoeffizient ist über die Normierung der empirischen Kovarianz durch das Produkt der empirischen Standardabweichungen zu

$$r = \frac{\sum_{j=m_s}^{m_e} (i_j - \bar{i})(\Delta\psi_j - \overline{\Delta\psi})}{\sqrt{\sum_{j=m_s}^{m_e} (i_j - \bar{i})^2 (\Delta\psi_j - \overline{\Delta\psi})^2}}, \quad (9.1)$$

mit dem Strommittelwert $\bar{i}$ und dem Mittelwert des Flussintegrals aus (4.5) in der Form

$$\overline{\Delta\psi} \approx \frac{1}{m} \sum_{j=m_s}^{m_e} \Delta\psi_j, \quad (9.2)$$

mit $m = m_e - m_s + 1$ definiert. Durch die Normierung auf das Produkt der Standardabweichungen können die Korrelationskoeffizienten einen Wert zwischen ± 1 annehmen. D.h. es gilt $-1 \leq r \leq 1$. Zudem liegt ein positiver bzw. negativer Zusammenhang zwischen den Messwertreihen vor, wenn $r > 0$ bzw. $r < 0$ ist. Kein Zusammenhang liegt vor, wenn $r = 0$ ist und $r = 1$ bzw. $r = -1$ bedeutet, dass alle Punkte der Messwertreihen auf einer Geraden mit positiver bzw. negativer Steigung liegen [11]. Für eine Echtzeitberechnung der Korrelationskoeffizienten in den Phasen I und II der PWM-Periode auf dem dSPACE-Basissystem wurde (9.1) auf

$$r^I = \frac{\sum_{j=m_s^I}^{m_e^I} i_j \Delta\psi_j - \frac{1}{m^I} \left(\sum_{j=m_s^I}^{m_e^I} i_j \right) \left(\sum_{j=m_s^I}^{m_e^I} \Delta\psi_j \right)}{\sqrt{\left(\sum_{j=m_s^I}^{m_e^I} i_j^2 - \frac{1}{m^I} \left(\sum_{j=m_s^I}^{m_e^I} i_j \right)^2 \right) \left(\sum_{j=m_s^I}^{m_e^I} \Delta\psi_j^2 - \frac{1}{m^I} \left(\sum_{j=m_s^I}^{m_e^I} \Delta\psi_j \right)^2 \right)}} \quad (9.3a)$$

für die Phase I und

$$r^{II} = \frac{\sum_{j=m_s^{II}}^{m_e^{II}} i_j \Delta\psi_j - \frac{1}{m^{II}} \left(\sum_{j=m_s^{II}}^{m_e^{II}} i_j \right) \left(\sum_{j=m_s^{II}}^{m_e^{II}} \Delta\psi_j \right)}{\sqrt{\left(\sum_{j=m_s^{II}}^{m_e^{II}} i_j^2 - \frac{1}{m^{II}} \left(\sum_{j=m_s^{II}}^{m_e^{II}} i_j \right)^2 \right) \left(\sum_{j=m_s^{II}}^{m_e^{II}} \Delta\psi_j^2 - \frac{1}{m^{II}} \left(\sum_{j=m_s^{II}}^{m_e^{II}} \Delta\psi_j \right)^2 \right)}} \quad (9.3b)$$

für die Phase II , mit

$$m^I = m_s^I - m_e^I + 1 \quad \text{und} \quad m^{II} = m_s^{II} - m_e^{II} + 1 \quad (9.4)$$

umgeformt und auf dem DSPACE-System implementiert [11]. Anzumerken ist, dass lediglich ein weiterer Wert, $\sum i_j^2$, auf der Erweiterungskarte berechnet werden muss. Für die Aufnahme der Messwertreihen wurde der Arbeitspunkt der Kugel konstant auf $s_d = 5$ mm gesetzt, wobei die Regelgrößen des Positionsreglers, s und w , aus dem Laserabstandssensor stammen. Die aus der Echtzeitberechnung von (9.3) resultierenden, über die Aufzeichnungsdauer von 10 s arithmetisch gemittelten, empirischen Korrelationskoeffizienten r^I und r^{II} , für unterschiedliche Startpunkte m_s^I und m_s^{II} , sind in Tabelle 9.1 Zusammengefasst. Aus den empirischen Korrelationskoeffizienten

m_s^I, m_s^{II}	r^I	r^{II}
0	0.9216	0.7967
10	0.9705	0.9257
15	0.9946	0.9873
25	0.9989	0.9981
50	0.9998	0.9998
100	0.9998	0.9998

Tabelle 9.1: Empirische Korrelationskoeffizienten für unterschiedliche Startpunkte der Messung in den Phasen I und II .

der Tabelle 9.1 wird ersichtlich, dass die empirischen Korrelationskoeffizienten der Phasen I und II gegen eins gehen, wenn mehrere Messpunkte am Anfang einer Teilperiode ausgespart werden. Dieses Verhalten ist auf die transienten Störimpulsen in den Messsignalen der Spannung und des Stroms, die beim Schalten der Transistoren der H-Brücke entstehen, zurückzuführen. Diese transienten Störimpulse werden für einen späteren Startzeitpunkt der Summationen ausgespart, womit sich die Linearität zwischen den Messwerten des Spulenstroms und des Spulenflusses erhöht.

