

DIPLOMARBEIT

Risikomodellierung und Szenarien für das Solvenzkapital in der privaten Krankenversicherung

Ausgeführt am

**Institut für Wirtschaftsmathematik
Finanz- und Versicherungsmathematik**

unter der Anleitung von

Ao.Univ.Prof. Dipl.-Ing. Dr.tech. Peter Grandits

durch

Selimi Arbnore

**Quellenstraße 27/37/12
1100 Wien**

**Technische Universität Wien
Fakultät für Mathematik und Geoinformation
*Institut für Wirtschaftsmathematik
Finanz- und Versicherungsmathematik*
Wien, März 2009**

Inhaltsverzeichnis

Danksagung	v
1 Einleitung	1
2 Eine Einführung in die Krankenversicherung	3
2.1 Ein kurzer geschichtlicher Rückblick	3
2.2 Die gesetzliche Krankenversicherung	3
2.3 Die private Krankenversicherung	4
2.3.1 Krankenhauskostenversicherung	5
2.3.2 Tagesgeldversicherung	5
3 Die Mathematik der privaten Krankenversicherung	6
3.1 Der Versicherungsfall	6
3.2 Die Risikoprämie	8
3.2.1 Die Kopfschäden	8
3.2.2 Ermittlung der Kopfschäden	9
3.3 Die Nettoprämie	10
3.3.1 Das Äquivalenzprinzip	10
3.3.2 Die Rechnungsgrundlagen	11
3.3.3 Die Jahresnettoprämie	13
3.4 Die Bruttoprämie	13
3.4.1 Die Abschlusskosten	14
3.4.2 Die Verwaltungskosten	14
3.4.3 Der Sicherheitszuschlag	14
3.4.4 Der Zuschlag für eine erfolgsunabhängige Gewinnbe- teiligung	15
3.4.5 Die Bruttoprämie	15
3.5 Die Deckungsrückstellung	15
3.6 Die Prämienanpassung	17

4	Eigenkapital für die Krankenversicherung	18
4.1	Das Eigenkapital einer Krankenversicherung	18
4.2	Solvency I	20
4.3	Solvency II	21
4.3.1	Die Entwicklung	21
4.3.2	Der Aufbau von Solvency II	23
4.4	Risikomanagement	24
5	Das Risiko der Entwicklung von Versicherungsbeständen	27
5.1	Das Kapitalanlagenrisiko	27
5.1.1	Der Zinsrückgang	28
5.1.2	Der Zinsanstieg	28
5.2	Das versicherungstechnische Risiko	28
5.2.1	Das Zufallsrisiko	29
5.2.2	Das Irrtumsrisiko	29
5.2.3	Das Änderungsrisiko	30
5.3	Das operationelle Risiko	30
6	Risikosituation und Risikomessung	31
6.1	Risikomaße	31
6.1.1	Anforderungen an ein geeignetes Risikomaß	31
6.1.2	Zentrale Momente als Risikomaße	32
6.1.3	Partialmomente als Risikomaße	33
6.1.4	Quantilbasierte Risikomaße	34
7	Stochastische Verfahren zur Risikomodellierung	37
7.1	Die Resampling-Verfahren	37
7.1.1	Das Bootstrap-Verfahren	38
7.1.2	Das Jackknife-Verfahren	38
7.1.3	Die Monte-Carlo-Methode	39
8	Modelle und Simulationen	40
8.1	Profilerstellung für einen Modellbestand	40
8.2	Internes Modell	45
8.2.1	Stochastische Ermittlungen	46
8.2.2	Darstellung des internen Modells	49
9	Schlusswort	57
A	Rechnungsgrundlagen	58
	Literaturverzeichnis	64

Abbildungsverzeichnis

3.1	Profilverlauf eines ausgeglichenen Modellbestandes	10
3.2	Ausscheideordnung einer Frau	11
3.3	Jahresnettoprämie	13
3.4	Deckungsrückstellung eines Modellbestandes	17
4.1	Der Solvency II Prozess	22
8.1	Ausgleichung der Kopfschäden der Frauen	42
8.2	Ausgleichung der Kopfschäden der Männer	42
8.3	Profilermittlung der Frauen mittels Bootstrapping	43
8.4	Vergleich des mittleren Profils mit dem Profil des weiblichen Modellbestandes	44
8.5	Vergleich des mittleren Profils mit dem Profil des männlichen Modellbestandes	44

Tabellenverzeichnis

8.1	Kopfschadenermittlung der Frauen	41
8.2	stochastischer Grundkopfschaden	46
8.3	Ausscheideordnung der Frauen	47
8.4	Ausscheideordnung der Männer	47
8.5	stochastischer Kostenprozentsatz	48
8.6	stochastischer Veranlagungszins	48
8.7	Prämienberechnung	50
8.8	Prämienberechnung im Endbestand	50
8.9	Leistung	51
8.10	Schadenrückstellung am Anfang des Jahres	51
8.11	Schadenrückstellung am Ende des Jahres	51
8.12	Schadenrückstellungszuführung	52
8.13	Deckungsrückstellungsberechnung am Anfang des Jahres	52
8.14	Deckungsrückstellungsberechnung am Ende des Jahres	52
8.15	Deckungsrückstellungszuführung	53
8.16	versicherungstechnischer Zins	53
8.17	Berechnung der Kosten	53
8.18	Zinsschwankungen	54
8.19	Internes Modell	54
8.20	Beispiel für den Modellbestand der Frauen	55
8.21	Ergebnisse des Modells	56
A.1	Rechnungsgrundlagen der Frauen	60
A.2	Rechnungsgrundlagen der Männer	63

Danksagung

An dieser Stelle möchte ich mich ganz herzlich bei all den Menschen bedanken, die mich bis an dieses Ziel gebracht haben. Meiner Familie, die mich immer unterstützt hat und mich auf diesem nicht einfachen Weg begleitet hat und meinen Freunden, die mich während des Studiums immer verständnisvoll unterstützt haben. Mag. Markus Giesinger danke ich für die Korrektur meiner Diplomarbeit.

Meinem lieben Betreuer Dipl.-Ing. Karl Metzger bin ich für seine Unterstützung überaus dankbar. Er hat sich für mich immer Zeit genommen und stand mir bei Fragen und Unklarheiten immer mit Rat zur Seite.

Besonders möchte ich auch allen Mitarbeitern der Forschungsgruppe für Finanz- und Versicherungsmathematik am Institut für Wirtschaftsmathematik danken. Ein spezieller Dank geht dabei an Ao.Univ.Prof. Dipl.-Ing. Dr.tech. Peter Grandits, für die Empfehlung an Dipl.-Ing. Metzger und für die Abnahme und Beurteilung meiner Arbeit.

Kapitel 1

Einleitung

Die private Krankenversicherung spielt in der heutigen Gesellschaft eine immer größer werdende Rolle. Von der Europäischen Union aus haben sich viele Vorschriften für diese gebildet, die in Solvency II formuliert werden. Die Verabschiedung dieser Richtlinien hat mit Ende des Jahres 2008 stattgefunden und die nationale Umsetzung soll ab dem Jahr 2012 erfolgen. Solvency II verfolgt ein 3-Säulen-Programm, wobei die erste Säule die Mindestkapitalanforderung (*MCR, minimal capital requirement*) und die Solvenzkapitalanforderung (*SCR, solvency capital requirement*) behandelt. Die zweite Säule beinhaltet das Risikomanagementsystem und die qualitativen Anforderungen. Die dritte Säule umfasst die Berichterstattungspflichten der Versicherungsunternehmen, wobei diese Säule eine verdichtete Beziehung zu anderen Berichtspflichten, vor allem zu IFRS (*International Financial Reporting Standards*), herstellen soll.

Durch die QIS (*Quantitative Impact Study*) soll die Angemessenheit der vorgeschlagenen Berechnungsmethode getestet, die Praktikabilität überprüft und aufbauend auf den Ergebnissen Adaptierungen vorgenommen werden. Diese führen dann zu Standardmodellen und Faktoren seitens der Europäischen Union, mit denen die Versicherungsunternehmen arbeiten können und welche diese intern unter Berücksichtigung gewisser Richtlinien erweitern können. Wünschenswert wäre es interne Modelle zu entwickeln und bei diesen die stochastische Modellierung zu betrachten.

In dieser Arbeit betrachte ich das Risiko der privaten Krankenversicherung

in Österreich. Wieviel Eigenmittelausstattung ist für ein Versicherungsunternehmen nötig, um mit 99,5 prozentiger Sicherheit liquid zu bleiben? Analog dazu werden die Vorstellungen der Europäischen Union berücksichtigt, sprich die erste Säule der Solvency II. Die Risikomodellierung zeige ich anhand von Teilbeständen in der österreichischen Krankenversicherung, es folgt eine stochastische Darstellung von einigen Modellen. Des weiteren werden Untersuchungen auf dem Gebiet der Entwicklung von internen Modellen geführt.

Im folgenden ist die Rede von der privaten Krankenversicherung (geführt nach Art der Lebensversicherung) in Österreich, außer es ist ausdrücklich was anderes beschrieben.

Kapitel 2

Eine Einführung in die Krankenversicherung

2.1 Ein kurzer geschichtlicher Rückblick

Die ersten Ansätze der Krankenversicherung zeigten sich bereits im Mittelalter. Damals waren diese nur in bestimmten Berufsgruppen und in bestimmten Regionen tätig, wobei die Mitgliedschaft freiwillig war. Die gleichartige Gefährdung der Mitglieder wurde schon damals bedacht.

Die gesetzliche Krankenversicherung wurde in Österreich erstmals 1889 eingeführt, allerdings bedurfte das erste Krankenversicherungsgesetz einiger Verbesserungen. Mit der Zeit wurden Leistungen für Familienmitglieder und Zahnbehandlungen miteinbezogen.

In den 20er Jahren fand die Trennung zwischen Arbeitern und Angestellten statt, wie es bis heute bekannt ist.

Das im Jahre 1956 in Kraft getretene "Allgemeine Sozialversicherungsgesetz" (ASVG) brachte eine Neuordnung und eine Erweiterung des Leistungsbereiches der gesetzlichen Krankenversicherung mit.

2.2 Die gesetzliche Krankenversicherung

In Österreich ist gegenwärtig nahezu die gesamte Bevölkerung durch die soziale Pflichtversicherung versichert. Die Krankenversicherung fällt unter die

gesetzliche Pflichtversicherung. Jeder, der die gesetzlich normierten Voraussetzungen erfüllt, ist in die Krankenversicherung eingebunden. Die, die es nicht sind, können sich freiwillig versichern lassen. Die gesetzliche Krankenversicherung umfasst Leistungen bei Krankheit oder Unfällen. Das Sozialversicherungssystem in Österreich umfasst neun Gebietskrankenkassen, fünf Berufsständische Kassen und neun Betriebskrankenkassen.

Die Leistungspflicht besteht für die Behandlung aufgrund von Krankheit und Unfällen jeglicher Art und erbringt Sachleistungen wie z.B.: Spitalspflege, Mutterschaft, Zahnbehandlung, Zahnersatz, Untersuchungen zur Früherkennung von Krankheiten und Rehabilitationsmaßnahmen und Geldleistungen in Form des Krankengeldes.

Die Finanzierung der Leistungen wird im stationären Bereich durch eine Vereinbarung zwischen Bund und Ländern gedeckt. In Österreich wurde mit dem 1. Jänner 1997 das leistungsorientierte Krankenanstalten-Finanzierungssystem (LKF-System) eingeführt. Mit diesem System sollten nicht wie bisher die Aufenthaltstage im stationären Bereich, sondern die tatsächlich erbrachten medizinischen Leistungen verrechnet werden. Dieses bewährte LKF-System wurde 2002 auch für Privatspitäler eingeführt.

2.3 Die private Krankenversicherung

Die private Krankenversicherung ist eine Zusatzversicherung zur gesetzlichen Pflichtversicherung. In Österreich herrscht bei Angestellten und Arbeitern kein Wahlrecht bezüglich der privaten und gesetzlichen Krankenversicherung für einen Versicherungsnehmer. Für die Mitglieder der Kammer der freien Berufe gilt das aber nicht, diese können sich freiwillig sozial oder privat versichern lassen. In Österreich lebende, aber im Ausland arbeitende Personen (vor allem Vorarlberger und Tiroler) haben auch freie Wahl. Es gibt auch weitere Ausnahmen wie Auslandsstudenten.

Wenn man einen Krankenversicherungsvertrag abgeschlossen hat, gilt er ein Leben lang. Der Versicherer hat mit Ausnahme von Obliegenheitsverletzungen nicht das Recht, dem Versicherungsnehmer zu kündigen. Der Versicherungsnehmer kann jederzeit kündigen, allerdings verliert er die bisher einbezahlten Prämien. Die wichtigsten Formen der privaten Krankenversicherung sind: die Krankenhauskostenversicherung, die Tagesgeldversicherung, die Krankengeldversicherung, die Zahnkostenversicherung, die Pflegetagesgeldversicherung und die Pflegekostenversicherung.

2.3.1 Krankenhauskostenversicherung

Hierbei handelt es sich um eine Schadensversicherung, die die Kosten des stationären Aufenthalts in der Sonderklasse deckt. Durch diese Zusatzversicherung sind Mehrkosten wie z.B. freie Arzt- und Krankenhauswahl, mehr Komfort im Zimmer, geringere Bettenanzahl und vieles mehr gedeckt.

Es besteht eine volle Garantie der Kostendeckung für alle Krankenhäuser und Tageskliniken, mit denen ein Vertrag besteht. Die Verrechnung der Leistungen erfolgt direkt zwischen Versicherer und Krankenhaus.

2.3.2 Tagesgeldversicherung

Die Tagesgeldversicherung ist eine Summenversicherung. Es wird ein bestimmter Betrag, der im Vorhinein vereinbart wurde, unabhängig von den tatsächlich entstandenen Kosten, ausbezahlt. Diese Versicherungsform kann sowohl alleine, als auch in Verbindung mit der Krankenhauskostenversicherung abgeschlossen werden.

Kapitel 3

Die Mathematik der privaten Krankenversicherung

In diesem Kapitel betrachten wir die Instrumente, die zur Berechnung der Prämien verwendet werden.

3.1 Der Versicherungsfall

Versicherungsfall ist die medizinisch notwendige Heilbehandlung einer versicherten Person wegen Krankheit oder Unfallfolgen. Der Versicherungsfall beginnt mit der Heilbehandlung; er endet, wenn nach medizinischem Befund Behandlungsbedürftigkeit nicht mehr besteht. Muss die Heilbehandlung auf eine Krankheit oder Unfallfolge ausgedehnt werden, die mit der bisher bedandelten nicht ursächlich zusammenhängt, so entsteht insoweit ein neuer Versicherungsfall.¹

In der Krankenversicherung bezeichnen wir eine Krankheit als Versicherungsfall oder Schadenfall. Folglich ist die Anzahl der Versicherungsfälle und deren Verteilung unbestimmt. Das ist einer der Unterschiede zur Lebens- und Pensionsversicherung, denn dort ist die Anzahl vorbestimmt und auch begrenzt. Ein weiterer Unterschied ist aber auch die Ungewissheit über die Höhe der

¹Klaus Bohn, Die Mathematik der deutschen Privaten Krankenversicherung S.11

Schadenfälle. Somit sind das Auftreten, die Häufigkeit des Auftretens und auch die Höhe des Versicherungsfalles Zufallsvariablen.

