



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
WIEN

VIENNA
UNIVERSITY OF
TECHNOLOGY

DIPLOMARBEIT

Methoden zur Erstellung nicht-negativer Input-Output Tabellen

Thema

Ausgeführt am Institut für

Wirtschaftsmathematik
der Technischen Universität Wien

unter der Anleitung von Ao.Univ.Prof.Dr.iur. Bernhard Böhm

durch

Rainer Kronaus
Name

Schrattensteingasse 42, 2700 Wiener Neustadt
Anschrift

Datum

Unterschrift

Eidesstattliche Erklärung

Hiermit versichere ich, die vorliegende Arbeit selbstständig und unter ausschließlicher Verwendung der angegebenen Literatur und Hilfsmittel erstellt zu haben.

Die Arbeit wurde bisher in gleicher oder ähnlicher Form keiner anderen Prüfungsbehörde vorgelegt und auch nicht veröffentlicht.

Rainer Kronaus,

Datum

Unterschrift

Danksagung

Hiermit möchte ich meinem Diplomarbeitsbetreuer Ao.Univ.Prof.Dr.iur. Bernhard Böhm für seine Geduld und wichtigen Anregungen bei der Erstellung dieser Arbeit danksagen.

Der größte Dank aber gebührt meinen Eltern, die mich in allen Belangen während meiner Studienzeit unterstützt haben.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	6
1.1	Die Problemstellung	7
2	Grundlagen der Input-Output Analyse	9
2.1	Die Input-Output Tabelle	10
2.1.1	Die Vorleistungsmatrix (Zentralmatrix)	11
2.1.2	Die Endnachfragematrix	11
2.1.3	Die Primäraufwandsmatrix	11
2.2	Die Technologiemarkmatrix A	12
3	Die Grundstruktur des Absorptions- und Makesystems	14
3.1	Die Verwendungstabelle	15
3.2	Die Aufkommenstabelle	15
3.3	Die Grundstruktur des Make- und Absorptionssystems	17
3.3.1	Die Grundstruktur des Make- und Absorptionssystems der Version A	17
3.3.2	Die Grundstruktur des Make- und Absorptionssystems der Version B	18
4	Die Transformation der Verwendungs- und Aufkommenstabellen in symmetrische Input-Output Tabellen	22
4.1	Die Technologieannahmen	22
4.1.1	Die Technologieannahmen für die Güter x Güter Tabelle	23
4.1.2	Die Technologieannahmen für die Aktivitäten x Aktivitäten Tabelle	28
4.1.3	Güter x Güter Tabelle versus Aktivitäten x Aktivitäten Tabelle .	29
4.2	Die Koeffizientenmatrizen	30
4.2.1	Die Vorleistungs(Input)koeffizientenmatrix B	30
4.2.2	Die Market-Shares Matrix D	31
4.2.3	Die Product-Mix Matrix C	31
4.2.4	Die Herleitung der Technologiemarkmatrix A in der Version A	32
4.2.5	Die Herleitung der Technologiemarkmatrix A in der Version B	34
4.3	Die Konstruktion nicht-negativer Güter x Güter Input-Output Matrizen auf Basis der Gütertechnologieannahme (CTA)	36
4.3.1	Die Beschreibung des Algorithmus von Almon	38
4.3.2	Die Implementierung des Algorithmus von Almon in Matlab	44
4.3.3	Die Verallgemeinerung des Algorithmus von Almon	45

4.3.4	Die Implementierung des verallgemeinerten Algorithmus von Almon in Matlab	48
4.3.5	Die Erweiterung des Algorithmus von Almon	50
4.3.6	Die Implementierung des erweiterten Algorithmus von Almon in Matlab	52
4.3.7	Wann ist es sinnvoll den Algorithmus von Almon zu verwenden? .	54
4.3.8	Sensitivitätsanalyse	55
4.3.9	Geschichtlicher Auszug negativer Probleme	61
4.4	Die Konstruktion von Güter x Güter Input-Output Matrizen auf Basis der Industrietechnologieannahme (ITA)	62
4.5	Die Modell-Transformationen für die Aktivitäten x Aktivitäten Tabelle .	64
4.5.1	Die Konstruktion der Aktivitäten x Aktivitäten Input-Output Matrix aus der Annahme einer fixen Güter-Verkaufs-Struktur	64
4.5.2	Die Konstruktion der Aktivitäten x Aktivitäten Input-Output Matrix aus der Annahme einer fixen Industrie-Verkaufs-Struktur . . .	65
4.6	Ein Überblick der Modell-Transformationen in der Version A	71
4.7	Ein Überblick der Modell-Transformationen in der Version B	72
4.8	Die österreichische Input-Output Tabelle von 2000	73
5	Methoden zur Erzeugung von Import-, Inlands- und Total-Flow-Matrizen	90
5.1	Notation und Definition	90
5.1.1	Die Konstruktion der Import-Flow-Matrix auf Basis der CSIPA .	92
5.1.2	Die Konstruktion der Import-Flow-Matrix auf Basis der ISIPA . .	94
5.1.3	Die Konstruktion von konsistenten Total-, Import- und Inlands-Flow-Matrizen	95
5.1.4	Der bottom-up Ansatz	96
5.1.5	Der differenzbasierende Ansatz	97
5.1.6	Der top-down Ansatz basierend auf der CSIPA	98
5.1.7	Der top-down Ansatz basierend auf der ISIPA	101
5.2	Der Vergleich der Ansätze anhand eines aggregierten Modells	104
6	Zusammenfassung	112

Kapitel 1

Einleitung

In meiner Diplomarbeit möchte ich mich mit zwei Aspekten der Input-Output Analyse auseinandersetzen:

Einerseits mit der Fragestellung wie nicht-negative Input-Output Tabellen aus den Verwendungs- und Aufkommenstabellen ermittelt werden können. Dazu stehen prinzipiell mehrere Annahmen über die Technologien zu Verfügung, wobei - je nach Wahl - negative Elemente auftreten können.

Da aufgrund der statistischen Informationen in den Aufkommens- und Verwendungstabellen oft negative Elemente nicht vermieden werden können, befasst sich meine Arbeit mit Methoden negative Einträge in den Input-Output Tabellen zu verhindern.

Weiters beschäftigt sich meine Diplomarbeit mit der Frage in wie weit a-priori Informationen - in Form unterer Schranken aus älteren Input-Output Tabellen - im dazu benötigten Algorithmus eingesetzt werden können, um eine neue Input-Output Tabelle zu erhalten.

Andererseits befasst sich meine vorliegende Arbeit mit der Konstruktion eines konsistenten Sets von Inlands-, Import- und Total-Flow-Matrizen. Da es wünschenswert ist, die Total-Flow-Matrix aus der Summe der Inlands- und Import-Flow-Matrix zu gewinnen, dies aber nicht zwingend der Fall sein muss, werden hier Konzepte vorgestellt, die das gewährleisten.

Dazu wurden die von der Statistik Austria publizierten Aufkommens- und Verwendungstabellen von 2000 herangezogen und modifiziert, um sie mit der von der Statistik Austria zur Verfügung gestellten Input-Output Tabelle aus dem Jahr 1995 vergleichen zu können.

Anhand dieser Ausgangsdaten wird unter der Gütertechnologieannahme eine nicht-negative österreichische Input-Output Tabelle von 2000 durch den Algorithmus von Almon bzw. durch das Miteinfließen der Information über die Input-Output Tabelle von 1995 ermittelt. Sämtliche dabei benötigten Implementierungen sind hier in Matlab realisiert.

Die Erzeugung der Input-Output Tabellen aus den Verwendungs- und Aufkommens-tabellen ist ein wichtiger Bestandteil im System of National Accounts 1993 (SNA 1993) [36]. Das SNA legt dabei die international üblichen statistischen Standards fest. Demzufolge sind die statistischen Ämter der Mitglieder der Europäischen Union verpflichtet alle fünf Jahre symmetrische Input-Output Tabellen zu erstellen. Symmetrisch bedeutet hier, dass die Technologiematrix entweder in der Dimension Güter x Güter oder in der Aktivitäten x Aktivitäten Version vorliegt.

Für die Herleitung der Input-Output Tabellen stehen jedoch einander verschiedene Ansichten sowohl in theoretischer Hinsicht als auch in der praktischen Ausführung gegenüber.

Im Folgenden befasst sich meine Diplomarbeit mit dem Erstellen von nicht-negativen Input-Output Tabellen aus den Aufkommens- und Verwendungstabellen und analysiert diese. Der wesentliche Teil der Arbeit beschäftigt sich hierbei mit dem Algorithmus von Almon, der es ermöglicht auf Basis der Gütertechnologieannahme bzw. aus der Annahme einer fixen Industrie-Verkaufs-Struktur eine nicht-negative Input-Output Tabelle zu erstellen.

1.1 Die Problemstellung

Den Konstrukteuren von Input-Output Tabellen liegen Daten vor, die die Verwendung und Erzeugung von Gütern in den Aktivitäten (Wirtschaftsbereichen) angeben.

Da hier die Zuordnung nicht nach Gütern sondern nach Aktivitäten erfolgt, kann die Menge eines Gutes i , die als Input für die Produktion einer Einheit des Gutes k verwendet wird, nicht ohneweiteres angegeben werden.

Um diese Menge aus den zugrundeliegenden statistischen Daten ableiten zu können, ist es nun notwendig eine Annahme über die Technologie zu treffen.

Im Wesentlichen wird zwischen der Gütertechnologie- und der Industrietechnologieannahme unterschieden.

Alternativ dazu kann man aus der Annahme einer fixen Güter-Verkaufs-Struktur bzw. aus der Annahme einer fixen Industrie-Verkaufs-Struktur Aussagen über Input-Output Strukturen von Aktivitäten machen.

Wie die Annahmen und die Ausgangsdaten konkret aussehen, wird nun in den folgenden Kapiteln behandelt.

Zu Beginn werden die theoretischen Eigenschaften der Input-Output Tabelle vorgestellt. Danach erfolgt eine Beschreibung der Ausgangsdaten im speziellen, die der Aufkommens- und Verwendungstabelle. Wie diese als verflochtene Güter- und Produktionskonten zu verstehen sind, ist hierzu im Make- und Absorptionssystem dargestellt.

Da jedoch diese Ausgangsdaten auf Basis statistischer Informationen beruhen, kann es zu negativen Koeffizienten in den Input-Output Tabellen kommen. Wie diese unter den jeweiligen Technologieannahmen vermieden werden können bzw. wann diese überhaupt auftreten, ist im Kapitel „Die Transformation der Verwendungs- und Aufkommenstabelle in symmetrische Input-Output Tabellen“ beschrieben.

Hier werden die einzelnen Technologieannahmen vorgestellt und der Algorithmus von Almon für die Gütertechnologieannahme bzw. unter der Annahme einer fixen Industrie-Verkaufs-Struktur präsentiert. Dieser Algorithmus ermöglicht negative Elemente in den Input-Output Tabellen zu vermeiden. Zusätzlich werden Modifikationen des Algorithmus vorgestellt, die es ermöglichen Informationen von älteren Input-Output Tabellen - in Form unterer Schranken - miteinfließen zu lassen.

Wie sich diese Zusatzinformationen auswirken können, wird anhand eines Fallbeispiels überprüft. Danach wird durch den Algorithmus von Almon bzw. durch die zusätzliche Information der Input-Output Tabelle von 1995 eine österreichische Input-Output Tabelle von 2000 ermittelt. Anschließend wird die Abweichung zur publizierten österreichischen Input-Output Tabelle aus dem Jahr 2000, die von der Statistik Austria veröffentlicht wurde, betrachtet.

Im letzten Kapitel werden Ansätze für die Berechnung eines konsistenten Sets von Inlands-, Import- und Total-Flow-Matrizen vorgestellt. Ob eine Aggregation geringere Unterschiede in den Ansätzen hervorruft, wird anhand der Aufkommens- und Verwendungstabelle aus dem Jahr 2000 untersucht.

Kapitel 2

Grundlagen der Input-Output Analyse

Die Input-Output Analyse ist eine volkswirtschaftliche Modellrechnung, mit der sich strukturelle Zusammenhänge untersuchen lassen. Das Kernstück für diese Untersuchungen bildet die Input-Output Tabelle, die die Transaktionsströme zwischen Verwendern und Erzeugern während einer bestimmten Periode erfasst [5, vgl. S.3].

Diese Tabelle ist das wesentliche Instrument, um eine Vielzahl von wirtschaftspolitischen Fragestellungen analysieren zu können. Aus ihr können inverse Koeffizienten und somit Multiplikatoren gebildet werden, die neben den direkten auch die indirekten Verflechtungen der einzelnen Aktivitäten abbilden [25].

Hierbei wird angenommen, dass die Wirtschaft als Menge von n Sektoren aufgefasst werden kann. Diese Sektoren können aus Mengen oder Werten einzelner Güter bestehen oder aus zu Aktivitäten aggregierten Gütermengen oder -werten. Das Gut jeder Aktivität kann, nach Deckung seines Eigenbedarfes, als Input für andere Wirtschaftsbereiche oder für die Endnachfrage verwendet werden. [5, vgl. S.3]

Dabei kann einer der Wirtschaftsbereiche neben dem charakteristisch erzeugten (primären) Gut auch eine Anzahl von nicht-charakteristischen (sekundären) Produkten herstellen.

Wobei unter nicht-charakteristische Produkte jene Güter zu verstehen sind, die nicht in ihrer Haupttätigkeit erzeugt werden [27, vgl. S.15].

Hierbei sei erwähnt, dass die Tabellen einzelne Güterarten zusammenfassen, da anderenfalls die Tabellen zu groß werden. Eine Aktivität kann aber auch alleiniger Produzent eines Gutes sein.

Die Darstellung kann in physischen und wertmäßigen Einheiten erfolgen. Möchte man einen Preis angeben, so kann die Bewertung der Tabellen entweder zu Herstellungs- oder zu Anschaffungspreisen erfolgen.

Die *Anschaffungspreise* können nach folgendem Schema in *Herstellungspreise* übergeleitet werden:

Herstellungspreise = Anschaffungspreise - nichtabzugsfähiger Mehrwertsteuer - Importabgaben - sonstige Gütersteuern + Gütersubventionen - Handelsspannen - Transportspannen.

Zur Bewertung der Importe wird der cif-Preis verwendet.

Der cif (cost, insurance, freight)-Preis gibt den Wert einer Ware an der Einfuhrgrenze bzw. den Wert der von einer gebietsansässigen Person erbrachten Dienstleistung vor der Zahlung eventueller Importabgaben an. Im cif-Preis sind Transportkosten bis zur Einfuhrgrenze enthalten. Dies erfolgt unabhängig davon, ob sie von einem Gebietsansässigen oder Gebietsfremden erbracht werden.

[27, vgl. S.19]

2.1 Die Input-Output Tabelle

Die Input-Output Tabellen stellen die analytisch gewonnenen typischen Inputstrukturen, die zur Produktion eines bestimmten Gutes (einer bestimmten Aktivität) benötigt werden, dar. Schematisch ähneln sie dem Aufbau der Verwendungstabellen [23, vgl. S.10].

Die Verflechtungen der einzelnen Produktionsbereiche und deren Beiträge zur Wertschöpfung sind in den Input-Output Tabellen ersichtlich [5, vgl. S.6].

Die Input-Output Tabelle gliedert sich - wie in [10, S.19f] beschrieben - in drei Teilmatrizen:

- die Vorleistungsmatrix
- die Endnachfragematrix
- die Primäraufwandsmatrix

Vorleistungs- Matrix	Endnachfrage- Matrix
Primäraufwands- Matrix	

Tabelle 2.1: Die Gliederung der Input-Output Tabelle

[10, nach Abbildung S.19]

2.1.1 Die Vorleistungsmatrix (Zentralmatrix)

Die Vorleistungsmatrix kann entweder in der Dimension Güter x Güter oder in der Aktivitäten x Aktivitäten Version vorliegen. Sie ist die zentrale Matrix in der Input-Output Tabelle. Sie zeigt die Vorleistungslieferungen der Sektoren zueinander, einschließlich der Ströme, die in sich fließen.

Sie gibt somit diejenigen Güterinputs (Aktivitäteninputs) an, die zur Erzeugung des gesamten im Inland produzierten Aufkommens eines bestimmten Gutes (einer bestimmten Aktivität) notwendig sind.

Wie diese unter den jeweiligen Technologieannahmen ermittelt werden können, ist im Kapitel 4 beschrieben.

Die Zeilensummen geben die gesamten Vorleistungslieferungen eines Sektors an alle anderen Sektoren an, die Spaltensummen weisen den gesamten Vorleistungsverbrauch eines Sektors aus.

2.1.2 Die Endnachfragematrix

Die Endnachfragematrix gibt die Lieferungen der Güter für den Endverbrauch an. Spaltenmäßig gliedert sie sich in Konsumausgaben, Bruttoinvestitionen und Exporte.

Die Beschreibung der Endnachfragematrix für Aktivitäten unter den jeweiligen Technologieannahmen erfolgt im Kapitel 4.6 bzw. 4.7.

2.1.3 Die Primäraufwandsmatrix

Die Primäraufwandsmatrix beinhaltet heterogene Posten, wie Gewinne, Löhne, Abschreibungen, indirekte Steuern und Importe. Sie ist wie die Endnachfragematrix in der Regel nicht quadratisch. Im Wertschöpfungsblock werden diejenigen Beiträge von Wertschöpfungskomponenten erfasst, die zur Erzeugung der gesamten im Inland produzierten Menge eines bestimmten Gutes (einer bestimmten Aktivität) aufzuwenden waren.

Wie der Wertschöpfungsblock nach Gütern unter den jeweiligen Technologieannahmen ermittelt wird, wird ebenfalls im Kapitel 4.6 bzw. 4.7 behandelt.

Eine vereinfachte schematische Darstellung einer Input-Output Tabelle, in der die Vorleistung in der Dimension Güter x Güter vorliegt, sieht folgendermaßen aus:

	Güter	Endverwendung			Gesamtverwendung
Güter	Vorleistungen nach Gütern	Konsumausgaben nach Gütern	Bruttoinvestitionen nach Gütern	Exporte nach Gütern	Gesamtverwendung nach Gütern
Wertschöpfungskomponenten	Wertschöpfung nach Gütern				
Importe	Importe nach Gütern				
Summe	Gesamtaufkommen nach Gütern				

Tabelle 2.2: Die vereinfachte Input-Output Tabelle

[27, nach Abbildung S.16]

Die Input-Output Tabelle zeigt, die zur Produktion des heimischen Aufkommens eines bestimmten Gutes notwendigen Inputs, sowie die übrigen Gütertransaktionen innerhalb einer Volkswirtschaft bzw. mit dem Rest der Welt [27, vgl. S.9].

Für österreichische Input-Output Tabellen gelten demnach die Bestimmungen des Europäischen Systems Volkswirtschaftlicher Gesamtrechnung (ESVG 1995) [27, vgl. S.9].

Die Input-Output Analyse geht im Wesentlichen auf Arbeiten von Leontief [17] zurück, der dafür 1973 mit dem Nobelpreis für Wirtschaftswissenschaften ausgezeichnet wurde. In der ersten Studie beschäftigte sich Leontief [15] mit dem sogenannten Leontief Modell: alle Outputs werden auch als Inputs genutzt. Industrien verwenden Güter sowie Faktorinputs für die Erzeugung von Gütern. Falls der Endnachfragesektor exogen vorliegt, wird ein offenes Modell definiert, das von Leontief ([16], [19]) vorgestellt wurde.

[31, vgl. S.11]

2.2 Die Technologiemarktrix A

Die im Leontief-Modell benötigte Technologiemarktrix A kann entweder in der Dimension Güter x Güter oder in der Aktivitäten x Aktivitäten Version vorliegen.

Liegt die Matrix in der Dimension Güter x Güter vor, so gibt sie die Menge des Gutes i an, die für die Produktion einer Einheit des Gutes k notwendig ist [5, vgl. S.12].

In der Aktivitäten x Aktivitäten Version gibt sie den Produktionsanteil der Aktivität i an, der für die Produktion einer Einheit der Aktivität k benötigt wird.

Mit dieser Technologiematrix A lassen sich in weiterer Folge in der Input-Output Analyse die zugrunde liegenden Strukturen untersuchen.

Die grundlegende Annahme hierbei ist die ausschließliche Abhängigkeit der interindustriellen Güterströme vom gesamten Output des Sektors. Die einzelnen Elemente der Matrix A messen daher eine fixe Beziehung zwischen Sektor-Output und seinem Input, die sich nicht verändert. Diese Annahme impliziert deshalb konstante Skalenerträge. [5, vgl. S.13]

Die wesentlichen Merkmale der Matrix A sind [20, vgl. S.19ff]:

- $a_{ik} \geq 0 \quad (i, j, \dots, n)$
- Konstante Skalenerträge [5, vgl. S.14]
- Jeder Koeffizient hat einen maximalen Wert von eins und steht für die Menge jedes Gutes (den Produktionsanteil jeder Aktivität) zur Produktion einer Güteroutput-einheit (Aktivitätenoutput-einheit)
- Die Spaltensummen der Matrix A sind kleiner gleich eins; Jede Spalte zeigt das Verhältnis der benötigten Inputs zur Produktion eines bestimmten Gutes (einer bestimmten Aktivität)
- Der maximale Eigenwert der Matrix A ist kleiner als eins

Wie eine nicht-negative Technologiematrix aus der Use- und Make-Matrix unter der jeweiligen Technologieannahme hergeleitet werden kann, wird im Kapitel 4 behandelt.

Kapitel 3

Die Grundstruktur des Absorptions- und Makesystems

Aus den statistischen Informationen zweier Tabellen lässt sich die Input-Output Tabelle unter der Annahme über eine Technologie ermitteln: der **Verwendungstabelle** und der **Aufkommenstabelle**. Aufkommens- und Verwendungstabellen stellen volkswirtschaftliche Transaktionen nach Aktivitäten und Gütergruppen dar [25].

„Die Aufkommens- und Verwendungstabellen zeigen die Inlandsproduktion nach Aktivitäten und Gütern sowie die übrigen Gütertransaktionen innerhalb einer Volkswirtschaft bzw. mit dem Rest der Welt“ [27, S.9].

In der Praxis kann es bei der Erstellung von Verwendungs- und Aufkommenstabellen zu Problemen kommen, die aus der Konfrontation mit der statistischen Praxis entstehen. Beispielsweise kann die aus der Aufkommens- und Verwendungstabelle erstellte Input-Output Tabelle auf Basis der Gütertechnologieannahme negative Einträge beinhalten.

Größtenteils entstehen Probleme aufgrund der unzureichenden statistischen Möglichkeiten für die Ermittlung der Verwendungs- und Aufkommenstabellen. Man baut hier auf Detailinformationen auf, die in der Regel aus der Betriebsstatistik entnommen und durch einen Erfahrungsaustausch mit den zuständigen Sachbearbeitern ergänzt sind. [9, vgl. S.146f]

Die Konzeptionen mögen theoretisch ideal sein, doch in der Praxis treten Hindernisse in der Realisation auf. In der endgültig realisierten Input-Output Tabelle muss meist ein vielfacher Kompromiß zwischen Erstellungszielsetzung, gewählter Konzeption, vorhandener Datenbasis, sowie Rechen- und Erstellungsaufwand eingegangen werden. [10, vgl. S.78]

Es liegt hier eine Wechselwirkung zwischen dem Zweck eines Modells, dem theoretischen Ausgangspunkt und der statistischen Basis vor [22, vgl. S.7].

3.1 Die Verwendungstabelle

Die **Verwendungstabelle** zeigt die Güterverwendung als Vorleistung (Intermediärverbrauch) der einzelnen Aktivitäten. Sie besteht aus der *Absorptions-* oder *Use-Matrix* U , die sich auf die Verwendung von durch in- und ausländische Aktivitäten hergestellten Gütern beschränkt [27, vgl. S.13].

Die *Use-Matrix* U zeigt in ihren Zeilen Güter und in ihren Spalten Aktivitäten. Die Einträge geben somit die Verwendung von jedem Gut in jeder Aktivität an [2, vgl. S.28]. Eine Zeile der Use-Matrix zeigt an, in welchen Aktivitätsbereichen ein bestimmtes Gut als Intermediärverbrauch zum Einsatz kommt; eine Spalte, welche Güter ein bestimmter Aktivitätsbereich für seine Produktion einsetzt [23, vgl. S.6].

Die *Absorptionsmatrix* U wird ergänzt durch die in Kategorien gegliederte *Wertschöpfungsmatrix* W und *Endnachfragematrix* Y , deren Komponenten aus den Konsumausgaben, Bruttoinvestitionen und Exporte, bestehen [27, vgl. S.13].

	Aktivitäten	Endverwendung			Gesamtverwendung
Güter	Intermediärverbrauch nach Aktivitäten und Gütern	Konsumausgaben nach Gütern	Bruttoinvestitionen nach Gütern	Exporte nach Gütern	Gesamtverwendung nach Gütern
Wertschöpfungskomponenten	Wertschöpfung nach Aktivitäten				
Summe	Produktionswerte nach Aktivitäten				

Tabelle 3.1: Die vereinfachte Verwendungstabelle

[27, nach Abbildung S.14]

Die Verwendungstabelle zeigt daher den Einsatz von Waren und Dienstleistungen nach Gütern und Verwendungsarten, d.h. als Vorleistungen, Konsum, Bruttoinvestitionen oder Exporte. Darüber hinaus gibt die Tabelle Auskunft über die Wertschöpfung [27, vgl. S.13].

3.2 Die Aufkommenstabelle

Die **Aufkommenstabelle** zeigt die nach Gütern gegliederten Produktionswerte der einzelnen Aktivitäten [27, vgl. S.13]. Damit gibt sie Auskunft über das Güteraufkommen

aus der heimischen Produktion, das in der *Make-Matrix* V erfasst wird, und über das Güteraufkommen aus den *Importen* [25].

Die *Make-Matrix* V weist in den Zeilen Aktivitäten und in den Spalten Güter aus. Sie gibt an, wie viel von jedem Produkt in jeder Industrie erzeugt wird [2, vgl. S.28].

Eine Zeile der Make-Matrix gibt an, welche verschiedene Güter ein bestimmter Aktivitätsbereich erzeugt, als Spalte gelesen gibt sie Auskunft, aus welchen verschiedenen Wirtschaftsbereichen ein bestimmtes Gut stammt [23, vgl. S.6].

Sie enthält keine Information darüber, wer die Güter verwendet.

	Güter	Summe
Aktivitäten	Produktionswerte nach Gütern und Aktivitäten	Produktionswerte nach Aktivitäten
Importe	Importe nach Gütern	Importe insgesamt
Gesamtaufkommen	Gesamtaufkommen nach Gütern	Gesamtaufkommen

Tabelle 3.2: Die vereinfachte Aufkommenstabelle

[27, nach Abbildung S.13]

Falls Verwendung und Aufkommen gleich bewertet werden (zu Herstellungs- oder Anschaffungspreisen), gelten für die Aufkommens- und Verwendungstabellen zwei Identitätsbeziehungen:

- Identität für Aktivitäten: Der Produktionswert (Output) der Aktivitäten ist gleich den gesamten Inputs der Aktivitäten.

Somit ergibt sich für jede Aktivität folgende Identitätsbeziehung:

Produktionswert = Vorleistung + Wertschöpfung.

- Identität für Güter: Das Güteraufkommen ist gleich der Güterverwendung.

Daher gilt für jedes Gut:

Heimische Produktion + Importe = Vorleistungen + Endnachfrage.

[27, vgl. S.13]

3.3 Die Grundstruktur des Make- und Absorptionssystems

Mit dem revidierten System der Volkswirtschaftlichen Gesamtrechnung (SNA 1968) wurden die Input-Output Tabellen in das Kontensystem der VGR (Volkswirtschaftlichen Gesamtrechnung) integriert [27, vgl. S.9]. Die Tabellen sind somit als System miteinander verflochtener Güter- und Produktionskonten zu verstehen.

Output (Aufkommen) und Input (Verwendung) werden getrennt dargestellt [5, vgl. S.7]. Dadurch erfolgt eine bessere Abbildung der nicht-charakteristischen Güter [29, vgl. S.11].

Die Grundstruktur des Make- und Absorptionssystems lässt sich somit aus den Aufkommens- und Verwendungstabellen ableiten. Es wird dabei zwischen der *A* und der *B Version* unterschieden. In der *A Version* wird die heimische Produktion von den Importe nicht getrennt dargestellt. Bei der *B Version* ist eine Trennung der Fall [26, vgl. S.45].

3.3.1 Die Grundstruktur des Make- und Absorptionssystems der Version A

Die Grundstruktur des Make- und Absorptionssystems für die *Version A* hat folgende Gestalt:

	Güterkonten	Produktionskonten	Endnachfrage	Summe
Güterkonten		Absorptionsmatrix U	Endnachfragematrix Y	Verwendung $q + m$
Produktionskonten	Make-Matrix V			Produktionserlöse g
Importe	Importvektor m'			Primärinput
Bruttoinlandsprodukt		Wertschöpfungsmatrix W		Primärinput
Summe	Aufkommen $(q + m)'$	Produktionskosten g'	Endnachfrage Y	

Tabelle 3.3: Das Make- und Absorptionssystem in der Version A

[23, nach Abbildung S.7]

Durch Betrachtung dieser Tabelle zeigen sich notwendige Bilanzgleichungen.
Es gelten folgende Identitätsbeziehungen [5, vgl. S.7]:

- Die Spaltensumme über die Make-Matrix V (inklusive Importe) ergibt das Gesamtaufkommen und ist identisch mit der Zeilensumme über die Absorptionsmatrix U und der Endnachfragematrix Y .
- Die Zeilensumme über die Make-Matrix V ergibt den Bruttoproduktionswert (Produktionserlös) und ist identisch mit der Spaltensumme über die Absorptionsmatrix U und der Wertschöpfungsmatrix W .
- Die Zeilensumme über die Importe m' und die Wertschöpfungsmatrix W ist mit der Zeilensumme über die Endnachfragematrix Y als Gesamtsumme identisch. Zieht man von der gesamten Endnachfrage die Importe ab, erhält man das Bruttoinlandsprodukt (BIP).

3.3.2 Die Grundstruktur des Make- und Absorptionssystems der Version B

Die Grundstruktur des Make- und Absorptionssystems für die *Version B* sieht folgendermaßen aus:

Hier erfolgt eine Trennung der heimische Produktion und der Importe.

	heimische Güter	importierte Güter	Produktionskonten	Endnachfrage	Summe
heimische Güter			Absorptionsmatrix U^d	Endnachfragematrix Y^d	Verwendung q
importierte Güter			Absorptionsmatrix U^m	Endnachfragematrix Y^m	Verwendung m
Produktionskonten	Make-Matrix V				Produktionserlöse g
Importe		Importvektor m'			Primärinput
Bruttoinlandsprodukt			Wertschöpfungsmatrix W		Primärinput
Summe	Aufkommen q'	Aufkommen m'	Produktionskosten g'	Endnachfrage Y	

Tabelle 3.4: Das Make- und Absorptionssystem in der Version B

[30, nach Abbildung S.10]

Die Untermatrizen des Make- und Absorptionssystems der Version B

Wird das Make- und Absorptionssystem mit Submatrizen angereichert, so bieten sich sowohl Vorteile für die Integration von Input-Output Tabellen in das System der Volkswirtschaftlichen Gesamtrechnung als auch für den Analytiker ein höheres Maß an Flexibilität [24, vgl. S.57].

Das Make- und Absorptionssystem in der *Version B* enthält folgende Untermatrizen:

- Die Make-Matrix \mathbf{V} in der Dimension Aktivitäten l x Güter n

$\mathbf{V} = \{v_{jk}\}$ zeigt die gütermäßige Zusammensetzung der Produktion der einzelnen Aktivitäten

- Der Zeilenvektor \mathbf{m}' des Importaufkommens nach n Gütern

$$\mathbf{m}' = \{m_k\}$$

- Die Absorptionsmatrix \mathbf{U}^d heimischer Güter in der Dimension Güter n x Aktivitäten l

$\mathbf{U}^d = \{u_{kj}^d\}$ zeigt die gütermäßige Zusammensetzung der Vorleistungen heimischer Herkunft der einzelnen Aktivitäten

- Die Absorptionsmatrix \mathbf{U}^m importierter Güter in der Dimension Güter n x Aktivitäten l

$\mathbf{U}^m = \{u_{kj}^m\}$ zeigt die gütermäßige Zusammensetzung der importierten Vorleistungen der einzelnen Aktivitäten

- Die Endnachfragematrix \mathbf{Y}^d heimischer Güter in der Dimension Güter n x Endnachfragekategorien h

$\mathbf{Y}^d = \{y_{ke}^d\}$ zeigt die gütermäßige Zusammensetzung der von den einzelnen Endnachfragekategorien bezogenen heimischen Güter

- Die Endnachfragematrix \mathbf{Y}^m importierter Güter in der Dimension Güter n x Endnachfragekategorien h

$\mathbf{Y}^m = \{y_{ke}^m\}$ zeigt die gütermäßige Zusammensetzung der von den einzelnen Endnachfragekategorien bezogenen importierten Güter

- Die Wertschöpfungsmatrix \mathbf{W} in der Dimension Wertschöpfungskomponenten r x Aktivitäten l

$\mathbf{W} = \{w_{oj}\}$ zeigt die Zusammensetzung der Wertschöpfung der einzelnen Aktivitäten

[30, vgl. S.11ff]

Die Zeilen- und Spaltensummen der einzelnen Matrizen sind nach obiger Darstellung von unterschiedlicher Bedeutung:

- Die Zeilensumme der Make-Matrix = Bruttoproduktionswert der Aktivitäten

$$g_j = \sum_{k=1}^n v_{jk} \quad (j = 1, 2, \dots, l) \quad (3.1)$$

- Die Spaltensumme der Make-Matrix = Aufkommen der heimischen Güter

$$q_k = \sum_{j=1}^l v_{jk} \quad (k = 1, 2, \dots, n) \quad (3.2)$$

- Die Zeilensumme der Absorptionsmatrizen für die heimische Produktion und der importierten Güter (Version B) = Die Gesamte Verwendung der Güter als Vorleistung (Version A)

$$\sum_{j=1}^l u_{kj}^d + \sum_{j=1}^l u_{kj}^m = \sum_{j=1}^l u_{kj} \quad (k = 1, 2, \dots, n) \quad (3.3)$$

- Die Zeilensumme der Endnachfragematrizen für die heimische Produktion und der importierten Güter (Version B) = die gesamte Verwendung der Güter für die Endnachfrage (Version A)

$$\sum_{e=1}^h y_{ke}^d + \sum_{e=1}^h y_{ke}^m = \sum_{e=1}^h y_{ke} \quad (k = 1, 2, \dots, n) \quad (3.4)$$

[30, vgl. S.6ff]

Die Summenbedingungen der Güter- und Produktionskonten lassen sich daher wie folgt darstellen:

- Die Güterkonten heimischer Güter

$$q_k = \sum_{j=1}^l u_{kj}^d + \sum_{e=1}^h y_{ke}^d = \sum_{j=1}^l v_{jk} \quad (k = 1, 2, \dots, n) \quad (3.5)$$

- Die Güterkonten importierter Güter

$$m_k = \sum_{j=1}^l u_{kj}^m + \sum_{e=1}^h y_{ke}^m \quad (k = 1, 2, \dots, n) \quad (3.6)$$

- Die Produktionskonten

$$g_j = \sum_{k=1}^n v_{jk} = \sum_{k=1}^n u_{kj}^d + \sum_{k=1}^n u_{kj}^m + \sum_{o=1}^r w_{oj} \quad (j = 1, 2, \dots, l) \quad (3.7)$$

[30, vgl. S.11ff]

Kapitel 4

Die Transformation der Verwendungs- und Aufkommenstabellen in symmetrische Input-Output Tabellen

4.1 Die Technologieannahmen

Um aber die Frage beantworten zu können, welche Güterinputs für die jeweiligen Güteroutputs bzw. welche Aktivitäten-Inputs für bestimmte Aktivitäten-Outputs notwendig sind, benötigt man Annahmen.

Die Aufkommens- und Verwendungstabellen können mittels bestimmter **Technologieannahmen** in Input-Output Tabellen überführt werden.