10 Zusammenfassung

Diese Arbeit beschäftigte sich mit dem Entwurf und der Implementierung einer sensorlosen Positionsregelung für eine eindimensionale Magnetlagerung. Ziel dieser Arbeit war es, auf Basis der Ausführungen von [5] eine Schätz- und Regelungsstrategie für die sensorlose Positionsregelung des Versuchsaufbaus einer schwebenden Kugel zu entwerfen und zu implementieren.

Der erste Teil dieser Arbeit befasste sich mit dem Versuchsaufbau und der mathematischen Modellierung. Dabei wurden der elektromechanische Aufbau und dessen Ansteuerung sowie das Echtzeit- Mess- und Regelungssystem von dSPACE vorgestellt. Anschließend folgte die mathematische Modellierung der Ansteuerung des Elektromagneten sowie des elektromagnetischen und des mechanischen Teilsystems. Bei der mathematischen Modellierung des elektromagnetischen Teilsystems wurde die Form und Frequenz der Ansteuerung berücksichtigt, indem ein Reluktanzmodell mit der reversiblen und ein Reluktanzmodell mit der inkrementellen Permeabilität des Kerns und der Kugel erstellt wurde. Die Bestimmung der Modellparameter erfolgte dabei über eine zweistufige Identifikation mithilfe der Methode der kleinsten Fehlerquadrate.

Der zweite Teil dieser Arbeit beschäftigte sich mit dem Entwurf der Schätz- und Regelungsstrategie. Die Induktivitätsschätzung basierte dabei auf dem aus der Pulsweitenmodulation der Steuerspannung resultierenden, kugelpositionsabhängigen Verlauf des Lade- und Entladestroms. Eine PWM-Periode wurde dazu in die Lade- und Entladephase aufgeteilt und es wurde eine modellbasierte Identifikation mittels der Methode der kleinsten Fehlerquadrate durchgeführt. Eine modellbasierte Mittelung ermöglichte es schlussendlich anhand der Induktivitätsschätzungen der zwei Teilperioden den Einfluss der Bewegung der Kugel, der Änderung des Tastverhältnisses und des Ohmschen Spulenwiderstandes zu eliminieren. Aus der Induktivitätsmittelung konnte nun mithilfe des inversen Reluktanzmodells die Kugelposition berechnet werden. Im Weiteren wurden zwei Varianten der Geschwindigkeitsschätzung sowie die Schätzung des Spulenwiderstandes vorgestellt. Für die Regelung der Kugelposition wurde ein Kaskadenregler entworfen, der in der inneren Regelschleife den Spulenstrom und in der äußeren Regelschleife die Kugelposition regelt. Sowohl die Regelung des Spulenstroms als auch der Position basieren dabei auf einer Zwei-

Freiheitsgrad-Regelkreisstruktur bestehend aus Vorsteuer- und Regleranteil.

Der dritte Teil dieser Arbeit beschäftigte sich mit der digitalen Implementierung der Schätz- und Regelungsstrategie auf dem Versuchsaufbau einer schwebenden Kugel. Das Hauptproblem bei der Implementierung der Schätzstrategie war die schnelle Dynamik des Spulenstroms und die damit erforderliche hohe Abtastrate. Für die Implementierung auf dem Versuchsaufbau wurde die Schätzstrategie an die Anforderungen eines Echtzeitsystems angepasst und die Algorithmen der Schätz- und Regelungsstrategie in einen langsamen und einen schnellen Teilalgorithmus aufgeteilt. Anschließend wurde der schnelle Teilalgorithmus um die Anforderungen einer genauen und ressourcenoptimalen Ganzzahlenimplementierung im FPGA der dSPACE-Erweiterungskarte erweitert und implementiert. Die Implementierung des langsamen Teilalgorithmus erfolgte auf dem Gleitkommaprozessor des dSPACE-Basisystems.

Im letzten Teil dieser Arbeit wurde die entworfene Schätz- und Regelungsstrategie anhand von Simulations- und Messergebnissen verifiziert. In der Simulation mit MATLAB/SIMULINK wurde die Aufteilung in einen schnellen und langsamen Teilalgorithmus berücksichtigt und der Einfluss der Quantisierungswortlänge der A/D-Wandlung des Spulenstroms und der Spulenspannung untersucht. Es stellte sich heraus, dass für eine adäquate Positionsschätzung mindestens eine Quantisierungswortlänge von 10 Bit benötigt wird. Anschließend wurde die Schätz- und Regelungsstrategie im Versuchsaufbau implementiert und erfolgreich getestet. Die Messergebnisse vom Versuchsaufbau bestätigten die aus der Theorie und den Simulationen gewonnenen Erkenntnisse.

