Die approbierte Originalversion dieser Diplom-/Masterarbeit ist an der Hauptbibliothek der Technischen Universität Wien aufgestellt (http://www.ub.tuwien.ac.at).

The approved original version of this diploma or master thesis is available at the main library of the Vienna University of Technology (http://www.ub.tuwien.ac.at/englweb/).

TU

TECHNISCHE UNIVERSITÄT WIEN

DIPLOMARBEIT

Master`s Thesis

BEMESSUNGSPROGRAMM FÜR DIE NACHWEISFÜHRUNG VON KEHLBALKENDACHSTÜHLEN NACH EUROCODE 5

ausgeführt zum Zwecke der Erlangung des Akademischen Grades eines Diplom-Ingenieurs unter der Leitung von

Univ. Prof. Dipl.-Ing. Dr. techn. Andreas KOLBITSCH

E 206

Institut für Hochbau und Technologie

eingereicht an der Technischen Universität Wien

Fakultät für Bauingenieurwesen

Von

Bernhard HÖFER

Mat. Nr. 9825342

Josef- Kollmannstraße 39

A-2500 Baden

Baden, im Dezember 2007

1 Vorwort ... 3

2 Kurzfassung und Abstract ... 4

2.1 Kurzfassung ... 4

2.2 Abstract ... 4

3 Dachstühle aus Vollholz ... 5

3.1 Die gängigsten Dachstuhlformen ... 5

3.2 Das Kehlbalkendach ... 5

4 Das statische System des Kehlbalkendachstuhls ... 8

4.1 Lastaufstellung und Lastfälle ... 10

4.2 Schnittkraftermittlung ... 13

4.3 Lastfallkombinationen ... 15

5 Nachweise ... 18

5.1 Druck und Biegung ... 18

5.2 Biegeknicken von Druckstäben ... 19

5.3 Druck ... 20

5.4 Gebrauchstauglichkeit ... 20

6 Das Bemessungsprogramm ... 24

6.1 Funktionsweise ... 24

6.2 Eingabe ... 24

6.3 Aufbau des Programms ... 25

6.3.1 Blatt 1: Geometrie – Belastung ... 25

6.3.2 Blatt 2: Kräfte - Lastfallkombinationen ... 27

6.3.3 Blatt 3: Bauteilquerschnitte – Nachweise Kehlbalken ... 29

6.3.4 Blatt 4: Nachweise Sparren ... 33

6.3.5 Blatt 5: Zusammenfassung ... 36

6.3.6 Blatt 6: Tabellen ... 36

7 Vergleichsrechnung ... 37

7.1 Festlegung der Dachstuhlgeometrie ... 37

7.2 Bestimmung der Einwirkungen ... 37

7.3 Schnittgrößenermittlung ... 38

7.4 Bestimmung der maßgebende Lastfallkombinationen ... 44

7.5 Wahl der Bauteilquerschnitte ... 47

7.6 Nachweise – Kehlbalken ... 48

7.7 Nachweise – Sparren ... 51

8 Anhang ... 55

8.1 Quellenverzeichnis ... 55

8.1.1 Bücher und Schriften ... 55

8.1.2 Normen ... 55

8.1.3 Abbildungen ... 56

8.1.4 Tabellen ... 57

1 Vorwort

Schon seit vielen Jahrtausenden errichtet der Mensch Tragwerke aus Holz. Angefangen vom einfachen Unterstand, sozusagen der Urform eines Daches, über die monumentalen Dachstühle in Kathedralen und beeindruckende Brückentragwerke aus Holz, bis hin zum heutigen Ingenieurholzbau, der im Vergleich zur Baugeschichte noch sehr jung ist.
Auch wenn man in der heutigen Zeit, selbst als Bauingenieur, über die damaligen Tragwerke und Bauten noch immer staunt, sind in der Gegenwart statische Berechnungen nicht mehr wegzudenken. Durch diese Berechnungen wird nicht nur dem Sicherheitsbedürfnis der Menschen Rechnung getragen, sondern erlaubt auch eine wirtschaftliche und effiziente Verwendung von Baustoffen.

Auch in der Zukunft wird der Baustoff Holz, vor allem im Wohnhausbau, aber auch im Brückenbau, eine verbreitete Anwendung finden, da Holz im Vergleich zu anderen Baustoffen ein geringes Gewicht aufweist, leicht zu bearbeiten ist und durch modulare Fertigung mithilfe von modernen Verbindungstechniken schnell zu montieren ist.

Die folgenden Seiten erläutern die Berechnung eines Kehlbalkendachstuhls nach den Bestimmungen zufolge EUROCODE 5 *(ÖNORM EN 1995-1-1; [4])*.

2 Kurzfassung und Abstract

2.1 Kurzfassung

Diese Diplomarbeit dient zur schnellen Dimensionierung und Nachweisführung von verschieblichen Kehlbalkendachstühlen, unter Berücksichtigung der unterschiedlichen Ausbauzustände, nach EUROCODE 5 *(ÖNORM EN 1995-1-1; [4]).* Der textliche Teil dieser Arbeit erläutert vor allem die Berechnungsgrundlagen auf denen das Bemessungsprogramm, welches mit MS Excel XP erstellt wurde, basiert. Dies beinhaltet die Beschreibung der statischen Systeme, speziell die der Kehlbalkendächer, die Lastannahmen und deren Kombinationen, die Schnittkraftberechnung und die Nachweisführung der Bauteile nach EUROCODE 5. Weiters wird das Bemessungsprogramm anhand eines Beispiels erklärt und überprüft. Der hier vorliegende schriftliche Teil kann also als eine Art Benutzerhandbuch angesehen werden.

Der zweite Teil dieser Diplomarbeit stellt das Bemessungsprogramm dar. Dieses soll nicht nur eine schnelle Dimensionierung und Nachweisführung gewährleisten, sondern diese auch anschaulich und nachvollziehbar präsentieren. Daher lag das besondere Augenmerk auf einem logischen Aufbau und der Benutzerfreundlichkeit, sowie graphischen Darstellungen.

2.2 Abstract

This diploma thesis should be useful for dimensioning and proving non rigid collar beam roofs, concerning the different expansions of the roof framework, according to EUROCODE 5 *(ÖNORM EN 1995-1-1; [4])*. The written part of this diploma describes the basis of calculation, on which the program of dimensioning is based on and was written with MS Excel XP This includes the description of the static systems, particular the systems of collar beam roofs, the design loads and the combinations of the loading conditions, the elastic analysis and the static proofs based on EUROCODE 5. Additional the design program will be described and proved by an exemplary static calculation. The written part of the diploma could be seen as a kind of user manual.

The dimensioning program is the second part of the diploma. That program should guarantee a fast and clear static dimensioning. Therefore special attention was paid for a logical structure and an easy use of the program and graphical presentation.

3 Dachstühle aus Vollholz

Der Einsatzbereich von Dachstühlen, die aus Vollholz gefertigt werden, ist abhängig und begrenzt von der Gebäudebreite *(nach Werner, G. & Zimmer, K.; Kapitel 15.1; S.67; [2])*

Nutzung	**Gebäudebreite [m]**
Wohnhäuser	7,5 – 9,6
Wohn- und Geschäftshäuser	9,5 – 12,5
Verwaltungsgebäude, Schulen	12,5 – 15,5

Tabelle 1: Anwendungsbereich von Vollholzdachstühlen

Werden diese Gebäudebreiten überschritten ist es wirtschaftlich und auch statisch gesehen sinnvoller, das Tragwerk nicht mit Vollholz auszuführen, sondern zum Beispiel Brettschichtholzträger zu verwenden.

3.1 Die gängigsten Dachstuhlformen

Bei üblichen Hausdächern werden die Tragwerke hinsichtlich ihrer statischen und konstruktiven Ausbildung in folgende zwei Grundformen unterteilt:

- Sparrendach
- Pfettendach

Das im Zuge dieser Diplomarbeit behandelte Kehlbalkendach kann zu den Sparrendächern gezählt werden. Der Kehlbalkendachstuhl gehört zu der Gruppe der Sparrendächer, da lediglich der Kehlbalken beide Dachstuhlarten unterscheidet. Die statischen Unterschiede zwischen diesen beiden Dachstuhlformen wird im *Kapitel 4* näher beschrieben.

Sonderformen des Kehlbalkendachstuhls

Der Vollständigkeit halber werden hier noch die Sonderformen von Kehlbalkendächern aufgelistet, auf die aber nicht näher eingegangen wird.

- Kehlbalkendach mit stehendem Stuhl
- Kehlbalkendach mit steifen Ecken

3.2 Das Kehlbalkendach

Üblicherweise sind Kehlbalken- und Sparrendächer für Dachneigungen zwischen etwa 30° und 50° Dachneigung gebräuchlich. Der Abstand zwischen den Gespärren liegt im Normalfall zwischen 0,7 und 1,0 Meter.

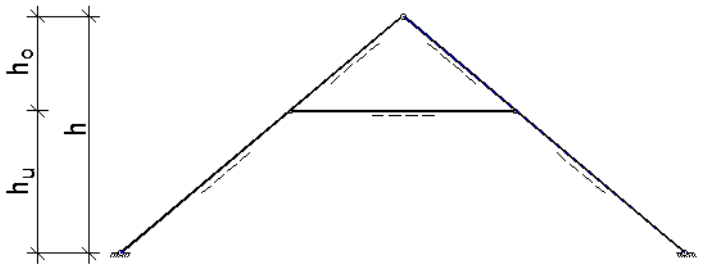


Abbildung 1: Höhenlage des Kehlbalkens

Die empfohlene Höhenlage des Kehlbalkens wird durch das Verhältnis von h_u/h festgelegt und liegt im Bereich von 0,6 bis 0,8. Mit dieser Faustformel werden zwei Aspekte berücksichtigt. Einerseits sollte der Kehlbalken in solch einer Höhe angeordnet werden, dass der Dachraum bei einem (zukünftigen) Ausbau genutzt werden kann, andererseits verringert auch der Kehlbalken das maximale Feldmoment in den Sparren.

Grundsätzlich können beim Kehlbalkendachstuhl, statisch gesehen, zwei Formen unterschieden werden, nämlich das verschiebliche und unverschiebliche Kehlbalkendach. Der Unterschied zwischen den beiden Formen liegt darin, dass bei der unverschieblichen Ausführung zusätzlich Horizontalabstützungen in der Kehlbalkenebene mit ausreichender Steifigkeit angeordnet werden. Eine genauere Beschreibung der beiden statischen Systeme erfolgt in *Kapitel 4*.

Im Folgenden wird der verschiebliche Kehlbalkendachstuhl näher erörtert, da auch das Bemessungsprogramm auf diesem Typ beruht.

Vor- und Nachteile des Kehlbalkendachstuhls

Als Vorteile wären vor allem folgende Punkte anzuführen:

- Im Gegensatz zum Pfettendachstuhl sind keine Stützen notwendig. Somit bleibt der Dachraum frei, was den Ausbau des Dachgeschosses erleichtert.
- Die oberste Decke wird nicht belastet, da alle Dachlasten in das Außenmauerwerk eingeleitet werden.
- In der Kehlbalkenebene kann beim Ausbau leicht eine Decke eingezogen werden, da die Kehlbalken als Tragwerk für diese genutzt werden können. Dadurch wird der Dachraum geteilt. Der oberhalb der Kehlbalkenebene befindliche Raum, kann bei geeigneten Maßnahmen ebenfalls genutzt werden. Im Falle eines Ausbaues des Dachraums ist es jedoch wichtig die zusätzlichen Lasten auf das Gespärre zu berücksichtigen *(siehe auch Kapitel 4.1)*
- Im Vergleich zum Sparrendach ist das Kehlbalkendach wesentlich steifer. Daher sind mit einem Kehlbalkendachstuhl, bei gleichen Sparrenquerschnittsabmessungen, größere Spannweiten als bei einem Sparrendachstuhl möglich.

Die Nachteile:

- Dachgauben sollten nicht mehr als über zwei Sparrenfelder gehen, da die durchgehenden Gespärre sonst zu stark belastet werden würden. Daher sollten Auswechslungen, unter Berücksichtigung der Umlagerung der Kräfte, höchstens nur für einen Sparren vorgenommen werden. Diese Umstände müssen natürlich auch bei der Anordnung von Kaminen berücksichtigt werden.
- Wie beim Sparrendach müssen auch hier die auftretenden Horizontalkräfte an den Auflagern berücksichtigt werden.
- Im Vergleich zum Sparrendach und auch Pfettendach, ist der Holzverbrauch größer.
- Aus architektonischen Gesichtspunkten können in manchen Fällen die Kehlbalken störend wirken, da der Dachraum nicht mehr ganz frei ist.

4 Das statische System des Kehlbalkendachstuhls

Wie schon in *Kapitel 3.2* erwähnt, unterscheidet man zwischen dem verschieblichen und dem unverschieblichen Kehlbalkendach.

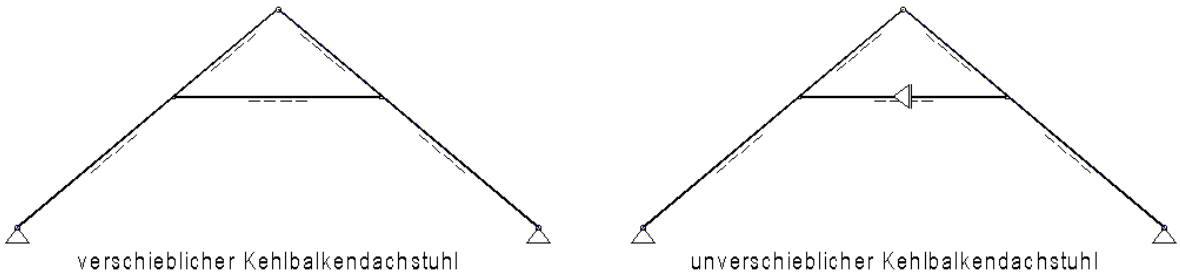


Abbildung 2: Statische Systeme des verschieblichen- und unverschieblichen Kehlbalkendachstuhls

Beide statischen Systeme haben folgende gleichen Merkmale:

- Die Lagerung der Sparren am Auflager wird als gelenkig und unverschieblich angesehen.
- Der Anschluss der Kehlbalken an die Sparren wird als Gelenk betrachtet, auch wenn es je nach Art des Kehlbalkens bzw. der Verbindung mit den Sparren auch zu einer Übertragung von Biegemomenten kommen kann, die aber im Allgemeinen vernachlässigt wird.
- Jedes Sparrenpaar ist gelenkig miteinander verbunden.

Das unverschiebliche Kehlbalkendach:

Durch den in der Kehlbalkenebene angeordneten Aussteifungshorizont erhält das Tragwerk eine sehr hohe Steifigkeit in alle Richtungen, wodurch maximale Stützweiten bis zu 14 Meter möglicht werden. Es ist jedoch darauf zu achten, dass die in der Kehlbalkenebene angeordnete Scheibe auch eine ausreichend hohe Steifigkeit besitzt, denn nur dann kann das Kehlbalkendach als unverschieblich angesehen werden. Statisch gesehen wirkt dieser Aussteifungsverband als ein waagrecht liegendes Fachwerk, welches nur horizontal belastet wird. Weiters müssen natürlich auch die Giebelwände im Stande sein, die von dem Aussteifungshorizont eingeleitete Horizontalkraft aufzunehmen.

Das verschiebliche Kehlbalkendach:

Ausgehend von einem klassischen Dreigelenksbogen, welcher einem Sparrendach entsprechen würde, wird zusätzlich ein Kehlbalken angeordnet, wodurch ein einfach statisch unbestimmtes System entsteht.

Der Kehlbalken, der jeweils immer ein Sparrenpaar verbindet, wird hauptsächlich durch Druck beansprucht. An der Stelle des Kehlbalkenanschlusses an den Sparren, tritt bei Belastung ein Stützmoment auf, wodurch das maximale Biegemoment auf den Sparren reduziert wird. Folgende Abbildung soll dies veranschaulichen:

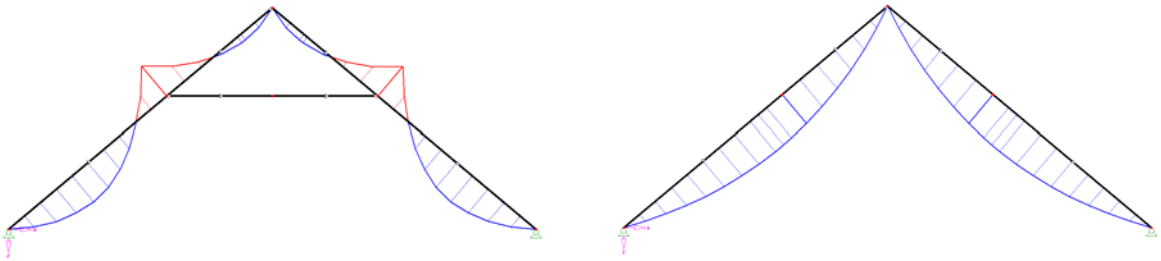


Abbildung 3: Momentenverlauf eines Kehlbalken- bzw. eines Sparrendaches

Wenn also die Belastungen und geometrischen Abmessungen für ein (nicht ausgebautes) Kehlbalkendach und Sparrendach gleich groß sind, dann ist das maximale Biegemoment eines Sparrendachs stets größer, als das des Kehlbalkendachs.
Wird das Dachgeschoß ausgebaut übernimmt der Kehlbalken gleichzeitig auch die Funktion eines Deckenträgers, wodurch der Kehlbalken auch auf Biegung beansprucht wird. Im Gegensatz zum Sparrendach verträgt das Kehlbalkendach besser kleine Verschiebungen im Auflagerbereich, jedoch muss trotzdem darauf geachtet werden, dass die Auflager der Sparren durch geeignete konstruktive Lösungen als unverschieblich angesehen werden können.

Ein konstruktives Beispiel für ein unverschiebliches Auflager könnte zum Beispiel wie folgt aussehen:

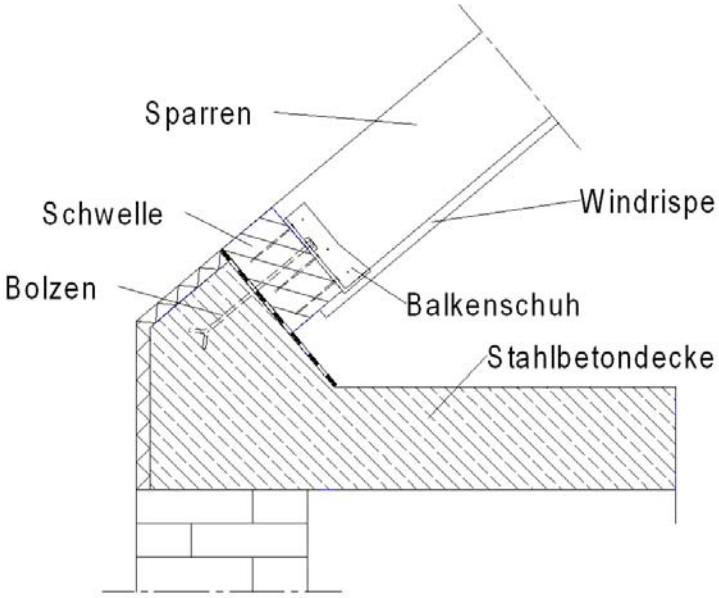


Abbildung 4: Konstruktive Variante des Auflagerbereichs für ein Kehlbalkendach

4.1 Lastaufstellung und Lastfälle

Im Zuge der Lastaufstellung wird zwischen ständigen und veränderlichen Lasten unterschieden, die dann den jeweiligen Lastfällen zugeordnet werden. Die Lasten sind in der Eingabemaske selbst zu wählen und decken folgende Bereiche ab.

Ständige Lasten:

Dachdeckung: Hier wird das Eigengewicht der Dachhaut berücksichtigt. Das Eigengewicht liegt im Normalfall im Bereich von 0,03 bis 1.00 kN/m² *(nach Pech, A. & Hollinsky, K.; Kapitel 2.5.2; S.45; [3]).*

Eigengewicht Sparren: Das Eigengewicht des Sparrens eines verschieblichen Kehlbalkendaches kann in Abhängigkeit von der Dachneigung α und der Dachstuhlbreite mit folgendem Diagramm *(nach Werner & Zimmer, S. 45; Abb. 14.8, [2])* abgeschätzt werden.

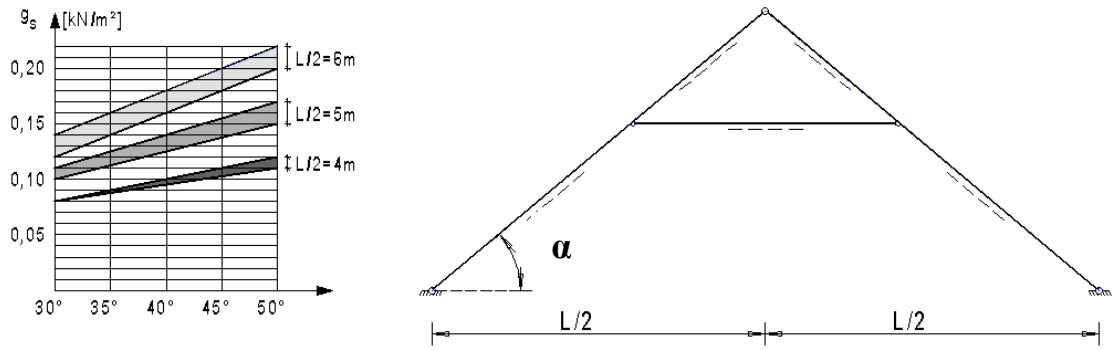


*Abbildung **5**: Abschätzung Eigengewicht Sparren*

Das Eigengewicht von Dachdeckung und Sparren stellen den Lastfall (LF) 1 dar.