Um die zu erwarteten Leistungen zu ermitteln, betrachte man einen *Versicherungsbestand* von L Personen, die allesamt von gleichartigen Risiken bedroht sind. Für jede Person aus dem Versicherungsbestand treten während einer Versicherungsperiode n_λ ² Versicherungsfälle mit der *Versicherungsleistung* $s_{\lambda,j}$ auf, mit $\lambda = 1, \dots, L$ und $0 \leq j \leq n_\lambda$. Die Versicherungsleistungen $s_{\lambda,j}$ sind unabhängig identisch verteilte Zufallsvariablen. Eine weitere Zufallsvariable ist die *Gesamtjahresleistung* der λ -ten Person mit

$$s_\lambda = \sum_{j=0}^{n_\lambda} s_{\lambda,j}$$

Die *Gesamtjahresleistung* aller L Personen lautet:

$$S = \sum_{\lambda=1}^L s_\lambda$$

Die Höhe der Gesamtjahresleistung S bestimmt die zu erhebende Prämie (die Nettoprämie). Diese unbekannte Schadenssumme muss möglichst exakt geschätzt werden. Der Erwartungswert $\mathbb{E}(S)$ ist eine mögliche Schätzung für die Gesamtjahresleistung S . Anhand der Tschebyscheff Ungleichung kann die Qualität dieser Schätzfunktion ermittelt werden.

Satz 3.1 (Die Tschebyscheff-Ungleichung)

Existieren für eine Zufallsvariable S der Erwartungswert und die Varianz, so gilt für ein beliebiges $\varepsilon > 0$

$$IP(|S - \mathbb{E}S| \geq \varepsilon) \leq \frac{\mathbf{V}S}{\varepsilon^2} \tag{3.1}$$

Hier gilt das schwache Gesetz der großen Zahlen und es besagt, dass das arithmetische Mittel der Gesamtjahrestleistungen \bar{s}_λ der L Personen gegen den Erwartungswert $\mathbb{E}[s]$ konvergiert und im nahen Umfeld von ε liegt. Es gilt $\mathbb{E}[s_\lambda] = \mathbb{E}[s]$ da die Voraussetzung gleichartiger Risiken angenommen wird. Somit bietet sich der Mittelwert

$$\hat{\mathbb{E}}[s] = \frac{S}{L}$$

²In der Literatur wird auch m_λ verwendet.

für den unbekanntem Erwartungswert $\mathbb{E}[s]$ als gute Schätzfunktion, die erwartungstreu und effizient ist, an. Außerdem nimmt die Wahrscheinlichkeit, dass der tatsächliche Wert für s außerhalb eines definierten Intervalls um $\mathbb{E}[s]$ liegt, bei steigendem L ab.

Bis jetzt wurden die Leistungen betrachtet und der Schaden außer Acht gelassen. Der *Gesamtschaden* eines Kollektivs in einer Periode lautet:

$$S = \sum_{i=1}^N X_i$$

mit

X_i ... Einzelschadenhöhe (unabhängig identisch verteilte Zufallsvariable)
 N ... Schadenzahl (Zufallsvariable)

3.2 Die Risikoprämie

3.2.1 Die Kopfschäden

Der Erwartungswert eines für ein einzelnes Risiko zu leistenden Betrages innerhalb einer bestimmten Zeitperiode wird als *Kopfschaden* K bezeichnet. Als Zeitperiode ist in der Versicherungsmathematik ein Kalenderjahr bestimmt. Der Kopfschaden wird geschätzt durch

$$K = \frac{S}{L}$$

mit einem hinreichend großen Personenbestand L .

Anhand der Kopfschäden kann man verschiedene Risikofaktoren untersuchen und wahrscheinliche Gesetzmäßigkeiten erfassen. Die Kopfschäden hängen vom Alter (wird bei Männern mit x und bei Frauen mit y bezeichnet) und vom Geschlecht der versicherten Person ab. Die Leistungsart τ ist unter Umständen auch eine relevante Komponente bei der Berechnung der Kopfschäden.

3.2.2 Ermittlung der Kopfschäden

Für die Berücksichtigung des altersabhängigen Risikos werden normalerweise fünf aufeinanderfolgende Einzelalter zu einer Altersgruppe zusammengefasst. Den Kopfschaden für einen x -jährigen bezeichnet man dann mit K_x . Für Kinder wird normalerweise eine geschlechtsunabhängige Risikoprämie berechnet. Es werden auch oft die Leistungsarten in Betracht gezogen, allerdings bestimmt jedes Unternehmen selbst, wie detailliert sie betrachtet werden.

Ermittlung der Risikoprämie

Die notwendige *Risikoprämie* - diese entspricht dem Kopfschaden K_x - setzt sich aus mehreren leistungsart-, alters- und geschlechtsabhängigen Kopfschadenreihen K_x^τ zusammen:

$$K_x = \sum_{\tau=1}^t K_x^\tau$$

mit τ als Kennzeichen für die Leistungsart ($1 \leq \tau \leq t$)

Kopfschäden werden für gewöhnlich mit einem bestimmten Alter normiert, wodurch man die *Profile* erhält. Profile werden mit k bezeichnet und werden folgendermassen berechnet:

$$k_x^\tau = \frac{K_x^\tau}{K_{x_0}^\tau}$$

wobei x_0 ein fest gewähltes Alter ist. In der Praxis werden normalerweise die Alter 28 oder 43 gewählt.

Die Profile liefern Auskunft über das Verhältnis der Kosten des Alters x zum Auswahlalter x_0 des jeweiligen Geschlechts.

Die Kopfschäden des Auswahlalters x_0 werden als *Grundkopfschaden* G mit

$$G = K_{x_0}$$

bzw.

$$G^\tau = K_{x_0}^\tau$$

zur jeweiligen Leistungsart bezeichnet.

Kopfschäden, Profile und Grundkopfschäden werden in der Praxis aus den vorhandenen Daten geschätzt.

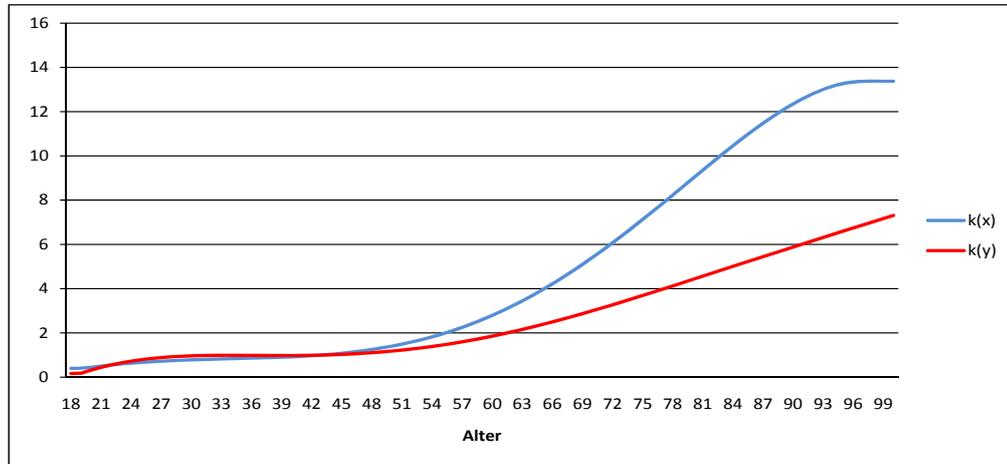


Abbildung 3.1: Profilverlauf eines ausgeglichenen Modellbestandes

3.3 Die Nettoprämie

Beim Kauf eines Versicherungsschutzes muss der Versicherungsnehmer dem Versicherungsunternehmen eine Gegenleistung zur Leistung des Versicherungsunternehmens erbringen, er bezahlt Prämien. Betrachten wir nur die Vorgänge „Deckung des versicherten Risikos“ und „Verzinsung des eingesetzten Kapitals“, gelangen wir zur *Nettoprämie*. Bei der Berechnung der Nettoprämie lassen wir die für das Versicherungsunternehmen entstehenden Kosten ausser Acht.

3.3.1 Das Äquivalenzprinzip

Die Krankenversicherung wird in Österreich nach Art der Lebensversicherung geführt. Das bedeutet, dass die Prämie anhand des Eintrittsalters und des Geschlechts berechnet wird. Es wird eine Ausscheideordnung (Tod, Storno) für die gesamte Vertragsdauer verwendet. Des weiteren werden die erwarteten Kopfschäden für die zukünftigen Leistungen verwendet. Diese Faktoren tragen dazu bei, dass die Prämie die ganze Versicherungsdauer über konstant bleibt, falls sich keine Rechnungsgrundlagen verändern.

Das Äquivalenzprinzip

Das Äquivalenzprinzip besagt, dass der Barwert der zukünftigen Versicherungsleistungen und der Barwert der zukünftigen Prämienzahlungen gleich sein müssen. Das Äquivalenzprinzip ist in der Versicherungsmathematik einzuhalten.

3.3.2 Die Rechnungsgrundlagen

Die Ausscheideordnung

Es gibt zwei Hauptgründe für das Ausscheiden eines Versicherten. Eines ist der Tod und eines ist das Storno. Das Storno hat über eine lange Zeit die größere Bedeutung, die Sterblichkeit gewinnt erst mit dem Alter an Bedeutung. Ein anderer Ausscheidegrund wäre die Kündigung, die aber außer bei Obliegenheitsverletzungen nicht erlaubt ist, d.h., man kann einem Versicherten nicht kündigen, wenn ein Schadensfall mit hoher Leistung eintritt. Für die Sterbewahrscheinlichkeit, die für einen x -jährigen mit q_x bezeichnet wird, stehen Sterbetafeln zur Verfügung. Die Stornowahrscheinlichkeit, die für einen x -jährigen mit ω_x bezeichnet wird, müssen die Versicherungsunternehmen aus den eigenen Daten ermitteln.

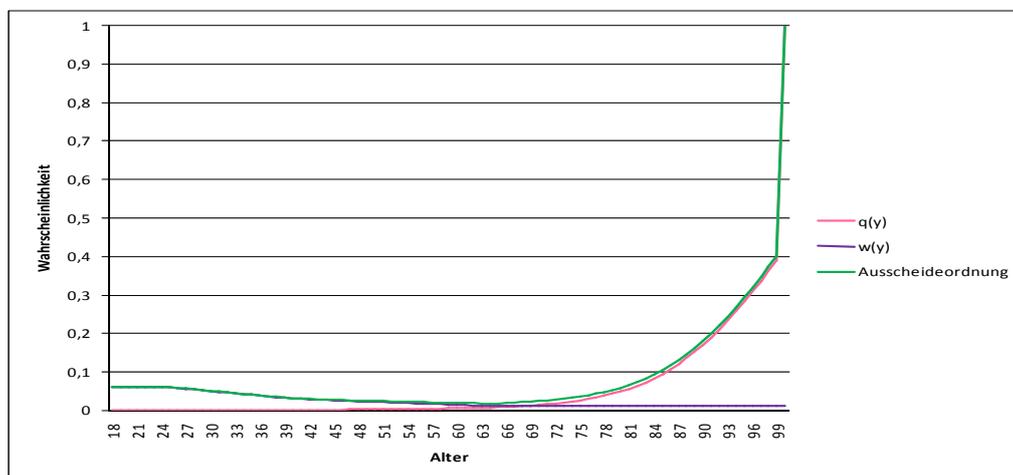


Abbildung 3.2: Ausscheideordnung einer Frau

Der Rechnungszins

Die Krankenversicherung ist eine Versicherung über eine sehr lange Vertragsdauer. Der Rechnungszins i muss auf die Dauer erzielbar sein. Auch wenn die Kapitalanlagen, die für die Erzielung des Zinses verantwortlich sind, teilweise großen Schwankungen ausgesetzt sind. In Österreich ist eine Verzinsung von 3% oder 3,5% üblich.

Die Barwerte

Da in der Krankenversicherung die Prämienzahlungen und die Leistungsausgaben nicht zum selben Zeitpunkt erfolgen, werden jeweils Barwerte ermittelt.

Als *Rentenbarwert* a_x wird der Betrag bezeichnet, der als einmalige Zahlung des einzelnen x -jährigen ausreicht, um ihm innerhalb eines Kollektivs für die Dauer der Zugehörigkeit eine zu bestimmten Zeitpunkten fällige Leibrente vom Betrag 1 zu bezahlen. Die Höhe ist dabei von der Zahlungsart abhängig. Um zum Rentenbarwert zu gelangen, brauchen wir den Diskontierungsfaktor v mit $v = \frac{1}{1+i}$, und die k -jährige Überlebenswahrscheinlichkeit eines x -jährigen ${}_k p_x$.

Somit lautet der Rentenbarwert:

$$a_x = \sum_{k=0}^{\omega-x} v^k {}_k p_x$$

wobei ω das Endalter ist.

Der *Leistungsbarwert* A_x ergibt sich aus dem Erwartungswert der Versicherungsleistungen. Es werden alle diskontierten jährlichen Auszahlungen unter Berücksichtigung der Ausscheidewahrscheinlichkeiten im jeweiligen Alter und Geschlecht einer Person addiert:

$$A_x = \sum_{k=0}^{\omega-x} v^k K_{x+k} {}_k p_x$$

3.3.3 Die Jahresnettoprämie

Die *Jahresnettoprämie* P_x ergibt sich aus dem Leistungsbarwert A_x und dem Rentenbarwert a_x

$$P_x = \frac{A_x}{a_x}$$

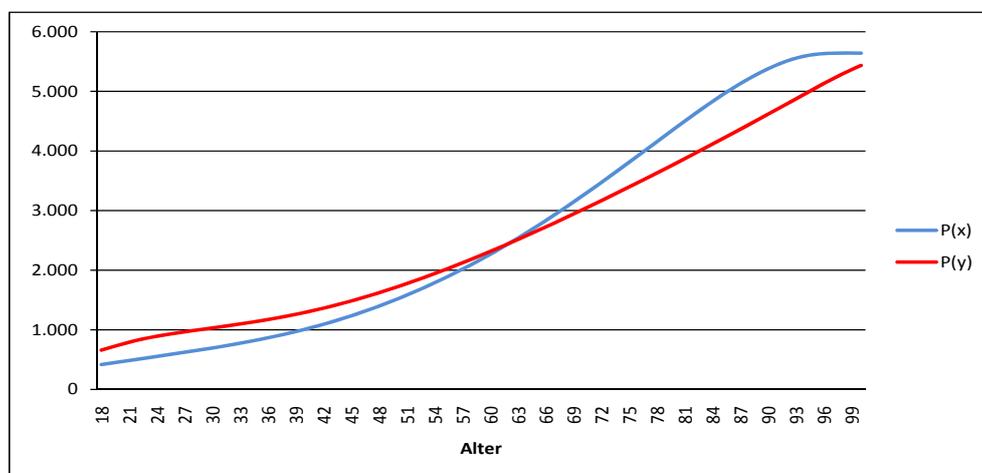


Abbildung 3.3: Jahresnettoprämie

3.4 Die Bruttoprämie

Die Nettoprämie dient nur zur Deckung des Risikos der Krankheitskosten, allerdings nicht zur Deckung der Aufwendungen des Versicherungsunternehmens. Die Aufwendungen hinzugerechnet zur Nettoprämie ergeben die Bruttoprämie.

Die Bruttoprämie beinhaltet folgende Kostenzuschläge:

1. Abschlusskosten

2. Verwaltungskosten
3. Sicherheitszuschlag
4. Zuschlag für die erfolgsunabhängige Gewinnbeteiligung

3.4.1 Die Abschlusskosten

Die Abschlusskosten, bezeichnet als α -Kosten, werden in mittelbare und unmittelbare Abschlusskosten geteilt. Zu den unmittelbaren Abschlusskosten zählt man die Abschlussprovision oder anstatt dieser eine feste Vergütung und eventuell entstandene Reisekosten. Als mittelbare Abschlusskosten bezeichnet man entstehende Kosten bei der Antragsbearbeitung und der Risikoprüfung. Die Abschlusskosten werden den Prämien mit einem Prozentsatz angesetzt. Die Wartezeiten- und Selektionersparnisse wirken sich positiv auf die Abschlusskosten aus.