Die Dimension der Technologiematrix kann dabei entweder in der Form *Güter \times Güter* oder *Aktivitäten \times Aktivitäten* vorliegen. Die Wahl der Dimension hängt davon ab, ob man an der Gütermenge oder der Produktionsmenge je Aktivität interessiert ist.

Insgesamt gibt es vier Standardmethoden für die Erstellung der Input-Output Tabellen, die bereits 1968 von dem SNA entwickelt wurden [8, vgl. S. 310].

Gemäß dem SNA gibt es zwei Typen von Tabellen:

die *Güter \times Güter*- und die *Aktivitäten \times Aktivitäten* Tabellen.

Die Standardmethoden sind vom SNA 1993 [36], vom ESA (European System of Accounts) 1995 [7] und in einer detaillierten Ausführung in [37] diskutiert. Nützliche Beiträge sind von Konijn [13], Thage ([33], [34]) und von Thage & ten Raa [35] veröffentlicht worden.

Die vier grundlegende **Modell-Transformationen** sind:

1. Die Güter x Güter Tabelle

- a) auf Basis der Gütertechnologieannahme (CTA, commodity technology assumption)
- b) auf Basis der Industrietechnologieannahme (ITA, industry technology assumption)

2. Die Aktivitäten x Aktivitäten Tabelle

- a) aufgrund der Annahme einer fixen Industrie-Verkaufs-Struktur
- b) aus der Annahme einer fixen Güter-Verkaufs-Struktur

[8, vgl. S. 310]

4.1.1 Die Technologieannahmen für die Güter x Güter Tabelle

Um auf Basis der Technologieannahme zu einer **Güter x Güter Matrix** zu gelangen, gibt es zwei Möglichkeiten: einerseits auf Basis der *Gütertechnologieannahme (CTA)* und andererseits über die *Industrietechnologieannahme (ITA)*.

Die Gütertechnologieannahme (CTA)

Die meist diskutierte und gängigste Methode, Input-Output Tabellen zu erzeugen, erfolgt auf Basis der *Gütertechnologieannahme*.

Bei der *Gütertechnologieannahme* wird jedes Gut mit einer bestimmten Technik erzeugt, egal von welcher Aktivität [5, vgl. S10].

Jedes Produkt hat seine eigene typische Input-Struktur. Für jedes Gut werden dieselben Proportionen wie die der Güter- und Faktor-Inputs verwendet.

Falls die Technologien bei der Produktion der primären und sekundären Güter unabhängig sind, macht diese Annahme Sinn. Die Gütertechnologie schließt aber auch die Fälle nicht aus, in denen zwei oder mehrere Güter im selben Prozess erzeugt werden. Falls jedoch eines dieser Produkte woanders auf einer anderen Weise hergestellt wird, ist die Gütertechnologieannahme nicht mehr gültig .

Zu beachten ist, dass bei diesem Modell jedes Gut einen primären Hersteller erfordert.

Da sich jedoch die Anzahl der Güter von denen der Aktivitäten unterscheiden kann, müssen die Ausgangsmatrizen zuerst in quadratische Matrizen übergeführt werden. (In der Praxis sind oft mehr Güter als Aktivitäten vorhanden.) [8, vgl. S.311]

Wie sich zeigen wird, benötigt man für die Berechnung die Inverse der Make-Matrix V . Somit kann unter dieser Annahme nur eine reguläre quadratische Make-Matrix V herangezogen werden.

Ein weiteres Problem besteht im Auftreten von negativen Einträgen in der Input-Output Tabelle unter der Gütertechnologieannahme. Seit 1967 hat die Inforum Gruppe eine halbautomatische Methode entwickelt, um eine Art von Anpassung in den Berechnungen primär basierend auf der Gütertechnologie zu erstellen, die negative Einträge vermeidet [2, vgl. S.29].

Diese Methode wurde von Almon (1970) [1] und Almon, Buckler, Horwitz & Reimbold (1974) [3, S.151ff] veröffentlicht. Der Algorithmus von Almon wird im Kapitel 4.3.1 der Diplomarbeit vorgestellt.

Die Industrietechnologieannahme (ITA)

Eine andere Methode Güter x Güter Tabellen zu erstellen, erfolgt auf Basis der *Industrietechnologieannahme*.

Hier wird angenommen, dass jedes Gut einer bestimmten Aktivität mit der gleichen Technik produziert wird [5, vgl. S.10].

Jede Aktivität hat ihre eigene Input-Struktur. Die Aktivitäten verwenden eine spezifische Art der Produktion unabhängig davon welches Gut erzeugt wird [8, vgl. S.312f].

Sie wird oft herangezogen, da sie im Gegensatz zur Gütertechnologieannahme negative Einträge vermeidet, die keinen ökonomischen Sinn ergeben, obwohl diese Annahme nicht der Realität entspricht [2, vgl. S.27]. Daher führt diese Annahme in den Anwendungen oft zu Resultaten, die unrealistisch sind. Falls aber verschiedene Produkte in einem Produktionsprozess hergestellt werden, ist diese Annahme zutreffend [8, vgl. S.313].

Die Hybridannahme

Um negative Einträge zu vermeiden, ist es auch möglich beide Annahmen zu vermischen und somit eine *Hybridannahme* zu treffen.

Die klassische Methode besteht darin, die Make-Matrix V in zwei Komponenten zu teilen: eine für die Gütertechnologie- und der andere Teil für die Industrietechnologieannahme [8, vgl. S.314].

Man spricht hier vom „mixed“ oder „hybrid technology model“, das vom SNA 1968 vorgestellt wurde. Das Modell liefert keine neuen theoretischen Erkenntnisse, sondern ist eine Kombination der beiden Techniken [8, vgl. S.314].

Armstrong [4] ist für hybride Modelle eine klassische, Bohlin & Widell [6] eine aktuellere Referenz.

Gütertechnologieannahme und Industrietechnologieannahme im Vergleich

Kop Jansen & ten Raa [14] haben gezeigt, dass die Erstellungsmethode auf Basis der Gütertechnologieannahme besser geeignet ist [12, vgl. S.1].

Das SNA [36] bewertete beide Annahmen und befand (Absatz 15.146, Seite 367), dass in theoretischer Hinsicht die Industrietechnologieannahme „rather poorly“ und „highly implausible“ ist.

Jedoch gilt es bei der Gütertechnologieannahme das dabei auftretende Problem negativer Einträge in den Griff zu bekommen. Almon präsentiert hierzu einen Algorithmus für die Konstruktion von Güter x Güter Matrizen, der das Problem der negativen Elemente löst, indem eine kleine Abweichung von der Gütertechnologieannahme zugelassen wird. Aus einer anderen Sichtweise betrachtet korrigiert es die Use-Matrix [12, vgl. S.2].

Hierbei sei erwähnt, dass dieser Algorithmus auch eine ökonomische Interpretation beinhaltet. Wie diese aussieht wird im Kapitel 4.3.1 behandelt.

Beispiele von Güter x Güter Tabellen auf Basis der unterschiedlichen Technologieannahmen

Die folgenden Tabellen sind leicht abgeändert [2, S.29] entnommen.

Um das Problem zu veranschaulichen, sei folgende 5x5 **Use-Matrix** U gegeben:

		Aktivitäten				
		Käse	Eis	Schokolade	Lab	Andere
Güter	Käse	0	0	0	0	0
	Eis	0	0	0	0	0
	Schokolade	3	37	0	0	0
	Lab	15	5	0	0	0
	Anderes Gut	28	72	30	5	0

Tabelle 4.1: Die Use-Matrix U

Die Use-Matrix U gibt somit Auskunft über die Menge der Güter, die in den verschiedenen Aktivitäten verwendet wird.

Beispielsweise werden 40 Einheiten Schokolade in den verschiedenen Aktivitäten gebraucht, wobei 3 Einheiten in der Käseindustrie und 37 Einheiten in der Eisindustrie zum Einsatz kommen. Als Spalte gelesen werden zum Beispiel in der Käseindustrie 3 Einheiten Schokolade, 15 Einheiten Lab und 28 Einheiten andere Güter benötigt.

Die zugehörige **Make-Matrix V** sei durch:

		Güter				
		Käse	Eis	Schokolade	Lab	Anderes
Aktivitäten	Käse	70	20	0	0	0
	Eis	30	180	0	0	0
	Schokolade	0	0	100	0	0
	Lab	0	0	0	20	0
	Andere	0	0	0	0	535

Tabelle 4.2: Die Make-Matrix V

gegeben.

Sie gibt somit die Menge der Güter an, die in den jeweiligen Aktivitäten erzeugt wird. Die Eisindustrie erzeugt 30 Einheiten an Käse und 180 Einheiten an Eis. Käse wird insgesamt zu 100 Einheiten erzeugt, wobei 70 Einheiten in der Käseindustrie und 30 Einheiten in der Eisindustrie hergestellt werden.

Unter der Annahme, dass jedes Gut mit einer bestimmten Technik erzeugt wird unabhängig davon in welcher Aktivität es hergestellt wird, kann man nun eine **Flow-Matrix R** unter der *Gütertechnologieannahme* ermitteln.

Diese lässt sich durch die im darauf folgenden Kapitel 4.3.1 beschriebene Matrizen-Multiplikation wie folgt berechnen:

$$R = U((V\hat{q}^{-1})')^{-1} \quad (4.1)$$

q ergibt sich hier wie zuvor aus den Spaltensummen der Make-Matrix V . Unter \hat{q} ist eine Diagonal-Matrix zu verstehen, wobei in der Hauptdiagonale die Werte von q und in den Nebendiagonalen Nullen stehen [27, vgl. S.15].

Man erhält dadurch eine **Flow-Matrix R** unter der *Gütertechnologieannahme*, die die Menge des Gutes i angibt, die für die Produktion des Gutes k benötigt wird.

		Güter				
		Käse	Eis	Schokolade	Lab	Anderes
Güter	Käse	0	0	0	0	0
	Eis	0	0	0	0	0
	Schokolade	-1.67	41.67	0	0	0
	Lab	21.67	-1.67	0	0	0
	Anderes	30	70	30	5	0

Tabelle 4.3: Die Flow-Matrix R unter der Gütertechnologieannahme

Wie man sieht, entstehen hierbei negative Einträge in dieser Tabelle. Beispielsweise würden -1,67 Einheiten Schokolade für die Produktion von Käse benötigt. Da diese Aussage nicht zielführend sein kann, besteht die Möglichkeit, durch den Algorithmus von Almon negative Elemente auf Basis der Gütertechnologie zu vermeiden. Dieser Abschnitt ist in Kapitel 4.3.1 ausführlich beschrieben. Da es hier zu kleineren negativen Einträgen kommt, wäre es sinnvoll, sie null zu setzen. Es wäre anzunehmen, dass der Einsatz von Schokolade in der Käseindustrie nicht benötigt wird.

Wählt man stattdessen die *Industrietechnologieannahme*, so können durch Wahl dieser Annahme ebenfalls negative Einträge vermieden werden, da in der Berechnung keine Inversion einer Matrix notwendig ist. Hier wird angenommen, dass jedes Gut einer bestimmten Aktivität mit der gleichen Technik produziert wird.

Die zu berechnende **Flow-Matrix R** unter der *Industrietechnologieannahme* ergibt sich dann durch die in Kapitel 4.4 beschriebene Matrizen-Operation:

$$R = U\hat{g}^{-1}V \quad (4.2)$$

g berechnet sich wie zuvor beschrieben aus den Zeilensummen der Make-Matrix V . Unter \hat{g} ist nun eine Diagonal-Matrix zu verstehen, wobei in der Hauptdiagonale die Werte von g und in den Nebendiagonalen Nullen stehen [27, vgl. S.15].

Wiederum wird hier die Menge des Gutes i erfasst, die für die Produktion des Gutes k von Nöten ist.

Die **Flow-Matrix R** unter der *Industrietechnologieannahme* sieht folgendermaßen aus:

		Güter				
		Käse	Eis	Schokolade	Lab	Anderes
Güter	Käse	0	0	0	0	0
	Eis	0	0	0	0	0
	Schokolade	7.62	32.38	0	0	0
	Lab	12.38	7.62	0	0	0
	Anderes	32.06	67.94	30	5	0

Tabelle 4.4: Die Flow-Matrix R unter der Industrietechnologieannahme

Wie man hier erkennen hat, treten keine negativen Elemente auf. Andererseits sieht man, dass dieses Ergebnis nicht sinnvoll sein kann. Betrachtet man die Use-Matrix U , so sieht man, dass 3 Einheiten Schokolade an die Käseindustrie gehen, die jedoch nicht nur Käse sondern auch Eis herstellt. Die berechnete Flow-Matrix gibt jedoch an, dass für die Produktion von Käse 7,62 Einheiten an Schokolade benötigt werden. Wie man erkennen kann, kann das jedoch nicht zutreffend sein.

Dieses Beispiel zeigt daher, dass die *Industrietechnologieannahme* zwar negative Elemente vermeidet, jedoch kein vernünftiges Ergebnis liefert. Deshalb wird meist in den Anwendungen die *Gütertechnologieannahme* forciert. Jedoch gilt es hierbei das Problem mit den negativen Einträgen zu lösen. Der dazu benötigte Algorithmus wird im Kapitel 4.3.1 vorgestellt.

4.1.2 Die Technologieannahmen für die Aktivitäten x Aktivitäten Tabelle

Um eine **Technologiematrix A** in der Dimension Aktivitäten x Aktivitäten zu erzeugen, ist es notwendig eine Annahme über die Absatzstruktur zu treffen.

Dazu gibt es zwei Möglichkeiten: einerseits aus der Annahme einer *fixen Industrie-Verkaufs-Struktur* und andererseits unter der Annahme über eine *fixe Güter-Verkaufs-Struktur* [8, vgl. S.310].

Bei der Annahme einer *fixen Güter-Verkaufs-Struktur* hat jedes Gut eine eigene spezifische Verkaufsstruktur unabhängig von der Industrie, in der es erzeugt wird [8, vgl. S.310]. Es werden negative Einträge vermieden, da keine Inversion der Make-Matrix V durchgeführt werden muss.

Bei der Annahme einer *fixen Industrie-Verkaufs-Struktur*, hat jede Industrie eine eigene spezifische Verkaufsstruktur unabhängig von seiner Güterzusammenstellung. Es treten wiederum Probleme mit negativen Elementen auf [8, vgl. S.310].

Je nachdem welche Technologieannahme herangezogen wird, entstehen unterschiedliche Input-Output Tabellen. Es kann für die Ableitung der Input-Output Tabellen keine „Punktlösung“ angegeben werden. Selbst wenn die Aufkommens- und Verwendungstabellen als exakte Grundlage akzeptiert werden, stehen stets alternative Lösungsansätze zu Verfügung.
[11, vgl. S.197]

Jede Aktivität hat ihr eigenes „Kochrezept“, das im Wesentlichen durch die Technologie bestimmt ist [18, vgl. S.44].

4.1.3 Güter x Güter Tabelle versus Aktivitäten x Aktivitäten Tabelle

Die unter der jeweiligen Annahme erstellte **Technologiematrix A** ist dabei quadratisch, d.h. die Anzahl der Zeilen ist gleich der Anzahl der Spalten.

Liegt diese Matrix in der Dimension *Güter x Güter* vor, so bietet sie eine homogenere Zuordnung als dies in der Aktivitäten x Aktivitäten Version der Fall ist. Es wird hier angegeben wie viel an Gütern verwendet wird, um das jeweilige Produkt erzeugen zu können. Ein einziges Element kann auf Güter, die in anderen Industrien charakteristisch sind, bezogen werden. Güter x Güter Tabellen stellen daher die Struktur der Wirtschaft besser dar und sind weniger empfindlich auf laufende Übernahmen, Zusammenschlüsse und andere strukturelle Änderungen in den verschiedenen Aktivitäten der Wirtschaft. Daher wurden die Tabellen in der *Güter x Güter* Variante von der ESA 1995 bevorzugt und die Mitglieder der Europäischen Union sind verpflichtet, Güter x Güter Tabellen zu erstellen.

Die *Aktivitäten x Aktivitäten* Tabelle hingegen beschreibt Inter-Industrie Beziehungen. Für jede Aktivität wird die Produktionsmenge der anderen Aktivitäten angegeben. Die *Aktivitäten x Aktivitäten* Tabelle wird hauptsächlich für statistische Zwecke eingesetzt sowie um ein aktuelles Verhalten von Strukturveränderungen zu beobachten. Auch kann sie für eine Approximation der *Güter x Güter* Tabelle herangezogen werden.

[8, vgl. S.301]

4.2 Die Koeffizientenmatrizen

Dieser Abschnitt beschäftigt sich mit den notwendigen Vorbereitungsschritten, um die **Technologiematrix A** zu ermitteln. Die unterschiedlichen Technologieannahmen benötigen dafür drei Matrizen: die *Vorleistungskoeffizientenmatrix B*, die *Market-Shares Matrix D* und die *Product-Mix Matrix C*.

Diese drei obig genannten Koeffizientenmatrizen, die aus der Use-Matrix U und der Make-Matrix V abgeleitet werden, bilden die Basis für die Ableitung der Technologiematrix A.

4.2.1 Die Vorleistungs(Input)koeffizientenmatrix B

Die *Inputkoeffizientenmatrix B* ist der zentrale Ausgangspunkt für alle Technologievariantenberechnungen. Die Matrix B liegt in der Dimension Güter x Aktivitäten vor. Dabei werden die gütermäßigen Inputs je Aktivität auf dessen Gesamtoutput (Produktionswert) bezogen [23, vgl. S.13].

Die als Relativzahlen dargestellten Elemente dieser Matrix geben in der Zeilensumme die gesamte Vorleistungsquote der Aktivitäten an [23, vgl. S.13]. Diese Vorleistungskoeffizientenmatrix enthält alle Inputs, die sowohl für die charakteristische als auch für die nicht-charakteristische Produktion notwendig sind.

In der *Version A* lässt sich die Inputkoeffizientenmatrix B folgendermaßen berechnen:

$$B = \{b_{kj}\} = U\hat{g}^{-1} \quad (4.3)$$

g berechnet sich aus den Zeilensummen der Make-Matrix V. Unter \hat{g} ist eine Diagonalmatrix zu verstehen, wobei in der Hauptdiagonale die Werte von g und in der Nebendiagonalen Nullen stehen [27, vgl. S.15].

In der *Version B* lässt sich die Matrix B in eine Vorleistungskoeffizientenmatrix für heimische Güter und in eine für importierte Güter zerlegen:

$$B^d = \{b_{kj}^d\} = U^d\hat{g}^{-1} \quad (4.4)$$

$$B^m = \{b_{kj}^m\} = U^m\hat{g}^{-1} \quad (4.5)$$

Dabei gilt:

$$B = B^d + B^m \quad (4.6)$$

4.2.2 Die Market-Shares Matrix D

Ein Element dieser Matrix d_{jk} gibt somit den Produktionsanteil einer Aktivität (Marktanteil) am gesamten Güteraufkommen eines bestimmten Gutes an [24, vgl. S.79]. Die Matrix D liegt in der Dimension Aktivitäten x Güter vor.

Die einzelnen Elemente von V werden dabei durch die Spaltensumme der Make-Matrix V dividiert. Damit ergibt sich eine Relativzahlenmatrix, bei der die Spaltensumme jeweils eins ist [30, vgl. S.12].

Die Market-Shares Matrix D lässt sich folgendermaßen berechnen:

$$D = \{d_{jk}\} = V\hat{q}^{-1} \quad (4.7)$$

4.2.3 Die Product-Mix Matrix C

Die *Product-Mix Matrix* C gibt die Relation der Güteroutputs einer Aktivität zum Gesamtoutput dieser Aktivität an [23, vgl. S.14]. Sie hat die Dimension Güter x Aktivitäten.

Es lässt sich somit der relative Anteil (Product-Mix) eines Gutes am Gesamtoutput an Gütern einer Aktivität darstellen. Die Güter eines Produktionskontos werden hier in Beziehung zur Produktion gesetzt. [30, vgl. S.12] Die Spaltensummen dieser Relativmatrix sind hier wiederum eins. Jedes Element c_{kj} gibt somit den Anteil des Gutes k am gesamten Output des Sektors j an [24, vgl. S.79].

Die Product-Mix Matrix C lässt sich somit folgendermaßen berechnen:

$$C = \{c_{kj}\} = V'\hat{g}^{-1} \quad (4.8)$$

Anhand der Make-Matrix V lässt sich der Spezialisierungsgrad einer Aktivität erkennen. Somit ist er auch in der Market-Shares- und der Product-Mix-Matrix sichtbar. Bei einer vollständigen Spezialisierung der Aktivitäten auf ein Gut hat die Make-Matrix nur Elemente in der Hauptdiagonale. Demnach gibt es in diesem Fall nur einen charakteristischen Produzenten und die Inputs zur Erstellung des betreffenden Outputs lassen sich unmittelbar zuordnen. In diesem Fall führen alle Technologieannahmen zum selben Resultat [23, vgl. S.14].

4.2.4 Die Herleitung der Technologiemarktrix A in der Version A

Die Herleitung der **Technologiemarktrix** A folgt im Wesentlichen [24, S. 79ff].

Sei e ein Summationsspaltenvektor $e = (1, 1, \dots, 1)$ der entsprechenden Dimension, so gelten durch Betrachtung des Absorptions- und Makesystems in der *Version A* folgende Bilanzgleichungen:

Die zeilenweise Summation liefert ($y = Ye$):

$$Ue + y = q + m \quad (4.9)$$

$$Ve = g \quad (4.10)$$

Summiert man spaltenweise, so ergibt sich die Bilanzgleichung wie folgt:

$$V'e = q \quad (4.11)$$

Bezieht man die vorher definierten Matrizen $B = U\hat{g}^{-1}$, $C = V'\hat{g}^{-1}$ und $D = V\hat{g}^{-1}$ mitein, so lassen sich die Gleichungen in folgender Form schreiben:

$$Ue + y = U(\hat{g}^{-1}g) + y = Bg + y \quad (4.12)$$

$$Bg + y = q + m. \quad (4.13)$$

In entsprechender Weise wird aus den Gleichungen (4.10) und (4.11)

$$Dq = g \quad (4.14)$$

$$Cg = q. \quad (4.15)$$

Wie hoch bei gegebener Endnachfrage y die Bruttoproduktionswerte der einzelnen Wirtschaftsbereiche g und die Güterproduktion q sein müssen, hängt von der Annahme über die Produktionstechnologie ab.

Im Falle der *Industrietechnologieannahme* löst man hierzu die Gleichungen (4.13) und (4.14).

Es ergibt sich als Lösung:

$$q = (I - BD)^{-1}(y - m) \quad (4.16)$$

$$g = D(I - BD)^{-1}(y - m), \quad (4.17)$$

wobei mit I die Einheitsmatrix bezeichnet wird.

Somit lässt sich die **Technologiematrix** A (Input-Output Koeffizientenmatrix) unter der *Industrietechnologieannahme* durch die Multiplikation der Matrizen B mit D berechnen.

$$A = BD \quad (4.18)$$

Die Technologiematrix A unter der Industrietechnologieannahme lässt sich also durch die Aggregation aller erhobenen Inputstrukturen jener Aktivitäten, die dieses Gut erzeugen, berechnen. Die Marktanteile der Aktivitäten an der gesamten Produktion dieses Gutes, die in der Matrix D erfasst werden, sind hierbei die Aggregationskoeffizienten.

Unter der *Gütertechnologieannahme* löst man das Gleichungssystem aus (4.13) und (4.15) und erhält:

$$q = (I - BC^{-1})^{-1}(y - m) \quad (4.19)$$

$$g = C^{-1}(I - BC^{-1})^{-1}(y - m) \quad (4.20)$$

Damit lässt sich die **Technologiematrix A** unter der *Gütertechnologieannahme* durch die Multiplikation der Matrizen B mit C^{-1} berechnen.

$$A = BC^{-1} \quad (4.21)$$

Die Technologiematrix A unter der Gütertechnologieannahme lässt sich also durch die Aggregation der Koeffizienten der Matrix B ermitteln. In diesem Fall sind die Aggregationskoeffizienten die Koeffizienten der inversen Product-Mix-Matrix C.

Möchte man die **Technologiematrix A** in der Aktivitäten x Aktivitäten Version berechnen, so gewinnt man diese durch folgende Matrizenoperation:

Aufgrund der Annahme einer *fixen Industrie-Verkaufs-Struktur* gilt:

$$A = C^{-1}B \quad (4.22)$$

[8, vgl. S.351]

Aus der Annahme über eine *fixe Güter-Verkaufs-Struktur* folgt dann:

$$A = DB \quad (4.23)$$

[8, vgl. S.351]

4.2.5 Die Herleitung der Technologiematrix A in der Version B

Die Herleitung der **Technologiematrix A** in der *Version B* folgt im Wesentlichen [5, S. 10f].

Die zeilenweise Summation mit $y^d = Y^d e$ und $y^m = Y^m e$ liefert:

$$U^d e + y^d = q \quad (4.24)$$

$$U^m e + y^m = m \quad (4.25)$$

Durch die vorher definierten Koeffizientenmatrizen $B^d = U^d \hat{g}^{-1}$, $B^m = U^m \hat{g}^{-1}$, $B = B^d + B^m$ lassen sich die Gleichungen in folgender Form schreiben:

$$B^d g + y^d = q \quad (4.26)$$

$$B^m g + y^m = m \quad (4.27)$$

Im Falle der *Industrietechnologieannahme* löst man hierzu die Gleichungen (4.26), (4.27) und (4.14) und erhält:

$$(B^d + B^m) D q + y = q + m \quad (4.28)$$

Somit sind die **Technologiematrizen** unter der *Industrietechnologieannahme* für die *Version B* gegeben durch:

heimisch:

$$A^d = B^d D \quad (4.29)$$

importiert:

$$A^m = B^m D \quad (4.30)$$

Unter der *Gütertechnologieannahme* sind die Gleichungen (4.26), (4.27) und (4.15) zu lösen und man erhält:

$$(B^d + B^m) C^{-1} q + y = q + m \quad (4.31)$$

Somit lassen sich die **Technologiematrizen** unter der *Gütertechnologieannahme* für die *Version B* berechnen durch:

heimisch:

$$A^d = B^d C^{-1} \quad (4.32)$$

importiert:

$$A^m = B^m C^{-1} \quad (4.33)$$

Ein Element (i,k) der Matrix A^d gibt daher den Anteil des heimischen Gutes i an der Produktion einer Einheit des heimischen Gutes k an. Ein Element (i,k) der Matrix A^m zeigt den Anteil des importierten Gutes i an der Produktion einer Einheit des heimischen Gutes k an.

Möchte man die **Technologiematrix A** in der Aktivitäten x Aktivitäten Version berechnen, so ist sie durch folgende Matrizenoperation gegeben:

Aus der Annahme einer *fixen Güter-Verkaufs-Struktur* gilt:

heimisch:

$$A^d = DB^d \quad (4.34)$$

importiert:

$$A^m = DB^m \quad (4.35)$$

Aus der Annahme über eine *fixe Industrie-Verkaufs-Struktur* folgt dann:

heimisch:

$$A^d = C^{-1}B^d \quad (4.36)$$

importiert:

$$A^m = C^{-1}B^m \quad (4.37)$$

4.3 Die Konstruktion nicht-negativer Güter x Güter Input-Output Matrizen auf Basis der Gütertechnologieannahme (CTA)

Das Modell für die Güter x Güter **Technologiematrix A** auf Basis der *Gütertechnologieannahme* kann wie bereits erwähnt durch folgende Matrizen-Operation (siehe Gl. (4.21)) formuliert werden:

$$A = BC^{-1} = U\hat{g}^{-1}(V'\hat{g}^{-1})^{-1} = U\hat{g}^{-1}\hat{g}(V')^{-1} = U \cdot I \cdot (V')^{-1} \quad (4.38)$$

mit I als Einheitsmatrix, \hat{g} ist hier wiederum die Diagonalmatrix, wobei in der Hauptdiagonale die Elemente von g und in den Nebendiagonalen Nullen stehen [27, vgl. S.15]. (g sei wie zuvor der Zeilensummenvektor der Make-Matrix V)

Daher gilt für die Use-Matrix U folgender Zusammenhang:

$$U = A \cdot V' \quad (4.39)$$

Use-Matrix = Input-Output Koeffizientenmatrix \cdot (Make-Matrix)',

[8, vgl. S.312]

Somit lässt sich die Güter x Güter **Technologiematrix** A wie folgt berechnen:

$$A = U \cdot (V')^{-1} \quad (4.40)$$

Der Algorithmus von Almon verwendet für die Berechnung der Flow-Matrix R die Spaltensummen der Make-Matrix V . Folglich kann die Berechnung der **Technologiematrix** A auch so formuliert werden:

$$A = U(V')^{-1} \cdot I = U(V')^{-1} \hat{q} \hat{q}^{-1} \quad (4.41)$$

mit q als Spaltensummenvektor der Make-Matrix V .

$$A = U((V')^{-1} \hat{q}) \hat{q}^{-1} = U(\hat{q}^{-1} V')^{-1} \hat{q}^{-1} = U((V \hat{q}^{-1})')^{-1} \hat{q}^{-1} \quad (4.42)$$

$$A = (U((V \hat{q}^{-1})')^{-1}) \hat{q}^{-1} = R \hat{q}^{-1} \quad (4.43)$$

Die **Technologiematrix** A lässt sich daher auch folgendermaßen berechnen:

$$A = R \hat{q}^{-1} \text{ mit } R = U M'^{-1} \text{ und } M = V \hat{q}^{-1} \quad (4.44)$$

4.3.1 Die Beschreibung des Algorithmus von Almon

Auf Basis der *Gütertechnologieannahme* präsentiert Almon einen Weg, nicht-negative Güter \times Güter **Technologiematrizen** aus den Use- und Make-Matrizen zu erzeugen. Er zeigt, dass durch geringe Anpassungen in der *Gütertechnologieannahme* negative Elemente vermieden werden können [12, vgl. S.3].

Diese Darstellung folgt im Wesentlichen [12, S.3ff].

Angenommen, es sei eine Wirtschaft mit n Gütern, die von n Aktivitäten produziert werden, gegeben. Sei $\mathbf{U} = (u_{ij})$ die Use-Matrix. Ihre Elemente geben die Menge der Güter i , die als Input in der Aktivität j verwendet werden, an. Sei $\mathbf{V} = (v_{jk})$ die Make-Matrix. Ihre Elemente zeigen die Menge der Güter k , die von der Aktivität j erzeugt werden, an. Sei $q' = (q_1, q_2, \dots, q_n)$ mit $q_k = \sum_{j=1}^n v_{jk}$, der Spaltensummenvektor der Make-Matrix \mathbf{V} , der somit das Aufkommen der Güter angibt. Sei \mathbf{M} die Matrix $\mathbf{M} = (m_{jk}) = (v_{jk}/q_k)$, wobei die Elemente den Anteil der Aktivität j in der Produktion des Gutes k angeben. Das Ziel ist es, eine Flow-Matrix $\mathbf{R} = (r_{ik})$ zu konstruieren, die die Menge der Güter i angibt, die in der Wirtschaft verwendet werden, um das Gut k zu produzieren. Dann ist die Matrix der technischen Input-Output Koeffizienten durch $\mathbf{A} = (a_{ik}) = (r_{ik}/q_k)$ gegeben.

Die zeilenweise Konstruktion von \mathbf{R} nach Gleichung (4.44) sieht daher folgendermaßen aus:

$$r_i = u_i(\mathbf{M}')^{-1} \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (4.45)$$

r_i und u_i sind hier die i -ten Zeilen von \mathbf{R} bzw. von \mathbf{U} .

Dann wird die vorige Gleichung zu:

$$u_i = r_i \mathbf{M}' \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (4.46)$$

oder

$$0 = -r_i \mathbf{M}' + u_i \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (4.47)$$

Das Addieren von r_i auf beiden Seiten liefert:

$$r_i = r_i(I - M') + u_i \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (4.48)$$

Sei x der charakteristische Anteil der Produktion eines Gutes, dann ist der Wert in der Diagonale $I - M'$ für dieses Produkt $|1 - x|$. Bildet man die Zeilensumme der absoluten Werte der nicht-diagonalen Elemente von $I - M'$, so erhält man jeweils $|1 - x|$. Insgesamt ist die Zeilensumme von $I - M'$ daher $2|1 - x|$.

Beträgt nun der Anteil der charakteristischen Produktion eines Gutes mehr als die Hälfte ($x > 0,5$), so ist die Zeilensumme $2|1 - x|$ kleiner als eins.

Tritt allerdings der unübliche Fall ein, dass weniger als die Hälfte der Produktion eines Gutes in der Primär-Industrie liegt ($x < 0,5$), so ist die Zeilensumme größer als eins. Die Konvergenz der Prozedur ist nicht mehr gewährleistet.

[2, vgl. S.32]

Falls daher der charakteristische Anteil an der Produktion eines Gutes mehr als die Hälfte beträgt, ist eine einfache iterative Prozedur durch:

$$r_i^{(l+1)} = r_i^{(l)}(I - M') + u_i \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (4.49)$$

gegeben.

Eine Initialisierung mit $r_i^{(0)} = u_i$ garantiert, dass $r_i^{(l)}$ gegen r_i konvergiert solange die Diagonalelemente von M die nichtdiagonalen Elemente dominieren. Die Gleichung (4.49) liefert den Ausgangspunkt für den Almon Algorithmus.

Zudem kann man diese Gleichung umformen, um eine ökonomische Interpretation zu erhalten.

$$r_i^{(l+1)} = u_i + r_i^{(l)}I - r_i^{(l)}(\check{M}' + \hat{M}') \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (4.50)$$

$$= u_i - r_i^{(l)}\check{M}' + r_i^{(l)}(I - \hat{M}') \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (4.51)$$

Wobei „ $\check{}$ “ die Diagonalisierung einer quadratischen Matrix bei Unterdrückung der nicht-diagonalen Elemente und „ $\hat{}$ “ die „Nicht-Diagonalisierung“ einer quadratischen Matrix bei Unterdrückung der diagonalen Elemente bedeutet ($M = \check{M} + \hat{M}$).

Die jeweiligen Elemente von \mathbf{R} werden dann wie folgt berechnet:

$$r_{ik}^{(l+1)} = u_{ik} - \sum_{h=1, h \neq k}^n r_{ih}^{(l)} m_{kh} + r_{ik}^{(l)} (1 - m_{kk}) \quad (4.52)$$

Die ökonomische Interpretation lässt sich für die Verwendung eines Gutes i (Schokolade), in der Produktion des Gutes k (Käse) folgendermaßen beschreiben:

Der erste Term auf der rechten Seite gibt den Erwerb von Schokolade von Unternehmen in der Käseindustrie an. Der zweite Term reduziert die Menge von Schokolade, die gebraucht wird, um mit Schokolade andere Produkte als Käse zu produzieren. Hier wird die gegenwärtig geschätzte Technologie verwendet, um diese Produkte herzustellen, $r^{(l)}$. Der letzte Term addiert die Menge an Schokolade, die benötigt wird, um damit Käse in anderen Industrien zu erzeugen.

[2, vgl. S.32]

In der Gleichung (4.51) kann der Term $r_i^{(l)}(I - \hat{M})$ auf der rechten Seite durch $(e\check{M}) \otimes r_i^{(l)}$ ersetzt werden, wobei \otimes die elementweise Multiplikation zweier Matrizen oder Vektoren derselben Dimension bedeutet (das Hadamard- oder Schur Produkt) und e sei hierbei der Summationszeilenvektor $e = (1, 1, \dots, 1)$ der Dimension n .

Aus der Gleichung

$$\sum_{h=1}^n m_{hk} = 1 \quad 1 \leq k \leq n \quad (4.53)$$

erhält man:

$$(1 - m_{kk}) = \sum_{h=1, h \neq k}^n m_{hk} \quad 1 \leq k \leq n \quad (4.54)$$

Als Zeilenvektor der k Elemente kann dies folgendermaßen angeschrieben werden:

$$e(I - \hat{M}) = e\check{M} \quad (4.55)$$

Somit ergibt sich:

$$r_i^{(l)}(I - \hat{M}) = r_i^{(l)}(I - \hat{M}) = r_i^{(l)} \otimes (e(I - \hat{M})) = (e\check{M}) \otimes r_i^{(l)} \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (4.56)$$

Die Gleichung (4.51) kann daher auch so formuliert werden:

$$r_i^{(l+1)} = u_i - r_i^{(l)} \check{M}' + (e \check{M}) \otimes r_i^{(l)} \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (4.57)$$

Die Gleichung (4.57) bildet nun die Ausgangsgleichung für den Algorithmus von Almon, mit dem negative Einträge verhindert werden können.