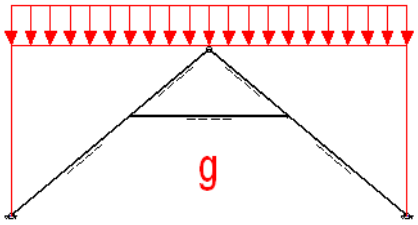


Abbildung 6: LF1: Eigengewicht Dachdeckung und Sparren

Eigengewicht Wandverkleidung: Im Falle eines Dachgeschoßausbaus wird hierbei das Eigengewicht der innen angebrachten Wandverkleidung berücksichtigt.

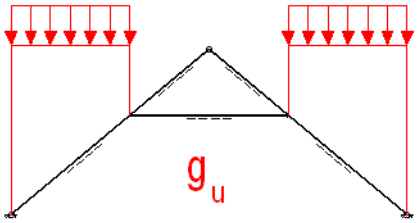


Abbildung 7: LF2: Eigengewicht Wandverkleidung

Eigengewicht Kehlbalken: Das Eigengewicht wird hier in Abhängigkeit von L/2 *(nach Werner & Zimmer, S. 45, [2])* bestimmt.

L/2	4m	5m	6m
g_k	≈ 0,08	≈ 0,10	≈ 0,12

g_k [kN/m²] bezogen auf die Kehlbalkenebene

Tabelle 2: Abschätzung Eigengewicht Kehlbalken

Wenn im Zuge eines Dachgeschoßausbaus in der Kehlbalkenebene eine Decke eingezogen wird, ist dieses Eigengewicht hinzu zu fügen.

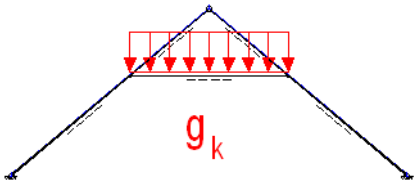


Abbildung 8: LF3: Eigengewicht Kehlbalken und Deckenverkleidung

Veränderliche Lasten:

Nutzlast auf Kehlbalkendecke: Hier ist zu berücksichtigen welche Art der Nutzung für den Raum oberhalb der Kehlbalkenebene vorgesehen ist. Ist der Raum nur bedingt begehbar, wie zum Beispiel bei Kriechböden, oder lässt es die Dachstuhlgeometrie zu, auch diesen Raum als Wohnraum zu nutzen. Die Nutzlasten sind in der *ÖNORM EN 1991-1-1 [5]* festgelegt.

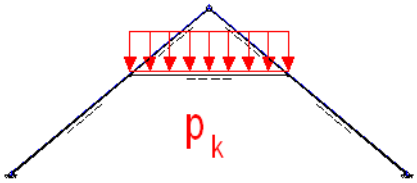


Abbildung 9: LF4: Nutzlast auf Kehlbalkendecke

Schneelast über gesamtes Kehlbalkendach: Die Schneelast wird mittels der *ÖNORM B 1991-1-3 [6]* ermittelt.

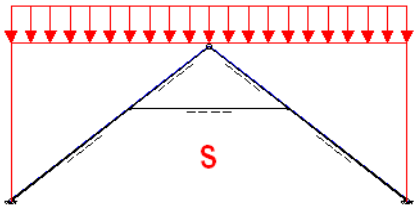


Abbildung 10: LF5: Schneelast über gesamtes Kehlbalkendach

Schneelast auf der linken Seite des Kehlbalkendachs: Es wird hier die halbe Schneelast auf der linken Seite des Gespärres angeordnet.

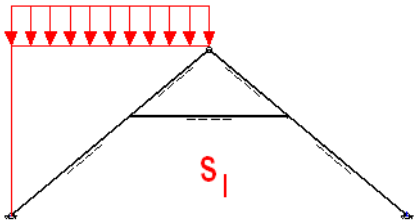


Abbildung 11: LF6: halbe Schneelast auf linker Seite

Mannlast auf der linken Seite des Kehlbalkendachs: Die Mannlast P, die eine Einzelkraft darstellt, greift hier an der Stelle des Kehlbalkenanschlusses an den Sparren an.

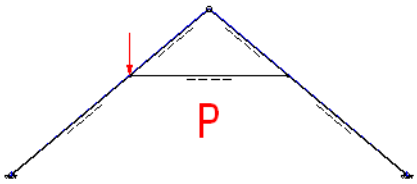


Abbildung 12: LF7: Mannlast P links

Mannlast in der Mitte des Kehlbalkens: Die Einzelkraft P greift hier in Kehlbalkenmitte an. Im Normalfall ist diese Kraft nicht zu berücksichtigen.

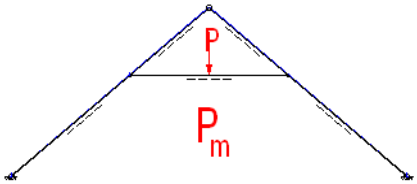


Abbildung 13: LF8: Mannlast P in Kehlbalkenmitte

Windlast: Auf den Dachstuhl wirkt Druck und Sog. Die Einwirkungen sind nach *ÖNORM EN 1991-1-4 [7]* zu berechnen.

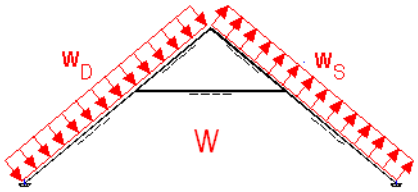


Abbildung 14: LF9: Windlast

4.2 Schnittkraftermittlung

Die für die Nachweise nach Eurocode 5 benötigten Schnittkräfte werden größtenteils nach den „Kehlbalkendach – Formeln“ von Prof. Rubin errechnet, welche in den „Bautabellen für Ingenieure“ *(Schneider, S. 4.26, [1])* erschienen sind.

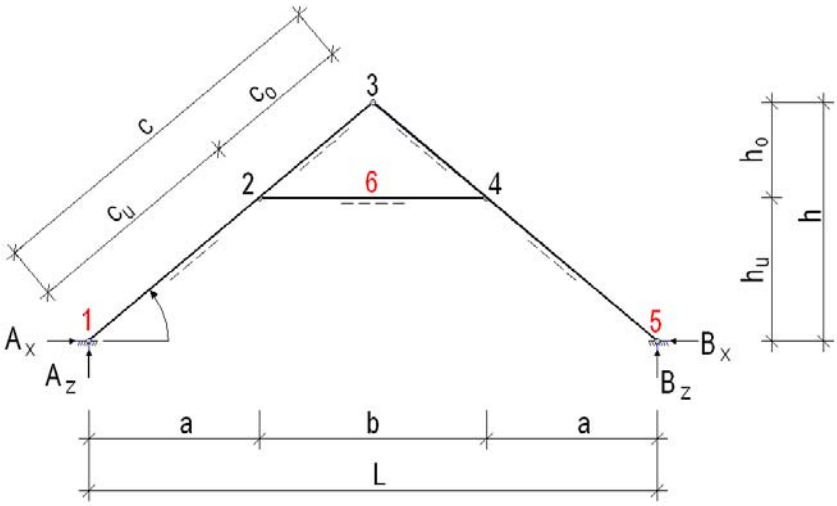


Abbildung 15: Schematischer Querschnitt zur Schnittkraftberechnung

Basierend auf diesen Formeln wurde die Schnittkraftermittlung noch um drei weitere Schnittgrößen erweitert, um tatsächlich alle nötigen Schnittkräfte für Tragsicherheits- und Gebrauchstauglichkeitsnachweis zur Verfügung zu haben.

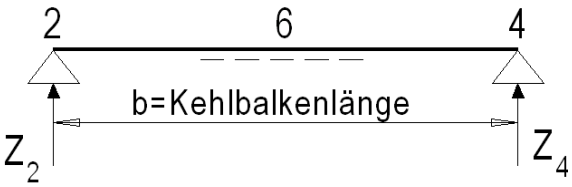


Abbildung 16: Kehlbalken als Einfeldträger

Das Biegemoment für den Kehlbalken an der Stelle 6:

Wie in *Abbildung 16* dargestellt werden die Schnittkräfte des Kehlbalkens am statischen System eines Einfeldträgers berechnet. Bei symmetrischer Belastung des Kehlbalkens gilt:

$$Z_2 = Z_4 = A_z = B_z \qquad \textbf{(1)}$$

Das Biegemoment zufolge einer Einzelkraft P ergibt:

$$M_6 = \frac{P}{2} * \frac{b}{2} = \frac{P * b}{4} \qquad \textbf{(2)}$$

Das Biegemoment zufolge einer Gleichlast p_k ergibt:

$$M_6 = \frac{p_k * b^2}{8} \qquad \textbf{(3)}$$

Zusätzlich zu den Biegemomenten in Punkt 6 werden noch die Normalkräfte in den Auflagerpunkten 1 bzw. 5 berechnet.

Normalkräfte in den Sparren an den Auflagern:

Da die Auflagerkräfte bekannt sind, ergibt sich nach dem Schnittprinzip der Mechanik, die Normalkraft wie folgt:

$$N_{12} = -A_x * \cos\alpha - A_z * \sin\alpha \qquad \textbf{(4)}$$

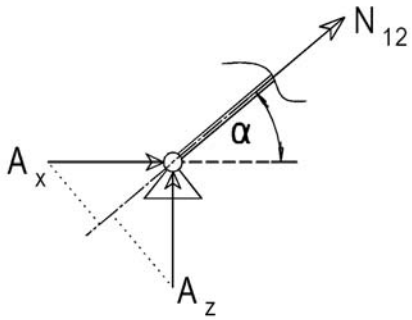


Abbildung 17: Normalkräfte N_{12} bzw. N_{54}

Normalkräfte in den Sparren im Bereich des Kehlbalkenanschlusses:

Die Normalkraft im Sparren ist zwischen dem Auflager und dem Kehlbalkenanschluss für die Lastfälle LF1, LF2, LF5 und LF6, durch die Linienlasten entlang der Sparren, nicht konstant und wird wie folgt berechnet:

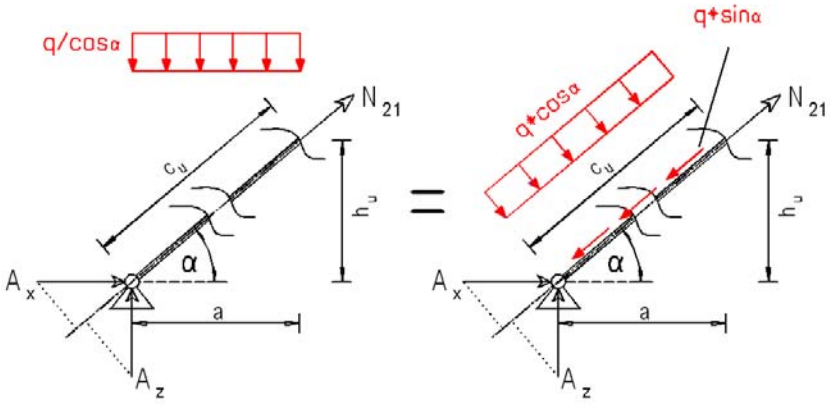


Abbildung 18: Normalkräfte N_{21} bzw. N_{45}

$$N_{21} - q * \sin\alpha * \sqrt{a^2 + h_u^2} + A_z * \sin\alpha + A_x * \sin\alpha = 0$$

$$\text{mit } \sqrt{a^2 + h_u^2} = c_u$$

$$N_{21} = q * \sin\alpha * c_u - A_z * \sin\alpha - A_x * \cos\alpha \qquad \textbf{(5)}$$

Für alle anderen Lastfälle (LF3, LF4, LF7, LF8, LF9) ist die Normalkraft im Sparren zwischen dem Auflager und dem Kehlbalkenanschluss konstant und wird daher nach *Formel (4)* berechnet.

4.3 Lastfallkombinationen

Die Lastfallkombinationen werden nach der vereinfachten Methode ermittelt :

$$E_d = \gamma_G * \sum G_{k,j} + \gamma_Q * \sum Q_{k,j} \qquad \textbf{(6)}$$

E_d ... Bemessungswert der Beanspruchung
G_k ... Charakteristischer Wert d. ständigen Einwirkungen
Q_k ... Charakteristischer Wert d. veränderlichen Einwirkungen
γ ... Teilsicherheitsbeiwerte

Der Teilsicherheitsbeiwert γ_G für die ständigen Lasten ist stets mit **1,35** anzunehmen. Der Teilsicherheitsbeiwert γ_Q wird bei einer veränderlichen Einwirkung mit **1,5** vorgegeben und bei mehreren Einwirkungen mit ebenfalls **1,35**. Im Bemessungsprogramm können die Teilsicherheitsbeiwerte selbst festgelegt werden, um den Anwendungsbereich des Programms nicht einzuschränken *(siehe auch Kapitel 6.2)*

Lastfallkombinationen – Sparren:

Der Sparren wird an der Stelle 4 (siehe *Abbildung 15*) auf Druck und Biegung und weiters auf Biegeknicken überprüft. Hierbei sind zwei mögliche Kombinationen zu untersuchen. In Kombination a wird die Schneelast über den gesamten Dachstuhl angesetzt (LF5). Bei Kombination b hingegen nur die Schneelast auf einer Seite des Daches (LF6). Das größere Biegemoment ($M_{d,4}$) aus den beiden Kombinationen ist maßgebend für die Nachweise.

$$\text{Kombination a: } \left.\begin{aligned} \sum G_{k,j} &= LF1 + LF2 = \quad \ldots \\ \sum Q_{k,j} &= LF5 + LF7 + LF9 = \ldots \end{aligned}\right\} \rightarrow M_{d,4} = \ldots[kNm]$$

$$\text{zugeh. Normalkraft: } \left.\begin{aligned} \sum G_{k,j} &= LF1 + LF2 + LF3 = \quad \ldots \\ \sum Q_{k,j} &= LF4 + LF5 + LF7 + LF8 + LF9 = \ldots \end{aligned}\right\} \rightarrow N_{d,45} = \ldots[kN]$$

Abbildung 19: Lastfallkombination a - Sparren

$$\text{Kombination b: } \left.\begin{aligned} \sum G_{k,j} &= LF1 + LF2 = \quad \ldots \\ \sum Q_{k,j} &= LF6 + LF7 + LF9 = \ldots \end{aligned}\right\} \rightarrow M_{d,4} = \ldots[kNm]$$

$$\text{zugeh. Normalkraft: } \left.\begin{aligned} \sum G_{k,j} &= LF1 + LF2 + LF3 = \quad \ldots \\ \sum Q_{k,j} &= LF4 + LF6 + LF7 + LF8 + LF9 = \ldots \end{aligned}\right\} \rightarrow N_{d,45} = \ldots[kN]$$

Abbildung 20: Lastfallkombination b - Sparren

Die größte Normalkraft im Sparren findet sich im Auflagerbereich. Laut den statischen Annahmen *(siehe Kapitel 4)* sind hier keine Biegemomente vorhanden. Im Programm werden sowohl $N_{d,12}$ als auch $N_{d,54}$ berechnet, da die asymmetrischen Lastfälle (LF6, LF7, LF9) unterschiedliche Normalkräfte hervorrufen. Daher wird für die Berechnung von $N_{d,12}$ der Lastfall 9 (Winddruck – Windsog) nicht berücksichtigt, da dieser auf die Normalkraft im Sparren entlastend wirken würde.

$$\text{Kombination c: } \left.\begin{aligned} \sum G_{k,j} &= LF1 + LF2 + LF3 = \quad \ldots \\ \sum Q_{k,j} &= LF4 + LF5 + LF7 + LF8 + LF9 = \ldots \end{aligned}\right\} \rightarrow N_{d,54} = \ldots[kN]$$

Abbildung 21: Lastfallkombination c - Sparren

$$\text{Kombination d: } \left.\begin{aligned} &\sum G_{k,j} = LF1 + LF2 + LF3 = \quad \ldots \\ &\sum Q_{k,j} = LF4 + LF6 + LF7 + LF8 = \ldots \end{aligned}\right\} \rightarrow N_{d,12} = \ldots [kN]$$

Abbildung 22: Lastfallkombination d - Sparren

Die größere Normalkraft aus beiden Kombinationen ist maßgebend, wobei meistens $N_{d,54}$ maßgebend sein wird, da $N_{d,12}$ nur in Ausnahmefällen die größere Normalkraft erhält.

Lastfallkombinationen – Kehlbalken:

Der Sparren wird an der Stelle *6 (siehe Abbildung 15)* auf Druck und Biegung und weiters auf Biegeknicken überprüft. Hier ist nur eine Lastfallkombination zu ermitteln:

$$\left.\begin{aligned} &\sum G_{k,j} = LF3 = \quad \ldots \\ &\sum Q_{k,j} = LF4 + LF8 = \ldots \end{aligned}\right\} \rightarrow M_{d,6} = \ldots [kNm]$$

$$\text{zugeh. Normalkraft: } \left.\begin{aligned} &\sum G_{k,j} = LF1 + LF2 + LF3 = \quad \ldots \\ &\sum Q_{k,j} = LF4 + LF5 + LF8 + LF9 = \ldots \end{aligned}\right\} \rightarrow N_{d,24} = \ldots [kN]$$

Abbildung 23: Lastfallkombination - Kehlbalken

Abschließend kann zu den Lastfallkombinationen grundsätzlich folgendes festgehalten werden:

Bei allen Lastfallkombinationen für die Nachweise der Sparren ist der Teilsicherheitsbeiwert für die veränderlichen Einwirkungen γ_Q stets 1,35, da immer mehr als eine veränderliche Last vorhanden ist.

Hingegen kann bei der Lastfallkombination des Kehlbalkens, bei der Ermittlung des Biegemoments, γ_Q auch den Wert von 1,5 annehmen, nämlich dann, wenn der Lastfall 8 (Einzellast in Kehlbalkenmitte) und/oder der Lastfall 4 (Nutzlast auf Kehlbalken bzw. Kehlbalkendecke) nicht vorhanden sind. Das Bemessungsprogramm wählt automatisch den richtigen Teilsicherheitsbeiwert.

5 Nachweise

5.1 Druck und Biegung

Das Kapitel 6 der *ÖNORM EN 1995-1-1 [4]* behandelt die Grenzzustände der Tragfähigkeit. Sowohl Sparren als auch Kehlbalken werden auf Biegung (zweiachsig) und Druck *(Kap. 6.2.4 [4])* berechnet. Wird der Kehlbalken nur durch Druck und sein Eigengewicht (bei nicht ausgebautem Kehlbalkendach) belastet, könnte man diesen auch nur auf Knicken *(Kap. 6.3.2 [4])* untersuchen, da das, durch das Eigengewicht hervorgerufene Biegemoment praktisch zu vernachlässigen wäre.

Im Bemessungsprogramm kann optional ein Biegemoment um die z – Achse für beide Bauteile angegeben werden, wodurch sich eine zweiachsige Biegung einstellt. Im Normalfall ist dieses Biegemoment ($M_{d,z}$) aber gleich Null.

Beim Nachweis der Sparren sind beide Kombinationen zu untersuchen *(siehe Kapitel 4.3).* Durch die asymmetrische Belastung der Lastfallkombinationen a und b tritt das maximale Moment, bei einer üblichen Kehlbalkendachstuhlgeometrie, nicht im Feld auf, sonder als Stützmoment. Hinzu kommt noch, dass an der Stelle des Kehlbalkenanschlusses, je nach Art der Verbindung und deren Verbindungsmittel, mit einer Querschnittsschwächung zu rechnen ist. Die Normalkraft nimmt zwar Richtung der Auflager hin zu, diese Differenz kann aber vernachlässigt werden.

Im Gegensatz dazu ist die Normalkraft im Kehlbalken konstant und das maximale Moment tritt, bei den im Excel-Programm zur Verfügung stehenden Lastfällen, in Feldmitte auf. Wie schon in *Kapitel 4* erwähnt, wird ein momentfreies Gelenk an den Kehlbalkenenden angenommen.

Sowohl für den Sparren, als auch für den Kehlbalken, kann bei der Wahl der Querschnitte auch eine Querschnittsschwächung angegeben werden. Wie schon erwähnt hängt diese von der Art der Verbindung, wie zum Beispiel einer zimmermannsmäßigen- oder Nagelverbindung, ab.

5.2 Biegeknicken von Druckstäben

Dieser Nachweis gehört zu den Stabilitätsuntersuchungen nach *Kapitel 6.3 der ÖNORM EN 1995-1-1 [4]*, wobei das Biegeknicken von Druckstäben in *Kapitel 6.3.2* erläutert wird. Dabei wird das Knicken um beide Achsen untersucht, also der y- und der z- Achse. Im Normalfall wird das Knicken um die z-Achse, also aus der Gespärreebene, auf den Nachweis keinen Einfluss haben, da man davon ausgeht, dass der Sparren durch die Dachlattung oder –schalung in y- Richtung kontinuierlich gehalten wird. Ist der Sparren gegen seitliches Ausweichen (um die z-Achse) kontinuierlich gehalten gilt, $s_{k,z}$=0. Somit gilt auch für den Knickbeiwert $k_{c,z}$=1.

$$s_{k,z} = 0{,}00\ [\mathrm{m}] \rightarrow k_{c,z} = 1{,}00 \tag{7}$$

Im Bemessungsprogramm kann jedoch auch eine Knicklänge $s_{k,z}$, für das Knicken um die z-Achse, vorgegeben werden, die jedoch selbst ermittelt werden muss. Es wird aber empfohlen, diese Knicklänge mit Null anzusetzen.

