

Die approbierte Originalversion dieser Diplom-/Masterarbeit ist an der Hauptbibliothek der Technischen Universität Wien aufgestellt (<http://www.ub.tuwien.ac.at>).

The approved original version of this diploma or master thesis is available at the main library of the Vienna University of Technology (<http://www.ub.tuwien.ac.at/englweb/>).

# DIPLOMARBEIT

zum Thema

## **Der Tesla-Transformator als Störgenerator**

ausgeführt zum Zwecke der Erlangung des akademischen Grades eines Diplom-Ingenieurs unter der Leitung von

**Ao.Univ.Prof. Dr.techn. Wolfgang Hadrian**

E 373

INSTITUT FÜR ELEKTRISCHE ANLAGEN

eingereicht an der

TECHNISCHEN UNIVERSITÄT WIEN

Fakultät für Elektrotechnik

von

**Kurt Misak**  
**Matr.Nr.: 9125270**  
**Hasnerstraße 4/3/36**  
**A-1160 Wien**

Wien, im Mai 2005

---

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>VORWORT UND DANKSAGUNG.....</b>	<b>4</b>
<b>1.1</b>	<b>Vorwort.....</b>	<b>4</b>
<b>1.2</b>	<b>Danksagung .....</b>	<b>4</b>
<b>2</b>	<b>DER MENSCH NIKOLA TESLA .....</b>	<b>5</b>
<b>2.1</b>	<b>Einleitung.....</b>	<b>5</b>
<b>2.2</b>	<b>Wie alles begann.....</b>	<b>5</b>
<b>2.3</b>	<b>Teslas Leben und Aufstieg .....</b>	<b>6</b>
<b>2.4</b>	<b>Der Stromkrieg.....</b>	<b>9</b>
<b>2.5</b>	<b>Das Ende seiner Karriere .....</b>	<b>11</b>
<b>3</b>	<b>THEORIE DES TESLATRANSFORMATORS.....</b>	<b>12</b>
<b>3.1</b>	<b>Einleitung.....</b>	<b>12</b>
<b>3.2</b>	<b>Theoretische Grundlagen, Prinzip .....</b>	<b>12</b>
	3.2.1 Theorie nach Paul Drude .....	12
	3.2.2 Modernere, vereinfachte Theorie .....	20
<b>3.3</b>	<b>Beteiligte Bauteile und Parameter .....</b>	<b>27</b>
	3.3.1 Die Anspeisung .....	27
	3.3.2 Die primäre Kapazität.....	27
	3.3.3 Die primäre Induktivität .....	29
	3.3.4 Die Funkenstrecke .....	31
	3.3.4.1 Löschfunkenstrecke .....	32
	3.3.4.2 Beblasene Funkenstrecken .....	33
	3.3.4.3 Rotierende Funkenstrecke .....	33
	3.3.5 Die Kopplung .....	34
	3.3.6 Die sekundäre Induktivität.....	35
	3.3.7 Die sekundäre Kapazität.....	38
	3.3.8 Weitere wesentliche Elemente.....	39
	3.3.8.1 Der Torus .....	39
	3.3.8.2 Die Schutzfunkenstrecke.....	40
	3.3.8.3 Der primäre Vorwiderstand .....	40
	3.3.8.4 Filterschaltungen.....	40
<b>3.4</b>	<b>Möglichkeiten der Optimierung im Betrieb .....</b>	<b>40</b>
	3.4.1 Variable Funkenstrecke .....	40
	3.4.2 Variable Kopplung .....	41
	3.4.3 Variable Kondensatoren .....	41

<b>4</b>	<b>MODELLIERUNG DES TESLATRAFOS MIT PSPICE.....</b>	<b>42</b>
<b>4.1</b>	<b>Einleitung.....</b>	<b>42</b>
4.1.1	Bestimmen des Modells .....	43
4.1.2	Verteile Bauelemente .....	43
4.1.3	Performance-Analyse, Goal-Functions .....	43
4.1.4	Grundsätzliche Probleme bei der Simulation .....	44
	4.1.4.1 <i>Das Newton-Raphson-Verfahren.....</i>	44
	4.1.4.2 <i>Optimierung der relevanten PSpice-Parameter .....</i>	45
	4.1.4.3 <i>Ändern/Hinzufügen von Bauteilen.....</i>	45
<b>4.2</b>	<b>Modellierung der Komponenten.....</b>	<b>46</b>
4.2.1	Vorbemerkungen .....	46
4.2.2	Konzept.....	47
4.2.3	Die Anspeisung .....	48
	4.2.3.1 <i>TTr1.....</i>	48
	4.2.3.2 <i>TTr2.....</i>	49
4.2.4	Die primäre Kapazität.....	50
	4.2.4.1 <i>TTr1.....</i>	50
	4.2.4.2 <i>TTr2.....</i>	50
4.2.5	Die primäre Induktivität .....	50
	4.2.5.1 <i>TTr1.....</i>	50
	4.2.5.2 <i>TTr2.....</i>	51
4.2.6	Die Funkenstrecke .....	51
4.2.7	Die sekundäre Induktivität.....	53
	4.2.7.1 <i>TTr1.....</i>	53
	4.2.7.2 <i>TTr2.....</i>	53
4.2.8	Die Kopplung .....	54
4.2.9	Die sekundäre Kapazität.....	54
	4.2.9.1 <i>TTr1.....</i>	55
	4.2.9.2 <i>TTr2.....</i>	56
<b>4.3</b>	<b>Die vollständigen Modelle von TTr1 und TTr2 .....</b>	<b>57</b>
4.3.1	TTr1.....	57
4.3.2	TTr2.....	58
<b>4.4</b>	<b>Testen der Simulationsmodelle.....</b>	<b>59</b>
4.4.1	Verlauf der Primär- und Sekundärspannung .....	59
	4.4.1.1 <i>TTr1.....</i>	59
	4.4.1.2 <i>TTr2.....</i>	61
4.4.2	Versorgungsspannung und Stromaufnahme .....	64
4.4.3	Untersuchung der Funkenstrecke .....	65
<b>4.5</b>	<b>Untersuchung der Einflussfaktoren .....</b>	<b>67</b>
4.5.1	Kopplung .....	67
4.5.2	Sekundärseitige Belastung durch Funkenentladung.....	69
4.5.3	Einfluss der primären und sekundären Kapazität, Verstimmung .....	70
4.5.4	Parameter der Funkenstrecke.....	72
	4.5.4.1 <i>Ansprechspannung .....</i>	72
	4.5.4.2 <i>Widerstand der Funkenstrecke .....</i>	73
	4.5.4.3 <i>Parasitäre Kapazität der Funkenstrecke .....</i>	74
	4.5.4.4 <i>Bogenspannung .....</i>	74
	4.5.4.5 <i>Haltestrom, Trägheitseffekte .....</i>	75
<b>4.6</b>	<b>Analyse der Ergebnisse.....</b>	<b>75</b>

<b>5</b>	<b>DER TESLATRANSFORMATOR ALS STÖRGENERATOR .....</b>	<b>76</b>
<b>5.1</b>	<b>Einleitung.....</b>	<b>76</b>
<b>5.2</b>	<b>Gefahrenpotenzial.....</b>	<b>77</b>
5.2.1	Reichweite der Störungen, Sicherheitsabstände .....	77
5.2.2	Funkenlänge .....	78
5.2.3	Feldstärke .....	79
5.2.4	Frequenzbereich der Emissionen.....	79
5.2.5	Thermische Energie der Entladungen.....	80
5.2.6	Ozon .....	80
<b>5.3</b>	<b>Netzurückwirkungen .....</b>	<b>81</b>
<b>5.4</b>	<b>Gegenmaßnahmen .....</b>	<b>82</b>
5.4.1	Filter .....	82
5.4.2	Abschirmung .....	84
<b>6</b>	<b>DEMONSTRATIONSVERSUCHE MIT DEM INSTITUTSEIGENEN TESLATRAFO.....</b>	<b>85</b>
<b>6.1</b>	<b>Lehrziele .....</b>	<b>85</b>
<b>6.2</b>	<b>Versuche .....</b>	<b>85</b>
<b>7</b>	<b>PRAKTISCHER NUTZEN VON TESLATRAFOS .....</b>	<b>88</b>
<b>7.1</b>	<b>Der Teslatrafo in Lehre und Forschung .....</b>	<b>88</b>
<b>7.2</b>	<b>Medizinische Anwendungen .....</b>	<b>88</b>
<b>8</b>	<b>KURZBIOGRAPHIE VON PAUL DRUDE .....</b>	<b>93</b>
<b>8.1</b>	<b>Das Leben des Paul Drude .....</b>	<b>93</b>
<b>9</b>	<b>QUELLENHINWEIS UND SCHRIFTTUM .....</b>	<b>94</b>
<b>9.1</b>	<b>Technische Bücher, diverse Publikationen .....</b>	<b>94</b>
9.1.1	Zum Thema Tesla und Tesla-Technologie, Allgemeines.....	94
9.1.2	Zum Thema PSpice .....	95
<b>9.2</b>	<b>Biographien .....</b>	<b>95</b>
<b>9.3</b>	<b>Videos.....</b>	<b>95</b>
<b>9.4</b>	<b>Internet-Adressen .....</b>	<b>96</b>
9.4.1	Empfohlene Links zum Thema Tesla und Tesla-Technologie .....	96
9.4.2	Links betreffend PSpice: .....	96
<b>10</b>	<b>INDEX.....</b>	<b>97</b>
<b>10.1</b>	<b>Alphabetisches Stichwortverzeichnis .....</b>	<b>97</b>

# 1 Vorwort und Danksagung

## 1.1 Vorwort

Der Teslatransformator wurde im vergangenen Jahrhundert bereits sehr gut aufbereitet. Es existieren zahlreiche wissenschaftliche Publikationen (siehe Kap. 9.1.1), die das Thema aus mathematisch-analytischer Sicht betrachten. Daneben gibt es sehr gute Bücher, die den Schwerpunkt auf den empirisch-praktischen Hintergrund legen, indem durch einfache Anleitungen gezeigt wird, wie man selbst einen Teslatrafo bauen kann. Außerdem kursieren im Internet kostenlose Programme, die einem sogar die zur Dimensionierung nötigen Berechnungen mehr oder weniger ersparen.

Das Ziel dieser Arbeit war daher, die letzten Lücken zu diesem Thema möglichst zu schließen, zumindest aber zu beleuchten. Zum einen wird daher die „dunkle Seite“ behandelt, nämlich die der Gefahren und Störungen, die der Betrieb eines Teslatransformators mit sich bringt, zum anderen ermöglichte die moderne Technik der Simulationsprogramme ungeahnte Möglichkeiten der Parameter-Analyse durch Modellierung des Teslatrafos.

Zur Abrundung werden neben einer kurzen Biographie von Nikola Tesla auch aktuelle Einsatzgebiete gezeigt, die vor allem im medizinischen und im didaktischen Bereich liegen.

Den Abschluss bildet eine umfangreiche Aufstellung von wichtigen und empfehlenswerten Publikationen, Büchern und Internetadressen, um sich in das Thema weiter vertiefen zu können.

## 1.2 Danksagung

Das Studium der Elektrotechnik findet, wie viele andere auch, seinen Höhepunkt in der Diplomarbeit. Damit ist der Weg freilich nicht zu Ende. Es ist vielmehr nur ein Meilenstein erreicht, an dem man eine wichtige Etappe seines Lebens abhaken kann. Für manche glitzert dieser Meilenstein sogar, da er das Ende einer oft langen und wertvollen Reise bedeutet, auf der man so viele Eindrücke gesammelt hat, wie man es sich am Anfang nicht vorstellen konnte.

Gerade dann, wenn die Reise aus vielen Gründen länger gedauert hat, ist man von einer tiefen Dankbarkeit all jenem gegenüber erfüllt, das einen dabei begleitet und die tiefsten Erkenntnisse vermittelt hat.

Mein Dank gebührt zuerst Herrn Ao. Univ.-Prof. Dr.techn. W. Hadrian, da er es mir ermöglicht hat, einer meiner Leidenschaften in Form einer Diplomarbeit nachzugehen, sowie Franz Besau, der mir an der TU Wien mit Rat und Tat bei allen Versuchen freundlich zur Seite stand. Zu größtem Dank verpflichtet bin ich meinen Eltern, die meine technischen Interessen bestmöglich gefördert und mich auf meinem ganzen Studienweg immer aufopfernd unterstützt haben. Die Kraft, den Weg bis zum Ende zu verfolgen, habe ich nicht zuletzt durch die liebevolle Begleitung von Birgit und ihrer Tochter Katharina gefunden, wofür ich ihnen unendlich dankbar bin. Meinen Studienkollegen Christoph Merschl und Gunter Hiermann möchte ich für ihre Freundschaft, Motivation und wertvollen Diskussionen danken. Da ich mein Studium berufsbegleitend betrieben habe, möchte ich auch meinem „Chef“ Thomas Schellenberger für sein Verständnis und seine Unterstützung, nicht zuletzt aber auch für seine Freundschaft danken. Ich danke auch meinen langjährigen, treuen Freunden Christian und Andreas Schwirtz sowie Gerhard Kaiser und Silvia Schreger, die alle Höhen und Tiefen auf meinem Weg so geduldig ertragen haben.

Abschließend möchte ich auch scherzhaft meinen Katzen danken, die mir durch Umkippen diverser halbvoller Kaffeehägerln im richtigen Moment zu neuer Wachheit verholfen haben.

## 2 Der Mensch Nikola Tesla

### 2.1 Einleitung

Nikola Tesla war Idealist und genialer Erfinder zugleich. Auch heute noch vielen Menschen unbekannt, wird sein Lebenswerk doch seit einigen Jahren in geradezu schwärmerischer Art wieder entdeckt. Dies führt zwar manchmal zu leichten Übertreibungen, lässt ihm aber den Ruhm zuteil werden, der ihm samt „Verzugszinsen“ auch zusteht. Eines unterschied ihn nämlich deutlich von anderen Erfindern seiner Zeit – er hat nicht nur neue Gerätschaften erdacht oder bestehende verbessert, er war der Entdecker neuer Prinzipien. Die vielen Schwierigkeiten, denen er sich am Höhepunkt seines Schaffens gegenübergestellt sah, verhinderten sicher die eine oder andere Entwicklung, die noch weitere Beben in der Elektrotechnik verursacht hätte. Trotzdem haben die Erfindung bzw. Entdeckung der Hochspannungs- und Hochfrequenztechnik, des Mehrphasensystems, des ersten ferngesteuerten Automaten, des Radios und zahlreicher weiterer fundamental neuer Dinge dazu ausgereicht, viele erbitterte Gegner und Neider auf den Plan zu rufen, was wohl der Grund für seinen geringen Bekanntheitsgrad sein dürfte.

### 2.2 Wie alles begann

Nikola Tesla zählt zu den größten Genies der Neuzeit und hat es dennoch geschafft, nahezu unbekannt zu bleiben. Da er in erster Linie Idealist, Träumer und Romantiker<sup>1</sup>, weniger jedoch Geschäftsmann war, bemühte er sich nicht besonders um großen Bekanntheitsgrad. Sein fast schon pathologisch<sup>2</sup>-genialer Geist verhalf ihm zu plötzlichen Visionen von neuen Mechanismen, die er bereits im Kopf zum Laufen brachte und soweit perfektionierte, dass schon der Prototyp fehlerfrei war. Viele seiner Ideen und Erfindungen sind deshalb schwer nachvollziehbar, weil sie nie zu Papier gebracht bzw. nicht oder nicht gut dokumentiert wurden. Die Patentierung war für ihn eher ein notwendiges Übel, und Patentschriften werden üblicherweise schwer verständlich verfasst, um Nachahmung möglichst zu erschweren.

Er mied die Öffentlichkeit und lud lieber seine engeren Freunde zu nächtlichen Vorführungen seiner neuesten Entwicklungen ein. Zu seinen Vertrauten zählten beispielsweise der unter dem Pseudonym „Mark Twain“ bekannte Schriftsteller Samuel Clemens, oder auch der Wissenschaftsjournalist John O’Neill, der nach Teslas Tod die einzige Biographie des Erfinders aus der Sicht eines Zeitzeugens schrieb und veröffentlichte.

Auch wenn Tesla der vielleicht wichtigste Pionier und Erfinder auf dem Gebiet der Elektrotechnik ist, er war natürlich nicht der einzige. Die Entwicklung der modernen Elektrotechnik war nicht immer nur von reinem Forscherdrang begleitet; schon bald war elektrischer Strom ein kostbares Gut und scharte deshalb die mächtigsten Finanzbarone um sich. Neben zahllosen Gründungsvätern in den vergangenen Jahrhunderten ist es vor allem Thomas A. Edison und seinen zahlreichen Ingenieuren zu verdanken, dass elektrischer Strom von der Öffentlichkeit überhaupt als etwas Nützliches anerkannt wurde, sonst hätte auch Tesla es schwer gehabt, Geldgeber für seine Projekte zu finden.

Edison war immerhin der erste, der die Elektrizität unter vielen Startschwierigkeiten den Menschen ins Haus brachte. Zu seinen ersten „Versuchskaninchen“ zählte im Jahre 1881 einer der reichsten Männer der Welt, der Präsident und Haupteigentümer der „New York Central Railroad“ William H.

---

<sup>1</sup> Sein Wesen wird in [39] liebevoll beschrieben durch: „...a young man whose whole soul resonated to the little-known mysteries of electricity...“

<sup>2</sup> Seit einiger schweren Krankheiten in seiner Kindheit litt er unter verschiedenen Neurosen, die ihn zu einem sehr seltsamen Menschen machten, wodurch er von anderen fälschlicherweise oft als überheblich oder unhöflich empfunden wurde.

Vanderbilt. Weil der für die Elektrifizierung seines Hauses nötige Generator im Keller großen Lärm verursachte, wurde Vanderbilts Gattin schon am nächsten Tag geradezu hysterisch, weshalb Edisons Techniker wieder alles abmontieren mussten. Bei der nächsten Testperson, dem nicht minder mächtigen J. Pierpont Morgan kam es 1883 zu einem Zimmerbrand in dessen Bibliothek, weil sich ein schlechter Kontakt bis zum Glühen erhitzt hatte. Als risikofreudiger Pionier nahm Morgan diese Probleme aber in Kauf. Die gesamte Geschichte kann in [39] nachgelesen werden.

Leider entwickelte sich aufgrund von Meinungsverschiedenheiten zum Thema Wechselstrom zwischen Tesla und Edison ein erbitterter Krieg um Macht und Anerkennung, der hinter den Kulissen aber in Wahrheit von der Wallstreet-Hochfinanz geführt wurde – schließlich ging es um die Zukunft der gesamten Elektrizitätsversorgung und damit um ein gewaltiges Macht- und Finanzpotenzial.

Für viele gilt Edison als der Wegbereiter des Wechselstroms, Marconi als der Erfinder des Radios, und sucht man nach dem Ersten, der einen Asynchronmotor baute oder das Drehstromsystem erdachte, tut man sich schwer, in der Literatur den Namen Tesla damit erwähnt zu finden. Erst in den letzten zehn Jahren etwa wird der Name Nikola Tesla und seine zahlreichen visionären Ideen wieder entdeckt.

Tesla war mit vielen seiner Erfindungen nicht nur seiner Zeit voraus, vielmehr stieß er auf größten Widerstand damit. Letzteres hat dazu beigetragen, dass sein Werk in der Versenkung verschwand – mehr noch, dass nämlich sein Name praktisch aus den Geschichtsbüchern gestrichen wurde. Denn, kurz gesagt: Edison kennt fast jeder, Tesla fast niemand - doch dies ändert sich nun schon seit ein paar Jahren ganz erheblich. Gut so.

## 2.3 Teslas Leben und Aufstieg

Aus der Kinder- und Jugendzeit Teslas sind dank seiner eigenen Aufzeichnungen viele Details bekannt. Er ging davon aus, 120 Jahre oder älter zu werden und wollte sich in den späteren Lebensjahren der Erstellung einer ausführlichen Autobiographie widmen, wozu es aber leider nie gekommen ist.

Die wertvollsten Quellen für Details aus seinem Leben sind eine Serie von Artikeln, die er selbst 1919 für den „Electrical Experimenter“ verfasst hat (siehe [39]), sowie die Biographie von John O’Neill (siehe [40]), der ein Freund und damit Zeitzeuge Teslas war. O’Neill selbst war Pulitzer-Preisträger und Wissenschaftsredakteur der New Yorker *Herald Tribune*.

In reichlich ausgeschmückter Romanform geschrieben, aber dennoch authentisch, vor allem aber mit geschickt eingewobenen technischen Details versehen, zählt die von dem Deutschen Dipl.-Ing. Reinhold Lutzmann verfasste Biographie [42] zu den umfassendsten und wertvollsten Dokumenten über Tesla.

Eine hervorragende Gesamtdarstellung der Entwicklung der Elektrizität und der elektrischen Beleuchtung vorwiegend aus amerikanischer Sicht, ist das von der Historikerin Dr. Jill Jonnes stammende Werk „Empires of Light – Edison, Tesla, Westinghouse and the Race to Electrify the World“. In diesem Buch werden alle beteiligten Personen objektiv im Kontext zueinander dargestellt. Derartiges ist äußerst selten zu finden, da übliche Tesla- oder Edison-Biographien meist für einen der beiden deutlich Partei ergreifen.

Zurück zu Tesla selbst. Er wurde um Mitternacht vom 9. auf den 10. Juli 1856 als Sohn des orthodoxen Priesters Milutin Tesla und dessen Gemahlin Djouka geboren. Sein Geburtsort, das Bergdorf Smiljan, das bei Gospić in der Provinz Lika liegt, gehörte damals noch als Teil Kroatiens und Sloweniens zur österreichisch-ungarischen Monarchie. Der Vater hatte zuvor eine Karriere als Offizier angestrebt, sich aber wegen seiner Abneigung gegen das strenge Reglement des militärischen Lebens später einem geistlichen Amt zugewandt. Die Mutter konnte zwar weder lesen noch schreiben, war aber nichtsdestotrotz eine Frau von brillantem Intellekt, die sich auch ohne die Hilfe des geschriebenen Wortes eine beträchtliche Bildung angeeignet hatte.

Die Familien Tesla und Mandich (Djoukas Ursprung) stammten ursprünglich aus Westserbien, aus dem Grenzgebiet zu Montenegro. Tesla war somit eigentlich gebürtiger Serbe, wenn er auch in Kroatien aufgewachsen ist. Auf diese Kombination war er besonders stolz.

Nikola hatte sich selbst schon sehr früh einen hohen Leistungsdruck auferlegt, da er sich nach dem tragischen Unfalltod seines sieben Jahre älteren, hochbegabten Bruders Dane seiner Meinung nach vor den Eltern als ebenso fähig beweisen musste. Dane ist laut Nikolas eigenen Angaben durch einen Reitunfall im Alter von 12 Jahren ums Leben gekommen; Nikola war damals also erst fünf. Daneben sind auch noch seine beiden weiteren älteren Geschwister Milka und Angelina, sowie seine jüngere Schwester Marica zu nennen.

Als die Familie wegen der Versetzung seines Vaters von dem wunderschönen Bergdorf in die Stadt Gospic ziehen musste, war Nikola geschockt. Dummerweise schaffte er es nach kurzer Zeit, sich durch Zerreißen des Kleides einer einflussreichen Frau bei allen unbeliebt zu machen. Bis zu dem Zeitpunkt, als er bei einem Feuerwehrfest ein großes Problem mit der neu eingetroffenen Pumpe behob, was ihn im Alter von sieben Jahren erstmals in den Genuss öffentlichen Beifalls für seinen Erfindungsgeist brachte. Plötzlich war er der Held der Stadt.

Tesla liebte die Natur, was dazu führte, dass er sich sein ganzes Leben lang die Frage stellte: „Wie lässt sich aus den Quellen der Natur, die so überreichlich fließen und sich doch nie erschöpfen, Energie gewinnen?“

Beim Spielen mit einer rohen Baumscheibe, die er drehbar auf einen als Achse dienenden Ast steckte und in einen Bach hängen ließ, erfand er – wie sich erst viel später zeigen sollte – schon früh das Prinzip seiner schaufellosen Turbine. Dass er im Alter von neun Jahren eine Windmühle baute, die von insgesamt 16 – mit Klebstoff befestigten – Maikäfern angetrieben wurde, zeugt einmal mehr von seinen sehr frühen Versuchen, unkonventionelle Methoden der Energieumwandlung aufzuspüren.

Über Teslas Schulzeit kann man feststellen, dass er sich außerhalb der Schule wichtigere Dinge aneignete als im Klassenzimmer. Im Realgymnasium in Gospic zeigte er allerdings in Mathematik ungewöhnlich gute Fertigkeiten. Hier entwickelte sich seine Gabe, Dinge plastisch-realistisch vor seinem geistigen Auge zu visualisieren. Er löste selbst umfangreiche Aufgaben auf einer Tafel, die nur in seinen Gedanken auftauchte und das mit einer Geschwindigkeit, die seine Lehrer zunächst an schlaue Tricks glauben ließ. Er war ein schneller Leser und hatte ein beinahe unfehlbares Gedächtnis. Neben seiner Muttersprache – dem Serbokroatischen – eignete er sich geläufige Kenntnisse in Deutsch, Französisch und Italienisch an. 1870, im Alter von vierzehn Jahren, schloss Tesla die Ausbildung am Realgymnasium in Gospic ab.

Danach erkrankte er schwer, sodass die Ärzte bereits sein baldiges Ableben befürchteten. Teslas Kraft war schon fast am Ende, als ihm ein Buch mit Erzählungen von Mark Twain neues Leben spendete und ihm zur völligen Gesundung verhalf. In späteren Jahren sollte Mark Twain, mit bürgerlichem Namen Samuel Clemens, einer von Teslas engsten Freunden werden.

1870 begann Tesla die Ausbildung am Höheren Gymnasium in Karlovac, die er statt in den üblichen vier in nur drei Jahren abschloss. Während dieser Zeit erkrankte er an Malaria, an deren Folgen er noch Jahre später zu leiden hatte.

Im Verlauf seiner Zeit in Karlovac entwickelte sich durch die Faszination des Physikunterrichts sein fester Entschluss, den Rest seines Lebens der Untersuchung der Elektrizität zu widmen und dies sofort seinen Eltern mitzuteilen. Also fuhr er zurück nach Gospic, wo sich leider großes Unheil zusammen gebraut hatte. Zu dieser Zeit wütete gerade die Cholera in dem Gebiet. Nikola war geschwächt von der Zeit in Karlovac und litt noch immer an den Folgen der Malaria, was leider dazu führte, dass er sofort an der Cholera erkrankte. Dazu kam der dreijährige Pflichtdienst beim Militär, der ihm bevorstand. All das führte dazu, dass Tesla einmal mehr schwer erkrankte und neun Monate ans Bett gefesselt war.

Seine Eltern missbilligten seine Entscheidung, ein technisches Studium zu betreiben, weil sie die Befürchtung hatten, es würde ihn zu sehr schwächen. Das Leben hielt für Nikola nun keinen Ansporn mehr bereit. Als er in zunehmende Bewusstlosigkeit versank, tat sein Vater das einzige, das Tesla wieder motivierte, weiterzuleben: Er gestattete ihm, die Ingenieurskunst zu erlernen.

Nach seiner Genesung sah sich die Familie dem nächsten Problem gegenübergestellt, dem bevorstehenden Militärdienst Nikolas. Milutin erwirkte tatsächlich durch seine Verwandten an höherer Stelle, von der Einberufung Nikolas Abstand zu nehmen, welcher sich überdies gerade in den Bergen versteckt hatte.

Als all diese Hürden überstanden waren, Tesla wieder bei Kräften und genesen war, erholte er sich noch einige Zeit in seinem Elternhaus, bevor er den endgültigen Entschluss fasste, sein Leben von nun an nur noch der Wissenschaft zu widmen. Für Freizeitvergnügungen oder Liebschaften gab es da keinen Platz mehr. Mit dieser Lebensphilosophie versehen brach Tesla 1875 als Neunzehnjähriger nach Österreich auf, um sich am Polytechnikum in Graz für das Studium der Elektrotechnik einzuschreiben.

Zu Anfang seines zweiten Studienjahres traf ein neuartiges elektrisches Gerät am Institut ein: eine Gramme-Maschine, die sich sowohl als Dynamo als auch als Motor einsetzen ließ. Es handelte sich um eine Gleichstrommaschine. Bei der Diskussion über die Nachteile des Kommutators äußerte Tesla seine Idee, man müsse nur weg vom Gleichstrom, um sich den Kommutator zu ersparen. Der damalige Professor Poeschl meinte dazu nur: „Herr Tesla wird in Zukunft sicherlich noch große Dinge vollbringen, aber hier wird ihm kein Erfolg beschieden sein. Genauso gut könnte er sich daran machen, eine stationäre Zugkraft, wie z.B. die Gravitationskraft, in eine gleichmäßige Drehung umzuwandeln. Was er will, ist ein Perpetuum Mobile – ein Prinzip, das allen Grundsätzen widerspricht.“

Gerade im zweiten Studienjahr gönnte sich Tesla vermehrt Zeit, um das bisher Erlernte zu verdauen und entwickelte einen Hang zum Kartenspielen, der ihn fast um das Studiengeld für das nächste Jahr gebracht hätte.

1878 nahm Tesla ein Angebot an, das ihm ein technischer Betrieb in Maribor gemacht hatte. Von den erzielten Löhnen konnte er sich einen einjährigen Aufenthalt in Prag erarbeiten, wo er an der Universität seine mathematischen und physikalischen Fähigkeiten weiter vertiefte. Tesla hätte seine Studien gerne weiter fortgesetzt, aber kurz nach seinem Abschluss an der Universität von Prag starb sein Vater. Durch die entstehende Geldnot nahm er eine Stelle als Konstruktionszeichner im zentralen Telegrafenamts der ungarischen Regierung an, als das gerade in Amerika von Alexander Graham Bell erfundene Telefon auch in Europa begeistert aufgenommen wurde. Seine nach kurzer Zeit aufgefallenen Fähigkeiten ließen ihn 1881 die komplette Leitung der Budapester Telefonvermittlungszentrale übernehmen.

Teslas fast übermenschlicher Fleiß und sein unermüdlicher Erfindungsgeist ließen ihn wieder einmal bis an seine völlige Erschöpfung gehen. Die Symptome waren aber diesmal andere, es stellte sich eine extreme Übersensibilität der Sinnesorgane ein. Ein normales Gespräch klang für ihn wie Donnergetöse und das Ticken einer Uhr im übernächsten Zimmer hörte sich für ihn an, als ob jemand mit einem Hammer auf einen Amboss schlagen würde. Sein Körper wurde beständig von Zittern und Zuckungen heimgesucht. Sein Puls – so sagte er – war im einen Augenblick kaum zu spüren, im nächsten stieg er auf mehr als hundertfünfzig Schläge pro Minute an.

Als er auch diese Krankheit weitgehend überwunden hatte, konnte er sich wieder verstärkt seinem Traum von „Wechselstrommotor“ widmen. Eines Spätnachmittags unternahm er im Februar 1882 in Begleitung eines ehemaligen Klassenkameraden namens Szigeti einen Spaziergang durch einen der Budapester Parks. Beim Anblick des wunderbaren Sonnenuntergangs kamen ihm die folgenden Verse aus Goethes Faust in den Sinn:

Sie rückt und weicht, der Tag ist überlebt,  
Dort eilt sie hin und fördert neues Leben.  
O dass kein Flügel mich vom Boden hebt,  
Ihr nach und immer nach zu streben.

In diesem Moment erstarrte er. Vor seinem geistigen Auge entwickelte sich plötzlich die vollständige Theorie eines Wechselstrommotors, den er praktisch im Kopf gleich zum Laufen brachte. Er hatte damit das größte seiner Probleme soeben gelöst. Jetzt ging es nur noch darum, die neu gewonnenen Erkenntnisse in die Praxis umzusetzen.

Bis zu diesem Zeitpunkt hatte man nur mit Wechselstrommotoren experimentiert, die auf der Basis eines Gleichstrommotors gebaut waren und in ihren Extrempunkten der Bewegung nur Totpunkte hatten. Tesla hatte das Problem gelöst, indem er zwei Stromkreise verwendete, deren Phasen jeweils um eine halbe Wellenlänge versetzt waren. Er hatte damit aber vor allem entdeckt, wie sich ein rotierendes Magnetfeld erzeugen lässt.

Seine Zeit allerhöchster Glücksgefühle endeten mit dem Verkauf der Telefonzentrale, deren Leitung er inne hatte. Er ging daraufhin nach Paris und nahm einen Posten bei der Continental Edison Corporation an, einer französischen Gesellschaft, die die Produktion und Installation von Motoren, Generatoren und Beleuchtungsanlagen nach Patenten Edisons organisierte.

Schon bald hatte er die Gelegenheit, einen ersten Prototyp seines erdachten Wechselstrommotors mit Erfolg zu bauen. Mit der festen Überzeugung, jedermann warte nur darauf, die neue Technik von Tesla zu unterstützen, bot er seine Erkenntnisse der Geschäftsleitung der Continental Edison Corporation an – ohne jeden Erfolg.

Im Frühjahr 1884, Tesla war damals 27, verlangte er seine versprochene Belohnung von etwa 25.000 Dollar, um die man ihn letztlich betrog, da er sie nie erhielt. Dies war für ihn der Auslöser, zu kündigen und auf Anraten des Produktionsleiters Charles Batchellor nach Amerika zu gehen, um den berühmten Edison kennen zu lernen und diesem den neuen Motor und die neue Technologie anzubieten.

## 2.4 Der Stromkrieg

Im Sommer 1884 trat Tesla aus dem Gebäude der Einwanderungsbehörde in Castle Garden auf Manhattan und durfte eine Barschaft von 4 Cent sein Eigen nennen. In seiner Tasche befand sich ein an Edison gerichtetes Empfehlungsschreiben von Batchellor mit den Worten: „Ich kenne zwei bedeutende Männer. Einer davon bist du – der andere dieser junge Mann hier.“

Unverhofft mit 20 Dollar ausgerüstet, die er sich mit einer kleinen Reparatur eines Motors zufällig verdienen konnte, fand er zunächst Unterkunft als Übernachtungsgast bei einem Freund. Schon am nächsten Morgen suchte er mit dem Empfehlungsschreiben in der Hand Edisons Hauptquartier in der South 5th Avenue (heute West Broadway) auf.

Schon die erste Begegnung sollte die großen Unterschiede zwischen den beiden zeigen. Tesla war von Edison beeindruckt, während Edison seinerseits weitaus weniger von Tesla angetan war. Als Tesla begeistert sein Mehrphasensystem erläuterte und die Ansicht äußerte, dass ein Wechselstromsystem die einzig praktikable Methode zur Licht- und Energieversorgung bilde, konnte Edison nur lachen. Letzterer betonte, dass er am Wechselstrom nicht im geringsten interessiert sei und dass er diesen sogar für lebensgefährlich halte. Seiner Meinung nach wäre jede Beschäftigung mit diesem zukunftslosen Bereich reine Zeitverschwendung. In technischer Hinsicht lagen eben Welten zwischen den beiden Männern. Eingestellt wurde Tesla dank des Empfehlungsschreibens aber trotzdem.

Schon bald konnte er seine Fähigkeiten unter Beweis stellen, weil er durchgebrannte Wicklungen zweier Generatoren auf der *Oregon*, einem großen Passagierschiff, in einer kurzen Nacht vollkommen

reparieren konnte. Durch diese Leistung stieg er in der Hierarchie der Edison-Mitarbeiter um viele Stufen nach oben.

Eines Tages bot Tesla an, Edisons Generatoren zu höherer Energieausbeute bei niedrigeren Betriebskosten zu verhelfen, worauf er als Antwort bekam: „Wenn Sie das wirklich schaffen, könnten dabei glatt fünfzigtausend Dollar für Sie rausspringen.“ Nachdem Tesla sein Angebot in die Tat umgesetzt hatte und sich wegen der Belohnung an Edison wandte, lernte er dessen derben Humor kennen. Letzterer verweigerte die Zahlung mit den Worten: „Tesla, ich sehe schon, dass Sie unseren amerikanischen Humor noch nicht so recht verstehen.“ Tesla sah für all seine Mühen abgesehen von seinem kargen Wochenlohn keinen Penny. Im Frühjahr 1885 kündigte er.

Nach weiteren schlechten Erfahrungen mit einigen Geldgebern musste er vom Frühjahr 1886 bis zum Frühjahr 1887 als Tagelöhner arbeiten, wo er als akademisch gebildeter Elektrotechniker für nur zwei Dollar am Tag Gräben aushob. Allerdings lernte er dadurch seinen Bauführer sowie A.K. Brown von der Western Union Telegraph gut kennen. Diese beiden Männer standen dann als Organisatoren und Geldgeber hinter der Tesla Electric Company, die im April 1887 in der South Fifth Avenue 33-55, unweit der Bleeker Street und der Werkstatt Edisons, ein Laboratorium eröffnete. Auf engstem Raum sollte sich hier die große Schlacht der Elektroindustrie über die Frage der zukünftigen Stromversorgung abspielen.

Nun führte er in dem neuen Labor alle Apparate aus, die er nach der Entdeckung des rotierenden Magnetfeldes entworfen hatte. Sein großer Durchbruch gelang ihm mit der Patentierung seines kompletten Systems zur Erzeugung, Umwandlung, Übertragung und Nutzung von Mehrphasenströmen Ende des Jahres 1887. Dazu gehörte auch die Erzeugung von Hochfrequenz und Hochspannung. Sein berühmter Vortrag am 16. Mai 1888 auf Einladung des „American Institute of Electrical Engineers“ ging in die Geschichte der Elektrotechnik ein. Bis heute hat sich auf diesen Gebieten nichts epochal Neues mehr ereignet.

Einen Monat später machte George Westinghouse, seines Zeichens ebenfalls Erfinder, Ingenieur und Liebhaber der Elektrizität, Tesla ein Angebot für dessen komplette Wechselstrompatente. Sie einigten sich auf eine Million Dollar plus einen Dollar pro verkaufter Pferdestärke<sup>3</sup>. Westinghouse erkaufte sich damit etwa 40 Patente, womit er ein gutes Geschäft machte. Es entwickelte sich eine fruchtbare Zusammenarbeit, die Tesla zu einem wohlhabenden Mann machte. Nach Einführung seiner 60 Hz-Maschinen verließ er Westinghouse in gutem Einvernehmen, da Tesla frei sein wollte, um weiter seine eigenen Forschungen anzustellen.

In dieser Zeit stand das Land am Rande einer Phase wirtschaftlicher Depression, was Westinghouse durch seine intensiven Expansionspläne in große Schwierigkeiten brachte. Daneben wurden aus finanziellen Interessen viele Firmen zusammengelegt, um überleben zu können. Zum größten Konkurrenten der Westinghouse Electric Company in Pittsburgh wurde das aus der Fusion der Thompson-Houston Company und der Edison Electric Company hervorgegangene Unternehmen, aus dem wiederum die heute noch existierende General Electric Company hervorging. Der große Drahtzieher – weil Geldgeber – war dabei der Bankier J. Pierpont Morgan.

Auch Westinghouse war mit der Zeit gezwungen, mit anderen Firmen zu fusionieren. Aus dem Zusammenschluss mit der U. S. Electric Company und der Consolidated Electric Light Company sollte ein Unternehmen mit dem neuen Namen „Westinghouse Electric and Manufacturing Company“ hervorgehen. Die neuen Finanzberater der Firma drängten Westinghouse zur Auflösung der Tantiemen-Klausel des Vertrages mit Tesla. Als letzterer die kritische Gesamtsituation von Westinghouse verstand, zerriss er beide Exemplare des Vertrages auf der Stelle. Westinghouse war damit gerettet.

Durch die beiderseits mächtigen Gegner, die der Gleich- und Wechselstrom auf den Plan rief, entwickelte sich ein schmutziger Krieg um die Vorherrschaft in der Elektrizitätsversorgung. Als dann in Gefängnissen mit dem besser dafür geeigneten Wechselstrom auch noch Häftlinge hingerichtet

---

<sup>3</sup> 1 PS entspricht etwa 736 W.

wurden, sprach man gar in diffamierender Art von „Westinghouse“. Trotzdem weiß man heute, zu wessen Gunsten der Kampf entschieden wurde. Leider verbinden nur wenige den Namen Nikola Tesla damit.

Die berühmtesten Projekte, die Westinghouse nach Teslas System verwirklichte, sind die Nutzung der Niagara-Fälle als Kraftwerk (1896) und die Stromversorgung der kompletten Weltausstellung in Chicago im Jahre 1893.

Teslas weitere Erfolge sind die Erforschung der Hochfrequenz, aus der 1891 der Teslatrafo hervorging, sowie 1897 alle grundlegenden Radio-Patente. Er entwickelte 1898 den ersten ferngesteuerten Automaten, damals ein kleines Schiff. Er betätigte sich auch auf dem Gebiet der Mechanik, woraus ein von ihm entwickelter mechanischer Resonator höchster Effektivität (siehe [29]), sowie eine schaufellose Turbine resultierten.

## 2.5 Das Ende seiner Karriere

Tesla wollte noch mehr. Er hatte immer schon die Überzeugung, dass die Erde selbst für die Übertragung großer Mengen an Energie geeignet sein muss, wenn man nur eine Anpassung an ihre elektrischen Eigenschaften vornimmt. Er verstand unseren Heimatplaneten in diesem Zusammenhang als riesigen Kondensator. Seine Pläne, drahtlos Energie zu übertragen gipfelten zum Teil in seinen Experimenten 1899 in Colorado Springs. Dies ist ein Hochlandplateau, das ungefähr 2000 Meter über dem Meeresspiegel liegt. Tesla kam mit drei Absichten nach Colorado Springs:

- Einen Sender großer Leistung zu entwickeln.
- Mittel für die Einzelübermittlung und Isolierung der übertragenen Energie zu schaffen.
- Die Gesetze der Ausbreitung des elektrischen Stroms durch die Erde und Atmosphäre zu bestätigen.

Tesla ließ eine Sendeanlage mit einem 70 m hohen Sendeturm und einem riesigen Teslatransformator errichten, deren Hauptbestandteile eine riesige Primärspule mit einem Durchmesser von 15 m bei fast 3 m Höhe und verschiedene kleinere Sekundärspulen und Ölkondensatoren für größere Leistungen waren. Die in den acht Monaten seines dortigen Aufenthalts gewonnenen Erkenntnisse hat er in Form eines Tagebuchs festgehalten, das als „Colorado Springs Notes“ bekannt wurde (siehe [28]).

Auch der Bankier J. Pierpont Morgan wurde auf Tesla aufmerksam und gab ihm für seine Energieprojekte 150.000 Dollar, was aber viel zu wenig war. Auf einem Stück Land auf Long Island, etwa 90 km von New York entfernt, das im Laufe der Zeit den Namen „Wardenclyffe“ erhielt, wollte Tesla seinen großen Energiesendeturm, den „Wardenclyffe-Tower“ bauen. Aus Geldmangel wurde das Projekt nie fertig gestellt und der Turm halbfertig 1917 wieder abgetragen, was für Tesla die größte Niederlage seines Lebens bedeutete.

Als J.P. Morgan dahinter kam, dass Tesla ein Idealist war, der durch manche seiner neueren Erfindungen eine Bedrohung für die etablierte Kraftwerksindustrie darstellen könnte und seiner Meinung nach weltfremd wurde, verweigerte er jede weitere Investition in Teslas Projekte.

Am 13.12.1916 wurde Tesla die Edison-Goldmedaille verliehen, die er aus Stolz fast abgelehnt hätte. Um das Jahr 1924 erreichte Teslas finanzielle Situation einen Tiefpunkt. Er war völlig bankrott. In den letzten sechs Jahren seines Lebens erhielt er von der jugoslawischen Regierung eine jährliche Rente von 7200 Dollar. Nikola Tesla starb nahezu mittellos an Altersschwäche am 7. Januar 1943 im Hotel New Yorker, was seit dem Jahr 1933 seine einzige Adresse war.

Erst nach seinem Tod entschied am 21. Juni 1943 der Oberste Amerikanische Gerichtshof, dass nicht Marconi, sondern Tesla der Erfinder des Radios ist. Am 27.6.1956 wurde durch die International Electronical Commission (IEC) der Name TESLA für die Einheit der magnetischen Induktion festgelegt.

# 3 Theorie des Teslatransformators

## 3.1 Einleitung

Kurz gesagt, beruht das Prinzip des Teslatrafos auf der losen Kopplung zweier elektrischer Schwingkreise, die durch primäre Triggerung mittels Funkenstrecke in Resonanz versetzt werden.

Schon durch diese kurze Charakterisierung wird klar, dass man es im Hinblick auf die praktische Dimensionierung mit einigen Parametern zu tun hat. Diese hängen allerdings überschaubar miteinander zusammen und sind für den praktischen Gebrauch gut bestimmbar.

Wie viele andere physikalische Effekte, die der Mensch verstehen und genau analysieren will, erweisen sich auch jene beim Teslatrafo als nahezu beliebig „tiefgründig“. Wie weiter unten gezeigt wird, gibt es zahlreiche theoretische Ansätze, die ungleich umfangreich sind. Beginnend mit der Theorie von Paul Drude, der als Erster eine nahezu vollständige Analyse durchführte, wird eine modernere, die wesentlichen Parameter umfassende Darstellung behandelt, bevor abschließend die sehr vereinfachten praktischen Formeln dargestellt werden.

