



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
WIEN

VIENNA  
UNIVERSITY OF  
TECHNOLOGY

## **Diplomarbeit**

# **Geometrische Erfassung von frei geformten Objekten und deren Beurteilung mittels Koordinatenmesstechnik**

ausgeführt zum Zwecke der Erlangung des akademischen Grades eines Diplom  
Ingenieurs unter der Leitung von:

O.Univ.Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Dr.mult.h.c. P. Herbert Osanna  
Ao.Univ.Prof. Prof.h.c. Dipl.-Ing. Dr.techn. Numan M. Durakbasa  
E311 Institut für Fertigungstechnik  
Abteilung Austauschbau und Messtechnik

eingereicht an der Technischen Universität Wien  
**Fakultät für Maschinenwesen und Betriebswissenschaften**

**von:**

Alexander Gailhofer  
9925941  
Prägassee 11, 2640 Gloggnitz

Wien, am \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_  
Alexander Gailhofer

## Eidesstattliche Erklärung

Hiermit erkläre ich, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig und nur mit den angegebenen Hilfsmitteln verfasst habe. Aus fremden Quellen wörtlich oder sinngemäß übernommene Zitate sind als solche kenntlich gemacht. Die Arbeit hat noch nicht anderweitig in gleicher oder ähnlicher Form zu Prüfungszwecken vorgelegen und ist auch noch nicht veröffentlicht.

Die Diplomarbeit darf



über die Hochschulbibliothek zugänglich gemacht werden



nach einer Sperrfrist von fünf Jahren über die Hochschulbibliothek zugänglich gemacht werden



in keiner Weise zugänglich gemacht werden

---

Ort, Datum

---

Alexander Gailhofer

## Abstract:

Die Arbeit befasst sich mit der Frage, was Freiformflächen eigentlich sind und worauf man im Umgang mit ihnen achten sollte. Das erstreckt sich von der geometrischen Produktspezifikation bis zu den Problemen bei der Messung durch Koordinatenmessmaschinen. Zur Auswertung wird Precontrol verwendet, das eine Methode der statistischen Prozesskontrolle ist. Das zu diesem Zweck erstellte Excel Programm, das auf Basis der Spline Approximation funktioniert, zeigt die Probleme bei der Formprüfung, wenn nicht direkt mit der Nenngestalt, dem CAD Modell, verglichen werden kann.

## Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung .....	3
2 Theorie.....	5
2.1 Geometrische Spezifikation.....	5
2.1.1 Geometrische Merkmale - allgemeine Begriffe und Definitionen .....	6
2.1.2 Parameter zugeordneter Flächen .....	7
2.1.3 Toleranzen und Bezug.....	8
2.1.4 Beispiele für die Formtoleranz von Regelgeometrien:.....	10
2.1.5 Formtoleranzen für Freiformflächen: .....	11
2.1.6 Das drei Ebenen Bezugssystem.....	11
2.2 Freiformflächen .....	13
2.3 Koordinatenmessgeräte .....	15
2.3.1 Aufbau .....	16
2.3.2 Bauweisen von Koordinatenmessgeräten.....	16
2.3.3 Tastsysteme: .....	18
2.3.4 Software.....	19
2.4 Fehler .....	23
2.4.1 Fehlerquellen .....	23
2.4.2 Fehlerarten.....	24
2.5 CAD Technik.....	25
2.6 Neutrale Datenformate .....	26
2.7 Splines .....	28
2.8 B- Splines .....	29
2.9 NURBS.....	30
2.10 Spline-Interpolation.....	33
2.11 Kubischer Spline .....	34
2.12 Prozessfähigkeitsparameter .....	35



2.13 Precontrol .....	36
3 Durchführung der Messungen .....	39
3.1 Vorbereitung.....	39
3.2 Numerische Lösung.....	45
3.3 Ableitung kubische B- Spline.....	47
3.4 Das Programm .....	50
3.5 Die Funktionsweise des Programms.....	52
3.5.1 Modelldaten .....	52
3.5.2 Funktionsweise der Auswertung .....	55
4 Auswertung.....	57
4.1 Patellas.....	57
4.2 Kniegelenksprothesen.....	66
4.3 Formprüfung.....	70
5 Zusammenfassung .....	74
Abbildungsverzeichnis .....	77
Literaturverzeichnis .....	79

# 1 Einleitung

Durch zunehmenden globalen Wettbewerbsdruck, im Hinblick auf die Variantenvielfalt technischer Produkte und die immer kürzer werdende Produktentwicklungszyklen, erhöhen sich permanent die Anforderungen an Konstruktion, Fertigung und Qualitätsmanagement als auch an die Messtechnik. In fast allen Bereichen des täglichen Lebens begegnen uns technisch und geometrisch anspruchsvolle Bauteile, welche möglichst kostengünstig produziert werden sollten. Durch diese Gegebenheit und durch oft notwendige Produktflexibilität erhebt sich die Forderung nach drastisch verkürzten Entwicklungs- und Herstellungszeiten.

Zu den wichtigsten Anforderungen neben der Erfüllung der reinen Funktion gehören:

- Das optische Erscheinungsbild: Bei vielen Produkten ist die Optik ein maßgebliches Verkaufsargument. Man denke an dieser Stelle an Haushaltsgeräte, Elektrogeräte oder Autos.
- Das haptische Verhalten: So wie eine Computer Maus gut in der Hand liegen soll, müssen Einrichtungsgegenstände oder Autositze dem Menschen ergonomisch angepasst sein.
- Das technische Verhalten: Als Beispiele seien hier das Strömungsverhalten von Rotorblättern und der Prothesenbau angeführt.

Um diese Forderungen zu erfüllen, muss es möglich sein, beliebig gekrümmte und geformte Flächen zu entwerfen, zu fertigen und in ihrer Qualität zu beurteilen. War früher für den Entwurfsvorgang eine Vielzahl manueller Vorgänge notwendig, wie etwa das Formen eines Modells, so werden heute CAD Systeme eingesetzt, um bedeutend rascher zu einem fertigen Produkt zu gelangen. Die Beschreibung des Produkts liegt dann nicht mehr in Form eines Modells vor, sondern ist auf dem Rechner gespeichert, zusammengesetzt aus mathematisch beschriebenen geometrischen Elementen.

Oftmals reichen die traditionellen geometrischen Grundelemente wie zum Beispiel Quader, Kugel oder Zylinder nicht für eine exakte geometrische Beschreibung aus. Diese ist jedoch notwendig, um ein Teil zu konstruieren, fertigen und beurteilen zu können. Eine Möglichkeit der geometrischen Beschreibung sind sogenannte Freiformflächen. Ihren Namen haben diese geometrischen Elemente von der praktisch freien Gestaltungsmöglichkeit und können einfach oder mehrfach gekrümmte Flächen enthalten. Der Vorteil einer großen Flexibilität wird

jedoch mit einer im Vergleich zu den regelgeometrischen Standardformelementen aufwendigen mathematischen Beschreibung erkaufte. Genügen für die Beschreibung einer Kugel noch vier Parameter, für die eines Zylinders fünf, so benötigen Freiformflächen häufig mehrere hundert Parameter. Dies resultiert in erhöhtem Speicherplatzbedarf und langen Rechenzeiten. Besonders Verschneidungen und Kantenglättungen sind aufwendig zu Berechnen und erfordern iterative Näherungsverfahren. Aufgrund der Leistungsfähigkeit moderner Rechnersysteme gehören Freiformflächen inzwischen dennoch zur Standardausstattung der meisten CAD-Systeme, da ohne sie viele Konstruktionsaufgaben nicht mehr lösbar wären.

Auch in der Fertigung erweisen sich Freiformflächen oft als problematisch. Bedingt durch technologische und wirtschaftliche Einschränkungen, können beim Fertigungsprozess diese theoretisch exakten Koordinaten lediglich approximiert werden. Bei nicht spanenden Fertigungsverfahren steigen die Kosten für Gussformen, Gesenke oder Elektroden. Noch problematischer erweist sich der Einsatz von spanenden Verfahren. Als Beispiel mag hier eine zu geringe Steifigkeit eines bestimmten Fräswerkzeugs dienen, welche bei der Fertigung zu einer Abdrängung des Werkzeugs an steilen Konturbereichen und damit zu Formfehlern führt. Allerdings wird beim Fräsen mit zum Beispiel einem Kugelkopffräser bewusst eine geringe, durch die Werkzeuggeometrie und -führung bedingte Zeiligkeit in Kauf genommen, um die Bearbeitungszeit in Grenzen zu halten.

In dieser Arbeit geht es um Freiformflächen und deren Auswertung. In der Praxis gibt es mehrere Systeme, bei denen Fertigung und Kontrolle durch ein Rechnersystem geleitet wird. Vor allem bei der Kontrolle und Beurteilung haben solche Systeme den Vorteil, die Messpunkte direkt mit dem mathematisch genauen Objekt vergleichen zu können. Aber kann man eine Freiformfläche in seiner Qualität bewerten, wenn dieser direkte Vergleich nicht möglich ist? Ein kleines Beispiel: Ein Montagebetrieb kauft Schrauben, und eine Losprüfung soll zeigen, ob diese Schrauben den geometrischen Spezifikationen entsprechen. Dazu wird allgemein ein Messschieber als Prüfmittel ausreichen. Was passiert aber wenn ein Montagebetrieb die Formgenauigkeit von Freiformoberflächen feststellen muss und keine Möglichkeit zum Vergleich mit der Konstruktionszeichnung, also dem mathematischen Modell, hat? Diese Arbeit geht auf das Problem der Formprüfung bei Freiformflächen ein und soll diese Frage zumindest ansatzweise beantworten.

Nach dieser kurzen Einleitung wird im zweiten Abschnitt auf die Theorie eingegangen. Das Kapitel der Durchführung beginnt bei den Messungen und endet mit der Bedienungsanleitung

des erstellten Auswerteprogramms. Einige Ergebnisse der Auswertung sowie weiterführende Gedanken sind im Kapitel Auswertung untergebracht.

## 2 Theorie

### 2.1 Geometrische Spezifikation

Der Außenriss jedes Werkstückes besteht aus einzelnen regelgeometrischen und nichtregelgeometrischen Formelementen. Es ist zwischen der durch Zeichnungen oder technische Angaben vorgegebenen geometrischen Oberflächen und der im Gegensatz dazu stehenden wirklichen Oberflächen zu unterscheiden, die sich bei der Fertigung der Werkstücke ergibt. Auf Grund von unvermeidlichen Bearbeitungsungenauigkeiten weist der Außenriss von Werkstücken sogenannte Gestaltabweichungen auf. (1) (2) (3)

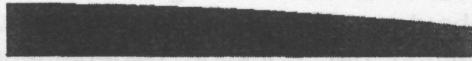




Gestaltabweichung (als Profilschnitt überhöht dargestellt)		Beispiele für die Art der Abweichung	Beispiele für die Entstehungsursache
1.Ordnung: 	Formab- weichung	Ebenheits- abweichungen Rundheits- abweichungen	Fehler in den Führungen der Werkzeugma- schine, Durchbiegung der Maschine oder des Werkstückes, falsche Einspannung des Werkstückes, Härteverzug, Verschleiß
2.Ordnung: 	Wellig- keit	Wellen	Außerordentliche Einspannung oder Formfehler eines Fräasers, Schwingungen der Werk- zeugmaschine oder des Werkzeuges
3.Ordnung: 	Rauheit	Rillen	Form der Werkzeugschneide, Vorschub oder Zustellung des Werkzeuges
4.Ordnung: 		Riefen Schuppen Kuppen	Vorgang der Spanbildung (Reißspan, Scherspan, Aufbauschneide), Werkstoffver- formung beim Strahlen, Knospenbildung bei galvanischer Behandlung
5.Ordnung: nicht mehr in einfacher Weise bildlich darstellbar		Gefüge- struktur	Kristallisationsvorgänge, Veränderung der Oberfläche durch chemische Einwirkung (z.B. Beizen), Korrosionsvorgänge
6.Ordnung: nicht mehr in einfacher Weise bildlich darstellbar		Gitteraufbau des Werkstoffes	Physikalische und chemische Vorgänge im Aufbau der Materie, Spannungen und Gleitungen im Kristallgitter
		Überlagerung der Gestaltabweichungen 1. bis 5. Ordnung	

Abbildung 1: Gestaltabweichung, aus (1)

Die mechanische Produktionstechnik gestattet prinzipiell keine mathematisch exakte Herstellung von Werkstücke, da die einzelnen Formelemente mit einer gewissen

Oberflächenrauheit behaftet sind und mehr oder weniger von ihrer geometrischen, der mathematisch definierten, Sollgestalt abweichen.

Werkstücke weisen schließlich auch Abweichungen zwischen bezogenen Elementen auf, die sich durch das Zusammenwirken zweier oder mehrerer Formelemente ergeben. Diese beiden zuletzt genannten Abweichungen als geometrische Abweichungen bezeichnet.

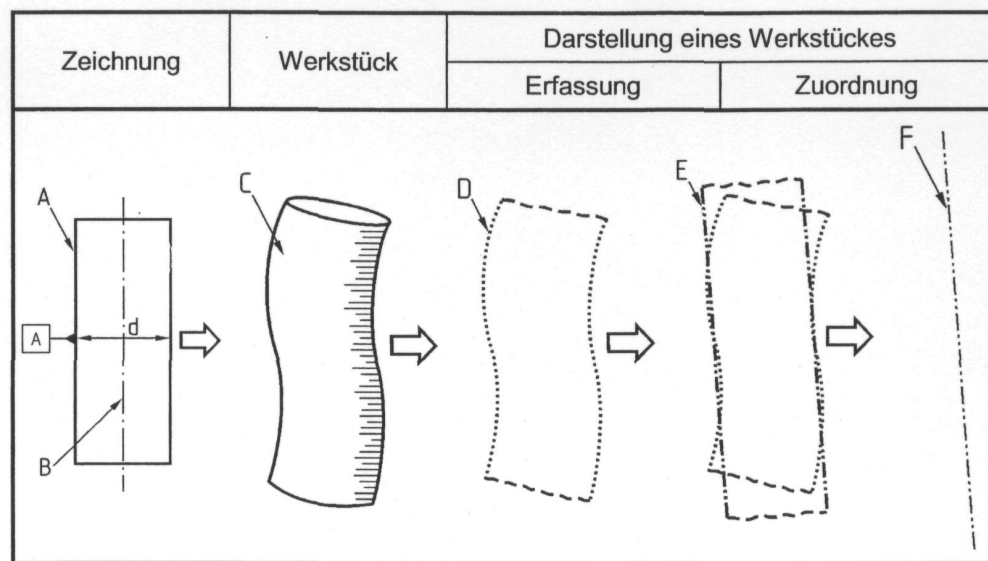
Bei der messtechnischen Erfassung ist somit zwischen

- Maßabweichung,
- Rauheitsabweichungen und
- geometrischen Abweichungen, also
- Formabweichungen und
- Lageabweichungen zu unterscheiden

### **2.1.1 Geometrische Merkmale - allgemeine Begriffe und Definitionen**

Die geometrischen Elemente, die der Konstrukteur in der Zeichnung einträgt, haben ideale Eigenschaften und werden mit der Vorsilbe "Nenn-" bezeichnet. Demgegenüber steht der Begriff des "Ist-" Werkstückes", also des wirklichen Werkstückes. Wenn es möglich wäre, eine unendliche Anzahl von Messpunkten des Werkstückes ohne jegliche Abweichung zu bestimmen, dann führt das zur tatsächlichen Gestalt und gleichzeitig zur Begrenzung des Werkstückes gegenüber seiner Umgebung, was der sichtbaren Einhüllenden des Werkstückes entspricht. Beim wirklichen Werkstück kann nur eine endliche Anzahl von Messpunkten erfasst werden. Diese Punkte verkörpern nun das konkret bestehende Werkstück.

Aufgrund von Umgebungseinflüssen wie etwa Schwankungen der Temperatur im Raum oder im Werkstück, Messgeräteabweichungen oder Schwingungen ist es praktisch unmöglich, die wirklichen Oberflächenpunkte des Werkstückes exakt zu bestimmen.



### Legende

- A vollständiges Nenn-Geometrieelement
- B abgeleitetes Nenn-Geometrieelement (in diesem Fall der angegebene Bezug)
- C wirkliches Geometrieelement
- D erfasstes vollständiges Geometrieelement
- E zugeordnetes vollständiges Geometrieelement
- F zugeordnetes abgeleitetes Geometrieelement (in diesem Fall der Bezug)

Abbildung 2: Benennung der Geometrieelemente, aus (4)

Die geometrischen Elemente, die durch eine begrenzte Anzahl von Punkten beschrieben werden, unterscheiden sich durch die vorgesetzte Bezeichnung "erfasst". Von diesen ermittelten geometrischen Elementen können die anderen geometrischen Merkmale abgeleitet werden, um damit etwa Formabweichungen zu bestimmen, die sich während des Produktionsprozesses als Abweichungen von der geometrischen Gestalt ergeben. Um dies von der vorherigen Darstellung der Werkstückgeometrie zu unterscheiden, wird die Bezeichnung "zugeordnet" vorangesetzt. Das hergestellte Werkstück wird durch eine Einhüllende, die die wirkliche Gestalt begrenzt, umgeben.