Um tatsächlich negative Einträge in der **Flow-Matrix** \mathbf{R} zu vermeiden, muss skaliert werden und zwar erfolgt dies folgendermaßen: Falls mehr als ein Element von u_i subtrahiert wird, wird der Subtraktionsterm entsprechend skaliert, sodass $r_i^{(l+1)}$ nicht-negativ wird. Analog dazu wird der rechte Additionsterm aus der Gleichung (4.57) skaliert.

Mit diesen Modifikationen wird die Iterationsformel des Algorithmus von Almon zu:

$$r_i^{(l+1)} = u_i - s_i^{(l)} \otimes (r_i^{(l)} \check{M}') + ((s_i^{(l)} \otimes e) \check{M}) \otimes r_i^{(l)} \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (4.58)$$

$$= u_i - s_i^{(l)} \otimes w_i^{(l)} + (s_i^{(l)} \check{M}) \otimes r_i^{(l)} \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (4.59)$$

wobei $s_i^{(l)}$ ein Skalierungszeilenvektor oder „Stoppzeilenvektor“ ist und $w_i^{(l)} = r_i^{(l)} \check{M}'$.

Betrachtet man die Gleichung (4.59) elementweise:

$$r_{ik}^{(l+1)} = u_{ik} - s_{ik}^{(l)} \sum_{h=1, h \neq k}^n r_{ih}^{(l)} m_{kh} + \sum_{h=1, h \neq k}^n s_{ih}^{(l)} m_{hk} r_{ik}^{(l)} \quad (4.60)$$

so ergibt sich, dass die Zeilensumme (Summe über k) von \mathbf{R} gleich jener von \mathbf{U} ist:

$$\sum_{k=1}^n r_{ik}^{(l+1)} = \sum_{k=1}^n u_{ik} \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (4.61)$$

[2, vgl. S.33]

Wird $s_i^{(l)}$ in die Iterationsformel miteinbezogen, ergibt sich folgender Algorithmus:

1. Setze $i = 1$ (Start in erster Zeile),
2. Setze $l = 0$, $r_i^{(l)} = u_i$ ist die i-te Zeile von \mathbf{U} , (Start der iterativen Prozedur)
3. Setze $w_i^{(l)} = r_i^{(l)} \check{M}'$,
4. Wähle den Zeilenvektor $s_i^{(l)}$ der Dimension n so, sodass für jedes seiner Elemente $s_{ik}^{(l)}$ gilt:

$$s_{ik}^{(l)} = \begin{cases} 1 & \text{falls } u_{ik} \geq w_{ik}^{(l)} \\ u_{ik}/w_{ik}^{(l)} & \text{anderenfalls} \end{cases}$$

5. Setze $r_i^{(l+1)} = u_i - s_i^{(l)} \otimes w_i^{(l)} + (s_i^{(l)} \check{M}) \otimes r_i^{(l)}$,
6. Teste Konvergenz durch Vergleichen von $r_i^{(l+1)}$ mit $r_i^{(l)}$,
7. Falls Konvergenz eintritt, trage $r_i^{(l)}$ in die i-te Zeile von \mathbf{R} ein, setze anderenfalls $l = l + 1$ und führe Schritte 3-6 erneut durch,
8. Falls $i = n$ gilt, stoppe, setze anderenfalls $i = i + 1$ und wiederhole Schritte 2-7

Somit ergibt sich aus dieser Wahl der Elemente von $s_i^{(l)}$, dass die Elemente von $r_i^{(l+1)}$ positiv sind:

Für die zeilenweise Berechnung der **Flow-Matrix** \mathbf{R} gilt folgende Beziehung:

$$r_i^{(l+1)} = u_i - s_i^{(l)} \otimes w_i^{(l)} + (s_i^{(l)} \check{M}) \otimes r_i^{(l)} \text{ mit } w_i^{(l)} = (r_i^{(l)} \check{M}') \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (4.62)$$

Je nach Fallunterscheidung werden die Skalierungsparameter gewählt:

1. Falls $u_{ik} \geq w_{ik}^{(l)}$ gilt, wird $s_{ik}^{(l)} = 1$ zugeordnet.

Es wird hier keine Skalierung durchgeführt, da der berechnete Wert $r_{ik}^{(l+1)}$ ohnehin positiv ist.

$$r_{ik}^{(l+1)} = u_{ik} - w_{ik}^{(l)} + (s_i^{(l)} \check{M})_k r_{ik}^{(l)} \geq 0$$

$r_{ik}^{(l+1)}$ ist positiv, da die Elemente von \mathbf{U} , \mathbf{M} sowie \mathbf{s} positiv sind.

Der zuvor ermittelte Wert $r_{ik}^{(l)}$ ist ebenfalls positiv, da die Iteration mit $r_{ik}^{(l)} = u_{ik}$ startet. Somit ist auch $w_{ik}^{(l)} = (r_i^{(l)} \check{M}')_k \geq 0$.

$s_i^{(l)}$ ist hier wiederum der Skalierungszeilenvektor der Dimension n , dessen Einträge folgende positive Werte

$$s_{ik}^{(l)} = \begin{cases} 1 & \text{falls } u_{ik} \geq w_{ik}^{(l)} \\ u_{ik}/w_{ik}^{(l)} & \text{anderenfalls} \end{cases}$$

zugeordnet bekommen.

Somit ergibt sich für die Elemente des Skalierungsvektors $s_i^{(l)}$: $0 \leq s_{ik}^{(l)} \leq 1$.

2. Anderenfalls wird $s_{ik}^{(l)} = u_{ik}/w_{ik}^{(l)}$ so gesetzt, sodass:

$$\begin{aligned} r_{ik}^{(l+1)} &= u_{ik} - \frac{u_{ik}}{w_{ik}^{(l)}} w_{ik}^{(l)} + (s_i^{(l)} \check{M})_k r_{ik}^{(l)} \\ r_{ik}^{(l+1)} &= (s_i^{(l)} \check{M})_k r_{ik}^{(l)} \geq 0 \text{ ist.} \end{aligned}$$

Das Element $r_{ik}^{(l+1)}$ ist deshalb positiv, da die Elemente von M und s positiv sind.

In Matrizen-Notation hat diese Definition des Algorithmus von Almon folgende Gestalt:

$$R^{(l+1)} = U - S^{(l)} \otimes (R^{(l)} \check{M}') + (S^{(l)} \check{M}) \otimes R^{(l)} \quad (4.63)$$

Nach Vorliegen der Konvergenz erhält man:

$$R^* = U - S \otimes (R^* \check{M}') + (S \check{M}) \otimes R^* \quad (4.64)$$

Der Unterschied zwischen den nach Algorithmus berechneten Werten für die Flow-Matrix \mathbf{R}^* und \mathbf{R} lässt sich ökonomisch folgendermaßen erklären:

Die Differenz ist auf die Abweichung der Gütertechnologieannahme oder auf die „Fehler“ in der Use-Matrix zurückzuführen.

Eine neue, korrigierte Use-Matrix lässt sich dann über die Flow-Matrix \mathbf{R}^* berechnen:

$$U^* = R^* M' \quad (4.65)$$

Bei Problemen mit den zugrunde liegenden statistischen Daten kann die neue Use-Matrix nützliche Informationen liefern, wo die Zuteilung charakteristisch und nicht-charakteristisch fehlerhaft sein dürfte.

4.3.2 Die Implementierung des Algorithmus von Almon in Matlab

```
% Diese Funktion berechnet die nicht-negative Flow-Matrix R in der
% Dimension Güter x Güter aus der Annahme über die Gütertechnologie
% mit dem Algorithmus von Almon

% Die Eingangsparameter:

%   U...quadratische Güter x Aktivitäten Use-Matrix
%   V...quadratische Aktivitäten x Güter Make-Matrix
%   tol...geforderte Konvergenzgenauigkeit

% Die Ausgangsparameter:

%   R...nicht-negative Güter x Güter Flow-Matrix R

function R = almon(U,V,tol)

[n,m] = size(U);           % liefert die Zeilen- und Spaltenanzahl
                           % der Use-Matrix U
M = V*inv(diag(sum(V)));   % Berechnung der Matrix M durch
                           % Skalierung der Spaltensumme
M_ = M-diag(diag(M));      % Berechnung der Matrix M ohne der
                           % Hauptdiagonale

for i = 1:n                % ist die äußere Schleife, sie durch-
                           % läuft die Zeilen der Use-Matrix

    u = U(i,:);            % die i-te Zeile von U
    r_neu = u;             % Start mit der i-ten Zeile von U
    r_alt = rand(1,m);      % Erstellen eines Zufallsvektors

    while((sum(abs(r_alt-r_neu))) > m* tol) % Überprüfung, ob Konvergenz
                                           % vorliegt
```

```

r_alt = r_neu;
w = r_alt*M_'; % Berechnung des Vektors w

for k = 1:m % Diese Schleife durchläuft die Einträge
            % in den Zeilen

    if (u(k) >= w(k)) % Festlegung des Skalierungsvektors
        s(k) = 1;
    else
        s(k) = u(k)/w(k);
    end

end

r_neu = u-s.*w+(s*M_).*r_alt; % Berechnung des neuen Zeilenvektors r

end

R(i,:) = r_neu; % die Zeilen von r werden in
                % die Matrix R eingetragen

end

```

4.3.3 Die Verallgemeinerung des Algorithmus von Almon

Mit dem Algorithmus von Almon wird die Forderung erfüllt, negative Elemente in der Berechnung der **Flow-Matrix** R zu vermeiden. Es gibt jedoch Fälle, in denen es sinnvoll erscheint, bestimmte untere Schranken für die Matrix R vorzugeben. Beispielsweise kann eine a-priori Information von älteren Input-Output Tabellen, Wissen über die Produktion oder eine Forderung an die Konsistenz dazu benutzt werden, um minimale Werte vorzuschreiben [12, vgl. S.5].

Entweder erfolgt diese untere Beschränkung der Werte von R durch die gewählte *untere Schranken-Matrix* B oder durch eine Anpassung der Elemente an die *Use-Matrix* U .

Bei der Konstruktion eines konsistenten Sets von Flow-Matrizen hat es sich als nützlich erwiesen, eine Modifikation des Algorithmus von Almon zuzulassen, um mit allgemeinen unteren Schranken-Matrizen rechnen zu können.

Eine solche Modifikation des Algorithmus von Almon wurde von Koller [12, S.5f] durchgeführt. Hierbei sind Informationen an untere Grenzen durch eine *untere Schranken-Matrix* $B = (b_{ik})$ gegeben. Der modifizierte Algorithmus ist eine Verallgemeinerung des Algorithmus von Almon, weil er den konventionellen

Algorithmus von Almon implementiert, falls die untere Schranken-Matrix $B = 0$ ist.

Der verallgemeinerte Algorithmus ist dann folgendermaßen gegeben:

- a) Setze $i = 1$ (Start in erster Zeile),
- b) Setze $l = 0$, $r_i^{(l)} = u_i$ ist die i-te Zeile von \mathbf{U} , wobei $b_i =$ die i-te Zeile von \mathbf{B} und b_{ik} das k-te Element der i-ten Zeile von \mathbf{B} ist (Start der iterativen Prozedur)
- c) Setze $w_i^{(l)} = r_i^{(l)} \check{M}'$,
- d) Wähle den Zeilenvektor $s_i^{(l)}$ der Dimension n so, sodass für jedes seiner Elemente $s_{ik}^{(l)}$:

$$s_{ik}^{(l)} = \begin{cases} 1 & \text{falls } u_{ik} - w_{ik}^{(l)} \geq b_{ik} \\ (u_{ik} - b_{ik})/w_{ik}^{(l)} & \text{falls } 0 < u_{ik} - w_{ik}^{(l)} < b_{ik} \\ 0 & \text{anderenfalls} \end{cases}$$

- e) Setze $r_i^{(l+1)} = u_i - s_i^{(l)} \otimes w_i^{(l)} + (s_i^{(l)} \check{M}) \otimes r_i^{(l)}$,
- f) Teste Konvergenz durch Vergleichen von $r_i^{(l+1)}$ mit $r_i^{(l)}$,
- g) Falls Konvergenz eintritt, trage $r_i^{(l)}$ in die i-te Zeile von \mathbf{R} ein, setze anderenfalls $l = l + 1$ und führe Schritte 3-6 erneut durch,
- h) Falls $i = n$ gilt, stoppe, setze anderenfalls $i = i + 1$ und wiederhole Schritte 2-7

Diese Wahl der Elemente von $s_i^{(l)}$ bewirkt, dass die Elemente von $r_i^{(l+1)}$ folgendermaßen beschränkt sind:

Für die Berechnung von $r_i^{(l+1)}$ gilt:

$$r_i^{(l+1)} = u_i - s_i^{(l)} \otimes w_i^{(l)} + (s_i^{(l)} \check{M}) \otimes r_i^{(l)} \text{ mit } w_i^{(l)} = (r_i^{(l)} \check{M}') \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (4.66)$$

Je nach Fallunterscheidung ändert sich der Skalierungsparameter:

- a) Falls $u_{ik} - w_{ik}^{(l)} \geq b_{ik}$ gilt, wird $s_{ik}^{(l)} = 1$ gesetzt. Es wird hier nicht skaliert, um die Beschränkung nach unten durch b_{ik} zu erhalten.

Es ergibt sich daher:

$$r_{ik}^{(l+1)} = u_{ik} - w_{ik}^{(l)} + (s_i^{(l)} \check{M})_k r_{ik}^{(l)} \geq b_{ik},$$

da die Elemente von M, U sowie s positiv sind.

Der zuvor ermittelte Wert $r_{ik}^{(l)}$ ist ebenfalls positiv, da die Iteration mit $r_{ik}^{(l)} = u_{ik}$ startet.

$s_i^{(l)}$ ist hier wiederum der Skalierungszeilenvektor der Dimension n, dessen Einträge folgende positive Werte:

$$s_{ik}^{(l)} = \begin{cases} 1 & \text{falls } u_{ik} - w_{ik}^{(l)} \geq b_{ik} \\ (u_{ik} - b_{ik})/w_{ik}^{(l)} & \text{falls } 0 < (u_{ik} - w_{ik}^{(l)}) < b_{ik} \\ 0 & \text{anderenfalls} \end{cases}$$

zugeordnet bekommen.

Somit ergibt sich für die Elemente des Skalierungsvektors $s_i^{(l)}$: $0 \leq s_{ik}^{(l)} \leq 1$.

- b) Falls $0 < (u_{ik} - w_{ik}^{(l)}) < b_{ik}$ gilt, wird $s_{ik}^{(l)} = (u_{ik} - b_{ik})/w_{ik}^{(l)}$ gesetzt. Somit ergibt sich:

$$\begin{aligned} r_{ik}^{(l+1)} &= u_{ik} - \frac{(u_{ik} - b_{ik})}{w_{ik}^{(l)}} w_{ik}^{(l)} + (s_i^{(l)} \check{M})_k r_{ik}^{(l)} \\ r_{ik}^{(l+1)} &= b_{ik} + (s_i^{(l)} \check{M})_k r_{ik}^{(l)} \geq b_{ik}, \end{aligned}$$

da die Elemente von M, U sowie s positiv sind.

- c) Anderenfalls wird $s_{ik}^{(l)} = 0$ gesetzt und es ergibt sich daher:

$$r_{ik}^{(l+1)} = u_{ik} + (s_i^{(l)} \check{M})_k r_{ik}^{(l)} \geq u_{ik}$$

da die Elemente von M, U und s positiv sind.

Dieser Algorithmus konvergiert wie zuvor der konventionelle Algorithmus von Almon solange die Gleichung (4.49) konvergiert. Jedoch ist es notwendig sinnvolle untere Schranken in der Matrix B vorzuschreiben. Die untere Beschränkung der **Flow-Matrix** R erfolgt je nach Fallunterscheidung entweder durch die *untere Schranken-Matrix* B oder durch die *Use-Matrix* U . Wählt man zu große Werte in der unteren Schranken-Matrix B , so wird eine Anpassung an U erfolgen müssen.

Da die Zeilensummen der Use-Matrix U und der Flow-Matrix R gleich sind, variieren die zeilenweisen Einträge in der Matrix R zwischen der Anpassung an die untere Schranken-Matrix B und der Use-Matrix U .

Wie sich die beliebige Wahl der unteren Schranken-Matrix B auswirken kann, ist in Kapitel 4.3.8 anhand eines Fallbeispiel illustriert.

Die Konvergenz ist jedoch ohnehin aufgrund der Restriktion für s_{ik}^l , nicht-negativ zu sein, im viertem Schritt der Iteration garantiert.

Ein triviales Beispiel für eine untere Schranken-Matrix ist $B = U$. Das Ergebnis einer einzigen Iteration ist dann $R^* = U$ (S ist hier die Nullmatrix)

4.3.4 Die Implementierung des verallgemeinerten Algorithmus von Almon in Matlab

```
% Diese Funktion berechnet die nicht-negative Flow-Matrix R in der
% Dimension Güter x Güter aus der Annahme über die Gütertechnologie
% mit der Verallgemeinerung des Algorithmus von Almon,
% indem eine untere Schranken-Matrix B vorgeschrieben wird.

% Die Eingangsparameter:

%   U...quadratische Güter x Aktivitäten Use-Matrix
%   V...quadratische Aktivitäten x Güter Make-Matrix
%   B...untere Schranken-Matrix B
%   tol...geforderte Konvergenzgenauigkeit

% Die Ausgangsparameter:

%   R...nichtnegative Güter x Güter Flow-Matrix R

function R = almon_verallgemeinert(U,V,B,tol)

[n,m] = size(U);                % liefert die Zeilen- und Spaltenanzahl
                                % der Use-Matrix U
```



```

M = V*inv(diag(sum(V)));           % Berechnung der Matrix M durch
                                   % Skalierung der Spaltensumme
M_ = M-diag(diag(M));             % Berechnung der Matrix M ohne
                                   % der Hauptdiagonale

for i = 1:n                         % ist die äußere Schleife, sie durch-
                                   % läuft die Zeilen

    u = U(i,:);                   % die i-te Zeile von U
    b = B(i,:);                   % die i-te Zeile von B
    r_neu = u;                    % Start mit der i-ten Zeile von U
    r_alt = rand(1,m);            % Erstellen eines Zufallsvektors

    while((sum(abs(r_alt-r_neu))) > m*tol) % Überprüfung, ob Konvergenz
                                       % eintritt

        r_alt = r_neu;
        w = r_alt*M_';            % Berechnung des Vektors w

        for k = 1:m               % Diese Schleife durchläuft die
                                   % Einträge in den Zeilen
            y=(u(k)-b(k));         % Hilfsvariable für die Bedingungen

            if ( y >= w(k))         % Festlegung des Skalierungsvektors
                s(k) = 1;
            elseif (y > 0 & y < w(k))
                s(k) = y/w(k);
            else
                s(k) = 0;
            end
        end

        end

        r_neu = u-s.*w+(s*M_).*r_alt; % Berechnung des neuen Zeilenvektors r

    end

    R(i,:) = r_neu;              % die Zeilen von r werden in
                                   % die Matrix R eingetragen
end

```

4.3.5 Die Erweiterung des Algorithmus von Almon

Die Darstellung des erweiterten Algorithmus von Almon folgt im Wesentlichen [12, S.6f].

Beim verallgemeinerten Algorithmus von Almon kann es vorkommen, dass das Element $r_{ik}^* > b_{ik}$, obwohl $r_{ik} < b_{ik}$ ist. Der erweiterte Algorithmus von Almon beinhaltet die Modifikation, dass der Wert der **Flow-Matrix** \mathbf{R} mit dem der Schranke übereinstimmt $r_{ik}^* = b_{ik}$, falls r_{ik} unter der Schranke von b_{ik} liegt. Dies beinhaltet einen weiteren Vorschlag in der Modifikation des Algorithmus, indem die Skalierungsparameter anders gewählt werden. Der erweiterte Algorithmus von Almon modifiziert die Iterationsformel für $s_{ik}^{(l)}$ in der Art und Weise, dass in der Skalierung berücksichtigt wird, welcher Wert abgezogen wird, aber auch welcher dazu addiert wird.

Der erweiterte Algorithmus von Almon ergibt sich wie folgt:

- i. Setze $i = 1$ (Start in erster Zeile),
- ii. Setze $l = 0$, $r_i^{(l)} = u$ ist die i -te Zeile von \mathbf{U} , $b =$ die i -te Zeile von \mathbf{B} und $s_i^{(l)}$ ein 1-er Vektor der Dimension n (Start der iterativen Prozedur)
- iii. Setze $w_i^{(l)} = r_i^{(l)} \check{M}'$ und $g_i^{(l)} = (s_i^{(l)} \check{M}) \otimes r_i^{(l)}$
- iv. Wähle den Zeilenvektor $s_i^{(l)}$ der Dimension n so, dass für jedes seiner Elemente $s_{ik}^{(l)}$ gilt:
$$s_{ik}^{(l)} = \begin{cases} 1 & \text{falls } u_{ik} - w_{ik}^{(l)} + g_{ik}^{(l)} \geq b_{ik} \\ (u_{ik} - b_{ik} + g_{ik}^{(l)})/w_{ik}^{(l)} & \text{falls } 0 < (u_{ik} - b_{ik} + g_{ik}^{(l)})/w_{ik}^{(l)} < 1 \\ 0 & \text{anderenfalls} \end{cases}$$
- v. Setze $r_i^{(l+1)} = u_i - s_i^{(l)} \otimes w_i^{(l)} + (s_i^{(l)} \check{M}) \otimes r_i^{(l)}$,
- vi. Teste Konvergenz durch Vergleichen von $r_i^{(l+1)}$ mit $r_i^{(l)}$,
- vii. Falls Konvergenz eintritt, trage $r_i^{(l)}$ in die i -te Zeile von \mathbf{R} ein, setze anderenfalls $l = l + 1$ und führe Schritte 3-6 wieder durch,

viii. Falls $i = n$ gilt, stoppe, setze anderenfalls $i = i + 1$ und wiederhole Schritte 2-7

Durch die Wahl der Elemente von $s_i^{(l)}$ ergibt sich, dass die Elemente von $r_i^{(l+1)}$ folgendermaßen beschränkt sind:

Für die Berechnung von $r_i^{(l+1)}$ gilt folgender Zusammenhang:

$$r_i^{(l+1)} = u_i - s_i^{(l)} \otimes w_i^{(l)} + (s_i^{(l)} \check{M}) \otimes r_i^{(l)} \text{ mit } w_i^{(l)} = (r_i^{(l)} \check{M}') \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (4.67)$$

$$g_i^{(l)} = (s_i^{(l-1)} \check{M}) \otimes r_i^{(l)}$$

(Zu Beginn ist der Skalierungsvektor $s_i^{(0)}$ der Dimension n ein 1-er Vektor.)

i. Falls $u_{ik} - w_{ik}^{(l)} + g_{ik}^{(l)} \geq b_{ik}$ gilt, wird $s_{ik}^{(l)} = 1$ gesetzt. Es ergibt sich daher:

$$\begin{aligned} r_{ik}^{(l+1)} &= u_{ik} - w_{ik}^{(l)} + (s_i^{(l)} \check{M})_k r_{ik}^{(l)} \\ r_{ik}^{(l+1)} &= u_{ik} - w_{ik}^{(l)} + \tilde{g}_{ik}^{(l)} \text{ mit } \tilde{g}_{ik}^{(l)} = (s_i^{(l)} \check{M})_k r_{ik}^{(l)} \end{aligned}$$

Somit erhält man:

$$r_{ik}^{(l+1)} \geq b_{ik} - g_{ik}^{(l)} + \tilde{g}_{ik}^{(l)}$$

$\tilde{g}_{ik}^{(l)}$ wird mit den neuen Werten des Zeilenvektors $s_i^{(l)}$ ermittelt

$$(g_{ik}^{(l)} = (s_i^{(l)} \check{M})_k \otimes r_{ik}^{(l)}).$$

Die Elemente des Zeilensummenvektors $s_{ik}^{(l)}$ haben je nach Fallunterscheidung die Werte

$$s_{ik}^{(l)} = \begin{cases} 1 & \text{falls } u_{ik} - w_{ik}^{(l)} + g_{ik}^{(l)} \geq b_{ik} \\ (u_{ik} - b_{ik} + g_{ik}^{(l)})/w_{ik}^{(l)} & \text{falls } 0 < (u_{ik} - b_{ik} + g_{ik}^{(l)})/w_{ik}^{(l)} < 1 \\ 0 & \text{anderenfalls} \end{cases}$$

zugeordnet. Somit liegen sie zwischen $0 \leq s_{ik}^{(l)} \leq 1$.

Falls die obige Bedingung nicht verletzt wird, ergibt sich nach Vorliegen der Konvergenz: $r_{ik}^* \geq b_{ik}$.

- ii. Falls $0 < (u_{ik} - b_{ik} + g_{ik}^{(l)})/w_{ik}^{(l)} < 1$ gilt, wird $s_{ik}^{(l)} = (u_{ik} - b_{ik} + g_{ik}^{(l)})/w_{ik}^{(l)}$ gesetzt.

Es ergibt sich:

$$r_{ik}^{(l+1)} = u_{ik} - \frac{(u_{ik} - b_{ik} + g_{ik}^{(l)})}{w_{ik}^{(l)}} w_{ik}^{(l)} + \tilde{g}_{ik}^{(l)}$$

$$r_{ik}^{(l+1)} = b_{ik} + (\tilde{g}_{ik}^{(l)} - g_{ik}^{(l)})$$

Falls die Bedingung nicht verletzt wird und Konvergenz eintritt, ergibt sich:

$$r_{ik}^* = b_{ik}$$

- iii. Anderenfalls ist $s_{ik}^l = 0$ und es ergibt sich daher:

$$r_{ik}^{(l+1)} = u_{ik} + (s_i^{(l)} \check{M}) \otimes r_i^{(l)} \geq u_{ik},$$

da die Elemente von M, U sowie s positiv sind.

Der zuvor ermittelte Wert $r_{ik}^{(l)}$ ist ebenfalls positiv, da die Iteration mit $r_{ik}^{(l)} = u_{ik}$ startet.

Für die Fälle, in denen die unteren Schranken relevant sind, garantiert diese Modifikation, dass sie eingehalten werden.

4.3.6 Die Implementierung des erweiterten Algorithmus von Almon in Matlab

```
% Diese Funktion berechnet die nicht-negative Flow-Matrix R in der
% Dimension Güter x Güter aus der Annahme über die Gütertechnologie
% mit dem erweiterten Algorithmus von Almon, indem eine
% untere Schranken-Matrix B in die Berechnung miteinbezogen wird

% Die Eingangsparameter:

%   U...quadratische Güter x Aktivitäten Use-Matrix
%   V...quadratische Aktivitäten x Güter Make-Matrix
%   B...untere Schranken-Matrix B
%   tol...geforderte Konvergenzgenauigkeit
```

```

% Die Ausgangsparameter:

% R...nichtnegative Güter x Güter Flow-Matrix R

function R = almon_erweitert(U,V,B,tol)

[n,m] = size(U);           % liefert die Zeilen- und
                             % Spaltenanzahl der Use-Matrix U
M = V*inv(diag(sum(V)));    % Berechnung der Matrix M durch
                             % Skalierung der Spaltensumme
M_ = M-diag(diag(M));       % Berechnung der Matrix M ohne
                             % der Hauptdiagonale

for i = 1:n                 % die äußere Schleife durch-
                             % läuft die Zeilen der Use-Matrix

    u = U(i,:);             % die i-te Zeile von U
    b = B(i,:);             % die i-te Zeile von B
    s = ones(m,1)';         % Erzeugt einen Einheitszeilen-
                             % vektor der Länge m
    r_neu = u;              % Start mit der i-ten Zeile von U
    r_alt = rand(1,m);      % Erstellen eines Zufallsvektors

    while((sum(abs(r_alt-r_neu))) > m*tol) % Überprüfung, ob Konvergenz
                                         % eintritt

        r_alt = r_neu;
        w = r_alt*M_';        % Berechnung des Vektors w
        g = (s*M_).*r_alt;

        for k = 1:m           % Diese Schleife durchläuft
                                % die Einträge in den Zeilen

            if ( (u(k)-w(k)+g(k)) >= b(k)) % Festlegung des Skalierungsvektors
                s(k) = 1;
            elseif (((u(k)-b(k)+g(k))/w(k)) > 0 & ((u(k)-b(k)+g(k))/w(k)) < 1)
                s(k) = ((u(k)-b(k)+g(k))/w(k));
            else
                s(k) = 0;
            end
        end

    end

    r_neu = u-s.*w+(s*M_).*r_alt; % Berechnung des neuen
                                   % Zeilenvektors r

```

```

end

R(i,:) = r_neu;           % die Zeilen von r werden in
                           % die Matrix R eingetragen

end

```

4.3.7 Wann ist es sinnvoll den Algorithmus von Almon zu verwenden?

Der Algorithmus von Almon ist dann sinnvoll eingesetzt, wenn die Berechnung der **Flow-Matrix R** unter der Annahme der *Gütertechnologie* negative Werte produzieren würde. Diese auftretenden negativen Elemente können verschiedene Ursachen haben. Zum einen können sie dadurch entstehen, dass es leichte Unterschiede in den Produktionstechniken der verschiedenen Industrien gibt. Zum anderen kann die Erstellungsmethoden der Use-Matrix U oder der Make-Matrix V nur ungenau erfolgt sein. Falls die Gütertechnologieannahme zumindest approximativ wahr ist, macht es Sinn diesen Algorithmus heranzuziehen.

Der Algorithmus von Almon gewährleistet, dass die Zeilensummen der Use-Matrix U mit denen der Flow-Matrix R übereinstimmen, da sie vom Algorithmus unbeeinträchtigt sind. Falls keine negativen Werte entstehen, ist der Algorithmus von Almon konsistent mit der Herleitung der Flow-Matrix R unter der Gütertechnologieannahme, indem sich die Flow-Matrix R ergibt durch: $R = U(M')^{-1}$.

Es kann jedoch auch die Situation eintreten, dass die Gütertechnologieannahme nicht herangezogen werden kann, obwohl die zugrunde liegende Realität dem entsprechen würde. Zum Beispiel gibt es in der Elektrizitätsbranche Unternehmen, die Elektrizität kaufen und sie wiederum weiterverkaufen, während andere sie mit Hilfe anderer Energieträger erzeugen.

Es kann nicht erwartet werden, dass in dieser Situation der Algorithmus vernünftige Resultate liefert. Diese Art von Problemen kann man dadurch in den Griff bekommen, indem eine neue Use-Matrix ermittelt wird. Man zieht dazu die durch den Algorithmus von Almon berechnete Flow-Matrix R heran und berechnet anhand dieser eine neue Use-Matrix $U^* = RM'$. Durch Vergleichen der Abweichungen zwischen neuer und alter Use-Matrix kann man deren Ursachen feststellen.

[2, vgl. S.34]

4.3.8 Sensitivitätsanalyse

Da oft eine vorab Information über die unteren Schranken der Input-Output Tabellen nicht vorhanden ist, wird nun anhand eines Fallbeispiels überprüft, wie sich die Wahl der unteren Schranke auf die **Flow-Matrix \mathbf{R}** auswirken kann.

Die folgenden Tabellen sind [2, S.29] entnommen.

Dazu sei folgende **Use-Matrix \mathbf{U}** gegeben:

	Aktivität A	Aktivität B	Aktivität C	Aktivität D	Aktivität E
Gut A	0	0	0	0	0
Gut B	0	0	0	0	0
Gut C	4	36	0	0	0
Gut D	14	6	0	0	0
Gut E	28	72	30	5	0

Tabelle 4.5: Die Use-Matrix \mathbf{U}

[2, Abbildung nach S.29]

mit der dazugehörigen **Make-Matrix \mathbf{V}** :

	Gut A	Gut B	Gut C	Gut D	Gut E
Aktivität A	70	20	0	0	0
Aktivität B	30	180	0	0	0
Aktivität C	0	0	100	0	0
Aktivität D	0	0	0	20	0
Aktivität E	0	0	0	0	535

Tabelle 4.6: Die Make-Matrix \mathbf{V}

[2, Abbildung nach S.29]

Berechnet man die **Flow-Matrix \mathbf{R}** auf Basis der *Gütertechnologieannahme* ohne Algorithmus von Almon, so können prinzipiell negative Werte in der Matrix \mathbf{R} entstehen.

Das Fallbeispiel ist hier jedoch so gewählt, dass keine negativen Werte auftreten, da die berechneten Flow-Matrizen durch die Variation der unteren Schranken am Ende mit dem nicht-negativen Original verglichen werden.

Wendet man daher den Algorithmus von Almon an, so ergibt sich eine nicht-negative **Flow-Matrix \mathbf{R}** , die mit der über die *Gütertechnologieannahme*

berechneten Flow-Matrix übereinstimmt. (Dieselbe Matrix erhält man auch, wenn man beim verallgemeinerten bzw. erweiterten Almon Algorithmus die untere Schranken-Matrix B als Nullmatrix wählt)

	Gut A	Gut B	Gut C	Gut D	Gut E
Gut A	0	0	0	0	0
Gut B	0	0	0	0	0
Gut C	0	40	0	0	0
Gut D	20	0	0	0	0
Gut E	30	70	30	5	0

Tabelle 4.7: Die Flow-Matrix R mit der Nullmatrix als untere Schranken-Matrix B

Wie wirken sich nun die untere Schranken beim verallgemeinerten Almon Algorithmus auf die Flow-Matrix R aus?

Je nach Fallunterscheidung wird das Element r_{ik} nach unten durch das Element b_{ik} oder u_{ik} beschränkt. Liegt der Wert $u_{ik} - w_{ik}$ unter-, oberhalb bzw. ist gleich dem Element b_{ik} und ist dabei positiv, so erfolgt eine Beschränkung nach unten durch das Element b_{ik} . Wie scharf die Schranke tatsächlich ist, hängt vom Durchlaufen der Bedingung ab.

Ist aber $u_{ik} - w_{ik}$ negativ, so wird r_{ik} nach unten durch das Element u_{ik} beschränkt.

Die Werte von R pendeln daher nach unten zwischen der Anpassung an U und B. Die Zeilensummen der Use-Matrizen von R und U bleiben immer gleich. Daher macht eine zu groß gewählte untere Schranke keinen Sinn und es erfolgt eine Anpassung an U.

Wählt man beispielsweise für die untere Schranken Matrix B die Use-Matrix U, so erhält man auch als **Flow-Matrix R** die Use-Matrix U:

	Gut A	Gut B	Gut C	Gut D	Gut E
Gut A	0	0	0	0	0
Gut B	0	0	0	0	0
Gut C	4	36	0	0	0
Gut D	14	6	0	0	0
Gut E	28	72	30	5	0

Tabelle 4.8: Die Flow-Matrix R mit der Use-Matrix U als untere Schranken-Matrix B

Um die verschiedenen Anpassungen zu analysieren, sei folgende **untere Schranken-Matrix B** gegeben:

	Gut A	Gut B	Gut C	Gut D	Gut E
Gut A	0	0	0	0	0
Gut B	0	0	0	0	0
Gut C	300	300	0	0	0
Gut D	0	0	0	0	0
Gut E	33	62	0	0	0

Tabelle 4.9: Die untere Schranken-Matrix B

Damit erhält man folgende **Flow-Matrix R**:

	Gut A	Gut B	Gut C	Gut D	Gut E
Gut A	0	0	0	0	0
Gut B	0	0	0	0	0
Gut C	4	36	0	0	0
Gut D	20	0	0	0	0
Gut E	38	62	30	5	0

Tabelle 4.10: Die Flow-Matrix R mit der zuvor gewählten unteren Schranken-Matrix B

Betrachtet man die in der 3. Zeile zu groß vorgeschriebenen Werte von B, so sieht man anhand der berechneten Flow-Matrix R, dass hier eine Anpassung an U erfolgt ist. Die 5. Zeile lässt erkennen, dass hier eine Anpassung an der Matrix B vorgenommen wurde.