Der Unterschied der verschiedenen Theorien liegt vor allem in der Berücksichtigung von Wellenausbreitungseffekten bei der Sekundärspule, da die großen Abmessungen relativ zur Wellenlänge der beteiligten Frequenzen eine genauere Betrachtung erfordern. Es zeigt sich aber, dass gerade durch solche genauen Analysen letztlich eine Rechtfertigung für die sehr vereinfachten praktischen Formeln erbracht wird – ganz nach dem Motto:

„Es gibt nichts praktischeres, als eine gute Theorie.“

Den Abschluss dieses Kapitels bildet eine Übersicht über die einzelnen Komponenten eines üblichen Teslatrafos im Hinblick auf die praktische Dimensionierung.

## 3.2 Theoretische Grundlagen, Prinzip

### 3.2.1 Theorie nach Paul Drude

Bücher über den praktischen Aufbau von Teslatrafos gibt es mittlerweile wie „Sand am Meer“. Unterlagen über die theoretischen Grundlagen, sofern sie bereits genauer betrachtet werden, sind da schon seltener zu finden. Eine mathematisch-physikalische Analyse, die auch die nicht konstante Spannungs- und Stromverteilung entlang des Drahtes der Teslaspule (Sekundärspule) zu einem bestimmten Zeitpunkt berücksichtigt, stammt in dieser ausführlichen Art vor allem von Paul Drude.

Auf seinen Ausführungen baut nahezu jeder andere Ansatz auf. Zwar fragt man sich, ob eine derart genaue Analyse überhaupt Sinn macht, aber gerade dadurch haben sich einige sehr einfache Zusammenhänge ergeben bzw. einige Näherungsformeln gerechtfertigt.

Daher soll die Theorie von Drude hier als äußerst wertvolle Grundlagenstudie in ihren Grundzügen vorgestellt werden. Die folgenden eingerückten Textstellen entsprechen – abgesehen von Anpassungen an die neue Rechtschreibung – wortwörtlich [2], jedoch mit Kürzungen, um den Rahmen dieser Arbeit nicht zu sprengen – das Originaldokument umfasst stolze 50 Seiten.

Über induktive Erregung zweier elektrischer Schwingungskreise mit Anwendung auf  
Perioden- und Dämpfungsmessung, Teslatransformatoren und drahtlose Telegraphie;  
von P. Drude.

(gekürzte Fassung)

J. v. Geitler, B. Galitzin, A. Oberbeck, R. Domalip und F. Koláček haben nachgewiesen, dass, wenn zwei elektrische Schwingungskreise genügend intensiv aufeinander einwirken, jede derselben nicht mehr eine, sondern zwei Eigenperioden hat, auch wenn die beiden Systeme aufeinander abgestimmt sind, d.h. wenn sie ohne gegenseitige oder bei sehr schwacher gegenseitiger Einwirkung eine gleiche Eigenperiode besitzen. Das Problem ist später in allgemeinerer und vollständigerer Weise von M. Wien behandelt worden. Wien wendet seine Resultate auch auf die drahtlose Telegraphie nach dem Braunschen System an. V. Bjerknes hat den Fall sehr schwacher Koppelung ausführlich behandelt in Rücksicht auf Perioden- und Dämpfungsmessung durch Diskussion der so genannten Resonanzkurve.

Die hier folgende Behandlung des Problems unterscheidet sich von den genannten Bearbeitungen in folgenden Punkten:

1. Die Lösung der Differentialgleichungen, speziell die Berechnung der Amplituden aus den Anfangsbedingungen, wird in einer mathematisch übersichtlichen, Rechenfehler leicht ausschließenden Form gegeben, die auch für kompliziertere Verhältnisse, z.B. eng gekoppelte Sender und Empfänger bei drahtloser Telegraphie, anwendbar bleibt.
2. Der induzierte Kreis wird nicht, wie bei den genannten Autoren, lediglich als ein längs des Leiters konstanter Strom behandelt, an dessen Enden eine bestimmte Kapazität liegt, sondern den wirklichen Verhältnissen entsprechend.
3. Gegen die Wiensche Bearbeitung tritt ein Unterschied auf für das Resultat hinsichtlich der Dämpfung beider Eigenschwingungen in eng gekoppelten Systemen.
4. Bjerknes diskutiert nur die Resonanzkurve des Integraleffektes ausführlich. Hier wird die der Maximalamplitude mit hinzugezogen und dadurch eine experimentell einfache Methode zur Bestimmung der einzelnen Dämpfungen beider Schwingungskreise gewonnen.
5. Die Frage nach der besten Konstruktion eines Teslatransformators wird weiter geführt. Ihre Lösung hängt noch von einer auszuführenden Experimentaluntersuchung ab.

Diese einführenden Worte aus [2] zeigen u.a., wie sehr die einzelne Person in der damaligen Wissenschaft im Vordergrund stand.

Im Folgenden sollen jene Stellen aus [2] wiedergegeben werden, die einen Überblick über das Konzept und die wesentlichen Ergebnisse von Drudes Analyse vermitteln. Nach Erklärung des grundsätzlichen mathematischen Ansatzes gelangt Drude zunächst zu einer allgemeinen Lösung des Problems, das danach auf den – vieles vereinfachenden – Spezialfall schwacher Kopplung angewandt wird.

### *1. Aufstellung und Integration der Differenzialgleichungen*

Wir setzen zunächst voraus, dass die Sekundärspule (z.B. Teslaspule) zentriert und symmetrisch zum Primärkreis liege. Die allgemeinen Resultate gelten aber auch für beliebige Lagen der Sekundärspule. Der Primärstromkreis enthalte die (elektromagnetisch gemessene) Kapazität  $C_1$ . Die Potentialdifferenz zwischen beiden Metallflächen der Kapazität  $C_1$  zu einer beliebigen Zeit  $t$  sei  $V_1$ , die Stromstärke, die wir im ganzen Primärkreis konstant annehmen können (da  $C_1$  sehr groß gewählt wird), sei  $i_1$ . Die Anzahl magnetischer Kraftlinien, welche zu irgendeiner Zeit den Primärkreis umschlingen, sei  $N_1$ .

Dann gilt:

$$i_1 = -C_1 \cdot \frac{dV_1}{dt} \quad (3.1)$$

$$\frac{d^2 N_1}{dt^2} + w_1 \cdot \frac{di_1}{dt} + \frac{i_1}{C_1} = 0 \quad (3.2)$$

$w_1$  ist ein Koeffizient, von dem die Dämpfung der Primärschwingung abhängt (Widerstand von Leitung und Funken, sowie der (geringe) Strahlungsverlust des Kondensators, eventuell auch elektrische Absorption in seinem Dielektrikum).  $w_1$  wird als von der Zeit unabhängig angenommen. Sollte diese Annahme nicht zutreffen, so ist unter  $w_1$  ein während der Schwingungen stattfindender Mittelwert zu verstehen.  $N_1$  hängt von  $i_1$  und der Stromstärke  $i_2$  in der Sekundärspule ab.  $i_2$  ist längs der Spule nicht konstant.

Wenn wir die Achse der (als Zylinder gewickelten) Spule zur  $z$ -Richtung wählen,  $z = 0$  in die Mitte der Spule legen, während  $z = \pm h/2$  die beiden Spulenden bedeutet, d.h.  $h$  die Spulenhöhe, so können wir als Anfangsglied einer Fourier-Reihe (Grundschiwingung) setzen:

$$i_2 = i_2^0 \cdot \cos \frac{\pi \cdot z}{h} \quad (3.3)$$

$i_2^0$  ist die Stromstärke in der Mittelwindung. Dabei ist vorausgesetzt, dass die Spule frei, d.h. ohne angelegte Kapazität, endet, sodass  $i_2 = 0$  sein muss für  $z = \pm h/2$ .

Die Kraftlinien  $N_1$  zerfallen nun in zwei Teile:

$$N_1 = N_{11} + N_{12}, \quad (3.4)$$

von denen der erste Teil die Kraftlinien bezeichnen soll, welche nur den Primärkreis umschlingen, während  $N_{12}$  die Zahl der Kraftlinien sein soll, welche sowohl den Primärkreis umschlingen, als auch Windungen der Spule. (Vgl. Fig. 1.) [Anm: Abb. 3-1]

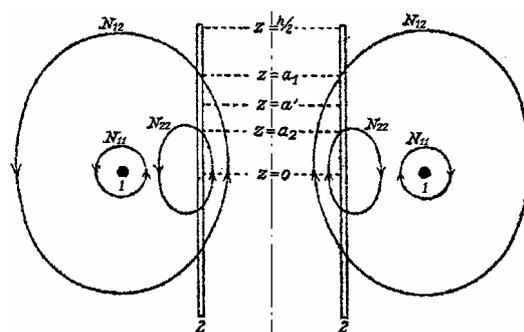


Fig. 1.

Abb. 3-1: „Fig. 1.“ aus [2]: Schnittdarstellung des Aufzuges von Primär- (Kreis 1) und Sekundärspule (Kreis 2)

Für sämtliche Kraftlinien  $N_{11}$  ist die magnetomotorische Kraft die gleiche, nämlich  $4\pi i_1$ , wenn nämlich der Stromkreis 1 als ein linearer angesehen werden kann, was wir voraussetzen wollen, und in praxi auch hinreichend erfüllt ist. Ist also  $W_{11}$  der magnetische Widerstand der (parallel geschalteten) Kraftlinien  $N_{11}$ , so ist:

$$N_{11} = \frac{4\pi i_1}{W_{11}}. \quad (3.5)$$

Für die Kraftlinien  $N_{12}$  ist aber die magnetomotorische Kraft nicht für alle die gleiche, da die Spule nicht als linearer Strom angesehen werden kann. Wenn eine dieser Kraftlinien den Spulenmantel an den Stellen  $z = \pm a$  schneidet, so ist für diese die magnetomotorische Kraft:

$$4\pi i_1 + 4\pi \cdot \frac{n}{h} \cdot \int_{-a}^{+a} i_2 dz = 4\pi i_1 + 8n i_2^0 \cdot \sin\left(\pi \cdot \frac{a}{h}\right), \quad (3.6)$$

falls  $n$  die Gesamtzahl der Spulenwindungen bedeutet, so dass auf der Strecke  $dz$  die Anzahl  $(n/h)dz$  Windungen liegt. Wir können aber für die verschiedenen Kraftlinien  $x$  eine gleiche mittlere elektromotorische Kraft ansetzen:

$$4\pi i_1 + 8n i_2^0 \cdot \sin\left(\pi \cdot \frac{a_1}{h}\right), \quad (3.7)$$

wobei  $a_1$  jedenfalls kleiner als  $h/2$  und größer als  $a'$  ist, falls der Spulenmantel von der kürzesten der Kraftlinien  $N_{12}$ , die gerade auch noch  $i_1$  umschlingt, an der Stelle  $a'$  geschnitten wird.

Es ist daher nach dem Gesetz vom magnetischen Kreislauf zu setzen:

$$N_{12} = \frac{4\pi i_1 + 8n i_2^0 \cdot \sin(\pi a_1/h)}{W_{12}}, \quad (3.8)$$

wobei  $W_{12}$  den magnetischen Widerstand sämtlicher Krafröhren  $N_{12}$  in Parallelschaltung bedeutet. Nach (3.2) und (3.4) entsteht daher:

$$4\pi \left( \frac{1}{W_{11}} + \frac{1}{W_{12}} \right) \frac{d^2 i_1}{dt^2} + \frac{8n}{W_{12}} \sin\left(\frac{\pi a_1}{h}\right) \frac{d^2 i_2^0}{dt^2} + w_1 \frac{di_1}{dt} + \frac{i_1}{C_1} = 0 \quad (3.9)$$

Die Differenzialgleichung für die Stromstärke  $i_2$  in der Spule enthält  $t$  und  $z$  als unabhängige Variable.

Wenn  $\epsilon_2$  die auf der Längeneinheit  $dz = 1$  der Spule liegende Ladung (nach elektromagnetischem Maße) bedeutet,  $\mathfrak{C}_2$  die Kapazität dieser Längeneinheit,  $V_2$  das Potential auf der Spule an der Stelle  $z$ , so gilt:

$$\frac{\partial i_2}{\partial z} = -\frac{\partial \epsilon_2}{\partial t}, \quad \epsilon_2 = \mathfrak{C}_2 V_2. \quad (3.10)$$

Sind ferner  $N_2$  die Zahl der magnetischen Kraftlinien, welche den Spulenquerschnitt in der Höhe  $z$  der Spule durchsetzen, so gilt zwischen zwei Stellen  $z$  und  $z + dz$ , zwischen denen  $(n/h)dz$  Windungen liegen, falls  $i_2^2 w_2 dz$  gleich dem Energieverlust pro Zeiteinheit gesetzt wird (Widerstand und Strahlung):

$$i_2 w_2 = -\frac{n}{h} \frac{\partial N_2}{\partial t} - \frac{\partial V_2}{\partial z} \quad (3.11)$$

Aus (3.10) und (3.11) folgt:

$$\frac{n}{h} \frac{\partial^2 N_2}{\partial t^2} + w_2 \frac{\partial i_2}{\partial t} - \frac{1}{\mathfrak{C}_2} \frac{\partial^2 i_2}{\partial z^2} = 0 \quad (3.12)$$

Diese partielle Differenzialgleichung für  $i_2$  können wir in eine totale für  $i_2^0$  umwandeln, wenn wir auch  $N_2$  nach einer Fourierschen Reihe entwickeln, beim Anfangsglied

$$N_2 = N_2^0 \cos \frac{\pi z}{h} \quad (3.13)$$

stehen bleiben, und wenn wir unter  $w_2$  und  $\mathfrak{C}_2$ , die eigentlich auch von  $z$  abhängig sind, Mittelwerte für die ganze Spule verstehen, d.h. sie als Konstanten behandeln. Dann ergibt nämlich (3.3), (3.12) und (3.13):

$$\frac{n}{h} \frac{d^2 N_2^0}{dt^2} + w_2 \frac{di_2^0}{dt} + \frac{\pi^2}{h^2 \mathfrak{C}_2} i_2^0 = 0. \quad (3.14)$$

$N_2^0$  bedeutet nach (3.13) die Anzahl Kraftlinien, welche den Spulenquerschnitt an der Spulenmitte  $z = 0$  durchsetzen. Auch diese Zahl zerfällt in zwei Teile

$$N_2 = N_{22} + N_{12}, \quad (3.15)$$

wobei die Kraftlinien  $N_{22}$  nur die Spule durchsetzen, aber nicht den Kreis 1 umschlingen, während  $N_{12}$  sowohl Spulenwindungen, als auch den Primärkreis 1 umschlingen. Für die  $N_{22}$  ist nun wiederum die magnetomotorische Kraft nicht konstant, wir können aber für sie eine gleiche mittlere magnetomotorische Kraft

$$8ni_2^0 \sin\left(\pi \cdot \frac{a_2}{h}\right) \quad (3.16)$$

in Ansatz bringen, wobei  $a_2 < a'$ , d.h. auch  $a_2 < a_1$  ist. Daher gilt

$$N_{22} = \frac{8ni_2^0 \cdot \sin\left(\pi \cdot \frac{a_2}{h}\right)}{W_{22}}, \quad (3.17)$$

falls  $W_{22}$  der magnetische Widerstand der Kraftröhren  $N_{22}$  ist. Dagegen ergibt (3.14):

$$8n^2 \left( \frac{\sin\left(\pi \frac{a_1}{h}\right)}{W_{12}} + \frac{\sin\left(\pi \frac{a_2}{h}\right)}{W_{22}} \right) \frac{d^2 i_2^0}{dt^2} + \frac{4\pi n}{W_{12}} \frac{d^2 i_1}{dt^2} + w_2 h \frac{di_2^0}{dt} + \frac{\pi^2}{\mathfrak{C}_2 h} i_2^0 = 0 \quad (3.18)$$

Diese Gleichung in Verbindung mit (3.9) bilden die Grundgleichungen unseres Problems. Schreibt man jetzt zur Vereinfachung  $i_2$  für  $i_2^0$ , d.h. *bedeutet von nun an  $i_2$  die Stromstärke in der Mittelwindung der Teslaspule*, so haben unsere Grundgleichungen die Form:

$$\begin{aligned}
 L_{11} \frac{d^2 i_1}{dt^2} + L_{12} \frac{d^2 i_2}{dt^2} + w_1 \frac{di_1}{dt} + \frac{i_1}{C_1} &= 0 \\
 L_{22} \frac{d^2 i_2}{dt^2} + L_{21} \frac{d^2 i_1}{dt^2} + w_2 \frac{di_2}{dt} + \frac{i_2}{C_2} &= 0
 \end{aligned}
 \tag{3.19}$$

Dabei ist gesetzt:

$$\begin{aligned}
 L_{11} &= 4\pi \left( \frac{1}{W_{11}} + \frac{1}{W_{12}} \right), & L_{22} &= \frac{16n^2}{\pi} \left( \frac{\sin\left(\pi \frac{a_1}{h}\right)}{W_{11}} + \frac{\sin\left(\pi \frac{a_2}{h}\right)}{W_{22}} \right) \\
 L_{12} &= \frac{8n}{W_{12}} \sin\left(\frac{\pi a_1}{h}\right), & L_{21} &= \frac{8n}{W_{12}} \\
 w_2 &= \frac{2}{\pi} w_2 h, & C_2 &= \frac{\mathfrak{C}_2 h}{2\pi}
 \end{aligned}
 \tag{3.20}$$

Aus (3.20) folgt:

$$L_{12} : L_{21} = \sin\left(\frac{\pi a_1}{h}\right) \tag{3.21}$$

d. h. es ist nicht mehr, wie bei zwei linearen Stromkreisen, zu setzen  $L_{12} = L_{21}$ , sondern es ist  $L_{12} < L_{21}$ , und zwar umso mehr, je kleiner  $a_1$  ist, d. h. je näher der Primärkreis der Mittelwindung der Teslaspule liegt und je höher letztere im Vergleich zu diesem Abstand vom Primärkreis ist. Bei verschiedenen Lagen der Teslaspule zum Primärkreis wechselt also das Verhältnis  $L_{12} : L_{21}$ , und zwar wird es umso kleiner, je stärker die gegenseitige Induktion (magnetische Koppelung) zwischen Teslaspule und Primärkreis gemacht wird. Dieses Resultat, zu dessen Ableitung die Interpretation der Koeffizienten der bekannten Gleichungen (3.19) unternommen wurde, gilt auch für beliebige und unsymmetrische Lagen der Teslaspule zum Primärkreis.

Von den Koeffizienten  $L$  sind  $L_{11}$  und  $L_{21}$  verhältnismäßig einfach theoretisch zu berechnen, während  $L_{22}$  und  $L_{12}$  wohl nur durch sehr langwierige Rechnungen zu erhalten sind.  $L_{21}$  rührt von den Kraftlinien her, welche der Strom  $i_1$  durch den Querschnitt der  $q$  der Teslaspule hindurchsendet. Nennen wir diese Anzahl, falls  $i_1 = 1$  ist, an einer beliebigen Stelle  $z$  der Spule  $N_{21}$ , so ist das Anfangsglied  $N_{21}^0$  der Fourierschen Entwicklung

$$N_{21} = N_{21}^0 \cos\left(\frac{\pi z}{h}\right) \tag{3.22}$$

gegeben durch

$$N_{21}^0 = \frac{2}{h} \int_{-h/2}^{+h/2} N_{21} \cos\left(\frac{\pi z}{h}\right) dz. \tag{3.23}$$

Daher ist

$$L_{21} = \frac{4n}{\pi h} \int_{-h/2}^{+h/2} N_{21} \cos\left(\frac{\pi z}{h}\right) dz \tag{3.24}$$

Wenn die Primärwindungen Kreise sind, so ist die durch  $i_1$  an einer beliebigen Raumstelle hervorgebrachte magnetische Kraft durch Kugelfunktionen darstellbar, daher

ist  $N_{21}$  und deshalb auch  $L_{21}$  zu berechnen. Für die Selbstinduktion  $L_{11}$  sind schon bekannte Formeln entwickelt. Diese Formeln darf man aber für  $L_{22}$  nicht auch benutzen, da  $i_2$  längs der Spule 2 nicht konstant ist.

Setzt man an Stelle der Gleichungen (3.19) Gleichungen für die Potenzialdifferenz  $V_1$  an der Kapazität  $C_1$  im Stromkreis 1, und für das Potenzial  $V_2$  (eigentlich  $V_2^h$  zu schreiben) an einem freien Ende  $z = h/2$  der Spule, so ergibt sich vermöge (3.1) und (3.10) aus (3.19):

$$\begin{aligned} L_{11}C_1 \frac{d^2V_1}{dt^2} - 2L_{12}C_2 \frac{d^2V_2}{dt^2} + w_1C_1 \frac{dV_1}{dt} + V_1 &= 0 \\ L_{22}C_2 \frac{d^2V_2}{dt^2} - \frac{L_{21}C_1}{2} \frac{d^2V_1}{dt^2} + w_2C_2 \frac{dV_2}{dt} + V_2 &= 0 \end{aligned} \quad (3.25)$$

Diese Gleichungen<sup>4</sup> wollen wir in der Form benutzen:

$$\begin{aligned} \frac{d^2V_1}{dt^2} + 2\delta_1 \frac{dV_1}{dt} + (v_1^2 + \delta_1^2)V_1 &= p_{12} \frac{d^2V_2}{dt^2} \\ \frac{d^2V_2}{dt^2} + 2\delta_2 \frac{dV_2}{dt} + (v_2^2 + \delta_2^2)V_2 &= p_{21} \frac{d^2V_1}{dt^2} \end{aligned} \quad (3.26)$$

wobei also gesetzt ist:

$$\begin{aligned} \delta_1 &= \frac{w_1}{2L_{11}}, & v_1^2 + \delta_1^2 &= \frac{1}{L_{11}C_1}, & p_{12} &= 2 \frac{L_{12}C_2}{L_{11}C_1}, \\ \delta_2 &= \frac{w_2}{2L_{22}}, & v_2^2 + \delta_2^2 &= \frac{1}{L_{22}C_2}, & p_{21} &= \frac{1}{2} \frac{L_{21}C_1}{L_{22}C_2}, \end{aligned} \quad (3.27)$$

Als Integral wählen wir:

$$V_1 = A \cdot e^{xt}, \quad V_2 = B \cdot e^{xt}, \quad x = -\delta + jv, \quad (3.28)$$

Dabei bedeutet  $j = \sqrt{-1}$ .

Aus (3.26) und (3.28) folgt:

$$\begin{aligned} A(x^2 + 2\delta_1x + v_1^2 + \delta_1^2) &= p_{12}x^2B \\ B(x^2 + 2\delta_2x + v_2^2 + \delta_2^2) &= p_{21}x^2A \end{aligned} \quad (3.29)$$

Durch Elimination von  $A : B$  folgt für  $x$  die biquadratische Gleichung:

$$(x^2 + 2\delta_1x + v_1^2 + \delta_1^2) \cdot (x^2 + 2\delta_2x + v_2^2 + \delta_2^2) = p_{12}p_{21}x^4 \quad (3.30)$$

<sup>4</sup> Wenn man berücksichtigt, dass  $2V_2$  die Potenzialdifferenz zwischen beiden Spulenden ist, besteht auch hier die gültige Gleichung

$$i_2^0 = 2 \cdot C_2 \frac{dV_2^h}{dt}$$

Die nachfolgenden Entwicklungen gelten daher auch für den Fall, dass der Sekundärkreis aus keiner Spule, sondern aus einem linearen Strom mit angehängter großer Kapazität  $C_2$  besteht.  $2V_2$  ist dann die sekundäre Potenzialdifferenz.

Wenn  $p_{12} = 0$  ist, d. h. der Primärkreis allein vorhanden ist, so ergibt (3.29):

$$x = -\delta_1 \pm j\nu_1. \quad (3.31)$$

$\nu_1$  bezeichnet also die Frequenz,  $\delta_1$  die Dämpfung der Eigenschwingung des Primärkreises. Nennt man  $T_1$  die Schwingungsdauer,  $\gamma_1$  das logarithmische Dekrement, so ist

$$\nu_1 = \frac{2\pi}{T_1}, \quad \delta_1 = \frac{\gamma_1}{T_1}. \quad (3.32)$$

Analog bezeichnen  $\nu_2$  und  $\delta_2$  Frequenz bzw. Dämpfung der Eigenschwingung der Teslapule allein.

Nach dieser längeren Ableitung lassen sich nun verschiedene Fälle unterscheiden, von denen einer hier von besonderem Interesse ist, wie die folgenden Ausführungen zeigen:

Die Gleichungen (3.26), (3.28) und (3.30) sind nun praktisch, wenn *die magnetische Kopplung*  $k^2$

$$k^2 = p_{12}p_{21} = \frac{L_{12}L_{21}}{L_1L_{22}} \quad (3.33)$$

so klein ist, dass sie gegen 1 vernachlässigt werden kann.

In diesem Fall ergeben sich nämlich besonders einfache Verhältnisse für die vier Wurzeln von Gleichung (3.30). Mit den Anfangsbedingungen<sup>5</sup> für  $t = 0$ :

$$V_1 = F, \quad V_2 = 0, \quad i_1 = 0, \quad i_2 = 0 \quad (3.34)$$

sowie den Annahmen

$$\nu_1 = \nu_2, \quad \delta_1 = \delta_2 \quad (3.35)$$

führt eine längere Ableitung auf unser Resultat für den theoretischen Maximalwert des Potentials am Ende der Sekundärspule:

$$V_2 = \frac{\rho}{4} F \sqrt{\frac{C_1 \cdot L_{21} \cdot k^2}{C_2 \cdot L_{12} \cdot k^2 - \left(\frac{\gamma_1 - \gamma_2}{2\pi}\right)}} \quad (3.36)$$

Dabei ist  $F$  meist jene Spannung, mit der primärseitig der Schwingungsvorgang für beide Kreise gestartet wird. In der Praxis wird dies mit einem Schalter, speziell meist mit einer Funkenstrecke realisiert. Man erkennt an der Formel (3.36) die Abhängigkeit von einem noch zu klärenden Parameter  $\rho$ .

Drude analysiert daraufhin alle möglichen Abhängigkeiten des Faktors  $\rho$  von den restlichen Eigenschaften der Anlage, mit dem Ergebnis, dass dieser so ziemlich von allen Parametern, die der Teslatrafo zu bieten hat, abhängt. Dazu zählen vor allem die primäre Kapazität und die Geometrieparameter der Sekundärspule. Drude führt die Ergebnisse seiner Analysen betreffend  $\rho$  in Form von zahlreichen Tabellen an, die hier nicht dargestellt werden sollen. Letztlich bedeutet dieses Resultat für die Praxis, dass man nur bei genauer Kenntnis aller (!) beteiligten Größen den Maximalwert genau

<sup>5</sup>  $F$  ist als die Ansprechspannung der primären Funkenstrecke zu interpretieren

angeben könnte, was kaum der Fall sein wird, da hier schon aus messtechnischer Sicht Grenzen gesetzt sind.

Drude spricht auch immer nur von „rohen Taxierungen“ im Zusammenhang mit praktischen Formeln. Er kommt in [2] zu folgender Zusammenfassung:

Der wirksamste Teslatransformator besteht aus *einer* [!] Primärwindung und *vielen* Sekundärwindungen, die einen Spulenkörper *von bestimmtem Verhältnis von Höhe zu Durchmesser* bilden. Die Anzahl der Sekundärwindungen ist begrenzt durch die Nebenforderungen, dass die Isolation nicht durchschlagen wird, und die Drahtdicke nicht zu klein wird. Ferner erfordert eine Steigerung der Zahl der Sekundärwindungen einen Speise-Induktor von höherer Schlagweite. Tote (nicht induktiv wirkende) Selbstinduktion des Primärkreises ist möglichst zu vermeiden, seine Drahtdicke soll möglichst groß sein und die Koppelung zwischen Primärkreis und Teslapule soll den Wert  $k^2 = 0,36$  [ $k = 0,6$ ] (Verhältnis der beiden durch Koppelung entstandenen Frequenzen 1:2) möglichst erreichen. [...]

Bei schwacher Kopplung kommt es nur darauf an, dass die Primärkapazität  $C_1$  möglichst groß ist, einerlei, ob dies durch kleine Spulen von hoher Wicklungszahl  $n$  erreicht wird, oder durch größere Spulen von kleinerem  $n$ ; bei starker Kopplung ist hohes  $n$  etwas wirksamer. – Vom Funkenpotenzial hängt die Teslawirkung innerhalbgewisser Grenzen wenig ab.

Bei schwacher Kopplung hat die Dämpfung der Primär- und Sekundärschwingungen starken Einfluss auf die Wirksamkeit des Teslatransformators, bei starker Kopplung (schon von  $k^2 = 0,16$  [ $k = 0,4$ ] an) viel weniger.

Drude hat in einer weiteren Arbeit (siehe [5]) die obige Analyse fortgesetzt, diesmal speziell auf die rationelle Konstruktion von Teslatransformatoren bezogen. Die „Quintessenz“ daraus ist wieder die Erkenntnis, dass es vor allem auf große Erregerkapazität  $C_1$  und möglichst kleine Ganghöhe  $g$  der Sekundärspule ankommt. Die untere Grenze ist dabei durch die Isolationsfähigkeit der Drahtisolierung gegeben. Es folgt also rein formal:

$$V_{2,\max} \sim \sqrt[3]{C_1 \cdot g} \quad (3.37)$$

### 3.2.2 Modernere, vereinfachte Theorie

Aktuellere Untersuchungen des Teslatransformators zielen auf Übersicht und Auslegung für technische Zwecke ab. Dabei geht es vor allem darum, wann der Maximalwert der Ausgangsspannung auftreten wird, da dies für den Einsatz des Teslatrafo als Prüfgerät für Schaltgeräte und Isolatoren wesentlich ist. Es wird zur Vereinfachung sofort von gleichen Resonanzfrequenzen der beiden Kreise ausgegangen und die Dämpfung erst am Schluss berücksichtigt, wie im Folgenden dargestellt ist. Die Abbildungen dieses Kapitels stammen aus [13].

Die folgende Abbildung zeigt die Prinzipschaltungen von Resonanztransformatoren, einer Sonderbauform von Transformatoren:

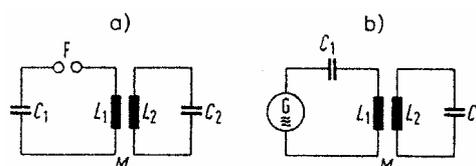


Abb. 3-2: Prinzipschaltungen von Resonanztransformatoren:

- a) freischwingender Typ (Teslatrafo)
- b) mit erzwungener Schwingung

Sie bestehen aus zwei induktiv gekoppelten, in ihren Eigenfrequenzen aufeinander abgestimmten Schwingkreisen. Im freischwingenden Fall wird die Primärseite durch Stoßentladung eines zuvor geladenen Kondensators angeregt, im anderen Fall kontinuierlich mit Hilfe eines mit der Resonanzfrequenz der Kreise arbeitenden Hochfrequenzgenerator G.

Der Teslatransformator ist ein Resonanztransformator vom freischwingenden Typ. Durch die Art der Anregung entsteht eine Folge von gedämpften Schwingungen, die bei bestimmten Werten des Kopplungsfaktors Schwebungscharakter haben können. Auf diese Weise können hochfrequente Spannungen bis in den Megavoltbereich und Megahertzbereich erzeugt werden.

Das untenstehende Bild zeigt den Ersatzschaltplan eines Teslatrafos:

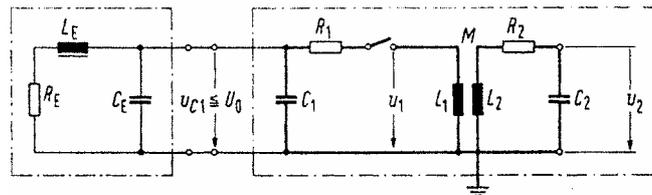


Abb. 3-3: Ersatzschaltbild eines Teslatrafos mit Erregereinrichtung

Für die folgenden Betrachtungen können die Ersatzelemente  $R_E$ ,  $L_E$  und  $C_E$  der Erregereinrichtung vernachlässigt werden, da sie ohne Einfluss auf die wesentlichen Vorgänge sind.

Wir gehen gemäß Abb. 3-3 von zwei einfachen, induktiv gekoppelten Schwingkreisen aus<sup>6</sup>. Jeder besteht aus einem Kondensator  $C_1$  bzw.  $C_2$  und einer Induktivität  $L_1$  bzw.  $L_2$ , sowie aus einem ohmschen Widerstand  $R_1$  bzw.  $R_2$ , der für die Zusammenfassung aller Verluste im jeweiligen Kreis steht. Das für die beiden induktiv gekoppelten Kreise 1 und 2 gültige System gekoppelter Differenzialgleichungen lautet dann

$$\left( j\omega L_1 + \frac{1}{j\omega C_1} + R_1 \right) \cdot i_1 + j\omega M \cdot i_2 = 0 \quad (3.38)$$

$$\left( j\omega L_2 + \frac{1}{j\omega C_2} + R_2 \right) \cdot i_2 + j\omega M \cdot i_1 = 0 \quad (3.39)$$

Die ohmschen Widerstände  $R_1$  und  $R_2$ , die als Reihenersatzwiderstände für alle Verluste in den Kreisen 1 und 2 anzusehen sind, sollen für die weitere Behandlung der Gleichungssysteme (3.38) und (3.39) der Übersichtlichkeit halber vernachlässigt werden. Die Frage der Dämpfung wird danach behandelt werden.

Mit den Abkürzungen

$$\frac{M^2}{L_1 \cdot L_2} = k^2, \quad \frac{1}{L_1 \cdot C_1} = \omega_1^2, \quad \text{und} \quad \frac{1}{L_2 \cdot C_2} = \omega_2^2 \quad (3.40)$$

liefert die charakteristische Gleichung des Systems unter der Voraussetzung, dass die Resonanzfrequenzen beider Systeme übereinstimmen und gleich  $\omega_1 = \omega_2 = \omega_0$  sind, die beiden Kopplungsfrequenzen

$$\omega_1 = \frac{\omega_0}{\sqrt{1-k}} \quad \text{und} \quad \omega_{II} = \frac{\omega_0}{\sqrt{1+k}}. \quad (3.41)$$

<sup>6</sup> Im Folgenden werden alle Größen der Primärseite (= Kreis 1) mit dem Index „1“, jene der Sekundärseite (= Kreis 2) mit dem Index „2“ bezeichnet.

Im Primär- und Sekundärkreis des Tesla-Transformators werden sich also Schwingungen dieser beiden, je nach dem Kopplungsfaktor  $k$  mehr oder weniger voneinander abweichenden Frequenzen überlagern. Die resultierenden Schwingungen mit der Kreisfrequenz

$$\omega_{\text{res}} = \frac{\omega_1 + \omega_{\text{II}}}{2} \quad (3.42)$$

werden für die praktisch üblichen Kopplungsfaktoren von 0,1 bis 0,4 – unter der Voraussetzung, dass der Primärkreis geschlossen bleibt – Schwebungen mit der Frequenz

$$\omega_s = \omega_1 - \omega_{\text{II}} \quad (3.43)$$

sein. Ein Beispiel dafür zeigt die Abb. 4-22 auf Seite 68. Für die theoretisch möglichen Grenzwerte von  $k$ , das sind  $k = 0$  und  $k = 1$ , tritt jedoch jeweils nur eine einzige Kreisfrequenz auf, nämlich

$$\omega = \omega_0 \quad \text{und} \quad \omega = \frac{\omega_0}{\sqrt{2}}. \quad (3.44)$$

Schwebungen können in diesen Fällen nicht entstehen. Sie bleiben manchmal auch bei Normalwerten für  $k$  aus, wenn als Schaltelement im Primärkreis eine sehr schnell löschende Funkenstrecke verwendet wird, da der Lichtbogen im Allgemeinen schon in einem der Stromnulldurchgänge des ersten Schwebungsminimums abreißt. Das gilt mit Sicherheit dann, wenn die Zündfunkenstrecke mit Hilfe eines Druckluftstromes gekühlt wird. Ein Beispiel für die sich dabei ausbildenden Spannungsverläufe zeigt das folgende Bild:

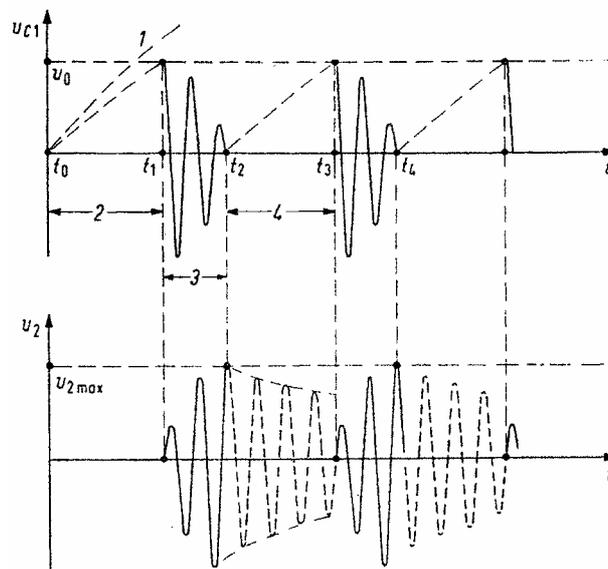


Abb. 3-4: Beispiel für entstehende Spannungsverläufe  $u_{C1}$  und  $u_2$  bei Aufladung von  $C_1$  mit Wechselspannung (Details siehe Text)

Dabei bedeutet „1“ den Verlauf der Versorgungsspannung, „2“ den Bereich der Aufladung, „3“ die Zeitspanne, für die die Funkenstrecke nach dem Durchbruch und bis zum Verlöschen leitet und „4“ analog „2“ die erneute Aufladephase, allerdings mit Darstellung der freien Schwingung von  $u_2$ .

Bezeichnet man mit  $u_1$  und  $u_2$  den zeitlichen Verlauf der Primär- und Sekundärspannung und mit  $U_0$  die Ansprechspannung der Funkenstrecke  $F$  oder die Spannung des Kondensators  $C_1$ , bei der ein anderes Schaltelement den Primärkreis schließt, so findet man mit Hilfe des Ansatzes

$$u_1 = A_1 \cdot \cos(\omega_1 t) + B_1 \cdot \cos(\omega_{II} t) \quad (3.45)$$

$$u_2 = A_2 \cdot \cos(\omega_1 t) + B_2 \cdot \cos(\omega_{II} t) \quad (3.46)$$

und den Randbedingungen  $u_1 = U_0$  und  $u_2 = 0$  für die Zeit  $t = 0$ , für die vorwiegend interessierenden Konstanten  $A_2$  und  $B_2$

$$A_2 = -B_2 = \frac{M \cdot C_1 \cdot U_0}{\sqrt{(L_1 \cdot C_1 - L_2 \cdot C_2)^2 + 4 \cdot k^2 \cdot L_1 \cdot C_1 \cdot L_2 \cdot C_2}} \quad (3.47)$$

Dies bedeutet, dass die Amplituden der sich auf der Sekundärseite überlagernden Schwingungen mit den Frequenzen  $\omega_1$  und  $\omega_{II}$  gleich groß sind. Durch Einführen der Beziehung

$$\frac{L_2 \cdot C_2}{L_1 \cdot C_1} = x \quad (3.48)$$

lässt sich Gl. (3.47) umformen in

$$A_2 = -B_2 = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{C_1}{C_2}} \cdot U_0 \cdot \frac{1}{\left[ \frac{1-x}{2 \cdot k \cdot \sqrt{x}} \right]^2 + 1}} \quad (3.49)$$

Aus dieser Darstellung ist ersichtlich, dass die Maximalwerte für  $A_2$  und  $B_2$  nur erreicht werden, wenn  $x = 1$ , also wenn  $\omega_1 = \omega_2 = \omega_0$  ist. Unabhängig vom Grad der Kopplung ist dann

$$A_2 = -B_2 = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{C_1}{C_2}} \cdot U_0 \quad (3.50)$$

Ohne Berücksichtigung des Dämpfungseinflusses ist die Sekundärspannung im Resonanzfall somit

$$u_2 = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{C_1}{C_2}} \cdot U_0 \cdot \left[ \cos\left(\frac{\omega_0}{\sqrt{1-k}} \cdot t\right) - \cos\left(\frac{\omega_0}{\sqrt{1+k}} \cdot t\right) \right] \quad (3.51)$$

In dieser Gleichung kann wegen  $\omega_1 = \omega_2 = \omega_0$  der Faktor  $\sqrt{C_1/C_2}$  auch durch  $\sqrt{L_2/L_1}$  ersetzt werden. Das theoretisch mögliche Spannungsmaximum wird damit

$$u_{2,\max} = \sqrt{\frac{C_1}{C_2}} \cdot U_0 = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} \cdot U_0 \quad (3.52)$$

Für den theoretischen Fall des verlustfreien Transformators ergibt sich  $U_{2,\max}$  dann, wenn die Summe der Zeitfunktionen nach Gl. (3.51) zur Zeit  $t_{\max}$  den höchstmöglichen Wert 2 erreicht. Siehe dazu die folgende Grafik:

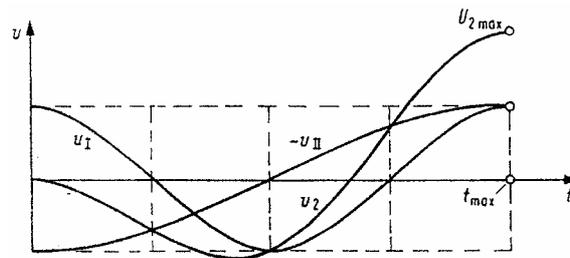


Abb. 3-5: zeitlicher Verlauf der Koppelschwingungen  $u_1$  und  $u_{II}$  sowie der aus ihnen resultierenden Schwingung  $u_2$  für  $k = 0,6$

In Wirklichkeit wird die erreichbare Spannung diesem Wert  $U_{2,max}$  je nach Grad der resultierenden Dämpfung jedoch nur mehr oder weniger nahe kommen können. Um den Einfluss der Dämpfung auf das Spannungsmaximum klein zu halten, wird man danach streben müssen, die Zeit  $t_{max}$  klein zu machen. Da man  $t_{max}$ , wenn im allgemeinen auch nur näherungsweise, gleich einer halben Periodendauer der aus den Koppelschwingungen entstandenen Schwebung setzen kann, also

$$t_{max} \approx \frac{1}{2} \cdot \frac{2\pi}{\omega_1 - \omega_{II}} \quad (3.53)$$

und da  $\omega_1$  und  $\omega_{II}$  nach Gl. (3.41) abhängig sind vom Kopplungsfaktor  $k = M/\sqrt{L_1 \cdot L_2}$ , so lässt sich leicht erkennen, dass  $t_{max}$  mit wachsendem  $k$  kleiner wird. Weitere Überlegungen zeigen nun, dass es vorteilhaft ist, dem Kopplungsfaktor  $k$  ganz bestimmte Werte zu geben, wenn das eben Gesagte verwirklicht werden soll.

Eine Analyse zeigt, dass der frühestmögliche Zeitpunkt bei  $k = 0,6$  auftritt. Diese Kopplung ist allerdings mit Luftspulen technisch schon schwer zu erreichen und stellt daher eine sinnvolle Obergrenze dar. Alle weiteren günstigen Werte für  $k$  mit den Zeiten  $t_{max}$ , zu denen der Maximalwert  $U_{2,max}$  auftritt, liefert die folgende Tabelle:

$n$	$t_{max}$	$\omega_1/\omega_{II}$	$k$
1	$1/2 \cdot T_{II}$	2	0,6
2	$T_{II}$	1,5	0,385
3	$3/2 \cdot T_{II}$	1,33	0,28
4	$2 \cdot T_{II}$	1,25	0,222
5	$5/2 \cdot T_{II}$	1,2	0,18
6	$3 \cdot T_{II}$	1,17	0,153
7	$7/2 \cdot T_{II}$	1,145	0,134

Tabelle 1: anzustrebende Werte für den Kopplungsfaktor  $k$

Der früheste Zeitpunkt liegt also bei  $t = T_{II}/2$ , alle weiteren offensichtlich bei ganzzahligen Vielfachen davon, was auf die folgende Beziehung führt:

$$\frac{\omega_1}{\omega_{II}} = \frac{n+1}{n} \quad (3.54)$$

Aus ihr ergibt sich mit Gl. (3.41) für den Kopplungsfaktor ( $n$  ist eine ganze Zahl):

$$k = \frac{\left(\frac{n+1}{n}\right)^2 - 1}{\left(\frac{n+1}{n}\right)^2 + 1} \quad (3.55)$$

Die Gleichungen (3.55) und (3.54) führen letztlich auf die Tabelle 1.

Nun folgt ein Hinweis auf eine für den Teslatrafo wichtige Tatsache, die oft vernachlässigt wird. Wegen der großen geometrischen Abmessungen, die derartige Transformatoren für hohe und höchste Spannungen einmal aus Isolationstechnischen Gründen und zum anderen mit Rücksicht auf ein großes Übersetzungsverhältnis haben, liegt die Drahtlänge ihrer Sekundärspulen in der Größenordnung der Wellenlänge der Spannungsschwingungen. Man muss die Sekundärspule deshalb als kurze und, wegen der zum Hochspannungsseitigen Ende hin abnehmenden Erdkapazitäten, inhomogene Leitung betrachten, auf der sich stehende Wellen ausbilden.