### 2.1.2 Parameter zugeordneter Flächen

Parameter zugeordneter Flächen können theoretisch genau oder variabel sein. Für Toleranzzonen wird ein Parameter angesehen als theoretisch genau, wenn sich für mindestens einen möglichen Wert dieses Parameters die Invarianzklasse des betrachteten Geometrieelements ändert. Ein Parameter wird als variabel angesehen, wenn sich für alle

möglichen Werte dieses Parameters die Invarianzklasse des betrachteten Geometrieelements gleich bleibt.

Das bedeutet, dass zum Beispiel bei einem Zylinder die Länge und der Durchmesser ein variabler Parameter ist. Verändert man den Durchmesser oder die Länge, so verändert sich das Geometrieelement nicht.

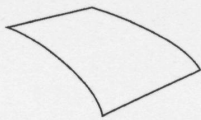
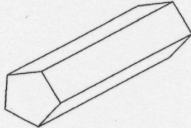

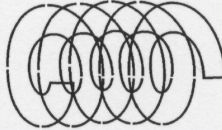

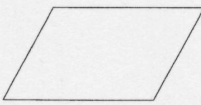
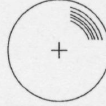
Invarianzklasse	Symmetrieoperation(en), gegen welche die Fläche invariant ist	bildliche Darstellung	Lageelement	Beispiele von Flächentypen
komplex	keine		Ebene Gerade Punkt	Bezier-Fläche, die auf einer unstrukturierten Punktmenge im Raum beruht
prismatisch	1 Translation entlang einer Geraden in einer Ebene		Ebene Gerade	Prisma mit einer elliptischen Basis
rotations-symmetrisch	1 Rotation um eine Gerade		Gerade Punkt	Kegel Torus
schraubenförmig <sup>3)</sup>	1 Kombination aus einer Translation entlang und einer Rotation um dieselbe Gerade		Schraubenlinie	Schraubenfläche mit einer Involute des Kreises als Basis
zylindrisch	1 Translation entlang und 1 Rotation um dieselbe Gerade		Gerade	Zylinder
planar	1 Rotation senkrecht zu einer Ebene und 2 Translationen entlang zweier Geraden in dieser Ebene		Ebene	Ebene
spärisch	3 Rotationen um einen Punkt		Punkt	Kegel

Abbildung 3: Invarianzklassen, aus (3)

### 2.1.3 Toleranzen und Bezug

Form und Lage einer Freiformfläche werden durch eine mathematische Beschreibung innerhalb eines CAD Systems festgelegt. Damit die Funktionalität eines Produkts trotz unvermeidlichen Gestaltabweichungen garantiert wird, müssen Freiformflächen wie alle anderen geometrischen Elemente bei der Konstruktion mit Toleranzen versehen werden. Die Toleranzen sollten auch bei Freiformflächen derart festgelegt werden, dass bei Ausschöpfung

der Toleranzbereiche die Funktion des Bauteils noch gewährleistet ist und das Erscheinungsbild den gestellten Anforderungen genügt. (5)

#### *Beziehungen zwischen Form- und Lagetoleranzen*

*Wenn aus funktionellen Gründen erforderlich, können ein oder mehrere Merkmale toleriert werden, um die geometrischen Abweichungen eines Elementes zu definieren. Einige Toleranzarten, die die geometrischen Abweichungen definieren, können gleichzeitig andere Arten von Abweichungen des gleichen Elementes begrenzen.*

*Orsttoleranzen eines Elementes begrenzen die Ortsabweichung, die Richtungsabweichung und die Formabweichung und nicht umgekehrt.*

*Richtungstoleranzen eines Elementes begrenzen die Richtungs- und Formabweichungen dieses Elementes und nicht umgekehrt.*

*Formtoleranzen eines Elementes begrenzen nur die Formabweichungen dieses Elementes.*



Tabelle 1 — Symbole für geometrische Merkmale			
Toleranzen	Merkmal	Symbol	Bezug erforderlich
Form	Geradheit	—	nein
	Ebenheit	▭	nein
	Rundheit	○	nein
	Zylindrizität	⌀	nein
	Profil einer beliebigen Linie	⌒	nein
	Profil einer beliebigen Fläche	⌒	nein
Richtung	Parallelität	//	ja
	Rechtwinkligkeit	⊥	ja
	Neigung	∠	ja
	Profil einer beliebigen Linie	⌒	ja
	Profil einer beliebigen Fläche	⌒	ja
Ort	Position	⊕	nein oder ja
	Konzentrität (für Mittelpunkte)	⊙	ja
	Koaxialität (für Achsen)	⊙	ja
	Symmetrie	≡	ja
	Profil einer beliebigen Linie	⌒	ja
	Profil einer beliebigen Fläche	⌒	ja
Lauf	Rundlauf/Planlauf/kreisförmiger Lauf, radial, axial in beliebiger oder vorgegebener Richtung	↗	ja
	Gesamtlauf/Gesamtrundlauf/Gesamtplanlauf	↗↗	ja

Abbildung 4: Symbole für geometrische Merkmale, aus (5)

### 2.1.4 Beispiele für die Formtoleranz von Regelgeometrien:

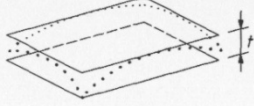
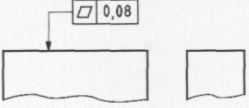
18.2 Ebenheitstoleranz (siehe ISO/TS 12781-1 und ISO/TS 12781-2)	
Die Toleranzzone wird durch zwei parallele Ebenen vom Abstand $t$ begrenzt.	Die erfasste (Ist-) Fläche muss zwischen zwei parallelen Ebenen vom Abstand 0,08 liegen.
<div style="text-align: center;">  <p>Bild 63</p> </div>	<div style="text-align: center;">  <p>Bild 64</p> </div>

Abbildung 5: Ebenheitstoleranz, aus (5)


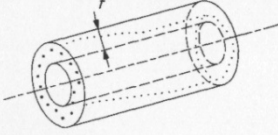
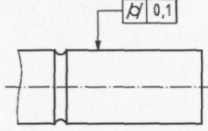
Symbol	Definition der Toleranzzone	Zeichnungseintragung und Erklärung
	<b>18.4 Zylinderformtoleranz</b> (siehe ISO/TS 12180-1 und ISO/TS 12180-2)	
	<p>Die Toleranzzone wird durch zwei koaxiale Zylinder vom Abstand <math>t</math> begrenzt.</p>  <p>Bild 68</p>	<p>Die erfasste (Ist-) Zylindermantelfläche muss zwischen zwei koaxialen Zylindern vom radialen Abstand 0,1 liegen.</p>  <p>Bild 69</p>

Abbildung 6: Zylinderformtoleranz, aus (5)

### 2.1.5 Formtoleranzen für Freiformflächen:


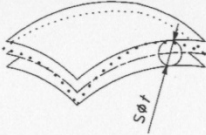
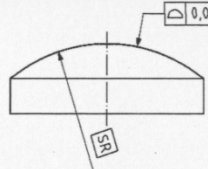

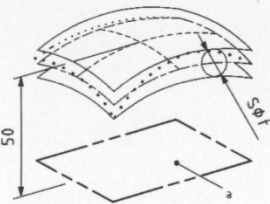
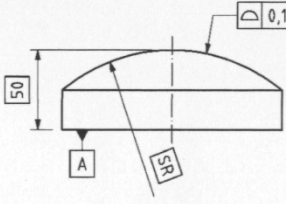
Symbol	Definition der Toleranzzone	Zeichnungseintragung und Erklärung
	<p><b>18.7 Profilformtoleranz einer Fläche ohne Bezug</b></p> <p>Die Toleranzzone wird durch zwei Flächen begrenzt, die Kugeln vom Durchmesser <math>t</math> einhüllen, deren Mittelpunkte auf einer Fläche von geometrisch idealer Form liegen.</p> 	<p>Die erfasste (Ist-) Fläche muss zwischen zwei Flächen gleichen Abstandes liegen, die Kugeln vom Durchmesser 0,02 einhüllen, deren Mittelpunkte auf einer Fläche von geometrisch idealer Form liegen.</p> 
	<p><b>18.8 Profilformtoleranz einer Fläche zu einem Bezug</b></p> <p>Die Toleranzzone wird durch zwei Flächen begrenzt, die Kugeln vom Durchmesser <math>t</math> einhüllen, deren Mittelpunkte auf einer Fläche von geometrisch idealer Form liegen. Die Lage der Fläche wird von der Bezugsebene A bestimmt.</p>  <p>a Bezug A</p>	<p>Die erfasste (Ist-) Fläche muss zwischen zwei Flächen gleichen Abstandes liegen, die Kugeln vom Durchmesser 0,1 einhüllen, deren Mittelpunkte auf einer Fläche von geometrisch idealer Form liegen. Die Lage der Fläche wird von der Bezugsebene A bestimmt.</p> 

Abbildung 7: Profilformtoleranz, aus (5)

In der Profilformtoleranz nach EN ISO 1101 ist nur die Form des Toleranzbereichs festgelegt. Die Norm bezieht sich also nicht auf die Lage und Ausrichtung der Fläche, welche bis zu diesem Punkt unbestimmt bleibt. Deshalb ist die Einhaltung einer bestimmten Form nicht ausreichend, um Gestalt und Funktion eines Bauteils zu gewährleisten.

### 2.1.6 Das drei Ebenen Bezugssystem

Um Freiformflächen auch in ihrer Lage festlegen und tolerieren zu können, muss zunächst der Begriff des Bezugssystems eingeführt werden. (6)

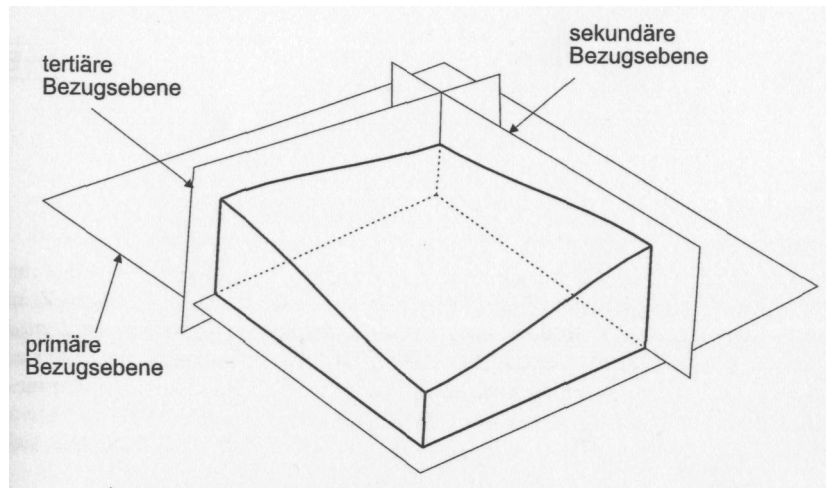


Abbildung 8: Drei Ebenen Bezugssystem, aus (7)

Das Bezugssystem legt mit den Bezugsebenen die Lage eines Objektes fest. Bei besagtem Objekt kann es sich um ein ganzes Werkstück handeln oder aber auch nur um ein Element, wie zum Beispiel eine Freiformfläche. Das Bezugssystem wird vom Konstrukteur festgelegt, welcher darauf die Bemaßung bezieht. Ein Körper im Raum verfügt über 6 Freiheitsgrade: 3 Translatorische und 3 Rotatorische. Die primäre Bezugsebene, bestehend aus idealerweise drei Auflagepunkten, entzieht dem Körper drei Freiheitsgrade: zwei Rotatorische und einen Translatorischen. Die sekundäre Bezugsebene, bestehend aus idealerweise zwei Auflagepunkten, entzieht dem Körper zwei Freiheitsgrade: einen Rotatorischen und einen Translatorischen. Die tertiäre Bezugsebene, bestehend aus notwendigerweise einem Auflagepunkten, entzieht dem Körper den letzten translatorischen Freiheitsgrad. Somit ist der Körper vollständig in seiner Raumlage definiert.

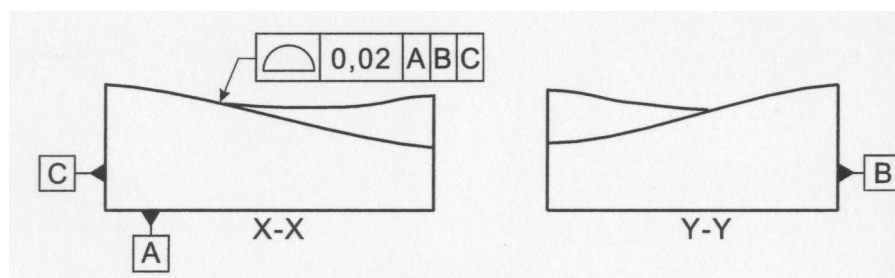


Abbildung 9: Drei Ebenen Bezugssystem, aus (7)

Mit Hilfe des Bezugssystems kann eine Freiformfläche nun bezüglich Form und Lage toleriert werden.

Nun dient das Bezugssystem nicht nur der Tolerierung eines Körpers, sondern hat auch entscheidende Bedeutung für die Fertigung sowie die Prüfung, da die praktischen

Bezugsflächen die Ausrichtung festlegen. Sind Diese beim Konstruktionsvorgang wegen der idealen Geometrie stets eindeutig, ist diese Voraussetzung aufgrund von Gestaltabweichungen bei der Fertigung und Prüfung nicht mehr gegeben.

Grundsätzlich gilt es, kleine Abstände zwischen Bezugsstellen zu vermeiden, da bereits kleine Formfehler zu erheblicher rotatorischer Variation des Bezugssystems führen. Auch die Form und Toleranz der Bezugselemente ist von Bedeutung, da selbst bei voller Ausschöpfung der Toleranzen die Verdrehung des Bezugssystems minimal sein sollte.

## 2.2 Freiformflächen

Es stellt sich die Frage, was ist eine Freiformfläche und worin unterscheiden sich Freiformflächen von den Oberflächen von Regelgeometrien?

Für die Oberflächenkontrolle von Regelgeometrien können Ersatzformelemente herangezogen werden. Üblicherweise handelt es sich dabei um Ebenen und kreisförmige Oberflächen. Bei der Oberflächenkontrolle einer Ebene müssen alle Oberflächenpunkte zwischen zwei parallelen Ebenen liegen. Bei kreisförmiger Geometrie liegen die Oberflächenpunkte zwischen zwei konzentrischen Kreisen. Unter diese Art der Geometrie fallen Zylinder-, Kegel- und Kugelflächen sowie Teile davon. Regelgeometrien werden durch wenige Parameter bestimmt, und für deren Feststellung sind meist nur wenige Messpunkte notwendig. Als Beispiel: Wenn eine Kante mit einem bestimmten, in der Werkstattzeichnung eingetragenen Radius abgerundet ist, genügen vier Messpunkte an der Rundung, um das Zentrum und den Radius, sowie die Abweichung von der idealen Geometrie zu erhalten.

Beispiele von Freiformflächen:

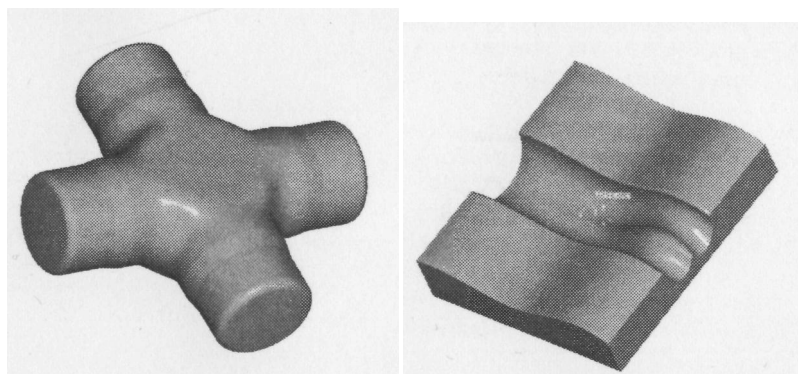


Abbildung 10: Beispiel 1 für Freiformflächen, aus (7)

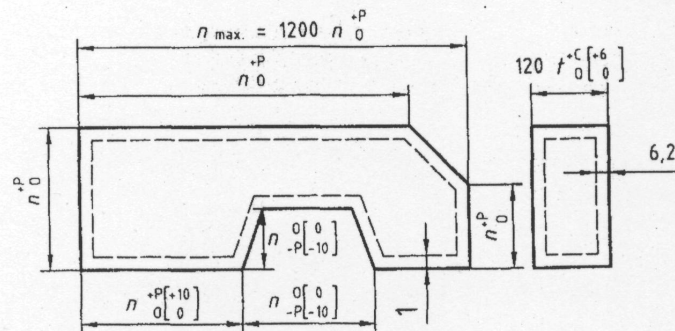
Das rechte Bild entspricht der Vorstellung einer Freiformfläche, wenn man daran denkt, dass sich diese aus vielen Parametern zusammensetzt und geometrisch schwer zu bestimmen ist.