Möchte man die unterschiedliche Auswirkungen der Wahl von B an einem Element von R unter der Nichtberücksichtigung der anderen Elemente analysieren, so kann man für jedes Element die untere Schranke von null weg jeweils um eine Einheit erhöhen bis die Zeilensumme der Use-Matrix U erreicht ist. Anschließend bildet man den Mittelwert der unterschiedlichen Werte von R und erhält quasi einen Vorschlag für die untere Schranken-Matrix.

Die Implementierung der Berechnung des Mittelwerts der Flow-Matrix R bei variierenden unteren Schranken-Matrizen B

Mit der Funktion „mittelwert“ wird für ein Element der Flow-Matrix R der Mittelwert berechnet, indem das jeweilige Element der unteren Schranken-Matrix B um eins erhöht wird bis die Zeilensumme der Use-Matrix U erreicht ist.

```

function r = mittelwert(U,V,tol,i,k)

[n,m] = size(U);

B=zeros(n);
p=round(sum(U(i,:)));
t=0;

for j = 0:p

B(i,k)=j;

R=almon_verallgemeinert(U,V,B,tol);

t=t+R(i,k);           % Hilfvariable für die Summe der Elemente
                      % der Flow-Matrix

end

r=t/(j+1);

```

Anschließend wird jedes Element der Use-Matrix U durchlaufen.

```

function R = sensitivitaets_analyse(U,V,tol)

[n,m] = size(U);

for i = 1:n
for k = 1:m

R(i,k) = mittelwert(U,V,tol,i,k);

end
end

```

Damit erhält man folgende Matrix der **Mittelwerte der Flow-Matrizen**:

	Gut A	Gut B	Gut C	Gut D	Gut E
Gut A	0	0	0	0	0
Gut B	0	0	0	0	0
Gut C	5.37	40	0	0	0
Gut D	20	5.56	0	0	0
Gut E	38.16	75	30	5	0

Tabelle 4.11: Die Matrix der Mittelwerte der Flow-Matrizen bei variierenden unteren Schranken-Matrizen

Da sich bei der Mittelwertbildung die Zeilensummen ändern, kann diese Matrix nun als Vorschlag für eine neue untere Schranken-Matrix angesehen werden.

Damit ergibt sich folgende **Flow-Matrix R**:

	Gut A	Gut B	Gut C	Gut D	Gut E
Gut A	0	0	0	0	0
Gut B	0	0	0	0	0
Gut C	4	36	0	0	0
Gut D	14.44	5.56	0	0	0
Gut E	28	72	30	5	0

Tabelle 4.12: Die Flow-Matrix R mit der unteren Schranken-Matrix B, die aus dem Mittelwert der Flow-Matrizen gebildet wird

Bildet man nun die absolute Differenz dieser Matrix zur richtig ermittelten Flow-Matrix, so erhält man folgende Matrix:

	Gut A	Gut B	Gut C	Gut D	Gut E
Gut A	0	0	0	0	0
Gut B	0	0	0	0	0
Gut C	4	4	0	0	0
Gut D	5.56	5.56	0	0	0
Gut E	2	2	0	0	0

Tabelle 4.13: Die Differenz der durchschnittlich ermittelten Flow-Matrix zur richtig berechneten Flow-Matrix

Möchte man nun prozentuell sehen, wie sich der Anteil zum Original verschoben hat, so ist dies durch diese Matrix gegeben:

	Gut A	Gut B	Gut C	Gut D	Gut E
Gut A	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
Gut B	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
Gut C	Inf	10	NaN	NaN	NaN
Gut D	27.78	Inf	NaN	NaN	NaN
Gut E	6.67	2.86	0	0	NaN

Tabelle 4.14: Der Unterschied der Matrizen in Prozent

Wie man an diesem Beispiel erkennen kann, bewirkt die falsche Wahl der unteren Schranken-Matrix, dass der tatsächlichen Wert der Flow-Matrix im Mittel in diesem Beispiel um bis zu 27,78 Prozent abweichen kann.

Oder im schlimmsten Fall „Inf“ findet hier eine Zuordnung eines Inputs zu einem Gut statt, obwohl gar kein Input für das Gut benötigt wird. (Gut C als Input für Gut A bzw. Gut D als Input für Gut B wird eigentlich nicht benötigt) „NaN“ bedeutet hier, dass 0/0 berechnet wird, hier besteht kein Unterschied zur richtig berechneten Flow-Matrix.

4.3.9 Geschichtlicher Auszug negativer Probleme

Die Idee, die **Flow-Matrix \mathbf{R}** aus der Gleichung (4.44) zu berechnen, geht auf Van Rijckeghem (1967) [38] zurück. Er erkannte, dass negative Einträge entstehen konnten, betrachtete dies jedoch nicht als ernsthaftes Problem.

Die Idee, diese Gleichung für die **Flow-Matrix \mathbf{R}** in dieser Form zu verwenden, hatte Almon jedoch schon vor 1967.

Das Problem der negativen Werte wurde auch von ten Raa (1984) [32] aufgegriffen.

Er startete 1988 den Versuch, Elemente der Matrix in der Art zu modifizieren, dass eine geeignete Matrix \mathbf{U} gefunden wird, die konsistent zur nicht-negativen Matrix \mathbf{R} ist. Rainer & Richter führten 1992 [21] eine Anzahl von Schritten ein, die operative Use- und Make-Matrizen erzeugten.

Je nach Erfordernis sollten diese Schritte zur Anwendung kommen. Hierbei sei erwähnt, dass hierbei jedoch keine negative Elemente vermieden werden, da nur die Gleichung (4.44) herangezogen wird.

Streenge & Konijn stellten 1992 [28] fest, dass es möglich ist, die Menge der Outputs der verschiedenen Industrien zu verändern, falls die Flow-Matrix \mathbf{R} , die aus der Gleichung (4.44) erzeugt wird, negative Einträge hat. In der Art und Weise, dass mehr an Gütern produziert wird, ohne mehr Inputs zu verwenden. Sie fanden so eine Änderung unwahrscheinlich und stellten fest, dass negative Elemente nicht zur Verwerfung der Gütertechnologieannahme führen sollten, sondern als Indikatoren von Fehlern in den Use- und Make-Tabellen [28, vgl. S.130] zu betrachten seien. Falls kein statistischer Hintergrund besteht, die ursprüngliche Use-Matrix heranzuziehen, ist die neu berechnete Use-Matrix eine gute Schätzung. Widersprechen würde dem, dass es in einigen Fällen möglich ist, mehr an Gütern mit weniger Inputs zu produzieren.

Mit dem Almon Algorithmus kann man schließlich das Problem der negativen Einträge in den Griff bekommen. Neben dieser Lösung beinhaltet der Algorithmus von Almon auch eine ökonomische Interpretation.

[2, vgl. S.35f]

Die Weiterentwicklung der Computer hat es ermöglicht, Algorithmen zu entwickeln, die das Problem negativer Elemente aufgreifen, und deren Forschung vorangetrieben.

4.4 Die Konstruktion von Güter x Güter Input-Output Matrizen auf Basis der Industrietechnologieannahme (ITA)

Da bei der Gütertechnologieannahme oft negative Einträge bei der Erstellung von Güter x Güter Tabellen auftreten, wird stattdessen oft die *Industrietechnologie* herangezogen. Sie vermeidet negative Einträge, jedoch ergeben die Resultate oft keinen ökonomischen Sinn [2, vgl. S.27].

Da in der Berechnung der Güter x Güter **Flow-Matrix R** keine Inversion der Make-Matrix V notwendig ist, können hier rechteckige Use- und Make-Matrizen verwendet werden.

Die **Technologiematrix A** ist hierbei durch folgende Matrizenmultiplikation gegeben:

$$A = BD \quad (4.68)$$

[24, vgl. S.80]

B ist hier wiederum die Vorleistungskoeffizientenmatrix $B = U\hat{g}^{-1}$ und D die Market-shares Matrix $D = V\hat{q}^{-1}$.

Somit lässt sich die **Technologiematrix A** unter der *Industrietechnologieannahme* wie folgt berechnen:

$$A = (U\hat{g}^{-1})(V\hat{q}^{-1}) = (U\hat{g}^{-1}V)\hat{q}^{-1} \quad (4.69)$$

$$A = R\hat{q}^{-1} \text{ mit } R = U\hat{g}^{-1}V \quad (4.70)$$

[2, vgl. S.31]

Daher kann die Konstruktion der Güter x Güter **Flow-Matrix R** unter der *Industrietechnologieannahme* auch so formuliert werden:

Angenommen, es sei eine Wirtschaft mit n Gütern, die von m Aktivitäten produziert werden, gegeben. Sei $\mathbf{U} = (u_{ij})$ die Use-Matrix. Ihre Elemente geben die Menge der Güter i , die als Input in der Aktivität j verwendet werden, an. Sei $\mathbf{V} = (v_{jk})$ die Make-Matrix. Ihre Elemente zeigen die Menge der Güter k , die von der Aktivität j erzeugt werden. Sei $g = (g_1, g_2, \dots, g_m)$ mit $g_j = \sum_{k=1}^n v_{jk}$, der Zeilensummenvektor der Make-Matrix \mathbf{V} , der somit die Gesamtproduktion der Aktivitäten angibt. Sei \mathbf{N} die Matrix $\mathbf{N} = (n_{jk}) = (v_{jk}/g_j)$. Das Ziel ist es eine Flow-Matrix $\mathbf{R} = (r_{ik})$ zu konstruieren, die die Menge der Güter i angibt, die in der Wirtschaft verwendet werden um das Gut k zu produzieren. Sei $q' = (q_1, q_2, \dots, q_n)$ mit $q_k = \sum_{j=1}^m v_{jk}$ der Spaltensummenvektor der Make-Matrix \mathbf{V} , der somit das Aufkommen der Güter angibt. Dann ist die Matrix der technischen Input-Output Koeffizienten durch $\mathbf{A} = (a_{ik}) = (r_{ik}/q_k)$ gegeben.

Die Güter x Güter Flow-Matrix \mathbf{R} auf Basis der Industrietechnologieannahme lässt sich dann durch:

$$R = UN \quad (4.71)$$

berechnen.

Jedoch sei darauf hingewiesen, dass die Industrietechnologieannahme oft nicht sinnvolle Ergebnisse liefert und daher Bestrebungen aufkamen, auf Basis der Gütertechnologieannahme nicht-negative Güter x Güter Tabellen zu erstellen.

4.5 Die Modell-Transformationen für die Aktivitäten x Aktivitäten Tabelle

4.5.1 Die Konstruktion der Aktivitäten x Aktivitäten Input-Output Matrix aus der Annahme einer fixen Güter-Verkaufs-Struktur

Die **Technologiematrix A** ist durch folgende Matrizenmultiplikation gegeben:

$$A = DB \quad (4.72)$$

[8, vgl. S.351]

mit B als Vorleistungskoeffizientenmatrix $B = U\hat{g}^{-1}$ und D als Market-shares Matrix $D = V\hat{q}^{-1}$.

Somit ergibt sich für die Aktivitäten x Aktivitäten **Technologiematrix A** unter der Annahme einer *fixen Güter-Verkaufs-Struktur*:

$$A = (V\hat{q}^{-1})(U\hat{g}^{-1}) = (V\hat{q}^{-1}U)\hat{g}^{-1} \quad (4.73)$$

Die **Technologiematrix A** lässt sich daher folgendermaßen berechnen:

$$A = R\hat{g}^{-1} \text{ mit } R = V\hat{q}^{-1}U \quad (4.74)$$

[8, vgl. S.351]

Daher kann die Konstruktion der Aktivitäten x Aktivitäten **Flow-Matrix R** unter der Annahme einer *fixen Güter-Verkaufs-Struktur* auch so formuliert werden:

Angenommen, es sei eine Wirtschaft mit n Gütern, die von m Aktivitäten produziert werden, gegeben. Sei $\mathbf{U} = (u_{kj})$ die Use-Matrix. Ihre Elemente geben die Menge der Güter k , die als Input in der Aktivität j verwendet werden, an. Sei $\mathbf{V} = (v_{ik})$ die Make-Matrix. Ihre Elemente zeigen die Menge der Güter k , die von der Aktivität i erzeugt werden. Sei $q' = (q_1, q_2, \dots, q_n)$ mit $q_k = \sum_{i=1}^m v_{ik}$ der Spaltensummenvektor der Make-Matrix \mathbf{V} , der somit das Aufkommen der produzierten Güter angibt. Sei \mathbf{M} die Matrix $\mathbf{M} = (m_{ik}) = (v_{ik}/q_k)$, wobei die Elemente den Anteil der Aktivität i in der Produktion des Gutes k angeben. Das Ziel ist es, eine Flow-Matrix $\mathbf{R} = (r_{ij})$ zu konstruieren, die den Produktionsanteil der Aktivität i angibt, der in der Aktivität j verwendet wird. Sei $g = (g_1, g_2, \dots, g_m)$ mit $g_j = \sum_{k=1}^n v_{jk}$ der Zeilensummenvektor der Make-Matrix \mathbf{V} , der somit die Gesamtproduktion der Aktivitäten angibt. Dann ist die Matrix der technischen Input-Output Koeffizienten durch $\mathbf{A} = (a_{ij}) = (r_{ij}/g_j)$ gegeben.

Die Aktivitäten x Aktivitäten **Flow-Matrix** \mathbf{R} auf Basis der Annahme einer *fixen Güter-Verkaufs-Struktur* lässt sich dann durch:

$$R = MU \quad (4.75)$$

berechnen.

4.5.2 Die Konstruktion der Aktivitäten x Aktivitäten Input-Output Matrix aus der Annahme einer fixen Industrie-Verkaufs-Struktur

Die **Technologiematrix** \mathbf{A} ist hierbei durch folgende Matrizenmultiplikation gegeben:

$$A = C^{-1}B \quad (4.76)$$

[8, vgl. S.351]

\mathbf{B} ist wiederum die Vorleistungskoeffizientenmatrix $B = U\hat{g}^{-1}$ und \mathbf{C} die Market-shares Matrix $C = V'\hat{g}^{-1}$.

Somit ergibt sich für die Aktivitäten x Aktivitäten **Techologiematrix A** unter Annahme einer *fixen Industrie-Verkaufs-Struktur*:

$$A = (V'\hat{g}^{-1})^{-1}(U\hat{g}^{-1}) = (\hat{g}(V')^{-1}U)\hat{g}^{-1} \quad (4.77)$$

Die **Techologiematrix A** lässt sich daher folgendermaßen berechnen:

$$A = R\hat{g}^{-1} \text{ mit } R = \hat{g}(V')^{-1}U \quad (4.78)$$

[8, vgl. S.351]

Umgeformt ist die **Flow-Matrix R** auch gegeben durch:

$$R = \hat{g}(V')^{-1}U = (V'\hat{g}^{-1})^{-1}U = ((\hat{g}^{-1}V)')^{-1}U \quad (4.79)$$

Daher kann die Konstruktion der Aktivitäten x Aktivitäten **Flow-Matrix R** unter der Annahme *einer fixen Industrie-Verkaufs-Struktur* auch so formuliert werden:

Angenommen, es sei eine Wirtschaft mit n Gütern, die von n Aktivitäten produziert werden, gegeben. Sei $\mathbf{U} = (u_{kj})$ die Use-Matrix. Ihre Elemente geben die Menge der Güter k , die als Input in der Aktivität j verwendet werden. Sei $\mathbf{V} = (v_{ik})$ die Make-Matrix. Ihre Elemente zeigen die Menge der Güter k , die von der Aktivität i erzeugt werden. Sei $g = (g_1, g_2, \dots, g_n)$ mit $g_i = \sum_{k=1}^n v_{ik}$ der Zeilensummenvektor der Make-Matrix \mathbf{V} , der somit die Gesamtproduktion der Aktivitäten angibt. Sei \mathbf{N} die Matrix $\mathbf{N} = (n_{ik}) = (v_{ik}/g_i)$. Das Ziel ist es, eine Flow-Matrix $\mathbf{R} = (r_{ij})$ zu konstruieren, die den Produktionsanteil der Aktivität i angibt, der in der Aktivität j verwendet wird, um deren Güter zu produzieren. Dann ist die Matrix der technischen Input-Output Koeffizienten durch $\mathbf{A} = (a_{ij}) = (r_{ij}/g_j)$ gegeben.

Die Güter x Güter **Flow-Matrix R** auf Basis der Annahme über eine *fixe Industrie-Verkaufs-Struktur* lässt sich durch:

$$R = (\mathbf{N}')^{-1}U \quad (4.80)$$

berechnen.

Die spaltenweise Konstruktion von \mathbf{R} nach Gleichung (4.80) kann folgendermaßen formuliert werden:

$$r_j = (N')^{-1}u_j \quad (j = 1, 2, \dots, n) \quad (4.81)$$

r_j und u_j sind hier die j-ten Spalten von \mathbf{R} bzw. von \mathbf{U} .

Addiert man r_j auf beiden Seiten, so erhält man schlussendlich:

$$r_j = (I - N')r_j + u_j \quad (j = 1, 2, \dots, n) \quad (4.82)$$

Eine einfache iterative Prozedur erhält man somit durch:

$$r_j^{(l+1)} = (I - N')r_j^{(l)} + u_j \quad (j = 1, 2, \dots, n) \quad (4.83)$$

Eine Initialisierung mit $r_j^{(0)} = u_j$ garantiert, dass $r_j^{(l)}$ gegen r_j konvergiert, solange die Diagonalelemente von N die nichtdiagonalen Elemente dominieren. Die Gleichung (4.83) liefert den Ausgangspunkt für den Algorithmus von Almon in der Aktivitäten x Aktivitäten Dimension.

Wie zuvor kann die Matrix N auch aufgespalten werden in $N = \tilde{N} + \hat{N}$. Wobei „ $\tilde{}$ “ die Diagonalisierung einer quadratischen Matrix bei Unterdrückung der nicht-diagonalen Elemente und „ $\hat{}$ “ die „Nicht-Diagonalisierung“ einer quadratischen Matrix bei Unterdrückung der diagonalen Elemente bedeutet.

Man erhält:

$$r_j^{(l+1)} = u_j - \tilde{N}' r_j^{(l)} + (I - \hat{N}')r_j^{(l)} \quad (j = 1, 2, \dots, n) \quad (4.84)$$

Diese Gleichung kann man analog zum Algorithmus von Almon für die Gütertechnologie umformen, sodass sich folgende Ausgangsgleichung für den Algorithmus von Almon ergibt:

$$r_j^{(l+1)} = u_j - \tilde{N}' r_j^{(l)} + (\hat{N}e) \otimes r_j^{(l)} \quad (j = 1, 2, \dots, n) \quad (4.85)$$

Um tatsächlich negative Einträge in der Flow-Matrix \mathbf{R} zu vermeiden, muss skaliert werden und zwar erfolgt dies folgendermaßen: Falls mehr als ein

Element von u_j subtrahiert wird, wird der Subtraktionsterm entsprechend skaliert, sodass $r_j^{(l+1)}$ nicht negativ wird. Analog dazu wird der rechte Additionsterm aus der Gleichung (4.85) skaliert.

Mit dieser Modifikation wird die Iterationsformel des Algorithmus von Almon zu:

$$r_j^{(l+1)} = u_j - s_j^{(l)} \otimes (\check{N}' r_j^{(l)}) + (\check{N} s_j^{(l)}) \otimes r_j^{(l)} \quad (j = 1, 2, \dots, n) \quad (4.86)$$

$$= u_j - s_j^{(l)} \otimes w_j^{(l)} + (\check{N} s_j^{(l)}) \otimes r_j^{(l)} \quad (j = 1, 2, \dots, n) \quad (4.87)$$

wobei $s_j^{(l)}$ ein Skalierungsspaltenvektor oder „Stoppsspaltenvektor“ ist und $w_j^{(l)} = \check{N}' r_j^{(l)}$.

Wird $s_j^{(l)}$ in die Iterationsformel miteinbezogen, ergibt sich folgender Algorithmus:

- i. Setze $j = 1$ (Start in erster Spalte),
- ii. Setze $l = 0$, $r_j^{(l)} = u_j$ ist die j-te Spalte von \mathbf{U} , (Start der iterativen Prozedur)
- iii. Setze $w_j^{(l)} = \check{N}' r_j^{(l)}$,
- iv. Wähle den Spaltenvektor $s_j^{(l)}$ der Dimension n so, sodass für jedes seiner Elemente $s_{ij}^{(l)}$ gilt:
$$s_{ij}^{(l)} = \begin{cases} 1 & \text{falls } u_{ij} \geq w_{ij}^{(l)} \\ u_{ij}/w_{ij}^{(l)} & \text{anderenfalls} \end{cases}$$
- v. Setze $r_j^{(l+1)} = u_j - s_j^{(l)} \otimes w_j^{(l)} + (\check{N} s_j^{(l)}) \otimes r_j^{(l)}$,
- vi. Teste Konvergenz durch Vergleichen von $r_j^{(l+1)}$ mit $r_j^{(l)}$,
- vii. Falls Konvergenz eintritt, trage $r_j^{(l)}$ in die j-te Spalte von \mathbf{R} ein, setze anderenfalls $l = l + 1$ und führe Schritte 3-6 erneut durch,
- viii. Falls $j = n$ gilt, stoppe, setze anderenfalls $j = j + 1$ und wiederhole Schritte 2-7

Die Implementierung des Algorithmus von Almon in der Dimension Aktivitäten x Aktivitäten aus der Annahme einer fixen Industrie-Verkaufs-Struktur

```
% Diese Funktion berechnet die nicht-negative Flow-Matrix R in der
% Dimension Aktivitäten x Aktivitäten über die Annahme einer
% fixen Industrie-Verkaufs-Struktur mit dem Algorithmus von Almon

% Die Eingangsparameter:

%   U...quadratische Güter x Aktivitäten Use-Matrix
%   V...quadratische Aktivitäten x Güter Make-Matrix
%   tol...geforderte Konvergenzgenauigkeit

% Die Ausgangsparameter:

%   R...nicht-negative Güter x Güter Flow-Matrix R

function R = almon_aktivitaet(U,V,tol)

[n,m] = size(U);           % liefert die Zeilen- und Spaltenanzahl
                           % der Use-Matrix U
N = inv(diag(sum(V')))*V;   % Berechnung der Matrix N durch
                           % Skalierung der Zeilensumme
N_ = N-diag(diag(N));      % Berechnung der Matrix N ohne der
                           % Hauptdiagonale

for j = 1:m                % ist die äußere Schleife, sie durch-
                           % läuft die Spalten der Use-Matrix

    u = U(:,j);            % die j-te Spalte von U
    r_neu = u;             % Start mit der j-ten Spalte von U
    r_alt = rand(1,n)';    % Erstellen eines Zufallsvektors

    while((sum(abs(r_alt-r_neu))) > n* tol) % Überprüfung, ob Konvergenz
    % eintritt
        r_alt = r_neu;
        w = N_'*r_alt;      % Berechnung des Vektors w

        for i = 1:n         % Diese Schleife durchläuft
                           % die Einträge in den Spalten

            if (u(i) >= w(i)) % Festlegung des Skalierungsvektors
```

```

        s(i) = 1;
    else
        s(i) = u(i)/w(i);
    end

end

r_neu = u-s'.*w+(N*s').*r_alt; % Berechnung des neuen Spaltenvektors r

end

R(:,j) = r_neu;                % die Spalten von r werden in
                                % die Matrix R eingetragen

end

```

Möchte man diesen Algorithmus nicht verwenden, so besteht die Möglichkeit, den Algorithmus von Almon für die Gütertechnologie mit den Eingangsmatrizen (U' und V') zu verwenden. Durch anschließendes Transponieren der gewonnenen Matrix erhält man ebenfalls das gewünschte Resultat, nämlich die **Flow-Matrix R** in der Aktivitäten x Aktivitäten Version.

Vollständigkeitshalber sei erwähnt, dass man dasselbe Konzept hier für den verallgemeinerten und erweiterten Algorithmus von Almon anwenden kann. Dadurch besteht die Möglichkeit, eine untere Schranken-Matrix B in den Algorithmus miteinfließen zu lassen.

4.6 Ein Überblick der Modell-Transformationen in der Version A

	<u>Die Güter x Güter</u> <u>Input-Output Tabelle</u>		<u>Die Aktivitäten x Aktivitäten</u> <u>Input-Output Tabelle</u>	
auf Basis der	Gütertechnologie	Industrie- technologie	fixen Güter- Verkaufs-Struktur	fixen Industrie- Verkaufs-Struktur
Die Flow-Matrix	$R = U((V\hat{q}^{-1})')^{-1}$	$R = U\hat{g}^{-1}V$	$R = V\hat{q}^{-1}U$	$R = ((\hat{g}^{-1}V)')^{-1}U$
Die Technologie- matrix	$A = R\hat{q}^{-1}$	$A = R\hat{q}^{-1}$	$A = R\hat{g}^{-1}$	$A = R\hat{g}^{-1}$
Die Wert- schöpfungs- matrix	$E = W((V\hat{q}^{-1})')^{-1}$	$E = W\hat{g}^{-1}V$	$E = W$	$E = W$
Die End- nachfrage- matrix	$F = Y$	$F = Y$	$F = V\hat{q}^{-1}Y$	$F = ((\hat{g}^{-1}V)')^{-1}Y$

Tabelle 4.15: Die Modell-Transformationen in der A-Version

[8, nach Abbildung S.351]

Einerseits kann die Input-Output Tabelle in der Dimension Güter x Güter andererseits in der Aktivitäten x Aktivitäten Version vorliegen. Hierbei können je nach Wahl der Technologieannahmen negative Einträge in den Matrizen entstehen oder auch nicht.

Die angegebenen Formeln sind die Standardformeln zur Berechnung der **Flow-Matrix R**, der **Technologiematrix A**, der **Wertschöpfungsmatrix W** und der **Endnachfragematrix F**, die jedoch keine negativen Werte vermeiden.

Möchte man keine negativen Einträge zulassen, so wendet man den Algorithmus von Almon in den Fällen an, in denen er gebraucht wird.

Wie dieser für die Gütertechnologieannahme bzw. aus der Annahme über eine fixe Industrie-Verkaufs-Struktur aussieht, wurde bereits in den vorangehenden Kapiteln behandelt.

4.7 Ein Überblick der Modell-Transformationen in der Version B

	<u>Die Güter x Güter</u> Input-Output Tabelle		<u>Die Aktivitäten x Aktivitäten</u> Input-Output Tabelle	
auf Basis der	Gütertechnologie	Industrie- technologie	fixen Güter- Verkaufs-Struktur	fixen Industrie- Verkaufs-Struktur
Die Inlands- Flow-Matrix	$R^d = U^d((V\hat{q}^{-1})')^{-1}$	$R^d = U^d\hat{g}^{-1}V$	$R^d = V\hat{q}^{-1}U^d$	$R^d = ((\hat{g}^{-1}V)')^{-1}U^d$
Die Import- Flow-Matrix	$R^m = U^m((V\hat{q}^{-1})')^{-1}$	$R^m = U^m\hat{g}^{-1}V$	$R^m = V\hat{q}^{-1}U^m$	$R^d = ((\hat{g}^{-1}V)')^{-1}U^m$
Die Inlands- Technologie- matrix	$A^d = R^d\hat{q}^{-1}$	$A^d = R^d\hat{q}^{-1}$	$A^d = R^d\hat{g}^{-1}$	$A^d = R^d\hat{g}^{-1}$
Die Import- Technologie- matrix	$A^m = R^m\hat{q}^{-1}$	$A^m = R^m\hat{q}^{-1}$	$A^m = R^m\hat{g}^{-1}$	$A^m = R^m\hat{g}^{-1}$
Die Wert- schöpfungs- matrix	$E = W((V\hat{q}^{-1})')^{-1}$	$E = W\hat{g}^{-1}V$	$E = W$	$E = W$
Die Inlands- Endnachfrage - matrix	$F^d = Y^d$	$F^d = Y^d$	$F^d = V\hat{q}^{-1}Y^d$	$F^d = ((\hat{g}^{-1}V)')^{-1}Y^d$
Die Import- Endnachfrage - matrix	$F^m = Y^m$	$F^m = Y^m$	$F^m = V\hat{q}^{-1}Y^m$	$F^m = ((\hat{g}^{-1}V)')^{-1}Y^m$

Tabelle 4.16: Die Modell-Transformationen in der B-Version

In der *B-Version* erhält man jeweils zwei verschiedene Matrizen, eine für heimische und die andere für importierte Güter bzw. Aktivitäten.

Wie zuvor sind dies hier die Standardformel zur Berechnung für die **Inlands-** bzw. **Import-Matrizen**. Falls man keine negativen Einträge zulassen möchte, wendet man den Algorithmus von Almon in den Fällen an, in denen er gebraucht wird.

Möchte man jedoch die Total-Flow-Matrix R aus der Summe der Inlands- R_d und Import-Flow-Matrix R_m gewinnen, so muss ein Ansatz, der im Kapitel 5 beschrieben ist, gewählt werden.

4.8 Die österreichische Input-Output Tabelle von 2000

Dieser Abschnitt beschäftigt sich mit der Herleitung der österreichischen Input-Output Tabelle von 2000 mit dem Algorithmus von Almon bzw. durch den erweiterten Algorithmus von Almon mit der Input-Output Tabelle von 1995 als untere Schranken-Matrix. Hierbei wird untersucht wie sich diese berechneten Tabellen von der österreichischen Input-Output Tabelle von 2000, die von der Statistik Austria publiziert wurde, unterscheiden.

Um die Input-Output Tabelle aus dem Jahr 1995 als vorab Information für die Erstellung der Input-Output Tabelle für das Jahr 2000 miteinfließen lassen zu können, sind einige Vorbereitungsschritte notwendig.

Da in der Input-Output Tabelle von 2000 erstmals die Aktivitäten/Güter 02 und 05 getrennt von Aktivität/Gut 01 ausgewiesen sind, ist es notwendig eine Aggregation der Tabellen von 2000 durchzuführen [27, vgl. S.20]. Die Aktivitäten/Güter 01, 02 und 05 werden zu Aktivität/Gut 01 zusammengefasst. Diese Aggregation ist hier ebenfalls für die Use-Matrix U und für die Make-Matrix V durchgeführt.

Weiters wurde die Input-Output Tabelle von 1995 zu Herstellungspreisen in Euro umgerechnet, um einen Vergleich mit der Tabelle aus dem Jahr 2000 herstellen zu können.

Da die unterstellte Bankgebühr FISIM als eigener Aktivitätsposten angeführt ist, wird diese der Aktivität 65 (Bankwesen) zugewiesen [27, vgl. S.20].

Wendet man den Algorithmus von Almon auf die von der Statistik Austria 2000 publizierte Use-Matrix U und Make-Matrix V , die entsprechend zu Herstellungspreisen aggregiert sind, an, so ergibt sich folgende nicht-negative **Flow-Matrix R** von 2000:

Laufende Preise, in Tausend €

[illegible]

Abbildung 4.2: Die österreichische Flow-Matrix R von 2000, ermittelt durch den Almon Algorithmus - Seite 2

Güter/Komponenten x Güter/Kategorien		64	65	66	67	70	71	72	73	74	75	80	85	90	91	92	93	95	
		Nachrichtendr.- mittelnde Leistungen	DL der Kreditinstitute FISIM	DL der Versicherungs- u. (ohne Sozialver- sicherung)	DL des Kredit- u. Hilfswesens	DL des Grundbesitz- u. Wohnungswe- sens	DL der Vergütung beeinträchtig- ter Personen	DL der EDV Dienstleistungen und von Dienstleistungen	Forschungs- und Entwicklungs- leistungen	Unternehmens- Dienstleistungen	DL der öffentl. Verwaltung, Verwaltung Sozialwesen	Erziehungs- und Unterrichtungs- leistungen	DL des Gesundheits-, Verein- und Sozialwesens	Abwasser-, Abfallentsorgung u. Entsorgungsfert.	DL v. Interessenver- tretungen, Kirchen u. a.	Kultur-, Sport- und Unterhaltungs- DL	Sonstige Dienstleistungen	Dienstleistung an private Haushalte	
01	Erzeugnisse d. Land- u. Forstwirtschaft, Jagd u. Fischerei (1)	445	1840	478	0	6573	0	0	0	24	0	8291	10165	57061	0	4229	669	533	0
10	Korn und Getreide	996	0	0	10	21	13	0	0	3	243	2075	2286	8193	0	4899	124	247	0
11	Erbsen und Sojabohnen	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
14	Streu und Erzeugnisse daraus	0	0	0	0	15407	0	0	0	0	42043	1248	2479	5958	0	0	1578	297	0
15	Nahrungsmittel und Futtermittel sowie Getränke	5341	21970	4310	0	693	7278	38	0	1478	72512	425150	0	24887	0	0	0	0	0
16	Getreide	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
17	Getreideerzeugnisse	3975	3060	1007	105	3273	1379	0	0	119	6000	6594	13729	106726	75	1414	913	1274	0
18	Beleuchtung	16068	3993	1152	315	3608	6271	0	248	7744	33566	3356	37129	499	4967	6981	360	0	0
19	Leder und Lederwaren	0	1450	0	0	0	0	0	202	202	5434	168	711	52	22	207	0	0	0
20	Holz sowie Holz, Kork- und Flechtwaren	0	0	0	0	48245	0	319	104	899	24982	5858	15827	1794	2250	5582	7891	0	0
21	Papier, Pappe und Waren daraus	32597	8890	3812	0	6884	10193	12075	5491	85162	33348	9371	32956	3042	8953	15488	4115	0	0
22	Chemische Erzeugnisse	139	240	0	0	1584	10330	10330	1834	37634	83392	40734	104223	28860	30382	13240	10893	0	0
23	Metalle und Metallwaren	4340	6822	314	1258	14868	22161	10330	1834	37634	83392	40734	104223	28860	30382	13240	10893	0	0
24	Metallwaren	4798	12348	314	1258	14868	22161	10330	1834	37634	83392	40734	104223	28860	30382	13240	10893	0	0
25	Gummi- und Kunststoffwaren	43452	22935	9717	2984	16881	14703	15045	2083	69938	17701	8470	50485	5894	9509	19545	4345	0	0
26	Glas, Keramik, bearbeitete Steine und Erden	3578	0	0	0	13372	0	0	303	11783	49082	3825	40244	772	2132	1788	1982	0	0
27	Metalle und Metallwaren	4458	6822	314	1258	14868	22161	10330	1834	37634	83392	40734	104223	28860	30382	13240	10893	0	0
28	Metallwaren	4798	12348	314	1258	14868	22161	10330	1834	37634	83392	40734	104223	28860	30382	13240	10893	0	0
29	Metallwaren	4798	12348	314	1258	14868	22161	10330	1834	37634	83392	40734	104223	28860	30382	13240	10893	0	0
30	Baumaterialien, EDV-Güter und -Einkaufsgüter	52747	4718	450	551	808	2913	22448	1815	40701	28424	11946	18197	174	3560	1598	469	0	0
31	Güter der Elektrizitätserzeugung und -verteilung	125894	18714	8401	1184	39874	7730	16717	1434	44438	119640	19397	85472	17006	13861	18943	8832	0	0
32	Medizinisch-, mass-, regeltechnische u. opt. Erzeugnisse	556859	0	0	0	3679	0	0	484	11221	28278	2337	6647	0	439	12246	0	0	0
33	Medizinisch-, mass-, regeltechnische u. opt. Erzeugnisse	13468	396	0	0	0	440	1883	1045	48621	40995	9752	303765	0	1143	1318	160	0	0
34	Kraftwagen und Kraftfahrzeuge	0	0	0	0	4083	1155	4083	2	0	3877	1221	1855	1776	1731	248	834	0	0
35	Motorfahrzeuge	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
36	Motorfahrzeuge	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
37	Motorfahrzeuge	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
38	Motorfahrzeuge	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
39	Motorfahrzeuge	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
40	Energie und DL der Energieversorgung	93982	47032	6799	3189	134147	19895	11844	4133	59719	225394	138079	332237	38316	54485	97610	28128	0	0
41	Wasser und DL der Wasserversorgung	2107	1765	2705	380	246035	1641	1247	1513	6744	23873	5350	22103	16304	9569	7043	3768	0	0
42	Baumaterialien	102313	181702	321	0	3517491	1793	23138	1352	9240	642258	134007	231950	111711	50088	8949	11488	0	0
43	Baumaterialien	102313	181702	321	0	3517491	1793	23138	1352	9240	642258	134007	231950	111711	50088	8949	11488	0	0
44	Baumaterialien	102313	181702	321	0	3517491	1793	23138	1352	9240	642258	134007	231950	111711	50088	8949	11488	0	0
45	Baumaterialien	102313	181702	321	0	3517491	1793	23138	1352	9240	642258	134007	231950	111711	50088	8949	11488	0	0
46	Baumaterialien	102313	181702	321	0	3517491	1793	23138	1352	9240	642258	134007	231950	111711	50088	8949	11488	0	0
47	Baumaterialien	102313	181702	321	0	3517491	1793	23138	1352	9240	642258	134007	231950	111711	50088	8949	11488	0	0
48	Baumaterialien	102313	181702	321	0	3517491	1793	23138	1352	9240	642258	134007	231950	111711	50088	8949	11488	0	0
49	Baumaterialien	102313	181702	321	0	3517491	1793	23138	1352	9240	642258	134007	231950	111711	50088	8949	11488	0	0
50	Baumaterialien	102313	181702	321	0	3517491	1793	23138	1352	9240	642258	134007	231950	111711	50088	8949	11488	0	0
51	Baumaterialien	102313	181702	321	0	3517491	1793	23138	1352	9240	642258	134007	231950	111711	50088	8949	11488	0	0
52	Baumaterialien	102313	181702	321	0	3517491	1793	23138	1352	9240	642258	134007	231950	111711	50088	8949	11488	0	0
53	Baumaterialien	102313	181702	321	0	3517491	1793	23138	1352	9240	642258	134007	231950	111711	50088	8949	11488	0	0
54	Baumaterialien	102313	181702	321	0	3517491	1793	23138	1352	9240	642258	134007	231950	111711	50088	8949	11488	0	0
55	Baumaterialien	102313	181702	321	0	3517491	1793	23138	1352	9240	642258	134007	231950	111711	50088	8949	11488	0	0
56	Baumaterialien	102313	181702	321	0	3517491	1793	23138	1352	9240	642258	134007	231950	111711	50088	8949	11488	0	0
57	Baumaterialien	102313	181702	321	0	3517491	1793	23138	1352	9240	642258	134007	231950	111711	50088	8949	11488	0	0
58	Baumaterialien	102313	181702	321	0	3517491	1793	23138	1352	9240	642258	134007	231950	111711	50088	8949	11488	0	0
59	Baumaterialien	102313	181702	321	0	3517491	1793	23138	1352	9240	642258	134007	231950	111711	50088	8949	11488	0	0
60	Baumaterialien	102313	181702	321	0	3517491	1793	23138	1352	9240	642258	134007	231950	111711	50088	8949	11488	0	0
61	Baumaterialien	102313	181702	321	0	3517491	1793	23138	1352	9240	642258	134007	231950	111711	50088	8949	11488	0	0
62	Baumaterialien	102313	181702	321	0	3517491	1793	23138	1352	9240	642258	134007	231950	111711	50088	8949	11488	0	0
63	Baumaterialien	102313	181702	321	0	3517491	1793	23138	1352	9240	642258	134007	231950	111711	50088	8949	11488	0	0
64	Baumaterialien	102313	181702	321	0	3517491	1793	23138	1352	9240	642258	134007	231950	111711	50088	8949	11488	0	0
65	Baumaterialien	102313	181702	321	0	3517491	1793	23138	1352	9240	642258	134007	231950	111711	50088	8949	11488	0	0
66	Baumaterialien	102313	181702	321	0	3517491	1793	23138	1352	9240	642258	134007	231950	111711	50088	8949	11488	0	0
67	Baumaterialien	102313	181702	321	0	3517491	1793	23138	1352	9240	642258	134007	231950	111711	50088	8949	11488	0	0
68	Baumaterialien	102313	181702	321	0	3517491	1793	23138	1352	9240	642258	134007	231950	111711	50088	8949	11488	0	0
69	Baumaterialien	102313	181702	321	0	3517491	1793	23138	1352	9240	642258	134007	231950	111711	50088	8949	11488	0	0
70	Baumaterialien	102313	181702	321	0	3517491	1793	23138	1352	9240	642258	134007	231950	111711	50088	8949	11488	0	0
71	Baumaterialien	102313	181702	321	0	3517491	1793	23138	1352	9240	642258	134007	231950	111711	50088	8949	11488	0	0
72	Baumaterialien	102313	181702	321	0	3517491	1793	23138	1352	9240	642258	134007	231950	111711	50088	8949	11488	0	0
73	Baumaterialien	102313	181702	321	0	3517491	1793	23138	1352	9240	642258	134007	231950	111711	50088	8949	11488	0	0
74	Baumaterialien	102313	181702	321	0	3517491	1793	23138	1352	9240	642258	134007	231950	111711	50088	8949	11488	0	0
75	Baumaterialien	102313	181702	321	0	3517491	1793	23138	1352	9240	642258	134007	231950	111711	50088	8949	11488	0	0
76	Baumaterialien	102313	181702	321	0	3517491	1793	23138	1352	9240	642258	134007	231950	111711	50088	8949	11488	0	

Einerseits kann man den Unterschied zwischen der *Flow-Matrix*, die durch den Algorithmus von Almon berechnet wird und der *publizierten Flow-Matrix* dadurch aufzeigen, indem man die relative Abweichung zur *publizierten Flow-Matrix* angibt. Hier lässt sich die gütermäßige Abweichung zum Original gut erkennen.