Soll die maximale Spannung zwischen den Spulenden abgenommen werden und sich dazwischen keine weiteren Maxima befinden, so muss die gesamte Drahtlänge  $l$  einem Viertel der Wellenlänge der entstehenden Spannungsschwingung entsprechen, d.h.  $l = \lambda/4$ . Für die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Welle entlang des Spulendrahtes wird man etwa  $v \approx c_0 \approx 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  setzen können. Ist die soeben erwähnte Bedingung  $l = \lambda/4$  erfüllt, so wird die Verteilung der Spannung gegen Erde längs der Wicklung angenähert durch die Funktion

$$u_x = u_{2\text{max}} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{x}{h}\right) \quad (3.56)$$

beschrieben, wenn  $x$  der Abstand eines Punktes der Wicklung von ihrem erdseitigen Ende und  $h$  die Gesamthöhe der Spule ist. Diese Verteilung wurde experimentell bestätigt, siehe dazu die folgende Abbildung:

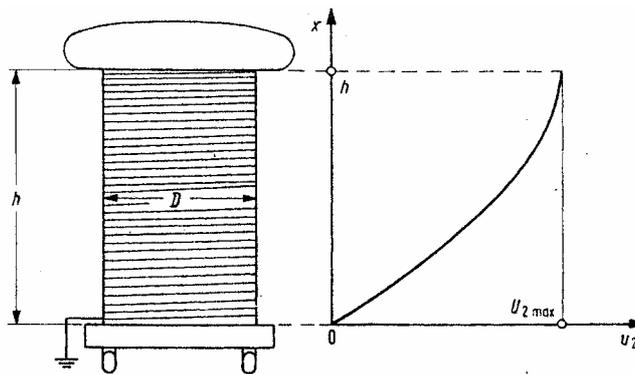


Abb. 3-6: Verlauf der Spannung gegen Erde längs der Sekundärspule für den Fall Drahtlänge  $l = \lambda/4$

Für den behandelten Fall lässt sich eine zugeschnittene Größengleichung für die Frequenz angeben:

$$f \text{ [Hz]} = \frac{0,75 \cdot 10^{10}}{l \text{ [cm]}} \quad (3.57)$$

Da die Drahtlänge  $l$  mit dem Durchmesser  $D$  der Spule und der Windungszahl  $N$  über die Beziehung

$$l = N \cdot \pi \cdot D \quad (3.58)$$

zusammenhängt, werden nach Festlegung der Spulenhöhe  $h$  und des Durchmessers  $D$  die Werte für  $N$  und  $l$  feststehen. Damit steht aber auch die erforderliche Resonanzfrequenz fest, sowie die Werte für  $L_2$  und  $C_2$  des Sekundärkreises.

$L_2$  lässt sich mit Gl. (3.64) aus Kapitel 3.3.3 (Seite 29) berechnen. Die Kapazität  $C_2$ , die sich aus der Eigen- und Erdkapazität  $C'_2$  der Sekundärspule samt Kopfelektrode (Toroid) und einer zu berücksichtigenden Belastungskapazität  $C_B$  zusammensetzt, muss den Wert

$$C_2 = \frac{1}{\omega^2 L_2} = C'_2 + C_B \quad (3.59)$$

haben, damit die Resonanzbedingung erfüllt ist.  $C'_2$  kann in erster Näherung aus der Kapazität der Kopfelektrode aus der Abb. 3-19 auf Seite 39 gewonnen werden, wenn man einen Zuschlag von etwa 30 bis 50 % berücksichtigt.

Abschließend soll kurz auf das Problem der Dämpfung eingegangen werden. Die logarithmischen Dekremente des Primär- und Sekundärkreises des Teslatransformator ergeben sich aus:

$$\delta_1 = \frac{R_1}{f_0 \cdot 2 \cdot L_1} \quad \text{und} \quad \delta_2 = \frac{R_2}{f_0 \cdot 2 \cdot L_2} \quad (3.60)$$

Damit gilt für die Dekremente der Koppelschwingungen:

$$\delta_{\text{I,II}} = \frac{\delta_1 + \delta_2}{2} \cdot \frac{\omega_{\text{I,II}}}{\omega_0} \quad \text{bzw.} \quad \delta_{\text{I,II}} = \frac{\delta_1 + \delta_2}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 \mp k}} \quad (3.61)$$

Die Koppelschwingung mit der höheren Frequenz ist demnach die stärker gedämpfte. Die Dekremente der Primär- und der Sekundärseite sind nach Gl. (3.61) von gleichem Einfluss auf die Dämpfung der resultierenden Schwingung.

Um den Dämpfungseinfluss bei der Berechnung eines Tesla-Transformators in geeigneter Weise berücksichtigen zu können, ist es erforderlich, die Größe der Verlustwiderstände  $R_1$  und  $R_2$  abzuschätzen. Diese Widerstände sind als Ersatzgrößen für alle Verlustquellen zu betrachten, die in den beiden Kreisen wirksam sind.  $R_1$  im Primärkreis setzt sich zusammen aus:

1. den dielektrischen Verlusten  $R'_1 = \tan \delta / (\omega C_1)$  des Primärkondensators  $C_1$
2. dem ohmschen Widerstand  $R''_1$  der Primärspule und den Verbindungsleitungen zwischen  $L_1$  und  $C_1$  unter Berücksichtigung der Stromverdrängung
3. dem Ersatzwiderstand  $R'''_1$  der Funkenstrecke, d.h. dem Lichtbogenwiderstand (im Bereich von  $10^{-2}$  bis  $1 \Omega$ )

Der Ersatzwiderstand  $R_2$  ist im Normalfall hinreichend genau durch den ohmschen Widerstand der Sekundärspule gegeben.

Das bedeutet, dass sämtliche die Dämpfung beeinflussenden Größen mit befriedigender Sicherheit abgeschätzt werden können. Einzige Ausnahme ist der mit  $R'''_1$  bezeichnete Lichtbogenwiderstand, der durch entsprechende Messungen abgeschätzt werden muss.

## 3.3 Beteiligte Bauteile und Parameter

### 3.3.1 Die Anspeisung

Die Anspeisung entscheidet mit ihrer lieferbaren Leistung über die übertragbare Energie und damit über die Höhe der Ausgangsspannung und die Länge der Funken.

Grundsätzlich ist es gleichgültig, ob der Teslrafo mit Gleich- oder Wechselspannung betrieben wird, da es nur darauf ankommt, in sinnvoller Zeit den primären Kondensator wiederholt bis zur Durchbruchspannung der Funkenstrecke aufzuladen.

Die Anspeisung aus dem 50 Hz Wechselspannungsnetz bietet hohe Leistung und einfachen Aufbau, da in der Regel nur ein Hochspannungstrafo benötigt wird. Trafos, die normalerweise für den Betrieb von Neon-Lichtsystemen verwendet werden, sind billig und leisten mit ihrer Ausgangsspannung zwischen 3 und ca. 15 kV gute Dienste. Der Versorgungsspannung sind dabei theoretisch keine Grenzen gesetzt, allerdings kommt das Isolationsproblem mit den benötigten Sicherheitsabständen immer mehr zum Tragen. Als Richtwert sollte man den Spitzenwert (!) der Versorgungsspannung so hoch wählen, wie es der Primärkondensator zulässt. Sinnvolle Werte liegen bei etwa 5-20 kV (Effektivwert).

Für Kleinst-Systeme wird die Anspeisung aus einer Batterie bzw. einem Akkumulator, wie z.B. einer Autobatterie, reichen. Die Länge der Funkenentladungen wird hier natürlich entsprechend gering ausfallen und in der Größenordnung von einigen cm liegen.

### 3.3.2 Die primäre Kapazität

Die Auswahl des „besten“ Kondensators ist nicht einfach. Wegen der hohen Anforderungen, die an ihn gestellt werden, ist es oft auch eine Kostenfrage, für welchen Typ man sich entscheidet.

Für technische bzw. kommerzielle Anwendungen des Teslatransformators werden hohe Spannungsfestigkeit und niedriger Verlustfaktor gefordert. Letzterer beeinflusst die Dämpfung im Primärkreis, was maßgeblichen Einfluss auf die Höhe der Ausgangsspannung hat. Neben dem Durchschlag durch reine Überspannung kann auch die Erwärmung des Kondensators durch die hohen auftretenden Frequenzen bei hohen Strömen zur Zerstörung führen.

Die Kondensator-Bauart und -Größe wird durch die (Dauer-)Betriebsspannung, die Durchschlagfestigkeit, die Dicke des Isolierstoffs sowie durch den Realteil  $\varepsilon'$  seiner relativen Permittivitätszahl (Dielektrizitätszahl)  $\underline{\varepsilon}_r$  bestimmt. Entsprechend der Definition der komplexen Permittivität (Dielektrizitätskonstante)  $\underline{\varepsilon}$  gilt:

$$\underline{\varepsilon} = \varepsilon_0 \cdot \underline{\varepsilon}_r = \varepsilon_0 \cdot (\varepsilon' - j \cdot \varepsilon'') = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon' \cdot (1 - j \cdot \varepsilon''/\varepsilon') = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon' \cdot (1 - j \cdot \tan \delta), \quad (3.62)$$

mit  $\varepsilon_0$  = elektrischer Feldkonstante,  $\tan \delta$  = Verlustfaktor. Bei verlustlosem Dielektrikum ist  $\varepsilon_r = \varepsilon'$ . Für die entwickelte Wärmeleistung und die Dämpfung in Schwingkreisen und Filtern ist der Verlustfaktor  $\tan \delta$  wesentlich.  $\varepsilon'$  und  $\tan \delta$  hängen von Temperatur und Frequenz ab. Das folgende Bild zeigt einige Beispiele:

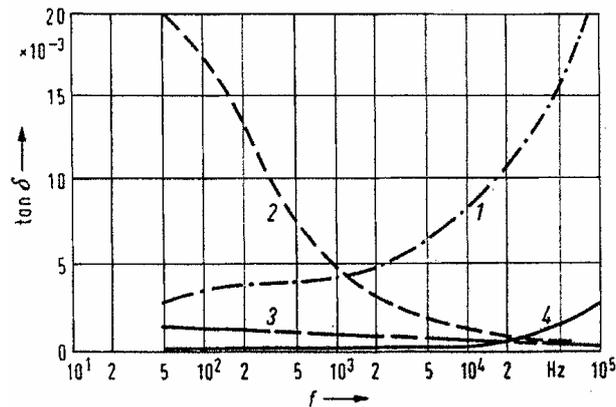


Abb. 3-7: Verlustfaktoren von Kondensatoren in Abhängigkeit von der Frequenz

- 1: Kondensator mit Clophen-Papier-Dielektrikum  
 2, 3: Kondensator mit verschiedenen keramischen Dielektrika  
 4: Kondensator mit Styroflex-Dielektrikum

In der Praxis wird oft statt des Verlustfaktors der Serien-Ersatzwiderstand verwendet, den man durch einfache Umrechnung erhält aus:

$$R_{\text{ESR}} = \frac{\tan \delta}{\omega \cdot C} \quad (3.63)$$

Die geforderten Eigenschaften werden von den Kondensatorarten MP, MKV<sup>7</sup> und Keramik gut erfüllt. Da diese aber oft teuer und in Form von Einzelstücken schwer erhältlich sind, gibt es auch andere Varianten brauchbarer Kondensatoren. Angefangen bei in sich kurzgeschlossenen Hochspannungskabeln (siehe untenstehende Abbildung sowie Kap. 4.2.4 auf Seite 50), selbstgebauten Leidener Flaschen, bis zu echten Bastler-Varianten, wie z.B. mit Alufolie überzogene, ineinander gesteckte Plastikbecher, gibt es sehr viele Ausführungen.



Abb. 3-8: Beispiele für Primärkapazitäten  
 links: herkömmliche Hochspannungskondensatoren  
 Mitte: Verwendung eines in sich kurzgeschlossenen Hochspannungskabels als Kondensator  
 (am Beispiel des Teslatrafo-Modells „TTr1“ – siehe Kap. 4.2)  
 rechts: „Bastler-Variante“ aus Plastikbechern mit Alufolie (für Kleinst-Teslatrafos)  
 (Quelle des ganz rechten Bildes: [54])

<sup>7</sup> MP = Metallisierte Papier-Kondensatoren, MKV = Metallisierte Polypropylen-Öl-Kondensatoren

### 3.3.3 Die primäre Induktivität

Als Bauform kommen folgende Varianten in Frage:

- ein- oder zweilagige Flachspule in Spiralform
- einlagige Zylinderspule
- sich nach oben aufweitende Spule in Form eines umgekehrten Kegelstumpfes

Ein Beispiel für eine einlagige Zylinderspule zeigt die folgende Abbildung; es ist die Primärspule jenes Teslatrafos, der unter der Bezeichnung „TTr1“ im Kapitel 4 („Modellierung des Teslatrafos mit PSpice“) ab Seite 42 mithilfe eines Simulationsprogramms analysiert wird.



Abb. 3-9: Primärwicklung eines älteren Teslatrafo-Modells („TTr1“ aus Kap. 4)

In der obigen Abbildung wird erfolgt der obere Abgriff an der Spule bei der 8. Windung. Es zeigte sich jedoch schnell, dass die erzielbare Funkenlänge dieses Teslatrafos durch Verringerung der Primärinduktivität deutlich gesteigert werden kann, weshalb alle späteren Versuche mit dem Abgriff bei der 6. Windung erfolgten.

Eine praktische Ausführung einer Flachspule in Spiralform sieht man in der untenstehenden Abb. 3-10, sogar mit zwei parallelen Schichten. Es handelt sich dabei um die Primärwicklung des zweiten Teslatrafos, der bei dieser Arbeit näher untersucht wurde. Rechts im Bild sieht man bei genauerer Betrachtung, dass die äußerste Windung der unteren Spule über ein Kupferband mit dem inneren Ende der oberen Wicklung verbunden ist. Ein weiteres Kupferband bildet an der oberen Spule bei der 4. Windung den Abgriff. Den anderen Abgriff bildet das nach unten gebogenen innere Ende der unteren Wicklung (siehe ).



Abb. 3-10: Primärwicklung von „TTr2“, dem anderen bei dieser Arbeit analysierten Teslatrafo

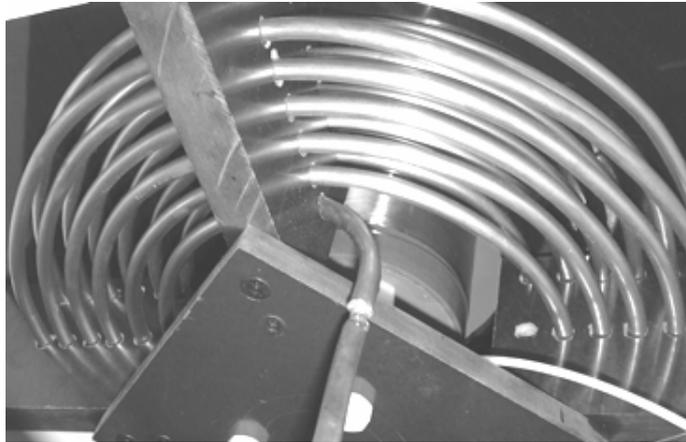
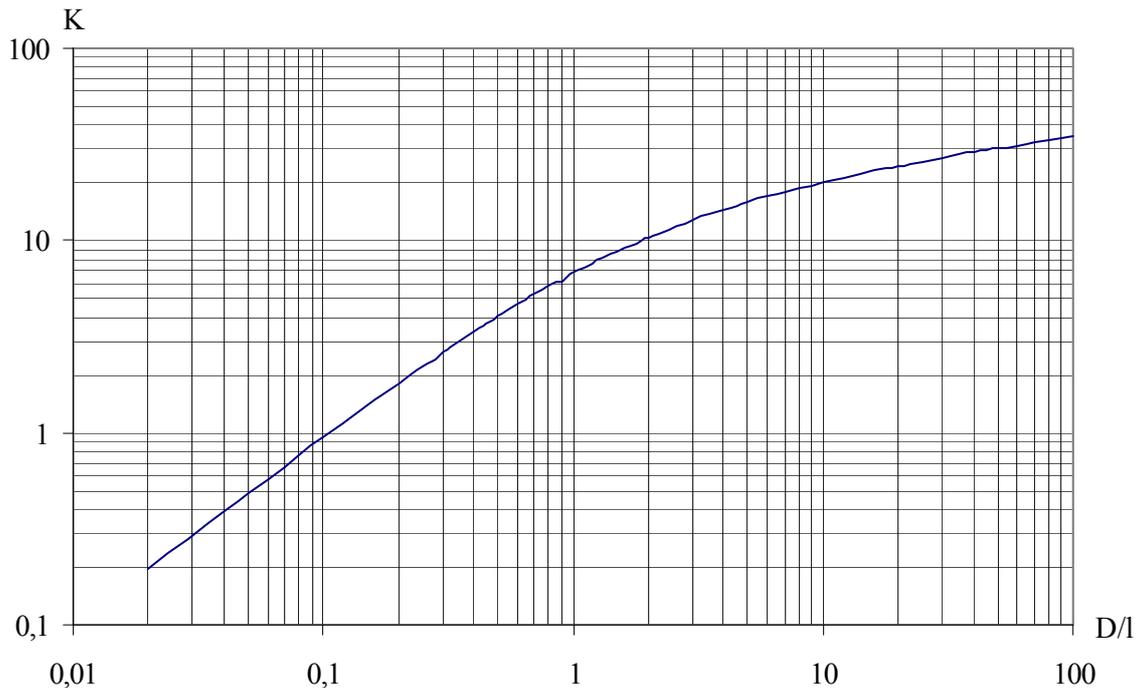


Abb. 3-11: Untersicht der Primärspule aus Abb. 3-10

Der Wert der Induktivität einer gegebenen, einlagigen Zylinderspule mit Windungszahl  $w$ , mittlerem Durchmesser  $D$  und Länge  $l$  kann für niedrige Frequenzen, d.h. unterhalb der Grenzfrequenz nach folgender Zahlenwertgleichung nach [11] (S. 22) mit guter Näherung berechnet werden:

$$L_0 \text{ [nH]} = K \cdot w^2 \cdot D \text{ [cm]} \quad (3.64)$$

Der Faktor  $K$  ist eine Funktion von  $D/l$  und kann aus untenstehendem Diagramm (Abb. 3-12) abgelesen werden, oder mit den weiter unten folgenden Gleichungen (3.65) und (3.66) mit guter Genauigkeit näherungsweise berechnet werden.

Abb. 3-12: Faktor  $K$  für Gl. (3.64) in Abhängigkeit von  $D/l$ 

Mithilfe von Microsoft Excel konnten mittels der Funktion „Trendlinie“ die folgenden Formeln ermittelt werden, die eine gute Näherung<sup>8</sup> für  $K$  darstellen:

$$\text{für } D/l \leq 1: \quad K = -2,6396 \cdot \left(\frac{D}{l}\right)^2 + 9,3189 \cdot \frac{D}{l} + 0,0423 \quad (3.65)$$

$$\text{für } D/l > 1: \quad K = 6,1138 \cdot \ln\left(\frac{D}{l}\right) + 6,1473 \quad (3.66)$$

Die Basis für die Ermittlung dieser Gleichungen sowie des obigen Diagramms war die Tabelle 4 aus [11] (S. 22).

### 3.3.4 Die Funkenstrecke

Die Funkenstrecke bestimmt die Häufigkeit der Anregung der beiden Schwingkreise, aber auch wie lange die Primärseite nach einer Anregung einen geschlossenen Stromkreis darstellt. Dies ist wesentlich, weil innerhalb dieser Zeit die auf die Sekundärseite übertragene Energie zwischen den beiden Systemen hin- und herpendeln kann und damit nicht optimal genutzt wird.

Die Hauptaufgaben bzw. geforderten Eigenschaften der Funkenstrecke sind daher:

- Gut definierbare Ansprechspannung
- Niedriger Verlustwiderstand im leitenden Zustand (nach erfolgtem Durchbruch)
- Gute Löscheigenschaften (d.h. schnelles Löschen)
- Hohe Verschleißfreiheit

Die meisten dieser Punkte sind durch eine sog. Löschfunkenstrecke erfüllt, die aus mehreren voneinander isolierten, parallelen Metallplatten besteht. Der Lichtbogen wird dadurch auf viele Serien-Lichtbögen aufgeteilt, was einen hohen Gesamt-Kathodenfall ergibt, bis die Bogenspannung einen kritischen Wert erreicht hat und die Funkenstrecke verlöscht. Allerdings lässt sich der Wert der Ansprechspannung praktisch nicht verändern.

<sup>8</sup> Der Fehler liegt unter 1 %

Es folgt eine kurze Übersicht der häufig verwendeten Bauformen.

### 3.3.4.1 Löschfunkenstrecke

Sie besteht aus Ringen von Isolier- und Leitmaterial, die abwechselnd geschichtet sind. Der Lichtbogen wird durch die vielen flachen Metallscheiben sehr rasch gekühlt. Am Rand der Isolierringe ist das Leitmaterial zurückgesetzt, um eine Zerstörung der Isolation zu vermeiden. Die folgenden Abbildungen verdeutlichen den Aufbau:

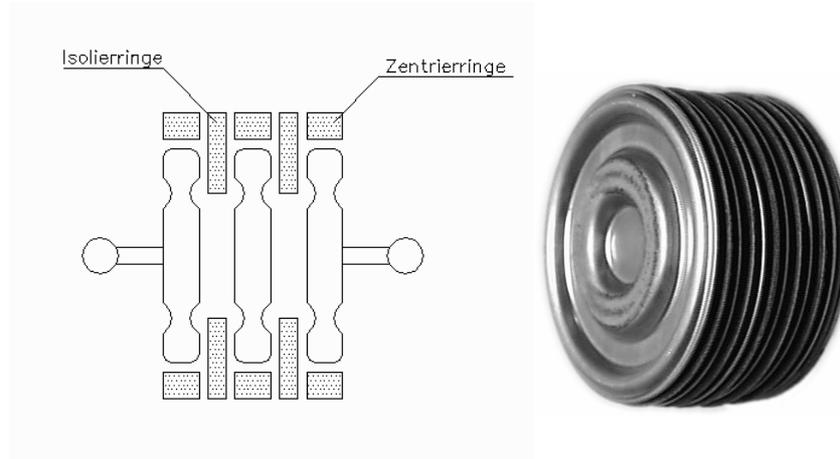


Abb. 3-13: Prinzip (links) und praktische Ausführung (rechts) einer Löschfunkenstrecke (Quelle: [53])

Einer der beiden Teslatransformatoren (das Modell „TTr1“, siehe Kapitel 4.2 ab Seite 46), die im Rahmen dieser Arbeit analysiert wurden, hat solch eine Löschfunkenstrecke älterer Bauart, wie im untenstehenden Bild (samt tragendem Gestell) gezeigt:

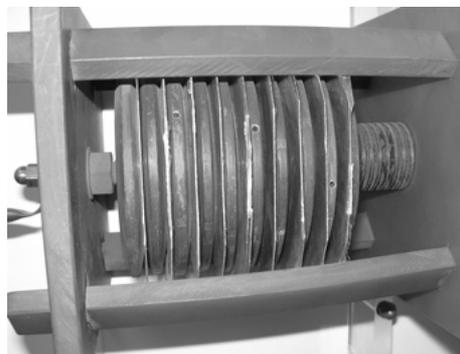


Abb. 3-14: Löschfunkenstrecke des Teslatrafo-Modells „TTr1“ (siehe Kap. 4.2) mit Nenn-Durchbruchspannung 10 kV

Vorteile:

- Einfach
- Billig
- Sehr gutes Löschverhalten (d.h. rasche Löschung)

Nachteile:

- Meist nicht einstellbar, daher feste Durchbruchspannung

### 3.3.4.2 *Beblasene Funkenstrecken*

Die Beblasung z.B. einer konventionellen Stab-Funkenstrecke, d.h. eine Kühlung des Lichtbogens ist der erste Schritt zur Optimierung, da der dadurch größere Haltestrom schon früher unterschritten wird und die Funkenstrecke schneller löscht. Damit kann eine höhere Schaltfrequenz erreicht werden, was bei sonst gleichen Verhältnissen längere Entladungskanäle an der Sekundärspule bewirkt.

Die höhere Schaltfrequenz auf der Primärseite bewirkt bei Blitzentladung auf der Sekundärseite folgendes: Durch die thermische Trägheit des Plasmakanals kann ein – durch die mittlerweile abgeklungene Sekundärspannung – gerade „verödender“ Blitz durch einen neuen, rasch nachfolgenden in demselben Kanal ersetzt werden, wodurch der Plasmakanal weiter vorwachsen kann.

Ist die primäre Schaltfrequenz aber zu gering, veröden alle aufgebauten Blitzkanäle jeweils und müssen immer wieder neu ionisiert werden, was sich insgesamt negativ auf die Länge der Entladungen auswirkt.

### 3.3.4.3 *Rotierende Funkenstrecke*

Dabei treibt ein Motor eine isolierende Scheibe an, die mit leitenden Bolzen bestückt ist. Die Bolzen werden durch die Rotation der Scheibe periodisch zwischen zwei feststehenden Elektroden so durchgeführt, dass die dadurch entstehende Funkenstrecke zündet. Durch die weitere Drehung wird der Funke gleichzeitig gekühlt und rasch verlängert, was zum schnellen Löschen führt.

Die folgende Abbildung zeigt ein Beispiel für eine rotierende Funkenstrecke aus dem Modell „TTr2“, das im Kap. 4.2 ab Seite 46 näher erklärt wird.

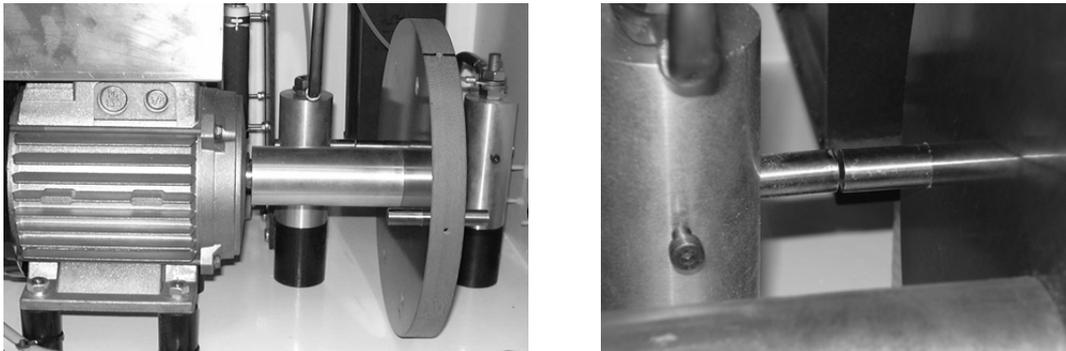


Abb. 3-15: links: rotierende Funkenstrecke des Teslatrafo-Modells „TTr2“ aus Kap. 4.2, rechts: Detail des feststehenden (im Bild links) und des bewegten Bolzens (rechts im Bild)

Ein Teslatrafo-Modell größerer Leistung, das im Technischen Museum in Wien zu bewundern ist, besitzt ebenfalls eine rotierende Funkenstrecke, die im folgenden Bild gezeigt wird:

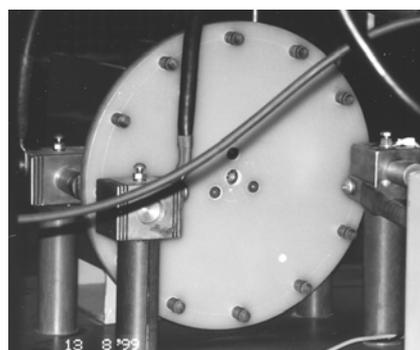


Abb. 3-16: rotierende Funkenstrecke des Tesla-Trafos aus dem Technischen Museum in Wien (siehe auch Abb. 3-18 auf Seite 36)

Diese Bauform ist damit zwar die aufwändigste, hat aber einige Vorteile:

- Beliebig einstellbare Schaltstrecke
- Der Kondensator kann auf höhere Spannungen aufgeladen werden, als der Durchbruchspannung der Schaltstrecke entspricht
- Gute Kühlung durch Rotation
- Gutes Löschverhalten durch Abriss infolge Rotation (Verlängerung des Lichtbogens bzw. Vergrößerung der Bogenspannung bis zum Abriss)
- Durch Abstimmung von Schaltstrecke, Anzahl der Durchschlagsbolzen auf der Drehscheibe, Drehzahl und Vorwiderstand (Ladewiderstand) kann die höchstmögliche Schaltfrequenz relativ einfach erreicht werden.
- Leichtes Wechseln der Elektroden (einfache Wartung)

Nachteile:

- teuer (Motor, evtl. Drehzahlstellung)
- aufwändig

### 3.3.5 Die Kopplung

Die Kopplung bestimmt die Art der energetischen Wechselwirkung zwischen dem Primär- und dem Sekundärsystem und nimmt damit größten Einfluss auf die Höhe der Ausgangsspannung und die Art der Schwingungen, die sich nach einer Anregung durch die Funkenstrecke in beiden Systemen ausbilden.

Stärkere Kopplung führt einerseits dazu, dass der Maximalwert der Sekundärspannung schon bei der ersten (sekundären) Halbwelle auftritt, andererseits ab einem bestimmten Wert zu einem insgesamt geringeren Übersetzungsverhältnis. Dies ist durch den Energierückfluss auf die Primärseite begründet, was schließlich der Grund dafür ist, möglichst niedrige Kopplung anzustreben. Man will also erreichen, dass die einmal auf die Sekundärseite übertragene Energie auch dort bleibt, da jeder Umschwingvorgang mit Verlusten verbunden ist. Außerdem wird dadurch die „freie“ Schwingung des Sekundärsystems behindert.

Natürlich gibt es auch einen sinnvollen Mindestwert, der nicht unterschritten werden sollte, da sonst ein zu großer Teil der Feldenergie durch das Streufeld verloren geht. Die Simulation wird diese Zusammenhänge in übersichtlicher Form verdeutlichen. Siehe dazu Kapitel 4.5.1 auf Seite 67.

In der Praxis strebt man meist Werte zwischen 0,1...0,4 an. Höhere Werte kommen nur bei technischen Teslatransformatoren (z.B. für die Schalterprüfung) zur Anwendung.

Die Kopplung selbst wird am einfachsten durch Messung der Gesamtinduktivität jeweils bei Mit- und bei Gegenkopplung bestimmt. Das Verfahren setzt die Kenntnis der beiden Einzelinduktivitäten voraus und liefert für die resultierende Induktivität zunächst bei Mitkopplung (Fall „a“)

$$L_a = L_1 + L_2 + 2 \cdot M \quad (3.67)$$

$M$  steht dabei für die Gegeninduktivität der einen Spule gegenüber der anderen. Im Fall „b“, der Schaltung der beiden Induktivitäten in Gegenkopplung, liefert die Messung

$$L_b = L_1 + L_2 - 2 \cdot M \quad (3.68)$$

Daraus lässt sich zunächst der Wert für  $M$  berechnen:

$$M = \frac{1}{4} \cdot (L_a - L_b) \quad (3.69)$$

Über die Definition der Kopplung gelangt man schließlich zum Ergebnis:

$$k = \frac{M}{\sqrt{L_1 \cdot L_2}} \quad (3.70)$$

Die Gegeninduktivität kann auch nur aus der Kenntnis aller geometrischen Beziehungen zwischen den beiden Spulen nach [11] (S. 43) berechnet werden. Speziell beim Teslatrafo hat man es oft mit dem Fall zweier koaxialer, nicht konzentrischer Spulen zu tun. Das Verfahren ist recht mühsam, eröffnet aber evtl. die Möglichkeit der softwarebasierten Berechnung bzw. rechnergestützten Dimensionierung.

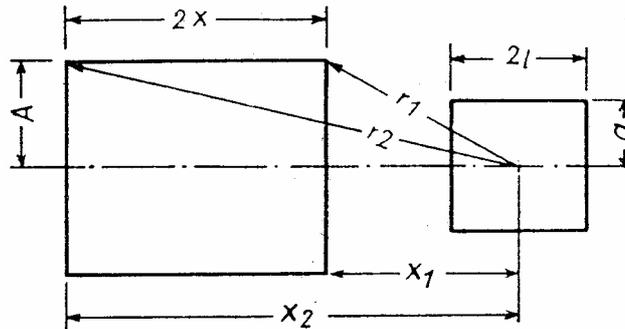


Abb. 3-17: koaxiale, nicht konzentrische Zylinderspulen

$$M_{[\text{NH}]} = \pi^2 \cdot \frac{a^2 \cdot A^2 \cdot n_1 \cdot n_2}{4 \cdot l \cdot x} \cdot (K_1 \cdot k_1 + K_3 \cdot k_3 + K_5 \cdot k_5) \quad (3.71)$$

$$x_1 = D - x; \quad r_1 = \sqrt{x_1^2 + A^2} \quad (3.72)$$

$$x_2 = D + x; \quad r_2 = \sqrt{x_2^2 + A^2} \quad (3.73)$$

$$K_1 = \frac{2}{A^2} \cdot \left( \frac{x_2}{r_2} - \frac{x_1}{r_1} \right); \quad k_1 = 2 \cdot l \quad (3.74)$$

$$K_3 = \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{x_1}{r_1^3} - \frac{x_2}{r_2^3} \right); \quad k_3 = a^2 \cdot l \cdot \left( 3 - \frac{4 \cdot l^2}{a^2} \right) \quad (3.75)$$

$$K_5 = -\frac{A^2}{8} \cdot \left[ \frac{x_1}{r_1^5} \cdot \left( 3 - \frac{4 \cdot x_1^2}{A^2} \right) - \frac{x_2}{r_2^5} \cdot \left( 3 - \frac{4 \cdot x_2^2}{A^2} \right) \right]; \quad k_5 = a^4 \cdot l \cdot \left( \frac{5}{2} - 10 \cdot \frac{l^2}{a^2} + 4 \cdot \frac{l^4}{a^4} \right) \quad (3.76)$$

Darin bedeuten:

- $a$  = kleiner Radius, gemessen von der Spulenachse bis zur Drahtmitte in cm
- $A$  = größerer Radius in cm
- $2l$  = Länge der Spule mit kleinerem Radius in cm
- $2x$  = Länge der Spule mit größerem Radius in cm
- $n_1, n_2$  = Anzahl der Windungen
- $D$  = axialer Abstand der Spulenmitten in cm

### 3.3.6 Die sekundäre Induktivität

Sie wird auch als Teslaspule bezeichnet und ist das Schlüsselement der gesamten Anlage. Im englischen Sprachraum wird sogar der gesamte Teslatrafo nach ihr benannt, da statt der wörtlichen Übersetzung „tesla-transformer“ nur der Begriff „teslacoil“ auftritt.

Durch ihren konstruktiven Aufbau wird gleichzeitig Induktivität, Kapazität und ohmscher Widerstand des Sekundärkreises festgelegt. Damit steht aber auch die Resonanzfrequenz für beide Kreise fest. Man sieht, dass eine praktische Dimensionierung mit der Sekundärspule zu beginnen hat, natürlich im Hinblick auf die geplante Größe, Leistung, Funkenlänge und die zur Verfügung stehenden anderen Komponenten (primärer Kondensator, Funkenstrecke) der gesamten Anlage.

Die Sekundärspule ist praktisch immer eine schlanke, eng und gleichmäßig bewickelte, einlagige Zylinderspule. Durch die große Windungszahl und die dadurch große Länge des Wickeldrahtes wirkt sich hier der ohmsche Widerstand schon stark aus (Dämpfung des Sekundärkreises!), weshalb ein nicht zu dünner Draht verwendet werden sollte.

Bei der wirksamen Kapazität des Sekundärkreises gibt es allerdings einen gewissen Freiheitsgrad. Um die obersten Windungen vor Funkenentladungen und damit vor Beschädigung zu schützen, wird am oberen Ende der Spule meist ein großflächiger metallischer (z.B. aus Aluminium) Toroid<sup>9</sup> angebracht. Dieser bildet eine Äquipotenzialfläche, schirmt die letzten Windungen ab und dient gleichzeitig als Sollentladungsstelle. Durch die dadurch zusätzlich eingebrachte große Oberfläche wird die Erdkapazität des Sekundärkreises aber erheblich nach oben beeinflusst, was sich wiederum verringernd auf die Resonanzfrequenz des Kreises auswirkt. Man kann also mit der Wahl des Toroids auch nachträglich je nach Umgebung die Resonanzfrequenz des Sekundärsystems beeinflussen.

Der Fußpunkt der Sekundärspule muss unbedingt geerdet werden, da es sonst infolge der hohen induzierten Spannung an ihren Enden zu Überschlägen in den Primärkreis kommen kann.

Ein schönes Beispiel für eine große Sekundärspule eines Teslatrafos mittlerer Leistung zeigt die folgende Abbildung. Es handelt sich dabei um das Modell, das seit Herbst 1999 im Technischen Museum in Wien bewundert werden kann.

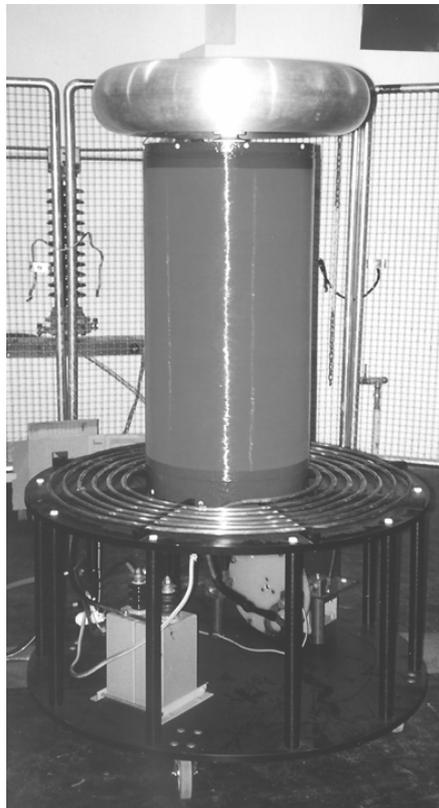


Abb. 3-18: Teslatrafo größerer Bauart aus dem Technischen Museum in Wien (Gesamthöhe etwa 1,90 m) (siehe auch Abb. 3-16 auf Seite 33)

<sup>9</sup> Es werden auch andere Formen verwendet, wie z.B. Kugel, Halbkugel oder Kegel.

Betrachtet man eine Spule konstanter Ganghöhe, die in Luft liegt, also keinen Eisenkern besitzt und auch sonst nicht in ihren magnetischen und kapazitiven Eigenschaften besonders beeinflusst wird, so lassen sich folgende Parameter aufzählen:

$n$	Windungszahl
$g$	Ganghöhe (Mittenabstand zwischen zwei Windungen)
$h$	Spulenhöhe
$2r$	Spulendurchmesser
$l$	Drahtlänge
$\delta$	Drahtdicke
$\varepsilon$	Dielektrizitätskonstante des Spulenkernes
$w$	Wandstärke des Spulenkernes (bei Hohlzylindern)

Weiters ist noch die Dicke und Art der Drahtisolation zu beachten.

Zwischen den einzelnen Parametern bestehen die folgenden Zusammenhänge:

$$h = (n - 1) \cdot g \quad (3.77)$$

$$l = 2 \cdot r \cdot \pi \cdot n \quad (3.78)$$

Nach dem Ähnlichkeitsgesetz muss nun die Wellenlänge im Verhältnis der Drahtlänge wachsen, wenn  $n = \text{konstant}$  bleibt und  $h, r, l$  und  $g$  im gleichen Verhältnis wachsen. Daher muss also gelten:

$$\frac{1}{2} \lambda = l \cdot f(n, h/2r, g/\delta, \varepsilon) \quad (3.79)$$

- Zur Abhängigkeit von der Windungszahl  $n$ :

$$\frac{\lambda}{2 \cdot l} = f(\dots)$$

hängt am stärksten von  $h/2r$  ab. Durch verschiedene Messungen wurde nachgewiesen, dass bei konstanter Drahtlänge die Eigenperiode der Spule von der Windungszahl unabhängig ist. Es lässt sich also ansetzen:

$$\frac{1}{2} \lambda = l \cdot f(h/2r, g/\delta, \varepsilon)$$

- Zur Abhängigkeit von  $g/\delta$ :

Für kurze, weite Spulen hängt  $f$  sehr stark von  $g/\delta$  ab, der Einfluss wird aber bei steigendem  $h/2r$  kleiner. Für ein größeres Verhältnis  $h/2r$  als 0,6 beträgt die Änderung schon weniger als 1 %.

- Spulen auf Hohlkernen (Röhren):

Bei solchen Spulen ist außer den Verhältnissen  $h/2r$  und  $g/\delta$  auch das Verhältnis von Wandstärke zu Radius zu beachten. Versuche ergaben, dass für wachsendes  $h/2r$  bei  $w/r = \text{konst.}$  sich Spulen auf Röhren umso mehr Spulen ohne festem Kern nähern, und zwar umso eher, je kleiner  $w/r$  und die Dielektrizitätskonstante des Röhrenmaterials sind.

Der Wert der Induktivität  $L$  kann wie bei der Primärspule nach Gl. (3.64) berechnet werden. Da die Sekundärspule in Bezug auf ihre Abmessungen der Idealform einer langen, schlanken Zylinderspule meist ähnlich ist, steht als grobe Näherung natürlich auch die konventionelle Formel

$$L = \mu_0 \cdot \frac{N^2 \cdot A}{l} \quad (3.80)$$

zur Verfügung. Hierbei steht  $N$  für die Windungszahl,  $A$  für die radiale Querschnittsfläche der Spule und  $l$  für die Länge bzw. Höhe der Spule.

### 3.3.7 Die sekundäre Kapazität

Die Kapazität auf der Sekundärseite des Teslatrafos setzt sich aus der Eigen- und der Erdkapazität der Sekundärspule zusammen. Will man die beiden Größen nicht nur getrennt, sondern auch exakt ermitteln, merkt man schnell, dass man hier auf grundsätzliche Probleme stößt.

Dazu schreibt J. Wallot in [9]:

Die Kapazitätswirkung einer in einen Hochfrequenzkreis eingeschalteten Spule ist in den meisten Fällen überhaupt keine Eigentümlichkeit der Spule selbst, sondern hängt im Wesentlichen von ihrer zufälligen Lage relativ zu andern Leitern und Dielektriken ab. Die Spulenkapazität ist aber meist nur zum kleinsten Teile „Eigenkapazität“, in der Hauptsache nichts weiter als „Erdkapazität“. [...] Die Ganghöhe und die Drahtdicke sind für die Erdkapazität so gut wie überhaupt nicht maßgebend; nur die Spulendicke und –länge, also ihr größter äußerer Umriss spielen eine Rolle.

Erst wenn man die Erdkapazität eigens – durch besondere Hilfsmittel – ausschaltet, wird die Eigenkapazität im Allgemeinen merkbar. Auch sie aber hängt in erster Näherung nur von dem äußeren Umriss der Spule und, was nicht vergessen werden darf, von der Potentialverteilung, also von der Art ihrer Beanspruchung ab. Auf den Abstand der einzelnen Windungen voneinander, also gerade auf den Punkt, an den wohl jeder denkt, wenn er zum ersten Male von Spulenkapazität hört, kommt es praktisch überhaupt nicht an.

[...] Der Faktor  $N-1$  im Nenner der Kellerschen Formel {siehe [8]} rührt davon her, dass ihr Urheber die einzelnen Windungen einer Spule als lauter kleine hintereinander geschaltete Kondensatoren auffasst. So einleuchtend dieser Vergleich auf den ersten Blick erscheinen mag, so erhebliche Bedenken erweckt er bei näherer Prüfung.

[...] Trotzdem ist die Arbeit von Keller {siehe [8]} – gleich der seines Vorgängers Rietz {siehe [7]} – ein wertvoller Beitrag zur Aufklärung des Begriffs der Spulenkapazität. Denn aus beiden Abhandlungen geht hervor, dass die Kapazität mehrlagiger Spulen nicht sehr verschieden ist von der Kapazität ebenso langer und dicker ineinander gesteckter Zylinder; auch sie zeigen also, dass es auf die feineren Einzelheiten des Spulenbaus im wesentlichen *nicht* ankommt.

Diese Ausführungen verunsichern einigermaßen, erinnern aber daran, dass man sich nicht blindlings auf bestimmte Formeln verlassen darf, sondern immer alle fassbaren Randbedingungen ins Kalkül ziehen muss. Dies ist aber ohnehin die wichtigste Erkenntnis im Rahmen eines Studiums.

Messungen haben jedenfalls gezeigt, dass der Wert der Kapazität  $C_2$  unterhalb der Grenzfrequenz der Spule tatsächlich stark vom Umfeld abhängt und daher offensichtlich von der Erdkapazität dominiert wird. Erst bei höheren Frequenzen wirken sich die Details des Aufbaus der Spule aus.