Beim rechten Objekt handelt es sich offenbar um eine zusammengesetzte Regelgeometrie, und beide Beispiele stehen für Freiformflächen. (7)

In der Norm EN 586 – 3 werden Grenzabmaße und Formtoleranzen von Schmiedestücken behandelt. Im Anhang werden auch Freiformschmiedestücke behandelt: (8)

BEISPIEL 1 Maß  $n_{\max} = 1\,200$  mm, Dicke  $t = 120$  mm. Die Plus- oder Minus-Toleranz  $p$  für  $n_{\max}$  ist 10 mm und die Plus-Toleranz  $c$  für die Dicke ist 6 mm (siehe Tabelle 15). Die Materialzugabe für diese Freiformschmiedestücke ist 3 mm plus der Ebenheits-Toleranz  $f$  oder der Geradheits-Toleranz  $s$  (siehe Tabelle 16) = 3 mm plus 3,2 mm = 6,2 mm.

Maße in Millimeter



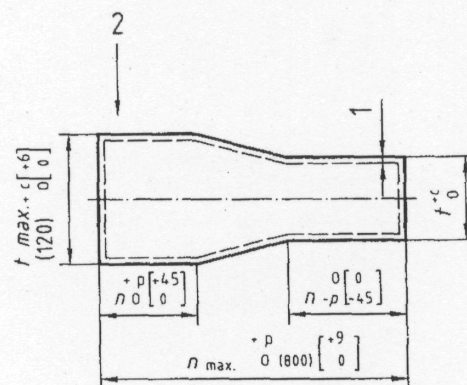
#### Legende

- 1 Materialzugabe (3 mm plus zulässige Abweichung von der Ebenheit  $f$  oder Geradheit  $s$ )

**Bild 15 — Einzelheiten über die Toleranzen und Mindest-Materialzugabe für Freiformschmiedestücke, deren Länge und Breite durch Besägen erzeugt wird**

BEISPIEL 2 Maß  $n_{\max} = 800$  mm, Dicke  $t_{\max} = 120$  mm. Toleranz  $p = 9$  mm (siehe Tabelle 15). Demzufolge beträgt die zulässige Abweichung im Bereich der schrägen Fläche  $9\text{ mm} \times 5 = 45\text{ mm}$ .

Maße in Millimeter



#### Legende

- 1 Materialzugabe (3 mm plus zulässige Abweichung von der Ebenheit  $f$  oder Geradheit  $s$ )  
2 Schlagrichtung

**Bild 16 — Einzelheiten über zulässige Abweichungen für Freiformschmiedestücke mit schrägen Flächen oder Absätzen**

In dieser Norm werden auch recht einfache Regelgeometrien als Freiformobjekte bezeichnet. Nun geht diese Bezeichnung in diesem Fall wahrscheinlich auf das Fertigungsverfahren, das Freiformen oder Schmieden, zurück, allerdings wird die Problematik des Begriffes deutlich. Da Freiformobjekte und deren Flächen offenbar jede beliebige Gestalt annehmen können, ist es notwendig, den Freiformbegriff für diese Arbeit abzugrenzen. In weiterer Folge werden als Freiformflächen nur Flächen bezeichnet, die mit „Profil einer beliebigen Fläche“ toleriert sind und es praktisch keine andere Möglichkeit der Tolerierung gibt. Grundsätzlich obliegt es dem Konstrukteur durch dessen Bemaßung, ob der Vergleich einer Oberfläche direkt mit dem mathematischen Modell durchgeführt werden muss oder nicht.

## 2.3 Koordinatenmessgeräte

Das Koordinatenmessgerät wurde entwickelt, um auch kompliziert gestaltete Werkstücke, möglichst genau und schnell zu vermessen. Ein Taststift wird dabei an das Werkstück herangeführt, indem das Messgerät in drei Koordinatenrichtungen Bewegungen ausführt. Die Positionen des Gerätes werden in den drei Koordinatenrichtungen abgelesen, während der Taststift das Werkstück berührt. Abstände ergeben sich dann als die räumliche Distanz zweier Antastpunkte, aber auch Flächen werden punktweise überprüft. Weiters können Form- und Lageabweichungen durch rechnerische Verknüpfung bestimmt werden.

Die Messwertanzeige erfolgt elektronisch und im Allgemeinen ist ein Rechner angeschlossen. Dadurch besteht die Möglichkeit, geometrische Formelemente zu berechnen, abstrakte Größen zu ermitteln und bei Wiederholmessungen statistische Auswertungen zu machen. Außerdem wird der Programmablauf gespeichert und man kann gleichartige Werkstücke vollautomatisch vermessen. Weiters wird das Werkstück durch Koordinatentransformation rechnerisch ausgerichtet. Daher ist es nicht mehr notwendig, das Werkstück möglichst genau achsparallel aufzuspannen. Durch wenige Antastungen kann der Rechner die Lage des Werkstückes erkennen, und alle weiteren Koordinaten werden entsprechend umgerechnet. Dies ergibt objektive Messergebnisse und Aufspannfehler gehen bei der Messung von Regelgeometrien nicht in das Messergebnis ein.

Im Allgemeinen wird der Messfehler  $E$  (in  $\mu\text{m}$ ) von der Messlänge  $L$  (in  $\text{mm}$ ) abhängig angegeben:  $E = A + L / K$  mit den beiden vom Hersteller angegebenen dimensionslosen Konstanten  $A$  und  $K$ . Dabei wird zwischen dem eindimensionalen Messfehler  $E_1$  (in Richtung der Koordinatenachsen) und dem Messfehler im Raum  $E_3$  unterschieden. (9)

### 2.3.1 Aufbau

Wichtig ist eine möglichst steife Konstruktion. Je genauer das Gerät sein soll, desto schwerer sollte der Grundkörper im Vergleich zum Messvolumen sein.

Das Messsystem ist mit der Mechanik verbunden. Für jede Richtung muss ein eigenes Messsystem vorhanden sein. Das Messsystem bildet den zweiten wesentlichen Einfluss auf die Genauigkeit des Messgerätes.

Das Tastsystem bildet die Verknüpfung zwischen Gerät und Werkstück. Die Palette reicht von simplen Metallspitzen, die an das Werkstück anstoßen, bis zu komplizierten dreidimensional auslenkbaren Tastsystemen. Schaltende oder messende Tastsysteme sind über eine Schnittstelle mit einer Steuer- und Regeleinheit verbunden.

Der Rechner und die vorhandene Software beeinflussen die Anwendungsmöglichkeiten sowie den Bedienungs- und Auswertekomfort.

Grundkörper, Ausleger, Schlitten und ähnliche Teile müssen sehr steif ausgeführt sein, um ein Verbiegen durch Gewichte, aber auch durch Beschleunigungs- und Bremskräfte möglichst gering zu halten. Der Grundkörper steht oft auf einem Fundament, welches von den meisten Herstellern vorgeschrieben wird. Werkstattgeräte werden manchmal federnd gelagert (Luftfederelemente), was ein Fundament erspart. Bei sehr großen Geräten dient das Fundament direkt als Aufspannfläche.

Die Führungen bestehen ebenfalls entweder aus geschliffenem Stahl oder aus Granit. Diese Führungen bilden das Referenzkoordinatensystem des Gerätes.

### 2.3.2 Bauweisen von Koordinatenmessgeräten

In der Literatur finden sich verschiedene Bauweisen von Koordinatenmessgeräten.

Maßgeblich für die Auswahl ist unter anderen die Größe des Werkstückes, dessen Gewicht, die geforderte Präzision des Messgeräts, die Anzahl der Achsen, die Zugänglichkeit der Arbeitsfläche und auf die Aufspannmöglichkeiten. Drei Achsen bewegen den Aufnehmer in einem Volumen, dem Messvolumen. Es gibt aber auch Geräte mit einer vierten Achse, der Drehachse für einen Drehtisch. Es folgen einige Beispiele für verschiedene Bauweisen von Koordinatenmessgeräten. (10)

## Auslegerbauweise:

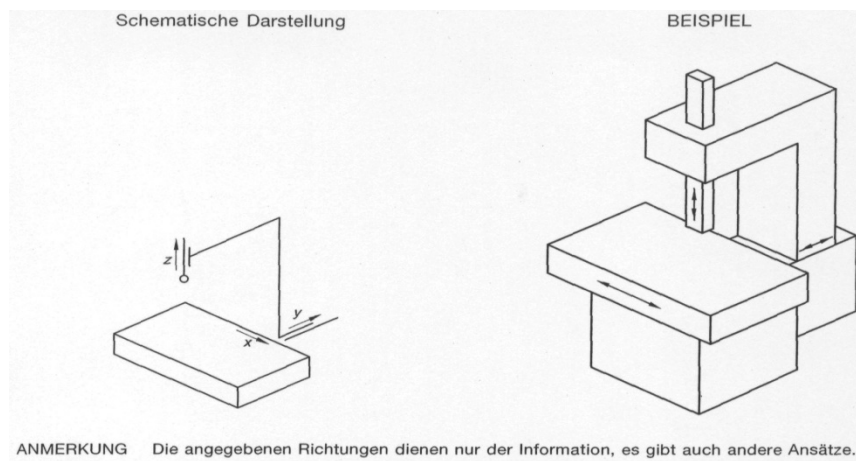
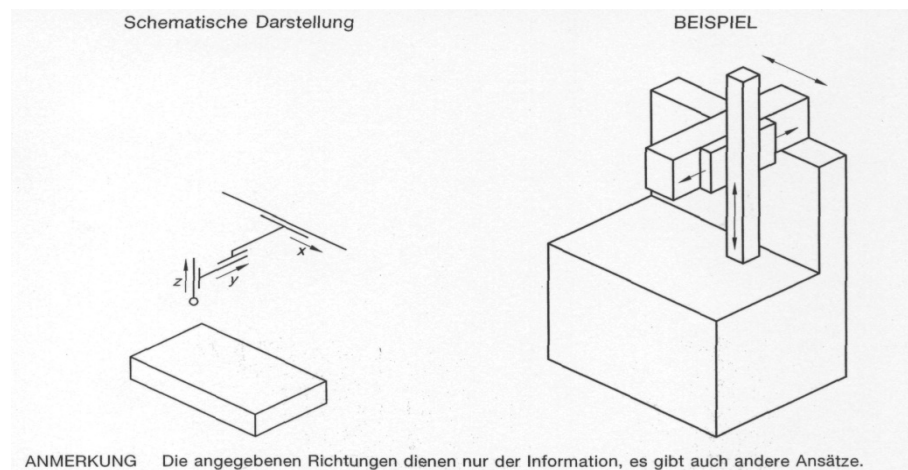


Abbildung 12: Auslegerbauweisen, aus (10)

## Portalbauweise:

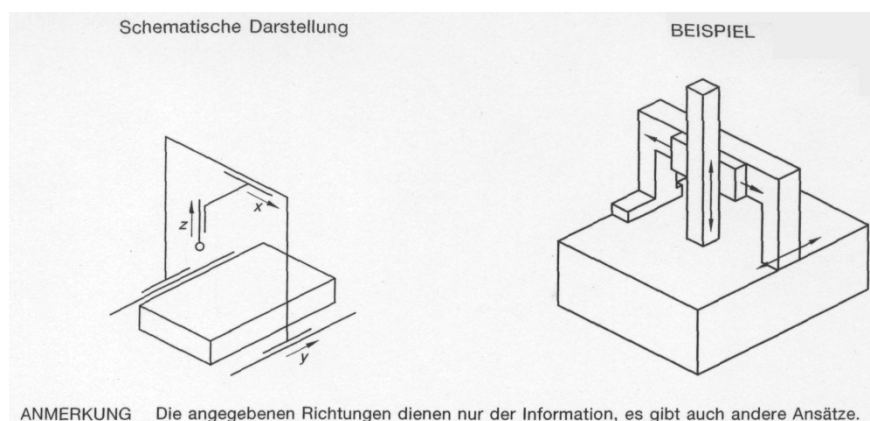


Abbildung 13: Portalbauweise, aus (10)



Brückenbauweise:

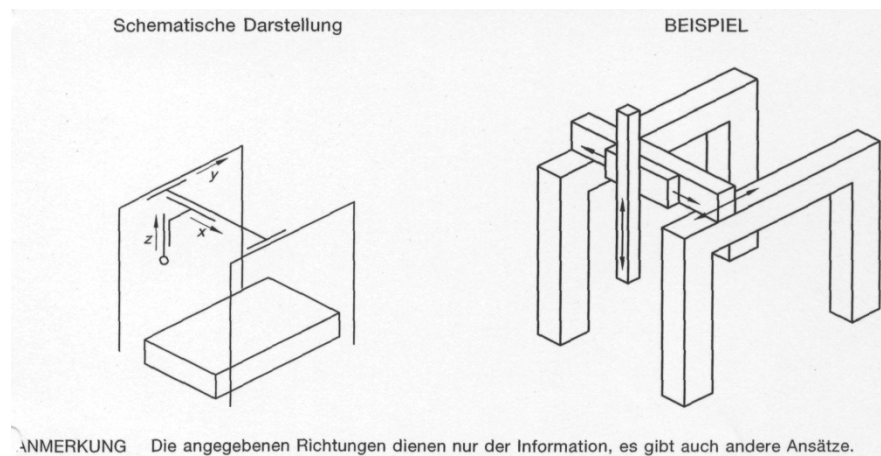


Abbildung 14: Brückenbauweise, aus (10)

### 2.3.3 Tastsysteme:

Mit Hilfe des jeweiligen Tastsystems werden an der Oberfläche der Werkstücke Punkte erfasst und im Gerätekoordinatensystem dargestellt. Es stellt somit den Bezug zwischen dem Messpunkt am Werkstück und dem konstruktionsbedingten Gerätekoordinatensystem her und spielt damit sowohl für die Funktion des Messgerätes als auch für seine erforderliche Genauigkeit eine zentrale Rolle. (11)

Nachfolgende Abbildung zeigt eine Gliederung für Tastsysteme:

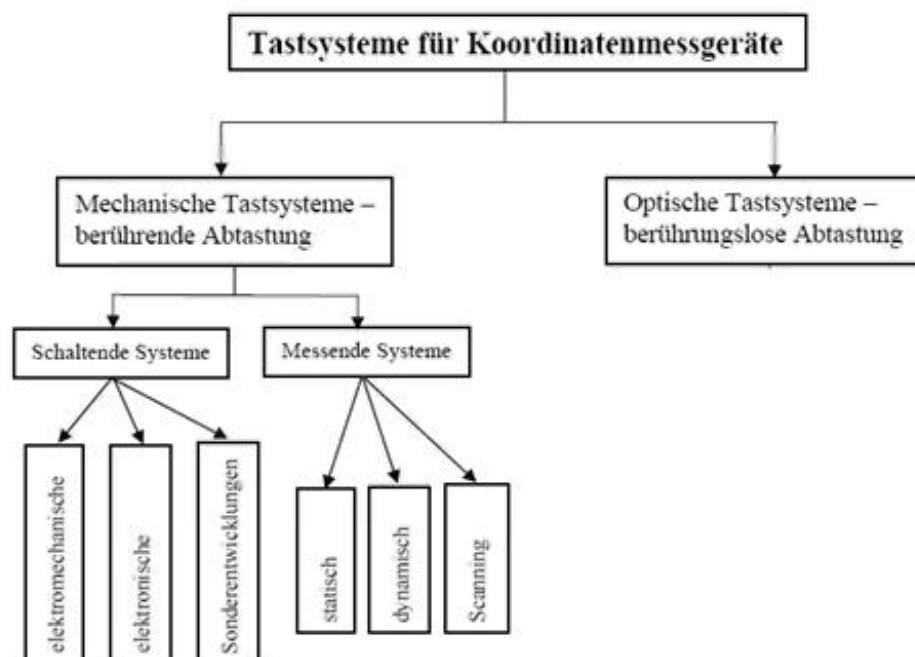


Abbildung 15: Tastsysteme für Koordinatenmessgeräte, aus (11)

Schaltende Tastsysteme:

Die Funktionsweise schaltender Tastsysteme beruht darauf, dass das Auftreffen des Taststiftes auf der Werkstückoberfläche eine Auslenkung aus der Ruhelage bewirkt, wodurch ein Messsignal ausgelöst wird, welches zu einer Ablesung der Längenmesssysteme in den Achsen des Messgerätes führt. Durch dieses einfache Funktionsprinzip werden solch Tastsysteme immer dort bevorzugt eingesetzt, wo man Punktmessungen rasch durchzuführen hat. Zum Schutz des Tastsystems vor mechanischer Beschädigung wird von der Steuerung des Koordinatenmessgerätes bei Auslösung eines Messsignals die Verfahrbewegung der Koordinatenachsen sofort gestoppt und eine Rückstellbewegung eingeleitet, bis der Taststift wieder vollständig in seine Ruhelage zurückgekehrt ist.

Messende Tastsysteme:

Bei dieser Ausführung von Tastsystemen wird bei Berührung des Taststiftes auf der Werkstückoberfläche nicht nur ein Messsignal erzeugt, sondern auch die Auslenkung des Taststiftes gemessen. Der Messwert ergibt sich daher als Summe der durch das Messsignal hervorgerufenen Ablesung der Längenmesssysteme in den Achsen des Messgerätes und der vom Tastsystem gemessenen Auslenkung. Somit kann gesagt werden, dass das Tastsystem ein in sich abgeschlossenes Messsystem bildet.