Ermittlung der Sparrenknicklänge

Die Knicklänge um die y - Achse wird im Programm mit folgender Faustformel *(Werner & Zimmer, S.210, Kap. 8.5.3, [2])* abgeschätzt:

$$c_u \begin{cases} > 0{,}3 * c \\ < 0{,}7 * c \rightarrow s_{k,y} = 0{,}8 * c \end{cases}$$
$$c_u \geq 0{,}7 * c \rightarrow s_{k,y} = c \tag{8}$$

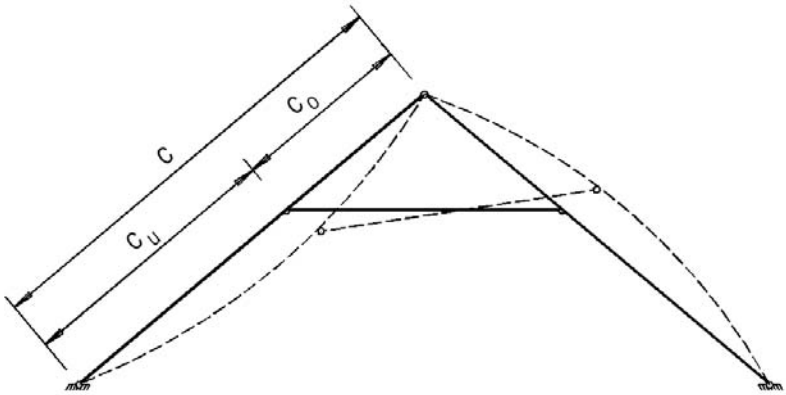


Abbildung 24: Knicklänge – Sparren

Ermittlung der Kehlbalkenknicklänge

Die Knicklänge um die y – Achse ist gleich der Kehlbalkenlänge. Für die Bestimmung der Knicklänge um die z – Achse sieht das Programm zwei Möglichkeiten vor.

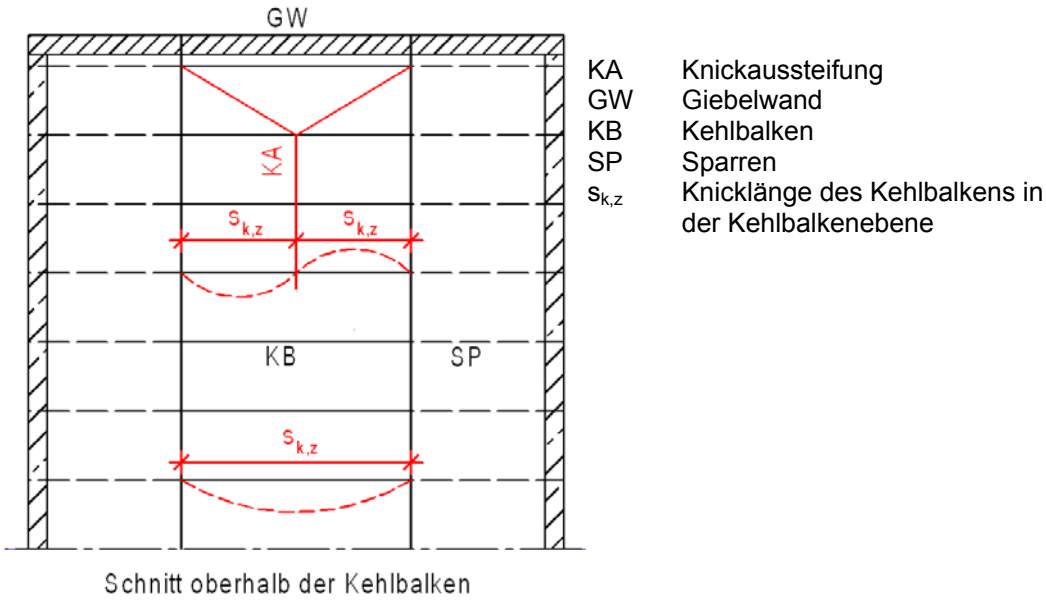


Abbildung 25: Knicklänge Kehlbalken

In *Abbildung 25* erkennt man, dass die Knicklänge $s_{k,z}$ (Knicken um die z-Achse) mit einer Knickaussteifung, die halbe Kehlbalkenlänge beträgt und ohne Knickaussteifung die Knicklänge gleich der Kehlbalkenlänge ist.

5.3 Druck

Die maximalen Druckkräfte in Faserrichtung finden sich in den Auflagerbereichen der Sparren *(siehe auch Kapitel 4.3.)*. Es handelt sich hierbei um einen Querschnittsnachweis *nach Kapitel 6.1.4 der ÖNORM EN 1995-1-1 [4]*.

Dieser Nachweis wird, der Vollständigkeit wegen, im Programm ebenfalls nachgewiesen, auch wenn dieser wohl immer erfüllt sein wird, bzw. werden zuerst alle anderen Nachweise nicht eingehalten, bevor der Sparren auf reine Druckkraft versagen würde. Auf der anderen Seite berechnet das Programm die Bemessungsnormalkraft der Sparren im Auflagerbereich, welche man für weiterführende Berechnungen, wie etwa die Berechnung der Auflager, verwenden kann.

5.4 Gebrauchstauglichkeit

Für die Berechnung der Verformungen werden die charakteristischen Werte der Einwirkungen herangezogen. Nach dem Kapitel „Grenzzustände der Gebrauchstauglichkeit“ *(ÖNORM EN 1995-1-1; 2.2.3; [4])* sollen die Endverformungen für die quasi-ständigen Kombinationen von Einwirkungen berechnet werden. Weiters wird in der Anmerkung empfohlen, die vereinfachte Methode anzuwenden.

Wie schon im *Kapitel 4.1* beschrieben, können mit den verschiedenen Lastfällen die Ausbaustufen des Dachstuhls berücksichtigt werden. Für den nicht ausgebauten Dachstuhl sollten die Verformungen

l/200 nicht überschreiten. Für den ausgebauten Dachstuhl sollte eine maximale Verformung von l/300 eingehalten werden, um zu große Risse in den Wand- und Deckverkleidungen zu verhindern.

Die Berechnung der Endverformung erfolgt nach dem *Kapitel „Grenzwerte für die Durchbiegung von Biegestäben“ (ÖNORM EN 1995-1-1; 7.2; [4]*). Allgemein gilt:

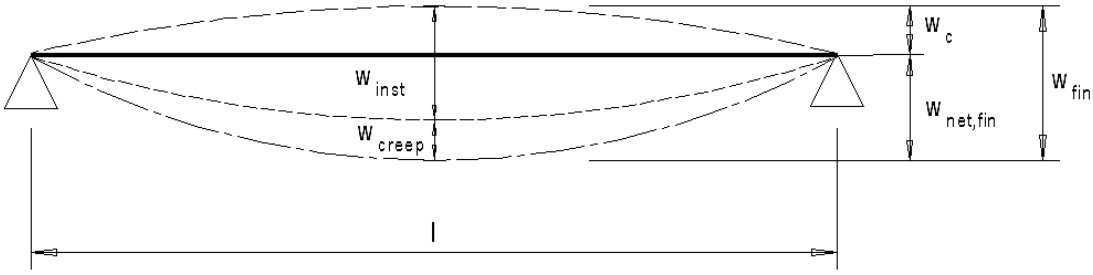


Abbildung 26: Anteile der Durchbiegung

w_c	Überhöhung (i.d.R. ist diese Null)
w_{inst}	elastische Verformung in Feldmitte
w_{creep}	Kriechverformung
$w_{net,fin}$	Enddurchbiegung (maßgebend)
w_{fin}	Gesamtverformung

<u>Gebrauchstauglichkeit – Kehlbalken</u>

Das statische System entspricht genau der *Abbildung 26*, daher ist die Enddurchbiegung wie folgt zu berechnen:

Elastische Verformung in Feldmitte:

Durchbiegung zufolge Gleichlast: $LF3 + LF4 \rightarrow q_k = ... \rightarrow w_{m,inst} = \frac{5 * q * l^4}{384 * E_{0,mean} * I} = ...$

Durchbiegung zufolge Einzellast: $LF8 \rightarrow P_k = ... \rightarrow w_{m,inst} = \frac{P * l^3}{48 * E_{0,mean} * I} = ...$

Schubverformung: $M_k = ... \rightarrow w_{v,inst} = \frac{M}{G_{mean} * A_V} = ...$

Anfangsverformung: $w_{inst} = w_{m,inst} + w_{v,inst} = ...$ (9)

Die Überhöhung w_c des Kehlbalkens in Feldmitte wird normalerweise mit Null angenommen.

Kriechverformung:

$$w_{creep} = w_{inst} * k_{def} = ... \quad (10)$$

Der Verformungsbeiwert k_{def} ist abhängig von der Einwirkungsdauer der Last und von der Nutzungsklasse des Holzes, welche die Holzfeuchtigkeit berücksichtigt.

Die maßgebende Enddurchbiegung ist also:

$$w_{net,fin} = w_{inst} + w_{creep} - w_c = \ldots \tag{11}$$

Gebrauchstauglichkeit – Sparren

Im Gegensatz zu einem Sparrendach ist die Berechnung der Durchbiegung eines Kehlbalkendachstuhls komplexer, da es sich ja hier um ein einfach statisch unbestimmtes System handelt. Da die Dachstuhlgeometrie im Programm flexibel gehalten werden soll, wäre der Rechenaufwand für die exakte Berechnung der Durchbiegungen im Zuge dieser Diplomarbeit zu aufwändig, da sich Aufgrund der variablen Geometrie, die Stelle des maximalen Moments ständig ändern würde. Prinzipiell könnte aber die Durchbiegung des Sparrens mittels des Kraftgrößenverfahren (KGV) berechnet werden.

Ursprünglich war geplant mittels der *Tafel 15.5 aus Holzbau 2 (Werner, G. & Zimmer, K; 15.3.6.2; S.131; [2])* eine maximale Durchbiegung von l/200 über das, aus dieser Tafel ermittelte, erforderliche Flächenträgheitsmoment des Sparrens zu gewährleisten. Bei Vergleichsrechnungen, durchgeführt mit dem Statikprogramm RSTAB, hat sich aber leider gezeigt, dass mit den so abgeschätzten erforderlichen Flächenträgheitsmomenten, sich die tatsächlichen Durchbiegungen des Sparrens größtenteils im Bereich von l/100 bewegen, also weit von der geforderten Grenze von l/200 abweichen.

Die Ursache für diese großen Abweichungen hat sich nicht aufklären lassen, obwohl mehrere Vergleichsrechnungen erstellt wurden und auf die korrekte Anwendung der Tafel 15.5 geachtet wurde.

erf $I_{sparren}$ (für Einhaltung der zul. Durchbiegung w=c/200)

LF	α	erf I [cm^4] für h_u/h				Faktor (1)
		0,4	0,5	0,6	0,7	
g	30°	102	0	102	258	g/100
	35°	96	0	96	244	
	40°	90	0	90	228	
	45°	83	0	83	210	
	50°	75	0	75	191	
	55°	67	0	67	171	
g_u	30°	-29	0	131	276	g_u/100
	35°	-27	0	124	261	
	40°	-26	0	116	244	
	45°	-24	0	107	225	
	50°	-22	0	97	205	
	55°	-19	0	87	183	
$s/2_l$	30°	374	366	374	400	s_o/75
	35°	293	287	293	313	
	40°	220	215	220	235	
	45°	156	153	156	167	
	50°	103	101	103	110	
	55°	62	60	62	66	
w_l	30°	1008	1042	1008	993	q/80
	35°	1114	1146	1114	1107	
	40°	1221	1250	1221	1221	
	45°	1327	1354	1327	1334	
	50°	1434	1458	1434	1448	
	55°	1434	1458	1434	1448	
Faktor (2)		e*c³ [m^4]				kN/m²
X/c=		0,57	0,50	0,43	0,43	

Tabelle 3: Tafel 15.5. erf $I_{Sparren}$

Aus diesen Gründen muss im Bemessungsprogramm leider auf den Nachweis der Gebrauchstauglichkeit für den Sparren verzichtet werden. Die Anwendung der Tafel ist in *Kapitel 7.7* ersichtlich welche auch mit den Berechnungen des RSTAB Programms verglichen wird.

6 Das Bemessungsprogramm

In diesem Kapitel wird das, auf MS Excel basierende, Programm näher vorgestellt und eine exemplarische Rechnung durchgeführt um den Aufbau und die Anwendung näher zu erklären. Die mit diesem Berechnungsprogramm ermittelten Ergebnisse werden im *Kapitel 7* mit den „händisch" berechneten Ergebnissen verglichen und überprüft.

6.1 Funktionsweise

Das Programm errechnet nicht, mittels Schleifen, die passenden Bauteilquerschnitte, sondern diese sind vom Nutzer anzugeben, mit welchen dann die erforderlichen Nachweise geführt werden. Dadurch ist es auch möglich, bei schon bestehenden Dachstühlen, die Tragfähigkeit zu überprüfen, vor allem wenn ein Innenausbau des Dachstuhls angestrebt wird.
Pro Nachweis erscheint die Meldung, ob der Nachweis erfüllt wurde, oder nicht. Wird ein Nachweis nicht erfüllt, so kann man entweder den Bauteilquerschnitt vergrößern (am üblichsten), eine höhere Holzfestigkeit wählen (Erhöhung der Sortierklasse) oder die Lasten (Nutzlast und Eigengewicht) verringern, was aber üblicherweise nicht praktiziert wird. Sind alle Nachweise erfüllt, ist somit die Tragfähigkeit des Kehlbalkendachstuhls nachgewiesen.

6.2 Eingabe

Die Eingabe wird durch, den unten angeführten „Farbcode" vereinfacht und veranschaulicht.

Farbe	Eingabe
	Ist zwingend erforderlich, da diese Lasten immer vorhanden sind.
	ist optional, berücksichtigt zum Bsp. Ausbauzustand, zusätzliches Biegemoment, Lasten etc.
	Werte können verändert werden, doch werden voreingestellte Werte vorgeschlagen (Normen, Erfahrungswerte)→sollten i.d.R. nicht verändert werden

Tabelle 4: Farbcode – Eingabe

Weiters sind in zahlreichen Feldern, Kommentare eingefügt, die zusätzliche Informationen bieten. Diese sind mit einem roten Fähnchen markiert, welche sich durch Berühren mit dem Mouse – Zeiger öffnen.

6.3 Aufbau des Programms

Das Bemessungsprogramm besteht aus sechs Excel – Blättern, wobei nur die ersten fünf ausgedruckt werden. Die folgenden Blätter zeigen eine exemplarische Rechnung, wobei die Annahmen so getroffen wurden, dass nicht alle Nachweise erfüllt werden, um die Funktionsweise besser darstellen zu können.

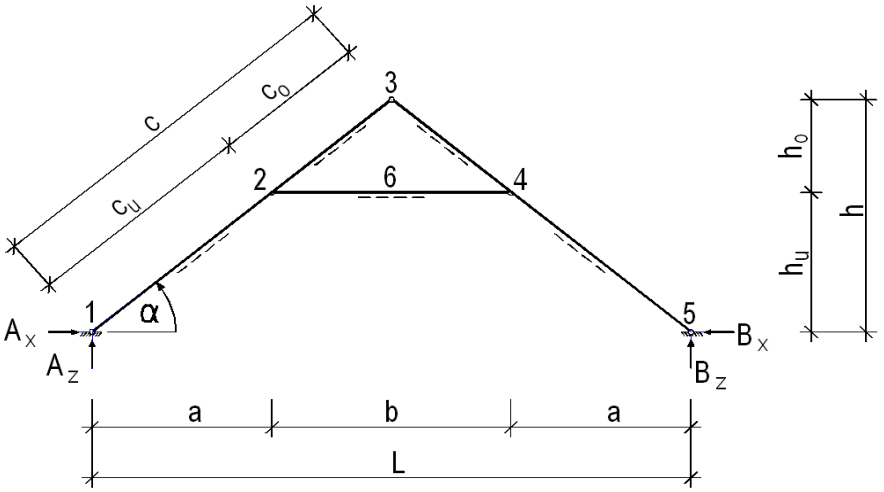
6.3.1 Blatt 1: Geometrie – Belastung

BEMESSUNGSPROGRAMM - KEHLBALKENDACHSTUHL

Firma:
Projekt:
Bauteil:
Bearbeitung:

DACHSTUHLGEOMETRIE

Folgende Parameter sollten für ein ausgebautes Kehlbalkendach eingehalten werden:
Dachneigung: α > 20°
Hausbreite L < 14 m mit Vollholz möglich
> 14 m Sonderelemente nötig
Empfohlene Höhenlage des Kehlbalkens: h_u/h ˜ 0,6 bis 0,8
Gespärreabstand e= **0,90** [m]



L	[m] =	**10,00**	h	[m] =	**4,20**	c	[m] = 6,53
a	[m] =	3,00	hu	[m] =	**2,52**	cu	[m] = 3,92
b	[m] =	4,00	ho	[m] =	1,68	co	[m] = 2,61
			α	[°] =	40,03		

Abbildung 27: Bestimmung der Dachstuhlgeometrie

Als erstes wird die Dachstuhlgeometrie festgelegt.

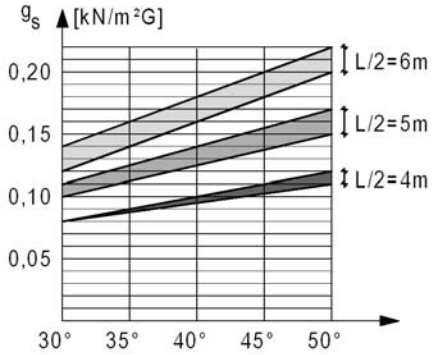
LASTAUFSTELLUNG

ständige Lasten:

Dachdeckung	g_D=	0,30	[kN/m²] D
Eigengewicht Sparren	g_s=	0,10	[kN/m²] G
Eigengewicht Kehlbalken	g_k=	0,30	[kN/m²] G
Eigengewicht Wandverkleidung	g_u=	0,20	[kN/m²] D

Eigengewicht des Sparren kann mit untenstehendem Diagramm in Abhängigkeit von Dachneigung und L/2 bestimmt werden.

D… bezogen auf Dachfläche
G… bezogen auf Grundrissfläche



Als Abschätzung des Eigengewichts des Kehlbalkens in Abhängigkeit von L/2:

g_k= 0,10 [kN/m²] G

veränderliche Lasten:

Schneelast		s=	1,00	[kN/m²] G
Schneelast - links		$s/2_l$=	0,50	[kN/m²] G
Winddrucklast		w_D=	0,63	[kN/m²] - D
Windsoglast		w_S=	0,54	[kN/m²] - D
Nutzlast	Nutzlast-Kehlbalken	p_K=	0,50	[kN/m²] G
	Mannlast	P=	1,00	[kN]
	Mannlast-Mitte	P_m=	1,00	[kN]

Abbildung 28: Lastaufstellung

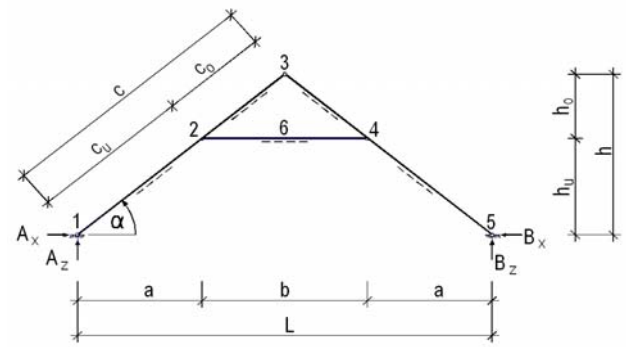
Die Lastaufstellung hat prinzipiell nach den, in *Kapitel 4.1* beschriebenen, normativen Vorgaben zu erfolgen. Das Eigengewicht des Sparrens kann über das oben dargestellte Diagramm bestimmt werden *(nach Kapitel 4.1; Abbildung* 5*)*.

