Die approbierte Originalversion dieser Diplom-/Masterarbeit ist an der Hauptbibliothek der Technischen Universität Wien aufgestellt (http://www.ub.tuwien.ac.at).

The approved original version of this diploma or master thesis is available at the main library of the Vienna University of Technology (http://www.ub.tuwien.ac.at/englweb/).

TECHNISCHE UNIVERSITÄT WIEN

VIENNA UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

DIPLOMARBEIT

Master´s Thesis

Weiterführende numerische Untersuchungen zum Trag- und Verformungsverhalten von Kronendübeln

Continuative numerical studies of the load carrying and deforming behaviour of crowndowels

ausgeführt zum Zwecke der Erlangung des akademischen Grades eines Diplom-Ingenieurs unter der Leitung von

Univ.Prof. DI Dr.techn. Josef Fink

und als verantwortlich mitwirkenden Assistenten

Univ.Ass. DI Thomas Petraschek

am

Institut für Tragkonstruktionen – Stahlbau

eingereicht an der Technischen Universität Wien
Fakultät für Bauingenieurwesen

von

Ernst Antesberger

9825529

Dianagasse 3/18

A-1030 Wien

Wien, September 2007

Kurzfassung

Am Institut für Tragkonstruktionen – Stahlbau der Technischen Universität Wien wird seit 2004 im Rahmen von experimentellen Untersuchungen intensiv an der Entwicklung von neuartigen Schubverbinderleisten im Verbundbau gearbeitet. Aus diesen Untersuchungen ist der Kronendübel als Geometrie für die Stahlzähne der Schubverbinderleisten hervorgegangen. Aufgeteilt auf drei Versuchsserien wurden Push-Out Tests durchgeführt, um das Trag- und Verformungsverhalten des Konendübels zu untersuchen. Zusätzlich dazu wird das FE-Paket ABAQUS zur numerischen Simulation dieser Push-Out Tests eingestetzt.

In der vorliegenden Arbeit wurde der Versuch unternommen, die Push-Out Tests der zweiten Versuchsserie mit dem FE-Paket ABAQUS numerisch abzubilden. Durch ausgedehnte Parameterstudien, in deren Rahmen 152 numerische Simulationen durchgeführt wurden, konnten die FE-Modelle an die Prüfkörper der experimentellen Untersuchungen angepasst werden, so dass diese die Versuche realitätsnah abbilden.

Die zur FE-Modellierung eingesetzten Materialmodelle konnten durch den Vergleich numerischer Lösungen einfacher baustatischer Problemstellungen mit entsprechenden analytischen Lösungen verifiziert werden.

Das Trag- und Verformungsverhalten eines Prüfkörpers wurde eingehend untersucht. Zu diesem Zwecke wurden die Spannungen und Verformungen des Dübelblechs dieses Prüfkörpers unter Laststufen, die charakteristische Stellen der numerisch ermittelten Dübelkennlinie darstellen, ausgewertet und analysiert. Auf diese Weise konnte die Verteilung der Versuchslast auf die einzelnen Stahlzähne im Laufe der numerischen Simulation ermittelt werden.

Aufbauend auf den Erkenntnissen aus den Spannungsauswertungen der Dübelbleche wurde aus den numerischen Ergebnissen ein aus Zug- und Druckstreben bestehendes Tragmodell für den Prüfkörper abgeleitet, das in weiterer Folge zur Entwicklung neuer Prüfkörper herangezogen werden kann.

Abstract

At the Technical University Vienna, Institute for Structural Engineering – Steel Constructions, physical experiments on new type shear connectors for composite steel and concrete structures have been done since 2004. The Crowndowel resulted from these experiments as a new geometry for the teeth of the shear connectors. Three series of push-out tests were carried out in order to investigate the load carrying and deforming behaviour of the Crowndowel. In addition, the FE-package ABAQUS is used for the numerical simulation of the push-out tests.

This thesis covers numerical simulations of the push-out tests of the second experimental series, using the FE-package ABAQUS. Within an extensive parametric study, 152 numerical simulations were being accomplished. The aim of this study was to calibrate the FE-models according to the specimen of the experimental investigations, so that they can reproduce the push-out tests close-to-reality.

The material models used for the FE-modelling could be verified by the comparison of numeric solutions of simple static problem definitions with appropriate analytic solutions.

The load-carrying and deformation behaviour of a specific push-out test specimen was being examined in detail. For this purpose, the stresses and deformations of the test specimen's dowel sheet under load levels, which represent characteristic locations of the numerically determined load-deformation curve, were evaluated and analysed. In this way, the distribution of the actual test load upon the specific steel teeth could be determined during the numeric simulation.

Building up on the knowledge of the stress evaluation in characteristic sections of the dowel sheet, a load carrying model for the push-out test specimen, consisting of tension and compression shores, could be derived from the numeric results. This load carrying model can be used in further consequence for the development of new push-out test specimens.

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung 1

2 Ausgangslage und Zielsetzung 3

2.1 Ausgangslage 3

2.2 Zielsetzung 4

3 FE-Modelle zur Modellierung der Push-Out Körper – Serie 2 5

3.1 Modul – *PART* 5

3.1.1 Import von Zeichnungen über die DXF-Schnittstelle 5

3.1.2 Änderungen am Auflager 5

3.1.3 Erstellung von Volumenkörpern und Partitionen 7

3.2 Modul – *PROPERTY* 9

3.3 Modul – *ASSEMBLY* 9

3.4 Modul – *STEP* 10

3.4.1 Wahl der Berechnungsmethode 10

3.4.2 *Time Period* 12

3.4.3 *Field Output* und *History Output* 12

3.5 Modul – *MESH* 14

3.5.1 Anforderungen an das FE-Netz 14

3.5.2 Allgemeines zur FE-Netzgenerierung in ABAQUS 16

3.5.3 FE-Modell „Krone Lang“ 18

3.5.3.1 Dübelblech 18

3.5.3.2 Betondübel Modell „Krone Lang /G“ 19

3.5.3.3 Betondübel Modell „Krone Lang /F“ 21

3.5.4 Zusammenstellung der FE-Netze aller Modelle 22

3.6 Modul – *INTERACTION*, Modul – *LOAD* und Modul – *JOB* 23

4 Materialmodelle 24

4.1 Allgemeines und Ausgangslage 24

4.2 Verifizierung des Materialmodells *Classic Metal Plasticity* 25

4.2.1 Werkstoffkennwerte und Materialverhalten 25

4.2.2 Umsetzung des Materialverhaltens in ABAQUS 26

4.2.3 Stahlträger mit Einzellast – analytische Lösung 26

4.2.4 Stahlträger mit Einzellast – numerische Lösung 27

4.2.4.1 Gegenüberstellung und Kommentierung der Ergebnisse 28

4.3 Verifizierung des Materialmodells *Concrete Damaged Plasticity* 31

4.3.1 Werkstoffkennwerte und Materialverhalten 31

4.3.1.1 Druckverhalten 31
4.3.1.2 Zugverhalten 32
4.3.2 Umsetzung des plastischen Materialverhaltens in ABAQUS 33
4.3.2.1 Allgemeines 33
4.3.2.2 Eingabeparameter 36
4.3.3 Materialmodell für Betonstahl und Anker 39
4.3.4 Stahlbetonträger mit Einzellast – analytische Lösung 39
4.3.5 Stahlbetonträger mit Einzellast – numerische Lösung 41
4.3.6 Gegenüberstellung und Kommentierung der Ergebnisse 42
5 Parameterstudien an den FE-Modellen der Push-Out Körper – Serie 2 48
5.1 Allgemeines 48
5.2 Einfluss der Auflösung des FE-Netzes 50
5.3 Einfluss der Belastungsgeschwindigkeit 51
5.4 Einfluss der Option *Element Deletion* 53
5.5 Einfluss des Damage Parameters für Druck d_c 56
5.6 Einfluss von kombinierten Parametern 60
5.7 Zusammenfassung der Ergebnisse 62
5.8 Dübelkennlinien der Modelle „Krone Kurz“ und „Krone Lang“ 64
5.9 Gegenüberstellung der Ergebnisse 66
6 Tragverhalten des FE-Modells „Krone Lang“ – Serie 2 68
6.1 Allgemeines 68
6.2 Dübelkennlinie und Abhebekennlinie 68
6.2.1 Definitionen 68
6.2.2 Dübelkennlinie 70
6.2.3 Abhebekennlinie 71
6.3 Spannungen im Dübelblech 72
6.3.1 Spannungsauswertung – Zeitpunkte 72
6.3.2 Spannungen – Zeitpunkt t1, P=1918,13 kN 73
6.3.2.1 Misesspannungen σ_V 73
6.3.2.2 Normalspannungen σ_{22} 74
6.3.2.3 Schubspannungen σ_{12} 75
6.3.2.4 Verformungen U_2 76
6.3.3 Spannungen – Zeitpunkt t_2, P=2318,15 kN 77
6.3.3.1 Misesspannungen σ_V 77
6.3.3.2 Normalspannungen σ_{22} 78
6.3.3.3 Schubspannungen σ_{12} 79

6.3.3.4 Verformungen U_2 80
6.3.4 Spannungen – Zeitpunkt t_3, P=2466,70 kN 81
6.3.4.1 Misesspannungen σ_V 81
6.3.4.2 Normalspannungen σ_{22} 82
6.3.4.3 Schubspannungen σ_{12} 83
6.3.4.4 Verformungen U_2 84
6.3.5 Spannungen – Zeitpunkt t_4, P=2575,72 kN 85
6.3.5.1 Misesspannungen σ_V 85
6.3.5.2 Normalspannungen σ_{22} 86
6.3.5.3 Schubspannungen σ_{12} 87
6.3.5.4 Verformungen U_2 88
6.3.6 Spannungen – Zeitpunkt t_5, P=2318,15 kN 89
6.3.6.1 Misesspannungen σ_V 89
6.3.6.2 Verformungen U_2 90
6.3.7 Ermittlung der Längsschubkräfte aus den Schubspannungen im Schnitt 2-2 91
6.4 Tragmodell für das FE-Modell „Krone Lang“ – Serie 2 94
6.4.1 Allgemeines 94
6.4.2 Modellbildung 98
6.4.2.1 Kontaktkräfte 98
6.4.2.2 Primäre Druckstreben 101
6.4.2.3 Sekundäre Druckstreben 106
6.4.2.4 Zugstreben 107
6.4.3 Ermittlung der Zug- und Druckstrebenkräfte 108
6.4.4 Konzentrierte Krafteinleitung 115
7 Zusammenfassung und Resümee 118
8 Literaturverzeichnis 121
9 Abbildungsverzeichnis 122
10 Tabellenverzeichnis 125
Anhang A – Pläne A1
Anhang B – Berechnungen B1

1 Einleitung

Der große Vorteil, den die Verbundbauweise gegenüber den klassischen Bauweisen Stahl- und Massivbau bietet, besteht im werkstoff- und beanspruchungsgerechten Einsatz der beiden Verbundpartner Stahl und Stahlbeton. Im Fall von Verbundträgern, die in der Regel aus Stahlträgern und mit diesen schubfest verbundenen Stahlbetongurten bestehen, äußert sich dies in der konsequenten Ausnutzung des Fließvermögens von Stahl in Bereichen von Zugbeanspruchungen und der Ausnutzung der Drucktragfähigkeit des Betongurtes in Bereichen von Druckbeanspruchungen des Verbundquerschnittes. Die unter Biegebeanspruchung eines Verbundträgers auftretenden Schubkräfte in der Verbundfuge zwischen den Werkstoffpartnern müssen von geeigneten Verbundmitteln aufgenommen werden.

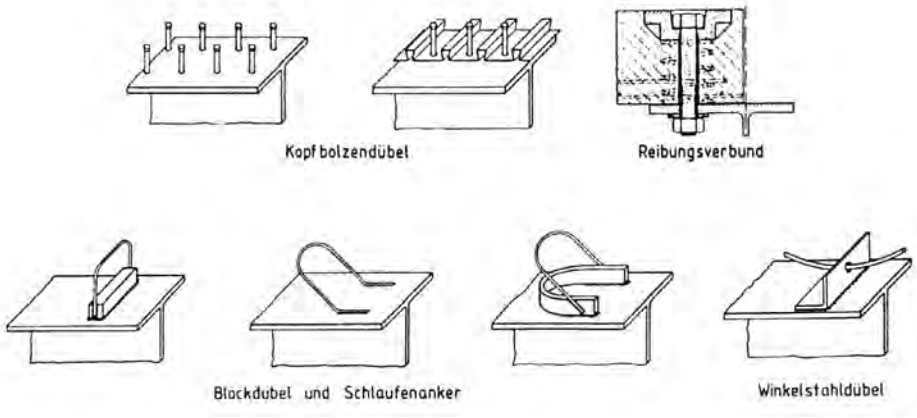


Abb. 1.1 In ÖNORM EN 1994-1-1 geregelte Verbundmittel (aus [2] Abb. 4.62)

Im für den Verbundbau maßgebenden Regelwerk ÖNORM EN 1994-1-1 [1] stehen Bemessungsregeln für die in Abb. 1.1 dargestellten Verbundmittel zur Verfügung, wobei heutzutage im Hoch-, Industrie- und Brückenbau überwiegend Kopfbolzendübel als Verbundmittel eingesetzt werden. Die steigende Bedeutung des Verbundbaus brachte aufgrund umfangreicher Forschungsaktivitäten in den letzten Jahren eine Vielzahl alternativer Verbundmittel wie beispielsweise Dübelleisten hervor, zu deren Bemessung die in [1] gegebenen Bemessungsregeln nicht oder nur beschränkt anwendbar sind. Sollen solche Verbundmittel eingesetzt werden, so muss die Bemessung dieser auf der

Grundlage von Abscherversuchen, so genannten Push-Out Tests, erfolgen [1, Anhang B2].

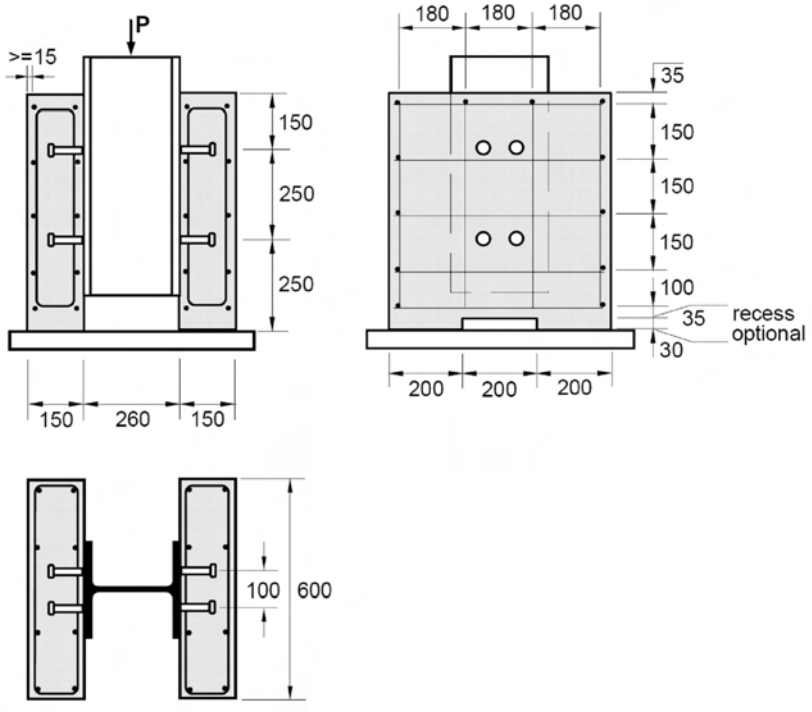


Abb. 1.2 Versuchskörper für Push-Out Tests aus [1, Anhang B2]

Abb. 1.2 zeigt den prinzipiellen Aufbau eines Versuchskörpers für einen solchen Push-Out Test. Die Versuchslast P wird wahlweise weg- oder kraftgesteuert aufgebracht, wodurch über die an den Flanschen des Stahlträgers angebrachten Verbundmittel Schubkräfte in den Beton eingeleitet werden, und während des Versuchs erhöht, bis entweder die Verbundmittel oder die Betongurte der Versuchskörper versagen. Die Haftung zwischen den Flanschen des Stahlträgers und den Betongurten muss dabei durch Einfetten der Verbundfuge oder durch Anordnung eines Spaltes zwischen den Stahlflanschen und den Betongurten wirkungsvoll unterbunden werden.

Jeder Push-Out Test muss gemäß [1, Anhang B2] als Ergebnis die Bruchlast, die Versagensart und das Last-Verformungsverhalten des Versuchskörpers liefern. Zu diesem Zweck wird der während des Versuchs auftretende Schlupf zwischen den Betongurten und den Flanschen des Stahlträgers gemessen, so dass der Versuch über die Beziehung zwischen der Versuchslast und diesem Schlupf, die so genannte Dübelkennlinie (siehe Abschnitt 6.1), ausgewertet werden kann.

2 Ausgangslage und Zielsetzung

2.1 Ausgangslage

Am Institut für Tragkonstruktionen – Stahlbau der Technischen Universität Wien wird seit Herbst 2004 im Rahmen von experimentellen Untersuchungen intensiv an der Entwicklung von neuartigen Schubverbindern gearbeitet, die Alternativen zu den in [1] geregelten Verbundmitteln darstellen [3]. Aus diesen Untersuchungen ist der Kronendübel als Geometrie für die Stahlzähne von Dübelleisten hervorgegangen (Abb. 2.1), der 2006 in Österreich zum Patent angemeldet wurde.

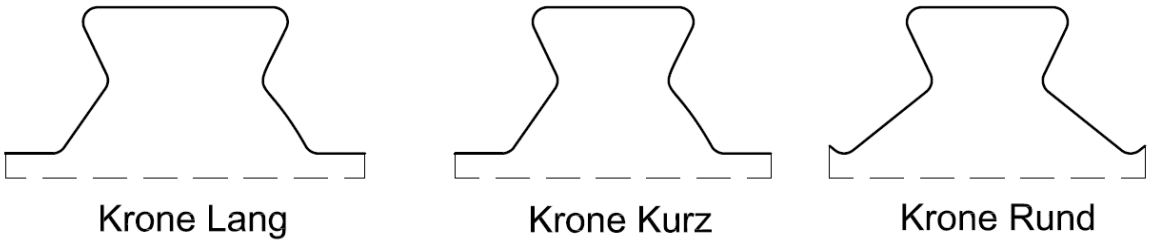


Abb. 2.1 Ausführungsvarianten des Kronendübels

Das Trag- und Verformungsverhalten der in Abb. 2.1 dargestellten Ausführungsvarianten des Kronendübels wurde durch zunächst zwei Serien von Push-Out Tests mit jeweils unterschiedlichen Betonfestigkeitsklassen und Bewehrungsgraden der Betongurte eingehend untersucht [3]. Die Push-Out Tests – Serie 1 sind im Wesentlichen als Startversuche zu verstehen und führten zu modifizierten Prüfkörpergeometrien bei der Serie 2. Aufbau und Abmessungen der bei der Serie 2 zur Anwendung gekommenen Prüfkörper, die Geometrien der Dübelbleche und die unterschiedlichen Bewehrungen der Betongurte können den Plänen in Anhang A entnommen werden. Eine dritte Serie von Push-Out Tests befand sich zu Beginn der Untersuchungen im Rahmen dieser Arbeit gerade in Vorbereitung.

Zusätzlich zu den experimentellen Untersuchungen wird am Institut für Tragkonstruktionen – Stahlbau das FE-Paket ABAQUS zur nichtlinearen numerischen Simulation der Push-Out Tests eingesetzt. Die Motivation dahinter besteht darin, die Push-Out Tests mit ausreichender Genauigkeit abzubilden und somit künftig deren hohen Aufwand hinsichtlich Zeit und Kosten zu begrenzen.

Die Ergebnisse, die aus den numerischen Simulationen gewonnen werden können, fließen laufend in die Entwicklung weiterer Prüfkörper für neue Push-Out Tests ein und dienen zur Unterstützung und Verifizierung der Modellbildung von Tragmodellen zur Bestimmung der Längsschubtragfähigkeit des Kronendübels [4]. Die Ergebnisse der numerischen Simulationen bieten überdies die Möglichkeit, innere Abläufe in den Prüfkörpern während der Versuche zu identifizieren, die durch die Versuche zwar erahnt aber nicht eindeutig bestimmt werden können.

2.2 Zielsetzung

Die Push-Out Tests der Serie 1 waren bereits Gegenstand umfangreicher numerischer Untersuchungen mit dem FE-Paket ABAQUS [5,6]. Diese Arbeit beschäftigt sich daher mit numerischen Berechnungen der Push-Out Tests – Serie 2 mit Kronendübeln (Abb. 2.1) als Geometrie für die Stahlzähne der Schubverbinderleisten und deren Auswertung.

Die Erkenntnisse, die im Rahmen von [5] und [6] gewonnen werden konnten, stellen die Basis zur Erstellung der FE-Modelle (Abschnitt 3) dar, anhand derer das Trag- und Verformungsverhalten der Prüfkörper in den Push-Out-Tests untersucht werden soll. Allgemeines über die FE-Modellierung in ABAQUS, die zur Erstellung der FE-Modelle für die Abbildung der Push-Out Tests – Serie 1 erforderlichen Schritte, Eingabeparameter und deren Bedeutung können in [6] nachgelesen werden und werden nicht detailliert beschrieben. Abschnitt 3 dieser Arbeit umfasst daher nur die Abweichungen von der in [6] beschriebenen Vorgangsweise. Alle ABAQUS-spezifischen Begriffe, die in Englisch gehalten sind, werden in der Folge nicht übersetzt, sondern in *Kursivschrift* dargestellt und nur dann detailliert beschrieben, wenn sie nicht bereits Gegenstand der Untersuchungen im Rahmen von [5] und [6] waren.

Nach der Erstellung der FE-Modelle für die Push-Out Tests sollen die zur numerischen Simulation eingesetzten Materialmodelle auf analytischem Weg verifiziert werden. Dies wird durch den Vergleich analytischer Lösungen einfacher baustatischer Problemstellungen mit den Ergebnissen aus entsprechenden numerischen Simulationen versucht.

In weiterer Folge sollen die FE-Modelle im Rahmen von ausgedehnten Parameterstudien anhand der Dübelkennlinien der Push-Out Tests so kalibriert werden, dass eine Parameterkonfiguration gefunden werden kann, mit der für alle drei untersuchten Dübelgeometrien im Mittel die beste Abbilddung der Versuchsserie erzielt werden kann (Abschnitt 5).

Das FE-Modell, dessen Ergebnisse die beste Übereinstimmung mit den aus den Push-Out Tests gewonnenen Daten liefern, soll anschließend eingehend auf sein Trag- und Verformungsverhalten im Verlauf des Versuchs untersucht werden (Abschnitt 6). Anhand von Spannungs- und Verformungsanalysen der Stahlzähne für Laststufen des Push-Out Tests, die charakteristische Stellen der Dübelkennlinie repräsentieren, soll untersucht werden, wie sich die Stahlzähne im Verlauf des Versuchs an der Lastabtragung beteiligen und welche Erkenntnisse daraus gezogen werden können.

Aufbauend auf diesen Erkenntnissen soll schließlich versucht werden, aus den Ergebnissen der numerischen Simulation ein aus Zug- und Druckstreben bestehendes Tragmodell für die Betongurte des Prüfkörpers unter der maximalen Versuchslast im Push-Out Test abzuleiten (Abschnitt 6).

3 FE-Modelle zur Modellierung der Push-Out Körper – Serie 2

Sämtliche nachfolgend dargestellten FE-Modelle, die zur Modellierung der Push-Out Körper der Serie 2 erstellt wurden, basieren auf der in [6] beschriebenen Vorgangsweise zur Modellierung der Push-Out Körper der Serie 1. Die Prüfkörper der Serie 2 unterscheiden sich jedoch hinsichtlich Geometrie und Bewehrung von denen der Serie 1. Zusätzlich dazu ergaben sich im Zuge der Untersuchungen im Rahmen dieser Arbeit insbesondere bei der Generierung des FE-Netzes teils notwendige und teils aus der Sicht des Anwenders praktikable Änderungen. Daraus resultierende Unterschiede zu der in [6] beschriebenen Vorgangsweise werden in den folgenden Abschnitten erläutert.

3.1 Modul – *PART*

3.1.1 Import von Zeichnungen über die DXF-Schnittstelle

Die Nutzung der DXF-Schnittstelle empfiehlt sich insbesondere bei der Erstellung von Körpern mit komplexen Formen. Da das Koordinatensystem in ABAQUS 13 Kommastellen hat, ist allerdings zu beachten, dass Zeichnungen, die aus CAD-Programmen importiert werden, dieser Genauigkeit angepasst werden müssen, da sonst geschlossene Linienzüge von ABAQUS nicht als solche erkannt werden und so keine dreidimensionalen oder flächenhaften Körper generiert werden können. Der Import von Polylinien ist nicht möglich, weshalb bei der Erstellung der Zeichnungen die dem verwendeten CAD-Programm entsprechenden Objektfangang-Einstellungen verwendet werden sollten. Hat man die Zeichnungen jedoch erfolgreich importiert, werden diese separat abgelegt und können zu jeder Anwendung herangezogen werden.

3.1.2 Änderungen am Auflager

Die Auflager wurden als *Discrete Rigid Parts* formuliert, die grundsätzlich in allen *Modeling Spaces* und mit allen *Base Features* generiert werden können. Im Fall des Auflagers musste jedoch *Shell-Extrude* als *Base Feature* gewählt werden, da aus *Solid Rigid Parts* kein *Instance* in der *Assembly* erzeugt werden kann. *Discrete Rigid Parts* benötigen nur an ihrem Referenzpunkt eine Lagerungsbedingung. Der Punkt selbst kann unabhängig von der späteren Netz-

generierung definiert werden, da ABAQUS an dieser Stelle automatisch einen FE-Knoten erzeugt (*Rigid Body Reference Node*).

In der gegenständlichen Anwendung als Auflager musste die Lagerungsbedingung allerdings alle 6 Freiheitsgrade des Referenzpunktes verhindern (*Boundary Condition Encastre*), da sich das Auflager sonst bei Belastung um den Referenzpunkt drehen könnte.

Die Verwendung des *Discrete Rigid Parts* als Auflager bietet gegenüber dem *Deformable Part* zwei wesentliche Vorteile. Zum einen kann die Größe der *.odb-Datei erheblich reduziert werden, da nur am Referenzpunkt ein *History Output* zur Auswertung der Auflagerreaktionskraft definiert werden muss. Zum anderen wird die Frage, welche der beiden Kontaktflächen als *Master* (*First Surface*) und welche als *Slave* (*Second Surface*) definiert wird, vorab beantwortet, da *Discrete Rigid Parts* in Kontaktformulierungen immer die Masterfläche repräsentieren müssen. Dementsprechend kann in weiterer Folge die Auflösung des FE-Netzes am Auflager frei gewählt werden, da die ansonsten durch die *Master-Slave* Kontaktformulierung gegebenen Einschränkungen hinsichtlich der Netzabstufung (die Masterfläche muss die Fläche mit dem gröberen FE-Netz und der härteren Unterlage sein) nicht beachtet werden müssen.

3.1.3 Erstellung von Volumenkörpern und Partitionen

Um FE-Netze an Volumenkörpern mit komplexeren Formen generieren zu können, sind umfangreiche Partitionen der Körper erforderlich. Diese haben entscheidenden Einfluss auf Symmetrie und Qualität des FE-Netzes und damit auch auf die späteren Ergebnisse. Aus diesem Grund sollten die Partitionen abweichend von der in ABAQUS vorgesehenen Vorgangsweise erst nach Zusammenstellung der *Assembly* erstellt werden, da erst dann die Anforderungen an das FE-Netz klar sind. Zur Erstellung der Betonkörper stehen die Operationen *Shape-Extrude* und *Shape-Cut* im Part-Modul sowie die Operation *Merge/Cut* im *Assembly*-Modul zur Verfügung, die dazu grundsätzlich gleichermaßen geeignet sind. Es ist jedoch zu beachten, dass die gewählte Methode Einfluss auf die Netzgenerierung hat. Dieser äußert sich dadurch, dass an Körpern mit identischer Form und identischen *Edge Seeds* unterschiedliche FE-Netze generiert werden,

wenn die Körper auf unterschiedliche Weise erstellt wurden. Im gegenständlichen Fall wurde der Betonkörper, der in der Folge als Betondübel bezeichnet wird, durch Differenz zwischen einem quaderförmigen Betonblock und dem Dübelblech erstellt (Operation *Cut Instances* im *Assembly* Modul). Daraus resultiert der Vorteil, dass beide Teile, nachdem das Dübelblech wieder eingeblendet wird (Operation *Resume*), fertig in der *Assembly* positioniert sind. Abb. 3.1 zeigt die Vorgangsweise zur Erstellung des Betondübels. Die verwendeten Partitionen werden in Abschnitt 3.5 gezeigt, da sie unmittelbar mit der Netzgenerierung in Zusammenhang stehen.

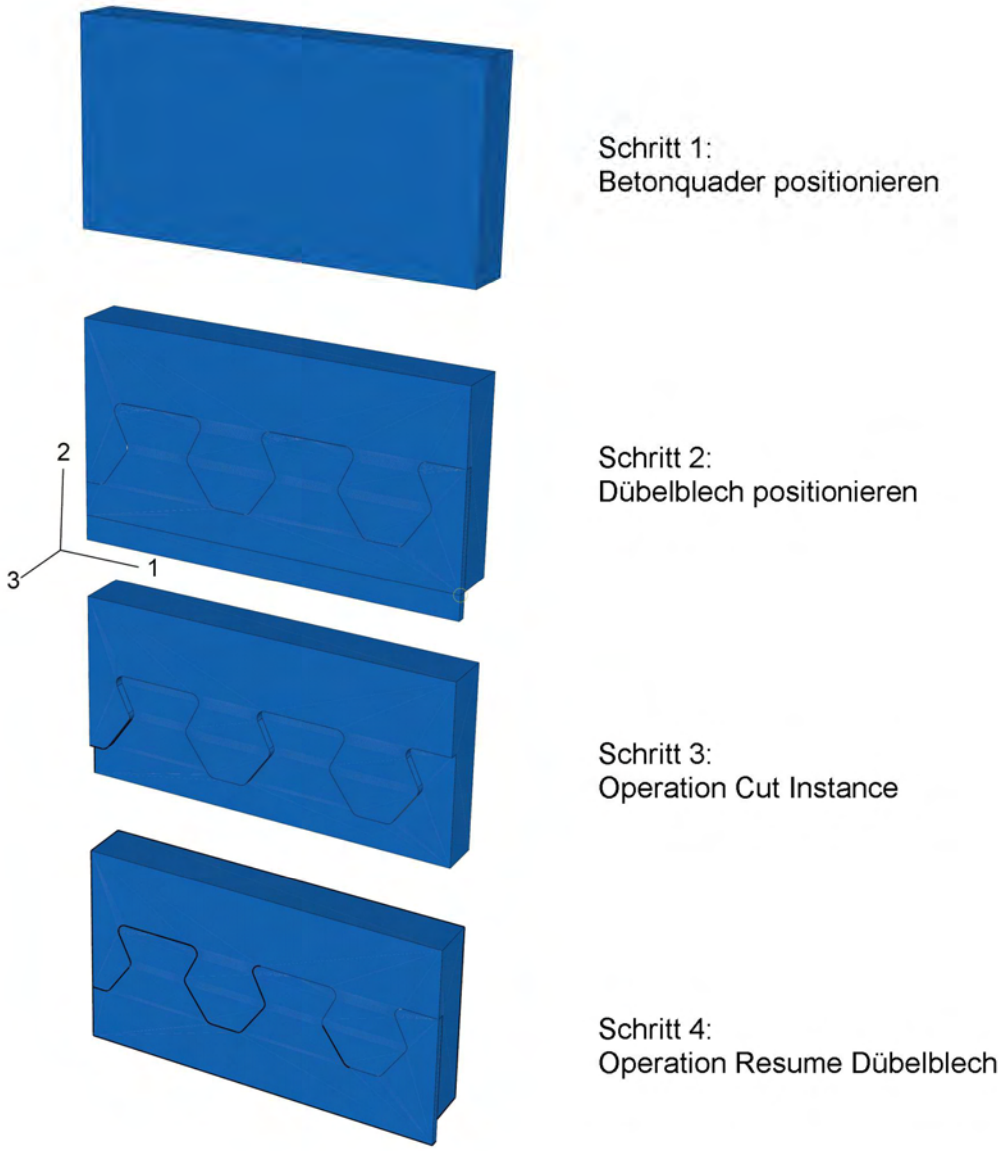


Abb. 3.1 Vorgangsweise zur Erstellung des Betondübels

3.2 Modul – *PROPERTY*

Die einem FE-Modell zugrunde liegenden Materialmodelle stellen die wichtigsten Grundlagen für realitätsnahe Ergebnisse dar. Aus diesem Grund wurden die zur Modellierung der Push-Out Körper verwendeten Materialmodelle eingehend untersucht. Die Ergebnisse dieser Untersuchungen werden in Abschnitt 4 präsentiert.

3.3 Modul – *ASSEMBLY*

Abbildung 3.2 zeigt exemplarisch für alle Modelle der Serie 2 die aus 24 *Instances* bestehende *Assembly* für das Modell „Krone Lang“. Die Abmessungen aller Modelle und aller *Parts* können den Plänen in Anhang A entnommen werden.

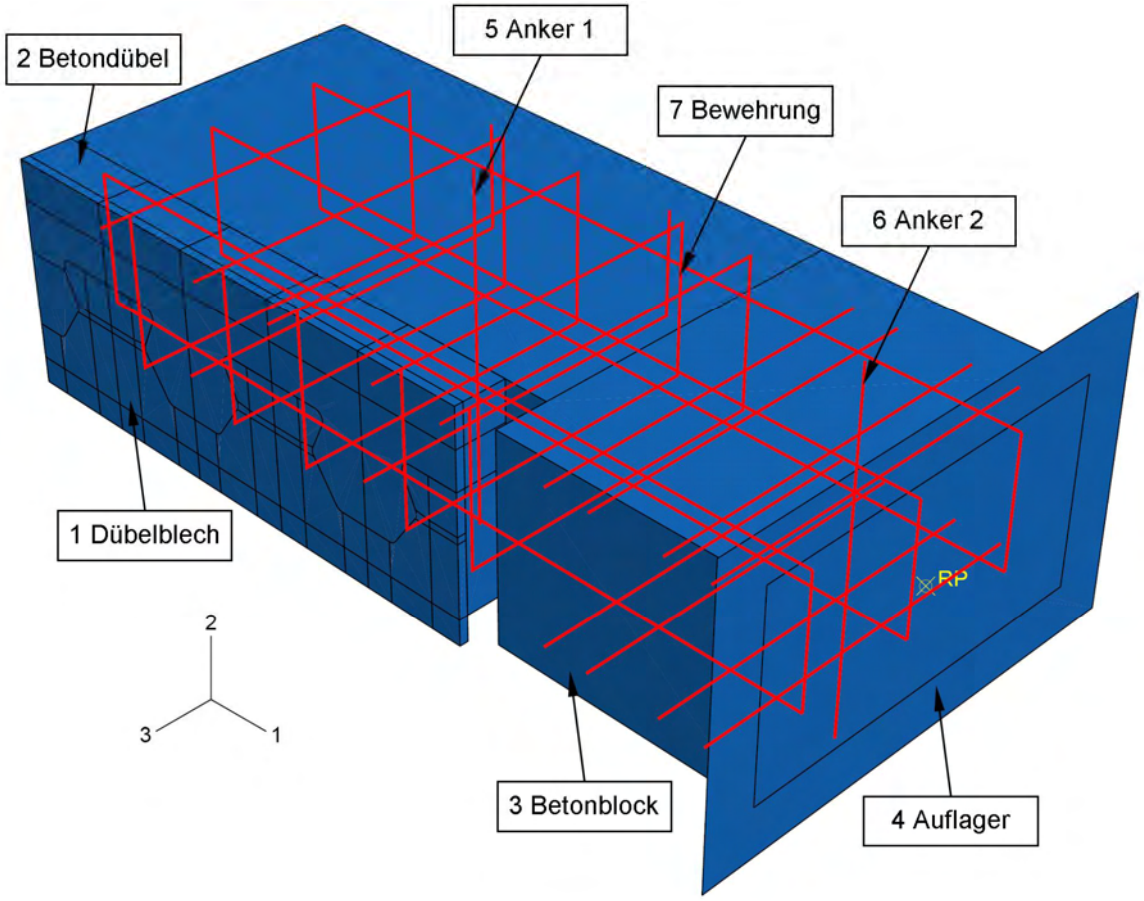


Abb. 3.2 Assembly Modell „Krone Lang“

Zur Erstellung der Instances für die Bewehrung bietet sich die Verwendung der Operation *Linear Pattern* an. Mit dieser Operation muss ein Instance, der mehrmals in einer Assembly vorkommen soll, nur einmal erstellt und positioniert werden. Danach kann ein *Set* gleicher *Instances* (im gegenständlichen Fall die Bügelbewehrung) unter Vorgabe von Anzahl und Abstand in zwei Achsenrichtungen halbautomatisch generiert werden. Daraus ergibt sich eine erhebliche Zeitersparnis bei der Erstellung des Bewehrungssatzes gegenüber der separaten Erstellung und Positionierung der *Instances*.

Anders als bei der Serie 1 wurden bei den Prüfkörpern der Serie 2 fünf Anker zur Fixierung der Betonplatten verwendet, wobei sich einer in der Symmetrieebene befand. Da das FE-Modell nur ein Viertel des Prüfkörpers abbildet, würde dies bedeuten, dass nur der halbe Ankerquerschnitt in der Symmetrieebene abgebildet werden darf, was unter Verwendung der *Kinematic Coupling Constraint* Methode, die für die Bindung der Ankerköpfe an die Betonplatte verwendet wurde, nicht möglich ist. Daher musste ein Anker (Anker 2 in Abb. 3.2) mit dem eineinhalb-fachen Ankerquerschnitt versehen werden.

Im vorangegangenen Abschnitt wurde beschrieben, dass die Partitionen erst im Zuge der Netzgenerierung erstellt werden sollten. Daher können bei dieser Vorgangsweise die zur Definition der Lagerungsbedingungen und Kontaktflächen hilfreichen *Sets* und *Surfaces* erst im Anschluss daran erstellt werden.

3.4 Modul – *STEP*

3.4.1 Wahl der Berechnungsmethode

Die in [6] erwähnten Probleme bei der Verwendung von *Static, Riks* als Berechnungsmethode zur Modellierung von Bauteilen aus Beton setzten sich auch im Rahmen dieser Arbeit fort. Im Zuge von durchgeführten Traglast-untersuchungen an einfachen Biegeträgern aus Stahlbeton zur Verifizierung der Materialmodelle (Abschnitt 4) konnte festgestellt werden, dass es bei Anwendung der Methode *Static, Riks* in Bereichen, in denen die maximale Zugfestigkeit des Betons erreicht wird, zu numerischen Problemen bei der Kraftumlagerung vom Beton auf die Bewehrung kommt. Diese entstehen, wenn die Bewehrung mit der

Methode *Embedded Region* in den Beton eingebettet wird. Diesen Problemen kann zwar teilweise mit der Abstimmung der Inkremente entgegengewirkt werden, jedoch konnte mit insgesamt 43 verschiedenen Inkrementkombinationen nur ein sinnvolles Ergebnis erzielt werden. Eine alternative Möglichkeit besteht darin, die Bewehrung nicht mit linearen Elementen (*Truss, Beam*) zu modellieren, sondern mit Volumenkörpern (*Solid*), die dann mittels *Tie Constraint* mit dem Beton verbunden werden. Diese Variante kann jedoch nicht empfohlen werden, da mit ihr zwar stabile Ergebnisse erreicht werden konnten, diese jedoch deutlich unter der realistisch erreichbaren Traglast lagen.

Weitere numerische Probleme bei der Verwendung von *Static, Riks* als Berechnungsmethode können bei Modellen mit Kontakt- und Reibungsforumulierungen auftreten. Bei *Static, Riks* wird nicht die Größe der Belastung, sondern nur die Belastungsrichtung vorgegeben. Der Lastproportionsfaktor ist eine zusätzliche Unbekannte im Gleichungssystem, wobei dieser auch negative Werte annehmen kann. Dieser Umstand kann im Laufe einer Simulation zu einer Umkehr der Belastungsrichtung führen. Abb. 3.3 zeigt eine Momentaufnahme aus der Simulation eines Push-Out Tests, in der dieser Fall eintrat.

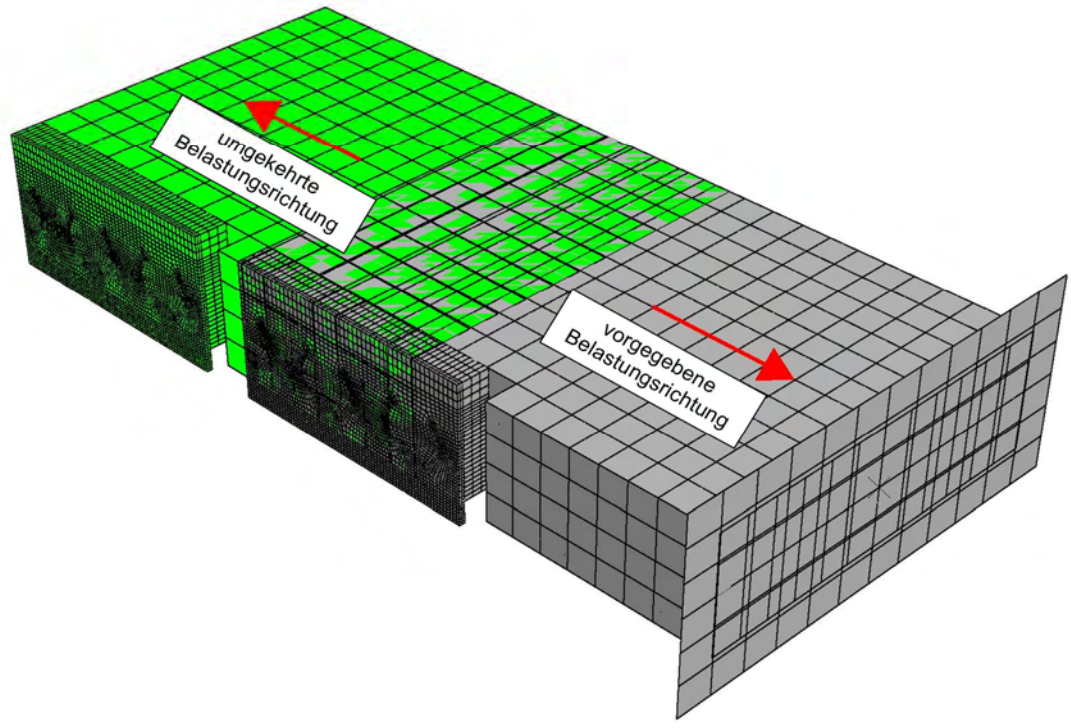


Abb. 3.3 Belastungsumkehr – Riks-Simulation

Der Prüfkörper hob kurz nach der Herstellung des Kontakts ohne nachvollziehbaren Grund vom Auflager ab und fuhr entgegen der vorgegebenen Belastungsrichtung davon.

Die oben beschriebenen numerischen Probleme führten zu der Erkenntnis, dass bei der gegebenen Problemstellung mit *Static, Riks* offenbar nur nach dem „Trial and Error“ Prinzip verwertbare Ergebnisse erreicht werden können und diese darüber hinaus für die Abbildung der Push-Out Tests unzufriedenstellend sind.

Aus diesem Grund wurde zu allen Berechnungen, deren Ergebnisse in dieser Arbeit vorgestellt werden, die Berechnungsmethode *Dynamic, Explicit* herangezogen. Da die Belastung bei dieser Methode in Richtung und Größe eindeutig definiert wird, können die oben beschriebenen Probleme nicht auftreten. Weiters ist diese Methode wesentlich unsensibler bezüglich der Einstellparameter für Kontaktformulierungen, weshalb nahezu jede Simulation ein verwertbares Ergebnis liefert

3.4.2 *Time Period*

Bei der Berechnungsmethode *Dynamic, Explicit* wird die Belastung durch Vorgabe der Belastungsgröße, die wahlweise eine Kraft oder eine eingeprägte Verschiebung an einer Lagerungsbedingung sein kann, sowie durch Vorgabe der zeitlichen Entwicklung dieser Belastungsgröße (durch Vorgabe der *Time Period* und der *Amplitude*) definiert. Zur Abbildung der Push-Out Tests – Serie 2 wurde wie schon bei Serie 1 [6] die Verschiebung U1 an der Unterseite des Dübelblechs vorgegeben. Im Rahmen der Parameterstudien, deren Ergebnisse in Abschnitt 5 dargestellt werden, wurden die *Time Period* und die *Amplitude* variiert, um den Einfluss der zeitlichen Entwicklung der Belastung auf die Traglast und auf das Verformungsverhalten der FE-Modelle zu überprüfen.

3.4.3 *Field Output* und *History Output*

Die Intervalle (*Frequencies*) der definierten *Outputs* haben wesentlichen Einfluss auf die Größe der *.odb Datei und auf die Weiterverarbeitbarkeit der Ergebnisse. Eine Möglichkeit zur Reduktion der Dateigröße bietet die gezielte Wahl der Ergebniskomponenten für die *History Outputs*. Zwei Ergebniskomponenten, in

diesem Fall die Auflagerreaktionskraft (RF1) am Referenzpunkt des Auflagers und die Verschiebung (U1) am Kontrollpunkt des Dübelblechs, werden benötigt, um die Qualität der Ergebnisse anhand der Dübelkennlinien schnell prüfen zu können. Sämtliche Ergebniskomponenten, die später zur genauen Analyse der Ergebnisse anhand von z.B. Spannungen oder Verzerrungen benötigt werden, können nach der Berechnung ohne großen Zeitaufwand aus dem *Field Output* in der *.odb Datei extrahiert werden (Operation *Create XY-Data*). Abb. 3.4 zeigt die an den Modellen für die Parameterstudien (Abschnitt 5) definierten *History Outputs*. Im Zuge solcher Studien brechen in der Regel viele Simulationen vorzeitig ab, weshalb nicht alle Ergebnisse eingehend analysiert werden. Deshalb ist hier die beschriebene Vorgangsweise besonders sinnvoll.

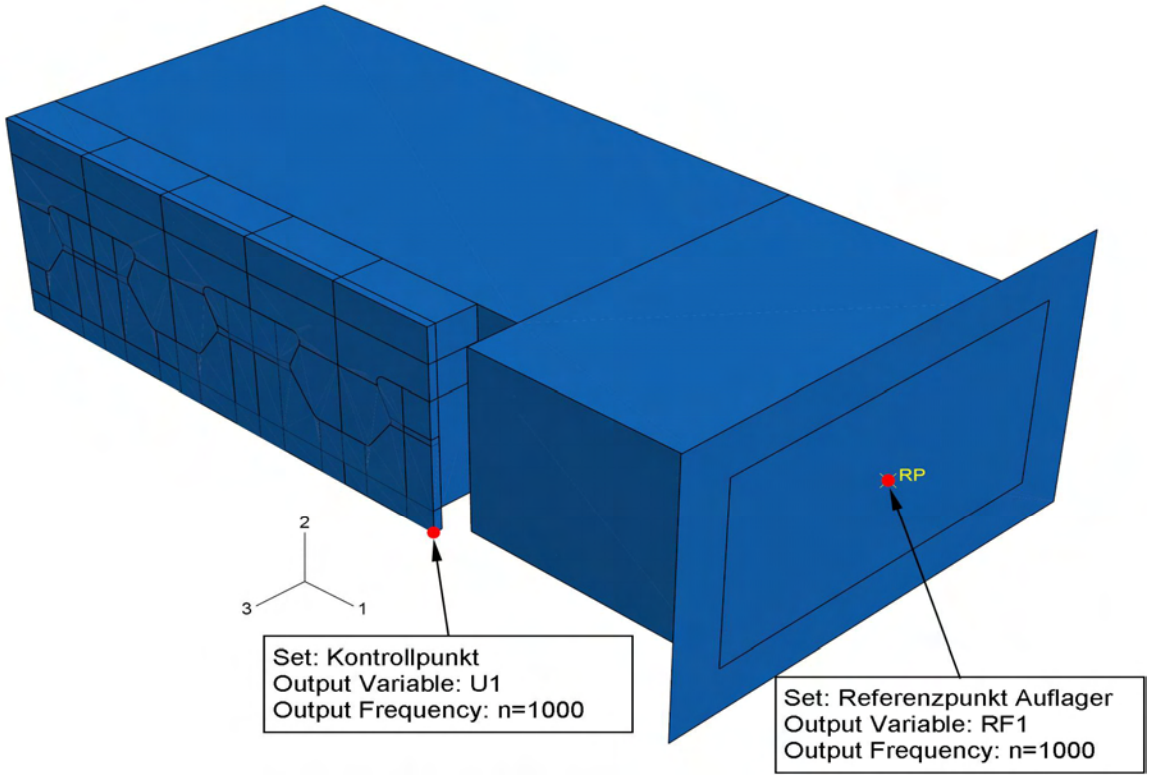


Abb. 3.4History Outputs

Die in [6] angegebenen Intervalle von 400 für die *Field*- und *History Outputs* können wesentlich erhöht werden, da sonst bei Simulationen, die nicht vorzeitig abbrechen, zu viele Wertepaare für die Dübelkennlinien entstehen (im Extremfall im Rahmen dieser Arbeit bis zu 36.000) und die Auswertung dieser mit gängigen Tabellenkalkulationsprogrammen wie Microsoft EXCEL kompliziert wird.

Im gegenständlichen Fall wurden die Intervalle sowohl für die *Field Outputs* als auch für die *History Outputs* auf 1000 gesetzt. Zur weiteren Datenreduktion könnten die Intervalle für die *History Outputs* durchaus noch größer gewählt werden.

3.5 Modul – *MESH*

Die halbautomatischen Techniken, die ABAQUS zur Generierung von FE-Netzen zur Verfügung stellt, und die daraus resultierenden Anwendungen zur Modellierung der Push-Out Körper wurden bereits in [6] erläutert. Da jedoch die Qualität des FE-Netzes an den *Instances* Dübelblech und Betondübel (gemäß Abb. 3.2) neben den Materialmodellen den größten Einfluss auf die Ergebnisse hat, wird in den folgenden Abschnitten die Vorgangsweise zur Erstellung der FE-Netze an diesen Teilen anhand des Modells „Krone Lang“ detailliert beschrieben. Die FE-Netze aller anderen *Instances* wurden wie in [6] beschrieben generiert. Auf die Vorhangsweisen zur Erstellung der FE-Netze für die Modelle „Krone Kurz“ und „Krone Rund“ wird nicht gesondert eingegangen, da sie der Vorgangsweise zur Erstellung des FE-Netzes am Modell „Krone Lang“ entsprechen.

3.5.1 Anforderungen an das FE-Netz

Die FE-Netze der *Instances* Dübelblech und Betondübel wurden durch C3D8R-Elemente unter Anwendung der Netzgenerierungstechnik *Sweep* gebildet. Diese sind näherungsweise quaderförmige Elemente mit FE-Knoten an allen Eckpunkten und einem Integrationspunkt pro Seitenfläche und geeignet für nichtlineare Analysen mit plastischem Materialverhalten und Kontaktformulierungen, die auch bei der Modellierung der Push-Out Körper erforderlich sind. Die Anforderung an C3D8R-Elemente, nämlich dass ihre Seitenflächen möglichst rechteckig sein sollten und die Approximation schiefwinkeliger Volumenkörper durch quaderförmige Elemente stehen allerdings im Widerspruch zueinander. Grundsätzlich wäre zwar die Approximation komplexer Volumenkörper mit tetraederförmigen Elementen leichter zu bewerkstelligen, jedoch überschätzen diese die Steifigkeit der Systeme erheblich und sind daher nur zur Verwendung als Füllelemente in unbedeutenden Regionen der Modelle tauglich [7, Sect 14.1.1].

Abb. 3.5 zeigt eine Veranschaulichung der Kinematik von Elementen mit dreieckigen Grundflächen im Vergleich zu Elementen mit rechteckigen Grundflächen bzw. Elementen mit vierseitigen Grundflächen die von der Rechteckform abweichen. Die Kanten der Grundflächen sind durch Stäbe ersetzt, die an ihren Knoten gelenkig verbunden sind. An jeweils einem Knoten greift eine Punktlast an.

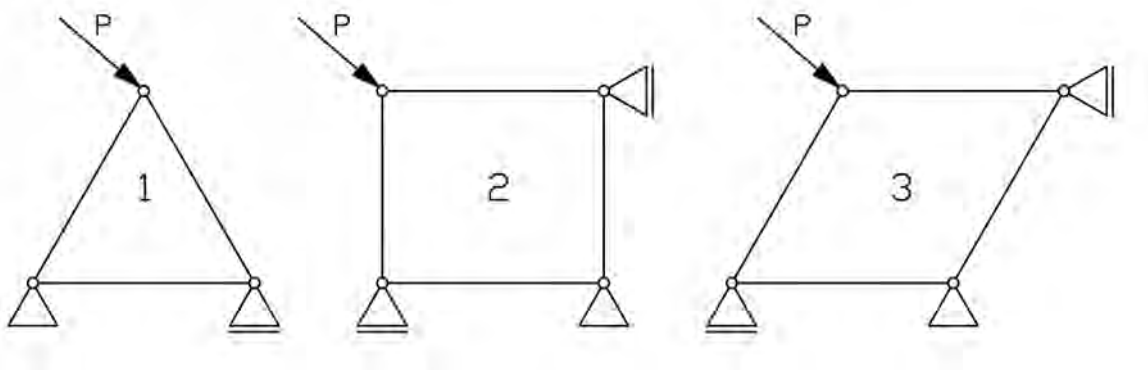


Abb. 3.5 Grundflächen: Dreieck (1), Rechteck (2), allgemeines Viereck (3)

Während die dreieckige Grundfläche unter beliebiger Belastung in sich stabil ist, wird die vierseitige Grundfläche abhängig von der Belastungsrichtung mit zunehmender Abweichung von der Rechteckform immer instabiler. Die Belastungsrichtung an einem FE-Knoten ist vorab nicht bestimmbar, jedoch wird sie sich an einer Kontaktfläche eines FE-Modells, abhängig vom Einfluss einer gegebenenfalls definierten Reibung, zumindest annähernd normal auf die Kontaktfläche einstellen. Daraus ergibt sich eine weitere Anforderung an die Geometrie quaderförmiger Elemente, nämlich dass sie nicht nur annähernd rechteckig sein sollten, sondern zusätzlich auch möglichst normal auf die Kontaktflächen stehen sollten.

Im Anwendungsfall des Dübelblechs und des Betondübels ergeben sich bei strikter Umsetzung dieser Anforderungen naturgemäß Konflikte aufgrund der Geometrie, die in Abb. 3.6 veranschaulicht werden. Zwei Möglichkeiten stehen zur Vermeidung dieser zur Verfügung. Einerseits können die geraden Begrenzungsflächen mit rechteckigen Flächen gefüllt werden. Die entstehenden Zwickel werden mit dreieckigen Flächen aufgefüllt. Dies sollte allerdings, da die Kontaktfläche zwischen Dübelblech und Betondübel in der gegenständlichen

Anwendung den wichtigsten Bereich des Modells repräsentiert, aus den bereits erwähnten Gründen vermieden werden. Andererseits kann bei der FE-Netzgenerierung von der strengen Rechteckform, die normal auf die Kontaktfläche steht, abgewichen werden. Somit sind bei der Approximation der Flächen Kompromisse einzugehen, die bei der Partition der Körper berücksichtigt werden müssen.

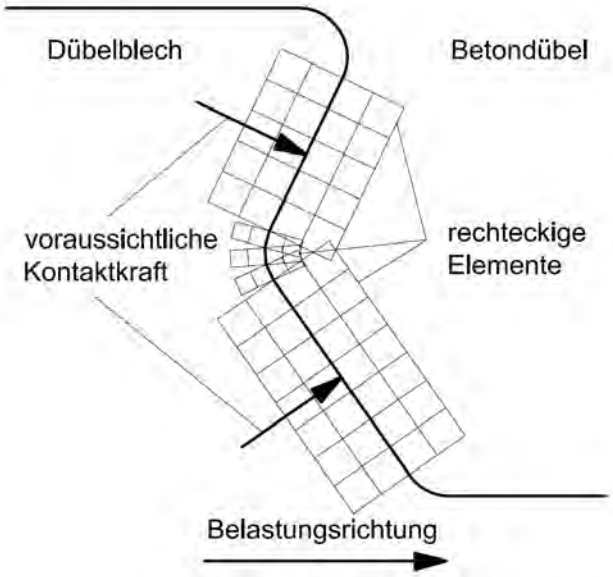


Abb. 3.6 Konflikt bei Kontakt Dübelblech – Betondübel mit Rechteckelementen

Bei der Erstellung der in den folgenden Abschnitten beschriebenen Modelle wurde die zweite Variante gewählt.

3.5.2 Allgemeines zur FE-Netzgenerierung in ABAQUS

Die vor der FE-Netzgenerierung vorgegebenen Kantenteilungen (*Edge Seeds*) stellen nur Zielvorgaben für die Positionen der späteren FE-Knoten dar. Die tatsächlichen Positionen werden von ABAQUS automatisch generiert und können im Anschluss nur durch manuelles Umprogrammieren der Koordinaten verändert werden. Dies ist im gegenständlichen Fall aufgrund der hohen Knotenanzahl nahezu unmöglich. Da die automatische Netzgenerierung mitunter für die Berechnung unbrauchbare und alles andere als symmetrische FE-Netze liefert, müssen die Volumenkörper durch umfangreiche Partitionen so unterteilt werden, dass dem Netzgenerierungsalgorithmus die gewünschten Strukturen der FE-

Netze, die die im vorangegangenen Abschnitt erläutert wurden, aufgezwungen werden.

Bei der Generierung der FE-Netze für die Dübelbleche waren zusätzliche Partitionen erforderlich, da Spannungen an Punkten, an denen bei den Prüfkörpern im physikalischen Versuch Dehnmessstreifen angebracht wurden, ausgewertet werden sollten (Abschnitt 6). Nur dann, wenn an diesen Stellen auch jeweils ein Stützpunkt der Geometrie vorhanden ist, kann sichergestellt werden, dass an diesen Stellen auch FE-Knoten generiert werden (durch *Constrained Seeds*).

Grundsätzlich wird ein Körper umso „weicher“ abgebildet, je feiner die Auflösung des FE-Netzes ist. Allerdings besteht bei sehr fein aufgelösten FE-Netzen neben den Nachteilen größerer Datenmengen in der *.odb Datei und längeren Rechenzeiten die Gefahr, dass Simulationen vorzeitig abbrechen. Der Grund dafür ist, dass einzelne Elemente, insbesondere wenn sie bereits vor der Belastung stark von der Rechteckform abweichen oder an gekrümmten Kontaktflächen zwischen einem harten und einem weichen Element positioniert sind, über vorab definierte Grenzen hinaus verformt werden und dadurch im Extremfall ein negatives Volumen erhalten. Diesem Effekt kann mit der Option *Element Deletion*, die in der Registerkarte *Element Type* aktivierbar ist, entgegnet werden. Bei Verwendung dieser Option werden Elemente, die die maximal zulässige Verformung erreichen, aus dem FE-Netz entfernt. Die Berechnung wird anstatt abzubrechen fortgesetzt [8, Sect. 11.6.3]. Der Einfluss dieser Option auf die Ergebnisse wurde im Rahmen der Parameterstudien untersucht und ist in Abschnitt 5 dargestellt. Alternativ zu dieser Variante kann die maximal zulässige Verformung der Elemente, ebenfalls in der Registrierkarte *Element Type*, erhöht werden. Anzumerken ist, dass sich die Ergebnisse beider Varianten decken. Um den Einfluss der Netzauflösung auf die Traglast und auf das Verformungsverhalten zu überprüfen, wurden für die Modelle der Serie 2 jeweils zwei unterschiedliche FE-Netze am Betondübel generiert, während die FE-Netze der Dübelbleche unverändert blieben. Die Modelle werden in der Folge jeweils mit dem Zusatz /G für „grobes Netz“ und /F für „feines Netz“ bezeichnet.

3.5.3 FE-Modell „Krone Lang“

3.5.3.1 Dübelblech

Das FE-Netz des Dübelbleches „Krone Lang“ wurde in drei Schritten erstellt. Zunächst wurde der Volumenkörper mit der Operation *Partition Cell – Define Cutting Plane* in Zellen geteilt, wobei darauf geachtet wurde, dass an den Positionen der Dehnmessstreifen Stützpunkte vorhanden sind (Abb. 3.7).

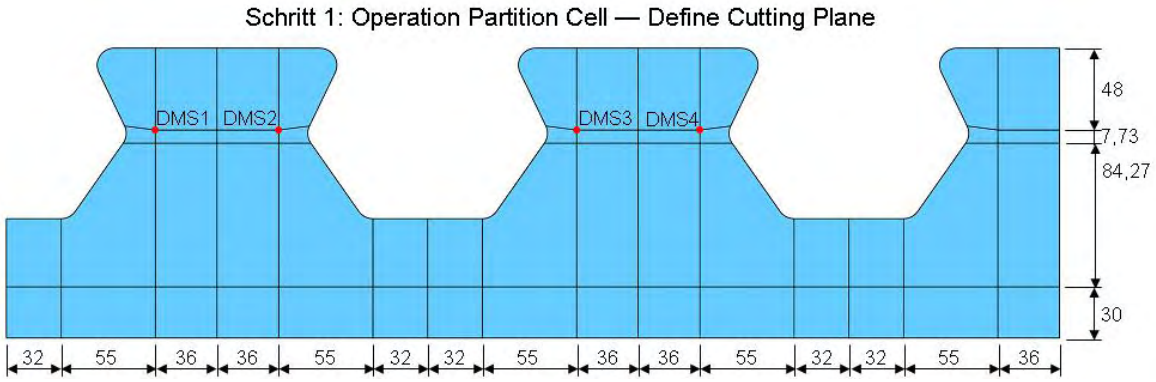


Abb. 3.7 Dübelblech Modell „Krone Lang“ – Partitionen

Im nächsten Schritt wurden die Zielpunkte der FE-Knoten an den Kanten der Zellen mit der Operation *Seed – Edge by Number* vorgegeben. Die in der Flächenebene vorgegebenen Kantenteilungen können Abb. 3.8 entnommen werden. In Breitenrichtung des Dübelblechs wurden zwei Elemente vorgegeben.

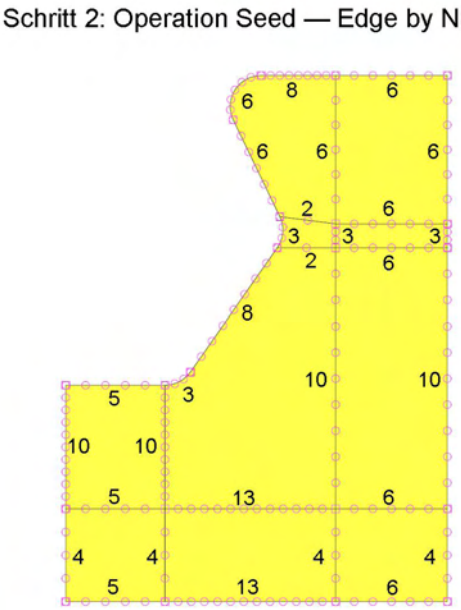


Abb. 3.8 Dübelblech Modell „Krone Lang“ – Edge Seeds

Im letzten Schritt wurde das FE-Netz mit der Operation *Mesh – Instance* erzeugt. Abb. 3.9 zeigt das symmetrische FE-Netz des Dübelblechs „Krone Lang“, das die in Abschnitt 3.5.1 beschriebenen Anforderungen weitgehend erfüllt.

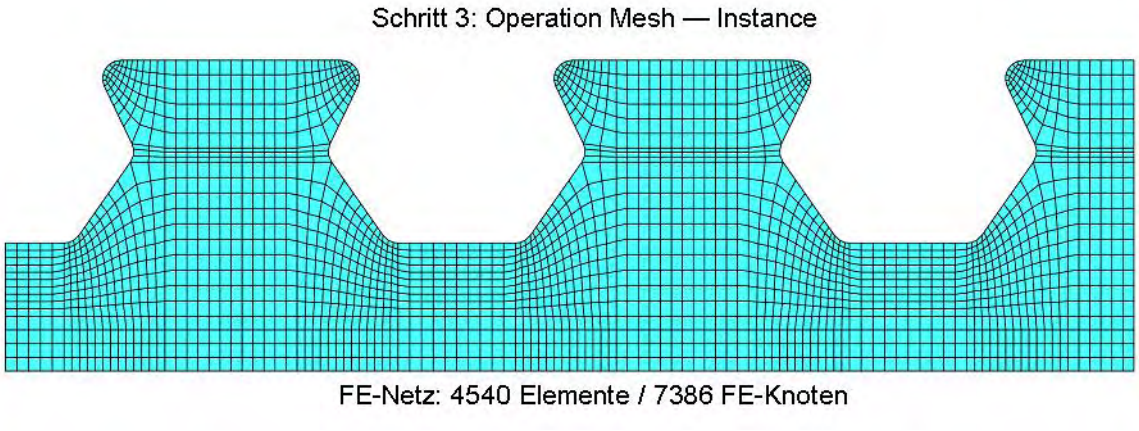


Abb. 3.9 Dübelblech Modell „Krone Lang“ – FE-Netz

3.5.3.2 Betondübel Modell „Krone Lang /G“

Das FE-Netz des Betondübels wurde ebenfalls in drei Schritten erstellt, jedoch waren, um die Symmetrie des FE-Netzes gewährleisten zu können, zusätzliche Partitionen erforderlich. Diese sind in den Abb. 3.10 und 3.11 dargestellt. Durch die in Abb. 3.10 abgebildeten Partitionsflächen wird dem Netzgenerierungsalgorithmus die Form des Dübelbleches aufgezwungen. Somit ist sichergestellt, dass die Elemente in Breitenrichtung normal auf die Symmetrieebene generiert werden.

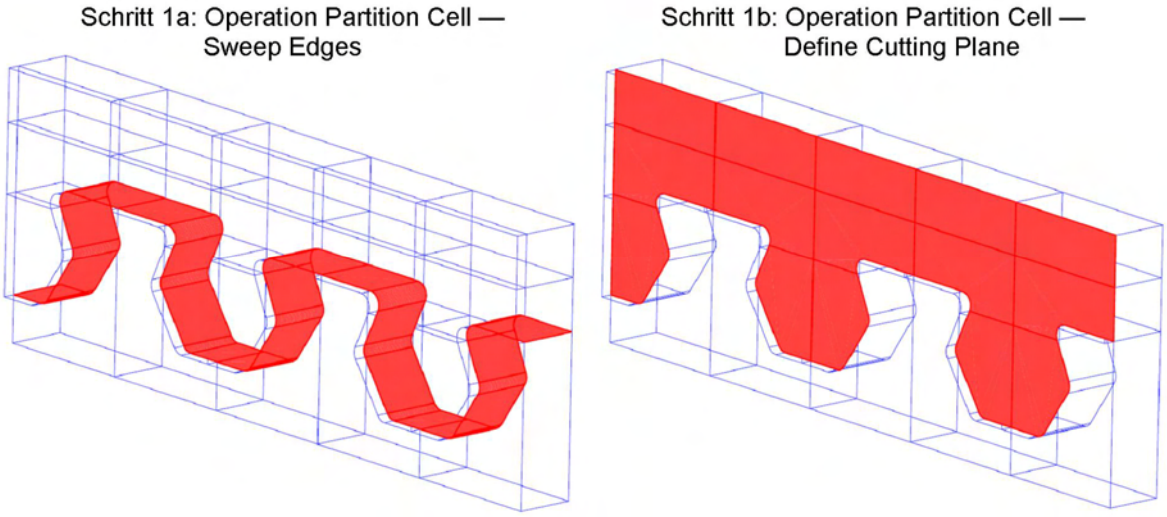


Abb. 3.10 Betondübel Modell „Krone Lang /G“ – Partitionen 1

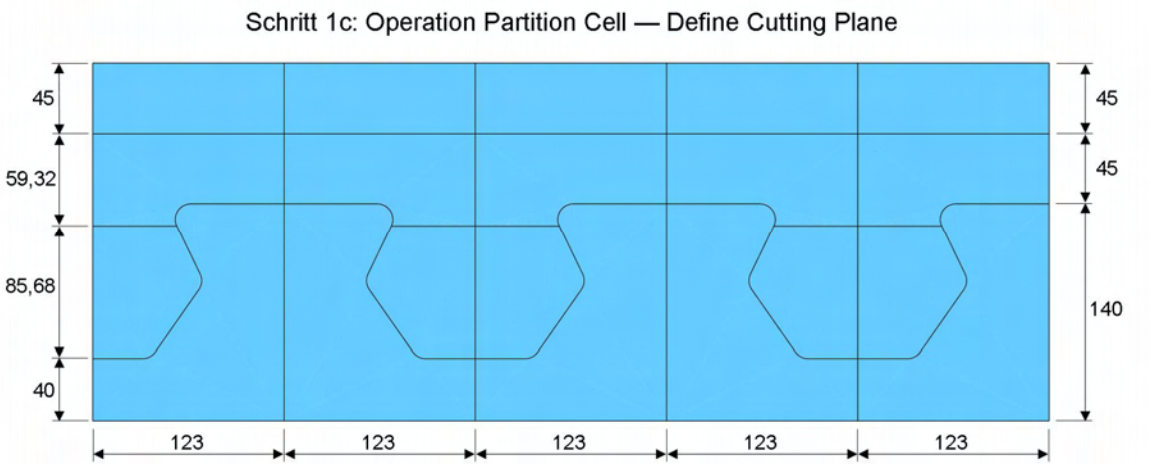


Abb. 3.11 Betondübel Modell „Krone Lang /G“ – Partitionen 2

Abb. 3.12 zeigt die im zweiten Schritt mit der Operation *Seed – Edge by Number* vorgenommenen Kantenteilungen zur Netzgenerierung am Betondübel.

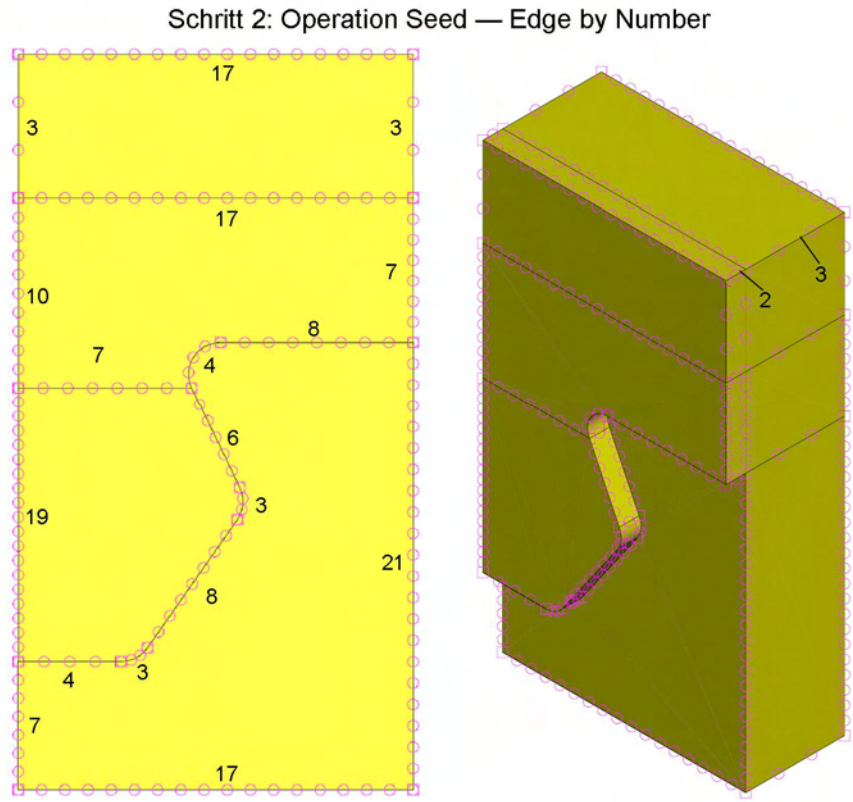


Abb. 3.12 Betondübel Modell „Krone Lang /G“ – Edge Seeds

Im dritten Schritt wurde das FE-Netz am Betondübel wiederum mit der Operation *Mesh – Instance* erstellt. Dieses entspricht ebenfalls weitgehend den Anforderungen, die in Abschnitt 3.5.1 beschrieben wurden (siehe Abb. 3.13).