#### **2.3.4 Software**

Die mitgelieferte Software zu Koordinatenmessgeräten beinhaltet stets Auswerteverfahren für Regelgeometrien. In der Standardsoftware sind meist folgende Möglichkeiten vorgesehen:

- Kalibrieren der Taststifte,
- Bestimmen geometrischer Elemente (exakt oder durch Ausgleichsrechnung)
- Ausrichten des Werkstückes (rechnerisch)
- Umrechnen von geometrischen Elementen in andere Koordinatensysteme
- Bestimmung der Formabweichungen
- Abstands- und Winkelbestimmung
- Schnitt zwischen geometrischen Elementen
- Ermittlung von Lageabweichungen
- rechnerische Bestimmung von Elementen aus anderen Elementen

#### ***BESTIMMUNG GEOMETRISCHER ELEMENTE***

Um geometrische Elemente messtechnisch bestimmen zu können, ist jeweils eine bestimmte Zahl von Antastungen notwendig. Zum Beispiel werden zur rechnerisch eindeutigen

Bestimmung einer Geraden zwei Punkte, bzw. einer Ebene drei Punkte benötigt. Bei vielen Messungen kann damit das Auslangen gefunden werden.

Auch bei genau bearbeiteten Oberflächen mit geringen Formabweichungen ist so eine exakte Messung möglich. Werden allerdings zufällig kleine Wellen oder Vertiefungen angetastet, geht dieser Fehler unmittelbar in die Berechnung des Formelementes ein. Praktisch sollte eine größere Punkteanzahl als die mindestens erforderliche angetastet werden.

Element	Theoretische Mindestpunkteanzahl	Empfohlene Mindestpunkteanzahl
Punkt	1	1
Gerade	2	3
Kreis	3	4
Ebene	3	4
Kugel	4	6
Zylinder	5	8
Kegel	6	12
Torus	7	16

## BESTIMMUNG VON FORM- UND LAGEABWEICHUNGEN

Oft wird bei der Ermittlung von Formabweichungen die normierte Ermittlung entsprechend der Tschebyscheff – Minimumbedingung außer acht gelassen und man geht vom Gauß'schen Ausgleichselement aus. Der auftretende Fehler ist aber meist gering und das Ergebnis liegt auf der sicheren Seite. In weiterer Folge wird die Hüll- und Pferchbedingung erklärt.

### Verfahren von Gauß

Bei Regelgeometrien wird hauptsächlich das Verfahren von Gauß herangezogen. Laut Definition wird zur Bestimmung des Ersatzformelementes ist die Summe der Quadrate der Abstände  $d_i$  der gemessenen Punkte vom Ersatzformelement zu minimieren. Diese Abstände  $d_i$  stehen normal auf das Ersatzformelement. (12)

Somit lautet also das Ausgleichskriterium:  $\sum_{i=1}^n d_i^2 = \min$

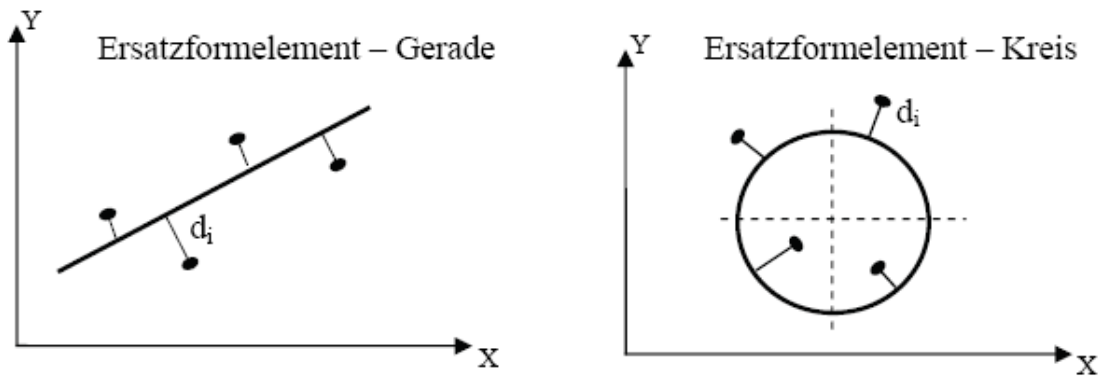


Abbildung 16: Ersatzformelemente nach Gauß, aus (12)

### ***Ausgleich nach Tschebyscheff – Minimumbedingung:***

Die Forderung dieser Bedingung ist ein Punktpaar (Formelementpaar) zu finden, welches alle Antastpunkte einschließt und zueinander einen minimalen Abstand hat. Ist ein solches gefunden, so ist die zweite Bedingung das Auffinden des Symmetrieelementes zum Formelementpaar, welches nun das gesuchte Ersatzformelement ist. (12)

Wie die Beschreibung dieses Verfahrens zeigt, ist das erhaltene Ersatzformelement sehr stark von den beiden größten Messabweichungen abhängig und daher ist dieses Verfahren mit Vorsicht zu betrachten.

Nachfolgende Abbildung auf der nächsten Seite zeigt dieses Verfahren für einen Kreis, wobei mit Minimum der minimale Abstand des Formelementpaares bezeichnet ist:

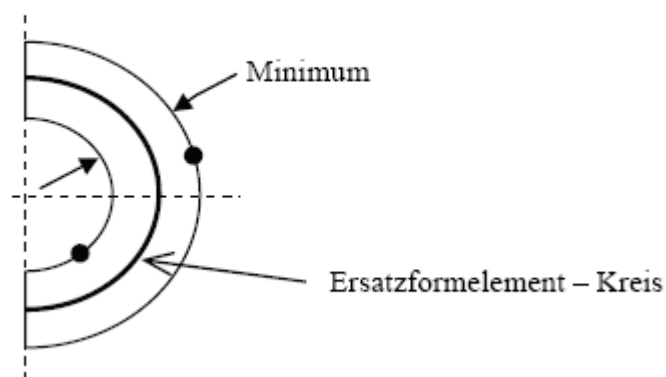


Abbildung 17: Ausgleich nach Tschebyscheff, aus (12)

**Hüll- und Pferchbedingung:**

Als Ersatzformelement nach der **Pferchbedingung** bezeichnet man dasjenige Element, welches mit seiner größten Abmessung vollständig innerhalb der aufgenommenen Messpunkte liegt. Als Beispiel, welches auch in der nachfolgenden Skizze beschrieben ist, dient der größtmögliche Inkreis einer Bohrung, welcher zur Beurteilung einer Passung notwendig ist. Im Gegensatz dazu steht die **Hüllbedingung**. Hier wird dasjenige Ersatzformelement gesucht, welches mit den kleinstmöglichen Abmessungen noch alle Messpunkte beinhaltet. Als typisches Beispiel, welches auch nachfolgend dargestellt ist, ist der Hüllkreis zur Passungsbeurteilung einer Welle zu nennen. Zusammenfassend lässt sich also sagen, dass diese Art der Bestimmung eines Ersatzformelementes vor allem bei rotationssymmetrischen Körpern wie etwa Zylinder- oder Kugelflächen zur Anwendung kommt, um geeignete Passungen auswählen zu können. (12)

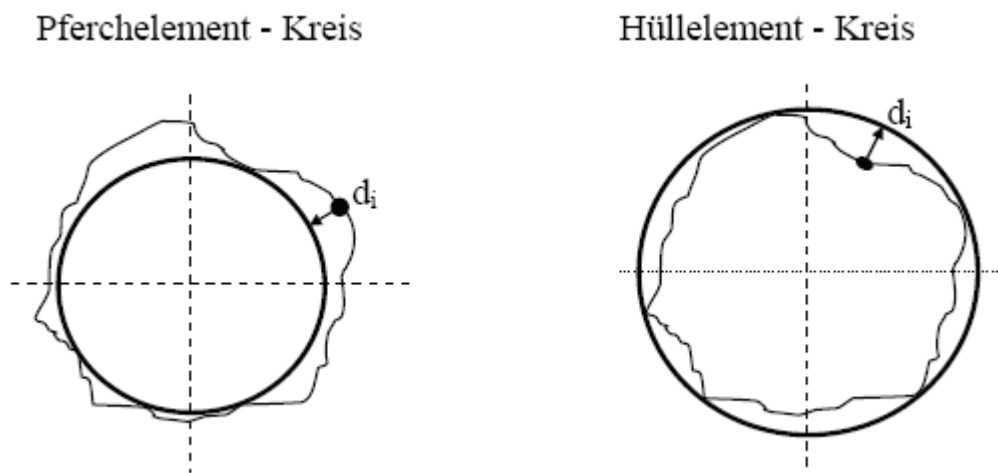


Abbildung 18: Hüll- und Pferchbedingung, aus (12)

Bei Freiformflächen ist das nicht so einfach möglich, da diese schon in der mathematischen Beschreibung oftmals mehrere hundert Parameter benötigt werden um das gewünschte dreidimensionale Funktionsgebirge zu erzeugen und somit auch keine Ersatzformelemente zum Vergleich herangezogen werden können. Der Einsatz von Ersatzformelementen setzt das Wissen um die geometrische Figur voraus. Um dieses Problem bei Freiformflächen deutlich zu machen, soll hier der zweidimensionale Fall, etwas überspitzt, verdeutlicht werden.

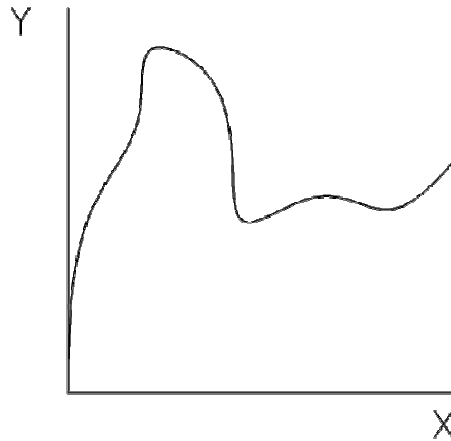


Abbildung 19: Freiformkurve

Wenn man sich die vorangegangenen Skizzen ansieht, erkennt man das Grundproblem bei Freiformflächen. Während bei Regelgeometrien der funktionale Zusammenhang der Punkte (z.B. beim Kreis: Alle Punkte haben den gleichen Abstand zum Mittelpunkt) von vorne herein klar ist, stellt sich bei Freiformen die Frage nach dem demselben. Ein weiterer Punkt ist der Bezug. Für einen Kreis stellt der Mittelpunkt den Bezugspunkt dar, da dieser für alle Punkte, die das geometrische Element bilden, gleich ist. Bei Freiformen ist vor der Hand unklar, wo dieser Bezug liegt, wie dieser funktional mit den erzeugenden Punkten zusammenhängt und aus wie vielen Punkten dieser Bezug überhaupt besteht.

Eine Möglichkeit der funktionalen Beschreibung von Freiformflächen wäre die Polynom Interpolation. Darunter versteht man die Aufgabe, ein Polynom zu finden, das  $n+1$  gegebene Zuordnungen enthält und damit interpoliert. Für  $n$  paarweise verschiedene Punkte gibt es genau ein Polynom  $n-1$  ten Grades das diese Aufgabe erfüllt. Ein Interpolationspolynom hat ebensoviele Koeffizienten wie Freiheitsgrade und kann daher durch ein lineares Gleichungssystem bestimmt werden. Polynome haben allerdings den Nachteil, dass sie viele Extrema haben und deshalb bei hohem Polynomgrad stark schwingen. Die Lösung besteht darin, das Interpolationspolynom aus Teilpolynomen zusammenzusetzen (Spline Interpolation).

## 2.4 Fehler

### 2.4.1 Fehlerquellen

Fehlerquellen sind Unvollkommenheiten des Messobjektes, der Messgeräte, der Messverfahren und der Messsignalverarbeitung. Beispiele sind innere Instrumentenfehler, wie zum Beispiel Justierfehler, Kalibrierfehler, mechanische Defekte, Linearitätsfehler, sowie

Rückwirkungen zwischen Messobjekt und Messgerät. Hinzu kommen Folgefehler durch Einflüsse der Umwelt, zum Beispiel Temperatureinwirkungen, Luftdruck, Feuchtigkeit, elektrische Spannung, äußere elektrische oder magnetische Störfelder, usw. Weitere, sogenannte grobe Fehler, entstehen durch den Beobachter (= Mensch) selbst. Beispiele dafür sind Ablesefehler, falsche Einstellungen und Anwendungen von Geräten, Berechnungsfehler in der Signalverarbeitung, usw.

### **2.4.2 Fehlerarten**

#### **1. Grobe Messfehler**

Grobe Messfehler können im Allgemeinen nicht korrigiert werden. Werden sie nicht rechtzeitig erkannt, dann verfälschen sie das Messergebnis. Beispiele: Falsche Wahl des Mess- und Auswerteverfahrens, falscher Einsatz von Messwertaufnehmern, Schaltungsfehler, Bedienungsfehler von Geräten, Ablesefehler und Protokollierfehler sowie Nichtbeachtung von Fehlerquellen.

#### **2. Systematische Messfehler**

Bekannte, systematische Fehler entstehen durch korrigierbare, das heißt erfassbare Unvollkommenheiten der Messgeräte, des Messverfahrens und des Messobjektes sowie durch erfassbare Einflüsse der Umwelt und subjektive Einflüsse des Beobachters. Sie sind nach Betrag und Vorzeichen bekannt und können durch Vergleichsmessungen mit Geräten und Verfahren von höherer Genauigkeit bestimmt werden.

Unbekannte systematische Fehler sind nach Betrag und Vorzeichen nicht eindeutig anzugeben, sie sind aber häufig abschätzbar. Es gibt auch unbekannte systematische Messfehler, die nicht abschätzbar sind und sich praktisch von zufälligen Fehlern nicht mehr unterscheiden lassen.

#### **3. Zufällige Messfehler**

Zufällige Fehler entstehen durch nicht erfassbare und nicht beeinflussbare Änderungen der Messgeräte, des Messobjektes, des Messverfahrens, der Umwelt und des Beobachters. Betrag und Vorzeichen dieser naturgemäß nicht vorhersehbaren Fehler können im einzelnen nicht angegeben werden, sie können aber in ihrer Gesamtheit mit den Methoden der Statistik und Fehlerberechnung erfasst, gekennzeichnet und ausgeglichen werden.

Ursachen für zufällige Fehler: Unbekannte Reibung im Messgerät, unbekannte mechanische Spiele im System, magnetische Hysterese, zufällige äußere Temperatureinflüsse, zufällige

Schwankung einer Speisespannung, Einwirkung von unbekannten elektrischen und/oder magnetischen Streufeldern, nichterfassbare Alterungseffekte von Geräten, Ermüdung und umweltbedingte Einflüsse auf den Beobachter.

Zufällige Messfehler lassen sich nur durch Wiederholung erkennen und statistisch (unter Angabe einer Wahrscheinlichkeit) eingrenzen, sie machen ein Messergebnis unsicher.

## 2.5 CAD Technik

Einfache 2D CAD Systeme sind vektororientierte Zeichenprogramme. Zeichnungselemente sind Punkte, Linien, Linienzüge, Kreisbögen, Splines und Polygone. Werkzeuge ermöglichen das Erzeugen, Positionieren, Ändern und Löschen von Zeichnungselementen. Weiters können durch Voreinstellungen Zeichnungselemente an Normen wie DIN oder ISO angepasst werden ohne erhöhten Arbeitsaufwand. Wesentliche Fortschritte werden durch die Verwendung von Ebenen (Layertechnik) und die Arbeit mit vordefinierten Zeichnungselementen (etwa für Normteile oder Schraffuren) erreicht. Ein weiteres Leistungsmerkmal moderner 2D CAD Systeme ist die Verwendung von Assoziativität zwischen Zeichnungselementen, zum Beispiel zwischen Linien und Bemaßungen. Leistungsfähige CAD Systeme stellen Programmierschnittstellen zur Erweiterung der Funktionalität oder zur anwenderspezifischen Anpassung bereit sowie die Möglichkeit, direkt Einzelteilzeichnungen von Normteilen aus dem Internet in die Zeichnung zu integrieren. (13)

Die 2 ½ D Technologie ist keine „echte“ 3D-Technologie. Vielmehr wird mit ebenen Objekten (2D-Skizzen) gearbeitet, die sich auf beliebig angeordneten Ebenen im Raum befinden und zum Beispiel durch Extrusion theoretisch zu einem 3D Objekt werden. Problematisch daran ist, dass hinterher nur noch sehr beschränkt Änderungen durchgeführt werden können und räumliche Glättungen von diesem zusammengesetzten Objekt nicht möglich sind. Allerdings ist diese Methode weniger rechenintensiv als 3D und wird oft von Architekturprogrammen genutzt, weil ähnliche Ergebnisse möglich sind wie bei Volumenmodellen.

Das Ziel eines 3D CAD System ist die Darstellung der Geometriedaten der Konstruktionsobjekte in 3 Konstruktionsachsen und die Erstellung eines Volumenmodells. Dabei sind die folgenden Modellierungsverfahren verbreitet:

Kantenmodell oder Drahtmodell: Dabei werden die Körperkanten als gedachte Drahtgeometrie durch eine mathematische Beschreibung abgebildet. Häufig bildet das



Drahtmodell die Basis für die Erstellung des Flächenmodells. Gedanklich spannt man ein Netz oder einen mit beliebiger Struktur versehenen „Stoff“ über die Körperkanten bzw. den Stützdraht und erhält so das Flächenmodell, das in beliebiger Ansicht betrachtet werden kann.