3.4.2 Die Verwaltungskosten

Die Verwaltungskosten werden in der Prämienkalkulation, im Gegensatz zu den Abschlusskosten, als Fixkostenzuschlag einbezogen. Diese Kostenart entsteht für das Versicherungsunternehmen durch die laufende Verwaltung. Dazu zählen auch die Schadenregulierungskosten, die eine wichtige Rolle spielen.

3.4.3 Der Sicherheitszuschlag

Da immer wieder unvorhersehbare Kosten entstehen können, wird ein Prozentsatz als Sicherheit zur Bruttoprämie einkalkuliert. Der Sicherheitszuschlag, bezeichnet mit σ , ist eine Gewinnkomponente, die in den Unternehmenserfolg miteinbezogen wird und manchmal für die erfolgsabhängige Gewinnbeteiligung verwendet wird.

3.4.4 Der Zuschlag für eine erfolgsunabhängige Gewinnbeteiligung

Diese Gewinnbeteiligung ist nur von der Schadenfreiheit eines Vertrages abhängig und daher auch als garantierte Prämienrückgewähr bei Schadenfreiheit bekannt. Der Versicherte erhält eine Rückvergütung, wenn er innerhalb einer bestimmten Periode keine Leistungen in Anspruch genommen hat. Eine Gewinnbeteiligung wird auch bei einem schlechten Verlauf des Tarifes ausbezahlt. Diese Art der Gewinnbeteiligung gibt es meistens nur für gewisse Tarife oder Tarifkombinationen.

3.4.5 Die Bruttoprämie

Die *Bruttoprämie* B_x für einen x -jährigen ergibt sich durch

$$B_x = \frac{P_x + FK}{1 - \beta}$$

mit den Fixkosten FK und den variablen Kosten β (Kosten für Verwaltung, Schadenregulierung und Sicherheit).

3.5 Die Deckungsrückstellung

Der Gesundheitszustand eines Menschen verändert bzw. verschlechtert sich mit dem Alter, d.h. je älter er wird, desto mehr Leistungen bezieht er. Versicherungsmathematisch bedeutet das, dass die Risikoprämie altersabhängig ist und mit den Jahren steigt. Die Nettoprämie jedoch, die das Äquivalenzprinzip erfüllt, ist konstant und hängt nur vom Eintrittsalter ab. Daraus ist ersichtlich, dass die Nettoprämie am Anfang eines Versicherungsvertrages teurer als die Risikoprämie ist. In späteren Jahren ist das umgekehrt und die Nettoprämie reicht nicht aus, um die Ansprüche der Leistungen zu finanzieren. Daher ist es notwendig, die „Überschüsse“ der ersten Jahre rückzustellen und für die späteren Jahre der zu geringen Prämien aufzuheben. Diese Rückstellungen werden verzinst.

Die Rückstellungen für die Leistungen im Alter werden *Deckungsrückstellungen* oder auch *Altersrückstellungen* genannt. Die Deckungsrückstellung einer im Alter x eingetretenen Person nach m Jahren wird als ${}_mV_x$ bezeichnet.

Mit der Bildung der Deckungsrückstellung erfüllt ein Versicherungsunternehmen seine Pflicht, dass sich die Prämie durch das Älterwerden des Versicherungsnehmers nicht erhöht und die Leistung nicht vermindert wird. Die Äquivalenz der zu erwarteten Prämieinnahmen und der zu erwarteten Leistungen muss nicht nur zu Beginn des Versicherungsvertrages gelten, sondern auch zu jedem anderen Zeitpunkt gegeben sein. Es muss gelten:

Unter Berücksichtigung des Zinssatzes und der Ausscheidewahrscheinlichkeiten müssen der Erwartungswert der künftigen Prämieinnahmen und der Erwartungswert der nach m Jahren angesammelten Alterungsrückstellung gleich dem Erwartungswert der zukünftigen Versicherungsleistungen sein (gilt für alle $m \geq 0$)³

Daraus lässt sich die prospektive Deckungsrückstellung ${}_mV_x$ eines x -jährigen nach m Jahren wie folgt darstellen:

$${}_mV_x = A_{x+m} - P_x \cdot a_{x+m} = (P_{x+m} - P_x) \cdot a_{x+m}$$

Die Rückstellungen der Ausscheidenden, sei es durch Tod oder Storno, werden in der Rückstellung der Gesamtheit belassen. Die Deckungsrückstellung ist in der Krankenversicherung nicht rückkaufsfähig.

³Karl Metzger, Mathematik der Krankenversicherung S.20

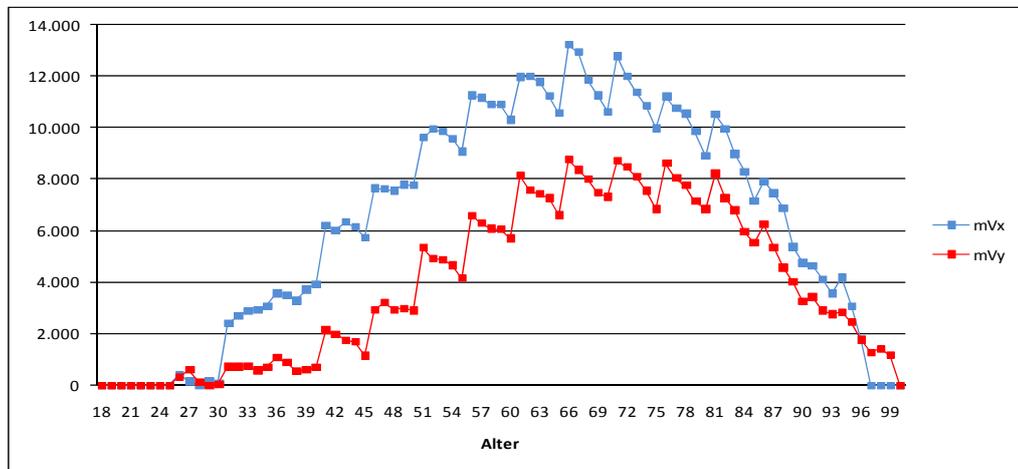


Abbildung 3.4: Deckungsrückstellung eines Modellbestandes

3.6 Die Prämienanpassung

Bei der Kalkulation der Prämien werden unveränderte Rechnungsgrundlagen vorausgesetzt. Aber die Rechnungsgrundlagen sind häufig Änderungen ausgesetzt und das ist ein vorwiegender Grund für die Prämienanpassung. Einen großen Einfluss auf die Veränderung der Rechnungsgrundlagen nimmt die Erhöhung der Kosten für medizinische Leistungen. Weitere Gründe für die Prämienanpassung können Veränderungen des vereinbarten Index, der durchschnittlichen Lebenserwartung oder auch die Häufigkeit der Inanspruchnahme der Leistungen oder gesetzlichen Bestimmungen sein. Eine Prämienanpassung führt erfahrungsgemäß zur Erhöhung der Prämie. Bis jetzt ist es einmal vorgekommen, dass es eine Prämienenkung gab. Mit der Prämienanpassung soll die versicherungstechnische Äquivalenz gewahrt werden.

Kapitel 4

Eigenkapital für die Krankenversicherung

4.1 Das Eigenkapital einer Krankenversicherung

Versicherungsunternehmen sind aus unterschiedlichen Gründen Risiken ausgesetzt. Es ist für ein Versicherungsunternehmen wichtig, gegen diese Risiken stand zu halten, da sie zur Sicherstellung der dauernden Erfüllbarkeit der Verträge verpflichtet sind. Dafür müssen sie über ein Eigenkapital in einer bestimmten Höhe verfügen. Das Eigenkapital soll dazu dienen, dass ein Versicherungsunternehmen mit einer Wahrscheinlichkeit von 99,5 Prozent im folgenden Jahr liquid bleibt.

Die genaueren Gegebenheiten sind unter Solvency I und Solvency II beschrieben und sind national im österreichischen Versicherungsaufsichtsgesetz festgehalten und werden von der Finanzmarktaufsicht kontrolliert.

Im **§73b des österreichischen Versicherungsaufsichtsgesetz** werden die Bestimmungen der Eigenmittel festgehalten:

§ 73b. (1) Die Versicherungsunternehmen haben zur Sicherung der dauernden Erfüllbarkeit ihrer Verpflichtungen aus Versicherungsverträgen für ihr gesamtes Geschäft jederzeit Eigenmittel in dem sich aus der Anlage D zu diesem Bundesgesetz ergebenden Ausmaß, mindestens jedoch im Ausmaß der in § 73f Abs. 2 und 3 genannten Beträge zu halten. Die Eigenmittel müssen im

Zeitpunkt ihrer Berechnung frei von jeder vorhersehbaren Steuerschuld sein oder angepaßt werden, sofern Ertragssteuern den Betrag verringern, bis zu dem die genannten Eigenmittelbestandteile für die Risiko- oder Verlustabdeckung verwendet werden können.

(1a) Ist davon auszugehen, dass eine Änderung der Rückversicherungsbeziehungen zu einer maßgeblichen Erhöhung des Eigenmittelerfordernisses führt, so kann die FMA eine von der Anlage D abweichende Anordnung für den Abzug der Rückversicherungsabgabe treffen, wobei der aktuellen Berechnung bereits die geänderten Rückversicherungsverträge zugrunde gelegt werden.

(2) Eigenmittel sind

1. a) bei Aktiengesellschaften und Europäischen Gesellschaften (SE) das eingezahlte Grundkapital,

b) bei Versicherungsvereinen auf Gegenseitigkeit der Gründungsfonds, soweit er zur Deckung von Verlusten herangezogen werden kann,

c) bei Zweigniederlassungen ausländischer Versicherungsunternehmen das diesen auf Dauer zur Verfügung gestellte Kapital (Dotationskapital),

2. die Kapitalrücklagen, die Gewinnrücklagen, die un versteuerten Rücklagen und der versteuerte Teil der Risikorücklage,

3. der nicht zur Ausschüttung bestimmte Bilanzgewinn,

(5) Die FMA hat auf Antrag und unter Nachweis die Hinzurechnung stiller Reserven, die sich aus der Unterbewertung von Aktiven ergeben, zu den Eigenmitteln zu genehmigen, sofern die stillen Reserven nicht Ausnahmecharakter haben. Diese Genehmigung ist zeitlich zu beschränken. Bei der Festlegung des Ausmaßes, in dem stille Reserven den Eigenmitteln hinzugerechnet werden dürfen, sind alle auf Aktiva und Passiva angewendeten Bewertungsverfahren und die Verwertbarkeit der betreffenden Vermögensgegenstände zu berücksichtigen. Die Grundsätze des § 201 Abs. 2 Z 2 und 4 HGB sind zu beachten. Die Anrechnung stiller Reserven ist mit 50 vH des Eigenmittelerfordernisses begrenzt. Erfüllt ein Versicherungsunternehmen nicht das Eigenmittelerfordernis, so bezieht sich diese Grenze auf die Eigenmittel.

(6) Unbeschadet des Abs. 5 ist eine Hinzurechnung stiller Reserven zu den Eigenmitteln jedenfalls insoweit ausgeschlossen, als diese den Betrag der gemäß § 81h Abs. 2 letzter Satz unterbliebenen Abschreibungen nicht übersteigen.

(7) Übersteigen die im Versicherungsunternehmen vorhandenen stillen Lasten die gemäß Abs. 5 und 6 anrechenbaren stillen Reserven, so kann die FMA den Abzug des Differenzbetrages von den Eigenmitteln verlangen.

(8) Die FMA hat bei Aktiengesellschaften und Europäischen Gesellschaften (SE) auf Antrag und unter Nachweis die Hinzurechnung der Hälfte des nicht eingezahlten Teils des Grundkapitals zu den Eigenmitteln zu genehmigen. Bei der Festlegung des Ausmaßes, in dem das nicht eingezahlte Grundkapital den Eigenmitteln hinzugerechnet wird, ist die Einbringlichkeit des nicht eingezahlten Teils des Grundkapitals zu berücksichtigen. Die Anrechnung ist mit 50 vH des Eigenmittelerfordernisses begrenzt. Erfüllt ein Versicherungsunternehmen nicht das Eigenmittelerfordernis, so bezieht sich diese Grenze auf die Eigenmittel.

4.2 Solvency I

In Europa wurden schon im Jahre 1973 für Nicht-Lebensversicherungen und 1979 für Lebensversicherungen Solvabilitätsvorschriften eingeführt. Die Aufgaben der Versicherungsaufsicht beschränkten sich jedoch auf die Genehmigung von Tarifen und Produkten. Die Risikostruktur wurde gar nicht beachtet. Dies ergab eine Reduzierung der Versicherungsaufsicht auf eine quantitative Aufsicht.

Die Solvabilitätsvorschriften sind im Hinblick auf globalisierte Finanzmärkte und neue Produkte nicht mehr zeitgemäß.

Seit den 90er Jahren arbeitet die Europäische Aufsichtsbehördenkonferenz¹ an der Verbesserung der ursprünglichen Vorschriften. Solvency I beinhaltet genau diese verbesserten Vorschriften.

Im Jahre 1994 wurde die Solvency I Arbeitsgruppe unter der Leitung von Dr. Helmut Müller gegründet. Das Ergebnis dieser Arbeitsgruppe wurde 1997 unter dem Titel Müller-Report veröffentlicht. Die Kernaussage war, dass sich das Solvabilitätssystem im Grunde bewährt habe, aber dass trotzdem Änderungen und Verbesserungen nötig seien. Als Hauptursache für die Insolvenz eines Versicherungsunternehmens wurden das operationelle und versicherungstechnische Risiko genannt. Des Weiteren wurde die Erhöhung der Mindestbeträge für Garantiefonds sowie eine Korrektur der Eigenmittel, die das Solvabilitätssoll bedecken, vorgeschlagen.

¹die Nachfolgeorganisation ist das Comité of European Insurance and Occupational Pensions (CEIOPS)

Anfang 2002 wurden die Vorschläge des Müller-Reports vom EU-Parlament verabschiedet. Mit dem 1. Jänner 2004 traten die gesetzlichen Vorschriften, im Zuge des Solvency I, national in Kraft.

Wesentliche Bestimmungen des Solvency I sind:

- **Eigenmittelausstattung - Verfügbare Solvabilitätsspanne**
Als Solvabilitätsspanne wird die Differenz zwischen den Eigenmitteln und dem Eigenmittelerfordernis bezeichnet. Das Eigenmittelerfordernis muss jederzeit gedeckt sein.
- **Eigenmittel**
Die Eigenmittel setzen sich aus mehreren Bestandteilen zusammen. Diese sind im österreichischen Versicherungsaufsichtsgesetz (VAG) §73b aufgelistet (siehe 4.1).
- **Eigenmittelerfordernis**
Hier wird zwischen dem fixen und dem variablen Eigenmittelerfordernis unterschieden. Jedes Versicherungsunternehmen hat über ein Eigenmittel in Höhe des fixen Mindesteigenmittelerfordernisses zu verfügen.
- **Maßnahmen bei unzureichender Eigenmittelausstattung:**
Im österreichischen VAG sind vier Stufen vorgesehen:
 - Finanzierungsplan gemäß §104a Absatz 2 VAG
 - Solvabilitätsplan gemäß §104a Absatz 1 erster Satz VAG
 - Solabilitätsplan gemäß §104a Absatz1 zweiter Satz VAG
 - Sanierungsplan gemäß §104a Absatz 2a VAG

4.3 Solvency II

4.3.1 Die Entwicklung

Das Solvency II Projekt ist der Nachfolger von Solvency I. Es wurden viele Anpassungen der bestehenden Eigenmittelbestimmungen an den Finanzmarkt in den letzten Jahren vorgenommen, diese stellten jedoch keine grundlegende Reform der Solvabilitätsbestimmungen dar. Solvency I diente zur

Verbesserung der bestehenden Vorschriften, eine Neuausrichtung sollte Solvency II übernehmen.