Eine zusätzliche Verbesserung der Schätzgüte und des Rauschverhaltens der Positionsschätzung könnte durch eine getrennte Auskopplung und A/D-Wandlung des Stromripples und des Strommittelwerts des Spulenstroms erreicht werden. Dies hätte eine bessere Nutzung des Eingangsbereichs des A/D-Wandlers und damit eine Reduktion des Quantisierungsrauschens zur Folge.

A Zahlendarstellung im Digitalrechner

Da der A/D-Wandler der Erweiterungskarte ganzzahlskalierte Abtastwerte liefert und der FPGA in Fixkommaarithmetik rechnet, erfolgt die Zahlendarstellung im FPGA in Ganzzahldarstellung. In Abschnitt A.1 folgt dazu eine Übersicht der geäußigten Darstellungsmethoden reeller Zahlen im Digitalrechner und in Abschnitt A.2 wird die Berechnung der Wortlänge und des Skalierungsfaktors der Ganzzahldarstellung beschrieben. Anschließend wird in Abschnitt A.3 gezeigt, welche Wortlänge zur verlustfreien Darstellung des Ergebnisses einer arithmetischen Operation benötigt wird.

A.1 Darstellungsmethoden reeller Zahlen im Digitalrechner

Es folgt nun eine kurze Übersicht über die geäußigten Darstellungsmethoden reeller Zahlen im Digitalrechner. In Abschnitt A.1.1 wird die Gleitkommadarstellung, in Abschnitt A.1.2 die Fixkommadarstellung und in Abschnitt A.1.3 die Ganzzahldarstellung behandelt.

A.1.1 Gleitkommadarstellung

In einem Digitalrechner werden reelle Zahlen $\check{x}$ meist mittels der Gleitkommadarstellung

$$\check{x} \approx x = sMb^e \tag{A.1}$$

dargestellt, wobei x für die reelle quantisierte Zahl, s für das Vorzeichen, M für die Mantisse, b für die Basis und e für den Exponenten steht [23]. In einem Dualzahlensystem besitzt die Basis den Wert zwei. Die Kommastelle bzw. der Binärpunkt kann

mittels des Exponenten festgelegt werden. Die Wortlänge der Mantisse bestimmt die Darstellungsgenauigkeit, d.h. die Anzahl an Dezimalstellen mit welcher die reelle Zahl im Digitalrechner dargestellt wird. Mit einer Wortlänge von 32 Bit, 8 Bit Exponenten und 23 Bit Mantisse kann ein Zahlenbereich von ca. $\pm 10^{\pm 38}$ dargestellt und eine Genauigkeit von sieben Dezimalstellen erreicht werden [23]. Die Darstellung in der Form (A.1) ermöglicht eine sehr präzise Durchführung arithmetischer Operationen über einen großen Zahlenbereich. Sie ist allerdings sehr ressourcenaufwendig und wirkt sich negativ auf die Ausführungszeit und den Hardwarebedarf aus [13].

A.1.2 Fixkommadarstellung

Eine Möglichkeit, den Ressourcenverbrauch zu verringern und damit eine signifikante Beschleunigung der Ausführungszeit zu erreichen, besteht in der Verwendung der Fixkommadarstellung. Eine Fixkommazahl ist durch ihre Wortlänge w , die Binärstellen $b_i \in \{0, 1\}$, $i = 0, \dots, w - 1$ und ihren Binärpunkt b_c beschrieben. Es wird außerdem zwischen der Darstellung mit Vorzeichen (*signed*) und ohne Vorzeichen (*unsigned*) unterschieden, die im Folgenden mit einem Index u für die *unsigned*- und einem Index s für die *signed*-Darstellung gekennzeichnet wird. Abbildung A.1 zeigt die Struktur der Fixkommadarstellung im Dualsystem mit den Binärstellen b_i , $i = 0, \dots, w - 1$ und dem fixen Binärpunkt an der Stelle b_c .

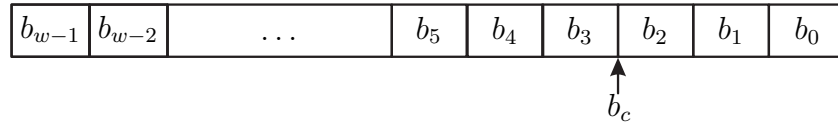


Abbildung A.1: Struktur der Fixkommadarstellung.