Flächenmodell: Dabei werden die den Körper begrenzenden Flächen durch eine mathematische Beschreibung, zum Beispiel durch NURBS-Flächen beschrieben. Zusätzlich wird die Topologie der Flächen, das heißt, welche Fläche grenzt an welche andere Fläche, mit abgespeichert.

Volumenmodell: Neben den beschreibenden Flächen eines Körpers, wird die Information gespeichert, auf welcher Seite der jeweiligen Fläche sich Materie befindet um eine Begrenzungsfläche eines Volumens zu definieren. Die Volumenbeschreibung dient einerseits zur Feststellung von Durchdringungen, sowie zur Volumenbestimmung eines dargestellten Körpers.

Körpermodell: Hierbei handelt es sich um ein technologisches Modell, das zum einen alle anderen Modelle vereinigt und zusätzliche Information bezüglich des Werkstoffes und der Oberflächenbeschaffenheit hält. Ein Körpermodell besteht also aus Kanten, Flächen, dem dazugehörigen Volumen und nicht geometrischen Informationen.

Ein weiterer wichtiger Punkt ist die Konstruktionshistorie: Das Konstruktionsobjekt wird durch eine Reihe von Konstruktionsschritten (wie zum Beispiel Vereinen oder Trennen) aus Grundgeometrien bei 3D Programmen oder Rahmenkonstruktionen bei 2D Programmen hergeleitet, die in der endgültigen Fassung der Zeichnung nicht mehr notwendigerweise enthalten sind. Die Reihenfolge der Konstruktionsschritte sowie die geometrischen Parameter der Grundkörper können ohne die Konstruktionshistorie verlorengehen. Ein wesentlicher Vorteil des Modellierens auf Basis der Historie ist die hohe Flexibilität. Durch Änderungen an den einzelnen Konstruktionsschritten kann die Geometrie auch im Nachhinein vielfältig geändert werden, wenn die Konstruktionslogik der Erstellungslogik im CAD System folgt.

Ein weiteres Merkmal moderner CAD Systeme ist die Möglichkeit einer weitgehenden Assoziativität zwischen verschiedenen Geometrieelementen und besonders zwischen dem 3D-Objekt und der davon abgeleiteten Zeichnung.

## **2.6 Neutrale Datenformate**

Die meisten Programme setzen auf ein eigenes Dateiformat. Das erschwert den Datenaustausch zwischen verschiedenen CAD Programmen, weshalb es Ansätze zur

Standardisierung gibt. Als Datenaustauschformat hat sich das DXF- Format als Standard für Zeichnungen weitgehend etabliert. Die überwiegende Zahl der CAD Systeme kann DXF- Dateien nur als 2D Daten lesen und schreiben, jedoch gehen dabei häufig CAD systemspezifische Besonderheiten verloren oder können im Zielsystem nicht äquivalent dargestellt werden. Es ist zwischen CAD Systemneutralen und CAD Systemspezifischen Datenformaten zu unterscheiden. Wesentliche CAD Systemneutrale Datenformate sind VDAFS, IGES, SAT, IFC und STEP sowie für spezielle Anwendungen die STL Schnittstelle. (13) (14) (15)

Die Datenformate im Einzelnen:

- VDA-FS Dateien: Datenaustauschformat für Flächen, das vom Verband Deutscher Automobilbauer (VDA) entwickelt wurde und in der Vergangenheit der Standard für diesen Bereich war. VDA-FS eignet sich insbesondere zum Austausch von Freiformflächen, die häufig im Karosseriebau anzutreffen sind und die mit flächenorientierter 3D Software erstellt wurden. Darüber hinaus können Punkte, Punktmengen und Vektoren übertragen werden. Der Austausch von Volumenmodellen ist nicht möglich. Die VDAFS ist in einer DIN festgehalten, mit der vor allem Geometriedaten beschrieben werden.
- IGES Dateien: Initial Graphics Exchange Specification (IGES). IGES ist ein ANSI-kompatibles, nicht herstelleregebundenes Public Domain Dateiformat, das als internationaler Standard zum Austausch von Produktdefinitionsdaten zwischen verschiedenen CAD/CAM-Systemen dient. Im Einsatz sind überwiegend die Versionen 4 und 5, aktuell ist zurzeit Version 5.3. IGES wurde vorwiegend für die Übertragung von Geometriedaten entwickelt. Dies betrifft 2D- und 3D-Flächenmodelle (inklusive Bézier- und NURBS-Flächen). Ab der Version 5.3 verfügt IGES auch Volumenelemente und rund 40 weitere Geometrielemente und 35 nicht-geometrische Elemente.
- STEP Dateien: Ist ein standardisiertes Dateiaustauschformat, welches international entwickelt wurde mit dem Anspruch, auch parametrische Daten übertragen zu können. Es stellt das einzige Datenformat dar, welches Solids und Volumen fast verlustfrei und mit Parametrik (bei Solids) überträgt. Ebenfalls zur Übertragung von Zeichnungsdaten nutzbar, wird dort aber nicht so häufig wie im 3D Bereich eingesetzt.
- VRML97-ISO/IEC 14772: Wurde ursprünglich als 3D Standard für das Internet entwickelt. Die meisten 3D Modellierungswerkzeuge ermöglichen den Im- und Export

von VRML Dateien, wodurch sich das Dateiformat auch als ein Austauschformat von 3D Modellen etabliert hat.

- DXF Dateien: Drawing Interchange Format ist ein ASCII- oder binäres Dateiformat zum Austausch von Vektor-Daten zwischen CAD-Programmen (und anderen Anwendungen), insbesondere im PC-Bereich. Von Autodesk entwickelt, spielt es vor allen Dingen als Schnittstelle von und nach Auto CAD eine Rolle.
- STL Dateien: Stereo Lithography file format - neutrales Datenformat von 3D Systemen, für Rapid Prototyping. Geometrie ist irreversibel facettiert.
- DMIS Dateien: Dimensional Measuring Interface Standard – neues Format zur dimensionsbehafteten Erstellung und Kontrolle von Regelgeometrien und Freiformflächen, kompatibel zu STEP

Mit den CAD Systemneutralen gelingt in der Regel nur die Übertragung von Kanten-, Flächen- und Volumenmodellen. Die Konstruktionshistorie geht in der Regel verloren, damit sind die übertragenen Daten in der Regel für eine Weiterverarbeitung nur bedingt, wenn überhaupt, geeignet. CAD Systemspezifische Datenformate ermöglichen die Übertragung der vollständigen CAD Modelle, sie sind jedoch nur für wenige Systeme verfügbar.

## 2.7 Splines

Der Name „Spline“ stammt aus dem Schiffsbau, wo Straklatten im Englischen als Spline bezeichnet werden. Diese langen, dünnen und möglichst isotropen Latten mit konstantem rechtwinkeligem Querschnitt werden am Schiffskörper mit Nägeln fixiert, wobei diese dieselbe Biegelinie einnimmt wie eine Spline dritter Ordnung mit natürlichen Randbedingungen. Der Grund für dieses Biegeverhalten ist das Bestreben der Latte, die Spannung gleichmäßig über die gesamte Länge zu verteilen. In der Mechanik spricht man von einem homogenen isotropen Stab, wobei die Biegelinie längssymmetrisch der Achse den Verlauf des Stabes angibt. Splines wurden erstmals erwähnt in Veröffentlichungen von Quade – Collatz 1938, Courant 1943 und Isaac Jacob Schoenberg im Jahr 1946. (13) (16) (17)

Ein Spline  $n$ -ten Grades ist eine Funktion, die stückweise aus Polynomen mit höchstens Grad  $n$  zusammengesetzt ist. Dabei werden die Stellen, an denen zwei Polynomstücke zusammenstoßen, als Knoten oder in der numerischen Mathematik als Stützstellen bezeichnet. Handelt es sich bei dem Spline um eine stückweise lineare Funktion, so nennt man den diesen

einen Polygonzug. Allerdings weist dieser Polygonzug logischerweise Ecken auf. Man kann in diesem Fall also nicht von einer glatten Funktion sprechen, welche auch nur stückweise differenzierbar ist. Also müssen die Polynome von mindestens zweiten oder höheren Grad sein, damit der Spline stetig differenzierbar ist.

Splines werden vor allem zur analytischen Beschreibung von Punktmengen genutzt. Durch die stückweise Definition sind Splines flexibler als Polynome bleiben aber relativ einfach und sind doch glatt. Dadurch ergeben sich bei der Spline – Interpolation nicht die Nachteile, die durch die starke Oszillation von Polynomen höheren Grades und deren Unbeschränktheit bei der Polynom - Interpolation entstehen.

## 2.8 B- Splines

Wie auch der Raum der Polynome ist der Raum der stückweisen Polynome ein Vektorraum mit entsprechender Basis. Im Kontext numerischer Verfahren, wo Splines häufig eingesetzt werden, ist die Wahl der Basis entscheidend für eventuelle Rundungsfehler und damit für die praktische Einsetzbarkeit. Eine bestimmte Basis hat sich hier als am besten geeignet herausgestellt: sie ist numerisch stabil und erlaubt die Berechnung von Werten der Spline – Funktion mittels einer Drei – Term – Rekursion. Diese so genannten B – Spline – Basisfunktionen haben einen kompakten Träger und sind nur auf einem kleinen Intervall von null verschieden. Eine Änderung der Koeffizienten hat daher nur lokale Auswirkungen. (13) (16)

Definition einer B-Spline-Kurve nach De Boor:

Eine B-Spline-Kurve  $C(u)$ ,  $u \in [\tau_p, \tau_{n-p+1}]$  der Ordnung  $p$  mit Knotenvektor  $\tau$  und

Knotenpunkten  $P_i$  ( $i = 1, \dots, n-p$ ) wird definiert durch:

$$C(u) = \sum_{i=1}^{n-p} P_i N_{i,p}(u)$$

$$\text{Mit: } N_i^1 = \begin{cases} 1 & \text{für } u \in [u_i, u_{i+1}] \\ 0 & \text{für } u \notin [u_i, u_{i+1}] \end{cases} \text{ und } N_i^p(u) = \frac{u-u_i}{u_{i+p-1}-u_i} N_i^{p-1}(u) + \frac{u_{i+p}-u}{u_{i+p}-u_{i+1}} N_{i+1}^{p-1}(u)$$

Für Kurven in der Ebene sind die Kontrollpunkte zweidimensional, für Kurven im Raum dreidimensional.

Eigenschaften:

Lokalität: Der Kontrollpunkt  $P_i$  beeinflusst die Kurve nur im Intervall  $[\tau_i, \tau_{i+p}]$

Endpunkt-Interpolation: Es sei  $P_1 = C(\tau_p)$ , falls der erste Knotenpunkt  $p$ -mal wiederholt wird und  $P_{n-p} = C(\tau_{n-p+1})$ , falls der letzte Knotenpunkt  $p$ -mal wiederholt wird.

Die Definition der B-Spline nach De Boor wurde an dieser Stelle lediglich der Vollständigkeit halber angegeben, da diese Definition Einsatz in der Kurven- bzw. Flächendarstellung in CAD Systemen findet. Die so erstellte Kurve liegt immer in der konvexen Hülle der De Boor Punkte und wird so von diesen eingeschlossen. Ähnlich dazu ist Darstellung und Verwendung von Bézier-Kurven. Allerdings basieren diese nicht auf der oben dargestellten Basis sondern auf der Basis der Bernsteinpolynome. Analog zu den De Boor Punkten gibt es hier die Bézier-Punkte, die ein Kontrollpolygon bilden und die graphische Darstellung der Kurve erleichtern.

## 2.9 NURBS

NURBS sind bei der computergestützten Konstruktion und Fertigung beinahe unersetzlich und Teil zahlreicher Industriestandards, wie IGES (Initial Graphics Exchange Specification), STEP (Standard for the Exchange of Product model data) und PHIGS (Programmer's Hierarchical Interactive Graphics System). Bei NURB Kurven oder Flächen gibt es zwei Arten von Knotenpunkten. Die einen Knotenpunkte sind stets entweder direkt mit der Kurve oder Fläche verbunden und die anderen wirken, als ob diese in einer elastischen Verbindung mit der Kurve bzw. Fläche interagieren. Eine Manipulation der Geometrieelemente kann direkt an den ersteren Kontrollpunkten durchgeführt werden oder durch übergeordnete Werkzeuge realisiert werden. Die zweite Knotenart ist üblicherweise die visuelle Darstellung der Kurvengewichte. Die Abkürzung NURBS bedeutet NON UNIFORM RATIONAL B SPLINES. Daran erkennt man, das NURBS auf der Idee der B Splines basieren. Der Unterschied ist, das NURBS sogenannte Kurvengewichte beinhalten, die auf unterschiedlichen geometrischen Funktionen beruhen, bzw. durch Manipulation der zweiten Knotenart verändert werden können. (13) (18)

In der Literatur finden sich folgende Stetigkeitsdefinitionen: Positionsstetigkeit gilt, wenn die Endpunkte zweier Kurven oder Flächen zusammentreffen. Trotzdem können Kurven oder Flächen sich in einem Winkel berühren, der zu einer scharfen Kante oder Ecke an dieser Stelle führt. Die Parallelität der Endvektoren von Kurven oder Flächen bei tangentialer Stetigkeit

führt zu einer Unterbindung scharfer Kanten. Bei gleichem Betrag der Endvektoren herrscht Krümmungsstetigkeit.

Höhere Stetigkeitsgrade sind mit NURBS ebenfalls möglich.

Einige Eigenschaften von NURBS -Kurven und -Flächen:

- Sie bieten eine gemeinsame mathematische Darstellung für sowohl analytische Standardformen (z.B. Kegelschnitte) als auch Freiformflächen.
- Sie reduzieren den Speicheraufwand für geometrische Objekte (im Vergleich zu einfacheren Methoden).
- Sie können durch numerisch stabile und präzise Algorithmen verhältnismäßig schnell ausgewertet werden.
- Sie sind Verallgemeinerungen von nicht rationalen B-Splines und nicht rationalen und rationalen Bézierkurven und -flächen. Die Aussage, dass NURBS-Kurven eine Verallgemeinerung von Bézierkurven sind, bedeutet, dass alle Bézierkurven NURBS-Kurven, aber nicht alle NURBS-Kurven Bézierkurven sind.

Eine NURBS Kurve  $C(u)$  ist definiert durch ihren Grad  $p$ , eine Menge gewichteter Kontrollpunkte  $P_i$  und einen Knotenvektor  $U$ . NURBS Kurven und Flächen sind Verallgemeinerungen von sowohl B Splines als auch Bézierkurven und -flächen. Der hauptsächliche Unterschied zu diesen beiden Spline Arten ist die Gewichtung der Kontrollpunkte mit den Gewichten  $w_i$ . Durch die Gewichte werden die NURBS Kurven rational.

Eine NURBS Kurve ist über die Summe der mit rationalen B Spline Basisfunktionen  $R_{i,p}$  gewichteten Kontrollpunkte vollständig definiert.

$$C(u) = \sum_{i=1}^n R_{i,p}(u)P_i$$

Die rationale B Spline Basisfunktion B Spline Basisfunktionen  $N_{i,p}$ , der Ordnung des NURBS  $p$  und den zu den Kontrollpunkten zugehörigen Gewichten  $w_i$  zu:

$$R_{i,p}(u) = \frac{N_{i,p}(u)w_i}{\sum_{j=0}^n N_{j,p}(u)w_j}$$

Der Parameter  $u \in [a, b]$  schaltet im Bereich des Knotenvektors

$$U = \left\{ \underbrace{a, \dots, a}_{p+1}, u_{p+1}, \dots, u_{r-p-1}, \underbrace{b, \dots, b}_{p+1} \right\}$$

Der Länge  $r$  die einzelnen Segmente der Spline Kurve aktiv. Die Elemente des Knotenvektors sind monoton steigend.

Die Ordnung einer NURBS-Kurve ist festgelegt durch die Anzahl benachbarter Kontrollpunkte, die die Kurve beeinflussen. Die Kurve setzt sich mathematisch aus Polynomen zusammen, deren Grad eins kleiner als die Ordnung der Kurve ist. Also werden Kurven zweiten Grades (die durch lineare Polynome dargestellt werden) lineare Kurven, Kurven dritten Grades quadratische Kurven und Kurven vierten Grades kubische Kurven genannt. Die Anzahl der Kontrollpunkte muss größer oder gleich der Ordnung der Kurve sein.

In der Praxis werden am häufigsten kubische Kurven gebraucht. Kurven höheren Grades werden in der Praxis aber selten benutzt, da sie zu internen numerischen Problemen führen und ihre Berechnung tendenziell unverhältnismäßig viel Berechnungszeit erfordert.