Solvency II ist eine neue EU-Richtlinie. Diese beinhaltet Vorschriften zur Eigenkapitalausstattung der Versicherungsunternehmen. Des weiteren stellt es den Aufsichtsbehörden geeignete Werkzeuge zur Verfügung, mit denen sie die Gesamtsolvabilität genügend beurteilen können. Mit dieser Neuausrichtung sollen Methoden zur risikobasierten Steuerung der Gesamtsolvabilität geschaffen werden. Es wird ein risikobasiertes System anstatt des bisher statischen Systems zur Bestimmung der Eigenmittelausstattung verwendet. Das risikobasierte System berücksichtigt auch qualitative Elemente.

Das Solvency II - Projekt wird in 2 Phasen unterteilt, in folgender Abbildung wird deren Struktur gezeigt:

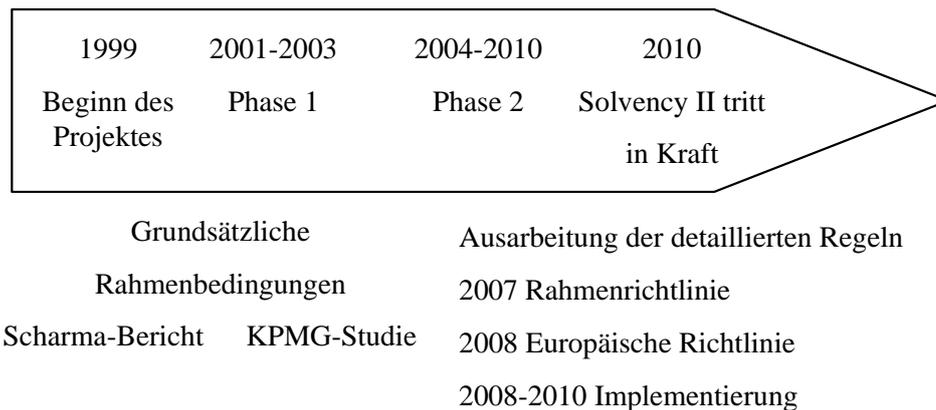


Abbildung 4.1: Der Solvency II Prozess

Die erste Phase beschäftigt sich mit grundsätzlichen Rahmenbedingungen, bei denen zwei Studien (die KPMG-Studie und der Sharma-Bericht) einen wesentlichen Einfluss darauf hatten. Phase 2 befasst sich mit den Konkretisierungen der in der ersten Phase festgelegten Rahmenbedingungen. An der Ausarbeitung nehmen neben EIOPC („European insurance occupational and pension comitee“) und CEIOPS auch Marktteilnehmer teil.

4.3.2 Der Aufbau von Solvency II

Das Ziel des Solvency II ist es, Rahmenbedingungen zu schaffen, die die Gesamtrisikolage eines Versicherungsunternehmens eindeutig erfassen. Solvency II wird in drei Säulen gegliedert:

- Säule 1 - Kapitalanforderungen
- Säule 2 - Qualitative Anforderungen
- Säule 3 - Markttransparenz

Die erste Säule behandelt quantitative Fragestellungen. Sie enthält Regelungen zu der Bewertung der Aktiva und Passiva, insbesondere zu den versicherungstechnischen Rückstellungen und zu den tatsächlich vorhandenen Eigenmitteln. Dieses kann entweder unter Verwendung einer vorgegebenen Standardformel oder durch ein vom Unternehmen entwickeltes internes Modell berechnet werden. Das Minimum Capital Requirement (MCR) stellt das aufsichtsrechtliche Mindestkapitalerfordernis dar. Es stellt die letzte aufsichtsrechtliche Eingriffsschwelle dar, bevor dem Unternehmen die Konzession entzogen wird.

Säule 1 - Kapitalanforderungen

Die erste Säule definiert die quantitativen Anforderungen an ein Versicherungsunternehmen bezüglich der technischen Rückstellungen, des Anlagemanagements und der Eigenkapitalanforderungen.

Die technischen Rückstellungen des Versicherungsunternehmens sollen harmonisiert und die Berechnungsverfahren verbessert werden. Risiken, die mit den Vermögenswerten verbunden sind, müssen deutlich erfasst werden, um sie in die Anlagestrategie zu integrieren.

Der letzte und wichtigste Punkt in der ersten Säule ist die Eigenmittelanforderung. Es wird zwischen dem Mindestkapital (Minimum capital requirement, MCR) und dem Zielkapital (Solvency capital requirement, SCR) unterschieden. Beide müssen der Aufsichtsbehörde vom Versicherungsunternehmen gemeldet werden. Das Solvency Capital Requirement (SCR) beschreibt dabei das aufsichtsrechtliche Erfordernis. Bei Unterschreitung des SCR trifft die Aufsichtsbehörde schon erste Maßnahmen. Dieses Zielkapital richtet sich stark nach dem ökonomischen Kapital. Das Minimum Capital Requirement

(MCR) stellt das aufsichtsrechtliche Mindestkapitalerfordernis dar. Es stellt die letzte aufsichtsrechtliche Eingriffsschwelle dar, bevor dem Unternehmen die Konzession entzogen wird.

Für die Berechnung der Eigenmittel stehen von der Aufsichtsbehörde Standardmodelle zur Verfügung. Aber es sollten vom Versicherungsunternehmen selbst interne Modelle entwickelt werden, damit sie diese anstatt der Standardmodelle verwenden.

Säule 2 - Qualitative Anforderungen

Die zweite Säule dient als Ergänzung zu den quantitativen Anforderungen in der ersten Säule. Die qualitativen Anforderungen beziehen sich auf das Handeln der Aufsichtsbehörde und auf die Qualität der Arbeit des Versicherungsunternehmens.

Säule 3 - Markttransparenz

Die 3. Säule befasst sich mit der Markttransparenz. Die verstärkten Publizitätsanforderungen sollen zu einer stärkeren Marktdisziplin und zu einem verantwortungsbewussten und risikoorientierten Management führen. Diese Aufforderungen sind auf zwei Zielgruppen ausgerichtet. Zum einen an Investoren und Analysten und zum anderen an Versicherungsnehmer. Beide Parteien sollen durch mehr Information bessere Entscheidungen treffen.

4.4 Risikomanagement

Das Wissen um Risikomanagement hat sich in den letzten Jahren rasant entwickelt. Durch die Komplexität der wirtschaftlichen und technischen Risiken ist es von besonderer Bedeutung, Risiken sehr bald zu erkennen und zeitig Maßnahmen zu ergreifen. Faktoren des Risikomanagements tragen viel zu Wettbewerbsfähigkeit bei. Risikomanagement befasst sich mit der Identifikation, Analyse und Bewertung von möglichen Risiken, die Auswirkungen auf die Finanzlage haben können. Risikomanagement soll den Fortbestand eines Unternehmens durch Absicherung der Unternehmensziele gegen störende Ereignisse sichern.

Die primären Ziele sind dabei:

- Nachhaltige Erhöhung des Unternehmenswertes (eine wertorientierte Unternehmensführung und Risikomanagement sind die beiden Seiten ein und derselben Medaille)
- Sicherung der Unternehmensziele (leistungswirtschaftliche, finanzielle Ziele, etc . . .)
- Sicherung des künftigen Erfolges des Unternehmens
- Optimierung der Risikokosten
- Soziale Ziele aus der gesellschaftlichen Verantwortung des Versicherungsunternehmers

Um diese Ziele zu erreichen, wird versucht, das Risiko zu vermeiden, was aber nicht realistisch ist, da Riskovermeidung nur dann erzielbar ist, wenn risikobehaftete Aktivitäten unterlassen werden. Deshalb greifen Finanzdienstleister zur Risikoverminderung, Risikoabgrenzung und Risikoüberwälzung an Dritte (Rückversicherung) über. Aber es verbleibt immer ein Restrisiko und das muss von Finanzdienstleistern akzeptiert werden.

Risiko- und Kapitalmanagement gehören somit zu den Kernfunktionen eines Finanzdienstleisters. Die Anforderungen an die interne Risikosteuerung, die ein wesentlicher Erfolgsfaktor ist, wachsen mit zunehmender Komplexität von Produkten und externen Rahmenbedingungen. Ein Unternehmen muss sicherstellen, dass es die übernommenen Risiken finanziell sicher bewältigen kann. Eine risikoorientierte Unternehmenssteuerung ist für das Vertrauen der Versicherungsnehmer wesentlich.

Im Spannungsfeld zwischen dem Sicherheitsbedürfnis der Kunden und Aufsichtsbehörden sowie den Renditeanforderungen der Aktionäre stehen Finanzdienstleister vor der Aufgabe, ihre internen Steuerungssysteme den neuen Gegebenheiten anzupassen. Um beide Ziele zu erreichen, müssen geeignete organisatorische Strukturen geschaffen und quantitative Instrumente genutzt werden. Letztere schaffen die notwendige Risikotransparenz, aber erst

die Integration dieser Methoden in die Geschäftsabläufe ermöglicht eine risikoorientierte Unternehmenssteuerung.²

Risikomanagement muss mit den finanzwirtschaftlichen Neuheiten mitwachsen und sich daran anpassen. Die Risikosteuerung ist somit für ein Unternehmen, das am Finanzmarkt bestehen will, unumgänglich.

²Helmut Gründl, Helmut Perlet, Solvency II und Risikomanagement S.147

Kapitel 5

Das Risiko der Entwicklung von Versicherungsbeständen

Folgende Risikoklassen werden hier betrachtet:

1. Das Kapitalanlagenrisiko
2. Das versicherungstechnische Risiko
3. Das operationelle Risiko

Das versicherungstechnische Risiko ist von größerer Bedeutung. Daher wird dieses im folgenden simuliert.

5.1 Das Kapitalanlagenrisiko

Das Marktänderungsrisiko entsteht durch Bewegungen am Kapitalmarkt. Dabei werden Schwankungen (An- und Abstieg) des Marktzinses unterschieden.

5.1.1 Der Zinsrückgang

Im Falle eines Zinsrückganges muss das Versicherungsunternehmen dagegen abgesichert sein, dass der Marktzins unter den Rechnungszins absinkt. Beim Eintreffen eines solchen Falles ist kurzfristig keine Änderung des Zinses notwendig, langfristig jedoch würde eine Anhebung der Prämien und eventuell auch eine Finanzierung aus anderen Quellen wie Eigenmitteln bzw. Solvenzkapital folgen. Der Rechnungszins muss zwar an die Entwicklung angepasst werden, aber es ist kein rechtlicher Grund für eine Prämienanpassung. Die Prämienanpassung ist in der gegenwärtigen Rechtslage zulässig bei Veränderungen der Kopfschäden und im Falle, dass die effektiven Aufwendungen für Versicherungsfälle die kalkulierten Annahmen übersteigen. Die Erfahrung in der Vergangenheit zeigt, dass in der Krankenhauskostenversicherung eine jährliche Prämienanpassung notwendig ist. Bei der Tagesgeldversicherung kann sich der Anpassungszeitraum auch verlängern. Ein mögliches Absinken des Marktzinses unter den Rechnungszins sollte bis zur nächsten Beitragsanpassung abgesichert sein.

Durch die jährliche Überprüfung der Tarife und der daraus folgenden Prämienanpassung ist eine Ruingefahr auf Grund des Zinsrückganges undenkbar.

5.1.2 Der Zinsanstieg

Ein Zinsanstieg stellt bei Krankenversicherungsunternehmen kein Risiko dar. Eine mögliche Gefahr ergibt der Erwerb von festverzinslichen Wertpapieren mit einem niedrigen Zinsniveau, die nicht bis zur Fälligkeit dieser gehalten werden können.

Die Deckungsrückstellung wird gemeinschaftlich kalkuliert und die Prämien dürfen wegen des Älterwerdens des Versicherungsnehmers nicht erhöht werden. Deswegen besteht in der Krankenversicherung kein Anspruch auf Rückkauf und somit können festverzinsliche Wertpapiere meist bis zur jeweiligen Endfälligkeit gehalten werden. Der Zinsanstieg bewirkt jedoch eine Abwertung bei der Bilanz.

5.2 Das versicherungstechnische Risiko

Das versicherungstechnische Risiko stellt das Risiko dar, bei dem die tatsächliche Schadensumme in einem bestimmten Zeitraum und innerhalb eines Kol-

lektivs nicht mit dem im Vorhinein kalkulierten Erwartungswert übereinstimmt. Dieses Risiko bezieht sich auf das Risikogeschäft und wird in folgende Komponenten aufgeteilt:

1. Das Zufallsrisiko
2. Das Irrtumsrisiko
3. Das Änderungsrisiko

5.2.1 Das Zufallsrisiko

Die tatsächlichen Schäden innerhalb eines bestimmten Zeitraumes können in Schadenhöhe oder Schadeneintrittswahrscheinlichkeit vom langfristigen Schadenerwartungswert durch zufällige, externe Einflüsse (d.h. durch zufällig besonders viele oder besonders hohe Schäden) abweichen.

Der Risikoausgleich im Kollektiv wird durch das Gesetz der großen Zahlen erzielt. Es werden mehrere Risiken zu einer Schadenverteilung zusammengefasst, wobei die Einzelrisiken ausgeglichen werden.

Der Risikoausgleich in der Zeit wird wie der Ausgleich im Kollektiv gehandhabt. Hier werden allerdings aufeinanderfolgende Versicherungszeiträume zusammengefasst.

5.2.2 Das Irrtumsrisiko

Die durch eine falsche Diagnose oder Prognose der Gesamtschadenverteilung entstandenen negativen Abweichungen der tatsächlichen kollektiven Schadenausgaben von dem Erwartungswert bezeichnet man als das Irrtumsrisiko. Das Irrtumsrisiko erfolgt daraus, dass die Gesamtschadenverteilung im Nachhinein falsch ermittelt wurde (Diagnoserisiko) oder daraus, dass die Gesamtschadenverteilung der Risikoausgleichperiode im Vorhinein falsch prognostiziert wurde (Prognoserisiko). In beiden Fällen liegt die Ursache an der unvollkommenen Information.

5.2.3 Das Änderungsrisiko

Die Parameter der Gesamtschadenverteilung unterliegen im Zeitablauf einer starken Veränderung, beispielsweise Veränderungen der technischen, rechtlichen, gesellschaftlichen und wirtschaftlichen Risikofaktoren. Diese können Einfluss auf die Risikolage und somit auf die Schadensbelastung des Versicherungsunternehmens nehmen.

Das subjektive und objektive Risiko

Es wird zwischen dem subjektiven und dem objektiven Risiko unterschieden. Unter dem subjektiven Risiko, auch das personenbezogene Risiko genannt, versteht man die bewusste oder unbewusste Einflussnahme des Versicherungsnehmers auf das Eintreten des Schadenfalles. Auch die Einflussnahme des behandelnden Arztes auf die Versicherungsleistungen fällt unter das subjektive Risiko. Der Versicherungsnehmer kann einen Versicherungsfall willentlich mit dem Eintritt in eine medizinisch notwendige Heilbehandlung verursachen. Die behandelnden Ärzte und zuständige Krankenhäuser haben Einfluss auf Art, Umfang und Ende der Behandlung. Das subjektive Risiko kann durch einen Selbstbehalt oder eine Prämienrückvergütung vermindert werden.

Zum objektiven Risiko gehören äußere Umstände wie Geschlecht, Alter und Beruf. Dieses Risiko ist bei Vertragsabschluss erfassbar.

5.3 Das operationelle Risiko

Unter dem operationellen Risiko versteht man die Gefahr von Verlusten im Unternehmen, die durch interne Ursachen induziert werden. Dazu gehören mangelhafte oder gescheiterte interne Prozesse wie menschliches Versagen oder vorsätzlicher Betrug, Systemfehler, beispielsweise in der EDV, und andere nicht beeinflussbare externe Ereignisse wie Umwelteinflüsse.