Eine reelle Zahl $\check{x}$ kann entsprechend mit w Bits in *unsigned*- bzw. *signed*-Darstellung kodiert werden und die quantisierte Zahl x lautet

$$\check{x} \approx x = 2^{-b_c} \hat{x}, \quad (\text{A.2a})$$

mit der Integerdarstellung

$$\hat{x} = \begin{cases} \sum_{i=0}^{w-1} b_i 2^i & \text{für } \textit{unsigned} \\ -b_{w-1} 2^{w-1} + \sum_{i=0}^{w-2} b_i 2^i & \text{für } \textit{signed}. \end{cases} \quad (\text{A.2b})$$

Aus (A.2) ist ersichtlich, dass die Darstellungsgenauigkeit der reellen Zahl von der verwendeten Wortlänge und der Position des Binärpunktes abhängt. Die Realisierung der *signed*-Darstellung mittels Zweierkomplement [19] ermöglicht es, Additionen und Subtraktionen in einer Arithmetikeinheit schnell und ressourcenschonend auszuführen.

A.1.3 Ganzzahldarstellung

Eine weitere Möglichkeit zur Darstellung reeller Zahlen in einem Digitalrechner ist die Ganzzahldarstellung. Die Ganzzahldarstellung basiert auf dem Prinzip der Fixkommadarstellung aus Abschnitt A.1.2 mit dem Unterschied, dass nur ganze Zahlen, die über einen Skalierungsfaktor implizit kodiert sind, abgebildet werden. Die Anpassung von (A.2) auf Ganzzahldarstellung führt auf

$$\check{x} \approx x = S_x \hat{x} \quad (\text{A.3})$$

mit dem Skalierungsfaktor S_x und der Integerdarstellung gemäß (A.2b). Aus (A.3) ist ersichtlich, dass durch die passende Wahl der Wortlänge und des Skalierungsfaktors jede reelle Zahl beliebig genau in Ganzzahldarstellung abgebildet werden kann. Der Quantisierungsfehler $e = x - \check{x}$ entspricht dabei dem halben Skalierungsfaktor, d.h. es gilt $-S_x/2 \leq e \leq S_x/2$.

A.2 Wortlänge und Skalierung der Ganzzahldarstellung

Die Wahl des Skalierungsfaktors und der Wortlänge ist maßgebend für die Genauigkeit der Ganzzahldarstellung. Eine willkürliche Festlegung der Wortlänge bzw. des Skalierungsfaktors führt zu einer Vergeudung der begrenzten Ressourcen des Digitalrechners oder aber zu einer nicht hinreichend genauen Zahlendarstellung. Im Hinblick auf eine möglichst genaue und ressourcenoptimale Implementierung des schnellen Teilalgorithmus im FPGA müssen die Skalierungsfaktoren und Wortlängen optimal vorgegeben werden. Da im Allgemeinen die Wertebereiche der einzelnen Signale bekannt sind, müssen anhand dieser die Skalierungen und Wortlängen im Sinne der gewünschten Genauigkeit festgelegt werden. Im Folgenden wird der Wertebereich einer reellen Zahl $\check{x}$ mit $Z_x = \max(|\check{x}|)$ bezeichnet. D.h., für die *signed*-Ganzzahldarstellung wird ein um Null symmetrischer Wertebereich festgelegt. Die Zahl x kann somit Werte aus $\pm Z_x$ annehmen. Die Festlegung der Wortlänge und

des Skalierungsfaktors erfolgt im Allgemeinen über (A.3) und aus einem der zwei folgenden Fälle:

1. Der Wertebereich sowie die zur Verfügung stehende Wortlänge ist bekannt und der daraus resultierende Skalierungsfaktor im Sinne der maximalen Genauigkeit lautet

$$S_x = \frac{Z_x}{2^{w_x^u} - 1} \quad \text{bzw.} \quad S_x = \frac{Z_x}{2^{w_x^s - 1} - 1}. \quad (\text{A.4})$$

2. Der Wertebereich sowie der Skalierungsfaktor ist bekannt und die notwendige Wortlänge für eine genaue und ressourcenoptimale *unsigned*- bzw. *signed*-Ganzzahldarstellung lautet¹

$$w_x^u = \left\lceil \log_2 \left(\frac{Z_x}{S_x} + 1 \right) \right\rceil \quad \text{bzw.} \quad w_x^s = \left\lceil \log_2 \left(\frac{Z_x}{S_x} + 1 \right) \right\rceil + 1. \quad (\text{A.5})$$

Um einen Genauigkeitsverlust der Ganzzahldarstellung zu verhindern, wird die resultierende Wortlänge auf den nächsten Ganzzahlenwert aufgerundet. Ist der Skalierungsfaktor ebenfalls unbekannt, so folgt die Festlegung des Skalierungsfaktors anhand der gewünschten Genauigkeit.

Die Ausführung einer arithmetischen Operation führt auf ein Ergebnis mit einem neuen Wertebereich, für welches eine neue Wortlänge und ein neuer Skalierungsfaktor festgelegt werden muss. Die Auswirkungen von Ganzzahloperationen auf die Wortlänge und den Skalierungsfaktor des Ergebnisses wird daher im nächsten Abschnitt untersucht.