Im Gegensatz zu nicht rationalen Kurven, die nicht geeignet sind, um zum Beispiel Kreise darzustellen, klappt dies mit NURBS problemlos. Die Kontrollpunkte und Gewichte für den Einheitskreis in der x-y-Ebene sind beispielsweise:

x	y	z	Gewicht
1	0	0	1
1	1	0	$\sqrt{2}/2$
0	1	0	1
-1	1	0	$\sqrt{2}/2$
-1	0	0	1
-1	-1	0	$\sqrt{2}/2$
0	-1	0	1
1	-1	0	$\sqrt{2}/2$
1	0	0	1

Abbildung 20: Kontrollpunkte und Gewichte des Einheitskreises

Beispiele für Gewichtungen von Flächen 2. Ordnung:

Fläche	$f(x, y, z)=0$	$x(u, v)$
Ellipsoid	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} - 1 = 0$	$x = a * \sin v * \cos u$ $y = b * \sin v * \sin u$ $z = c * \cos v$
Kegel	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 0$	$x = v * \frac{a}{c} * \cos u$ $y = v * \frac{b}{c} * \sin u$ $z = c * \cos \beta$
Elliptischer Zylinder	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - 1 = 0$	$x = a * \cos u$ $y = b * \sin u$ $z = v$
Hyperbolischer Zylinder	$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} - 1 = 0$	$x = a * \cosh u$ $y = b * \sinh u$ $z = v$

Abbildung 21: Beispiele für Gewichtungen von Flächen 2. Ordnung, aus (13)

Während eine NURBS Kurve ausschließlich in eine parametrische Richtung  $u$  aufgespannt ist, wird eine NURBS Fläche durch 2 Parameter,  $u$  und  $v$ , aufgespannt. Die Abbildung einer NURBS Fläche im kartesischen Raum erfolgt analog zur Kurve.

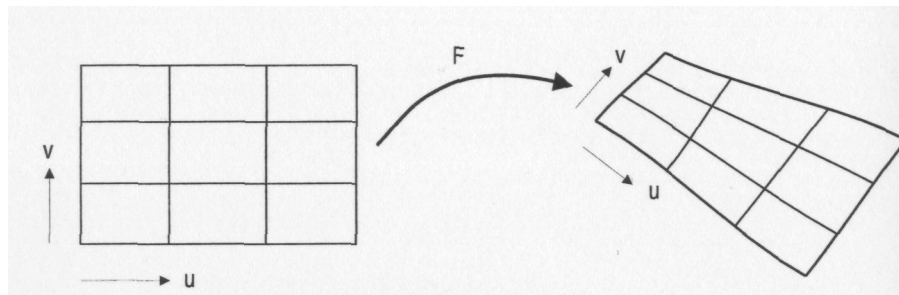


Abbildung 22: Parameterdarstellung einer Fläche, aus (7)

## 2.10 Spline-Interpolation

Von wesentlich größerer Bedeutung für diese Arbeit ist die Spline-Interpolation. Da CAD Systeme im Allgemeinen nicht die Funktionen und, bei NURB-Flächen, die Gewichte ausgeben mit deren Hilfe Splines gebildet werden und somit auch keine Kontrolle von Messwerten durch ein Fremdprogramm erfolgen kann, wird im weiteren genau auf die Spline-Interpolation eingegangen. (13) (17)



Bei der Spline-Interpolation versucht man, eine Funktion mit Hilfe von Splines zu interpolieren. Die einfachste Methode ist die Verwendung von Geraden zwischen zwei benachbarten Punkten. Je mehr Punkte man nimmt und somit die Entfernung zwischen diesen verkürzt, desto genauer approximiert man die verwendete Funktion. Bei der Interpolation von Messwerten muss berücksichtigt werden, dass alle Punkte einbezogen werden und Ausreißer das Ergebnis beeinflussen.

Strecken zug – Polygon

$$s(x) = m * x + b \quad \text{mit: } m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \text{ und } b = y_1 - m * x_1$$

$$s(x) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} * x + y_1 - \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} * x_1$$

## 2.11 Kubischer Spline

Die Funktion  $f$  soll interpoliert werden:

Man unterteilt ein Intervall  $[a, b]$  durch  $a = x_0 < x_1 < \dots < x_{n-1} < x_n = b$  und definiert die Stützstellen (Knoten)  $(x_i, f_i = f(x_i))$ ,  $i = 0, \dots, n$ .

Auf jedem Teilintervall wird ein Polynom dritten Grades angesetzt, das zweimal stetig differenzierbar ist:

$$S_j(x) = a_j * (x - x_j)^3 + b_j * (x - x_j)^2 + c_j * (x - x_j) + d_j \quad \text{für } x_j \leq x \leq x_{j+1} \text{ und } j = 0, \dots, n-1$$

Um das Gleichungssystem zu lösen, werden vier Bedingungen benötigt:

1)

$$S_j(x_j) = f_j \quad \text{für } j = 0, 1, \dots, n-1$$

$$S_j(x_{j+1}) = f_{j+1} \quad \text{für } j = 0, 1, \dots, n-1$$

2)

$$S'_j(x_j) = S'_{j+1}(x_j) \quad \text{für } j = 1, \dots, n-1$$

$$S''_j(x_j) = S''_{j+1}(x_j) \quad \text{für } j = 1, \dots, n-1$$

Die letzten beiden Bedingungen ergeben sich aus den verschiedenen Randbedingungen:

Freier Rand oder natürlicher Spline:  $S_0''(x_0) = 0, S_{n-1}''(x_n) = 0$

Eingespannter Rand:  $S_0'(x_0) = f_0', S_{n-1}'(x_n) = f_n'$ , wobei  $f_0'$  und  $f_n'$  vorgegeben

## 2.12 Prozessfähigkeitsparameter

Prozessfähigkeitsparameter werden in der statistischen Tolerierung verwendet, um eine Region zu definieren, welche sich in einer von Mittelwert ( $\mu$ ) und Standardabweichung ( $\sigma$ ) aufgespannten Ebene befindet. Diese Region wird durch statistische Parameter begrenzt, die als „population parameter zone“ (PPZ) bezeichnet wird. Nur Populationen deren Parameter  $\mu$  und  $\sigma$  innerhalb der PPZ liegen, erfüllen die Bedingungen der statistischen Toleranz. Unter Population wird hier eine messbare Eigenschaft bzw. Ausprägung eines Werkstücks verstanden.

Wenn wir das theoretisch genaue Maß als Zielwert ( $\tau$ ) bezeichnen, dann liegt dieser meistens in der Mitte der Toleranzzone. Das bedeutet:

$$\tau = (OT + UT)/2 \quad OT/UT \dots \text{ obere / untere Toleranzgrenze}$$

Allerdings trifft diese Annahme nicht immer zu. Wenn man Passungen und deren Toleranzfelder ansieht, erkennt man schnell, dass diese nur selten symmetrisch um den Zielwert verteilt sind. Da  $c_p$  und  $c_c$  ebenso wie  $\mu$  und  $\sigma$  nur Funktionen eines Parameters sind, reichen diese nicht aus, eine PPZ zu definieren, wenn das Toleranzfeld asymmetrisch ist.

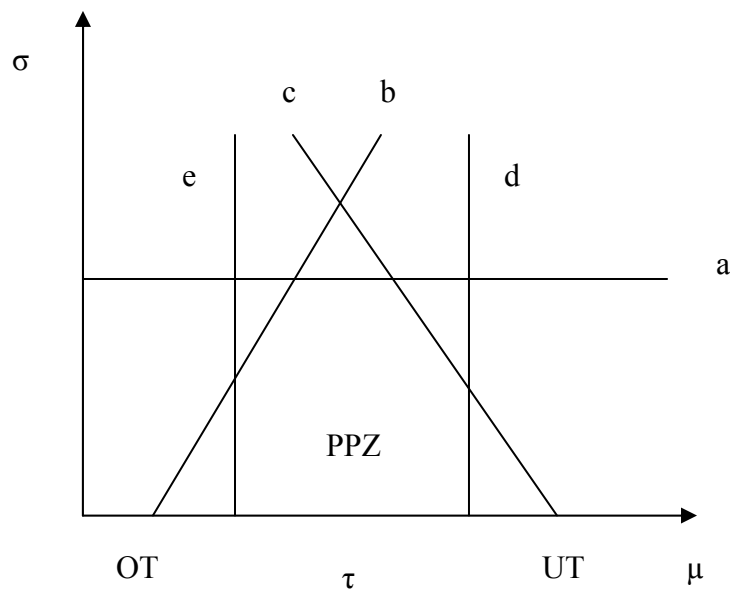
Parameter:

$$c_p = \frac{OT - UT}{6 * \sigma}$$

$$c_{pk} = \min\{c_{po}, c_{pu}\}, \text{ mit } c_{po} = \frac{\mu - OT}{3\sigma}, c_{pu} = \frac{UT - \mu}{3\sigma}$$

$$c_c = \max\{c_{co}, c_{cu}\}, \text{ mit } c_{co} = \frac{\tau - \mu}{\tau - OT}, c_{cu} = \frac{\mu - \tau}{UT - \tau}$$

$$c_{pm} = \frac{OT - UT}{6\sqrt{\sigma^2 + (\mu - \tau)^2}}$$



(a):  $\sigma \leq (OT - UT) / (6c_p)$

(b):  $\sigma \leq (\mu - UT) / (3c_{pk})$

(c):  $\sigma \leq (OT - \mu) / (3c_{pk})$

(d):  $\mu \leq \tau + c_c (OT - \tau)$

(e):  $\mu \geq \tau - c_c (\tau - UT)$

Toleranzen stellen die Spezifikationen dar, nach denen die Maße der Werkstücke beurteilt werden. Statistische Toleranzen stellen die Spezifikationen für Prozesse dar, nach denen Prozesse beurteilt werden. (14)

## 2.13 Precontrol

Precontrol wurde in den 50ern von Frank Satterwaite entwickelt und bedeutet so viel wie Voreingestellte Regellinien. Der Vorteil dieses Verfahrens ist, das die Notwendigkeit von großen Stichprobenentnahmen entfällt und auch keine langen Datenreihen zur Ermittlung der Prozessfähigkeit notwendig sind. (19) (20)

Der Prozessfähigkeitskennwert  $c_p$  ist das Verhältnis von Toleranz zu Prozessstreuung.

$$c_p = \frac{\text{Breite des vorgegebenen Toleranzfeldes}}{6 \cdot \text{Standardabweichung}}$$

Für eine ausschussfreie Fertigung muss  $c_p$  also größer als eins sein. Mit einer Berücksichtigung einer 75% Warngrenze muss  $c_p < 1,33$  sein, eine ausschussfreie Fertigung sei vorausgesetzt.

Ein weiterer wichtiger Kennwert ist der Prozesslagenkennwert, der auch die Lage des Mittelwertes gegenüber den Toleranzgrenzen berücksichtigt.

$$c_{pk} = \frac{\min|OT - \bar{X} \text{ und } \bar{X} - UT|}{3 \cdot \text{Standardabweichung}} \quad OT/UT \dots \text{ obere / untere Toleranzgrenze}$$

Da in beiden Kennwerten, welche für die Prozessfähigkeitsuntersuchung notwendig sind, die Standardabweichung eine zentrale Rolle einnimmt, erkennt man die Notwendigkeit zu langen Datenreihen.

Während üblicherweise der Stichprobenumfang zur Ermittlung von  $c_p$  50 bis 100 Einheiten beträgt, beruht die Effektivität von Precontrol auf dem Multiplikationssatz von Wahrscheinlichkeiten und der Binomialverteilung. Der Prozessfähigkeitsnachweis wird bei jedem Start durchgeführt, indem 5 aufeinander folgende Messergebnisse in der „grünen“ Zone liegen müssen.

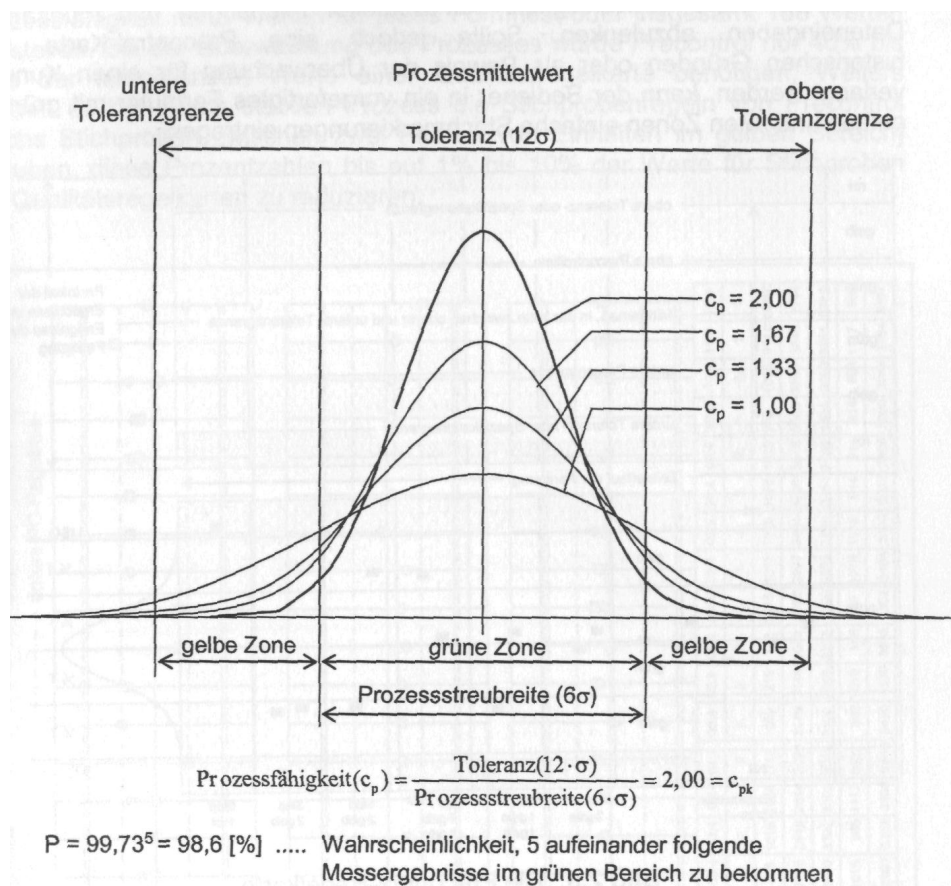


Abbildung 23: Prozessfähigkeit von Precontrol, aus (20)

Zusammenhang von Prozessfähigkeit $c_p$ und Starterfolg	
$C_p$	Starterfolg
1,00	49%
1,33	70%
1,66	93%
2,00	98%

Abbildung 24: Zusammenhang von Prozessfähigkeit und Starterfolg, aus (20)

Die 4 Precontrol Regeln:

- Die Spezifikationsgrenze wird durch 4 geteilt, wobei die grüne Zone in der mittleren Hälfte der Spezifikation liegt. Die gelbe Zone liegt zwischen der Precontrol Regellinie, die die grüne Zone eingrenzt, und der Spezifikationsgrenze. Alles außerhalb der Spezifikationsgrenze wird als rote Zone bezeichnet.
- Zur Bestimmung der Prozessfähigkeit müssen 5 Messergebnisse, hintereinander genommen, innerhalb der grünen Zone liegen.
- Während der Prozess läuft, werden in Intervallen 2 aufeinander folgende Einheiten bewertet. Befinden sich beide Einheiten in der gelben Zone oder nur eine Einheit in der Roten, wird der Prozess angehalten. Andernfalls kann der Prozess weiterlaufen.
- Das Stichprobenintervall ergibt sich aus dem Zeitraum zwischen zwei Prozessabschaltungen geteilt durch 6.

Precontrol ist also ein verbessertes Werkzeug der statistischen Prozessüberwachung, das den großen Vorteil der einfachen und leicht verständlichen Handhabung hat. Für diese Arbeit hat Precontrol den Vorteil, dass nur die Streuung zur Prozessbeurteilung herangezogen wird. Natürlich wird vorausgesetzt wie bei obiger Abbildung ersichtlich, dass das Toleranzfeld symmetrisch um den Prozessmittelwert ist.

## 3 Durchführung der Messungen

### 3.1 Vorbereitung

Um die notwendigen Daten zu erhalten, die für die Auswertung notwendig sind, wurden insgesamt 13 Werkstücke vermessen, 6 technische Oberflächen und 7 Natürliche.

Bevor die erste Messung auf der Koordinatenmessmaschine Zeiss UMM 500 durchgeführt werden kann, müssen die Taststifte kalibriert werden. Der Tastkopf hält hier drei Taststifte, wobei Taststift 1 parallel zur Z Achse montiert ist und die Taststifte 3 und 5 parallel zur X Achse rechts und links der Mitte angebracht sind. Kalibriert wird jeder Taststift an einem genormten Prüfkörper (Kugel), um die Position und Durchmesser der Kugel am Taststiftende als auch die Biegesteifigkeit des Tasterschaftes zu bestimmen. Zur Kalibrierung wird der Prüfkörper mehrmals in einer automatisierten Routine angetastet.