6.3.2 Blatt 2: Kräfte - Lastfallkombinationen

SCHNITTGRÖßENERMITTLUNG

Charakteristische Belastungen

Eigenlasten:	g_{DS} (Dachdeckung Sparren)	0,44	[kN/m] G	**Verkehrslasten:**	p_K (Nutzlast Kehlbalken)	0,45	[kN/m]	G
[ständig]	g_u (Unterdecke)	0,24	[kN/m] G	[veränderlich]	**s** (Schnee beidseitig)	0,90	[kN/m]	G
	g_k (Kehlbalkendecke)	0,27	[kN/m] G		$s/2_l$ (Schnee links)	0,45	[kN/m]	G
					w_D (Winddruck)	0,57	[kN/m]	- D
					w_s (Windsog)	0,49	[kN/m]	- D
					P Mannlast	1,00	[kN]	G
					P_m Mannlast-Mitte	1,00	[kN]	G



D… bezogen auf Dachfläche
G… bezogen auf Grundrissfläche

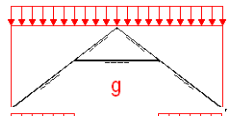
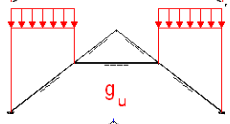
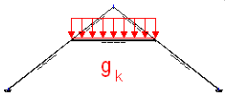
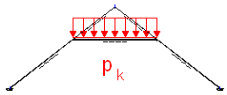
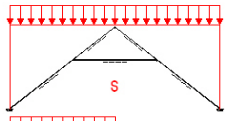
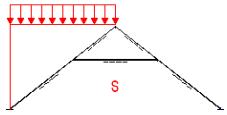
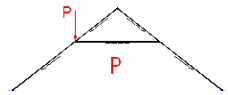
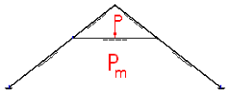
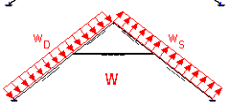
Belastung	A_z [kN]	B_z [kN]	A_x [kN]	B_x [kN]	N_{12} [kN]	N_{21} [kN]	N_{24} [kN]	N_{45} [kN]	N_{54} [kN]	M_2 [kN/m]	M_4 [kN/m]	M_6 [kN/m]
LF1 	2,21	2,21	2,00	2,00	-2,95	-2,10	-1,70	-2,10	-2,95	-0,39	-0,39	0,00
LF2 	0,71	0,71	0,48	0,48	-0,82	-0,37	-0,58	-0,37	-0,82	-0,16	-0,16	0,00
LF3 	0,54	0,54	0,64	0,64	-0,84	-0,84	-0,64	-0,84	-0,84	0,00	0,00	0,54
LF4 	0,90	0,90	1,07	1,07	-1,40	-1,40	-1,07	-1,40	-1,40	0,00	0,00	0,90
LF5 	4,50	4,50	4,06	4,06	-6,01	-4,27	-3,46	-4,27	-6,01	-0,79	-0,79	0,00
LF6 	1,69	0,56	1,02	1,02	-1,86	-0,99	-0,86	-1,14	-1,14	0,48	-0,87	0,00
LF7 	0,70	0,30	0,60	0,60	-0,91	-0,91	-0,60	-0,65	-0,65	0,60	-0,60	0,00
LF8 	0,50	0,50	0,60	0,60	-0,78	-0,78	-0,60	-0,78	-0,78	0,00	0,00	1,00
LF9 	0,59	-0,19	-2,07	2,35	1,21	1,21	-0,27	-1,68	-1,68	2,63	-2,75	0,00

Abbildung 29: Schnittgrößenermittlung

Nachdem die Dachstuhlgeometrie und die Belastungen festgelegt wurden erfolgt die Schnittgrößenberechnung *vollautomatisch (siehe Kapitel 4.2).*

Maßgebende Lastfallkombinationen

$$E_d = \gamma_G * \sum G_{k,j} + \gamma_Q * \sum Q_{k,j}$$

$\gamma_G =$ 1,35 Teilsicherheitsbeiwert für ständige Einwirkungen
$\gamma_Q =$ 1,50 Teilsicherheitsbeiwert für eine veränderliche Einwirkung
$\gamma_Q =$ 1,35 Teilsicherheitsbeiwert für mehrere veränderliche Einwirkungen

E_d .... Bemessungswert der Beanspruchung
G_k .... Charakteristischer Wert d. ständigen Einwirkungen
Q_k .... Charakteristischer Wert d. veränderlichen Einwirkungen

nicht vorhandene Lastfälle		

Sparren

1.) An der Stelle des Kehlbalkenanschlusses

Kombination a

$\Sigma G_{k,i}$ = LF1+LF2= -0,55 [kNm]
$\Sigma Q_{k,j}$ = LF5+LF7+LF9= -4,14 [kNm] → $M_{d,4}$ = -6,33 [kNm]

$\Sigma G_{k,i}$ = LF1+LF2+LF3= -3,31 [kN]
$\Sigma Q_{k,j}$ = LF4+LF5+LF7+LF8+LF9= -8,78 [kN] → $N_{d,45}$ = -16,32 [kN]

Kombination b

$\Sigma G_{k,i}$ = LF1+LF2= -0,55 [kNm]
$\Sigma Q_{k,j}$ = LF6+LF7+LF9= -4,23 [kNm] → $M_{d,4}$ = -6,44 [kNm]

$\Sigma G_{k,i}$ = LF1+LF2+LF3= -3,31 [kN]
$\Sigma Q_{k,j}$ = LF4+LF6+LF7+LF8+LF9= -5,65 [kN] → $N_{d,45}$ = -12,10 [kN]

2.) An der Stelle des Auflagers

Kombination c

$\Sigma G_{k,i}$ = LF1+LF2+LF3= -4,62 [kN]
$\Sigma Q_{k,j}$ = LF4+LF5+LF7+LF8+LF9= -10,52 [kN] → $N_{d,54}$ = -20,43 [kN] maßgebend

Kombination d

$\Sigma G_{k,j}$ = LF1+LF2+LF3= -4,62 [kN]
$\Sigma Q_{k,j}$ = LF4+LF6+LF7+LF8= -4,95 [kN] → $N_{d,12}$ = -12,91 [kN]

Kehlbalken

$\gamma_G =$ 1,35
$\gamma_Q =$ 1,35

$\Sigma G_{k,j}$ = LF3= 0,54 [kNm]
$\Sigma Q_{k,j}$ = LF4+LF8= 1,90 [kNm] → $M_{d,6}$ = 3,29 [kNm]

$\Sigma G_{k,i}$ = LF1+LF2+LF3= -2,92 [kN]
$\Sigma Q_{k,j}$ = LF4+LF5+LF8+LF9= -5,39 [kN] → $N_{d,24}$ = -11,22 [kN]

Abbildung 30: maßgebende Lastfallkombinationen

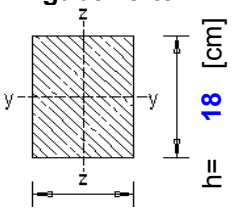
Erläuterungen zu den Lastfallkombinationen finden Sie in *Kapitel 4.3*.

6.3.3 Blatt 3: Bauteilquerschnitte – Nachweise Kehlbalken

Bauteilquerschnitte

Sparrenquerschnitt

Eingabewerte:



A_{brutto}=	180	[cm²]
W_y=	540	[cm³]
W_z=	300	[cm³]
I_y=	4860	[cm⁴]
I_z=	1500	[cm⁴]

Querschnittsschwächung:

ΔA=	0	[cm²]
ΔW_y=	0	[cm³]
ΔW_z=	0	[cm³]
ΔI_y=	0	[cm⁴]
ΔI_z=	0	[cm⁴]

Nettoquerschnittswerte

A_{netto}=	180	[cm²]
$W_{y,netto}$=	540	[cm³]
$W_{z,netto}$=	300	[cm³]
$I_{y,netto}$=	4860	[cm⁴]
$I_{z,netto}$=	1500	[cm⁴]

Sortierklasse

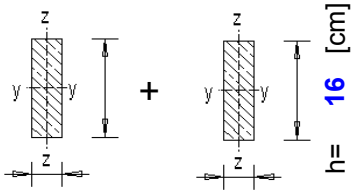
SKL= 2 1…S10/MS10 3…MS13
2…S13 4…MS17

Nutzungsklasse

NKL= 1

Kehlbalkenquerschnitt

Eingabewerte:



A_{brutto}=	160	[cm²]
W_y=	426,667	[cm³]
W_z=	133,333	[cm³]
I_y=	3413,33	[cm⁴]
I_z=	333,333	[cm⁴]

Querschnittsschwächung:

ΔA=	0	[cm²]
ΔW_y=	0	[cm³]
ΔW_z=	0	[cm³]
ΔI_y=	0	[cm⁴]
ΔI_z=	0	[cm⁴]

Nettoquerschnittswerte

A_{netto}=	160	[cm²]
$W_{y,netto}$=	427	[cm³]
$W_{z,netto}$=	133,333	[cm³]
$I_{y,netto}$=	3413,33	[cm⁴]
$I_{z,netto}$=	333,333	[cm⁴]

Sortierklasse

SKL= 1 1 …S10/MS10 3…MS13
2 …S13 4…MS17

Nutzungsklasse

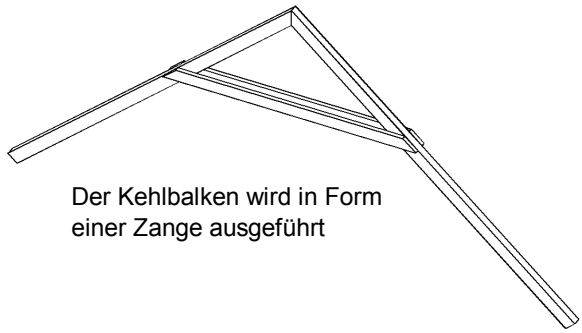
NKL= 1

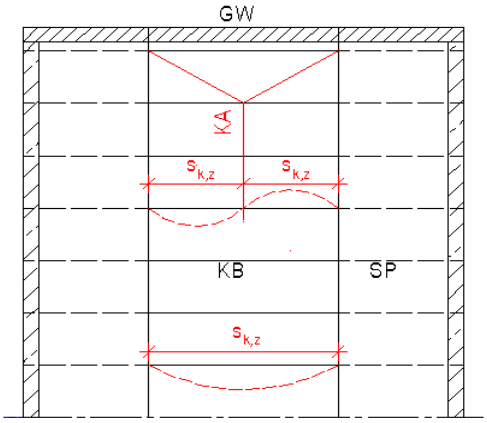
1…mittlerer Feuchtegehalt = 12%
2…mittlerer Feuchtegehalt = 20%
3…mittlerer Feuchtegehalt > 20%

Abbildung 31: Wahl der Bauteilquerschnitte

Aus anschaulichen Gründen habe ich hier zwei unterschiedliche Sortierklassen angesetzt. Dies wird in der Praxis aber nur selten der Fall sein, da meist eine einheitliche Sortierklasse verwendet wird. In Österreich verwendetes normales Bauholz kann der Sortierklasse S10/MS10 zugeordnet werden.

Nachweise - Kehlbalken





Schnitt oberhalb der Kehlbalken

Schnittgrößen:

$M_{d,6,y}$ = 3,29 [kNm]
$N_{d,24}$ = -11,22 [kN]
$M_{d,6,z}$ = **0,00** [kNm]

Klasse der Lasteinwirkungsdauer

KLED= **1** 1…ständig 3…mittel
2…lang 4…kurz

GW … Giebelwand
KB … Kehlbalken
SP … Sparren
KA … Knickaussteifung der Kehlbalken
$s_{k,z}$ … Knicklänge d. Kehlbalken in Kehlbalkenebene

Knicklänge

$s_{k,y}$ = 4,00 [m]
$s_{k,z}$ = 2,00 [m]

gewählte Knickfigur: **2**

1 … ohne KA
2 … mit KA

Abbildung 32: Nachweise - Kehlbalken

Neben den Visualisierungen und, den in *Kapitel 6.2* beschriebenen, Farbcode stehen dem Nutzer auch noch zusätzlich Kommentare zur Verfügung, die eine Hilfestellung für die korrekte und schnelle Eingabe bieten sollen. Zum Beispiel wird man mittels Kommentar darauf hingewiesen, dass die Klasse der Lasteinwirkungsdauer mit 1 anzusetzen ist, da man die Teilsicherheitsbeiwerte schon im Zuge der Lastaufstellung berücksichtigt hat.

Druck und Biegung

nach EC5 Abschnitt 6.2.4

Spannungsnachweis (es müssen beide Bedingungen erfüllt werden)

1. Bedingung:

$$\left(\frac{\sigma_{c,0,d}}{f_{c,0,d}}\right)^2 + \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + k_m * \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \le 1$$

0,01 + 0,70 + 0,00 = 0,70 ≤ 1

2. Bedingung:

$$\left(\frac{\sigma_{c,0,d}}{f_{c,0,d}}\right)^2 + k_m * \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \le 1$$

0,01 + 0,49 + 0,00 = 0,49 ≤ 1

Spannungsnachweis erfüllt!

Rechenwerte

Biegung um y-Achse			Biegung um z-Achse		
$\sigma_{m,y,d} = \frac{M_{y,d}}{W_{y,netto}} =$	0,77	[kN/cm²]	$\sigma_{m,z,d} = \frac{M_{z,d}}{W_{z,netto}} =$	0,00	[kN/cm²]
$f_{m,y,k} =$	2,40	[kN/cm²]	$f_{m,z,k} =$	2,40	[kN/cm²]
$f_{m,y,d} = \frac{k_{mod} * f_{m.y.k}}{\gamma_m} =$	1,11	[kN/cm²]	$f_{m,z,d} = \frac{k_{mod} * f_{m.z.k}}{\gamma_m} =$	1,11	[kN/cm²]

k_{mod} = 0,6 γ_M = **1,3** k_m = 0,7 …für Rechteckquerschnitte

Druck

$\sigma_{c,0,d} = \frac{F_{c,d}}{A_{netto}} = \frac{N_{d,24}}{A_{netto}} =$ 0,07 [kN/cm²] $f_{c,0,k}$ = 2,10 [kN/cm²] $f_{c,0,d} = \frac{k_{mod} * f_{c,0,k}}{\gamma_m} =$ 0,97 [kN/cm²]

Biegeknicken

nach EC5 Abschnitt 6.3.2

6.3.2 (2): Sind sowohl $\lambda_{rel,z} \le 0,3$ als auch $\lambda_{rel,y} \le 0,3$, dann sollten für die Spannungen die Bedingungen für Abschnitt 6.2.4 erfüllt sein (Spannungsnachweis)

Wenn $\lambda_{rel,z} > 0,3$ und/oder $\lambda_{rel,y} > 0,3$ dann müssen folgende zwei Bedingungen erfüllt werden:

$$\frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,y} * f_{c,0,d}} + \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + k_m * \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \le 1$$

0,18 + 0,697 + 0,00 = 0,88 ≤ 1

$$\frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,z} * f_{c,0,d}} + k_m * \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \le 1$$

0,44 + 0,49 + 0,00 = 0,92 ≤ 1

Biegeknicknachweis erfüllt!

Rechenwerte

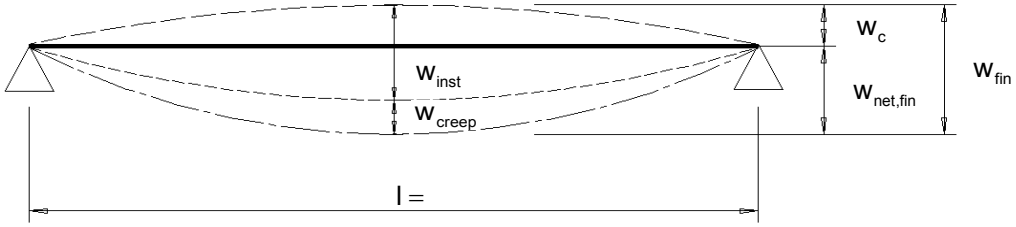
Knicken um y-Achse	Knicken um z-Achse
$i_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}} =$ 4,619 [cm]	$i_z = \sqrt{\frac{I_z}{A}} =$ 1,44 [cm]
$s_{k,y} =$ 400 [cm]	$s_{k,z} =$ 200 [cm]
$\lambda_y = s_{k,y} / i_y =$ 86,6	$\lambda_z = s_{k,z} / i_z =$ 138,56
$\lambda_{rel,y} = \frac{\lambda_y}{\pi} * \sqrt{\frac{f_{c,0,k}}{E_{0,05}}} =$ 1,47	$\lambda_{rel,z} = \frac{\lambda_z}{\pi} * \sqrt{\frac{f_{c,0,k}}{E_{0,05}}} =$ 2,35
$k_y = 0,5 * (1 + \beta_c * (\lambda_{rel,y} - 0,3) + \lambda_{rel,y}^2) =$ 1,70	$k_z = 0,5 * (1 + \beta_c * (\lambda_{rel,z} - 0,3) + \lambda_{rel,z}^2) =$ 3,47
$k_{c,y} = \frac{1}{k_y + \sqrt{k_y^2 - \lambda_{rel,y}^2}} =$ 0,39	$k_{c,z} = \frac{1}{k_z + \sqrt{k_z^2 - \lambda_{rel,z}^2}} =$ 0,17

$E_{0,05}$ = 740 [kN/cm²] β_c = **0,2**

Abbildung 33: Druck und Biegung; Biegeknicken - Kehlbalken

Nachweis der Gebrauchstauglichkeit

nach EC5 Abschnitt 2.2.3 und 7.2



Einwirkung nach der quasi-ständigen Kombination (vereinfachte Methode für Hochbau)

Elastische Verformung in Feldmitte: NKL= 1

LF3+LF4 → q_k= 0,72 [kN/m] $w_{m,inst} = \frac{5 * q * l^4}{384 * E_{0,mean} * I} =$ 0,6 [cm]

LF8→ P_k= 1,00 [kN] $w_{m,inst} = \frac{P * l^3}{48 * E_{0,mean} * I} =$ 0,4 [cm]

M_k= 2,44 [kNm] $w_{v,inst} = \frac{M}{G_{mean} * A_V} =$ 0,0 [cm]

Anfangsverformung: $w_{inst} = w_{m,inst} + w_{v,inst} =$ 1,0 [cm]

Überhöhung: l= 400,00 [cm]

w_c= **0,0** [cm] $E_{0,mean} =$ 11000 [N/mm²]

Kriechverformung: k_{def}= 0,6 $G_{mean} =$ 690 [N/mm²]

$w_{creep} = w_{inst} * k_{def} =$ 0,6 [cm] $A_V =$ 133,333 [cm²]

Enddurchbiegung

$w_{net,fin} = w_{inst} + w_{creep} - w_c =$ 1,6 [cm] ≤ **2,0** [cm] = **l/200** nicht ausgebauter Kehlbalkendachstuhl

> **1,3** [cm] = **l/300** ausgebauter Kehlbalkendachstuhl

Gebrauchstauglichkeitsnachweis erfüllt!

Gebrauchstauglichkeit für ausgebauten Dachstuhl nicht erfüllt!

Abbildung 34: Gebrauchstauglichkeit - Kehlbalken

Man erkennt, dass der Gebrauchstauglichkeitsnachweis für einen nicht ausgebauten Dachstuhl erfüllt wäre. Für den ausgebauten Dachstuhl, der in diesem Beispiel berechnet wird, ist die Gebrauchstauglichkeit nicht erfüllt.

6.3.4 Blatt 4: Nachweise Sparren

Die Nachweisführung für die Sparren ist eigentlich ident mit der des Kehlbalkens, bis auf den Gebrauchstauglichkeitsnachweis, der leider, aus den in *Kapitel 5.4* angeführten Gründen, entfallen muss.

Nachweise Sparren

Schnittgrößen

1. Spannungsnachweis						2. Spannungsnachweis		
Kombination a			Kombination b					
$M_{d,4,v}$ =	-6,33	[kNm]	$M_{d,4,v}$ =	-6,44	[kNm]	Nd,54=	-20,43	[kN]
$N_{d,45}$ =	-16,32	[kN]	$N_{d,45}$ =	-12,10	[kN]			
$M_{d,4,z}$ =	**0,00**	[kNm]	$M_{d,4,z}$ =	0,00	[kNm]			

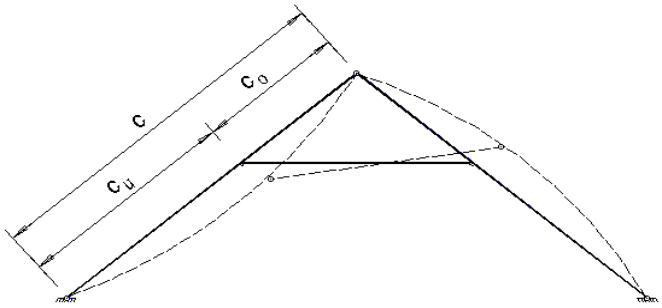
Knicklänge

$$c_u \begin{cases} > 0{,}3 * c \\ < 0{,}7 * c \end{cases} \rightarrow s_{k,y} = 0{,}8 * c = \quad 5{,}22 \quad [m]$$

$$c_u \geq 0{,}7 * c \rightarrow s_{k,y} = c = \quad - \quad [m]$$

$$s_{k,z} = \quad \mathbf{0{,}00} \quad [m]$$

cu= 3,92 [m] c= 6,53 [m]



Klasse der Lasteinwirkungsdauer

KLED= **1** 1…ständig 3…mittel
2…lang 4…kurz

Druck und Biegung

nach EC5 Abschnitt 6.2.4

Spannungsnachweis (es müssen beide Bedingungen erfüllt werden)

1. Bedingung:

$$\left(\frac{\sigma_{c,0,d}}{f_{c,0,d}}\right)^2 + \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + k_m * \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1$$

Kombination a: 0,01 + 0,85 + 0,00 = 0,85 ≤ 1
Kombination b: 0,00 + 0,86 + 0,00 = 0,87 ≤ 1

2. Bedingung:

$$\left(\frac{\sigma_{c,0,d}}{f_{c,0,d}}\right)^2 + k_m * \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1$$

Kombination a: 0,01 + 0,59 + 0,00 = 0,60 ≤ 1
Kombination b: 0,00 + 0,60 + 0,00 = 0,61 ≤ 1

Spannungsnachweis Kombination a erfüllt!
Spannungsnachweis Kombination b erfüllt!