Die folgende Formel (3.81) ist eine zugeschnittene Zahlenwertgleichung (siehe [11], Seiten 51-53), mit der die Eigenkapazität einer einzelnen einlagigen Zylinderspule näherungsweise berechnet werden

kann. Darin bedeuten  $D$  den mittleren Durchmesser der Spule,  $d$  den Drahtdurchmesser und  $s$  die Ganghöhe<sup>10</sup> der Spule.

$$C_0 \text{ [pF]} = \frac{\pi \cdot D \text{ [cm]}}{3,6 \cdot \operatorname{arcosh} \left( \frac{s \text{ [mm]}}{d \text{ [mm]}} \right)} \quad (3.81)$$

Das Verhältnis  $s/d$  im Nenner obiger Näherungsformel kann neben dem Maß, wie dicht die Spule gewickelt ist auch als die relative Länge der Spule interpretiert werden<sup>11</sup>, was wiederum die Meinung Wallots bestätigt, dass nur der äußere Umriss relevant ist. Nach Gl. (3.81) ist die Eigenkapazität annähernd proportional dem Spulendurchmesser und verringert sich etwas mit zunehmender Spulenlänge.

### 3.3.8 Weitere wesentliche Elemente

#### 3.3.8.1 Der Torus

Er dient zum Abschirmen der obersten Windungen der Sekundärspule und hat durch seine große Oberfläche starken Einfluss auf die Erdkapazität des Sekundärkreises.

Die folgende Abb. 3-19 liefert für Teslatrafos größerer Leistung in Abhängigkeit des Toroid-Durchmessers  $d$  eine Möglichkeit zur Abschätzung des zusätzlichen Kapazitäts-Beitrags zur Sekundärkapazität, wobei das Verhältnis von  $d/a$  mit etwa 5 vorausgesetzt wird. Der Einfluss ist so dominant, dass dieser Wert der Kapazität mit einem Zuschlag von 30 bis 50 % oft als genäherte Gesamtkapazität des Sekundärkreises gewählt wird.

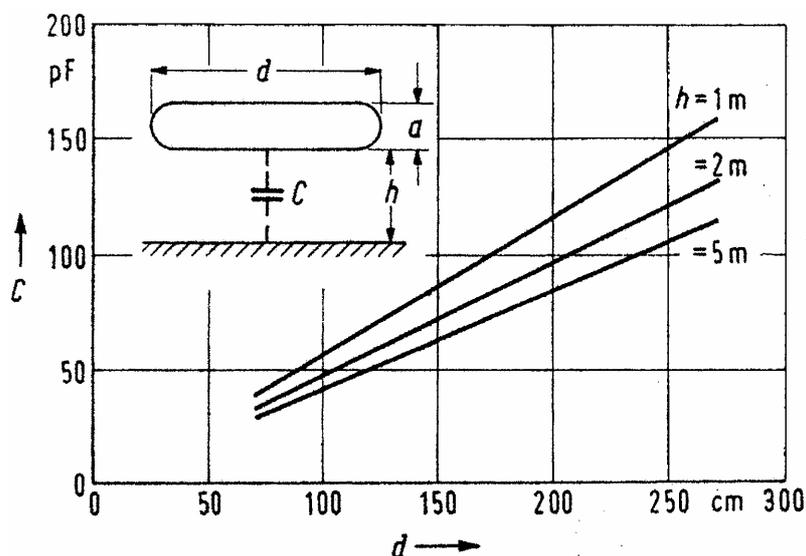


Abb. 3-19: Kapazitiver Einfluss des Toroids

<sup>10</sup> Die Ganghöhe  $s$  (manchmal auch mit  $g$  bezeichnet) ist der Mittenabstand zwischen zwei Windungen und ist daher gemeinsam mit dem Drahtdurchmesser  $d$  ein Maß dafür, wie dicht die Spule gewickelt ist.

<sup>11</sup> Da die Windungszahl und der Drahtdurchmesser  $d$  für die Formel als konstant gilt, verändert das Verhältnis  $s/d$  die vertikale Ausdehnung der Wicklung.

### **3.3.8.2 Die Schutzfunkenstrecke**

Sie dient dem Schutz des Speisetransformators vor Spannungsspitzen und wird praktisch parallel zur Sekundärseite des Speisetrafos geschaltet. Ihre Anwendung ist vor allem bei Teslatransformatoren größerer Bauart, d.h. größerer Leistung sinnvoll bzw. notwendig.

### **3.3.8.3 Der primäre Vorwiderstand**

Wie aus den Unterschieden zwischen TTr1 und TTr2 zu ersehen, gibt es verschiedene Möglichkeiten, den Primärkondensator und die Funkenstrecke mit der Anspeisung zu verbinden. Den Varianten ist jedenfalls gemeinsam, dass der Kondensator von der Versorgungsspannung über einen Vorwiderstand aufgeladen wird. Damit bestimmt dieser vor allem die Geschwindigkeit des Ladevorgangs und hat damit wesentlichen Einfluss auf die Anzahl von Schaltvorgängen pro Halbwelle.

Er darf aber nicht zu niederohmig gewählt werden, da sonst einerseits der Speisetrafo zu stark belastet werden könnte und andererseits in Abhängigkeit der Schaltung die Funkenstrecke evtl. nicht mehr löscht, da sie nach einmaliger Zündung direkt über den Vorwiderstand von der Anspeisung mit Strom versorgt wird (zumindest bis zum Ende der aktuellen Halbwelle der Versorgungsspannung).

### **3.3.8.4 Filterschaltungen**

Um das versorgende Wechselspannungsnetz nicht mit gefährlichen Spannungs- und Stromspitzen im Sinne von Netzrückwirkungen zu belasten, werden (meist auf der Primärseite des Speisetrafos) Tiefpassfilter in die Zuleitungen des Teslatrafos geschaltet. Näheres siehe Kap. 5.3.

## **3.4 Möglichkeiten der Optimierung im Betrieb**

Eine echte Feinabstimmung der beiden Schwingkreis-Resonanzfrequenzen bzw. der gewünschten Eigenschaften des Teslatransformators kann wegen der starken Beteiligung der Umgebungsbedingungen praktisch nur im Betrieb erfolgen. Dafür muss es aber entsprechende Möglichkeiten geben, die Parameter entsprechend einzustellen. In diesem Kapitel sollen einige Möglichkeiten dafür gezeigt werden.

### **3.4.1 Variable Funkenstrecke**

Da die Ansprechspannung der Funkenstrecke die maximale Ladespannung des Primärkondensators bestimmt, hat sie maßgeblichen Einfluss auf die maximal erreichbare Spannung auf der Sekundärseite. Mit einer Funkenstrecke, deren Durchbruchspannung einstellbar ist, ließe sich im Betrieb die Sekundärspannung steuern.

Für praktische Zwecke wird sich der Aufwand jedoch kaum lohnen, da man durch die Spannungsfestigkeit des Primärkondensators nach oben eingeschränkt ist und man den Teslatrafo im Normalfall ohnehin auf die höchstmögliche Spannung dimensioniert. Allerdings kann es für Lehrzwecke interessant sein, den Effekt der veränderlichen Durchbruchspannung zu beobachten.

Die Realisierung kann beispielsweise mit Rollen aus einem großen Kugellager, die auf einem biegsamen Untergrund befestigt sind, erfolgen. Infolge der Durchbiegung lassen sich der Abstand und damit die Ansprechspannung der gesamten Funkenstrecke verändern.

Die folgende Abbildung zeigt eine Prinzipskizze einer solchen Funkenstrecke:

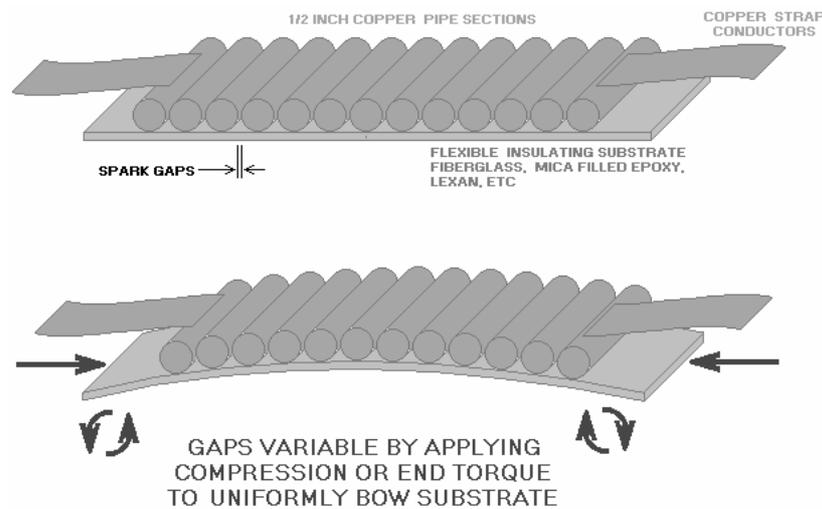


Abb. 3-20: Prinzipskizze einer variablen Funkenstrecke (Quelle: [54])

### 3.4.2 Variable Kopplung

Wie in weiterer Folge durch die Simulation im Kapitel 4.5.1 (Seite 67) gezeigt wird, hat die Kopplung Einfluss auf die Höhe der Sekundärspannung. Erreicht man also konstruktiv eine Änderung der Kopplung, etwa durch Variation des axialen Abstands zwischen den beiden Spulen bei Verwendung einer Primärspule, die einem umgekehrten Kegelstumpf gleicht (d.h. trichterförmig), kann man im Betrieb den Einfluss auf die Funkenlänge beobachten. Die folgende Grafik verdeutlicht das Prinzip:

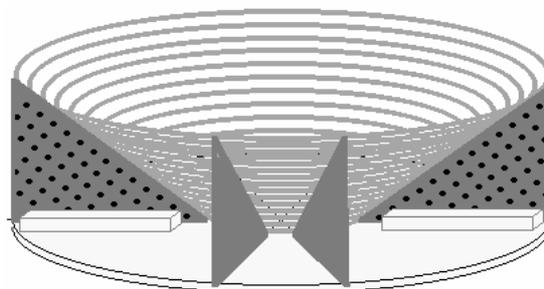


Abb. 3-21: trichterförmige Primärwicklung mit seitlich verschiebbaren „Hebekeilen“, um die Kopplung im Betrieb zu verändern (Quelle: [54])

### 3.4.3 Variable Kondensatoren

So einfach es mit dieser Möglichkeit wäre, die Resonanzbedingung für beide Kreise zu erfüllen, so schwierig ist sie zu realisieren. Durch die hohe Spannungsbelastung müssen ohnehin schon spezielle Kondensatoren verwendet werden. Diese dann auch noch stellbar zu machen, ist technologisch kaum möglich. Es ist allerdings denkbar, z.B. durch Parallelschalten zusätzlicher Kondensatoren eine Erhöhung der primären Gesamtkapazität zu erreichen, was natürlich nur in Stufen möglich ist.

# 4 Modellierung des Teslatrafos mit PSpice

## 4.1 Einleitung

Simulation spart Zeit und Geld, vor allem bei Optimierungs- oder Analyseaufgaben. In vielen Fällen werden keine teuren Messgeräte benötigt, oder die interessierende Größe ist einer Messung gar nicht zugänglich. Zentrales Problem ist, das für den jeweiligen Anwendungsfall einfachste, aber hinreichende Modell zu finden. Im besten Fall erspart man sich z.B. den Bau von Prototypen bei der Entwicklung von Anlagen. Vor allem aber werden – beeinflussungsfrei! – „Messungen“ an Teilen der Anlage möglich, die dafür in der Realität gar nicht zugänglich sind.

Simulationsprogramme gibt es für unterschiedlichste Anwendungen. Ein äußerst vielseitiges Paket, das aus der Elektronik bzw. Schaltungstechnik kommt, ist „PSpice“. Begonnen hat alles mit dem Programm „SPICE“<sup>12</sup>, das von der Universität Berkeley, Kalifornien, Mitte der 70er-Jahre entwickelt wurde. Bald danach veröffentlichten viele Firmen kommerzielle Versionen von SPICE, so z.B. 1985 die Firma „MicroSim“ das Programmpaket „PSpice“. Die Firma „OrCAD“ hat dann 1998 „MicroSim“ aufgekauft und die Simulationssoftware um einen eigenen Schaltungsektor namens „Capture“ erweitert. Im Jahre 1999 wurde schließlich „OrCAD“ von der Firma „Cadence Design Systems, Inc.“ gekauft.

Mittlerweile ist PSpice die weltweit bekannteste Windows-Version von SPICE und kann z.B. für Studenten als „Evaluationsversion“ sogar kostenlos aus dem Internet heruntergeladen werden<sup>13</sup>, allerdings mit einigen schmerzhaften Einschränkungen:

- die Schaltung darf nur aus insgesamt 50 Bauteilen bestehen
- es dürfen nur maximal 10 Transistoren verwendet werden
- es sind nur zwei Thyristoren erlaubt (in einfachen Schaltungen: drei Thyristoren)
- in der Schaltung dürfen nur bis zu drei Operationsverstärker vorkommen
- die Evaluationsversion hat nur eine sehr kleine Bauteilbibliothek (die Vollversion bietet weit über 10.000 Elemente)

PSpice ist grundsätzlich für elektronische Schaltungen gedacht. Allerdings lassen sich mit einigen Tricks auch Hochspannungs- und/oder Hochstrom-Anlagen, oder sogar mechanische Systeme simulieren, was letztlich zum großen Erfolg des Softwarepaketes geführt hat.

Bei der Simulation können im Zuge z.B. einer Transientenanalyse Probleme auftreten. Da für die Ermittlung der Strom- und Spannungsverteilung die bestimmenden System-Gleichungen iterativ gelöst werden, geraten die verwendeten mathematischen Verfahren (PSpice bedient sich des Newton-Raphson-Verfahrens) durch bestimmte Unstetigkeitsstellen an ihre Grenzen. Schnell schaltende Komponenten (im einfachsten Fall ein Schalter, der z.B. in Abhängigkeit einer bestimmten Spannung schaltet), oder Elemente mit steiler, nichtlinearer Kennlinie (z.B. Dioden, Thyristoren) verursachen leicht eine nicht konvergierende Lösung bei der iterativen Durchrechnung des Modells durch das Simulationsprogramm. Das weiter unten folgende Kapitel 4.1.3 präsentiert Maßnahmen, um diesen Konvergenzproblemen beizukommen.

---

<sup>12</sup> Simulation Program with Integrated Circuit Emphasis

<sup>13</sup> z.B. unter <http://www.electronics-lab.com/downloads/schematic/013/>

### 4.1.1 Bestimmen des Modells

Um ein brauchbares Modell zu finden, muss gut überlegt werden, welche Elemente maßgeblich am Verhalten der gesamten Anlage beteiligt sind. Durch entsprechende Messungen werden die Kenngrößen der einzelnen Elemente ermittelt und diese durch möglichst wenige, konzentrierte Bauteile dargestellt. Die so gebildete Ersatzschaltung kann dann meist einfach durch ausgewählte Eingangssignale an ihre Gültigkeitsgrenzen herangeführt werden, um das gewählte Modell auf seine Anwendbarkeit zu überprüfen.

Die Simulation wird zeigen, dass die charakteristischen Eigenschaften (Anzahl von Funkenstrecken-Entladungen, Resonanzfrequenz(en), Höhe der sekundären Ausgangsspannung, Spannungsbeanspruchung der beteiligten Bauteile) durch einige wenige konzentrierte Bauelemente gut modellierbar sind.

### 4.1.2 Verteile Bauelemente

PSpice arbeitet nur mit konzentrierten Bauelementen. Damit müssen für verteilte Bauelemente eigene Modelle gefunden werden, die die relevanten Einflüsse der „Verteilung“ charakteristisch darstellen. Meist wird dies mit Kettenleitermodellen realisiert, die je nach gewünschter Genauigkeit aus mehr oder weniger Einzelgliedern bestehen müssen.

Die Sekundärspule des Teslatrafos stellt wegen der hohen auftretenden Frequenzen (einige hundert Kilohertz) und der großen Drahtlänge unter diesen Umständen ein verteiltes Bauelement dar. Die Simulation zeigt aber, dass es für praktische Zwecke völlig ausreicht, diese durch eine (konzentrierte) Induktivität zu ersetzen – solange man sich nicht für die Spannungsverteilung entlang des Drahtes interessiert. In diesem Fall stünde die Wellenausbreitung bzw. die Strom- und Spannungsverteilung im Vordergrund des Interesses, wodurch die Spule wie oben erwähnt durch einen Kettenleiter dargestellt werden muss.

Die Relevanz lässt sich wie folgt abschätzen. In der Praxis ist man vor allem an der Optimierung der Höhe der Ausgangsspannung am oberen Spulenende (am Toroid) interessiert. Wie schon im Kapitel 3.3.6 erwähnt, soll die Drahtlänge der Sekundärspule einem Viertel der Wellenlänge der Resonanzfrequenz entsprechen, damit sich entlang der Wicklung stehende Wellen ausbreiten können. Dadurch tritt der Maximalwert der Sekundärspannung genau am oberen Ende der Spule auf. Geht man also von annähernd gleich bleibender Resonanzfrequenz aus, so wird auch die räumliche Verteilung der Sekundärspannung annähernd unabhängig von der Variation mancher Modellparameter bleiben. Auch eine differenziertere Modellierung der auftretenden Streukapazitäten durch ein Kettenleitermodell lohnt kaum, da bei den betrachteten Frequenzen die Erdkapazität dominiert. Diese ist aber von der Umgebung sehr stark abhängig, was ohnehin nur pauschal berücksichtigt werden kann. Ein Kettenleitermodell ist damit nur für die Betrachtung weit höherer Frequenzen sinnvoll, bei denen die Feinheiten der Wicklung und die Eigenkapazität der Spule deutlicher werden.

Unter den genannten Voraussetzungen ist die Vernachlässigung von Wellenausbreitungseffekten gerechtfertigt, was die einfache Modellierung der Sekundärspule – unter Beibehaltung der Gültigkeit des Modells – ermöglicht.

### 4.1.3 Performance-Analyse, Goal-Functions

Bei einer Parameter – Analyse, unter PSpice „Parametric Sweep“ genannt, wird ein wählbarer Systemparameter innerhalb eines Intervalls in diskreten Schritten durchlaufen und für jeden einzelnen Wert der Verlauf der gesuchten Ausgangsgröße dargestellt. Dies führt daher auf eine ganze Schar von Kurven, was eine übersichtliche Analyse erschwert.

Hier tritt unter PSpice die sog. „Performance-Analyse“ auf den Plan. Auf jede einzelne Kurve aus der ganzen Schar wird eine bestimmte Funktion angewendet, die in der Kurve einen charakteristischen Wert sucht. Diese Funktion ist frei wählbar und nennt sich „Goal-Function“. Mit ihr kann z.B. der

Maximalwert der Kurve, oder das  $n$ -te Auftreten eines bestimmten Wertes der Ausgangsgröße bestimmt werden. Alle auf diese Weise ermittelten Werte werden dann im Rahmen der Performance-Analyse in einem Diagramm über dem Wert des variierten Systemparameters dargestellt, was in dieser Weise von unschätzbarem Wert für die Analyse eines Systems ist.

#### 4.1.4 Grundsätzliche Probleme bei der Simulation

PSpice kann über bestimmte Optionen an spezielle Anforderungen angepasst werden, obwohl dies durch die optimale Voreinstellung kaum nötig ist. Durch das breite Anwendungsspektrum des Softwarepaketes können aber für Sonderfälle (z.B. sehr hohe Spannungen, sehr hohe Ströme, sehr hohe zeitliche Änderungsraten, Unstetigkeitsstellen) Änderungen nötig werden. Manchmal müssen aber sogar zusätzliche Bauteile zum Modell hinzugefügt werden, um beispielsweise besonders hartnäckige Unstetigkeitsstellen entsprechend zu glätten, oder um das Modell „realer“ zu machen.

Aus dem Internet kann eine sehr ausführliche und hilfreiche Dokumentation mit dem Titel „Convergence Guide“ heruntergeladen werden<sup>14</sup> (siehe [74]), in der Tipps zu nahezu allen Fehlern und Konvergenzproblemen in PSpice gegeben werden. Hier folgt eine Zusammenfassung der daraus entnommenen Ratschläge im Zusammenhang mit der Simulation des Teslatrafos, insbesondere der Funkenstrecke. Zum besseren Verständnis der auftretenden Schwierigkeiten soll das von PSpice verwendete Näherungsverfahren kurz beleuchtet werden.

##### 4.1.4.1 Das Newton-Raphson-Verfahren

Bei einer Transientenanalyse muss PSpice zahlreiche nichtlineare Gleichungen lösen, die das Verhalten der Schaltung beschreiben. Dafür kommt das Newton-Raphson-Verfahren (Newton Verfahren) zum Einsatz, das die Lösung iterativ nach folgendem Algorithmus bestimmt:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)} \quad (4.1)$$

Das Verfahren wird abgebrochen, wenn die Differenz zweier aufeinander folgenden Werte hinreichend klein geworden ist.

Die Lösung, gleichbedeutend mit der Nullstelle der Funktion, kann damit nur dann gefunden werden, wenn die folgenden Voraussetzungen erfüllt sind:

- Die Gleichung muss (mindestens) eine Lösung haben.
- Ein Näherungswert für die Lösung muss als Startwert bekannt sein und dieser muss hinreichend nahe an der Endlösung liegen.
- Die Gleichung muss stetig sein.
- Die erste Ableitung der Gleichung muss existieren.

Für reale, physikalische Systeme bzw. Schaltungen sind diese Bedingungen i. Allg. erfüllt. Das Problem ergibt sich vielmehr durch die endliche Genauigkeit und den begrenzten Zahlenbereich, mit dem PSpice – bedingt durch das Computersystem – arbeitet. Damit ergeben sich nämlich folgende Einschränkungen:

- Der Zahlenwert von Spannungen und Strömen ist auf  $\pm 10^{10}$  beschränkt.
- Der Zahlenwert von Ableitungen ist beschränkt auf  $10^{14}$ .
- PSpice arbeitet mit „Double Precision“ - Arithmetik und 15 Bit Genauigkeit.

Damit wird klar, welche Komponenten einer Schaltung vor allem Probleme verursachen können:

<sup>14</sup> [http://www.orcad.com/documents/community.an/pspice/PSpice\\_Convergence.pdf](http://www.orcad.com/documents/community.an/pspice/PSpice_Convergence.pdf)

- Bauteile mit nichtlinearer, besonders steiler Kennlinie (Ableitung übersteigt Grenze)
- Schnell bzw. „plötzlich“ schaltende Komponenten (Unstetigkeit)

Bei der Simulation des Teslatransformators werden die oben genannten Schwierigkeiten praktisch nur durch das Modell der Funkenstrecke verursacht, weil dabei gesteuerte Schalter sowie Z-Dioden, also Bauteile mit stark nichtlinearer Kennlinie zum Einsatz kommen. Allerdings bekommt man diese Schwierigkeiten meist leicht in den Griff. Dafür gibt es folgende Möglichkeiten:

#### **4.1.4.2 Optimierung der relevanten PSpice-Parameter**

Gesteuerte Schalter verursachen an ihrem Ausgang Signaländerungen mit steilen Flanken. Kann PSpice keine konvergente Lösung ermitteln, so beginnt es das Verfahren erneut mit verkleinerter Schrittweite. Dieser Vorgang wiederholt sich solange, bis entweder eine Lösung gefunden wurde, oder die Schrittweite den minimal erlaubten Wert erreicht hat. In diesem Fall wird die Simulation mit einem Fehler („failed to converge“) abgebrochen.

In solchen Fällen werden bestimmte Änderungen an den PSpice-Parametern – speziell für die Transienten-Analyse – empfohlen. Alle im Folgenden angeführten Parameter findet man unter Schematics im Menü „Analysis“ unter „Setup...“ => „Options...“.

- ABSTOL auf 1n (bis zu 1u) setzen
- RELTOL auf 0.01 setzen, danach - wenn möglich - für bessere Genauigkeit auf 0.001 setzen
- VNTOL acht Größenordnungen kleiner als die größten vorkommenden Spannungen wählen (z.B. höchste Spannung 100 kV => VNTOL = 1M [= 0.001])
- GMIN zwischen 1n und 10n einstellen
- ITL1 auf 400 setzen (erhöht für die Ermittlung des Bias-Points die Anzahl von DC-Iterationen, bevor PSpice aufgibt)
- ITL4 auf maximal 100 setzen (erhöht die Anzahl von Transienten-Iterationen bevor PSpice aufgibt)

#### **4.1.4.3 Ändern/Hinzufügen von Bauteilen**

Lassen sich die Schwierigkeiten nicht wie oben beschrieben vollständig beseitigen, müssen die Parameter der verwendeten Bauteile und die Schaltung selbst hinterfragt werden. Es ist nämlich leider sehr einfach, physikalisch unrealistische Schaltungen zu bilden, die gerade deshalb nicht simulierbar sind. Meist genügt die grobe Berücksichtigung der nichtidealen Eigenschaften von Schaltungselementen, was auch durch das Hinzufügen von geeigneten Bauteilen erreicht werden kann.

- Verlustgrößen der Bauteile sinnvoll wählen
- Einfügen zusätzlicher Bauelemente, um die Flanke etwas zu glätten (RC- oder RLC-Glied)

In PSpice können auch die höchst zulässigen Werte für Spannungen und Ströme angepasst werden, was in manchen Fällen nötig werden kann.

## 4.2 Modellierung der Komponenten

### 4.2.1 Vorbemerkungen

Im Rahmen dieser Diplomarbeit standen für die Modellierung mit PSpice zwei Teslatransformatoren zur Verfügung, die hier kurz beschrieben werden sollen.

Der eine ist von etwas älterer Bauart und stammt aus dem ehemaligen Elektropathologischen Museum in Wien. Der Vorteil dieses Modells ist seine äußerst transparente, großzügige Bauweise. Er wurde speziell für Vorführungen im Museum mit seinen Einzelteilen sehr übersichtlich auf ein großes Holzgestell montiert, was für Messungen von großem Vorteil war. Er besitzt eine Löschfunkenstrecke mit einer Nenn-Durchbruchspannung von 10 kV, wie aus einer Diplomarbeit von 1982 zu ersehen ist (siehe [15], S. 78 und S. 84). Dieser Teslatrafo soll im Folgenden mit „TTr1“ bezeichnet werden, liefert etwa 10 - 30 cm lange Funkenentladungen und ist in der folgenden Abbildung dargestellt.

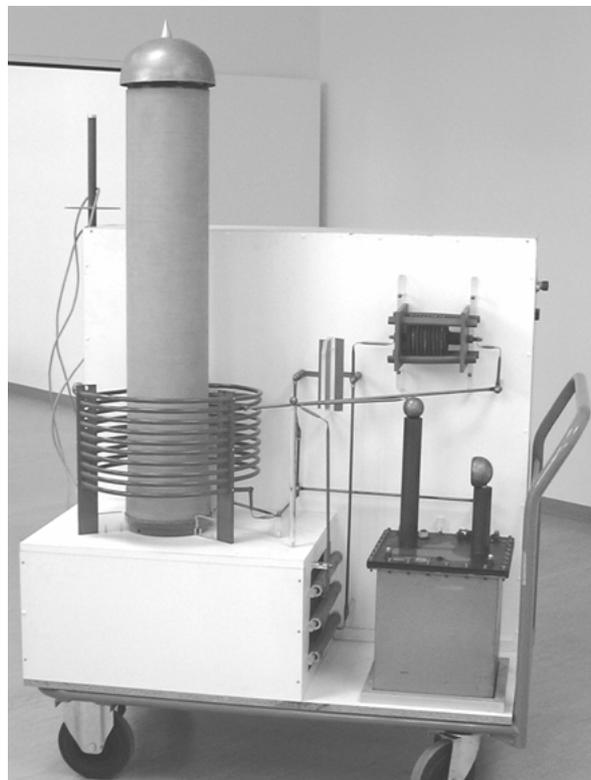


Abb. 4-1: Der Teslatrafo aus dem ehemaligen „Elektropathologischen Museum“

Der zweite Teslatrafo wurde für zukünftige Laborübungen aufgrund der professionellen, modernen und kompakten Bauweise über eine englische Firma namens HVFX gekauft. Diese hat sich darauf spezialisiert, mit ihren Teslatransformatoren unterschiedlichster Baugrößen spezielle Entladungseffekte, z.B. für die Filmindustrie oder für andere Vorführungen, zu erzeugen. Außerdem kann man von ihnen auch kleinere Geräte – wie das vorliegende – käuflich erwerben. Das für das Institut gekaufte Modell heißt „SG-5“, liefert etwa 70 - 100 cm Funkenlänge und soll im Folgenden mit „TTr2“ bezeichnet werden. Das folgende Bild zeigt das Modell:

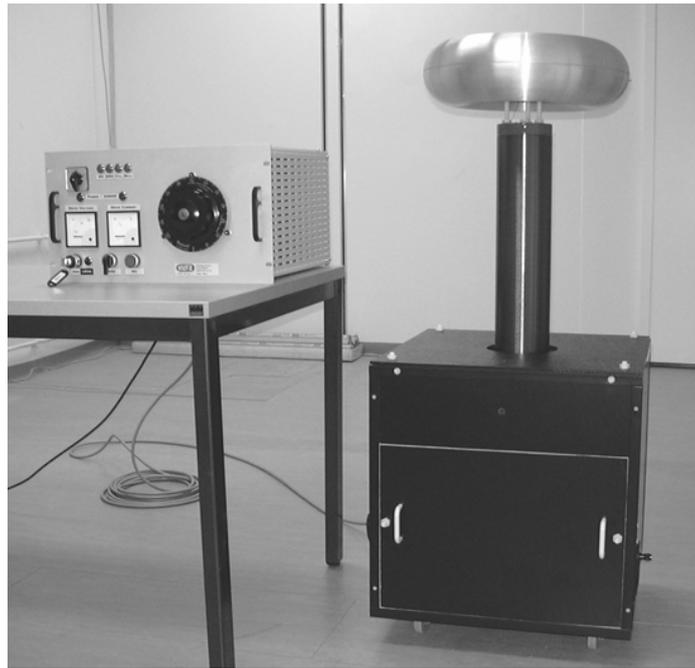


Abb. 4-2: Der „neue“ Teslatrafo SG-5 (mit absperbarer Steuereinheit); hier als „TTr2“ bezeichnet.

#### 4.2.2 Konzept

Das Ziel dieser Simulationen ist, herauszufinden, welcher Art der Einfluss von Variationen der wesentlichen Parameter des Teslatransformators auf die Höhe der Ausgangsspannung und die übertragene Energie ist.

Zunächst wird vom einfachsten Modell des Teslatransformators ausgegangen. Das bedeutet:

- Der anspeisende Hochspannungstrafo wird durch eine *ideale Sinus-Spannungsquelle* dargestellt.
- Der primäre Vor- bzw. Ladewiderstand wird durch einen *idealen ohmschen Widerstand* ersetzt.
- Der Primärkondensator wird als *ideale Kapazität* modelliert.
- Die Primärspule wird durch ihr *vereinfachtes Ersatzschaltbild*, bestehend aus der *Serienschaltung eines ohmschen Widerstandes und einer idealen Induktivität*, ersetzt. Kapazitive Effekte werden gegenüber der Primärkapazität vernachlässigt, was durch die geringe Windungszahl und die hohe Ganghöhe der Spule ohnehin gerechtfertigt erscheint.
- Die Sekundärspule wird durch ein Ersatzschaltbild modelliert, das bis zur *untersten Grenzfrequenz* ausreichend genau ist. Dieses besteht aus der *Serienschaltung eines ohmschen Widerstands mit einer idealen Induktivität*, dazu *parallel eine Kapazität*, die alle beteiligten kapazitiven Effekte (Eigen- und Erdkapazität) berücksichtigt. Um auch eventuelle Ableitungsverluste<sup>15</sup> und die Belastung des Sekundärsystems bei (Funken- bzw. Büschel-) Entladung zu berücksichtigen, wird der Anordnung ein *weiterer ohmscher Widerstand parallelgeschaltet*.

Einziges Problem ist die (primärseitige) *Funkenstrecke*, für die kein konzentriertes Bauteil in PSpice existiert. Es ist vor allem zu klären, welche charakteristischen Parameter dafür zu modellieren sind.

<sup>15</sup> Eine Berücksichtigung von Ableitungsverlusten an der Sekundärwicklung kann im Allgemeinen dann unterbleiben, wenn man als Drahtisolation die heutzutage zur Verfügung stehenden hochisolierenden Kunststoffe verwendet. Siehe dazu [13] (S. 5).

Von vorrangigem Interesse sind:

- die Anzahl von Zündvorgängen pro Halbwelle,
- die Dauer bis zur Löschung und
- die (zusätzliche) Dämpfung, die durch die Funkenstrecke im Primärkreis verursacht wird.

Damit müssen die folgenden Parameter der Funkenstrecke modelliert werden:

- die Durchbruch- bzw. Zündspannung
- die Trägheit der Funkenstrecke (Ionisierungszeit, Freiwerdezeit)
- die Bogenspannung in der niederohmigen Phase des Lichtbogens
- der Lichtbogenwiderstand bzw. der wirksame ohmsche Widerstand im leitenden Zustand der Funkenstrecke
- der Haltestrom, bei dessen Unterschreitung der Lichtbogen verlöscht
- die Kapazität der Funkenstrecke (im nicht leitenden Zustand)

Die meisten dieser Werte können empirisch bestimmt werden. Die Simulation wird zeigen, dass die nichtidealen Schalteigenschaften der Funkenstrecke zwar berücksichtigt werden müssen, jedoch nur in manchen Fällen das Ergebnis maßgeblich beeinflussen.

Es muss also eine Möglichkeit gefunden werden, ab der Ansprech- bzw. Zündspannung mittels *Bedingungs-Element* einen *Schalter* zu betätigen, der vergleichbare Eigenschaften wie eine Funkenstrecke im leitenden Zustand hat. Um die Bogenspannung für beide Polaritäten nachzubilden, bietet sich die Verwendung von *zwei Z-Dioden* an, die in Gegenserie zueinander geschaltet werden. Um den Haltestrom als Variable im Betrieb abfragen zu können, wird eine „*Mess*“ - *Spannungsquelle* mit Spannung 0 V verwendet, da der Strom durch diese jederzeit als interne Variable zur Verfügung steht. Die Trägheit kann in der *Ansteuerung* des Schalters durch Verwendung eines *RC-Gliedes* modelliert werden. Näheres siehe im Kapitel 4.2.6.

Nachdem das Konzept für die Erstellung des Modells damit feststeht, folgt nun die Dimensionierung der einzelnen Komponenten. Da zum Zeitpunkt dieser Diplomarbeit die beiden Hochspannungslaboratorien des Elektrotechnischen Instituts wegen der Generalsanierung des Gebäudes nicht zur Verfügung standen, konnten einige Messungen nicht durchgeführt werden. Dies betrifft z.B. die meisten Messungen am Teslatransformator während des Betriebs. Somit mussten die Parameter der Funkenstrecke aus Erfahrung, durch Abschätzung oder aus anderen Quellen gewonnen werden. Siehe dazu [13] (S. 5), [3] (S. 764) und [4] (S. 899).

### 4.2.3 Die Anspeisung

Da für die zu beobachtenden Vorgänge die Innenwiderstände der Anspeisung keine maßgebliche Relevanz haben, wird als speisende Energiequelle eine *ideale Sinusspannungsquelle* verwendet. Das entsprechende PSpice-Bauteil heißt VSIN. Die Angabe der Spannung muss über den Parameter VAMPL erfolgen, welcher als Spitzenwert zu verstehen ist.

#### 4.2.3.1 TTr1

Er wird über einen Hochspannungstrafo mit folgenden Nennspannungen angespeist:

$$\begin{aligned} U_{N1} &= 220 \text{ V} \\ U_{N2} &= 95 \text{ kV} \end{aligned}$$

Allerdings ist diesem noch ein Trenntrafo mit einem Übersetzungsverhältnis von  $\ddot{u}_{\text{Trenn}} = 0,5$  vorgeschaltet, womit sich letztlich folgende, resultierende Spannungsübersetzung ergibt:

$$\ddot{i}_{0,\text{Netz}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{95 \text{ kV}}{220 \text{ V}} = 215,9 \quad (4.2)$$

Im versorgenden Wechselspannungsnetz mit  $U_{\text{Netz,eff}} = 230 \text{ V}$  ergibt sich damit eine Ausgangsspannung  $U_0$ , mit der der Primärkreis faktisch versorgt wird, von:

$$U_{0,\text{eff}} = U_{\text{Netz,eff}} \cdot \ddot{i}_{0,\text{Netz}} = 230 \text{ V} \cdot 215,9 \approx 50 \text{ kV} \quad (4.3)$$

Damit muss der Parameter VAMPL gesetzt werden auf:

$$\text{VAMPL} = \hat{U}_0 = \sqrt{2} \cdot 50 \text{ kV} \approx 70 \text{ kV} \quad (4.4)$$

Obwohl die anderen Parameter hier nicht nötig sind, verlangt PSpice zumindest Werte für VOFF, TD, DF und PHASE, die man alle auf 0 setzen kann.

Die folgenden Abbildungen zeigen das Bauteil VSIN (die Beschreibung „Ueff = 50 kV“ wurde als Text manuell hinzugefügt) und das zugehörige Konfigurationsfenster in PSpice:

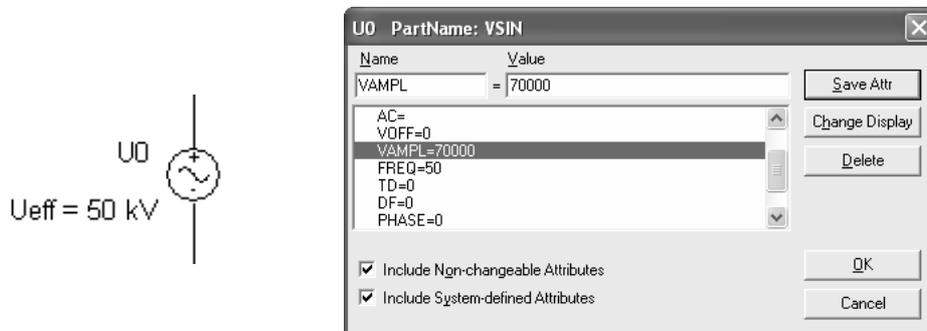


Abb. 4-3: Bauteil VSIN (links) und zugehöriges Konfigurationsfenster (rechts)

#### 4.2.3.2 TTr2

Der modernere Teslatrafo besitzt eine eigene Ansteuerungseinheit, über die die Versorgungsspannung beliebig eingestellt werden kann. Es soll hier daher von der maximalen Speisespannung ausgegangen werden.

Das Übersetzungsverhältnis des verwendeten Hochspannungstrafos wurde mangels Typenschild durch Messung zu

$$\ddot{i}_{0,\text{Netz}} \approx 70 \quad (4.5)$$

bestimmt. Damit ergibt sich für  $U_{\text{Netz,eff}} = 230 \text{ V}$ :

$$U_{0,\text{eff}} = U_{\text{Netz,eff}} \cdot \ddot{i}_{0,\text{Netz}} = 230 \text{ V} \cdot 70 \approx 16 \text{ kV}, \quad (4.6)$$

und weiters:

$$\text{VAMPL} = \hat{U}_0 = \sqrt{2} \cdot 16 \text{ kV} \approx 23 \text{ kV} \quad (4.7)$$

## 4.2.4 Die primäre Kapazität

### 4.2.4.1 TTr1

Das entsprechende Bauteil wird in PSpice mit „C“ bezeichnet. Bei TTr1 wird als Primärkapazität ein auf 95 cm Durchmesser aufgewickeltes, einpoliges Hochspannungskabel des Typs 2YHCY1x25 für 20 kV verwendet, das in sich kurzgeschlossen ist. Die beiden Elektroden einer konventionellen Kapazität werden durch den Innenleiter und den Schirm des Kabels gebildet. Es hat einen Kapazitätsbelag von ca. 0,17 nF/m und führt mit seinen 16 Windungen auf eine (gemessene) Gesamtkapazität von  $C_{\text{prim}} = C_1 = 7.78 \text{ nF}$ , was einer Länge von etwa 47 m entspricht. Damit ist der Wert für das Simulationsmodell gefunden.

Die folgende Abbildung zeigt das PSpice-Symbol und dessen Einstellungen für TTr1:

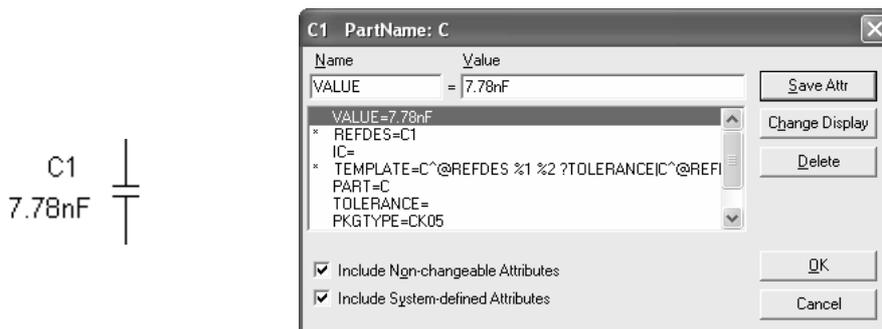


Abb. 4-4: Bauteil C (links) und zugehöriges Konfigurationsfenster (rechts)

### 4.2.4.2 TTr2

TTr2 besitzt einen konventionellen Hochspannungskondensator, über den mangels Herstellerunterlagen nur seine Kapazität  $C_1 = 20 \text{ nF}$  bekannt ist, was aber für die Modellierung schließlich ausreicht. Für die Simulation wurde der gemessene Wert  $C_1 = 20,46 \text{ nF}$  gewählt.

## 4.2.5 Die primäre Induktivität

### 4.2.5.1 TTr1

Für TTr1 wurde ein Kupferrohr mit  $d_1 = 1,1 \text{ cm}$  mittlerem Durchmesser<sup>16</sup> und 1 mm Wandstärke<sup>17</sup> verwendet. Die Wicklung besteht aus insgesamt 8,33 Windungen mit einem mittleren Durchmesser<sup>17</sup> von  $D_1 = 45,2 \text{ cm}$ . Der Fußpunkt ist geerdet und der obere Abgriff liegt bei der 6. Windung, was die effektive Windungszahl  $w_1 = 6$  ergibt. Die wirksame Höhe der Wicklung (d.h. bei der 6. Windung) beträgt  $l_1 = 14,9 \text{ cm}$ . Diese Angaben ermöglichen mit  $D/l = 3,03$  die Anwendung der Gl. (3.64):

$$L_1 [\text{nH}] = K \cdot w_1^2 \cdot D_1 [\text{cm}] = 12,71 \cdot 6^2 \cdot 45,2 = 20682 \text{ nH} \approx 20,68 \mu\text{H} \quad (4.8)$$

Eine Messung mit einem präzisen elektronischen LC-Meter ergab  $L_1 = 20,00 \mu\text{H}$ <sup>18</sup>. Dieser Wert wurde auch für die Simulation verwendet.

Damit kann bereits die Resonanzfrequenz des Primärsystems berechnet werden. Es ergibt sich:

<sup>16</sup>  $d_{1,\text{innen}} = 1,0 \text{ cm}$ ,  $d_{1,\text{außen}} = 1,2 \text{ cm}$  (ohne Lackschicht)

<sup>17</sup>  $D_{1,\text{innen}} = 44,0 \text{ cm}$ ,  $D_{1,\text{außen}} = 46,4 \text{ cm}$

<sup>18</sup> Wenn ein (digitales) Messgerät auch noch so viele Nachkommastellen anzeigt, heißt das natürlich nicht automatisch, dass es auch genau ist. Da aber alle Kapazitäts- und Induktivitätswerte mit demselben Messgerät, also unter gleichen Bedingungen ermittelt wurden, wird den Nachkommastellen Beachtung geschenkt.

$$f_{1,res,TTr1} = \frac{1}{2\pi \cdot \sqrt{L_1 \cdot C_1}} = \frac{1}{2\pi \cdot \sqrt{20,00 \mu\text{H} \cdot 7,78 \text{ nF}}} = 403 \text{ kHz} \quad (4.9)$$

Die folgende Abbildung zeigt das PSpice-Symbol und dessen Einstellungen für TTr1:

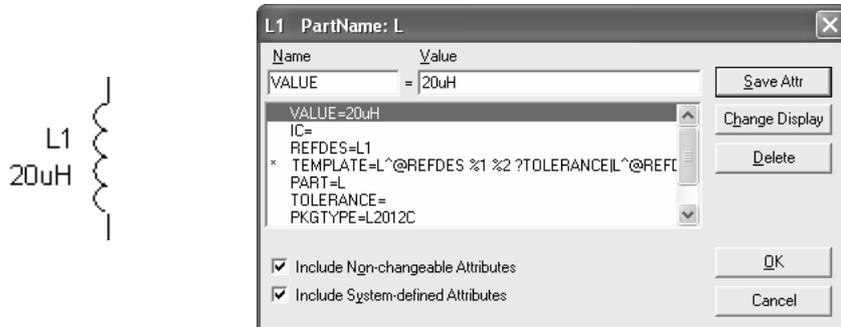


Abb. 4-5: Bauteil L (links) und zugehöriges Konfigurationsfenster (rechts)

#### 4.2.5.2 TTr2

Die Primärwicklung von TTr2 besteht aus zwei genau übereinander liegenden Flachspulen in Form von gleichmäßigen archimedischen Spiralen. Die Induktivität wurde messtechnisch ermittelt und beträgt  $L_1 = 22,86 \mu\text{H}$ .