Kapitel 6

Risikosituation und Risikomessung

6.1 Risikomaße

Im Rahmen der Solvenzsteuerung werden hohe Anforderungen an die Versicherungsunternehmen gestellt. Für die Messung der Risiken existiert zwar eine Vielzahl an Ansätzen, allerdings sind folgende Maße für die Finanz- und Versicherungswirtschaft von großer Bedeutung:

1. Zentrale Momente als Risikomaße
2. Partialmomente als Risikomaße
3. Quantilbasierte Risikomaße

6.1.1 Anforderungen an ein geeignetes Risikomaß

Ein geeignetes Risikomaß, das das Risikopotenzial steuerbar macht, muss folgende Kriterien erfüllen:

- Erfassung wesentlicher Aspekte
- Messung in monetären Einheiten

- Anschauliche Interpretierbarkeit
- Praktikabilität
- Aussagefähigkeit

Durch die Anforderungen, die ein geeignetes Risikomaß erfüllen muss, ist man zu dem Entschluss gekommen, dass das kohärente Risikomaß am besten dafür geeignet ist.

G sei die Menge aller reellwertigen Funktionen auf der Ergebnismenge Ω . Eine Abbildung $\rho : G \rightarrow R$ heißt *kohärentes Risikomaß*, wenn $\forall X, Y \in G, m \in R, \mu > 0$ gilt:

- $X \leq Y \Rightarrow \rho(X) \geq \rho(Y)$ Monotonie
- $\rho(X + m) = \rho(X) - m$ Translationsinvarianz
- $\rho(X + Y) \leq \rho(X) + \rho(Y)$ Subadditivität
- $\rho(\mu X) = \mu \rho(X)$ Positive Homogenität

Monotonie bedeutet, dass wenn der Wert der Position Y in jedem Zustand mindestens so groß wie der zugehörige Wert der Position X ist, dann ist das zugeordnete Sicherheitskapital der Position X größer als das der Position Y zugeordnete Sicherheitskapital.

Die Translationsinvarianz-Eigenschaft bedeutet, dass bei Hinzunahme eines sicheren Betrages m zur Position X das Risikomaß dazu um diesen Wert reduziert wird.

Subadditivität fordert, dass die Sicherheitskapitalanforderung an eine Gesamtrisikoposition $(X + Y)$ nicht größer sein darf als die Summe der Sicherheitskapitalbeträge für die einzelnen Positionen X und Y .

Positive Homogenität bedeutet, dass das zu einer Risikoposition gehörende Sicherheitskapital proportional zu ihrer Größe ansteigt.

6.1.2 Zentrale Momente als Risikomaße

Als Kennzahlen zur Risikoquantifizierung werden in der Portfoliotheorie auch zentrale Momente betrachtet. Das zweite zentrale Moment, die Varianz $\mathbb{V}(X)$

einer Zufallsvariable X ist eines davon:

$$\mathbf{V}(X) = \mathbb{E}(X - \mathbb{E} X)^2 = \mathbb{E} X^2 - (\mathbb{E} X)^2$$

Insbesondere die Standardabweichung $\sigma_X = \sqrt{\mathbf{V}(X)}$ weist als monotäres Risikomaß vorteilhafte Eigenschaften wie die anschauliche Interpretierbarkeit und die einfache rechnerische Handhabung, auf. Die Standardabweichung erfüllt auch einige Bedingungen eines kohärenten Risikomaßes. Ein Problem weist aber auch die Standardabweichung auf. Sie unterscheidet nämlich nicht zwischen positiven und negativen Abweichungen vom Erwartungswert. Bei der Risikomessung ist aber das Downside-Risiko von Bedeutung. Eine höhere Standardabweichung kann somit nicht als höheres Risikopotenzial interpretiert werden.

Die Schiefe, das dritte zentrale Moment

$$SCH(X) := \frac{\mathbb{E}(X - \mathbb{E} X)^3}{(\mathbf{V} X)^{\frac{3}{2}}}$$

und das vierte zentrale Moment, die Wölbung, veranschaulichen die Gestalt der Verteilungsränder. Schiefe und Wölbung eignen sich als ergänzende Risikokennzahl zur Darstellung von Verteilungen und nicht als eigenständige Risikomaße.

Zentrale Momente beschreiben das Schwankungsverhalten von finanziellen Größen und nicht das Downside-Risiko, somit sind sie weniger für die Beschreibung der Insolvenzgefahr geeignet.

6.1.3 Partialmomente als Risikomaße

Bei den Partialmomenten wird zwischen dem Unteren und dem Oberen unterschieden. Diese beschreiben das Risiko, indem sie den unteren bzw. oberen Teil der Wahrscheinlichkeitsverteilung beschreiben. Es wird zuerst ein kritischer Wert der Ergebnisverteilung, auch als Target bezeichnet, festgelegt. Das Target stellt eine Trennlinie zwischen den positiven und negativen Ergebnissen dar. Dann werden nur die Ergebniswerte mit zugehörigen Eintrittswahrscheinlichkeiten berücksichtigt, die den vorgegebenen Wert unterschreiten (linker Verteilungsrand) oder überschreiten (rechter Verteilungsrand).

Als untere Partialmomente, Lower Partial Moments (LPM), bezeichnet man Risikomaße, die sich auf den unteren Rand der Verteilung beziehen. Das Lower Partial Moment n -ter Ordnung einer Gewinngröße G mit Dichtefunk-

tion $f(g)$ und Zielwert z wird wie folgt definiert

$$LPM_n(G, z) = \int_{-\infty}^z (z - g)^n f(g) dg = \mathbb{E}[\max\{(z - G)^n, 0\}]$$

Die Höhe der Unterschreitungsbeiträge wird mit wachsender Ordnung n immer mehr gewichtet. Allgemein gibt es Partialmomente in unterschiedlichen Ordnungen, aber für die Risikomessung werden Spezialfälle mit $n = 0, 1, 2$ benützt. Im Falle von $n = 0$ erhält man die Shortfall-Wahrscheinlichkeit (Downside-Wahrscheinlichkeit). Das Partialmoment erster Ordnung gibt die erwartete Höhe der negativen Abweichungen vom Referenzpunkt, den Shortfall-Erwartungswert, an. Für $n = 2$ erhält man die Shortfall-Varianz, die als Erwartungswert der quadratischen negativen Abweichungen vom Referenzpunkt berechnet wird.

6.1.4 Quantilbasierte Risikomaße

Quantile sind weitere Merkmalswerte einer Zufallsgröße, die mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit α unterschritten oder überschritten werden. Das α -Quantil der Verteilungsfunktion einer Zufallsvariablen X (X beschreibt jetzt den Verlust) mit dem kleinsten Wert q entspricht:

$$\mathbb{P}\{X \leq q\} \geq \alpha \text{ und } \mathbb{P}\{X \geq q\} \geq 1 - \alpha \text{ mit } \alpha \in [0, 1]$$

Wir gehen in weiterer Folge von dem Fall aus, dass X eine stetige Verteilung besitzt. Das α -Quantil ist somit eindeutig bestimmt und entspricht dem Wert der verallgemeinerten inversen Verteilungsfunktion:

$$q = F_X^{-1}(\alpha)$$

Damit erhält man, dass die Wahrscheinlichkeitsmasse in Höhe von α unterhalb und in Höhe von $(1 - \alpha)$ oberhalb des Quantilwertes liegt.

Value at Risk

Der Value at Risk (VaR) ist ein quantilbasiertes Risikomaß, das sich zu einem globalen Standard für die Kontrolle der Marktrisiken von Finanzsituationen

entwickelt hat.

Zu einem gegebenen Konfidenzniveau $\alpha \in [0, 1]$, z.B.: $\alpha = 0,99$, entspricht der VaR dem α -Quantil der zu Grunde liegenden Zufallsvariablen X . Die Verlusthöhe, die mit einer Wahrscheinlichkeit α nicht überschritten wird, wird vom Value at Risk angegeben:

$$VaR_\alpha(X) = F_X^{-1}(\alpha)$$

mit F_X als streng monoton steigende Verteilungsfunktion des Verlustes.

Interpretation: Der Verlust wird mit einer Wahrscheinlichkeit von $(1 - \alpha)$ geringer und mit einer Wahrscheinlichkeit α höher als der VaR_α ausfallen. Der VaR_α wird in Geldeinheiten gemessen und ist dadurch für die Anwendung als Solvabilitätsmaß geeignet.

Der VaR erfüllt folgende Eigenschaften: Monotonie, Homogenität und Translationsinvarianz. Jedoch erfüllt er die Subadditivität nicht und ist somit kein kohärentes Risikomaß. Das bedeutet, der Value at Risk einer Gesamtposition kann nicht durch Aufsummieren der VaR-Höhen der Einzelpositionen erlangt werden.

Zudem wird ein einziger Punkt der Verteilungsfunktion in Betracht gezogen und das Risikopotenzial abseits des vorgegebenem Konfidenzniveaus $(1 - \alpha)$ nicht berücksichtigt.

Expected Shortfall

Der Expected Shortfall (ES), auch als Tail Value at Risk (TVaR) oder Conditional Value at Risk (CVaR) bezeichnet, wird als der erwartete Verlust unter der Bedingung, dass sich die durch den VaR spezifizierte Verlustgrenze überschritten wird, definiert:

$$ES = \mathbb{E}[X|X > VaR_\alpha] = VaR_\alpha + \mathbb{E}[X - VaR_\alpha|X > VaR_\alpha]$$

Die nach dem ES zu fordernde Eigenkapitalhöhe ist höher als die beim VaR -Ansatz berechnete Eigenkapitalhöhe, d.h. beim ES fällt die Insolvenzwahrscheinlichkeit geringer aus als die Wahrscheinlichkeit α beim VaR und sie wird nicht explizit festgelegt.

Beim Expected Shortfall ist auch die Subadditivität erfüllt, somit ist der ES ein kohärentes Risikomaß. Der ES berücksichtigt auch die Verlusthöhe

und nicht nur die Verlustwahrscheinlichkeit, deswegen ist er in der Versicherungswelt besser geeignet als der *VaR*. Sein einziger Kritikpunkt ist, dass er genauso wie der *VaR* beim Bilden des bedingten Erwartungswertes den rechten Verteilungsrand nicht berücksichtigt.

Kapitel 7

Stochastische Verfahren zur Risikomodellierung

Eine fundamentale Aufgabe in der statistischen Analyse ist es, aus Datensätzen Informationen zu erzielen. Um dieses Ziel zu erreichen, sind nicht-parametrische Methoden notwendig. Eine wichtige Klasse solcher Methoden sind die Resampling-Verfahren, die hier genauer betrachtet werden.

7.1 Die Resampling-Verfahren

Unter Resampling-Verfahren versteht man spezielle Computer-gestützte statistische Simulationsmethoden. Man benötigt solche Verfahren, da die Wahrscheinlichkeitsverteilung einer Stichprobenfunktion oder eines statistischen Tests nicht immer bestimmt werden kann. Um auch in diesen Situationen Vertrauensintervalle angeben und Tests durchführen zu können, werden auf der Grundlage der vorhandenen Daten mit Hilfe von Simulationsverfahren große Anzahlen von Datensätzen erzeugt. Diese werden dann verwendet, um die Verteilung der Stichprobenfunktion, insbesondere deren Streuungsparameter, zu schätzen.

7.1.1 Das Bootstrap-Verfahren

Bootstrapping ist eine der Methoden des Resampling und wurde erstmals von Efron vorgeschlagen. Dabei wird das ursprüngliche Zufallsexperiment, das zu einer Stichprobe $X = (x_1, \dots, x_n)$ geführt hat, simuliert. Die vorliegende Stichprobe dient als neue Grundgesamtheit, aus der analog zum ersten Zufallsexperiment wieder Stichproben gezogen werden. Die theoretische Verteilung wird anhand der simulierten Stichproben ausgewertet und man hofft, dass sich die im simulierten Modell erzielten Ergebnisse auch auf das ursprüngliche Zufallsexperiment übertragen lassen. Die Rahmenbedingungen sind im Vorhinein schon bekannt.

Beim Bootstrapping-Verfahren wird versucht, aus den zur Verfügung stehenden Daten den datenerzeugenden Mechanismus zu rekonstruieren. Das wird angestrebt, indem man die unbekannte theoretische Verteilung \mathbb{P}_F durch eine aus den Daten geschätzte Verteilung $\mathbb{P}_{\hat{F}}$ ersetzt.

Wählt man als Schätzer der Verteilung \mathbb{P}_F die empirische Verteilung $\mathbb{P}_{\hat{F}_n}$ mit empirischer Verteilungsfunktion \hat{F}_n und trifft man keine speziellen Verteilungsannahmen, so ist die Rede von nichtparametrischen Bootstrap. Hier wird die neue Stichprobe durch Ziehen mit Zurücklegen aus der Grundgesamtheit gewonnen. Wenn man die unbekannte Verteilung \mathbb{P}_F auf eine spezielle Klasse einschränkt, so spricht man von parametrischen Bootstrap.

7.1.2 Das Jackknife-Verfahren

Aus dem Jackknife-Verfahren, das schon länger praktiziert wird, wurde das Bootstrap-Verfahren abgeleitet. Es werden bei diesem Verfahren mehrere Teilmengen aus den Daten gezogen. Die Grundidee ist wie beim Bootstrap-Verfahren: Die empirisch untersuchte Stichprobe ist die beste Approximation der Grundgesamtheit, woraus mehrere Stichproben gezogen werden sollen. Das Jackknife-Verfahren wird in einigen Schritten demonstriert: Die Stichprobe mit Umfang N wird in n Gruppen mit der Größe h geteilt. So gilt $N = n * h$. Die i -te Gruppe für $i = 1, \dots, n$ wird aus der Stichprobe entfernt und der Parameter θ_i wird für die verbliebene Teilmenge mit dem Umfang $N - h = (n - 1)h$ berechnet. Dieser Vorgang wird für alle n Gruppen wiederholt.

Jackknife ist für die Schätzung von Schätzfehlern und bei der Ermittlung von Verzerrungen sehr nützlich. In allen anderen Fällen wird das effizientere Bootstrap-Verfahren angewendet.

7.1.3 Die Monte-Carlo-Methode

Die Monte-Carlo-Methode ist ein weiteres Verfahren der stochastischen Simulation zur näherungsweise Bestimmung von mathematischen Größen, die abhängig vom Zufall sind. Die Zufallsexperimente können entweder „ausgewürfelt“ oder durch Zufallszahlen erzeugt werden. Die Monte-Carlo-Methode basiert auf einer Simulation der Risikoparameter.

Als einfachste Variante zur Stochastifizierung der Ergebnisprognosen hat sich die Monte-Carlo-Simulation erwiesen. Über einen Zufallsgenerator werden in einzelnen Simulationsschritten Werte der Verteilungsfunktion „ausgewürfelt“, die über die abgebildeten Interdependenzenbeziehungen zu einem Einzelsimulationsergebnis führen. Diese Einzelsimulationen werden dann zum Beispiel 5000-mal wiederholt, um durch Ergebnishäufungen (sogenannte Häufigkeitstabellen) zu unterschiedlichen Eintrittswahrscheinlichkeiten bestimmter Ergebnisse zu kommen. So erzeugt der Zufallsgenerator derart viele Variablenkonstellationen, dass eine versicherungstechnische Ergebnisverteilung mit beispielsweise einer 99-prozentigen Eintrittswahrscheinlichkeit ein Abbild des tatsächlich zu erwarteten Zukunftsergebnisses darstellt. . . .¹

¹Frank Romeike, Matthias Müller-Reichart, Risikomanagement in Versicherungsunternehmen S.277

Kapitel 8

Modelle und Simulationen

Es wird für die folgenden Modelldarstellungen und Simulationen ein Modellbestand mit 24.853 Versicherungsnehmern verwendet. Der Modellbestand enthält Geschlecht, Alter, Leistungen und Prämienfaktor. Der Prämienfaktor liefert Information über die Versicherungsdauer eines einzelnen Versicherungsnehmers. Dieser Modellbestand ist nur ein Teilbestand eines Gesamtbestandes und dient einem Versicherer für Testzwecke. Der hier verwendete Modellbestand besteht aus fiktiven Daten, diese stammen keineswegs von einem tatsächlich existierendem Versicherungsunternehmen. Die Daten sind jedoch einem realen Bestand ähnlich gewählt.