Rechenwerte

Biegung um y-Achse	Komb. a		Komb. b	Biegung um z-Achse		
$\sigma_{m,y,d} = \frac{M_{y,d}}{W_{y,netto}} =$	1,17	[kN/cm²]	1,19	$\sigma_{m,z,d} = \frac{M_{z,d}}{W_{z,netto}} =$	0,00	[kN/cm²]
$f_{m,v,k} =$	3,00	[kN/cm²]		$f_{m,z,k} =$	3,00	[kN/cm²]
$f_{m,y,d} = \frac{k_{mod} * f_{m,y,k}}{\gamma_m} =$	1,38	[kN/cm²]		$f_{m,z,d} = \frac{k_{mod} * f_{m,z,k}}{\gamma_m} =$	1,38	[kN/cm²]

k_{mod} = 0,6 γ_M = **1,3** k_m = 0,7 …für Rechteckquerschnitte

Druck

$$\sigma_{c,0,d} = \frac{F_{c,d}}{A_{netto}} = \frac{N_{d,45}}{A_{netto}} =$$

0,09 [kN/cm²] …Kombination a
0,07 [kN/cm²] …Kombination b

$$f_{c,0,d} = \frac{k_{mod} * f_{c,0,k}}{\gamma_m} = \quad 1{,}06 \quad [kN/cm^2]$$

$$f_{c,0,k} = \quad 2{,}30 \quad [kN/cm^2]$$

Abbildung 35: Druck und Biegung - Sparren

Biegeknicken

nach EC5 Abschnitt 6.3.2

6.3.2 (2): Sind sowohl $\lambda_{rel,z} \leq 0{,}3$ als auch $\lambda_{rel,y} \leq 0{,}3$, dann sollten für die Spannungen die Bedingungen für Abschnitt 6.2.4 erfüllt sein (Spannungsnachweis)

Wenn $\lambda_{rel,z} > 0{,}3$ und/oder $\lambda_{rel,y} > 0{,}3$ dann müssen folgende zwei Bedingungen erfüllt werden:

$$\frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,y} * f_{c,0,d}} + \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + k_m * \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1$$

Kombination a:	0,29	+	0,85	+	0,00	=	1,13	> 1	**Bedingung nicht erfüllt**
Kombination b:	0,21	+	0,86	+	0,00	=	1,07	> 1	**Bedingung nicht erfüllt**

$$\frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,z} * f_{c,0,d}} + k_m * \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1$$

Kombination a:	0,09	+	0,59	+	0,00	=	0,68	≤	1
Kombination b:	0,06	+	0,59	+	0,00	=	0,66	≤	1

Biegeknicknachweisnachweis Kombination a nicht erfüllt!
Biegeknicknachweisnachweis Kombination b nicht erfüllt!

Rechenwerte

Knicken um y-Achse	Knicken um z-Achse
$i_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}} =$ 5,196 [cm]	$i_z = \sqrt{\frac{I_z}{A}} =$ 2,89 [cm]
$s_{k,y} =$ 522,4 [cm]	$s_{k,z} =$ 0,00 [cm]
$\lambda_y = s_{k,y} / i_y =$ 100,53	$\lambda_z = s_{k,z} / i_z =$ 0,00
$\lambda_{rel,y} = \frac{\lambda_y}{\pi} * \sqrt{\frac{f_{c,0,k}}{E_{0,05}}} =$ 1,72	$\lambda_{rel,z} = \frac{\lambda_z}{\pi} * \sqrt{\frac{f_{c,0,k}}{E_{0,05}}} =$ 0,00
$k_y = 0{,}5 * (1 + \beta_c * (\lambda_{rel,y} - 0{,}3) + \lambda_{rel,y}^2) =$ 2,114	$k_z = 0{,}5 * (1 + \beta_c * (\lambda_{rel,z} - 0{,}3) + \lambda_{rel,z}^2) =$ 0,470
$k_{c,y} = \frac{1}{k_y + \sqrt{k_y^2 - \lambda_{rel,y}^2}} =$ 0,299	$k_{c,z} = \frac{1}{k_z + \sqrt{k_z^2 - \lambda_{rel,z}^2}} =$ 1,00

$E_{0,05} =$ 800 [kN/cm²] $\beta_c =$ **0,2**

Druck in Faserrichtung

nach EC5 Abschnitt 6.1.4

Querschnittswerte: A_{brutto}= 180 [cm²] ΔA= **0,00** [cm²] A_{netto}= 180,00 [cm²]

maßgebende Normalkraft: Nd,54= -20,43 [kN]

$$\sigma_{c,o,d} \leq f_{c,o,d}$$

0,11 ≤ 1,06

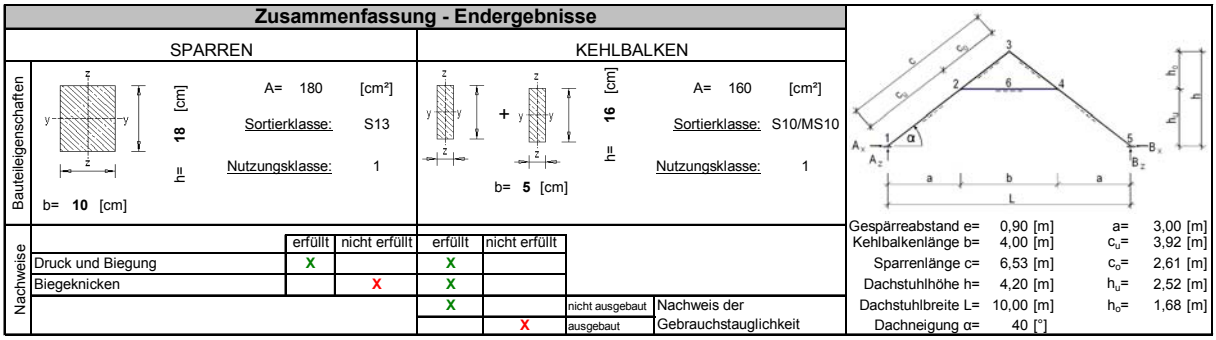
Drucknachweis erfüllt!

Abbildung 36: Biegeknicken; Druck - Sparren

Der Biegeknicknachweis ist für die Sparren in diesem Beispiel nicht erfüllt.

6.3.5 Blatt 5: Zusammenfassung

Die Zusammenfassung soll einen schnellen Überblick gewähren, welche Bauteilquerschnitte und Sortierklassen gewählt wurden, und ob die einzelnen Nachweise erfüllt wurden, oder nicht.



Zusammenfassung - Endergebnisse

	SPARREN	KEHLBALKEN
Bauteileigenschaften	A= 180 [cm²]; h= 18 [cm]; b= 10 [cm]; Sortierklasse: S13; Nutzungsklasse: 1	A= 160 [cm²]; h= 16 [cm]; b= 5 [cm]; Sortierklasse: S10/MS10; Nutzungsklasse: 1

Nachweise	SPARREN erfüllt	SPARREN nicht erfüllt	KEHLBALKEN erfüllt	KEHLBALKEN nicht erfüllt		
Druck und Biegung	X		X			
Biegeknicken		X	X			
			X		nicht ausgebaut	Nachweis der Gebrauchstauglichkeit
				X	ausgebaut	

Gespärreabstand e=	0,90 [m]	a=	3,00 [m]
Kehlbalkenlänge b=	4,00 [m]	c_u=	3,92 [m]
Sparrenlänge c=	6,53 [m]	c_o=	2,61 [m]
Dachstuhlhöhe h=	4,20 [m]	h_u=	2,52 [m]
Dachstuhlbreite L=	10,00 [m]	h_o=	1,68 [m]
Dachneigung α=	40 [°]		

Abbildung 37: Zusammenfassung - Endergebnisse

Die Zusammenfassung wird im Querformat ausgedruckt.

6.3.6 Blatt 6: Tabellen

Auf diesem Blatt befinden sich die charakteristischen Werte der Sortierklassen, die Modifikationsbeiwerte für Lasteinwirkungsdauer und Feuchtegehalt (k_{mod}) und die Verformungsbeiwerte (k_{def}). Das Excel Programm greift automatisch auf die jeweiligen Werte zu.

Baustoffeigenschaften:

		1	2	3	4
	Sortierklasse	S10/MS10	S13	MS13	MS17
Festigkeitseigenschaften [N/mm²]	$f_{m,k}$	24	30	35	40
	$f_{t,0,k}$	14,00	18,00	21,00	24
	$f_{t,90,k}$	0,20	0,20	0,20	0,2
	$f_{c,0,k}$	21,00	23,00	25,00	26
	$f_{c,90,k}$	5,00	5,00	5,00	6
	$f_{v,k}$	2,5	2,5	3	3,5
Steifigkeitseigenschaften [N/mm²]	$E_{0,mean}$	11000	12000	13000	14000
	$E_{0,05}$	7400	8000	8700	9400
	$E_{90,mean}$	370	400	430	470
	$E_{90,05}$	250	270	290	310
	G_{mean}	690	750	810	880
	$G_{0,05}$	460	500	540	590
	ρ_k	380	380	400	420

vgl. NAD Tabelle3.2-1 und Tabelle 3.3-1

k_{mod} - Werte für Vollholz, Brettschichtholz;

	KLED	NKL 1	NKL 2	NKL 3
1	ständig (=1)	0,60	0,60	0,50
2	lang (=2)	0,70	0,70	0,55
3	mittel (=3)	0,80	0,80	0,65
4	kurz (=4)	0,90	0,90	0,70

vgl. EC5 Tabelle 3.1

k_{def} - Werte für Vollholz, Brettschichtholz

	KLED	NKL 1	NKL 2	NKL 3
1	ständig (=1)	0,60	0,80	2,00
2	lang (=2)	0,50	0,50	1,50
3	mittel (=3)	0,25	0,25	0,75
4	kurz (=4)	0,00	0,00	0,30

vgl. EC5 Tabelle 4.1

Abbildung 38: Tabellenwerte

7 Vergleichsrechnung

7.1 Festlegung der Dachstuhlgeometrie

Gespärreabstand e= 0,90 [m]

Dachstuhlbreite L= 10,00 [m]

Gesamthöhe h= 4,20 [m]

Kehlbalkenhöhe $h_u = 2{,}52$ [m]

Damit ist die Dachstuhlgeometrie festgelegt. Die anderen Abmessungen berechnen sich wie folgt:

$$\tan\alpha = \frac{h}{\left(\frac{l}{2}\right)} \rightarrow \alpha = \arctan\frac{h}{\left(\frac{l}{2}\right)} \rightarrow \alpha = 40{,}03°$$

$$\tan\alpha = \frac{h_u}{a} \rightarrow a = \frac{h_u}{\tan\alpha} \rightarrow a = 3{,}00 \text{ [m]}$$

$b = l - 2 * a \rightarrow b = 4{,}00$ [m] ... Kehlbalkenlänge

$$c = \sqrt{\left(a + \frac{b}{2}\right)^2 + h^2} \rightarrow c = 6{,}53 \text{ [m]} \text{ ... Sparrenlänge}$$

$$c_u = \sqrt{a^2 + h_u^2} \rightarrow c_u = 3{,}92 \text{ [m]}$$

$$c_o = c - c_u \rightarrow c_o = 2{,}61 \text{ [m]}$$

Alle geometrischen Längen sind nun berechnet.

7.2 Bestimmung der Einwirkungen

Die Lastaufstellung erfolgt für einen voll ausgebauten Kehlbalkendachstuhl.

Ständige Lasten:

Dachdeckung $g_D = 0{,}30$ [kN/m²] D

Eigengewicht Sparren $g_s = 0{,}10$ [kN/m²] G

Eigengewicht Kehlbalken $g_k = 0{,}30$ [kN/m²] G

Eigengewicht Wandverkleidung $g_u = 0{,}20$ [kN/m²] D

Veränderliche Lasten:

Schneelast s=1,00 [kN/m²] G

Schneelast – links $s/2_l = 0{,}50$ [kN/m²] G

Winddrucklast $w_D = 0{,}63$ [kN/m²] G

Windsoglast $w_S = 0{,}54$ [kN/m²] G

Nutzlast : Nutzlast-Kehlbalken $p_k = 0{,}50$ [kN/m²] G

Mannlast P=1,00 [kN] G

Mannlast-Mitte=1,00 [kN] G

7.3 Schnittgrößenermittlung

Die Schnittgrößen wurden mit dem Statikprogramm RSTAB ermittelt um auch die Rechenergebnisse des Excel Programms zu überprüfen. Es zeigt sich, dass größtenteils die Schnittkraftberechnungen exakt übereinstimmen. In den anderen Fällen weichen die Schnittkräfte erst an der zweiten Dezimalstelle voneinander ab. Die Genauigkeit der Schnittkraftermittlung des Excel Programms ist also absolut ausreichend.

Folgende Abbildungen wurden mit RSTAB erstellt und stellen die Lastfälle Eins bis Neun dar.

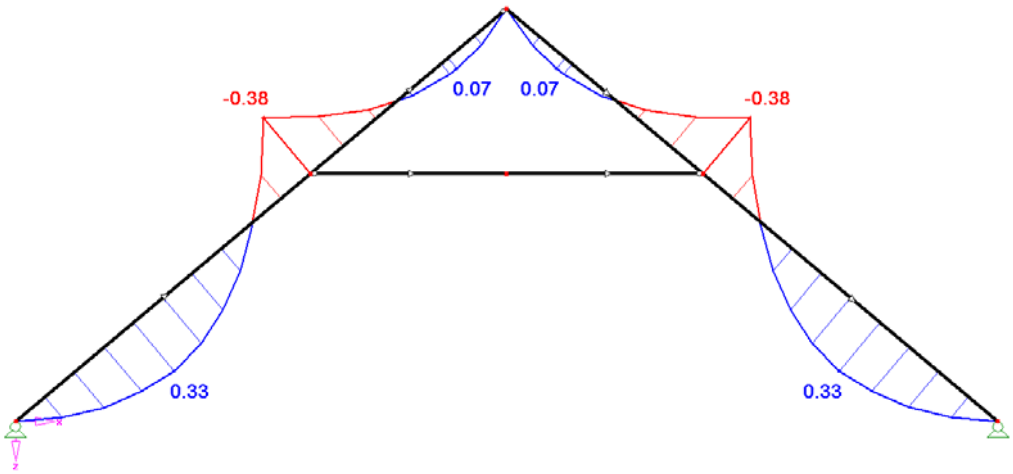


Abbildung 39: M-Verlauf für LF1 (Dachdeckung + Sparren)

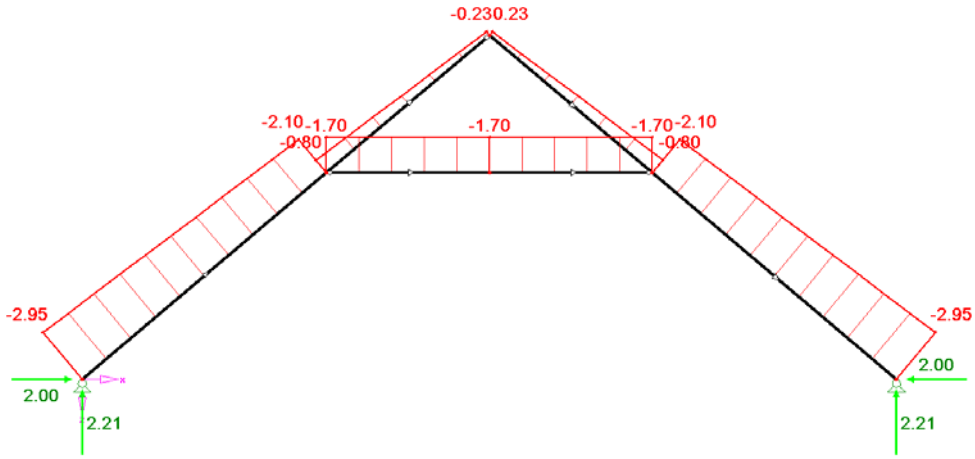


Abbildung 40: N-Verlauf für LF1

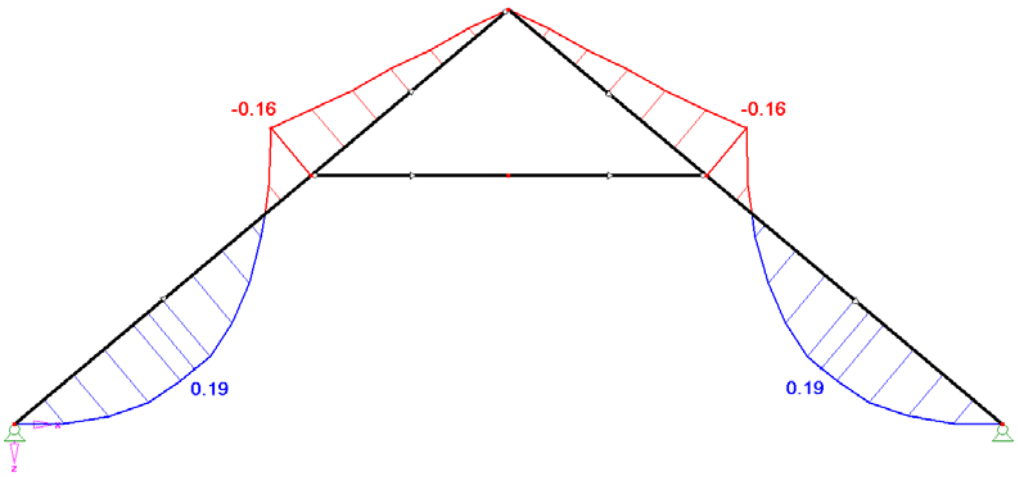


Abbildung 41: M-Verlauf für LF2 (Wandverkleidung)

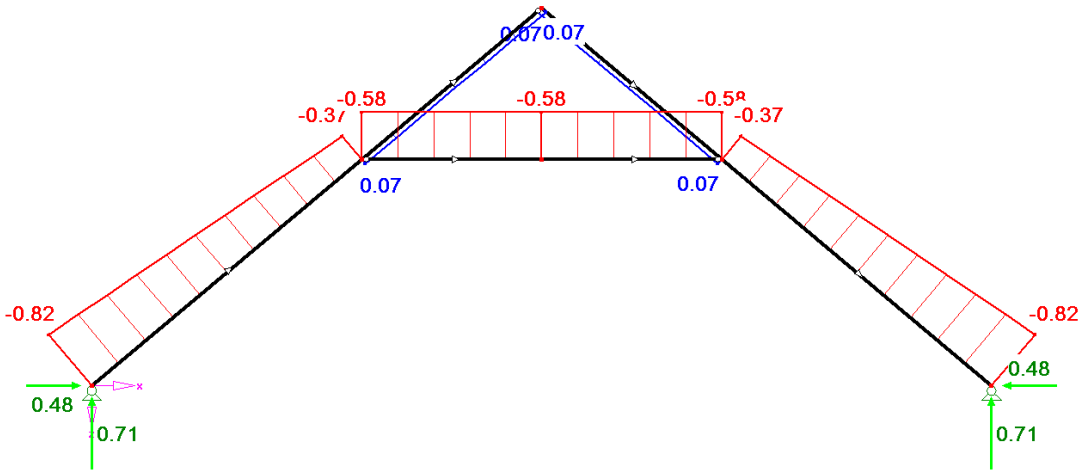


Abbildung 42: N-Verlauf für LF2

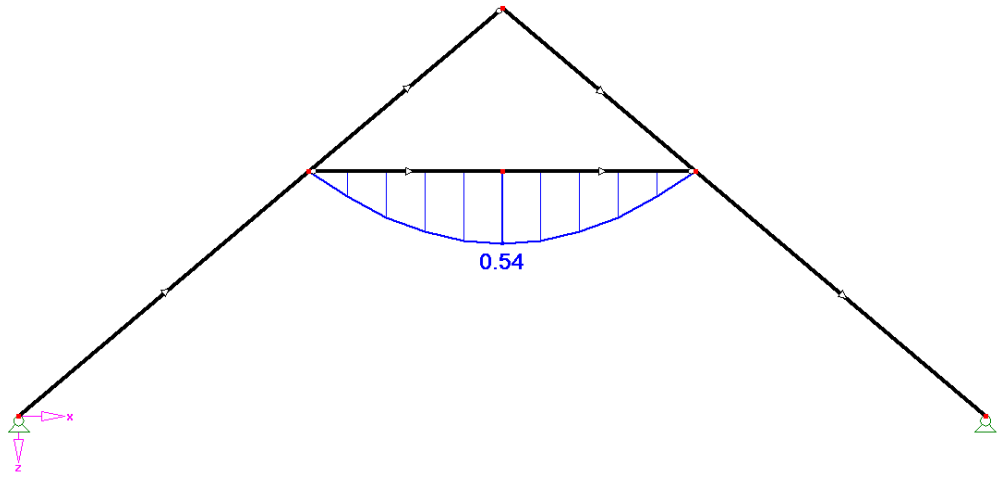


Abbildung 43: M-Verlauf für LF3 (Kehlbalken bzw. Kehlbalkendecke)