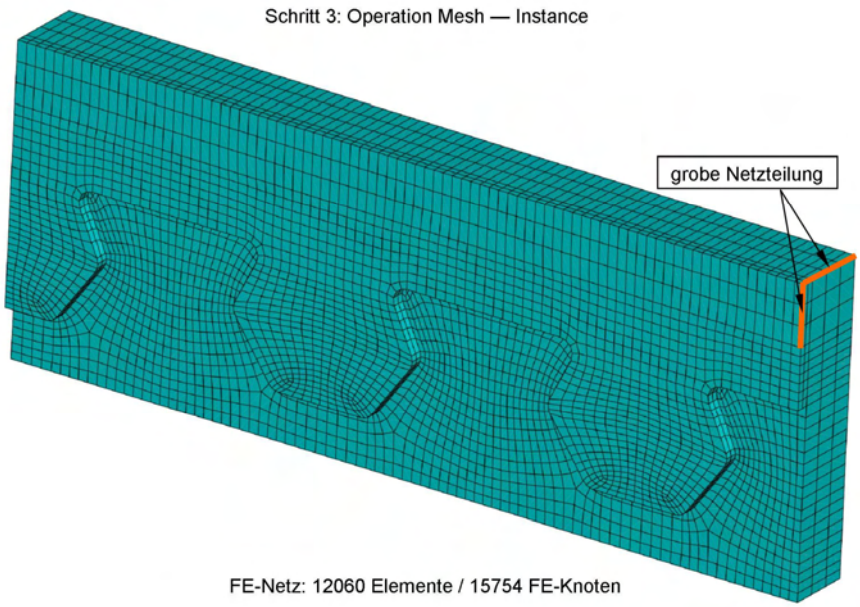


Abb. 3.13 Betondübel Modell „Krone Lang /G“ – FE-Netz

3.5.3.3 Betondübel Modell „Krone Lang /F“

Das FE-Netz des Modells „Krone Lang /F“ unterscheidet sich, wie in Abschnitt 3.5.2 beschrieben, vom FE-Netz des Modells „Krone Lang /G“ durch die feinere Netzteilung am Betondübel im oberen Bereich und in Breitenrichtung. Das FE-Netz wurde ebenfalls nach der in Abschnitt 3.5.3.2 beschriebenen Vorgangsweise erstellt, weshalb hier nur das fertige FE-Netz zum Vergleich abgebildet wird (Abb. 3.14).

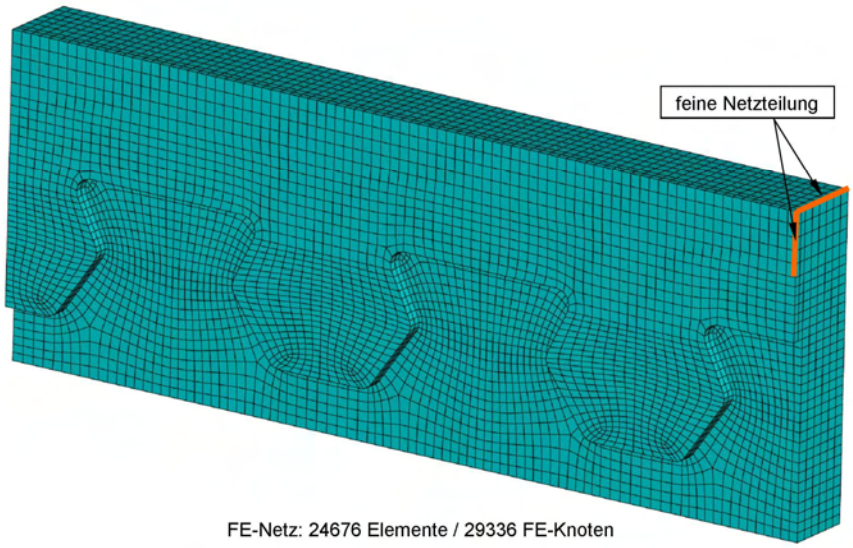


Abb. 3.14 Betondübel Modell „Krone Lang /F“ – FE-Netz

3.5.4 Zusammenstellung der FE-Netze aller Modelle

In Tab. 3.1 sind die Daten der FE-Netze aller untersuchten Modelle zusammengestellt.

Modell	Instance	Elementtyp	Elemente	FE-Knoten
"Krone Kurz /G"	Dübelblech	C3D8R	3800	6216
	Betondübel	C3D8R	10460	13654
	Betonblock	C3D8R	740	1062
	Auflager	R3D4	160	187
	Bügel 1_1 - 1_8	T3D2	10	11
	Bügel 2_1 - 2_4	T3D2	28	28
	Bügel 3_1 - 3_3	T3D2	46	46
	Bügel 5-1 - 5_2	T3D2	13	14
	Anker 1	T3D2	1	2
	Anker 2	T3D2	1	2
"Krone Kurz /F"	Betondübel	C3D8R	20970	24944
	Restliche Instances wie bei Modell "Krone Kurz /G"			
"Krone Lang /G"	Dübelblech	C3D8R	4540	7386
	Betondübel	C3D8R	12060	15754
	Betonblock	C3D8R	810	1158
	Auflager	R3D4	160	187
	Bügel 1_1 - 1_8	T3D2	10	11
	Bügel 2_1 - 2_4	T3D2	28	28
	Bügel 3_1 - 3_3	T3D2	54	54
	Bügel 5-1 - 5_2	T3D2	13	14
	Anker 1	T3D2	1	2
	Anker 2	T3D2	1	2
"Krone Lang /F"	Dübelblech	C3D8R	4540	7386
	Betondübel	C3D8R	24676	29336
	Betonblock	C3D8R	6480	7799
	Auflager	R3D4	160	187
	Bügel 1_1 - 1_8	T3D2	27	28
	Bügel 2_1 - 2_4	T3D2	74	74
	Bügel 3_1 - 3_3	T3D2	144	144
	Bügel 5-1 - 5_2	T3D2	35	36
	Restliche Instances wie bei Modell "Krone Lang /G"			
"Krone Rund /G"	Dübelblech	C3D8R	3610	5901
	Betondübel	C3D8R	6063	8208
	Betonblock	C3D8R	740	1062
	Auflager	R3D4	160	187
	Bügel 1_1 - 1_8	T3D2	10	11
	Bügel 2_1 - 2_4	T3D2	28	28
	Bügel 3_1 - 3_3	T3D2	46	46
	Bügel 5-1 - 5_2	T3D2	13	14
	Anker 1	T3D2	1	2
	Anker 2	T3D2	1	2
"Krone Rund /F"	Betondübel	C3D8R	22326	26389
	Betonblock	C3D8R	3776	4689
	Restliche Instances wie bei Modell "Krone Rund /G"			

Tab. 3.1 Zusammenstellung der FE-Netze

3.6 Modul – *INTERACTION*, Modul – *LOAD* und Modul – *JOB*

In all diesen Modulen wurden keine grundsätzlichen Änderungen gegenüber der in [6] beschriebenen Vorgangsweise vorgenommen. Die Verwendung des *Discrete Rigid Parts* machte lediglich die in Abschnitt 3.1.2 erwähnte Änderung der Lagerungsbedingungen am Auflager erforderlich.

Die Reibung zwischen den Seitenflächen der Dübelbleche und dem umgebenden Betondübel wurde bei allen Modellen vernachlässigt (Kontaktformulierung siehe Abb. 3.15). An allen anderen Kontaktflächen wurde der Reibungskoeffizient f zwischen Beton und Stahl mit 0,3 angenommen.

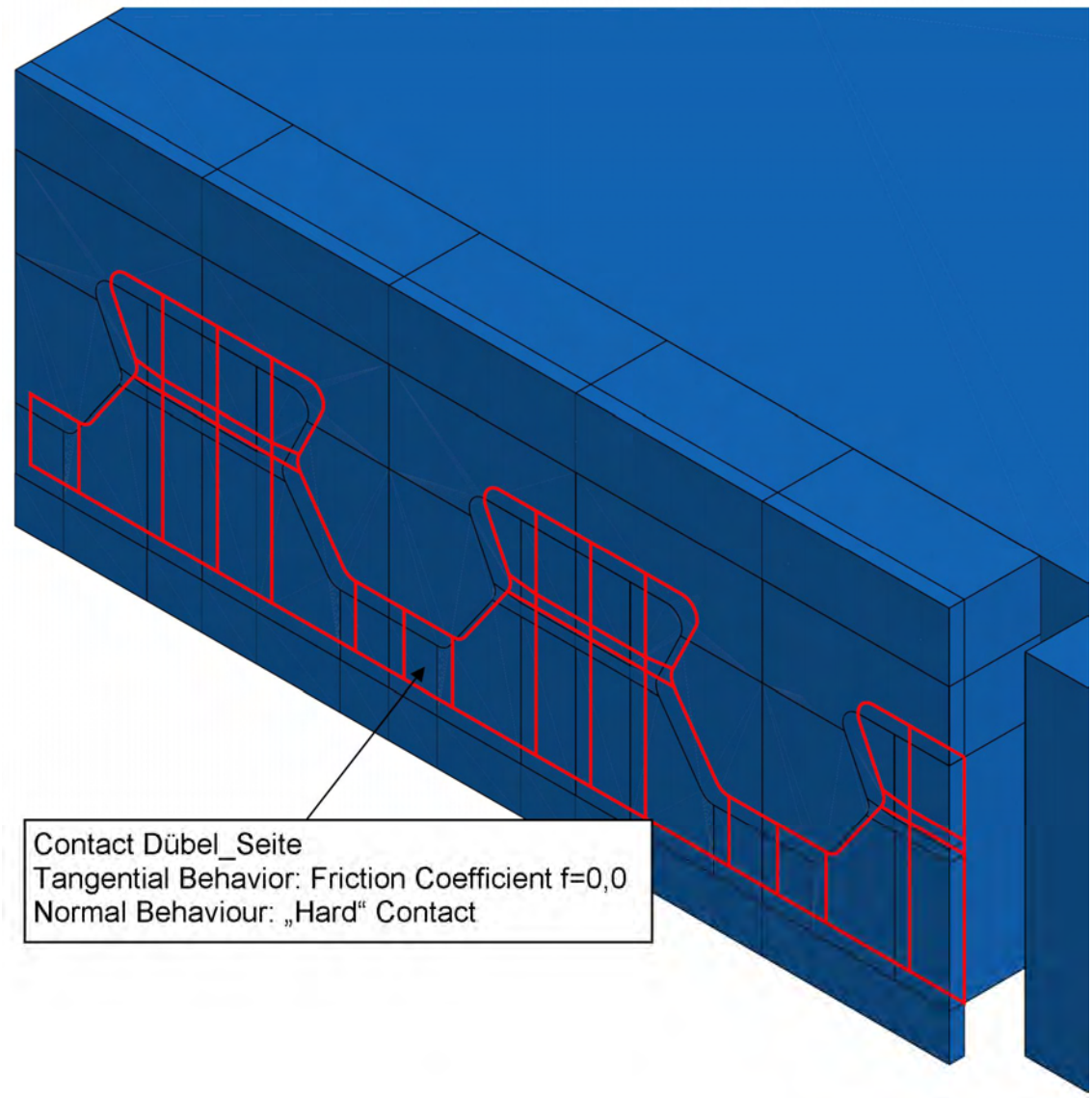


Abb. 3.15 Seitlicher Kontakt Dübelblech – Betondübel

4 Materialmodelle

4.1 Allgemeines und Ausgangslage

In der Baustatik gängige einfache FE-Pakete, wie beispielsweise DLUBAL RFEM oder FRIEDRICH LOCHNER STATIK, bieten eine Vielzahl vordefinierter Materialien an. Diese werden in der Regel durch Vorgabe von Elastizitätsmodul, Schubmodul und Querdehnzahl sowie, falls Bemessungspakete enthalten sind, zusätzlich durch Vorgabe von charakteristischen Festigkeitswerten und Teilsicherheitsbeiwerten, die gültigen Normenwerken entsprechen, definiert. Mit auf diese Weise definierten Materialmodellen lassen sich für baupraktische Zwecke brauchbare Ergebnisse auf Basis der Elastizitätstheorie ermitteln.

Um jedoch bruchmechanische Untersuchungen auf numerischem Weg durchführen zu können, werden wesentlich genauere Angaben über das Materialverhalten benötigt. Insbesondere die Modellierung eines Materials mit ausgeprägt nichtlinearem Materialverhalten wie Beton stellt eine besondere Herausforderung dar. Zur Beschreibung des plastischen Materialverhaltens von Beton und dessen numerischer Umsetzung existieren mittlerweile etliche Theorien und Untersuchungen, von denen einige in [9] erläutert werden.

ABAQUS bietet verschiedene Möglichkeiten, das Materialverhalten von Beton zu modellieren. Ein Teil dieser ist am Institut für Tragkonstruktionen – Stahlbau auf ihre Tauglichkeit zur numerischen Abbildung der Push-Out Tests überprüft worden [5]. Als geeignet hat sich das Modell *Concrete Damaged Plasticity* (CDP) erwiesen. Dieses stellt die Basis dar zur Beschreibung der Betonteile der Prüfkörper der Serie 2 im Rahmen dieser Arbeit und wurde auch für die in [6] dargestellten Untersuchungen zu den Prüfkörpern der Serie 1 verwendet.

Zur vollständigen Formulierung des CDP-Modells in ABAQUS ist die Eingabe vieler Parameter erforderlich, die nicht durch gängige Methoden der Werkstoffprüfung bestimmbar sind. Die Einflüsse einiger Parameter wurden bereits überprüft und dargestellt [5,6]. Im Rahmen dieser Arbeit wurden daraus resultierende und ebenfalls dargestellte Ergebnisse aufgegriffen und damit die

Untersuchungen fortgeführt. Zusätzlich wurde der Umfang auf weitere Parameter ausgedehnt (siehe Abschnitt 5).

In diesem Abschnitt wird versucht, die Gültigkeit der zur Simulation der Push-Out Tests angewendeten Materialmodelle *Classic Metal Plasticity* und *Concrete Damaged Plasticity* zu verifizieren. Zu diesem Zweck wurden Einfeldträger aus Stahl und Stahlbeton, die in der Feldmitte jeweils durch eine Einzellast belastet wurden, analytisch und numerisch mit ABAQUS berechnet. Die Ergebnisse der analytischen Berechnungen werden in den folgenden Abschnitten den entsprechenden Ergebnissen der numerischen Berechnungen gegenübergestellt.

4.2 Verifizierung des Materialmodells *Classic Metal Plasticity*

4.2.1 Werkstoffkennwerte und Materialverhalten

Die Werkstoffkennwerte für den Baustahl S355 wurden von der Voestalpine Grobblech GmbH in Versuchen ermittelt [3] und sind in Tabelle 4.1 angegeben.

Baustahl S355 J2 G3		
$R_{eh}=f_y$	$R_{p0,2}$	R_m
[N/mm²]	[N/mm²]	[N/mm²]
363	344	509

Tab. 4.1 Baustoffkennwerte für Baustahl

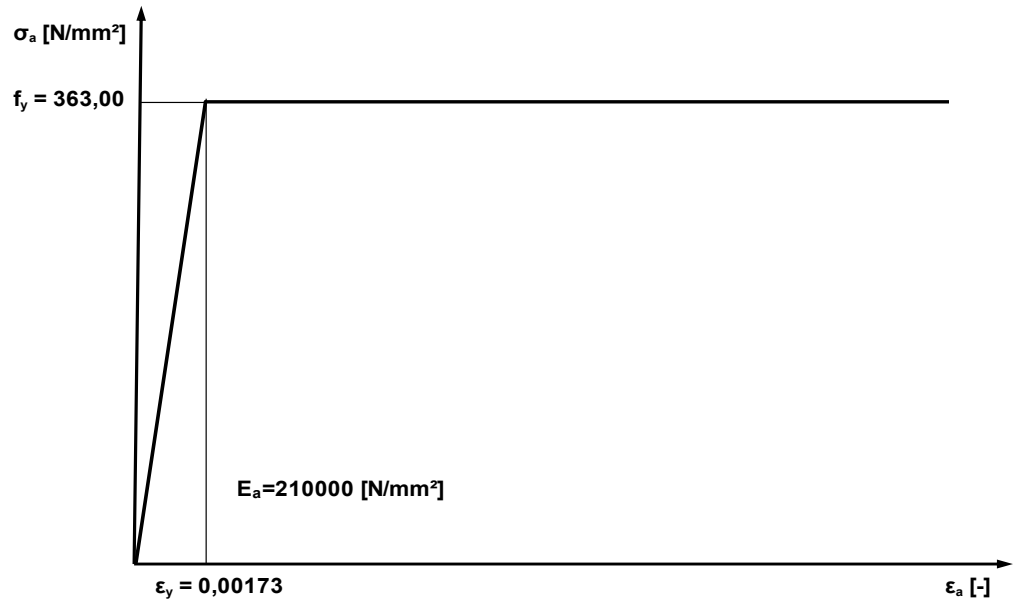


Abb. 4.1 Spannungs-Dehnungsbeziehung für Baustahl S355

Gemäß den Vorgaben in [1] wurde dem Baustahl linear-elastisch – ideal-plastisches Materialverhalten unterstellt. Somit konnte mit den Werkstoffkennwerten die in Abb. 4.1 dargestellte Spannungs-Dehnungsbeziehung gebildet werden.

4.2.2 Umsetzung des Materialverhaltens in ABAQUS

Zur Beschreibung des in Abb. 4.1 abgebildeten Materialverhaltens in ABAQUS mit dem für den Baustahl verwendeten Materialmodell *Classic Metal Plasticity* ist die Eingabe der in Tab. 4.2 angegebenen Parameter erforderlich.

Material Behaviour	Property	Einheit	Wert
General	Mass Density	[kg/mm³]	$7{,}8*10^{-6}$
Elastic (Type Isotropic)	Young's Modulus	[N/mm²]	210.000
	Poisson's Ratio	[-]	0,3
Plastic	Yield Strength	[N/mm²]	363
	Plastic Strain	[-]	0

Tab. 4.2 Eingabeparameter zur Materialformulierung des Baustahls

Da zur Beschreibung des Materialverhaltens keine Verfestigung des Baustahles angenommen wurde, erübrigte sich die Festlegung auf eines der in ABAQUS zur Verfügung stehenden Modelle für die Beschreibung der Verfestigung (Option *Hardening*) und es konnte die als Standard eingestellte Option *Hardening: Isotropic* beibehalten werden [8, Sect. 11.2.1].

4.2.3 Stahlträger mit Einzellast – analytische Lösung

Zur Verifizierung des Materialmodells *Classic Metal Plasticity* wurde der in Abb. 4.2 dargestellte Einfeldträger mit I-Querschnitt herangezogen, der in Feldmitte durch eine Einzellast belastet wurde. Die analytische Traglast wurde unter Annahme einer vollplastischen Spannungsverteilung in Feldmitte mit den in Tab. 4.3 gegebenen Querschnittswerten für die gewählten Systemabmessungen errechnet. Sämtliche Berechnungen für die analytische Lösung können Anhang B entnommen werden.

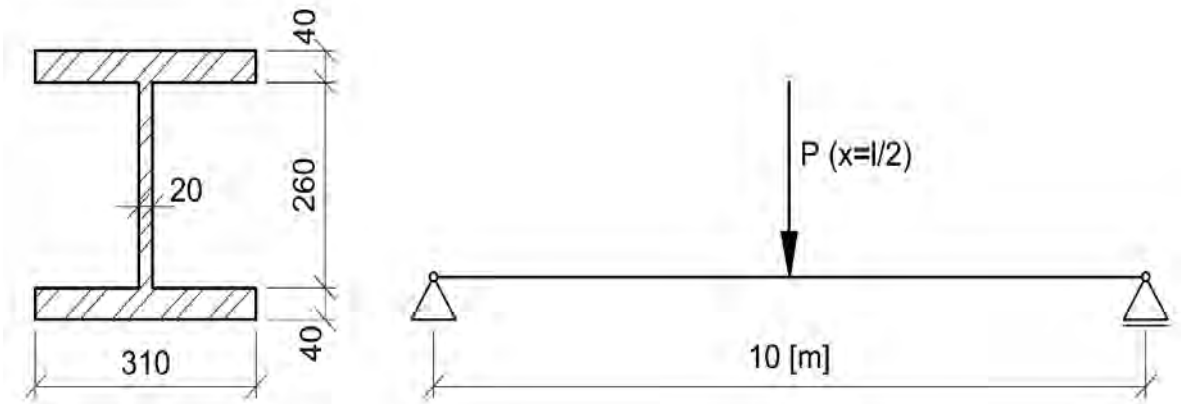


Abb. 4.2 Stahlträger - Systemabmessungen

Stahlträger – Querschnittswerte					
h [mm]	340,00	A_{og} [mm²]	12400,00	I_y [mm^4]	590600000,00
b [mm]	310,00	A_w [mm²]	5200,00	W_{el} [mm³]	3474117,65
t_f [mm]	40,00	A_{ug} [mm²]	12400,00	S_y [mm³]	2029000,00
t_w [mm]	20,00	A [mm²]	30000,00	W_{pl} [mm³]	4058000,00

Tab. 4.3 Stahlträger - Querschnittswerte

4.2.4 Stahlträger mit Einzellast – numerische Lösung

Insgesamt wurden vier FE-Modelle für den in Abb. 4.2 dargestellten Einfeldträger mit I-Querschnitt unter Verwendung der Berechnungsmethode *Dynamic, Explicit* analysiert, wobei jeweils das halbe System modelliert und berechnet wurde. Die FE-Modelle wurden jeweils mit unterschiedlichen Netzteilungen im Trägerquerschnitt und in Trägerlängsrichtung versehen. Die Belastung wurde durch Vorgabe der Vertikalverschiebung (in diesem Fall U3) in der Symmetrieebene und der Belastungsgeschwindigkeit (über die *Time Period* und die *Amplitude*) aufgebracht. Die wesentlichen Daten der FE-Modelle sind in Tab. 4.4 zusammengefasst.

Modell	FE-Netz		Belastung		
	Elementtyp	Elemente	Time Period	Verschiebung	Belastungsgeschw.
		ges./längs/quer	t [s]	δ [mm]	v [mm/s]
SDE_S355_1	C3D8R	3600/50/72	50,00	250,00	5,00
SDE_S355_2	C3D8R	7200/100/72	50,00	250,00	5,00
SDE_S355_3	C3D8R	28800/100/288	50,00	250,00	5,00
SDE_S355_4	C3D8R	57600/200/288	50,00	250,00	5,00

Tab. 4.4 FE-Modelle – Stahlträger

4.2.5 Gegenüberstellung und Kommentierung der Ergebnisse

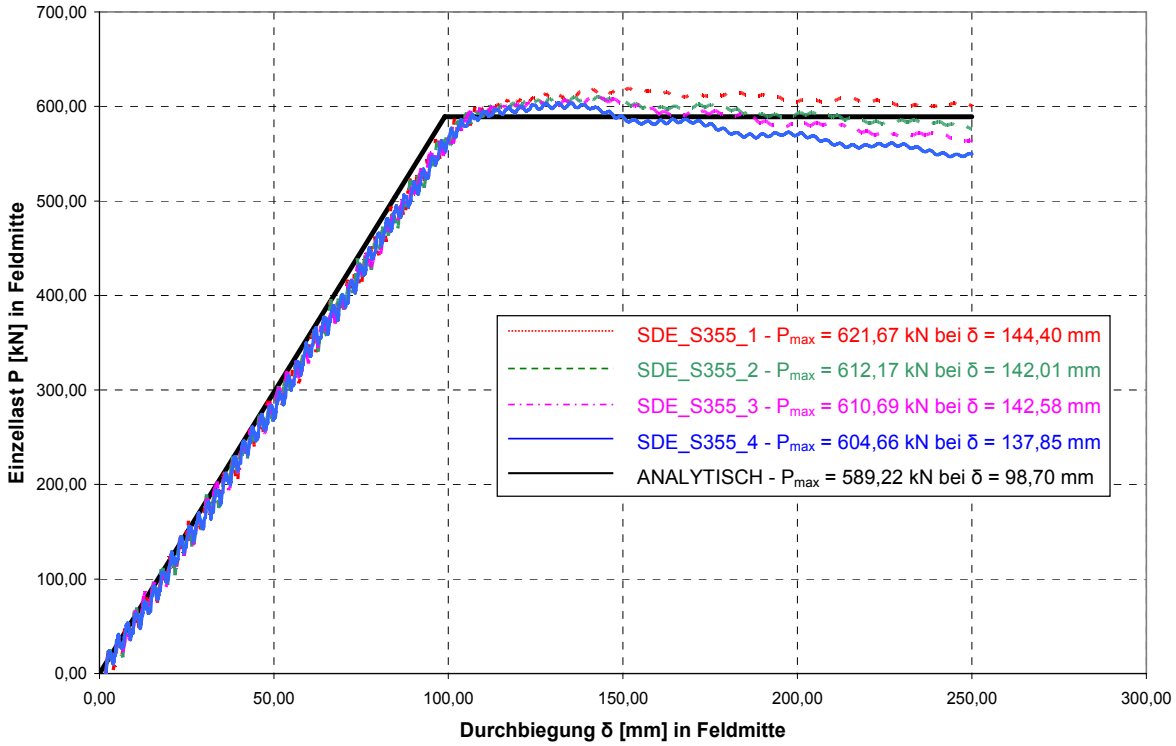


Abb. 4.3 Last-Verschiebungslinien - Stahlträger

Abb. 4.3 zeigt die Last-Verschiebungslinien der numerischen Simulationen verglichen mit der auf analytischem Weg ermittelten Last-Verschiebungslinie. Die numerisch ermittelten Traglasten liegen zwischen 2,6% und 5,5% über denen, die analytisch ermittelt wurden, was als sehr gute Übereinstimmung angesehen werden kann. Alle Simulationen durchliefen die volle Belastungsdauer, ohne dass numerische Probleme auftraten. Der erwartete Effekt, dass die numerisch ermittelte Traglast mit zunehmender Elementanzahl der FE-Modelle sinkt, ist zu erkennen. Jedoch wird deutlich, dass mit dem gewählten Materialmodell bereits mit gering aufgelösten Modellen sehr gute Ergebnisse auf Lastniveau erreicht werden können. Die maximale Last wurde mit allen FE-Modellen erst bei größeren Verschiebungen als bei der analytischen Lösung erreicht. Dieser Umstand kann dadurch erklärt werden, dass die Plastifizierung der Querschnitte nicht in allen Elementen, die eine Querschnittsfaser repräsentieren, gleichzeitig einsetzt, sondern dass die Randbereiche der Gurte mehr Zeit benötigen, um voll zu plastifizieren. Im Gegensatz dazu wird bei der analytischen Lösung nur die vertikale Symmetrieebene betrachtet. In allen Bereichen einer Querschnittsfaser

wird gleichzeitiges Plastifizieren vorausgesetzt. Die elastischen Grenzlasten, die Traglasten, die jeweils zugehörigen Verschiebungen und die prozentuelle Abweichung der numerischen Ergebnisse von der analytischen Lösung sind in Tab. 4.5 zusammengefasst.

Modell	P_{el} [kN]	Δ [%]	zugeh.δ [mm]	P_{max} [kN]	Δ [%]	zugeh.δ [mm]
Analytisch	504,44	0,00	84,73	589,22	0,00	98,97
SDE_S355_1	532,15	5,49	96,88	621,67	5,51	144,40
SDE_S355_2	526,79	4,43	96,32	612,17	3,89	142,01
SDE_S355_3	523,21	3,72	92,17	610,69	3,64	142,58
SDE_S355_4	519,23	2,93	91,98	604,66	2,62	137,85

Tab. 4.5 Zusammenstellung der Ergebnisse – Stahlträger

Da die numerischen Berechnungen auf Lastniveau durchwegs sehr gute Ergebnisse lieferten, wurden im nächsten Schritt die Spannungen in Feldmitte unter der jeweils maximalen Last ausgewertet und verglichen (Abb. 4.4).

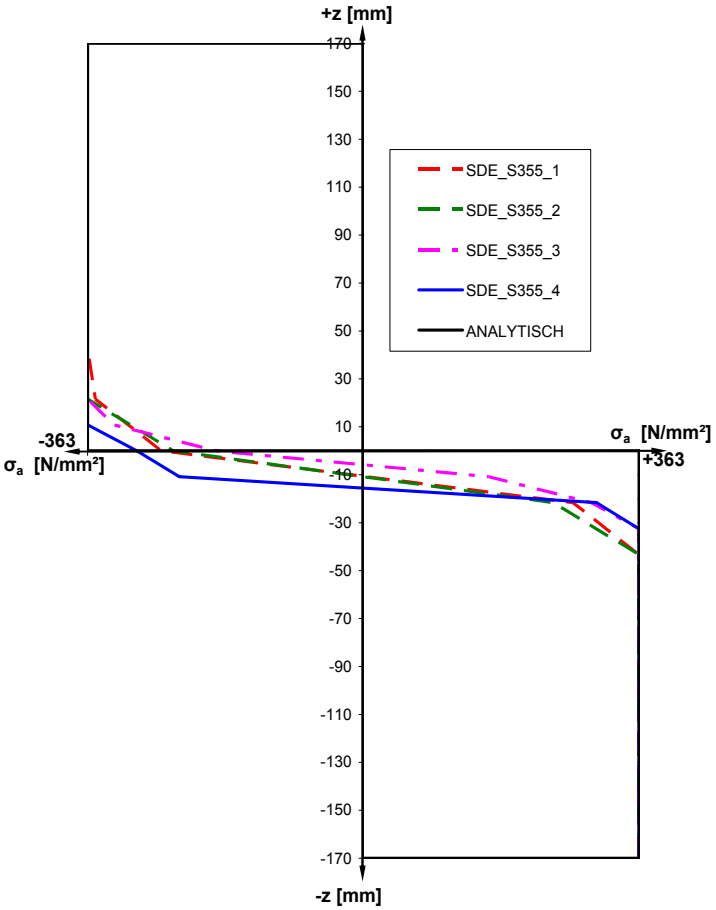


Abb. 4.4 Spannungen unter P_{max} in Feldmitte – Stahlträger

Der Spannungsvergleich, zu dem die Misesspannungen herangezogen wurden zeigt, dass sich die Spannungen unter der maximalen Last mit zunehmender Anzahl der Elemente im Querschnitt der vollplastischen Spannungsverteilung, die der analytischen Berechnung zugrunde gelegt wurde, annähern. Die plastischen Nulllinien liegen nicht exakt in der horizontalen Symmetrieebene, da die Balken in den FE-Modellen an den Untergurten gabelgelagert wurden. Daraus ergaben sich Exzentrizitätsmomente, die zu den größeren Druckzonenhöhen in den Querschnitten führten. Ideal vollplastische Spannungsverteilungen können mit dreidimensionalen FE-Modellen nicht erreicht werden, da dies voraussetzen würde, dass ein FE-Knoten gleichzeitig einen positiven und einen negativen Fließspannungswert einnehmen kann. Dies ist aufgrund der numerischen Gleichgewichtsformulierung an den Elementen nicht möglich.

Zusammenfassend kann festgehalten werden, dass mit dem Materialmodell *Classic Metal Plasticity* für den Baustahl bereits mit relativ groben FE-Netzen sowohl auf Lastniveau als auch auf Spannungsniveau sehr gute Ergebnisse erzielt werden können. Feiner aufgelöste FE-Netze erhöhen den numerischen Aufwand erheblich und schlagen sich in deutlich längeren Rechenzeiten und größeren *.odb Dateien nieder, verbessern die Genauigkeit der Ergebnisse aber nicht im selben Ausmaß, da die Ergebnisse mit zunehmender Elementanzahl relativ schnell konvergieren. Aus diesen Gründen sollte die Auflösung der FE-Netze von Stahlbauteilen auf ein vernünftiges Maß begrenzt werden. Müssen jedoch komplizierte Geometrien abgebildet werden, deren womöglich gekrümmte Begrenzungsflächen zudem noch Bestandteile von Kontaktformulierungen sind, wie dies bei den Kronendübeln der Fall ist, sind fein aufgelöste FE-Netze unabdingbar. Mit zu groben Netzen würden sich in solchen Fällen zu große Überschneidungen der Kontaktflächen ergeben, die von ABAQUS im Zuge der Berechnung entfernt werden (*Slave Node/Surface Adjustment*). Dies verursacht einen noch größeren numerischen Aufwand als den, der durch feinere FE-Netze verursacht wird. Auch gekrümmte Stahlbauteile sollten jedoch durch Partitionen so aufgeteilt werden, dass Netzabstufungen zwischen ebenen, einfach abzubildenden Bereichen und gekrümmten Bereichen möglich sind, um den numerischen Aufwand auf ein notwendiges Maß zu begrenzen.

4.3 Verifizierung des Materialmodells *Concrete Damaged Plasticity*

4.3.1 Werkstoffkennwerte und Materialverhalten

4.3.1.1 Druckverhalten

Die mittlere Würfeldruckfestigkeit $f_{c,cube}$ und der mittlere E-Modul E_{cm} für den Beton C40/50, der bei den Prüfkörpern der Serie 2 zur Anwendung kam, wurden von der Technischen Versuchs- und Forschungsanstalt beziehungsweise im Labor für Bauteilversuche des Instituts für Tragkonstruktionen der TU Wien bestimmt. Für den Beton C25/30, der für die Prüfkörper der Serie 1 verwendet wurde, standen keine in Versuchen ermittelten Werkstoffkennwerte zur Verfügung, weshalb auf die in [10] angegebenen mittleren Druckfestigkeiten zurückgegriffen wurde. Die Spannungs-Dehnungsbeziehung für Beton, die für eine kurzzeitig wirkende Druckbeanspruchung gültig ist und die gemäß [11] bei nichtlinearen Verfahren heranzuziehen ist, wird durch die folgende Gleichung beschrieben:

$$\frac{\sigma_c}{f_{cm}} = \frac{k\eta - \eta^2}{1 + (k-2)\eta} \quad \text{gültig im Bereich } 0 < |\varepsilon_c| \le |\varepsilon_{cu1}| \qquad \text{Gl. (4.1)}$$

Dabei ist:

f_{cm}...Mittelwert der Zylinderdruckfestigkeit
ε_{c1}...Stauchung bei Höchstwert der Betondruckfetsigkeit
ε_{cu1}...Rechnerische Bruchdehnung

$$\eta = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}} \qquad \text{Gl. (4.2)}$$

$$k = \frac{1{,}1 \cdot E_{cm} \cdot |\varepsilon_{c1}|}{f_{cm}} \qquad \text{Gl. (4.3)}$$

Um die Spannungs-Dehnungsbeziehung für den Beton C40/50 ermitteln zu können, musste der Mittelwert der Zylinderdruckfestigkeit aus dem Mittelwert der Würfeldruckfestigkeit rückgerechnet werden (Gl. (4.4)). Dies geschah unter der Annahme, dass sich die Zylinderdruckfestigkeiten aus den Versuchen und gemäß [10] zueinender gleich verhalten wie die Würfeldruckfestigkeiten aus den

Versuchen und gemäß [10]. Die Werkstoffkennwerte für die Betonfestigkeitsklassen C25/30 und C40/50 sind in Tab. 4.6 angegeben.

$$f_{cm} = \frac{f_{cm,cyl,[10]}}{f_{cm,cube,[10]}} \times f_{c,cube,Versuch} = \frac{48}{58} \times 61{,}17 = 50{,}62 \text{ N/mm}^2 \qquad \text{Gl. (4.4)}$$

	C25/30	C40/50	Bemerkung
$f_{c,cube}$ [N/mm²]	38,00	61,17	Werte aus ÖNORM EN 206-1 bzw. EC2
f_{cm} [N/mm²]	33,00	50,62	Werte aus Versuch
E_{cm} [N/mm²]	31000	36600	Nach Gl. (4.4) errechnete Werte

Tab. 4.6 Werkstoffkennwerte für Beton

Mit den so ermittelten Werkstoffkennwerten und Gl. (4.1) konnten die Spannungs-Dehnungsbeziehungen für kurzzeitig wirkende einachsige Druckbeanspruchungen für die beiden Betonfestigkeitsklassen gebildet werden. Diese sind in Abb. 4.5 dargestellt.

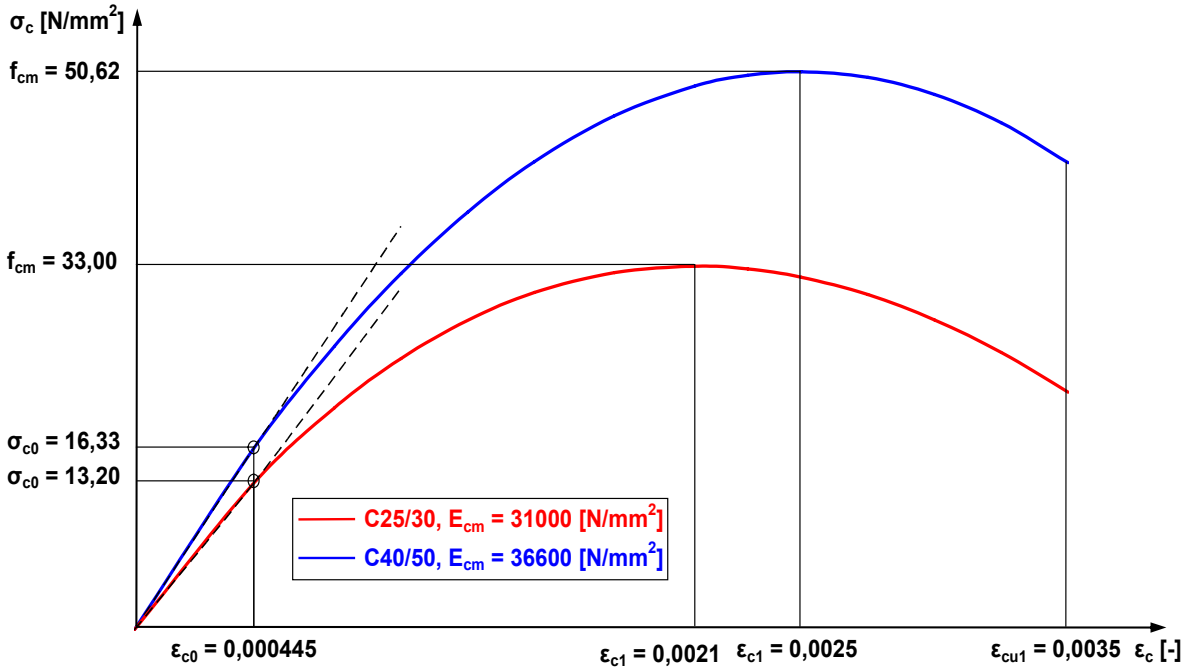


Abb. 4.5 Spannungs-Dehnungsbeziehung für Beton

4.3.1.2 Zugverhalten

Die Zugfestigkeit f_{ct} der Betonfestigkeitsklassen C25/30 und C40/50 wurde jeweils mit 10% der Druckfestigkeit angenommen. Zur Beschreibung des Zugverhaltens nach dem Bruch wurde auf die in [6] gewonnenen Erkenntnisse zurückgegriffen.

Abweichend von der in [6] beschriebenen Vorgangsweise wurden die Zugfestigkeiten jedoch nicht weiter reduziert. Mit diesen Werten konnten die Zugspannungs-Rissverformungslinien gebildet werden, die in Abb. 4.6 abgebildet sind, wobei unter den Rissverformungen δ_{ck} die absoluten Verformungen abzüglich der elastischen Verformungen nach dem erstmaligen Auftritt von Mikrorissen zu verstehen sind [8, Sect. 11.5.3]

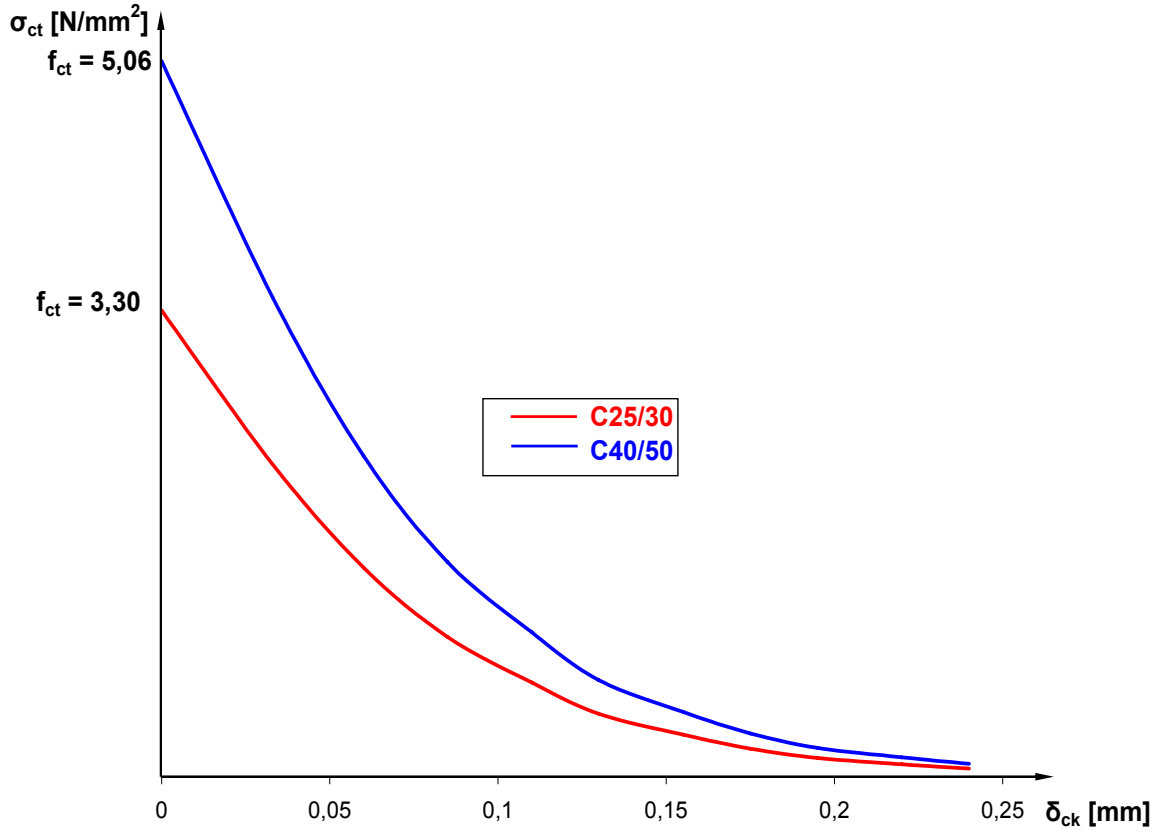


Abb. 4.6 Zugspannungs-Rissverformungslinien für Beton

4.3.2 Umsetzung des plastischen Materialverhaltens in ABAQUS

4.3.2.1 Allgemeines

Das Materialmodell *Concrete Damaged Plasticity* verwendet für das Fließpotential die hyperbolische Formulierung nach Drucker-Prager und setzt voraus, dass Zugversagen und Druckversagen die Hauptversagensmechanismen der Betonbauteile sind [12, Sect. 4.5.2]. Weiters wird vorausgesetzt, dass die durch behinderte Seitenausdehnung entstehenden Druckspannungen maximal den vier-

bis fünffachen Wert der maximal aufnehmbaren einachsigen Druckspannung einnehmen. Der irreversiblen Abnahme der Steifigkeit infolge der fortschreitenden Zerstörung des Betons nach dem Bruch wird durch die folgenden Spannungs-Dehnungsbeziehungen für einaxialen Druck (Abb. 4.7) und für einaxialen Zug (Abb. 4.8) Rechnung getragen [12, Sect. 4.5.2].

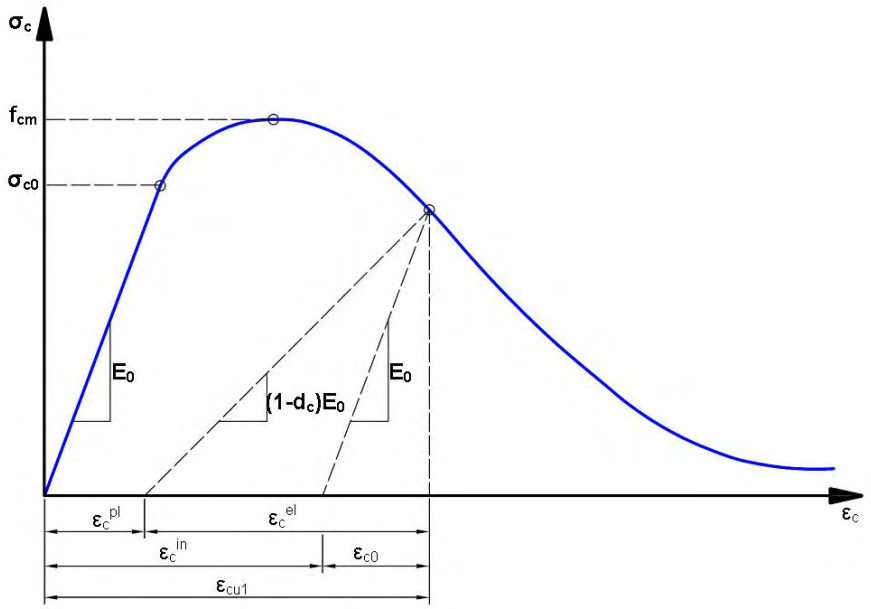


Abb. 4.7 Spannungs-Dehnungsbeziehung für einaxialen Druck nach [12, Sect. 4.5.2]

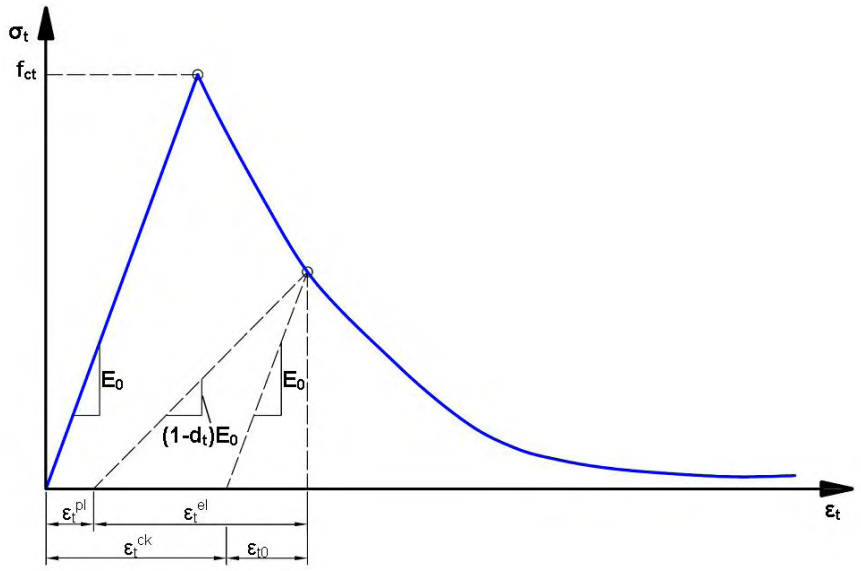


Abb. 4.8 Spannungs-Dehnungsbeziehung für einaxialen Zug nach [12, Sect. 4.5.2]

Die in Abb. 4.7 und Abb. 4.8 dargestellten Spannungs-Dehnungsbeziehungen werden nach den folgenden Gleichungen gebildet [8, Sect. 11.5.3]:

$$\sigma_c = (1 - d_c) \cdot E_0 \cdot (\varepsilon_c - \varepsilon_c^{pl}) \text{ mit } 0 \le d_c \le 1 \text{ und } d_c = 0 \text{ für } \sigma_c \le \sigma_{c0} \qquad \text{Gl. (4.5)}$$

$$\sigma_t = (1 - d_t) \cdot E_0 \cdot (\varepsilon_t - \varepsilon_t^{pl}) \text{ mit } 0 \le d_t \le 1 \text{ und } d_t = 0 \text{ für } \sigma_t \le \sigma_{t0} \qquad \text{Gl. (4.6)}$$

In diesen Gleichungen stehen E_0 für den E-Modul des unbeschädigten Materials, d_c und d_t für die Damage Parameter für Druck bzw. Zug, die die Abnahme der Steifigkeit nach dem Bruch beschreiben und ε_c^{pl} und ε_t^{pl} für die äquivalenten plastischen Stauchungen bzw. Dehnungen. Die äquivalenten plastischen Stauchungen und Dehnungen werden von ABAQUS aus den eingegebenen Beziehungen zwischen Druckspannung σ_c und inelastischer Stauchung ε_c^{in} bzw. Zugspannung σ_t und Rissdehnung ε_t^{ck} und den elastischen Materialparametern nach den folgenden Gleichungen automatisch errechnet [8, Sect. 11.5.3]:

$$\varepsilon_c^{pl} = \varepsilon_c^{in} - \frac{d_c}{1 - d_c} \cdot \frac{\sigma_c}{E_0} \qquad \text{Gl. (4.7)}$$

$$\varepsilon_t^{pl} = \varepsilon_t^{ck} - \frac{d_t}{1 - d_t} \cdot \frac{\sigma_t}{E_0} \qquad \text{Gl. (4.8)}$$

Die inelastische Stauchung ε_c^{in} und die Rissdehnung ε_t^{ck} erhält man durch die folgenden Gleichungen [8, Sect. 11.5.3]:

$$\varepsilon_c^{in} = \varepsilon_c - \varepsilon_{c0} \text{ mit } \varepsilon_{c0} = \frac{\sigma_{c0}}{E_0} \qquad \text{Gl. (4.9)}$$

$$\varepsilon_t^{ck} = \varepsilon_t - \varepsilon_{t0} \text{ mit } \varepsilon_{t0} = \frac{f_{ct}}{E_0} \qquad \text{Gl. (4.10)}$$

Werden keine Damage Parameter definiert, werden $\varepsilon_t^{pl} = \varepsilon_t^{ck}$ und $\varepsilon_c^{pl} = \varepsilon_c^{in}$ und das Materialmodell verhält sich wie ein klassisches Plastizitätsmodell [8, Sect. 11.5.3] vergleichbar mit dem Materialmodell für Stahl. Dies führt dazu, dass das Materialverhalten des Betons zu steif abgebildet wird (siehe Abschnitt 5).

Dieser Umstand wurde im Rahmen der Parameterstudien (Abschnitt 5) zum Anlass genommen, zusätzlich zu den in [5] und [6] angegebenen Damage Parametern für Zug auch Damage Parameter für Druck zu formulieren, um deren Einfluss auf die Abbildung des Materialverhaltens des Betons C40/50 zu untersuchen. Bei der Vergleichsbetrachtung an den Biegeträgern wurde jedoch noch auf Materialmodelle ohne Damage Parameter für Druck zurückgegriffen, da die diesbezüglichen Untersuchungen erst zu einem späteren Zeitpunkt durchgeführt wurden. Der Einfluss dieses Wertes auf die Ergebnisse kann in diesem Fall ohnehin als gering angenommen werden, da die Druckzonen der untersuchten Träger sowohl mit dem Beton C25/30 als auch mit dem Beton C40/50 relativ gering ausgenutzt wurden.

4.3.2.2 Eingabeparameter

Die zur Formulierung des Materialmodells *Concrete Damaged Plasticity* erforderlichen Parameter wurden bereits in [5] und [6] beschrieben. Daher werden hier nur die für die Untersuchungen im Rahmen dieser Arbeit eingegebenen Parameter angegeben (Tab. 4.7 bis Tab. 4.8).

General* und *Elastic

Property	Einheit	Beton C25/30	Beton C40/50
Mass Density	[kg/mm³]	$2{,}643*10^{-6}$	$2{,}643*10^{-6}$
Young's Modulus	[N/mm²]	31.000	36.600
Poisson's Ratio	[-]	0,2	0,2

Tab. 4.7 Eingabeparameter – *General* und *Elastic*

Plasticity

Dilation Angle ψ [°]	Eccentricity e	Fb0/fc0	K
36,00	0,10	1,16	0,6666

Tab. 4.8 Eingabeparameter – *Plasticity*

In den Parameterstudien in [5] und [6] wurden mit einem Dilation Angle ψ von 36,31°, der einem Beispiel der ABAQUS-Dokumentation entnommen wurde, brauchbare Ergebnisse erzielt. Da sich Änderungen dieses Winkels im Kommastellenbereich kaum auf die Ergebnisse auswirken (Werte zwischen 35,50° und 36,50° wurden im Rahmen dieser Arbeit untersucht), wurde der Winkel hier

mit ψ=36,00° angenommen. Die restlichen Werte in Tab. 4.8 wurden nach den Vorschlägen in [12, Sect. 4.5.2] definiert, wobei diese Werte den von ABAQUS voreingestellten Werten entsprechen.

Compressive Behaviour

Das inelastische Druckverhalten des Betons wird in ABAQUS über den Zusammenhang zwischen Druckspannung σ_c und inelastischer Stauchung ε_c^{in} eingegeben. Die Werte für die Druckspannungen σ_c wurden mit Gl. (4.1) unter Vorgabe der Dehnungen ε_c berechnet. Die zugehörigen Werte für die inelastische Stauchung ε_c^{in} wurden mit Gl. (4.9) konvertiert (Tab. 4.9).

C25/30		C40/50	
σ_c [N/mm²]	ε_c^{in} [-]	σ_c [N/mm²]	ε_c^{in} [-]
σ_{c0}=13,20	0,0000E+00	σ_{c0}=16,33	0,0000E+00
20,14	3,0550E-04	25,73	3,0550E-04
24,62	5,5550E-04	32,31	5,5550E-04
28,09	8,0550E-04	37,89	8,0550E-04
30,60	1,0555E-03	42,47	1,0555E-03
32,41	1,3555E-03	46,62	1,3555E-03
f_{cm}=33,00	1,6555E-03	f_{cm}=49,31	1,6555E-03
32,75	1,8555E-03	50,30	1,8555E-03
32,00	2,0555E-03	50,62	2,0555E-03
30,41	2,3055E-03	50,11	2,3055E-03
28,12	2,5555E-03	48,57	2,5555E-03
25,17	2,8055E-03	46,00	2,8055E-03
21,57	3,0555E-03	42,39	3,0555E-03

Tab. 4.9 Eingabeparameter – *Compressive Behaviour*

Compression Damage

Der Damage Parameter für Druck d_c wird von ABAQUS nach Gl. (4.7) als Eingabeparameter benötigt, um die äquivalente plastische Stauchung ε_c^{pl} ermitteln zu können und ist eine skalare Größe, die zur Beschreibung der Abnahme der Steifigkeit des Betons unter Druckbelastung dient. Er ist aus den Werkstoffkennwerten nicht errechenbar, sondern kann nur empirisch ermittelt werden. Die im Rahmen der Parameterstudien untersuchten Werte für d_c werden in Abschnitt 5 angegeben.

Tensile Behaviour

Die Wertepaare für die in Abb. 4.6 dargestellten Beziehungen zwischen Zugspannung σ_t und Rissverformung δ_{ck} sind in Tab. 4.10 angegeben. Diese Wertepaare werden von ABAQUS automatisch in Wertepaare für die Beziehung zwischen Zugspannung und Rissdehnung ε_{ck} konvertiert, die ABAQUS zur Berechnung verwendet.

C25/30		**C40/50**	
σ_t [N/mm²]	**δ_{ck} [mm]**	**σ_t [N/mm²]**	**δ_{ck} [mm]**
f_{ct}=3,300	0,000	f_{ct}=5,062	0,000
2,210	0,033	3,390	0,033
1,480	0,060	2,270	0,060
0,990	0,085	1,519	0,085
0,667	0,110	1,023	0,110
0,446	0,130	0,684	0,130
0,299	0,155	0,459	0,155
0,200	0,175	0,307	0,175
0,134	0,195	0,206	0,195
0,090	0,220	0,138	0,220
0,060	0,240	0,092	0,240

Tab. 4.10 Eingabeparameter – ***Tensile Behaviour***

Tensile Damage

Für den Damage Parameter für Zug d_t gilt wie schon für den Damage Parameter für Druck, dass er nur auf empirischem Weg ermittelt werden kann. Die in Tab. 4.11 angegebenen Werte wurden [6] entnommen.

d_t [1]	**δ_{ck} [mm]**
0,000	0,000
0,381	0,033
0,617	0,060
0,763	0,085
0,853	0,110
0,910	0,130
0,944	0,155
0,965	0,175
0,979	0,195
0,987	0,220
0,992	0,240

Tab. 4.11 Eingabeparameter – ***Tensile Behaviour***

4.3.3 Materialmodell für Betonstahl und Anker

Für den Betonstahl Bst 550 wurde wie schon für den Baustahl das Materialmodell *Classic Metal Plasticity* verwendet. Die Bewehrungsstäbe wurden in allen Simulationen mit linearen Elementen (*Truss,* T3D2) modelliert, die nur in Längsrichtung Lasten aufnehmen können. Da das verwendete Materialmodell bereits durch die Vergleichsbetrachtung anhand des Baustahls überprüft wurde, musste das Materialverhalten nicht gesondert, sondern nur in Kombination mit dem Beton untersucht werden. Die verwendeten Materialparameter sind in Tab. 4.12 zusammengestellt.

Material Behaviour	Property	Einheit	Wert
General	Mass Density	[kg/mm³]	$7{,}8*10^{-6}$
Elastic (Type Isotropic)	Young's Modulus	[N/mm²]	210.000
	Poisson's Ratio	[-]	0,3
Plastic	Yield Strength	[N/mm²]	550
	Plastic Strain	[-]	0

Tab. 4.12 Eingabeparameter zur Materialformulierung des Betonstahls

Das Materialverhalten des Stahls St 900/1100 für die Anker wurde über die in Tab. 4.13 angegebenen Parameter abgebildet. Da die Anker in den Push Out Tests nur zur Fixierung der Betonplatten dienten und die Spannungen keines Ankers während der Push-Out Tests das Fließplateau erreichten, war eine Definition des plastischen Materialverhaltens nicht erforderlich.

Material Behaviour	Property	Einheit	Wert
General	Mass Density	[kg/mm³]	$7{,}8*10^{-6}$
Elastic (Type Isotropic)	Young's Modulus	[N/mm²]	210.000
	Poisson's Ratio	[-]	0,3

Tab. 4.13 Eingabeparameter zur Materialformulierung des Ankerstahls

4.3.4 Stahlbetonträger mit Einzellast – analytische Lösung

Zur Verifizierung des Materialmodells *Concrete Damaged Plasticity* wurde der in Abb. 4.9 dargestellte Einfeldträger mit Rechteckquerschnitt und Biegebewehrung herangezogen, der in Feldmitte durch eine Einzellast belastet wurde.

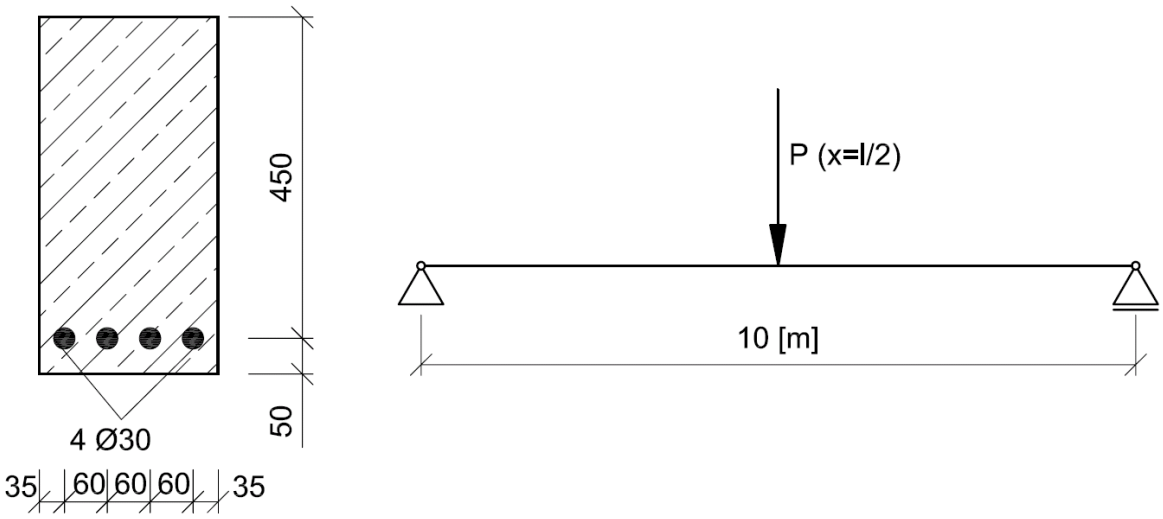


Abb. 4.9 Stahlbetonträger - Systemabmessungen

Abb. 4.10 zeigt die Modellvorstellung, nach der die Traglasten der Stahlbetonträger auf analytischem Weg ermittelt wurden.

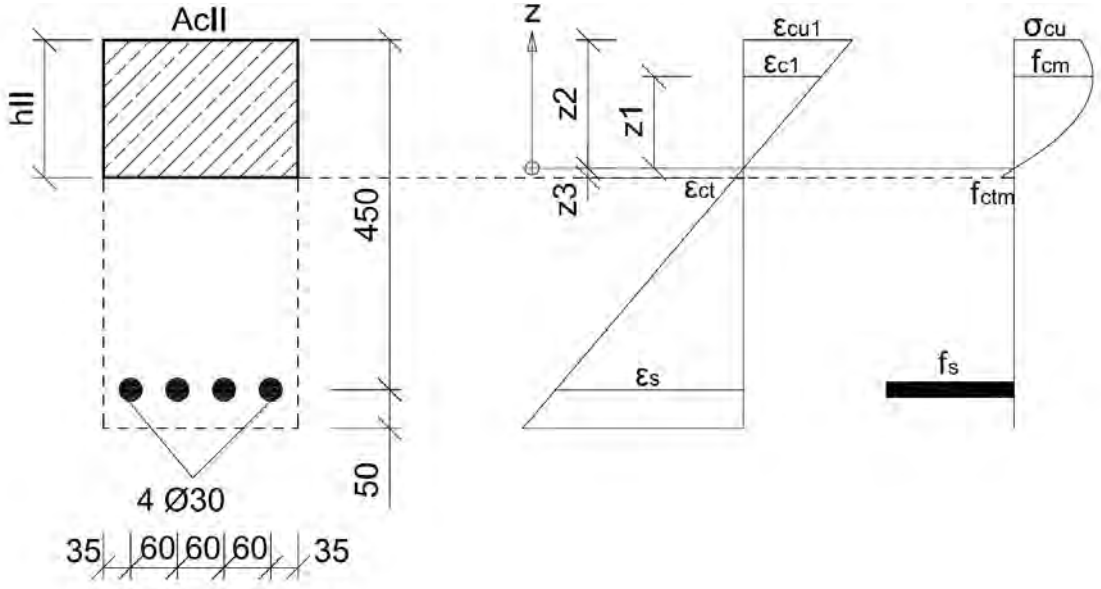


Abb. 4.10 Stahlbetonträger – Modellvorstellung für die analytische Lösung

Die Mitwirkung des Betons an der Abtragung der durch die Biegemomentenbelastung entstehenden Zugkräfte wurde im Zustand II bis zum Erreichen der Zugfestigkeit f_{ct} linear-elastisch berücksichtigt. Daher wurde gegenüber den Berechnungsmethoden in [11] eine geringfügig größere ungerissene Zone des Betons (Fläche AcII in Abb. 4.10 links) bei der Ermittlung der Querschnittswerte im Zustand II angesetzt. Die Betondruckkraft wurde durch

Integration von Gl. (4.1) ermittelt. Der Tension Stiffening Effekt wurde bei der Ermittlung der Verformungen gemäß [11, Anhang 4] berücksichtigt. Die detaillierte Ausführung der Berechnungen kann in Anhang B nachgelesen werden.

4.3.5 Stahlbetonträger mit Einzellast – numerische Lösung

Wie schon bei der Analyse der Stahlträger wurden auch bei den Stahlbetonträgern (Abb. 4.9) die Berechnungen jeweils am halben System mit der Berechnungsmethode *Dynamic, Explicit* durchgeführt. Die Belastung wurde ebenfalls über die Vertikalverschiebung in Feldmitte aufgebracht. Die Belastungsgeschwindigkeit musste jedoch gegenüber den Untersuchungen der Stahlträger reduziert werden, da mit den Belastungsgeschwindigkeiten, die bei den Stahlträgern zur Anwendung kamen, bei den Betonträgern keine zufrieden stellenden Ergebnisse erzielt werden konnten. Für jede Betonsorte wurden vier Modelle mit jeweils unterschiedlichen Netzteilungen in Trägerlängsrichtung und im Trägerquerschnitt analysiert. Die wesentlichen Daten der FE-Modelle sind in Tab. 4.14 zusammengefasst.

Modell	FE-Netz Beton		Belastung DYNAMIC, EXPLICIT		
	Elementtyp	Elemente	Time Period	Verschiebung	Belastungsgeschw.
		ges./längs/quer	t [s]	δ [mm]	v [mm/s]
CDE_25-30_1	C3D8R	5400/75/72	150,00	150,00	1,00
CDE_25-30_2	C3D8R	22500/75/300	150,00	150,00	1,00
CDE_25-30_3	C3D8R	30000/100/300	150,00	150,00	1,00
CDE_25-30_4	C3D8R	45000/150/300	150,00	150,00	1,00
CDE_25-30_1	C3D8R	5400/75/72	150,00	150,00	1,00
CDE_25-30_2	C3D8R	22500/75/300	150,00	150,00	1,00
CDE_25-30_3	C3D8R	30000/100/300	150,00	150,00	1,00
CDE_25-30_4	C3D8R	45000/150/300	150,00	150,00	1,00

Tab. 4.14 FE-Modelle – Stahlbetonträger

Die Bewehrungsstäbe wurden in allen Modellen mit T3D2-Elementen abgebildet, wobei die Netzteilung der Stäbe der jeweiligen Netzteilung der Betonträger in Längsrichtung entsprach. Zur Einbindung der Bewehrungsstäbe in den Beton kam die Methode *Embedded Region* zur Anwendung.

4.3.6 Gegenüberstellung und Kommentierung der Ergebnisse

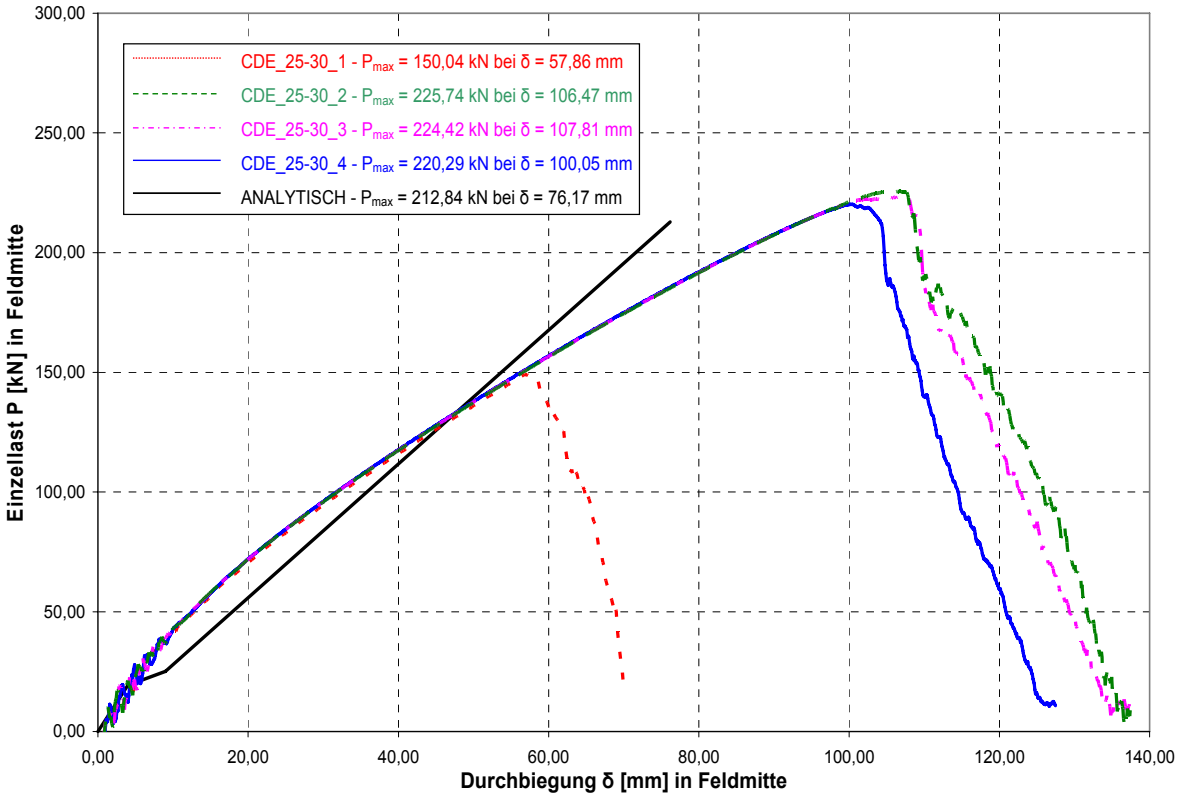


Abb. 4.11 Last-Verschiebungslinien – Stahlbetonträger C25/30

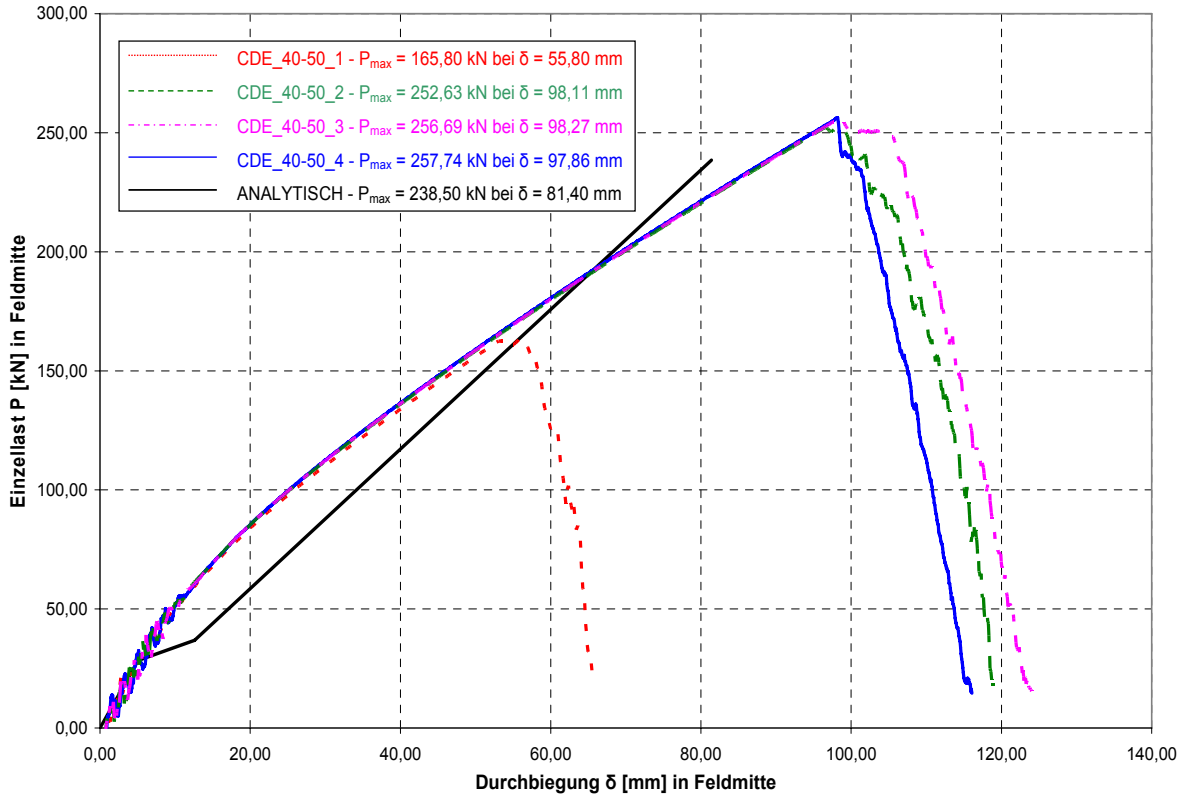


Abb. 4.12 Last-Verschiebungslinien – Stahlbetonträger C40/50

Die Last-Verschiebungslinien aus den numerischen Simulationen der Betonträger verglichen mit den Last-Verschiebungslinien der Betonträger, die analytisch ermittelt wurden, sind in Abb. 4.11 für den Beton C25/30 und Abb. 4.12 für den Beton C40/50 dargestellt. Die daraus ermittelten maximal aufnehmbaren Lasten sowie die zugehörigen Vertikalverschiebungen und die prozentuellen Abweichungen der numerisch ermittelten von den analytisch ermittelten maximalen Lasten sind in Tab. 4.15 zusammengestellt.