Ein negatives Vorzeichen in der Relationsmatrix bedeutet, dass die durch den Almon Algorithmus berechneten Werte der *Flow-Matrix* kleiner als die *publizierten Elemente der Flow-Matrix* sind.

Die positiven Elemente geben somit die prozentuell zu große Abweichung bezogen auf die Werte der *publizierten Flow-Matrix* an.

„NaN“ in der Relationsmatrix bedeutet, dass hier „0/0“ dividiert wird, hier besteht kein relativer Unterschied zwischen den Flow-Matrizen.

-100 gibt an, dass der Eintrag in der *Flow-Matrix*, der durch den Algorithmus von Almon ermittelt wird, null ist. (Es liegt hier nur ein Eintrag in der *publizierten Version der Flow-Matrix* vor.)

Bei „Inf“ ist der Wert in der *publizierten Flow-Matrix* null, ein Eintrag in der *Flow-Matrix*, der durch den Algorithmus von Almon berechnet wird, ist vorhanden.

Insgesamt weist die Relationsmatrix 565 (18,7 Prozent) Einträge an „NaN“, 177 (5,9 Prozent) an -100 und 23 (0,8 Prozent) an „Inf“ aus.

Andererseits ist es sinnvoll den Unterschied bezogen auf die Zeilensumme der *publizierten Flow-Matrix* zu berechnen, falls man die größten Abweichungen erfassen möchte.

Beispielsweise ergibt sich, wie die folgende Relationsmatrix zeigt, die größte Abweichung für das Gut Leder und Lederwaren als Input für Textilien. Hier beträgt die relative Abweichung 20778,1 Prozent.

Betrachtet man die Abweichung des Gutes Leder und Lederwaren bezogen auf die Summe all der Leder und Lederwaren, die in der Produktion der verschiedenen Gütern zum Einsatz kommt, so beträgt deren Anteil 16 Prozent. Da der Wert groß ist, besteht hier ein maßgeblicher Unterschied zur publizierten Version.

Ebenso beträgt dieser gemessene Unterschied beim Input von Leder und Lederwaren für Möbel, Schmuck, Musikinstrumente, Sportgeräte u.a. -16,5 Prozent, wobei hier der relative Unterschied -80 Prozent ausmacht.

Das Gut Möbel, Schmuck, Musikinstrumente, Sportgeräte u.a. als Input für Textilien weist ebenso eine große relative Abweichung auf, sie beträgt 18505,3 Prozent. Der Unterschied gemessen am gesamten Ausmaß der Inputs an Möbel, Schmuck, Musikinstrumente, Sportgeräte für Textilien beträgt 5,3 Prozent.

NaN ... "0.0" kein relativer Unterschied

Der relative Unterschied zwischen der Flow-Matrix, die durch den Algorithmus von Almon ermittelt wird und der publizierten Flow-Matrix in %,

Güter/Komponenten x Güter/Kategorien		01	10	11	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
		Endergebnisse d. Luf-wirtschaft, Jagd u. Fischerei (1)	Körte und Torf (1)	Erdöl und Erdgas, Erze (1)	Steine und Erden	Nahrungsmittel sowie Getränke	Tabakerzeugnisse	Textilien	Bekleidung	Leder und Lederwaren	Holz, Kork und Flechtwaren	Papier, Pappe und Waren daraus	Metall- und Druckerezeugnisse	Mineralerzeugnisse	Chemische Erzeugnisse	Gummi- und Kunststoffwaren	Glas, Keramik, beschaltete Steine und Erden	Metalle und Halbzug daraus	Metallerzeugnisse	Maschinen
01	Endergebnisse d. Luf-wirtschaft, Jagd u. Fischerei (1)	19.55	NaN	-0.33	-100.00	7.65	0.53	-0.06	-60.46	-0.56	1.13	0.52	-100.00	-20.55	-61.22	-15.80	-4.48	-4.16	-100.00	-100.00
10	Körte und Torf (1)	19.04	NaN	NaN	NaN	-100.00	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	0.07	NaN	NaN	-79.65	NaN	-1.78	NaN	NaN	NaN
11	Erdöl und Erdgas, Erze (1)	NaN	NaN	-1.05	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	10.50	-53.47	NaN	-1.13	-1.38	NaN	NaN
14	Steine und Erden	12.83	NaN	2.99	1.31	-1.10	NaN	NaN	NaN	NaN	-100.00	0.45	NaN	NaN	NaN	NaN	1.20	-0.22	-100.00	-100.00
15	Nahrungsmittel und Futtermittel sowie Getränke	-32.26	NaN	-1.31	-75.89	3.51	1.39	-4.54	-100.00	0.61	-100.00	0.42	-11.85	-100.00	0.48	-100.00	-49.86	-4.18	-38.99	-56.63
16	Tabakerzeugnisse	NaN	NaN	NaN	NaN	0	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
17	Textilien	14.52	NaN	14.52	-100.00	4.43	3.97	0.05	3.38	-0.05	0.04	0.28	-2.48	-100.00	2.19	0.08	-0.16	3.43	-10.01	-0.15
18	Bekleidung	26.84	NaN	14.52	-100.00	4.43	3.97	0.05	3.38	-0.05	0.04	0.28	-2.48	-100.00	2.19	0.08	-0.16	3.43	-10.01	-0.15
19	Leder und Lederwaren	26.84	NaN	14.52	-100.00	4.43	3.97	0.05	3.38	-0.05	0.04	0.28	-2.48	-100.00	2.19	0.08	-0.16	3.43	-10.01	-0.15
20	Holz sowie Holz-, Kork- und Flechtwaren	-3.64	-68.09	-1.03	-51.10	-43.11	3.57	-100.00	-22.78	-1.84	-1.22	0.01	-100.00	NaN	-0.39	-100.00	-0.77	0.35	-100.00	-2.51
21	Papier, Pappe und Waren daraus	-100.00	-7.14	-15.38	-0.07	3.92	0.07	-3.26	0.14	0.05	-100.00	0.15	-0.24	-100.00	0.16	0.04	0.05	0.12	-0.44	-0.07
22	Verlags- und Druckerezeugnisse	48.08	10.81	-100.00	0	6.39	0.03	-6.49	0.13	0.02	-0.10	0.84	-8.13	-100.00	0.85	2.31	-0.01	0.04	-1.81	-0.07
23	Mineralerzeugnisse	15.59	0.38	0.12	0.21	-26.96	-100.00	-2.74	1.03	0.85	0.27	0.88	-2.03	2.23	-0.04	0.90	0.23	0.22	1.03	0.23
24	Chemische Erzeugnisse	43.62	-0.16	-0.28	-10.04	6.34	-3.81	-24.32	0.27	-0.02	-0.89	0.09	-1.23	-100.00	4.24	-0.01	-0.16	0.07	-1.86	-0.02
25	Gummi- und Kunststoffwaren	9.23	NaN	-1.01	-1.00	-1.17	NaN	-40.82	NaN	-0.02	-0.13	0.67	NaN	NaN	0.32	0.40	0.36	0.17	3.85	0.19
26	Glas, Keramik, beschaltete Steine und Erden	-100.00	NaN	-0.08	-39.41	-100.00	NaN	-100.00	NaN	1.00	-5.75	-100.00	-100.00	NaN	-1.81	-100.00	0.77	0.31	9.22	-0.97
27	Metalle und Halbzug daraus	-1.43	0.23	0	-0.08	1.73	-0.05	-26.44	0.41	-0.01	3.09	2.44	-1.79	-43.30	3.74	-0.29	1.11	-0.58	0.71	-0.06
28	Maschinen	14.79	0.15	0.17	0.12	-17.91	0.12	-1.72	0.21	0.15	0.09	0.19	1.02	-70.74	-2.99	0.19	0.10	0.19	4.79	0.08
29	Metallerzeugnisse	8.02	NaN	-0.62	0.47	-1.46	0	-5.96	0	0	0.26	-1.02	-2.67	-45.08	3.15	-0.14	0.83	-0.38	1.39	0.02
30	Sonstige Fahrzeug- und Transportmittel	30.51	NaN	-0.42	NaN	-43.59	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
31	Sonstige Fahrzeug- und Transportmittel	30.51	NaN	-0.42	NaN	-43.59	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
32	Nachrichtsmittel, Rundfunk u. Fernseh- u. elektr. Übertragungs- u. Transportmittel	-1.67	NaN	NaN	0	1.66	NaN	-100.00	NaN	NaN	1.19	-0.66	-100.00	-100.00	0.60	0	1.01	0.17	2.83	-1.27
33	Medizinisch-, mess-, regeltechnische u. opt. Erzt. Uhren	30.51	NaN	-0.42	NaN	-43.59	NaN	NaN	NaN	NaN	-2.91	NaN	NaN	NaN	-100.00	NaN	-1.09	NaN	NaN	-3.51
34	Kraftwagen und Kraftwagenanhänger	30.51	NaN	-0.42	NaN	-43.59	NaN	NaN	NaN	NaN	-2.91	NaN	NaN	NaN	-100.00	NaN	-1.09	NaN	NaN	-3.51
35	Sonstige Fahrzeuge	30.51	NaN	-0.42	NaN	-43.59	NaN	NaN	NaN	NaN	-2.91	NaN	NaN	NaN	-100.00	NaN	-1.09	NaN	NaN	-3.51
36	Wasser, Schmelz-, Wasserkraft, Wasserkraft u. a.	1.22	0.20	-0.27	-0.02	0.71	0	-1.29	0.15	0	-0.01	0.64	-1.36	-100.00	1.06	0.00	-0.01	-0.00	0.43	-0.09
37	Wasser und DL der Wasserversorgung	1.22	0.20	-0.27	-0.02	0.71	0	-1.29	0.15	0	-0.01	0.64	-1.36	-100.00	1.06	0.00	-0.01	-0.00	0.43	-0.09
38	Wasser und DL der Wasserversorgung	1.22	0.20	-0.27	-0.02	0.71	0	-1.29	0.15	0	-0.01	0.64	-1.36	-100.00	1.06	0.00	-0.01	-0.00	0.43	-0.09
39	Wasser und DL der Wasserversorgung	1.22	0.20	-0.27	-0.02	0.71	0	-1.29	0.15	0	-0.01	0.64	-1.36	-100.00	1.06	0.00	-0.01	-0.00	0.43	-0.09
40	Wasser und DL der Wasserversorgung	1.22	0.20	-0.27	-0.02	0.71	0	-1.29	0.15	0	-0.01	0.64	-1.36	-100.00	1.06	0.00	-0.01	-0.00	0.43	-0.09
41	Wasser und DL der Wasserversorgung	1.22	0.20	-0.27	-0.02	0.71	0	-1.29	0.15	0	-0.01	0.64	-1.36	-100.00	1.06	0.00	-0.01	-0.00	0.43	-0.09
42	Wasser und DL der Wasserversorgung	1.22	0.20	-0.27	-0.02	0.71	0	-1.29	0.15	0	-0.01	0.64	-1.36	-100.00	1.06	0.00	-0.01	-0.00	0.43	-0.09
43	Wasser und DL der Wasserversorgung	1.22	0.20	-0.27	-0.02	0.71	0	-1.29	0.15	0	-0.01	0.64	-1.36	-100.00	1.06	0.00	-0.01	-0.00	0.43	-0.09
44	Wasser und DL der Wasserversorgung	1.22	0.20	-0.27	-0.02	0.71	0	-1.29	0.15	0	-0.01	0.64	-1.36	-100.00	1.06	0.00	-0.01	-0.00	0.43	-0.09
45	Wasser und DL der Wasserversorgung	1.22	0.20	-0.27	-0.02	0.71	0	-1.29	0.15	0	-0.01	0.64	-1.36	-100.00	1.06	0.00	-0.01	-0.00	0.43	-0.09
46	Wasser und DL der Wasserversorgung	1.22	0.20	-0.27	-0.02	0.71	0	-1.29	0.15	0	-0.01	0.64	-1.36	-100.00	1.06	0.00	-0.01	-0.00	0.43	-0.09
47	Wasser und DL der Wasserversorgung	1.22	0.20	-0.27	-0.02	0.71	0	-1.29	0.15	0	-0.01	0.64	-1.36	-100.00	1.06	0.00	-0.01	-0.00	0.43	-0.09
48	Wasser und DL der Wasserversorgung	1.22	0.20	-0.27	-0.02	0.71	0	-1.29	0.15	0	-0.01	0.64	-1.36	-100.00	1.06	0.00	-0.01	-0.00	0.43	-0.09
49	Wasser und DL der Wasserversorgung	1.22	0.20	-0.27	-0.02	0.71	0	-1.29	0.15	0	-0.01	0.64	-1.36	-100.00	1.06	0.00	-0.01	-0.00	0.43	-0.09
50	Wasser und DL der Wasserversorgung	1.22	0.20	-0.27	-0.02	0.71	0	-1.29	0.15	0	-0.01	0.64	-1.36	-100.00	1.06	0.00	-0.01	-0.00	0.43	-0.09
51	Wasser und DL der Wasserversorgung	1.22	0.20	-0.27	-0.02	0.71	0	-1.29	0.15	0	-0.01	0.64	-1.36	-100.00	1.06	0.00	-0.01	-0.00	0.43	-0.09
52	Wasser und DL der Wasserversorgung	1.22	0.20	-0.27	-0.02	0.71	0	-1.29	0.15	0	-0.01	0.64	-1.36	-100.00	1.06	0.00	-0.01	-0.00	0.43	-0.09
53	Wasser und DL der Wasserversorgung	1.22	0.20	-0.27	-0.02	0.71	0	-1.29	0.15	0	-0.01	0.64	-1.36	-100.00	1.06	0.00	-0.01	-0.00	0.43	-0.09
54	Wasser und DL der Wasserversorgung	1.22	0.20	-0.27	-0.02	0.71	0	-1.29	0.15	0	-0.01	0.64	-1.36	-100.00	1.06	0.00	-0.01	-0.00	0.43	-0.09
55	Wasser und DL der Wasserversorgung	1.22	0.20	-0.27	-0.02	0.71	0	-1.29	0.15	0	-0.01	0.64	-1.36	-100.00	1.06	0.00	-0.01	-0.00	0.43	-0.09
56	Wasser und DL der Wasserversorgung	1.22	0.20	-0.27	-0.02	0.71	0	-1.29	0.15	0	-0.01	0.64	-1.36	-100.00	1.06	0.00	-0.01	-0.00	0.43	-0.09
57	Wasser und DL der Wasserversorgung	1.22	0.20	-0.27	-0.02	0.71	0	-1.29	0.15	0	-0.01	0.64	-1.36	-100.00	1.06	0.00	-0.01	-0.00	0.43	-0.09
58	Wasser und DL der Wasserversorgung	1.22	0.20	-0.27	-0.02	0.71	0	-1.29	0.15	0	-0.01	0.64	-1.36	-100.00	1.06	0.00	-0.01	-0.00	0.43	-0.09
59	Wasser und DL der Wasserversorgung	1.22	0.20	-0.27	-0.02	0.71	0	-1.29	0.15	0	-0.01	0.64	-1.36	-100.00	1.06	0.00	-0.01	-0.00	0.43	-0.09
60	Wasser und DL der Wasserversorgung	1.22	0.20	-0.27	-0.02	0.71	0	-1.29	0.15	0	-0.01	0.64	-1.36	-100.00	1.06	0.00	-0.01	-0.00	0.43	-0.09
61	Wasser und DL der Wasserversorgung	1.22	0.20	-0.27	-0.02	0.71	0	-1.29	0.15	0	-0.01	0.64	-1.36	-100.00	1.06	0.00	-0.01	-0.00	0.43	-0.09
62	Wasser und DL der Wasserversorgung	1.22	0.20	-0.27	-0.02	0.71	0	-1.29	0.15	0	-0.01	0.64	-1.36	-100.00	1.06	0.00	-0.01	-0.00	0.43	-0.09
63	Wasser und DL der Wasserversorgung	1.22	0.20	-0.27	-0.02	0.71	0	-1.29	0.15	0	-0.01	0.64	-1.36	-100.00	1.06	0.00	-0.01	-0.00	0.43	-0.09
64	Wasser und DL der Wasserversorgung	1.22	0.20	-0.27	-0.02	0.71	0	-1.29	0.15	0	-0.01	0.64	-1.36	-100.00	1.06	0.00	-0.01	-0.00	0.43	-0.09
65	Wasser und DL der Wasserversorgung	1.22	0.20	-0.27	-0.02	0.71	0	-1.29	0.15	0	-0.01	0.64	-1.36	-100.00	1.06	0.00	-0.01	-0.00	0.43	-0.09
66	Wasser und DL der Wasserversorgung	1.22	0.20	-0.27	-0.02	0.71	0	-1.29	0.15	0	-0.01	0.64	-1.36	-100.00	1.06	0.00	-0.01	-0.00	0.43	-0.09
67	Wasser und DL der Wasserversorgung	1.22	0.20	-0.27	-0.02	0.71	0	-1.29	0.15	0	-0.01	0.64	-1.36	-100.00	1.06	0.00	-0.01	-0.00	0.43	-0.09
68	Wasser und DL der Wasserversorgung	1.22	0.20	-0.27	-0.02	0.71	0	-1.29	0.15	0	-0.01	0.64	-1.36	-100.00	1.06	0.00	-0.01	-0.00	0.43	-0.09
69	Wasser und DL der Wasserversorgung	1.22	0.20	-0.27	-0.02	0.71	0	-1.29	0.15	0	-0.01	0.64	-1.36	-100.00	1.06	0.00	-0.01	-0.00	0.43	-0.09
70	Wasser und DL der Wasserversorgung	1.22	0.20	-0.27	-0.02	0.71	0	-1.29	0.15	0	-0.01	0.64	-1.36	-100.00	1.06	0.00	-0.01	-0.00	0.43	-0.09
71	Wasser und DL der Wasserversorgung	1.22	0.20	-0.27	-0.02	0.71	0	-1.29	0.15	0	-0.01	0.64	-1.36	-100.00	1.06	0.00	-0.01	-0.00	0.43	-0.09
72	Wasser und DL der Wasserversorgung	1.22	0.20	-0.27	-0.02	0.71	0	-1.29	0.15	0	-0.01	0.64	-1.36	-100.00	1.06	0.00	-0.01	-0.00	0.43	-0.09
73	Wasser und DL der Wasserversorgung	1.22	0.20	-0.27	-0.02	0.71	0	-1.29	0.15	0	-0.01	0.64	-1.36	-100.00	1.06	0.00	-0.01	-0.00	0.43	-0.09
74	Wasser und DL der Wass																			

[illegible]

79

Güter/komponenten x Güter/kategorien		64	65	66	DL der Vermögensgegenstände (ohne Sozialversicherung)	70	DL des Kredit- u. Versicherungswesens	71	DL der EDV und Datenbanken	72	73	Unternehmensbezogene Dienstleistungen	74	DL der öffentl. Verwaltung, Verflechtung u. Dienstleistungen	75	80	85	90	DL v. interessensverknüpfte Aktivitäten	91	92	Kultur-, Sport- und Unterhaltungs-DL	93	95
01	Energiegründe d. Luftwirtsch. Jährl. u. Fischer (1)	-7,87	-0,05	NaN	NaN	-1,22	NaN	-100,00	26,32	-100,00	0,17	1,39	0,44	NaN	0,17	-49,13	-12,50	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
11	Kohle und Torf	1,43	NaN	NaN	NaN	1,68	8,33	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	1,64	1,65	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
14	Erde und Erzeugnisse (1)	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
15	Steine und Erzeugnisse	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
16	Nahrungsmittel und Futtermittel sowie Getränke	236,42	1,80	NaN	NaN	-1,00	-100,00	8,08	0	-100,00	23,80	1,84	1,84	-100,00	1,68	-100,00	-100,00	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
17	Textilien	0,57	0,10	NaN	NaN	-1,12	-4,51	-100,00	-0,83	-4,30	0,15	0,20	0,15	-1,05	0,93	-1,47	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
18	Bekleidung	0,01	9,72	9,71	9,76	9,70	9,88	-100,00	10,22	9,67	0,53	0,82	0,50	9,91	9,81	9,78	10,43	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
19	Leider und Lederwaren	NaN	-0,13	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	-4,98	0,87	1,20	0,71	-1,89	57,14	-0,48	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
20	Holz sowie Holz, Kork- und Flechtwaren	-100,00	-0,08	NaN	NaN	-2,10	NaN	-10,39	5,05	-15,37	2,12	0,19	-0,08	-0,39	0,31	-0,83	-0,02	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
21	Papier, Papp- und Waren daraus	-100,00	-0,06	NaN	NaN	0,02	0,01	5,15	-0,13	0,29	17,51	0,04	0,03	0	7,72	-0,05	-0,02	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
22	Metalle und Metallgegenstände	8,26	0,29	NaN	NaN	0,24	0,24	0,19	0,19	0,19	19,08	0,29	0,24	0,24	0,24	0,24	0,24	0,24	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
23	Chemische Erzeugnisse	-49,51	-0,01	NaN	NaN	-0,14	-0,09	-0,13	-100,00	-0,17	-0,72	4,61	-0,04	-0,07	0,68	-0,07	-0,06	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
24	Gummi, Kautschukwaren	-5,89	-0,02	NaN	NaN	0,03	-0,01	0,25	0,05	0,33	-4,53	9,25	0,59	0,52	0,13	0,38	-0,22	-0,95	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
25	Glas, Keramik, kunstbesch. Steine und Erden	-19,21	NaN	NaN	NaN	-1,97	-100,00	NaN	0,33	-4,53	9,25	0,59	0,52	0,13	0,38	-0,22	-0,95	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
26	Metalle und Halbzeug daraus	-2,18	-0,02	NaN	NaN	-0,02	0,18	-14,03	-0,02	-4,26	0,26	0,02	-0,02	-0,04	0,13	0	-100,00	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
27	Metallgegenstände	0,01	0,03	NaN	NaN	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
30	Baumaterialien, EDV-Güter und Einrichtungen	0,40	-0,03	NaN	NaN	-0,02	0,26	0,05	0	0,23	0,77	-0,02	0,04	0,11	0,11	-0,03	-0,02	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
31	Güter der Einzelhandelsverteilung und -verteilung	-4,33	NaN	NaN	NaN	-1,42	NaN	-2,22	-1,65	1,77	0,56	1,24	0,26	NaN	1,62	0,20	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
32	Nahrungsmittel, mass. regeltechnische u. opt. Erzf. Utens.	-8,43	-0,84	NaN	NaN	-0,68	-1,05	0	0,01	1,20	0,24	0,26	NaN	0,44	0,15	0,63	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
33	Medizinisch, mass. regeltechnische u. opt. Erzf. Utens.	-84	NaN	NaN	NaN	-3,04	-1,88	-2,91	NaN	NaN	2,95	0	-0,89	0,40	0,23	-2,77	-1,42	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
34	Kraftwagen und Kraftwagenzuteile	-100,00	NaN	NaN	NaN	1,03	-1,21	1,78	0,07	1,27	0,13	0,05	1,03	1,03	1,03	1,03	1,03	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
35	Schiff, Seefahrtsmittel, Sportgeräte u.a.	1,11	1,15	1,09	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
36	DL des öffentlichen Gesundheitswesens	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
37	Dienstleistungen der Rückgewinnung	-0,80	-0,02	-0,03	NaN	-0,02	-0,01	0,39	-0,14	-0,11	0,61	-0,02	-0,02	-0,03	0,04	-0,02	-0,01	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
40	Energie und DL der Energieversorgung	-1,59	-0,08	-0,07	NaN	-0,07	-0,06	0	-0,20	0,01	1,43	-0,07	-0,06	-0,05	-0,04	-0,07	-0,05	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
45	Baumaterialien	-0,37	-0,05	NaN	NaN	0,24	1,48	-0,44	0	-0,67	0,77	-0,05	-0,06	-0,05	-0,04	-0,05	-0,06	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
46	Handelsleistungen m. Kfg. v. Kfg. Transportleistungen	-0,62	-0,05	-0,05	NaN	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
47	Handelsleistungen m. Kfg. v. Kfg. Transportleistungen	-0,62	-0,05	-0,05	NaN	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
51	Einzelhandelsleistungen: Reparatur- u. Gebrauchsgüter	-0,05	-0,04	-0,05	NaN	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
52	Einzelhandelsleistungen: Reparatur- u. Gebrauchsgüter	-0,05	-0,04	-0,05	NaN	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
54	Einzelhandelsleistungen: Reparatur- u. Gebrauchsgüter	-0,05	-0,04	-0,05	NaN	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
55	Einzelhandelsleistungen: Reparatur- u. Gebrauchsgüter	-0,05	-0,04	-0,05	NaN	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
56	Einzelhandelsleistungen: Reparatur- u. Gebrauchsgüter	-0,05	-0,04	-0,05	NaN	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
57	Einzelhandelsleistungen: Reparatur- u. Gebrauchsgüter	-0,05	-0,04	-0,05	NaN	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
58	Einzelhandelsleistungen: Reparatur- u. Gebrauchsgüter	-0,05	-0,04	-0,05	NaN	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
59	Einzelhandelsleistungen: Reparatur- u. Gebrauchsgüter	-0,05	-0,04	-0,05	NaN	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
60	Einzelhandelsleistungen: Reparatur- u. Gebrauchsgüter	-0,05	-0,04	-0,05	NaN	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
61	Einzelhandelsleistungen: Reparatur- u. Gebrauchsgüter	-0,05	-0,04	-0,05	NaN	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
62	Einzelhandelsleistungen: Reparatur- u. Gebrauchsgüter	-0,05	-0,04	-0,05	NaN	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
63	Einzelhandelsleistungen: Reparatur- u. Gebrauchsgüter	-0,05	-0,04	-0,05	NaN	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
64	Einzelhandelsleistungen: Reparatur- u. Gebrauchsgüter	-0,05	-0,04	-0,05	NaN	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
65	Einzelhandelsleistungen: Reparatur- u. Gebrauchsgüter	-0,05	-0,04	-0,05	NaN	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
66	Einzelhandelsleistungen: Reparatur- u. Gebrauchsgüter	-0,05	-0,04	-0,05	NaN	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
67	Einzelhandelsleistungen: Reparatur- u. Gebrauchsgüter	-0,05	-0,04	-0,05	NaN	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
68	Einzelhandelsleistungen: Reparatur- u. Gebrauchsgüter	-0,05	-0,04	-0,05	NaN	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
69	Einzelhandelsleistungen: Reparatur- u. Gebrauchsgüter	-0,05	-0,04	-0,05	NaN	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
70	Einzelhandelsleistungen: Reparatur- u. Gebrauchsgüter	-0,05	-0,04	-0,05	NaN	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
71	Einzelhandelsleistungen: Reparatur- u. Gebrauchsgüter	-0,05	-0,04	-0,05	NaN	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
72	Einzelhandelsleistungen: Reparatur- u. Gebrauchsgüter	-0,05	-0,04	-0,05	NaN	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
73	Einzelhandelsleistungen: Reparatur- u. Gebrauchsgüter	-0,05	-0,04	-0,05	NaN	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
74	Einzelhandelsleistungen: Reparatur- u. Gebrauchsgüter	-0,05	-0,04	-0,05	NaN	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
75	Einzelhandelsleistungen: Reparatur- u. Gebrauchsgüter	-0,05	-0,04	-0,05	NaN	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
76	Einzelhandelsleistungen: Reparatur- u. Gebrauchsgüter	-0,05	-0,04	-0,05	NaN	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
77	Einzelhandelsleistungen: Reparatur- u. Gebrauchsgüter	-0,05	-0,04	-0,05	NaN	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
78	Einzelhandelsleistungen: Reparatur- u. Gebrauchsgüter	-0,05	-0,04	-0,05	NaN	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
79	Einzelhandelsleistungen: Reparatur- u. Gebrauchsgüter	-0,05	-0,04	-0,05	NaN	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
80	Einzelhandelsleistungen: Reparatur- u. Gebrauchsgüter	-0,05	-0,04	-0,05	NaN	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
81	Einzelhandelsleistungen: Reparatur- u. Gebrauchsgüter	-0,05	-0,04	-0,05	NaN	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
82	Einzelhandelsleistungen: Reparatur- u. Gebrauchsgüter	-0,05	-0,04	-0,05	NaN	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05	-0,05								

Abbildung 4.6: Die Relationsmatrix, bezogen auf den Algorithmus von Almon - Seite 3

Möchte man eine vorab Information der Flow-Matrix aus dem Jahr 1995 in Form einer unteren Schranken-Matrix B miteinfließen lassen, so ergibt sich durch Anwenden des erweiterten Algorithmus von Almon eine neue *Flow-Matrix*.

Hierbei erfolgt größtenteils eine bessere Anpassung an die *publizierten Daten* als dies beim Algorithmus von Almon der Fall ist, da sich manche Daten innerhalb der 5 Jahre nicht allzu sehr verändert haben.

Adaptiert man die Elemente in der unteren Schranken-Matrix B , bei denen zu vermuten ist, dass sich die Werte wesentlich geändert haben könnten, so kann man dadurch eine noch bessere Anpassung an die *publizierte Flow-Matrix* erreichen.

Die Qualität der Ergebnisse der Flow-Matrizen hängt wesentlich davon ab, wie viel Zusatzinformation exogen integriert werden kann. Oft betreffen exogene Eingriffe Einzelunternehmen. Aufgrund der statistischen Geheimhaltung dürfen die Details für die Schätzung nicht offen gelegt werden.