A.3 Ganzzahloperationen

Mit den Erkenntnissen aus dem Abschnitt A.2 lassen sich die Variablenparameter, Wortlänge und Skalierungsfaktor, festlegen. Die Bestimmung der Variablenparameter für das Ergebnis einer arithmetischen Operation wird im Folgenden für die Addition in Abschnitt A.3.1, die Subtraktion in Abschnitt A.3.2, die Multiplikation in Abschnitt A.3.3, die Division in Abschnitt A.3.4 und die Akkumulation in Abschnitt A.3.5 besprochen. Die Diskussion wird anhand zweier Ganzzahlen x und y mit den Wortlängen w_x und w_y , den Skalierungsfaktoren S_x und S_y sowie den Wertebereichen Z_x und Z_y angeführt.

¹Der Operator $\lceil \cdot \rceil$ bezeichnet die Aufrundung hin zum nächsten Ganzzahlenwert.

A.3.1 Addition

Für die Addition der Ganzzahlen x und y wird vorausgesetzt, dass x und y positiv sind und dass beide Zahlen den gleichen Skalierungsfaktor besitzen, d.h., $x, y > 0$ und $S_x = S_y$. Der Skalierungsfaktor der Summe S_{x+y} ist dann identisch zu den einzelnen Skalierungsfaktoren und es gilt

$$S_{x+y} = S_x = S_y. \quad (\text{A.6})$$

Der resultierende Zahlenbereich der Summe Z_{x+y} bildet sich aus der Addition der beiden Zahlenbereiche zu

$$Z_{x+y} = Z_x + Z_y. \quad (\text{A.7})$$

Setzt man den Zahlenbereich Z_{x+y} und den Skalierungsfaktor S_{x+y} in (A.5) ein, so folgt die Wortlänge, die vorgegeben werden muss, um das Ergebnis verlustfrei mit einer maximalen Genauigkeit darstellen zu können, zu

$$w_{x+y}^u = \left\lceil \log_2 \left(\frac{Z_{x+y}}{S_{x+y}} + 1 \right) \right\rceil \quad \text{bzw.} \quad w_{x+y}^s = \left\lceil \log_2 \left(\frac{Z_{x+y}}{S_{x+y}} + 1 \right) \right\rceil + 1. \quad (\text{A.8})$$

Bei Kenntnis der Wortlänge w_x und w_y kann eine Worst Case Abschätzung der Ergebnisswortlänge direkt über

$$w_{x+y}^u \leq \max(w_x^u, w_y^u) + 1 \quad \text{bzw.} \quad w_{x+y}^s \leq \max(w_x^s, w_y^s) + 1 \quad (\text{A.9})$$

getroffen werden. Dabei wird die größere Wortlänge der beiden Zahlen um eine Übertragsstelle erweitert.

A.3.2 Subtraktion

Die Bestimmung der Ergebnisparameter der Subtraktion $x - y$ erfolgt unter der Annahme $x, y \geq 0$ und $S_x = S_y$ sowie $x \geq y$ für die *unsigned*-Darstellung. Der aus der Subtraktion resultierende Skalierungsfaktor S_{x-y} ist, wie bei der Addition, identisch zu den einzelnen Skalierungsfaktoren und es gilt

$$S_{x-y} = S_x = S_y. \quad (\text{A.10})$$

Der maximal benötigte Zahlenbereich des Ergebnisses lautet

$$Z_{x-y} = \max(Z_x, Z_y) \quad (\text{A.11})$$

und das Einsetzen von (A.10) und (A.11) in (A.5) führt wiederum auf die Ergebniswortlänge

$$w_{x-y}^u = \left\lceil \log_2 \left(\frac{Z_{x-y}}{S_{x-y}} + 1 \right) \right\rceil \quad \text{bzw.} \quad w_{x-y}^s = \left\lceil \log_2 \left(\frac{Z_{x-y}}{S_{x-y}} + 1 \right) \right\rceil + 1, \quad (\text{A.12})$$

die vorgegeben werden muss, um das Ergebnis mit einer maximalen Genauigkeit darzustellen. Eine Worst Case Abschätzung der Ergebniswortlänge folgt aus den Wortlängen w_x und w_y direkt zu

$$w_{x-y}^u \leq \max(w_x^u, w_y^u) \quad \text{bzw.} \quad w_{x-y}^s \leq \max(w_x^s, w_y^s). \quad (\text{A.13})$$