Beton C25/30				**Beton C40/50**			
Modell	**P_{max} [kN]**	**Δ [%]**	**zugeh.δ [mm]**	**Modell**	**P_{max} [kN]**	**Δ [%]**	**zugeh.δ [mm]**
Analytisch	212,84	0,00	76,17	Analytisch	238,50	0,00	81,40
CDE_25-30_1	150,04	-29,51	57,86	CDE_25-30_1	165,80	-30,48	55,80
CDE_25-30_2	225,74	6,06	106,47	CDE_25-30_2	252,63	5,92	98,11
CDE_25-30_3	224,42	5,44	107,81	CDE_25-30_3	256,69	7,63	98,27
CDE_25-30_4	220,29	3,50	100,05	CDE_25-30_4	257,74	8,07	97,86

Tab. 4.15 Zusammenstellung der Ergebnisse – Stahlbetonträger

Die als Belastung definierte Vertikalverschiebung von 150 mm wurde mit keinem FE-Modell erreicht, da die Simulationen aufgrund von übermäßigen Verformungen einzelner Elemente vorzeitig abbrachen. Diese Verschiebung wurde jedoch so deutlich über der analytisch ermittelten maximalen Durchbiegung angenommen, dass alle Simulationen ihr Lastmaximum erreichen konnten. Anders als bei den Simulationen der Stahlträger zeigen die Last-Verschiebungslinien der Betonträger sehr deutlich, dass mit in den Querschnitten grob aufgelösten FE-Modellen (Modell CDE_25-30_1 bzw. CDE_40-50_1) keine realistischen Ergebnisse erreicht werden können. Dieser Effekt kann mit der Wirkungsweise der Methode *Embedded Region* erklärt werden, wie in der Folge anhand eines Spannungsvergleichs gezeigt wird. Werden die Bauteile im Querschnitt jedoch hinreichend fein aufgelöst, dann konvergieren die Ergebnisse auch bei Bauteilen aus Beton und Stahl relativ schnell. Wenn man die zu grob aufgelösten FE-Modelle ausklammert, dann liegen die Traglasten der Simulationen des Betons C25/30 zwischen 3,5% und etwa 6% und die Traglasten der Simulationen des Betons C40/50 zwischen etwa 6% und etwa 8% über denen, die analytisch ermittelt wurden, wobei festgestellt werden kann, dass die Trends der beiden Betonsorten mit zunehmender Elementanzahl gegenläufig sind. Die numerisch

ermittelte Traglast der Modelle aus Beton C40/50 nimmt mit zunehmender Elementzahl zu und die zugehörige Vertikalverschiebung ab, was der in Abschnitt 3 beschriebenen allgemeinen Annahme, wonach FE-Modelle mit zunehmender Elementanzahl weicher abgebildet werden, widerspricht. Die Begründung hierfür könnte in dem in diesen Materialmodellen fehlenden Damage Parameter für Druck zu finden sein. Die Ergebnisse der numerisch ermittelten Traglasten können, verglichen mit den analytisch ermittelten Traglasten, aufgrund der geringen Abweichungen bei hinreichender Netzauflösung in den Querschnitten als durchwegs gut bezeichnet werden. Die numerisch ermittelten Verschiebungen liegen jedoch deutlich über denen, die analytisch ermittelt wurden. Dieser Effekt sollte jedoch die numerischen Ergebnisse nicht in Frage stellen, da die Verformungen auf analytischem Weg unter vereinfachten Annahmen [11, Anhang 4] ermittelt wurden.

Der direkte Vergleich der Spannungskomponenten, die ABAQUS zur Verfügung stellt, mit den analytisch ermittelten Spannungen ist im gegenständlichen Fall, anders als bei den Stahlträgern, nicht möglich, da keine der Komponenten des Spannungstensors (S_{ij}) und auch keine der Hauptnormalspannungen (*Max. Principal, Min. Principal*) den gesuchten Biegenormalspannungen entsprechen. Darüber hinaus schwanken die numerisch ermittelten Spannungen aufgrund der im Querschnitt punktförmig eingesetzten Bewehrung über die Querschnittsbreite sehr deutlich, weshalb sie nicht an einer vertikalen FE-Knotenreihe ausgewertet werden können.

Um die Biegenormalspannungen in Feldmitte dennoch vergleichen zu können, mussten die numerischen Ergebnisse daher entsprechend der Modellvorstellung, die den analytisch ermittelten Spannungen zugrunde gelegt wurde, ausgewertet werden. Der Spannungsvergleich wird in der Folge exemplarisch anhand des Modells CDE_40-50_4 gezeigt. Zu diesem Zweck wurden die Ergebniskomponenten RF1 (*Reaction Force at Node*) in Feldmitte unter der maximal aufnehmbaren Last des Trägers ausgewertet, die in Abb. 4.13 dargestellt sind.

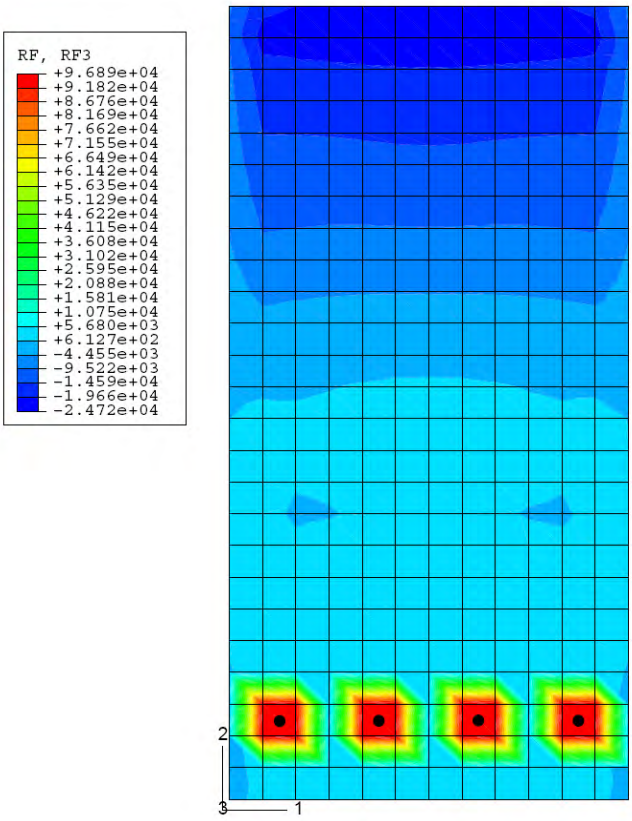


Abb. 4.13 RF1 [N] unter P_{max} in Feldmitte – Modell CDE_40-50_4

Abb. 4.13 zeigt die Schwankungen der Reaktionskräfte an den FE-Knoten über die Querschnittsbreite sehr deutlich. Weiters wird in der Abbildung die Wirkungsweise der Methode *Embedded Region* anschaulich. Bei dieser Methode werden die Kräfte der *Embedded Region* ähnlich wie bei der Methode *Kinematic Coupling Constraint,* die für die Anbindung der Anker an die Betonplatte bei der Modellierung der Push-Out Körper verwendet wurde, ihren Abständen entsprechend an die benachbarten FE-Knoten der *Host Region* weitergeleitet. Die Abbildung macht auch deutlich, dass die besten Ergebnisse auf Spannungsniveau erreicht werden können, wenn die FE-Knoten der Bewehrungsstäbe möglichst gleiche Abstände zu allen benachbarten FE-Knoten des Betonkörpers haben. Das gilt zumindest für reine Biegebeanspruchung in einer Achsenrichtung, wie sie hier vorliegt.

Um aus den Reaktionskräften die Biegenormalspannungen für den Vergleich ermitteln zu können, wurden diese über die Querschnittsbreite gemittelt und die mittleren Biegenormalspannungen über die Elementbreite errechnet. Abb. 4.14

zeigt die auf diese Weise ermittelten Spannungen verglichen mit denen, die auf analytischem Weg ermittelt wurden.

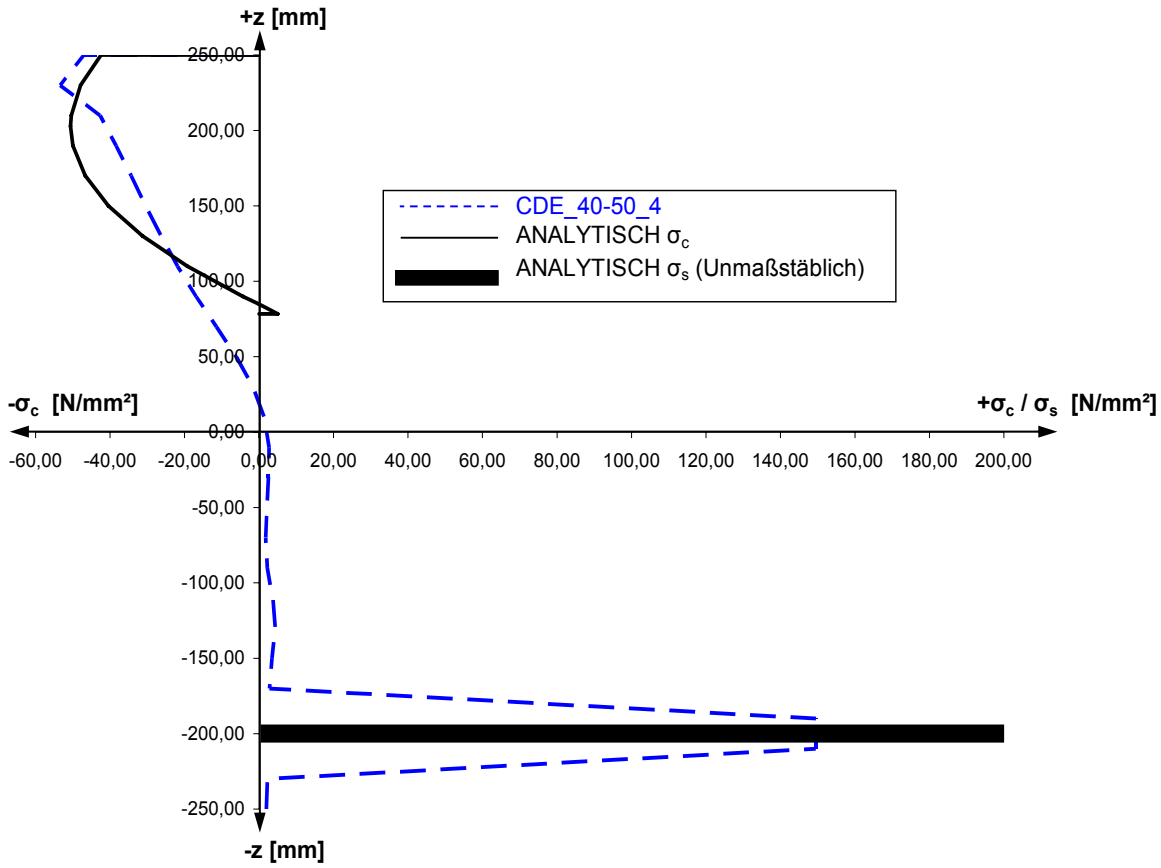


Abb. 4.14 Biegenormalspannungen unter P_{max} in Feldmitte – Betonträger

Der Spannungsvergleich in Abb. 4.14 zeigt, dass mit dem überprüften Materialmodell *Concrete Damaged Plasticity* auch auf Spannungsniveau sehr gute Übereinstimmungen der numerischen Ergebnisse mit der analytischen Lösung erzielt werden können. Die Höhe der Betondruckzone der numerischen Simulation ist etwa 70 mm größer als in der analytisch ermittelten Spannungsverteilung. Die Flächen unter den Spannungskurven in der Druckzone sind jedoch etwa gleich groß, weshalb auf etwa gleich große Betondruckkräfte geschlossen werden kann. Die Weiterleitung der Zugspannungen von den Bewehrungsstäben in die FE-Knoten der Elementem, in die sie eingebettet sind, wird in der unteren Trägerhälfte deutlich. Die Elemente in der Einflusszone der Bewehrung können so Spannungen aufnehmen, die sie ohne eingebettete Bewehrung nicht aufnehmen

könnten. Diese Formulierung wird von ABAQUS verwendet, um die Kraftumlagerung von der Bewehrung auf den Beton in der Simulation abzubilden, da FE-Modelle nicht tatsächlich aufreißen können, es sei denn, es wird ihnen ermöglicht. Um ein FE-Modell in einer Simulation zum Aufreißen bringen zu können, müssten die FE-Knoten der Elemente, die die künftigen Bruchflächen repräsentieren sollen, vorab doppelt definiert werden, damit sie sich im Laufe der Simulation voneinander weg bewegen können. Diese Doppeldefinition der FE-Knoten ist in ABAQUS mit der Option *Seam* [13, Sect. 20.1.8] zwar möglich, würde in der gegenständlichen Anwendung jedoch voraussetzten, dass die Stellen und Tiefen der künftigen Risse bereits vor der Berechnung bekannt sind. Diese Option wurde daher nicht untersucht.

Zusammenfassend kann festgehalten werden, dass mit dem untersuchten Materialmodell *Concrete Damaged Plasticity* sowohl auf Lastniveau als auch auf Spannungsniveau gute Ergebnisse erreicht werden können. Die Auflösungen der FE-Netze müssen insbesondere in Bereichen, in denen Bewehrungsstäbe mit der Methode *Embedded Region* eingebettet sind, hinreichend fein gewählt werden, da ansonsten die Simulationen frühzeitig abbrechen und somit keine realistischen Ergebnisse produzieren würden.

Alle in den Untersuchungen eingesetzten Materialmodelle, deren Ergebnisse in diesem Abschnitt dargestellt wurden, konnten auf analytischem Weg verifiziert werden und sind somit zur Abbildung der Push-Out Tests geeignet.

5 Parameterstudien an den FE-Modellen der Push-Out Körper – Serie 2

5.1 Allgemeines

Grundsätzlich ist bei Parameterstudien zu beachten, dass zunächst immer nur ein einzelner Parameter variiert werden sollte, um dessen Einfluss auf das Ergebnis klar identifizieren zu können. Des Weiteren müssen sich die Einflüsse der Parameter nicht zwangsläufig addieren, wenn mehrere Parameter in einer Simulation verändert werden.

Wie in Abschnitt 3.5.2. beschrieben, wurden für jeden Prüfkörper der Push-Out Tests – Serie 2 zwei FE-Modelle mit unterschiedlich fein aufgelösten FE-Netzen für den Beton erstellt. Einige Parameter wie der Dilation Angle ψ und der Reibungskoeffizient zwischen Beton und Stahl wurden bereits auf ihren Einfluss auf das Tragverhalten der FE-Modelle für die Push-Out Tests – Serie 1 untersucht [5,6]. Die aus diesen Untersuchungen gewonnenen Erkenntnisse flossen in die Erstellung der FE-Modelle zur Abbildung der Push-out Tests – Serie 2 ein. Zusätzlich dazu wurden die folgenden Parameter variiert:

- *Time Period* und *Amplitude* (Belastungsgeschwindigkeit)
- *Element Deletion*
- *Damage Parameter* für Druck d_c
- Kombinationen von Parametern

Die obigen Parameter wurden an allen FE-Modellen, die für die Prüfkörper der Serie 2 erstellt wurden, in der gleichen Bandbreite variiert. Die Einflüsse dieser Parameter auf die Ergebnisse werden in der Folge anhand der Dübelkennlinien der FE-Modelle „Kone Lang /G“ und „Krone Lang /F“ im Vergleich zu der Dübelkennlinie, die aus dem Push-Out Test des Prüfkörpers mit dieser Dübelgeometrie gewonnen wurde, dargestellt, da diese Dübelkennlinie wie in [3] beschrieben die größte Aussagekraft hat. Insgesamt wurden 87 Berechnungen für den Prüfkörper „Krone Kurz“, 42 für den Prüfkörper „Krone Lang“ und 23 für den Prüfkörper „Krone Rund“ durchgeführt. Die unterschiedlichen Anzahlen erklären

sich aus dem Umstand, dass mit den Untersuchungen an den Modellen für den Prüfkörper „Krone Kurz“ begonnen wurde und nicht alle Untersuchungen Ziel führend waren, weshalb sie bei den Modellen der anderen Prüfkörper nicht mehr vorgenommen wurden. Die untersuchten Parameter zeigten an den Modellen „Krone Kurz“ und „Krone Rund“ die gleichen Einflüsse auf die Ergebnisse wie an den Modellen „Krone Lang“, weshalb sie hier nicht gesondert dargestellt werden.

In Tab. 5.1 sind die 19 FE-Modelle des Prüfkörpers „Krone Lang“, deren Ergebnisse hier präsentiert werden und die jeweils eingegebenen Parameter zusammengestellt.

Bezeichnung	FE-Netz	Element Deletion	Time Period	max d_c
KL/G_T50	Grob	Nein	50	0
KL/G_T100	Grob	Nein	100	0
KL/G_T250	Grob	Nein	250	0
KL/G_T100_DEL	Grob	Ja	100	0
KL/G_T100_D02	Grob	Nein	100	0,2
KL/G_T100_D04	Grob	Nein	100	0,4
KL/G_T100_D06	Grob	Nein	100	0,6
KL/G_T50_D06_DEL	Grob	Ja	50	0,6
KL/G_T100_D06_DEL	Grob	Ja	100	0,6
KL/F_T50	Fein	Nein	50	0
KL/F_T100	Fein	Nein	100	0
KL/F_T250	Fein	Nein	250	0
KL/F_T100_DEL	Fein	Ja	100	0
KL/F_T100_D02	Fein	Nein	100	0,2
KL/F_T100_D04	Fein	Nein	100	0,4
KL/F_T100_D06	Fein	Nein	100	0,6
KL/F_T50_D06_DEL	Fein	Ja	50	0,6
KL/F_T100_D06_DEL	Fein	Ja	100	0,6
KL/F_T250_D06_DEL	Fein	Ja	250	0,6

Tab. 5.1 FE-Modelle „Krone Lang“

5.2 Einfluss der Auflösung des FE-Netzes

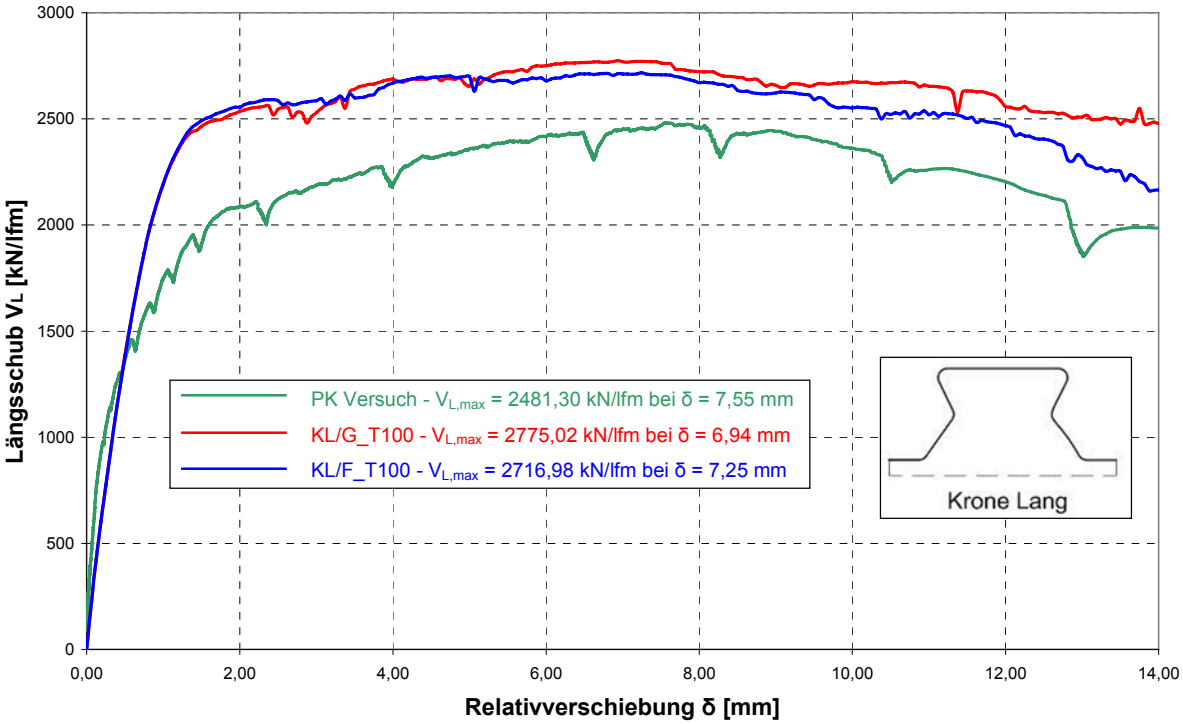


Abb. 5.1 Dübelkennlinien – Einfluss der Auflösung des FE-Netzes

Abb. 5.1 zeigt die Dübelkennlinien der Modelle KL/G_T100 und KL/F_T100, die die Basismodelle für die Parameterstudien bildeten, im Vergleich zur Dübelkennlinie, die aus dem Push-Out Test ermittelt wurde. Keine der beiden Simulationen durchlief die vorgegebene *Time Period* von 100s, da die Berechnungen aufgrund großer Verformungen einzelner Elemente abbrachen. Der für die Beurteilung des Tragverhaltens relevante Bereich konnte jedoch mit beiden Modellen abgebildet werden. Die maximal übertragbaren Längsschubkräfte $V_{L,max}$ aus den Simulationen liegen etwa 12% beim Modell KL/G_T100 und 9,5% beim Modell KL/F_T100 über der maximalen Längsschubkraft aus dem Push-Out Test. Die jeweiligen maximalen Längsschubkräfte der Simulationen werden bei zugehörigen Relativverschiebungen $\delta_{VL,max}$ erreicht, die geringfügig unter der Relativverschiebung aus dem Push-Out Test liegen. Wie erwartet ist die maximale Längsschubkraft des Modells mit der feineren Auflösung des FE-Netzes geringer als die des Modells mit gröberem FE-Netz, wenngleich der Unterschied relativ gering ist (etwa 58 kN/lfm). Das Verhalten vor Erreichen der maximalen Längsschubkraft ist bei beiden Modellen sehr ähnlich. Bei beiden wird jedoch

früher als im Push-Out Test ein deutlich höheres Lastniveau erreicht, bevor die Dübelkennlinie in Richtung eines horizontalen Fließplateaus umklappt. Das Verhalten im Nachbruchbereich wird mit dem Modell mit dem feineren FE-Netz besser abgebildet. Der Lastabfall nach Erreichen von $V_{L,max}$ ist bei diesem Modell annähernd parallel zu der Dübelkennlinie aus dem Push-Out Test. Beide FE-Modelle bilden das Tragverhalten des Prüfkörpers im Versuch relativ gut ab und lieferten somit eine ideale Ausgangsbasis für weitergehende Parameterstudien. Um den Einfluss der variierten Parameter darzustellen werden die Dübelkennlinien der Modelle KL/G_T100 und KL/F_T100 in der Folge als Referenz mit abgebildet.

5.3 Einfluss der Belastungsgeschwindigkeit

Die *Time Period* und dementsprechend auch die *Amplitude* wurden zwischen 50s und 250s variiert. Unter der vorgegebenen Längsverschiebung von 25 mm an der Unterseite des Dübelblechs ergaben sich somit Belastungsgeschwindigkeiten von v=0,5 mm/s bis v=0,1 mm/s. Für den Einfluss der Belastungsgeschwindigkeit charakteristische Dübelkennlinien der untersuchten FE-Modelle sind in Abb. 5.2 dargestellt.

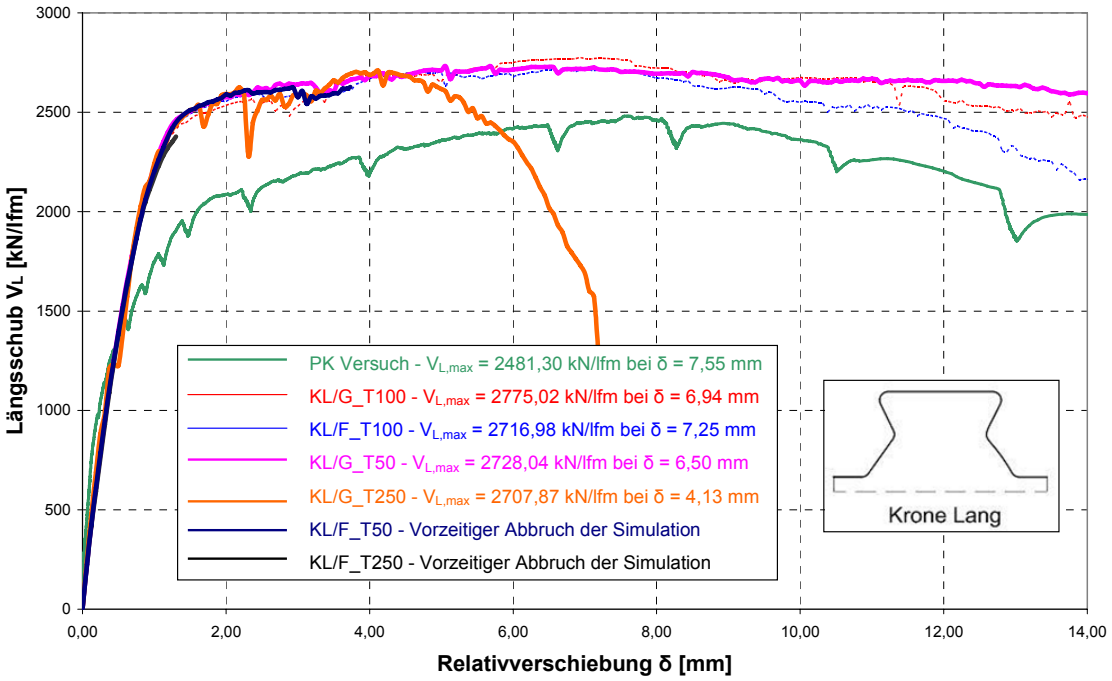


Abb. 5.2 Dübelkennlinien – Einfluss der Belastungsgeschwindigkeit

Die maximalen Längsschubkräfte $V_{L,max}$ der Modelle mit dem gröberen FE-Netz liegen etwa 10% beim Modell KL/G_T50 (0,5 mm/s) und etwa 9% beim Modell KL/G_T250 (v=0,1 mm/s) über der maximalen Längsschubkraft aus dem Push-Out Test und somit nur sehr geringfügig unter der mit abgebildeten Dübelkennlinie des Referenzmodells KL/G_T100 (v=0,25 mm/s). Die Belastungsgeschwindigkeit hat also nahezu keinen Einfluss auf die maximal übertragbaren Lasten. Der Bereich, in dem die Dübelkennlinien in Richtung ihres Fließplateaus umklappen wird ebenfalls bei allen Modellen sehr ähnlich und damit steifer als das Verhalten des Prüfkörpers im Push-Out Test abgebildet. Anders verhält es sich mit dem Verhalten im Nachbruchbereich. Während bei dem Modell mit einer Belastungsgeschwindigkeit von v=0,5 mm/s nahezu kein Lastabfall nach Erreichen der maximalen Längsschubkraft bei einer Verschiebung von $\delta_{VL,max}$=6,50 mm auftritt, erreicht die Dübelkennlinie des Modells mit der Belastungsgeschwindigkeit von v=0,1 mm/s bereits bei einer Verschiebung von $\delta_{VL,max}$=4,13 mm die maximale Längsschubkraft und fällt dann sehr schnell ab. Mit keinem der auf den Einfluss der Belastungsgeschwindigkeit untersuchten FE-Modelle, die mit dem gröberen FE-Netz versehen wurden, konnte das Tragverhalten des Prüfkörpers besser abgebildet werden als mit dem Referenzmodell KL/G_T100.

In Abschnitt 3.5.2 wurde der Effekt bereits beschrieben, dass Simulationen von Modellen mit sehr fein aufgelösten FE-Netzen aufgrund übermäßiger Verformung einzelner Elemente in der Nähe von gekrümmten Kontaktflächen zwischen einem harten und einem weichen Körper zu vorzeitigem Abbruch neigen. Alle Simulationen der Modelle mit dem feineren FE-Netz, bei denen die Belastungsgeschwindigkeit von der des Referenzmodells KL/F_T100 (v=0,25 mm/s) abwich, brachen aufgrund dieses Effektes vorzeitig ab und lieferten keine zur weiteren Betrachtung verwertbaren Ergebnisse. Lediglich mit dem Modell KL/F_T50 wurde der Bereich, in dem die Dübelkennlinie in Richtung des Fließplateaus umklappt, überschritten. Diese Dübelkennlinie lässt erahnen, dass die Belastungsgeschwindigkeit auch bei den Modellen mit dem feineren FE-Netz kaum Einfluss auf die maximal übertragbare Längsschubkraft hat.

5.4 Einfluss der Option *Element Deletion*

Der Output verwertbarer Ergebnisse aus den Simulationen der Modelle mit dem feinen FE-Netz war zunächst, wie im vorangegangenen Abschnitt beschrieben, alles andere als zufrieden stellend. Aus diesem Grund wurde im nächsten Schritt nach einer Möglichkeit gesucht, die das vorzeitige Abbrechen der Simulationen verhindern kann.

Zunächst wurde versucht, die Koordinaten der FE-Knoten der Elemente, aufgrund deren übermäßiger Deformation die Simulationen abbrachen, manuell so umzuprogrammieren, dass die Elemente eine annährend quaderförmige Form erhalten. Anschließend wurden die Simulationen erneut gestartet. Auf diese Weise konnten die Ergebnisse jedoch nicht verbessert werden, da sich andere Elemente über die Grenzen verformten, ohne dass die Simulationen maßgeblich weiter fortschreiten konnten.

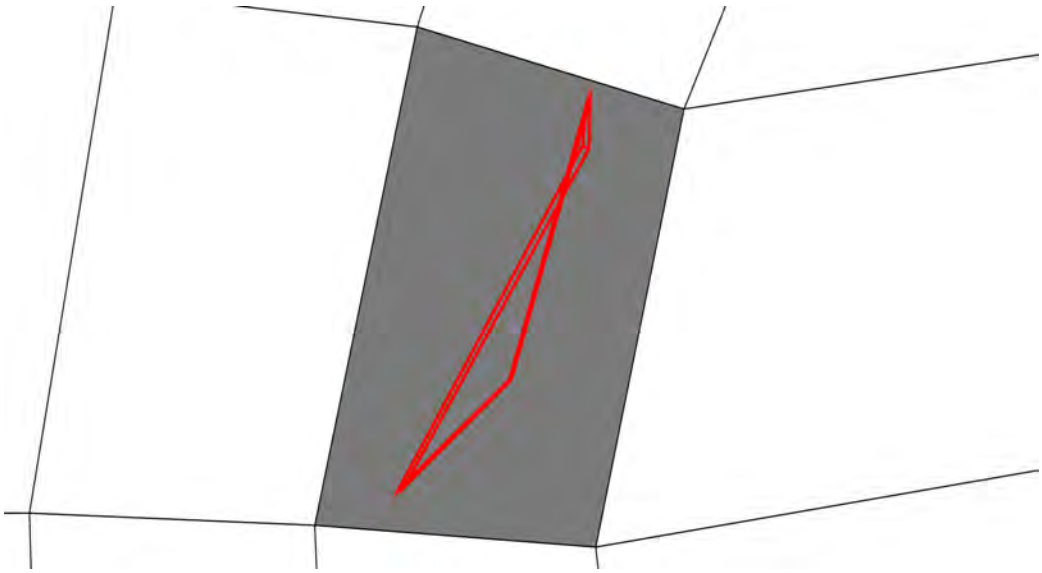


Abb. 5.3 Modell KL/F_T250 – Element unverformt (grau), Element verformt (rot)

Abb. 5.3 zeigt jenes Element, dass beim Modell KL/F_T250 zum Abbrechen der Simulation führte, in unverformter Lage (grau) und in verformter Lage (rot). In der Abbildung ist deutlich zu erkennen, dass das verformte Element praktisch kein Volumen mehr besitzt. Würde sich dieses Element weiter verformen, so ergäbe sich ein negatives Volumen des Elementes bezogen auf seine Ausgangslage. Mit den von ABAQUS angebotenen Standardeinstellungen in der Registerkarte

Element Type ist dies nicht möglich. Aus diesem Grund brechen Simulationen mit den Standardeinstellungen an diesem Punkt ab.

In der Registerkarte *Element Type* kann einzelnen Elementen oder ganzen *Instances* die Option *Element Deletion* (*Element Deletion=yes*) zugewiesen werden. Unter Verwendung dieser Option wird jedes Element aus dem FE-Netz entfernt, sobald es die ebenfalls in der Registerkarte *Element Type* eingestellte Grenze für die Deformation bzw. den damit verbundenen Abbau der Steifigkeit (*Max. Degradation*) an einem Integrationspunkt über- bzw. unterschritten hat [8, Sect. 11.6.3]. Wie bereits erwähnt, kann alternativ dazu der Wert für die *Max. Degradation* D, der eine Variable des Zerstörungsgrades der Elemente darstellt, auf einen Wert in der Nähe von 1,0 (ein Wert von 0,8 wurde untersucht) gesetzt werden. In diesem Fall werden die Elemente im FE-Netz belassen, können sich aber nahezu beliebig verformen. Die Untersuchungen ergaben, dass sich beide Varianten decken. ABAQUS bietet die Möglichkeit, auch beide Optionen parallel zu verwenden. Dies ist jedoch nicht sinnvoll, da in solchen Fällen die Option *Element Deletion* nicht oder erst sehr spät zum Tragen kommen würde.

Wird nun eine dieser beiden Optionen an einem Modell aktiviert, so wird der zugehörigen Simulation der Hauptgrund für den Abbruch entzogen. Die Verwendung einer dieser beiden Optionen führt zu deutlich längeren Rechenzeiten, da die meisten Simulationen so die gesamte definierte *Time Period* durchlaufen. Dieser größere Zeitaufwand erscheint jedoch durch den deutlich erhöhten Output an verwertbaren Ergebnissen mehr als gerechtfertigt.

In Abb. 5.4 sind die Dübelkennlinien der Modelle KL/G-T100_DEL und KL/F_T100_DEL, bei denen außer der aktivierten Option *Element Deletion* keine weiteren Parameter variiert wurden, im Vergleich zu den Dübelkennlinien der Referenzmodelle und des Prüfkörpers aus dem Push-Out Test dargestellt. Die aufnehmbaren Längsschubkräfte $V_{L,max}$ liegen 10% beim Modell KL/G_T100_DEL und 9,5% beim Modell KL/F_T100_DEL über der aufnehmbaren Längsschubkraft des Prüfkörpers und sind somit nur wenig niedriger als die aufnehmbare Längsschubkraft des jeweiligen Referenzmodells. Sowohl das Verhalten im Bereich vor Erreichen von $V_{L,max}$ als auch das Verhalten im Nachbruchbereich der

beiden Modelle wird ebenfalls sehr ähnlich wie beim jeweiligen Referenzmodell abgebildet. Der Einfluss der Option *Element Deletion* auf die Ergebnisse ist somit sehr gering. An sich wurde vor den Simulationen dieser speziellen Modelle erwartet, dass die Option *Element Deletion* überhaupt keinen Einfluss auf die Ergebnisse haben dürfte, da beide Simulationen ohne Verwendung dieser Option erst in einem Bereich abbrachen, der für die Beurteilung des Tragverhaltens der Modelle nicht mehr interessant ist und der hier auch nicht mehr abgebildet wird.

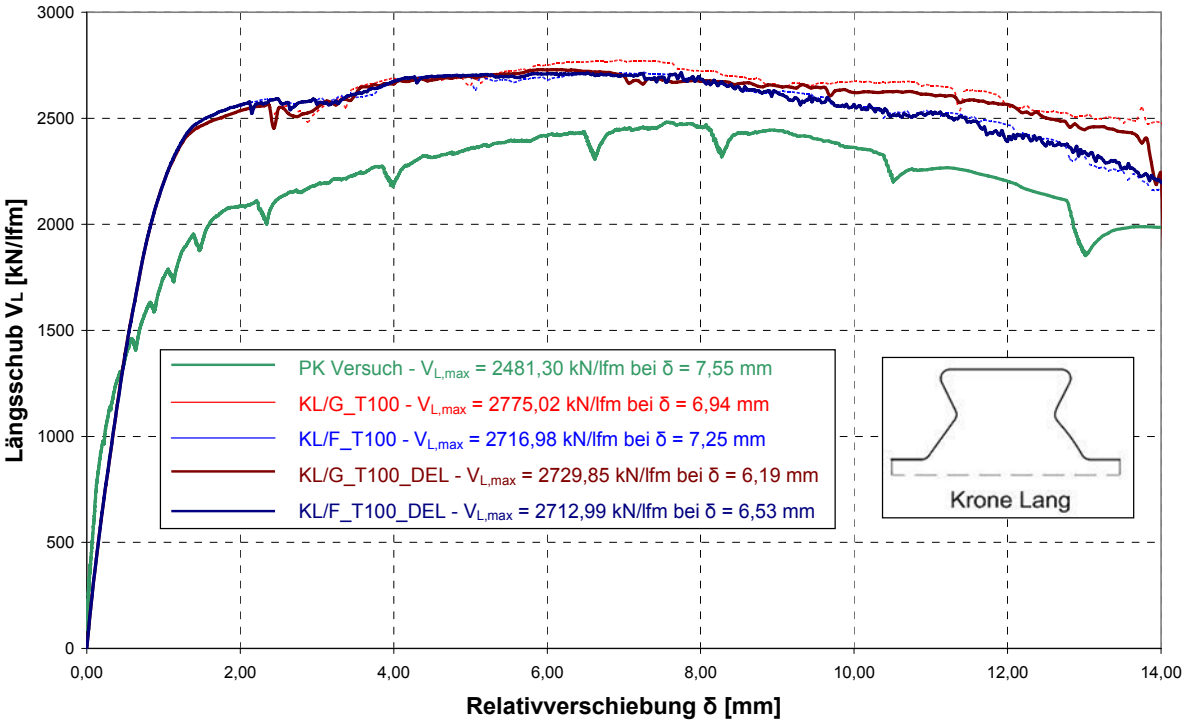


Abb. 5.4 Dübelkennlinien – Einfluss Option Element Deletion

Für die weitergehenden Parameterstudien war die isolierte Untersuchung der Option *Element Deletion* trotz des geringen Einflusses auf die Ergebnisse dennoch von großem Wert, da nur so sicher gestellt werden konnte, dass ihre Aktivierung die Ergebnisse nicht unrealistisch verfälscht. Somit stellt die Option ein wichtiges Tool zur Vergrößerung des Outputs an verwertbaren Ergebnissen aus den Simulationen dar, da diese nicht mehr so häufig vorzeitig abbrechen.

5.5 Einfluss des Damage Parameters für Druck d_c

Die maximal übertragbaren Längsschubkräfte aller bisher vorgestellten FE-Modelle lagen etwa 10% über jener des Prüfkörpers im Push-Out Test, sofern die Simulationen nicht aus den bereits erwähnten Gründen vorzeitig abbrachen. Die Tragfähigkeit des Prüfkörpers ließ sich somit relativ gut abbilden. Die Dübelkennlinien all dieser Modelle haben jedoch gemeinsam, dass das Verhalten der Modelle vor Erreichen der maximalen Längsschubkräfte deutlich steifer als das des Prüfkörpers abgebildet wird.

Im nächsten Schritt wurde der Einfluss des Damage Parameters für Druck d_c auf die Ergebnisse untersucht, da erwartet wurde, dass die Definition eines solchen Einfluss auf diesen Bereich der Dübelkennlinien haben müsste. Die Implementierung der Damage Parameter für Druck und Zug in das Materialmodell und deren Einfluss auf die Spannungs-Dehnungsbeziehungen wurde in Abschnitt 4.3 bereits diskutiert.

Die Frage nach der Größe und dem Verlauf von d_c blieb jedoch zunächst unbeantwortet, da dessen Werte nicht aus den Werkstoffkennwerten errechnet werden können. In der Dokumentation von ABAQUS [8,12] und in einschlägiger Literatur (z.B.: [9,14]) konnten zwar theoretische Betrachtungen zu *Damaged Plasticity* Modellen gefunden werden, jedoch keine konkreten Anhaltswerte. Gemäß [8, Sect. 11.6.3] kann der Verlauf von d_c linear oder exponentiell eingegeben werden. Die in [8, Sect. 11.6.3] gegebenen Differentialgleichungen für d_c basieren jedoch auf der Energiedissipation des Betons während der Zerstauchung und können ohne Kenntnis der Bruchenergie (Variable G_f) nicht gelöst werden. Somit war klar, dass die entsprechenden Werte für d_c im gegenständlichen Fall empirisch ermittelt werden müssen, um ihren Einfluss auf die Ergebnisse prüfen zu können. Die Werte für d_c können jedoch nicht in beliebiger Höhe eingegeben werden, da sie einigen Einschränkungen unterworfen sind und der *Data Check*, den ABAQUS vor jeder Berechnung durchführt, Fehlermeldungen auswirft, wenn ungültige Werte eingegeben werden.

Um den Rahmen für gültige Werte des Damage Parameters d_c eingrenzen zu können, wurden zunächst die folgenden Randbedingungen für d_c und die

Beziehung für die äquivalente plastische Stauchung, über die die Werte für d_c in das Materialmodell eingehen, betrachtet [8, Sect. 11.5.3]:

$$0 \le d_{c,i} \le 1 \qquad \text{Gl. (5.1)}$$

$$d_{c,i+1} > d_{c,i} \qquad \text{Gl. (5.2)}$$

$$\varepsilon_{c,i}^{\,pl} = \varepsilon_{c,i}^{\,in} - \frac{d_{c,i}}{1-d_{c,i}} \cdot \frac{\sigma_{c,i}}{E_0} \qquad \text{Gl. (5.3)}$$

für $\varepsilon_{c,i+1}^{\,in} > \varepsilon_{c,i}^{\,in}$ gilt aufgrund von Gl. (5.2) $\varepsilon_{c,i+1}^{\,pl} > \tilde{\varepsilon}_{c,i}^{\,pl} \Rightarrow \tilde{\varepsilon}_{c,i+1}^{\,pl} - \tilde{\varepsilon}_{c,i}^{\,pl} > 0$ Gl. (5.4)

Im nächsten Schritt wurde mit diesen Randbedingungen folgendes Excel-Formular erstellt (Tab. 5.2):

1	2	3	4	5
$\varepsilon_{c,i}^{\,in}$	σ_c	d_c	$\varepsilon_{c,i}^{\,pl}$	$\varepsilon_{c,i+1}^{\,pl}$-$\varepsilon_{c,i}^{\,pl}$
[ ]	[N/mm²]	[ ]	[ ]	[ ]
0,0000000	σ_{c0}=16,33	0,00	0,0000000	0,0000000
0,0003055	25,73	0,06	0,0002606	0,0002606
0,0005555	32,31	0,11	0,0004474	0,0001868
0,0008055	37,89	0,16	0,0006110	0,0001636
0,0010555	42,47	0,21	0,0007521	0,0001412
0,0013555	46,62	0,27	0,0008935	0,0001413
0,0016555	49,31	0,33	0,0010065	0,0001130
0,0018555	50,30	0,36	0,0010678	0,0000613
0,0020555	f_{cm}=50,62	0,40	0,0011194	0,0000516
0,0023055	50,11	0,45	0,0011729	0,0000535
0,0025555	48,57	0,50	0,0012188	0,0000459
0,0028055	46,00	0,55	0,0012638	0,0000451
0,0030555	42,39	**0,60**	0,0013183	0,0000545

Tab. 5.2 Anhaltswerte für d_c

Die Spalten 1 und 2 dieses Formulars beinhalten die in Abschnitt 4.3.2 (Tab. 4.9) gegebenen Wertepaare des Betons C40/50 für die Betondruckspannungen σ_c und die inelastischen Stauchungen ε_c^{in}. In Spalte 3 wird in der letzten Zeile der Wert für den maximalen Damage Parameter $d_{c,max}$ eingegeben. Alle anderen Werte in Spalte 3 sind mit $d_{c,max}$ über Gl. (5.5) verknüpft .

$$d_{c,i} = d_{c,max} \times \frac{\varepsilon_{c,i}^{\,in}}{\varepsilon_{c,max}^{\,in}} \qquad \text{GL. (5.5)}$$

Gl. (5.5) beschreibt einen linearen Verlauf für d_c und stellt die Einhaltung von Gl. (5.1) und Gl. (5.2) sicher. In Spalte 4 werden die äquivalenten plastischen Stauchungen nach Gl. (5.3) bestimmt und in Spalte 5 die Einhaltung von Gl. (5.4) überprüft.

Mit diesem Formular konnten durch die Variation von nur einem Wert (d_c in der letzten Zeile in Spalte 3) auf einfache Weise Anhaltswerte für gültige Verläufe von d_c ermittelt werden, ohne den umständlichen Umweg über den *Data Check* von ABAQUS gehen zu müssen. Somit konnte unter der gegebenen maximalen inelastischen Stauchung ein maximal möglicher Damage Parameter von d_c=0,6313 (die Eingabe eines Wertes von 0,6314 in der letzten Zeile in Spalte 3 liefert bereits negative Werte in Spalte 5 und somit einen ungültigen Verlauf für d_c) ermittelt werden. Mit diesem maximalen Wert warf der *Data Check* von ABAQUS jedoch eine Fehlermeldung aus. Die Begründung hierfür liegt in dem Umstand, dass ABAQUS die in Tab. 5.2 in Spalte 1 und 2 angegebene abschnittsweise lineare Beziehung zwischen Druckspannung und inelastischer Stauchung automatisch durch eine Kurve approximiert und so die Knicke entfernt. Die in der Tabelle angegebenen Werte gelten somit nur näherungsweise. Um auch dem *Data Check* von ABAQUS zu genügen, wurde der maximale Wert für d_c wie in Tab. 5.2 angegeben auf 0,60 reduziert.

In der Folge wurden die maximalen Damage Parameter für Druck an beiden Basismodellen zwischen 0,2 und 0,6 variiert. Da ein linearer Verlauf für d_c angenommen wurde, brauchten in ABAQUS hierzu nur der jeweils maximale Damage Parameter (d_c in Tab. 5.2, letzte Zeile, Spalte 3) und die zugehörige maximale inelastische Stauchung (ε_c^{in} in Tab. 5.2, letzte Zeile, Spalte 1) eingegeben werden. In Abb. 5.5 sind die entsprechenden Dübelkennlinien der Modelle mit grobem FE-Netz zu sehen.

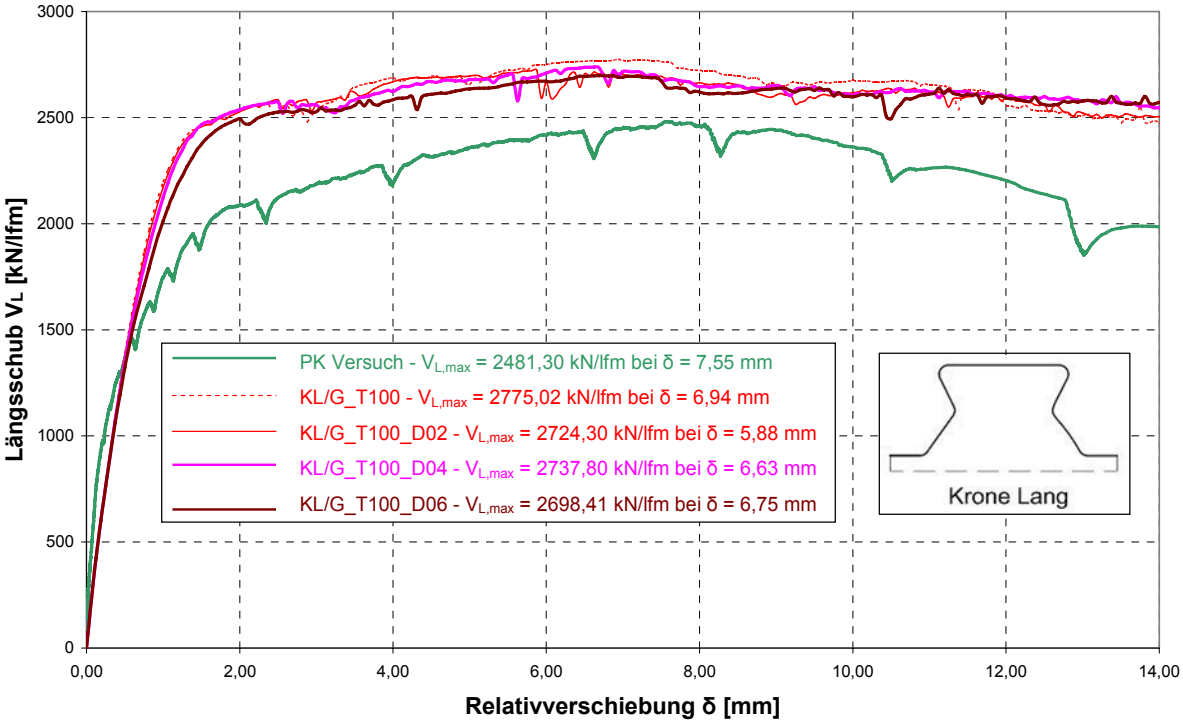


Abb. 5.5 Dübelkennlinien Modell KL/G – Einfluss von dc

Durch die Definition des Damage Parameters für Druck konnte erstmals, wie anhand der Dübelkennlinie des Modells KL/G_T100_D06 deutlich erkennbar ist, der Bereich, in dem die Dübelkennlinie in Richtung des Fließplateaus umklappt, in der gewünschten Weise beeinflusst werden. Die maximale Längsschubkraft dieses Modells liegt etwa 8,8% über der des Prüfkörpers im Push-Out Test und somit um etwa 77 kN/lfm unter der maximalen Längsschubkraft des Referenzmodells KL/G_T100. Der Damage Parameter für Druck hat somit zwei wesentliche Einflüsse auf die Ergebnisse, die beide die Abbildung der Versuche verbessern. Zum einen wird die Dübelkennlinie im Bereich vor Erreichen der maximalen Längsschubkraft flacher und das Umklappen in Richtung des Fließplateaus besser abgebildet. Zum anderen fällt die maximale Längsschubkraft mit zunehmendem Damage Parameter d_c und nähert sich somit der des Prüfkörpers aus dem Push-Out Test.

Die Dübelkennlinien der Modelle mit feinem FE-Netz, die in Abb. 5.6 abgebildet sind, verstärken diesen Eindruck, wenngleich die Simulationen allesamt vorzeitig abbrachen, da auf die Aktivierung der Option *Element Deletion* zunächst verzichtet wurde. Insbesondere die Dübelkennlinie des Modells KL/F_T100_D06 zeigt das

Potential des Modells mit feinem FE-Netz in Kombination mit der Definition eines Damage Parameters von d_c=0,6 und lieferte den Grund zur Annahme, dass dessen Einfluss bei diesen Modellen größer ist, als bei den Modellen mit grobem FE-Netz.

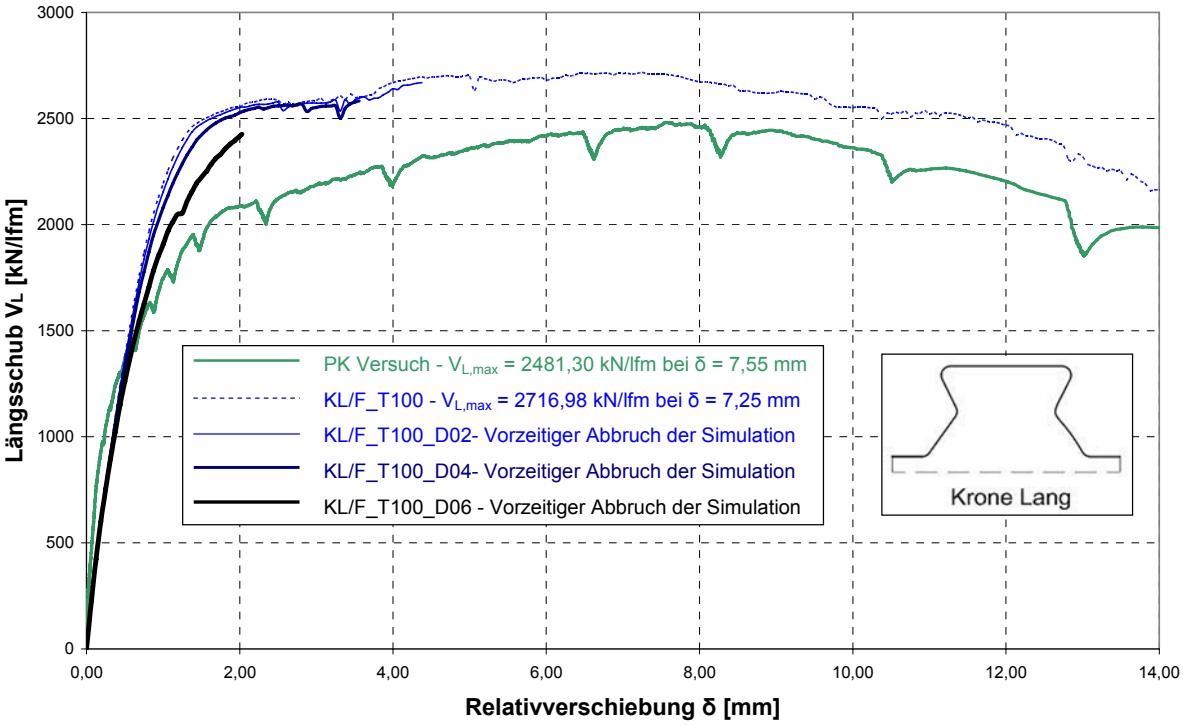


Abb. 5.6 Dübelkennlinien Modell KL/F – Einfluss von dc

5.6 Einfluss von kombinierten Parametern

In den vorangegangenen Abschnitten wurden die Einflüsse der Parameter jeweils isoliert untersucht, um die Auswirkungen auf die Ergebnisse eindeutig identifizieren zu können. Im Rahmen einer letzten Studie wurden die Parameter kombiniert, um anschließend anhand der Dübelkennlinien jenes Modell herauszufiltern, dass das Verhalten des Prüfkörpers im Push-Out Test am besten abbildet. Zu diesem Zweck wurden an allen Modellen die Option *Element Deletion* aktiviert, die maximalen Damage Parameter mit d_c=0,6 angenommen und die Belastungsgeschwindigkeiten zwischen v=0,1 mm/s (*Time Period* t=250s) und v=0,5 mm/s (*Time Period* t=50s) variiert. Die Dübelkennlinien aus diesen Untersuchungen sind in den Abb. 5.7 und 5.8 zu sehen.

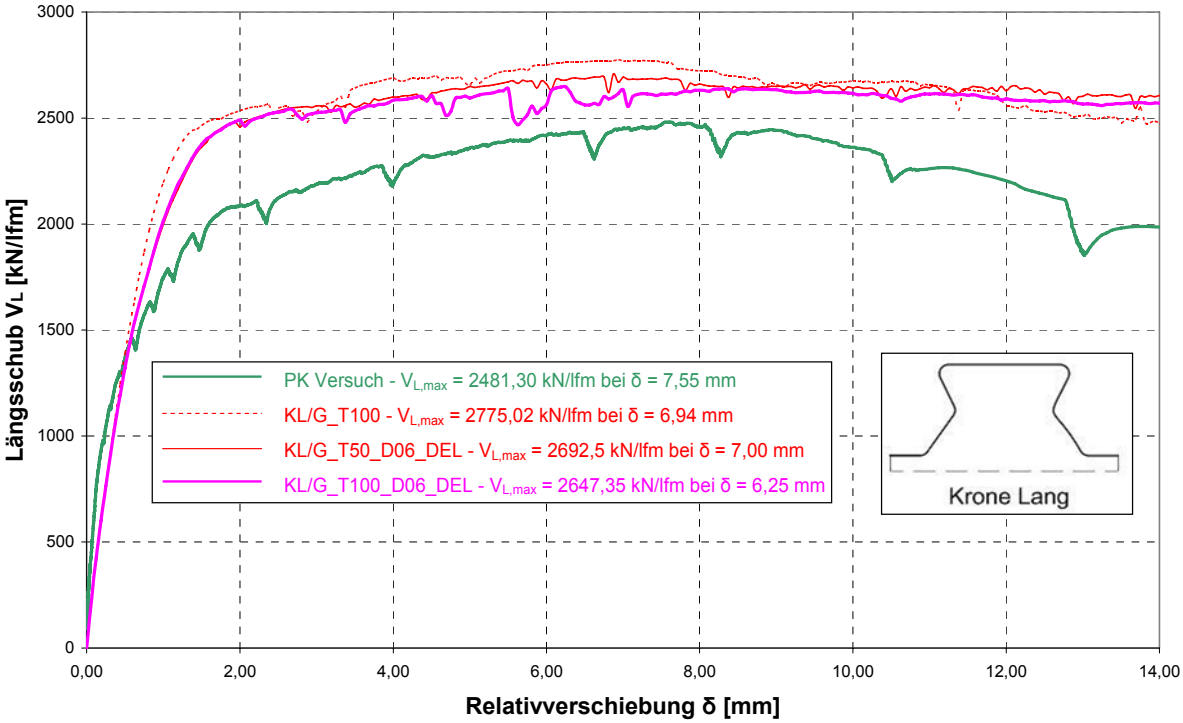


Abb. 5.7 Dübelkennlinien Modell KL/G – Einfluss von kombinierten Parametern

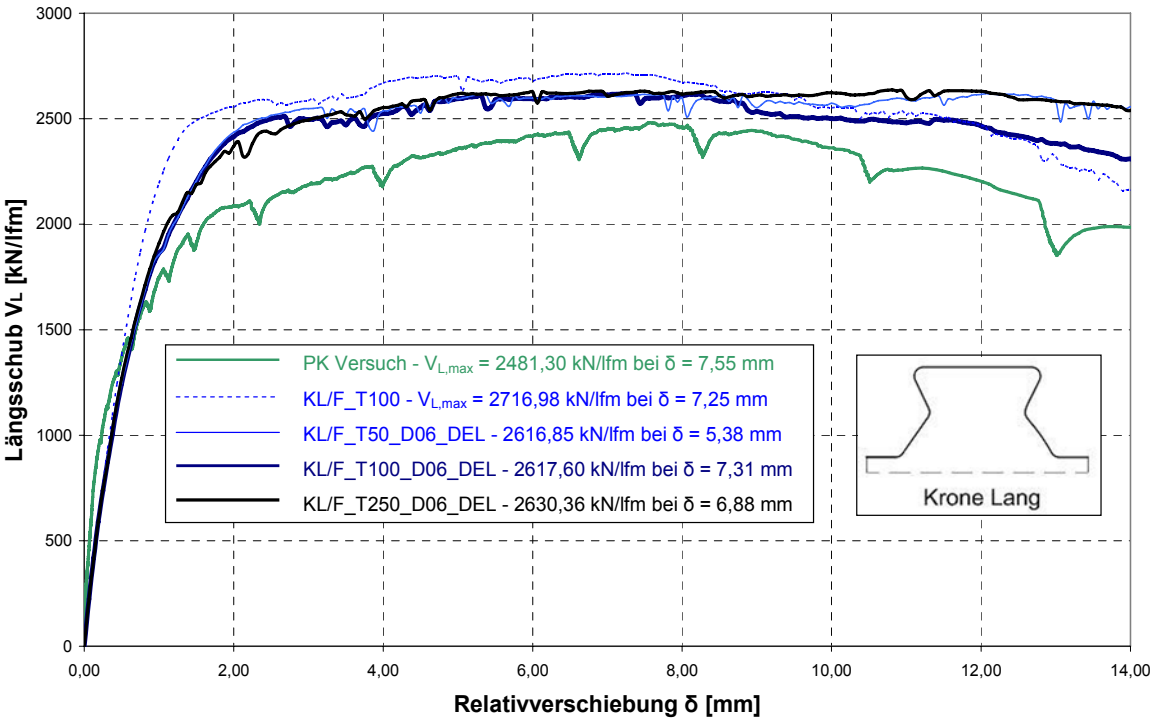


Abb. 5.8 Dübelkennlinien Modell KL/F – Einfluss von kombinierten Parametern

Wie in Abb. 5.8 deutlich zu erkennen ist, erreichten erstmals auch alle Modelle, die mit dem feinen FE-Netz versehen wurden, die maximal übertragbare Längsschubkraft. Der in Abschnitt 5.1 beschriebene Effekt, dass sich im Rahmen von Parameterstudien die Einflüsse einzelner Parameter nicht zwangsläufig addieren müssen, wird durch den Vergleich der Dübelkennlinie des Modells KL/F_T250_D06_DEL in Abb. 5.8 mit der Dübelkennlinie des Modells KL/G_T250 in Abb. 5.2 deutlich. Die Kombination eines feinen FE-Netzes mit der Option *Element Deletion*, einem Damage Parameter von d_c=0,6 und einer Belastungsgeschwindigkeit von v=0,1 mm/s führt im Gegensatz zu der isolierten Definition der gleichen Belastungsgeschwindigkeit zu keinem Lastabfall nach Erreichen der maximalen Längsschubkraft $V_{L,max}$. Die eindeutig beste Abbildung des Push-Out Tests mit der Dübelgeometrie „Krone Lang“ konnte mit dem Modell KL/F_T100_D06_DEL erreicht werden. Die maximale Längsschubkraft $V_{L,max}$ liegt bei diesem Modell nur mehr um 5,5% über jener des Prüfkörpers im Versuch. Gegenüber dem Basismodell KL/F_T100 konnte die maximale Längsschubkraft um knapp 100 kN/lfm reduziert werden. Das Verhalten des Modells im Bereich, in dem die Dübelkennlinie in Richtung des Fließplateaus umklappt, sowie der Lastabfall im Nachbruchbereich werden von diesem Modell am besten abgebildet, wenn beide Bereiche gemeinsam betrachtet werden. Aus diesen Gründen wurde das Modell KL/F_T100_D06_DEL für die weitergehenden Untersuchungen des Tragverhaltens herangezogen, die in Abschnitt 6 beschrieben werden.

5.7 Zusammenfassung der Ergebnisse

In Tab. 5.3 sind die maximal erzielten Längsschubkräfte, die zugehörigen Verschiebungen und die jeweils prozentuellen Abweichungen der Modelle, die in den vorangegangenen Abschnitten vorgestellt wurden, von den Werten des Prüfkörpers aus dem Push-Out Test zusammengefasst. Die in der letzten Spalte angegebenen Werte Δ_m beschreiben die aus den Abweichungen der Verschiebungen und der maximalen Längsschubkräfte gemittelten Werte in Prozent. Die gemittelte Abweichung von Δ_m=4,34% des Modells KL/F_T100_D06_DEL unterstreicht, dass die Simulation des Push-Out Tests mit

diesem Modell, wie im vorangegangenen Abschnitt beschrieben, der Realität am nächsten kommt.

Bezeichnung	$V_{L,max}$ [kN/lfm]	Δ [%]	$\delta_{VL,max}$ [mm]	Δ [%]	Δ_m [%]
PK Versuch	**2481,3**		**7,55**		
KL/G_T50	2728,0	9,94	6,50	-13,91	11,93
KL/G_T100	2775,0	11,84	6,94	-8,08	9,96
KL/G_T250	2707,9	9,13	4,13	-45,30	27,21
KL/G_T100_DEL	2729,1	9,99	6,13	-18,81	14,40
KL/G_T100_D02	2724,3	9,79	5,88	-22,12	15,96
KL/G_T100_D04	2737,8	10,34	6,63	-12,19	11,26
KL/G_T100_D06	2698,4	8,75	6,75	-10,60	9,67
KL/G_T50_D06_DEL	2692,5	8,51	7,00	-7,28	7,90
KL/G_T100_D06_DEL	2647,3	6,69	6,25	-17,22	11,96
KL/F_T50	nicht erreicht	-	nicht erreicht	-	-
KL/F_T100	2717,0	9,50	7,25	-3,97	6,74
KL/F_T250	nicht erreicht	-	nicht erreicht	-	-
KL/F_T100_DEL	2713,0	9,49	6,53	-13,51	11,50
KL/F_T100_D02	nicht erreicht	-	nicht erreicht	-	-
KL/F_T100_D04	nicht erreicht	-	nicht erreicht	-	-
KL/F_T100_D06	nicht erreicht	-	nicht erreicht	-	-
KL/F_T50_D06_DEL	2616,9	5,46	5,38	-28,74	17,10
KL/F_T100_D06_DEL	**2617,8**	**5,50**	**7,31**	**-3,18**	**4,34**
KL/F_T250_D06_DEL	2630,6	6,02	6,88	-8,87	7,45

Tab. 5.3 Zusammenfassung der Ergebnisse – FE-Modelle „Krone Lang“

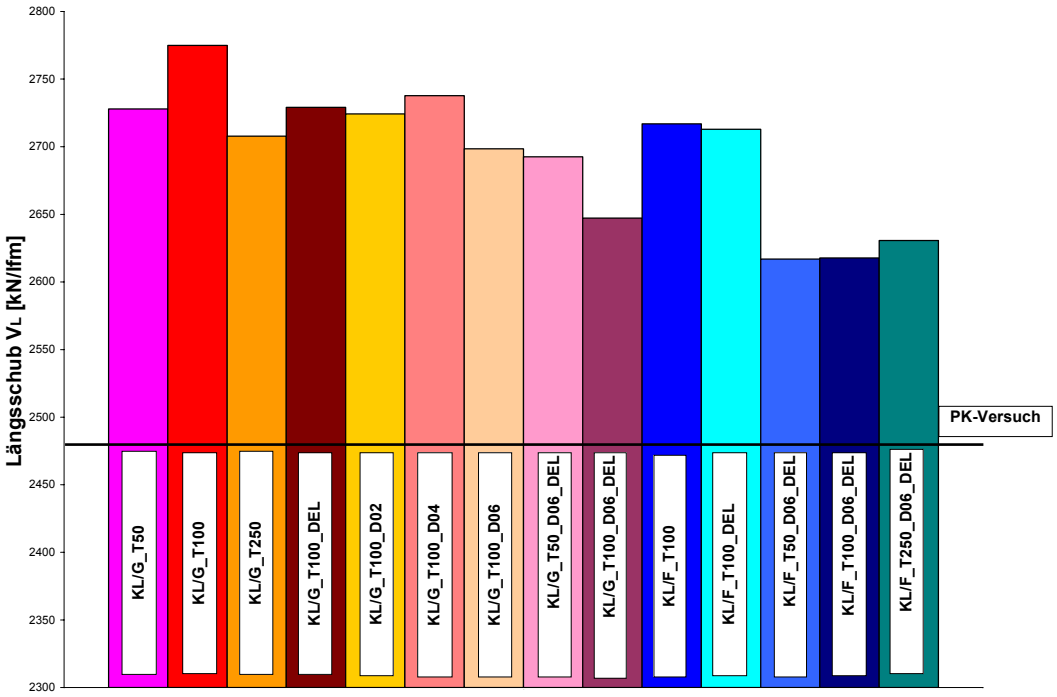


Abb. 5.9 Gegenüberstellung der Längsschubkräfte – FE-Modelle „Krone Lang“

5.8 Dübelkennlinien der Modelle „Krone Kurz“ und „Krone Lang“

Wie bereits erwähnt, wurden alle in den vorangegangenen Abschnitten für die Modelle „Krone Lang“ detailliert beschriebenen Parameterstudien auch an den Modellen „Krone Kurz“ und „Krone Rund“ in der gleichen Bandbreite durchgeführt. Die Einflüsse der jeweils untersuchten Parameter auf die Ergebnisse decken sich mit jenen, die an den Modellen „Krone Lang“ beobachtet werden konnten. Aus diesem Grund werden in diesem Abschnitt nur die Modelle diskutiert, die sinngemäß dem Modell KL/F_T100_D06_DEL entsprechen. In Abb. 5.10 sind die Dübelkennlinien der Modelle KK/F_T100_D06_DEL und KR/F_T100_D06_DEL im Vergleich zu den Dübelkennlinien aus den Push-Out Tests der Prüfkörper mit den entsprechenden Dübelgeometrien dargestellt.

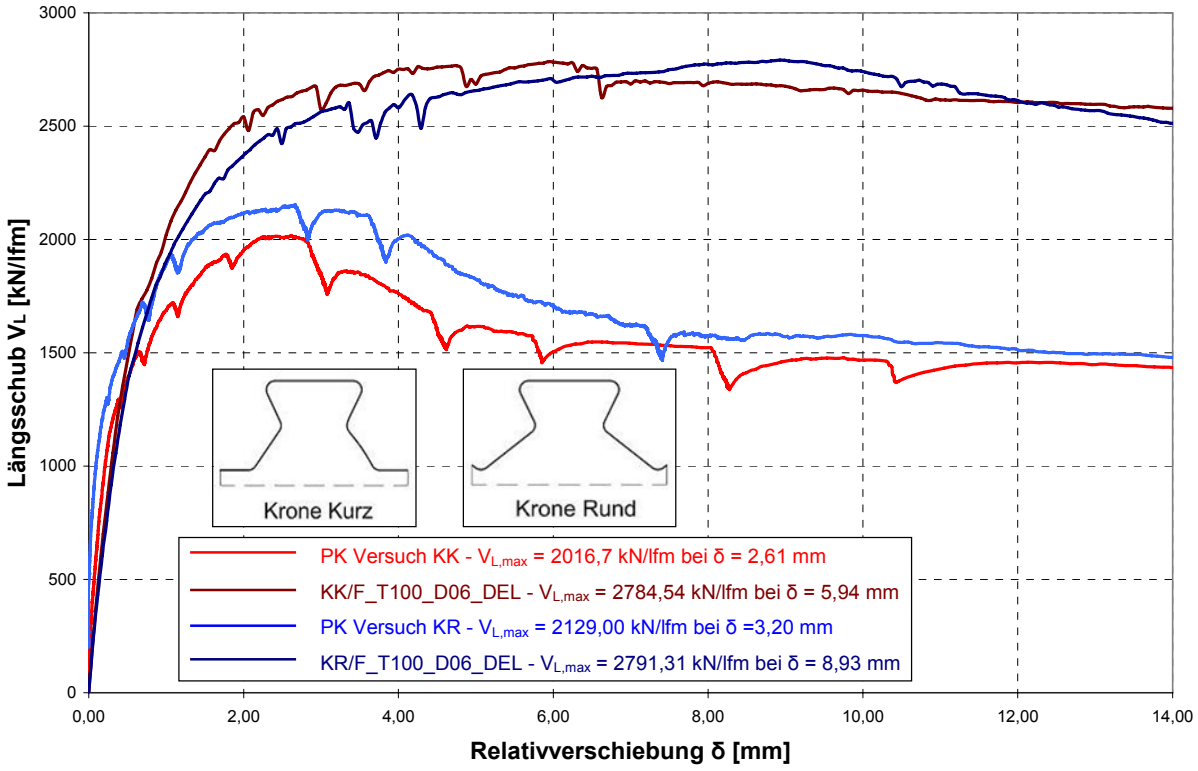


Abb. 5.10 Dübelkennlinien Modelle KK/F_T100_D06_DEL und KR/F_D100_D06_DEL

Anders als mit den Modellen „Krone Lang“ konnte mit den Modellen „Krone Kurz“ und „Krone Rund“ keine Übereinstimmung der Dübelkennlinien mit den Prüfkörpern aus den Push-Out Tests erreicht werden. Die maximalen Längsschubkräfte liegen mit etwa 38% bei dem Modell KK/F_T100_D06_DEL und etwa 31% beim Modell KR/F_T100_D06_DEL sehr deutlich über den maximalen

Längsschubkräften der Prüfkörper mit den entsprechenden Dübelgeometrien in den Push-Out Tests. Auch die den maximalen Längsschubkräften zugehörigen Verschiebungen liegen deutlich über den entsprechenden Werten aus den Push-Out Tests. Diese Ergebnisse kamen nicht gänzlich unerwartet zustande, da beide Prüfkörper in den Push-Out Tests frühzeitig versagten und deren Dübelkennlinien daher nicht die gleiche Aussagekraft über das Tragvermögen von Dübeln mit den entsprechenden Dübelgeometrien besitzen wie die Dübelkennlinie des Push-Out Tests mit dem Prüfkörper „Krone Lang“ [3]. Der Prüfkörper „Krone Kurz“ war auch der einzige, mit dem beim Push-Out Test der Serie 2 keine höhere Längsschubkraft erreicht werden konnte als im Push-Out Test Serie 1 [3]. Die Werkstoffkennwerte des Betons C40/50 der Serie 2 wurden an Probewürfeln experimentell ermittelt. Da die Prüfkörper schwieriger zu verdichten sind als die Probewürfel, besteht die Möglichkeit, dass die an den Probewürfeln ermittelten Werkstoffkennwerte an den Prüfkörpern nicht erreicht werden konnten. Des Weiteren liegt auch jeweils nur ein Versuchsergebnis vor. Die Hauptursache für das frühzeitige Versagen der beiden Prüfkörper lag jedoch in der Geometrie ihrer Betongurte. Bei beiden Prüfkörpern war der Abstand zwischen der Aussparung und dem tragenden Stahlzahn, der näher an ihr liegt, zu gering. Aus diesem Grund konnten sich die Betondruckstreben nicht ungehindert ausbilden und die Betongurte brachen in die Aussparung (Abb. 5.11). Nach dem Ausbruch konnten die auflagerseitigen Stahlzähne kaum mehr Lasten übertragen und die gesamte Versuchslast musste von jeweils einem Stahlzahn pro Dübelblech übertragen werden. Somit erklären sich auch die deutlichen Lastabfälle der Dübelkennlinien beider Prüfkörper nach Erreichen der jeweiligen Traglast (Abb. 5.10). Numerische Simulationen weisen naturgemäß keine Streuungen der Materialparameter auf und brechen auch nicht tatsächlich, es sei denn, dies wird vorab ermöglicht (siehe Abschnitt 4.3.7). Daher dürften dies die Ursachen für die deutlich höheren Längsschubkräfte und zugehörigen Verschiebungen sein, die mit den FE-Modellen „Krone Kurz“ und „Krone Rund“ im Vergleich zu den entsprechenden Push-Out Tests erreicht wurden.