[11, vgl. S.197]

Die durch den erweiterten Algorithmus von Almon berechnete Flow-Matrix R ,
mit der Flow-Matrix aus dem Jahr 1995 als untere Schranken-Matrix B zu Herstellungspreisen,
inländische Produktion und Importe

Güter/Komponenten x Güter/Kategorien	Ländernde Preise, in Tausender €																		
	01	10	11	14	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	
Ergänze d. Luft-wirtschaft, Jagd u. Fischerei (1)	1327909	26	307	73	2922314	61721	44513	1381	41268	702315	280721	0	73	118	29142	2762	3554	0	145
Kohle und Torf	2320	0	0	0	0	0	0	0	0	0	14026	0	0	95004	0	9789	0	0	0
Erdöl und Erdgas (Erz (1))	0	0	33419	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	9893	0	8903	252962	0	0
Steine und Erden	4664	0	486	33950	13108	0	0	0	0	0	48459	0	0	172878	0	21743	12173	73	0
Metall- und Mineralerzeugnisse	399935	0	762	21709216	1754	7173	363	99511	145	27027	615	778	90399	0	727	2619	788	618	0
Textilerzeugnisse	78	0	0	0	0	9116	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Textilien	5160	0	71	0	9384	39	688139	318328	8498	27745	17308	5212	438	20856	48818	16089	1063	12411	19369
Bekleidung	8453	3	1175	394	0	7195	0	268952	5695	827	1744	145	0	929	926	1183	5087	2302	2943
Leider und Lederwaren	1079	0	8	0	7195	0	60862	2471	268952	5695	827	231	0	73	0	0	410	145	172
Holz sowie Holz, Kork- und Flechtwaren	19488	73	913	1599	3198	87	1718	218	315	167952	308530	169673	0	8890	34159	39570	27889	1090	16273
Metall- und Holzzeug	135229	53	10	1401	109955	7831	8693	8904	9940	17097	2352	50184	3125	68482	10654	23909	10087	1638	5108
Verlage- und Druckzeugnisse	135229	391	2382	29095	51491	0	8410	1768	772	28005	5827	5221	0	202882	7402	72121	263494	20197	17332
Mineralerzeugnisse	208815	4	12792	37416	76926	4241	221902	1671	32860	103294	29438	33387	1907353	1037310	133967	195226	177018	98485	98485
Gummi- und Kunststoffwaren	14389	653	357	12706	177000	658	16223	10603	32390	24687	24536	51048	1671	10794	214029	32957	29023	173129	380512
Glas, Keramik, bearbeitete Steine und Erden	18271	0	1014	19290	59448	0	2293	0	0	30849	3020	0	0	51992	28520	640952	94496	24627	21197
Metall- und Holzzeug	14533	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	51992	28520	640952	94496	24627	21197
Maschinen	45232	412	1860	9175	153882	3769	5489	7787	12402	62148	4243	16922	1889	51832	70596	24253	21739	331539	111594
Maschinen	135091	2738	41235	38780	86322	811	24863	11694	8904	44823	76888	25331	54402	729888	40375	89994	86713	33848	191844
Burmaschinen, EDV-Geräte und -Einrichtungen	73	0	0	0	2209	0	0	0	28	0	1023	0	73	291	0	0	363	145	95813
Geräte der Elektrizitätserzeugung und -verteilung	12680	165	2294	8504	32286	385	6829	1487	2092	19533	22311	12407	1817	25066	14317	22383	41010	40979	411921
Nachrichtn., Rundfunk- u. FS-Geräte, elektr. Baueile	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	615	102332
Medizinisch-, mess-, regeltechnische u. opt. Erz., Uhren	259	0	0	149	2035	0	145	0	0	829	1208	218	73	485	2289	1381	14721	18801	10711
Medizinisch-, mess-, regeltechnische u. opt. Erz., Uhren	4670	0	144	0	1906	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	827
Sonstige Erzeugnisse	584	0	0	96	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	827
Möbel, Schmuck, Musikinstrumente, Sportgeräte u.a.	4542	105	239	1025	12199	291	53440	4288	2219	9486	3011	14088	727	3035	5192	7400	3270	1889	9953
Dienstleistungen der Rückgewinnung	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	307	0	0	0	60671	22431	168914	0	0
Energie und DL der Energieversorgung	6942	1453	12700	46796	185419	2108	41862	6952	8249	76016	197891	37220	6395	179770	61135	144205	154713	67966	63539
Wasser und DL der Wasserversorgung	5393	15	127	73	9126	89	1188	228	154	899	1124	1250	73	5407	1212	2180	3220	2868	2317
Handelsleistungen u. Kfz. Rep. u. Kfz. Tankstelleneinr.	3534	129	3842	10460	43894	599	3860	181	2019	24484	8277	5740	2039	10278	5123	28234	6781	537	17862
Handelsleistungen u. Großhandelsleistungen	230762	478	7766	30014	634984	8000	170313	72946	41392	232436	142663	181368	26090	378577	256188	138640	17843	304523	73053
Einzelhandelsleistungen; Reparatur- u. Gebrauchsg.	120481	214	616	4893	99520	2387	8857	28898	7566	295996	7819	9051	308	9606	16193	10751	8884	11196	10862
Betriebsleistungen; Dienstleistungen	3839	97	0	5489	50217	2452	7558	9741	3093	15621	11545	3038	1090	3763	9403	17732	16350	36708	69880
Unternehmens- u. Gastdienstleistungen	32888	68	621	118478	244955	3498	99018	7776	10078	187008	334200	97799	27010	223360	78213	349239	299988	165011	135243
Transportleistungen; Transportleistungen	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Informationsleistungen	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
DL der Informations- u. Kommunikationsleistungen	581	50	0	2226	20022	740	4826	2426	1743	2495	6318	3384	1298	17485	4430	13263	7703	17511	28813
DL bezüglich Hilfs- u. Nebentätigkeiten für den Verkehr	1192	22	0	12681	61380	1103	8294	2314	1919	23363	35512	13838	13862	31577	11705	31531	31063	25520	35969
Nachrichtenübermittlungsleistungen	23414	131	496	8351	43334	493	10515	9357	3628	24706	22476	32196	1526	34242	20738	23878	23872	40963	83145
DL der Versicherungen (ohne Sozialversicherung)	945	242	752	7829	69182	3454	17761	7522	4682	43465	37001	22101	2966	56600	19344	97143	40771	50970	98779
DL der Kreditinstitute, FISM	26762	244	452	4446	20625	1287	3414	1499	1308	16651	12571	5198	1899	17990	8948	14568	11666	11529	18151
DL des Kredit- u. Versicherungswesens	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
DL der Vermittlung beweglicher Sachen ohne Personal	42771	225	211	14322	87511	1397	18397	2381	4710	37110	29530	78930	2165	4740	4529	53298	3130	8006	11700
DL der EDV und von Datenbanken	1090	293	945	5003	80059	7224	14753	4371	3375	27893	33166	15945	5373	44090	18895	44577	24445	45784	108942
Forschungs- und Entwicklungsleistungen	1873	78	2160	654	22784	291	2253	832	316	5068	4942	3217	7934	41369	6098	9696	7083	10174	10824
Unternehmensbezogene Dienstleistungen	9881	1452	18004	60026	392512	22803	62626	30081	23473	114476	118809	197225	22871	32497	82598	141223	16134	297969	47899
DL der öffentl. Verwaltung, Verteidigung u. Sozialversch.	1509	12	21	2024	4397	193	851	178	292	1576	1859	1623	118	2734	883	2471	1106	2258	3430
DL des öffentlichen Verkehrs	8808	0	58	309	23333	311	560	145	170	826	816	75	2692	216	2692	581	402	106	386
DL des Gesundheits-, Verkehrs- und Sozialwesens	654	348	563	3852	48255	945	9884	3706	314	16539	11369	5168	361	21653	12368	22456	11428	21802	3903
Abwasser-, Abfallbeseitigungs- u. so. Entsorgungsleist.	383	52	65	1114	5010	281	1278	1295	942	3126	3076	73	5889	2395	2989	3634	2842	4303	8995
DL v. Interessenvertretungen, Kirchen u.a.	0	0	0	73	53953	0	381	880	218	380	218	67206	1308	29918	799	1817	50	1140	1363
Kultur-, Sport- und Unterhaltungs-DL	338	0	87	499	1408	0	13018	945	959	483	509	97	320	613	440	654	689	884	1975
Sonstige Dienstleistungen	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Dienstleistungen privater Haushalte	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Abbildung 4.7: Die österreichische Flow-Matrix R von 2000, erstellt durch den erweiterten Algorithmus von Almon - Seite 1

Güterkomponenten x Güterkategorien																	
64	65	66	67	70	71	72	73	74	75	80	85	90	91	92	93	95	
Nachschubleistungsfähigkeit	Kriterien der FISM	Dl. der Versicherung u. Sozialversicherung (Schonung)	Dl. des Kredit- u. Wohnungswesens	Dl. des Grundbesitzes	Dl. der Vermittlung von Sachleistungen	Dl. der EDV Datenbanken	Forschungs- und Entwicklungsleistungen	Internehmensbezogene Dienstleistungen	Dl. der öffentl. Verwaltung, Veränderung u. Sozialwesen	Erziehungs- und Unterrichtungsleistungen	Dl. des Gesundheitswesens, Veterinär- u. Sozialwesen	Abwasser-, Abfallwirtschaft, Interessensvertretungen, Kirchen u.ä.	Dl. v. Kultur-, Sport- und Unterhaltungsleistungen	Sonstige Dienstleistungen	Dienstleistungsleistungen		
01	Erzeugnisse d. Luftwirtschaft, Jagd u. Fischerei (1)	402	1889	618	0	6830	0	21	0	9783	10325	58685	0	4372	759	553	0
02	Korn und Getreide	593	0	10	0	21	13	0	3	240	2075	2286	8193	0	4899	124	247
11	Erde und Erzeugnisse, Erz (1)	0	0	0	0	1588	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
14	Steine und Erden	0	0	0	0	1588	0	1	0	42044	1248	2479	5398	0	1975	257	0
15	Naturerzeugnisse	520	21888	4256	0	678	7194	38	1235	21220	72460	42348	0	24888	1528	0	0
16	Erzeugnisse	376	307	145	0	145	0	0	925	6957	10869	0	0	0	0	127	0
17	Erzeugnisse	3876	307	145	0	3223	0	115	1095	6957	10869	741	1419	9965	0	0	0
18	Bekleidung	16068	4014	1131	314	3639	6037	0	248	7543	33565	3396	37087	509	4587	6785	363
19	Leber und Lederwaren	0	2	1450	0	0	0	0	7543	33565	3396	37087	509	4587	6785	363	0
20	Holz sowie Holz, Kork und Flechtwaren	2	105	0	0	48139	0	318	107	856	24881	5857	15822	1789	2250	5955	7884
21	Papier, Holz und Waren daraus	32	32588	6882	3815	6563	10724	12883	3482	84887	33487	9304	32381	30487	11048	1574	4102
22	Metalle und Erzeugnisse	129	22400	5832	129	22400	5832	129	22400	5832	129	22400	5832	129	22400	5832	129
23	Metalle und Erzeugnisse	1344	1344	1344	1344	1466	2183	10318	1688	37146	88027	40723	104250	28863	33363	13542	10805
24	Chemische Erzeugnisse	4304	12349	3137	734	65539	6095	727	7484	76847	44749	23109	706584	3700	12097	23884	48869
25	Gummi, Kautschukwaren	43460	22952	9719	25966	14520	14520	14520	2082	69046	17883	8471	90500	5889	9509	19334	4347
26	Glas, Keramik, Kunststoffe	3977	0	0	0	13387	0	0	303	11746	49059	3824	40214	767	2132	1768	1978
27	Metalle und Halbfabrikate	444	16337	297	0	760	0	0	0	2549	3260	51420	0	2525	1405	0	0
28	Metalle und Halbfabrikate	444	16337	297	0	760	0	0	0	2549	3260	51420	0	2525	1405	0	0
29	Metalle und Halbfabrikate	4177	6236	291	139	69016	5463	509	818	17620	17716	10857	43438	17217	3546	10382	9785
30	Metalle und Halbfabrikate	4177	6236	291	139	69016	5463	509	818	17620	17716	10857	43438	17217	3546	10382	9785
31	Metalle und Halbfabrikate	4177	6236	291	139	69016	5463	509	818	17620	17716	10857	43438	17217	3546	10382	9785
32	Metalle und Halbfabrikate	4177	6236	291	139	69016	5463	509	818	17620	17716	10857	43438	17217	3546	10382	9785
33	Metalle und Halbfabrikate	4177	6236	291	139	69016	5463	509	818	17620	17716	10857	43438	17217	3546	10382	9785
34	Metalle und Halbfabrikate	4177	6236	291	139	69016	5463	509	818	17620	17716	10857	43438	17217	3546	10382	9785
35	Metalle und Halbfabrikate	4177	6236	291	139	69016	5463	509	818	17620	17716	10857	43438	17217	3546	10382	9785
36	Metalle und Halbfabrikate	4177	6236	291	139	69016	5463	509	818	17620	17716	10857	43438	17217	3546	10382	9785
37	Metalle und Halbfabrikate	4177	6236	291	139	69016	5463	509	818	17620	17716	10857	43438	17217	3546	10382	9785
38	Metalle und Halbfabrikate	4177	6236	291	139	69016	5463	509	818	17620	17716	10857	43438	17217	3546	10382	9785
39	Metalle und Halbfabrikate	4177	6236	291	139	69016	5463	509	818	17620	17716	10857	43438	17217	3546	10382	9785
40	Metalle und Halbfabrikate	4177	6236	291	139	69016	5463	509	818	17620	17716	10857	43438	17217	3546	10382	9785
41	Metalle und Halbfabrikate	4177	6236	291	139	69016	5463	509	818	17620	17716	10857	43438	17217	3546	10382	9785
42	Metalle und Halbfabrikate	4177	6236	291	139	69016	5463	509	818	17620	17716	10857	43438	17217	3546	10382	9785
43	Metalle und Halbfabrikate	4177	6236	291	139	69016	5463	509	818	17620	17716	10857	43438	17217	3546	10382	9785
44	Metalle und Halbfabrikate	4177	6236	291	139	69016	5463	509	818	17620	17716	10857	43438	17217	3546	10382	9785
45	Metalle und Halbfabrikate	4177	6236	291	139	69016	5463	509	818	17620	17716	10857	43438	17217	3546	10382	9785
46	Metalle und Halbfabrikate	4177	6236	291	139	69016	5463	509	818	17620	17716	10857	43438	17217	3546	10382	9785
47	Metalle und Halbfabrikate	4177	6236	291	139	69016	5463	509	818	17620	17716	10857	43438	17217	3546	10382	9785
48	Metalle und Halbfabrikate	4177	6236	291	139	69016	5463	509	818	17620	17716	10857	43438	17217	3546	10382	9785
49	Metalle und Halbfabrikate	4177	6236	291	139	69016	5463	509	818	17620	17716	10857	43438	17217	3546	10382	9785
50	Metalle und Halbfabrikate	4177	6236	291	139	69016	5463	509	818	17620	17716	10857	43438	17217	3546	10382	9785
51	Metalle und Halbfabrikate	4177	6236	291	139	69016	5463	509	818	17620	17716	10857	43438	17217	3546	10382	9785
52	Metalle und Halbfabrikate	4177	6236	291	139	69016	5463	509	818	17620	17716	10857	43438	17217	3546	10382	9785
53	Metalle und Halbfabrikate	4177	6236	291	139	69016	5463	509	818	17620	17716	10857	43438	17217	3546	10382	9785
54	Metalle und Halbfabrikate	4177	6236	291	139	69016	5463	509	818	17620	17716	10857	43438	17217	3546	10382	9785
55	Metalle und Halbfabrikate	4177	6236	291	139	69016	5463	509	818	17620	17716	10857	43438	17217	3546	10382	9785
56	Metalle und Halbfabrikate	4177	6236	291	139	69016	5463	509	818	17620	17716	10857	43438	17217	3546	10382	9785
57	Metalle und Halbfabrikate	4177	6236	291	139	69016	5463	509	818	17620	17716	10857	43438	17217	3546	10382	9785
58	Metalle und Halbfabrikate	4177	6236	291	139	69016	5463	509	818	17620	17716	10857	43438	17217	3546	10382	9785
59	Metalle und Halbfabrikate	4177	6236	291	139	69016	5463	509	818	17620	17716	10857	43438	17217	3546	10382	9785
60	Metalle und Halbfabrikate	4177	6236	291	139	69016	5463	509	818	17620	17716	10857	43438	17217	3546	10382	9785
61	Metalle und Halbfabrikate	4177	6236	291	139	69016	5463	509	818	17620	17716	10857	43438	17217	3546	10382	9785
62	Metalle und Halbfabrikate	4177	6236	291	139	69016	5463	509	818	17620	17716	10857	43438	17217	3546	10382	9785
63	Metalle und Halbfabrikate	4177	6236	291	139	69016	5463	509	818	17620	17716	10857	43438	17217	3546	10382	9785
64	Metalle und Halbfabrikate	4177	6236	291	139	69016	5463	509	818	17620	17716	10857	43438	17217	3546	10382	9785
65	Metalle und Halbfabrikate	4177	6236	291	139	69016	5463	509	818	17620	17716	10857	43438	17217	3546	10382	9785
66	Metalle und Halbfabrikate	4177	6236	291	139	69016	5463	509	818	17620	17716	10857	43438	17217	3546	10382	9785
67	Metalle und Halbfabrikate	4177	6236	291	139	69016	5463	509	818	17620	17716	10857	43438	17217	3546	10382	9785
68	Metalle und Halbfabrikate	4177	6236	291	139	69016	5463	509	818	17620	17716	10857	43438	17217	3546	10382	9785
69	Metalle und Halbfabrikate	4177	6236	291	139	69016	5463	509	818	17620	17716	10857	43438	17217	3546	10382	9785
70	Metalle und Halbfabrikate	4177	6236	291	139	69016	5463	509	818	17620	17716	10857	43438	17217	3546	10382	9785
71	Metalle und Halbfabrikate	4177	6236	291	139	69016	5463	509	818	17620	17716	10857	43438	17217	3546	10382	9785
72	Metalle und Halbfabrikate	4177	6236	291	139	69016	5463	509	818	17620	17716	10857	43438	17217	3546	10382	9785
73	Metalle und Halbfabrikate	4177	6236	291	139	69016	5463	509	818	17620	17716	10857	43438	17217	3546	10382	9785
74	Metalle und Halbfabrikate	4177	6236	291	139	69016	5463	509	818	17620	17716	10857	43438	17217	3546	10382	9785
75	Metalle und Halbfabrikate	4177	6236	291	139	69016	5463	509	818	17620	17716	10857	43438	17217	3546	10382	9785
76	Metalle und Halbfabrikate	4177	6236	291	139	69016	5463	509	818	17620	17716	10857	43438	17217	3546	10382	9785
77	Metalle und Halbfabrikate	4177	6236	291	139	69016	5463	509	818	17620	17716	10857	43438	17217	3546	10382	9785
78	Metalle und Halbfabrikate	4177	6236	291	139	69016	5463	509	818	17620	17716	10857	43438	17217	3546	10382	9785
79	Metalle und Halbfabrikate	4177	6236	291	139	69016	5463	509	818	17620	17716	10857	43438	17217	3546	10382	9785
80	Metalle und Halbfabrikate	4177	6236	291	139	69016	5463	509	818	17620	17716	10857	43438	17217	3546	10382	9785
81	Metalle und Halbfabrikate	4177	6236	291	139	69016	5463	509	818	17620	17716	10857	43438	17217	3546	10382	9785
82	Metalle und Halbfabrikate	4177	6236	291	139	69016	5463	509	818	17620	17716	10857	43438	17217	3546	10382	9785
83	Metalle und Halbfabrikate	4177	6236	291	139	69016											

Betrachtet man die Unterschiede zur *publizierten Flow-Matrix*, so lässt sich insgesamt folgendes erkennen:

Die Summe der absoluten Differenz der *Flow-Matrix*, die durch den Algorithmus von Almon berechnet wird zur *publizierten Flow-Matrix* beträgt 3988197,32 tausend Euro. Bildet man die absolute Differenz der *Flow-Matrix*, die durch den erweiterten Algorithmus von Almon mit der *Flow-Matrix* von 1995 als unteren Schranken-Matrix ermittelt wird zur *publizierten Flow-Matrix* und summiert auf, so beträgt der Unterschied 4989705,50 tausend Euro.

Daher zeigen sich für die *Flow-Matrizen* aus dem Jahr 2000, dass insgesamt die Unterschiede zur *publizierten Flow-Matrix* beim Algorithmus von Almon kleiner sind als das beim erweiterten Algorithmus von Almon der Fall ist.

Analysiert man jedoch die relativen Abweichungen einzeln, so kann man erkennen, dass sich die Unterschiede größtenteils durch die Zusatzinformation der *Flow-Matrix* von 1995 verringern. In gewissen Güterklassifikationen kann sich jedoch die Menge der Inputs innerhalb der 5 Jahre geändert haben, sodass die Zusatzinformation der Matrix aus dem Jahr 1995 eine größere Abweichung hervorruft. Beispielsweise bei dem Gut Erzeugnisse der Land und Forstwirtschaft, Jagd und Fischerei als Input für Mineralölerzeugnisse, wobei sich die Abweichung zur publizierten Version um 46,4 Prozent vergrößert, falls man hier die Information der *Flow-Matrix* von 1995 zulässt.

Möchte man einen Vergleich über die *Technologiematrix A* angeben, so kann man dies über den größten Eigenwert der Technologiematrix anstellen. Da sich die Matrizen in gewissen Sektoren doch sehr voneinander unterscheiden, ist zu vermuten, dass sich deren Unterschiede maßgeblich auf die Eigenwerte auswirken.

Dazu werden einerseits die Eigenwerte der *Technologiematrix*, die durch den Algorithmus von Almon hervorgehen und andererseits die, die aus dem erweiterten Algorithmus von Almon mit der *Flow-Matrix* von 1995 als unteren Schranken-Matrix entstehen, ermittelt.

Die *Technologiematrix A* ergibt sich durch (vgl. Kapitel 4.3.1):

$$\mathbf{A} = (a_{ik}) = (r_{ik}/q_k) , q_k = \sum_{j=1}^n v_{jk} \quad (k = 1, 2, \dots, n) \quad (4.88)$$

Der größte Eigenwert der *Technologiematrix* des Algorithmus von Almon beträgt 0,7719, der des erweiterten Algorithmus von Almon 0,7715.

Wie man erkennen kann, sind hier die Unterschiede zwischen den Eigenwerte der *Technologiematrizen* nicht allzu groß.

Die dazugehörige Relationsmatrix für den erweiterten Algorithmus von Almon ist in der Abbildung 4.10 dargestellt.

In der Relationsmatrix sind 556 (18,4 Prozent) Einträge an „NaN“ 69 (2,3 Prozent) an -100 und 32 (1,1 Prozent) an „Inf“ vorhanden.

NaN ... "0" kein relativer Unterschied

Der relative Unterschied zwischen der Flow-Matrix, die durch den erweiterten Algorithmus von Almon mit der Flow-Matrix von 1995 als unteren Schranken-Matrix ermittelt wird und der publizierten Flow-Matrix in %

Güter/Komponenten x Güter/Kategorien		01	10	11	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
		Ergänisse d. Luf-wirtschaft, Jagd u. Fischerei (1)	Kohle und Torf, Erdses, Erze (1)	Erdeil und Erdses, Erze (1)	Steine und Erden	Nahrungsmittel und Futtermittel sowie Getränke	Tascherzeugnisse	Textilien	Bekleidung	Leder und Ledwaren	Holz, Kork- und Flechtwaren	Papier, Papier und Waren daraus	Vorgabe- und Druckerszeugnisse	Mineralerzeugnisse	Chemische Erzeugnisse	Gummi- und Kunststoffwaren	Glas, Keramik, bearbeitete Steine und Erden	Metalle und Halbzeug daraus	Metallerzeugnisse	Maschinen
01	Erzeugnisse d. Luf-wirtschaft, Jagd u. Fischerei (1)	-12,41	Inf	0	-34,82	6,55	0,53	-1,20	-42,58	-2,00	0,11	0,18	-100,00	-46,67	-92,78	-5,07	-7,44	0,51	-100,00	-42,82
10	Kohle und Torf	19,04	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	0,09	NaN	NaN	NaN	NaN	-1,79	NaN	NaN	NaN
11	Erdeil und Erdses, Erze (1)	NaN	NaN	-1,05	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	2,14	-1,47	NaN	NaN
14	Steine und Erden	12,90	NaN	11,72	0,62	1,09	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	0,44	NaN	NaN	-0,09	NaN	1,19	-1,07	-27,00	-100,00
15	Nahrungsmittel und Futtermittel sowie Getränke	6,98	NaN	0,13	-47,125	-3,06	1,27	-6,38	-2,88	0,21	59,17	0,28	-11,23	77,57	-1,43	100,00	-33,12	-4,04	-43,10	-58,96
16	Tascherzeugnisse	28,26	NaN	14,52	-100,00	4,58	38,29	1,74	-0,44	-1,84	-4,42	1,79	-3,37	-21,16	-4,45	-2,21	-3,08	4,11	-12,97	-2,31
17	Textilien	28,26	NaN	14,52	-100,00	4,58	38,29	1,74	-0,44	-1,84	-4,42	1,79	-3,37	-21,16	-4,45	-2,21	-3,08	4,11	-12,97	-2,31
18	Bekleidung	24,90	Inf	12,23	-5,97	5,54	NaN	-10,09	-21,84	7,17	0,44	15,80	26,09	-100,00	0,93	6,56	64,73	9,78	9,24	5,63
19	Leder und Ledwaren	34,04	Inf	NaN	NaN	-46,82	NaN	20324,92	79,06	-1,41	26,14	0,66	24,19	NaN	143,33	NaN	18,84	18,84	-48,13	237,25
20	Holz, Kork sowie Holz, Kork- und Flechtwaren	-3,77	95,32	4,22	-15,66	-42,42	9,57	-73,77	50,34	-3,37	-1,31	0,66	-12,05	NaN	-0,81	807,50	7,37	0,21	-20,50	-2,76
21	Papier, Papier und Waren daraus	-43,57	-7,14	25,08	-0,09	4,00	0,07	-3,63	0,21	0,08	-4,12	0,04	-42,52	-0,81	-0,82	-0,82	-0,73	-0,18	-0,73	-0,11
22	Mineralerzeugnisse	16,59	0,28	0,36	10,00	-26,55	-100,00	-2,86	1,26	0,78	0,30	0,63	-2,93	5,44	0,48	21,98	0,39	0,29	1,10	-0,04
23	Mineralerzeugnisse	17,77	Inf	2,80	0,24	-28,77	-0,02	-1,22	-11,21	-0,68	0,12	2,04	-29,91	-1,86	-1,86	-0,56	-0,03	4,08	2,75	1,51
24	Chemische Erzeugnisse	-26,07	4,41	-0,56	-8,31	4,43	-3,86	-24,54	0,82	0,58	43,05	-0,64	-1,21	-72,82	3,03	-0,24	2,95	-0,24	-2,71	-0,97
25	Gummi- und Kunststoffwaren	8,81	NaN	14,32	-2,99	1,33	NaN	-27,49	NaN	NaN	-2,09	0,03	NaN	NaN	-0,67	-1,43	0,29	-0,63	4,45	0,28
26	Glas, Keramik, bearbeitete Steine und Erden	82,77	80,00	NaN	-41,43	-100,00	NaN	NaN	-100,00	NaN	-2,85	-2,91	178,89	NaN	-2,83	-100,00	15,96	-0,82	1,78	-3,08
27	Metalle und Halbzeug daraus	14,74	13,15	0,17	-43,05	1,63	0,29	-2,49	0,13	0,13	3,25	0,27	-5,62	70,84	3,16	3,24	2,16	20,82	133,44	-1,84
28	Metallerzeugnisse	14,74	13,15	0,17	-43,05	1,63	0,29	-2,49	0,13	0,13	3,25	0,27	-5,62	70,84	3,16	3,24	2,16	20,82	133,44	-1,84
29	Baumaterialien, EDV-Güter und -Einrichtungen	-10,98	NaN	NaN	NaN	5,74	NaN	-100,00	0,00	4,00	1,09	1,09	0,10	2,27	9,31	-3,63	-21,65	1,29	1,80	27,37
30	Güter der Elektrizitätserzeugung und -verteilung	8,34	60,19	9,50	-7,64	-1,24	0,26	-8,91	1,09	0,10	2,27	9,31	-3,63	-21,65	1,29	1,80	27,37	3,95	86,79	-2,78
31	Nachrichtn., Rundfunk- u. FS-Güter, elektr. Baudiele	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	4,64
32	Nachrichtn., Rundfunk- u. FS-Güter, elektr. Baudiele	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	4,64
33	Medizinisch-, mass-, regeltechnische u. opt. Erz., Utren	-10,03	NaN	NaN	-47,70	12,37	NaN	54,26	NaN	NaN	-1,07	-1,06	-0,46	-22,34	0,34	-0,43	7,14	-0,01	2,10	-0,73
34	Kraftwagen und Kraftwagenantriebe	38,56	Inf	0,36	NaN	27,73	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	207,04	NaN	NaN	NaN	2,68	NaN	NaN	63,81
35	Motorfahrzeuge	38,56	Inf	0,36	NaN	27,73	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	207,04	NaN	NaN	NaN	2,68	NaN	NaN	63,81
36	Mot., Schmutz., Musikinstrumente, Sportgeräte u.a.	53,29	3,96	3,02	-45,68	0,87	4,30	18500,21	-9,67	0,91	135,33	0,43	1,83	-18,22	-33,40	-0,85	-4,10	-0,38	95,35	39,27
37	Dienstleistungen der Rückgewinnung	1,81	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	-100,00	NaN	NaN	2,23	NaN	NaN	NaN	-18,22	-33,40	-0,85	-4,10	0,94	NaN
40	Energie und DL der Energieversorgung	45,88	-0,24	-15,42	-1,91	1,35	4,11	-4,55	-4,37	-2,96	-0,07	-7,84	-0,34	-0,34	-0,76	-7,57	5,06	6,69	9,10	1,66
41	Wasser und DL der Wasserversorgung	7,99	7,14	12,39	0	6,15	1,47	-2,62	0,85	0	-1,04	-0,09	-2,17	-54,23	-0,26	-0,82	11,45	-0,65	0,42	-0,39
45	Baumaterialien	19,14	-3,26	-0,09	-0,22	22,71	198,91	-3,24	0,09	-0,07	4,19	0,02	-21,83	-21,83	1,67	-0,05	0,42	-0,05	0,02	-0,79
46	Baumaterialien in Kfz, Bau u. Kfz, Transportmittel, Handelvermittlung u. Gekundendienstleistungen	0,70	36,96	5,24	-0,27	2,78	-0,01	-2,08	0,39	2,22	0,11	0,36	-1,66	44,98	-1,17	-0,47	16,25	0,17	0,21	-1,09
52	Energieerzeugnisse, Reparatur- u. Gebrauchsgüter	13,64	3,88	12,41	-12,64	-13,34	-0,08	131,04	-11,01	-0,57	-0,22	13,47	-6,12	-29,41	0,43	-0,50	-0,44	0,52	-12,90	0,65
55	Einzelhandelsleistungen, Gaststättenleistungen	-35,31	-100,00	-100,00	-102,28	-4,12	8,37	-0,95	3,31	3,88	-4,08	-0,03	-4,79	-4,79	-0,03	-0,18	-3,50	-3,14	13,38	2,27
60	Landverkehr u. Transportleistungen, in Rohrleitungen	-26,97	257,89	102,28	-4,12	8,37	0	-2,98	-2,75	-0,58	-2,27	0,03	-6,57	44,79	-2,09	0,44	-2,33	-0,03	-0,07	-1,25
61	Straßenverkehrsleistungen	-4,28	NaN	NaN	-47,77	8,37	Inf	1,18	-8,70	9,09	6,47	0,62	-1,76	-19,86	-4,83	8,55	4,82	1,73	-3,60	16,36
62	Luftverkehrsleistungen	-10,00	10,00	10,00	-10,00	10,00	10,00	10,00	10,00	10,00	10,00	10,00	10,00	10,00	10,00	10,00	10,00	10,00	10,00	10,00
63	DL von Luft u. Luftverkehr für den Verkehr	-74,43	10,00	-100,00	0,05	9,43	0,41	-3,43	0,22	0,05	-0,01	0,03	-1,27	440,86	-2,97	0,07	0,07	0,06	0,59	-0,09
64	Nachrichtenübermittlungsleistungen	7,02	11,97	-0,40	-3,01	-2,69	0	-4,08	0,14	0,08	-0,85	0,14	-1,25	-50,88	0,62	0,12	-1,06	-0,03	0,54	-0,34
65	DL der Kreditinstitute, F&M	-75,84	8,04	-0,13	-0,06	6,08	-0,03	-4,30	0,09	-0,02	-0,16	0,22	-2,29	-47,01	2,92	-0,06	-0,04	-0,04	-0,05	-0,05
66	DL der Versicherungen (ohne Sozialversicherung)	14,89	3,83	0,67	-0,85	-12,97	0,55	-6,34	0,84	0,83	0,11	0,59	-1,23	-48,33	2,01	0,66	0,12	0,50	-0,42	0,22
67	DL des Kredit- u. Versicherungswesens	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
70	DL des Grundstücks- u. Wohnungswesens	1,13	2,22	-2,30	-0,23	4,42	0,12	-2,68	9,25	12,53	4,07	13,40	-1,13	-4,67	-2,88	-0,38	0,50	0,36	-0,29	-0,47
71	DL des Grundstücks- u. Wohnungswesens ohne Personall	1,13	2,22	-2,30	-0,23	4,42	0,12	-2,68	9,25	12,53	4,07	13,40	-1,13	-4,67	-2,88	-0,38	0,50	0,36	-0,29	-0,47
72	DL der EDV und von Datenbanken	-50,92	6,93	0,32	-13,79	1,06	0,11	-1,94	-0,86	7,48	-3,12	0,31	-1,70	-43,88	2,06	-1,53	8,75	-0,84	5,68	-1,88
73	Forschungs- und Entwicklungsleistungen	-35,52	4,00	-0,18	-14,49	4,00	9,43	-0,05	11,66	11,66	-3,27	0,16	-1,86	-4,69	-2,08	-2,23	4,24	-1,83	4,11	-2,22
74	Unternehmensbezogene Dienstleistungen	-47,82	5,63	-0,04	0,00	6,82	-0,00	-5,99	0,18	2,63	-0,06	-0,00	-1,24	-59,47	3,23	0,05	0,02	-0,10	0,17	-0,01
75	DL der öffentl. Verwaltung, Verteidigung u. Sozialversich.	0	0	0	1,10	0	0	-6,60	0,14	0	-0,13	0,06	-1,40	-46,09	3,10	0	-0,04	0	-0,84	-0,06
80	Ernährungs- und Unterhaltungsleistungen	10,26	Inf	-0,56	-14,29	8,94	19,27	5,92	3,45	3,45	-2,24	2,71	7,90	9,16	4,81	12,70	3,74	3,29	16,05	-2,28
81	Ernährungs- und Unterhaltungsleistungen	10,26	Inf	-0,56	-14,29	8,94	19,27	5,92	3,45	3,45	-2,24	2,71	7,90	9,16	4,81	12,70	3,74	3,29	16,05	-2,28
90	Abwasser-, Abfallbehandlungs- u. so. Entsorgungsleist.	-58,69	2,35	-0,88	12,90	20,69	-2,98	5,13	0,91	1,50	-0,11	-2,15	-45,20	0,76	-2,83	9,30	2,00	-3,63	4,42	-0,42
91	DL v. Interessensvereinigungen, Kirchen u.a.	28,27	1,96	0	-40,6	1,90	4,30	6,24	0,08	3,29	-2,37	-0,03	-1,40	-60,53	2,12	-0,13	-0,14	-1,33	-1,00	-1,55
92	Kultur-, Sport- und Unterhaltungs-DL	-21,09	NaN	NaN	-20,65	4,16	NaN	18,33	14,73	28,01	-15,29	-39,94	2,58	6,43	-5,25	-60,50	192,01	4,17	210,39	-11,59
93	Sonstige Dienstleistungen	22,18	NaN	NaN	-3,52	-3,56	NaN	0,78	5,23	1,27	-0,22	-0,20	-3,00	-10,11	-1,92	-0,23	3,15	-0,14	0,68	-0,35
96	Dienstleistungen privater Haushalte	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN

-100 ... Wert der Flow-Matrix durch den erweiterten Algorithmus von Almon ist 0, Eintrag in der publizierten Flow-Matrix

Inf ... Wert der publizierten Flow-Matrix ist 0, Eintrag in der Flow-Matrix durch den erweiterten Algorithmus von Almon

Abbildung 4.10: Die Relationsmatrix, bezogen auf den erweiterten Algorithmus von Almon - Seite 1

Abbildung 4.12: Die Relationsmatrix, bezogen auf den erweiterten Algorithmus von Almon - Seite 3