Daten zur Koordinatenmessmaschine Zeiss UMM 500:

Messsystem : OPTON PHOCOSIN, photoelektrisch, einstufig

Auflösung: 0,1  $\mu\text{m}$

Tastsystem: 3 D-Tastkopf mit abschaltbarer automatischer Klemmung und Messkraftherzeugung und vektorieller Antastung, Antastung mit Lageregelung sowie Kollisionschutz

Scanning mit vektorieller Antastung

Messkräfte: elektronisch, wählbar in drei Stufen: 0,1; 0,2; 0,4 N

Bereich der Stellgeschwindigkeit 1  $\mu\text{m/s}$  bis 40 mm/s

Antriebe: geregelte Gleichstromantriebe in allen Achsen

Messunsicherheit:  $(0,5 + L/700)$   $\mu\text{m}$  L in mm

Messbereich: X=500 mm, Y=200mm, Z=300 mm

Tisch-Aufspannfläche: 1100 x 360  $\text{mm}^2$

Laut EN ISO 10360-2 ist die Kalibrieroutine folgendermaßen festgelegt (21):

Die Prüfkugel muss steif befestigt werden, um Abweichungen durch Biegung zu minimieren.

Es sind 25 Punkte zu messen, etwa gleichmäßig über mindestens eine Halbkugel der Prüfkugel verteilt und vom Benutzer frei gewählt, wenn nicht festgelegt.

Das folgende Antastmuster wird empfohlen:

- Ein Punkt auf dem Pol (durch die Richtung des Tasterschaftes definiert) der Prüfkugel;
- vier gleich verteilte Punkte  $22,5^\circ$  unter dem Pol;
- acht gleich verteilte Punkte  $45^\circ$  unter dem Pol und  $22,5^\circ$  zur Lage der vorigen Gruppe gedreht;
- vier gleich verteilte Punkte  $67,5^\circ$  unter dem Pol und  $22,5^\circ$  zur Lage der vorigen Gruppe gedreht;
- acht gleich verteilte Punkte  $90^\circ$  unter dem Pol (d. h. auf dem Äquator) und  $22,5^\circ$  zur Lage der vorigen Gruppe gedreht.

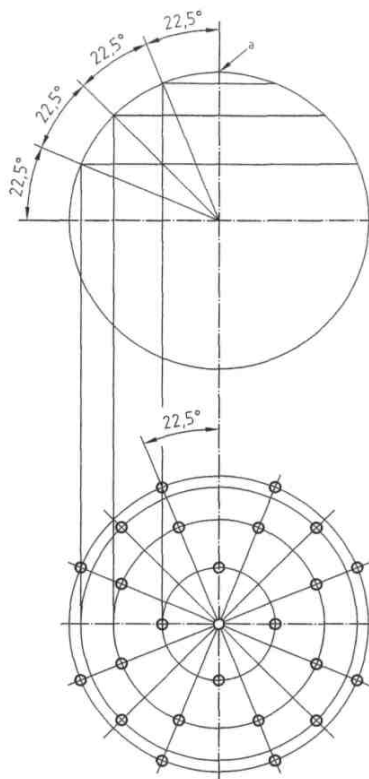


Abbildung 25: Lage der Antastpunkte an der Prüfkugel, aus (21)

```

MESSPROTOKOLL      ZEISS  UMESS

                                MANUELLE MESSUNG

=====
ZEICHNUNGS NR      | AUFTRAGS NR      | LIEFERANT/KUNDE  | ARBEITSGANG
111-2001           | TUW-A114         | TUW - AuM        | Kontrolle

PRUEFER            | DATUM            | TEIL NR          |
GAILHOFER          | 7.12.2006        | SM-LT            |

=====
ADR|RKF|AUFGABE|BEZ|SY|ISTMASS|NENNMASS|O.TOL|U.TOL|ABW|UEB
=====
Ergebnis der Taststiftbestimmung von Taststift 1
  1      KUGEL      X      0.0000
                        Y      0.0000
                        Z      0.0000
                        D      3.0005
      30P S/MIN/MAX      .0002      (28)  -.0004      (22)  .0005

Ergebnis der Taststiftbestimmung von Taststift 3
  2      KUGEL      X     61.6114
                        Y      0.2986
                        Z     41.5705
                        D      3.0009
      28P S/MIN/MAX      .0002      (23)  -.0004      (16)  .0004

Ergebnis der Taststiftbestimmung von Taststift 5
  3      KUGEL      X    -56.3234
                        Y     -0.0594
                        Z     41.5523
                        D      2.9997
      30P S/MIN/MAX      .0003      (21)  -.0006      (5)   .0006

```

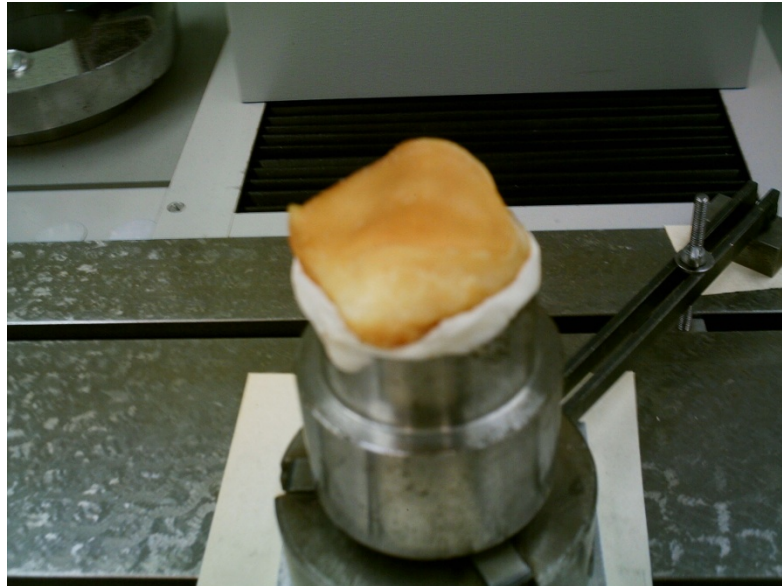
Abbildung 26: Taststiftbestimmungsprotokoll

Kalibriert wurden Taststift 1, 3 und 5. Die Koordinaten (X, Y, Z) zeigen die Position der Taststiftspitze und D ist der Durchmesser derselben. Beim Taststift 1 wurden 30 Punkte angetastet, die Streuung der Punkte beträgt 0,0003 (S) bei ausgegebenen Minimum und Maximum.

Als nächstes folgt die Erstellung eines Messplans. Zur Durchführung der Messungen wurde das Programm KUM (Kurvenmessprogramm) verwendet. In diesem Scanningprozess werden Oberflächen durch eine Folge einzelner zweidimensionaler Kurven abgetastet. Die Punktdichte innerhalb der Kurve ist variabel. Es stellt sich nun die Frage, wie viele Kurven und welche Punktdichte zu wählen sind, um die Oberfläche so genau wie notwendig darzustellen, ohne völlig übertriebene Datenmengen verarbeiten zu müssen. An dieser Stelle sollte auch darauf hingewiesen werden, dass eine Oberfläche niemals vollständig durch die Messdaten repräsentiert werden kann, da in jedem Fall Abstände zwischen den Messpunkten liegen.



Bei den Gleitflächen der Patellascheiben war die Erstellung des Messplans recht einfach, da die Flächen selbst nicht größer als 60 mm x 40 mm sind. Die Kurvenabstände betragen konstant 1 mm mit einer Punktdichte von ca. 0,2 mm, was in Summe etwa 5000 Punkte in Abhängigkeit von der Flächengröße ergibt. Da es sich hier um eine natürliche Oberfläche handelt, erscheint diese Punktdichte durchaus sinnvoll.



**Abbildung 27: Aufspannung einer Patella**

Bei den Kniegelenksprothesen der DURACON und LC Serie wurde aufgrund der Größe der Objekte ein variabler Kurvenabstand gewählt, die Punktdichte beträgt etwa 1,5 mm. Die Summe der Punkte beträgt auf diese Weise im Mittel um die 5000. Die variablen Kurvenabstände erklären sich durch die unterschiedlichen Wölbungen der Fläche, wobei darauf geachtet wurde, dass in Gebieten größerer Wölbung die Punktabstände geringer sind und die Punktwolke somit diese Gebiete genauer repräsentiert.

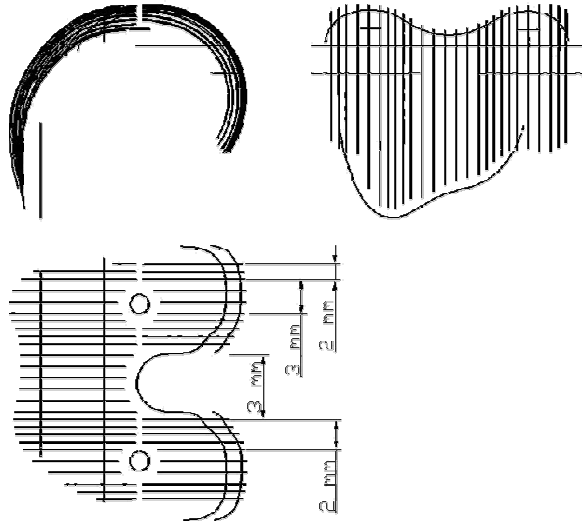


Abbildung 28: Verteilung der Messkurven an den Kniegelenksprothesen

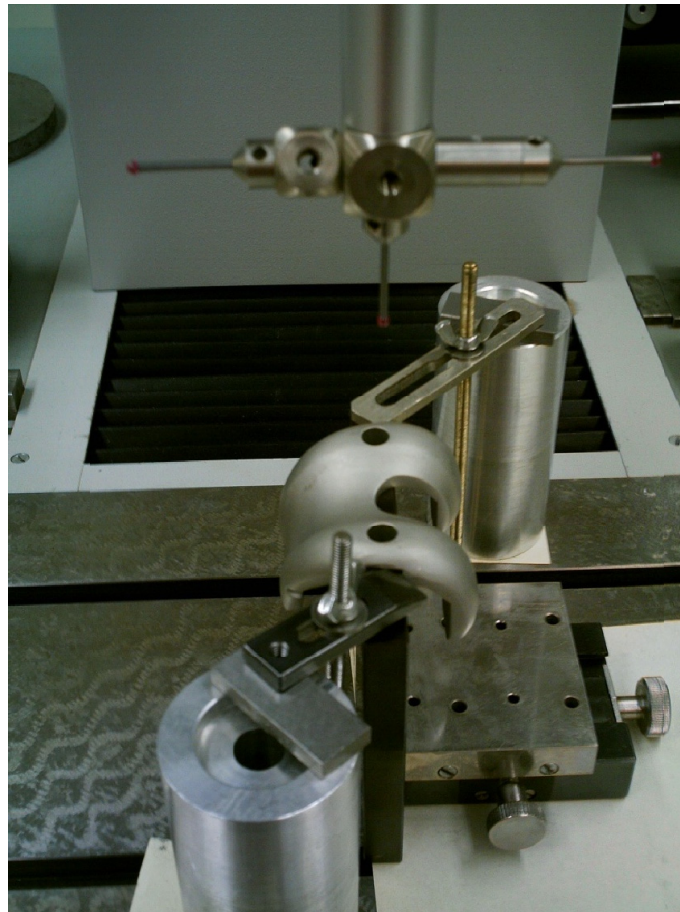


Abbildung 29: Aufspannung der Kniegelenksprothesen der Duracon - Reihe

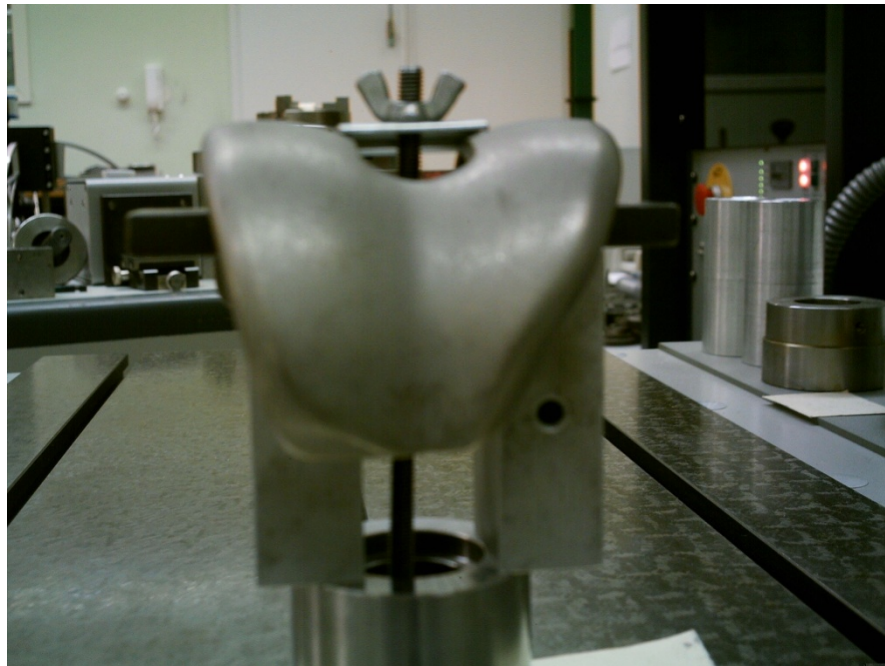


Abbildung 30: Aufspannung der Kniegelenksprothesen der LCS - Reihe

Die Ausgabedatei der Punkte ist vom Format VDA im ASCII Code geschrieben.

```

LCSSTD = HEADER/      8                00000001
WERKSTUECKNAME = LCS STD                00000002
ZEICHNUNGS NR = 111-2001                00000003
AUFTRAGS NR = TUW-A114                  00000004
LIEFERANT/KUNDE = TUW - AuM             00000005
ARBEITSGANG = Kontrolle                 00000006
PRUEFER = Gailhofer                    00000007
DATUM = 12. 2.2007                     00000008
TEIL NR = 1                             00000009
$$                                       00000010
$$DAT1=DATEN/SOL                       00000011
$$ART1=ART/0                           00000012
$$EBE1=EBENE/2                         00000013
$$SCH1=SCHN/1                          00000014
SET1=BEGINSET                          00000015
MDI1 = MDI/      46,                  00000016
  30.9942,  1.5014,  8.6489,  .0000,  -1.0000,  .0000,00000017
  32.0171,  1.4865,  8.3143,  .0000,  -1.0000,  .0000,00000018
  32.9345,  1.4989,  7.8582,  .0000,  -1.0000,  .0000,00000019
  33.8163,  1.5020,  7.3709,  .0000,  -1.0000,  .0000,00000020
  34.6904,  1.4858,  6.8473,  .0000,  -1.0000,  .0000,00000021
  35.5242,  1.5003,  6.3106,  .0000,  -1.0000,  .0000,00000022
  36.3619,  1.5091,  5.7379,  .0000,  -1.0000,  .0000,00000023
  37.1815,  1.5026,  5.1394,  .0000,  -1.0000,  .0000,00000024

```

.....

Ein Problem ist die Graphische Darstellung. Im Systemeigenen Programm HOLOS von Zeiss wird zwar die Punktwolke dargestellt, aber ohne weitere Verarbeitungsmöglichkeit. Also wurden die Punkte über entsprechende Formatierung in Excel weiter in das Programm Auto CAD übertragen. Auto CAD ist ein 2 ½ D Programm mit dem zwar eine dreidimensionale Darstellung von Freiformflächen möglich ist, die Verarbeitungsmöglichkeiten aber recht eingeschränkt sind. Für die Anschaulichkeit ist dies ausreichend, aber nicht für einen graphischen Vergleich der Teile untereinander.

Die Wahl für die Darstellung fiel auf Auto CAD, da es sehr robust auf die Eingabe von Massendaten aus einem Fremdprogramm reagiert, beziehungsweise das erst ermöglicht. Bei CATIA von Dassault Systems ist eine derartige Eingabe nicht möglich. Hier bestand von Anfang an ein Kompatibilitätsproblem. Das Messprogramm KUM kann die Messdaten nur im VDA Format ausgeben, CATIA aber nur das zwar verwandte, aber nicht idente Format VDA – FS einlesen.

### 3.2 Numerische Lösung

Im nächsten Schritt stellt sich die Frage, wie man aus Freiformflächen die als Meisterstück vorliegen, Datenpunkte zur Konstruktion entnimmt und wie gut diese die vorliegende Freiformfläche repräsentieren.

- Es sollten möglichst wenige Datenpunkte aus der Messung als Stützstellen für die Konstruktion herangezogen werden.
- Die Abbildungsgenauigkeit muss notwendigerweise dem Zweck angepasst werden.
- Je höher die Abbildungsgenauigkeit sein muss, umso mehr Stützstellen sind erforderlich.
- Der mathematische Zusammenhang muss reproduzierbar sein.
- Gängige CAD Systeme müssen die Stützstellen nach eben jener Funktion verbinden.

Es gilt nun eine Testfunktion zu finden, mit deren Hilfe man die Abbildungsgenauigkeit zur Menge der Stützstellen feststellen kann. Diese Testfunktion muss die Eigenschaft haben, das CAD Programme dieselbe verwenden. Da NURBS Kurven auf B Splines basieren und eine Erweiterung jener darstellen, bieten sich diese als Lösung an. Nun sind B Splines zweiter Ordnung keine glatten Kurven und fallen somit als mögliche Lösung weg. Der kubische Spline ist eine glatte Kurve und weist wie bereits erwähnt die Eigenschaft der Spannungsminimierung auf. Für natürliche Freiformflächen ist diese Eigenschaft von großer

Bedeutung. Splines höherer Ordnung können grundsätzlich in Betracht gezogen werden, allerdings bilden Splines dritter Ordnung die Grundfunktion in CAD Programmen. Da diese den Grad des verwendeten Splines nicht ausgeben und mit Erhöhung der Potenz auch der Rechenaufwand steigt, wurde für die Testfunktion ein kubischer B Spline verwendet.