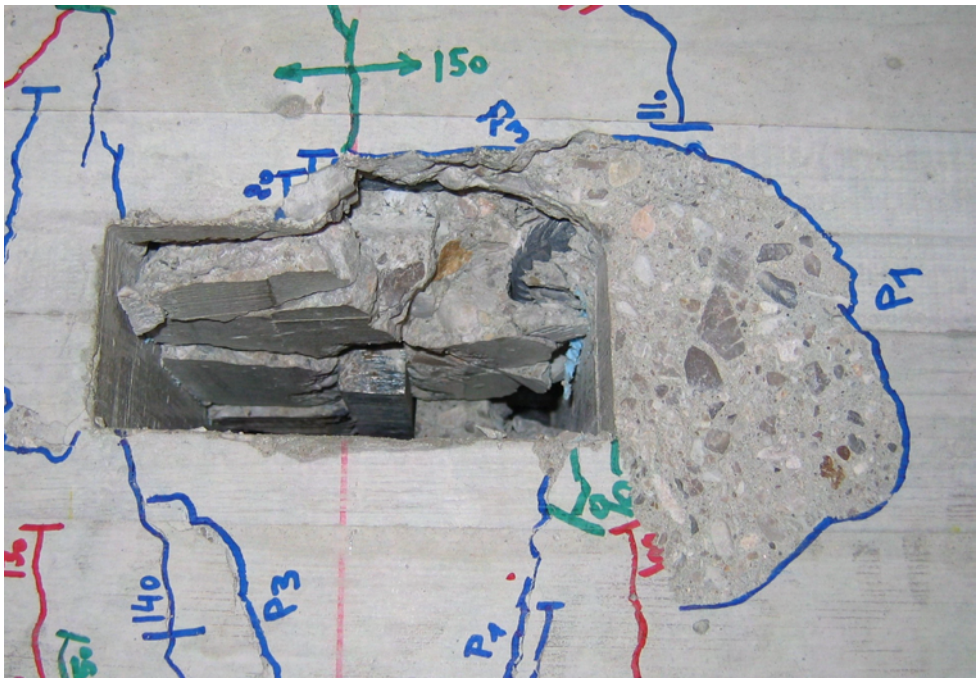


Abb. 5.11 Prüfkörper „Krone Kurz“ – Serie 2 – Bruch in die Aussparung

5.9 Gegenüberstellung der Ergebnisse

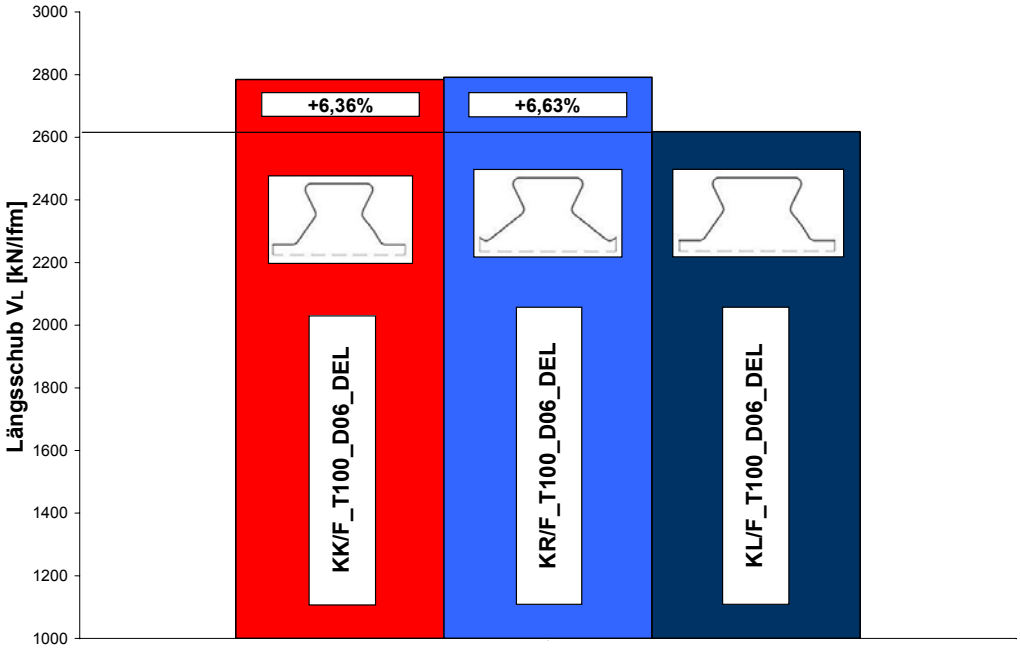


Abb. 5.12 Gegenüberstellung der Längsschubkräfte

Die Gegenüberstellung der Längsschubkräfte der mit identischen Einstellparametern versehenen FE-Modelle für die Prüfkörper „Krone Kurz“, „Krone Rund“ und „Krone Lang“ (Abb. 5.12) bestätigt die bereits in [6] gewonnene Erkenntnis, dass mit allen drei Dübelblechgeometrien ähnliche Längsschubkräfte übertragbar sind. Dies legt die Vermutung nahe, dass die Ausbildung der Stahlbetonplatte und dabei insbesondere die Anordnung der Bewehrung die maßgebenden Kriterien für das Tragverhalten des Prüfkörpers im Push-Out Test darstellen und weniger die geringfügige Variation der Geometrie des Dübelblechs.

Die Ergebnisse der FE-Modelle „Krone Kurz“ und „Krone Rund“ konnten die Ergebnisse der entsprechenden Push-Out Tests aus den im vorangegangenen Abschnitt beschriebenen Gründen nicht bestätigen. Da die Modelle auf den gleichen Grundsätzen basierend erstellt wurden wie die Modelle für den Prüfkörper „Krone Lang“, stellen sie dennoch eine wertvolle Grundlage für die im folgenden Abschnitt beschriebenen weitergehenden Untersuchungen des Trag- und Verformungsverhaltens der Kronendübel dar.

6 Tragverhalten des FE-Modells „Krone Lang“ – Serie 2

6.1 Allgemeines

Mit dem Prüfkörper „Krone Lang“ konnte, verglichen mit den Prüfkörpern „Krone Kurz“ und „Krone Rund“, in den Push-Out Tests – Serie 2 das aussagekräftigste Ergebnis erreicht werden [3]. Wie im vorangegangenen Abschnitt beschrieben, konnte der Versuch mit dem FE-Modell KL/F_T100_D06_DEL am besten abgebildet werden, weshalb dieser Modellkörper nachfolgend eingehend auf sein Tragverhalten untersucht wird. Zu diesem Zweck wird zunächst überprüft, ob das Dübelblech die Anforderungen an Verbundmittel erfüllt, die in [1] gestellt werden.

Um das Tragverhalten des Dübelblechs zu untersuchen, werden die Normalspannungen, die Schubspannungen und die Misesspannungen in Horizontalschnitten auf Höhe der an den Prüfkörpern angebrachten DMS-Rosetten und auf Höhe der Fußpunkte der Stahlzähne zu charakteristischen Zeitpunkten der Simulation ausgewertet.

Schließlich wird versucht, aus den Daten, die aus der numerischen Simulation gewonnen werden können, ein Tragmodell für das FE-Modell abzuleiten. Die Basis hierzu lieferte das in [4] vorgestellte Tragmodell, das die Grundlage für ein späteres Bemessungskonzept bildet. Dieses Modell wurde jedoch bereits für die Probekörper der Serie 3 entwickelt, woraus sich deutliche Abweichungen zu dem hier vorgestellten Modell ergeben.

6.2 Dübelkennlinie und Abhebekennlinie

6.2.1 Definitionen

Um bei der Berechnung von Verbundkonstruktionen ideal-plastisches Verhalten der Stahlbauteile annehmen zu dürfen, müssen die Verbundmittel als duktil gelten [1]. Dies ist dann der Fall, wenn die Verbundmittel ein charakteristisches Verformungsvermögen von $\delta_{uk} \geq 6mm$ aufweisen. Das charakteristische Verformungsvermögen eines Dübels kann aus der Dübelkennlinie eines Push-Out

Tests durch den Schlupf bei Wiedererreichen der charakteristischen Tragfähigkeit P_{Rk} ermittelt werden, wobei P_{Rk} 90% der Traglast P_{max} beträgt (Abb. 6.1).

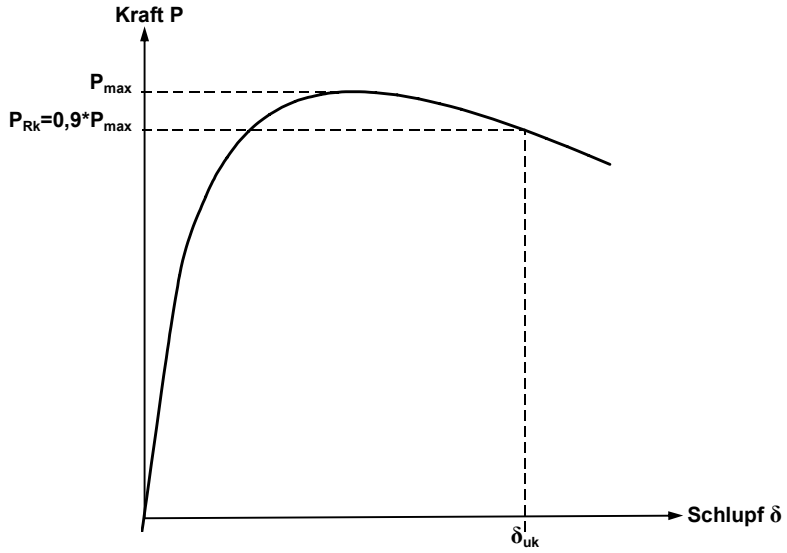


Abb. 6.1 Ermittlung des charakteristischen Verformungsvermögens

Weiters wird in [1] gefordert, dass die mittlere Abhebung der Betonplatte im Push-Out Test im Bereich, in dem die Belastung über 80% der Traglast P_{max} beträgt, kleiner als die Hälfte der Relativverschiebung zwischen Stahlträger und Betonteil sein muss um sicherzugehen, dass die Schubverbindung ausreichend tragfähig und steif gegen Abheben der Betonplatte ist. Die Einhaltung dieses Kriteriums kann anhand der Abhebekennlinie überprüft werden (Abb. 6.2), wobei die Abhebungen möglichst nahe an den Verbundmitteln gemessen werden sollen.

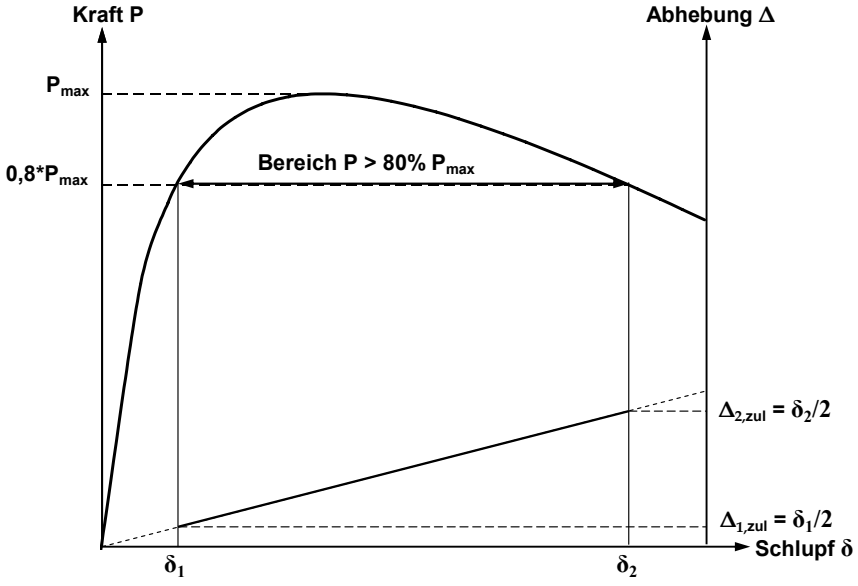


Abb. 6.2 Definition der Abhebekennlinie

6.2.2 Dübelkennlinie

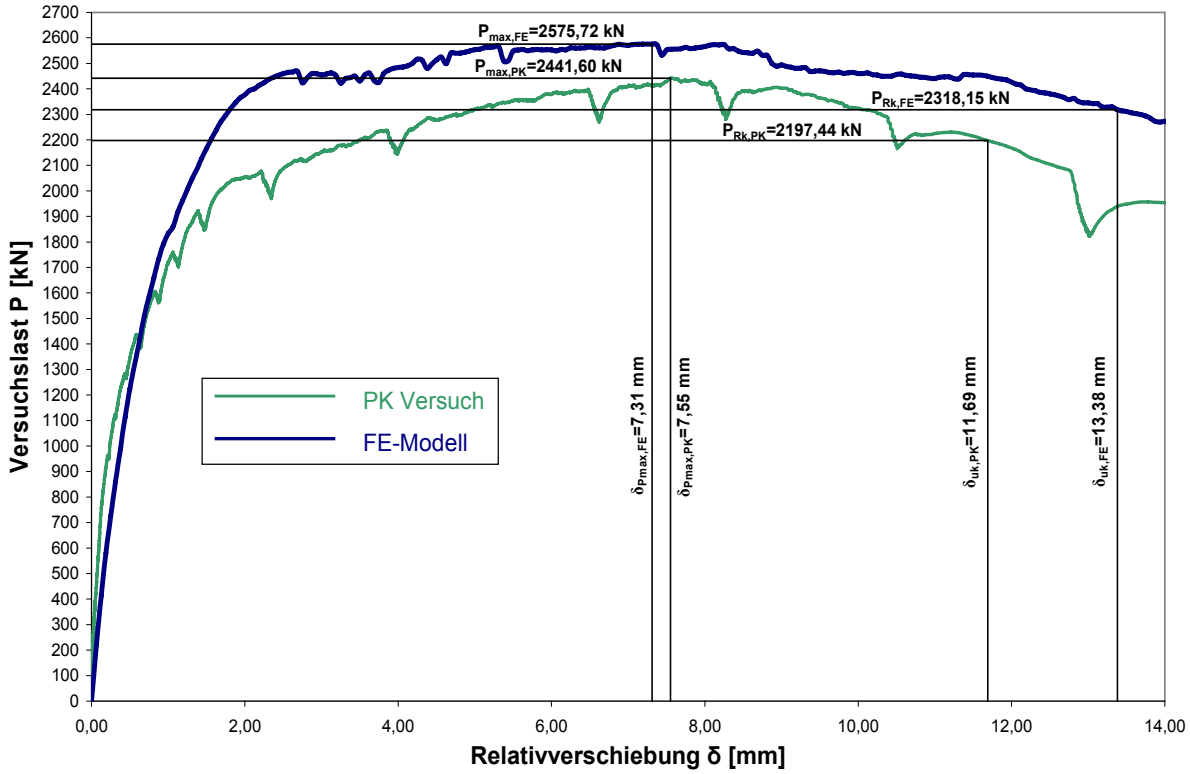


Abb. 6.3 Dübelkennlinien „Krone Lang“ – Prüfkörper und FE-Modell

Abb. 6.3 zeigt die Dübelkennlinie des FE-Modells im Vergleich zu der Dübelkennlinie des Prüfkörpers aus dem Push-Out Test, wobei die jeweils absoluten Lasten in kN angegeben sind. Die Schubverbindungen beider Körper erfüllen die Anforderung an die Duktilität gemäß [1], wobei das charakteristische Verformungsvermögen des FE-Modells $\delta_{uk,FE}$ etwa 1,7 mm größer ist als das des Prüfkörpers. Da der Prüfkörper vier tragende Stahlzähne beinhaltete, konnten aus den absoluten Lasten des FE-Modells unter der Annahme, dass jeder Stahlzahn die gleiche Last aufnimmt, die Traglasten pro Stahlzahn ermittelt werden, die in Tab. 6.1 angegeben sind.

Bezeichnung	PK-Versuch	FE-Modell
P_{max} [kN]	2441,60	2575,72
$P_{Zahn} = V_i$ [kN]	610,40	643,93
δ_{Pmax} [mm]	7,55	7,31
δ_{uk} [mm]	11,69	13,38

Tab. 6.1 Traglasten und Verschiebungen

6.2.3 Abhebekennlinie

Die Abhebungen der Betonplatte wurden am FE-Modell an den in Abb. 6.4 angegebenen Punkten ausgewertet, da an diesen Stellen die größten Werte auftraten.

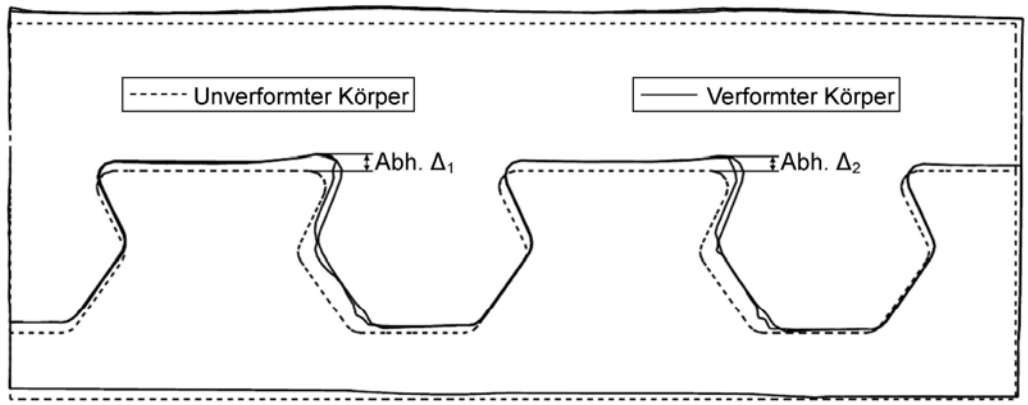


Abb. 6.4 Ausgewertete Abhebungen (Verformungen vergrößert)

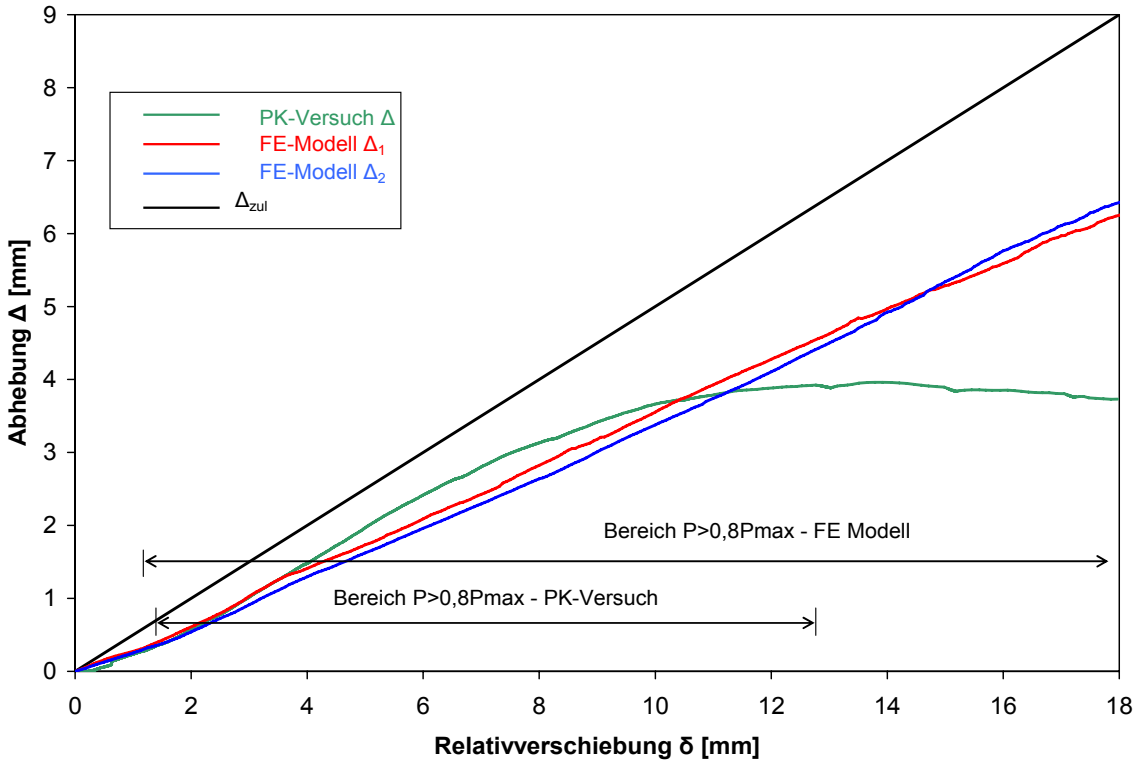


Abb. 6.5 Abhebekennlinien „Krone Lang“ – Prüfkörper und FE-Modell

Wie in Abb. 6.5 erkannt werden kann, entwickeln sich die Abhebungen Δ_1 und Δ_2 des FE-Modells nahezu linear und sind im Bereich vor Erreichen von P_{max} ähnlich groß wie die Abhebung der Betonplatte des Prüfkörpers. Die zulässige Abhebung

der Betonplatte wird sowohl beim FE-Modell als auch beim Prüfkörper nicht überschritten.

6.3 Spannungen im Dübelblech

6.3.1 Spannungsauswertung – Zeitpunkte

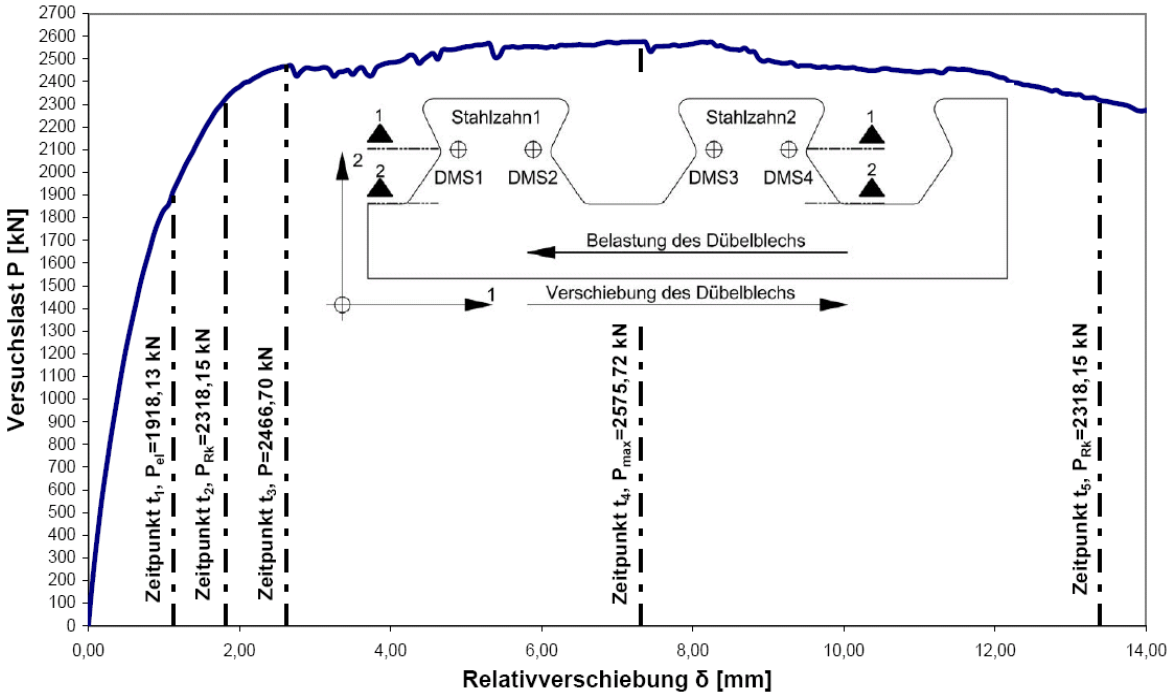


Abb. 6.6 Dübelkennlinie „Krone Lang“ Zeitpunkte für die Spannungsauswertung

Die Misesspannungen σ_V, die Normalspannungen σ_{22}, und die Schubspannungen σ_{12}, wurden zu den in Abb. 6.6 angegebenen Zeitpunkten in der Symmetrieebene des FE-Modells (Ebene 1-2) ausgewertet. Die jeweiligen Spannungsverläufe in den in Abb. 6.6 angegebenen Schnitten sind auf den folgenden Seiten abgebildet, wobei die Spannungen jeweils auf die unverformte Lage bezogen sind. Auf die Bedeutung der Schubspannungsverteilungen in Schnitt 2-2 wird in Abschnitt 6.3.7 gesondert eingegangen. Die Stahlzähne werden in der Folge, wie in Abb. 6.6 definiert, als Stahlzahn 1 (links) und Stahlzahn 2 (rechts) bezeichnet. Um die Rotationsbewegung, die die Stahlzähne im Verlauf der Simulation erfahren, zu visualisieren, werden zusätzlich dazu die jeweiligen Verschiebungen U_2 im Schnitt 1-1 angegeben. Aufgrund seiner gestreckten Geometrie konnte vereinfachend von ebenen Spannungszuständen im Dübelblech ausgegangen werden, weshalb die Spannungen quer zur Längsachse (3-Richtung) nicht ausgewertet wurden.

6.3.2 Spannungen – Zeitpunkt t_1, P=1918,13 kN

Die zum Zeitpunkt t_1 herrschende Last von P_{el}=1918,13 kN (ca. 75% von P_{max}) kann annähernd als elastische Grenzlast des Dübelblechs identifiziert werden.

6.3.2.1 Misesspannungen σ_V

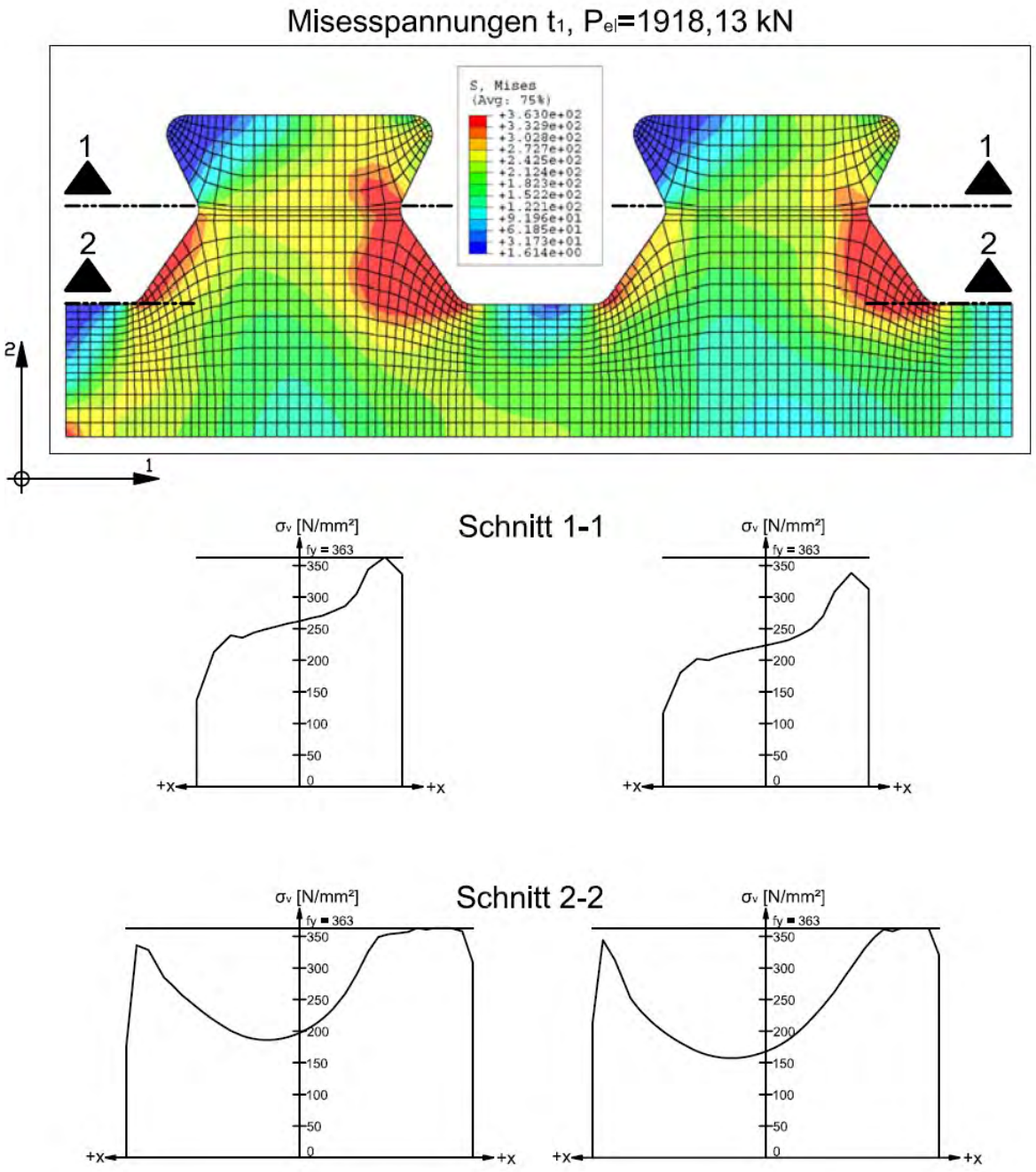


Abb. 6.7 Zeitpunkt t_1 – Misesspannungen σ_V

Unter der elastischen Grenzlast wird im Schnitt 2-2 in beiden Stahlzähnen annähernd gleichzeitig die Streckgrenze erreicht (Abb. 6.7), während im Schnitt 1-1 der Stahlzahn 1 in einem Punkt die Streckgrenze erreicht und der Stahlzahn 2 elastisch bleibt.

6.3.2.2 Normalspannungen σ_{22}

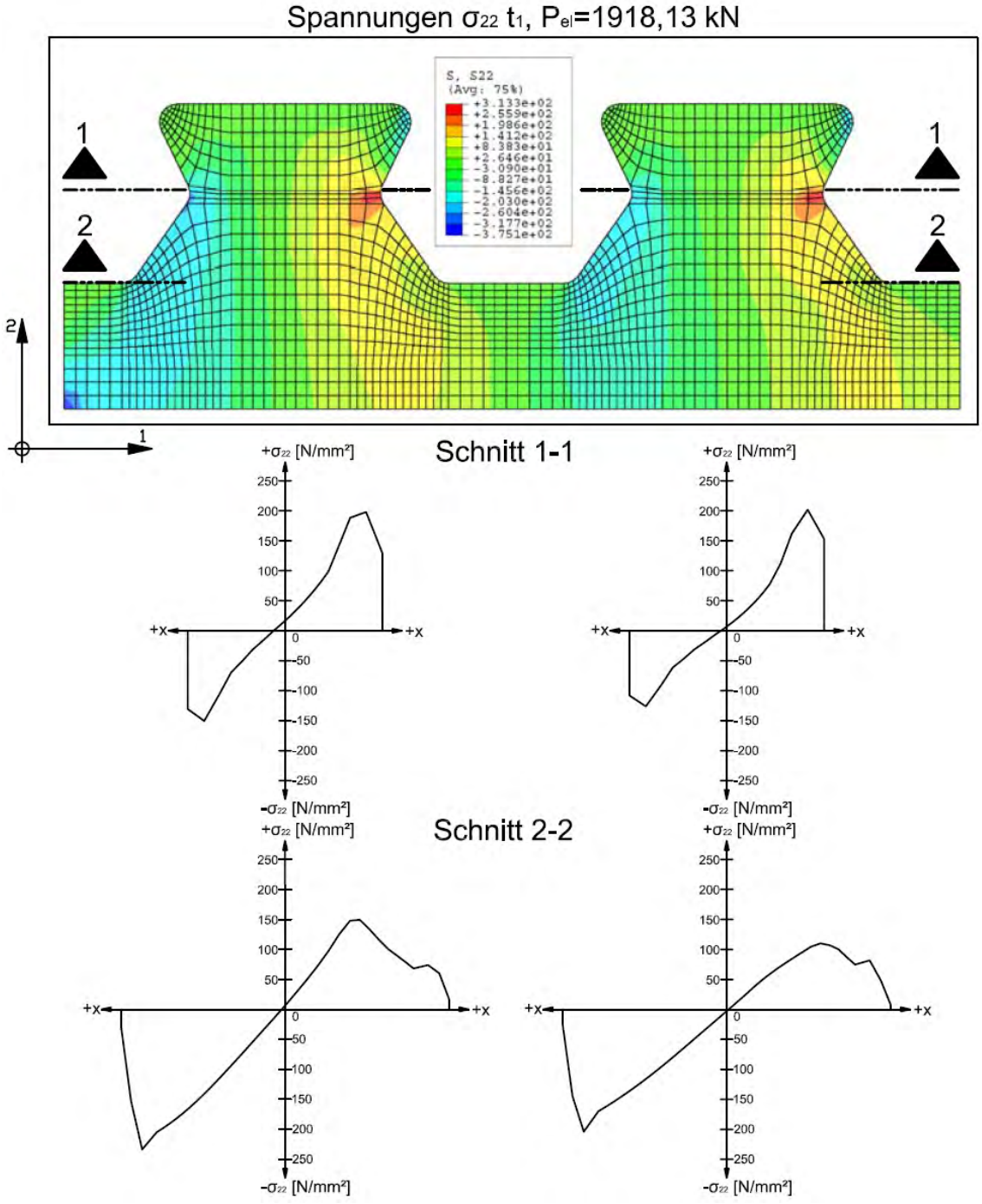


Abb. 6.8 Zeitpunkt t_1 – Spannungen σ_{22}

Die Normalspannungsverteilungen (Abb. 6.8) zeugen in beiden Schnitten und beiden Stahlzähnen von einer M-N-Beanspruchung und leichten Überhängen der Zugspannungen in den jeweils rechten Stahlzahnhälften im Schnitt 1-1, die aus den abhebenden Kräften resultieren.

6.3.2.3 Schubspannungen σ_{12}

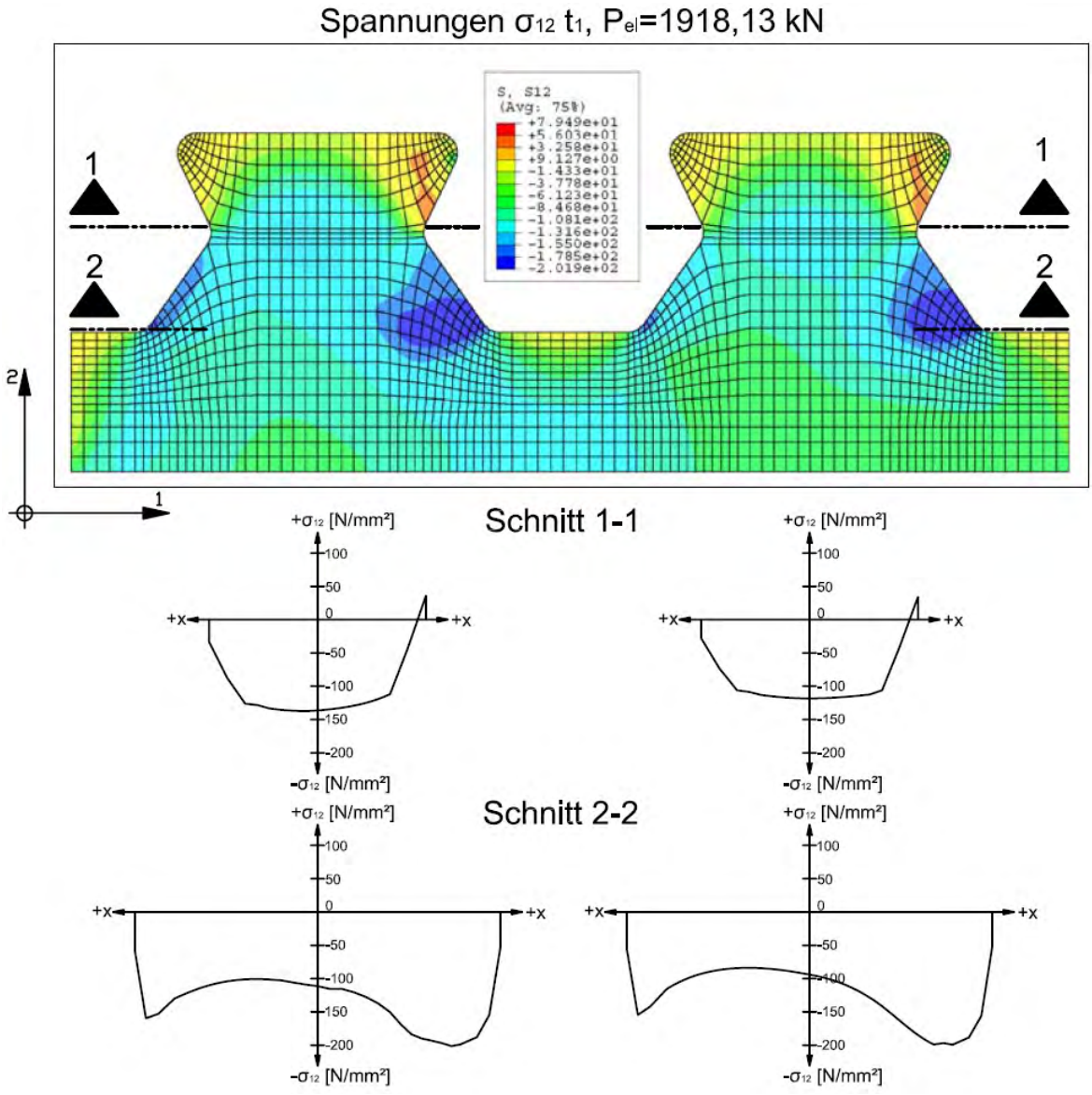


Abb. 6.9 Zeitpunkt t_1 – Spannungen σ_{12}

Die Schubspannungsverteilungen (Abb. 6.9) sind in beiden Stahlzähnen sehr ähnlich, wobei die in Schnitt 2-2 zu erkennenden großen Schubspannungen in der rechten Stahlzahnhälfte hauptverantwortlich sind, dass die Misesspannungen in

diesem Schnitt an mehreren Punkten gleichzeitig die Streckgrenze erreichen (Abb. 6.9).

6.3.2.4 Verformungen U_2

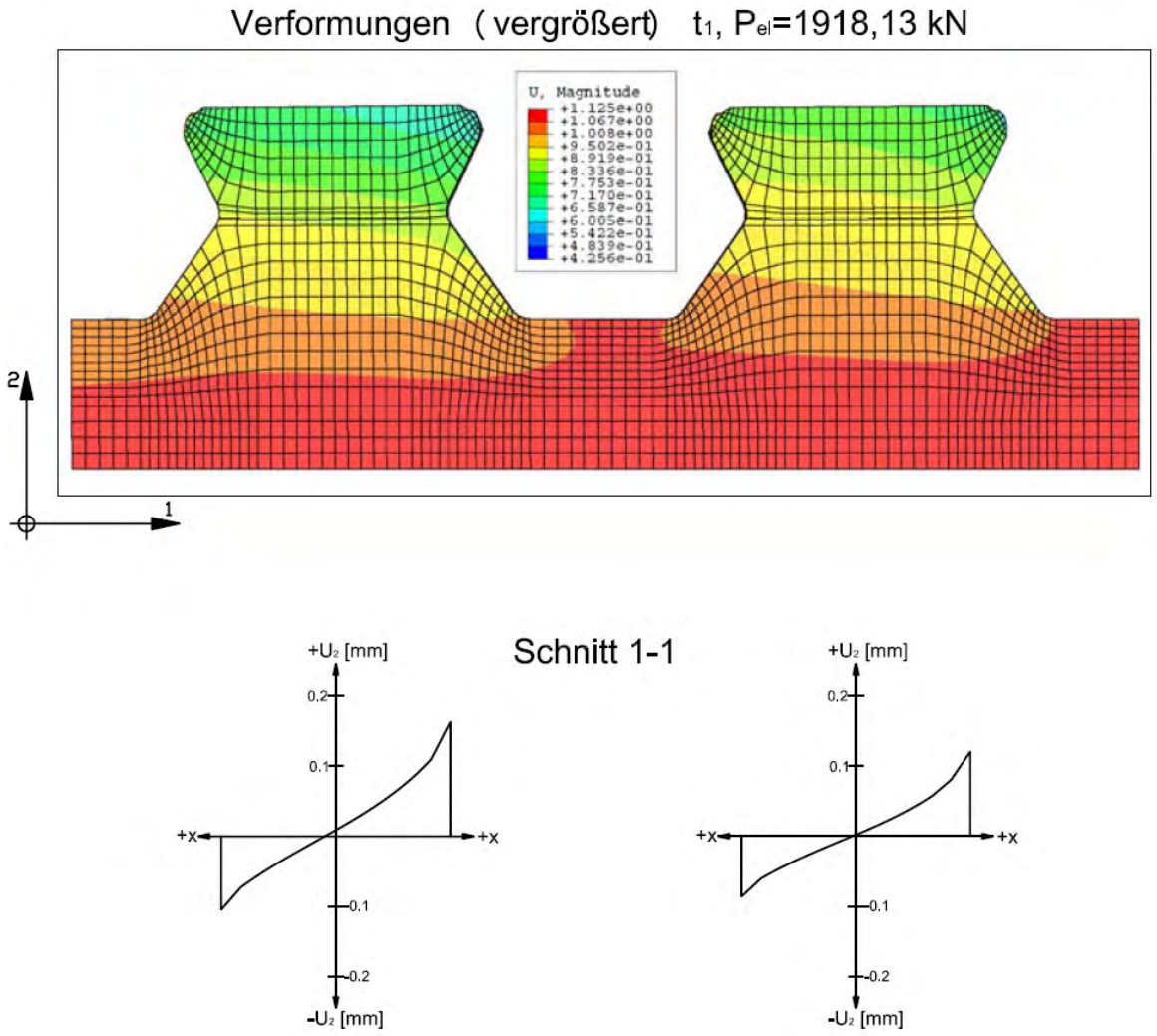


Abb. 6.10 Zeitpunkt t_1 – Verformungen U_2

Die aus den Spannungsverteilungen ableitbaren M-N-V-Beanspruchungen führen zu Translations- und Rotationsbewegungen der Stahlzähne (Abb. 6.10). Bereits unter der elastischen Grenzlast ist die Rotationsbewegung im Stahlzahn 1 deutlicher ausgeprägt ist als im Stahlzahn 2.

6.3.3 Spannungen – Zeitpunkt t_2, P=2318,15 kN

Zum Zeitpunkt t_2 erreicht das FE-Modell die charakteristische Traglast P_{RK}=2318,15 kN (90% von P_{max}).

6.3.3.1 Misesspannungen σ_V

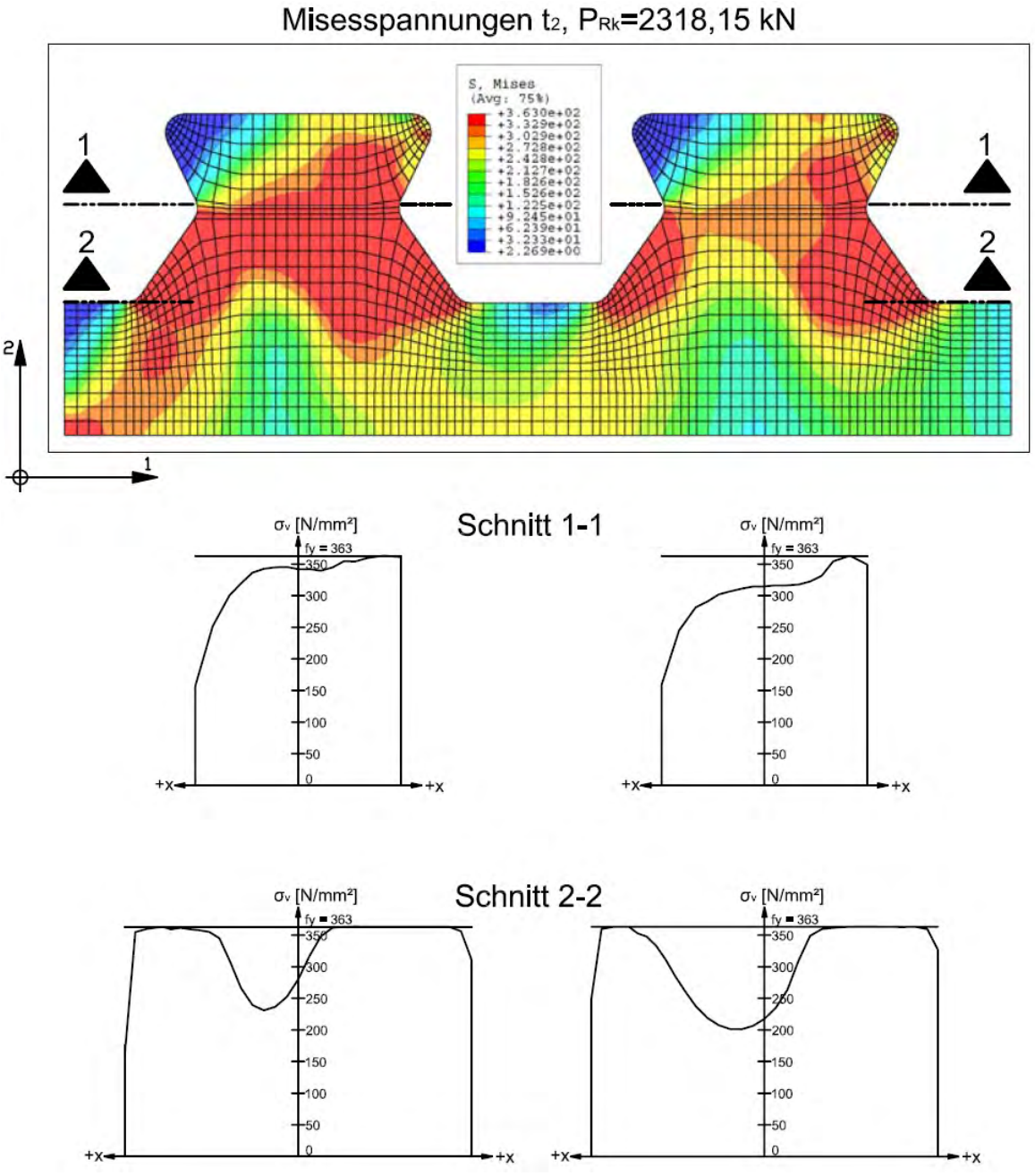


Abb. 6.11 Zeitpunkt t_2 – Misesspannungen σ_V

Im Schnitt 1-1 wird auch im Stahlzahn 2 die Streckgrenze erreicht, während die Plastifizierung im Stahlzahn 1 von rechts nach links fortschreitet (Abb.6.11).

Im Schnitt 2-2 wird die Fließgrenze auch in den linken Stahlzahnhälften erreicht, wobei die Querschnitte mit zunehmender Last von beiden Seiten in Richtung Mitte plastifizieren.

6.3.3.2 Normalspannungen σ_{22}

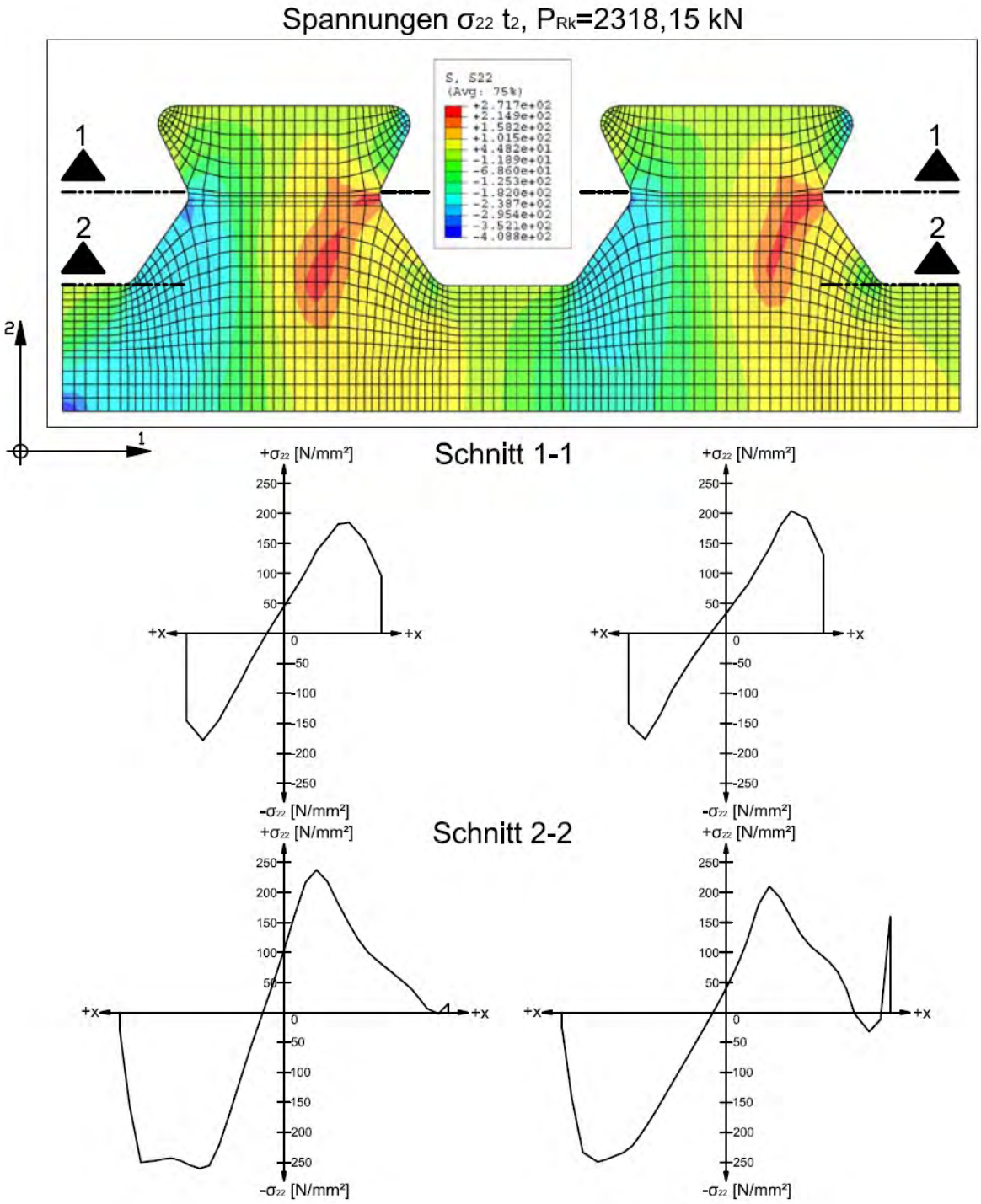


Abb. 6.12 Zeitpunkt t_2 – Spannungen σ_{22}

Die Normalspannungsverteilungen im Schnitt 1-1 weisen nunmehr einen deutlichen Überhang der Zugspannungen auf, der ein Resultat aus den größeren abhebenden Kräften ist (Abb. 6.12). Im Schnitt 2-2 ist zu erkennen, dass die aus der M-Beanspruchung resultieren Zugspannungen in den jeweils rechten Stahlzahnhälften durch die Einleitung von Druckkräften an den stirnseitigen Kontaktflächen zum Beton stellenweise überdrückt werden, was dazu führt, dass im Bereich der fußseitigen Ausrundung von Stahlzahn 2 Druckspannungen herrschen (Abb. 6.12).

6.3.3.3 Schubspannungen σ_{12}

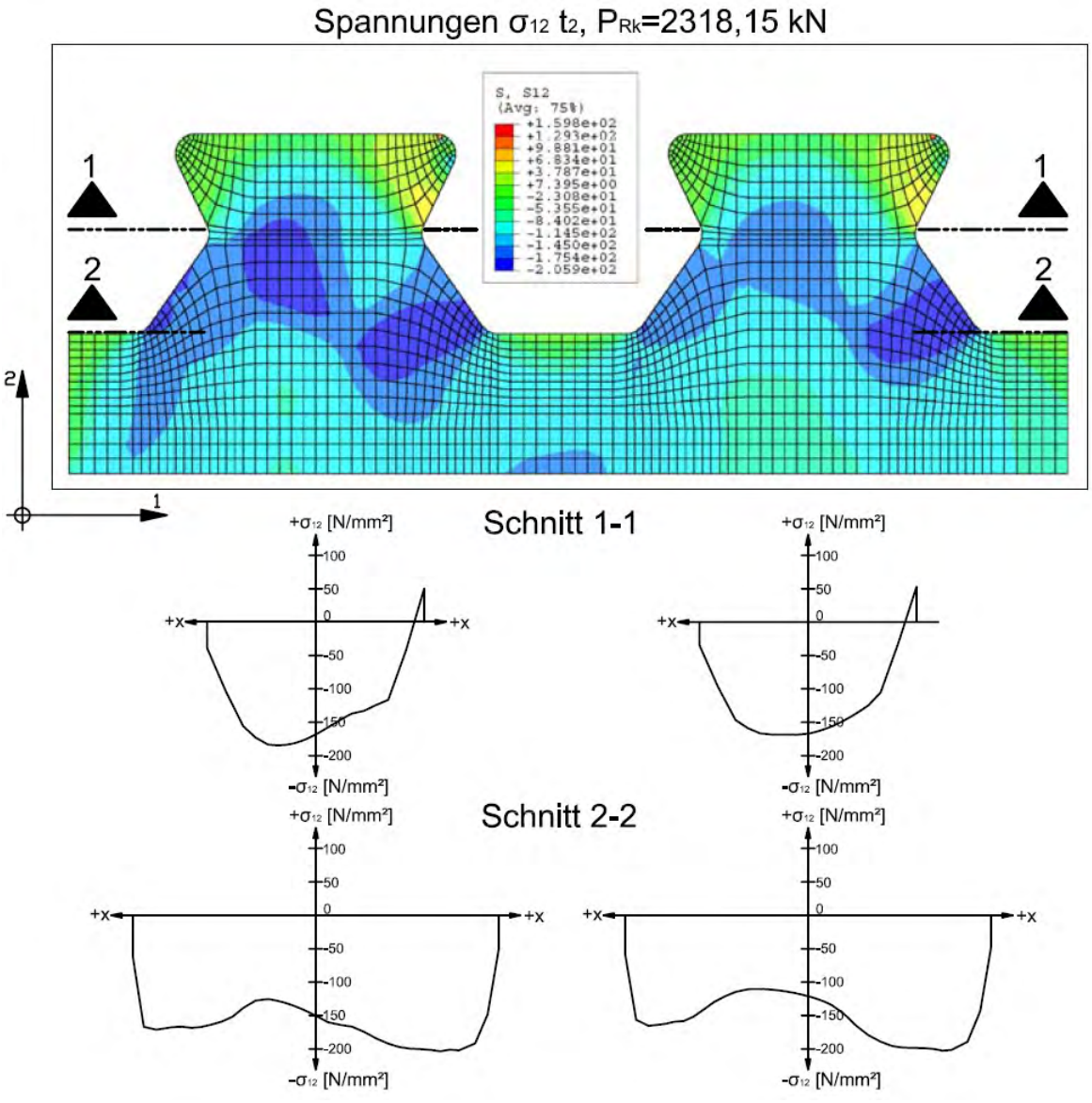


Abb. 6.13 Zeitpunkt t_2 – Spannungen σ_{12}

Die Schubspannungen nehmen mit zunehmender Last in beiden Stahlzähnen in beiden Schnitten in der jeweils linken Stahlzahnhälfte zu, während sie in den jeweils rechten Stahlzahnhälften nahezu unverändert bleiben (Abb. 6.13). Die Begründung dafür liegt darin, dass die rechten Stahlzahnhälften bereits teilweise plastifiziert sind und sich die Spannungen in den Querschnitten umlagern.

6.3.3.4 Verformungen U_2

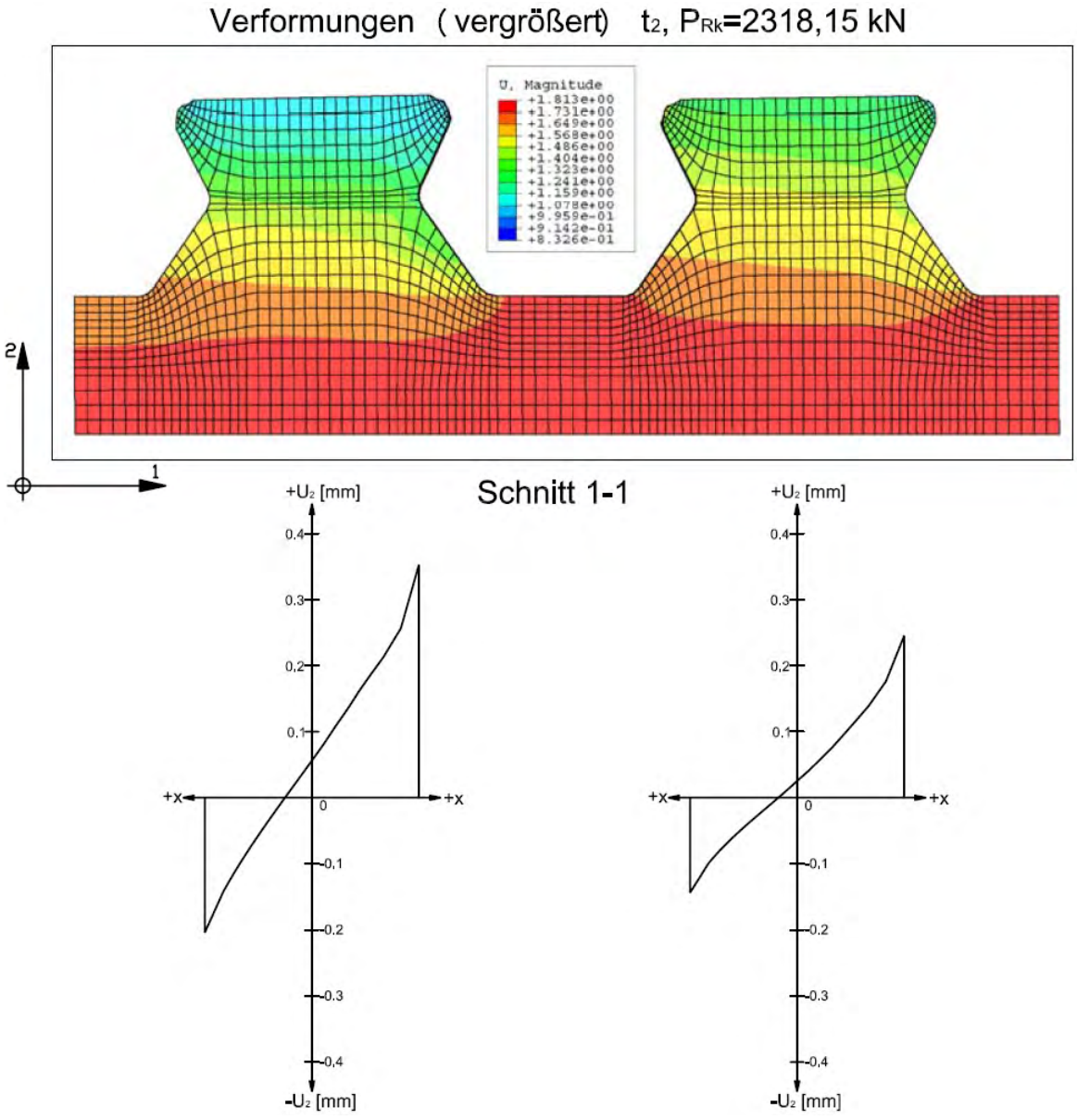


Abb. 6.14 Zeitpunkt t_2 – Verformungen U_2

Abb. 6.14 zeigt, dass die Rotationsbewegung im Stahlzahn 1 mit zunehmender Last im Vergleich zum Stahlzahn 2 überproportional zunimmt.

6.3.4 Spannungen – Zeitpunkt t_3, P=2466,70 kN

Der Zeitpunkt t_3 mit der Last P=2466,70 (ca. 96% von P_{max}) wurde zur Spannungsauswertung herangezogen, da die Dübelkennlinie des FE-Modells ab diesem Zeitpunkt bis zum Erreichen von P_{max} eine annähernd horizontale Tangente aufweist (Abb. 6.6).

6.3.4.1 Misesspannungen σ_V

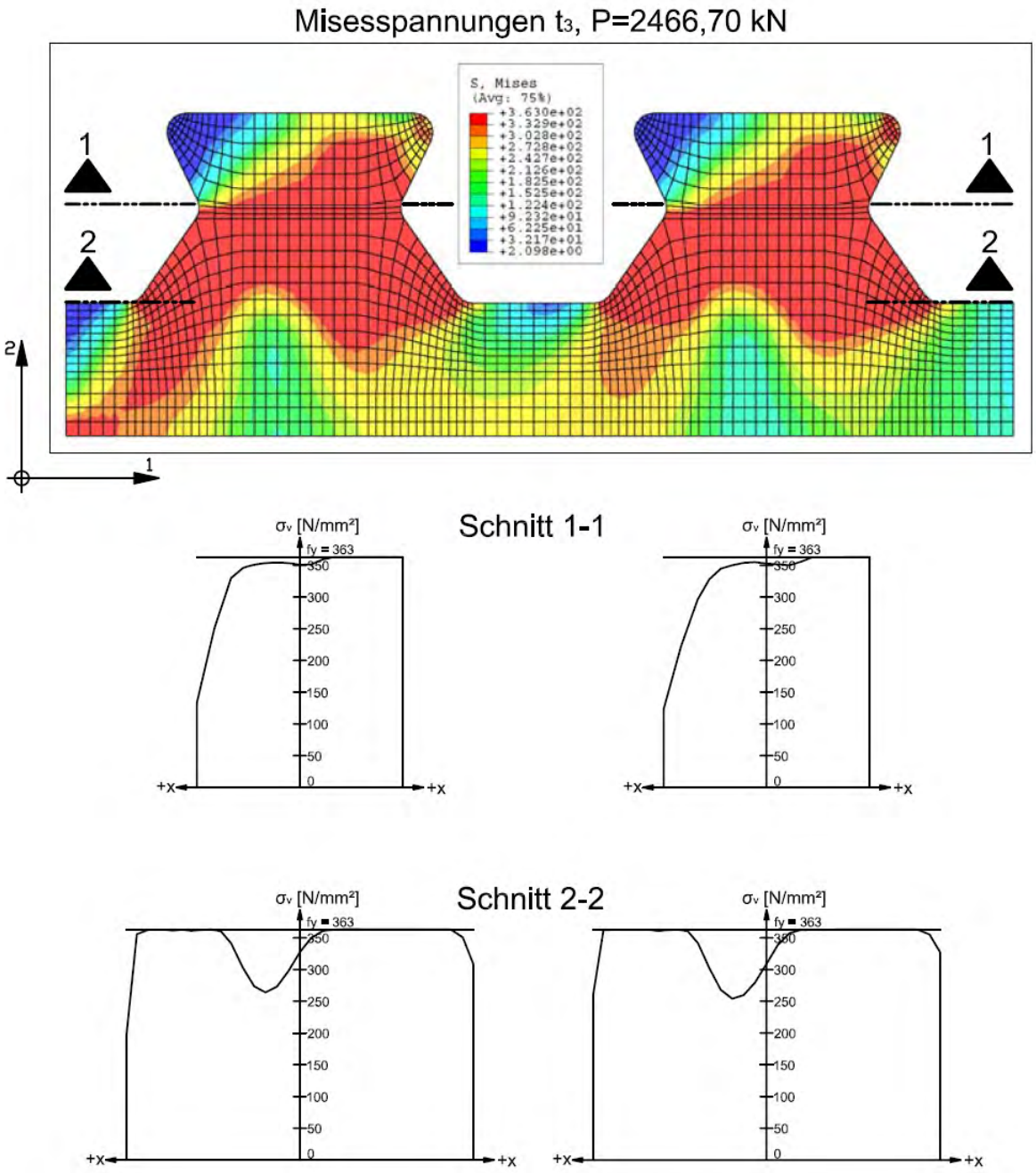


Abb. 6.15 Zeitpunkt t_3 – Misesspannungen σ_V

Unter diesem Lastniveau sind die rechten Stahlzahnhälften beider Stahlzähne in beiden Schnitten beinahe voll plastifiziert (Abb. 6.15). Die linken Hälften beider Stahlzähne bleiben im Schnitt 1-1 elastisch, während sie im Schnitt 2-2 zunehmend in Richtung Stahlzahnmitte plastifizieren.

6.3.4.2 Normalspannungen σ_{22}

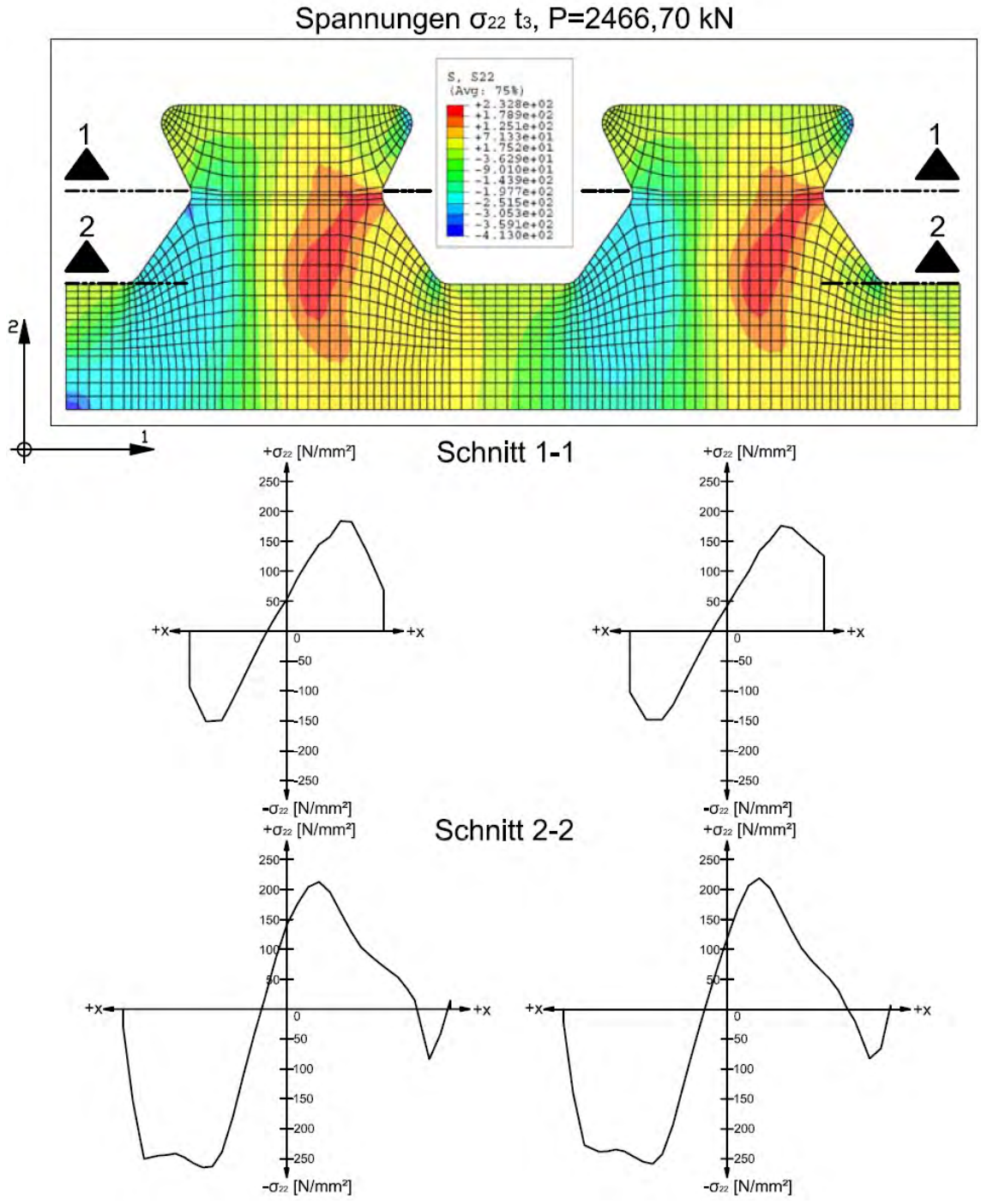


Abb. 6.16 Zeitpunkt t_3 – Spannungen σ_{22}

Während sich die Normalspannungsverteilungen im Schnitt 1-1 im Vergleich zur vorangegangenen Laststufe kaum verändern, tritt im Schnitt 2-2 die Überdrückung der Zugspannungen durch die stirnseitigen Kontaktpressungen in den rechten Stahlzahnhälften verstärkt auf, sodass auch im Bereich der Ausrundung am Fuß von Stahlzahn 1 Druckspannungen herrschen (Abb. 6.16). Die Spannungen in den linken Stahlzahnhälften bleiben nahezu unverändert.

6.3.4.3 Schubspannungen σ_{12}

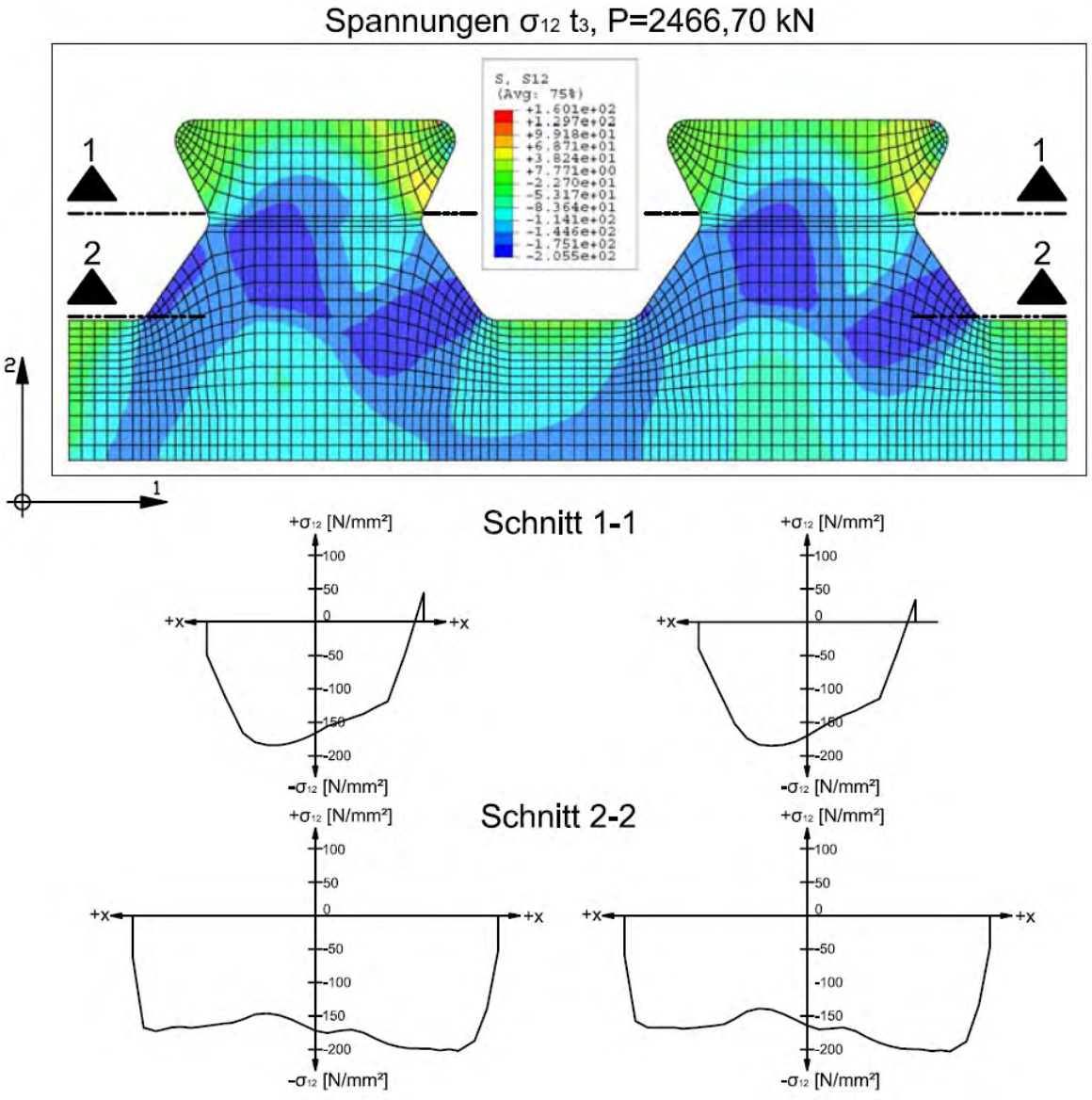


Abb. 6.17 Zeitpunkt t_3 – Spannungen σ_{12}

Wie die Normalspannungen nehmen auch die Schubspannungen im Schnitt 1-1 im Vergleich zur vorangegangenen Laststufe in beiden Stahlzähnen nur mehr gering zu. Im Schnitt 2-2 steigen die Schubspannungen in der Mitte beider Stahlzähne an und die Schubspannungsverläufe vergleichmäßigen sich zunehmend (Abb. 6.17).