NaN ... "0,0" kein relativer Unterschied

Güter/Komponenten x Güter/Kategorien																			
64	65	66	67	70	71	72	73	74	75	80	85	90	91	92	93	95			
Nachrichtenge- mittlungsdienstleistungen	DL der Kreditinstitute FISM	DL der Versicherungs- institute (sozialver- sicherung)	DL des Kredit- u. Wohnungs- hilfswesens	DL des Grundbesitz- u. Wohnungs- hilfswesens	DL der Vermögens- gegenstände und Sachen ohne Personal	DL der EDV Dienstleistungen und von Datenbanken	Forschungs- und Entwicklungs- leistungen	Unternehmens- bezogene Dienstleistungen und Unternehmens- beratung	DL der öffentl. Verwaltung, Verteidigung u. Sozialversch.	Erziehungs- und Unterrichtsdienstleistungen	DL des Gesundheits- wesens und Sozialwesens	Abwasser-, Abfallbehandlungs- u. Entsorgungsdienstleistungen	DL v. Interessens- vertretungen, Kirchen u. a.	Kultur-, Sport- und Unterhaltungs- leistungen	Sonstige Dienstleistungen	Dienstleistungen privater Haushalte			
01	Erzeugnisse d. Luftwirtschaft, Jagd u. Fischerei (1)	-16,77	2,61	29,83	Inf	16,67	8,33	NaN	10,53	-100,00	18,62	1,76	-0,16	NaN	3,65	-39,24	-12,50	NaN	
10	Korn und Torf	1,43	NaN	NaN	Inf	16,67	8,33	NaN	Inf	-1,64	1,97	1,33	1,44	NaN	1,41	1,64	1,65	NaN	
11	Erde und Erzeug. Erze (1)	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	
14	Steine und Erden	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	2,14	0,89	1,18	0,98	NaN	-0,25	1,18	NaN	
15	Nahrungs- und Futtermittel sowie Getränke	-30,79	1,98	1,69	NaN	-100,00	-14,07	-9,14	-5,26	40,58	7,50	1,57	1,35	-100,00	1,75	-52,05	-100,00	NaN	
16	Textilien	0,00	0,20	0,20	-2,96	-2,63	0,90	-100,00	-4,17	-2,92	4,15	0,17	0,11	-2,50	0,71	-1,06	-1,24	NaN	
17	Textilien	0,00	0,20	0,20	-2,96	-2,63	0,90	-100,00	-4,17	-2,92	4,15	0,17	0,11	-2,50	0,71	-1,06	-1,24	NaN	
18	Bekleidung	0	10,24	9,62	9,41	11,25	9,78	-100,00	10,22	6,63	0,53	11,13	0,39	12,11	9,81	6,70	11,35	NaN	
19	Leder und Lederwaren	Inf	-0,13	NaN	NaN	NaN	NaN	-10,67	8,08	-15,67	2,11	2,41	-0,09	-0,67	0,31	-1,31	-0,81	NaN	
20	Holz sowie Holz, Kork und Flechtwaren	9,00	NaN	NaN	NaN	-2,31	NaN	-0,11	-0,27	18,00	-0,10	0,05	-0,48	-0,67	35,91	-0,84	-0,29	NaN	
21	Papier, Papp und Waren daraus	-93,11	-0,06	-0,17	0,16	-0,36	-0,67	12,01	-0,11	-0,27	18,00	-0,10	0,05	-0,48	-0,67	35,91	-0,84	-0,29	NaN
22	Metalle und Metallwaren	0,28	1,72	0,75	0,75	-4,67	-4,67	-5,86	-5,03	-4,98	1,49	0,23	0,24	0,17	0,24	0,27	0,26	NaN	
23	Metallwaren	0,28	1,72	0,75	0,75	-4,67	-4,67	-5,86	-5,03	-4,98	1,49	0,23	0,24	0,17	0,24	0,27	0,26	NaN	
24	Chemische Erzeugnisse	-49,44	0,02	-0,19	-0,14	-0,68	-1,31	22,60	-0,25	-1,12	4,61	-0,05	-0,07	-0,15	0,69	-1,37	-0,46	NaN	
25	Gummi- und Kunststoffwaren	-5,87	0,06	0	0,10	-0,25	-1,24	-0,33	0	-1,15	5,61	-0,01	-0,01	-0,47	0,36	-0,08	0,07	NaN	
26	Glas, Keramik, bearbeitete Steine und Erden	-19,24	NaN	NaN	NaN	-2,25	-100,00	NaN	0,33	-0,84	3,25	0,37	0,31	-0,52	0,38	-0,33	-1,15	NaN	
27	Metalle und Halbzeug daraus	NaN	-100,00	NaN	-100,00	-100,00	NaN	-100,00	Inf	NaN	5,91	0,09	0,41	NaN	0,50	-12,72	-100,00	NaN	
28	Metallwaren	-2,09	9,23	20,62	20,62	-1,42	-0,95	9,96	-0,29	-0,95	0,10	0,10	0,10	-0,30	0,10	0,10	0,10	NaN	
29	Metallwaren	-2,09	9,23	20,62	20,62	-1,42	-0,95	9,96	-0,29	-0,95	0,10	0,10	0,10	-0,30	0,10	0,10	0,10	NaN	
30	Baumaterialien, EDV-Geräte und -Einrichtungen	-0,00	2,08	31,75	2,22	0,63	-0,92	-0,94	-3,78	-1,22	2,57	1,84	1,68	4,65	1,98	1,84	1,98	NaN	
31	Geräte der Elektrizitätserzeugung und -verteilung	0,40	5,81	-0,21	-9,41	-0,68	-11,76	7,57	-0,14	-1,04	0,80	-0,02	-0,01	-0,84	0,11	-0,03	0,02	NaN	
32	Nachrichtentechnik, Rundfunk- u. Fernsehgeräte, elektronische Informations- und Kommunikationsmittel	-4,31	NaN	NaN	NaN	-2,25	NaN	-10,91	-0,91	-2,39	2,34	1,35	1,41	NaN	1,62	-0,07	NaN	NaN	
33	Medizinisch, mass., regeltechnische u. opt. Erzt., Uhren	-8,42	-0,84	NaN	NaN	-2,71	6,94	-0,48	-1,81	1,77	0,24	0,24	0,37	NaN	0,95	0,23	1,28	NaN	
34	Kraftwagen und Kraftwagenanhänger	8,11	NaN	NaN	NaN	-2,89	-1,42	-1,18	NaN	NaN	1,51	0,52	-1,10	0,40	0,77	-3,16	-2,01	NaN	
35	Motorfahrzeuge	8,11	NaN	NaN	NaN	-2,89	-1,42	-1,18	NaN	NaN	1,51	0,52	-1,10	0,40	0,77	-3,16	-2,01	NaN	
36	Motoren, Schiffe, Luftfahrzeuge, Sportgeräte u.a.	1,09	1,36	1,13	1,24	0,50	-8,32	-2,36	-0,26	0,66	2,10	1,02	1,06	0,66	1,20	0,69	1,14	NaN	
37	Dienstleistungen der Rückgewinnung	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	
40	Energie und DL der Energieversorgung	-0,57	0,63	13,26	0,13	-2,85	-16,84	5,74	-13,92	-4,37	3,40	-0,55	-0,33	-0,61	1,31	-2,97	2,49	NaN	
41	Wasser und DL der Wasserversorgung	-1,40	0,45	0,78	0	-1,21	1,77	0,08	-0,26	-1,07	1,43	4,76	-0,09	-1,00	-0,07	-1,38	-0,56	NaN	
45	Baumaterialien	-0,37	-0,14	NaN	NaN	-0,75	195,48	-1,45	8,65	-1,77	4,04	0,22	-0,37	-0,28	-0,04	-0,10	-0,10	NaN	
46	Baumaterialien in Holz, Stein u. Kfz. Transportmitteln	-0,37	-0,14	NaN	NaN	-0,75	195,48	-1,45	8,65	-1,77	4,04	0,22	-0,37	-0,28	-0,04	-0,10	-0,10	NaN	
47	Handelvermittlung u. Großhandelsleistungen	-3,35	-0,07	-1,06	-1,26	-1,46	-5,03	-46,93	-2,97	-1,76	1,69	-0,10	-0,12	-1,90	0,32	-3,01	-1,42	NaN	
52	Einzelhandelsleistungen; Reparatur- u. Gebrauchsgüter	-0,04	-0,21	14,47	8,87	-3,72	2,25	47,54	-8,67	3,41	7,80	1,67	-0,33	-0,28	1,67	-1,55	-0,29	NaN	
55	Beherbergungs- und Gaststättendienstleistungen	-0,70	0,42	0,27	0,65	-9,89	-4,84	-5,85	-10,70	-2,33	8,10	0,66	-0,07	-0,60	0,28	0,20	5,90	NaN	
60	Landverkehrs- u. Transportleistungen in Rohrleitungen	-0,62	-0,75	0,54	0,54	2,21	23,65	817,56	-9,34	2,48	12,03	0,82	0,82	-0,12	5,80	-2,61	11,59	NaN	
61	Straßenverkehr	-0,63	-100,00	Inf	NaN	3,26	-25,00	-100,00	NaN	-5,97	-23,74	3,05	2,99	0	3,40	-100,00	-2,85	NaN	
62	Luftverkehr	-0,63	-100,00	Inf	NaN	3,26	-25,00	-100,00	NaN	-5,97	-23,74	3,05	2,99	0	3,40	-100,00	-2,85	NaN	
63	DL bezüglich Hilfs- u. Nothilfsmitteln für den Verkehr	-1,66	0,18	0,01	1,35	-0,96	-1,12	-2,36	0,73	-0,86	1,90	-0,04	-0,01	-0,71	-1,35	-0,77	-0,77	NaN	
64	Nachrichtendienste, Informationsleistungen	-0,03	0,01	0,01	0,02	3,72	-2,74	-3,80	-1,29	-0,31	0,52	-0,02	-0,01	-0,10	0,03	-0,02	0,06	NaN	
65	DL der Kreditinstitute, FISM	-86,94	0,41	0,02	-0,01	-0,06	-0,66	-1,17	-0,36	0,17	0,33	0	-0,01	-0,01	0,05	-0,23	-0,01	NaN	
66	DL der Versicherungen (ohne Sozialversicherung)	-0,41	-0,45	0,12	-48,30	0,48	-4,32	-7,54	-2,19	0,36	8,26	0,53	0,53	0,47	0,60	0,52	0,62	NaN	
67	DL des Kredit- u. Versicherungsgewerks	NaN	-0,59	0,12	0,14	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	
70	DL des Grundstücks- und Wohnungsgewerks	-4,12	0,03	0,07	0,05	-0,12	-0,36	-2,48	-1,68	-0,54	0,35	-0,05	-0,04	-0,23	0,04	-0,05	0,03	NaN	
71	DL der EDV und von Datenbanken	-1,38	0,33	0,67	0,84	-0,95	-4,99	0,11	-1,38	-0,43	7,04	0,07	-0,04	-0,12	0,44	0,09	-1,08	NaN	
72	DL der EDV und von Datenbanken	-1,38	0,33	0,67	0,84	-0,95	-4,99	0,11	-1,38	-0,43	7,04	0,07	-0,04	-0,12	0,44	0,09	-1,08	NaN	
73	Forschungs- und Entwicklungsleistungen	-7,38	0,11	-0,18	-0,09	-1,41	-8,17	-8,95	-2,95	-2,42	1,86	-0,20	-0,19	-1,09	-0,18	0,35	2,83	NaN	
74	Unternehmensbezogene Dienstleistungen	-0,45	-0,01	-0,01	-0,01	-0,06	-0,06	0,01	-0,03	-0,05	1,91	0,04	-0,03	-0,20	0,09	-0,01	-0,00	NaN	
75	DL der öffentl. Verwaltung, Verteidigung u. Sozialversch.	-0,76	-0,03	-0,03	0	-0,04	0,03	0	0,25	0,04	0	0	-0,03	0	0	-0,03	0	NaN	
80	Ernährungs- und Unterrichtsdienstleistungen	-2,50	-0,02	0,01	0,08	13,19	-5,09	-8,33	-2,28	-0,03	0,03	0,36	0,36	0,36	0,36	0,36	0,36	NaN	
85	DL des Gesundheits-, Veterinär- und Sozialwesens	-2,40	-0,09	-0,03	0	-0,04	0,03	0	0,25	0,04	0	0	-0,03	0	0	-0,03	0	NaN	
89	Ernährungs- und Unterrichtsdienstleistungen	-2,50	-0,02	0,01	0,08	13,19	-5,09	-8,33	-2,28	-0,03	0,03	0,36	0,36	0,36	0,36	0,36	0,36	NaN	
90	Abwasser-, Abfallbehandlungs- u. Entsorgungsdienstleistungen	-3,78	0,12	0,19	0,02	1,48	0,72	-8,70	-2,93	-1,84	2,73	0,63	-0,05	-1,31	-0,02	6,16	5,01	NaN	
91	DL v. Interessensvertretungen, Kirchen u.a.	-4,65	0,11	0,04	-0,27	-3,17	-3,86	-1,08	-0,95	-0,95	4,90	0,26	-0,01	-0,39	0,12	-0,21	-0,05	NaN	
92	Kultur-, Sport- und Unterhaltungs-DL	-39,05	1,12	1,37	-100,00	-100,00	155,56	-100,00	-5,14	-31,25	12,06	0,47	0,47	NaN	254,45	-0,28	4,91	NaN	
93	Sonstige Dienstleistungen	-0,05	0,17	-0,16	0	-0,29	-1,81	NaN	Inf	-1,04	0,56	0	-0,01	-0,23	0	0	0,02	NaN	
95	Dienstleistungen privater Haushalte	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	

-100 ... Wert der Flow-Matrix durch den erweiterten Algorithmus von Almon ist 0, Eintrag in der publizierten Flow-Matrix

Inf ... Wert der publizierten Flow-Matrix ist 0, Eintrag in der Flow-Matrix durch den erweiterten Algorithmus von Almon

Kapitel 5

Methoden zur Erzeugung von Import-, Inlands- und Total-Flow-Matrizen

5.1 Notation und Definition

Dieser Abschnitt präsentiert verschiedene Wege ein konsistentes Set von symmetrischen **Import-**, **Inlands-** und **Total-Flow-Matrizen** zu erzeugen, das in der Arbeit von Koller [12, S.7f] vorgestellt wurde. Es beruht auf Annahme der *Gütertechnologie* sowie auf zwei alternativen Annahmen die Import-Proportionen betreffend, zum einen die *güterspezifische Import-Proportions-Annahme* und zum anderen die *industriespezifische Import-Proportions-Annahme*.

Sei mit $Z = (z_{ijk})$ das **Flow-Use-System Array**, dessen Elemente die Menge der Güter i , die als Input in der Aktivität j bei der Produktion des Gutes k verwendet werden, gegeben. Falls \mathbf{Z} bekannt ist, können daraus die Use-Matrix U und die Total-Flow-Matrix R berechnet werden, indem man über den entsprechenden Index aufsummiert. Somit ergibt sich für die Use- und die Flow-Matrix:

$$U = (u_{ij}) = \sum_{k=1}^n z_{ijk} \text{ und } R = (r_{ik}) = \sum_{j=1}^n z_{ijk} . \quad (5.1)$$

Möchte man eine Auskunft über die importierten Güter i , die als Input in der Aktivität j für die Produktion des Gutes k verwendet werden, so ist dies über das **Import-Flow-Use-System Array** Z_m gegeben.

Entsprechend ergibt sich dann für die Import-Use-Matrix U_m und die Import-Flow-Matrix R_m :

$$U_m = (u_{ij}^m) = \sum_{k=1}^n z_{ijk}^m \text{ und } R_m = (r_{ik}^m) = \sum_{j=1}^n z_{ijk}^m \quad (5.2)$$

In derselben Art und Weise lassen sich über das **Inlands-Flow-Use Array** Z_d , die Inlands-Use-Matrix U_d und die Inlands-Flow-Matrix R_d angeben. Jedoch kann man dieses Array bzw. diese Matrizen auch als Differenz angeben: $Z_d = Z - Z_m$, $U_d = U - U_m$ und $R_d = R - R_m$.

Die **Technologiematrizen** sind durch $A_m = (a_{ik}^m) = (r_{ik}^m/q_k)$, $A_d = (a_{ik}^d) = (r_{ik}^d/q_k)$ und $A = (a_{ik}) = (r_{ik}/q_k)$ gegeben.
 $q_k = \sum_{j=1}^n v_{jk}$ ($k = 1, 2, \dots, n$) berechnet sich über die Spaltensumme der Make-Matrix $V = (v_{jk})$. Somit lässt sich auch die Technologiematrix A_d als Differenz $A_d = A - A_m$ berechnen.

Zwei Arten von Import-Proportions-Matrizen können für die Güter, die als Inputs verwendet werden, formuliert werden: einerseits über die Aktivitäten und andererseits über die produzierten Güter.

Der erste Fall $P_U = (p_{ij}^U) = (u_{ij}^m/u_{ij})$ definiert den Anteil der Importe an der Gesamtmenge des Gutes i, das als Input von der Aktivität j verwendet wird. Im zweiten Fall $P_R = (p_{ik}^R) = (r_{ik}^m/r_{ik})$ wird der Anteil der Importe des Gutes i an der Gesamtmenge des Gutes i angegeben, das als Input in der Produktion des Gutes k verwendet wird.

Mit dieser Notation können nun drei Annahmen getroffen werden:

Die Gütertechnologieannahme (CTA):

Um eine Einheit des Gutes k zu produzieren, ist dieselbe Menge des Gutes i als Input, unabhängig von der Aktivität in der die Produktion stattfindet, erforderlich:

$$z_{ijk}/v_{jk} = a_{ik} \quad \forall i, j \text{ und } k \quad (5.3)$$

**Güterspezifische Import-Proportions-Annahme
(CSIPA, Commodity-specific Import-Proportionality Assumption):**

Der Anteil der importierten Inputs des Gutes i am gesamten Input des Gutes i , das bei der Produktion des Gutes k verwendet wird, ist hier immer dasselbe, unabhängig von der Aktivität in der die Produktion stattfindet:

$$z_{ijk}^m / z_{ijk} = p_{ik}^R \quad \forall i, j \text{ und } k \quad (5.4)$$

**Industriespezifische Import-Proportions-Annahme
(ISIPA, Industry-specific Import-Proportionality Assumption):**

Der Anteil der importierten Inputs des Gutes i am gesamten Input des Gutes i , das von der Aktivität j verwendet wird, ist immer gleich, unabhängig von dem Gut, das produziert wird:

$$z_{ijk}^m / z_{ijk} = p_{ij}^U \quad \forall i, j \text{ und } k \quad (5.5)$$

Vom ökonomischen Standpunkt aus ist es nicht klar, welche der beiden Annahmen, *CSIPA* oder *ISIPA*, vorzuziehen sind. Die *CSIPA* hat den Vorteil eher der *CTA* zu entsprechen, falls man auf die Konstanz der a_{ik} in den verschiedenen Aktivitäten vertraut. Es besteht jedoch keine technische Notwendigkeit. Jede Aktivität kann importierte Inputs durch inländische Inputs ersetzen und auch umgekehrt. Für viele Inputs ist die *ISIPA* eine gute Beschreibung der Realität. Die Entscheidung zwischen *CSIPA* und *ISIPA* scheint hauptsächlich ein empirisches Problem zu sein.

5.1.1 Die Konstruktion der Import-Flow-Matrix auf Basis der CSIPA

Die Konstruktion der **Import-Flow-Matrix** auf Basis der *CSIPA* folgt im Wesentlichen [12, S.8ff].

Da *CTA* und *CSIPA* gleichzeitig gültig sind, ist es sinnvoll die *CTA* auf importierte Ströme anzuwenden. Folgende Annahme wird hierbei getroffen: Um eine Einheit des Gutes k zu produzieren ist immer dieselbe Menge von Importen des Gutes i als Input erforderlich, unabhängig von der Aktivität in der die Produktion stattfindet:

$$z_{ijk}^m/v_{jk} = a_{ik}^m \quad \forall i, j \text{ und } k \quad (5.6)$$

Dies kann durch folgende Transformation gezeigt werden:

$$\begin{aligned} z_{ijk}^m/v_{jk} &= \overbrace{(p_{ij}^R z_{ijk})}^{CISPA} / v_{jk} = (p_{ij}^R \overbrace{(v_{jk} a_{ik})}^{CTA}) / v_{jk} = p_{ij}^R a_{ik} \\ &\quad \text{Def. Inputkoeffizienten} \\ &= p_{ij}^R \overbrace{(r_{ik}/q_k)}^{(r_{ik}/q_k)} = (r_{ik}^m/r_{ik})(r_{ik}/q_k) = r_{ik}^m/q_k = a_{ik}^m \end{aligned}$$

Die gleichzeitige Gültigkeit von *CTA* und *CSIPA* ermöglicht es, die **Import-Flow-Matrix** R_m folgendermaßen zu berechnen:

$$R_m = U_m(M')^{-1} \quad (5.7)$$

Es können hier wieder Probleme mit negativen Einträgen in der Import-Flow-Matrix R_m entstehen, da die Matrix M' invertiert wird. Mit dem Algorithmus von Almon lassen sich diese jedoch vermeiden. Die durch den Algorithmus von Almon ermittelte Import-Flow-Matrix R_m^* kann sich von der Matrix R_m unterscheiden. Hier kann nicht mehr zugeordnet werden, ob der Unterschied aus der Abweichung von der *CTA* oder von der *CSIPA* stammt. Ein schwieriges Problem ist aber die Inkonsistenz der **Total-Flow-Matrix**, die sich nicht mehr aus der Summe der Import-Flow-Matrix und Inlands-Flow-Matrix berechnen lässt ($R^* \neq R_m^* + R_d^*$).

Daher wird nun eine alternative Methode für die Konstruktion der Import-Flow-Matrix vorgeschlagen: Es wird zuerst die Total-Flow-Matrix und dann die *CSIPA* benutzt.

Für den Fall, dass keine negativen Elemente entstehen, ist folgende Transformation der Gleichung (5.7) durchzuführen:

$$\text{Es gilt: } U_m = P_U \otimes U \text{ und } U = RM'$$

Daraus erhält man:

$$R_m = (P_U \otimes U)(M')^{-1} = (P_U \otimes (RM'))(M')^{-1} \quad (5.8)$$

Für mögliche negative Werte ersetzt man R mit R^* und erhält:

$$R_m^* = (P_U \otimes U^*)(M')^{-1} = (P_U \otimes (R^* M'))(M')^{-1} \quad (5.9)$$

Die Gleichung (5.9) benutzt hier die neue Use-Matrix $U^* = R^* M'$.

Sei die neue Import-Use-Matrix U_m^* durch $P_U \otimes U^*$ gegeben, so erhält man:

$$R_m^* = U_m^* (M')^{-1} \quad (5.10)$$

Die Import-Flow-Matrix R_m^* , die aus Gleichung (5.9) erstellt wird, kann noch negative Werte enthalten. Deshalb kann es notwendig sein den Algorithmus von Almon auf die Import-Flow-Matrix erneut anzuwenden - diesmal um die Abweichungen an die *CSIPA* zu korrigieren.

Dieser vorgeschlagene Algorithmus hält nicht die Gleichheit der Zeilensummen von R_m^* und jener von R_m ein. Eine Umskalierung jeder Zeile löst dieses Problem jedoch.

5.1.2 Die Konstruktion der Import-Flow-Matrix auf Basis der ISIPA

Dieser Abschnitt präsentiert die Konstruktion der **Import-Flow-Matrix** auf Basis der *ISIPA*, die in der Arbeit von Koller [12, S.10] vorgestellt wurde.

Wie bereits vorher erwähnt, können *CTA* und *ISIPA* kombiniert werden, ohne dass man dabei die theoretischen Prinzipien verletzt. Die Berechnung der **Import-Flow-Matrix** unter der gleichzeitigen Gültigkeit von *CTA* und *ISIPA* sieht folgendermaßen aus:

$$\begin{aligned} r_{ik}^m &= \sum_{j=1}^n z_{ijk}^m = \sum_{j=1}^n \overbrace{z_{ijk} p_{ij}^U}^{ISIPA} = \sum_{j=1}^n p_{ij}^U \overbrace{v_{jk} a_{ik}}^{CTA} = a_{ik} \sum_{j=1}^n p_{ij}^U v_{jk} \\ &= \underbrace{(a_{ik} q_k)}_{\text{Def. Flow-Koeffizienten}} \sum_{j=1}^n p_{ij}^U v_{jk} / q_k = r_{ik} \sum_{j=1}^n p_{ij}^U m_{jk} \end{aligned}$$

In der Matrix-Notation ergibt sich:

$$R_m = A \otimes (P_U V) = R \otimes (P_U M) \quad (5.11)$$

Falls Probleme mit negativen Elementen auftreten, kann wiederum der Algorithmus von Almon herangezogen werden und man erhält durch Ersetzen von R durch R^* folgende **Import-Flow-Matrix**:

$$R_m^* = R^* \otimes (P_U M) \quad (5.12)$$

Wiederum sind bei dieser vorgeschlagenen Prozedur die Zeilensummen von R_m^* und U_m nicht gleich. Eine Umskalierung jeder Zeile löst auch hier dieses Problem.

5.1.3 Die Konstruktion von konsistenten Total-, Import- und Inlands-Flow-Matrizen

Die Konstruktion von konsistenten Total-, Import- und Inlands-Flow-Matrizen folgt im Wesentlichen [12, S.13].

Hierbei handelt es sich um vier alternative Ansätze, die bei der Konstruktion eines konsistenten Sets von **Total-, Import- und Inlands-Flow-Matrizen** verwendet werden.

Um negative Einträge zu vermeiden, wird hier der erweiterte Almon Algorithmus herangezogen. Mit diesem kann eine Zusatzinformation in Form der unteren Schranken-Matrix B miteinfließen.

Wie die Wahl der Matrix B zu treffen ist, kann aus dem Wissen über die Produktion stammen, durch die Flow-Matrizen vergangener Jahre, oder aber auch durch vorhergehende Schritte in der Prozedur. Falls in der Berechnung kleine positive Schranken in der Matrix B vorgesehen sind, bietet der erweiterte Almon Algorithmus die beste Möglichkeit, die Einträge nicht null werden zu lassen.

Als Alternative und zwecks Qualitätskontrolle kann folgendermaßen vorgegangen werden: **U-B** auf den Almon Algorithmus anwenden und später **B** dazu addieren. Im Vergleich zum erweiterten Algorithmus von Almon läuft diese Prozedur gleich gut.

Es werden, wie bereits zuvor erwähnt, vier verschiedene Ansätze herangezogen:

- Der bottom-up Ansatz
- Der differenzbasierende Ansatz
- Der top-down Ansatz basierend auf der CSIPA
- Der top-down Ansatz basierend auf der ISIPA

5.1.4 Der bottom-up Ansatz

Die **Total-Flow-Matrix** R lässt sich aus der Summe der Inlands-Flow-Matrix R_d und der Import-Flow-Matrix R_m berechnen: $R = R_m + R_d$.

Damit in der **Total-Flow-Matrix** R keine negativen Elemente auftreten, wird für die Berechnung der Matrizen R_m und R_d der erweiterte Algorithmus von Almon herangezogen. Dafür werden die Inlands-Use-Matrix U_d , die Import-Use-Matrix U_m , die Make-Matrix V und die zugehörigen unteren Schranken-Matrizen B_m und B_d benötigt.

Damit wird garantiert, dass keine negativen Elemente auftreten. Der erweiterte Almon Algorithmus berücksichtigt dabei die Abweichung von der *CTA* und die von der *CSIPA*. Dies kann eventuell als ein Nachteil angesehen werden. Die *CTA* beruht auf der Annahme der Homogenität in den Produktgruppen. Manchmal entspricht es jedoch nicht der Realität.

Es ist hier praktisch zwischen den importierten und inländischen Gütern in der Konstruktion von R , R_m und R_d zu unterscheiden, da die importierten und inländischen Güter unterschiedlich sein können, obwohl sie in derselben Produktgruppe klassifiziert sind. Ein Vorteil besteht in der Einfachheit der Berechnung beim „bottom-up Ansatz“.

[12, vgl. S.13f]

Die Implementierung des bottom-up Ansatzes in Matlab

```
function R = bottom_up(U_d,U_m,V,B_m,B_d,tol)

R_d = almon_erweitert(U_d,V,B_d,tol);
R_m = almon_erweitert(U_m,V,B_m,tol);

R = R_d + R_m;
```


5.1.5 Der differenzbasierende Ansatz

Hierbei kann wahlweise mit der Import-Use-Matrix U_m oder der Inlands-Use-Matrix U_d begonnen werden. Sei der Start mit U_m mit einem hochgestellten „(m)“ gekennzeichnet.

Zuerst werden wieder negative Elemente vermieden, indem man den erweiterten Almon Algorithmus benutzt, um damit $R_m^{(m)}$ mit der unteren Import-Schranken-Matrix B_m zu berechnen.

Danach ermittelt man eine neue untere Import-Schranken-Matrix $B^{(m)}$, dessen Elemente aus den Maxima der entsprechenden Elemente in den Matrizen B_m und $R_m^{(m)}$ gebildet werden. Wendet man nun nochmals den erweiterten Algorithmus von Almon an, so lässt sich mit der neu berechneten unteren Import-Schranken-Matrix $B^{(m)}$ schließlich die **Total-Flow-Matrix** $R^{(m)}$ berechnen. Bildet man nun die Differenz $R_d^{(m)} = R^{(m)} - R_m^{(m)}$, so erhält man dadurch die **Inlands-Flow-Matrix** $R_d^{(m)}$.

Dann startet man mit der Inlands-Use Matrix U_d , um die **Inlands-Flow-Matrix** $R_d^{(d)}$, die **Total-Flow-Matrix** $R^{(d)}$ und die **Import-Flow-Matrix** $R_m^{(d)}$ in analoger Weise zu erzeugen.

Schlußendlich wird der Mittelwert gebildet:

$$R = \frac{1}{2}(R^{(m)} + R^{(d)}), R_m = \frac{1}{2}(R_m^{(m)} + R_m^{(d)}) \text{ und } R_d = \frac{1}{2}(R_d^{(m)} + R_d^{(d)})$$

[12, vgl. S.14]

Die Implementierung des differenzbasierenden Ansatzes in Matlab

```
function R = difference_based(U_d,U_m,V,B_m,B_d,tol)
```

```
R_m_m = almon_erweitert(U_m,V,B_m,tol);  
B__m = max(B_m,R_m_m);  
U = U_d + U_m;
```

```
R__m = almon_erweitert(U,V,B__m,tol);
```

```
R_d_d = almon_erweitert(U_d,V,B_d,tol);  
B__d = max(B_d,R_d_d);
```

```
R__d = almon_erweitert(U,V,B__d,tol);  
R_d_m = R__m - R_m_m;
```

```
R_m_d = R__d - R_d_d;
```

$$\begin{aligned}
R_m &= 0.5 \cdot (R_{m,m} + R_{m,d}); \\
R_d &= 0.5 \cdot (R_{d,m} + R_{d,d}); \\
R &= 0.5 \cdot (R_{m,m} + R_{d,d});
\end{aligned}$$

5.1.6 Der top-down Ansatz basierend auf der CSIPA

Zu Beginn wird die **Total-Flow-Matrix** R ermittelt und zwar erfolgt dies mit dem erweiterten Algorithmus von Almon mit der unteren Schranken-Matrix B , um wiederum negative Einträge in der Total-Flow-Matrix R zu vermeiden.

Dann berechnet man zuerst entweder die **Import-Flow-Matrix** oder die **Inlands-Flow-Matrix**. Der Start mit der Import-Flow-Matrix sei hier mit einem hochgestelltem „(m)“ gekennzeichnet.

Zur Ermittlung der **Import-Flow-Matrix** R_m^m wird hierbei eine neue Import-Use-Matrix $U_m^{(m)}$ benötigt. Diese lässt sich durch $U_m^{(m)} = P_U \otimes (RM')$ berechnen.

Damit jedoch die Zeilensumme $U_m^{(m)}$ gleich jener von U_m ist, müssen die Zeilen entsprechend skaliert werden. Nun kann man mit der neuen Import-Use-Matrix $U_m^{(m)}$ und mit der unteren Schranken-Matrix für Importe B_m den erweiterten Algorithmus von Almon heranziehen, um zu einer nicht-negativen Matrix R_m^m zu gelangen. Die **Inlands-Flow-Matrix** $R_d^{(m)}$ lässt sich dann als Differenz $R_d^{(m)} = R - R_m^{(m)}$ ausdrücken.

Analog geht man bei der Berechnung der **Inlands-Flow-Matrix** $R_d^{(d)}$ vor. Dadurch lässt sich die **Import-Flow-Matrix** $R_m^{(d)}$ wie zuvor als Differenz auffassen.

Danach berechnet man wie beim differenzbasierenden Ansatz den Durchschnitt aus den „(m)“ und „(d)“ Versionen der Matrizen.

In der Praxis kann es hierbei zu einigen Problemen kommen. Die Elemente von $R_m^{(m)}$ können größer als die entsprechenden Elemente in R sein, das wiederum negative Werte in $R_d^{(m)}$ impliziert. Dieselben Probleme ergeben sich bei der Berechnung der Matrix $R_d^{(d)}$. Indem man eine proportionale, zeilenweise Umverteilung der betroffenen Werte durchführt, kann man dieses Problem in den Griff bekommen.

[12, vgl. S.14f]

Die Implementierung des top down Ansatzes basierend auf der CSIPA in Matlab

```
function R = top_down_CSIPA(U_d,U_m,V,B_m,B_d,tol)

B = B_d+B_m;
U = U_d+U_m;

R = almon_erweitert(U,V,B,tol);

[n,m] = size(U_m);

for i = 1:n
for j = 1:m

    if (U(i,j)~=0)
        P_U(i,j)=U_m(i,j)/U(i,j);
    else
        P_U(i,j)=0;
    end
end
end

U_m_m = P_U.*(R*(V*inv(diag(sum(V))))');

x=sum(U_m_m');
y=sum(U_m');

for i = 1:n                                % Zeilensumme neu skalieren

    if (x(i)~=0)
        s(i) = y(i)/x(i);
    else
        s(i)=0;
    end
end

for i = 1:n

U_m_m(i,:) = U_m_m(i,:)*s(i);

end
```

```

R_m_m = almon_erweitert(U_m_m,V,B_m,tol);

R_d_m = R - R_m_m;

for i = 1:n
for j = 1:m

    if (U(i,j)~=0)
        P_U(i,j)=U_d(i,j)/U(i,j);
    else
        P_U(i,j)=0;
    end
end
end

U_d_d = P_U.*(R*(V*inv(diag(sum(V))))));

x=sum(U_d_d'); % Zeilensumme neu skalieren
y=sum(U_d');

for i = 1:n

    if (x(i)~=0)
        s(i) = y(i)/x(i);
    else
        s(i)=0;
    end
end

for i = 1:n

U_d_d(i,:) = U_d_d(i,:)*s(i);

end

R_d_d = almon_erweitert(U_d_d,V,B_d,tol);

R_m_d = R - R_d_d;
R_m = 0.5*(R_m_m+R_m_d);
R_d = 0.5*(R_d_m+R_d_d);
R = R_d + R_m;

```

5.1.7 Der top-down Ansatz basierend auf der ISIPA

Wie zuvor beim top-down Ansatz basierend auf der *CSIPA* startet dieser Ansatz auf Basis der *ISIPA* mit der Berechnung der **Total-Flow-Matrix** R mit dem erweiterten Algorithmus von Almon.

Entweder beginnt man hier wieder mit der **Import-Flow-Matrix** oder der **Inlands-Flow-Matrix**. Der Fall der Import-Flow-Matrix, sei hier mit einem hochgestelltem „(m)“ gekennzeichnet. Aus Gleichung (5.12) lässt sich dann die **Import-Flow-Matrix** $R_m^{(m)}$ berechnen.

Damit die Zeilensumme der Import-Flow-Matrix $R_m^{(m)}$ gleich jener von U_m ist, müssen die Zeilen der Import-Flow-Matrix $R_m^{(m)}$ umskaliert werden. (Die Zeilensumme der Flow-Matrix muss mit jener der Use-Matrix übereinstimmen.)

Die **Inlands-Flow-Matrix** $R_d^{(m)}$ erhält man wiederum aus folgender Differenz: $R_d^{(m)} = R - R_m^{(m)}$.

Entsprechend ermittelt man die **Inlands-Flow-Matrix** $R_d^{(d)}$ und in weiterer Folge somit die **Import-Flow-Matrix** $R_m^{(d)}$. So wie zuvor berechnet man die entgültige Version der Matrizen aus dem Durchschnitt der „(m)“ und „(d)“ Versionen der Matrizen.