A.3.3 Multiplikation

Für die Multiplikation von x und y resultiert der Skalierungsfaktor

$$S_{xy} = S_x S_y \quad (\text{A.14})$$

und der Zahlenbereich des Ergebnisses

$$Z_{xy} = Z_x Z_y. \quad (\text{A.15})$$

Setzt man (A.15) und (A.14) in (A.5) ein, führt dies auf

$$w_{xy}^u = \left\lceil \log_2 \left(\frac{Z_{xy}}{S_{xy}} + 1 \right) \right\rceil \quad \text{bzw.} \quad w_{xy}^s = \left\lceil \log_2 \left(\frac{Z_{xy}}{S_{xy}} + 1 \right) \right\rceil + 1 \quad (\text{A.16})$$

und damit auf die Ergebniswortlänge, die vorgegeben werden muss, um das Ergebnis mit einer maximalen Genauigkeit darzustellen. Eine Worst Case Abschätzung der Ergebniswortlänge folgt direkt aus der Addition der Wortlängen der zwei Zahlen zu

$$w_{xy}^u \leq w_x^u + w_y^u \quad \text{bzw.} \quad w_{xy}^s \leq w_x^s + w_y^s - 1, \quad (\text{A.17})$$

wobei die Wortlänge w_{xy}^s aufgrund der Vorzeichenbits aus w_x^s und w_y^s um ein Bit reduziert wird.

A.3.4 Division

In Ganzzahlenarithmetik sind Divisionen mit einem Divisor ungleich einem Vielfachen von zwei mit großem Ressourcenaufwand und mit Genauigkeitsverlusten verbunden. Eine Rechtsverschiebung der Binärstellen um eine Stelle ist gleich bedeutend mit einer Division durch zwei. D.h., eine Division mit dem Divisor $y = 2n$ mit

$n \in \mathbb{N}$ wird durch eine n -fache Rechtsverschiebung der Binärstellen des Dividenten realisiert. Deshalb werden bei der Implementierung nur Divisionen mit einem Divisorvielfachen von zwei verwendet. Der daraus resultierende Wortlängenbedarf des Ergebnisses für die *unsigned*- bzw. *signed*-Ganzzahldarstellung lautet

$$w_{x/y}^u = w_x^u - n \quad \text{bzw.} \quad w_{x/y}^s = w_x^s - n. \quad (\text{A.18})$$

Der Skalierungsfaktor des Ergebnisses lautet

$$S_{x/y} = \frac{S_x}{S_y}. \quad (\text{A.19})$$

Um auftretende Genauigkeitsverluste bei der Division zu vermeiden, ist gegebenenfalls der Skalierungsfaktor des Dividenten zu erweitern.

A.3.5 Akkumulierung

Bei der m -fachen Akkumulierung einer Variablen x in der Form

$$x_\Sigma = \sum_{j=1}^m x_j \quad (\text{A.20})$$

bleibt der Skalierungsfaktor erhalten

$$S_{x_\Sigma} = S_x \quad (\text{A.21})$$

und der Wertebereich vergrößert sich auf

$$Z_{x_\Sigma} = mZ_x. \quad (\text{A.22})$$

Unter der Verwendung von (A.5) errechnet sich die Wortlänge zu

$$\begin{aligned} w_{x_\Sigma}^u &= \left\lceil \log_2 \left(m \frac{Z_x}{S_x} + 1 \right) \right\rceil \quad \text{bzw.} \\ w_{x_\Sigma}^s &= \left\lceil \log_2 \left(m \frac{Z_x}{S_x} + 1 \right) \right\rceil + 1. \end{aligned} \quad (\text{A.23})$$

Eine Worst Case Abschätzung der Ergebniswortlänge kann aus Kenntnis der Wortlängen w_m und w_x zu

$$\begin{aligned} w_{x_\Sigma}^u &\leq \lceil \log_2(m+1) \rceil + w_x^u = w_m + w_x^u \quad \text{bzw.} \\ w_{x_\Sigma}^s &\leq \lceil \log_2(m+1) \rceil + w_x^s = w_m + w_x^s \end{aligned} \quad (\text{A.24})$$

getroffen werden.

B Schaltplan der Ansteuerelektronik und Berechnung der Auskoppelfaktoren

In diesem Anhang ist in Abbildung B.1 die Schaltung des Leistungsverstärkers und in Abbildung B.2 die Schaltung der Messelektronik dargestellt. Die Auskoppelfaktoren des Messverstärkers berechnen sich laut dem Schaltplan aus Abbildung B.2 für den Strom i_1 und i_2 zu

$$k_{i_1} = \left(R_{18} \left(1 + \frac{R_{21}}{R_{22}} \right) \left(1 + \frac{R_{20}}{R_{23}} \right) \right)^{-1} = 1.0001 \text{ A/V} \quad (\text{B.1})$$

$$k_{i_2} = \left(R_{25} \left(1 + \frac{R_{28}}{R_{29}} \right) \left(1 + \frac{R_{27}}{R_{30}} \right) \right)^{-1} = 1.0001 \text{ A/V} \quad (\text{B.2})$$

$$k_i = k_{i_1} = k_{i_2}. \quad (\text{B.3})$$

Der Auskoppelfaktor der Spulenspannung v ergibt sich zu

$$k_v = \left(\frac{R_{10}}{R_{10} + R_2} \frac{R_{130}}{R_{130} + R_{91}} \right)^{-1} = 5.045 \text{ V/V}. \quad (\text{B.4})$$



Abbildung B.1: Schaltplan des Leistungsverstärkers.