Die Resonanzfrequenz des Teslatrafos TTr2 ergibt sich damit zu:

$$f_{1,res,TTr1} = \frac{1}{2\pi \cdot \sqrt{L_1 \cdot C_1}} = \frac{1}{2\pi \cdot \sqrt{22,86 \mu\text{H} \cdot 20,46 \text{ nF}}} = 233 \text{ kHz} \quad (4.10)$$

#### 4.2.6 Die Funkenstrecke

Die Funkenstrecke ist ein entscheidender Faktor für die Höhe der Ausgangsspannung und die Länge der erzielbaren Blitzentladungen. Gleichzeitig ist sie aber praktisch nicht einheitlich modellierbar und mit einigen Unsicherheitsfaktoren ausgestattet, weshalb Spezialisten oft meinen, die Modellierung eines Lichtbogens bzw. einer Funkenstrecke wäre nicht wirklich möglich. Für einen konkreten Anwendungsfall ist es jedoch machbar, die wesentlichen Eigenschaften durch charakterisierende Messungen nachzubilden, solange man den Einfluss aller Parameter abschätzen kann.

Bei der vorliegenden Arbeit war es leider nicht möglich, ein den echten Tatsachen entsprechendes Funkenstrecken-Modell aufzustellen, da die nötigen Messungen nicht durchgeführt werden konnten. Es zeigt sich jedoch, dass das trotzdem gewählte Modell gut für reale Umstände taugt und damit für die wesentlichen Untersuchungen vollkommen ausreicht. Die einstellbaren Parameter sind plausibel und deren Einfluss einigermaßen abschätzbar, was durch die Simulation gezeigt wird. Es handelt sich dabei im Wesentlichen um das vereinfachte und angepasste Modell aus [75].

Zunächst muss ein steuerndes Element gefunden werden, das auf das Erreichen der Durchbruchspannung reagiert und gleichzeitig die Bedingungen für das Verlöschen der Funkenstrecke prüft. Das „perfekte“ Bauteil dafür unter PSpice ist das sog. EVALUE-Element. Es kann logische Ausdrücke bzw. Bedingungen prüfen und hat zusätzlich auch einen Eingang, der in die Auswertung miteinbezogen werden kann. Beiden Zuständen der Bedingung („wahr“ oder „falsch“ bzw. „erfüllt“ oder „nicht erfüllt“) können Spannungen zugeordnet werden, die in Echtzeit an den eigens dafür vorgesehenen Ausgang gelegt werden. Damit hat man eine bedingungsgesteuerte Spannung zur Verfügung.

Die folgende Abbildung zeigt das EVALUE-Element mit seinen Parametern unter PSpice:

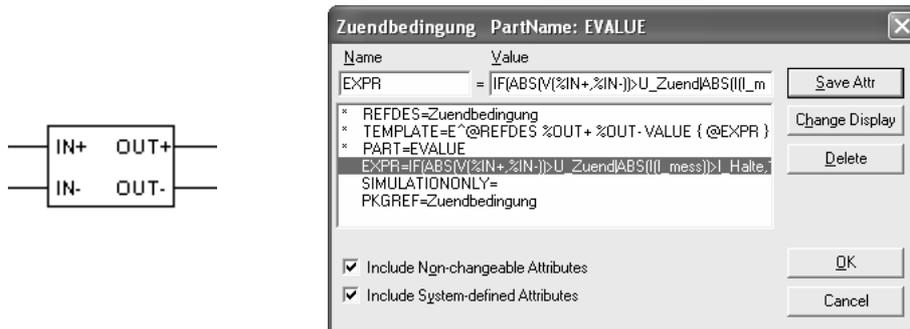


Abb. 4-6: Bauteil EVALUE (links) und zugehöriges Konfigurationsfenster (rechts)

Da der Zustand „Funkenstrecke ist durchgeschaltet“ damit wiederum mit einem spannungsgesteuerten Schalter – in PSpice ein sog. **Sbreak**-Element – realisiert werden könnte, muss dieser solange geschlossen bleiben, wie es in der Realität dem Vorhandensein des Lichtbogens entspricht. Die Schließbedingung muss also im einfachsten Fall lauten:

$$(U_{\text{Funkenstrecke}} > U_{\text{Zündspannung}}) \text{ ODER } (I_{\text{Funkenstrecke}} > I_{\text{Haltestrom}})$$

$U_{\text{Funkenstrecke}}$  wird über den Eingang des EVALUE-Elementes ermittelt.  $U_{\text{Zündspannung}}$  sowie  $I_{\text{Haltestrom}}$  können als globale Parameter deklariert werden.

$I_{\text{Funkenstrecke}}$  kann über einen Trick im Betrieb dynamisch ermittelt werden. In PSpice hat man die Ströme und Spannungen von Strom- und Spannungsquellen jederzeit als Variable zur Verfügung. Es bietet sich also die Verwendung einer idealen „Pseudo-Spannungsquelle“ mit 0 V in Serie mit dem Hauptzweig der Funkenstrecke an. Man hat damit über den Strom durch diese „Mess“-Spannungsquelle (Gleichspannungsquelle) jederzeit den Strom durch die Funkenstrecke zur Verfügung.

Der für das EVALUE-Element als Parameter EXPR einzugebende Ausdruck lautet:

$$\text{IF}(\text{ABS}(\text{V}(\% \text{IN}+, \% \text{IN}-)) > \text{U\_Zuend} | \text{ABS}(\text{I}(\text{I\_mess})) > \text{I\_Halte}, 12, 0)$$

Dabei bedeutet  $\text{V}(\% \text{IN}+, \% \text{IN}-)$  die Spannung am Eingang des Bauteils,  $\text{I}(\text{I\_mess})$  den Strom durch die Funkenstrecke und der vertikale Strich „|“ (Pipe-Symbol) in der Mitte des Ausdrucks steht für eine logische ODER-Verknüpfung.

Die Bogenspannung, die je nach momentaner Stromrichtung polaritätsrichtig modelliert werden muss, wird am einfachsten mit zwei Z-Dioden nachgebildet. Dazu muss nur das PSpice-„Model“ – das ist die interne Bauteildefinition mit allen Eckdaten des Halbleiterbauelementes – der Z-Dioden über den Befehl Edit > Model... > Edit Instance Model (Text) nach folgendem Muster angepasst werden:

```
.model ZD_Bogen D (
  Bv={U_Bogen}
  Is=1u
  Rs=0.1
  lbv=10u)
*$
```

Der Zahlenwert für  $U_{\text{Bogen}}$  wird über die Deklaration dieses globalen Parameters übergeben; er wurde auf 150 V festgelegt.

Der letzte wichtige Parameter der Funkenstrecke ist der ohmsche Widerstand des Lichtbogens. Da dies ein Wert mit hoher Unsicherheit ist, wird er zunächst entsprechend der einschlägigen Literatur<sup>19</sup> auf  $1\ \Omega$  (TTr1) bzw.  $0,5\ \Omega$  (TTr2) gesetzt und im Kapitel 4.5.4.2 im Zuge der Simulation untersucht. Unter PSpice wird dieser Wert einfach über den ohmschen Widerstand  $R_{ON}$  des Sbreak-Elements im geschlossenen Zustand (Zustand „ON“) eingestellt.

Die folgende Abbildung zeigt das Bauelement und dessen Parameter:

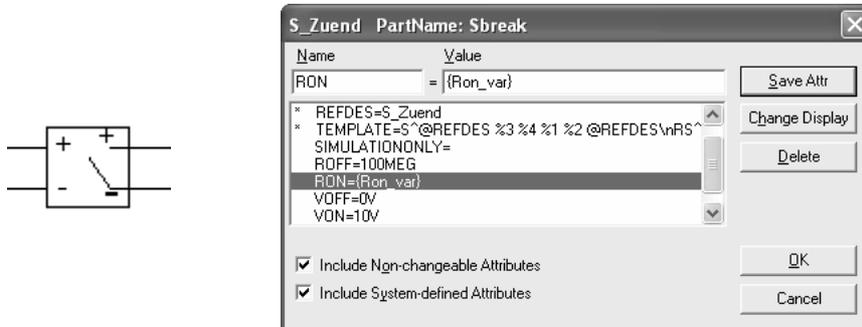


Abb. 4-7: Bauteil EVALUE (links) und zugehöriges Konfigurationsfenster (rechts)

## 4.2.7 Die sekundäre Induktivität

Wie im Kapitel 4.1.2 auf Seite 43 erwähnt, wird die Berücksichtigung von Wellenausbreitungsvorgängen in Bezug auf die Modellierung der Sekundärspule vernachlässigt. Das bedeutet, dass die Sekundärspule als konzentriertes Bauelement dargestellt werden kann. Die Induktivität wurde messtechnisch mit einem präzisen LC-Meter ermittelt.

### 4.2.7.1 TTr1

Mit den gemessenen geometrischen Größen  $D = 20,4\text{ cm}$ ,  $w = 386$  und  $l = 106,1\text{ cm}$  ergibt sich aus der Näherungsformel:

$$L_2 \text{ [nH]} = K \cdot w_2^2 \cdot D_2 \text{ [cm]} = 1,73 \cdot 386^2 \cdot 20,4 = 5258367\text{ nH} \approx 5,26\text{ mH} \quad (4.11)$$

Der gemessene Wert beträgt  $L_2 = 5,34\text{ mH}$ , es herrscht also gute Übereinstimmung. Der gemessene Wert wurde für die Simulation verwendet.

### 4.2.7.2 TTr2

Bei TTr2 wurde gemessen:  $D = 11,1\text{ cm}$ ,  $w = 800$  und  $l = 45,3\text{ cm}$ , woraus folgt:

$$L_2 \text{ [nH]} = K \cdot w_2^2 \cdot D_2 \text{ [cm]} = 2,18 \cdot 800^2 \cdot 11,1 = 15486720\text{ nH} \approx 15,5\text{ mH} \quad (4.12)$$

Die Messung ergab  $L_2 = 16,07\text{ mH}$ , was auch für die Simulation verwendet wurde.

<sup>19</sup> Siehe [13] (S. 5), [3] (S. 764) und [4] (S. 899)

### 4.2.8 Die Kopplung

Sie wurde für beide Teslatransformatoren nach dem Verfahren gemäß Gl. (3.67) - (3.70) bestimmt, was durch ein präzises, elektronisches LC-Meter einfach möglich war.

Sie beträgt für TTr1:  $k = 0,2$  und bei TTr2:  $k = 0,15$ . Damit herrscht bei beiden Trafos eine relativ schwache Kopplung, was die Simulation anhand des Verlaufs der Spannungen verdeutlichen wird.

Unter PSpice werden induktive Kopplungen mit dem Bauteil K\_Linear dargestellt. Man kann damit bis zu 6 Induktivitäten definieren, die über den Parameter COUPLING miteinander gekoppelt sind.

Siehe dazu die folgenden Abbildungen (der Kopplungsfaktor ist hier als globale Variable k\_var definiert):

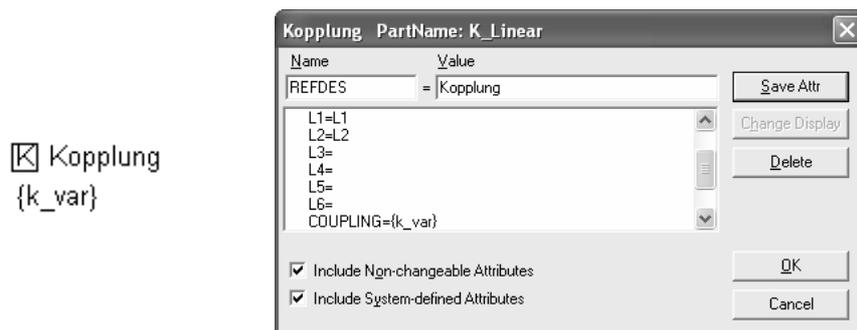


Abb. 4-8: Bauteil K\_Linear (links) und zugehöriges Konfigurationsfenster (rechts)

### 4.2.9 Die sekundäre Kapazität

Für die vorliegenden Simulationen wurde der Wert der Eigenkapazität durch einen Resonanzversuch ermittelt. Dafür wurden zwei Windungen aus einer isolierten Labormessleitung eng um die Spulenmitte gelegt und ein Funktionsgenerator angeschlossen. An ein Oszilloskop wurde ein Tastkopf angeschlossen und dieser mit etwa einem halben Meter Abstand in die Nähe des oberen Spulenendes gehalten. Wesentlich dabei ist, dass der Funktionsgenerator nicht geerdet sein darf, das untere Spulenende und das Oszilloskop jedoch schon. An die Enden der Labormessleitung wurde eine sinusförmige Spannung mit variabler Frequenz angelegt. Anschließend wurde jene Frequenz ermittelt, bei der das am Tastkopf abgegriffene Signal einen maximalen Wert annahm. Über die bereits gemessene Induktivität der Spule und die so ermittelte Resonanzfrequenz wurde dann die Eigenkapazität der Spule berechnet, gemäß der Beziehung

$$f_{2,\text{res}} = \frac{1}{2\pi \cdot \sqrt{L_2 \cdot C_2}} \Rightarrow C_2 = \frac{1}{L_2 \cdot (2\pi \cdot f_{2,\text{res}})^2} \quad (4.13)$$

Die resultierenden Werte für die beiden Teslatransformatoren lauten:

$$\begin{aligned} \text{TTr1:} & \quad C_{2,\text{TTr1}} = \mathbf{20,0 \text{ pF}} \\ \text{TTr2:} & \quad C_{2,\text{TTr2}} = \mathbf{15,9 \text{ pF}} \end{aligned}$$

Diese Werte lassen sich gemäß Formel (3.81) rechnerisch verifizieren, wie in den folgenden Kapiteln 4.2.9.1 und 4.2.9.2 ausgeführt.

### 4.2.9.1 TTr1

Mit dem ermittelten Spulendurchmesser  $D = 20,4$  cm, dem Drahtdurchmesser (ohne Isolation)  $d = 1,4$  mm und der Ganghöhe  $s = 2,65$  mm ergibt sich  $C_2$  gemäß Gl. (3.81) zu:

$$C_2 \text{ [pF]} = \frac{\pi \cdot 20,4 \text{ [cm]}}{3,6 \cdot \operatorname{arcosh} \frac{2,65 \text{ [mm]}}{1,4 \text{ [mm]}}} = 14,2 \text{ pF} \quad (4.14)$$

Dieser Wert weicht stark von der Messung ab, was zum einen an dem Einfluss der Primärwicklung liegen dürfte. Diese bildet nämlich im nicht stromdurchflossenen Zustand eine vollständig auf Erdpotenzial liegende Wendel und wirkt damit vergrößernd auf die Erdkapazität der Sekundärspule ein. Andererseits berücksichtigt die Berechnung nach Gl. (3.81) bzw. Gl. (4.14) keine im Wicklungsbereich befindliche Dielektrika, wie z.B. den Spulenträger (ein Abflussrohr) und die Isolation des Wicklungsdrahtes, wodurch  $C_2$  insgesamt ebenfalls größer sein muss.

Für die Simulation wurde der gemessene Wert  $C_2 = 20,0$  pF gewählt. Damit ergibt sich die Resonanzfrequenz des sekundären Schwingkreises von TTr1 zu:

$$f_{2,\text{res},TTr1} = \frac{1}{2\pi \cdot \sqrt{L_2 \cdot C_2}} = \frac{1}{2\pi \cdot \sqrt{5,34 \text{ mH} \cdot 20,0 \text{ pF}}} = 487 \text{ kHz} \quad (4.15)$$

Ein Vergleich mit der primären Resonanzfrequenz zeigt, dass die beiden Kreise offensichtlich nicht gut aufeinander abgestimmt sind. Die Abweichung der sekundären Resonanzfrequenz von der primären beträgt – ausgedrückt als relativer Fehler – etwa

$$F_{\%} = \frac{487 \text{ kHz} - 403 \text{ kHz}}{403 \text{ kHz}} \cdot 100 \% = 21 \% \quad (4.16)$$

Solche Werte werden meist als „Verstimmung“ ausgedrückt. In diesem Fall ergibt sich:

$$\varepsilon = \frac{1}{2} \left( \frac{f_2}{f_1} - \frac{f_1}{f_2} \right) = \frac{1}{2} \left( \frac{487 \text{ kHz}}{403 \text{ kHz}} - \frac{403 \text{ kHz}}{487 \text{ kHz}} \right) = 0,190 \quad (4.17)$$

Allerdings ist bis jetzt der Einfluss der Dämpfung völlig unberücksichtigt geblieben. Die Summe aller ohmschen Widerstände im primären Schwingkreis beträgt:

$$R_{1,\text{gesamt}} = R_1 + R_{\text{Funkenstrecke}} = 0,6 \Omega + 1 \Omega = 1,6 \Omega \quad (4.18)$$

Damit lässt sich die tatsächliche Resonanzfrequenz des Primärkreises berechnen zu

$$f_{1,\text{res,tat},TTr1} = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{1}{L_1 \cdot C_1} - \frac{R_{1,\text{gesamt}}}{2 \cdot L_1}} = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{1}{20 \mu\text{H} \cdot 7,78 \text{ nF}} - \frac{1,6 \Omega}{2 \cdot 20 \mu\text{H}}} = 403,5 \text{ kHz} \quad (4.19)$$

Die gleiche Rechnung für den Sekundärkreis liefert:

$$R_{2,\text{gesamt}} = R_2 \parallel R_p \approx R_2 = 4,2 \Omega \quad (4.20)$$

$$f_{2,\text{res,tat},TTr1} = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{1}{L_2 \cdot C_2} - \frac{R_{2,\text{gesamt}}}{2 \cdot L_2}} = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{1}{5,34 \text{ mH} \cdot 20 \text{ pF}} - \frac{4,2 \Omega}{2 \cdot 5,34 \text{ mH}}} = 487 \text{ kHz} \quad (4.21)$$

Daraus lässt sich schließen, dass diese geringe Dämpfung hier praktisch ohne Einfluss auf die Resonanzfrequenzen ist. Damit ist auch ihre Vernachlässigung in Bezug auf die Gl. (3.40) bis (3.52) im Kapitel 0 (Seite 19) durchaus gerechtfertigt. Die Berechnung für TTr2 wird daher auch ohne Berücksichtigung der Dämpfung durchgeführt, da dort ähnliche Verhältnisse herrschen.

#### 4.2.9.2 TTr2

$$C_2 \text{ [pF]} = \frac{\pi \cdot 11,1 \text{ [cm]}}{3,6 \cdot \operatorname{arcosh} \frac{0,6 \text{ [mm]}}{0,5 \text{ [mm]}}} = 15,6 \text{ pF} \quad (4.22)$$

Hier findet man eine gute Übereinstimmung zwischen Berechnung und Messung. Für die Simulation wurde auch hier der gemessene Wert  $C_2 = 15,9 \text{ pF}$  gewählt. Damit ergibt sich die Resonanzfrequenz des sekundären Schwingkreises von TTr2 zu:

$$f_{2,\text{res},TTr2} = \frac{1}{2\pi \cdot \sqrt{L_2 \cdot C_2}} = \frac{1}{2\pi \cdot \sqrt{16,07 \text{ mH} \cdot 15,9 \text{ pF}}} = 315 \text{ kHz} \quad (4.23)$$

Ein Vergleich mit der primären Resonanzfrequenz zeigt, dass die beiden Kreise offensichtlich nicht gut aufeinander abgestimmt sind. Die Abweichung der sekundären Resonanzfrequenz von der primären beträgt – ausgedrückt als relativer Fehler – etwa

$$F_{\%} = \frac{315 \text{ kHz} - 233 \text{ kHz}}{233 \text{ kHz}} \cdot 100 \% = 35 \% \quad (4.24)$$

Ausgedrückt mit der Formel für die Verstimmung ergibt sich:

$$\varepsilon = \frac{1}{2} \left( \frac{f_2}{f_1} - \frac{f_1}{f_2} \right) = \frac{1}{2} \left( \frac{315 \text{ kHz}}{233 \text{ kHz}} - \frac{233 \text{ kHz}}{315 \text{ kHz}} \right) = 0,306 \quad (4.25)$$

Durch die bei beiden Modellen abweichenden Resonanzfrequenzen werden die vereinfachten Formeln für die Koppelfrequenzen, Gl. (3.41), zumindest erwartungsgemäß nicht anwendbar sein, was weiter unten im Kapitel 4.4.1 näher untersucht wird.

## 4.3 Die vollständigen Modelle von TTr1 und TTr2

### 4.3.1 TTr1

Die untenstehende Abbildung zeigt die vollständige Schaltung des ermittelten Modells.

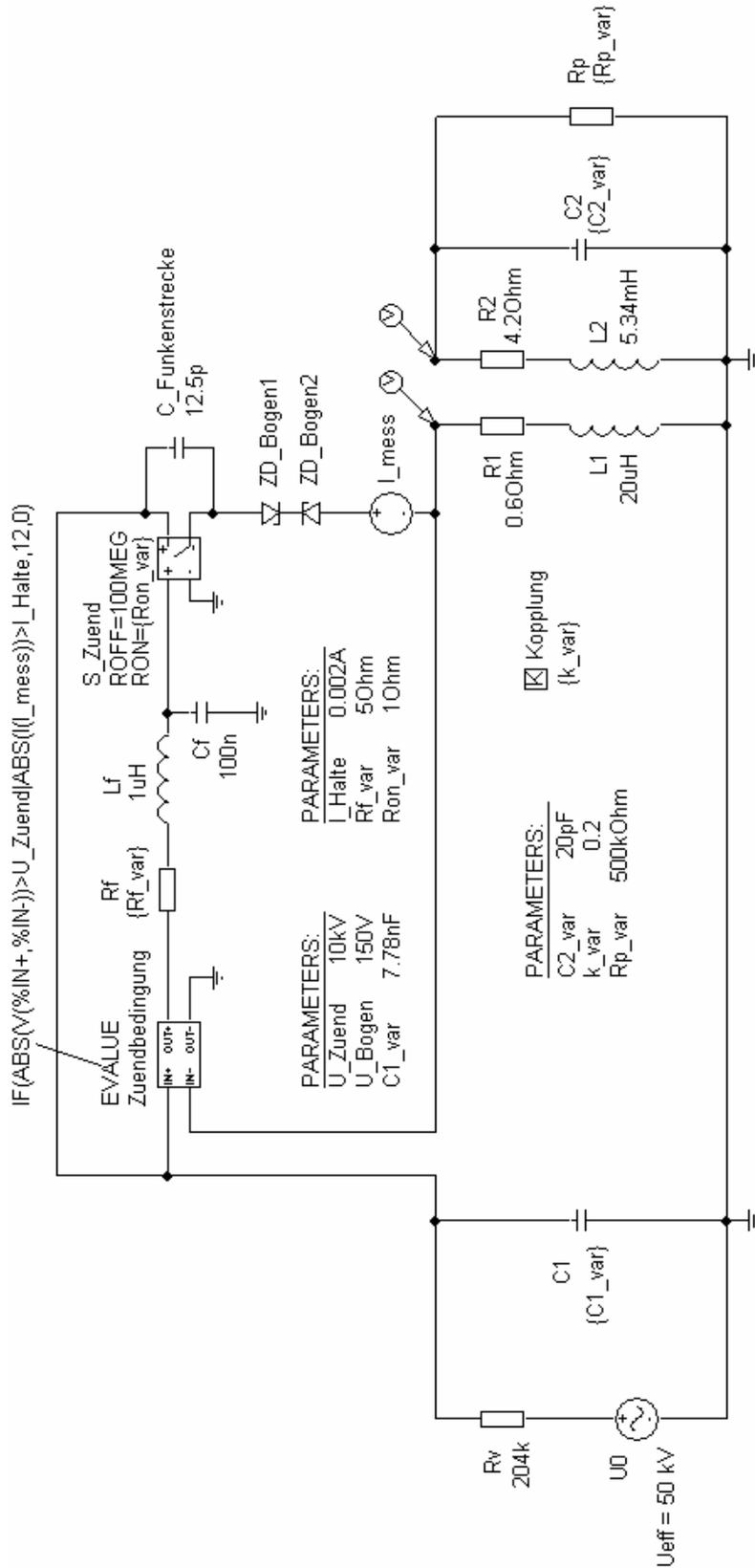


Abb. 4-9: vollständiges Simulationsmodell für TTr1

### 4.3.2 TTr2

Die untenstehende Abbildung zeigt die vollständige Schaltung des ermittelten Modells für TTr2.

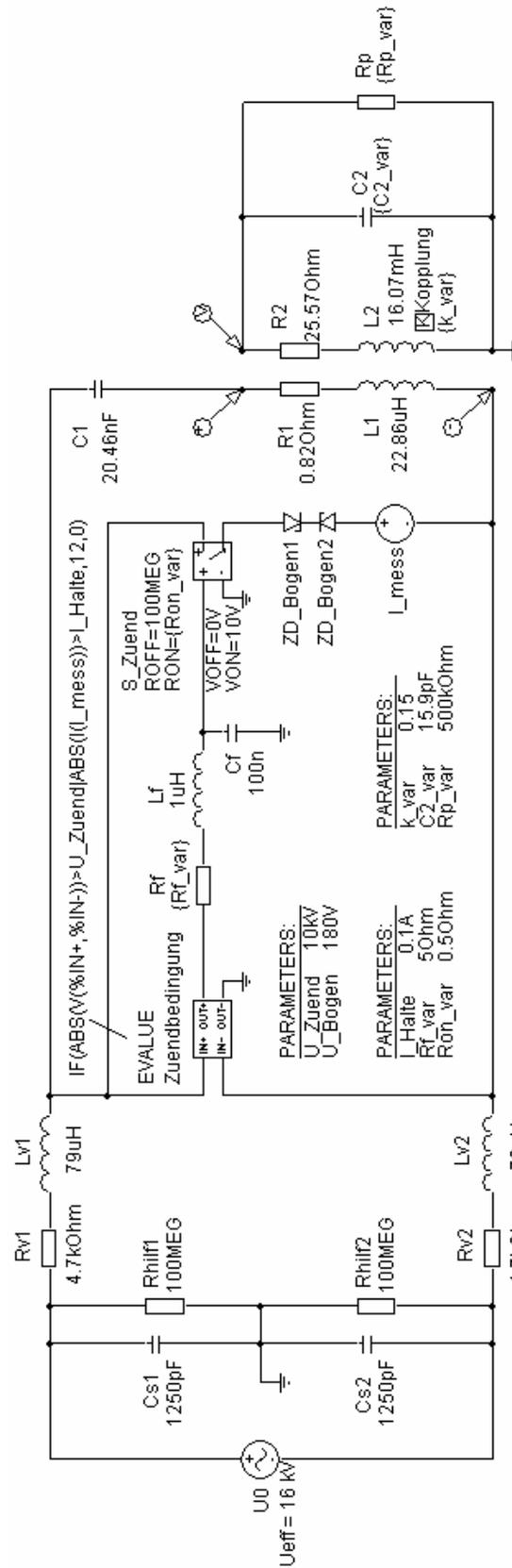


Abb. 4-10: vollständiges Simulationsmodell für TTr2

## 4.4 Testen der Simulationsmodelle

Nun gilt es, die aufgestellten Modelle auf ihre Gültigkeit zu untersuchen. Dazu werden nun die wichtigsten zeitabhängigen Größen im Betrieb des Teslatrafos simuliert.

### 4.4.1 Verlauf der Primär- und Sekundärspannung

#### 4.4.1.1 *TTr1*

Zunächst wird eine Transientenanalyse über eine volle Periode der Versorgungsspannung durchgeführt. Die erhaltenen Spannungsverläufe zeigt folgende Grafik:

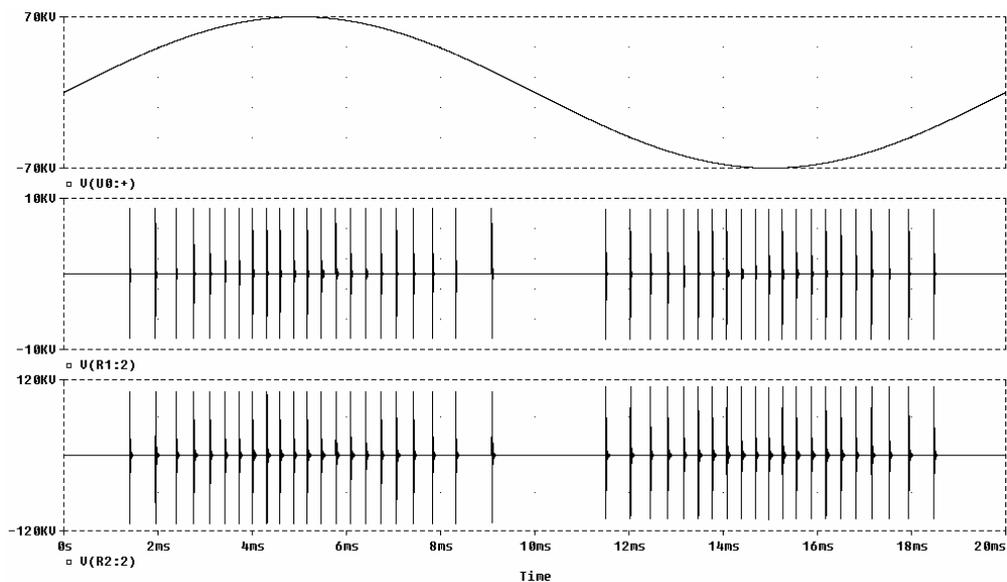


Abb. 4-11: zeitlicher Verlauf der Speisespannung (oben), sowie der Primär- (mitte) und Sekundärspannung (unten) als Ergebnis einer Transientenanalyse über eine volle Periode der Versorgungsspannung

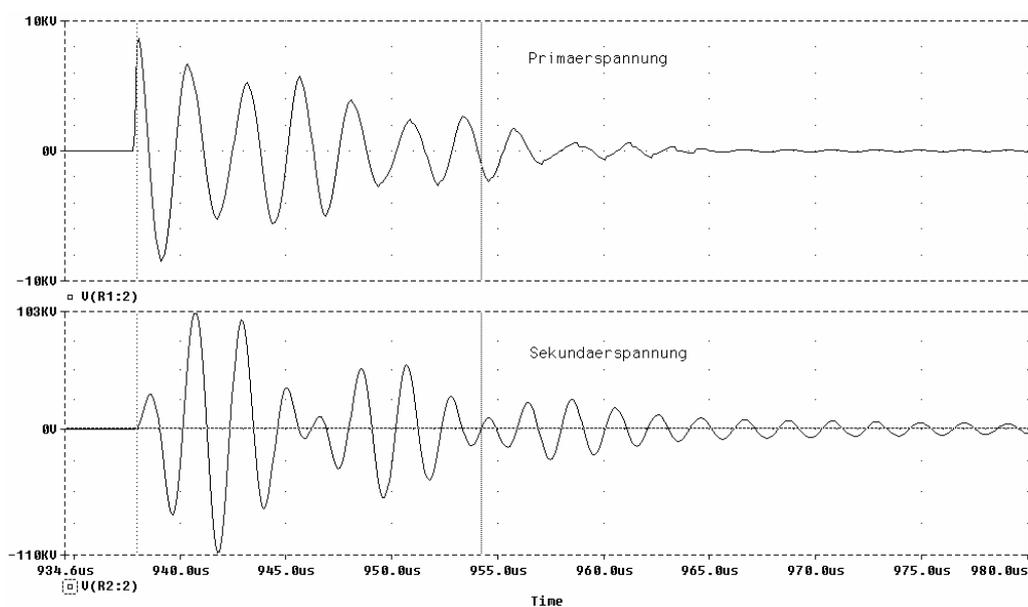


Abb. 4-12: Verlauf der Primär- (oben) und der Sekundärspannung (unten) für *TTr1* mit Markierung der Schwebungs-Periodendauer (16,288  $\mu$ s)

Aus obigem Spannungsverlauf lässt sich mithilfe der beiden eingezeichneten Markierungen und den Angaben im Bild rechts unten die Schwebungs-Periodendauer ablesen:  $T_S = 16,288 \mu\text{s}$ . Dies führt auf:

$$f_s = \frac{1}{T_S} = \frac{1}{16,29 \mu\text{s}} = 61,39 \text{ kHz} = f_I - f_{II} \quad (4.26)$$

Aus dem Verlauf der Sekundärspannung konnte unter PSpice auch die Periodendauer der resultierenden Koppelschwingung abgelesen werden:  $T_{\text{res}} = 2,165 \mu\text{s}$ . Daraus ergibt sich:

$$f_{\text{res}} = \frac{1}{T_S} = \frac{1}{2,165 \mu\text{s}} = 461,9 \text{ kHz} = \frac{f_I + f_{II}}{2} \quad (4.27)$$

Aus den soeben bestimmten Frequenzen lassen sich die Werte der beiden Koppelschwingungen  $f_I$  und  $f_{II}$  ermitteln:

$$f_I = f_{\text{res}} + \frac{f_s}{2} = 461,9 \text{ kHz} + \frac{61,39 \text{ kHz}}{2} = 492,6 \text{ kHz} \quad (4.28)$$

$$f_{II} = f_{\text{res}} - \frac{f_s}{2} = 461,9 \text{ kHz} - \frac{61,39 \text{ kHz}}{2} = 431,2 \text{ kHz} \quad (4.29)$$

Damit müsste sich der Kopplungsfaktor mit den Gleichungen (3.41) verifizieren und die scheinbare „gemeinsame“ Resonanzfrequenz  $f_0$  berechnen lassen:

$$\left(\frac{f_I}{f_{II}}\right)^2 = \frac{1+k}{1-k} \Rightarrow k = \frac{\left(\frac{f_I}{f_{II}}\right)^2 - 1}{\left(\frac{f_I}{f_{II}}\right)^2 + 1} = \frac{(1,1424)^2 - 1}{(1,1424)^2 + 1} = 0,13 \quad (4.30)$$

$$f_0 = f_I \cdot \sqrt{1-k} = 492,6 \text{ kHz} \cdot \sqrt{1-0,13} = 458,8 \text{ kHz} \quad (4.31)$$

Der berechnete Wert für  $k$  weicht stark vom tatsächlichen  $k = 0,2$  ab, was an der nicht erfüllten Voraussetzung  $\omega_1 = \omega_2 = \omega_0$  liegt, was aber die Bedingung für den soeben verwendeten Formelapparat war. Das System verhält sich damit scheinbar wie eines mit perfekter Abstimmung bei  $f_0 = 458,8 \text{ kHz}$ , aber dafür mit schwächerer Kopplung  $k = 0,13$ .

Eine FFT-Analyse (Fast-Fourier-Analyse) zeigt deutlich die beteiligten Frequenzen:

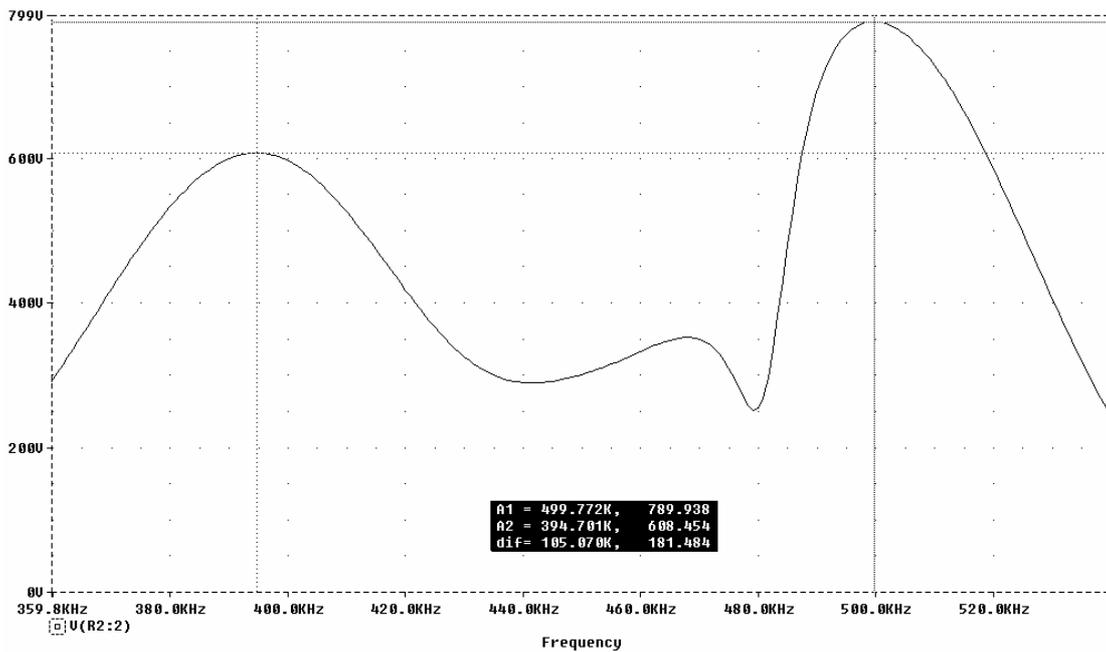


Abb. 4-13: Fast-Fourier-Analyse der Sekundärspannung des TTr1

Aus der Abbildung können zwei bzw. drei dominierende Frequenzen abgelesen werden: 394,7 kHz, 499,8 kHz und, mit schwächerer Amplitude, 467,9 kHz.

Das Bild zeigt auch, dass die beteiligten Koppelschwingungen im Fall der Verstimmung unterschiedliche Amplituden haben.

#### 4.4.1.2 TTr2

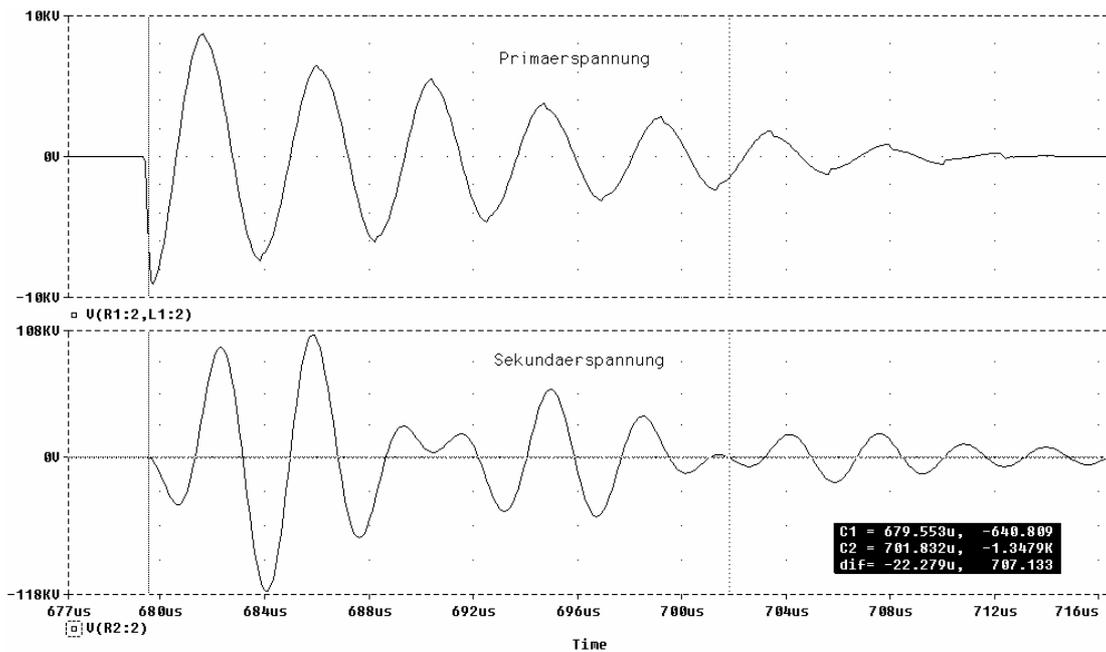


Abb. 4-14: Verlauf der Primär- (oben) und der Sekundärspannung (unten) für TTr2 mit Markierung der Schwebungs-Periodendauer (22,279 µs)

Auch hier führt die abgelesene Schwebungs-Periodendauer  $T_S = 22,279 \mu\text{s}$  auf:

$$f_S = \frac{1}{T_S} = \frac{1}{22,28 \mu\text{s}} = 44,88 \text{ kHz} = f_I - f_{II} \quad (4.32)$$

Die Frequenz der resultierenden Koppelschwingung ergibt sich wieder aus dem abgelesenen  $T_{\text{res}} = 3,520 \mu\text{s}$ :

$$f_{\text{res}} = \frac{1}{T_S} = \frac{1}{3,520 \mu\text{s}} = 284,1 \text{ kHz} = \frac{f_I + f_{II}}{2} \quad (4.33)$$

Aus den soeben bestimmten Frequenzen lassen sich die Werte der beiden Koppelschwingungen  $f_I$  und  $f_{II}$  ermitteln:

$$f_I = f_{\text{res}} + \frac{f_S}{2} = 284,1 \text{ kHz} + \frac{44,88 \text{ kHz}}{2} = 306,5 \text{ kHz} \quad (4.34)$$

$$f_{II} = f_{\text{res}} - \frac{f_S}{2} = 284,1 \text{ kHz} - \frac{44,88 \text{ kHz}}{2} = 261,7 \text{ kHz} \quad (4.35)$$

Damit müsste sich der Kopplungsfaktor mit den Gleichungen (3.41) verifizieren und die scheinbare „gemeinsame“ Resonanzfrequenz  $f_0$  berechnen lassen:

$$\left( \frac{f_I}{f_{II}} \right)^2 = \frac{1+k}{1-k} \Rightarrow k = \frac{\left( \frac{f_I}{f_{II}} \right)^2 - 1}{\left( \frac{f_I}{f_{II}} \right)^2 + 1} = \frac{(1,1712)^2 - 1}{(1,1712)^2 + 1} = 0,16 \quad (4.36)$$

$$f_0 = f_I \cdot \sqrt{1-k} = 306,5 \text{ kHz} \cdot \sqrt{1-0,16} = 280,9 \text{ kHz} \quad (4.37)$$

Der berechnete Kopplungsfaktor  $k = 0,16$  stimmt hier gut mit dem tatsächlichen  $k = 0,15$  überein, obwohl bei TTr2 die beiden Resonanzfrequenzen  $\omega_1$  und  $\omega_2$  nicht sehr nahe beieinander liegen. Die nicht erfüllte Bedingung für die Anwendbarkeit der vereinfachten Gleichungen führt hier trotzdem auf brauchbare Ergebnisse.

Eine FFT-Analyse (Fast-Fourier-Analyse) zeigt auch hier wieder die beteiligten Frequenzen:

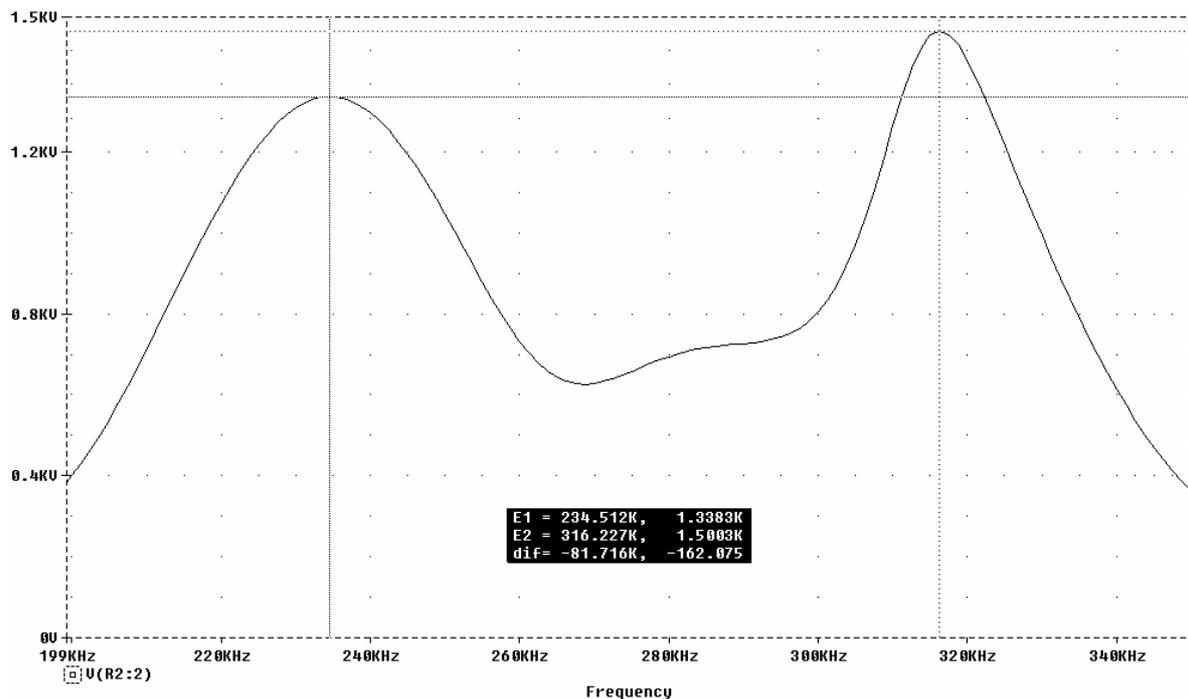


Abb. 4-15: Fast-Fourier-Analyse der Sekundärspannung des TTr2

Die dominierenden Frequenzen lassen sich auch hier wieder ablesen, man erhält 234,5 kHz und 316,2 kHz. Der Bereich um die wie bei TTr1 erwartete dritte dominierende Frequenz<sup>20</sup> (zwischen ca. 270 kHz – 300 kHz) ist fast streng monoton wachsend, was eine genaue Ablesung schwierig macht. Unter Berücksichtigung der berechneten Frequenz der resultierenden Koppelschwingung liest man im relevanten Bereich an der Stelle des dortigen Wendepunktes etwa 289 kHz ab.