8.1 Profilerstellung für einen Modellbestand

Der Modellbestand wird für die Kopfschadenermittlung nach Geschlecht und Altersgruppen gegliedert.

Altersgruppe	Anzahl der Personen	Summe der Leistungen	Kopfschäden
18-20	403	85.676,24	212,60
21-25	807	213.322,78	264,34
26-30	944	740.566,41	784,50
31-35	1.159	1.121.776,14	967,88
36-40	1.312	814.738,49	620,99
41-45	1.270	587.407,72	462,53
46-50	1.094	951.965,75	870,17
51-55	946	1.095.383,95	1.157,91
56-60	997	1.348.025,48	1.352,08
61-65	1.017	1.684.640,73	1.656,48
66-70	902	1.727.583,92	1.915,28
71-75	623	1.471.253,24	2.361,56
76-80	627	1.823.044,50	2.907,57
81-85	590	2.300.668,32	3.899,44
86-90	227	1.041.987,74	4.590,25
91-95	84	344.324,67	4.099,10
96-100	15	81.301,08	5.420,07
Summe:	13.017	17.433.667,16	33.542,75

Tabelle 8.1: Kopfschadenermittlung der Frauen

Die Kopfschäden wurden durch ein Ausgleichsverfahren ausgeglichen, um eine Glättung der gegebenen Daten zu erzielen. Für den Modellbestand wurden Altergruppen mit Kopfschäden gebildet, diese wurden dann ausgeglichen. Als Ausgleichsverfahren diente die Methode der kleinsten Quadrate fünften Grades.

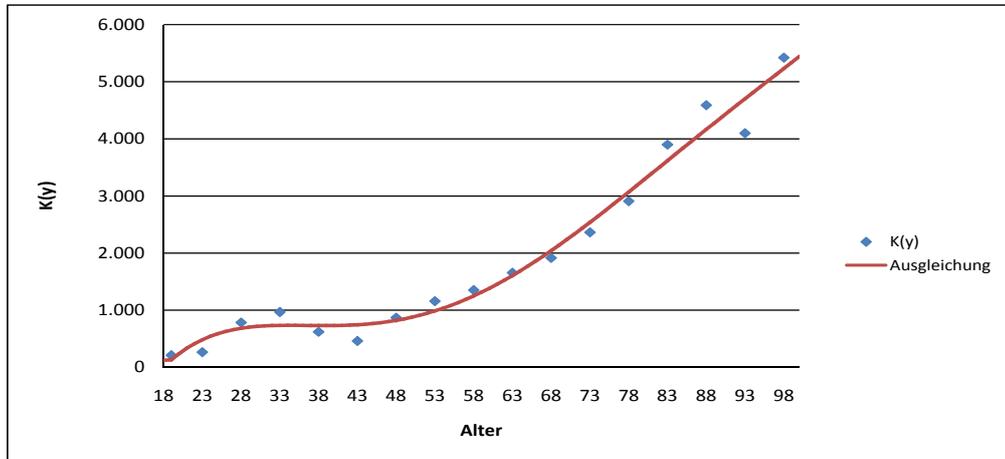


Abbildung 8.1: Ausgleichung der Kopfschäden der Frauen

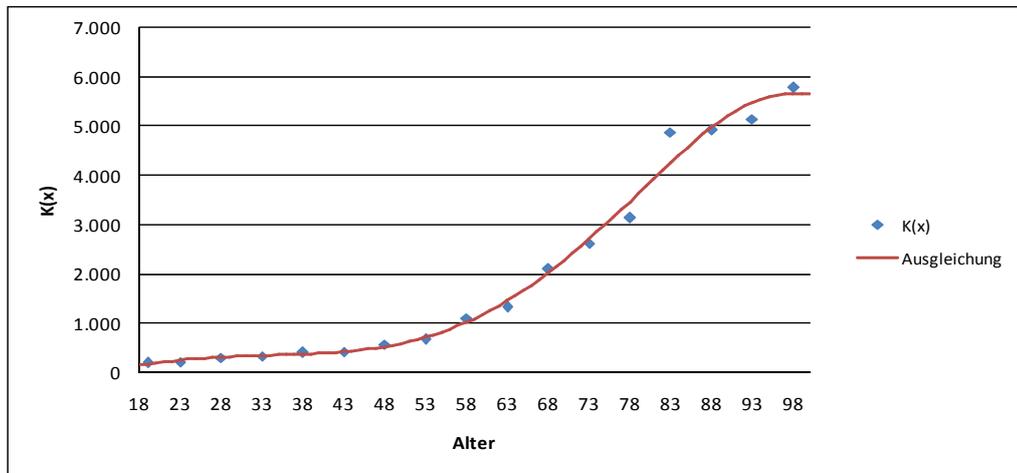


Abbildung 8.2: Ausgleichung der Kopfschäden der Männer

Es wird mittels Bootstrapping-Verfahrens versucht, eine bessere Annäherung der Profile aus dem Modellbestand an die Profile des Gesamtbestandes zu erzielen. Die Bootstrapping-Methode wird 100 mal pro Geschlecht angewendet, d.h., es werden Stichproben, mit den Parametern Alter und Leistung, mit Zurücklegen gezogen. Aus den Stichproben werden die Kopfschäden er-

mittelt und mittels Ausgleichsverfahren werden die Profile erzeugt. Aus den 100 Profilen wird durch den Mittelwert das mittlere Profil ermittelt. (siehe Abbildung 8.3)

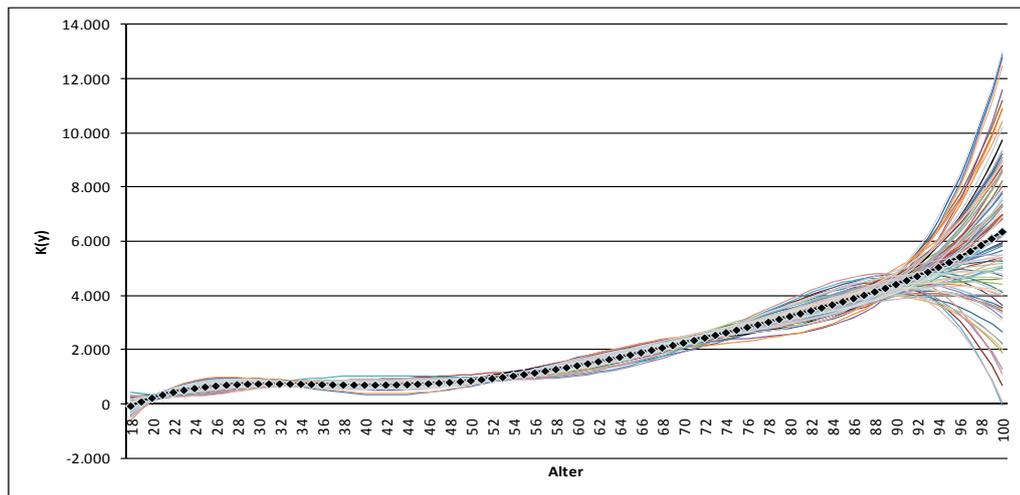


Abbildung 8.3: Profilermittlung der Frauen mittels Bootstrapping

Folgende Abbildung stellt den Vergleich zwischen dem Profil aus dem Modellbestand und dem mittleren Profil, das mittels Bootstrapping ermittelt wurde, dar. Es ist ersichtlich, dass das mittlere Profil nahe an den Modellbestand kommt.

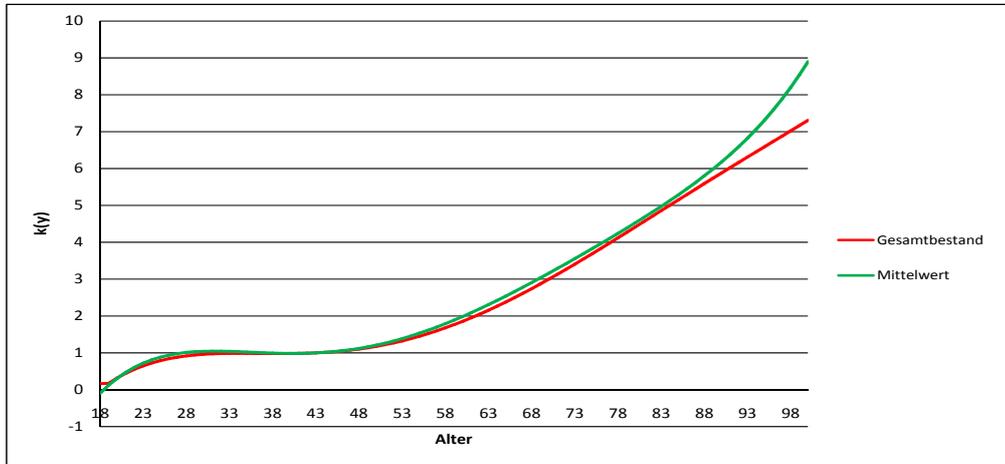


Abbildung 8.4: Vergleich des mittleren Profils mit dem Profil des weiblichen Modellbestandes

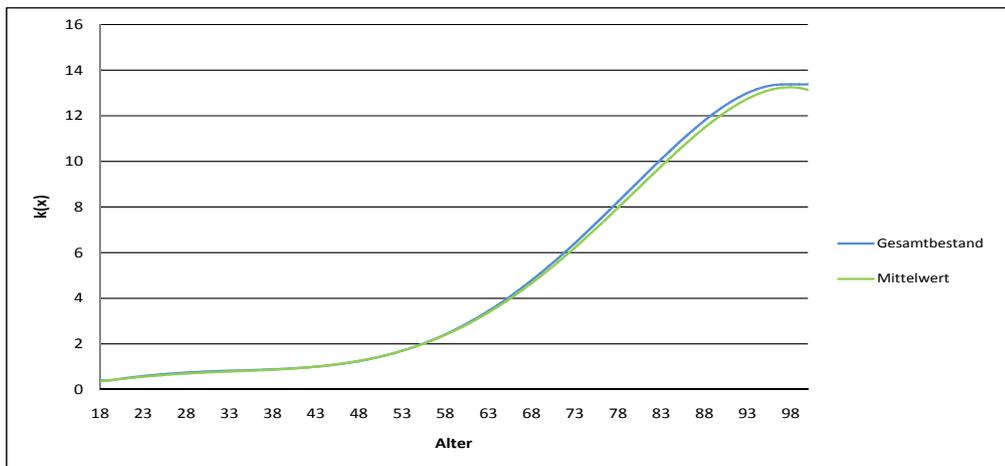


Abbildung 8.5: Vergleich des mittleren Profils mit dem Profil des männlichen Modellbestandes

8.2 Internes Modell

Anhand des vorliegenden Modellbestandes und der Rechnungsgrundlagen (siehe Anhang) wurde ein sehr einfaches Modell für das benötigte Solvenzkapital eines privaten Krankenversicherungsunternehmens entwickelt. Der Bestand wird hier getrennt durch die Frauen und die Männer eines einzigen Tarifes dargestellt. Es wurde ein Anfangsbestand und ein Endbestand mit Prämien, Leistungen, Schadensrückstellungszuführung, Deckungsrückstellungszuführung, Kosten, technischem Zins und Zinsschwankungen erstellt.

Mit Anfangsbestand ist der Bestand am Anfang eines Jahres gemeint und mit Endbestand der Bestand am Ende des Jahres. Zur Vereinfachung des Modells wurde angenommen, dass die Prämienanpassung am ersten Jänner des Jahres erfolgte. Des weiteren wurde davon ausgegangen, dass im Laufe des Jahres kein Neugeschäft betrieben wurde. Für die Bruttoprämie wurden variable Kosten von 20% kalkuliert. Es wurde der in Österreich übliche Zinssatz von 3 % verwendet.

Es ist für ein Versicherungsunternehmen von Interesse, welche Szenarien während eines Versicherungsjahres eintreten könnten.

Die Werte des Bestandes (Prämie, Deckungsrückstellungen, erwartete Leistungen) wurden aus den Rechnungsgrundlagen und dem gegebenen Modellbestand ermittelt.

Zur Ermittlung des Endbestandes werden

- die Schäden
- die Ausscheideordnung
- der Kostenprozentsatz
- der Veranlagungszins

stochastisch ermittelt.

8.2.1 Stochastische Ermittlungen

„Stochastischer Grundkopfschaden“

Zur Ermittlung der stochastischen Leistungshöhe des Bestandes (des zufälligen Jahresschadens) wird die Methode der Grundkopfschaden-Ermittlung verwendet. Es wird also angenommen, dass die Profile weiter gelten, was für eine einjährige Betrachtung sinnvoll erscheint.

Zur stochastischen Ermittlung des Grundkopfschadens wurde die Bootstrapping-Methode verwendet. Es wurden die Parameter Leistung und Prämie mit zurücklegen gezogen. Aus den Stichproben wurde die Gesamtjahresleistung S' ermittelt. Der stochastische Grundkopfschaden wurde folgendermaßen ermittelt:

$$G' = \frac{S'}{\sum_x L_x k_x}$$

mit L_x aus dem Modellbestand und den ausgeglichenen normierten Kopfschäden k_x .

Einige Realisationen des stochastischen Grundkopfschaden:

Geschlecht	$\sum_x L_x k_x$	S'	G'
2	23.439,85	17.797.316,44	759,28
1	28.030,02	11.790.496,54	420,64
2	23.439,85	16.689.928,84	712,03
1	28.030,02	12.227.018,86	436,21
2	23.439,85	17.385.313,22	741,70
1	28.030,02	11.747.450,15	419,10

Tabelle 8.2: stochastischer Grundkopfschaden

Ausscheideordnung

Für die Ermittlung der Ausscheideordnung wurden die Sterbewahrscheinlichkeit aus der Sterbetafel 2000/2002 und Stornowahrscheinlichkeiten verwendet. Die Stornowahrscheinlichkeiten dienen zur Darstellung dieses Modells und haben keinen Bezug auf ein Versicherungsunternehmen, allerdings sind

sie sehr realitätsnah. Stornowahrscheinlichkeit und Sterbewahrscheinlichkeit werden zur Ausscheideordnung zusammengefasst.

Für die stochastische Ausscheideordnung wurde eine untere Grenze, indem man die Ausscheideordnung mit 0,5 multipliziert, und eine obere Grenze, indem man die Ausscheideordnung mit 1,5 multipliziert, angenommen. Die stochastische Ausscheideordnung $q'_y + \omega'_y$ wurde mittels Zufallsgenerator mit Einschränkung der Grenzen generiert, d.h. die stochastische Ausscheideordnung ist gleichverteilt zwischen der unteren und der oberen Grenze. (Das ist eine vereinfachte Version für das Modell.)

Alter	$q_y + \omega_y$	obere Grenze	untere Grenze	$q'_y + \omega'_y$
27	0,0563	0,0844	0,0281	0,0689
43	0,0289	0,0433	0,0144	0,0384
74	0,0326	0,0488	0,0163	0,0440

Tabelle 8.3: Ausscheideordnung der Frauen

Alter	$q_x + \omega_x$	obere Grenze	untere Grenze	$q'_x + \omega'_x$
23	0,0610	0,0915	0,0305	0,0883
37	0,0373	0,0560	0,0187	0,0550
68	0,0334	0,0500	0,0167	0,0441

Tabelle 8.4: Ausscheideordnung der Männer

Die Ausscheideordnung wird für jedes Alter stochastisch ermittelt und für das interne Modell 1.000 mal simuliert. Die hier dargestellte Ausschiedeordnung ist nur ein Auszug aus der Realisation.