[12, vgl. S.15]

Die Implementierung des top-down Ansatzes basierend auf der ISIPA in Matlab

```
function R = top_down_ISIPA(U_d,U_m,V,B_m,B_d,tol)
```

```
B = B_d + B_m;
```

```
U = U_d + U_m;
```

```
R = almon_erweitert(U,V,B,tol);
```

```
[n,m] = size(U);
```

```
for i = 1:n
```

```
for j = 1:m
```

```
    if (U(i,j)~=0)
```

```
        P_U(i,j)=U_m(i,j)/U(i,j);
```

```
    else
```

```
        P_U(i,j)=0;
```

```

        end
    end
end

R_m_m = R.*(P_U*(V*inv(diag(sum(V)))));

x=sum(R_m_m');
y=sum(U_m');
% Zeilensumme neu skalieren

for i = 1:n

    if (x(i)~=0)
        s(i) = y(i)/x(i);
    else
        s(i)=0;
    end
end

for i= 1:n

R_m_m(i,:) = R_m_m(i,:)*s(i);

end

R_d_m = R-R_m_m;

for i = 1:n
for j = 1:m

    if (U(i,j)~=0)
        P_U(i,j)=U_d(i,j)/U(i,j);
    else
        P_U(i,j)=0;
    end
end
end

R_d_d = R.*(P_U*(V*inv(diag(sum(V)))));

x=sum(R_d_d');
y=sum(U_d');

for i = 1:n
% Zeilensumme neu skalieren

```

```

        if (x(i)~=0)
            s(i) = y(i)/x(i);
        else
            s(i)=0;
        end
    end

    for i= 1:n

        R_d_d(i,:) = R_d_d(i,:)*s(i);

    end

    R_m_d = R-R_d_d;
    R_m = 0.5*(R_m_m+R_m_d);
    R_d = 0.5*(R_d_m+R_d_d);
    R = R_d + R_m;

```

5.2 Der Vergleich der Ansätze anhand eines aggregierten Modells

Einerseits wird hier untersucht, wie sich die vier verschiedenen Ansätze für die Konstruktion eines konsistenten Sets von **Flow-Matrizen** voneinander unterscheiden.

Andererseits wird hier überprüft ob eine Aggregation der Daten geringe Unterschiede in den Ansätzen hervorruft.

Dazu werden die von der Statistik Austria veröffentlichten österreichischen Use- und Make-Matrizen aus dem Jahr 2000 aggregiert.

Die unterstellte Bankgebühr FISIM wird zuerst der Aktivität 65 (Bankwesen) zugewiesen, da diese als eigener Aktivitätsposten angeführt ist.

Weiters werden hier die Güter- bzw. Aktivitäten so aggregiert, dass eine einigermaßen homogene Zuordnung gegeben ist.

Dazu wird das Gut Maschinen der Gütergruppe 5 zugeordnet und das Gut Möbel, Schmuck, Musikinstrumente, Sportgeräte u.a. der Gütergruppe 4 zugewiesen. Diese Zuordnung wird auch für die Aktivitäten Maschinenbau und Herstellung von sonstigen Erzeugnissen durchgeführt.

Das Gut Bauarbeiten bzw. Bauwesen wird hier getrennt angeführt, da dies ein sehr heterogener Posten ist.

Hierbei werden die zu Herstellungspreise bewerteten Use- und Make-Matrizen herangezogen und folgende Güter und Aktivitäten wie folgt zusammengefasst:

	Güter	Güter aggregiert zu:
01	Erzeugnisse d. Landwirtschaft und Jagd	Gut 0
02	Forstwirtschaftliche Erzeugnisse	
05	Fische und Fischereierzeugnisse	
10	Kohle und Torf	Gut 1
11	Erdöl und Erdgas, Erze (1)	
14	Steine und Erden	
15	Nahrungs- und Futtermittel sowie Getränke	Gut 2
16	Tabakerzeugnisse	
17	Textilien	Gut 3
18	Bekleidung	
19	Leder und Lederwaren	
20	Holz sowie Holz-, Kork- und Flechtwaren	Gut 4
21	Papier, Pappe und Waren daraus	
22	Verlags- und Druckerzeugnisse	
23	Mineralölerzeugnisse	
24	Chemische Erzeugnisse	
25	Gummi- und Kunststoffwaren	
26	Glas, Keramik, bearbeitete Steine und Erden	
27	Metalle und Halbzeug daraus	
28	Metallerzeugnisse	
36	Möbel, Schmuck, Musikinstrumente, Sportgeräte u.a.	
29	Maschinen	Gut 5
30	Büromaschinen, EDV-Geräte und -Einrichtungen	
31	Geräte der Elektrizitätserzeugung und -verteilung	
32	Nachrichtn., Rundfunk- u. FS-Geräte, elektr. Bauteile	
33	Medizinisch-, mess-, regeltechnische u. opt. Erz.; Uhren	
34	Kraftwagen und Kraftwagenteile	
35	Sonstige Fahrzeuge	
37	Dienstleistungen der Rückgewinnung	
40	Rest	Gut 6
41	Wasser und DL der Wasserversorgung	
45	Bauarbeiten	Gut 7
50	Handelsleistungen m. Kfz, Rep. v. Kfz; Tankstellenleist.	Gut 8
51	Handelsvermittlungs- u. Großhandelsleistungen	
52	Einzelhandelsleistungen; Reparaturarb. an Gebrauchsg.	
55	Beherbergungs- und Gaststättendienstleistungen	
60	Landverkehrs- u. Transportleist. in Rohrfernleitungen	
61	Schiffahrtsleistungen	
62	Luftfahrtleistungen	
63	DL bezüglich Hilfs- u. Nebentätigkeiten für den Verkehr	Gut 9
64	Nachrichtenübermittlungsdienstleistungen	
65	DL der Kreditinstitute	
66	DL der Versicherungen (ohne Sozialversicherung)	
67	DL des Kredit- u. Versicherungshilfswesens	Gut 10
70	DL des Grundstücks- und Wohnungswesens	
71	DL der Vermietung beweglicher Sachen ohne Personal	
72	DL der EDV und von Datenbanken	Gut 11
73	Forschungs- und Entwicklungsleistungen	
74	Unternehmensbezogene Dienstleistungen	
75	DL der öffentl. Verwaltung, Verteidigung u. Sozialversich.	Gut 12
80	Erziehungs- und Unterrichtsdienstleistungen	
85	DL des Gesundheits-, Veterinär- und Sozialwesens	
90	Abwasser-, Abfallbeseitigungs- u. so. Entsorgungsleist.	Gut 12
91	DL v. Interessenvertretungen, Kirchen u.a.	
92	Kultur-, Sport- und Unterhaltungs-DL	
93	Sonstige Dienstleistungen	
95	Dienstleistungen privater Haushalte	

Tabelle 5.1: Die aggregierten Güter

Aktivitäten		Aktivitäten aggregiert zu:
01	Landwirtschaft, Jagd	Aktivität 0
02	Forstwirtschaft	
05	Fischerei und Fischzucht	
10	Kohlenbergbau, Torfgewinnung	Aktivität 1
11	Erdöl- und Erdgas-, Erzbergbau (1)	
14	Gewinnung von Steinen und Erden, sonstiger Bergbau	
15	H. v. Nahrungs- u. Genussmitteln und Getränken	Aktivität 2
16	Tabakverarbeitung	
17	H. v. Textilien und Textilwaren (ohne Bekleidung)	Aktivität 3
18	H. v. Bekleidung	
19	Ledererzeugung und -verarbeitung	
20	Be- u. Verarbeitung von Holz (ohne H. v. Möbeln)	Aktivität 4
21	H. u. Verarbeitung von Papier und Pappe	
22	Verlagswesen, Druckerei, Vervielfältigung	
23	Kokerei, Mineralölverarbeitung	
24	H. v. Chemikalien und chemischen Erzeugnissen	
25	H. v. Gummi- und Kunststoffwaren	
26	H. u. Bearbeitung v. Glas, H. v. W. a. Steinen u. Erden	
27	Metallerzeugung und -bearbeitung	
28	H. v. Metallerzeugnissen	
36	H. v. sonstigen Erzeugnissen	
29	Maschinenbau	Aktivität 5
30	H. v. Büromaschinen, EDV-Geräten	
31	H. v. Geräten der Elektrizitätserzeugung, -verteilung	
32	Rundfunk-, Fernseh- u. Nachrichtentechnik	
33	Medizin-, Mess- u. Regelungstechnik; Optik	
34	H. v. Kraftwagen und Kraftwagenteilen	
35	Sonstiger Fahrzeugbau	
37	Rückgewinnung (Recycling)	
40	REST	Aktivität 6
41	Wasserversorgung	
45	Bauwesen	Aktivität 7
50	Kfz-Handel; Reparatur v. Kfz; Tankstellen	Aktivität 8
51	Handelsvermittlung u. GH (ohne Handel mit Kfz)	
52	EH (o. Kfz, o. Tankstellen); Reparatur v. Gebrauchsgütern	
55	Beherbergungs- und Gaststättenwesen	
60	Landverkehr; Transport in Rohrfernleitungen	
61	Schifffahrt	
62	Flugverkehr	
63	Hilfs- u. Nebentätigkeiten für den Verkehr; Reisebüros	
64	Nachrichten-übermittlung	Aktivität 9
65	Kreditwesen	
66	Versicherungs-wesen	
67	Mit dem Kredit- u. Versicherungs-wesen verbund. Tätigkeiten	
70	Realitätenwesen	Aktivität 10
71	Vermietung beweglicher Sachen ohne Personal	
72	Datenverarbeitung und Datenbanken	
73	Forschung und Entwicklung	
74	Erbringung von unternehmens-bezogenen DL	Aktivität 11
75	Öffentliche Verwaltung, Sozialversicherung	
80	Unterrichtswesen	
85	Gesundheits-, Veterinär- u. Sozialwesen	Aktivität 12
90	Abwasser- u. Abfallbeseitigung u. sonstige Entsorgung	
91	Interessenvertretungen, Vereine	
92	Kultur, Sport und Unterhaltung	
93	Erbringung von sonstigen DL	
95	Private Haushalte	

Tabelle 5.2: Die aggregierten Aktivitäten

Damit ergibt sich folgende aggregierte **Inlands-Use-Matrix** U_d :

	Laufende Preise, in Tausend Euro	Aktivitäten							
		0	1	2	3	4	5	6	7
Güter	0	1345420	580	2178755	38386	514472	4261	820	18946
	1	8345	57351	11983	2	314210	1550	303482	494845
	2	356424	648	1288634	6740	57314	6669	3511	4942
	3	7191	745	8039	310491	106439	41620	1637	43255
	4	293336	84512	409282	112633	7282360	2722194	107877	3366333
	5	101361	48909	62786	31472	754912	1307027	96691	410553
	6	88961	60734	180783	58154	956739	215203	2520933	85031
	7	99050	17942	50975	23187	263245	108023	78757	1633081
	8	558176	181783	1156350	448554	4708546	2530798	457976	1812083
	9	55773	38260	213331	90610	944499	538613	81358	418912
	10	99535	85199	553113	160802	2300047	1516494	200097	1150242
	11	95644	1832	29468	4109	50141	34912	9267	16271
	12	6108	7699	112875	36937	361641	109202	26877	59322

		Aktivitäten				
		8	9	10	11	12
Güter	0	365942	8711	71	73345	6805
	1	41534	14550	228	56731	11654
	2	1438240	20160	7387	382198	22304
	3	156497	8921	9523	143922	12898
	4	3427493	704391	880801	1173925	418724
	5	868733	72655	82642	335050	67223
	6	920157	426751	98970	754795	250360
	7	950794	3527441	70525	1032421	275719
	8	10557588	873049	838593	1735843	595282
	9	4449501	12033083	1038086	1204101	450745
	10	4974712	2004608	3747704	1445119	901086
	11	105929	37915	38513	1296578	12658
	12	685317	1032307	415933	263383	1258545

Tabelle 5.3: Die aggregierte Inlands-Use Matrix U_d

und folgende aggregierte **Import-Use-Matrix** U_m :

	Laufende Preise, in Tausend Euro	Aktivitäten							
		0	1	2	3	4	5	6	7
Güter	0	198708	21	500213	47830	476393	210	36	6813
	1	2361	5607	322	1	2263641	178	855655	24556
	2	39532	232	349116	93844	68148	2472	1303	1827
	3	9040	1074	7412	1108160	131458	34015	1789	55711
	4	264563	63884	442824	386589	10928001	2818132	42837	2275111
	5	86812	40830	58113	26512	512717	9347395	199103	860888
	6	0	0	0	0	0	0	361254	0
	7	0	0	0	0	0	0	0	360355
	8	4850	3713	25820	40481	269670	141656	11903	24628
	9	1738	1816	15515	6765	74700	44989	6797	19705
	10	7916	9348	53446	15403	235110	124873	16053	132480
	11	0	0	0	0	0	0	0	0
	12	7	0	0	0	525535	0	0	0

		Aktivitäten				
		8	9	10	11	12
Güter	0	25698	524	4	3911	341
	1	1835	396	34	2886	882
	2	505024	7488	2742	141954	8284
	3	145858	9763	10808	64752	12988
	4	1507793	190472	241625	934553	209584
	5	2187742	74737	139877	661515	64963
	6	0	0	0	0	0
	7	0	0	0	0	0
	8	2881747	23647	18545	57608	11490
	9	224941	1325884	59336	84763	23935
	10	728048	158766	1130954	155076	76841
	11	0	0	0	5404	0
	12	9617	0	95194	903	176385

Tabelle 5.4: Die aggregierte Import-Use Matrix U_m

Die dazugehörige aggregierte **Make-Matrix V** sieht wie folgt aus:

Laufende Preise, in Tausend Euro		Güter							
		0	1	2	3	4	5	6	7
Aktivitäten	0	6467318	2253	836692	0	46875	2762	800	139915
	1	0	1315394	0	0	21286	4362	5569	33638
	2	0	0	10591401	0	60877	6245	4304	4245
	3	0	0	0	4547897	183276	3010	1448	2125
	4	0	91112	4209	33795	52332398	610240	147904	354706
	5	0	0	2015	1139	275226	31707576	10582	439548
	6	0	44	0	0	2586	38331	9348093	298078
	7	0	57940	1514	0	326850	226598	12946	27356350
	8	0	85243	557235	171316	935309	993905	5726	429485
	9	0	0	0	0	11685	25	0	7
	10	0	0	0	964	40265	9500	0	35643
	11	0	0	0	0	208179	2549	0	61564
	12	0	0	0	1304	30887	4964	19	5385

		Güter				
		8	9	10	11	12
Aktivitäten	0	149614	1672	11616	872	3052
	1	54533	3709	12709	0	13810
	2	524289	34864	72865	0	11213
	3	173237	426	401	0	0
	4	1617419	34590	475275	8434	11688
	5	996173	7435	610406	791	690
	6	8957	25185	150568	0	11696
	7	399070	41280	169590	0	5043
	8	79355368	799751	1153088	1914	197903
	9	87146	42374900	491439	0	2360
	10	359408	177144	23895509	0	92
	11	250979	116944	219375	43465419	6816
	12	188030	56219	23749	43173	12327219

Tabelle 5.5: Die aggregierte Make-Matrix V

Damit lassen sich mit den vier verschiedenen Ansätzen die **Inlands**-, **Import**- und **Total-Flow-Matrizen** berechnen. Prinzipiell kann man, um Unterschiede in den verschiedenen Ansätze festzustellen, einzelne Elemente, die Zeilen- bzw. die Spalten- oder Gesamtsumme miteinander vergleichen. Um ein anschauliches Ergebnis zu erzielen, wird hier die Differenz zweier Matrizen gebildet und deren Absolutwerte aufsummiert.

Mit A sei der „bottom-up Ansatz“, mit B der „differenzbasierende Ansatz“, mit C der „top-down Ansatz basierend auf der CSIPA“ und mit D der „top-down Ansatz basierend auf der ISIPA“ gekennzeichnet.

In diesem Beispiel erhält man unter der Berücksichtigung, dass keine Information in Form von unteren Schranken miteinfließt, für aggregierte Flow-Matrizen folgendes Ergebnis:

Vergleich (in Tausend Euro)	Total-Flow-Matrix	Inlands-Flow-Matrix	Import-Flow-Matrix
A vs. B	126383.54	108575.64	27955.54
A vs. C	217151.27	123818.88	135740.36
A vs. D	217151.27	2144811.33	1931661.34
B vs. C	105174.09	34057.79	135855.02
B vs. D	105174.09	2037509.84	1955422.28
C vs. D	0.00	2048956.77	2048956.77

Tabelle 5.6: Der Vergleich der verschiedenen Ansätze durch aggregierte Flow-Matrizen

Der Vergleich der verschiedenen Ansätze über die absolute Differenz zweier Matrizen und anschließender Aufsummierung der Elemente, wobei hier keine Aggregation der Flow-Matrizen erfolgt ist, sieht wie folgt aus:

Vergleich (in Tausend Euro)	Total-Flow-Matrix	Inlands-Flow-Matrix	Import-Flow-Matrix
A vs. B	234731.70	189881.55	56281.74
A vs. C	424748.45	340579.27	399954.17
A vs. D	424748.45	1798249.33	1502464.97
B vs. C	206739.34	231282.36	385563.57
B vs. D	206739.34	1637614.48	1514474.24
C vs. D	0.00	1712432.46	1712432.46

Tabelle 5.7: Der Vergleich der verschiedenen Ansätze durch nicht aggregierte Flow-Matrizen

Wie man aus den beiden Tabellen erkennen kann, sind die Unterschiede der verschiedenen Ansätze zueinander kleiner, wenn mehr Daten zusammengefasst werden und somit kleinere Matrizen in den Berechnungen vorhanden sind. Ist eine größere Anzahl an Einträgen vorhanden, umso häufiger können sich die Elemente voneinander unterscheiden. Je größer die Matrizen sind, desto mehr unterscheiden sich die vier verschiedenen Ansätze voneinander.

Insgesamt kann man erkennen, dass die Unterschiede der jeweiligen Ansätze zueinander relativ klein sind.

Der Ansatz B zeigt den geringsten Unterschied zu A, C und D. Es ist hier nicht klar ob der Ansatz C oder D bei der Berechnung der **Total-Flow-Matrix** näher an dem von B ist. Bildet man die Summe über die Abweichungen der **Inlands-** und **Import-Flow-Matrix**, so ist diese beim Vergleich B vs. C kleiner als die von C vs. D. Somit scheint der Ansatz C näher an B zu liegen. Dadurch wäre auch der Ansatz C näher an dem Ansatz A als der von D. Der Unterschied in der **Total-Flow Matrix** ist im Ansatz C zu D nicht vorhanden, jedoch unterscheiden sie sich hinsichtlich der **Import-** und **Inlands-Flow-Matrix**.

Um detailliertere Aussagen für die Verwendung eines Gutes in der Produktion eines anderen Gutes treffen zu können, sei hier der Unterschied in den Zeilensummen der verschiedenen Ansätze für die **Total-, Inlands- und Import-Flow-Matrix** dargestellt.

Der Vergleich der verschiedenen Ansätze über die absolute Differenz zweier Total-Flow-Matrizen und anschließender Bildung der Zeilensumme sieht folgendermaßen aus:

Vergleich (in Tausend Euro)	A vs. B	A vs. C	A vs. D	B vs. C	B vs. D	C vs. D
Gut 0	12571.16	25465.22	25465.22	12894.07	12894.07	0.00
Gut 1	46943.45	75523.63	75523.63	34230.81	34230.81	0.00
Gut 2	15.26	15.26	15.26	0.00	0.00	0.00
Gut 3	0.00	0.00	0.00	0.00	0	0.00
Gut 4	0.00	0.00	0.00	0	0.00	0.00
Gut 5	0.00	0.00	0.00	0.00	0	0.00
Gut 6	7355.48	14710.96	14710.96	7355.48	7355.48	0.00
Gut 7	31541.08	47829.59	47829.59	23914.79	23914.79	0.00
Gut 8	2228.40	2711.87	2711.87	1331.55	1331.55	0.00
Gut 9	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Gut 10	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Gut 11	6.89	13.81	13.81	6.93	6.93	0.00
Gut 12	25721.83	50880.93	50880.93	25440.47	25440.47	0.00

Tabelle 5.8: Der Vergleich der verschiedenen Ansätze über Total-Flow-Matrizen

Vergleicht man die verschiedenen Ansätze über die absolute Differenz zweier Inlands-Flow-Matrizen und bildet anschließend die Zeilensumme, so erhält man folgende Tabelle:

Vergleich (in Tausend Euro)	A vs. B	A vs. C	A vs. D	B vs. C	B vs. D	C vs. D
Gut 0	12732.61	13744.71	92419.46	2561.72	79818.30	81247.84
Gut 1	37761.82	51511.01	159341.33	30857.11	122559.78	132315.88
Gut 2	7.63	196.30	54179.87	196.88	54172.92	54295.07
Gut 3	0.00	0.00	40351.26	0.00	40351.26	40351.26
Gut 4	0.00	0.00	603229.89	0.00	603229.89	603229.89
Gut 5	0.00	0.00	376446.35	0.00	376446.35	376446.35
Gut 6	7355.48	7355.48	15232.54	0.00	7887.54	7887.54
Gut 7	23914.79	23914.79	51623.26	0.00	27724.78	27724.78
Gut 8	1355.94	1355.94	407622.73	0.00	406401.76	406401.76
Gut 9	0.00	0.00	57889.72	0.00	57889.72	57889.71
Gut 10	0.00	0.00	193491.05	0.00	193491.05	193491.05
Gut 11	6.91	6.91	21.99	0.00	15.10	15.10
Gut 12	25440.47	25733.74	92961.87	442.07	67521.40	67660.51

Tabelle 5.9: Der Vergleich der verschiedenen Ansätze über Inlands-Flow-Matrizen

Der Vergleich der verschiedenen Ansätze über die absolute Differenz zweier Import-Flow-Matrizen und anschließender Aufsummierung der Zeilen sieht dabei folgendermaßen aus:

Vergleich (in Tausend Euro)	A vs. B	A vs. C	A vs. D	B vs. C	B vs. D	C vs. D
Gut 0	2398.72	14247.59	67217.13	14387.20	67118.58	81247.84
Gut 1	9181.63	63082.60	85778.22	63082.60	94885.92	132315.88
Gut 2	7.63	197.47	54165.96	196.88	54172.92	54295.07
Gut 3	0.00	0.00	40351.26	0.00	40351.26	40351.26
Gut 4	0.00	0.00	603229.89	0.00	603229.89	603229.89
Gut 5	0.00	0.00	376446.35	0.00	376446.35	376446.35
Gut 6	0.00	7355.48	542.54	7355.48	542.55	7887.54
Gut 7	7642.60	23914.79	3826.30	23914.79	11468.90	27724.78
Gut 8	1007.33	1355.94	405180.79	1331.55	406187.41	406401.76
Gut 9	0.00	0.00	57889.72	0.00	57889.72	57889.71
Gut 10	0.00	0.00	193491.05	0.00	193491.05	193491.05
Gut 11	0.04	6.91	8.21	6.93	8.18	15.10
Gut 12	7717.58	25579.58	43533.92	25579.58	49629.57	67660.51

Tabelle 5.10: Der Vergleich der verschiedenen Ansätze über Import-Flow-Matrizen

Kapitel 6

Zusammenfassung

Da es bei der Erstellung der Input-Output Tabellen oft zu Problemen mit negativen Einträgen kommt, wurden Methoden vorgestellt, die es ermöglichen nicht-negative Input-Output Tabellen aus den Verwendungs- und Aufkommenstabellen mit und ohne Zusatzinformation abzuleiten.

Dazu wurden die einzelnen Technologieannahmen erläutert und die Berechnung der Input-Output Tabellen unter der jeweiligen Annahme vorgestellt.

Um zu untersuchen in wie weit sich die dabei berechneten Tabellen von der tatsächlich publizierten Input-Output Tabelle unterscheiden, wurde die publizierte österreichische Input-Output Tabelle aus dem Jahr 2000 herangezogen.

Da für österreichische Input-Output Tabellen die Bestimmungen des Europäischen Systems Volkswirtschaftlicher Gesamtrechnung (ESVG 1995) gelten, wurde anhand der Use- und Make-Matrix von 2000 mit und ohne Zusatzinformation eine nicht-negative Flow- bzw. Technologiematrix auf Basis der Gütertechnologieannahme ermittelt. Die Ausgangsdaten zur Berechnung der Flow- bzw. Technologiematrix von 2000, bildeten dazu eine adaptierte Use- und Make-Matrix von 2000, um sie mit der publizierten Matrix aus dem Jahr 1995 vergleichen zu können.

Die Untersuchungen mit der Input-Output Tabelle von 2000 haben gezeigt, dass es durch den Algorithmus von Almon möglich ist eine einigermaßen gute Anpassung an die publizierte nicht-negative Flow-Matrix zu erreichen.

Lässt man eine Zusatzinformation - in Form einer unteren Schranken-Matrix - zu, so kann dadurch prinzipiell eine noch bessere Annäherung erzielt werden. Dazu kann man je nachdem wie scharf die Schranken eingehalten werden sollen, den verallgemeinerten bzw. den erweiterten Algorithmus von Almon heranziehen.

Schreibt man zu groß gewählte untere Schranken vor, so wird die

Berechnung dennoch zu einem einigermaßen akzeptablen Resultat führen, da die Zeilensummen der Flow-Matrix vom Algorithmus unbeeinträchtigt sind. Insgesamt hat sich durch die Zusatzinformation der Flow-Matrix aus dem Jahr 1995 gezeigt, dass größere Unterschiede zur publizierten Matrix entstehen.

Da sich jedoch oft nur einzelne Elemente in der Matrix maßgeblich voneinander unterscheiden, kann man in den Fällen die untere Schranken-Matrix adaptieren. Oder man berechnet mit der neu gewonnen Flow-Matrix eine neue Use-Matrix und erforscht anhand dieser die Ursachen für die Unterschiede zur alten Use-Matrix.

Weiters wurden Ansätze präsentiert, die es ermöglichen ein konsistentes Set von Flow-Matrizen zu erzeugen. Durch die Aggregation der Tabelle von 2000 wurde ersichtlich, dass durch Aggregation von größeren Tabellen zu kleineren Matrizen geringere Unterschiede zwischen den verschiedenen Ansätzen entstehen.

Dazu wurden die Use- und die Make-Matrix aus dem Jahr 2000 zu 13 Güter- bzw. Aktivitätengruppen zusammengefasst und die Berechnung des konsistenten Sets von Flow-Matrizen durchgeführt.

Tabellenverzeichnis

2.1	Die Gliederung der Input-Output Tabelle	10
2.2	Die vereinfachte Input-Output Tabelle	12
3.1	Die vereinfachte Verwendungstabelle	15
3.2	Die vereinfachte Aufkommenstabelle	16
3.3	Das Make- und Absorptionssystem in der Version A	17
3.4	Das Make- und Absorptionssystem in der Version B	18
4.1	Die Use-Matrix U	26
4.2	Die Make-Matrix V	26
4.3	Die Flow-Matrix R unter der Gütertechnologieannahme	27
4.4	Die Flow-Matrix R unter der Industrietechnologieannahme	28
4.5	Die Use-Matrix U	55
4.6	Die Make-Matrix V	55
4.7	Die Flow-Matrix R mit der Nullmatrix als untere Schranken-Matrix B	56
4.8	Die Flow-Matrix R mit der Use-Matrix U als untere Schranken-Matrix B	56
4.9	Die untere Schranken-Matrix B	57
4.10	Die Flow-Matrix R mit der zuvor gewählten unteren Schranken-Matrix B	57
4.11	Die Matrix der Mittelwerte der Flow-Matrizen bei variierenden unteren Schranken-Matrizen	59
4.12	Die Flow-Matrix R mit der unteren Schranken-Matrix B, die aus dem Mittelwert der Flow-Matrizen gebildet wird	59
4.13	Die Differenz der durchschnittlich ermittelten Flow-Matrix zur richtig berechneten Flow-Matrix	59
4.14	Der Unterschied der Matrizen in Prozent	60
4.15	Die Modell-Transformationen in der A-Version	71
4.16	Die Modell-Transformationen in der B-Version	72
5.1	Die aggregierten Güter	105
5.2	Die aggregierten Aktivitäten	106
5.3	Die aggregierte Inlands-Use Matrix U_d	107
5.4	Die aggregierte Import-Use Matrix U_m	108
5.5	Die aggregierte Make-Matrix V	108

5.6	Der Vergleich der verschiedenen Ansätze durch aggregierte Flow-Matrizen	109
5.7	Der Vergleich der verschiedenen Ansätze durch nicht aggregierte Flow-Matrizen	109
5.8	Der Vergleich der verschiedenen Ansätze über Total-Flow-Matrizen	110
5.9	Der Vergleich der verschiedenen Ansätze über Inlands-Flow-Matrizen	110
5.10	Der Vergleich der verschiedenen Ansätze über Import-Flow-Matrizen	111

Abbildungsverzeichnis

4.1	Die österreichische Flow-Matrix R von 2000, ermittelt durch den Almon Algorithmus - Seite 1	74
4.2	Die österreichische Flow-Matrix R von 2000, ermittelt durch den Almon Algorithmus - Seite 2	75
4.3	Die österreichische Flow-Matrix R von 2000, ermittelt durch den Almon Algorithmus - Seite 3	76
4.4	Die Relationsmatrix, bezogen auf den Algorithmus von Almon - Seite 1	78
4.5	Die Relationsmatrix, bezogen auf den Algorithmus von Almon - Seite 2	79
4.6	Die Relationsmatrix, bezogen auf den Algorithmus von Almon - Seite 3	80
4.7	Die österreichische Flow-Matrix R von 2000, erstellt durch den erweiterten Algorithmus von Almon - Seite 1	82
4.8	Die österreichische Flow-Matrix R von 2000, erstellt durch den erweiterten Algorithmus von Almon - Seite 2	83
4.9	Die österreichische Flow-Matrix R von 2000, erstellt durch den erweiterten Algorithmus von Almon - Seite 3	84
4.10	Die Relationsmatrix, bezogen auf den erweiterten Algorithmus von Almon - Seite 1	87
4.11	Die Relationsmatrix, bezogen auf den erweiterten Algorithmus von Almon - Seite 2	88
4.12	Die Relationsmatrix, bezogen auf den erweiterten Algorithmus von Almon - Seite 3	89

Literaturverzeichnis

- [1] ALMON C.: *Investment in input-output models and the treatment of secondary products*, in: A. P. Carter A. Brody (eds) *Applications of Input-Output Analysis*, Amsterdam, 1970.
- [2] ALMON C.: *Product-to-Product Tables via Product-Technology with No Negative Flows*, *Economic Systems Research*, Vol.12, No.1, March, 2000.
- [3] ALMON C., BUCKLER M., HORWITZ L., REIMBOLD T.: *1985, Interindustry Forecasts of the Amercian Economy (Lexington, Lexington Books)*, 1974.
- [4] ARMSTRONG A. G.: *Technology assumptions in the construction of United Kingdom input-output tables*, in: Allen, R.I.G. and Gossling, W. F. (Eds), *Estimating and updating input-output coefficients (London: Input-Output Publishing)*, 1975.
- [5] BÖHM B.: *Input-Output Analyse - Vorlesungsbehef*, 2007.
- [6] BOHLIN L., WIDELL L. M.: *Estimation of commodity-by-commodity matrices*, *Economic Systems Research*, 18(2), 2006.
- [7] EUROPEAN SYSTEM OF ACCOUNTS: *ESA 1995, Transmission programme of data (Luxembourg, Eurostat)*.
- [8] EUROSTAT - EUROPEAN COMMISSION: *Eurostat Manual of Supply, Use and Input-Output Tables*, 2008 edition.
- [9] GICKLER K: *Input Output Rechnung und Lineare Programmierung, Beziehungen und ökonomische Problematik*, 1962.
- [10] HOLUB H. W.: *Input-Output-Rechnung [2]*, 1994.
- [11] HOLUB H. W., RICHTER J., HEILING N., PERTL L., VÖGEL R.: *Strukturen und Interpendenzen der österreichischen Wirtschaft, Input-Output Analysen für 2003*, 2008.

- [12] KOLLER W.: *Commodity-by-Commodity Input-Output Matrices: Extensions and Experiences from an Application to Austria, Recent Developments in INFORUM-type Modeling* edited by Przybylinski M., 2007.
- [13] KONIJN A.: *The make and use of commodities by industries - On the Compilation of Input-Output Data from the National Accounts*, Universiteit Twente, Enschede, 1994.
- [14] KOP JANSEN P., TEN RAA T.: *The choice of model in the construction of input-output coefficients matrices*, *International Economic Review*, 31(1), 1990.
- [15] LEONTIEF W.: *Quantitative Input and Output Relations in the Economic System of the United States*, *Review of Economics and Statistics* 18 (3), 1936.
- [16] LEONTIEF W.: *The Structure of the American Economy, 1919-1929*, Cambridge, MA, Harvard University Press, 1941.
- [17] LEONTIEF W.: *Studies in the Structure of the American Economy 1919-1939: An empirical application of equilibrium analysis*, Oxford University Press, 1951.
- [18] LEONTIEF W.: *Input-Output Economics* Oxford University Press, New York 1966, 1966b.
- [19] LEONTIEF W.: *Studies in the Structure of the American Economy*, White Plains, NY, International Arts and Sciences Press (now M. E. Sharpe), 1977.
- [20] OFFICE FOR NATIONAL STATISTICS: *United Kingdom Input-Output Analytical Tables 1995*, Newport, 2002.
- [21] RAINER N., RICHTER J.: *Some aspects of the analytical use of descriptive make and absorption tables*, *Economic Systems Research*, 4, 1992.
- [22] RICHTER J.: *Aktualisierung und Prognose technischer Koeffizienten in gesamtwirtschaftlichen Input-Output Modellen*, *Wirtschaftswissenschaftliche Beiträge* 43, 1991.
- [23] RUSSINGER R.: *Input-Output-Tabelle / Analyse: ihr wirtschaftsanalytisches Potenzial*, *Statistische Informationen / AK Wien, Abteilung Wirtschaftswissenschaft und Statistik*; 2003, 6, 2003.

- [24] SCHNABL H.: *Input-Output Techniken, Neuere Verfahren der Erstellung und Analyse*, 1991.
- [25] STATISTIK AUSTRIA: *Input-Output Statistik*. online verfügbar unter http://www.statistik.at/web_de/statistiken/volkswirtschaftliche_gesamtrechnungen/input-output-statistik/index.html; Zugriff am 02. Dezember 2008.
- [26] STATISTIK AUSTRIA: *Input-Output-Tabelle 1995*, 2001.
- [27] STATISTIK AUSTRIA: *Input-Output-Tabelle 2000*, 2004.
- [28] STEENGE A. E., KONIJN A.: *A new approach to irreducibility in multisectoral models with joint production*, *Economic Systems Research*, 4, 1992.
- [29] ÖSTERREICHISCHES STATISTISCHES ZENTRALAMT: *Input-Output-Tabelle 1976, Band 1-3, Beiträge zur Österreichischen Statistik, Heft 1-3*, Wien.
- [30] ÖSTERREICHISCHES STATISTISCHES ZENTRALAMT: *Input-Output-Tabelle 1983, Band 2, Beiträge zur Österreichischen Statistik, Heft 1.138/2*, Wien.
- [31] TEN RAA T.: *The Economics of Input-Output Analysis*, 2005.
- [32] TEN RAA T., CHAKRABORTY D., SMALL J. A.: *An alternative treatment of secondary products in input-output analysis*, *Review of Economics and Statistics*, 66, 1984.
- [33] THAGE B.: *Symmetric input-output tables and quality standards for official statistics*, paper presented at the 14th international Conference on Input-Output Techniques (Montreal), 2002a.
- [34] THAGE B.: *Symmetric input-output tables: compilation issues*, paper presented at the 15th International conference on input-output techniques, Beijing, 2005.
- [35] THAGE B., TEN RAA T.: *Streamlining the SNA 1993 Chapter on Supply and Use Tables and Input-Output*, Paper prepared for the 29th General Conference of the International Association for Research in Income and Wealth, Joensuu, Finland, 2006.

- [36] THE SYSTEM OF NATIONAL ACCOUNTS: (*published by the United Nations, the World Bank, the IMF, the OECD, and the European Union*), 1993.
- [37] UNITED NATIONS: *Handboook of Input-Output Table Compilation and Analysis, Studies in Methods, Series F, Number 74*, New York, 1999.
- [38] VAN RIJCKEGHEM W.: *An exact method for determing the technology matrix in a situation with secondary products*, *Review of Economics and Statistics*, 49, 1967.