Hier kann man aufgrund der – verglichen mit TTr1 – besseren Übereinstimmung der primären und der sekundären Resonanzfrequenz auch die in Relation etwas näher beieinander liegenden Amplituden der beiden Koppelschwingungen erkennen.

<sup>20</sup> die Frequenz der resultierenden Koppelschwingung

### 4.4.2 Versorgungsspannung und Stromaufnahme

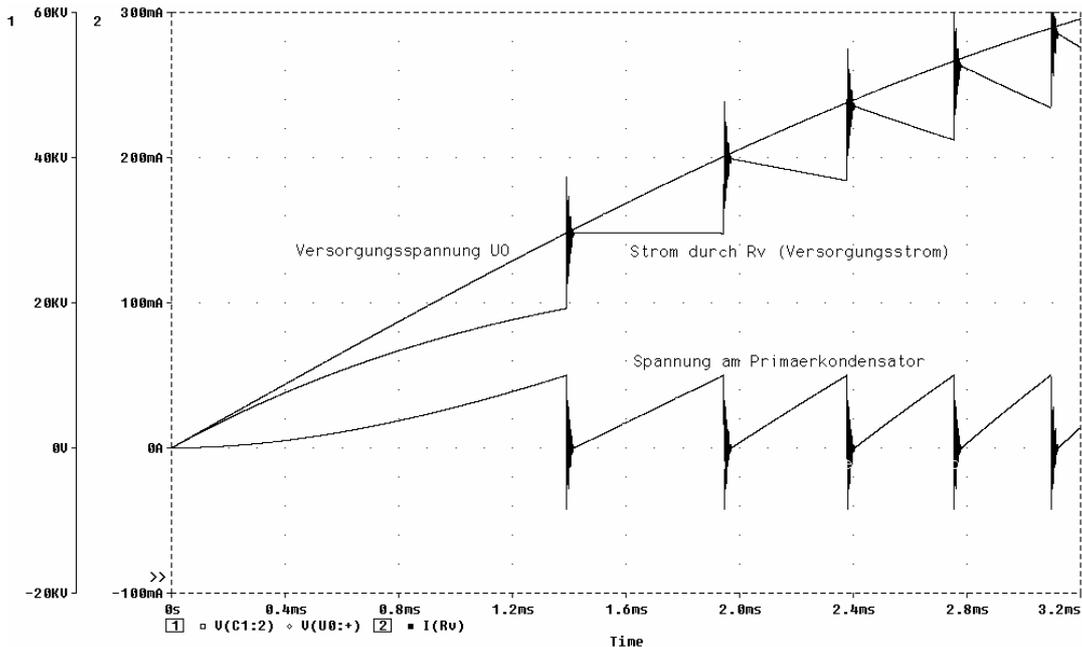


Abb. 4-16: Versorgungsspannung  $u_0$  (oben), Strom durch  $R_V$  (mitte) und Kondensatorspannung  $u_C$  (unten) bei TTr1

Sieht man sich den Versorgungsstrom genauer an, wie es für das Kapitel 5.3 (Netzurückwirkungen) interessant sein wird, erkennt man die hochfrequente Modulation, mit der die Versorgung belastet wird. Aus der folgenden Abbildung, bei der die obige Störung stark vergrößert dargestellt ist, lässt sich die Frequenz ermitteln:

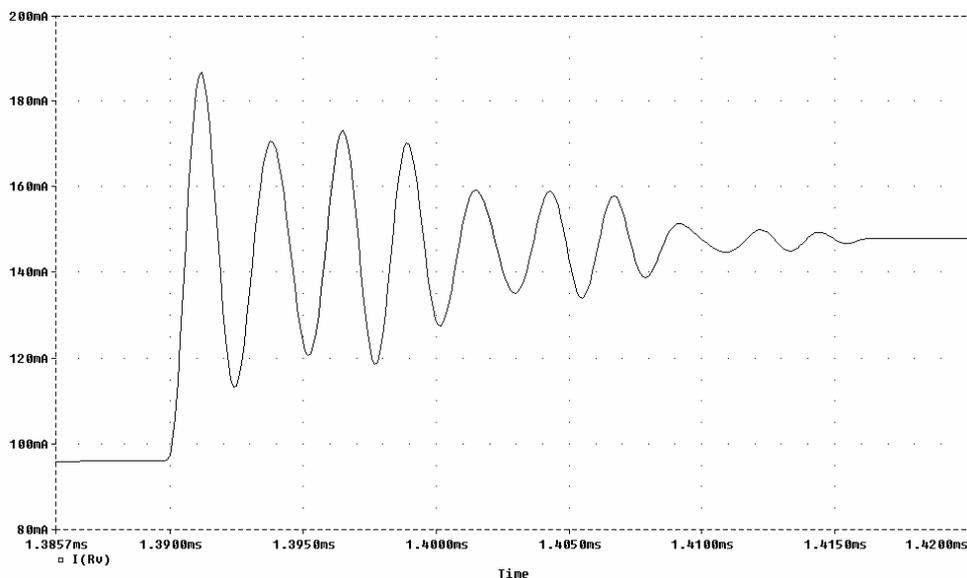


Abb. 4-17: Bereich des Versorgungsstromes (Strom durch  $R_V$ ) mit hochfrequenter Modulation

Man erhält durch Ablesen einen groben Bereich der Periodendauer  $T_m = 2,50 \dots 2,70 \mu\text{s}$ , woraus sich Modulationsfrequenzen zwischen  $f_m \approx 370 \dots 400 \text{ kHz}$  ergeben. Diese Störung ist eine Folge der starken Schwankungen des Potentials am nicht geerdeten Ende des Primärkondensators  $C_1$  (das über  $R_V$  mit der Spannungsquelle  $U_0$  verbunden ist) während des leitenden Zustands der Funkenstrecke.

### 4.4.3 Untersuchung der Funkenstrecke

Hier interessiert zum Beispiel die Spannung an den Kontakten der Funkenstrecke im Bereich des Durchbruchzeitpunkts.

Es ist zu erwarten, dass die Spannung an der „offenen“<sup>21</sup> Funkenstrecke entsprechend der Kondensatorspannung  $u_{C1}$  langsam anwächst. Bei Erreichen der Ansprechspannung wird innerhalb einer sehr kurzen Zeit<sup>22</sup> der Durchbruch erfolgen, wodurch die Spannung auf die grob modellierte Bogenspannung  $U_{\text{Bogen}}$  absinkt, und zwar polaritätsrichtig entsprechend der momentanen Stromrichtung.

Hat der primäre Schwingkreis seine gesamte Energie soweit abgegeben<sup>23</sup>, bis der Strom im Kreis unter den Haltestrom  $I_{\text{Halte}}$  der Funkenstrecke gesunken ist<sup>24</sup>, wird der Lichtbogen verlöschen und der Kondensator wird erneut aufgeladen. Damit wird auch die Spannung an der Funkenstrecke wieder ansteigen, bis sich der ganze genannte Vorgang wiederholt.

Wegen der unterschiedlichen Höhe der interessierenden Spannungsänderungen in diesem Bereich wird im folgenden Bild die Spannung an der Funkenstrecke zweimal untereinander mit jeweils angepasstem Maßstab dargestellt.

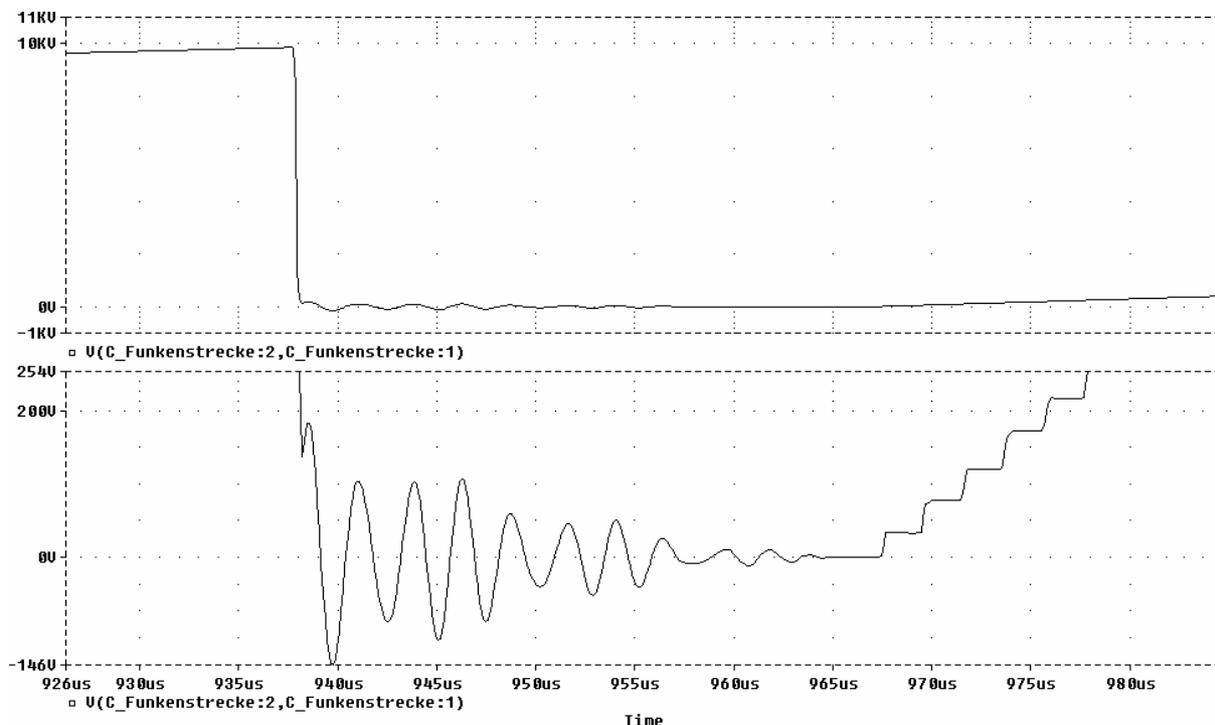


Abb. 4-18: oben und unten: Spannung an der Funkenstrecke um den Zeitpunkt des Durchbruchs (mit jeweils geändertem Maßstab)

Interessant sind auch jene Größen im Betrieb, die Einfluss auf das Trägheitsverhalten der Funkenstrecke haben. Es handelt sich dabei vor allem um die Spannung, mit der der Schalter  $S_{\text{Zuend}}$  gesteuert wird.

<sup>21</sup> d.h. im nicht leitenden Zustand

<sup>22</sup> Die Dauer sollte klein im Vergleich zu den schnellsten zu beobachtenden Vorgängen sein, um nichts Wesentliches zu überdecken.

<sup>23</sup> in Form von Feldenergie an den Sekundärkreis oder in Form von Wärme durch die Verluste an den ohmschen Widerständen im Schwingkreis

<sup>24</sup> Diese Bedingung muss entsprechend der thermischen Trägheit des Lichtbogenplasmas hinreichend lange erfüllt sein. Diese Trägheit wird durch die Elemente  $R_f$ ,  $C_f$  und  $L_f$  grob modelliert.

Das untenstehende Bild zeigt für TTr1 (von oben nach unten) die Spannung am Ausgang des Bedingungelements **Zuendbedingung** (unter PSpice ein Bauteil vom Typ „EVALUE“), den Strom durch  $R_f$ , mit dem der Kondensator  $C_f$  (um-)geladen wird sowie die resultierende, steuernde Spannung am Schalter **S\_Zuend**:

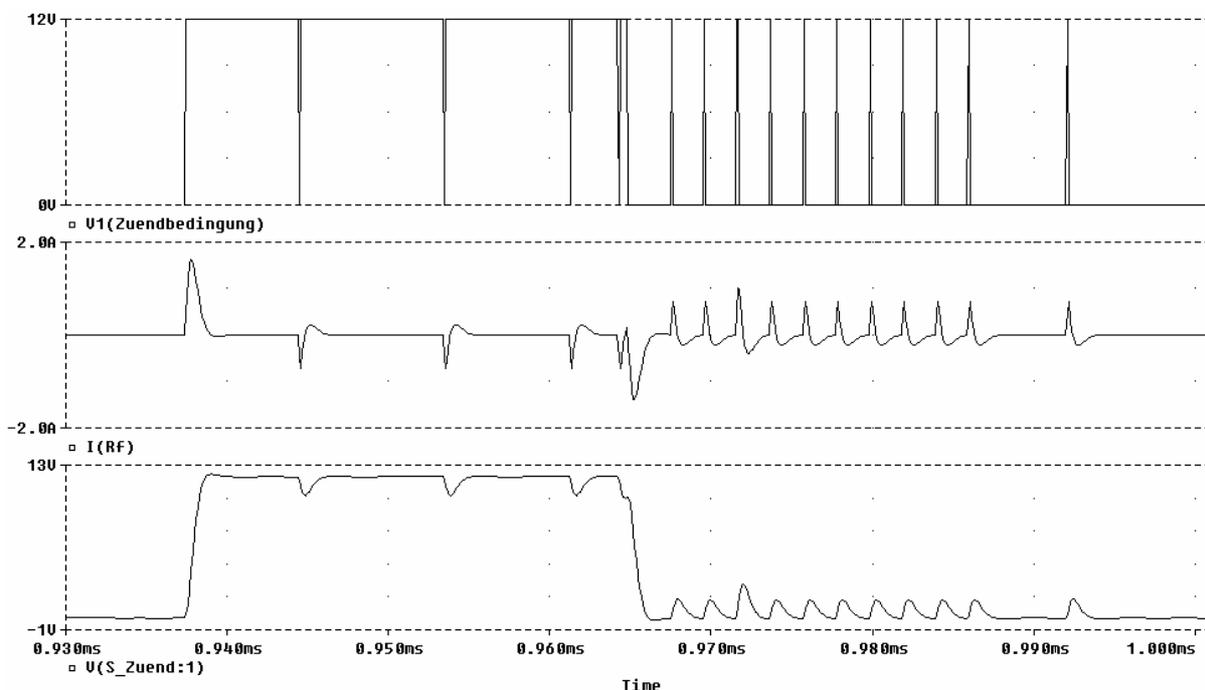


Abb. 4-19: Darstellung von Strom und Spannungen, die beim Modell TTr1 für das Trägheitsverhalten der Funkenstrecke verantwortlich sind

Man kann deutlich erkennen, dass durch die Elemente  $R_f$ ,  $L_f$  und  $C_f$  mindestens drei Schaltvorgänge durch die simulierte Trägheit verhindert wurden, da in der Realität in gleicher Art eine thermische Trägheit des Plasmakanals in der Funkenstrecke vorhanden ist.

An dieser Stelle soll erwähnt werden, dass die Induktivität  $L_f$  nur zur Begrenzung des Anfangswertes des Stromes über  $R_f$  dient. Das EVALUE-Bedingungselement ist nämlich ein unrealistisches Bauteil, das keinerlei Ausgangsimpedanz – weder ohmsch noch induktiv – besitzt und unendlich schnell schalten kann, wodurch es am Ausgang Flanken mit unendlicher Steilheit liefern kann. Ist die Schaltbedingung erfüllt, springt die Ausgangsspannung plötzlich auf 12 V und ebenso plötzlich der Ladestrom – bei völlig entladendem  $C_f$  – auf  $(12 \text{ V}/R_f)$ . Diese steile Flanke verursacht unter PSpice die unter 4.1.4 erwähnten Konvergenzprobleme.

Die Lösung bestand nun einfach im Hinzufügen einer glättenden Induktivität<sup>25</sup>  $L_f$  die sich passend in die Grundfunktion der Trägheitsnachbildung durch  $R_f$  und  $C_f$  einfügte.

<sup>25</sup> wie in Kapitel 4.1.4.3 erläutert

Für TTr2 ergeben sich ähnliche Spannungsverläufe, wie die folgende Grafik zeigt.

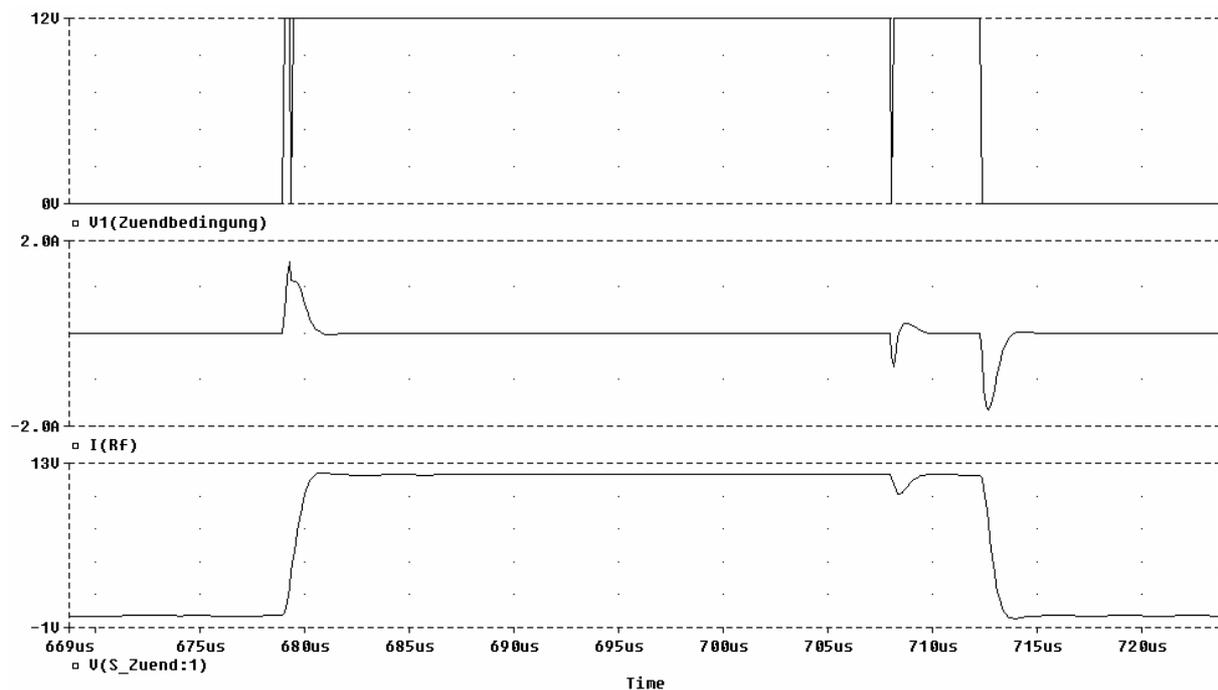


Abb. 4-20: Darstellung von Strom und Spannungen, die für das Trägheitsverhalten der Funkenstrecke bei TTr2 verantwortlich sind

## 4.5 Untersuchung der Einflussfaktoren

### 4.5.1 Kopplung

Um den Effekt der Kopplung auf den Verlauf der Sekundärspannung übersichtlich darzustellen, wurde ein Parametric-Sweep mit Performance-Analyse durchgeführt und jeweils der Maximalwert der Spannung ausgewertet. Die zugehörige Goal-Funktion heißt einfach „Max()“. Die eingezeichneten Linien markieren die tatsächliche Kopplung, sowie jenen viel höheren Wert der Kopplung, bei dem ein ähnlicher Spannungs-Maximalwert an der Sekundärspule auftritt,  $k = 0,8$ .

Zunächst wird das Ergebnis der Performance-Analyse dargestellt. Im Anschluss daran folgt der Vergleich des Verlaufs der Sekundärspannung bei den markierten Kopplungs-Werten.

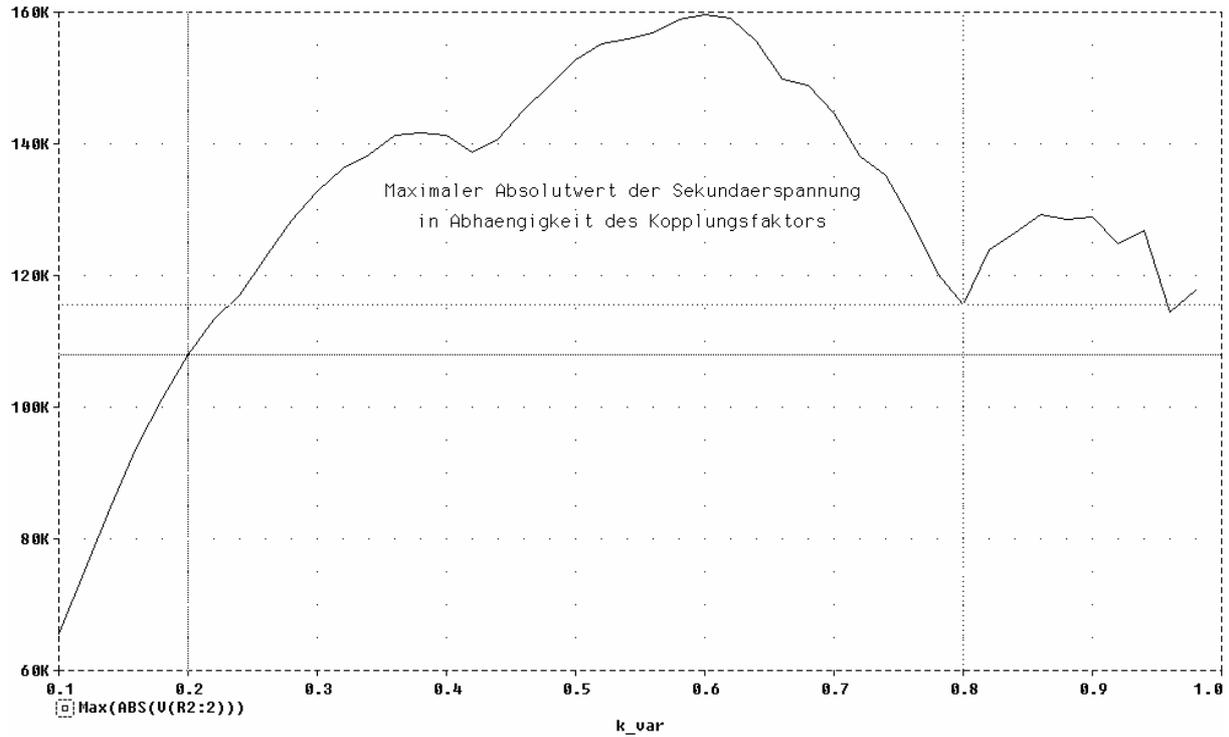


Abb. 4-21: Maximalwert der Sekundärspannung in Abhängigkeit der Kopplung

Die folgende Abbildung zeigt den Verlauf der Primär- und der Sekundärspannung bei dem tatsächlich ausgeführten Wert der Kopplung,  $k = 0,2$ . Da sich innerhalb einer Versorgungsspannungs-Halbwelle an den einzelnen Schwingungspaketen pro Anregung (Durchschlag der Funkenstrecke) nichts Wesentliches ändert, wird nur ein Schwingungspaket dargestellt.

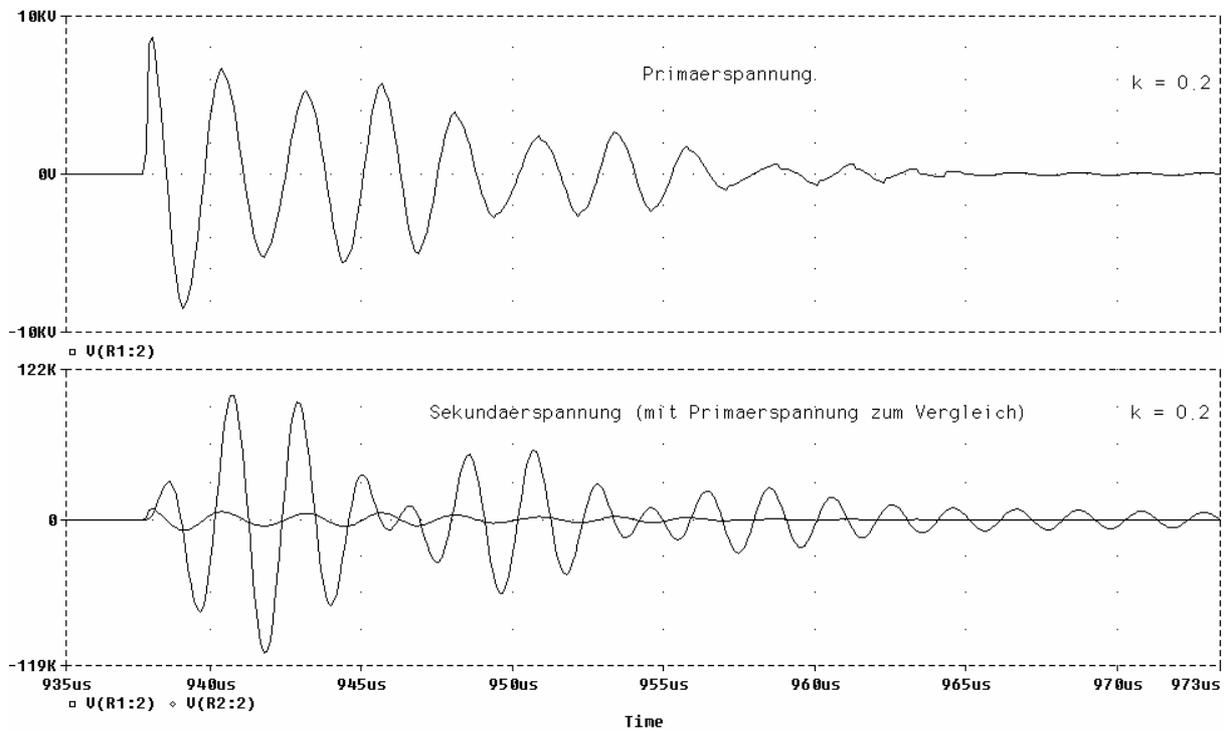


Abb. 4-22: Darstellung der Primär- (oben) und Sekundärspannung (unten) bei  $k = 0,2$

Man erkennt deutlich die Schwebung bei der Sekundärspannung, weniger bei der Primärspannung. Man beachte, dass der maximale Absolutwert bei einem negativen Wert der Sekundärspannung auftritt.

Nun soll der Unterschied zum Kopplungsfaktor  $k = 0,8$  gezeigt werden, der zumindest zu einem ähnlichen Wert der Sekundärspannung führen soll. Die entsprechende Simulation ist im folgenden Bild dargestellt:

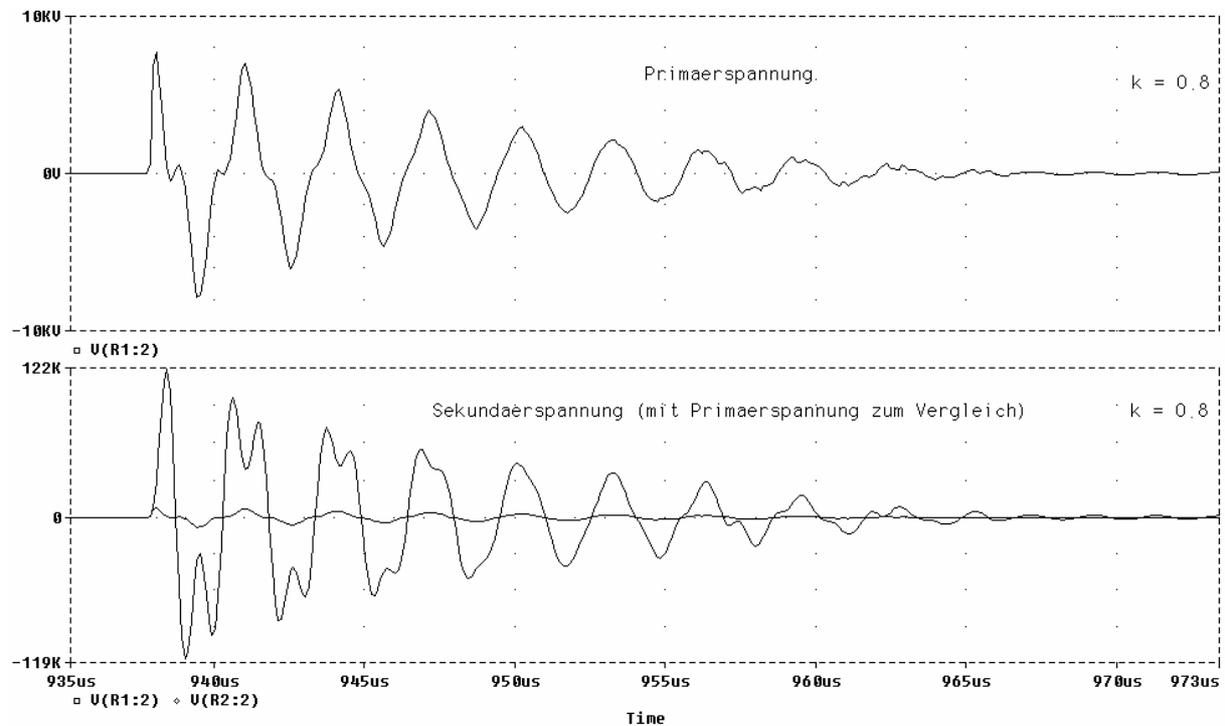


Abb. 4-23: Darstellung der Primär- (oben) und Sekundärspannung (unten) bei  $k = 0,8$

Die Abb. 4-23 zeigt deutlich, dass von der Schwebung nichts mehr zu sehen ist und es relativ lange dauert, bis sich eine einigermaßen ungestörte freie Schwingung ausbildet. Allerdings liefert bereits die erste Halbwelle auf der Sekundärseite den erwarteten Maximalwert. Dies ist der Grund, warum starke Kopplung für Teslatransformatoren in der Prüftechnik absichtlich angestrebt wird, da der Prüfling dadurch am stärksten belastet wird. Im Gegenzug endet der gesamte Schwingungsvorgang früher als bei schwacher Kopplung, wie aus Abb. 4-22 hervorgeht.

An dieser Stelle muss allerdings erwähnt werden, dass es kaum möglich sein wird, bei technischen Groß-Teslatrafos eine stärkere Kopplung als 0,6 zu erreichen, was damit als praktische Obergrenze angesehen werden kann. Außerdem wäre  $k = 0,6$  entsprechend Abb. 4-21 ohnehin der optimale Wert.

#### 4.5.2 Sekundärseitige Belastung durch Funkenentladung

Im Modell wurde als pauschales Belastungselement ein paralleler, ohmscher Widerstand  $R_p$  hinzugefügt. Es ist damit zu klären, welchen Einfluss verschiedene Werte von  $R_p$  auf die Sekundärspannung haben. Auch verschafft eine Performance-Analyse die nötige Übersicht, was im folgenden Bild dargestellt ist:

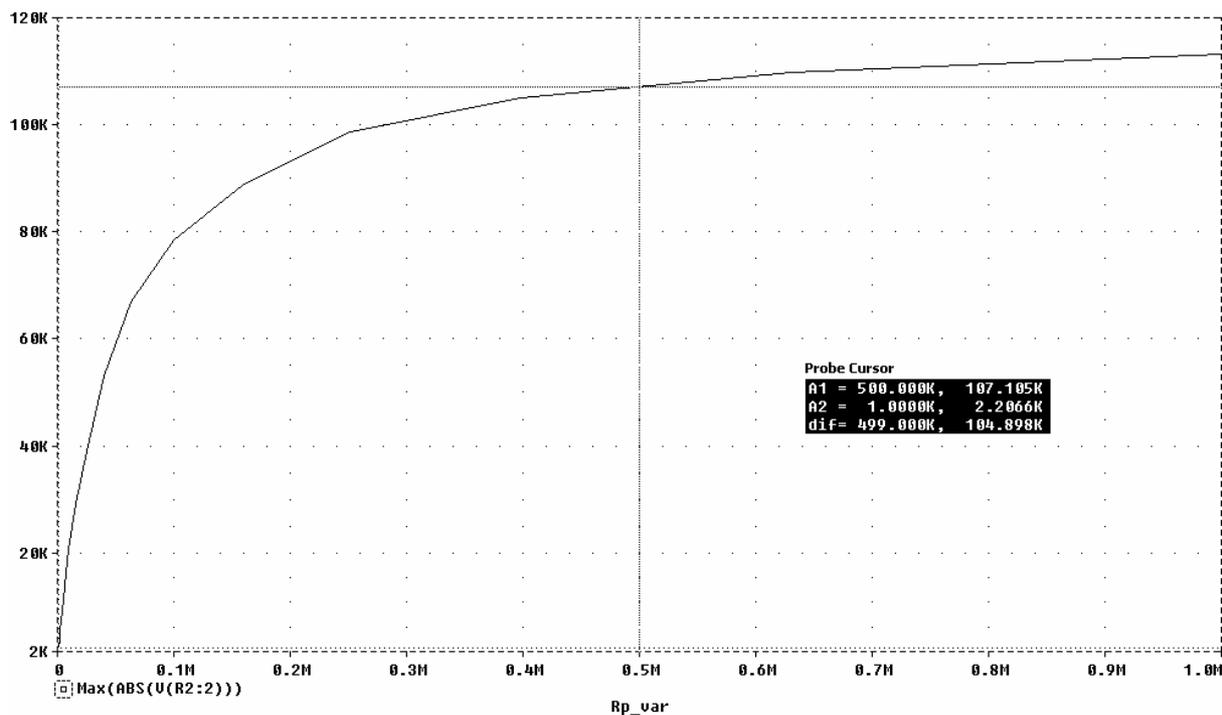


Abb. 4-24: Abhängigkeit des Maximalwertes der Sekundärspannung von der sekundärseitigen ohmschen Belastung  $R_p$

Die Abbildung zeigt, dass bei der Sekundärspannung bis zu einem maximalen „Laststrom“<sup>26</sup> von etwa

$$I_{2,\text{Last,max}} = \frac{107,1 \text{ kV}}{500 \text{ k}\Omega} \approx 200 \text{ mA} \quad (4.38)$$

keine nennenswerten Spannungseinbußen zu erwarten sind. Andererseits reagiert das System ab ca.

$$I_{2,\text{Last,krit}} = \frac{80 \text{ kV}}{100 \text{ k}\Omega} = 800 \text{ mA} \quad (4.39)$$

und darüber bereits sehr empfindlich, da sich der Schwingkreisstrom offensichtlich in dieser Größenordnung bewegt.

### 4.5.3 Einfluss der primären und sekundären Kapazität, Verstimmung

Es ist klar, dass eine exakte Abstimmung der beiden Schwingkreis-Resonanzfrequenzen in der Praxis nur sehr schwer erreichbar ist.

Einerseits sind die tatsächlich ausgeführten Werte für  $L_1$  und  $L_2$  messtechnisch gar nicht so leicht zu ermitteln, andererseits ist die sekundäre Kapazität  $C_2$  stark von der Umgebung abhängig und damit ein großer Unsicherheitsfaktor.

Um trotzdem ein Gefühl für die Größenordnung von gegenseitigen Verstimmungen der beiden Kreise zu bekommen, wird mit den folgenden beiden Abbildungen der Einfluss von Änderungen von  $C_1$  oder (!)  $C_2$  auf die erreichbare Sekundärspannung gezeigt.

<sup>26</sup> z.B. durch Funkenentladungen

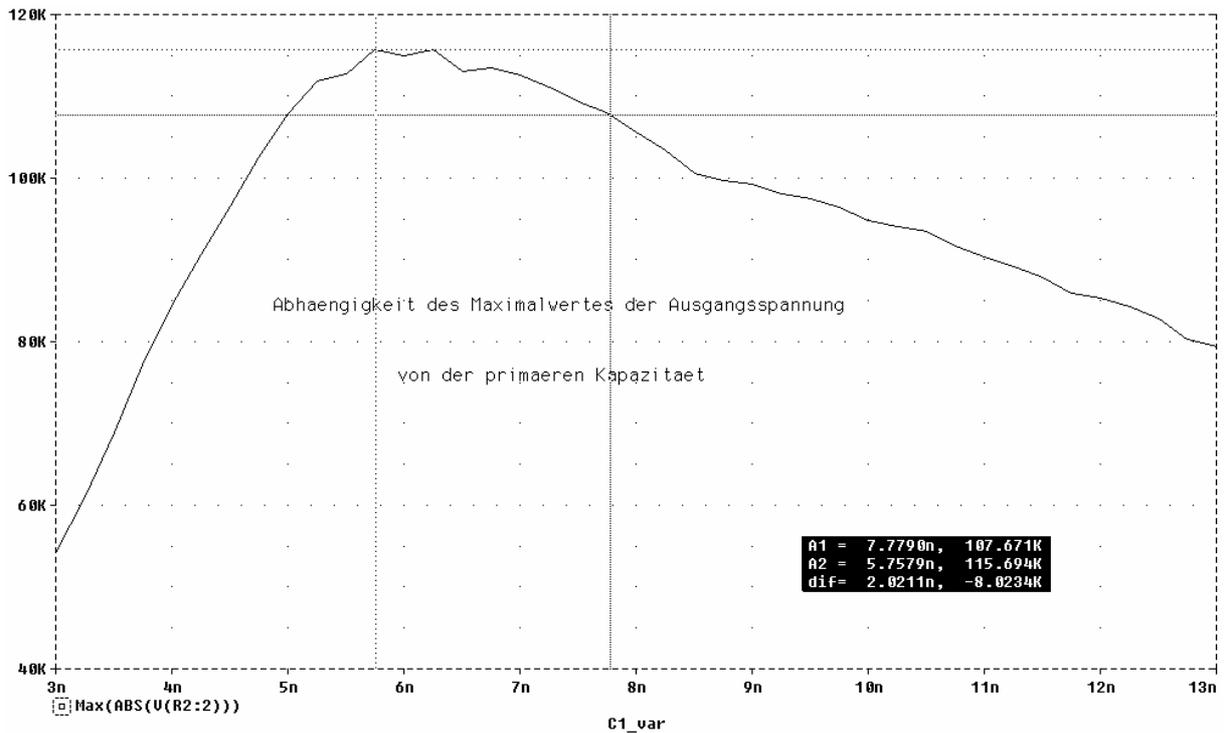


Abb. 4-25: Einfluss der primären Kapazität auf den Maximalwert der Sekundärspannung

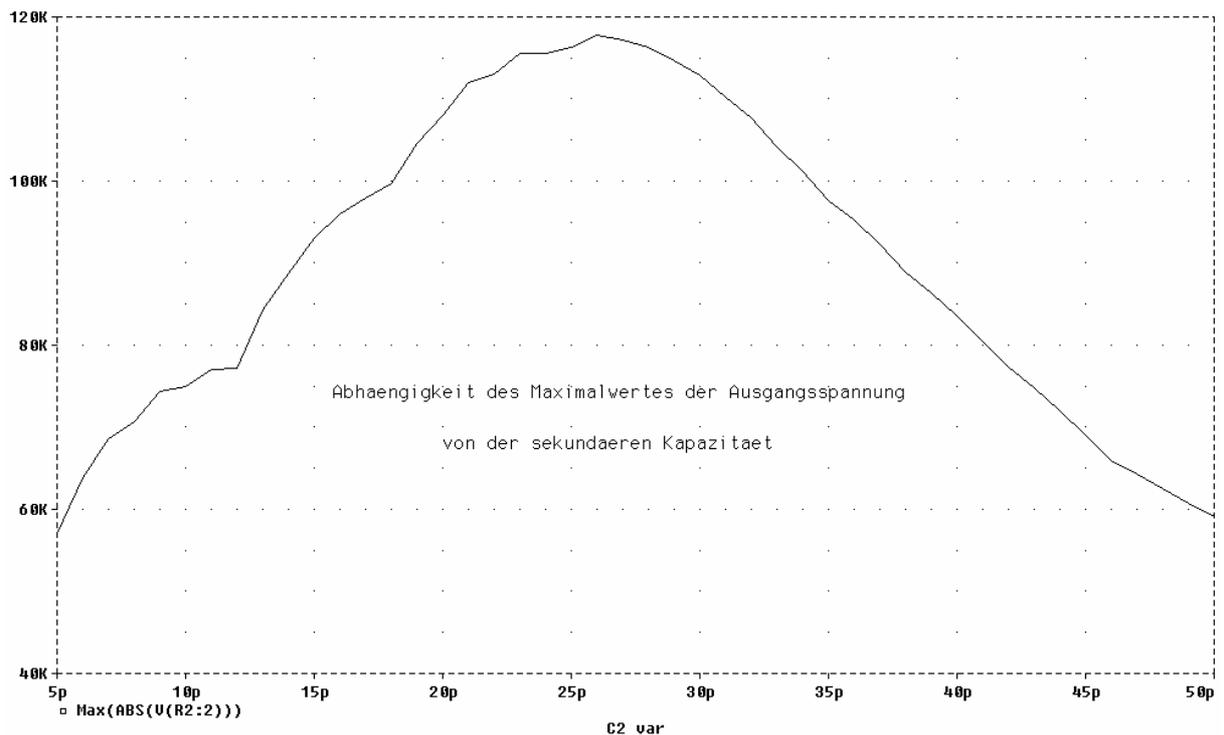


Abb. 4-26: Einfluss der sekundären Kapazität auf den Maximalwert der Sekundärspannung

Die „frohe Botschaft“, die sich aus dem relativen stumpfen Maximum der beiden oben gezeigten Funktionen ableiten lässt, ist die Großzügigkeit, mit der die Kapazitäten (bzw. indirekt die Induktivitäten) vom optimalen Wert abweichen dürfen. Natürlich liegt dies auch darin begründet, dass sich Änderungen dieser Bauteilwerte nur mit dem Kehrwert ihrer Wurzel auf die Frequenz auswirken.

Die Frage, warum der Verlauf aus Abb. 4-25 gegenüber dem in Abb. 4-26 asymmetrisch ist, lässt sich leicht beantworten. Veränderungen der beiden Kapazitäten wirken sich zunächst gleichermaßen auf

die gegenseitige Verstimmung der jeweiligen Resonanzfrequenzen aus, egal in welche Richtung. Damit erhalte man in beiden Abbildungen einen symmetrischen Verlauf. Da jedoch bei größeren Werten von  $C_1$  auch mehr Energie gemäß

$$E_{C_1} = C_1 \cdot \frac{U_{Zünd}^2}{2} \quad (4.40)$$

für die Übertragung auf die Sekundärseite zur Verfügung steht, wird der Verlust an Sekundärspannung bei höheren  $C_1$ -Werten damit zum Teil kompensiert.

Aus den obigen Bildern kann auch jeweils (alternativ) der optimale Wert für  $C_1$  oder  $C_2$  abgelesen werden. Für  $C_1$  wäre also ein etwas kleinerer Wert, nämlich ca.  $C_1 = 6 \text{ nF}$  am besten geeignet, was durch entsprechende Verkürzung des verwendeten Hochspannungskabels erreicht werden könnte.

#### 4.5.4 Parameter der Funkenstrecke

##### 4.5.4.1 Ansprechspannung

Da die Spannung am primären Kondensator  $C_1$  ein Maß für seine gespeicherte Energie ist, wird die Ansprechspannung der Funkenstrecke entsprechend ein Maß für die übertragbare Energie und damit für die erreichbare Spannung an der Sekundärspule sein. Dies deshalb, weil die Spannungen an Kondensator und Funkenstrecke praktisch übereinstimmen.