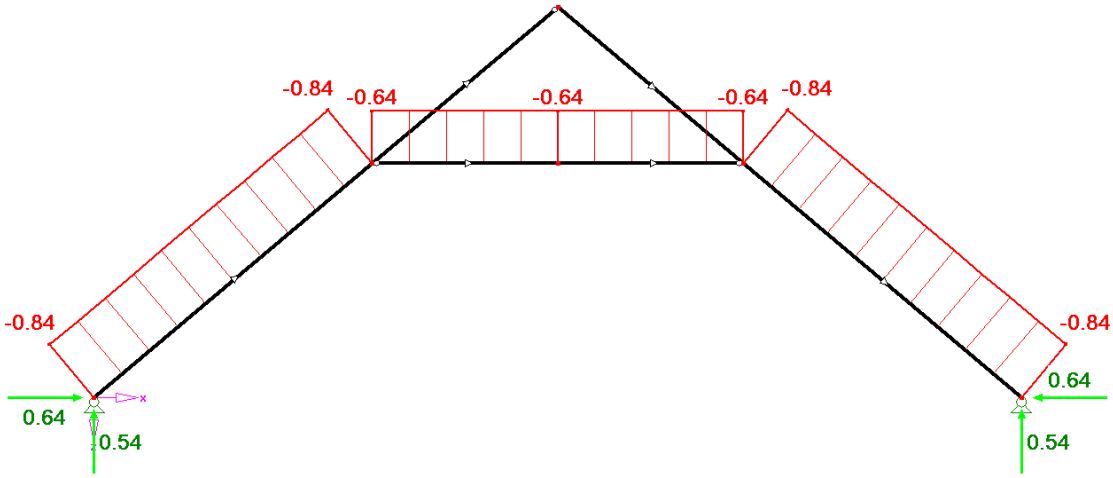


Abbildung 44: N-Verlauf für LF3

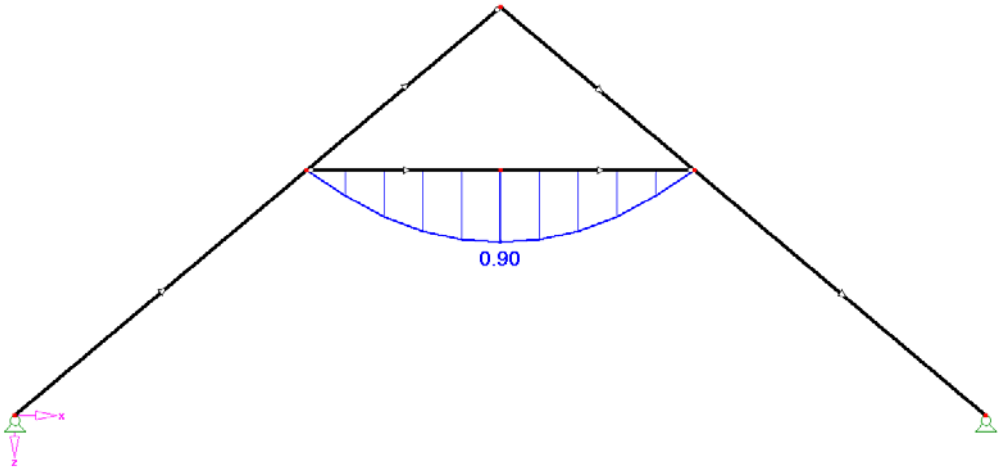


Abbildung 45: M-Verlauf für LF4 (Nutzlast auf Kehlbalkendecke)

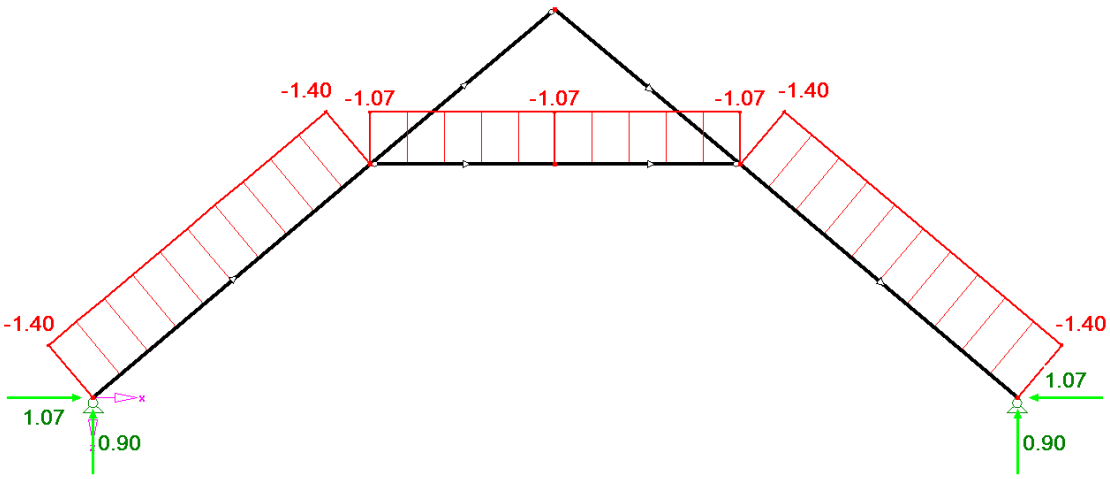


Abbildung 46: N-Verlauf für LF4

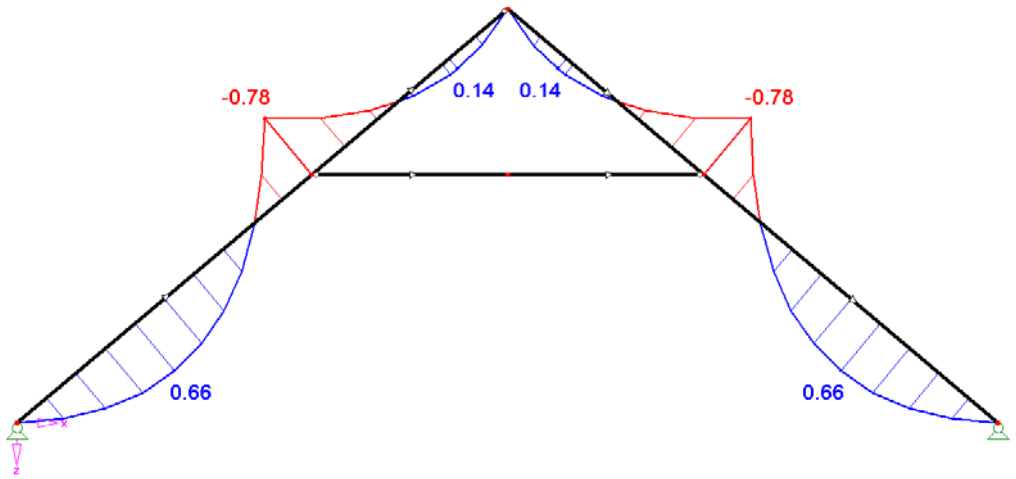


Abbildung 47: M-Verlauf für LF5 (Schnee beidseitig)

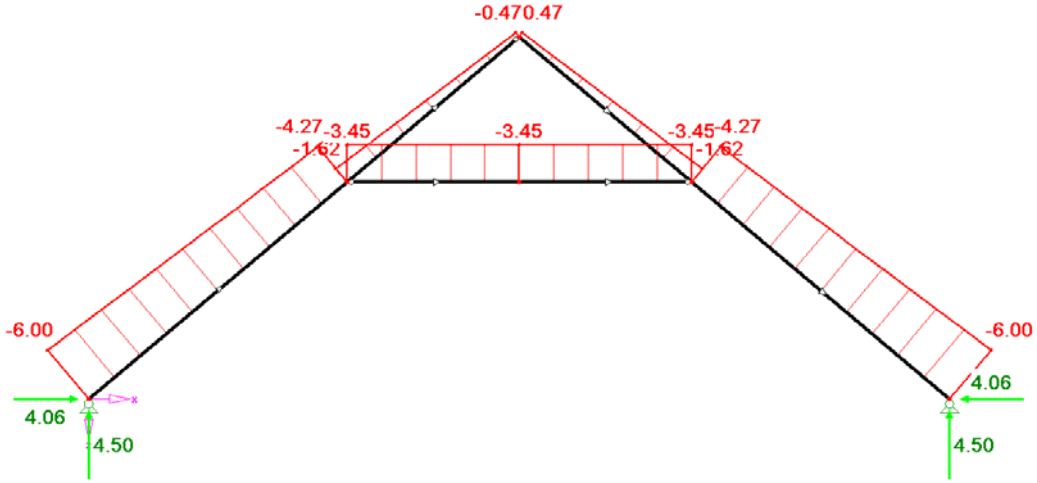


Abbildung 48: N-Verlauf für LF5

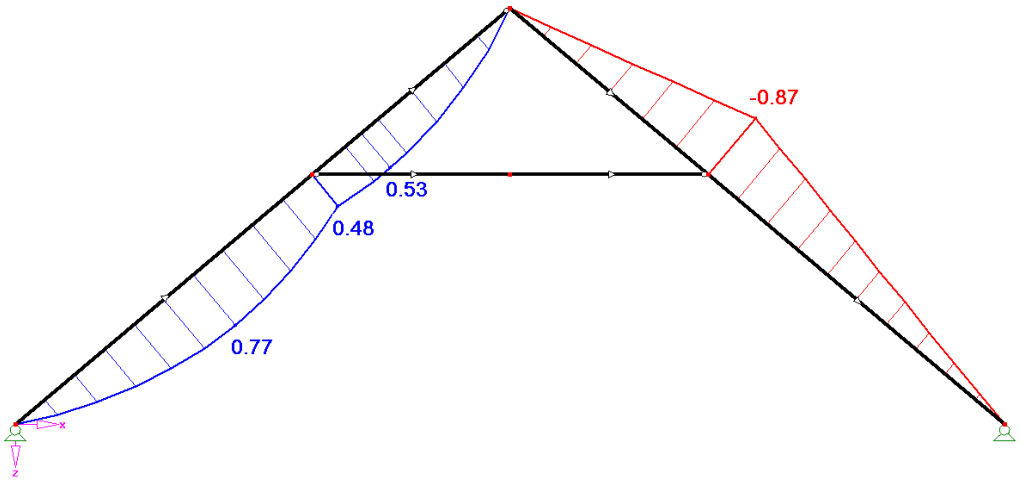


Abbildung 49: M-Verlauf für LF6 (Schnee links)

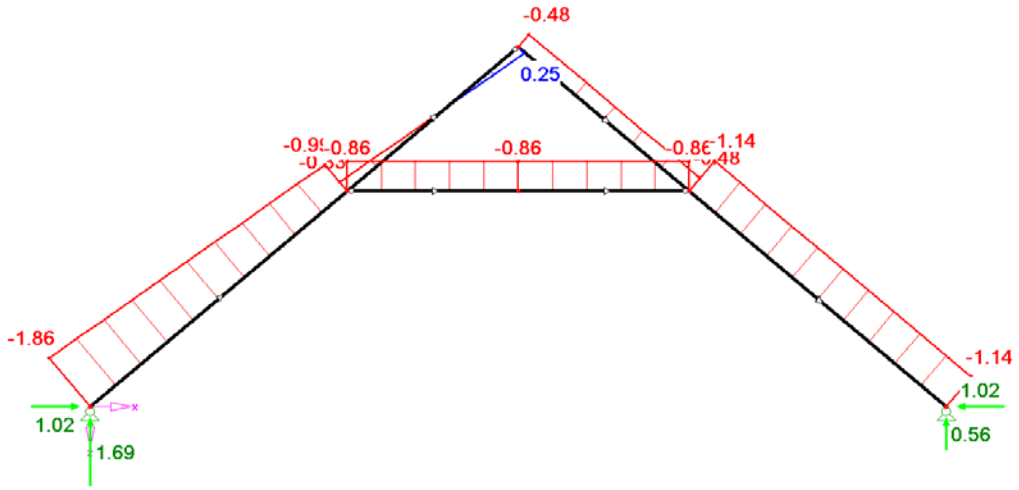


Abbildung 50: N-Verlauf für LF6

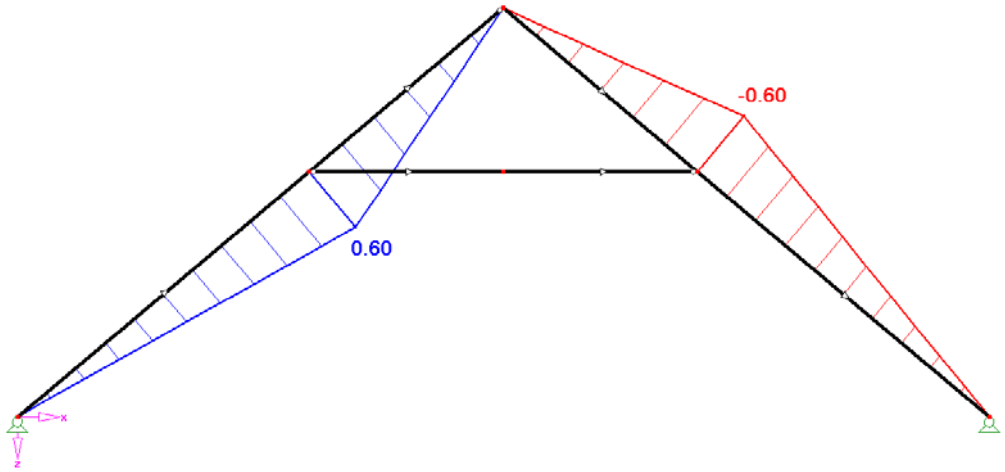


Abbildung 51: M-Verlauf für LF7 (Mannlast links)

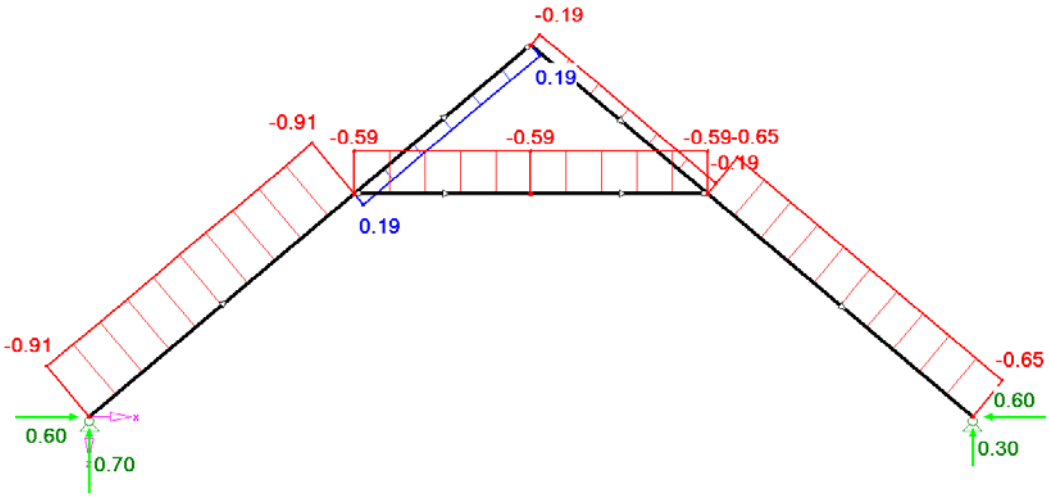


Abbildung 52: N-Verlauf für LF7

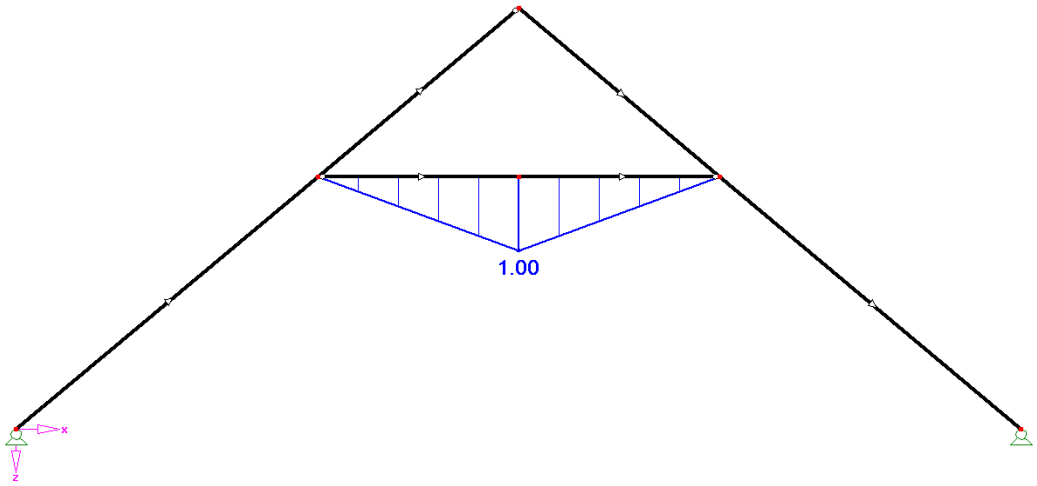


Abbildung 53: M-Verlauf für LF8 (Mannlast Mitte Kehlbalken)

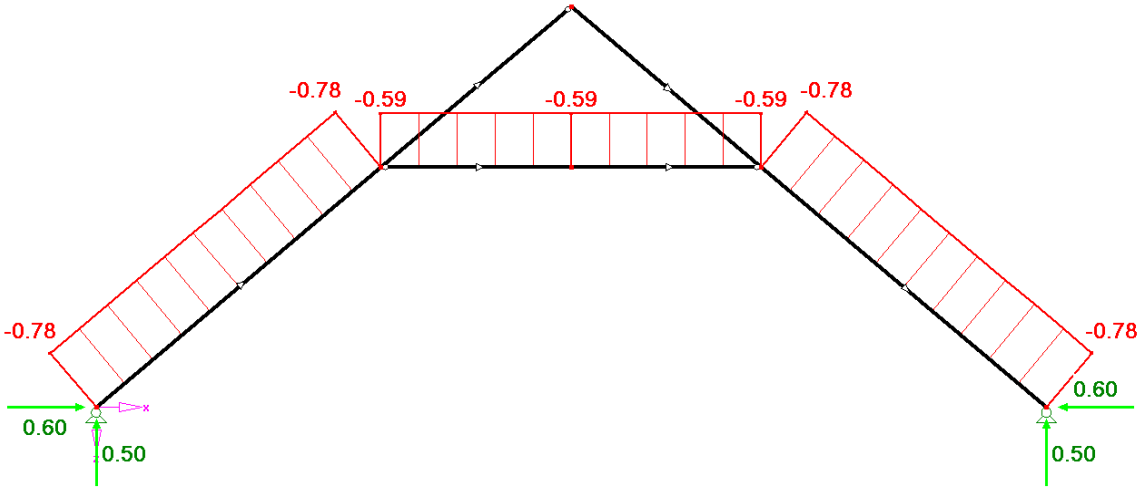


Abbildung 54: N-Verlauf für LF8

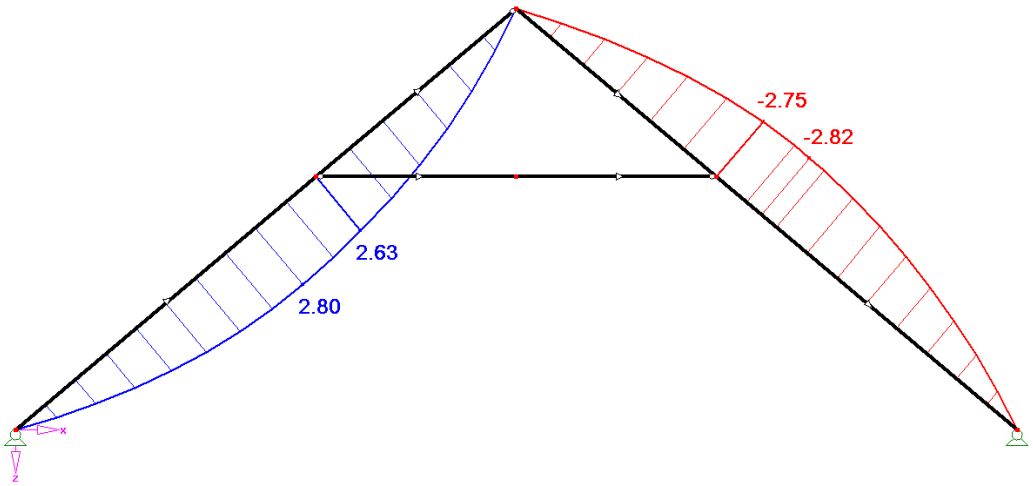


Abbildung 55: M-Verlauf für LF9 (Windlast-Druck-Sog)

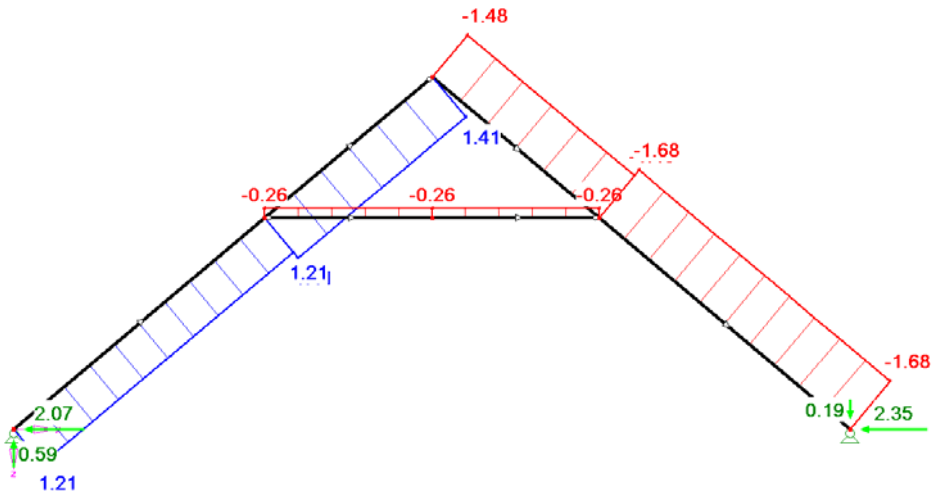


Abbildung 56: N-Verlauf für LF9

7.4 Bestimmung der maßgebende Lastfallkombinationen

Da in diesem Beispiel ein voll ausgebauter Dachstuhl berechnet wird und alle Lastfälle auftreten ist auch der Teilsicherheitsbeiwert γ_Q für alle Lastfallkombinationen mit 1,35 anzunehmen. Als direkter Vergleich wird neben dem Ergebnis der händischen Berechnung auch das Ergebnis des Excel-Programms angeschrieben (wird in Klammern angeführt).