Kostenprozentsatz

Zur stochastischen Modellierung des Kostenprozentsatzes wird ein Prozentsatz von 10 Jahren verwendet. Diese Prozentsätze sind so gewählt, dass sie nicht sehr häufig, aber doch manchmal größer als die kalkulierten 20% Bruttozuschlag sind.

Aus diesen Werten wird der Erwartungswert und die Standardabweichung ermittelt, um durch die Quantilsberechnung den stochastischen Kostenprozentsatz zu ermitteln.

μ	σ	stoch. Kostenprozentsatz
19,05%	1,31%	17,86%
19,05%	1,31%	15,85%
19,05%	1,31%	18,11%
19,05%	1,31%	19,21%
19,05%	1,31%	19,10%
19,05%	1,31%	21,27%
19,05%	1,31%	16,08%
19,05%	1,31%	20,14%
19,05%	1,31%	22,19%
19,05%	1,31%	18,40%

Tabelle 8.5: stochastischer Kostenprozentsatz

Veranlagungszins

Für den Veranlagungszins i^* wurden der Erwartungswert mit 3,5% und die Standardabweichung mit 0,7% als Vereinfachung des Modells fix gewählt. Mittels Quantilberechnung wurde der simulierte Veranlagungszins ermittelt.

μ	σ	stoch. Veranlagungszins
3,50%	0,70%	2,72%
3,50%	0,70%	4,31%
3,50%	0,70%	3,77%
3,50%	0,70%	3,88%
3,50%	0,70%	4,18%
3,50%	0,70%	3,69%
3,50%	0,70%	2,88%
3,50%	0,70%	3,40%
3,50%	0,70%	3,62%
3,50%	0,70%	3,32%

Tabelle 8.6: stochastischer Veranlagungszins

8.2.2 Darstellung des internen Modells

Folgende Komponenten gehen in das interne Modell ein:

1. die Prämien
2. die Leistungen
3. die Schadensrückstellungszuführung
4. die Deckungsrückstellungszuführung
5. der versicherungstechnische Zins
6. die Kosten
7. die Zinsschwankungen

Prämie

Die Prämie ergibt sich aus dem Durchschnitt der Anfangsprämie und der Prämie des Endbestandes.

Für die Anfangsprämie werden die Prämien des Anfangsbestandes aufsummiert. Die Prämie am Ende des Jahres ergibt sich aus der Summe der einzelnen Prämien des Endbestandes.

Die tatsächliche Prämie einer z.B.: 40-jährigen Person wurde aus der Neueinsteigerprämie einer 40-jährigen Person und dem Prämienfaktor dieser einen bestimmten Person ermittelt. Die Neueinsteigerprämie ergibt sich aus den Rechnungsgrundlagen und den ausgeglichenen Profilen. Der Prämienfaktor gibt Auskunft darüber, wie lange eine Person im Bestand ist. Die Anfangsprämie ist in diesem Modell die tatsächliche Prämie. Für die Endprämie muss berücksichtigt werden, dass die Person durch Storno oder Tod (diese werden stochastisch ermittelt) ausscheiden könnte.

Diese Berechnungen wurden für jede einzelne Person aus dem Modellbestand durchgeführt.

Zur Vereinfachung des Modells wird die Annahme getroffen, dass die Prämienanpassung am ersten Jänner erfolgt.

Ein Beispiel für die Anfangsprämie:

Personennummer	Geschlecht	Alter	Prämienfaktor	Neueinsteigerprämie	tatsächliche Prämie
214003610	2	40	0,8169	1292,90	1056,21
131503977	1	40	0,7800	1011,05	788,56

Tabelle 8.7: Prämienberechnung

Beim Geschlecht bezeichnet die Nummer 1 einen Mann und die Nummer 2 eine Frau.

Für die Endprämie wird die Ausscheideordnung berücksichtigt, d.h., die Prämie einer Person wird mit der Wahrscheinlichkeit $(1 - q'_x - w'_x)$ multipliziert, wobei q'_x und w'_x stochastisch ermittelt werden. Als Beispiel werden wieder die selben Personen genommen.

Personennummer	Geschlecht	Alter	tatsächliche Prämie	$q'_{x,y} + \omega'_{x,y}$	Endprämie
214003610	2	40	1056,21	0,0233	1031,65
131503977	1	40	788,56	0,0392	757,50

Tabelle 8.8: Prämienberechnung im Endbestand

Die hier in den Beispielen ermittelten Prämien sind die Nettoprämien. Für die Bruttoprämien wird ein Aufschlag von 20% kalkuliert.

Leistung

Die durchschnittliche Leistung wird mittels Bootstrapping simuliert, d.h., es werden Stichproben mit Zurücklegen aus dem Modellbestand gezogen. Aus diesen Stichproben wird der stochastische Grundkopfschaden berechnet. Für die Leistung wird auch die stochastische Ausscheideordnung berücksichtigt.

Ein Beispiel für die Leistung eines 40 jährigen Mannes und einer 40 jährigen Frau:

Personennummer	Geschlecht	Alter	Profil	G'	$q'_{x,y} + \omega'_{x,y}$	Leistung
214003610	2	40	0,9821	796,77	0,0233	764,28
131503977	1	40	0,9203	420,64	0,0392	371,85

Tabelle 8.9: Leistung

Schadensrückstellung

Es wird die Anfangsreserve dadurch simuliert, dass die erwartete Leistungshöhe des Anfangsbestandes um 3% reduziert wird. (Das soll dem Leistungsniveau des Vorjahres entsprechen.)

Die Schadensreserve wird dann mit 25% dieser Leistungen ermittelt. Die Schadenreserve am Ende des Jahres beträgt dann 25% des erwarteten Schadens des Endbestandes. (Die 25% werden als Vereinfachung des Modells fix gehalten.)

Die Zuführung ΔSR ergibt sich aus der Differenz der Schadensreserve des Endbestandes und der Anfangsreserve.

Ein Beispiel für die Schadenrückstellungs-Berechnung:

Personennummer	Geschlecht	Alter	Profil	Grundkopfschaden	Schadenrückstellung
214003610	2	40	0,9821	743,76	177,13
131503977	1	40	0,9203	421,81	102,29

Tabelle 8.10: Schadenrückstellung am Anfang des Jahres

Personennummer	Geschlecht	Alter	Profil	G'	$q'_{x,y} + \omega'_{x,y}$	Schadenrückstellung
214003610	2	40	0,9821	796,77	0,0233	191,07
131503977	1	40	0,9203	420,64	0,0392	92,96

Tabelle 8.11: Schadenrückstellung am Ende des Jahres

Personennummer	Geschlecht	Alter	SR_{Anfang}	SR_{Ende}	ΔSR
214003610	2	40	177,13	191,07	13,94
131503977	1	40	102,29	92,96	- 9,33

Tabelle 8.12: Schadenrückstellungszuführung

Deckungsrückstellung

Die prospektive Deckungsrückstellung am Anfang des Jahres wird anhand der Rechnungsgrundlagen ermittelt. Für die Deckungsrückstellung am Ende des Jahres muss sowohl die Ausscheideordnung als auch das Altern der Personen aus dem Modellbestand berücksichtigt werden. Es werden die Deckungsrückstellungen am Anfang und am Ende des Jahres aufsummiert.

Die Zuführung ΔDR ergibt sich wieder aus der Differenz der Deckungsrückstellung des Endbestandes und der Anfangsdeckungsrückstellung.

Personennummer	Geschlecht	Alter	Neueinsteigerprämie	tats. Prämie	Rentenbarwert	Deckungsrückstellung
214003610	2	40	1292,90	1056,21	17,31	4095,88
131503977	1	40	1011,05	788,56	16,31	3628,30

Tabelle 8.13: Deckungsrückstellungsberechnung am Anfang des Jahres

Bei der Deckungsrückstellung am Ende des Jahres wird die Ausscheideordnung stochastisch simuliert, somit geht das Altern jeder einzelnen Person ein.

Personennummer	Geschlecht	Alter	Neueinsteigerprämie	tats. Prämie	Rentenbarwert	$q'_{x,y} + \omega'_{x,y}$	DR
214003610	2	40	1327,40	1056,21	17,33	0,0233	4590,47
131503977	1	40	1051,74	788,56	16,29	0,0392	4117,95

Tabelle 8.14: Deckungsrückstellungsberechnung am Ende des Jahres

Personennummer	Geschlecht	Alter	${}_mV_{x,y}$	${}_{m+1}V_{x,y}$	Δ DR
214003610	2	40	4095,88	4590,47	494,59
131503977	1	40	3628,30	4117,95	489,65

Tabelle 8.15: Deckungsrückstellungszuführung

Versicherungstechnischer Zins

Es wird der versicherungstechnische Zins ermittelt, indem der Mittelwert aus Anfangsdeckungsrückstellung und der Deckungsrückstellung am Ende des Jahres, mit dem in Österreich üblichen Zinssatz von 3% verzinst wird.

Personennummer	Geschlecht	Alter	${}_mV_{x,y}$	${}_{m+1}V_{x,y}$	i	$\frac{{}_mV_{x,y} + {}_{m+1}V_{x,y}}{2} * i$
214003610	2	40	4095,88	4590,47	0,03	130,30
131503977	1	40	3628,30	4117,95	0,03	116,19

Tabelle 8.16: versicherungstechnischer Zins

Der versicherungstechnische Zins wird für den gesamten Modellbestand berechnet und für die Aufstellung des internen Modells aufsummiert.

Kosten

Die Kosten werden mit dem simulierten Kostenprozentsatz der Prämie ermittelt. Es wird angenommen, dass der Prozentsatz normalverteilt ist, d.h. es werden der Erwartungswert und die Standardabweichung ermittelt, sodass die Kosten stochastisch simuliert werden.

Personennummer	Geschlecht	Alter	$B_{x,y}$	$q'_x + \omega'_x$	stoch. Kostenprozentsatz	Kosten
214003610	2	40	1320,26	0,0233	19,10%	246,30
131503977	1	40	985,70	0,0392	19,10%	180,89

Tabelle 8.17: Berechnung der Kosten

Zinsschwankung

Der tatsächlich erzielte Zins i^* wird stochastisch ermittelt. Die Zinsschwankung ergibt sich aus der Differenz des simulierten Zins und dem versicherungstechnischen Zins.

Personennummer	Geschlecht	Alter	${}_mV_{x,y}$	${}_{m+1}V_{x,y}$	i^*	Zinsschwankung
214003610	2	40	4095,88	4590,47	0,0388	38,22
131503977	1	40	3628,30	4117,95	0,0388	34,08

Tabelle 8.18: Zinsschwankungen

Darstellung des Modells

Prämien
- Leistungen ± Δ Schadensrückstellung ± Δ Deckungsrückstellungen + versicherungstechnischer Zins
Leistungen gesamt
- Kosten
versicherungstechnisches Ergebnis
± Zinsschwankungen
Ergebnis

Tabelle 8.19: Internes Modell

In Tabelle 8.3 wird ein Beispiel des Modells veranschaulicht

Prämien	26.206.588,07	100,00%
- Leistungen	-17.360.004,56	-66,24%
± Δ Schadensrückstellung	-167.116,44	-0,64%
± Δ Deckungsrückstellungen	-5.608.839,58	-21,40%
+ versicherungstechnischer Zins	+1.525.417,17	+5,82%
Leistungen gesamt	-21.610.543,41	-82,46%
Kosten	-3.522.835,12	-13,44%
versicherungstechnisches Ergebnis	+1.073.209,54	+4,10%
Zinsschwankungen	+316.491,56	+1,21%
Ergebnis	+1.389.701,10	+5,303%

Tabelle 8.20: Beispiel für den Modellbestand der Frauen

Dieses Beispiel ist für ein Versicherungsunternehmen günstig, weil es am Ende des Jahres einen Gewinn erzielt.

Die stochastische Modellierung wurde 1.000 mal für Frauen und für Männer durchgeführt. Für den Modellbestand wurden folgende Ergebnisse (von den schlechtesten zu den besten) erzielt:

Frauen	Männer	Gesamt
-1.580.294,95	-1.287.195,51	-2.867.490,47
-1.531.303,01	-1.197.311,51	-2.728.614,52
-1.156.031,82	-1.074.039,38	-2.230.071,20
-1.087.396,42	-1.033.013,14	-2.120.409,56
-1.052.233,46	-943.498,22	-1.995.731,69
-1.014.264,77	-919.637,54	-1.933.902,30
-937.308,51	-894.186,09	-1.831.494,59
-921.639,93	-885.967,08	-1.807.607,01
-891.725,82	-866.412,13	-1.758.137,95
-890.595,04	-854.726,19	-1.745.321,23
⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮
1.929.487,45	2.345.422,82	4.274.910,27
1.942.718,43	2.345.962,72	4.288.681,15
1.944.522,59	2.368.930,28	4.313.452,87
1.986.610,21	2.404.305,26	4.390.915,48
2.011.741,44	2.490.023,39	4.501.764,83
2.045.771,74	2.526.023,02	4.571.794,77
2.103.754,67	2.604.811,20	4.708.565,87
2.110.335,02	2.723.374,87	4.833.709,90
2.126.418,59	2.744.237,43	4.870.656,01
2.315.848,88	2.815.498,03	5.131.346,91

Tabelle 8.21: Ergebnisse des Modells

Der Expected Shortfall mit $\alpha = 0,005$ des weiblichen Bestandes ergibt einen Wert von $-1.281.451,93$ Geldeinheiten. Für die Männer liegt der Expected Shortfall bei $-1.107.011,55$ Geldeinheiten und für den gesamten Modellbestand beträgt der Expected Shortfall $-2.388.463,49$ Geldeinheiten.

Kapitel 9

Schlusswort

Das im letzten Kapitel beschriebene Modell ist eine vereinfachte Darstellung für die Bestimmung des Solvenzkapitals einer privaten Krankenversicherung. Für weitere Tarifarten und Bestände müsste man dieses vereinfachte Modell ausweiten.

Es wurde lediglich das versicherungstechnische Risiko behandelt ohne der Einwirkung zusätzlicher Stressfaktoren. Auf das operationelle Risiko und das Marktrisiko wurde nicht näher eingegangen.

Bei der stochastischen Simulation wurden vereinfachte Methoden gewählt, diese könnten durch historische Daten verbessert werden.

Ziel dieser Arbeit war es, Möglichkeiten aufzuzeigen, wie man sich dem Thema Solvenzkapital bei einem internen Modell annähern könnte.