Der Einfluss der Ansprechspannung auf den Maximalwert der Ausgangsspannung wird linear erwartet. Zur Wirkung auf die Anzahl von Durchbrüchen pro Halbwelle der Versorgungsspannung ist zu sagen, dass infolge höherer Ansprechspannung der Primärkondensator auch länger geladen wird. Damit sind auch die Intervalle zwischen den Auslösungen länger, wodurch schließlich weniger Durchbrüche möglich sind. Diese Überlegungen werden durch die folgenden Abbildungen bestätigt:

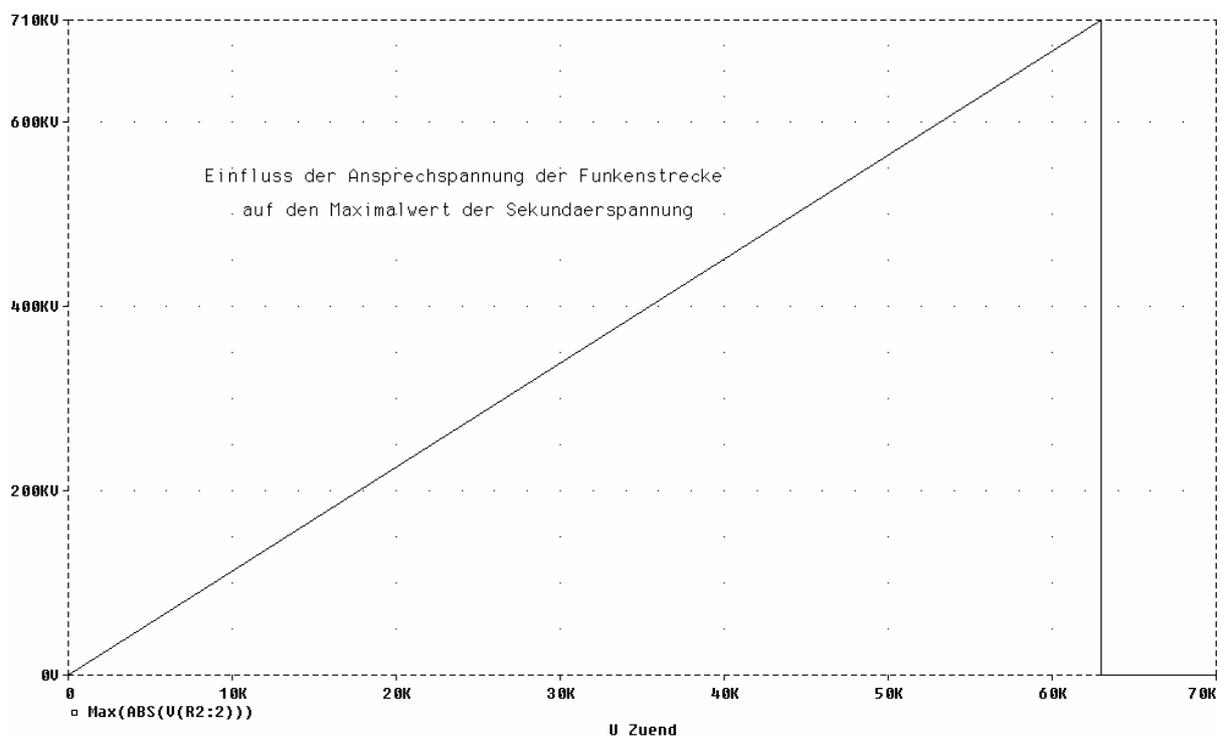


Abb. 4-27: Wirkung der Funkenstrecken-Ansprechspannung auf den Maximalwert der Sekundärspannung

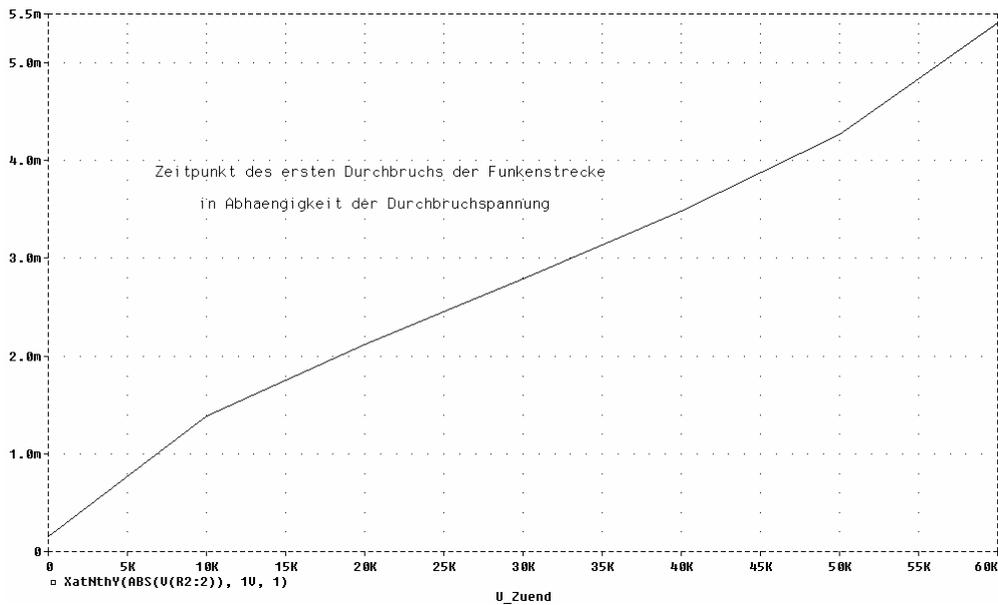


Abb. 4-28: Einfluss der Zündspannung auf den Zeitpunkt des ersten Durchbruchs

Aus den beiden obigen Bildern geht hervor, dass bei der höchstmöglichen Durchbruchspannung von ca. 63 kV erst etwa nach der Mitte der Halbwelle der 50 Hz-Versorgungsspannung, also nach ca. 5,5 ms gerade noch ein bzw. der erste und einzige Durchschlag möglich wäre. Höhere Durchbruchspannungen würden bei der hier gewählten Speisespannung nicht mehr erreicht werden.

#### 4.5.4.2 Widerstand der Funkenstrecke

Da jeder ohmsche Widerstand im Primärkreis für die Dämpfung mitverantwortlich ist, wird auch der ohmsche Widerstand der Funkenstrecke entsprechenden Einfluss haben. Eine Performance-Analyse verschafft auch hier Überblick, wie das untenstehende Bild zeigt.

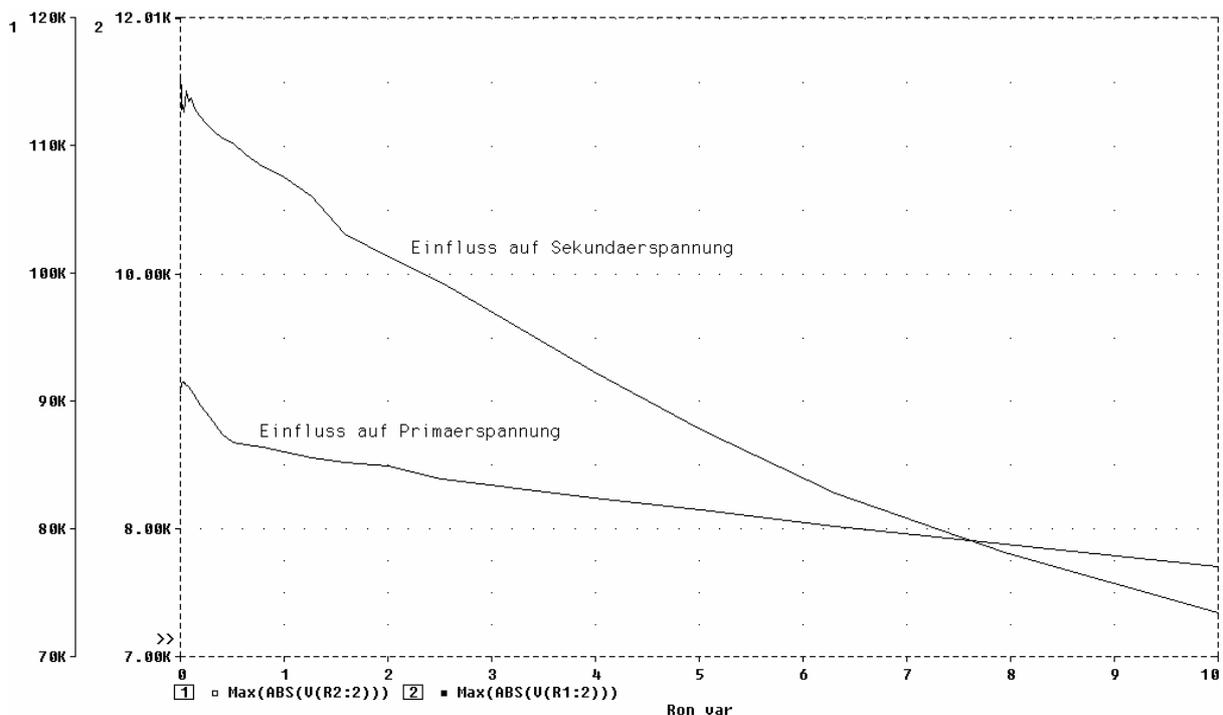


Abb. 4-29: Einfluss des Lichtbogenwiderstands der Funkenstrecke auf die maximale Höhe der Sekundär- (linke Y-Achse „1“) und Primärspannung (rechte Y-Achse „2“)

Der Einfluss als zusätzliche Dämpfung ist also auf die Primär- und damit in zweiter Instanz auf die Sekundärspannung von gleicher Art und annähernd linear.

#### 4.5.4.3 Parasitäre Kapazität der Funkenstrecke

Diese hängt von der Bauart der Funkenstrecke ab und wird nur für die Löschfunkenstrecke, die meist aus vielen Platten besteht, überhaupt messbar sein. Dies darf nun aber nicht missverstanden werden; die einzelnen Scheiben der Löschfunkenstrecke sind natürlich jeweils voneinander isoliert und wirken lediglich „elektrisch verkürzend“ auf den Gesamtabstand zwischen den beiden Randplatten. Die Fläche der äußersten (!) Scheiben und der relativ geringe „effektive“ Abstand zueinander machen hier den Vergleich mit einem Plattenkondensator möglich.

Die parasitäre Parallelkapazität wirkt sich nur im nicht leitenden Zustand der Funkenstrecke aus, da sie andernfalls kurzgeschlossen ist. Sie bewirkt höchstens kaum merkbare Trägheitseffekte beim Ausschalten des Funkenstrecken-Schalters, da sie in diesem Moment plötzlich wirksam wird und erst aufgeladen werden muss. Sie ist hier von untergeordneter Bedeutung und wird deshalb nur am Rande erwähnt.

#### 4.5.4.4 Bogenspannung

Die Bogenspannung wirkt wie eine Spannungsquelle, um deren Betrag die zur Verfügung stehende Schwingkreisspannung stets kleiner ist. Allerdings ist ihr Einfluss damit – in Relation zur Spannung am Primärkondensator – von eher untergeordneter Bedeutung.

Die folgende Abbildung lässt erkennen, dass durch die Bogenspannung eine schwache Einflussnahme auf den Maximalwert der Primärspannung und damit auch auf die Sekundärspannung besteht. Die Steigung der Kurven darf nicht überbewertet werden – man beachte die angepasste Skalierung der beiden Achsen, die nicht bei 0 beginnt!

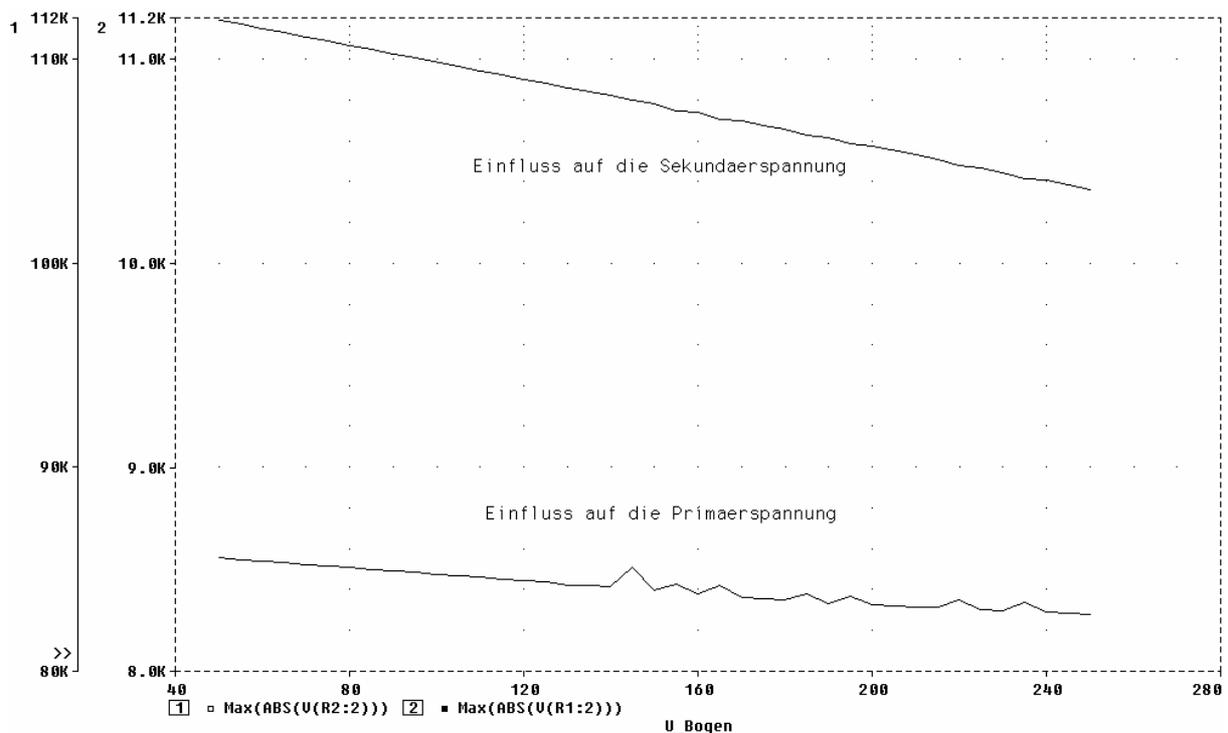


Abb. 4-30: Einfluss der Bogenspannung auf den Maximalwert der Sekundär- (linke Y-Achse) und der Primärspannung (rechte Y-Achse)

#### 4.5.4.5 Haltestrom, Trägheitseffekte

Der Haltestrom entscheidet über das Löschverhalten und die Dauer des leitenden Zustands der Funkenstrecke und damit über die Anzahl von Umschwingvorgängen im Primärkreis. Er darf aber nur gemeinsam mit der mittels  $R_f$ ,  $L_f$  und  $C_f$  modellierten Trägheit bewertet werden.

Eine schnell löschende Funkenstrecke wird z.B. kleines  $R_f$  bei relativ großem Haltestrom  $I_{\text{Halte}}$  haben, weil dadurch ein rasch gekühltes Plasma bzw. ein schnell entionisierter Funkenkanal beschrieben wird. Dauert es lange, bis der Plasmakanal „thermisch verhungert“, wird er meist größeres  $R_f$  bei relativ kleinem  $I_{\text{Halte}}$  besitzen, d.h. erst bei sehr niedrigen Strömen kühl genug fürs Verlöschen sein. Es kann jedoch auch andere Kombinationen geben, deren Untersuchung den Rahmen dieser Arbeit sprengen würde.

Um ein Gefühl für den Unterschied zu bekommen, soll den gewählten Werten für TTr1 (gemäß Abb. 4-12 auf Seite 59) und TTr2 (gemäß Abb. 4-14 auf Seite 61) Werte für eine besonders rasch löschende Funkenstrecke mit  $R_f = 0,05 \Omega$  und  $I_{\text{Halte}} = 2 \text{ A}$  gegenübergestellt werden. Siehe dazu Abb. 4-31 auf Seite 75.

Nach endgültigem Verlöschen der Funkenstrecke bei ca.  $t = 1,396 \text{ ms}$  kann der Sekundärkreis mit seiner Eigenresonanzfrequenz frei schwingen, wobei die Amplitude aufgrund der Dämpfung exponentiell mit der Zeit abklingt.

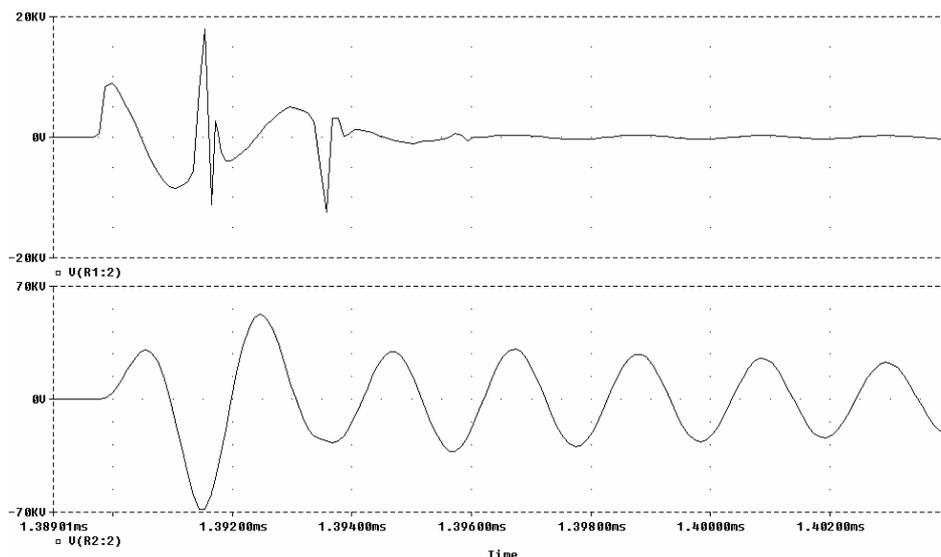


Abb. 4-31: Primär- (oben) und Sekundärspannung (unten) bei schnell löschender Funkenstrecke bei TTr1

## 4.6 Analyse der Ergebnisse

Der Teslatransformator lässt sich mit wenig Aufwand bei guter Genauigkeit modellieren. Die größten Unsicherheiten stellen dabei die sekundäre Kapazität und die Funkenstrecke dar.

Da die sekundäre Kapazität – als weitere Eigenschaft der Sekundärspule – im interessierenden Frequenzbereich hauptsächlich aus Erdkapazität besteht, lässt sich trotz ihrer starken Umgebungsabhängigkeit ihr Wert sehr wohl festlegen, solange die Umgebung gleich bleibt. Diese Forderung erfüllt sich in der Praxis meist von selbst, wodurch die Unsicherheit entschärft ist.

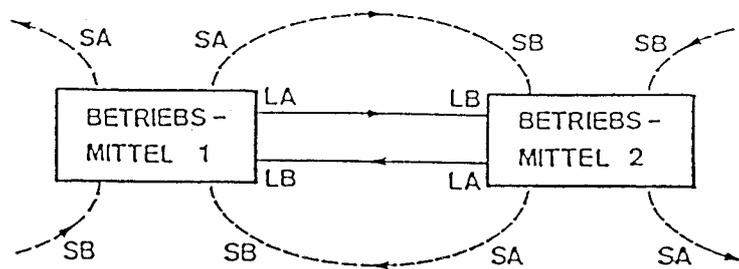
Die Funkenstrecke muss in der Praxis durch entsprechende Messungen in ihrer Einflussnahme auf die Dämpfung und in ihrem Löschverhalten abgeschätzt werden. Man muss zunächst davon ausgehen, dass man sie immer nur für einen ganz konkreten Anwendungsfall modellieren kann.

# 5 Der Teslatransformator als Störgenerator

## 5.1 Einleitung

Gerade in der heutigen Zeit, wo Schaltnetzteile und Thyristorantriebe erhebliche Netzrückwirkungen verursachen können, wird dem Bereich „Power Quality“ größte Aufmerksamkeit gewidmet. Aber auch feldgekoppelte Störungen können zum Ausfall oder zur Beeinträchtigung von elektrischen Geräten führen.

Die grundsätzlichen Mechanismen, die den elektrischen Störungen zugrunde liegen, werden durch das folgende Prinzipbild gezeigt:



- LA Leitungsgebundene Störaussendung
- SA Strahlungsgebundene Störaussendung
- LB Leitungsgebundene Störbeeinflussung
- SB Strahlungsgebundene Störbeeinflussung

Abb. 5-1: Wirkprinzip elektrischer Störungen

Die Störungen, die ein Teslatrafo im Betrieb verursacht, sind erwartungsgemäß vielfältig. Sie gliedern sich in:

- Induktiv übertragene Störungen (durch die hohen, stoßartigen Felder)
- Kapazitiv übertragene Störungen (durch die Verschiebungsströme gegen das Erdpotential)
- Störungen durch galvanische Kopplung (über die Anspeisung bzw. den Erdleiter), dazu zählen:
  - Netzrückwirkungen (Spannungs- und Stromspitzen)
  - Anhebung des Erdpotenzials in nächster Umgebung des Teslatrafos
  - Hochfrequente Ströme im Erdleiter
  - Entladung durch direkten Einschlag in die leitende Umgebung (Wände, Heizkörper)
- Elektromagnetische Wellen

Abgesehen davon treten auch einige nichtelektrische „Störungen“ auf, wie z.B.

- Ozon - durch den stark ionisierenden UV-Anteil der Entladungen
- Brandgefahr durch die hohe Temperatur der Entladungen
- Hoher Lärmpegel (z.T. auch durch die verwendete Funkenstrecke bedingt)

Die nichtelektrischen Störungen sind aber nicht primärer Gegenstand der Untersuchungen und werden daher nur am Rande behandelt.

## 5.2 Gefahrenpotenzial

### 5.2.1 Reichweite der Störungen, Sicherheitsabstände

Dabei muss man zwischen den für Personen (und Inventar) „gefährlichen“ und den auf andere elektrische Einrichtungen „störend wirkenden“ Eigenschaften unterscheiden.

Im Hinblick auf den Personen- und Sachschutz hat man nach Abschätzung der maximal im Betrieb auftretenden Hochspannungen mit einem Sicherheitsabstand von 1 cm pro 1000 V zu rechnen. Erwartet man also beispielsweise einen Maximalwert von 200 kV an der Sekundärspule, so ist mit einer nötigen Sicherheits-Distanz von mindestens (!) 2 m zu rechnen.

Dabei muss größtes Augenmerk darauf gelegt werden, dass sich keine (nicht oder schlecht geerdeten) leitenden Gegenstände in der Nähe befinden, die eine versteckte Verkürzung des Sicherheitsabstandes bewirken könnten. Oft sind es Einrichtungen, bei denen man gar nicht an elektrisch relevante Eigenschaften denkt, wie z.B. metallene Jalousien, die den vermeintlichen Sicherheitsabstand durch Überbrückung stark verkürzen könnten.

Übrigens ist es entgegen der landläufigen Meinung nicht ungefährlich, die Entladungen eines Teslatrafos auf den menschlichen Körper einwirken zu lassen.

Der häufig zitierte Skineffekt, nach dem hochfrequente Ströme vorwiegend an der Oberfläche von Leitern fließen, tritt hier wegen der geringen Leitfähigkeit des Körpers (z.B. im Vergleich zu metallenen Leitern) nicht auf. Der Skineffekt beruht auf Verdrängung des Stromes infolge Induktion im Leiterinneren und wird daher erst bei entsprechend hoher Leitfähigkeit merkbar.

Die Hochfrequenzströme treten damit sehr wohl in den Körper ein, lösen dort aber meist keinen Reiz aus, weil die für die Entstehung des Reizes nötigen elektrochemischen Prozesse als direkte Folge dieser Ströme zu träge ablaufen. Allerdings kommt es zur Erwärmung des Gewebes auch in tiefer liegenden Schichten, was in der Medizin sogar als beabsichtigte Wirkung genutzt wird.

Es hängt daher von der Intensität der Entladung ab, ob der Effekt auf den Organismus harmlos bleibt oder zu einer bleibenden Schädigung führt. Zudem enthält die Ausgangsspannung von Teslatransformatoren häufig eine 50 Hz-Komponente, die viel gefährlicher als die hochfrequenten Anteile ist.

Jene Störgrößen des Teslatrafos, nämlich seine erzeugten Felder, die auf andere elektrische Einrichtungen negativen Einfluss haben, sind in Bezug auf die Reichweite schon schwerer abzuschätzen. Die hohen magnetischen Feldstärken, die durch die stoßartige Entladung des Primärkondensators über die Primärwicklung erzeugt werden, lassen sich in ihrer Größenordnung grob abschätzen.

Vernachlässigt man die Verluste im Primärkreis, so kann man davon ausgehen, dass die Energie, mit der der Kondensator zum Zeitpunkt des Durchbruchs der Funkenstrecke geladen ist, vollständig als magnetische Energie auf die Primärinduktivität übertragen wird. Damit ergibt sich:

$$\frac{C_1 \cdot U_{C,\text{Durchbruch}}^2}{2} = \frac{L_1 \cdot I_{\text{max}}^2}{2} \quad \Rightarrow \quad I_{\text{max}} = \sqrt{\frac{C_1}{L_1}} \cdot U_{C,\text{Durchbruch}} \quad (5.1)$$

Am Beispiel des Modells TTr1 führt dies auf einen maximalen Strom von

$$I_{\max} = \sqrt{\frac{7,78 \text{ nF}}{20 \mu\text{H}}} \cdot 10 \text{ kV} \approx 197 \text{ A}, \quad (5.2)$$

der nicht nur durch die Spule, sondern natürlich auch durch alle beteiligten Zuleitungen fließt. Das Feld im Außenraum der Spule kann vernachlässigt werden; eine Abschätzung der magnetischen Induktion unter Verwendung der Beziehungen für das magnetische Dipolmoment ergibt z.B. für einen Punkt auf der Spulenchse, 2 m über dem Spulenzentrum:

$$B = \frac{\mu_0}{8} \cdot \frac{N_1 \cdot I_{1,\max} \cdot D_1^2}{r_1^3} = \frac{\mu_0}{8} \cdot \frac{6 \cdot 197 \text{ A} \cdot (0,452 \text{ m})^2}{(2 \text{ m})^3} = 4,74 \mu\text{T}. \quad (5.3)$$

Wie man an der Formel merkt, fällt der Wert der Induktion sehr schnell, nämlich mit der dritten Potenz des Abstands. Man kann also davon ausgehen, dass man nach etwa  $(5 \dots 10) \cdot D_1$  ober- und unterhalb der Primärwicklung (entlang der Spulenchse<sup>27</sup>) bereits mit vernachlässigbar kleinen Flussdichten rechnen kann. Dabei muss die Größenordnung des verwendeten Teslatriafos immer berücksichtigt werden. Bei großen Typen können die Ströme in der Primärwicklung im kA-Bereich liegen.

## 5.2.2 Funkenlänge

Die erzielbare Funkenlänge am Toroid ist nicht nur das jeweilige Ergebnis einer einzelnen Entladung. Ist ein bestimmter Plasmakanal erst einmal ionisiert, kommt es nur darauf an, diesen aufrecht zu erhalten. Durch die hohe Frequenz der Schwingungen im Sekundärkreis ergibt sich eine rasch aufeinander folgende Anzahl von Entladungen, die jeweils dafür sorgen, dass derselbe Kanal nicht abkühlt und sogar weiter vorwachsen kann. Erfolgen die Anregungen seitens des Primärkreises ebenfalls sehr rasch, wird dadurch dieses Vorwachsen noch weiter begünstigt.

Es ist also schwierig, eine Faustregel, geschweige denn eine genaue Beziehung für die zu erwartende Länge der Funkenentladungen herzuleiten. Es kommt jedenfalls drauf an, die Beziehung zwischen Aufladedauer des Primärkondensators und der Zeit, in der die Funkenstrecke leitet, zu optimieren. Denn genau dadurch wird die höchstmögliche Anzahl von Entladungen erzielt, die vorzugsweise einen bereits vorhandenen Plasmakanal wählen und diesen weiter ausbauen.

Dann entscheidet aber natürlich auch die Energie, mit der eine einzelne Entladung den Plasmakanal weiter versorgt. Diese Energie ist letztlich abhängig von der erreichten Spannung am Toroid und damit auch von der Kopplung und von der Durchbruchspannung der Funkenstrecke. Dabei ist optimale Abstimmung der Resonanzfrequenzen der beiden Schwingkreise vorausgesetzt.

Man sieht also, dass die Funkenlänge tatsächlich von der optimalen Auslegung aller Parameter stark abhängt, was die Angabe einer brauchbaren Beziehung bereits ins Unseriöse ziehen dürfte. Eine sehr grobe Abschätzung wird am ehesten über die aufgenommene Leistung unter Berücksichtigung der Kopplung möglich sein, was im Rahmen dieser Arbeit jedoch nicht näher untersucht wurde.

P. Drude schreibt dazu in [5] (auf Seite 133 oben):

„Ich glaube aber [...], dass die Potentiale an den Teslapolen [dem Toroid] nicht so hoch sind, wie man aus den Büschelbildungen und Funkenschlagweiten wohl geneigt ist anzunehmen, dass die letzteren vielmehr auch wesentlich durch die schnelle Periode der Ladungen und ihre Häufigkeit mit unterstützt sind.“

<sup>27</sup> die Formel (5.3) beruht auf dieser Vereinfachung; Näheres siehe [17]: Gl. (17.5) und Gl. (17.6), sowie S. 337

### 5.2.3 Feldstärke

Im Rahmen dieser Arbeit wurde versucht, die Feldstärke nahe der Erdoberfläche (Feldlinien normal auf die Oberfläche) in seitlichem Abstand zur Sekundärspule von etwa 2 m und etwa 7 m zu messen. Dazu wurde ein auf der TU-Wien gerade entwickelter Feldstärkesensor für Wechselfelder verwendet, dessen Messprinzip auf der partiellen Ableitung der Verschiebungsstromdichte nach der Zeit beruht. Der Sensor liefert als Maß für die gemessene Feldstärke über einen Integrator eine Ausgangsspannung von  $43 \text{ mV}/\frac{\text{V}}{\text{m}}$ .

Auf einem Oszilloskop wurden im Betrieb des Modells TTr1 (siehe Kap. 4.2.1 auf Seite 46) Spitzenwerte von 6 V gemessen, was leider bedeutet, dass das Sensorsystem in Sättigung war, was eine genaue Messung unmöglich machte. Das bedeutet zumindest, dass die herrschende Elektrische Feldstärke an diesen beiden Stellen über dem Wert

$$E_{\min} = \frac{6 \text{ V}}{0,043 \text{ mV}/\frac{\text{V}}{\text{m}}} \approx 140 \frac{\text{V}}{\text{m}} \quad (5.4)$$

lag. Der tatsächliche Wert wird weitaus höher sein. Zum Vergleich: Die maximale Feldstärke unter einer einzelnen 110 kV-Freileitung in etwa 15 m Höhe beträgt näherungsweise

$$E_{\max} = \frac{110 \text{ kV} \cdot \sqrt{2}}{15 \text{ m}} \approx 10,4 \frac{\text{kV}}{\text{m}}. \quad (5.5)$$

Allgemein formuliert beträgt die elektrische Feldstärke unter Hochspannungs-Freileitungen einige kV/m, unter einer Gewitterwolke wird eine statische elektrische Feldstärke bis zu 20 kV/m erreicht. Das elektrische Gleichfeld der Erde beträgt etwa 130 V/m.

### 5.2.4 Frequenzbereich der Emissionen

Grundsätzlich werden die dominanten Frequenzanteile der Emissionen durch die beiden beteiligten Koppelschwingungen bestimmt. Allerdings sind nach genauerer Betrachtung auch Frequenzanteile durch die Wicklungsdetails der Sekundärspule mitbeteiligt. Diese zeigen sich erst bei höheren Frequenzen, weil sie von der im Vergleich zur Erdkapazität kleineren, tatsächlichen „Eigenkapazität“ der Spule abhängen.

Ein Resonanzversuch zeigte, dass man es in letzter Konsequenz genau genommen mit einem sehr komplizierten Wellenausbreitungsphänomen zu tun hat. Steigert man, ausgehend von der zunächst ermittelten „Eigenfrequenz“ der Spule<sup>28</sup>, die Frequenz der Anregung, so stellt man fest, dass sich in bestimmten Frequenzintervallen Serien- und Parallelresonanz jeweils abwechseln. Dieses Phänomen konnte nur im Rahmen der lieferbaren Frequenz des vorhandenen Frequenzgenerators untersucht werden. Damit musste bei Werten ab ca. 10-15 MHz abgebrochen werden, weil man dann dem Frequenzgenerator bereits Mitbeteiligung an dem Schwingungsvorgang unterstellen kann.

Zusammenfassend kann man also von dominanten Frequenzanteilen rund um die Resonanzfrequenz des gesamten Systems ausgehen, muss aber mit einer Beteiligung von Frequenzen bis in den höheren Megahertz-Bereich rechnen. Der Teslrafo stört damit in seiner Umgebung jeglichen Funkverkehr ganz gewaltig. Dieser Effekt ist am stärksten unmittelbar vor dem Einsetzen von Entladungserscheinungen, weil dabei die höchsten Feldstärken am Toroid auftreten.

<sup>28</sup> die in Wahrheit nur als die *unterste* Grenzfrequenz zu verstehen ist

### 5.2.5 Thermische Energie der Entladungen

Eine große, oft unterschätzte Gefahr ist die extrem hohe Temperatur der Entladungskanäle. Sie beträgt bis zu 20.000 Grad Celsius und stellt damit für nicht geeignete Betriebsumgebungen eine Brandgefahr dar.

Achtet man auf entsprechende Sicherheitsabstände und darauf, keine leicht brennbaren Materialien in die Nähe des Teslatriasformators zu bringen, sollten sich keine weiteren Probleme im Betrieb ergeben. Es kann jedoch niemals schaden, immer einen Feuerlöscher griffbereit zu halten.

### 5.2.6 Ozon

Die beim Teslatriasformator fast immer erwünschten, heftigen Funkenentladungen strahlen durch die hohe Temperatur des Plasmakanals u.a. hochenergetisches, kurzwelliges Licht im UV-Bereich ab. Die Energie und der Impuls eines Teilchens stehen durch die De-Broglie-Gleichungen mit der Frequenz und der Wellenlänge in Beziehung. Es gilt:

$$E = h \cdot \frac{c}{\lambda} = h \cdot \nu = h \cdot \frac{\omega}{2\pi} = \hbar \cdot \omega, \quad (5.6)$$

wobei  $h = 6,6260755 \cdot 10^{-34}$  Js das Plancksche Wirkungsquantum und  $\nu$  die Frequenz des Lichts ist. Die Wellenlänge von Lichtquanten aus dem UV-Bereich beträgt zwischen (1...400) nm, was auf eine Energie von

$$E_{\max} = h \cdot \frac{c}{\lambda} \approx 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \cdot \frac{3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1 \cdot 10^{-9} \text{ m}} = 1240,8 \text{ eV} \quad (5.7)$$

bzw.

$$E_{\min} = h \cdot \frac{c}{\lambda} \approx 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \cdot \frac{3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{400 \cdot 10^{-9} \text{ m}} = 3,1 \text{ eV} \quad (5.8)$$

führt. 1880 berichtete der irische Chemiker Walter N. Hartley über das Absorptionsspektrum des Ozons, dessen Schwerpunkt bei 265 nm lag, was einer Energie von  $E = 4,68$  eV entspricht.

Ozon ( $\text{O}_3$ ) ist ein aus drei Sauerstoffatomen bestehendes, instabiles Molekül. Es ist ein starkes Oxidationsmittel und bei Zimmertemperatur und normalem Luftdruck gasförmig. Aufgrund seiner oxidierenden Wirkung ist es für den Menschen giftig (MAK-Wert =  $0,2 \text{ mg/m}^3$ ). Häufig bei Ozonaufnahme ist heftiger Schläfenkopfschmerz. Der Geruch ist charakteristisch stechend-scharf.

Ozon bildet sich in der Atmosphäre vor allem auf drei Arten:

- Energiereiche Sonnenstrahlung spaltet Sauerstoff-Moleküle in der Stratosphäre in zwei einzelne Atome, die sich jeweils mit einem weiteren Sauerstoff-Molekül zu Ozon vereinigen.
- In Erdnähe bildet sich Ozon aus einer Reaktion zwischen Stickstoffdioxid  $\text{NO}_2$  und Sauerstoff  $\text{O}_2$  unter dem Einfluss von UV-Strahlung.
- Durch ein Gewitter. Dieses lässt bei seiner Entladung (Wolke mit Erde) durch den elektrischen Strom Ozon entstehen (aber auch Salpetersäure und andere Stoffe).

Grundsätzlich ist Ozon in der Stratosphäre erwünscht, weil es dort das schädliche UV-Licht der Sonne absorbiert (siehe Ozonschicht). In Erdnähe ist es jedoch als Umweltgift unerwünscht, insbesondere

bewirkt die lokal sehr unterschiedliche Ozonbelastung Reizungen der Atemwege, erhöhte Korrosion und Baumsterben.

In Bezug auf den Teslatriansformator ist also insbesondere bei längerem Betrieb in relativ kleinen, schlecht belüfteten Räumen Vorsicht geboten.

### 5.3 Netzurückwirkungen

Die Netzurückwirkungen sind in erster Linie auf das plötzliche Einbrechen der Spannung des Primärkondensators infolge des Zündens der Funkenstrecke zurückzuführen. Auf den Versorgungsstrom wirkt dies als sprunghafte Belastung. Da der obere Kontakt der Primärkapazität dann mit der Resonanzfrequenz oszilliert, ergeben sich über den Widerstand  $R_V$  und die Summe aller Trafo- und sonstiger dazwischen liegender Impedanzen galvanisch gekoppelte Störungen auf die Versorgungsspannung.

Die Abb. 4-16 (auf Seite 64) zeigt eine Simulation des Ladestroms bzw. des direkten Versorgungsstroms des Modells TTr1. Man sieht die hochfrequenten Oszillationen, die die Netzurückwirkungen verursachen. An dieser Stelle muss allerdings angemerkt werden, dass die in dieser Arbeit vorgestellten PSpice-Modelle von starren Versorgungsspannungen ausgehen, was in der Praxis natürlich kaum zutrifft. Man kann sich also aus der Abb. 4-16 nur eine Idee von den Ursachen holen.

Tatsächlich müssen auch die Eigenschaften des vorgeschalteten Hochspannungstrafos sowie des Trenntrafos mitberücksichtigt werden. Die realen Verhältnisse gehen aus den beiden folgenden Abbildungen hervor. Die Abb. 5-2 zeigt die „echten“ Netzverhältnisse am Beispiel des Modells TTr1 bei verringerter Versorgungsspannung. Dargestellt sind die Netzspannung  $U_{\text{Netz}}$  und der Netzstrom  $I_{\text{Netz}}$ , letzterer invertiert (messtechnisch bedingt). Die Bilder wurden mit einem Digitalspeicher-oszilloskop ermittelt und abfotografiert.

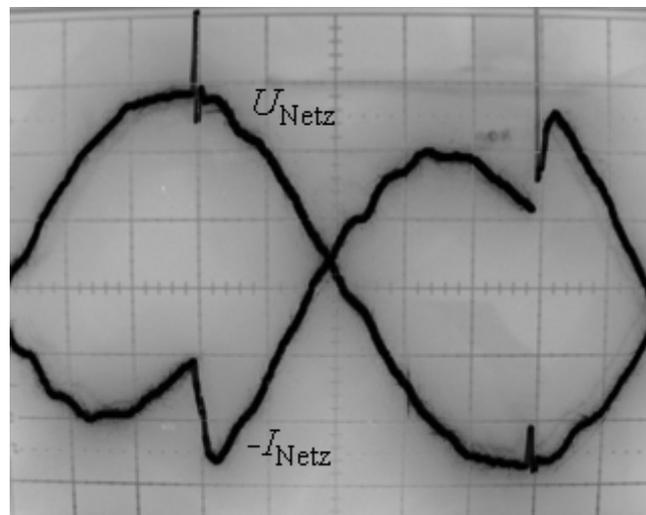


Abb. 5-2: (verringerte) Netzspannung und -Strom von TTr1  
Maßstäbe:  $t$ : 2 ms/DIV,  $u_{\text{Netz}}$ : 20 V/DIV,  $i_{\text{Netz}}$ : 0,5 A/DIV (über Shunt)

Der Strom wurde als Spannungsabfall an einem 10  $\Omega$ -Messwiderstand abgegriffen. Am Verlauf der Netzspannung erkennt man deutlich den Moment, in dem die Funkenstrecke schaltet. Die hohe Spannungsspitze stellt bereits eine große Gefahr für empfindliche Geräte dar, die am selben Stromkreis wie der Teslatriansformator hängen. Der Strom hat eine leider nicht deutlich genug erkennbare hohe Spitze, bevor sich ebenfalls eine starke Oszillation ausbildet (siehe Abb. 5-3). Sobald die Funkenstrecke löscht, wird der Kondensator erneut aufgeladen, wodurch der Versorgungsstrom für kurze Zeit wieder ansteigt.

Das Bild lässt völlig richtig vermuten, dass die Versorgungsspannung (Netzspannung) gerade so eingestellt wurde, dass die Funkenstrecke etwa einmal pro Halbwelle zündet.

Vergrößert man durch selektive Triggerung den Bereich der Netzurückwirkungen, erhält man das folgende Bild (man beachte dabei wieder, dass der Strom invertiert dargestellt wird und an dieser Stelle gerade negativ ist):

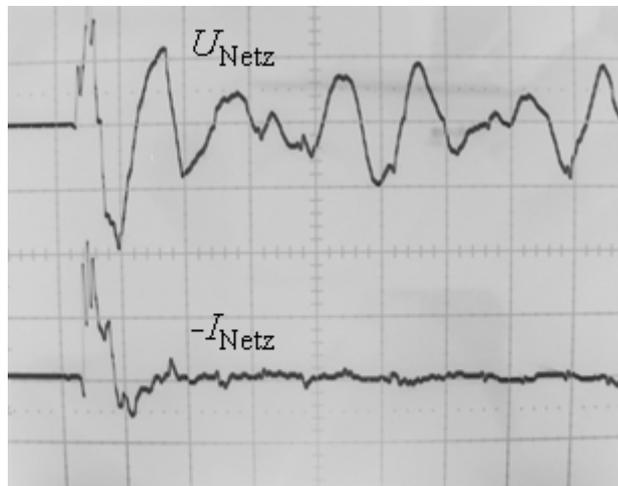


Abb. 5-3: Hochfrequente Störungen auf Versorgungs-Spannung und -Strom bei TTr1  
(nur auf Störung getriggert; in vergrößerter Darstellung)  
Maßstäbe:  $t$ : 5  $\mu\text{s}/\text{DIV}$ ,  $u_{\text{Netz}}$ : 100 V/DIV,  $i_{\text{Netz}}$ : 5 A/DIV (über Shunt)

Aus dem Bild kann man grob die Frequenz der Spannungsänderungen ermitteln: mit ca. 1,2 DIV ergibt sich bei einem Zeitmaßstab von 5  $\mu\text{s}/\text{DIV}$  eine Periodendauer von etwa 6  $\mu\text{s}$ , woraus eine Frequenz von 170 kHz resultiert.

Bei der Höhe der Störung des Netzstromes muss man stark umdenken. Aus der Abb. 5-2 geht zunächst hervor, dass der Momentanwert kurz vor der Zündung der Funkenstrecke etwa 0,5 A beträgt – und zwar positiv (wegen der invertierten Darstellung!). Die Abb. 5-3 lässt analog auf eine Schwankung ins Negative (!) um etwa 10 A auf einen resultierenden Wert von -9,5 A schließen, der allerdings nur ca. 0,6  $\mu\text{s}$  dauert.

## 5.4 Gegenmaßnahmen

### 5.4.1 Filter

Um die hochfrequenten Anteile der Störungen zu unterdrücken, gibt es relativ einfache Netzfilter aus Kombinationen von R, L und C. Durch die Beteiligung von Induktivitäten gemeinsam mit Kapazitäten haben solche Filter zwar meistens eine Resonanzstelle, die aber in der Regel fernab von den zu unterdrückenden Frequenzanteilen liegt.

Der Teslatriansformator TTr2, der im Rahmen dieser Arbeit untersucht wurde, hat in seiner separaten Steuereinheit einen solchen Netzfilter eingebaut. Die folgende Abbildung zeigt dessen Schaltung, wobei mit PSpice sein Übertragungsverhalten (vom rechtsliegenden, verbraucherseitigen Ende zum linksliegenden, versorgungsseitigen Ende) untersucht wurde. Dafür dient stellvertretend für die störungserzeugende Last eine Spannungsquelle U1 (mit Innenwiderstand R2), die mit Hilfe eines „AC-Sweep“ in ihrer Frequenz variiert wurde.

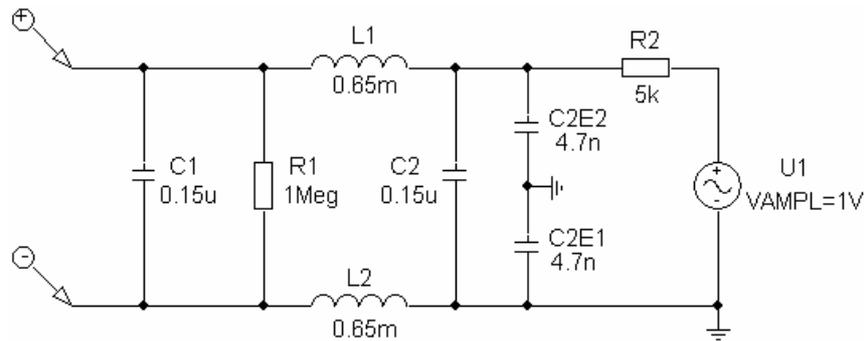


Abb. 5-4: Schaltung des Netzfilters von TTr2  
(U1 und R2 dienen nur zur Ermittlung des Übertragungsverhaltens unter PSpice)

Der AC-Sweep wurde mit einer Startfrequenz von 0,1 Hz bis zu einer Frequenz von 1 MHz durchgeführt. Das Ergebnis wird im folgenden Bild in Form eines Bode-Diagramms dargestellt.