82

C Modell- und Reglerparameter

Beschreibung	Symbol	Wert Simulation	Wert Experiment	Einheit
Kugelmasse	m	94.82×10^{-3}	94.82×10^{-3}	kg
Spulenwicklungen	N	400	400	1
Versorgungsspg.	v_{bat}	24	24	V
ink. Reluktanz	$\mathcal{R}_{fc}^{\text{inc}}$	4.94×10^6	4.94×10^6	1/H
rev. Reluktanz	$\mathcal{R}_{fc}^{\text{rev}}$	3.78×10^6	3.78×10^6	1/H
ink. Reluktanz	$\mathcal{R}_{fo}^{\text{inc}}$	7.75×10^5	7.75×10^5	1/H
rev. Reluktanz	$\mathcal{R}_{fo}^{\text{rev}}$	5.73×10^5	5.73×10^5	1/H
Streureluktanz	$\mathcal{R}_l$	4.31×10^6	4.31×10^6	1/H
Effektive Fläche	A_g	1.02×10^{-4}	1.02×10^{-4}	m ²
Abtastzeit	T_s	0.1	0.1	μs
Auskoppelfaktor	k_m	-	0.0351	m/V
Periodendauer	T_{pwm}	1	1	ms
Startsample	m_s^I, m_s^{II}	50	50	1
par. Pos. Regler	$\lambda_{0,s}$	16.6	14.8	N/ms
par. Pos. Regler	$\lambda_{1,s}$	500	740	N/m
par. Pos. Regler	$\lambda_{2,s}$	100	48.1	Ns/m
par. Stromregler	$\lambda_{0,i}$	800	1000	V/As
par. Stromregler	$\lambda_{1,i}$	16	4	V/A
Filter Koeffizient	T_w	10	9.75	ms
Filter Koeffizient	T_f	0.01	0.01	s
Filter Koeffizient	T_e	0.001	0.001	s

Tabelle C.1: Modell-, Regler- und Filterparameter.

D Variablenparameter

Variablenname	Wert	Einheit
T_{pwm}	2	ms
T_s	10	μ s
k_i	1.0001	A
k_v	5.045	V/V
A_{max}	5	V/V
w_{AD}	14	Bit
Z_R	5	Ω
v_{bat}	24	V
m_ψ	100	1

Tabelle D.1: Die Systemparameter zur Berechnung der Variablenparameter der Ganzzahldarstellung des schnellen Teilalgorithmus.

Variablenname	Wortbreite	Skalierungsfaktor
M^u	15	1
$\tilde{i}_1, \tilde{i}_2, \tilde{i}$	14	6.1043×10^{-4}
$\tilde{v}$	14	0.0031
$\tilde{R}$	14	6.1043×10^{-4}
$\tilde{i}_d$	29	6.1043×10^{-4}
$\tilde{\lambda}_{1,i}$	32	3.8142×10^{-7}
$\tilde{\lambda}_{0,i}$	32	3.8142×10^{-7}
m_s^I, m_s^{II}	15	1
$G_{\psi v}$	29	1
$G_{\psi Ri}$	16	1
n_λ^u	5	1

Tabelle D.2: Variablenparameter der Eingangsvariablen des schnellen Teilalgorithmus.

Variablenname	Wortbreite	Skalierungsfaktor
$\tilde{\Sigma}_i^I, \tilde{\Sigma}_i^{II}$	29	6.1043×10^{-4}
$\tilde{\Sigma}_v^I, \tilde{\Sigma}_v^{II}$	29	0.0031
$\tilde{\Sigma}_j^I, \tilde{\Sigma}_j^{II}$	28	1
$\tilde{R}i^I, \tilde{R}i^{II}$	27	3.7262×10^{-7}
$\tilde{\Sigma}_{Ri}^I, \tilde{\Sigma}_{Ri}^{II}$	42	3.7262×10^{-7}
$\Delta\tilde{\psi}^I, \Delta\tilde{\psi}^{II}$	57	1.1373×10^{-11}
$\Delta(\tilde{\psi}^I)^2, \Delta(\tilde{\psi}^{II})^2$	112	1.2934×10^{-22}
$(\tilde{i}\Delta\tilde{\psi})^I, (\tilde{i}\Delta\tilde{\psi})^{II}$	70	6.9432×10^{-15}
$\tilde{\Sigma}_i$	29	6.1043×10^{-4}
$\tilde{e}_i$	30	6.1043×10^{-4}
$\tilde{\Sigma}_{e_i}$	45	6.1043×10^{-4}

Tabelle D.3: Variablenparameter der Zwischenvariablen des schnellen Teilalgorithmus.