Teilsicherheitsbeiwerte:

$$\left.\begin{array}{l}\gamma_G = 1{,}35 \text{ ... für ständige Lasten} \\ \gamma_Q = 1{,}35 \text{ ... für mehrere veränderliche Lasten}\end{array}\right\} \rightarrow E_d = 1{,}35 * \sum G_{k,j} + 1{,}35 * \sum Q_{k,j}$$

<u>Bemessungslasten - Kehlbalken</u>

$$M_{d,6} = 1{,}35 * LF3 + 1{,}35 * (LF4 + LF8) = 1{,}35 * 0{,}54 + 1{,}35 * (0{,}90 + 1{,}00) = \boxed{3{,}29} \text{ [kNm]}$$

$$(M_{d,6} = 3{,}29 \text{ [kNm]} \rightarrow \Delta M = 0{,}00 \text{ [kNm]})$$

$$N_{d,24} = 1{,}35 * (LF1 + LF2 + LF3) + 1{,}35 * (LF4 + LF5 + LF8 + LF9) =$$

$$= 1{,}35 * (-1{,}70 - 0{,}58 - 0{,}64) + 1{,}35 * (-1{,}07 - 3{,}45 - 0{,}59 - 0{,}26) = \boxed{-11{,}19} \text{ [kN]}$$

$$(N_{d,24} = -11{,}22 \text{ [kN]} \rightarrow \Delta N = 0{,}03 \text{ [kN]})$$

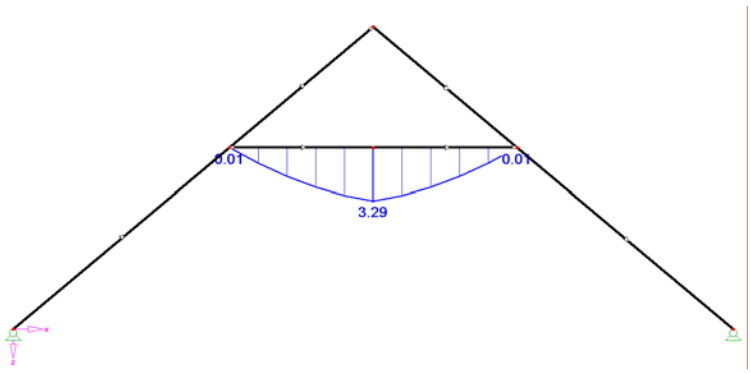


Abbildung 57: Lastfallkombination $M_{d,6}$ (Kehlbalken)

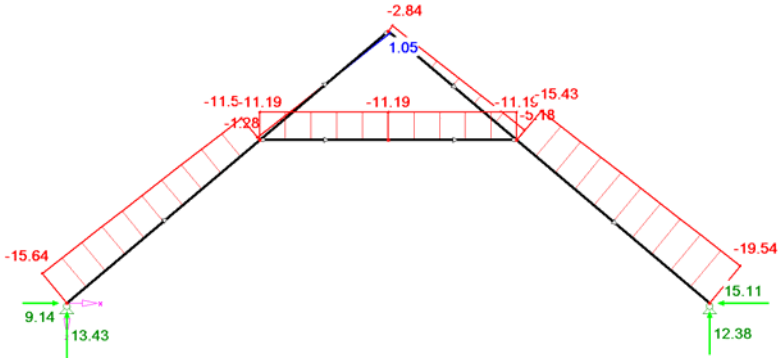


Abbildung 58: Lastfallkombination $N_{d,24}$ (Kehlbalken)

Bemessungslasten – Sparren

Wie schon in *Kapitel 4.3* beschrieben, müssen hier zwei Lastfallkombinationen untersucht werden.

Kombination a: $M_{d,4} = 1{,}35 * (LF1 + LF2) + 1{,}35 * (LF5 + LF7 + LF9) =$

$= 1{,}35 * (-0{,}38 - 0{,}16) + 1{,}35 * (-0{,}78 - 0{,}60 - 2{,}75) = \boxed{-6{,}30}$ [kNm]

($M_{d,4} = -6{,}33$ [kNm] $\rightarrow \Delta M = 0{,}03$ [kNm])

$N_{d,45} = 1{,}35 * (LF1 + LF2 + LF3) + 1{,}35 * (LF4 + LF5 + LF7 + LF8 + LF9) =$

$= 1{,}35 * (-2{,}10 - 0{,}37 - 0{,}84) + 1{,}35 * (-1{,}40 - 4{,}27 - 0{,}65 - 0{,}78 - 1{,}68) = \boxed{-16{,}32}$ [kN]

($N_{d,45} = -16{,}32$ [kN] $\rightarrow \Delta N = 0{,}00$ [kN])

Kombination b: $M_{d,4} = 1{,}35 * (LF1 + LF2) + 1{,}35 * (LF6 + LF7 + LF9) =$

$= 1{,}35 * (-0{,}38 - 0{,}16) + 1{,}35 * (-0{,}87 - 0{,}60 - 2{,}75) = \boxed{-6{,}43}$ [kNm]

($M_{d,4} = -6{,}44$ [kNm] $\rightarrow \Delta M = 0{,}01$ [kNm])

$N_{d,45} = 1{,}35 * (LF1 + LF2 + LF3) + 1{,}35 * (LF4 + LF6 + LF7 + LF8 + LF9) =$

$= 1{,}35 * (-2{,}10 - 0{,}37 - 0{,}84) + 1{,}35 * (-1{,}40 - 1{,}14 - 0{,}65 - 0{,}78 - 1{,}68) = \boxed{-12{,}08}$ [kN]

($N_{d,45} = -12{,}10$ [kN] $\rightarrow \Delta N = 0{,}02$ [kN])

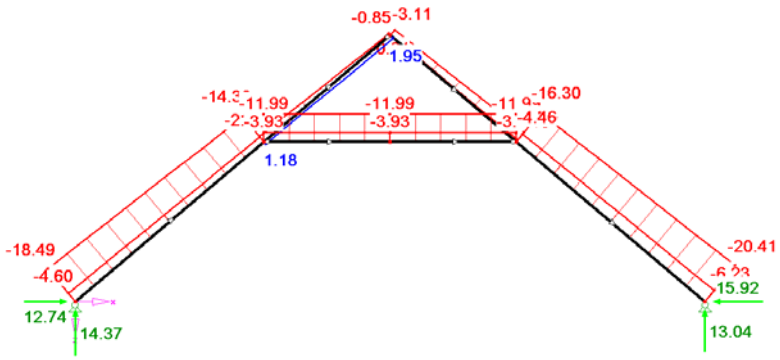


Abbildung 59: Lastfallkombination a - $N_{d,45}$ (Sparren)

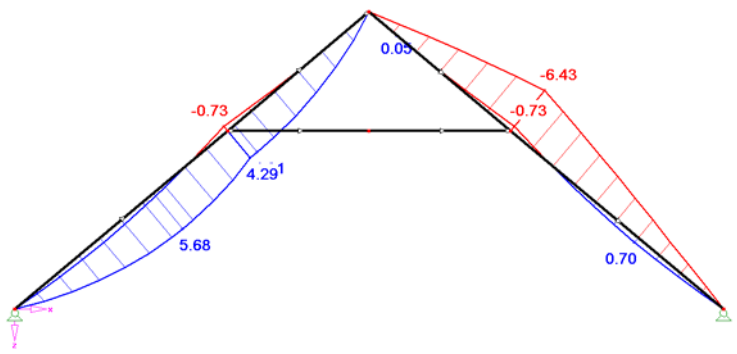


Abbildung 60: Lastfallkombination b - $M_{d,4}$ (Sparren)

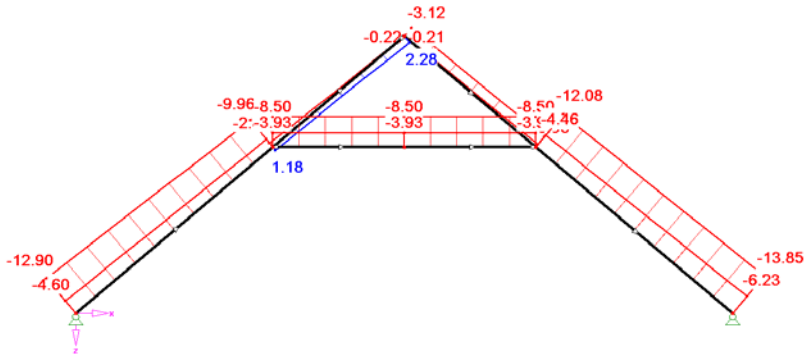


Abbildung 61: Lastfallkombination b - $N_{d,45}$ (Sparren)

Maximale Normalkraft - Sparren

Auch hier sind zwei Kombinationen zu untersuchen, wobei Kombination d nur in Ausnahmefällen die maßgebende Normalkraft hervorbringen wird. Die maximale Normalkraft des Sparrens liegt im Auflagerbereich. Der Teilsicherheitsbeiwert γ_Q ist auch hier 1,35, da sowohl LF4 (Nutzlast auf Kehlbalken) und LF8 (Mannlast in Kehlbalkenmitte) vorhanden sind.

Kombination c: $N_{d,54} = 1{,}35 * (LF1 + LF2 + LF3) + 1{,}35 * (LF4 + LF5 + LF7 + LF8 + LF9) =$

$= 1{,}35 * (-2{,}95 - 0{,}82 - 0{,}84) + 1{,}35 * (-1{,}40 - 6{,}00 - 0{,}65 - 0{,}78 - 1{,}68) = -20{,}41$ [kN] ... maßgebend

($N_{d,54} = -20{,}43$ [kN] $\rightarrow \Delta N$=0,02 [kN])

Kombination d: $N_{d,12} = 1{,}35 * (LF1 + LF2 + LF3) + 1{,}35 * (LF4 + LF6 + LF7 + LF8) =$

$= 1{,}35 * (-2{,}95 - 0{,}82 - 0{,}84) + 1{,}35 * (-1{,}40 - 1{,}86 - 0{,}91 - 0{,}78) = -12{,}90$ [kN]

($N_{d,54} = -12{,}91$ [kN] $\rightarrow \Delta N$=0,01 [kN])

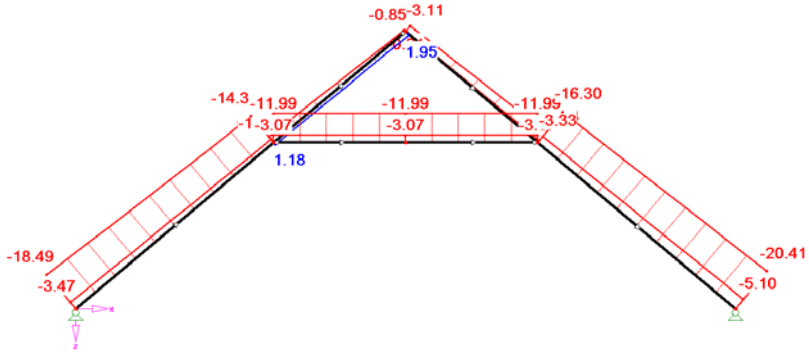


Abbildung 62: Lastfallkombination c - $N_{d,54}$ (Sparren)

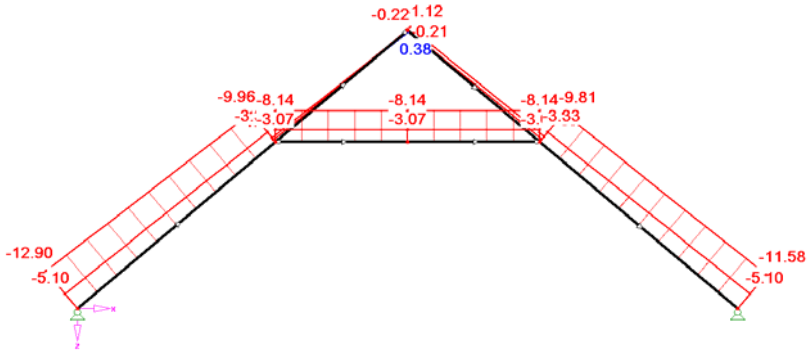


Abbildung 63: Lastfallkombination d - $N_{d,12}$ (Sparren)

Alle maßgebenden Schnittgrößen sind nun ermittelt und damit können nun die Nachweise berechnet werden.

7.5 Wahl der Bauteilquerschnitte

$\underline{\text{Sparren}}: b * h = 10 * 18\ [\text{cm}] \rightarrow A_{brutto} = 180\ [\text{cm}^2]$

$$W_y = \frac{18^2 * 10}{6} = 540\ [\text{cm}^3] \qquad W_z = \frac{18 * 10^2}{6} = 300\ [\text{cm}^3]$$

$$I_y = \frac{18^3 * 10}{12} = 4860\ [\text{cm}^4] \qquad I_z = \frac{18 * 10^3}{12} = 1500\ [\text{cm}^4]$$

Sowohl bei den Sparren als auch bei den Kehlbalken wird keine Querschnittsschwächung angenommen, d.h. es wird mit den Bruttoquerschnittswerten gerechnet.

SKL (Sortierklasse)= 2 (S13)
NKL (Nutzungsklasse)= 1

$\underline{\text{Kehlbalken}}: b * h = 2 * 5 * 16\ [\text{cm}] \rightarrow A_{brutto} = 160\ [\text{cm}^2]$

$$W_y = 2 * \frac{16^2 * 5}{6} = 426{,}67\ [\text{cm}^3] \qquad W_z = 2 * \frac{16 * 5^2}{6} = 133{,}33\ [\text{cm}^3]$$

$$I_y = 2 * \frac{16^3 * 5}{12} = 3413{,}33\ [\text{cm}^4] \qquad I_z = 2 * \frac{16 * 5^3}{12} = 333{,}33\ [\text{cm}^4]$$

Kehlbalken wird in Form einer Zange ausgeführt.

SKL (Sortierklasse)= 1 (S10)
NKL (Nutzungsklasse)= 1

7.6 Nachweise – Kehlbalken

Schnittgrößen: $M_{d,6,y} = 3{,}29$ [kNm]

$N_{d,24} = -11{,}19$ [kN]

$M_{d,6,z} = 0{,}00$ [kNm]

Der Kehlbalken erhält eine Knickaussteifung → gewählte Knickfigur= 2 → Knicklängen: $s_{k,y} = 4{,}00$ [m]

$s_{k,z} = 2{,}00$ [m]

Druck und Biegung nach EC5 Abschnitt 6.2.4

$$\sigma_{c,0,d} = \left|\frac{F_{c,d}}{A_{netto}} = \frac{N_{d,24}}{A_{netto}}\right| = \left|\frac{-11{,}19}{160}\right| = 0{,}07 \text{ [kN/cm²]} \qquad f_{c,0,k} = 2{,}1 \text{ [kN/cm²]} \qquad f_{c,0,d} = \frac{k_{mod} * f_{c,0,k}}{\gamma_m} = \frac{0{,}6 * 2{,}1}{1{,}3} = 0{,}97 \text{ [kN/cm²]}$$

Rechenwerte - y-Achse: $\sigma_{m,y,d} = \frac{M_{y,d}}{W_{y,netto}} = \frac{3{,}29 * 100}{426{,}67} = 0{,}77$ [kN/cm²] $\qquad f_{m,y,k} = 2{,}4$ [kN/cm²]

$$f_{m,y,d} = \frac{k_{mod} * f_{m.y.k}}{\gamma_m} = \frac{0{,}6 * 2{,}4}{1{,}3} = 1{,}11 \text{ [kN/cm²]}$$

Rechenwerte - z-Achse: $\sigma_{m,z,d} = \frac{M_{z,d}}{W_{z,netto}} = \frac{0{,}00 * 100}{133{,}33} = 0{,}00$ [kN/cm²] $\qquad f_{m,z,k} = 2{,}4$ [kN/cm²]

$$f_{m,z,d} = \frac{k_{mod} * f_{m.z.k}}{\gamma_m} = \frac{0{,}6 * 2{,}4}{1{,}3} = 1{,}11 \text{ [kN/cm²]}$$

1. Bedingung: $\left(\frac{\sigma_{c,0,d}}{f_{c,0,d}}\right)^2 + \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + k_m * \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \le 1 \qquad \left(\frac{0{,}07}{0{,}97}\right)^2 + \frac{0{,}77}{1{,}11} + 0{,}7 * \frac{0{,}00}{1{,}11} = 0{,}70 \le 1$

2. Bedingung: $\left(\frac{\sigma_{c,0,d}}{f_{c,0,d}}\right)^2 + k_m * \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \le 1 \qquad \left(\frac{0{,}07}{0{,}97}\right)^2 + 0{,}7 * \frac{0{,}77}{1{,}11} + \frac{0{,}00}{1{,}11} = 0{,}49 \le 1$

Beide Bedingungen eingehalten → Spannungsnachweis erfüllt!

Biegeknicken (nach EC5 Abschnitt 6.2.4)

$E_{0,05} = 740$ [kN/cm²] $\beta_c = 0{,}2$

Rechenwerte - y-Achse: $i_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}} = \sqrt{\frac{3413{,}33}{160}} = 4{,}62$ [cm] $s_{k,y} = 400$ [cm] $\lambda_y = \frac{s_{k,y}}{i_y} = \frac{400}{4{,}62} = 86{,}6$

$$\lambda_{rel,y} = \frac{\lambda_y}{\pi} * \sqrt{\frac{f_{c,0,k}}{E_{0,05}}} = \frac{86{,}6}{\pi} * \sqrt{\frac{2{,}10}{740}} = 1{,}47$$

$$k_y = 0{,}5 * (1 + \beta_c * (\lambda_{rel,y} - 0{,}3) + \lambda_{rel,y}^2) = 0{,}5 * (1 + 0{,}2 * (1{,}47 - 0{,}3) + 1{,}47^2) = 1{,}70$$

$$k_{c,y} = \frac{1}{k_y + \sqrt{k_y^2 - \lambda_{rel,y}^2}} = \frac{1}{1{,}70 + \sqrt{1{,}70^2 - 1{,}47^2}} = 0{,}39$$

Rechenwerte - y-Achse: $i_z = \sqrt{\frac{I_z}{A}} = \sqrt{\frac{333{,}33}{160}} = 1{,}44$ [cm] $s_{k,z} = 200$ [cm] $\lambda_z = \frac{s_{k,z}}{i_z} = \frac{200}{1{,}44} = 138{,}6$

$$\lambda_{rel,z} = \frac{\lambda_z}{\pi} * \sqrt{\frac{f_{c,0,k}}{E_{0,05}}} = \frac{138{,}6}{\pi} * \sqrt{\frac{2{,}10}{740}} = 2{,}35$$

$$k_z = 0{,}5 * (1 + \beta_c * (\lambda_{rel,z} - 0{,}3) + \lambda_{rel,z}^2) = 0{,}5 * (1 + 0{,}2 * (2{,}35 - 0{,}3) + 2{,}35^2) = 3{,}47$$

$$k_{c,z} = \frac{1}{k_z + \sqrt{k_z^2 - \lambda_{rel,z}^2}} = \frac{1}{3{,}47 + \sqrt{3{,}47^2 - 2{,}35^2}} = 0{,}17$$

$$\frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,y} * f_{c,0,d}} + \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + k_m * \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \le 1 \qquad \frac{0{,}07}{0{,}39 * 0{,}97} + \frac{0{,}77}{1{,}11} + 0{,}7 * \frac{0{,}00}{1{,}11} = 0{,}88 \le 1$$

$$\frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,z} * f_{c,0,d}} + k_m * \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \le 1 \qquad \frac{0{,}07}{0{,}17 * 0{,}97} + 0{,}7 * \frac{0{,}77}{1{,}11} + \frac{0{,}00}{1{,}11} = 0{,}91 \le 1$$

→ Biegeknicknachweis erfüllt!

Nachweis der Gebrauchstauglichkeit (nach EC5 Abschnitt 2.2.3 und 7.2)

Überhöhung $w_c = 0{,}0$ [cm]

Berechnung der elastischen Durchbiegung in Feldmitte

charakteristische Einwirkungen: aus LF3+LF4 → $q_k = (0{,}30 + 0{,}50) * 0{,}90 = 0{,}72$ [kN/m]

$$w_{m,inst} = \frac{5 * q * l^4}{384 * E_{0,mean} * I} = \frac{5 * \frac{0{,}72}{100} * 400^4}{384 * 1100 * 3413{,}3} = 0{,}6 \text{ [cm]}$$

aus LF8 → $P_k = 1{,}00$ [kN]

$$w_{m,inst} = \frac{P * l^3}{48 * E_{0,mean} * I} = \frac{1{,}00 * 400^3}{48 * 1100 * 3413{,}3} = 0{,}4 \text{ [cm]}$$

Schubverformung: $M_k = 0{,}54 + 0{,}90 + 1{,}0 = 2{,}44$ [kNm] → $w_{v,inst} = \frac{M}{G_{mean} * A_V} = \frac{2{,}44 * 100}{69 * \frac{160}{1{,}2}} = 0{,}0$ [cm]

Anfangsverformung: $w_{inst} = w_{m,inst} + w_{v,inst} = 0{,}6 + 0{,}4 + 0{,}0 = 1{,}0$ [cm]

Kriechverformung: $w_{creep} = w_{inst} * k_{def} = 1{,}0 * 0{,}6 = 0{,}6$ [cm]

Enddurchbiegung: $w_{net,fin} = w_{inst} + w_{creep} - w_c = 1{,}0 + 0{,}6 - 0{,}0 = 1{,}6$ [cm]

$$w_{net,fin} = 1{,}4\ [cm] \leq \frac{l}{200} = \frac{400}{200} = 2{,}0\ [cm]\ \text{... nicht ausgebauter Dachstuhl}$$

$$> \frac{l}{300} = \frac{400}{300} = 1{,}3\ [cm]\ \text{... ausgebauter Dachstuhl}$$

Für einen nicht ausgebauten Dachstuhl wäre der Durchbiegungsnachweis erfüllt. Da in diesem Beispiel ein ausgebauter Dachstuhl berechnet wird, ist der Nachweis der Gebrauchstauglichkeit nicht erfüllt, da es bei Durchbiegungen, die größer als l/300 sind, zu Rissen in der Wand- und Deckenverkleidungen kommt.
Um den Durchbiegungsnachweis dennoch zu erfüllen, kann man nun die Querschnittswerte vergrößern (vor allem die Höhe des Kehlbalkens ist hier maßgebend) und/oder die Festigkeitsklasse (Sortierklasse) des Holzes erhöhen. Im Normalfall wird man den Querschnitt vergrößern. Als Beispiel werden hier zwei Beispiele angeführt.