6.3.4.4 Verformungen U_2

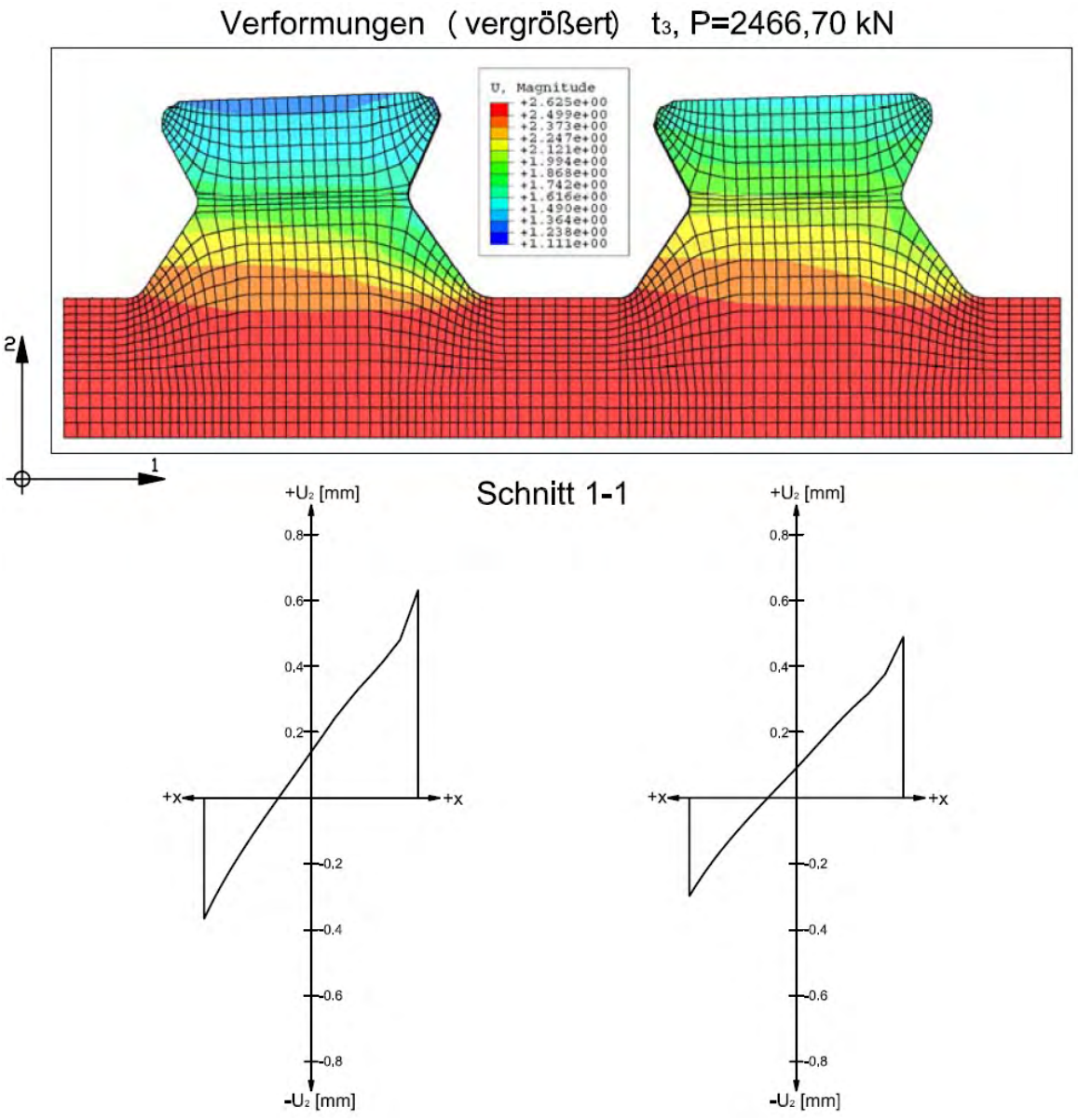


Abb. 6.18 Zeitpunkt t_3 – Verformungen U_2

Der Trend, dass der Stahlzahn 1 eine größere Rotationsbewegung erfährt als der Stahlzahn 2, setzt sich mit zunehmender Last fort (Abb. 6.18).

6.3.5 Spannungen – Zeitpunkt t_4, P=2575,72 kN

Zum Zeitpunkt t_4 erreicht das FE-Modell die Traglast P_{max}=2575,72 kN.

6.3.5.1 Misesspannungen σ_V

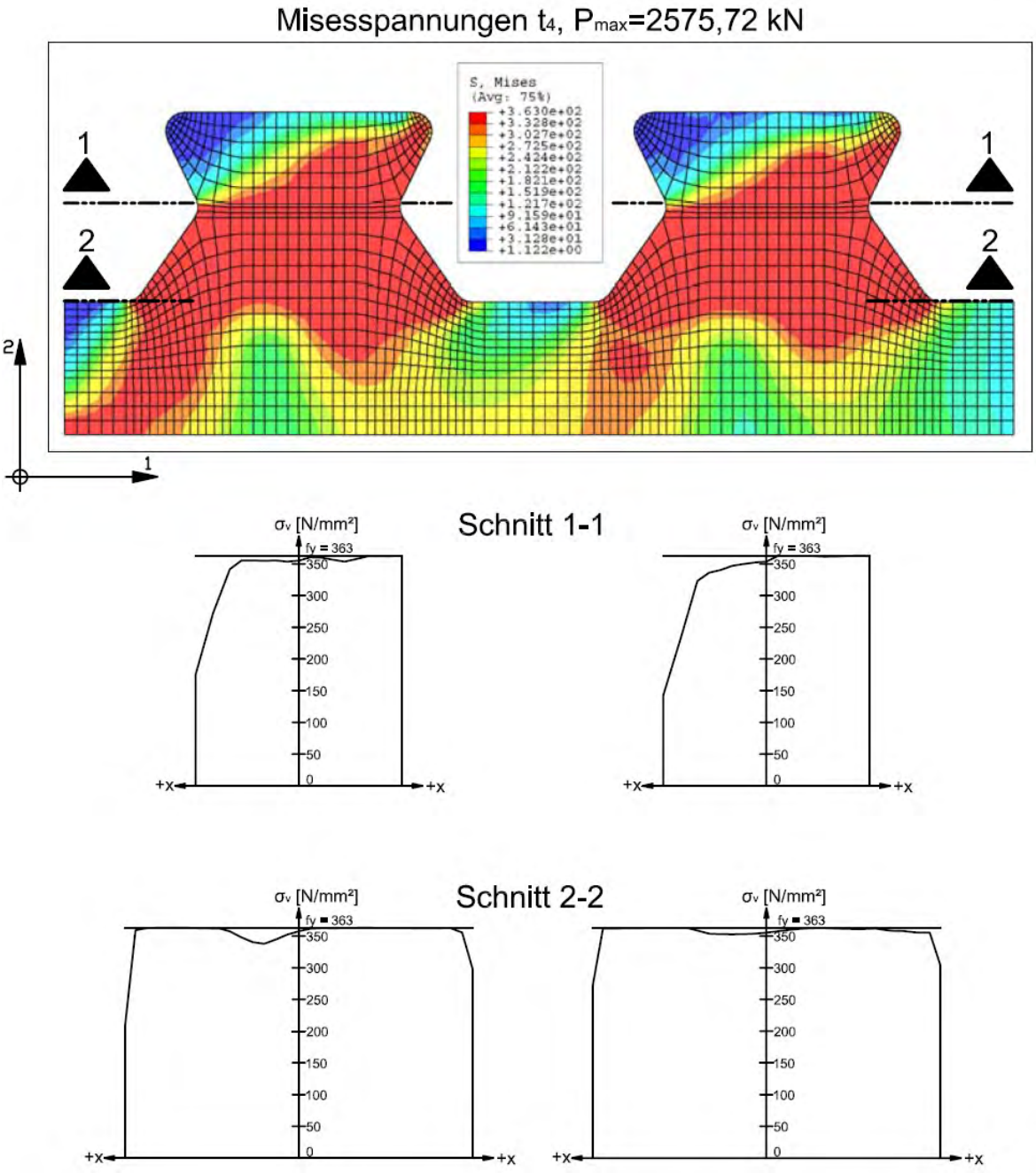


Abb. 6.19 Zeitpunkt t_4 – Misesspannungen σ_V

Während die Querschnitte beider Stahlzähne in Schnitt 2-2 beinahe vollständig plastifiziert sind, bleiben die linken Stahlzahnhälften in Schnitt 1-1 elastisch (Abb. 6.19 unten). Im Contour-Plot (Abb. 6.19 oben) kann jedoch erkannt werden, dass

beide Stahlzähne zwischen den beiden Schnitten nahezu vollständig plastifiziert sind und der eigentlich maßgebende obere Schnitt geringfügig unterhalb von Schnitt 1-1 liegt.

6.3.5.2 Normalspannungen σ_{22}

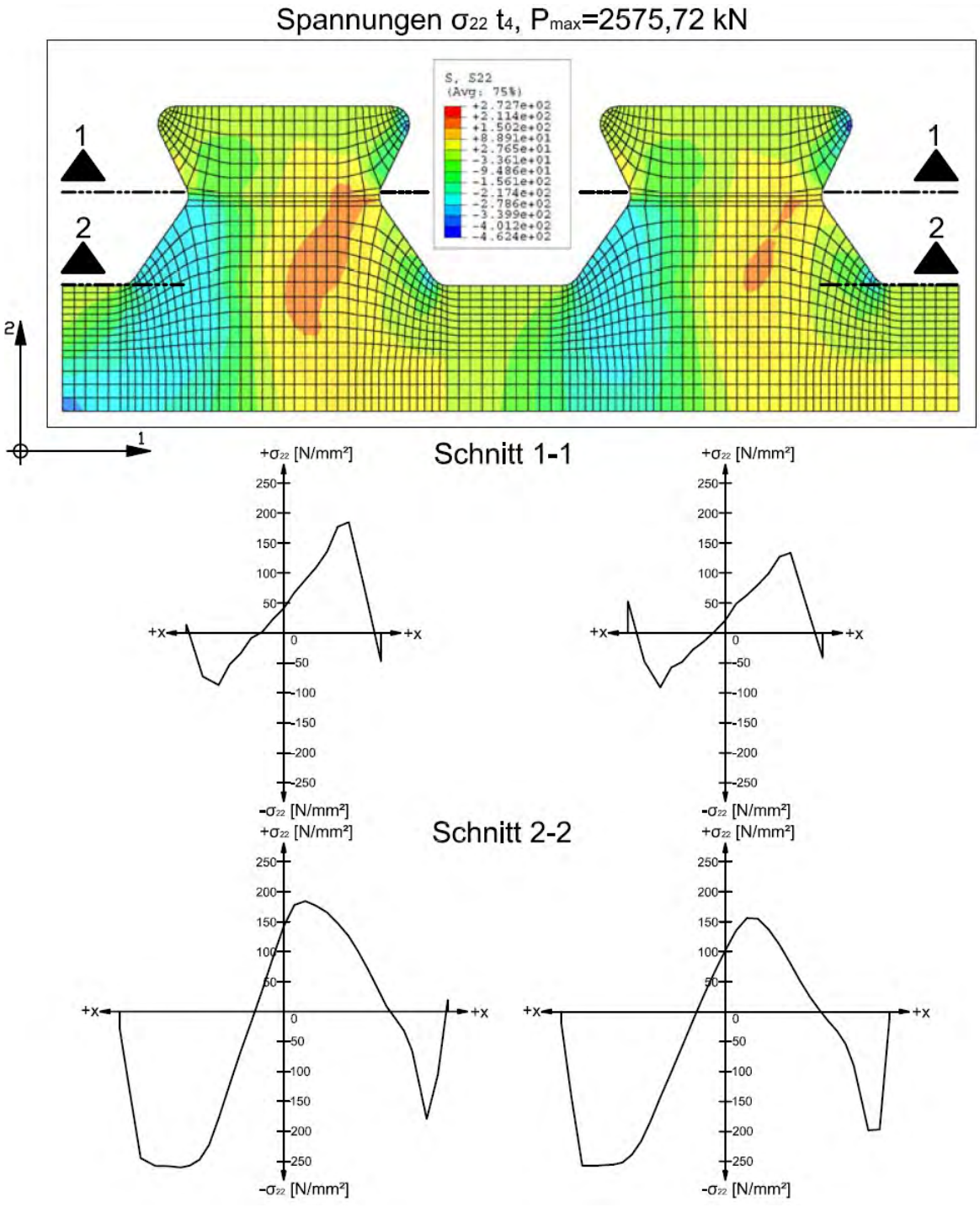


Abb. 6.20 Zeitpunkt t_4 – Spannungen σ_{22}

Unter der Traglast P_{max} schlagen im Schnitt 1-1 die Normalspannungen beider Stahlzähne an den Rändern um (Abb. 6.20). Hierbei handelt es sich jedoch um örtlich begrenzte Phänomene der in der Symmetrieebene liegenden FE-Knoten, die aus den Verformungen der Elemente an den Kontaktflächen resultieren dürften. Im Schnitt 2-2 steigen nur mehr die von der Überdrückung der Zugspannungen verursachten Druckspannungen in den rechten Stahlzahnhälften.

6.3.5.3 Schubspannungen σ_{12}

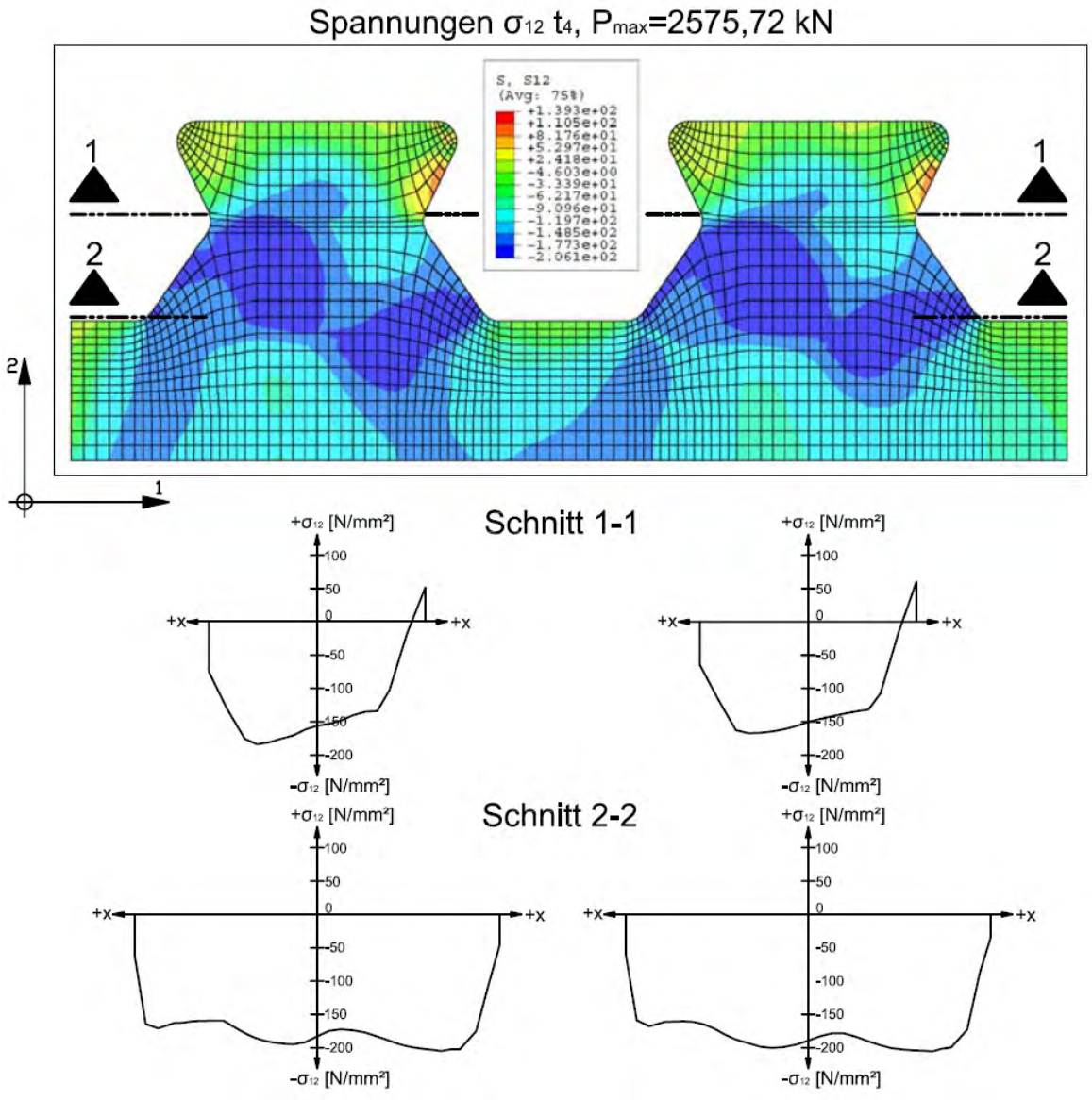


Abb. 6.21 Zeitpunkt t_4 – Spannungen σ_{12}

Wie schon in den vorangegangenen Laststufen erfolgt im Schnitt 1-1 keine Zunahme der Schubspannungen mehr, während die Schubspannungen im Schnitt

2-2 in beiden Stahlzähnen gleichmäßige Verläufe einnehmen (Abb. 6.21). Die Schubspannungen nehmen in Schnitt 2-2 an den Stellen der Nulldurchgänge der Normalspannungsverteilungen annähernd den Wert ein, der der aufnehmbaren Spannung bei reiner Schubbeanspruchung nach *von Mises* entspricht.

6.3.5.4 Verformungen U_2

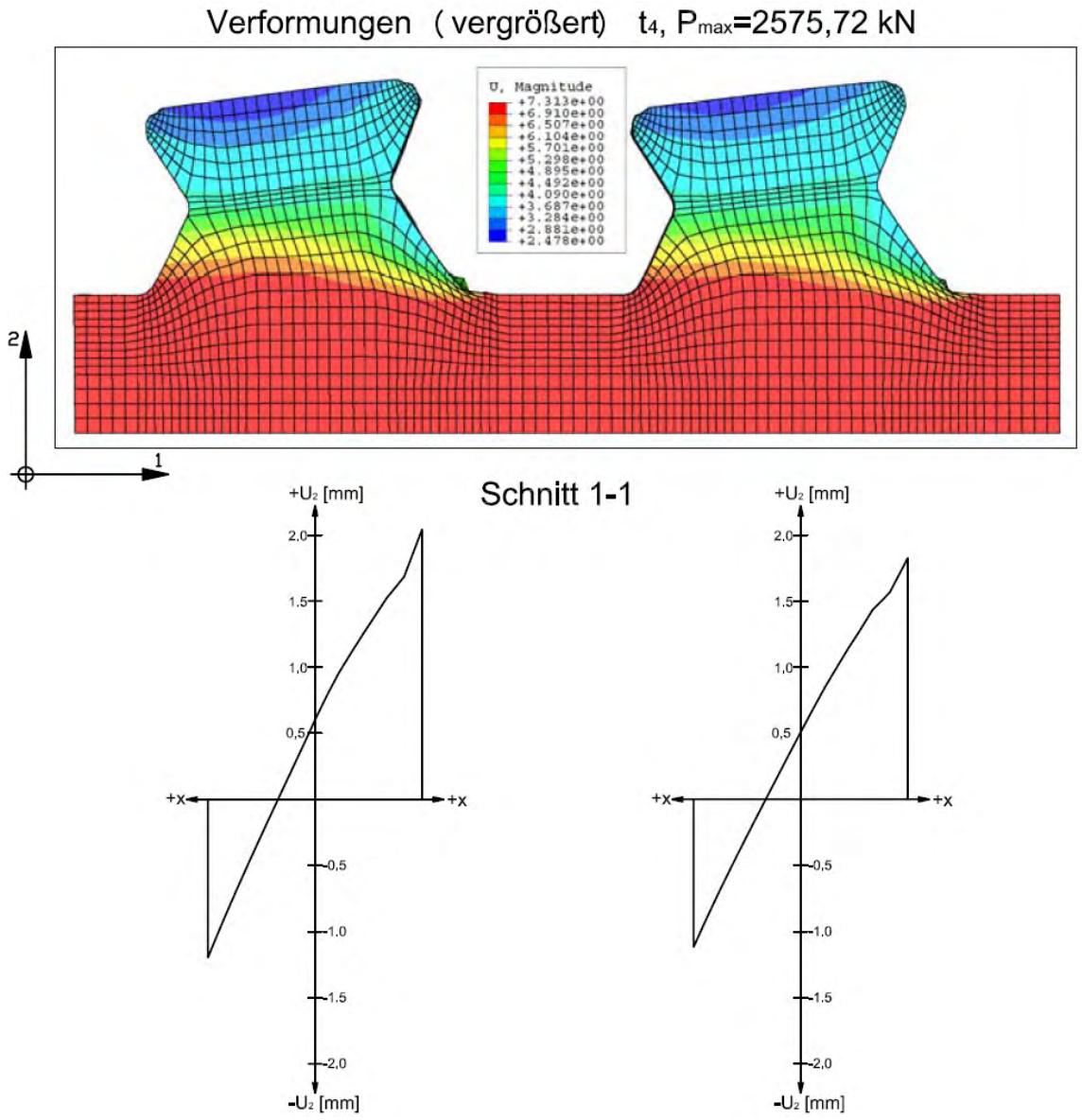


Abb. 6.22 Zeitpunkt t_4 – Verformungen U_2

Die Verformungen der Stahlzähne zeigen unter der Traglast P_{max} zusätzlich zu den Rotations- und Translationsbewegungen der Stahlzähne Verwölbungen der stirnseitigen Kontaktflächen, insbesondere im Bereich der Ausrundungen an den Stahlzahnfüßen (Abb. 6.22).

6.3.6 Spannungen – Zeitpunkt t_5, P=2318,15 kN

Zum Zeitpunkt t_5 der Simulation nimmt das Dübelblech sein charakteristisches Verformungsvermögen von δ_{uk} = 13,38 mm auf. Die Spannungsverläufe in den Stahlzähnen verändern sich im Vergleich zu denen zum Zeitpunkt t_4 kaum, weshalb hier nur die Verläufe der Misesspannungen und der Verformungen abgebildet werden (Abb. 6.23 und Abb. 6.24).

6.3.6.1 Misesspannungen σ_V

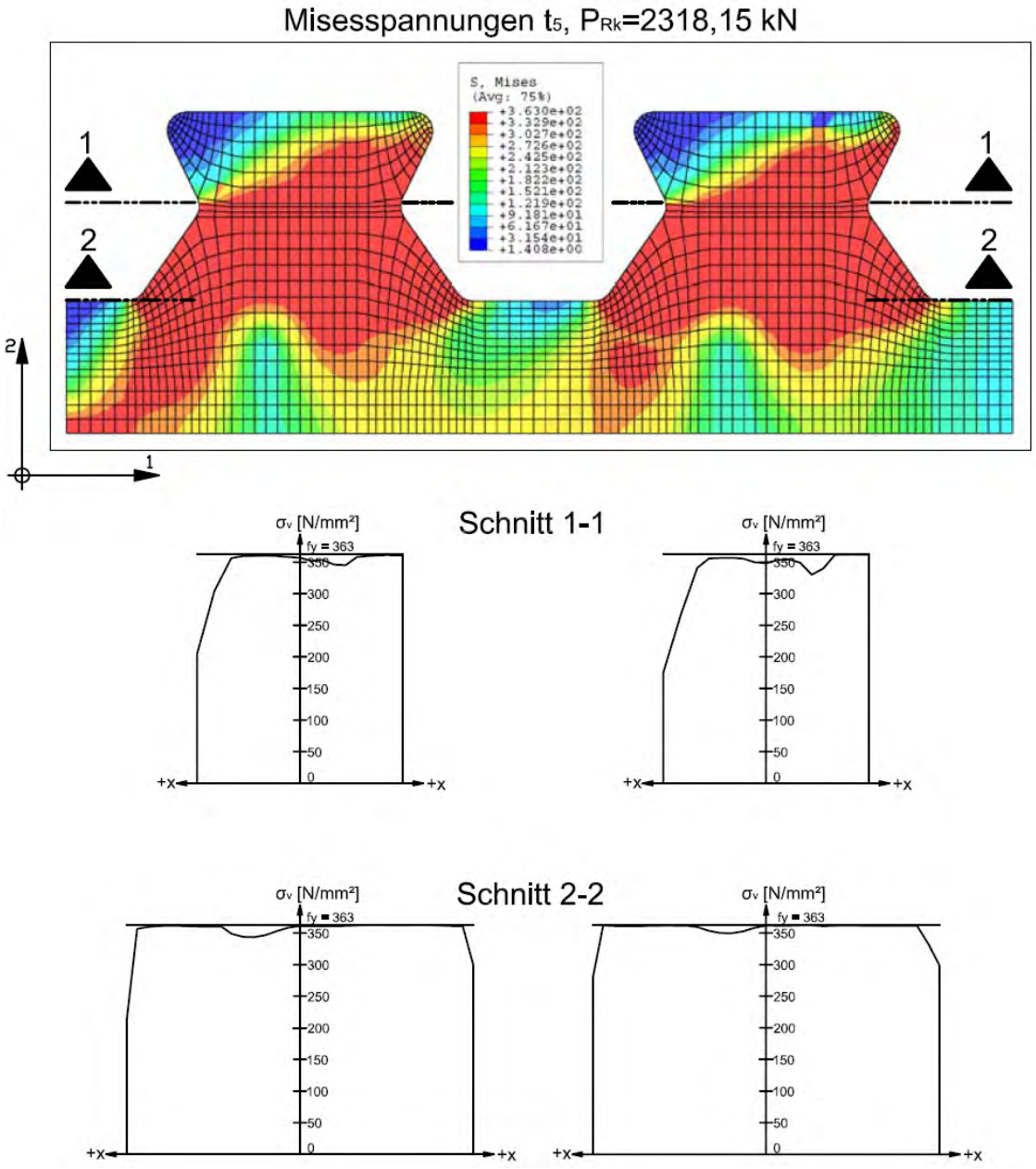


Abb. 6.23 Zeitpunkt t_5 – Misesspannungen σ_V

6.3.6.2 Verformungen U_2

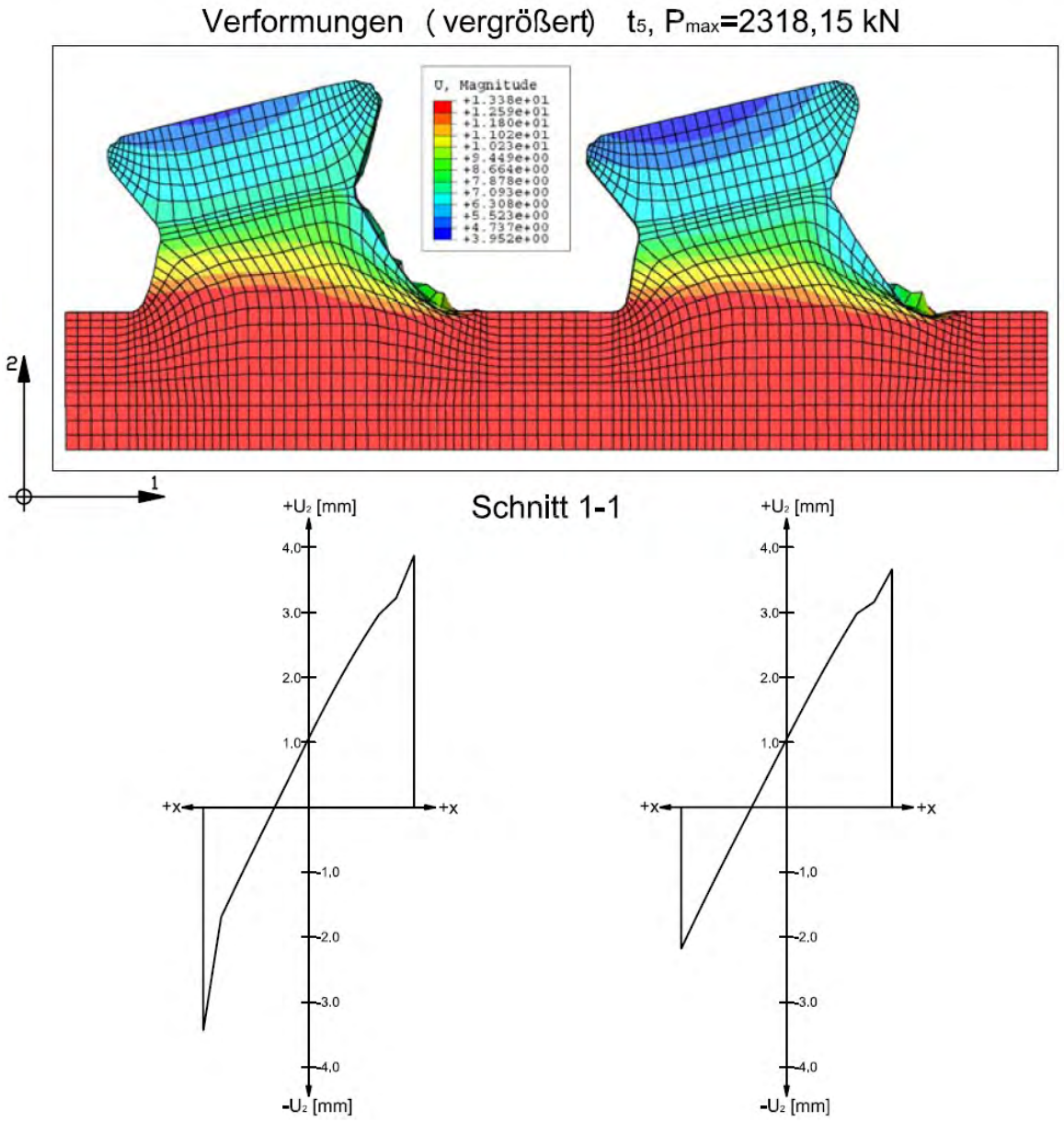


Abb. 6.24 Zeitpunkt t_5 – Verformungen U_2

Die Rotationsbewegungen der Stahlzähne verdoppeln sich im Vergleich zum Zeitpunkt t_4 nahezu (Abb. 6.24). Die Verwölbungen der stirnseitigen Kontaktflächen können nunmehr deutlich erkannt werden. Zusätzlich dazu bilden sich Ausbuchtungen in negativer 2-Richtung an den fußseitigen Ausrundungen der Stahlzähne in den rechten Hälften aus. Diese resultieren daraus, dass die gesamte Versuchslast nur mehr an diesen Stellen aus den Gegenstücken aus Beton in die Stahlzähne eingeleitet wird, da deren oberhalb liegende Teile zu diesem Zeitpunkt bereits zerstaucht sind.

6.3.7 Ermittlung der Längsschubkräfte aus den Schubspannungen im Schnitt 2-2

Die Schubspannungen im Schnitt 2-2 sind von besonderer Bedeutung, da über sie der überwiegende Teil der Längsschubkräfte übertragen wird. Die Annahme ebener Spannungszustände in Längsrichtung des Dübelblechs (σ_{13}= σ_{23}= σ_{33}=0) bei der Spannungsauswertung und die Ausschaltung der Reibung zwischen den Seitenflächen des Dübelblechs und dem umgebenden Beton unterstellen bzw. erzwingen, dass die Kräfte in 1-Richtung nur über die in Abb. 6.25 angegebenen Längsschubkräfte V_1=f(σ_{12}) und V_2=f(σ_{12}) sowie über die fußseitigen Reibungskräfte R_1, R_2 und R_3 übertragen werden können, wobei der Einfluss der Reibungskräfte mit zunehmender Last aufgrund der Abhebung der Betonplatte an Einfluss verliert.

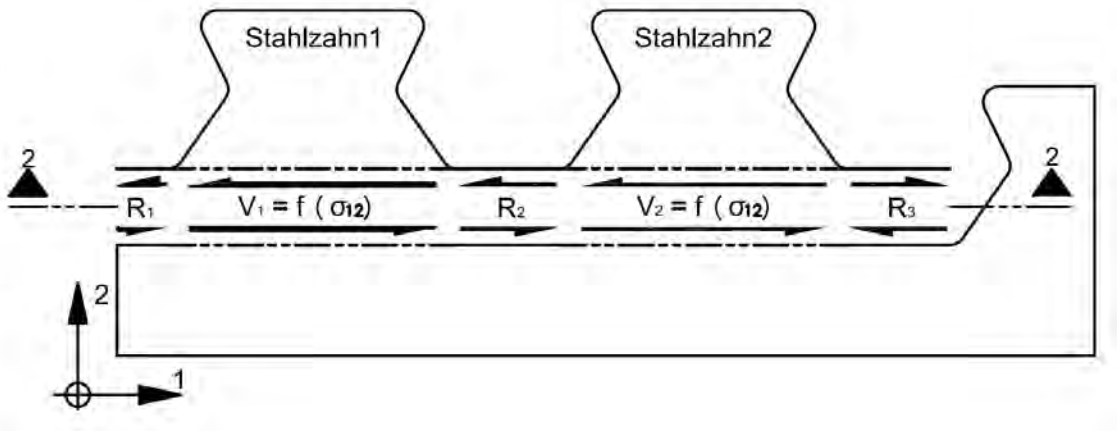


Abb. 6.25 Schnitt 2-2 – Kräfte in 1-Richtung

In der Folge wurden die Längsschubkräfte V_1 und V_2 aus den in den vorangegangen Abschnitten abgebildeten Schubspannungsverläufen im Schnitt 2-2 mittels numerischer Integration ermittelt. Mit den so ermittelten Schubkräften kann zu jedem Zeitpunkt, an dem die Spannungen ausgewertet wurden, angegeben werden, welche Schubkraft pro Stahlzahn übertragen wird und so die Annahme gleicher Schubkräfte in jedem Stahlzahn (Abschnitt 6.2.2) bei Traglast überprüft werden. Weiters kann durch den Vergleich der Schubkräfte in den Stahlzähnen mit der jeweils aktuellen Simulationslast angegeben werden, wie groß der Anteil der fußseitigen Reibungskräfte R_i an der Übertragung der Längsschubkräfte ist. Zuvor muss jedoch für einen Zeitpunkt, an dem die

fußseitige Reibung durch die abgehobene Betonplatte keinen Einfluss mehr hat, überprüft werden, ob tatsächlich zumindest annähernd ebene Spannungszustände vorliegen.

Zeitpunkt	P	V_1	V_2	$2*(V_1+V_2)$	Anteil V	$2*(\sum R_i)$	Anteil R
	[kN]	[kN]	[kN]	[kN]	[%]	[kN]	[%]
t_1	1918,1	503,8	453,2	1914,1	99,79	4,00	0,21
t_2	2318,2	599,4	553,8	2306,4	99,49	11,7	0,51
t_3	2466,7	618,1	609,6	2455,3	99,54	11,4	0,46
t_4	2575,7	638,9	648,4	2574,7	99,96	1,1	0,04
t_5	2318,2	618,8	623,5	2484,6	107,18	0,00	0,00

Tab. 6.2 Schub- und Reibungskräfte im Schnitt 2-2

In Tab. 6.2 sind die Simulationslasten, die Schubkräfte je Stahlzahn und die Summen der Reibungskräfte sowie die jeweiligen prozentuellen Anteile der Schub- und Reibungskräfte an der Kraftübertragung zu den untersuchten Zeitpunkten zusammengefasst.

Folgende Erkenntnisse können aus diesen Ergebnissen gewonnen werden:

- Der Anteil der fußseitigen Reibungskräfte an der Kraftübertragung ist zu allen untersuchten Simulationszeitpunkten vernachlässigbar gering.
- Bis zum Erreichen der charakteristischen Traglast (Zeitpunkt t_2) überträgt der Stahlzahn 1 deutlich größere Längsschubkräfte als der Stahlzahn 2.
- Mit weiter zunehmender Last „überholt“ der Stahlzahn 2 den Stahlzahn 1 bei der Schubkraftübertragung, da der Stahlzahn 1 früher plastifiziert und somit nur mehr geringere Laststeigerungen erfahren kann (die in den vorangegangenen Abschnitten abgebildeten Spannungsverläufe unterstreichen dies).
- Unter der Traglast (Zeitpunkt t_4) wird die gesamte horizontal angreifende Simulationslast über die Schubspannungen σ_{12} übertragen (Tab. 6.2), die Schubspannungen σ_{13} sind vernachlässigbar klein und die Annahme von ebenen Spannungszuständen ist bis zu diesem Zeitpunkt zutreffend.
- Unter der Traglast überträgt der Stahlzahn 2 eine um ca. 10 kN größere Längsschubkraft als der Stahlzahn 2. Die in Abschnitt 6.2.2 angegebene

mittlere Last pro Stahlzahn von $V_{L,i}$=643,9 kN erfasst somit die Traglasten beider Stahlzähne mit einer Abweichung von weniger als +/-1% und kann als Traglast eines Stahlzahnes weiterverwendet werden.

- Zum Zeitpunkt t_5 ist die Summe der Schubkräfte im Schnitt 2-2 größer als die aktuelle Simulationslast. Reibungskräfte können keine mehr übertragen werden, da an den fußseitigen Kontaktflächen aufgrund der Abhebung der Betonplatte kein Kontakt mehr vorliegt. Die Ursache für dieses Phänomen dürfte darin liegen, dass infolge der fortgeschrittenen plastischen Verformungen der Stahlzähne und hierbei insbesondere infolge der Verwölbungen der stirnseitigen Kontaktflächen und der Ausbuchtungen in den fußseitigen Ausrundungen (Abb. 6.24) keine ebenen Spannungszustände mehr vorliegen.

Unter den gegebenen M-N-V-Beanspruchungen überträgt ein Stahlzahn unter der Traglast mit der durch die Spannungsauswertung verifizierten Schubkraft von $V_{L,i}$=643,9 kN im Schnitt 2-2 84,4% der Schubkraft V_{max}, die unter reiner Schubbeanspruchung nach *von Mises* zum fließen des Querschnitts führen würde.

$$V_{max} = \frac{f_y}{\sqrt{3}} = 762{,}9 \text{ kN} \qquad \text{Gl. (6.1)}$$

Da beide Stahlzähne im Schnitt 2-2 nahezu vollständig plastische Verteilungen der Misesspannungen aufweisen (Abb. 6.19), wird also der übrig bleibende Anteil von den M-N-Beanspruchungen voll ausgenutzt.

Sollten sich diese Erkenntnisse in weitergehenden Untersuchungen bestätigen, so könnte künftig die Ermittlung der Grenzschubkraft eines Stahlzahnes mit der Geometrie „Krone Lang“ in Anlehnung an die Ermittlung der Grenzscherkraft von Kopfbolzendübeln gemäß [1] wie folgt angegeben werden:

$$P_{Rd} = 0{,}84 \times \frac{f_y}{\sqrt{3}} \times b_D \times l_F \times \frac{1}{\gamma_v} \qquad \text{Gl. (6.2)}$$

Hierin bedeuten:

f_y…Streckgrenze d. Baustahles γ_v…Teilsicherheitsbeiwert im ULS

b_D…Breite des Dübelblechs l_F…Länge des Dübelzahnfußes im Schnitt 2-2

6.4 Tragmodell für das FE-Modell „Krone Lang“ – Serie 2

6.4.1 Allgemeines

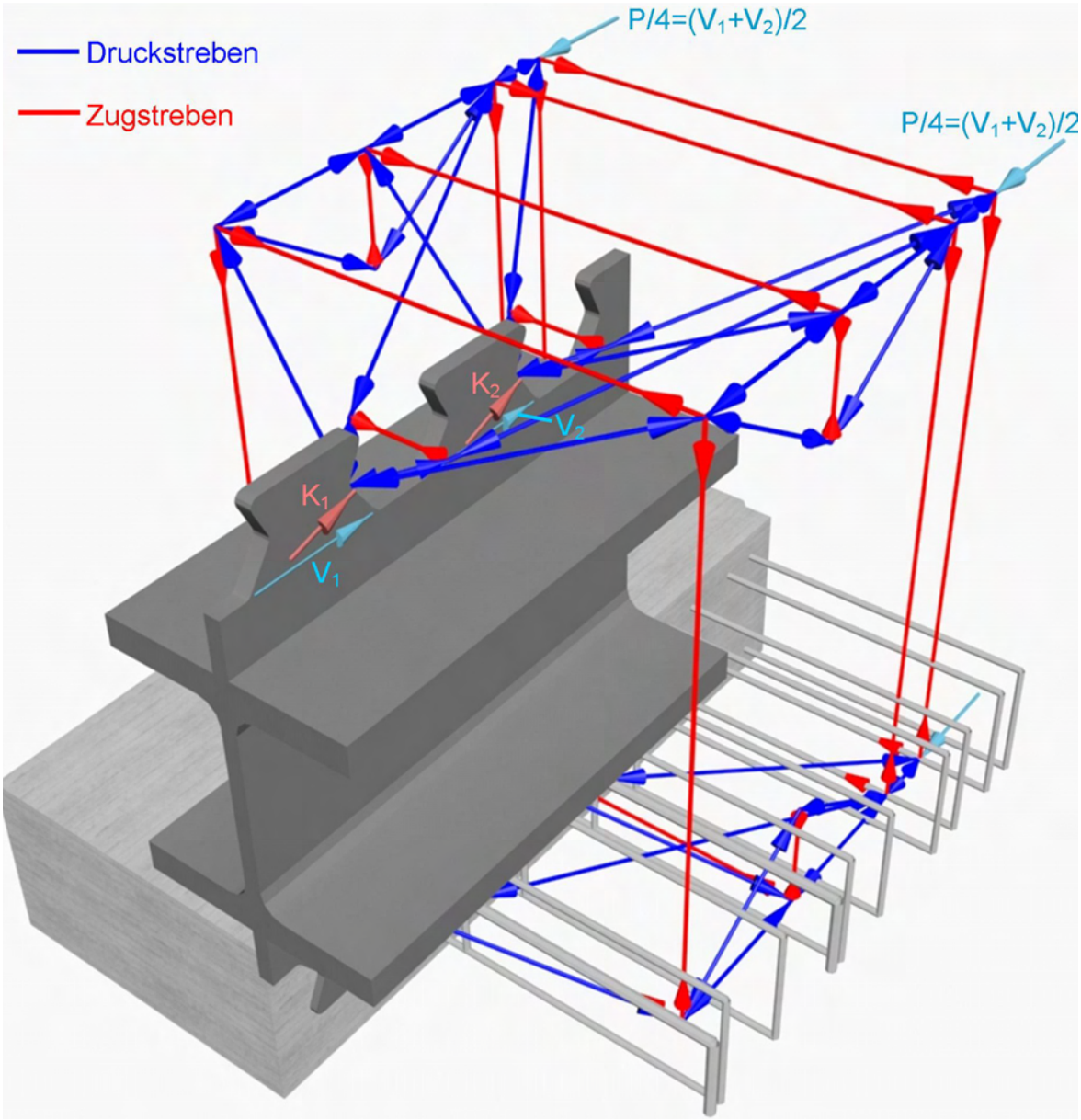


Abb. 6.26 Tragmodell „Krone Lang“ – Gesamtsystem

Abb. 6.26 zeigt das aus Zug- und Druckstreben bestehende Tragmodell, dass aus den Ergebnissen der numerischen Simulation des FE-Modells „Krone Lang“ – Serie 2 abgeleitet werden konnte, wobei in der unteren Hälfte (rechts) die Bewehrung mit abgebildet ist, die zur Bildung der Zugstreben berücksichtigt wurde.

Die Bezeichnungen der Streben und Knoten können den Abb. 6.27 (Perspektive), Abb. 6.28 (oben) und Abb. 6.29 (seitlich) entnommen werden. Aus Gründen der Übersichtlichkeit wird nur jeweils das Viertel des Tragmodells abgebildet, das dem in ABAQUS modellierten Viertel des Prüfkörpers entspricht. Die Knoten des Tragmodells sind in der Reihenfolge nummeriert, in der die Zug- und Druckkräfte berechnet werden können (Abschnitt 6.4.3)

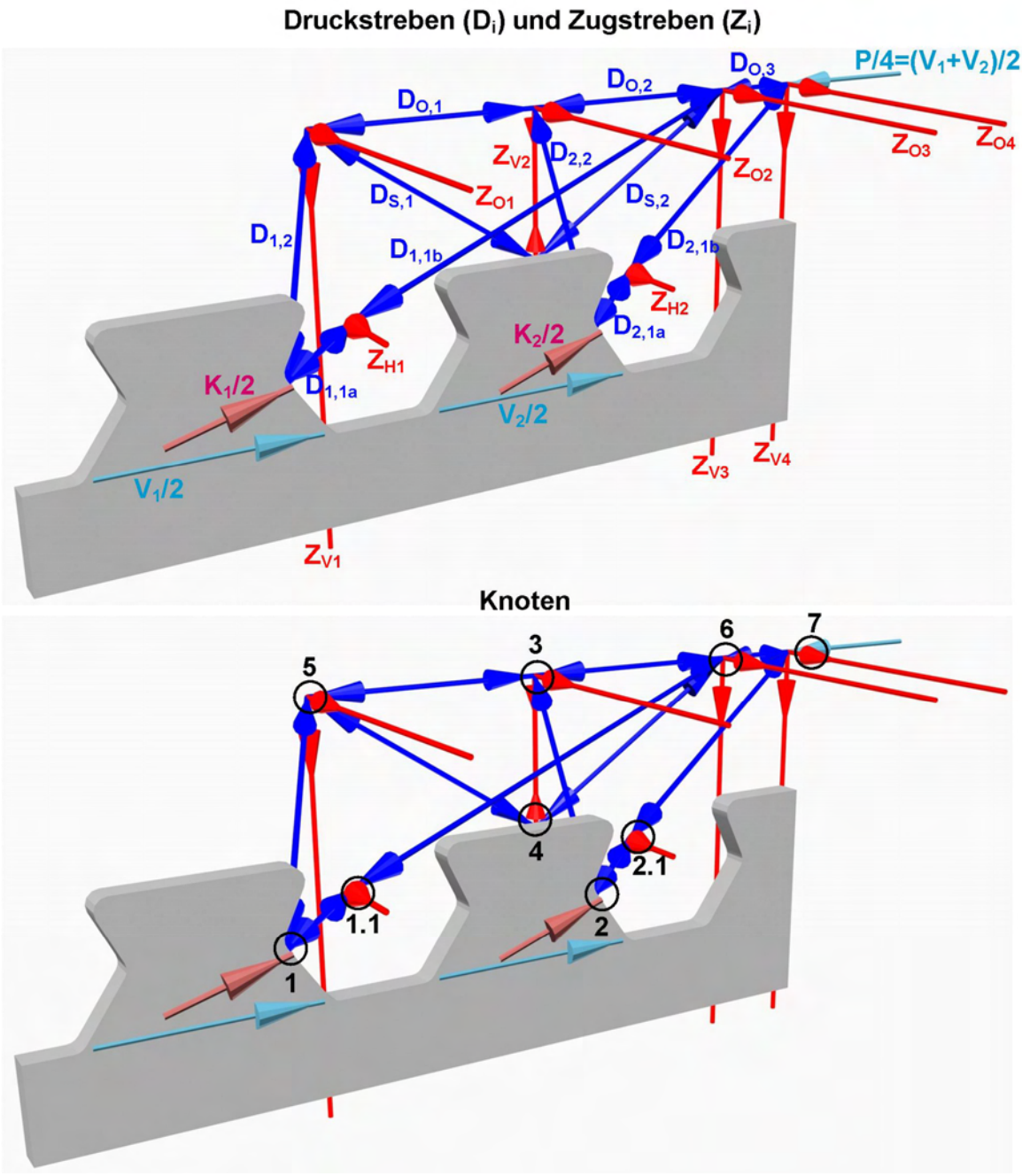


Abb. 6.27 Tragmodell „Krone Lang“ – Perspektive, Bezeichnungen

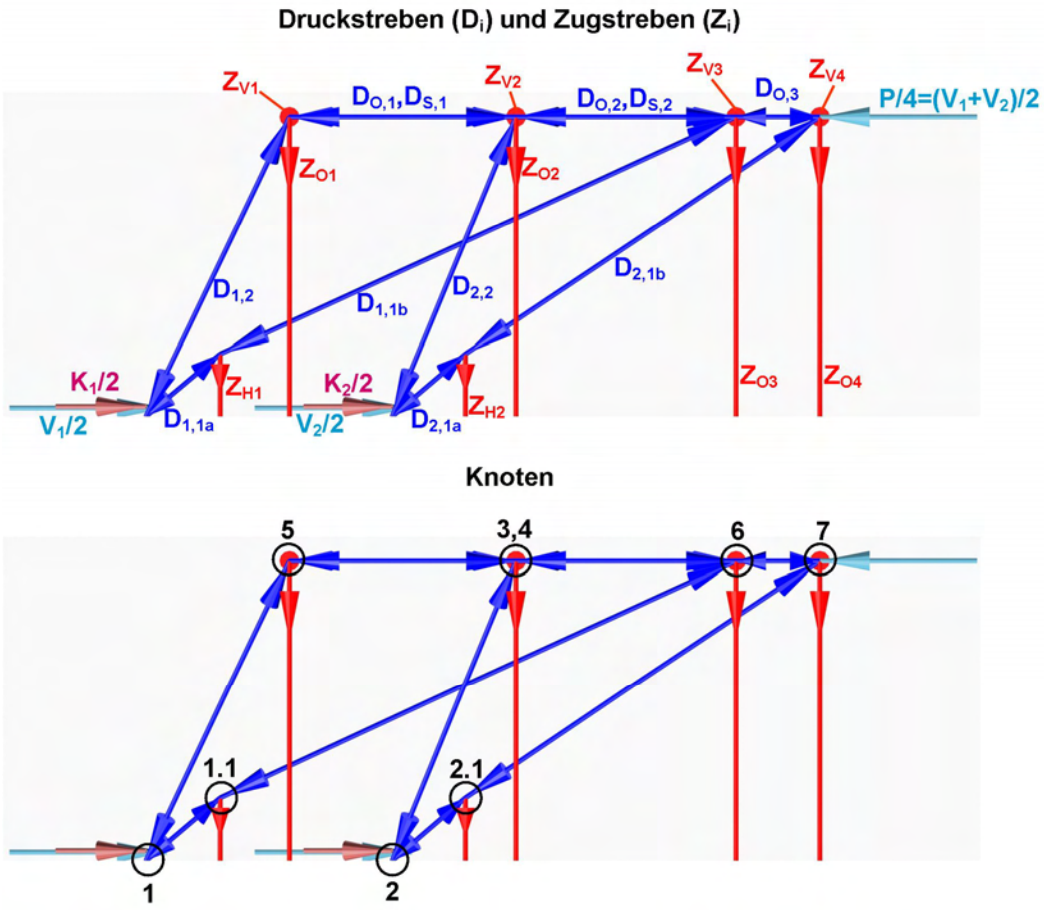


Abb. 6.28 Tragmodell „Krone Lang“ – oben, Bezeichnungen

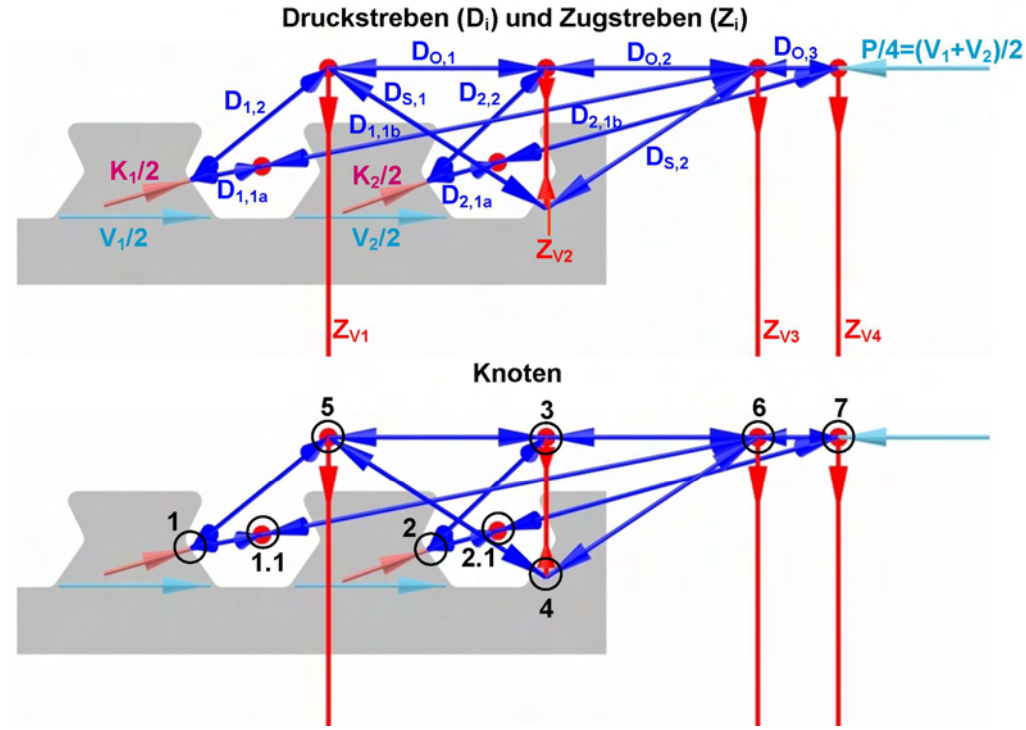


Abb. 6.29 Tragmodell „Krone Lang“ – seitlich, Bezeichnungen

Durch dieses Tragmodell kann das Tragverhalten des durch das FE-Modell abgebildeten Prüfkörpers wie folgt beschrieben werden:

Über die Verschiebung des Stahlträgers wird die Versuchslast P in den Prüfkörper eingetragen und teilt sich wie in Abschnitt 6.3.7 (Tab. 6.2) ermittelt auf Schubkräfte in den vier tragenden Stahlzähnen auf (V_1, V_2). Diese Schubkräfte führen zu resultierenden Kontaktkräften (K_1, K_2) an den stirnseitigen Kontaktflächen zwischen den Stahlzähnen und dem umgebenden Beton. Durch die Krafteinleitung in den Beton bilden sich in den Ausnehmungen an beiden Stahlzähnen jeweils zwei Betondruckstreben aus ($D_{i,1a}$, $D_{i,2}$) Diese Druckstreben werden in der Folge als primäre Druckstreben bezeichnet, da die Krafteinleitung direkt durch die Stahlzähne erfolgt. Die Druckstreben $D_{i,1a}$ schneiden die in den Ausnehmungen eingelegten Bewehrungshaken (Pos. 5 gemäß Anhang A), verursachen in diesen Zugkräfte ($Z_{H,i}$) und werden ohne die vertikale Neigung zu verändern unterspannt. Die horizontale Neigung der Druckstreben ($D_{i,1b}$), die in Richtung Auflager weiterlaufen, wird durch die Zugkräfte in den Bewehrungshaken flacher. In den Auflagersockeln schneiden die Druckstreben $D_{i,1b}$ die dort eingelegten Bewehrungsbügel (Pos. 1) und verursachen in deren oberen horizontalen Schenkeln Zugkräfte ($Z_{O,3}$, $Z_{O,4}$). Die vertikalen Anteile der Druckstrebenkräfte (Z_{V3}, Z_{V4}) werden von den Ankern (Anker 2 gem. Abb. 3.2) aufgenommen. Die Druckstreben $D_{1,2}$ am Stahlzahn 1 verlaufen schräg in Richtung der oberen Außenkanten des Betongurtes, schneiden dort die Anker (Anker 1 gem. Abb. 3.2) und verursachen in diesen Zugkräfte ($Z_{V,1}$). Die Zugkräfte quer zum Dübelblech werden von den oberen horizontalen Schenkeln der Bügel (Pos. 2) aufgenommen ($Z_{O,1}$). Die übrig bleibenden Anteile der Druckstreben $D_{1,2}$ laufen parallel zur Kante der Betonplatte in Richtung der Auflagerpunkte ($D_{O,1}$). Die Druckstreben $D_{2,2}$, die sich am Stahlzahn 2 ausbilden, verlaufen ähnlich wie die Drucktreben $D_{1,2}$ in Richtung der oberen Außenkanten des Betongurtes und leiten dort Zugkräfte ($Z_{O,2}$) in die Bügel (Pos. 2) ein. Da an diesen Stellen keine Anker vorhanden sind, müssen die durch die Druckstreben entstehenden vertikalen Zugkräfte ($Z_{V,2}$) von den äußeren vertikalen Schenkeln der Bügel (Pos. 2) aufgenommen werden. Durch diese Zugkräfte stellen sich sekundäre Druckstreben ein ($D_{S,1}$, $D_{S,2}$). Die

übrig bleibenden Anteile der Druckstreben $D_{2,2}$ verlaufen parallel zu den Außenkanten des Betongurtes in Richtung Auflager ($D_{O,1}$, $D_{O,2}$).

In der Folge wird nun beschrieben, wie das Tragmodell aus den Simulationsergebnissen abgeleitet werden konnte.

6.4.2 Modellbildung

6.4.2.1 Kontaktkräfte

Zunächst mussten die resultierenden Kontaktkräfte K_1 und K_2 bestimmt werden. Zu diesem Zweck wurden die Kontaktnormalkräfte (Variable CFN) und Kontaktreibungskräfte (Variable CFS) an den stirnseitigen Kontaktflächen zwischen den Stahlzähnen und dem umgebenden Beton ausgewertet. Dies geschah unter der Annahme, dass die gesamten Schubkräfte nur an den in Abb. 6.30 farblich gekennzeichneten Bereichen in den Beton eingeleitet werden.

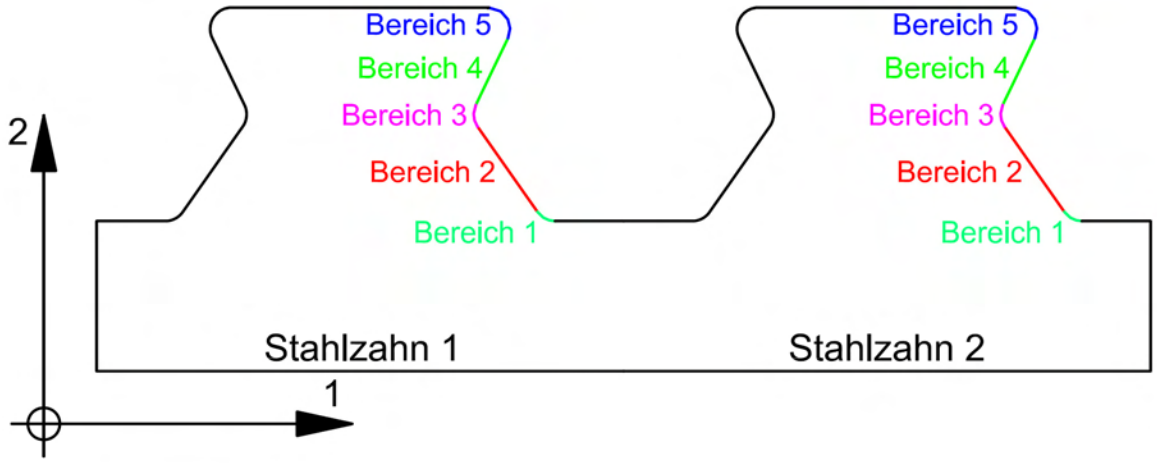


Abb. 6.30 Krafteinleitungsbereiche

Anschließend wurden die aus den Reibungskomponenten und den Normalkomponenten der Kontaktkräfte resultierenden Kontaktkräfte je FE-Knoten zusammengesetzt und aus diesen mittels Kraft- und Seilecken die Wirkungslinien und Größen von K_1 und K_2 bestimmt. Zur besseren Übersichtlichkeit wurde die grafische Ermittlung von K_1 und K_2 in zwei Schritte aufgeteilt. Im ersten Schritt wurden die Wirkungslinien und Größen der Kontaktkräfte je Krafteinleitungsbereich bestimmt. (Abb. 6.31). Die Größen der Kontaktkräfte (R_i) und der

jeweiligen Reibungskomponenten (T_i) und Normalkomponenten (N_i) können Tab. 6.3 entnommen werden.

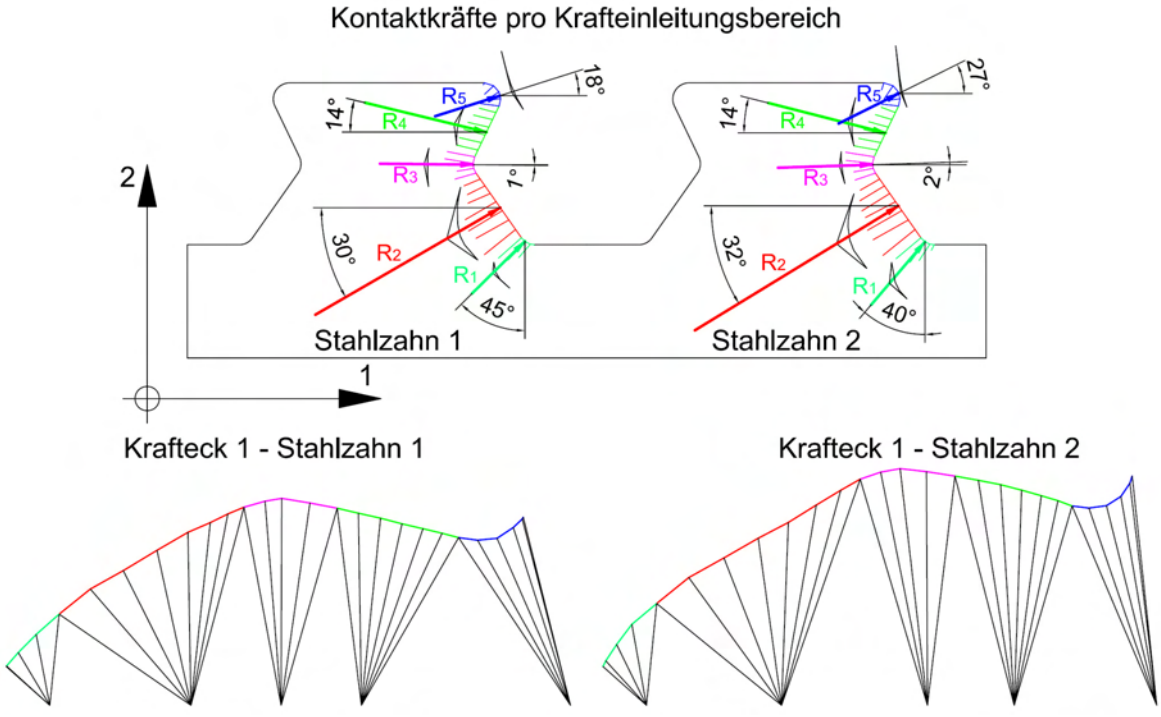


Abb. 6.31 Kontaktkräfte je Krafteinleitungsbereich – Krafteck 1

	Stahlzahn 1			Stahlzahn 2		
	N_i [kN]	T_i [kN]	R_i [kN]	N_i [kN]	T_i [kN]	R_i [kN]
Bereich 1	45,5	5,9	45,9	50,9	4,7	51,1
Bereich 2	131,2	11,1	131,7	146,8	8,9	147,0
Bereich 3	57,3	3,7	57,4	58,3	1,3	58,3
Bereich 4	75,2	15,9	76,9	73,0	14,6	74,5
Bereich 5	41,6	3,7	41,8	41,2	4,4	41,4

Tab. 6.3 Kontaktnormalkräfte (N_i), Kontaktreibungskräfte (T_i) und resultierende Kontaktkräfte (R_i) je Krafteinleitungsbereich

Im zweiten Schritt wurden aus den Kontaktkräften je Krafteinleitungsbereich die resultierenden Kontaktkräfte je Stahlzahn zusammengesetzt (Abb. 6.32). Aus den Kraftecken (Abb. 6.32 unten) können die vertikalen Neigungswinkel der resultierenden Kontaktkräfte je Stahlzahn und deren Größen von $K_1/2$=331,5 kN und $K_2/2$=346,5 kN abgelesen werden. Die von den Stahlzähnen eingeleiteten Schubkräfte (V_i) ergeben sich aus den horizontalen Anteilen der Kontaktkräfte,

wenn diese verdoppelt werden, da nur das halbe Dübelblech modelliert und ausgewertet wurde.

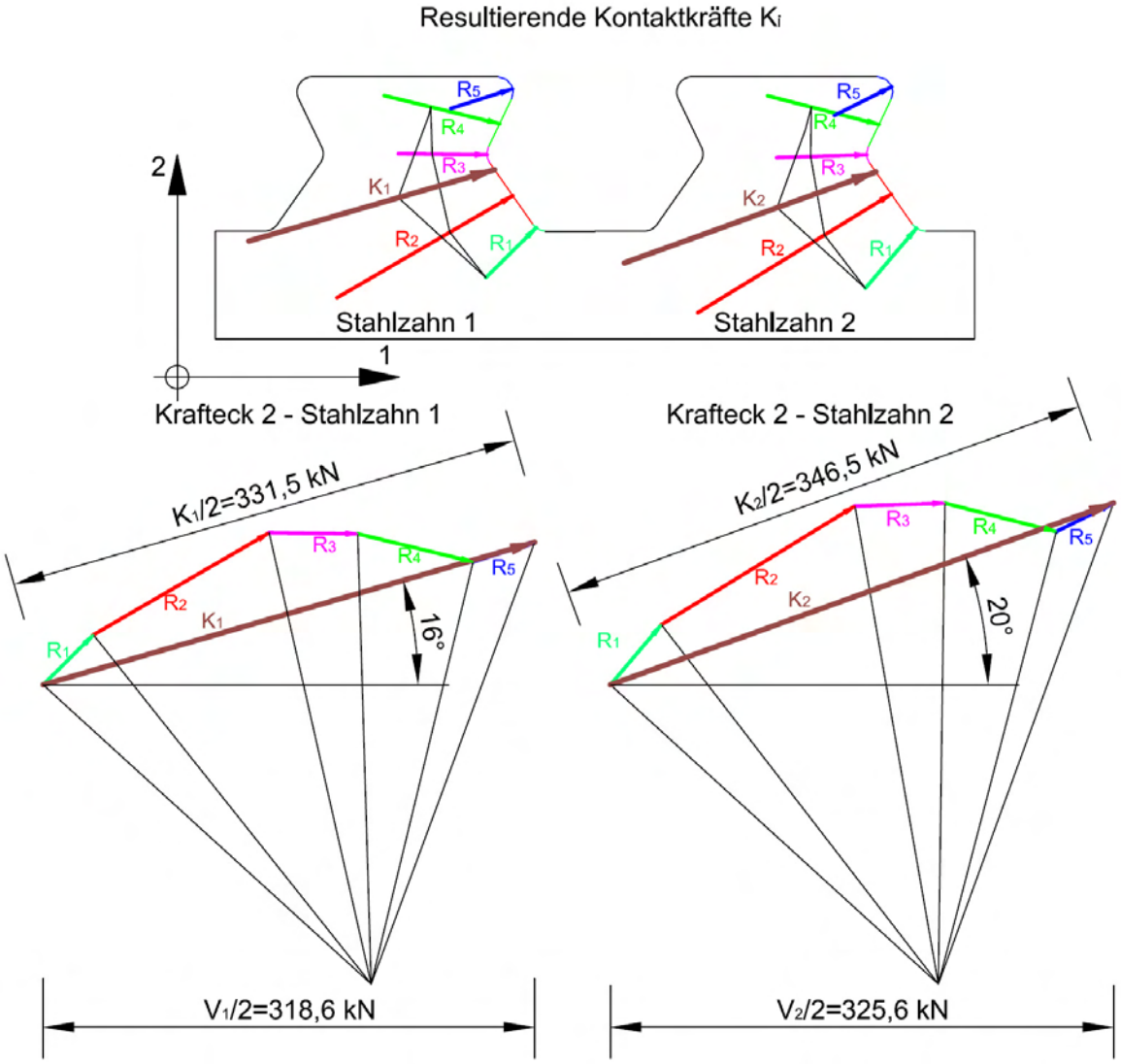


Abb. 6.32 Resultierende Kontaktkräfte je Stahlzahn – Krafteck 2

Somit ergeben sich über die Neigungswinkel von 16° bzw. 20° Schubkräfte von V_1=637,2 kN aus Stahlzahn 1 und V_2= 651,2 kN aus Stahlzahn 2, die in den Beton eingeleitet werden. Der Vergleich dieser Schubkräfte mit den aus den Schubspannungen ermittelten Schubkräften von V_1=638,9 kN und V_2=648,4 kN (siehe Abschnitt 6.3.7, Tab. 6.2) bestätigt die Annahme, dass die Krafteinleitung in den Beton nur über die in Abb. 6.30 farblich hervorgehobenen Bereiche erfolgt.

6.4.2.2 Primäre Druckstreben

Durch die Auswertung der Hauptdruckspannungstrajektorien in einem Vertikalschnitt durch die vertikale Symmetrieebene (Ebene 1-2) des Betongurtes ist deutlich zu erkennen, dass sich durch die Krafteinleitung aus den Stahlzähnen (K_1, K_2) im umgebenden Beton jeweils zwei Druckstreben einstellen ($D_{i,1a}$, $D_{i,2}$). Die vertikalen Neigungen dieser Druckstreben konnten in diesem Schnitt näherungsweise bestimmt werden (Abb. 6.33).

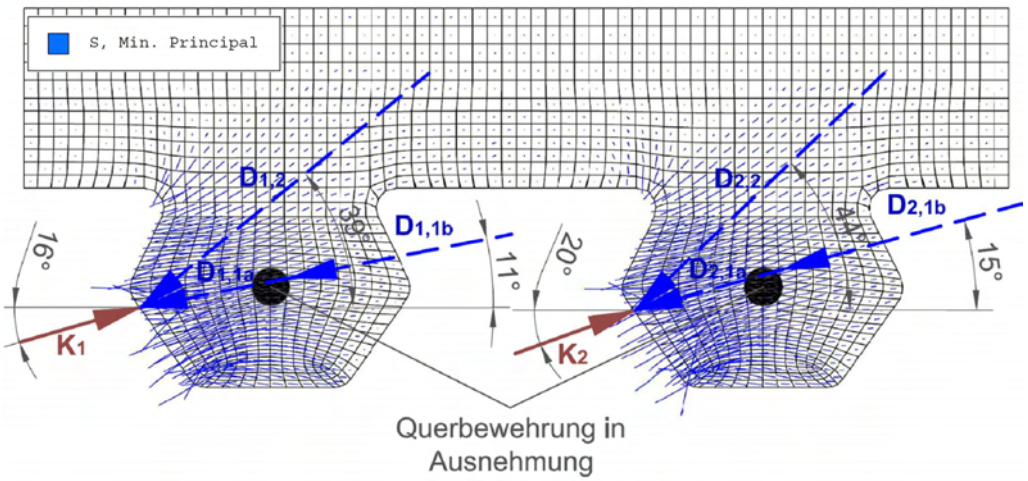


Abb. 6.33 Hauptdruckspannungstrajektorien – Vertikalschnitt

In Abb. 6.33 wird auch deutlich, dass die flacher geneigten Druckstreben ($D_{1,1a}$, $D_{2,1a}$) die jeweils in die Ausnehmung des Dübelblechs eingelegten Bewehrungshaken (Pos. 5 gemäß Anhang A) schneiden.

In weiterer Folge wurden die horizontalen Neigungen der Druckstreben bestimmt, indem die Haupdruckspannungen und die Hauptdruckspannungstrajektorien in Schrägschnitten durch den Betongurt (gemäß Abb. 6.34) ausgewertet wurden (Abb. 6.35 bis Abb. 6.38).