Variablenname	Wortbreite	Skalierungsfaktor
$\tilde{\Sigma}_{\Delta\psi}^I, \tilde{\Sigma}_{\Delta\psi}^{II}$	72	1.1373×10^{-11}
$\tilde{\Sigma}_{(\Delta\psi)^2}^I, \tilde{\Sigma}_{(\Delta\psi)^2}^{II}$	127	1.2934×10^{-22}
$\tilde{\Sigma}_i^I, \tilde{\Sigma}_i^{II}$	29	6.1043×10^{-4}
$\tilde{\Sigma}_{i\Delta\psi}^I, \tilde{\Sigma}_{i\Delta\psi}^{II}$	85	6.9423×10^{-15}
$\tilde{\Sigma}_{ij}^I, \tilde{\Sigma}_{ij}^{II}$	42	6.1043×10^{-4}
M^I	15	1

Tabelle D.4: Variablenparameter der Ausgangsvariablen des schnellen Teilalgorithmus.

Literaturverzeichnis

- [1] G. Bertotti, *Hysteresis in magnetism: For physicists, materials scientists, and engineers*. Academic Press, San Diego, 1998.
- [2] R. Bozorth, *Ferromagnetism*. John Wiley & Sons, Hoboken New Jersey, 1993.
- [3] G. Fasching, *Werkstoffe für die Elektrotechnik: Mikrophysik, Struktur, Eigenschaften*, 4. Auflage. Springer, Wien New York, 2005.
- [4] G. Flegel, W. Nerreter und K. Birnstiel, *Elektrotechnik für Maschinenbau und Mechatronik*, 9. Auflage. Hanser Fachbuchverlag, München, 2009.
- [5] T. Glück, W. Kemmetmüller, C. Tump und A. Kugi, “A novel robust position estimator for self-sensing magnetic levitation systems based on least squares identification”, *Control Engineering Practice*, Vol. 19, Nr. 2, S. 146 – 157, 2011.
- [6] W. Jung, *Op Amp applications handbook*. Newnes, Burlington, 2005.
- [7] E. Kallenbach, R. Eick, P. Quendt, T. Ströhla, K. Feindt und M. Kallenbach, *Elektromagnete: Grundlagen, Berechnung, Entwurf und Anwendung*, 3. Auflage. Vieweg + Teubner, Wiesbaden, 2008.
- [8] A. Kugi, *Skriptum zur Vorlesung: Prozessidentifikation (WS 2009)*. Technische Universität Wien: Institut für Automatisierungs- und Regelungstechnik, Wien, 2009.
- [9] J. Lunze, *Regelungstechnik 2.: Mehrgrößensysteme, digitale Regelung*. Springer, Berlin Heidelberg, 2002.
- [10] A. Prechtel, *Vorlesungen über die Grundlagen der Elektrotechnik Bd. 2*. Springer, Wien New York, 1995.
- [11] L. Sachs und J. Hedderich, *Angewandte Statistik*, 12. Auflage. Springer, Berlin Heidelberg, 2006.
- [12] S. Skogestad und I. Postlethwaite, *Multivariable feedback control: Analysis and design*, 2. Auflage. John Wiley & Sons, Hoboken New Jersey, 2005.

- [13] S. Smith, *Digital signal processing: A practical guide for engineers and scientists*. Newnes, Burlington, 2003.
- [14] DSPACE, *Datenblatt, DS5203 FPGA Board*, 17.7.2011. [Online]. Verfügbar: <http://www.dspace.de>
- [15] DSPACE, *Manual, Processor Interface Reference 6.5*, 17.7.2011. [Online]. Verfügbar: <http://www.dspace.de>
- [16] DSPACE, *Manual, REAL-TIME INTERFACE Implementation Guide*, 17.7.2011. [Online]. Verfügbar: <http://www.dspace.de>
- [17] DSPACE, *Software, CONTROLDESK*, 17.7.2011. [Online]. Verfügbar: <http://www.dspace.de>
- [18] EPCOS, *Datenblatt, Ferritkern PM87*, 17.7.2011. [Online]. Verfügbar: <http://www.epcos.com>
- [19] MATLAB, *Manual, SIMULINK Fixed Point User's Guide*, 17.7.2011. [Online]. Verfügbar: <http://www.matlab.com>
- [20] WELOTEC, *Datenblatt, OWLF 4007 FA S1*, 17.7.2011. [Online]. Verfügbar: <http://www.welotec.com>
- [21] XILINX, *Manual, System Generator for DSP*, 17.7.2011. [Online]. Verfügbar: <http://www.xilinx.com>
- [22] XILINX, *Manual, VIRTEX-5 SX95 FPGA*, 17.7.2011. [Online]. Verfügbar: <http://www.xilinx.com>
- [23] U. Tietze und C. Schenk, *Halbleiter-Schaltungstechnik*, 11. Auflage. Springer, Berlin Heidelberg, 1998.