Anhang A

Rechnungsgrundlagen

y	q(y)	w(y)	l(y)	D(y)	N(y)	a(y)	k(y)
18	0,0003	0,0600	1000000,00	587394,61	7607825,47	12,95	0,1671
19	0,0003	0,0600	939665,50	535878,10	7020430,86	13,10	0,1743
20	0,0003	0,0600	882967,96	488877,95	6484552,76	13,26	0,3211
21	0,0003	0,0600	829704,33	446006,96	5995674,81	13,44	0,4481
22	0,0003	0,0600	779666,36	406902,03	5549667,84	13,64	0,5570
23	0,0003	0,0600	732654,58	371230,03	5142765,82	13,85	0,6495
24	0,0003	0,0600	688487,89	338690,42	4771535,78	14,09	0,7271
25	0,0003	0,0600	646992,87	309007,40	4432845,36	14,35	0,7914
26	0,0003	0,0580	607998,93	281925,90	4123837,97	14,63	0,8439
27	0,0003	0,0560	572564,81	257762,41	3841912,07	14,90	0,8859
28	0,0003	0,0540	540334,80	236167,78	3584149,66	15,18	0,9186
29	0,0003	0,0520	510994,40	216838,61	3347981,88	15,44	0,9435
30	0,0003	0,0500	484264,69	199510,64	3131143,27	15,69	0,9615
31	0,0004	0,0480	459895,28	183952,20	2931632,62	15,94	0,9739
32	0,0004	0,0460	437657,92	169958,78	2747680,42	16,17	0,9816
33	0,0005	0,0440	417352,08	157352,69	2577721,65	16,38	0,9857
34	0,0005	0,0420	398800,36	145978,84	2420368,96	16,58	0,9871
35	0,0005	0,0400	381851,35	135703,63	2274390,12	16,76	0,9866
36	0,0006	0,0380	366371,32	126409,99	2138686,49	16,92	0,9850
37	0,0007	0,0360	352234,88	117992,68	2012276,50	17,05	0,9831
38	0,0007	0,0340	339324,31	110357,14	1894283,83	17,17	0,9815
39	0,0008	0,0320	327535,78	103420,58	1783926,69	17,25	0,9810
40	0,0010	0,0300	316779,11	97110,80	1680506,10	17,31	0,9821
41	0,0011	0,0292	306974,74	91364,28	1583395,30	17,33	0,9853

42	0,0012	0,0284	297684,67	86018,73	1492031,02	17,35	0,9911
43	0,0013	0,0276	288879,48	81043,10	1406012,29	17,35	1,0000
44	0,0014	0,0268	280530,89	76408,70	1324969,19	17,34	1,0124
45	0,0016	0,0260	272612,66	72089,32	1248560,49	17,32	1,0286
46	0,0017	0,0252	265098,09	68060,36	1176471,18	17,29	1,0489
47	0,0019	0,0244	257958,89	64298,51	1108410,82	17,24	1,0736
48	0,0021	0,0236	251169,23	60782,65	1044112,30	17,18	1,1030
49	0,0023	0,0228	244708,21	57494,26	983329,65	17,10	1,1372
50	0,0026	0,0220	238557,17	54416,58	925835,38	17,01	1,1764
51	0,0028	0,0212	232696,85	51533,78	871418,80	16,91	1,2207
52	0,0031	0,0204	227110,42	48831,65	819885,02	16,79	1,2702
53	0,0033	0,0196	221783,91	46297,46	771053,37	16,65	1,3251
54	0,0035	0,0188	216705,99	43919,84	724755,91	16,50	1,3852
55	0,0038	0,0180	211865,84	41688,24	680836,07	16,33	1,4506
56	0,0040	0,0172	207252,08	39592,63	639147,83	16,14	1,5212
57	0,0043	0,0164	202853,26	37623,59	599555,20	15,94	1,5972
58	0,0045	0,0156	198659,49	35772,58	561931,62	15,71	1,6782
59	0,0048	0,0148	194660,44	34031,53	526159,03	15,46	1,7643
60	0,0051	0,0140	190842,78	32392,33	492127,51	15,19	1,8554
61	0,0055	0,0132	187189,61	30846,86	459735,17	14,90	1,9513
62	0,0060	0,0124	183682,98	29387,39	428888,31	14,59	2,0518
63	0,0066	0,0116	180303,80	28006,56	399500,92	14,26	2,1568
64	0,0072	0,0108	177030,66	26697,22	371494,36	13,92	2,2661
65	0,0080	0,0100	173841,81	25452,74	344797,14	13,55	2,3795
66	0,0089	0,0100	170715,78	24267,04	319344,39	13,16	2,4968
67	0,0099	0,0100	167492,84	23115,44	295077,35	12,77	2,6177
68	0,0111	0,0100	164157,64	21995,30	271961,91	12,36	2,7421
69	0,0124	0,0100	160696,59	20904,42	249966,61	11,96	2,8697
70	0,0139	0,0100	157095,86	19840,79	229062,19	11,55	3,0003
71	0,0156	0,0100	153338,99	18802,24	209221,40	11,13	3,1335
72	0,0176	0,0100	149407,50	17786,57	190419,16	10,71	3,2693
73	0,0199	0,0100	145280,37	16791,50	172632,59	10,28	3,4073
74	0,0226	0,0100	140934,86	15814,80	155841,09	9,85	3,5473
75	0,0256	0,0100	136346,63	14854,31	140026,28	9,43	3,6890
76	0,0291	0,0100	131491,86	13908,16	125171,97	9,00	3,8322
77	0,0331	0,0100	126349,15	12974,96	111263,81	8,58	3,9766
78	0,0377	0,0100	120900,52	12053,82	98288,85	8,15	4,1221
79	0,0429	0,0100	115132,53	11144,42	86235,03	7,74	4,2684

80	0,0489	0,0100	109036,98	10246,98	75090,61	7,33	4,4154
81	0,0557	0,0100	102613,27	9362,42	64843,63	6,93	4,5627
82	0,0634	0,0100	95870,59	8492,45	55481,21	6,53	4,7102
83	0,0722	0,0100	88829,60	7639,55	46988,76	6,15	4,8578
84	0,0822	0,0100	81524,36	6807,07	39349,20	5,78	5,0052
85	0,0936	0,0100	74004,68	5999,22	32542,13	5,42	5,1525
86	0,1065	0,0100	66337,79	5221,07	26542,91	5,08	5,2993
87	0,1204	0,0100	58609,17	4478,44	21321,83	4,76	5,4457
88	0,1353	0,0100	50965,26	3780,93	16843,39	4,45	5,5915
89	0,1517	0,0100	43559,36	3137,39	13062,46	4,16	5,7368
90	0,1698	0,0100	36513,99	2553,34	9925,07	3,89	5,8814
91	0,1895	0,0100	29948,34	2033,22	7371,73	3,63	6,0254
92	0,2109	0,0100	23973,58	1580,19	5338,51	3,38	6,1688
93	0,2339	0,0100	18678,47	1195,31	3758,32	3,14	6,3117
94	0,2583	0,0100	14123,00	877,46	2563,01	2,92	6,4541
95	0,2837	0,0100	10333,75	623,34	1685,55	2,70	6,5961
96	0,3095	0,0100	7298,90	427,45	1062,22	2,49	6,7381
97	0,3358	0,0100	4966,63	282,39	634,77	2,25	6,8800
98	0,3624	0,0100	3249,24	179,36	352,38	1,96	7,0222
99	0,3894	0,0100	2039,14	109,29	173,01	1,58	7,1648
100	1,0000	0,0100	1224,74	63,73	63,73	1,00	7,3083

Tabelle A.1: Rechnungsgrundlagen der Frauen

x	q(x)	w(x)	l(x)	D(x)	N(x)	a(x)	k(x)
18	0,0009	0,0600	1000000,00	587394,61	7456876,83	12,69	0,3947
19	0,0010	0,0600	939052,40	535528,46	6869482,22	12,83	0,3961
20	0,0010	0,0600	881750,77	488204,02	6333953,76	12,97	0,4510
21	0,0010	0,0600	827940,34	445058,73	5845749,74	13,13	0,5017
22	0,0010	0,0600	777416,19	405727,68	5400691,01	13,31	0,5482
23	0,0010	0,0600	729980,90	369875,30	4994963,33	13,50	0,5905
24	0,0010	0,0600	685447,61	337194,80	4625088,03	13,72	0,6287
25	0,0010	0,0600	643635,51	307403,90	4287893,23	13,95	0,6628
26	0,0010	0,0580	604375,48	280245,72	3980489,33	14,20	0,6930
27	0,0010	0,0560	568726,03	256034,24	3700243,60	14,45	0,7197
28	0,0009	0,0540	536329,86	234417,31	3444209,36	14,69	0,7431
29	0,0009	0,0520	506870,01	215088,45	3209792,05	14,92	0,7634
30	0,0009	0,0500	480058,57	197777,77	2994703,60	15,14	0,7812
31	0,0009	0,0480	455633,52	182247,55	2796925,83	15,35	0,7967
32	0,0009	0,0460	433357,37	168288,72	2614678,28	15,54	0,8105
33	0,0010	0,0440	413018,05	155718,64	2446389,56	15,71	0,8230
34	0,0011	0,0420	394435,83	144381,22	2290670,92	15,87	0,8347
35	0,0011	0,0400	377454,26	134140,98	2146289,70	16,00	0,8462
36	0,0012	0,0380	361934,70	124879,21	2012148,72	16,11	0,8580
37	0,0013	0,0360	347747,84	116489,59	1887269,51	16,20	0,8707
38	0,0015	0,0340	334771,31	108876,39	1770779,92	16,26	0,8849
39	0,0016	0,0320	322897,11	101955,91	1661903,53	16,30	0,9012
40	0,0018	0,0300	312032,46	95655,69	1559947,62	16,31	0,9203
41	0,0020	0,0292	302097,35	89912,63	1464291,94	16,29	0,9426
42	0,0022	0,0284	292660,55	84566,97	1374379,31	16,25	0,9690
43	0,0024	0,0276	283694,08	79588,37	1289812,34	16,21	1,0000
44	0,0027	0,0268	275169,58	74948,43	1210223,97	16,15	1,0362
45	0,0030	0,0260	267056,78	70620,13	1135275,55	16,08	1,0784
46	0,0033	0,0252	259325,41	66578,30	1064655,42	15,99	1,1270
47	0,0036	0,0244	251946,17	62799,79	998077,11	15,89	1,1827
48	0,0040	0,0236	244892,56	59263,71	935277,32	15,78	1,2461
49	0,0044	0,0228	238137,79	55950,54	876013,61	15,66	1,3178
50	0,0049	0,0220	231655,11	52842,17	820063,07	15,52	1,3984
51	0,0055	0,0212	225419,65	49922,15	767220,90	15,37	1,4883
52	0,0060	0,0204	219410,84	47176,14	717298,75	15,20	1,5881
53	0,0066	0,0196	213613,83	44591,95	670122,61	15,03	1,6983
54	0,0072	0,0188	208017,77	42158,10	625530,66	14,84	1,8192

55	0,0078	0,0180	202614,05	39867,79	583371,66	14,63	1,9514
56	0,0084	0,0172	197394,57	37709,49	543503,87	14,41	2,0951
57	0,0090	0,0164	192349,79	35675,49	505794,38	14,18	2,2507
58	0,0096	0,0156	187469,01	33757,51	470118,89	13,93	2,4185
59	0,0103	0,0148	182740,33	31947,59	436361,38	13,66	2,5988
60	0,0111	0,0140	178148,91	30237,77	404413,79	13,37	2,7916
61	0,0120	0,0132	173674,65	28619,74	374176,02	13,07	2,9972
62	0,0131	0,0124	169292,56	27085,07	345556,28	12,76	3,2155
63	0,0144	0,0116	164974,51	25625,46	318471,21	12,43	3,4467
64	0,0158	0,0108	160690,49	24233,03	292845,75	12,08	3,6905
65	0,0175	0,0100	156412,73	22900,90	268612,72	11,73	3,9470
66	0,0192	0,0100	152119,09	21623,55	245711,82	11,36	4,2160
67	0,0212	0,0100	147670,02	20379,72	224088,28	11,00	4,4971
68	0,0234	0,0100	143060,65	19168,53	203708,55	10,63	4,7900
69	0,0257	0,0100	138287,79	17989,34	184540,02	10,26	5,0942
70	0,0283	0,0100	133350,33	16841,80	166550,67	9,89	5,4094
71	0,0310	0,0100	128249,19	15725,76	149708,88	9,52	5,7349
72	0,0341	0,0100	122986,33	14641,20	133983,12	9,15	6,0699
73	0,0375	0,0100	117564,27	13588,08	119341,92	8,78	6,4138
74	0,0412	0,0100	111985,11	12566,25	105753,84	8,42	6,7656
75	0,0454	0,0100	106251,05	11575,54	93187,59	8,05	7,1245
76	0,0501	0,0100	100364,90	10615,80	81612,05	7,69	7,4892
77	0,0554	0,0100	94331,65	9687,04	70996,25	7,33	7,8587
78	0,0614	0,0100	88159,88	8789,57	61309,21	6,98	8,2317
79	0,0682	0,0100	81862,82	7924,03	52519,64	6,63	8,6067
80	0,0759	0,0100	75459,24	7091,44	44595,62	6,29	8,9823
81	0,0847	0,0100	68974,64	6293,24	37504,18	5,96	9,3568
82	0,0947	0,0100	62442,89	5531,34	31210,94	5,64	9,7285
83	0,1053	0,0100	55907,38	4808,17	25679,59	5,34	10,0956
84	0,1162	0,0100	49460,50	4129,83	20871,43	5,05	10,4559
85	0,1277	0,0100	43218,65	3503,54	16741,60	4,78	10,8075
86	0,1399	0,0100	37268,11	2933,16	13238,06	4,51	11,1480
87	0,1531	0,0100	31681,47	2420,84	10304,90	4,26	11,4750
88	0,1677	0,0100	26512,69	1966,88	7884,06	4,01	11,7861
89	0,1839	0,0100	21801,82	1570,29	5917,18	3,77	12,0785
90	0,2021	0,0100	17573,84	1228,90	4346,89	3,54	12,3494
91	0,2222	0,0100	13847,21	940,10	3117,99	3,32	12,5959
92	0,2440	0,0100	10632,13	700,80	2177,89	3,11	12,8147

93	0,2673	0,0100	7931,06	507,54	1477,08	2,91	13,0028
94	0,2914	0,0100	5732,08	356,13	969,54	2,72	13,1565
95	0,3162	0,0100	4004,27	241,54	613,41	2,54	13,2724
96	0,3415	0,0100	2697,94	158,00	371,87	2,35	13,3466
97	0,3671	0,0100	1749,67	99,48	213,87	2,15	13,3753
98	0,3929	0,0100	1089,94	60,17	114,39	1,90	13,3753
99	0,4189	0,0100	650,83	34,88	54,22	1,55	13,3753
100	1,0000	0,0100	371,72	19,34	19,34	1,00	13,3753

Tabelle A.2: Rechnungsgrundlagen der Männer

Literaturverzeichnis

- [1] Klaus Bohn, *Die Mathematik der deutschen Privaten Krankenversicherung*, Schriftenreihe für angewandte Versicherungsmathematik, Heft 1, Verlag Versicherungswirtschaft, Karlsruhe, 1981
- [2] Annette Dölker, *Das operationelle Risiko in Versicherungsunternehmen*, Verlag Versicherungswirtschaft GmbH Karlsruhe, 2006
- [3] Bradley Efron, Robert J. Tibshirani, *An Introduction to the Bootstrap*, Chapman and Hall London, 1993
- [4] Herbert C. Frey, Gero Nießen, *Monte Carlo Simulation*, Gerling Akademie Verlag, 2001
- [5] Christian Graf, *Solvency II*, Wie die neuen Aufsichtsregeln die Versicherungswelt verändern, Tectum Verlag Marburg, 2008
- [6] Helmut Gründl, Helmut Perlet, *Solvency II und Risikomanagement*, Verlag Gabler, 2005
- [7] Norbert Henze, *Stochastik für Einsteiger*, Vieweg Verlag, 2004
- [8] Philippe Jorion, *Value at Risk*, M^cGraw-Hill Verlag, 2001
- [9] Karl Metzger, *Mathematik in der Krankenversicherung*, Sommersemester 2004, Universität Salzburg
- [10] Thorsten Pauls, *Resampling-Verfahren und ihre Anwendungen in der nichtparametrischen Testtheorie*, Heinrich-Heine-Universität, 2003
- [11] Frank Romeike, Matthias Müller-Reichart, *Risikomanagement in Versicherungsunternehmen*, Wiley-Vch Verlag, 2008
- [12] Wolfgang Schmid-Grotjohann, *Das Änderungsrisiko in der Privaten Krankenversicherung*, Schriftenreihe Band 16: Hrsg. Prof. Dr. Elmar Helten, Verlag Gabler 1993

- [13] *Technisches Dokument zum Swiss Solvency Test*, Bundesamt für Privatversicherungen, Oktober 2006
- [14] *Weissbuch der Schweizer Solvenztests*, Bundesamt für Privatversicherungen, November 2004
- [15] Kurt Wolfsdorf, *Versicherungsmathematik*, Teil 1 Personenversicherung, B.G. Teubner Stuttgart 1997