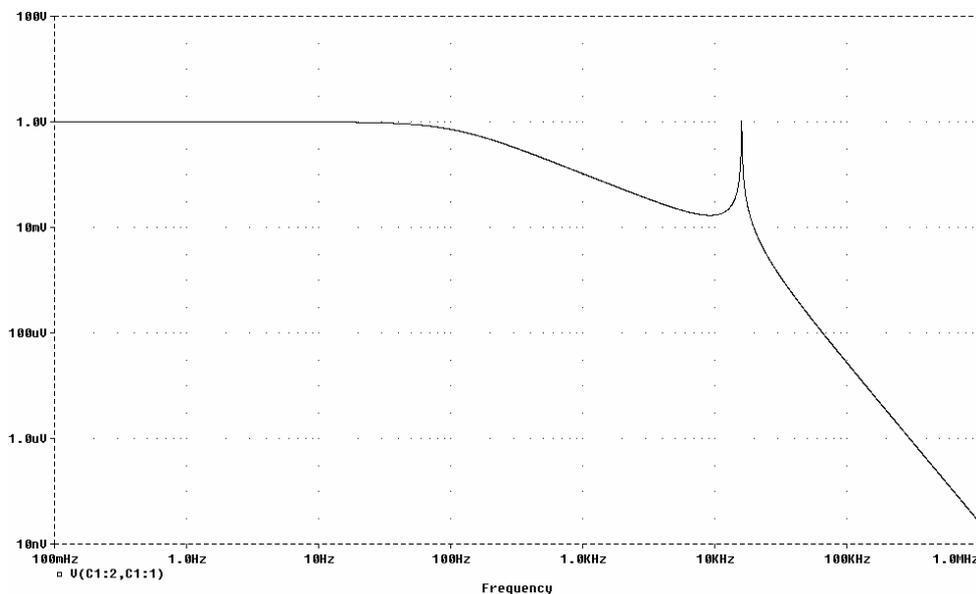


Abb. 5-5: Bode-Diagramm der Übertragungsfunktion des Netzfilters aus Abb. 5-4

Da der Netzfilter das Netz vor den Störungen des Verbrauchers zu schützen hat, ist in diesem Fall die rechte Seite der Schaltung als „Eingang“ und die linke, dem Netz zugewandte Seite als „Ausgang“ zu betrachten. Man interessiert sich also dafür, mit welchem Übertragungsmaß eine Störung des Verbrauchers auf der Seite des Netzes erscheint. Zu diesem Zweck wurde eine Sinus-Wechselspannungsquelle mit einer Amplitude von 1 V und variabler Frequenz am verbraucherseitigen Ende des Filters angeschlossen.

In der Abb. 5-5 erkennt man deutlich eine Resonanz bei etwa 16 kHz. Da der Filter aber in erster Linie Frequenzen über 200 kHz abschwächen soll, spielt diese Resonanz keine Rolle. Die untere Grenzfrequenz beträgt etwa 100 Hz, dann folgt eine Steigung von -20 dB/Dekade, und nach der Resonanzstelle bei ca. 16 kHz folgt schließlich eine Steigung von -40 dB/Dekade.

Im Übrigen ist auf hochfrequenztaugliche Erdung zu achten. Das bedeutet, dass die Impedanz der Erdung auch für hochfrequente Ströme nicht zu groß werden darf. Bei Messungen und Versuchen vor einigen Jahren an einem dritten Teslatriasformator großer Leistung (Funkenentladungen bis zu 15 Meter Länge!) gab es durch die sehr leistungsstarken Einschläge in den Erdleiter bei zu geringen Krümmungsradien desselben an manchen Stellen sogar Eigen-Überschläge des Leiters in sich selbst.<sup>29</sup>

<sup>29</sup> Dabei handelt es sich um den Teslatriasformator, der seit 1999 im Technischen Museum in Wien zu sehen ist!

### 5.4.2 Abschirmung

Für den sicheren Betrieb eines Teslatriafos sollte ein Faraday-Käfig verwendet werden. Dieser hat allerdings entsprechend groß dimensioniert zu werden, was meist schwierig bzw. teuer ist. Wird er mit dem Fußpunkt der Sekundärwicklung verbunden, findet letztere ein gut definiertes „Erdpotenzial“ vor. Die Anführungszeichen sollen klar machen, dass der Käfig in diesem Fall nicht zwangsläufig geerdet sein muss; er bildet auf diese Weise lediglich das Bezugspotenzial für die sekundäre Induktivität bzw. Kapazität, und damit die ideale Soll-Einschlagstelle. Damit ist die größte Gefahr, die letztlich in den Funkenentladungen selbst liegt, gebannt. Ein anderes Problem sind die feldgekoppelten Störungen. Da diese z.T. bis in den Hochfrequenzbereich reichen können, muss darauf bei der Dimensionierung des Faradaykäfigs Rücksicht genommen werden.

## 6 Demonstrationsversuche mit dem institutseigenen Teslatrafo

### 6.1 Lehrziele

Nach einer kurzen Einführung in das Prinzip der *Transformation durch Resonanz* und der *Erklärung der Einzelteile des Teslatrafos* soll auf eindrucksvolle Weise gezeigt werden, dass mit *wenig schaltungstechnischem Aufwand starke Blitzentladungen* erzeugt werden können.

Danach sollte noch ein kurzer Abriss über die *Gefahren solcher Entladungen* gegeben werden.

### 6.2 Versuche

Für eindrucksvolle Demonstrationen ist der Teslatrafo „TTr2“ am besten geeignet. Er ist kompakt, auf Rollen gelagert und liefert fast einen Meter lange Funkenentladungen. Er wird über eine eigene Ansteuereinheit kontrolliert, auf der alle nötigen Steuerelemente vorhanden sind, wie das folgende Bild zeigt:



Abb. 6-1: separate Ansteuereinheit für den Teslatrafo SG-5  
(bei dieser Arbeit mit „TTr2“ bezeichnet)

Man erkennt links oben und links unten die beiden Hauptschalter (einer versperrenbar). Unten befindet sich auch der Schalter für den Motor der rotierenden Funkenstrecke<sup>30</sup>, daneben ein Taster, der für die Aktivierung der Hochspannung – aus Sicherheitsgründen – ständig gedrückt gehalten werden muss. Wurde der Motor eingeschaltet, lässt sich die Hochspannung erst nach etwa 15 Sekunden Verzögerung aktivieren, um sicherzustellen, dass die Funkenstrecke korrekt arbeitet.

<sup>30</sup> Er ist mit „RSG“ für „Rotating Spark Gap“ bezeichnet (im Bild verdeckt); „HV“ steht für „High Voltage“

Mit dem Stelltransformator rechts im Bild kann nun bequem die Speisespannung eingestellt werden, wodurch evtl. auch Experimente ohne Funkenentladungen möglich sind. Die beiden Anzeigeelemente ermöglichen eine grobe Kontrolle der Versorgungsgrößen.

An der Rückseite der Steuereinheit sind zwei Betriebsstundenzähler untergebracht, die getrennt die Einschaltdauer der Funkenstrecke und des Hochspannungsteils aufsummieren. Die folgende Abbildung zeigt dies:



Abb. 6-2: Rückansicht der Ansteuereinheit des Teslatrafos SG-5 („TTr2“)

Hat man alles aktiviert, kann die Versorgungsspannung langsam erhöht werden. Ab einem gewissen Zeitpunkt beginnen die ersten Durchschläge in der rotierenden Funkenstrecke. Dreht man weiter am Rad des Stelltrafos, treten bald die ersten Funkenentladungen am Toroid auf. Bei vollem Ausschlag liefert der Teslatriansformator Entladungen, die auf dem folgenden Bild beispielhaft dargestellt sind:

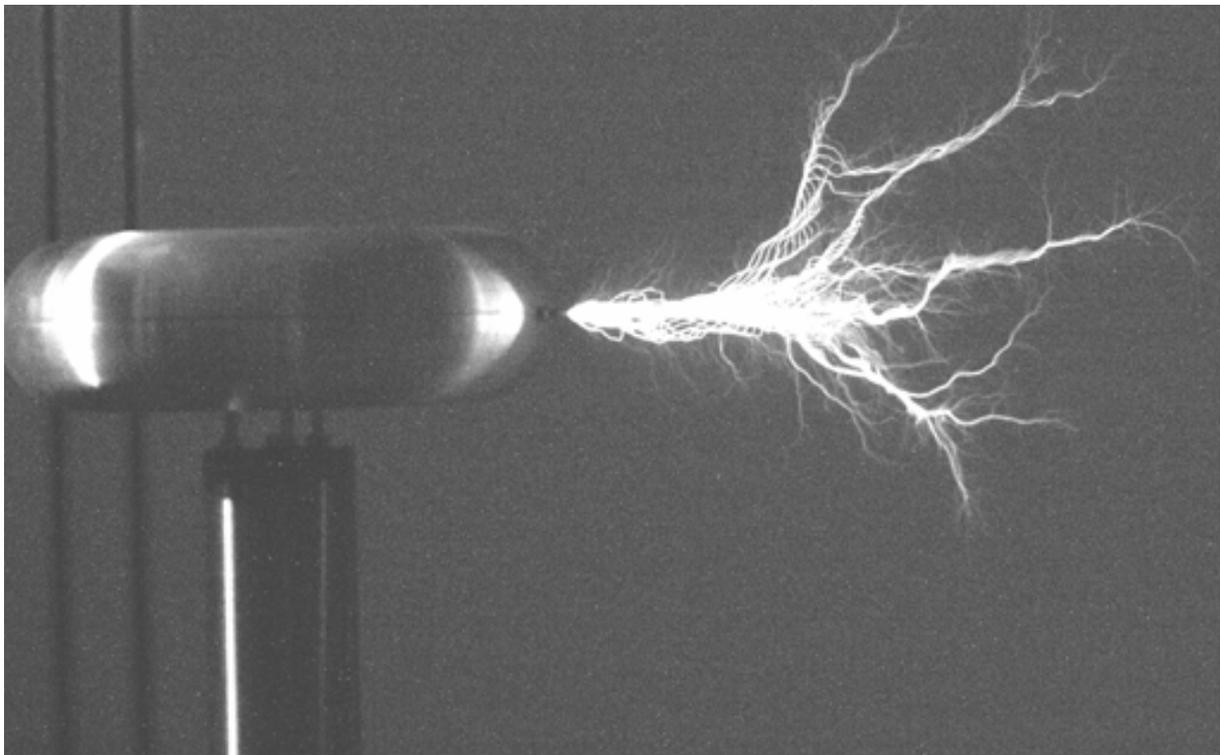


Abb. 6-3: Funkenentladungen am Teslatrafo SG-5 („TTr2“) bei voller Erregung

Nun lassen sich einige Experimente durchführen, bei denen natürlich größte Vorsicht geboten ist. Die hier auftretenden Entladungen können lebensgefährlich sein, da bereits erhebliche Energiemengen im Spiel sind.

- Mit einer Erdungsstange kann man Versuche machen, ab welchem Abstand (und bei welcher Erregung) Einschläge in die Spitze der Stange stattfinden. Daraus kann man eine grobe Abschätzung der Spannung am Toroid vornehmen. Allerdings sei hierzu auf Kap. 5.2.2 (Seite 78) verwiesen.
- Anbringen verschiedener Elektroden am Torus und Diskussion der Effekte auf die dabei entstehenden Entladungen.
- Leuchtstoffröhren in (sichere) Nähe des Trafos bringen und die darin entstehenden Leuchterscheinungen diskutieren.
- In geeigneter Art und Weise einen dünnen Draht rund um den Toroid befestigen und die entstehende Koronaentladung beobachten.

Die oben genannten Punkte sind natürlich nur Anregungen. Solange die Sicherheitsrichtlinien streng befolgt werden, steht der Verwirklichung anderer Experimente nichts im Weg.

## 7 Praktischer Nutzen von Teslatrafos

Teslatransformatoren finden wegen ihrer eindrucksvollen Entladungen und den dabei auftretenden hochfrequenten Hoch- und Höchstspannungen auch heute noch in folgenden Bereichen Verwendung:

- Unterhaltungsbranche – z.B. in der Filmindustrie, für spezielle visuelle Effekte (Beispiel: Terminator 2)
- Lehre und Forschung, Museen – z.B. Veranschaulichung zahlreicher physikalischer Effekte (Resonanz, Hochspannung, Induktion, Kopplung, Blitzentladung, hohe elektrische Felder, usw.), Erforschung verschiedener Spulengeometrien auf Kopplungsverhalten
- Medizin – z.B. dermatologische Behandlungen, Entspannungs-Therapien
- Prüftechnik – z.B. im Schalterbau (heutzutage nur mehr selten, da längst besser geeignete Prüfgeräte existieren)

Wie man annehmen kann, üben Teslatrafos vor allem auf Amateurwissenschaftler eine ungeheure Faszination aus, was nicht zuletzt auf die Vielzahl der beteiligten Effekte zurückzuführen ist (Resonanzerscheinungen, kapazitive und induktive Effekte, Lichtbögen, eindrucksvolle Funken- bzw. Büschelentladungen, Hoch- und Höchstspannungen, Wellenausbreitung, u.a.)

### 7.1 Der Teslatrafo in Lehre und Forschung

Aus heutiger Sicht hat der Teslatrafo in der Forschung bzw. in der Technik praktisch ausgedient. Vereinzelt wird er noch als günstige Alternative für Isolationsprüfungen eingesetzt. Zu seiner Blütezeit wurde er als Hochfrequenz-Prüfgenerator z.B. für die Aufnahme von Kennlinien der elektrischen Spannungsfestigkeit von Leistungsschaltern benutzt (siehe dazu [12]). In all seinen für die Forschung und Entwicklung interessanten Eigenschaften ist er jedoch von dem besser geeigneten Stoßspannungsgenerator oder der modernen Ultraschallprüftechnik überholt worden.

In der Lehre wird er aber wegen der anschaulichen Effekte auch heute noch gerne benutzt. Zahlreiche Museen mit technischem Schwerpunkt zeigen einen Teslatrafo in ihren Ausstellungsräumen, wie z.B. das Technische Museum in Wien. Nur wenige beschäftigen sich noch mit seinem ursprünglichen Zweck, nämlich der Energieübertragung mit Hilfe der Luft und der Erde, d.h. ohne Leitungen bzw. Kabel. Dies dürfte allerdings aus der Sicht der modernen EMV-Bestimmungen heute ohnehin kaum realisierbar sein.

### 7.2 Medizinische Anwendungen

Um die Jahrhundertwende (etwa 1892) wurde der Teslatrafo auch von der Medizin entdeckt. Heutzutage nur noch ganz selten im Einsatz, gab es früher zahlreiche Untersuchungen und Theorien, gegen welche Leiden die „neue Technologie“ einsetzbar sein könnte. Dabei war man geradezu überschwänglich, weil den Behandlungen von manchen Ärzten zum Teil Wirkungen zugeschrieben wurden, die andere Ärzte nach genauerer Prüfung widerlegten.

Dazu steht in [65]:

D'Arsonval war der erste, der auf den Gedanken kam, die Hochfrequenzströme für therapeutische Zwecke zu verwerten, nachdem er die merkwürdige Tatsache festgestellt hatte, dass ihre enorm hohe Spannung vom Körper nicht allein ohne den geringsten Schaden ertragen wird, sondern, da unser sensorisches Nervensystem augenscheinlich keinen adäquaten Reiz in den elektrischen Wellen der Hochfrequenzströme empfindet, nicht einmal ein stärkeres subjektives Gefühl erregt. Es eröffnete sich mit dieser

Entdeckung ein völlig neues Gebiet der elektrotherapeutischen Behandlung, welches vom nüchtern-kritischen Standpunkte umso schwieriger richtig einzuschätzen war, je weniger unmittelbare subjektive und objektive Zeichen der körperlichen Beeinflussung dem ungeheuren Aufwand elektrischer Energie gegenüberstand.

Hierin dürfte wohl der Hauptgrund für den heftigen Kampf gelegen sein, welchen Enthusiasten und Skeptiker um den Wert der neuen Methode geführt haben. D'Arsonval und seine Schule, Moutier, Oudin, Apostoli, usw. zogen den Kreis der Indikatoren außerordentlich weit, während die Mehrzahl deutscher Autoren sichere Heilwirkungen nur für enger begrenzte Gebiete zugestand. Augenblicklich ist jedoch eine Klärung der Anschauungen erfolgt, welche sowohl den Überschwang als auch unberechtigte Negation auf das richtige Maß zurückführte.

Die wesentlichen Erkenntnisse sind bis heute gültig geblieben, weshalb der Teslatrafo auch jetzt noch überwiegend von privaten Instituten für bestimmte Therapien Verwendung findet. Da D'Arsonval als der „Entdecker“ gilt, werden diese Therapieformen pauschal meist nach ihm benannt.

So bietet zum Beispiel das „Nuhr Zentrum Senftenberg“ (A-3541 Senftenberg, Im Grund 40, [www.nuhr.at](http://www.nuhr.at)) Hochfrequenztherapien an, bei denen ein kleiner Teslatrafo mit einer Resonanzfrequenz um 100 kHz verwendet wird. Folgende spezifische Wirkungen werden durch die Behandlungen mit einer büstenförmigen Elektrode mit Büschelentladungen beschrieben (siehe [69]):

- Vertiefung der Atmung
- Bradykardie (Verminderung der Herzfrequenz unter 50-60 Schläge pro Minute)
- Verkleinerung des Herzschatens
- Verstärkung der Systole (Kontraktionsphase des Herzmuskels)
- Initiale Blutdruckerhöhung mit nachfolgender Blutdrucksenkung durch Verminderung des innervatorisch (durch die Nerven) bedingten peripheren Widerstandes

Auch das „Institut Zeileis“ (A-4713 Gallspach, Valentin Zeileis-Str. 33) beschreibt auf der Website unter [www.zeileis.at](http://www.zeileis.at) (siehe [70]) die Hochfrequenztherapie als ihre Hauptbehandlung mit der knappen Erklärung:

„Hochfrequente (sehr schnell schwingende) impulsförmige Strombüschelentladungen erreichen über die Haut und Nervenbahnen tiefer liegende Organe, die dadurch günstig beeinflusst werden. Dadurch werden Heilungsprozesse eingeleitet.“

Die Hochfrequenz wird dreimal täglich verabreicht und je nach Beschwerden mit anderen Anwendungen kombiniert. Sie ist weltweit einzigartig und unerreicht in ihrer Wirkung.“

Ganz allgemein ist die Nutzung von hochfrequenten Wechselströmen zur intensiven Erwärmung bestimmter Gewebsabschnitte im Körperinneren heutzutage unter der Bezeichnung „Diathermie“ bekannt.

Die Behandlungen selbst gliedern sich – heute wie damals – in drei Hauptgruppen:

- „Allgemeine Behandlung“, durch vollständige Umgebung des Patienten (stehend oder liegend) mit einer großen Spule, dem so genannten „großen Solenoid“
- „Lokale Behandlung mit Elektroden“ (wie bei sonstiger Strombehandlung)
- „Lokale Behandlung durch Büschelentladungen“

Als besondere Behandlung, die praktisch immer mit Operationen bzw. mit Narkosen einher ging, galt die „Fulguration“, bei der bösartige Geschwülste durch elektrolytische Zerstörung des kranken Gewebes beseitigt werden. Auch hier klingt die Beschreibung aus [65] überzeugend:

„Die Fulguration erweicht die bestrahlten kranken Gewebe elektiv<sup>31</sup>, und zwar sofort, so dass sie unmittelbar losgelöst werden können, sie stillt die Blutung, beseitigt die Operationsschmerzen, wahrscheinlich durch Entspannung des Gewebes, bewirkt eine starke seröse Durchtränkung und Lymphorrhoe im Operationsgebiet und regt eine ungemein energische Eliminations- und Regenerationstätigkeit der Gewebe an. Letzteres bezieht sich in hervorragendem Grade auf epitheliale Gebilde, so dass rasche Überhäutungen und vorzügliche kosmetische Erfolge resultieren.“

Die nun folgenden Bilder (Abb. 7-1 bis Abb. 7-4) zeigen einige Beispiele für Therapien bzw. Geräte. Der Kondensatorstuhl aus Abb. 7-3 (rechtes Bild) diene als Gegenelektrode für die lokale Anwendung.

---

<sup>31</sup> auswählend (vgl. selektiv)

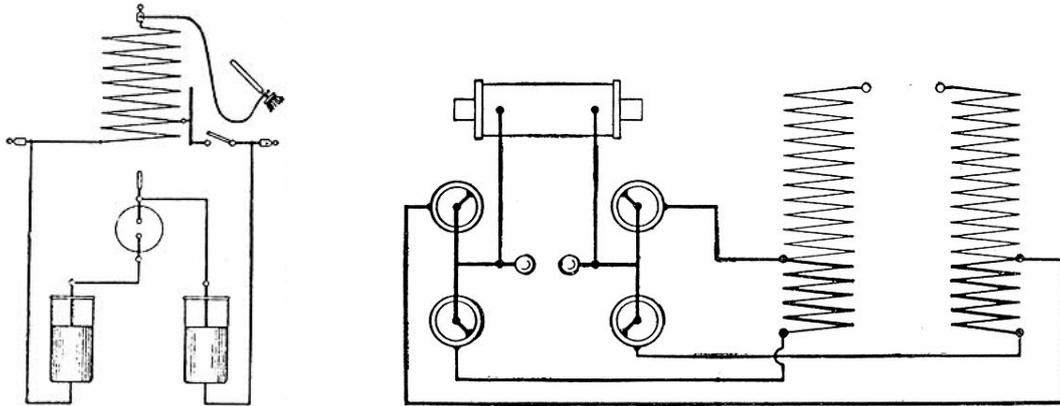


Abb. 7-1: Resonator (links) und Doppelresonator (für doppelte Spannung) (rechts) nach Oudin



Abb. 7-2: Beispiele für eine Therapie mit dem Doppelresonator (linkes Bild) und mit dem großen Solenoid für die „Autokonduktion“ (rechtes Bild)

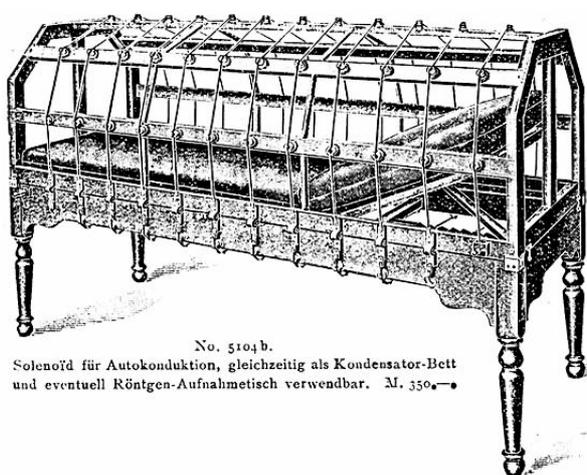


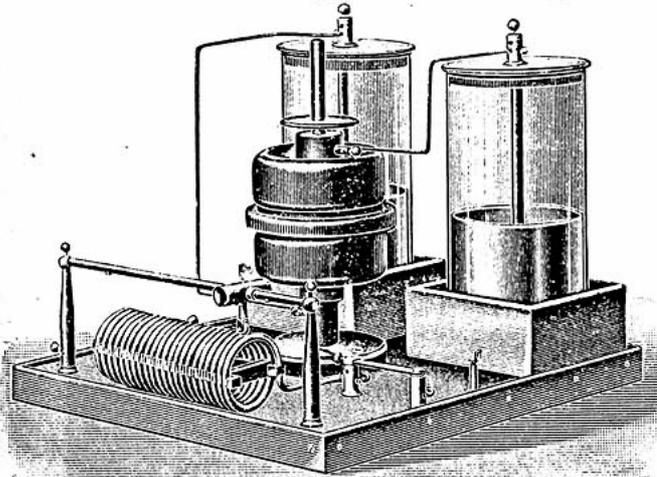
Abb. 7-3: Liege-Solenoid (linkes Bild) und Kondensatorstuhl (rechtes Bild)

REINIGER, GEBBERT & SCHALL A.-G.

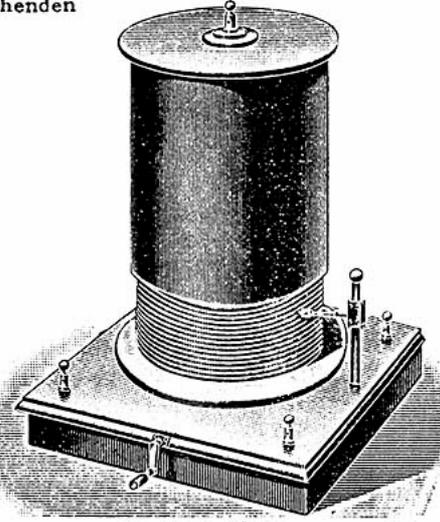
Preis-Liste.

Apparate und Instrumente für Arsonvalisation.

Es wird gebeten, vor Auswahl der Apparate die vorhergehenden Erläuterungen zu beachten.



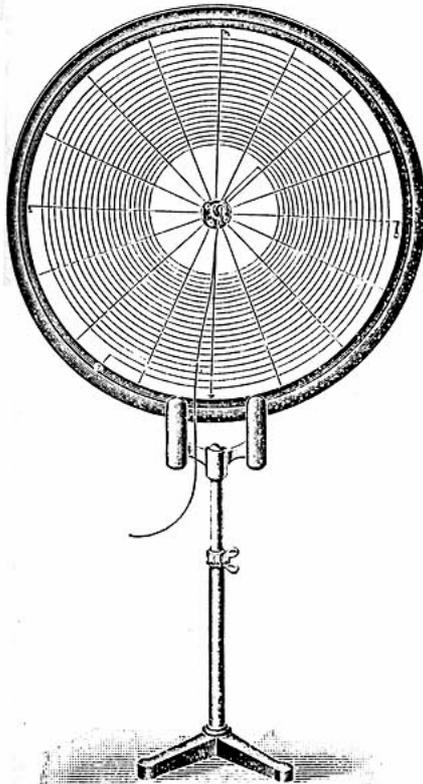
No. 5101 b. M. 125.—



No. 5102 e. M. 145.—

- \*5101b Transformator nach Prof. Dr. d'Arsonval, mit zwei grossen Leydener Flaschen und Solenöid aus dickem Kupferdraht, mit Funkenstrecke in einer leicht zerlegbaren roten Glaskapsel [D. R.-G.-M.] (zwecks Dämpfung des Geräusches der überspringenden Funken), mit bequemer Schieberregulievorrichtung und Ausschalter . . . . . 125.—
- 5102e Resonator nach Dr. Oudin, mit drehbarer Trommel und bequemer Kurbelregulierung . . . 145.—

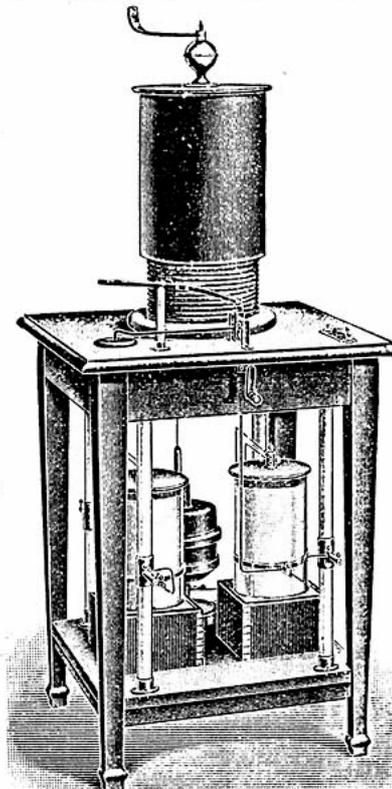
No. \*5102f Resonator nach Dr. Guilleminot, bestehend aus einer flachen, auf verstellbarem Stativ befindlichen Spirale M. 165.—



No. 5102 f. M. 165.—

■5102h Resonatortisch, bestehend aus Transformator nach Prof. Dr. d'Arsonval, vereinigt m. Oudin'schem Resonator No. 5102 e mit Ausschalter. Die Leydener Flaschen und die oben vom Tisch aus durch Schieber regulierbare Funkenstrecke in roter, leicht zerlegbarer Glaskapsel, befinden sich unter der Tischplatte . . . M. 275.—

■5102i Derselbe für kräftigere Wirkung bei **Fulguration** (aber auch für gewöhnl. Arsonvalisation dienend) mit oben am Resonator angebrachter Kapazität zur Verhinderung unerwünschter Ausstrahlung (D. R. G.-M.) M. 350.— (Siche Abbildung auf der Rückseite des Umschlages.)



No. 5102 h. Transformator mit Resonator auf Tisch. M. 275.—

Die mit \* versehenen Nummern sind abgebildet. — Die angestrichenen Nummern (■) geben die meistgebräuchlichen Apparate an.

Abb. 7-4: Ausschnitt aus einer Preisliste für medizinische Geräte, die auf Tesla-Technologie beruhen

# 8 Kurzbiographie von Paul Drude

## 8.1 Das Leben des Paul Drude

Dieses kurze, abschließende Kapitel ist jenem Mann gewidmet, dem zahlreiche Erstlingswerke zur Theorie des Teslastrahls zu verdanken sind. Damit sein Name nicht nur unter ferner liefen erwähnt wird, soll sein Leben, das ein so tragisches Ende nahm, hier kurz näher beleuchtet werden.

Die folgende Kurzbiographie ist der Diplomarbeit mit dem Titel „Viktor Franz Hess – eine Diplomarbeit“ von Georg Federmann entnommen.  
(Im Internet abrufbar unter [http://www.federmann.co.at/vfhess/Kapitel/8\\_5.html](http://www.federmann.co.at/vfhess/Kapitel/8_5.html))

Am 12. Juli 1863 wurde Paul Karl Ludwig Drude in Braunschweig geboren. Als Sohn des hiesigen Arztes hatte er Zugang zu einer guten Ausbildung. So besuchte er das Gymnasium in Brunswick und inskribierte dann Mathematik an der Universität Göttingen. Die folgenden Semester verbrachte er in Freiburg und in Berlin. Im sechsten Semester ging er zurück nach Freiburg. Dort wurden ihm von Professor W. Voigt die Faszinationen der optischen Physik näher gebracht. Seine Dissertation bei Voigt beschäftigte sich auf rein theoretischer Basis mit den Gesetzmäßigkeiten der Reflektion und der Brechung des Lichtes an der Oberfläche von Kristallen.

Solange Paul Drude mit Professor Voigt in Göttingen zusammenarbeitete, war sein Zugang zur Optik vom mechanistischen Bild Fresnels geprägt. 1894 ging Paul Drude nach Leipzig und widmete sich dort verschiedenen wellenoptischen Problemen wie der Ausbreitung von elektromagnetischen Wellen und der drahtlosen Telegraphie. In dieser Zeit setzte er sich detaillierter mit den Theorien von Maxwell auseinander. Er war einer der ersten, der die optischen Eigenschaften von Materie mit den Elektronen in der Materie in Zusammenhang brachte.

Mit seiner weiteren Forschungstätigkeit auf diesem Gebiet legte Paul Drude den Grundstein für ein Verständnis für die elektrische Leitfähigkeit und die Wärmeleitfähigkeit sowie die optischen Eigenschaften von Metallen.

Im Jahre 1901 wurde Drude nach Gießen berufen, wo er Vorstand des Institutes für Physik wurde. Nachdem er den Ruf an verschiedene andere Universitäten nicht wahrgenommen hatte, ließ er sich endlich dazu überreden, Vorstand des Institutes für Physik in Berlin zu werden. Paul Drude war noch kein Jahr in Berlin gewesen, als er aus dem regsten wissenschaftlichen und gesellschaftlichen Leben gerissen wurde. Am 5. Juli 1906, eine Woche vor seinem 43. Geburtstag, nahm sich Paul Drude das Leben.

Drude hatte viele Ämter und Bürden auf seinen Schultern gesammelt. Stets hielt er gleichzeitig mehrere wissenschaftliche Projekte am Laufen, außerdem hielt er Vorlesungen, betreute Dissertanten, verwaltete als Vorstand mehrere Institute und gab die renommierte Zeitschrift „Annalen der Physik“ heraus. Alle diese Aufgaben erfüllte Paul Drude vorbildlich und mit der für ihn charakteristischen Gründlichkeit.

Paul Drude war ein genialer Theoretiker, ein gründlicher Experimentator und ein hochgeschätzter Wissenschaftler. Er leistete Pionierarbeit im Bereich der Optik und erkannte die Zusammenhänge zwischen den optischen und elektrischen Eigenschaften von Festkörpern. Die Ergebnisse seiner Arbeit sind bis heute von größter Bedeutung geblieben. Allein im Jahre 1995 wurde Drude in 73 Publikationen zitiert.

## 9 Quellenhinweis und Schrifttum

### 9.1 Technische Bücher, diverse Publikationen

#### 9.1.1 Zum Thema Tesla und Tesla-Technologie, Allgemeines

- [1] Knoblauch, E.: Beitrag zur Kenntnis der Spitzenentladung aus einem Teslapole. Ann. d. Physik, Vierte Folge, Band 6 (der ganzen Reihe 311. Band), 1901. (S. 353-372)
- [2] Drude, P.: Über induktive Erregung zweier elektrischer Schwingungskreise mit Anwendung auf Perioden- und Dämpfungsmessung, Teslatransformatoren und drahtlose Telegraphie. Ann. d. Physik, Vierte Folge, Band 13 (der ganzen Reihe 318. Band), 1904. (S. 512-561)
- [3] Drude, P.: Die Dämpfung von Kondensatorkreisen mit Funkenstrecke. Ann. d. Physik, Vierte Folge, Band 15 (der ganzen Reihe 320. Band), 1904. (S. 709-767)
- [4] Koch, J.: Einige Untersuchungen über den elektrischen Funken, besonders über die physikalischen Bedingungen für sein Erlöschen. Ann. d. Physik, Vierte Folge, Band 15 (der ganzen Reihe 320. Band), 1904. (S. 865-905)
- [5] Drude, P.: Rationelle Konstruktion von Teslatransformatoren. Ann. d. Physik, Vierte Folge, Band 16 (der ganzen Reihe 321. Band), 1905. (S. 116-133)
- [6] Kiebitz, F.: Die vollständige Lösung der Differentialgleichungen zweier magnetisch gekoppelter, konstant gedämpfter elektrischer Schwingungskreise. Ann. d. Physik, Vierte Folge, Band 40 (der ganzen Reihe 345. Band), 1913. (S. 138-156)
- [7] Rietz, W.: Über die Kapazität von Spulen. Ann. d. Physik, Vierte Folge, Band 41 (der ganzen Reihe 346. Band), 1913. (S. 543-569)
- [8] Keller, H.: Über Spulenkapazitäten von ein-, zwei- und mehrlagigen Drahtrollen. Dissertation, Zürich, 1917.
- [9] Wallot, J.: Induktivität und Kapazität einlagiger Spulen. Archiv für Elektrotechnik, 10. Band, 1921. (S. 233-256)
- [10] Hochhäusler, P.: Der Teslatransformator als Hochfrequenzprüfgenerator und seine Untersuchung mit dem Kathodenoszillographen. Archiv für Elektrotechnik, 26. Band, 1932. (S. 518-534)
- [11] Hertwig, H.: Induktivitäten. Verlag für Radio-Foto-Kinotechnik GmbH, Berlin-Borsigwalde, 1954
- [12] Heise, W.: Tesla-Transformatoren für hohe Spannungen. AEG-Mitteilungen 52, 1962. (S. 354-361)
- [13] Heise, W.: Tesla-Transformatoren. Elektrotechnische Zeitschrift, Ausgabe A, 85. Jahrgang, Heft 1, 1964. (S. 1-8)
- [14] Harthun, N., Bernhardt, A.: Tesla-Transmitter. Mensch und Technik – naturgemäß (Sonderheft), Verlüßmoor 1, Vollersode, Deutschland, 1984.
- [15] Formanek, R.: Aufbau eines Tesla-Transformators für 1 Megavolt. Diplomarbeit, TU-Wien, Inst. f. Elektrische Anlagen und Hochspannungstechnik, 1982.
- [16] Weber, T.: Aufbau eines Tesla-Transformators. Diplomarbeit, TU-Wien, Inst. f. Elektrische Anlagen und Hochspannungstechnik, 1996
- [17] Prechtl, A.: Vorlesungen über die Grundlagen der Elektrotechnik, Band 2. Springer-Verlag Wien, New York, 1995.
- [18] Hadrian, W.: Elektromagnetische Verträglichkeit. Vorlesungsskriptum, TU-Wien, Inst. f. Elektrische Anlagen und Hochspannungstechnik, 1997.
- [19] Ferzak, F.: Nikola Tesla. Collected German and American Patents. Edition Tesla, 2000.
- [20] Kronjäger, J.: Experimente mit Hochspannung. 2. überarbeitete Auflage. Franzis-Verlag, 2002.
- [21] Wahl, G.: Das große Tesla Experimentier Handbuch. Franzis-Verlag, 2004.
- [22] Chmela, H.: Experimente mit Hochfrequenz. 2. überarbeitete Auflage. Franzis-Verlag, 2001.

- [23] Tesla, N.: Versuche mit Wechselströmen von sehr hoher Frequenz und deren Anwendung auf Methoden der künstlichen Beleuchtung. Beiträge zur Nikola-Tesla-Forschung, Band 2. Sternthaler, 1995.
- [24] Tesla, N.: Über Licht- und andere Erscheinungen hoher Frequenz. Beiträge zur Nikola-Tesla-Forschung, Band 2. Sternthaler, 1995.
- [25] Zinke, O., Seither, H.: Widerstände, Kondensatoren, Spulen und ihre Werkstoffe. Zweite, neubearbeitete und erweiterte Auflage. Springer-Verlag, 1982
- [26] Beyer, M., Boeck, W., Möller, K., Zaengl, W.: Hochspannungstechnik. Springer-Verlag, 1986.
- [27] Reinhardt, H. J.: Untersuchungen über den Zündmechanismus einer getriggerten Funkenstrecke. Dissertation, TU Berlin, 1982.
- [28] Tesla, N.: Colorado Spring Notes 1899-1900. Nolit, Beograd, Yugoslavia, 1978, 1994.
- [29] Pond, D., Baumgartner, W.: Nikola Tesla's Earthquake Machine. The Message Company, Santa Fe, 1997.
- [30] Nikola Tesla - Das Genie unserer Zukunft. VAP-Verlag, 2. aktualisierte Auflage, 1994.
- [31] Nikola Tesla - Erfinder ohne Nobelpreis. VAP-Verlag, 1. Auflage, 1996.
- [32] Thietz, H. P.: Tatort Erde. VAP-Verlag, 1. Auflage, 1996
- [33] Nikola Tesla – Sein Werk. 6-bändige Gesamtausgabe. Edition Tesla, D-86971 Peiting, 1997.

### 9.1.2 Zum Thema PSpice

- [34] Kühnel, C.: Schaltungsdesign mit PSpice. Franzis, 1993.
- [35] Santen, M.: PSpice Design Center Arbeitsbuch. Fächer, 1994.
- [36] Justus, O.: Berechnung linearer und nichtlinearer Schaltungen mit PSpice-Beispielen. Fachbuchverlag Leipzig, 1994.
- [37] Erhardt, D.; Schulte, J.: Simulieren mit PSpice. Vieweg, 1995.
- [38] Khakzar, H.: Entwurf und Simulation von Halbleiterschaltungen mit PSpice. Expert, 1997.

## 9.2 Biographien

- [39] Tesla, N.: Meine Erfindungen – eine Autobiographie. Beiträge zur Nikola-Tesla-Forschung, Band 1. Sternthaler, 1995.
- [40] O'Neill, J.: Tesla. Die Biographie des genialen Erfinders Nikola Tesla aus der Sicht eines Zeitgenossen. Verlag Zweitausendeins, 1. Auflage, 1997.
- [41] Jonnes, Jill: Empires of Light. Random House, 2003. (in englischer Sprache)
- [42] Lutzmann, R.: Energiequelle Tesla – Leben und Werk des Nikola Tesla. Biographischer Roman. Argo-Verlag, 2002.
- [43] Cheney, M.: Nikola Tesla – Erfinder, Magier, Prophet. Biographie. Omega-Verlag, 1995.
- [44] Ferzak, F.: Nikola Tesla. FFWASP, Michaels-Vertrieb, 1986.
- [45] Schenkel, E.: Die elektrische Himmelsleiter – Exzentriker in den Wissenschaften. Verlag C. H. Beck oHG, München 2005. (S. 107-116)
- [46] Osana, M.: Historische Betrachtungen über Teslas Erfindungen des Mehrphasenmotors und der Radiotechnik um die Jahrhundertwende. Sonderheft der Blätter für Technikgeschichte (Nikola Tesla-Kongress für Wechsel- und Drehstromtechnik), Springer, Wien, 1953. (S. 7-9)

## 9.3 Videos

- [47] Nikola Tesla – The Genius who lit the world. Dokumentarfilm in englischer Sprache, Tesla Memorial Society, New York, 1995.
- [48] Bongart, G., Meier, M.: Nikola Tesla. (41 Min.) Video-Dokumentation, Omega-Verlag, 1997.
- [49] Papic, K.: The secret of Nikola Tesla. (O. Welles, P. Bozovic, S. Martin, D. Patrick) Zagreb Film Studios, 1979.
- [50] Tesla's longitudinal electricity. Borderland Sciences Research Foundation (BSRF) Inc., Kalifornien, 1988.

## 9.4 Internet-Adressen

### 9.4.1 Empfohlene Links zum Thema Tesla und Tesla-Technologie

- [51] <http://www.pbs.org/tesla/>
- [52] <http://www.ttr.com/>
- [53] <http://www.hcrs.at/>
- [54] <http://www.altair.org>
- [55] <http://j.webring.com/hub?ring=teslaring>
- [56] <http://www.amazing1.com/tesla.htm>
- [57] <http://www.welt-der-physik.de/forschung/geschichte/>
- [58] <http://gallica.bnf.fr/Catalogue/noticesInd/FRBNF34462944.htm>
- [59] [http://infos.aus-germanien.de/Elektrischer\\_Stuhl](http://infos.aus-germanien.de/Elektrischer_Stuhl)
- [60] <http://www.deutsches-museum.de/bildung/veroeff/img/teslamot.pdf>
- [61] [http://www.physik.uni-regensburg.de/infra/vorlvorb/Aktuell/HE\\_Tesla.htm](http://www.physik.uni-regensburg.de/infra/vorlvorb/Aktuell/HE_Tesla.htm)
- [62] <http://home.arcor.de/raacke/index.html?teslaintro.html>
- [63] <http://www.stefan-kluge.de/>
- [64] <http://freespace.virgin.net/michael.tucknott/ukbuilde.htm>
- [65] [http://vlp.mpiwg-berlin.mpg.de/pdf/lit18124\\_Hi.pdf](http://vlp.mpiwg-berlin.mpg.de/pdf/lit18124_Hi.pdf)
- [66] <http://www.mall-usa.com/uspat/tesla/>
- [67] <http://www.hvfx.co.uk>
- [68] <http://www.neuronet.pitt.edu/~bogdan/tesla/index.html>
- [69] <http://www.nuhr.at>
- [70] <http://www.zeileis.at>
- [71] <http://www.teslatrafo.at> (erst ab Ende 2005)

### 9.4.2 Links betreffend PSpice:

- [72] [http://www.flowcad.de/datasheets/OrCAD\\_PSpiceKurzanleitung.pdf](http://www.flowcad.de/datasheets/OrCAD_PSpiceKurzanleitung.pdf)
- [73] [http://ece-www.colorado.edu/~ecen5807/course\\_material/pspice/PSPICREF.pdf](http://ece-www.colorado.edu/~ecen5807/course_material/pspice/PSPICREF.pdf)
- [74] [http://www.orcad.com/documents/community.an/pspice/PSpice\\_Convergence.pdf](http://www.orcad.com/documents/community.an/pspice/PSpice_Convergence.pdf)
- [75] <http://www.beyond-designs.com/pspice.htm#Spark>

# 10 Index

## 10.1 Alphabetisches Stichwortverzeichnis

Abschirmung .....	84	variable .....	40	Performance-Analyse .....	43
Annalen der Physik .....	93	Gefahrenpotenzial .....	77	Primär- und	
Anspeisung .....	27, 48	Goal-Functions .....	43	Sekundärspannung .....	59
Arsonval .....	89	Grundlagen .....	12	Prinzip .....	12
Arsonvalisation.....	89	Induktivität		Schutzfunkenstrecke .....	40
Bauteile		primäre .....	29, 50	Sekundärseitige Belastung	
beteiligte .....	27	sekundäre.....	35, 53	.....	69
Bestimmen des Modells ..	43	Institut Zeileis.....	89	Simulation	
Biographien .....	95	Internet-Adressen .....	96	Probleme .....	44
Bogenspannung .....	74	Kapazität		Stromaufnahme .....	64
Demonstrationsversuche ..	85	primäre .....	27, 50	Teslatransformator	
Diathermie .....	89	sekundäre.....	38, 54	Theorie .....	12
Einleitung .....	12	Kondensatoren		Theorie	
Feldstärke .....	79	variable .....	41	nach Drude .....	12
FFT-Analyse.....	61, 63	Kondensatorstuhl.....	90	vereinfachte .....	20
Filter .....	82	Kopplung.....	34, 54, 67	Toroid.....	<i>Siehe</i> Torus
Filterschaltungen .....	40	variable .....	41	Torus (Toroid).....	39
Frequenzbereich der		Löschfunkenstrecke.....	32	VAMPL .....	48
Emissionen .....	79	Modelle .....	57	Versorgungsspannung.....	64
Fulguration .....	89	Modellierung .....	29, 42	Verstimmung.....	70
Funkenlänge .....	78	Konzept .....	47	Verteile Bauelemente .....	43
Funkenstrecke.....	31, 51	Netzurückwirkungen .....	81	Videos .....	95
Ansprechspannung .....	72	Newton-Raphson-Verfahren		Vorwiderstand	
beblasene .....	33	.....	44	primärer .....	40
ohmscher Widerstand ..	73	Nikola Tesla .....	5	VSIN .....	48
Parameter.....	72	Optimierung .....	40	wesentliche Elemente	
parasitäre Kapazität .....	74	Parameter		weitere .....	39
rotierende.....	33	beteiligte .....	27		
Untersuchung .....	65	Paul Drude.....	93		