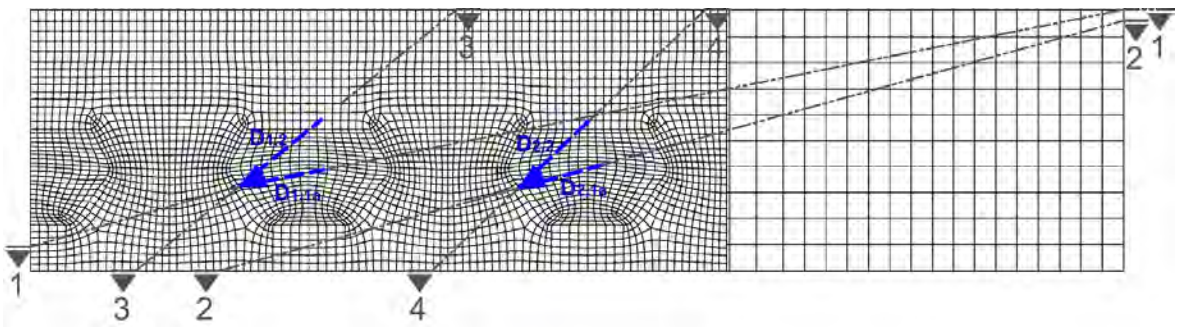


Abb. 6.34 Schrägschnitte durch den Betongurt – Ebene 1-2

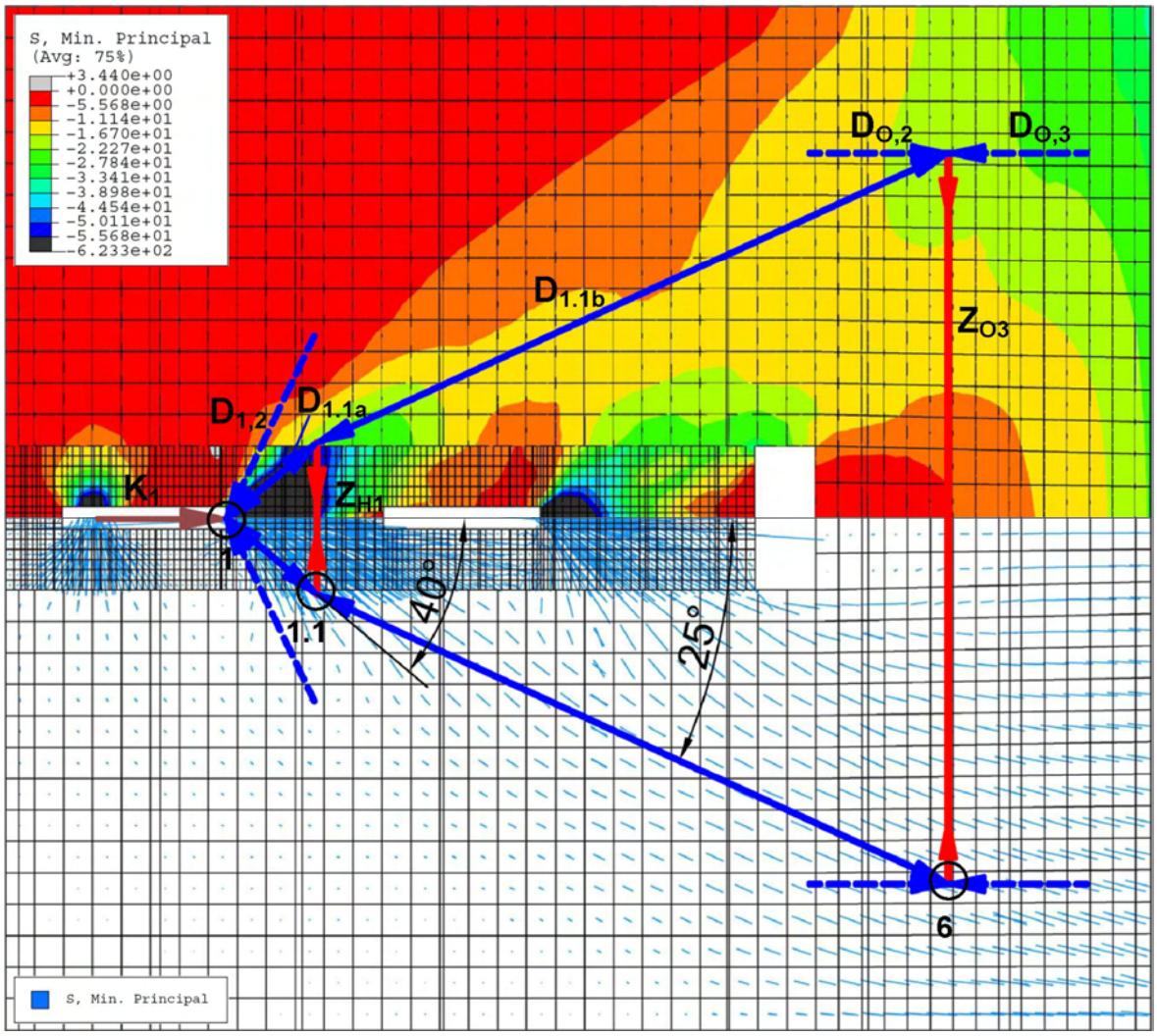


Abb. 6.35 Schnitt 1-1 – Hauptdruckspannungen (oben) und Hauptdruckspannungstrajektorien (unten)

In Abb. 6.35 und Abb. 6.36 kann erkannt werden, dass sich die Druckstreben $D_{1,1a}$ und $D_{2,1a}$ mit horizontalen Neigungswinkeln von etwa 40° ausbreiten. Durch die in die Bewehrungshaken (Pos. 5) eingeleiteten Zugkräfte wird die Neigung der Druckstreben ($D_{1,1b}$ und $D_{2,1b}$) flacher. Weiters kann erkannt werden (Abb. 6.35 und Abb. 6.36 unten), dass die Hauptdruckspannungstrajektorien im Bereich des Auflagersockels annähernd parallel zum Rand der Betonplatte verlaufen, woraus auf die Druckstrebe $D_{O,3}$ geschlossen werden kann. Die Lage der Druckstreben $D_{O,1}$, $D_{O,2}$ und $D_{O,3}$ konnte bestimmt werden, indem die Kontaktpressungen am Auflager ausgewertet (Abb. 6.37), die Lage der resultierenden Auflagerkraft bestimmt (Variablen *Center of total force due to contact pressure* XN2, XN3) und deren Wirkungslinie mit den Druckstreben $D_{1,1b}$ und $D_{2,1b}$ verschnitten wurden.

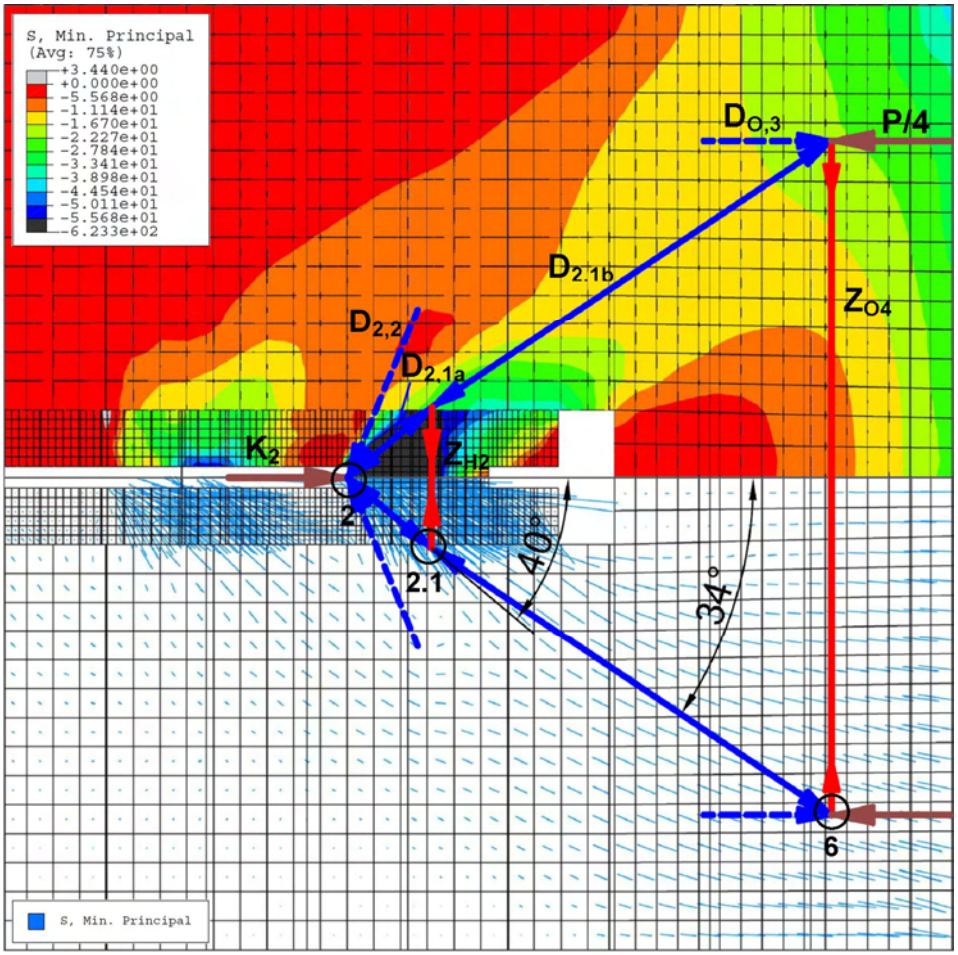


Abb. 6.36 Schnitt 2-2 – Hauptdruckspannungen (oben) und Hauptdruckspannungstrajektorien (unten)

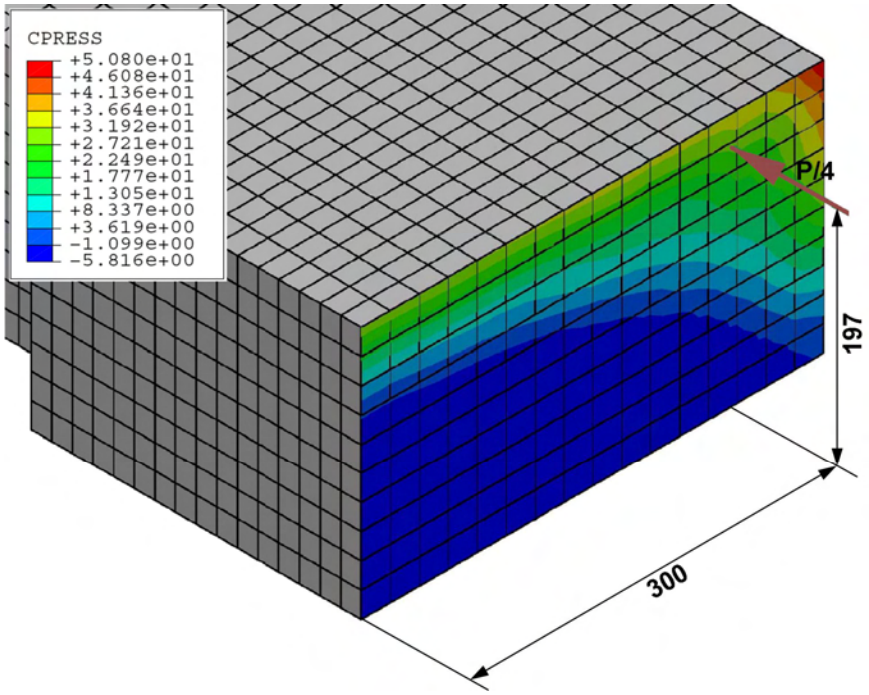


Abb. 6.37 Kontaktpressungen am Auflager und Auflagerkraft

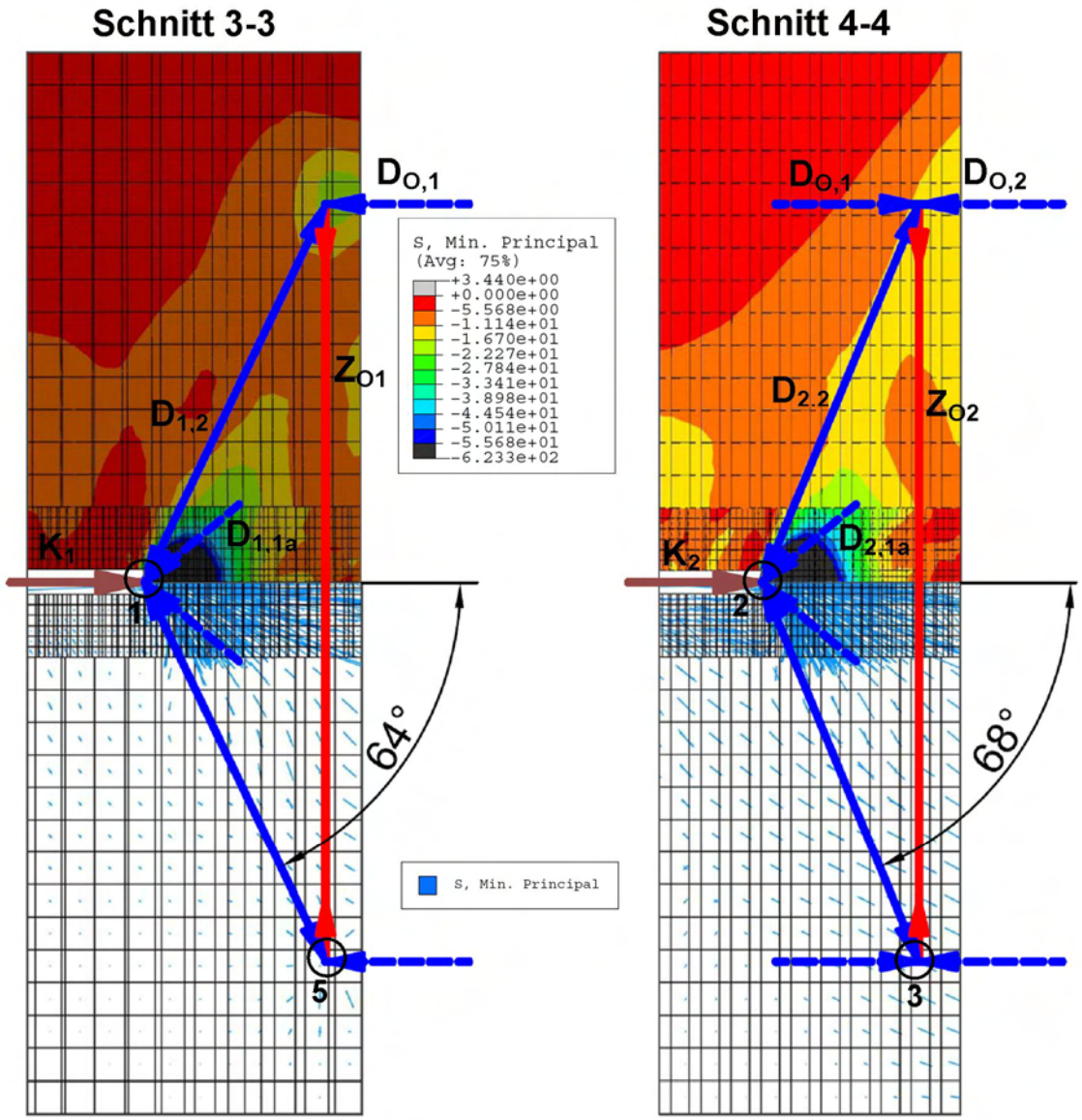


Abb. 6.38 Schnitt 3-3 (links), Schnitt 4-4 (rechts) – Hauptdruckspannungen (oben) und Hauptdruckspannungstrajektorien (unten)

Anhand von Abb. 6.38 konnten schließlich die Druckstreben $D_{1,2}$ (links) und $D_{2,2}$ (rechts) identifiziert und ihre horizontalen Neigungswinkel bestimmt werden.

Nachdem die horizontalen Neigungen der primären Druckstreben bestimmt werden konnten, wurden die Hauptdruckspannungen und Hauptdruckspannungstrajektorien in weiteren Schrägschnitten (gemäß Abb. 6.39) durch den Betongurt ausgewertet (Abb. 6.40 bis Abb. 6.43). In diesen Schnitten konnten die in Abb. 6.33 angenommenen vertikalen Neigungswinkel der Druckstreben bestätigt werden.

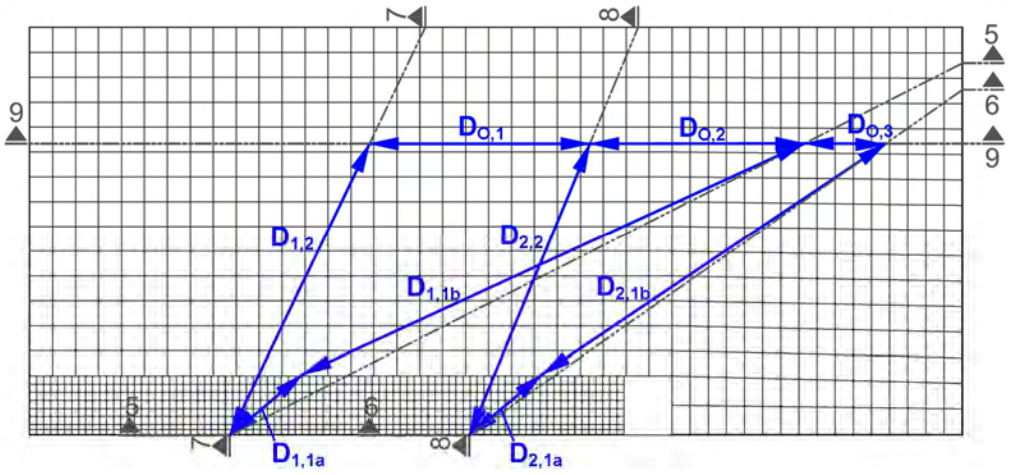


Abb. 6.39 Schrägschnitte durch den Prüfkörper – Ebene 1-3

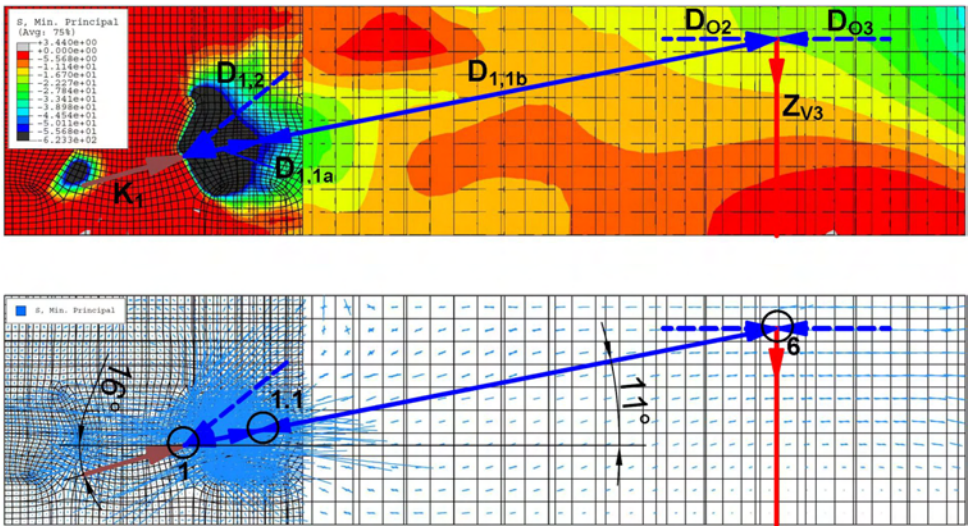


Abb. 6.40 Schnitt 5-5 – Hauptdruckspannungen (oben) und Hauptdruckspannungstrajektorien (unten)

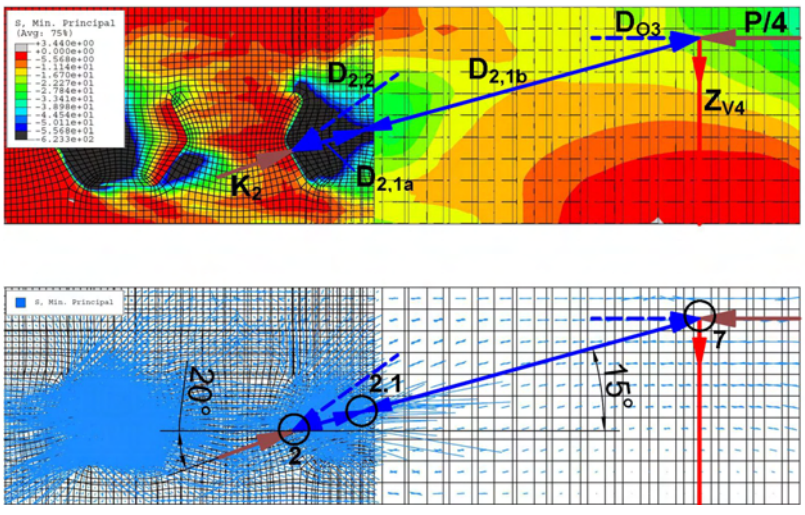


Abb. 6.41 Schnitt 6-6 – Hauptdruckspannungen (oben) und Hauptdruckspannungstrajektorien (unten)

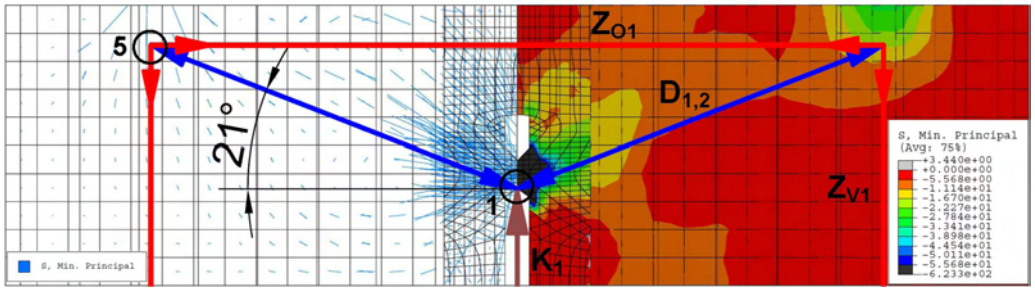


Abb. 6.42 Schnitt 7-7 – Hauptdruckspannungen (rechts) und Hauptdruckspannungstrajektorien (links)

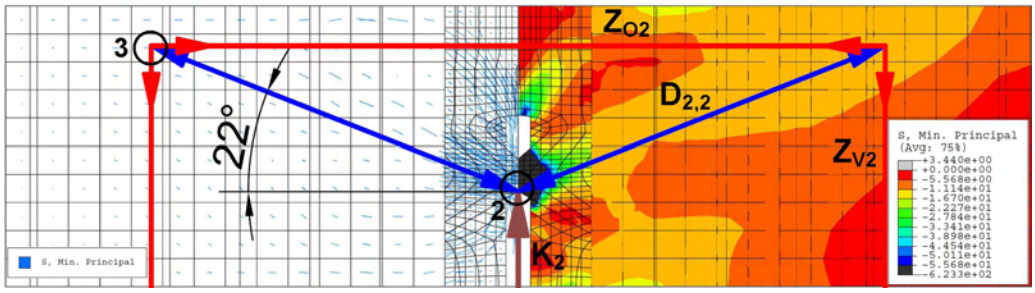


Abb. 6.43 Schnitt 8-8 – Hauptdruckspannungen (rechts) und Hauptdruckspannungstrajektorien (links)

6.4.2.3 Sekundäre Druckstreben

Wie bereits beschrieben (Abschnitt 6.4.1), verursachen die Druckstreben $D_{2,2}$, die sich am Stahlzahn 2 ausbilden, Zugkräfte ($Z_{V,2}$) in den äußeren vertikalen Schenkeln der Bügel (Pos. 2). Diese Zugkräfte führen dazu, dass sich im Betongurt sekundäre Druckstreben ($D_{S,1}$, $D_{S,2}$) ausbilden. Um diese zu identifizieren, wurden die Hauptdruckspannungen und Hauptdruckspannungstrajektorien in einem Schnitt (Schnitt 9-9 gemäß Abb. 6.39) parallel zum Rand des Betongurtes ausgewertet (Abb. 6.44). In diesem Schnitt überlagern sich die Druckfelder der primären und der sekundären Druckstreben, weshalb die Identifizierung der Neigungswinkel von $D_{S,1}$ und $D_{S,2}$ nicht eindeutig möglich ist. Aus den Trajektorien an den Ankerköpfen (Knoten 5 und 6 in Abb. 6.44 unten) und aus Zugkräften, die in den in den vertikalen Schenkeln der am Stahlzahn 2 eingelegten Bügel (Pos. 2) herrschen, kann jedoch auf das Vorhandensein der sekundären Druckstreben geschlossen werden. Die Zugstrebe $Z_{V,2}$ wurde daher zwischen den Bügeln angesetzt und die Druckstreben $D_{S,1}$ und $D_{S,2}$ stehen mit dieser im Gleichgewicht (Knoten 4 in Abb. 6.44 unten). Somit konnten alle Druckstreben des Tragmodells bestimmt werden.

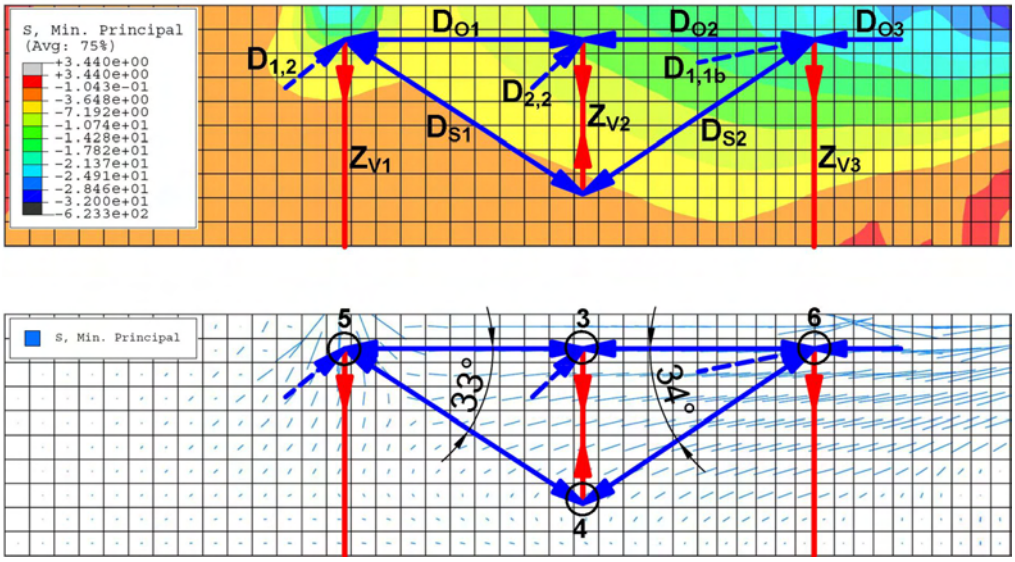


Abb. 6.44 Schnitt 9-9 – Hauptdruckspannungen (oben) und Hauptdruckspannungstrajektorien (unten)

6.4.2.4 Zugstreben

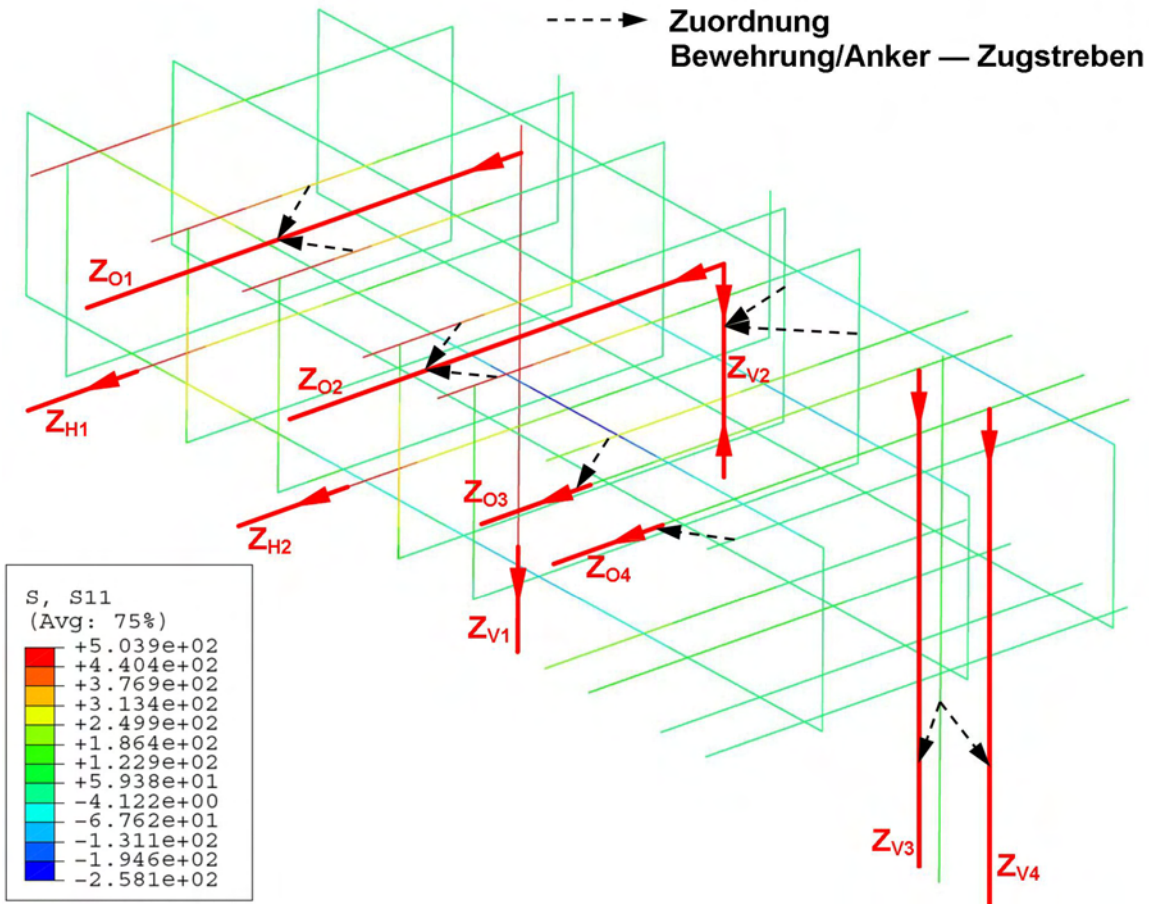


Abb. 6.45 Spannungen in der Bewehrung und Zugstreben

Abb. 6.45 zeigt die Zugstreben, die das Tragmodell komplettieren, in Kombination mit dem im Betongurt eingelegten Bewehrungskorb, sowie die Auswertung der Spannungen in den Bewehrungsstäben. Sofern die Zugstreben nicht direkt Bewehrungsstäben oder Ankern entsprechen, ist deren Zuordnung in der Grafik durch strichlierte Pfeile gekennzeichnet. Insbesondere die großen Zugspannungen, die in den in den Ausnehmungen der Stahlzähne eingelegten Bewehrungshaken (Pos. 5 gemäß Anhang A) und in den Bügeln (Pos. 2) im Bereich der Symmetrieebene des Betongurtes herrschen, können deutlich erkannt werden.

6.4.3 Ermittlung der Zug- und Druckstrebenkräfte

Nachdem, wie in den vorangegangenen Abschnitten beschrieben, die Wirkungslinien aller Zug- und Druckstreben des Tragmodells bestimmt werden konnten, wurden die Knotengleichgewichte (Knoten 1 bis 7 gemäß Abb. 6.27 bis 6.29) aufgestellt und daraus die Kräfte in den Zug- und Druckstreben bestimmt.

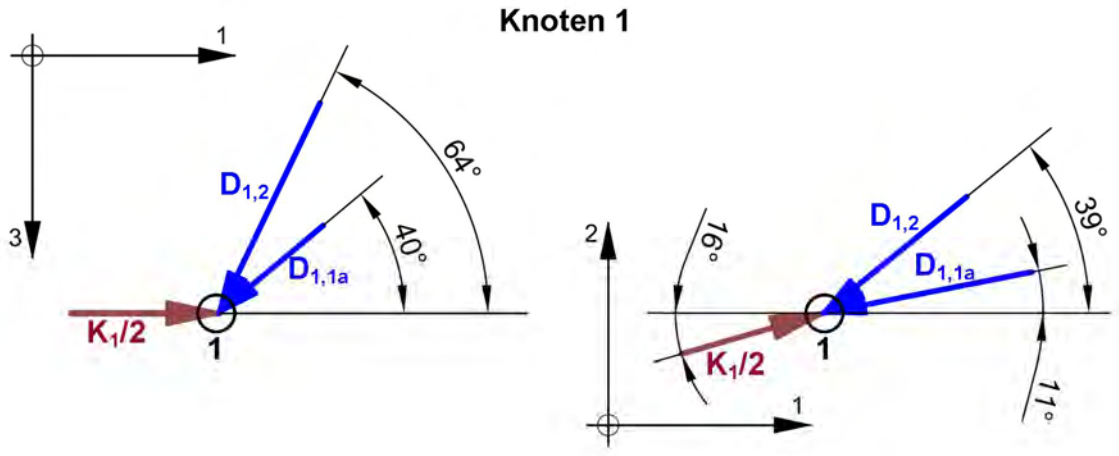


Abb. 6.46 Knoten 1 – Knotengleichgewicht

$$\Sigma 1=0:\ K_1/2\times\cos 16°-D_{1,1a}\times\cos 40°\times\cos 11°-D_{1,2}\times\cos 64°\times\cos 39°=0 \qquad \text{Gl. (6.3)}$$

$$\Sigma 2=0:\ K_1/2\times\sin 16°-D_{1,1a}\times\cos 40°\times\sin 11°-D_{1,2}\times\cos 64°\times\sin 39°=0 \qquad \text{Gl. (6.4)}$$

Mit $K_1/2=331{,}5$ kN (aus Abb. 6.32) folgt aus Gl. (6.3) und Gl. (6.4):

$D_{1,1a}=360{,}2$ kN

$D_{1,2}=140{,}4$ kN

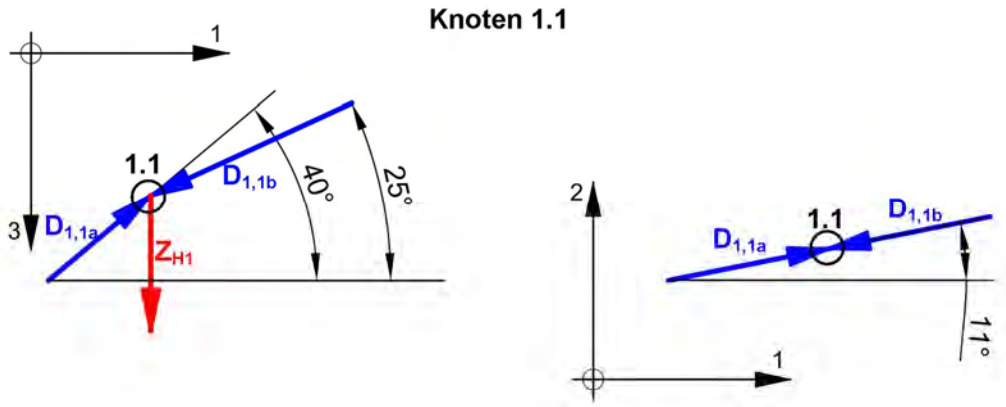


Abb. 6.47 Knoten 1.1 – Knotengleichgewicht

$\Sigma 3{=}0:\ D_{1,1a} \times \sin 40° \times \cos 11° - D_{1,1b} \times \sin 25° \times \cos 11° - Z_{H1} = 0$ Gl. (6.5)

$\Sigma 1{=}0:\ D_{1,1a} \times \cos 40° \times \cos 11° - D_{1,1b} \times \cos 25° \times \cos 11° = 0$ Gl. (6.6)

Mit $D_{1,1a}$=360,2 kN folgt aus Gl. (6.5) und Gl. (6.6):

$D_{1,1b}$=304,4 kN

Z_{H1}=101,0 kN

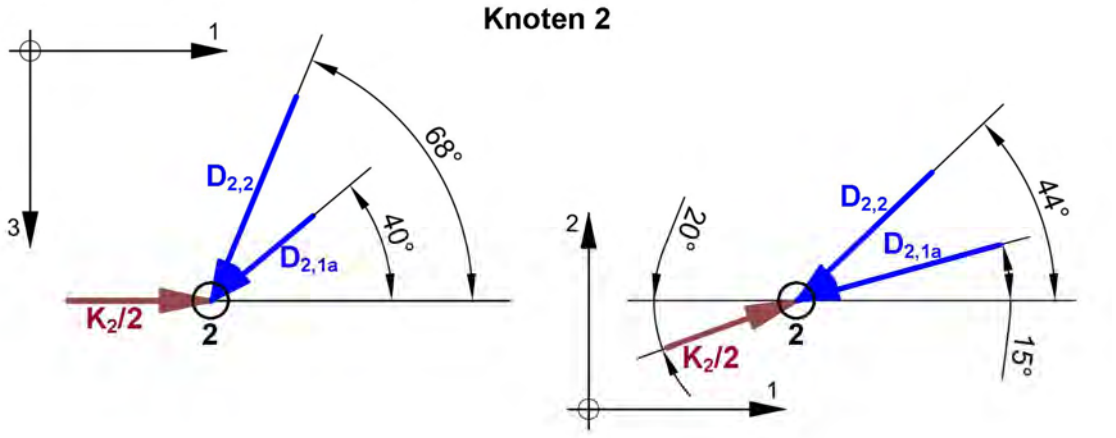


Abb. 6.48 Knoten 2 – Knotengleichgewicht

$\Sigma 1{=}0:\ K_2/2 \times \cos 20° - D_{2,1a} \times \cos 40° \times \cos 15° - D_{2,2} \times \cos 68° \times \cos 44° = 0$ Gl. (6.7)

$\Sigma 2{=}0:\ K_2/2 \times \sin 20° - D_{2,1a} \times \cos 40° \times \sin 15° - D_{2,2} \times \cos 68° \times \sin 44° = 0$ Gl. (6.8)

Mit $K_2/2$=346,5 kN (aus Abb. 6.32) folgt aus Gl. (6.7) und Gl. (6.8):

$D_{2,1a}$=379,5 kN

$D_{2,2}$=166,3 kN

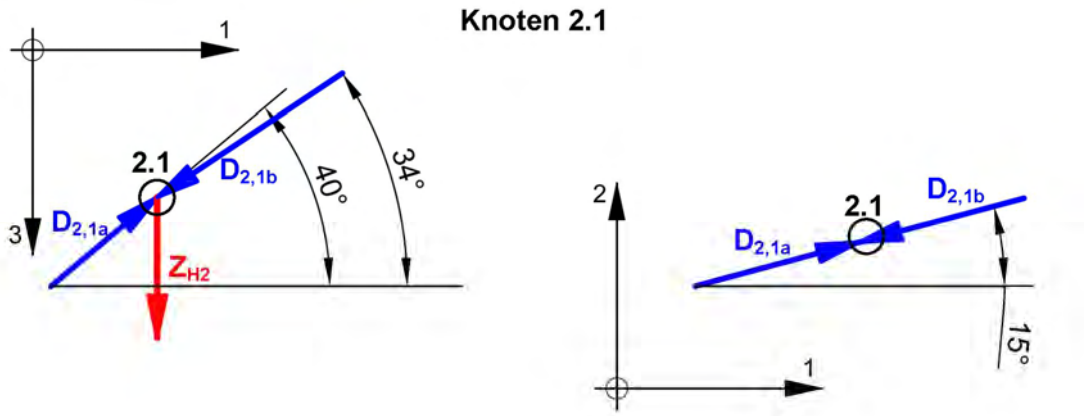


Abb. 6.49 Knoten 2.1 – Knotengleichgewicht

$\Sigma 3{=}0:\ D_{2,1a} \times \sin 40° \times \cos 15° - D_{2,1b} \times \sin 34° \times \cos 15° - Z_{H2} = 0$ Gl. (6.9)

$\Sigma 1{=}0:\ D_{2,1a} \times \cos 40° \times \cos 15° - D_{2,1b} \times \cos 34° \times \cos 15° = 0$ Gl. (6.10)

Mit $D_{2,2a}$=379,5 kN folgt aus Gl. (6.9) und Gl. (6.10):

$D_{2,1b}$=350,6 kN

Z_{H2}=46,2 kN

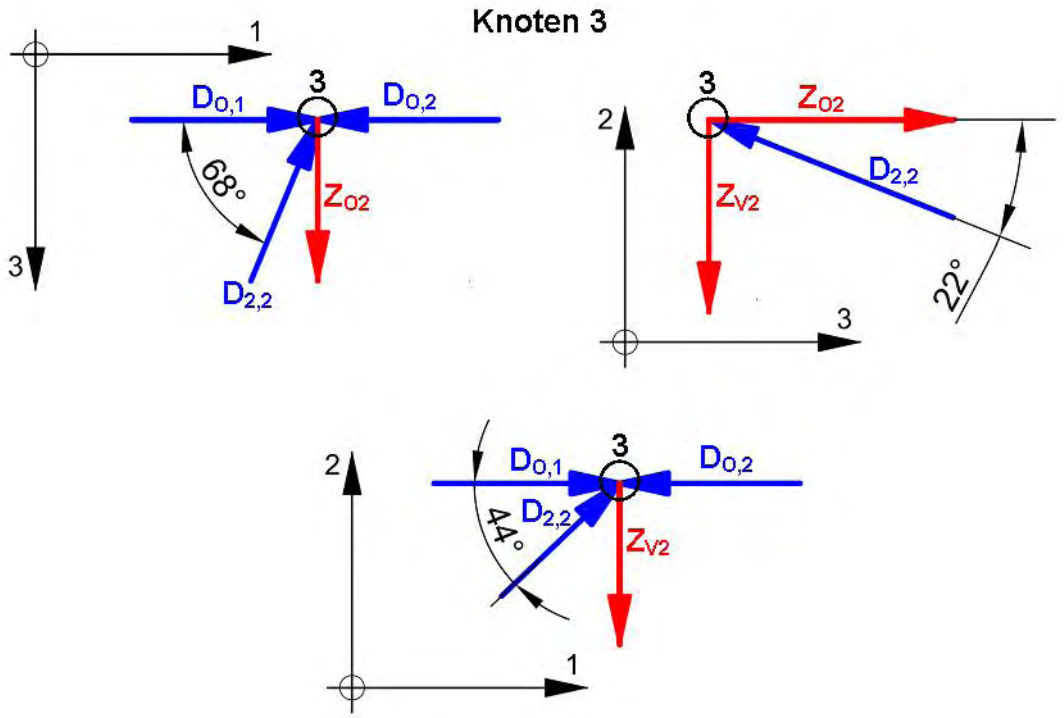


Abb. 6.50 Knoten 3 – Knotengleichgewicht

$\Sigma 3=0:\ D_{2,2} \times \sin 68° \times \cos 22° - Z_{O2} = 0$ Gl. (6.11)

Mit $D_{2,2}$=166,3 kN folgt aus Gl. (6.11):

Z_{O2}=142,9 kN

$\Sigma 2=0:\ D_{2,2} \times \cos 68° \times \sin 44° - Z_{V2} = 0$ Gl. (6.12)

Mit $D_{2,2}$=166,3 kN folgt aus Gl. (6.12):

Z_{V2}=43,3 kN

$\Sigma 1=0:\ D_{2,2} \times 68° \times \cos 44° + D_{O,1} - D_{O,2} = 0$ Gl. (6.13)

Gl. (6.13) kann erst nach der Bestimmung von $D_{O,1}$ aus dem Gleichgewicht am Knoten 5 (Gl. (6.18)) gelöst werden.

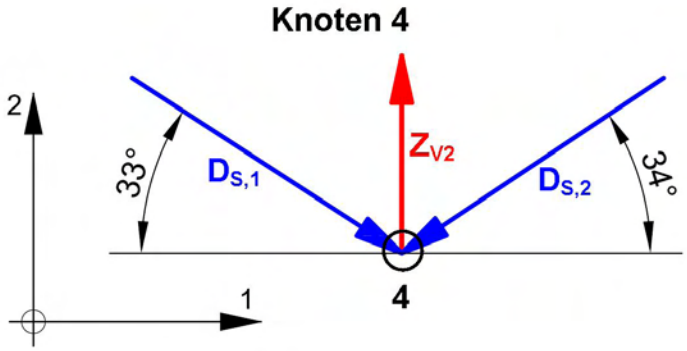


Abb. 6.51 Knoten 4 – Knotengleichgewicht

$\Sigma 1=0:\ D_{S,1} \times \cos 33° - D_{S,2} \times \cos 34° = 0$ Gl. (6.14)

$\Sigma 2=0:\ D_{S,1} \times \sin 33° + D_{S,2} \times \sin 34° - Z_{V2} = 0$ Gl. (6.15)

Mit Z_{V2}=43,3 kN folgt aus Gl. (6.14) und Gl. (6.15):

$D_{S,1}$=39,0 kN

$D_{S,2}$=39,4 kN

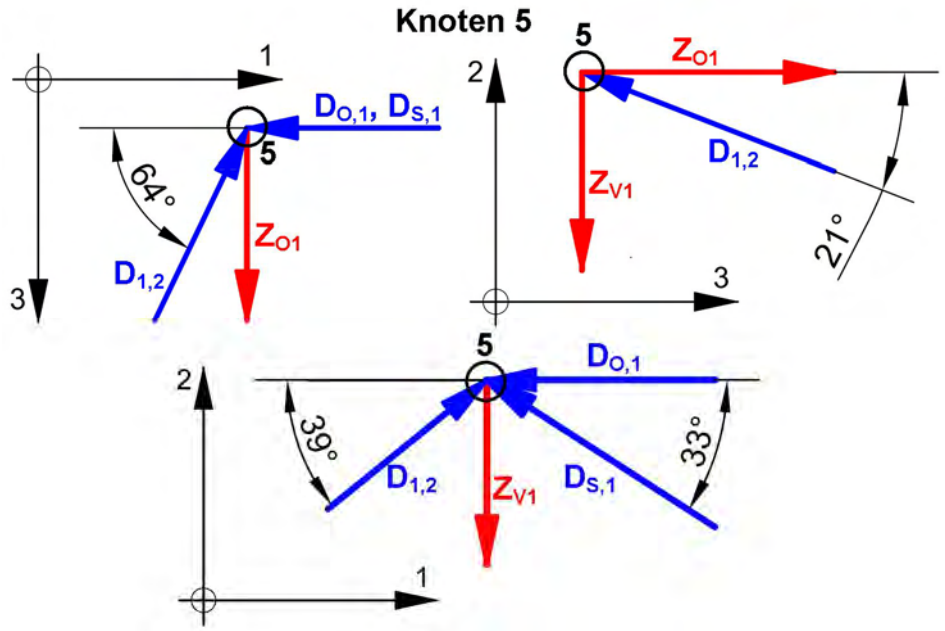


Abb. 6.52 Knoten 5 – Knotengleichgewicht

$$\Sigma 2{=}0:\ D_{1,2}\times\cos 64°\times\sin 39°+D_{S,1}\times\sin 33°-Z_{V1}=0 \qquad \text{Gl. (6.16)}$$

Mit $D_{1,2}$=140,4 kN und $D_{S,1}$=39,0 kN folgt aus Gl. (6.16):

Z_{V1}=60,0 kN

$$\Sigma 3{=}0:\ D_{1,2}\times\sin 64°\times\cos 21°-Z_{O,1}=0 \qquad \text{Gl. (6.17)}$$

Mit $D_{1,2}$=140,4 kN folgt aus Gl. (6.17):

Z_{O1}=117,8 kN

$$\Sigma 1{=}0:\ D_{1,2}\times\cos 64°\times\cos 39°-D_{O,1}-D_{S,1}\times\cos 33°=0 \qquad \text{Gl. (6.18)}$$

Mit $D_{1,2}$=140,4 kN und $D_{S,1}$=39,0 kN folgt aus Gl. (6.18):

$D_{O,1}$=15,1 kN

Mit $D_{O,1}$ aus Gl. (6.18) kN kann auch Gl. (6.13) gelöst werden und es folgt mit $D_{2,2}$=166,3 kN:

$D_{O,2}$=60,0 kN

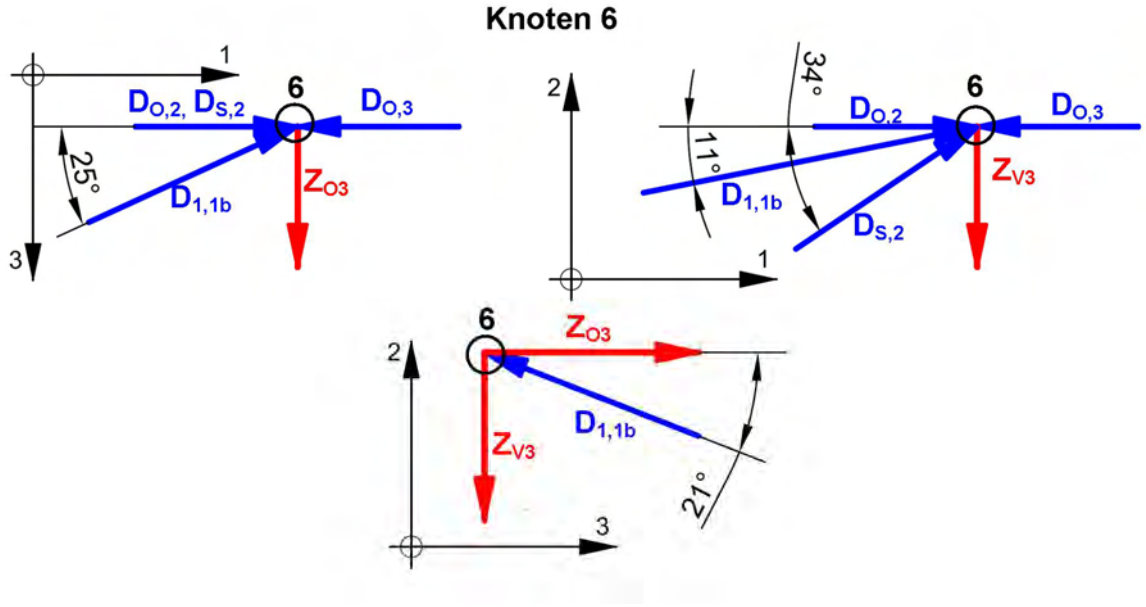


Abb. 6.53 Knoten 6 – Knotengleichgewicht

$$\Sigma 2{=}0:\ D_{1,1b}\times\cos 25°\times\sin 11°+D_{S,1}\times\sin 34°-Z_{V3}=0 \qquad \text{Gl. (6.19)}$$

Mit $D_{1,1b}$=304,4 kN und $D_{S,2}$=39,4 kN folgt aus Gl. (6.19):

Z_{V3}=74,7 kN

$$\Sigma 3{=}0:\ D_{1,1b}\times\sin 25°\times\cos 21°-Z_{O3}=0 \qquad \text{Gl. (6.20)}$$

Mit $D_{1,1b}$=304,4 kN kN folgt aus Gl. (6.20):

Z_{O3}=120,1 kN

$$\Sigma 1{=}0: D_{1,1b}\times\cos 25°\times\cos 11°+D_{S,1}\times\cos 34°+D_{O,2}-D_{O,3}=0 \qquad \text{Gl. (6.21)}$$

Mit $D_{1,1b}$=304,4 kN, $D_{S,2}$=39,4 kN und $D_{O,2}$=60,0 kN folgt aus Gl. (6.21):

$D_{O,3}$=363,5 kN

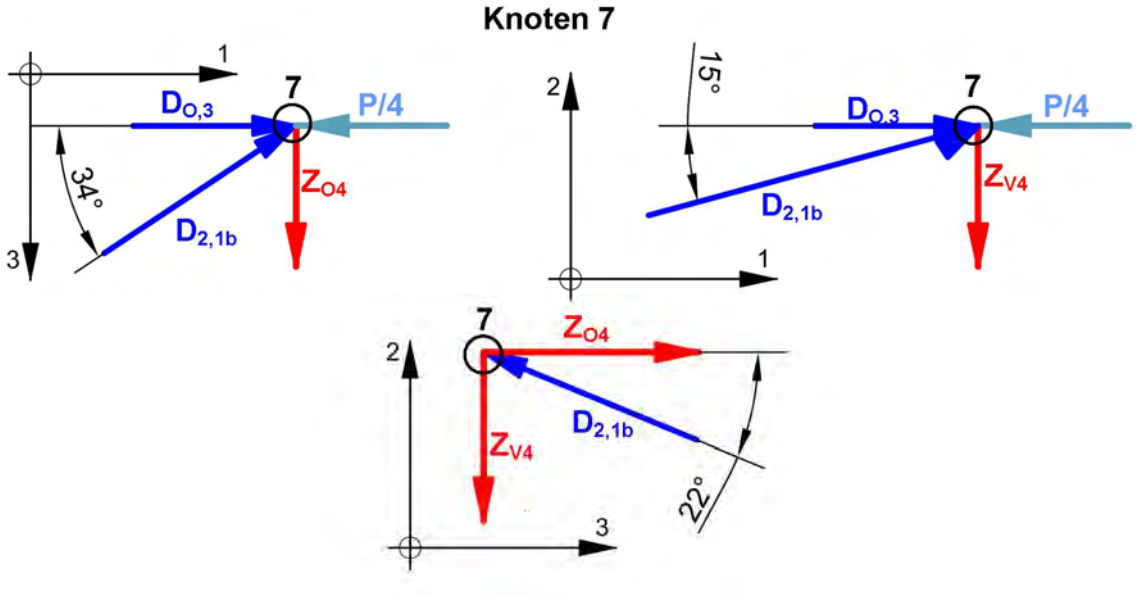


Abb. 6.54 Knoten 7 – Knotengleichgewicht

$$\Sigma 2{=}0:\ D_{2,1b}\times\cos 34°\times\sin 15°-Z_{V4}=0 \qquad \text{Gl. (6.22)}$$

Mit $D_{2,1b}$=350,6 kN folgt aus Gl. (6.22):

Z_{V4}=75,2 kN

$$\Sigma 3{=}0:\ D_{2,1b}\times\sin 34°\times\cos 22°-Z_{O4}=0 \qquad \text{Gl. (6.23)}$$

Mit $D_{2,1b}$=350,6 kN folgt aus Gl. (6.23):

Z_{O4}=181,8 kN

$$\Sigma 1{=}0:\ D_{2,1b}\times\cos 34°\times\cos 15°+D_{O,3}-P/4=0 \qquad \text{Gl. (6.24)}$$

Mit $D_{2,1b}$=350,6 kN $D_{O,3}$=363,5 kN folgt aus Gl. (6.24):

$$P/4=644{,}3\ \text{kN}\ \simeq\frac{P_{max}}{4}=\frac{2575{,}7}{4}=643{,}9\ \text{kN} \qquad \text{Gl. (6.25)}$$

Durch die Knotengleichgewichte (Gl. (6.3) bis Gl. (6.24)) konnten somit alle im Tragmodell herrschenden Zug- und Druckkräfte bestimmt und die vollständige Ableitung der horizontalen Simulationslast P_{max} über das Tragmodell in das Auflager nachgewiesen werden (Gl. 6.25). In Tab. 6.4 sind alle Zug- und Druckstrebenkräfte zusammengefasst.

Druckstreben	[kN]	Zugstreben	[kN]
$D_{1,1a}$	360,2	Z_{V1}	60
$D_{1,1b}$	304,4	Z_{V2}	43,3
$D_{1,2}$	140,4	Z_{V3}	74,7
$D_{2,1a}$	379,5	Z_{V4}	75,2
$D_{2,1}$	350,6	Z_{O1}	117,8
$D_{2,2}$	166,3	Z_{O2}	142,9
$D_{S,1}$	39,0	Z_{O3}	120,1
$D_{S,2}$	39,4	Z_{O4}	181,8
$D_{O,1}$	15,1	Z_{H1}	101
$D_{O,2}$	60	Z_{H2}	46,2
$D_{O,3}$	363,5		

Tab. 6.4 Zusammenstellung der Zug- und Druckstrebenkräfte

6.4.4 Konzentrierte Krafteinleitung

Nachdem alle Kräfte des Tragmodells berechnet werden konnten, werden nachfolgend die Bereiche des Tragmodells untersucht, in denen konzentrierte Krafteinleitungen vorliegen. Im gegenständlichen Fall sind dies die mit Beton gefüllten Ausnehmungen der Dübelbleche.

Gemäß [15, Abschnitt 10.6.3] sind die Bemessungsdruckspannungen in konzentrierten Knoten wie folgt zu begrenzen:

$$\sigma_{Rd,max} = 1{,}1 \cdot \eta_1 \cdot f_{cd} \text{ mit } \eta_1 = 1{,}0 \text{ für Normalbeton} \qquad \text{Gl. (6.26)}$$

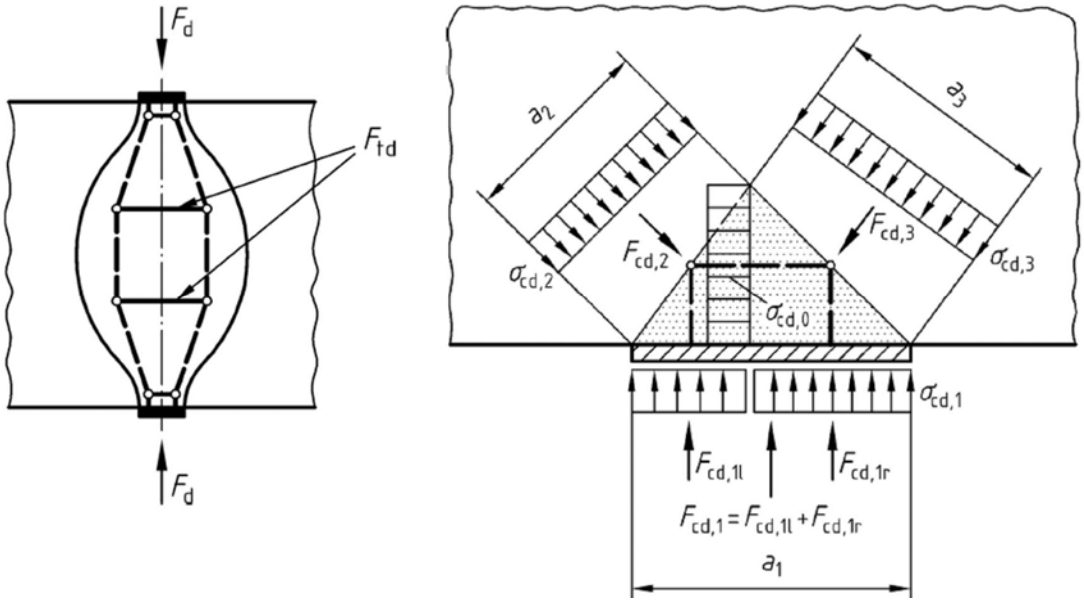


Abb. 6.55 Konzentrierte Krafteinleitung (aus [15], Bild 47 links, Bild 48 rechts)

Der Nachweis der Druckspannungen in den Druckstreben selbst erübrigt sich, wenn die angrenzenden Knoten nach [15, Abschnitt 10.6.3] nachgewiesen werden.

Da dem Materialmodell für Beton in der numerischen Simulation mittlere Druckfestigkeiten zugrunde gelegt sind und somit keinerlei Sicherheitsfaktoren berücksichtigt wurden (siehe Abschnitt 4.3.1), ergäben sich in den Druckstreben gemäß [15, Abschnitt 10.6.3] rechnerisch aufnehmbare Betondruckspannungen von:

$$\sigma_{max} = 1{,}1 \cdot \eta_1 \cdot f_{cm} = 1{,}1 \cdot 1{,}0 \cdot 50{,}62 = 55{,}68 \text{ N/mm}^2 \qquad \text{Gl. (6.27)}$$

Zur Überprüfung der Tragfähigkeit in den konzentrierten Krafteinleitungen müssten nun zunächst aus den Druckkräften in den Knoten 1 und 2 (gemäß Abb. 6.27 bis Abb. 6.29) die Druckspannungen $\sigma_{c,0}$, $\sigma_{c,1}$, $\sigma_{c,2}$ und $\sigma_{c,3}$ (Abb. 6.55 rechts) ermittelt werden. Diese dürften nach Gl. (6.27) höchstens Werte von $\sigma_{c,max}$=55,68 N/mm² einnehmen.

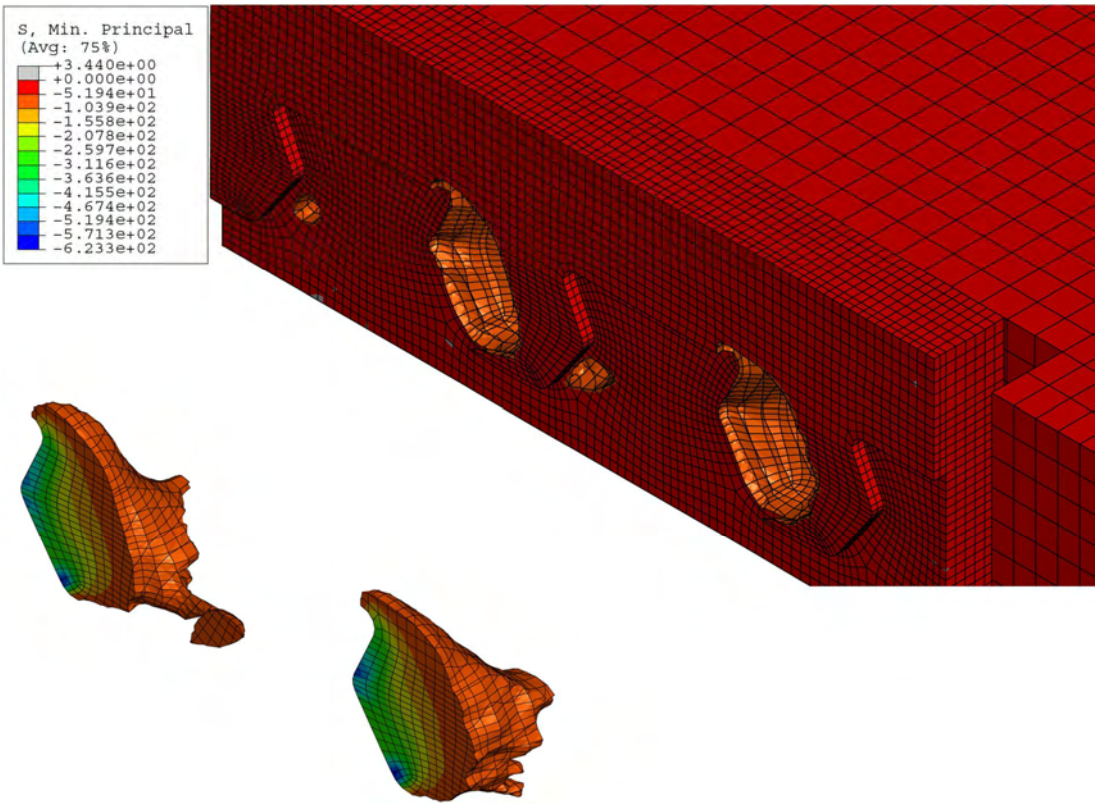


Abb. 6.56 Grenzflächen der Hauptdruckspannungen

Abb. 6.56 zeigt jene Bereiche des Betongurtes, in denen die Hauptdruckspannungen die vom Beton gemäß [15] aufnehmbare Druckspannung von $\sigma_{c,max}$=55,68 N/mm² unter der Traglast des FE-Modells überschreiten (links) und in denen der Beton demnach zerstauchen würde, sowie die „übrig“ bleibenden Teile des Betongurtes, in denen die rechnerisch aufnehmbare Druckspannung nicht erreicht wird (rechts).

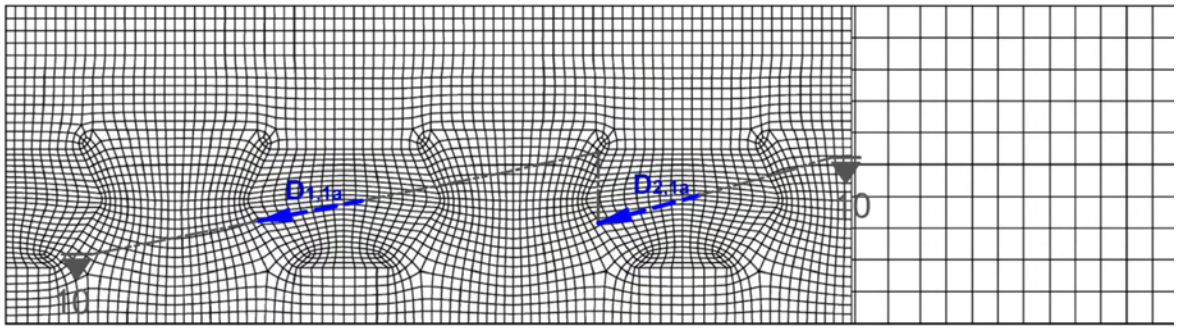


Abb. 6.57 Konzentrierte Krafteinleitung – Schnitt 10-10

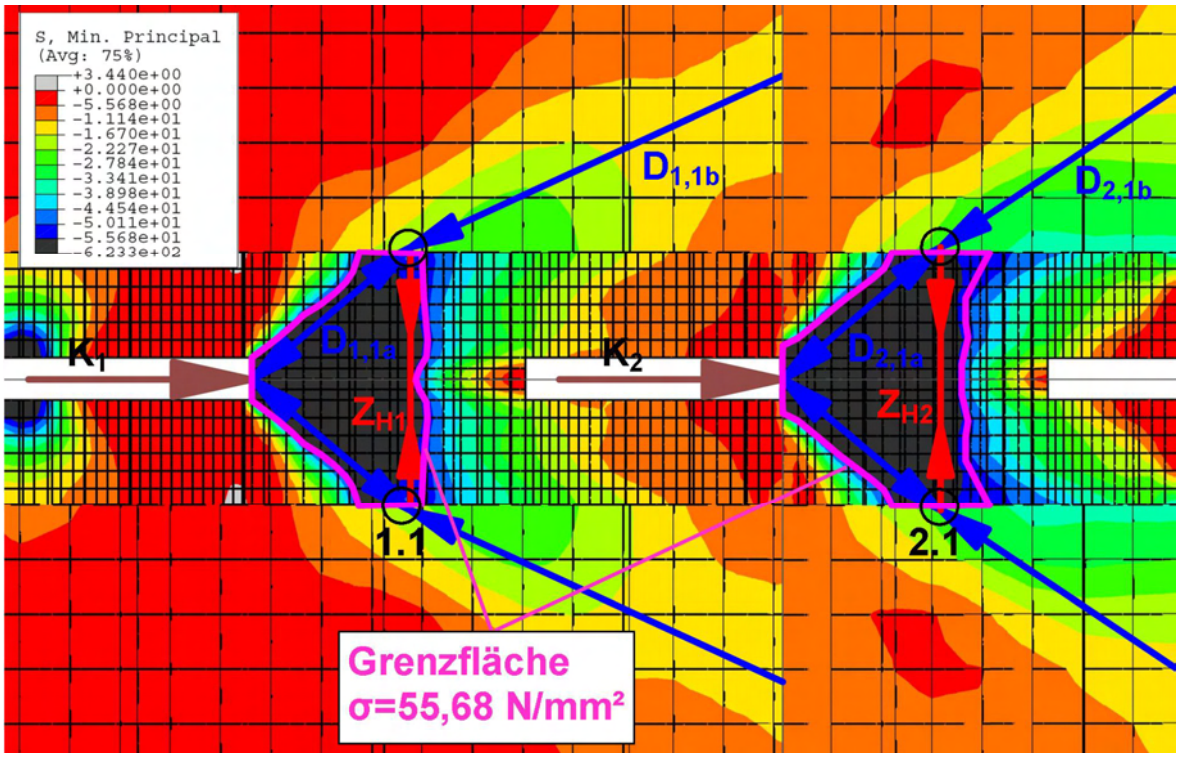


Abb. 6.58 Hauptdruckspannungen – Schnitt 10-10

Durch die Auswertung der Hauptdruckspannungen in einem Schrägschnitt durch den Betongurt (Schnitt 10-10 in Abb. 6.57) wird deutlich, dass die Grenzflächen mit $\sigma_{c,max}$=55,68 N/mm² deutlich außerhalb des in Abb. 6.55 (rechts) definierten Bereichs liegen. Die Tragfähigkeit der konzentrierten Krafteinleitungen kann somit

gemäß [15, Abschnitt 10.6.3] nicht nachgewiesen werden. [15, Abschnitt 10.6] regelt jedoch nur ebene Stabwerksmodelle und somit auch nur ebene Spannungszustände, die im gegenständlichen Fall nicht vorliegen, wie Abb. 6.56 verdeutlicht.

Gemäß [11] dürfen deutlich größere rechnerisch aufnehmbare Druckspannungen angesetzt werden, wenn gezeigt werden kann, dass in den konzentrierten Knoten Hauptspannungszustände herrschen, deren Komponenten (σ_1, σ_2 und σ_3) ausschließlich Druckspannungen sind, da diese dann die Seitenausdehnung des Betons behindern. Dieses Vorliegen dreiachsiger Druckspannungszustände in den konzentrierten Krafteinleitungen wird abschließend zu zeigen versucht.