Vergrößerung der Querschnittsfläche: Wählt man h=18 [cm] so ergibt sich eine Enddurchbiegung $w_{net,fin}$=1,1 [cm]. Damit wäre auch die Bedingung für einen ausgebauten Dachstuhl erfüllt.
Wahl einer höheren Festigkeit (Sortierklasse): Würde man in diesem Beispiel, für den Kehlbalken mit einem gleich bleibenden Querschnitt, eine Sortierklasse von 4 ansetzen wäre der Durchbiegungsnachweis mit $w_{net,fin}$=1,3 [cm] gerade noch erfüllt. In der Regel wird aber für Holzdachstühle meist normales Bauholz verwendet, welches der Sortierklasse S10 zuzuordnen ist.

7.7 Nachweise – Sparren

Schnittgrößen: Kombination a: $M_{d,4,y} = -6{,}30$ [kNm] Kombination b: $M_{d,4,y} = -6{,}43$ [kNm]

$N_{d,45} = -16{,}32$ [kN] $N_{d,45} = -12{,}08$ [kN]

$M_{d,4,z} = 0{,}00$ [kNm] $M_{d,4,z} = 0{,}00$ [kNm]

Knicklängen: $c_u \begin{Bmatrix} > 0{,}3 * c \\ < 0{,}7 * c \end{Bmatrix} = 3{,}92 \begin{Bmatrix} > 0{,}3 * 6{,}53 = 1{,}96 \\ < 0{,}7 * 6{,}53 = 4{,}57 \end{Bmatrix} \rightarrow \text{richtig} \rightarrow s_{k,y} = 0{,}8 * c = 0{,}8 * 6{,}53 = 5{,}22$ [m]

$c_u \geq 0{,}7 * c = 3{,}92 \geq 0{,}7 * 6{,}53 = 4{,}57 \rightarrow \text{falsch} \rightarrow s_{k,y} = 0{,}8 * c$

Druck und Biegung nach EC5 Abschnitt 6.2.4

Komb. a: $\sigma_{c,0,d} = \left| \frac{F_{c,d}}{A_{netto}} = \frac{N_{d,45}}{A_{netto}} \right| = \left| \frac{-16{,}32}{180} \right| = 0{,}09$ [kN/cm²] $f_{c,0,k} = 2{,}3$ [kN/cm²]

Komb. b: $\sigma_{c,0,d} = \left| \frac{F_{c,d}}{A_{netto}} = \frac{N_{d,45}}{A_{netto}} \right| = \left| \frac{-12{,}08}{180} \right| = 0{,}07$ [kN/cm²] $f_{c,0,d} = \frac{k_{mod} * f_{c,0,k}}{\gamma_m} = \frac{0{,}6 * 2{,}3}{1{,}3} = 1{,}06$ [kN/cm²]

Rechenwerte - y-Achse: Komb. a: $\sigma_{m,y,d} = \frac{M_{y,d}}{W_{y,netto}} = \frac{6{,}30 * 100}{540} = 1{,}17$ [kN/cm²] $f_{m,y,k} = 3{,}0$ [kN/cm²]

Komb. b: $\sigma_{m,y,d} = \frac{M_{y,d}}{W_{y,netto}} = \frac{6{,}43 * 100}{540} = 1{,}19$ [kN/cm²]

$f_{m,y,d} = \frac{k_{mod} * f_{m.y.k}}{\gamma_m} = \frac{0{,}6 * 3{,}0}{1{,}3} = 1{,}38$ [kN/cm²]

Rechenwerte - z-Achse: $\sigma_{m,z,d} = \frac{M_{z,d}}{W_{z,netto}} = \frac{0{,}00 * 100}{300} = 0{,}00$ [kN/cm²] $f_{m,z,k} = 3{,}0$ [kN/cm²]

$f_{m,z,d} = \frac{k_{mod} * f_{m.z.k}}{\gamma_m} = \frac{0{,}6 * 3{,}0}{1{,}3} = 1{,}38$ [kN/cm²]

1. Bedingung: $\left(\frac{\sigma_{c,0,d}}{f_{c,0,d}} \right)^2 + \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + k_m * \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1$

Komb. a: $\left(\frac{0{,}09}{1{,}06} \right)^2 + \frac{1{,}17}{1{,}38} + 0{,}7 * \frac{0{,}00}{1{,}38} = 0{,}86 \leq 1$

Komb. b: $\left(\frac{0{,}07}{1{,}06} \right)^2 + \frac{1{,}19}{1{,}38} + 0{,}7 * \frac{0{,}00}{1{,}38} = 0{,}87 \leq 1$

2. Bedingung: $\left(\frac{\sigma_{c,0,d}}{f_{c,0,d}} \right)^2 + k_m * \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1$

Komb. a: $\left(\frac{0{,}09}{1{,}06} \right)^2 + 0{,}7 * \frac{1{,}17}{1{,}38} + \frac{0{,}00}{1{,}38} = 0{,}60 \leq 1$

Komb. b: $\left(\frac{0{,}07}{1{,}06} \right)^2 + 0{,}7 * \frac{1{,}19}{1{,}38} + \frac{0{,}00}{1{,}38} = 0{,}61 \leq 1$

Beide Bedingungen für Kombination a und b eingehalten → Spannungsnachweis erfüllt!

Biegeknicken (nach EC5 Abschnitt 6.2.4)

$E_{0,05} = 800$ [kN/cm²] $\beta_c = 0{,}2$

Rechenwerte - y-Achse: $i_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}} = \sqrt{\frac{4860}{180}} = 5{,}20$ [cm] $s_{k,y} = 522$ [cm] $\lambda_y = \frac{s_{k,y}}{i_y} = \frac{400}{4{,}62} = 100{,}50$

$$\lambda_{rel,y} = \frac{\lambda_y}{\pi} * \sqrt{\frac{f_{c,0,k}}{E_{0,05}}} = \frac{100{,}50}{\pi} * \sqrt{\frac{2{,}30}{800}} = 1{,}72$$

$$k_y = 0{,}5 * (1 + \beta_c * (\lambda_{rel,y} - 0{,}3) + \lambda_{rel,y}^2) = 0{,}5 * (1 + 0{,}2 * (1{,}72 - 0{,}3) + 1{,}72^2) = 2{,}12$$

$$k_{c,y} = \frac{1}{k_y + \sqrt{k_y^2 - \lambda_{rel,y}^2}} = \frac{1}{2{,}12 + \sqrt{2{,}12^2 - 1{,}72^2}} = 0{,}30$$

Rechenwerte - y-Achse: $i_z = \sqrt{\frac{I_z}{A}} = \sqrt{\frac{1500}{180}} = 2{,}89$ [cm] $s_{k,z} = 0$ [cm] $\lambda_z = \frac{s_{k,z}}{i_z} = \frac{0{,}00}{2{,}89} = 0{,}00$

$$\lambda_{rel,z} = \frac{\lambda_z}{\pi} * \sqrt{\frac{f_{c,0,k}}{E_{0,05}}} = \frac{0{,}00}{\pi} * \sqrt{\frac{2{,}30}{800}} = 0{,}00$$

$$k_z = 0{,}5 * (1 + \beta_c * (\lambda_{rel,z} - 0{,}3) + \lambda_{rel,z}^2) = 0{,}5 * (1 + 0{,}2 * (0{,}00 - 0{,}3) + 0{,}00^2) = 0{,}47$$

$$k_{c,z} = \frac{1}{k_z + \sqrt{k_z^2 - \lambda_{rel,z}^2}} = \frac{1}{0{,}47 + \sqrt{0{,}47^2 - 0^2}} = 1{,}06$$

$$\frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,y} * f_{c,0,d}} + \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + k_m * \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \le 1$$

Komb. a: $\frac{0{,}09}{0{,}30 * 1{,}06} + \frac{1{,}17}{1{,}38} + 0{,}7 * \frac{0{,}00}{1{,}38} = 1{,}13 > 1$ ...Bedingung nicht erfüllt

Der Nachweis ist jetzt schon nicht erfüllt, da für beide Kombinationen die Bedingungen erfüllt sein müssen. Die restlichen Nachweise werden nur der Vollständigkeit wegen berechnet!

Komb. b: $\frac{0{,}07}{0{,}30 * 1{,}06} + \frac{1{,}19}{1{,}38} + 0{,}7 * \frac{0{,}00}{1{,}11} = 1{,}08 > 1$ ... Bedingung nicht erfüllt

Da das seitliche Ausweichen der Sparren (Knicken um z-Achse) ausgeschlossen wird, gilt: $k_{c,z} = 1$!

$$\frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,z} * f_{c,0,d}} + k_m * \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \le 1$$

Komb. a: $\frac{0{,}09}{1{,}00 * 1{,}06} + 0{,}7 * \frac{1{,}17}{1{,}38} + \frac{0{,}00}{1{,}38} = 0{,}68 \le 1$

Komb. b: $\frac{0{,}07}{1{,}00 * 1{,}06} + 0{,}7 * \frac{1{,}19}{1{,}38} + \frac{0{,}00}{1{,}38} = 0{,}67 \le 1$

→ Biegeknicknachweis nicht erfüllt!

Gebrauchstauglichkeit

Der Nachweis der Gebrauchstauglichkeit erfolgt mittels der Tabelle 3

α=40° $\quad \frac{h_u}{h} = \frac{2,52}{4,20} = 0,60 \quad$ c=6,53 [m]

$$I_{erf} = \left(90 * \frac{0,44 * 0,9}{100} + 116 * \frac{0,24 * 0,9}{100} + 220 * \frac{0,45 * 0,9}{75} + 1221 * \frac{0,57 * 0,9}{80}\right) * 0,9 * 6,53^3 = 2411,9\ [cm^4]$$

$$I_{erf} = 2411,9\ [cm^4] < I_{vorh.} = 4860\ [cm^4]$$

Laut dieser Tafel wäre der vorhandene Sparrenquerschnitt ausreichend groß, um eine kleinere Durchbiegung als l/200 zu gewährleisten. Damit wäre auch die Gebrauchstauglichkeit für einen nicht ausgebauten Dachstuhl erfüllt.

Überprüfungen mittels des Statikprogramms RSTAB haben aber gezeigt, dass bei I_{erf} nach *Tabelle 3*, sich zu große Verformungen einstellen, so das die Begrenzung der Durchbiegung auf l/200 bei weitem nicht eingehalten werden kann. Aus I_{erf} würde sich zum Beispiel folgender Sparrenquerschnitt ergeben:

$$I_{erf} = \frac{b * h^3}{12} = 2411,9cm^4 \rightarrow b_{gewählt} = 8cm \rightarrow h = 15cm$$

Die Durchbiegung (in mm) mit I_{erf} wäre dann:

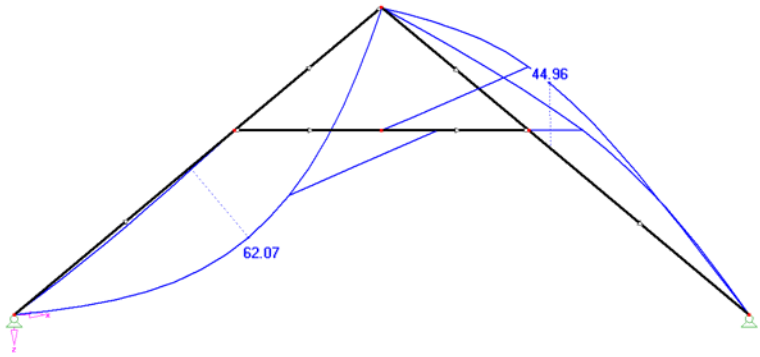


Abbildung 64: Sparrendurchbiegung bei I_{erf}=2411,9cm4

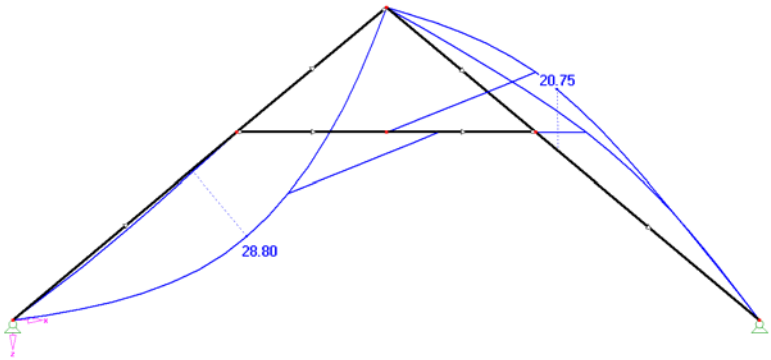


Abbildung 65: Sparrendurchbiegung in mm bei LF1+LF2+LF6+LF9 bei I_{vorh}=4860cm^4

Die maximale Durchbiegung von l/200 würde 33 mm entsprechen, die bei dem errechneten erforderlichen Flächenträgheitsmoment von 2411,9cm^4 fast um das Doppelte überschritten wird. Aus diesen, ungeklärten Gründen, wird auf die Anwendung dieser Tafel verzichtet.

Maximale Normalkraft (nach EC5 Abschnitt 6.1.4)

Maßgebende Normalkraft aus Lastfallkombination c $\rightarrow N_{d,54} = -20,41$ [kN]
Keine Querschnittsschwächung $\rightarrow A_{netto} = A_{brutto} = 180$ [cm²]

$$\sigma_{c,0,d} = \frac{F_{c,d}}{A_{netto}} = \frac{N_{d,54}}{A_{netto}} = \left|\frac{-20,41}{180}\right| = 0,11 \text{ [kN/cm²]} \leq f_{c,o,d} = \frac{k_{mod} * f_{c,0,k}}{\gamma_m} = \frac{0,6 * 2,3}{1,3} = 1,06 \text{ [kN/cm²]}$$

$\rightarrow$ Nachweis für Druck in Faserrichtung erfüllt.

8 Anhang

8.1 Quellenverzeichnis

8.1.1 Bücher und Schriften

[1]	Schneider, K.J.; u.a.: Bautabellen für Ingenieure mit Berechnungshinweisen und Beispielen. 16. Auflage. München: Werner, 2004.
[2]	Werner, G. & Zimmer, K.: Holzbau Teil 2: Dach- und Hallentragwerke nach DIN 1052 (neu 2004) und Eurocode 5. 3. überarbeitete Auflage. Berlin Heidelberg New York: Springer, 2004.
[3]	Pech, A. & Hollinsky, K.: Dachstühle. Baukonstruktionen Band 7. Wien: Springer, 2005

8.1.2 Normen

[4]	Eurocode 5: Bemessung und Konstruktion von Holzbauten Teil 1-1: Allgemeines – Allgemeine Regeln und Regeln für den Hochbau. (ÖNORM EN 1995-1-1). Ausgabe 2006-01-01
[5]	Eurocode 1 - Einwirkungen auf Tragwerke - Teil 1-1: Allgemeine Einwirkungen – Wichten, Eigengewichte, Nutzlasten im Hochbau - Nationale Festlegungen zu ÖNORM EN 1991-1-1 und nationale Ergänzungen. (ÖNORM B 1991-1-1). Ausgabe 2006-01-01
[6]	Eurocode 1 - Einwirkungen auf Tragwerke - Teil 1-3: Allgemeine Einwirkungen - Schneelasten - nationale Ergänzungen. (ÖNORM B 1991-1-3). Ausgabe 2006-04-01
[7]	Eurocode 1: Einwirkungen auf Tragwerke - Teil 1-4: Allgemeine Einwirkungen - Windlasten – Nationale Festlegungen zu ÖNORM EN 1991-1-4 und nationale Ergänzungen. (ÖNORM B 1991-1-4). Ausgabe 2006-12-01
[8]	Bauholz für tragende Zwecke - Festigkeitsklassen - Zuordnung von visuellen Sortierklassen und Holzarten. (ÖNORM EN 1912). Ausgabe 2007-08-01

8.1.3 Abbildungen

Abbildung 1: Höhenlage des Kehlbalkens 6
Abbildung 2: Statische Systeme des verschieblichen- und unverschieblichen Kehlbalkendachstuhls 8
Abbildung 3: Momentenverlauf eines Kehlbalken- bzw. eines Sparrendaches 9
Abbildung 4: Konstruktive Variante des Auflagerbereichs für Kehlbalkendach 9
Abbildung 5: Abschätzung Eigengewicht Sparren 10
Abbildung 6: LF1: Eigengewicht Dachdeckung und Sparren 10
Abbildung 7: LF2: Eigengewicht Wandverkleidung 11
Abbildung 8: LF3: Eigengewicht Kehlbalken und Deckenverkleidung 11
Abbildung 9: LF4: Nutzlast auf Kehlbalkendecke 11
Abbildung 10: LF5: Schneelast über gesamtes Kehlbalkendach 12
Abbildung 11: LF6: halbe Schneelast auf linker Seite 12
Abbildung 12: LF7: Mannlast P links 12
Abbildung 13: LF8: Mannlast P in Kehlbalkenmitte 12
Abbildung 14: LF9: Windlast 13
Abbildung 15: Schematischer Querschnitt zur Schnittkraftberechnung 13
Abbildung 16: Kehlbalken als Einfeldträger 13
Abbildung 17: Normalkräfte N_{12} bzw. N_{54} 14
Abbildung 18: Normalkräfte N_{21} bzw. N_{45} 15
Abbildung 19: Lastfallkombination a - Sparren 16
Abbildung 20: Lastfallkombination b - Sparren 16
Abbildung 21: Lastfallkombination c - Sparren 16
Abbildung 22: Lastfallkombination d - Sparren 17
Abbildung 23: Lastfallkombination - Kehlbalken 17
Abbildung 24: Knicklänge – Sparren 19
Abbildung 25: Knicklänge Kehlbalken 20
Abbildung 26: Anteile der Durchbiegung 21
Abbildung 27: Bestimmung der Dachstuhlgeometrie 25
Abbildung 28: Lastaufstellung 26
Abbildung 29: Schnittgrößenermittlung 27
Abbildung 30: maßgebende Lastfallkombinationen 28
Abbildung 31: Wahl der Bauteilquerschnitte 29
Abbildung 32: Nachweise - Kehlbalken 30
Abbildung 33: Druck und Biegung; Biegeknicken - Kehlbalken 31
Abbildung 34: Gebrauchstauglichkeit - Kehlbalken 32
Abbildung 35: Druck und Biegung - Sparren 34
Abbildung 36: Biegeknicken; Druck - Sparren 35
Abbildung 37: Zusammenfassung - Endergebnisse 36
Abbildung 38: Tabellenwerte 36
Abbildung 39: M-Verlauf für LF1 (Dachdeckung + Sparren) 38
Abbildung 40: N-Verlauf für LF1 38
Abbildung 41: M-Verlauf für LF2 (Wandverkleidung) 39
Abbildung 42: N-Verlauf für LF2 39
Abbildung 43: M-Verlauf für LF3 (Kehlbalken bzw. Kehlbalkendecke) 39
Abbildung 44: N-Verlauf für LF3 40
Abbildung 45: M-Verlauf für LF4 (Nutzlast auf Kehlbalkendecke) 40
Abbildung 46: N-Verlauf für LF4 40
Abbildung 47: M-Verlauf für LF5 (Schnee beidseitig) 41
Abbildung 48: N-Verlauf für LF5 41
Abbildung 49: M-Verlauf für LF6 (Schnee links) 41
Abbildung 50: N-Verlauf für LF6 42
Abbildung 51: M-Verlauf für LF7 (Mannlast links) 42
Abbildung 52: N-Verlauf für LF7 42
Abbildung 53: M-Verlauf für LF8 (Mannlast Mitte Kehlbalken) 43
Abbildung 54: N-Verlauf für LF8 43
Abbildung 55: M-Verlauf für LF9 (Windlast-Druck-Sog) 43
Abbildung 56: N-Verlauf für LF9 44
Abbildung 57: Lastfallkombination $M_{d,6}$ (Kehlbalken) 44
Abbildung 58: Lastfallkombination $N_{d,24}$ (Kehlbalken) 45

Abbildung 59: Lastfallkombination a - $N_{d,45}$ (Sparren) 45
Abbildung 60: Lastfallkombination b - $M_{d,4}$ (Sparren) 46
Abbildung 61: Lastfallkombination b - $N_{d,45}$ (Sparren) 46
Abbildung 62: Lastfallkombination c - $N_{d,54}$ (Sparren) 46
Abbildung 63: Lastfallkombination d - $N_{d,12}$ (Sparren) 47
Abbildung 64: Sparrendurchbiegung bei I_{erf}=2411,9cm4 53
Abbildung 65: Sparrendurchbiegung in mm bei LF1+LF2+LF6+LF9 bei I_{vorh}=4860cm^4 53

8.1.4 Tabellen

Tabelle 1: Anwendungsbereich von Vollholzdachstühlen 5
Tabelle 2: Abschätzung Eigengewicht Kehlbalken 11
Tabelle 3: Tafel 15.5. erf $I_{Sparren}$ 22
Tabelle 4: Farbcode – Eingabe 24