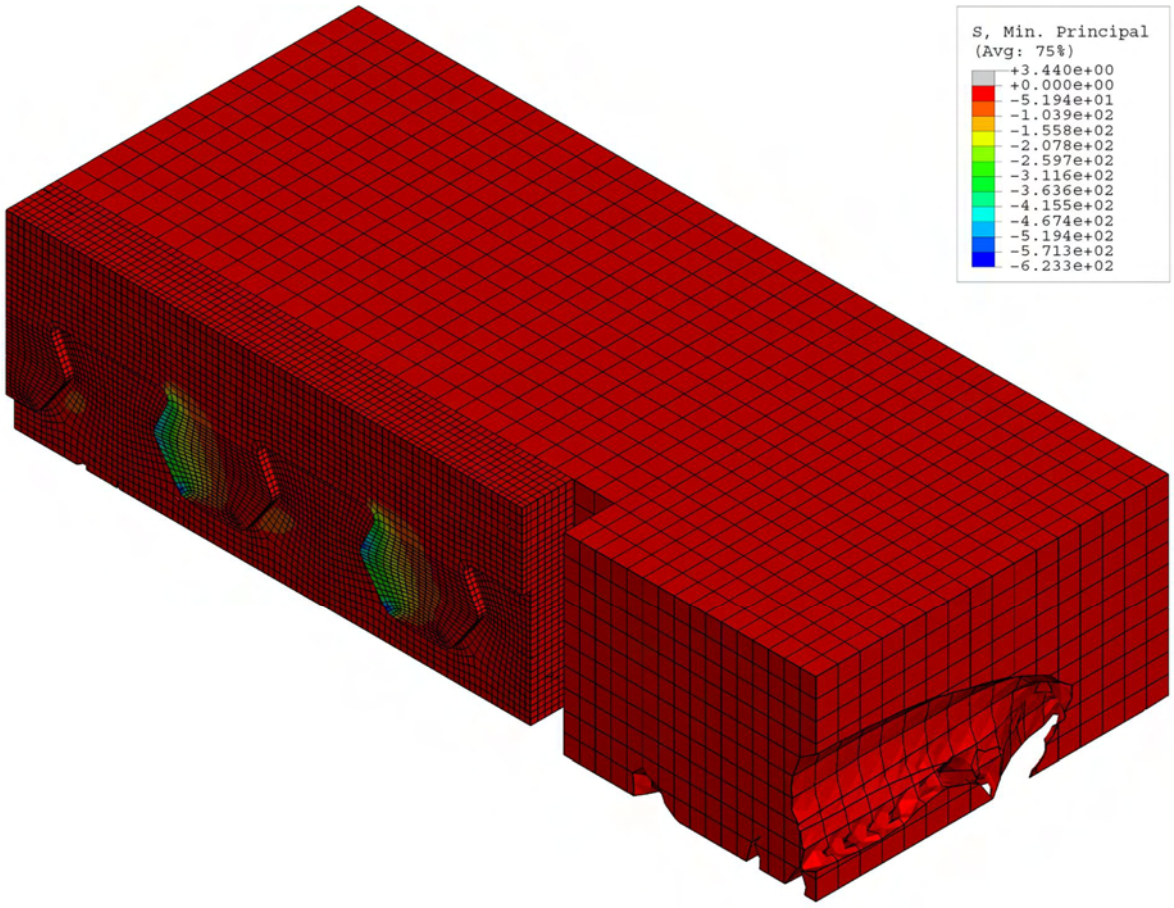


Abb. 6.59 Hauptspannungen - σ_3 (Min. Principal)

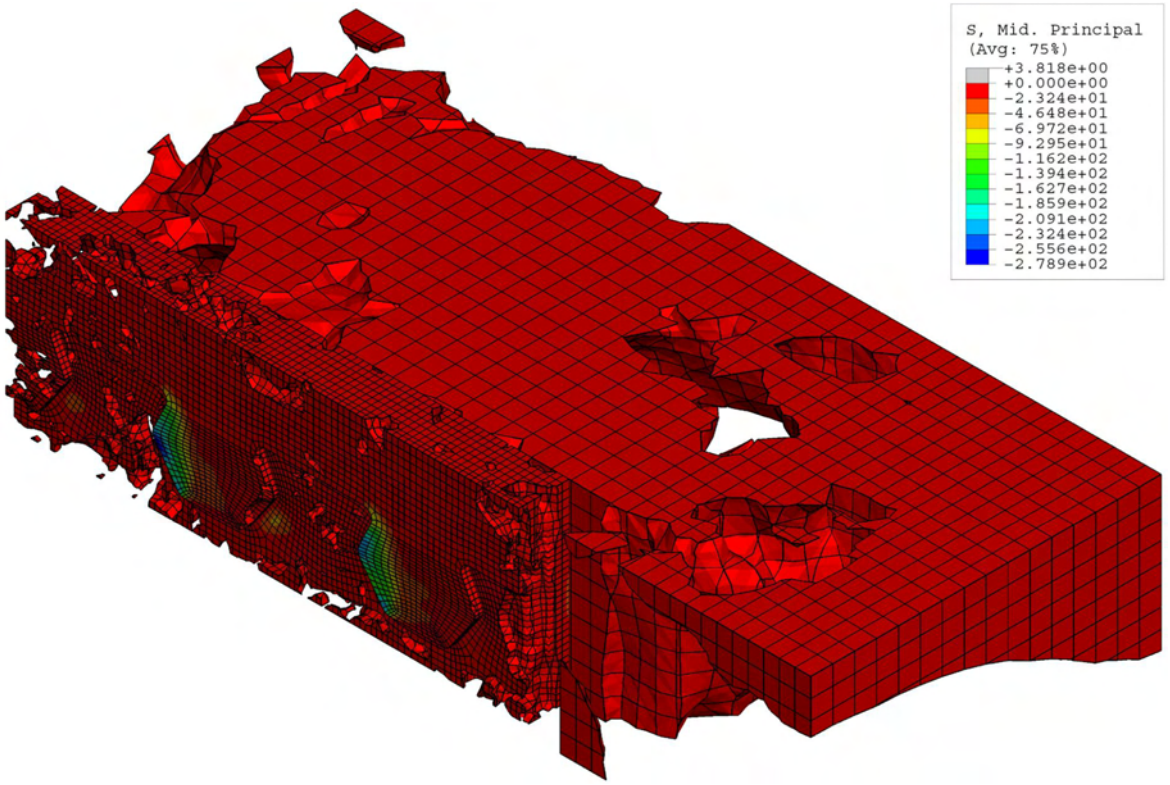


Abb. 6.60 Hauptspannungen - σ_2 (Mid. Principal)

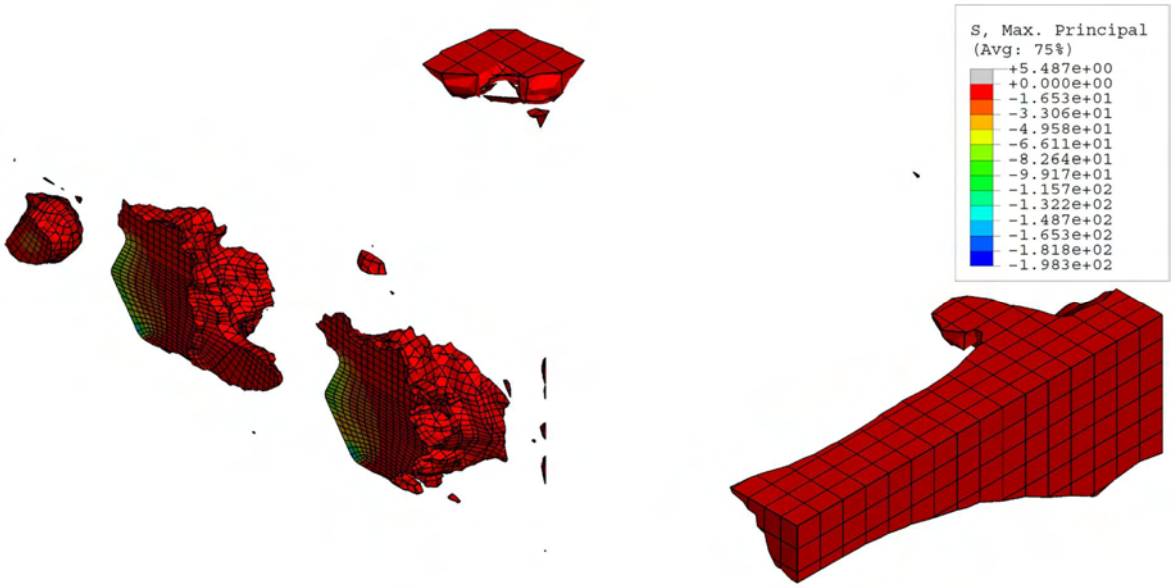


Abb. 6.61 Hauptspannungen - σ_1 (Max. Principal)

Abb. 6.59 (σ_3), Abb. 6.60 (σ_2) und Abb. 6.61 (σ_1) zeigen die Verteilungen der Hauptspannungskomponenten in den Betongurten, wobei jeweils nur die Bereiche dargestellt sind, in denen Druckspannungen herrschen. In Abb. 6.61 kann erkannt

werden, dass auch die größten Hauptspannungskomponenten σ_1 (Max. Principal) in den Bereichen der konzentrierten Krafteinleitungen Druckspannungen sind. Damit ist der Ansatz erhöhter Druckspannungen gemäß [11] gerechtfertigt. Die Auswertungen der Cauchy’schen Spannungstensoren bezogen auf das Hauptachsensystem in den FE-Knoten, an denen die resultierenden Kontaktkräfte angreifen (Knoten 1 und Knoten 2 gemäß Abb. 6.27 bis Abb. 6.29), unterstreichen dies (Gl. (6.26) und Gl. (6.27)).

Knoten 1:
$$\tilde{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -83{,}16 & 0 & 0 \\ 0 & -274{,}78 & 0 \\ 0 & 0 & -521{,}93 \end{pmatrix} \text{ N/mm²} \quad \text{Gl. (6.26)}$$

Knoten 2:
$$\tilde{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -103{,}46 & 0 & 0 \\ 0 & -215{,}96 & 0 \\ 0 & 0 & -512{,}99 \end{pmatrix} \text{ N/mm²} \quad \text{Gl. (6.27)}$$

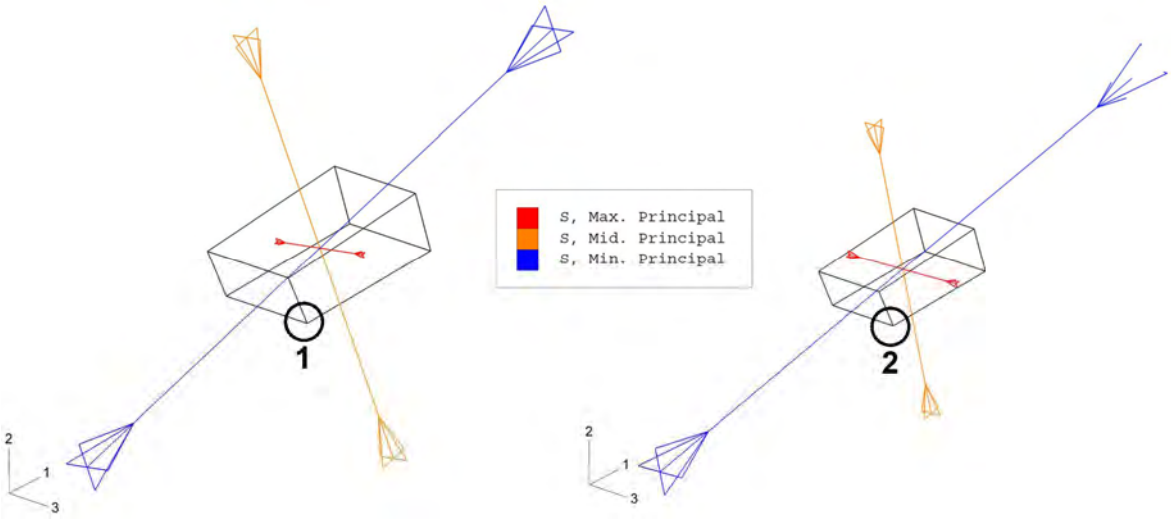


Abb. 6.62 Hauptspannungsrichtungen – Knoten 1 (links) und Knoten 2 (rechts)

Abb. 6.62 zeigt schließlich die Auswertung der Hauptspannungsrichtungen an jenen Elementen, die die Knoten 1 (links) und Knoten 2 (rechts) enthalten. Wie bereits in Abschnitt 6.4.2 gezeigt, weisen die Hauptspannungen σ_3 (Min. Principal) jeweils in Richtung der Druckstrebe $D_{i,1}$. Die Hauptspannungen σ_2 (Mid. Principal) liegen an beiden Knoten annähernd in der Ebene 2-3 und die Hauptspannungen σ_1 (Max. Principal) liegen somit annähernd in der Ebene des Betongurtes.

7 Zusammenfassung und Resümee

Im Rahmen dieser Arbeit wurden Push-Out Tests mit Kronendübeln als Geometrie der Stahlzähne von Dübelleisten, die am Institut für Tragkonstruktionen – Stahlbau der Technischen Universität Wien durchgeführt wurden, mit dem FE-Paket ABAQUS numerisch abgebildet.

Zu diesem Zweck wurden zunächst, wie in Abschnitt 3 beschrieben, FE-Modelle für die Prüfkörper mit den drei unterschiedlichen Dübelblechgeometrien „Krone Kurz“, „Krone Lang“ und „Krone Rund“ erstellt.

In weiterer Folge wurden die zur Modellierung der Prüfkörper eingesetzten Materialmodelle *Classic Metal Plasticity* und *Concrete Damaged Plasticity* auf ihre Tauglichkeit zur Abbildung des Materialverhaltens von Stahl und Beton überprüft (Abschnitt 4). Verglichen wurden Ergebnisse, die mittels numerischem bzw. analytischem Lösen von baustatischen Aufgaben ermittelt wurden. Sowohl auf Last- als auch auf Spannungsniveau konnten sehr gute Übereinstimmungen der Ergebnisse erzielt werden.

Im Rahmen von ausgedehnten Parameterstudien wurden insgesamt 152 numerische Berechnungen durchgeführt (Abschnitt 5), um die FE-Modelle mit den drei unterschiedlichen Stahlzahngeometrien so zu kalibrieren, dass mit einer Parameterkonfiguration für alle FE-Modelle die entsprechenden Push-Out Tests im Mittel am realitätsnähesten abgebildet werden können. Mit dem FE-Modell „Krone Lang“ konnte eine sehr gute Übereinstimmung der numerisch ermittelten Dübelkennlinie mit der Dübelkennlinie aus dem entsprechenden Push-Out Test erzielt werden (P_{max} des FE-Modells +5,5% im Vergleich zum Push-Out Test). Die Simulationen mit den FE-Modellen „Krone Kurz“ und „Krone Rund“ ergaben aufgrund der in Abschnitt 5.7 beschriebenen Umstände keine zufrieden stellenden Übereinstimmungen mit den entsprechenden Push-Out Tests (P_{max} der FE-Modelle +38% beim Modell „Krone Kurz“ und +31% beim Modell „Krone Rund“ im Vergleich zum entsprechenden Push-Out Test).

Das Trag- und Verformungsverhalten des FE-Modells „Krone Lang“ wurde anschließend eingehend untersucht (Abschnitt 6). Anhand von Spannungs- und Verformungsanalysen des Dübelblechs konnte unter charakteristischen Laststufen

der Simulation bestimmt werden, wie groß der Anteil der einzelnen Stahlzähne an der Schubkraftübertragung des Prüfkörpers ist (Abschnitt 6.3). Ein möglicher Formelansatz zur Ermittlung der Grenzschubkraft eines Stahlzahnes wurde in weiterer Folge abgeleitet, der jedoch durch weitere Untersuchungen bestätigt werden müsste.

Im letzten Schritt wurde aus den Ergebnissen der numerischen Simulation des FE-Modells „Krone Lang“ ein aus Zug- und Druckstreben bestehendes Tragmodell für die Betongurte des Prüfkörpers abgeleitet (Abschnitt 6.4) und die Kräfte in den Streben unter der Traglast berechnet. Dieses Tragmodell könnte in weiterer Folge zur Entwicklung weiterer Prüfkörper herangezogen werden.

Abschließend kann festgehalten werden, dass in der numerischen Simulation komplexer Problemstellungen zweifellos großes Potential steckt. Abhängig vom angewendeten FE-Paket ist jedoch die Kenntnis vieler Eingabeparameter erforderlich, die vorab nicht oder nur schwer bestimmt werden können. Einfache FE-Pakete, bei denen nur wenige Parameter eingegeben werden müssen, liefern schnell Ergebnisse. Die Qualität dieser Ergebnisse wird jedoch hauptsächlich durch die Programmierung des FE-Paketes bestimmt. Die numerische Simulation mit komplexen FE-Paketen wie ABAQUS gibt dem Anwender die volle Kontrolle über den Simulationsablauf. Mit zunehmender Kontrolle über die Simulation steigt jedoch die Anzahl der einzugebenden Parameter und somit auch die Schwankungsbreite der Ergebnisse. Bei komplexen FE-Paketen kann der Anwender von der Wahl der Berechnungsmethode über die Formulierung der Materialmodelle bis hin zur Elementwahl, zur Netzgenerierung und zu Kontaktformulierungen unzählige Parameter wählen und verändern und so die Ergebnisse innerhalb gewisser Grenzen nahezu beliebig variieren. Aus diesem Grund ist immer eine Referenz erforderlich, anhand der das jeweilige FE-Modell kalibriert werden kann. Im Idealfall besteht diese Referenz aus den Ergebnissen umfangreicher experimenteller Untersuchungen. Ist die Kalibrierung des FE-Modells jedoch gelungen, so können Vorgänge in den untersuchten Prüfkörpern erkannt werden, die in experimentellen Untersuchungen messtechnisch nicht erfassbar sind.

Die Auswertung der Ergebnisse numerischer Simulationen birgt jedoch viele Fehlerquellen. Nach Ende einer numerischen Simulation ist die Problemstellung als solches zwar gelöst, jedoch muss der Anwender über die theoretischen Hintergründe der zur Auswertung angebotenen Fülle an Ergebniskomponenten Bescheid wissen, diese in der Dokumentation des FE-Paketes nachlesen und/oder in einschlägiger Literatur recherchieren. Daher sind FE-Pakete zwar unverzichtbare Werkzeuge zur Lösung komplexer Problemstellungen, sie ersetzen jedoch keinesfalls das ingenieurmäßige Verständnis des Anwenders. Nur mit Hilfe dieses Verständnisses können die Ergebnisse numerischer Simulationen entsprechend ausgewertet, kombiniert und aufbereitet werden und so das volle Potential der numerischen Simulation genutzt und die möglichen Erkenntnisse daraus gewonnen werden.

8 Literaturverzeichnis

[1] ÖNORM EN 1994-1-1: Bemessung und Konstruktion von Verbundtragwerken aus Stahl und Beton;Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau. Österreichisches Normungsinstitut, 1020 Wien, 2004

[2] Fink J.: Skriptum Stahlbau 2, Technische Universität Wien, Institut für Tragkonstruktionen - Stahlbau, Wien, Ausgabe SS 2005

[3] Fink J., Petraschek Th., Ondris L.: Neuartige Schubverbinderleisten - Experimentelle Untersuchungen. Österreichische Ingenieur- und Architektenzeitung - ÖIAZ, Österreichischer Ingenieur- und Architektenverein, Wien, accepted for publishing

[4] Fink J., Petraschek Th.: Tragmodelle zur Bestimmung der Längsschubragfähigkeit des Kronendübels als neuartiges Verbindungsmittel im Verbundbau. Stahlbau 10/2007, Ernst&Sohn GmbH & Co.KG, Berlin, accepted for publishing

[5] Fink J., Petraschek Th., Ondris L.: Push-Out Test Parametric Simulation Study of a New Sheet-Type Shear Connector using ABAQUS. Technische Universität Wien, Institut für Tragkonstruktionen - Stahlbau, Wien, 2006

[6] Iwansics M.: Numerische Untersuchungen zu neuartigen Schubverbinderleisten, Diplomarbeit, Technische Universität Wien, Institut für Tragkonstruktionen - Stahlbau, April 2007

[7] ABAQUS Analysis User's Manual v6.5-1, Volume IV: Elements
http://ssc.uclm.es/abaqus/Documentation/docs/v6.5/index.html

[8] ABAQUS Analysis User's Manual v6.5-1, Volume III: Materials
http://ssc.uclm.es/abaqus/Documentation/docs/v6.5/index.html

[9] Mang H., Bičanič N., De Borst R.: Computional Modelling of Concrete Structures, Pineridge Privilege Press, Swansea, 1994

[10] ÖNORM EN 206-1: Beton Teil 1: Festlegung, Eigenschaften, Herstellung und Konformität. Österreichisches Normungsinstitut, 1020 Wien, 2004

[11] ÖNORM EN 1992-1-1:Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken, Teil 1-1: Grundlagen und Anwendungsregeln für den Hochbau. Österreichisches Normungsinstitut, 1020 Wien, 2004

[12] ABAQUS Theory Manual v6.5-1, Part: Mechanical Constitutive Theories
http://ssc.uclm.es/abaqus/Documentation/docs/v6.5/index.html

[13] ABAQUS/CAE User's Manual v6.5-1
http://ssc.uclm.es/abaqus/Documentation/docs/v6.5/index.html

[14] Eberhardsteiner J., Meschke G., Mang H.: Triaxiales konstitutives Modellieren von Beton, Technische Universität Wien, Institut für Festigkeitslehre, 1987

[15] DIN 1045-1: Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton; Teil 1: Bemessung und Konstruktion, Deutsches Institut für Normung e.V, 10787 Berlin, 2001

9 Abbildungsverzeichnis

Abb. 1.1 In ÖNORM EN 1994-1-1 geregelte Verbundmittel (aus [2] Abb. 4.62) 1
Abb. 1.2 Versuchskörper für Push-Out Tests aus [1, Anhang B2] 2
Abb. 2.1 Ausführungsvarianten des Kronendübels 3
Abb. 3.1 Vorgangsweise zur Erstellung des Betondübels 8
Abb. 3.2 Assembly Modell „Krone Lang“ 9
Abb. 3.3 Belastungsumkehr – Riks-Simulation 11
Abb. 3.4 History Outputs 13
Abb. 3.5 Grundflächen: Dreieck (1), Rechteck (2), allgemeines Viereck (3) 15
Abb. 3.6 Konflikt bei Kontakt Dübelblech – Betondübel mit Rechteckelementen 16
Abb. 3.7 Dübelblech Modell „Krone Lang“ – Partitionen 18
Abb. 3.8 Dübelblech Modell „Krone Lang“ – Edge Seeds 18
Abb. 3.9 Dübelblech Modell „Krone Lang“ – FE-Netz 19
Abb. 3.10 Betondübel Modell „Krone Lang /G“ – Partitionen 1 19
Abb. 3.11 Betondübel Modell „Krone Lang /G“ – Partitionen 2 20
Abb. 3.12 Betondübel Modell „Krone Lang /G“ – Edge Seeds 20
Abb. 3.13 Betondübel Modell „Krone Lang /G“ – FE-Netz 21
Abb. 3.14 Betondübel Modell „Krone Lang /F“ – FE-Netz 21
Abb. 3.15 Seitlicher Kontakt Dübelblech – Betondübel 23
Abb. 4.1 Spannungs-Dehnungsbeziehung für Baustahl S355 25
Abb. 4.2 Stahlträger - Systemabmessungen 27
Abb. 4.3 Last-Verschiebungslinien - Stahlträger 28
Abb. 4.4 Spannungen unter P_{max} in Feldmitte – Stahlträger 29
Abb. 4.5 Spannungs-Dehnungsbeziehung für Beton 32
Abb. 4.6 Zugspannungs-Rissverformungslinien für Beton 33
Abb. 4.7 Spannungs-Dehnungsbeziehung für einaxialen Druck nach [12, Sect. 4.5.2] 34
Abb. 4.8 Spannungs-Dehnungsbeziehung für einaxialen Zug nach [12, Sect. 4.5.2] 34
Abb. 4.9 Stahlbetonträger - Systemabmessungen 40
Abb. 4.10 Stahlbetonträger – Modellvorstellung für die analytische Lösung 40
Abb. 4.11 Last-Verschiebungslinien – Betonträger C25/30 42
Abb. 4.12 Last-Verschiebungslinien – Betonträger C40/50 42
Abb. 4.13 RF1 [N] unter P_{max} in Feldmitte – Modell CDE_40-50_4 45
Abb. 4.14 Biegenormalspannungen unter P_{max} in Feldmitte – Betonträger 46
Abb. 5.1 Dübelkennlinien – Einfluss der Auflösung des FE-Netzes 50
Abb. 5.2 Dübelkennlinien – Einfluss der Belastungsgeschwindigkeit 51
Abb. 5.3 Modell KL/F_T250 – Element unverformt (grau), Element verformt (rot) 53
Abb. 5.4 Dübelkennlinien – Einfluss Option Element Deletion 55
Abb. 5.5 Dübelkennlinien Modell KL/G – Einfluss von dc 59

Abb. 5.6 Dübelkennlinien Modell KL/F – Einfluss von dc 60
Abb. 5.7 Dübelkennlinien Modell KL/G – Einfluss von kombinierten Parametern 61
Abb. 5.8 Dübelkennlinien Modell KL/F – Einfluss von kombinierten Parametern 61
Abb. 5.9 Gegenüberstellung der Längsschubkräfte – FE-Modelle „Krone Lang“ 63
Abb. 5.10 Dübelkennlinien Modelle KK/F_T100_D06_DEL und KR/F_D100_D06_DEL 64
Abb. 5.11 Prüfkörper „Krone Kurz“ – Serie 2 – Bruch in die Aussparung 66
Abb. 5.12 Gegenüberstellung der Längsschubkräfte 66
Abb. 6.1 Ermittlung des charakteristischen Verformungsvermögens 69
Abb. 6.2 Definition der Abhebekennlinie 69
Abb. 6.3 Dübelkennlinien „Krone Lang“ – Prüfkörper und FE-Modell 70
Abb. 6.4 Ausgewertete Abhebungen (Verformungen vergrößert) 71
Abb. 6.5 Abhebekennlinien „Krone Lang“ – Prüfkörper und FE-Modell 71
Abb. 6.6 Dübelkennlinie „Krone Lang“ Zeitpunkte für die Spannungsauswertung 72
Abb. 6.7 Zeitpunkt t_1 – Misesspannungen σ_V 73
Abb. 6.8 Zeitpunkt t_1 – Spannungen σ_{22} 74
Abb. 6.9 Zeitpunkt t_1 – Spannungen σ_{12} 75
Abb. 6.10 Zeitpunkt t_1 – Verformungen U_2 76
Abb. 6.11 Zeitpunkt t_2 – Misesspannungen σ_V 77
Abb. 6.12 Zeitpunkt t_2 – Spannungen σ_{22} 78
Abb. 6.13 Zeitpunkt t_2 – Spannungen σ_{12} 79
Abb. 6.14 Zeitpunkt t_2 – Verformungen U_2 80
Abb. 6.15 Zeitpunkt t_3 – Misesspannungen σ_V 81
Abb. 6.16 Zeitpunkt t_3 – Spannungen σ_{22} 82
Abb. 6.17 Zeitpunkt t_3 – Spannungen σ_{12} 83
Abb. 6.18 Zeitpunkt t_3 – Verformungen U_2 84
Abb. 6.19 Zeitpunkt t_4 – Misesspannungen σ_V 85
Abb. 6.20 Zeitpunkt t_4 – Spannungen σ_{22} 86
Abb. 6.21 Zeitpunkt t_4 – Spannungen σ_{12} 87
Abb. 6.22 Zeitpunkt t_4 – Verformungen U_2 88
Abb. 6.23 Zeitpunkt t_5 – Misesspannungen σ_V 89
Abb. 6.24 Zeitpunkt t_5 – Verformungen U_2 90
Abb. 6.25 Schnitt 2-2 – Kräfte in 1-Richtung 91
Abb. 6.26 Tragmodell „Krone Lang“ – Gesamtsystem 94
Abb. 6.27 Tragmodell „Krone Lang“ – Perspektive, Bezeichnungen 95
Abb. 6.28 Tragmodell „Krone Lang“ – oben, Bezeichnungen 96
Abb. 6.29 Tragmodell „Krone Lang“ – seitlich, Bezeichnungen 96
Abb. 6.30 Krafteinleitungsbereiche 98
Abb. 6.31 Kontaktkräfte je Krafteinleitungsbereich – Krafteck 1 99

Abb. 6.32 Resultierende Kontaktkräfte je Stahlzahn – Krafteck 2 100
Abb. 6.33 Hauptdruckspannungstrajektorien – Vertikalschnitt 101
Abb. 6.34 Schrägschnitte durch den Betongurt – Ebene 1-2 101
Abb. 6.35 Schnitt 1-1 – Hauptdruckspannungen (oben) und Hauptdruckspannungstrajektorien (unten) 102
Abb. 6.36 Schnitt 2-2 – Hauptdruckspannungen (oben) und Hauptdruckspannungstrajektorien (unten) 103
Abb. 6.37 Kontaktpressungen am Auflager und Auflagerkraft 103
Abb. 6.38 Schnitt 3-3 (links), Schnitt 4-4 (rechts) – Hauptdruckspannungen (oben) und Hauptdruckspannungstrajektorien (unten) 104
Abb. 6.39 Schrägschnitte durch den Prüfkörper – Ebene 1-3 105
Abb. 6.40 Schnitt 5-5 – Hauptdruckspannungen (oben) und Hauptdruckspannungstrajektorien (unten) 105
Abb. 6.41 Schnitt 6-6 – Hauptdruckspannungen (oben) und Hauptdruckspannungstrajektorien (unten) 105
Abb. 6.42 Schnitt 7-7 – Hauptdruckspannungen (rechts) und Hauptdruckspannungstrajektorien (links) 106
Abb. 6.43 Schnitt 8-8 – Hauptdruckspannungen (rechts) und Hauptdruckspannungstrajektorien (links) 106
Abb. 6.44 Schnitt 9-9 – Hauptdruckspannungen (oben) und Hauptdruckspannungstrajektorien (unten) 107
Abb. 6.45 Spannungen in der Bewehrung und Zugstreben 107
Abb. 6.46 Knoten 1 – Knotengleichgewicht 108
Abb. 6.47 Knoten 1.1 – Knotengleichgewicht 109
Abb. 6.48 Knoten 2 – Knotengleichgewicht 109
Abb. 6.49 Knoten 2.1 – Knotengleichgewicht 110
Abb. 6.50 Knoten 3 – Knotengleichgewicht 110
Abb. 6.51 Knoten 4 – Knotengleichgewicht 111
Abb. 6.52 Knoten 5 – Knotengleichgewicht 112
Abb. 6.53 Knoten 6 – Knotengleichgewicht 113
Abb. 6.54 Knoten 7 – Knotengleichgewicht 114
Abb. 6.55 Konzentrierte Krafteinleitung (aus [15], Bild 47 links, Bild 48 rechts) 115
Abb. 6.56 Grenzflächen der Hauptdruckspannungen 116
Abb. 6.57 Konzentrierte Krafteinleitung – Schnitt 10-10 117
Abb. 6.58 Knotennachweis – Schnitt 10-10 117
Abb. 6.59 Hauptspannungen σ_3 (Min. Principal) 118
Abb. 6.60 Hauptspannungen σ_2 (Mid. Principal) 119
Abb. 6.61 Hauptspannungen σ_1 (Max. Principal) 119
Abb. 6.62 Hauptspannungsrichtungen – Knoten 1 (links) und Knoten 2 (rechts) 120

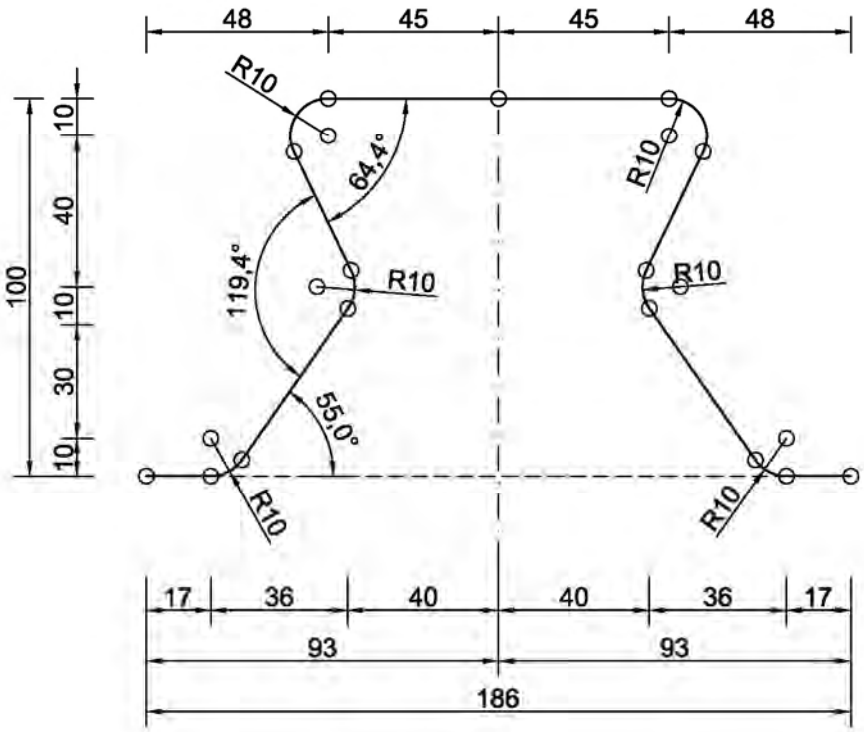
10 Tabellenverzeichnis

Tab. 3.1 Zusammenstellung der FE-Netze 22
Tab. 4.1 Baustoffkennwerte für Baustahl 25
Tab. 4.2 Eingabeparameter zur Materialformulierung des Baustahls 26
Tab. 4.3 Stahlträger - Querschnittswerte 27
Tab. 4.4 FE-Modelle – Stahlträger 27
Tab. 4.5 Zusammenstellung der Ergebnisse – Stahlträger 29
Tab. 4.6 Werkstoffkennwerte für Beton 32
Tab. 4.7 Eingabeparameter – *General* und *Elastic* 36
Tab. 4.8 Eingabeparameter – *Plasticity* 36
Tab. 4.9 Eingabeparameter – *Compressive Behaviour* 37
Tab. 4.10 Eingabeparameter – *Tensile Behaviour* 38
Tab. 4.11 Eingabeparameter – *Tensile Behaviour* 38
Tab. 4.12 Eingabeparameter zur Materialformulierung des Betonstahls 39
Tab. 4.13 Eingabeparameter zur Materialformulierung des Ankerstahls 39
Tab. 4.14 FE-Modelle – Stahlbetonträger 41
Tab. 4.15 Zusammenstellung der Ergebnisse – Stahlbetonträger 43
Tab. 5.1 FE-Modelle „Krone Lang“ 49
Tab. 5.2 Anhaltswerte für d_c 57
Tab. 5.3 Zusammenfassung der Ergebnisse – FE-Modelle „Krone Lang“ 63
Tab. 6.1 Traglasten und Verschiebungen 70
Tab. 6.2 Schub- und Reibungskräfte im Schnitt 2-2 92
Tab. 6.3 Kontaktnormalkräfte (N_i), Kontaktreibungskräfte (T_i) und resultierende Kontaktkräfte (R_i) je Krafteinleitungsbereich 99
Tab. 6.4 Zusammenfassung der Zug- und Druckstrebenkräfte 115

Anhang A – Pläne [*]

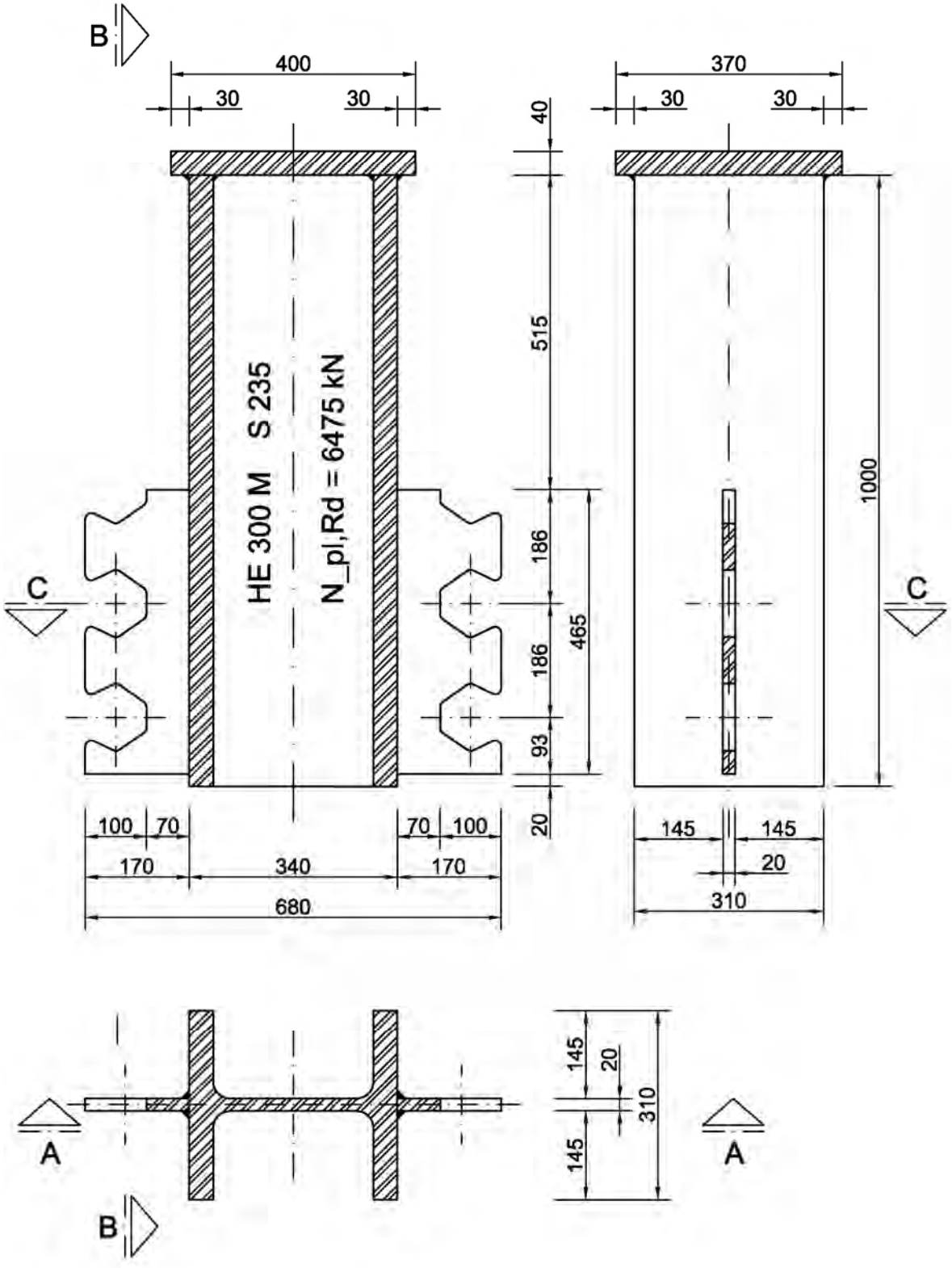
A1 Prüfkörper „Krone Kurz“

A1-1 Stahlzahngeometrie „Krone Kurz", M 1:2



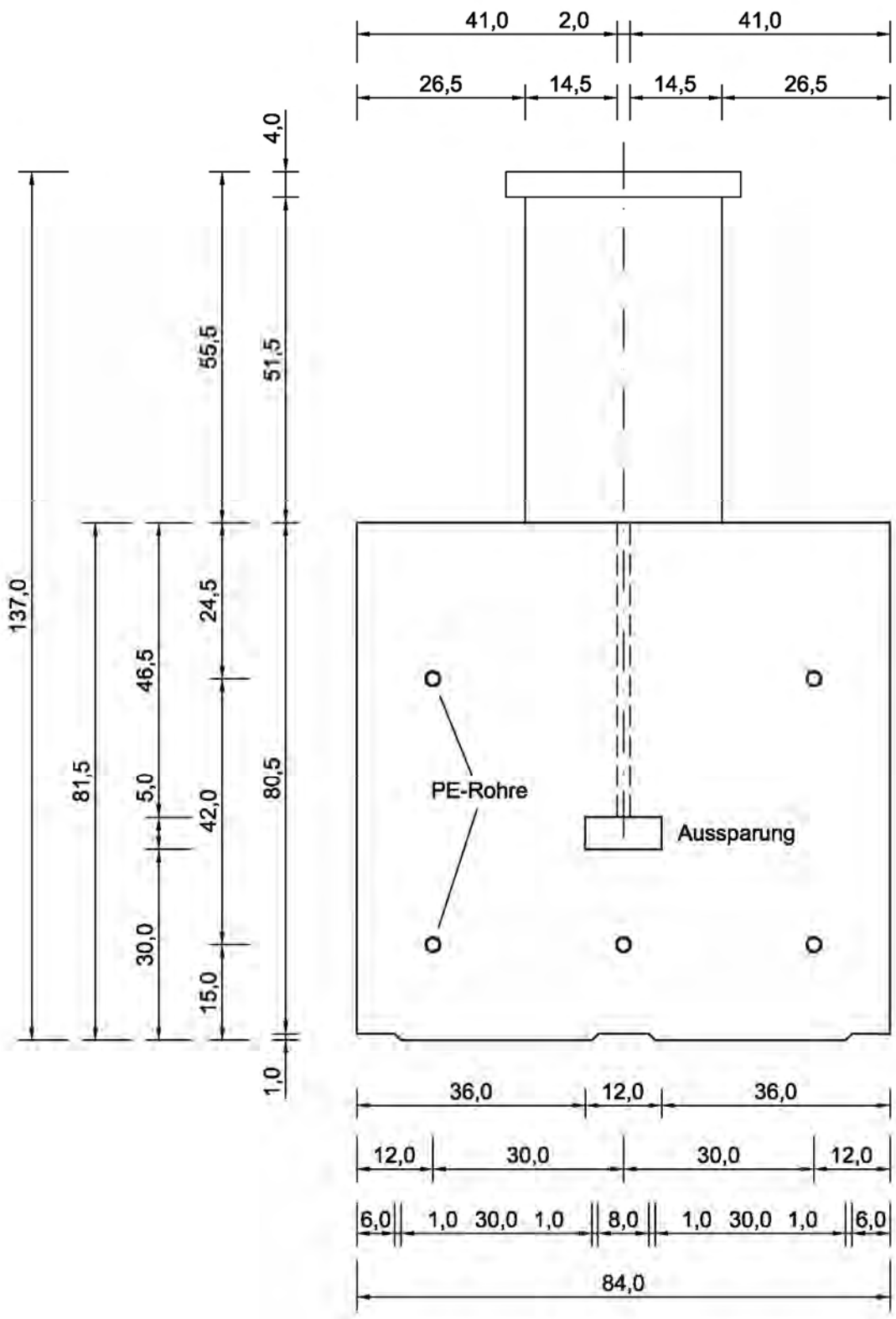
[*] Alle nachfolgend dargestellten Planskizzen wurden dankenswerterweise von Univ.Ass. DI Thomas Petraschek zur Verfügung gestellt.

A1-2 Werkstattplan „Krone Kurz" - Serie 2, M 1:10



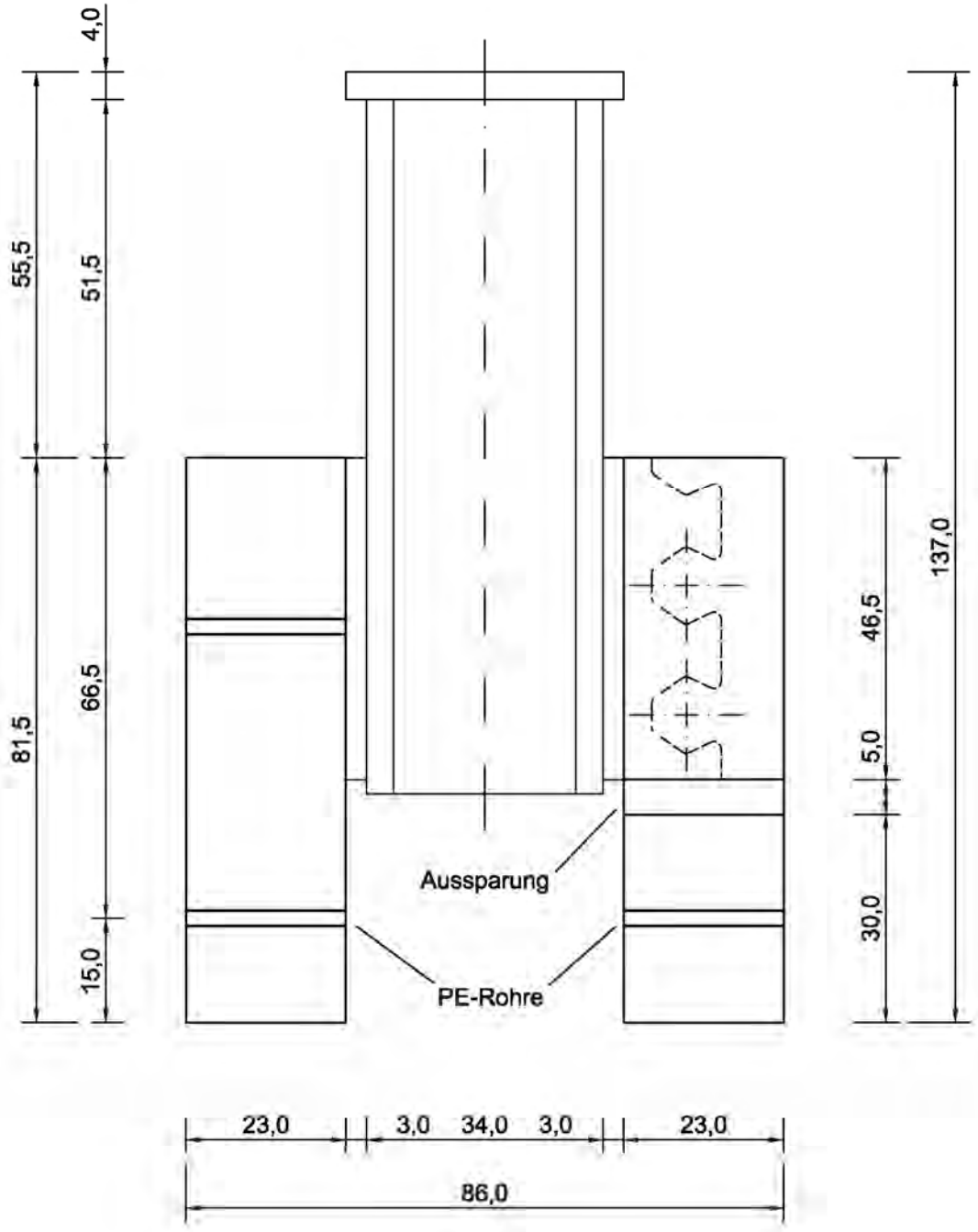
A1-3 Schalungsplan „Krone Kurz" - Serie 2, M 1:10, Blatt 1/2

Ansicht A-A



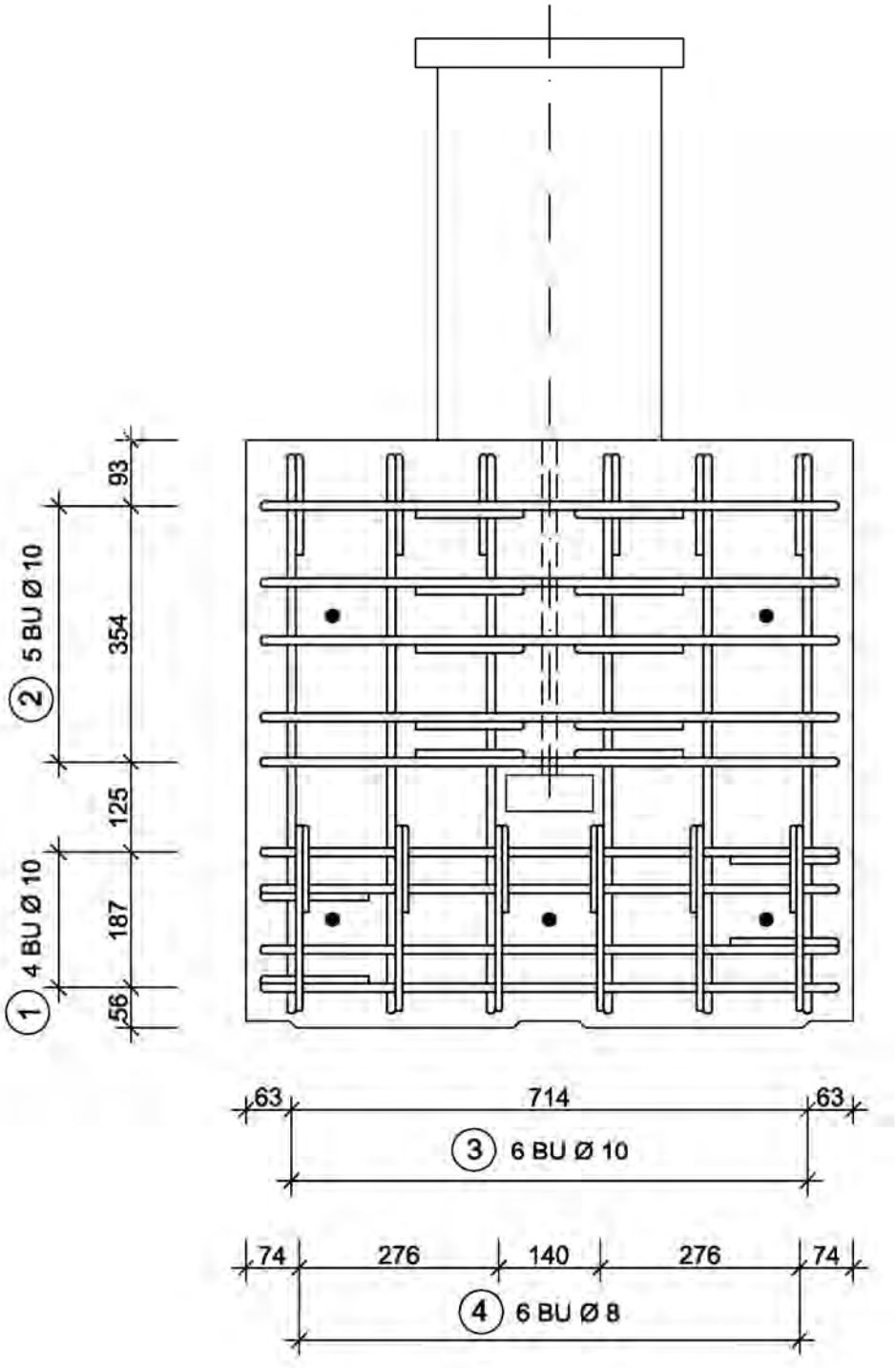
A1-4 Schalungsplan „Krone Kurz" - Serie 2, M 1:10, Blatt 2/2

Schnitt E-E



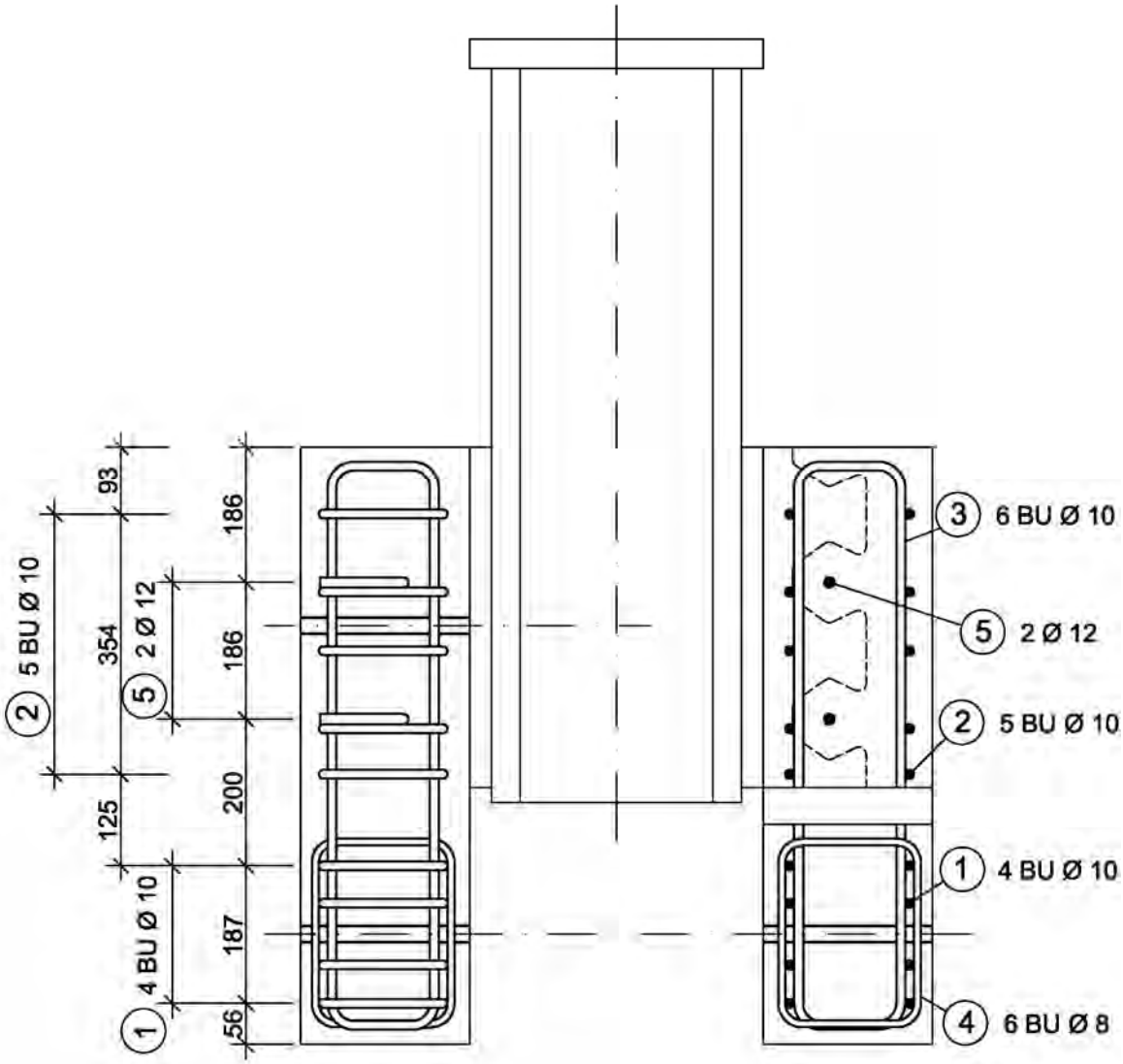
A1-5 Bewehrungssplan „Krone Kurz" - Serie 2, M 1:10, Blatt 1/4

Ansicht A-A



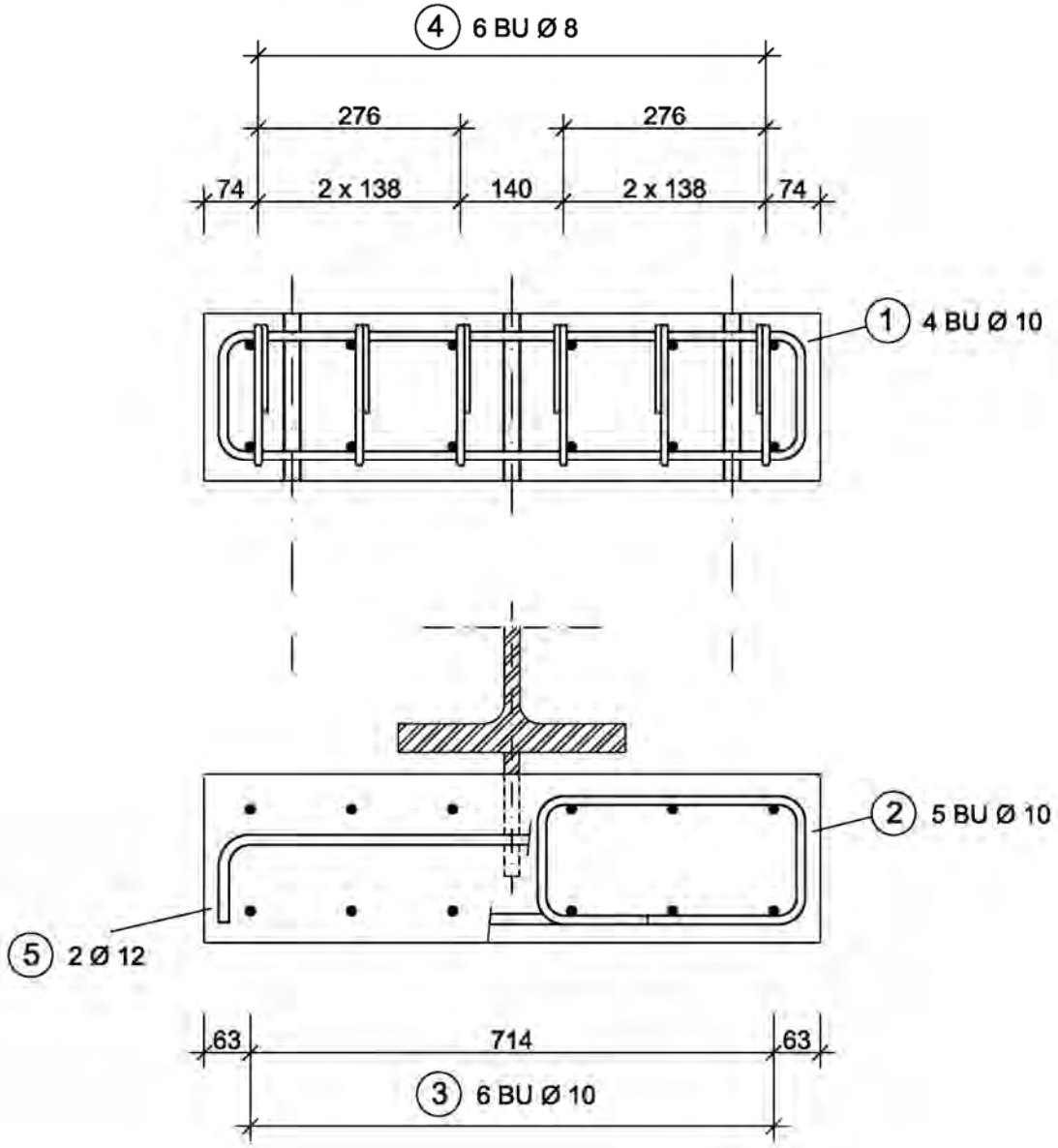
A1-6 Bewehrungssplan „Krone Kurz" - Serie 2, M 1:10, Blatt 2/4

Schnitt D-D, Schnitt E-E



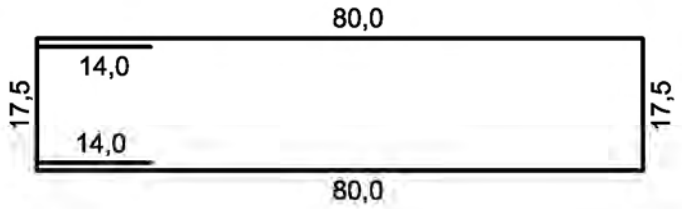
A1-7 Bewehrungssplan „Krone Kurz" - Serie 2, M 1:10, Blatt 3/4

Schnitt B-B, Schnitt C-C

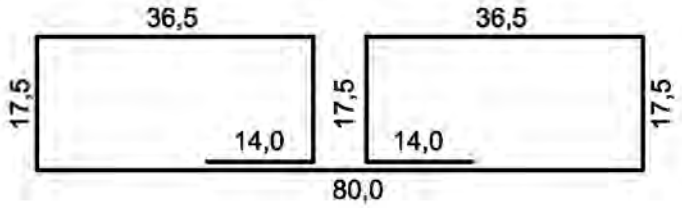


A1-8 Bewehrungssplan „Krone Kurz" - Serie 2, M 1:10, Blatt 4/4

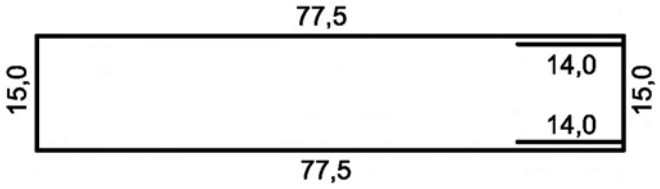
bemaßte Biegeformen



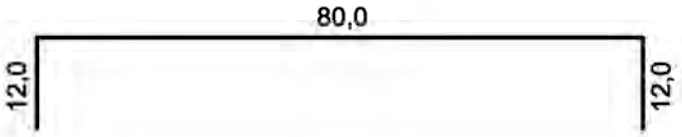
① 2 x 4 = 8 BU Ø 10
lg = 223,0 cm - 1,38 kg
ges = 17,84 m - 11,0 kg



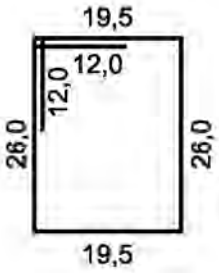
② 2 x 5 = 10 BU Ø 10
lg = 251,0 cm - 1,55 kg
ges = 25,1 m - 15,5 kg



③ 2 x 6 = 12 BU Ø 10
lg = 213,0 cm - 1,31 kg
ges = 25,6 m - 15,8 kg



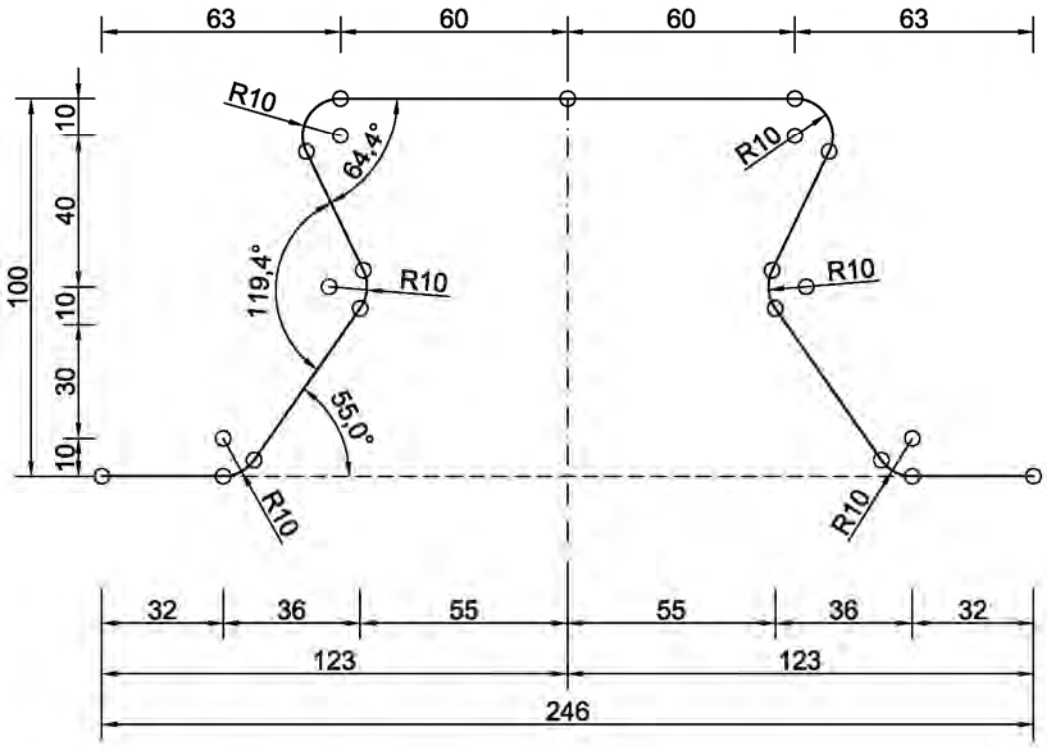
⑤ 2 x 2 = 4 Ø 12
lg = 104,0 cm - 0,92 kg
ges = 4,2 m - 3,7 kg



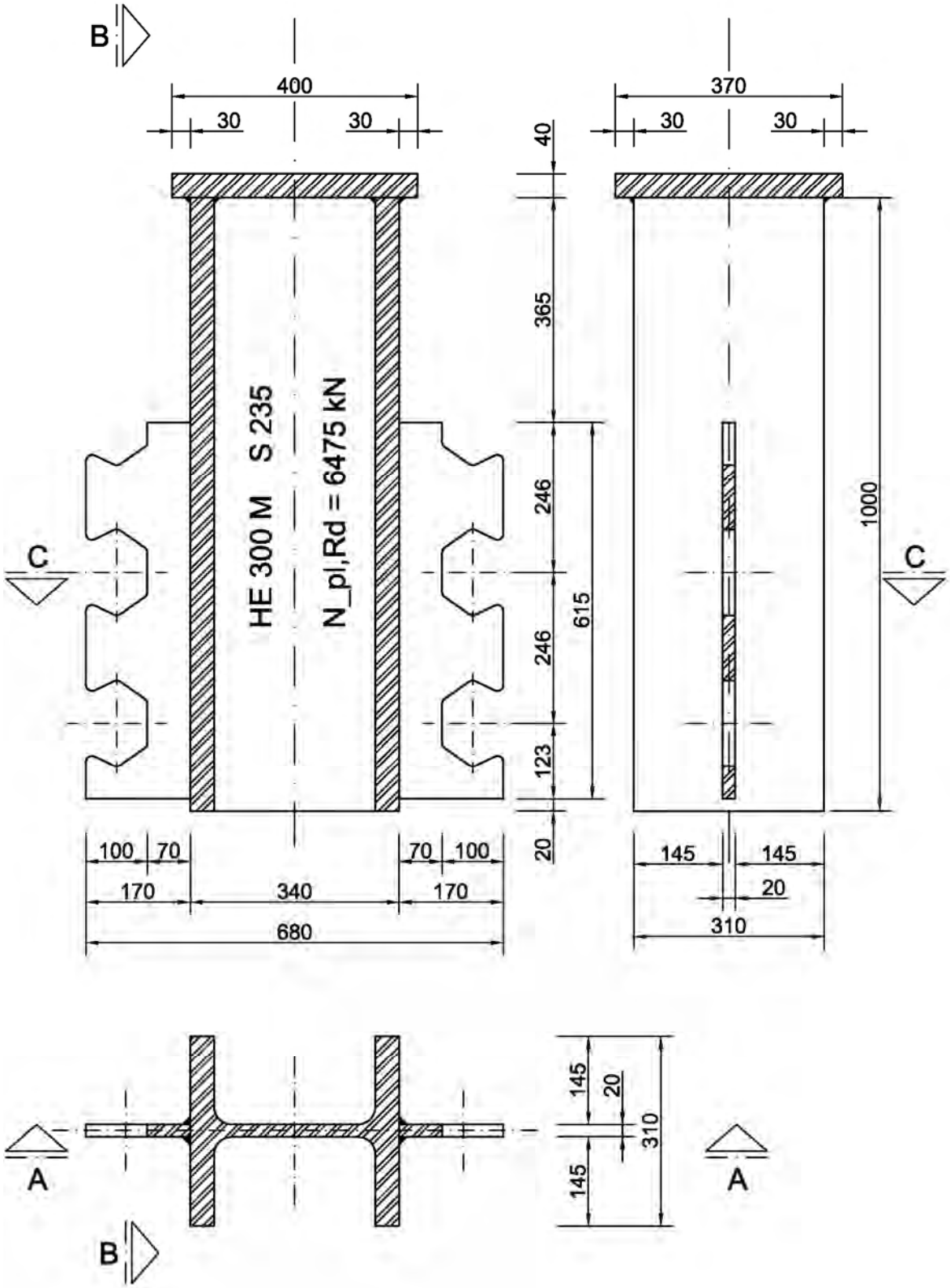
④ 2 x 6 = 12 BU Ø 8
lg = 115,0 cm - 0,45 kg
ges = 13,8 m - 5,5 kg

A2 Prüfkörper „Krone Lang“

A2-1 Stahlzahngeometrie „Krone Lang", M 1:2

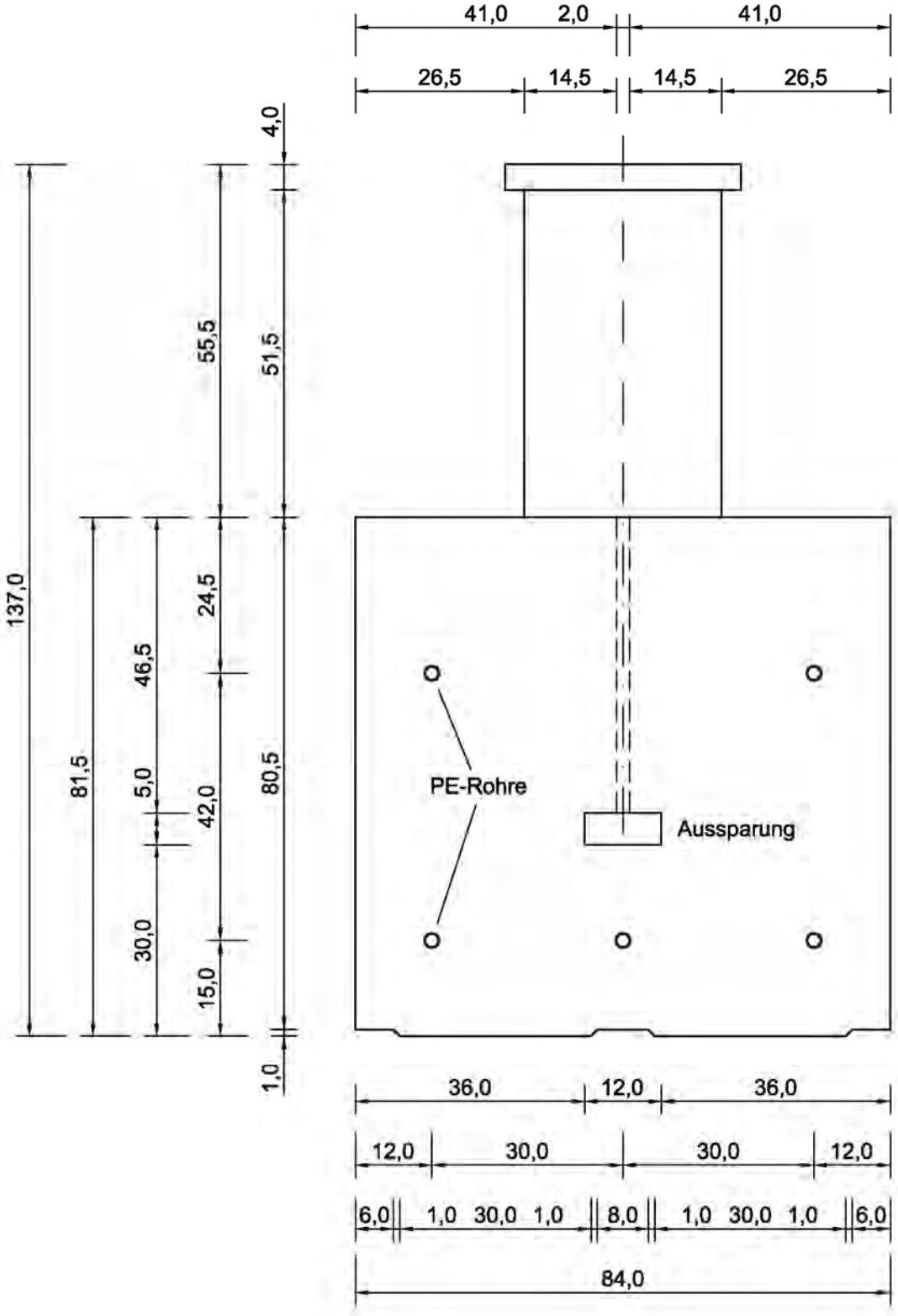


A2-2 Werkstattplan „Krone Lang" - Serie 2, M 1:10



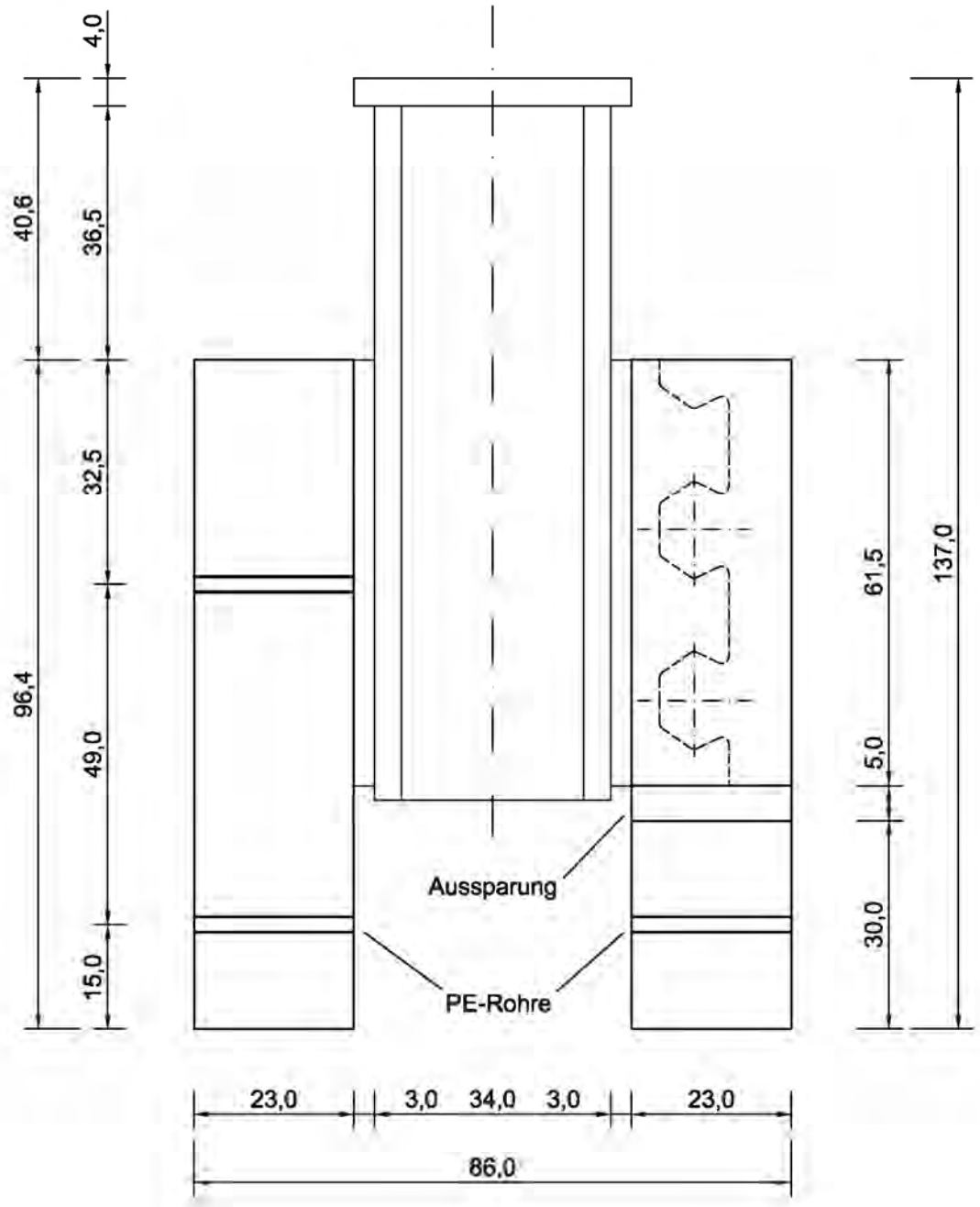
A2-3 Schalungsplan „Krone Lang" - Serie 2, M 1:10, Blatt 1/2

Ansicht A-A



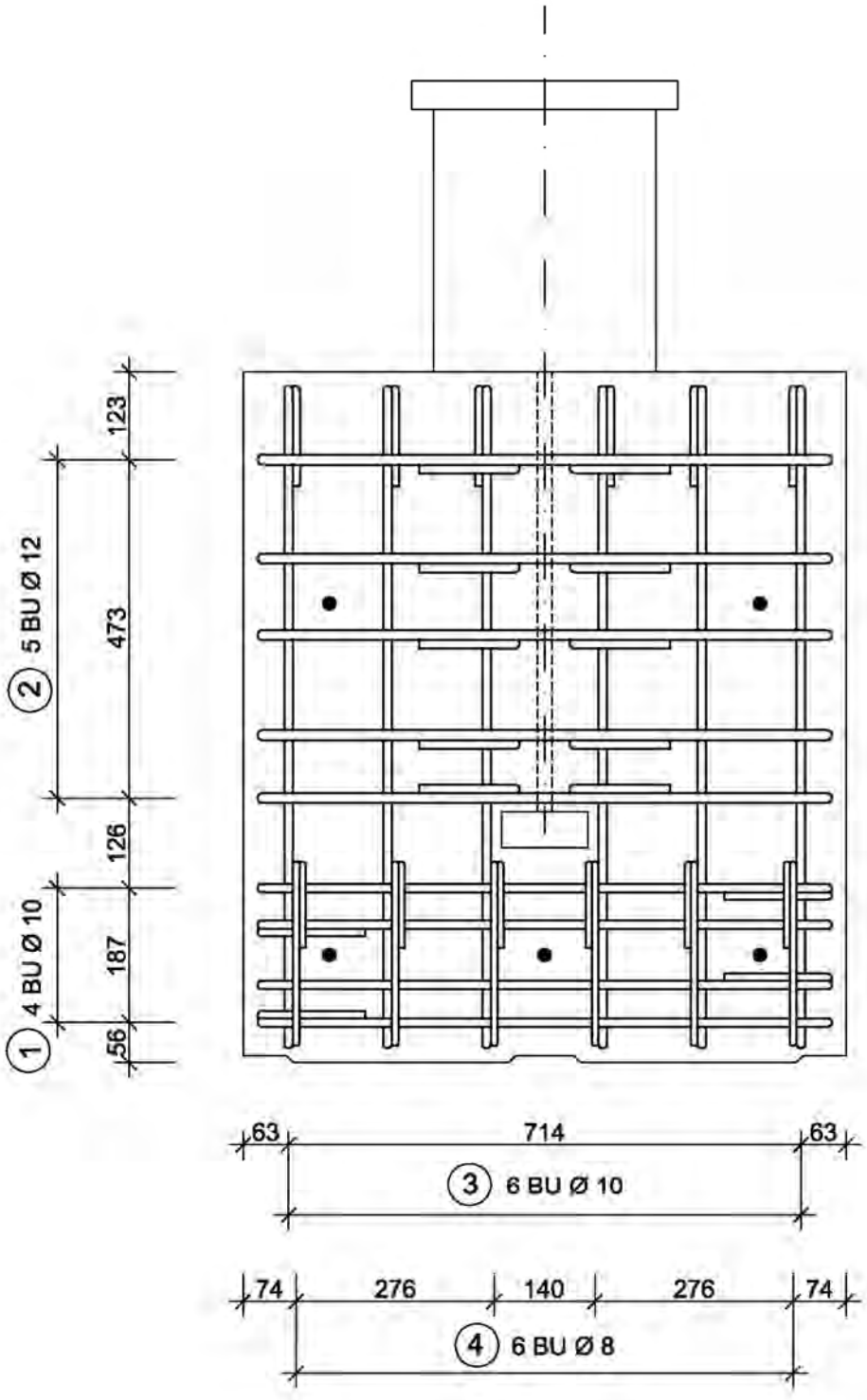
A2-4 Schalungsplan „Krone Lang" - Serie 2, M 1:10, Blatt 2/2

Schnitt E-E



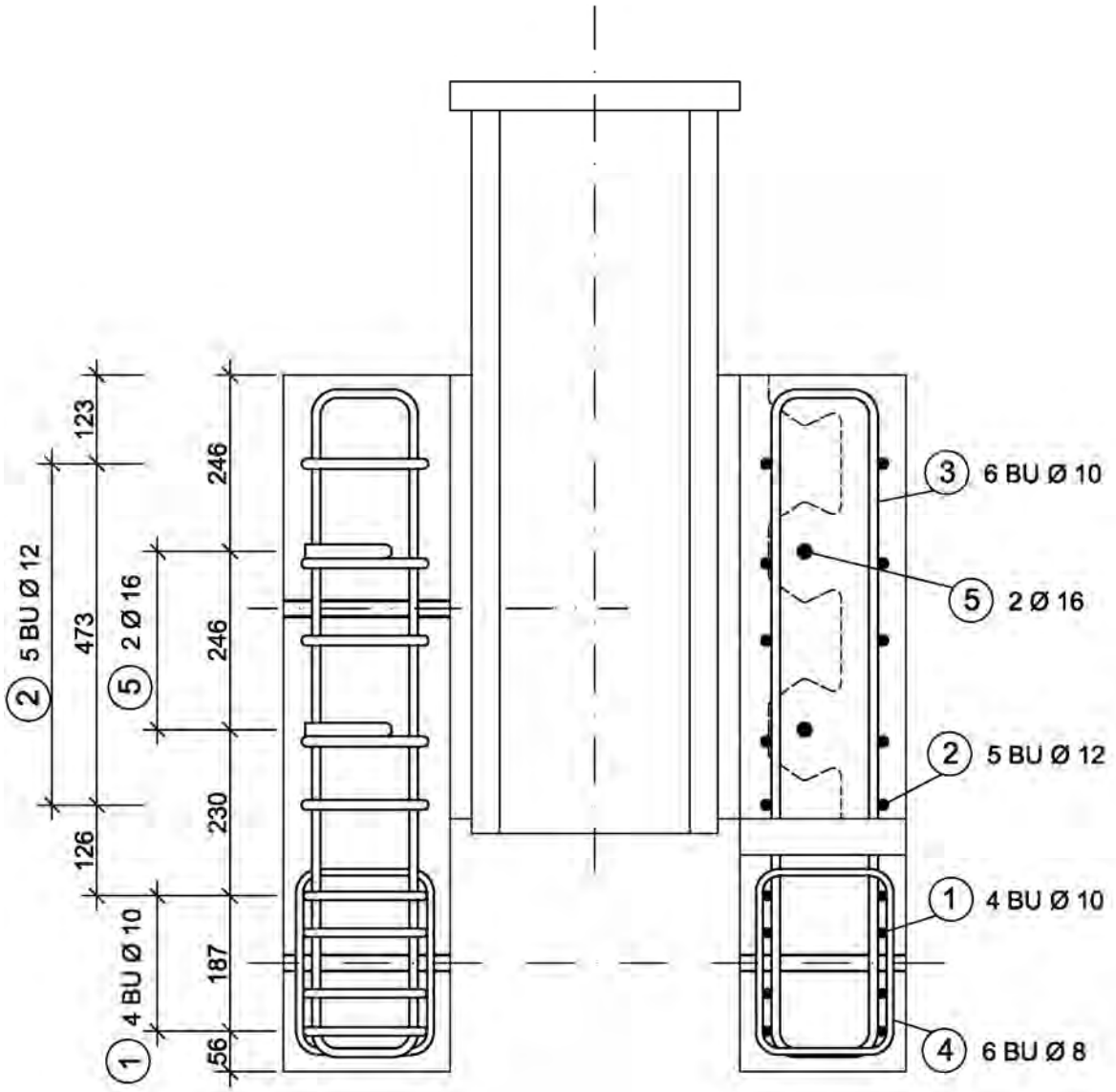
A2-5 Bewehrungssplan „Krone Lang" - Serie 2, M 1:10, Blatt 1/4

Ansicht A-A



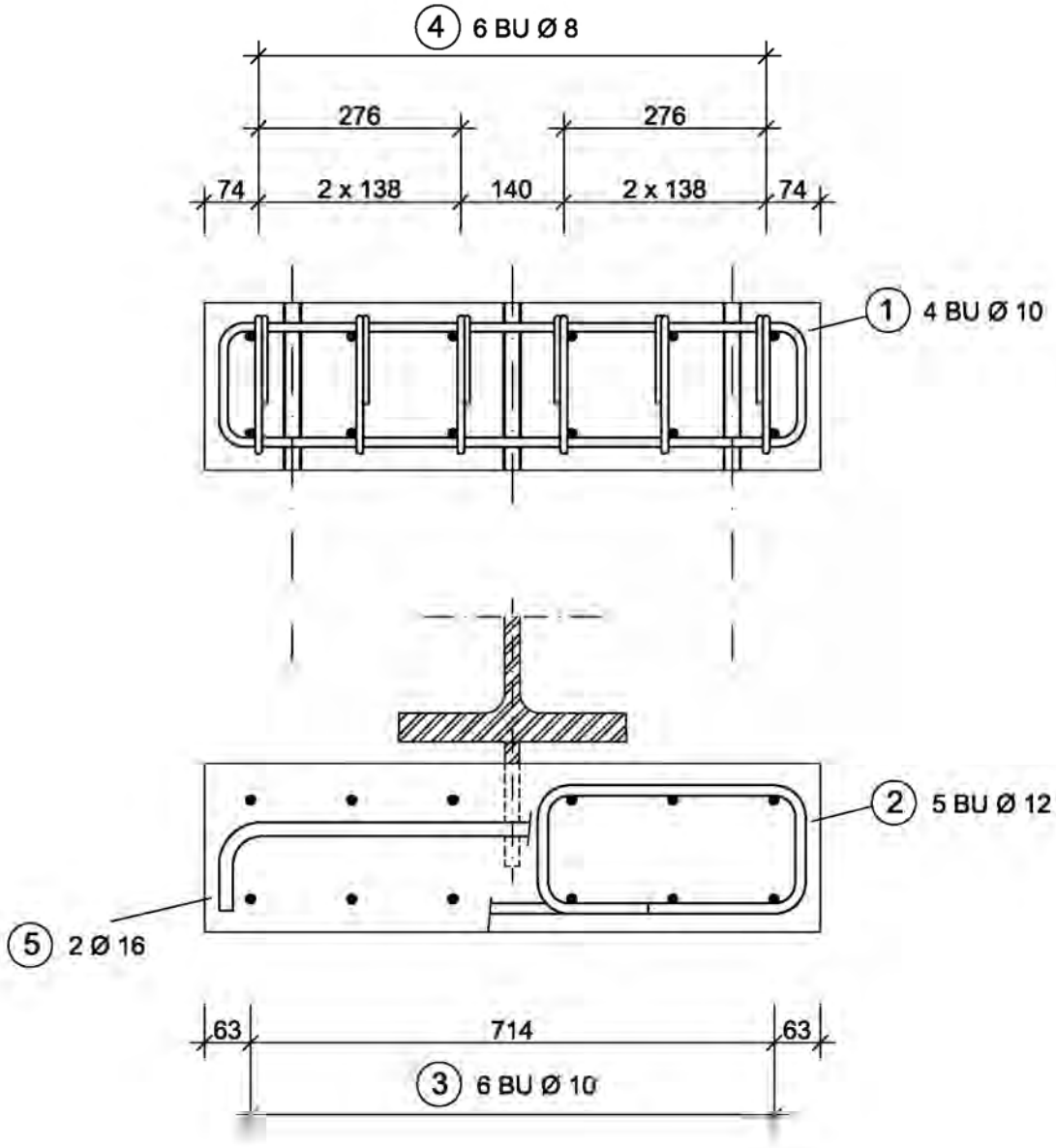
A2-6 Bewehrungssplan „Krone Lang" - Serie 2, M 1:10, Blatt 2/4

Schnitt D-D, Schnitt E-E



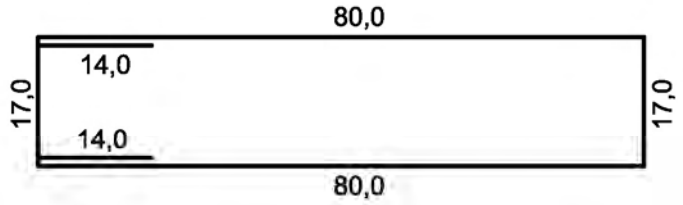
A2-7 Bewehrungssplan „Krone Lang" - Serie 2, M 1:10, Blatt 3/4

Schnitt B-B, Schnitt C-C

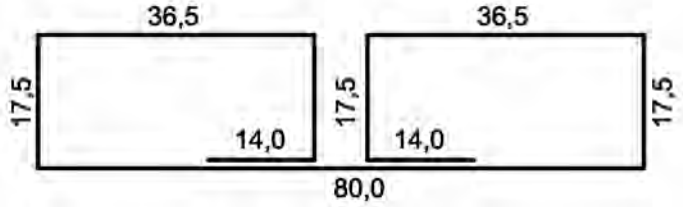


A2-8 Bewehrungssplan „Krone Lang" - Serie 2, M 1:10, Blatt 4/4

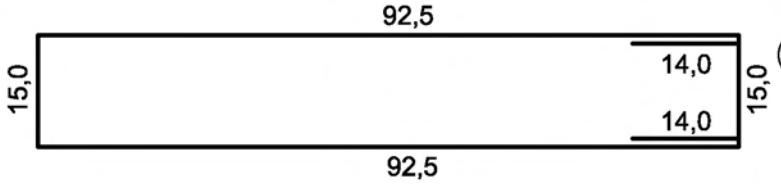
bemaßte Biegeformen



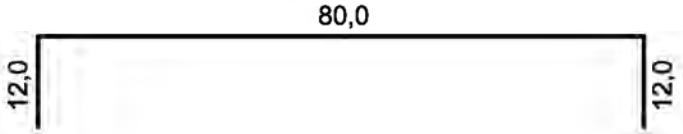
① 2 x 4 = 8 BU Ø 10
lg = 222,0 cm - 1,37 kg
ges = 17,76 m - 11,0 kg



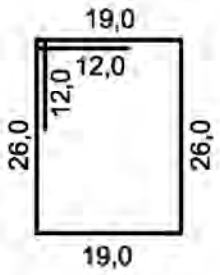
② 2 x 5 = 10 BU Ø 12
lg = 251,0 cm - 2,23 kg
ges = 25,1 m - 22,3 kg



③ 2 x 6 = 12 BU Ø 10
lg = 243,0 cm - 1,50 kg
ges = 29,2 m - 18,0 kg



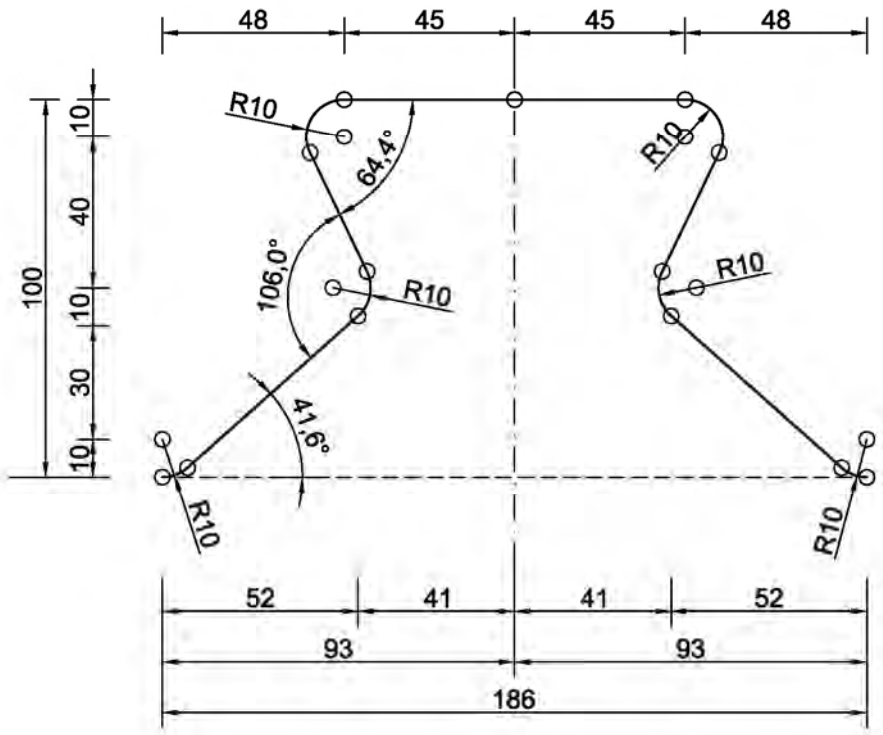
⑤ 2 x 2 = 4 Ø 16
lg = 104,0 cm - 1,64 kg
ges = 4,2 m - 6,6 kg



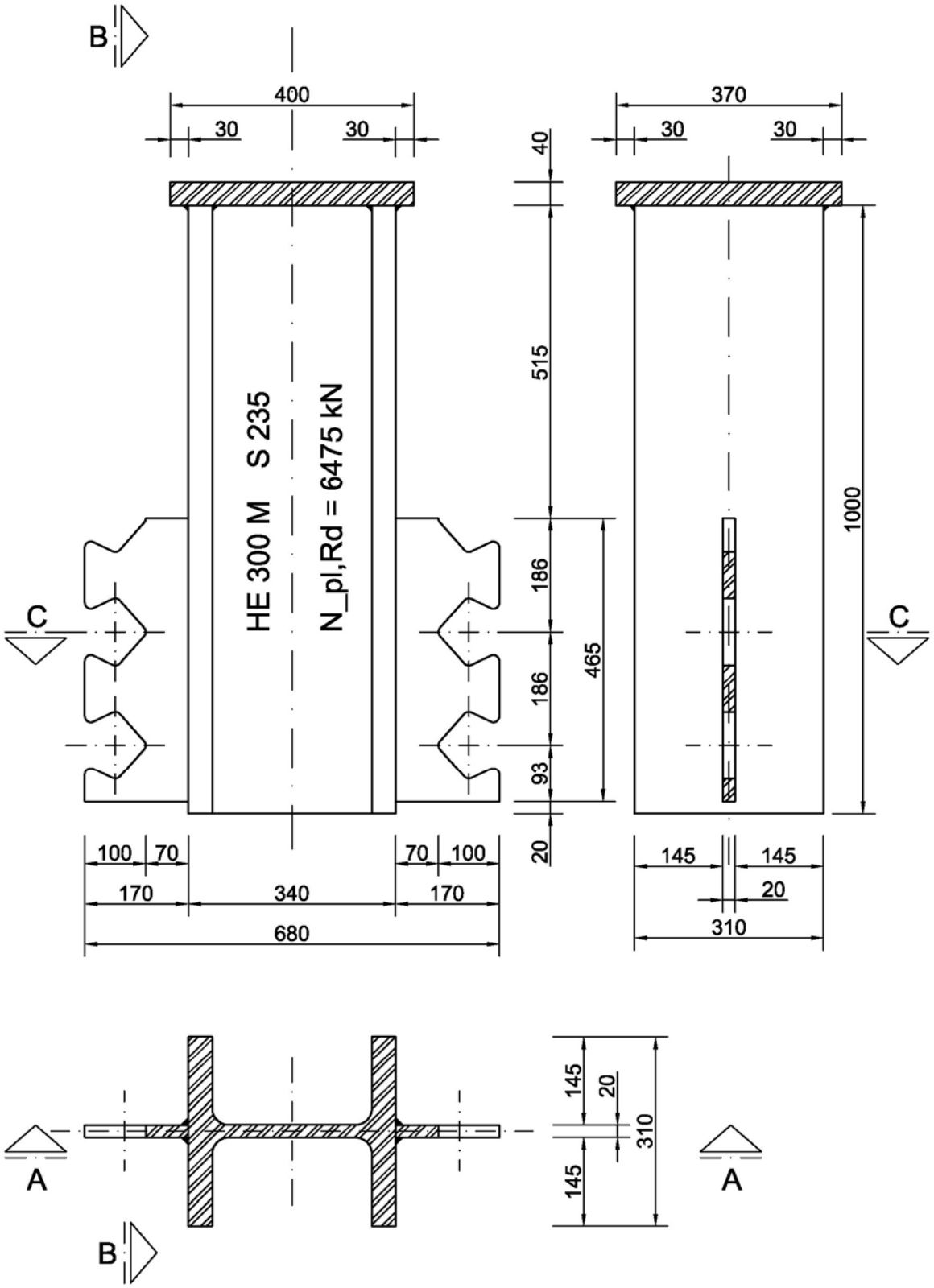
④ 2 x 6 = 12 BU Ø 8
lg = 114,0 cm - 0,45 kg
ges = 13,7 m - 5,4 kg

A3 Prüfkörper „Krone Rund“

A3-1 Stahlzahngeometrie „Krone Rund", M 1:2

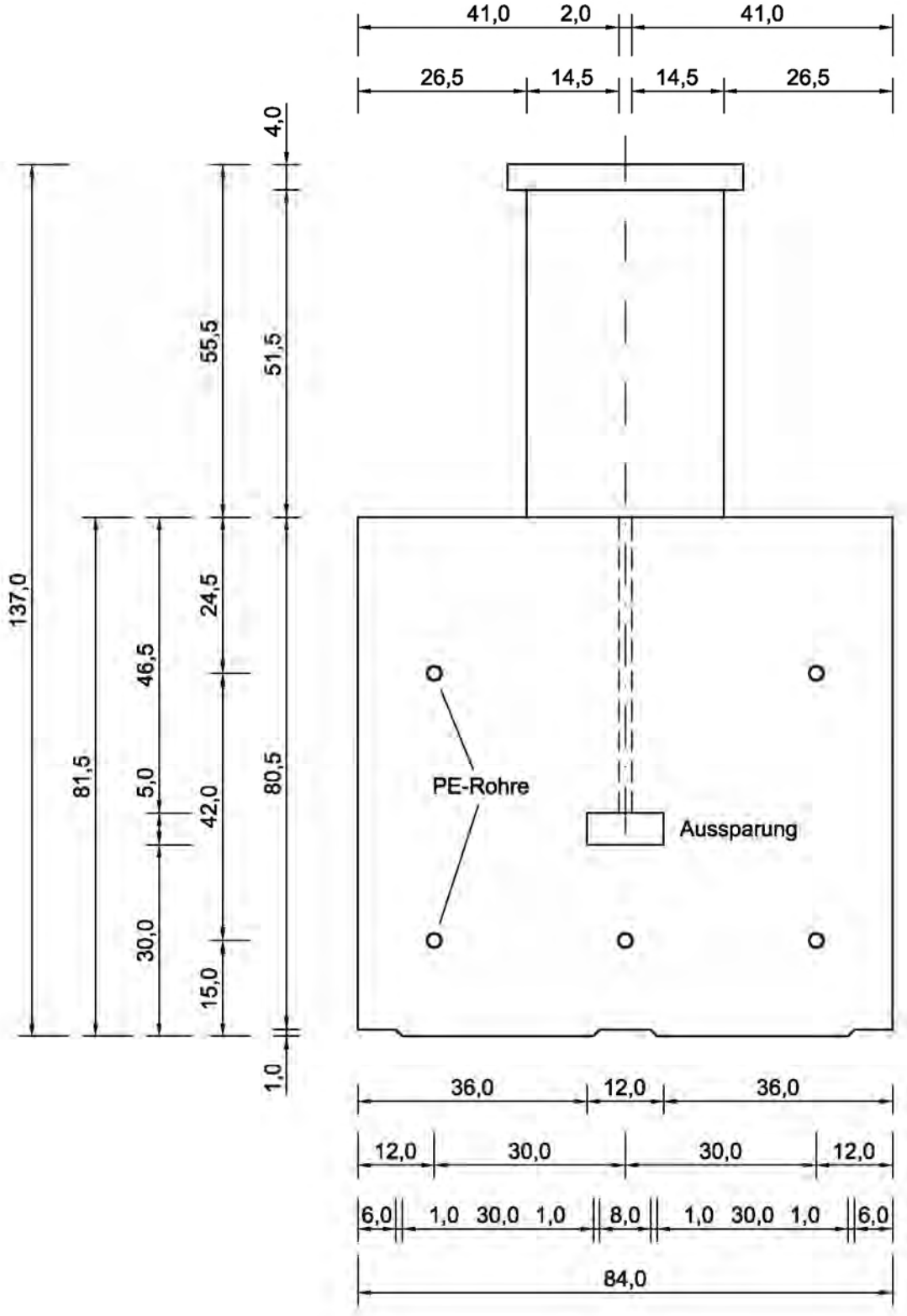


A3-2 Werkstattplan „Krone Rund" - Serie 2, M 1:10



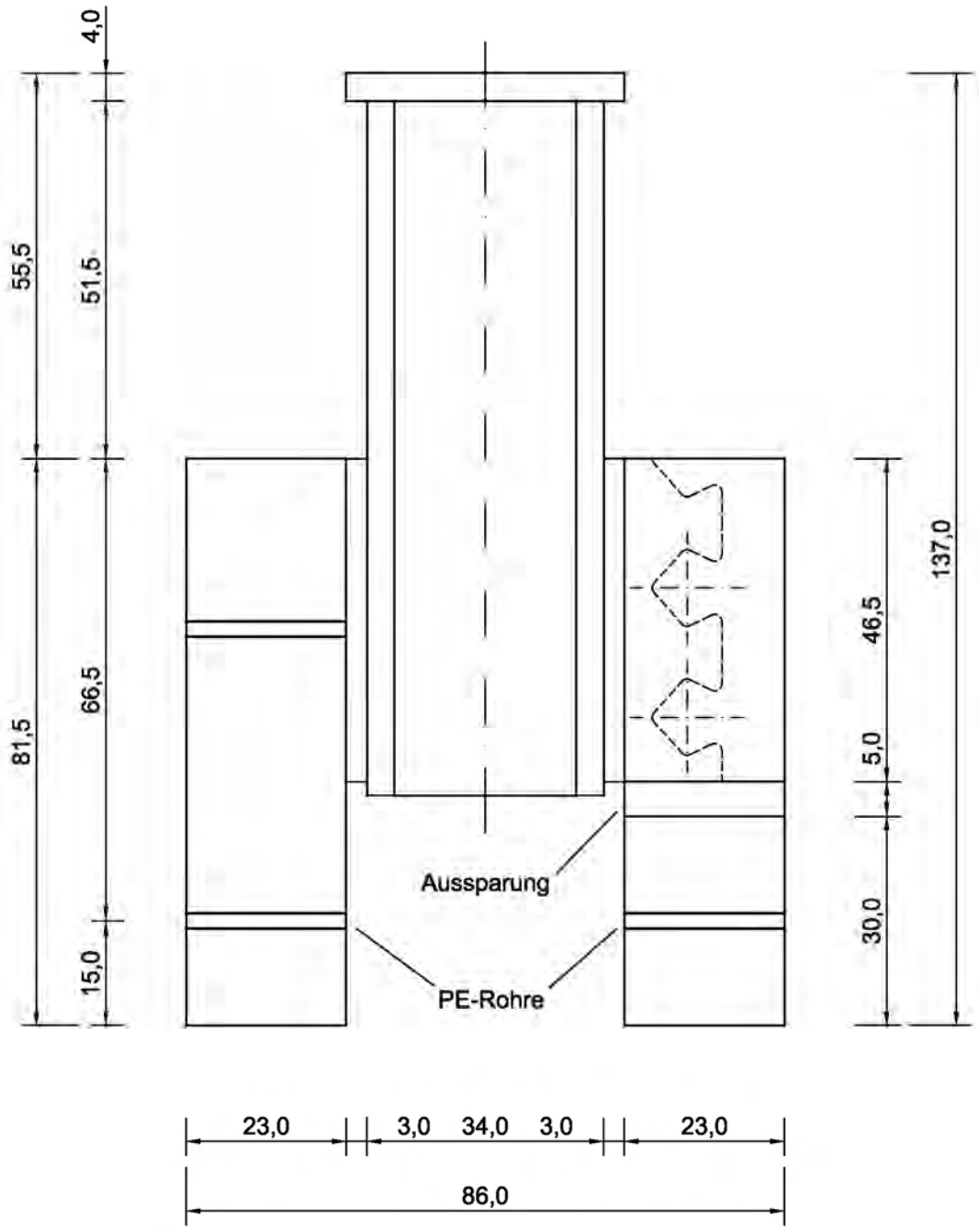
A3-3 Schalungsplan „Krone Rund" - Serie 2, M 1:10, Blatt 1/2

Ansicht A-A



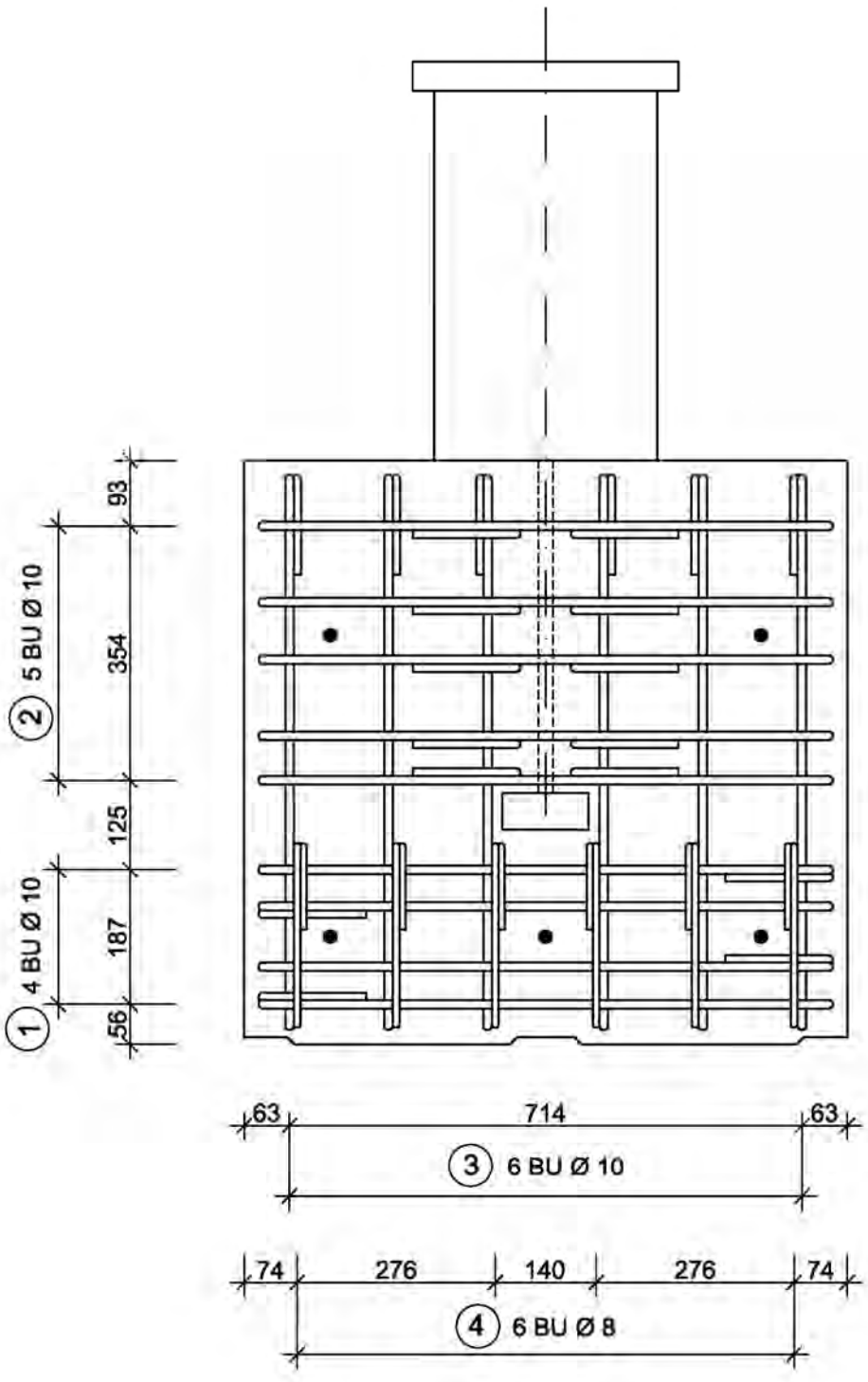
A3-4 Schalungsplan „Krone Rund" - Serie 2, M 1:10, Blatt 2/2

Schnitt E-E



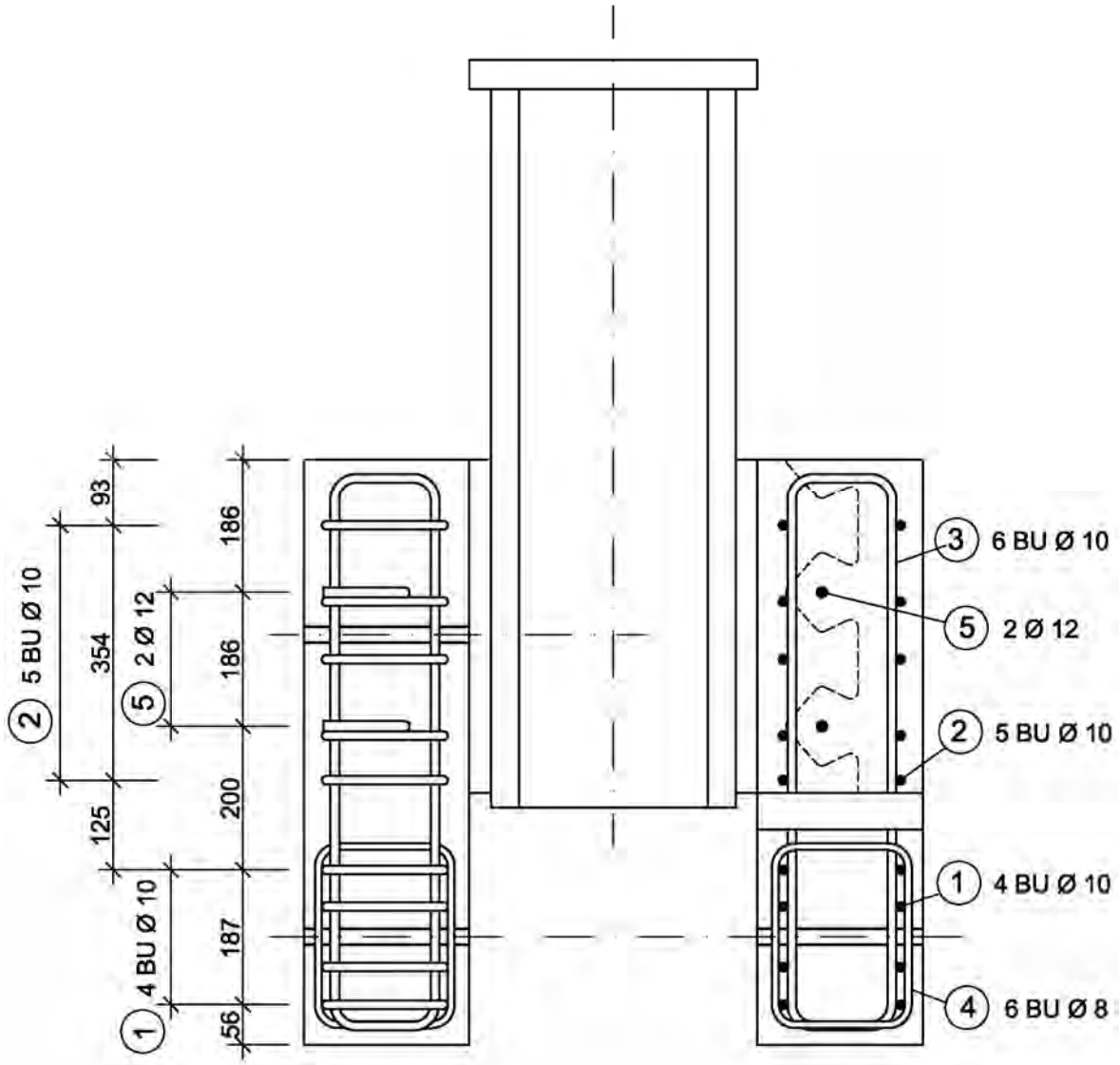
A3-5 Bewehrungssplan „Krone Rund" - Serie 2, M 1:10, Blatt 1/4

Ansicht A-A



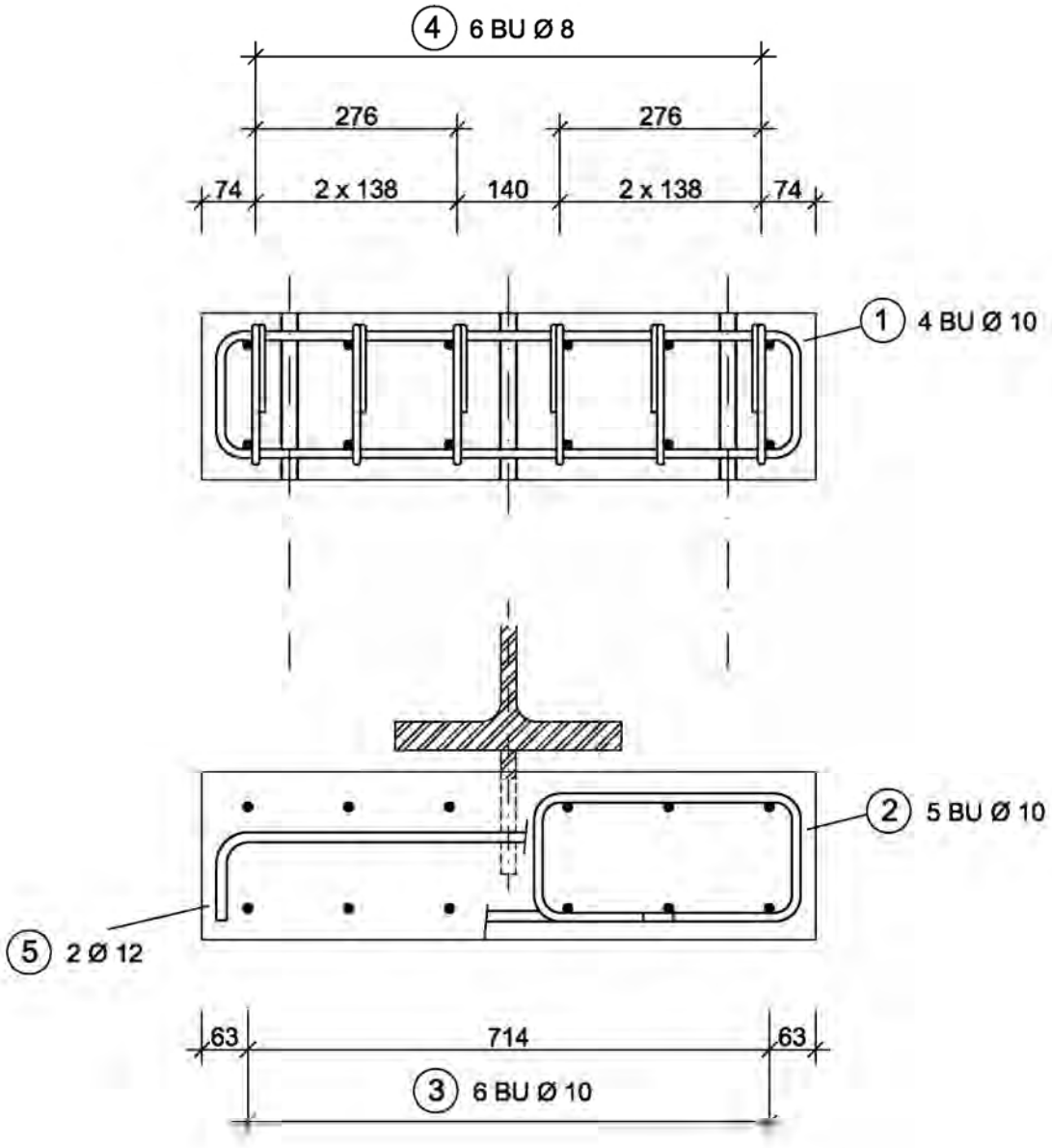
A3-6 Bewehrungssplan „Krone Rund" - Serie 2, M 1:10, Blatt 2/4

Schnitt D-D, Schnitt E-E



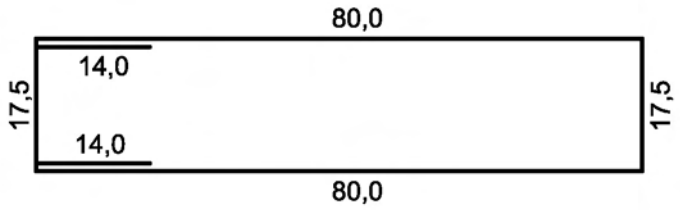
A3-7 Bewehrungssplan „Krone Rund" - Serie 2, M 1:10, Blatt 3/4

Schnitt B-B, Schnitt C-C

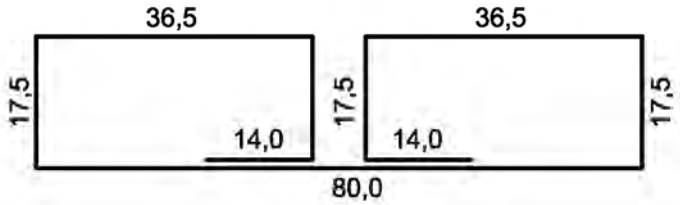


A3-8 Bewehrungssplan „Krone Rund" - Serie 2, M 1:10, Blatt 4/4

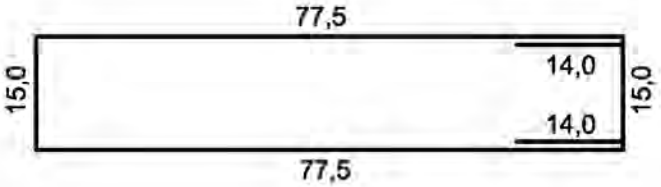
bemaßte Biegeformen



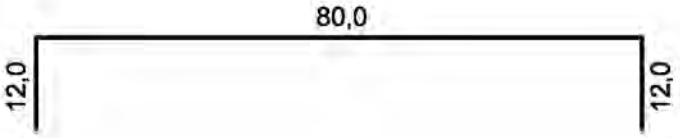
① 2 x 4 = 8 BU Ø 10
lg = 223,0 cm - 1,38 kg
ges = 17,84 m - 11,0 kg



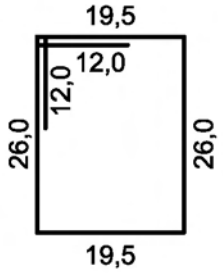
② 2 x 5 = 10 BU Ø 10
lg = 251,0 cm - 1,55 kg
ges = 25,1 m - 15,5 kg



③ 2 x 6 = 12 BU Ø 10
lg = 213,0 cm - 1,31 kg
ges = 25,6 m - 15,8 kg



⑤ 2 x 2 = 4 Ø 12
lg = 104,0 cm - 0,92 kg
ges = 4,2 m - 3,7 kg



④ 2 x 6 = 12 BU Ø 8
lg = 115,0 cm - 0,45 kg
ges = 13,8 m - 5,5 kg

Anhang B – Berechnungen

B1 Stahlträger mit Einzellast – analytische Lösung

- **System und Belastung**

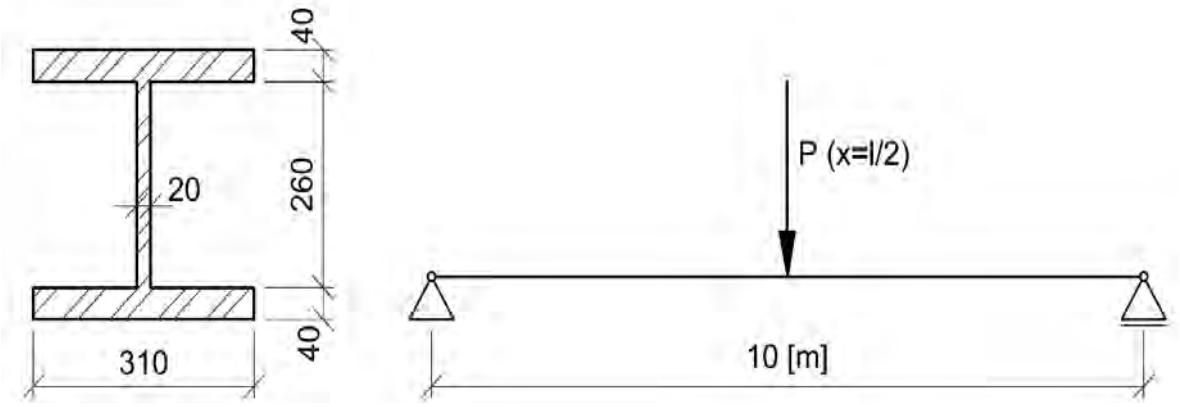


Abb. B 1 Stahlträger - Systemabmessungen

Stahlträger – Querschnittswerte					
h [mm]	340,00	A_{og} [mm²]	12400,00	I_y [mm^4]	590600000,00
b [mm]	310,00	A_w [mm²]	5200,00	W_{el} [mm³]	3474117,65
t_f [mm]	40,00	A_{ug} [mm²]	12400,00	S_y [mm³]	2029000,00
t_w [mm]	20,00	A [mm²]	30000,00	W_{pl} [mm³]	4058000,00

Tab. B 1 Stahlträger – Querschnittswerte

Baustahl S355 – Werkstoffkennwerte			
f_y [N/mm²]	363,00	E [N/mm²]	210000

Tab. B 2 Stahlträger – Querschnittswerte

- **Elastische und Plastische Traglast**

$$M_{el} = f_y \times W_{el} = 363{,}00 \times 3474117{,}65 = 1{,}2611 \times 10^9 \text{ N/mm}^2 \qquad \text{Gl. (B.1)}$$

$$P_{el} = \frac{4 \times M_{el}}{l} = \frac{4 \times 1{,}2611 \times 10^9}{10000} \times 10^{-3} = 504{,}44 \text{ kN} \qquad \text{Gl. (B.2)}$$

$$M_{pl} = f_y \times W_{pl} = 363{,}00 \times 4058000{,}00 = 1{,}4731 \times 10^8 \text{ N/mm}^2 \qquad \text{Gl. (B.3)}$$

$$P_{pl} = \frac{4 \times M_{pl}}{l} = \frac{4 \times 1{,}4731 \times 10^9}{10000} \times 10^{-3} = 589{,}22 \text{ kN} \qquad \text{Gl. (B.4)}$$

- **Last-Verschiebungslinie**

$$\delta_{el} = \frac{P_{el} \times l^3}{48 \times EI} = \frac{504{,}44 \times 10^3 \times 10000}{48 \times 210000 \times 590600000{,}00} = 84{,}73 \text{ mm} \qquad \text{Gl. (B.5)}$$

$$\delta_{pl} = \frac{P_{pl} \times l^3}{48 \times EI} = \frac{589{,}22 \times 10^3 \times 10000}{48 \times 210000 \times 590600000{,}00} = 98{,}97 \text{ mm} \qquad \text{Gl. (B.6)}$$

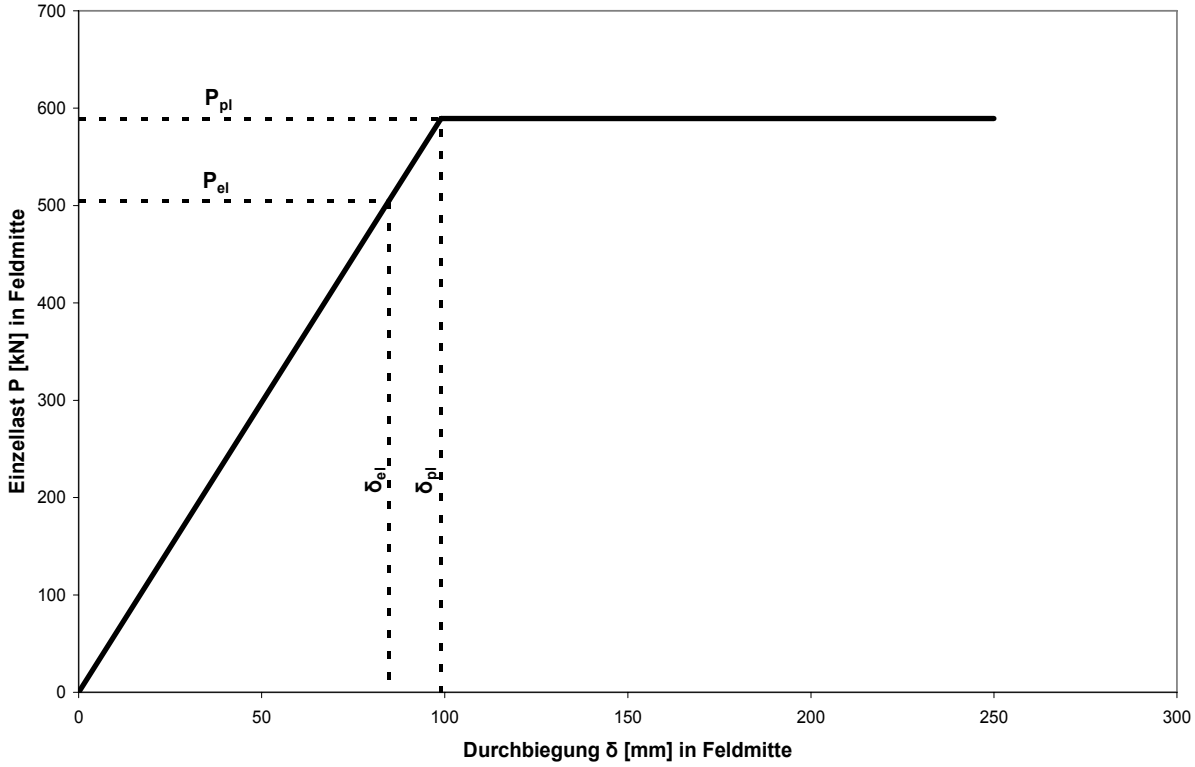


Abb. B 2 Stahlträger mit Einzellast – analytische Last-Verschiebungslinie

B2 Stahlbetonträger mit Einzellast – analytische Lösung

- **System und Belastung**

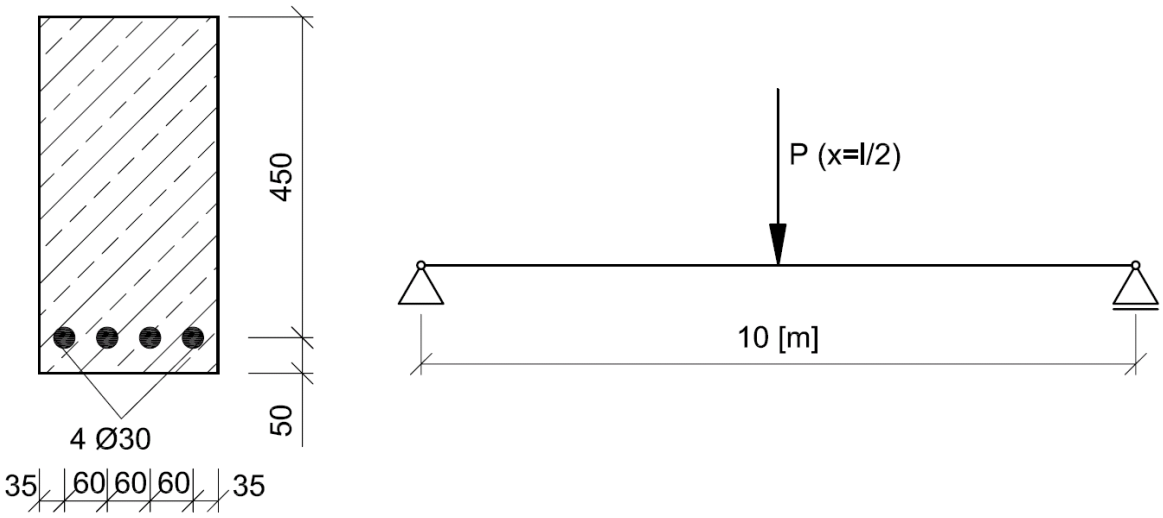


Abb. B 3 Stahlbetonträger - Systemabmessungen

- **Modellvorstellung**

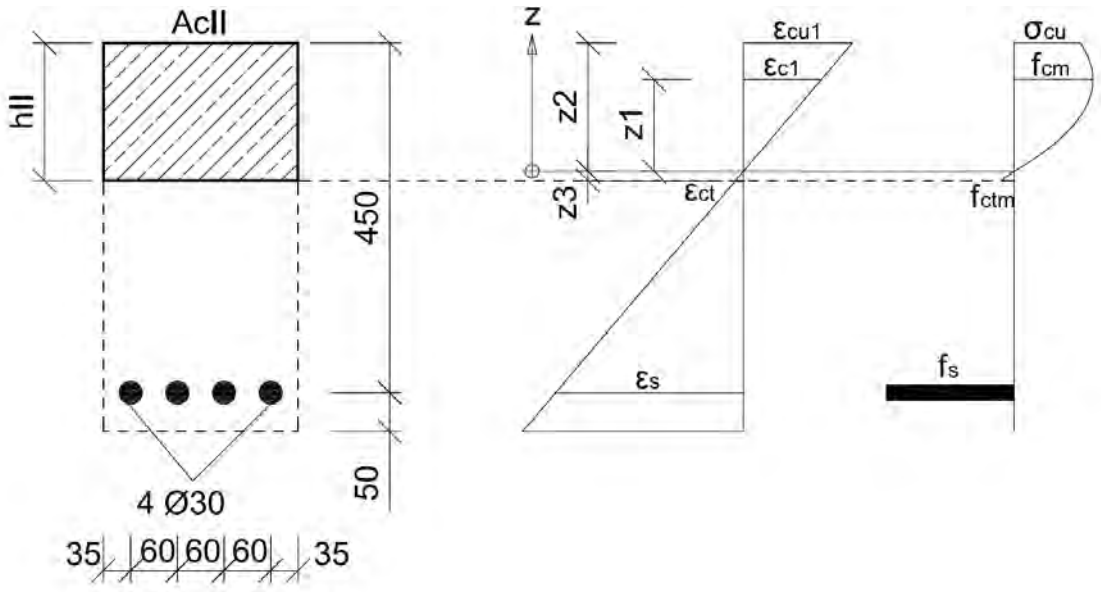


Abb. B 4 Stahlbetonträger – Modellvorstellung für die analytische Lösung

$$\frac{\sigma_c}{f_{cm}} = \frac{k\eta - \eta^2}{1+(k-2)\eta} \text{ gültig im Bereich } 0 < |\varepsilon_c| \le |\varepsilon_{cu1}| \qquad \text{Gl. (B.7)}$$

Dabei ist:

f_{cm}...Mittelwert der Zylinderdruckfestigkeit
ε_{c1}...Stauchung bei Höchstwert der Betondruckfetsigkeit
ε_{cu1}...Rechnerische Bruchdehnung

$$\eta = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}} \qquad \text{Gl. (B.8)}$$

$$k = \frac{1{,}1 \cdot E_{cm} \cdot |\varepsilon_{c1}|}{f_{cm}} \qquad \text{Gl. (B.9)}$$

- **Werkstoffkennwerte**

Beton C25/30			
E_{cm} [N/mm²]	f_{cm} [N/mm²]	f_{ct} [N/mm²]	σ_{cu} [N/mm²]
31000	33,00	3,30	21,57
	ε_{c1} [-]	ε_{ct} [-]	ε_{cu} [-]
	$2{,}1000 \times 10^{-3}$	$1{,}0645 \times 10^{-4}$	$3{,}5000 \times 10^{-3}$
Beton C40/50			
E_{cm} [N/mm²]	f_{cm} [N/mm²]	f_{ct} [N/mm²]	σ_{cu} [N/mm²]
36000	50,62	5,06	42,39
	ε_{c1} [-]	ε_{ct} [-]	ε_{cu} [-]
	$2{,}5000 \times 10^{-3}$	$1{,}3830 \times 10^{-4}$	$3{,}5000 \times 10^{-3}$
Betonstahl Bst 550			
E_s [N/mm²]	f_s [N/mm²]		ε_{sy} [-]
210000	550,00		$2{,}6200 \times 10^{-3}$

Tab. B 3 Werkstoffkennwerte

- **Traglast für Stahlbetonträger Beton C25/30**

aus Gl. (B.7) folgt: $\sigma_c = \frac{k\eta - \eta^2}{1+(k-2)\eta} \times f_{cm}$ Gl. (B.10)

aus Gl. (B.9) folgt: $k = \frac{1{,}1 \times 31000 \times 2{,}1 \times 10^{-3}}{33{,}00} = 2{,}17$

aus Gl. (B.8) folgt nach Abb. C 4: $\eta = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}} = \frac{z}{z_1} = \frac{3{,}5 \times z}{2{,}1 \times z_1} \Rightarrow z_1 = \frac{2{,}1}{3{,}5} \times z_2$ Gl. (B.11)

nach Abb. B 4 gilt: $z_3 = \frac{\varepsilon_{ct}}{\varepsilon_{cu1}} \times z_2 = \frac{1{,}0645 \times 10^{-4}}{3{,}5 \times 10^{-3}} \times z_2$ Gl. (B.12)

Betondruckkraft :

$$F_c = \int_0^{z_2} \sigma_c \times b \times dz = \int_0^{z_2} \frac{k\eta - \eta^2}{1+(k-2)\eta} \times f_{cm} \times b \times dz$$

$$= \int_0^{z_2} \frac{2{,}17 \times \frac{3{,}5 \times z}{2{,}1 \times z_2} - \left(\frac{3{,}5 \times z}{2{,}1 \times z_2}\right)^2}{1+(2{,}17-2) \times \left(\frac{3{,}5 \times z}{2{,}1 \times z_2}\right)} \times 33 \times 250 \times dz = 6276{,}05 \times z_2$$ Gl. (B.13)

Betonzugkraft :

$$F_{ct} = \frac{z_3}{2} \times b \times f_{ct} = \frac{1{,}0645 \times 10^{-4}}{3{,}5 \times 10^{-3}} \times \frac{z_2}{2} \times 250 \times 3{,}3 = 25{,}09 \times z_2$$ Gl. (B.14)

Betonstahlzugkraft :

$$F_s = A_s \times f_s = \frac{30^2 \pi}{4} \times 4 \times 550 = 1555088\,\text{N} \equiv 1555{,}09\,\text{kN}$$ Gl. (B.15)

Normalkraftbedingung:

$$F_s + F_{ct} = F_c$$ Gl. (B.16)

Einsetzen von Gl. (B.13), Gl. (B.14) und Gl. (B.15) in Gl. (B.16) liefert:

$$1555088 + 25{,}09 \times z_2 = 6276{,}05 \times z_2 \Rightarrow z_2 = 248{,}28\,\text{mm}$$

Somit folgt aus Gl. (B.11) und Gl. (B.12):

$$z_1 = \frac{2{,}1}{3{,}5} \times 248{,}28 = 148{,}97\ \text{mm} \qquad \text{Gl. (B.17)}$$

$$z_3 = \frac{1{,}0645 \times 10^{-4}}{3{,}5 \times 10^{-3}} \times 248{,}28 = 7{,}56\ \text{mm} \qquad \text{Gl. (B.18)}$$

Querschnittswiderstand bei reiner Biegung:

Anteil Druckkräfte:

$$M_1 = \int_0^{z_2} \sigma_c \times b \times z \times dz = \int_0^{z_2} \frac{k\eta - \eta^2}{1 + (k-2)\eta} \times f_{cm} \times b \times z \times dz$$

$$= \int_0^{248{,}28} \frac{2{,}17 \times \frac{3{,}5 \times z}{2{,}1 \times z_2} - \left(\frac{3{,}5 \times z}{2{,}1 \times z_2}\right)^2}{1 + (2{,}17 - 2) \times \left(\frac{3{,}5 \times z}{2{,}1 \times z_2}\right)} \times 33 \times 250 \times z \times dz = 6276{,}05 \times z_2 \qquad \text{Gl. (B.19)}$$

$$= 2{,}18392 \times 10^8\ \text{Nmm}$$

Anteil Zugkräfte:

$$M_2 = F_s \times (d - z_2) + F_{ct} \times \frac{2}{3} \times z_3$$

$$= 1555088 \times (450 - 248{,}28) + 25{,}09 \times 248{,}28 \times \frac{2}{3} \times 7{,}56 \qquad \text{Gl. (B.20)}$$

$$= 3{,}13708 \times 10^8\ \text{Nmm}$$

Gesamtmomentenwiderstand:

$$M_R = 2{,}18392 \times 10^8 + 3{,}13708 \times 10^8 = 5{,}321 \times 10^8\ \text{Nmm} \equiv 532{,}10\ \text{kNm} \qquad \text{Gl. (B.21)}$$

Traglast:

$$P_R = \frac{4 \times M_R}{l} = \frac{4 \times 532{,}1}{10} = 212{,}84\ \text{kN} \qquad \text{Gl. (B.22)}$$

- **Traglast für Stahlbetonträger Beton C40/50**

Die Berechnung der Traglast des in Abb. B 3 gegebenen Stahlbetonträgers mit dem Beton C40/50 erfolgte sinngemäß nach Gl. (B.10) bis Gl. (B.22) mit den entsprechenden Werkstoffkennwerten nach Tab. B 3 und wird daher nicht detailliert ausgeführt.

Querschnittswiderstand bei reiner Biegung:

Gesamtmomentenwiderstand:

$M_R = 595{,}89$ kNm

Traglast:

$P_R = 238{,}35$ kN

- **Last-Verschiebungslinien**

Der Tension Stiffening Effekt bei der Verformungsberechnung wurde nach dem vereinfachten Ansatz nach ÖNORM EN 1992-1-1 – Anhang A4 berücksichtigt (Gl. B.23). Abweichend hiervon wurde jedoch die Mitwirkung des Betons auf Zug bis zum Erreichen von f_{ct} linear angesetzt Abb. B 4.

$$\delta_m = \zeta \times \delta_{II} + (1-\zeta) \times \delta_I \qquad \text{Gl. (B.23)}$$

Hierin bedeuten:
δ_m....mittlere Durchbiegung
δ_I, δ_{II}....Durchbiegungen für den ungerissenen bzw. voll gerissenen Zustand
ζ....Verteilungsbeiwert nach Gl. (B.24)

$$\zeta = 1-\beta_1 \times \beta_2 \times \left(\frac{\sigma_{sr}}{\sigma_s}\right)^2 \qquad \text{Gl. (B.24)}$$

β_1....Beiwert zur Berücksichtigung der Verbundeigenschaften (1,0 für Rippenstahl)
β_2....Beiwert zur Berücksichtigung der Belastungsdauer (1,0 für kurzeitige Belastung)
$\left(\frac{\sigma_{sr}}{\sigma_s}\right)$ kann bei reiner Biegung durch $\left(\frac{M_{cr}}{M}\right)$ ersetzt werden.
M_{cr}....Moment bei Erstrißbildung

Die Last-Verschiebungslinien der Stahlbetonträger wurden gemäß ÖNORM EN 1992-1-1 trilinear angenähert (Abb. B 5).

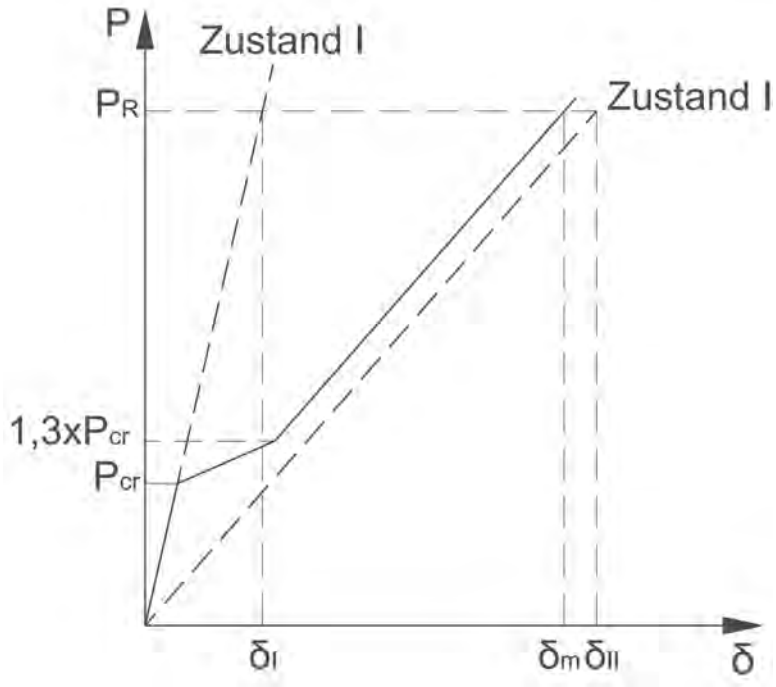


Abb. B 5 Last-Verschiebungslinie (vereinfacht)

Die Querschnittswerte und die Durchbiegungen der Stahlbetonträger im Zustand I und Zustand II wurden tabellarisch mit den aus den Traglastberechnungen hervorgegangenen Druckzonenhöhen ermittelt. Anschließend wurden die mittleren Durchbiegungen mit Gl. (B.23) berechnet und die Last-Verschiebungen nach Abb. B 5 gebildet.

Stahlbetonträger Beton C25/30

Betonquerschnitt				Betonstahlquerschnitt	
h [mm]	500,00	z_1 [mm]	148,97	d [mm]	30,00
b [mm	250,00	z_2 [mm]	248,28	n [mm]	4,00
d [mm]	450,00	z_3 [mm]	7,56	A_s [mm²]	2827,43
h_{II} [mm]	255,84	A_{cI} [mm²]	125000,00	$A_{s,id}$ [mm²]	19153,58
α_s (Stahl/Beton)	6,77	A_{cII}	63960,00		
Ideeller Querschnitt Zustand I					
Teil	**Ai**	**zi**	**Ai*zi**	**Ai*zi^2**	**Ii**
Beton	125000,00	250,00	3,1250E+07	7,8125E+09	2,6042E+09
Stahl	19153,58	450,00	8,6191E+06	3,8786E+09	0,0000E+00
∑	144153,58		3,9869E+07	1,1691E+10	2,6042E+09
zid,I [mm]	276,57	Wc,id,I [mm³]	1,4629E+07	**Rissmoment Zustand I**	
zsid,I [mm]	173,43	Ws,I [mm³]	1,8847E+07	Mcr [Nmm]	4,8276E+07
Iid,I [mm⁴]	3,2685E+09	Elid,I [Nmm²]	1,0132E+14	1,3*Mcr [Nmm]	6,2759E+07
Ideeller Querschnitt Zustand II					
Teil	**Ai**	**zi**	**Ai*zi**	**Ai*zi^2**	**Ii**
Beton	63960,00	127,92	8,1818E+06	1,0466E+09	3,4887E+08
Stahl	19153,58	450,00	8,6191E+06	3,8786E+09	0,0000E+00
∑	83113,58		1,6801E+07	4,9252E+09	3,4887E+08
zid,II [mm]	202,14	Iid,II [mm⁴]	1,8779E+09	**Tragmoment Zustand II**	
zsid,II [mm]	247,86	Elid,I [Nmm²]	5,8215E+13	M_R [Nmm]	5,3210E+08
Pcr (Mcr) [N]	19310,35	**Durchbiegungen in Feldmitte**		ζ [1]	0,99
P(1,3*Mcr) [N]	25103,45	δI [mm]	3,97	δ (1,3*Mcr) [mm]	8,39
Pmax [N]	212840,06	δII [mm]	76,17	δm [mm]	75,57

Tab. B 4 Durchbiegungsberechnung Stahlbetonträger C25/30

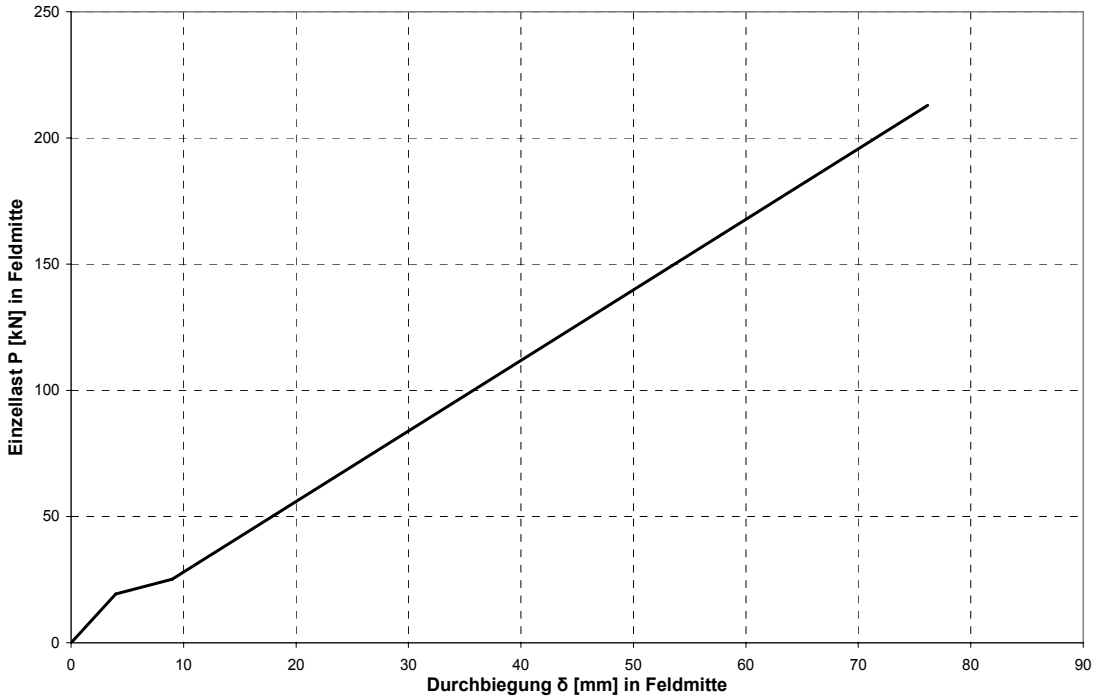


Abb. B 6 Last-Verschiebungslinie – Stahlbetonträger Beton C25/30

Stahlbetonträger Beton C40/50

Betonquerschnitt				Betonstahlquerschnitt	
h [mm]	500,00	z_1 [mm]	117,99	d [mm]	30,00
b [mm	250,00	z_2 [mm]	165,190	n [mm]	4,00
d [mm]	450,00	z_3 [mm]	6,530	A_s [mm²]	2827,43
h_{II}	171,720	A_{cI} [mm²]	125000,00	$A_{s,id}$ [mm²]	16222,98
α_s (Stahl/Beton)	6,77	A_{cII} [mm²]	42930		
Ideeller Querschnitt Zustand I					
Teil	**Ai**	**zi**	**Ai*zi**	**Ai*zi^2**	**Ii**
Beton	125000,00	250,00	3,1250E+07	7,8125E+09	2,6042E+09
Stahl	16222,98	450,00	7,3003E+06	3,2852E+09	0,0000E+00
∑	141222,98		3,8550E+07	1,1098E+10	2,6042E+09
zid,I [mm]	272,97	Wc,id,I [mm³]	1,4001E+07	**Rissmoment Zustand I**	
zsid,I [mm]	177,03	Ws,I [mm³]	1,7955E+07	Mcr [Nmm]	7,0877E+07
Iid,I [mm⁴]	3,1785E+09	Elid,I [Nmm²]	1,1633E+14	1,3*Mcr [Nmm]	9,2140E+07
Ideeller Querschnitt Zustand II					
Teil	**Ai**	**zi**	**Ai*zi**	**Ai*zi^2**	**Ii**
Beton	42930,00	85,86	3,6860E+06	3,1648E+08	1,0549E+08
Stahl	16222,98	450,00	7,3003E+06	3,2852E+09	0,0000E+00
∑	59152,98		1,0986E+07	3,6016E+09	1,0549E+08
zid,II [mm]	185,73	Iid,II [mm⁴]	1,6667E+09	**Tragmoment Zustand II**	
zsid,II [mm]	264,27	Elid,I [Nmm²]	6,1000E+13	M_R [Nmm]	5,9589E+08
Pcr (Mcr) [N]	28350,84	**Durchbiegungen in Feldmitte**		ζ [1]	1,00
P(1,3*Mcr) [N]	36856,09	δI [mm]	5,08	δm (1,3*Mr)	81,40
Pmax [N]	238354,30	δII [mm]	81,41	δm [mm]	12,58

Tab. B 5 Durchbiegungsberechnung Stahlbetonträger C40/50

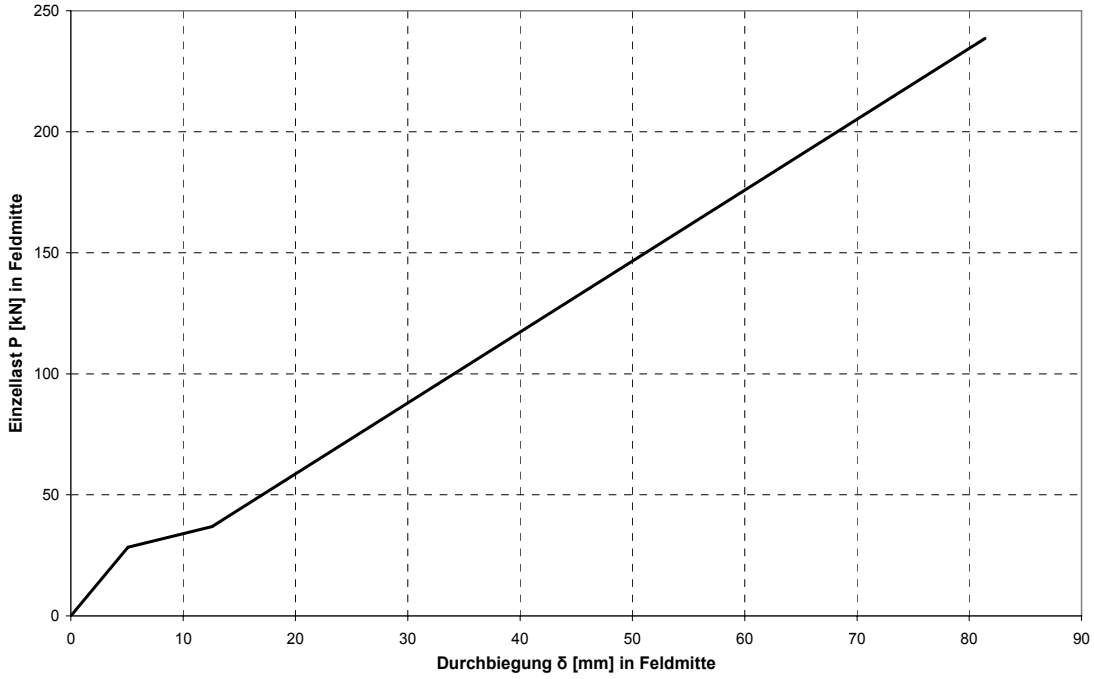


Abb. B 7 Last-Verschiebungslinie – Stahlbetonträger Beton C40/50