Der verwendete Spline hat allerdings auch Nachteile. Da es sich um eine glatte Kurve handelt, kann man damit keine Kanten bzw. Ecken darstellen. Durch die Drei Term Rekursion oder „Stabile drei Term Basis“ ergibt sich das Vorzeichen der Krümmung aus der Lage der Stützpunkte. Das Vorzeichen der Krümmung ist mit dieser Funktion auch nicht zu approximieren. Somit reagiert diese Funktion sehr empfindlich auf die Anzahl der Stützstellen.

Die Abweichung zwischen der Funktion und den Datenpunkten kann daher mitunter sehr groß sein. (17)

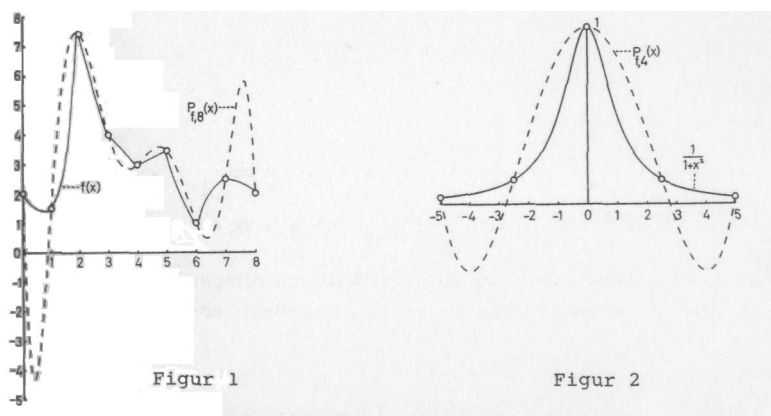


Abbildung 31: Abweichungen von Splines 3. Ordnung, aus (17)

Der naheliegende Ausweg, Splines höherer Ordnung heranzuziehen, bringt aber auch keine befriedigenderen Ergebnisse, wie die nächste Abbildung zeigt.

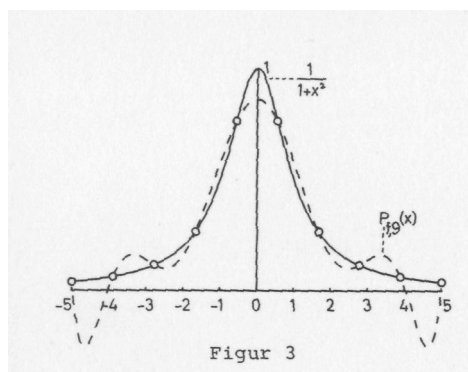


Abbildung 32: Abweichung einer Spline höherer Ordnung, aus (17)

### 3.3 Ableitung kubische B- Spline

Ein kubischer Spline ist eine glatte Kurve (= im mathematischen Sinne: zwei mal stetig differenzierbar), die durch gegebene Koordinatenpunkte geht und eine minimale Gesamtkrümmung aufweist. Jedes Teilstück ist dabei durch eine kubische Parabel mit geeigneten Koeffizienten  $a_i$ ,  $b_i$ ,  $c_i$  und  $d_i$  definiert.

$$S(x) = a_i x^3 + b_i x^2 + c_i x + d_i$$

Alle gegebenen Punkte (= Knotenpunkte oder kurz Knoten) stellen als Stützstellen der Kurve auch Nahtstellen zwischen den Teilkurven dar, in denen jeweils beide Funktionswerte, die erste und zweite Ableitung der zusammentreffenden Teilkurven übereinstimmen.

Es seien  $n+1$  Punkte  $(x_0|y_0), (x_1|y_1), \dots, (x_n|y_n)$  gegeben, wobei  $x_0 < x_1 < \dots < x_n$  gelte.

Zur Gewinnung der Koeffizienten definiert man die  $n$  Teilstücke des Splines mit  $S_i(x) = a_i (x-x_i)^3 + b_i (x-x_i)^2 + c_i (x-x_i) + d_i$ , wobei  $0 \leq i < n$  ist und  $S_i(x)$  das Kurvenstück zwischen den Punkten  $(x_i|y_i)$  und  $(x_{i+1}|y_{i+1})$  darstellt.

Da die Teilstücke in den Knoten nahtlos ineinander übergehen, gilt  $S_{i-1}(x_i) = S_i(x_i) = y_i$  für  $1 \leq i \leq n$ .

$$\begin{aligned} \text{Aus } S_i(x_i) = y_i \text{ folgt } d_i &= y_i, \text{ denn in } S_i(x_i) \\ &= a_i(x_i - x_i)^3 + b_i(x_i - x_i)^2 + c_i(x_i - x_i) + d_i = y_i \end{aligned}$$

werden alle  $(x_i - x_i)$  Null.

$$S_{i-1}(x_i) = S_i(x_i):$$

$$a_{i-1} (x_i - x_{i-1})^3 + b_{i-1} (x_i - x_{i-1})^2 + c_{i-1} (x_i - x_{i-1}) + d_{i-1} = a_i (x_i - x_i)^3 + b_i (x_i - x_i)^2 + c_i (x_i - x_i) + d_i$$

$$a_{i-1} (x_i - x_{i-1})^3 + b_{i-1} (x_i - x_{i-1})^2 + c_{i-1} (x_i - x_{i-1}) + d_{i-1} = d_i \quad (I)$$

In allen Knoten haben die anstoßenden Teilkurven gleiche Tangenten, es gilt also  $S'_{i-1}(x_i) = S'_i(x_i)$ , mit der Ableitung  $S'_i(x) = 3a_i (x-x_i)^2 + 2b_i (x-x_i) + c_i$ .

$$S'_{i-1}(x_i) = S'_i(x_i)$$

$$3a_{i-1} (x_i - x_{i-1})^2 + 2b_{i-1} (x_i - x_{i-1}) + c_{i-1} = 3a_i (x_i - x_i)^2 + 2b_i (x_i - x_i) + c_i$$

$$3a_{i-1} (x_i - x_{i-1})^2 + 2b_{i-1} (x_i - x_{i-1}) + c_{i-1} = c_i \quad (II)$$

Alle anstoßenden Teilkurven haben in allen gegebenen Knoten die gleichen Krümmungen, es gilt also

$$S''_{i-1}(x_i) = S''_i(x_i), \text{ mit der Ableitung } S''_i(x) = 6a_i(x - x_i) + 2b_i.$$

$$S''_{i-1}(x_i) = S''_i(x_i)$$

$$6a_{i-1}(x_i - x_{i-1}) + 2b_{i-1} = 6a_i(x_i - x_i) + 2b_i$$

$$6a_{i-1}(x_i - x_{i-1}) + 2b_{i-1} = 2b_i$$

$$a_{i-1} = \frac{b_i - b_{i-1}}{3(x_i - x_{i-1})} \quad (III)$$

(III) in (II) eingesetzt:

$$(b_i - b_{i-1})(x_i - x_{i-1}) + 2b_{i-1}(x_i - x_{i-1}) + c_{i-1} = c_i$$

$$(b_i + b_{i-1})(x_i - x_{i-1}) + c_{i-1} = c_i \quad (IV)$$

(III) in (I) eingesetzt:

$$\frac{(b_i - b_{i-1})(x_i - x_{i-1})^2}{3} + b_{i-1}(x_i - x_{i-1})^2 + c_{i-1}(x_i - x_{i-1}) + d_{i-1} = d_i$$

$$\frac{(b_i - b_{i-1})(x_i - x_{i-1})}{3} + b_{i-1}(x_i - x_{i-1}) + c_{i-1} + \frac{d_{i-1}}{(x_i - x_{i-1})} = \frac{d_i}{(x_i - x_{i-1})}$$

$$\frac{(b_i - b_{i-1})(x_i - x_{i-1})}{3} + b_{i-1}(x_i - x_{i-1}) + c_{i-1} = \frac{(d_i - d_{i-1})}{(x_i - x_{i-1})}$$

$$c_{i-1} = \frac{(d_i - d_{i-1})}{(x_i - x_{i-1})} - \frac{(b_i - b_{i-1})(x_i - x_{i-1})}{3} - b_{i-1}(x_i - x_{i-1}) \quad (V)$$

$$c_i = \frac{(d_{i+1} - d_i)}{(x_{i+1} - x_i)} - \frac{(b_{i+1} - b_i)(x_{i+1} - x_i)}{3} - b_i(x_{i+1} - x_i) \quad (V')$$

(V) und (V') in (IV) eingesetzt:

$$(b_i + b_{i-1})(x_i - x_{i-1}) + \frac{(d_i - d_{i-1})}{(x_i - x_{i-1})} - \frac{(b_i - b_{i-1})(x_i - x_{i-1})}{3} - b_{i-1}(x_i - x_{i-1}) =$$

$$= \frac{(d_{i+1} - d_i)}{(x_{i+1} - x_i)} - \frac{(b_{i+1} - b_i)(x_{i+1} - x_i)}{3} - b_i(x_{i+1} - x_i)$$

$$\begin{aligned}
& 3(b_i + b_{i-1})(x_i - x_{i-1}) + \frac{3(d_i - d_{i-1})}{(x_i - x_{i-1})} - (b_i - b_{i-1})(x_i - x_{i-1}) - 3b_{i-1}(x_i - x_{i-1}) = \\
& = \frac{3(d_{i+1} - d_i)}{(x_{i+1} - x_i)} - (b_{i+1} - b_i)(x_{i+1} - x_i) - 3b_i(x_{i+1} - x_i) \\
& b_{i-1}(x_i - x_{i-1}) + 2b_i(x_{i+1} - x_{i-1}) + b_{i+1}(x_{i+1} - x_i) \\
& = 3 \left( \frac{(d_{i+1} - d_i)}{(x_{i+1} - x_i)} - \frac{(d_i - d_{i-1})}{(x_i - x_{i-1})} \right) \quad (VI)
\end{aligned}$$

Wegen  $d_i = y_i$  ist die rechte Seite von ( VI ) für  $i > 0$  und  $i < n$  bekannt. Da alle entsprechenden  $x$  bekannt sind, lassen sich die  $b_i$  für  $0 < i < n$  mit einem linearen Gleichungssystem aus allen Gleichungen ( VI ) gewinnen.  $b_0$  und  $b_n$  sind die halben Krümmungen im ersten und letzten Knoten, die frei vorgegeben werden können, aber hier wie in CAD Systemen üblich mit 0 angenommen wurden. Der Koeffizient  $b_n$  wird nur zur Berechnung von  $a_{n-1}$  und  $c_{n-1}$  benötigt.

Die Lösungen rückwärts in ( V ) und ( III ) eingesetzt ergeben die Koeffizienten  $c_i$  und  $a_i$ .



### 3.4 Das Programm

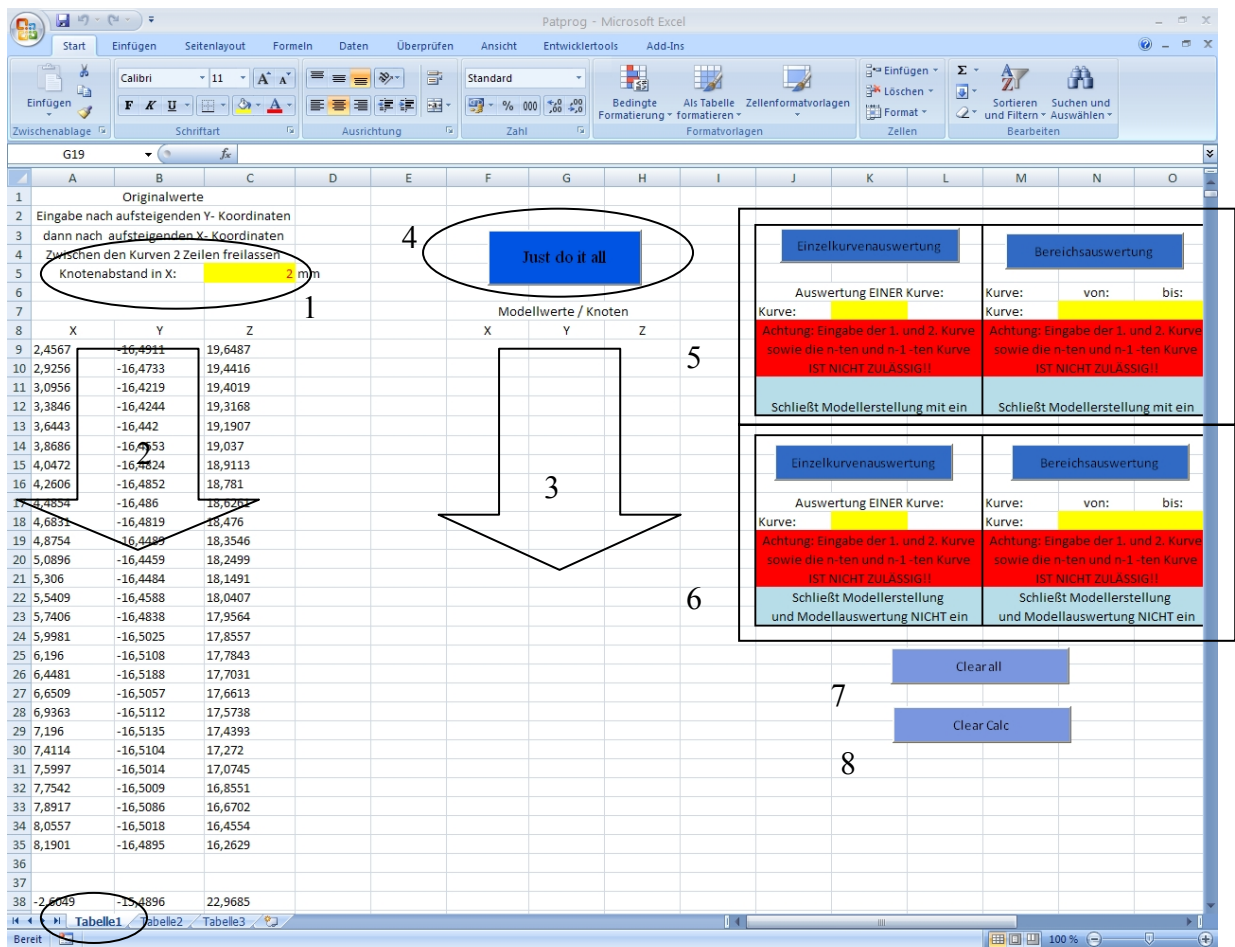
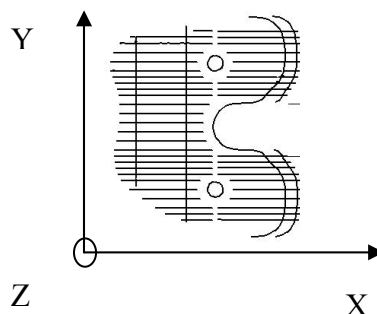


Abbildung 33: Eingabebildschirm

#### 2: Eingabe der Daten:

Zuerst müssen die Messdaten sortiert werden, wenn während der Messung nicht auf die vom Programm verlangte Messfolge eingehalten wurde. Zuerst werden die Kurven aufsteigend sortiert, danach die Messpunkte aufsteigend innerhalb der Kurve. Bei allen Werkstücken wurden die Kurven quer zur Y Achse angelegt.

Abbildung 34: Koordinatenausrichtung



## 1: Eingabe des Knotenabstandes:

Die Variation des Knotenabstands ist nur in X Richtung möglich. In Y Richtung entspricht der Knotenabstand dem Kurvenabstand.

## 3: Modellwerte / Knoten:

Hier werden die für die entsprechende Kurve die Knoten generiert, bzw. die CAD Daten eingetragen. Wenn man die Modellwerte aus den Messwerten generiert, wird der Mittelwert der Y Werte gebildet und dieser direkt auf die Modellwerte übertragen. Sollten die Daten aus einem CAD Programm stammen, muss darauf geachtet werden, dass die Messkurve möglichst deckungsgleich mit den hier eingetragenen Knotenpunkten ist.

## 4: „Just do it all“:

Für diese Funktion, die die Hauptfunktion darstellt, ist lediglich die Minimaleingabe erforderlich, und zwar die Messwerte und der Knotenabstand. Die Berechnung schließt die Erstellung der Modellwerte mit ein. In weiterer Folge werden die Zwischenergebnisse in Tabelle 2 eingeschrieben, die vollständige Auswertung wird in Tabelle 3 eingeschrieben. Im oberen Block ist die Abweichung noch zweidimensional. Da die Modelldaten der Y Achse ein arithmetisches Mittel der Messdaten sind, besteht die gesamte Abweichung aus Abweichungen der X und Y Achse. Der darunterliegende Block stellt die eigentliche Auswertung dar. Der Modellpunkt ist hier deckungsgleich dem Messpunkt in X und Y und Abweichungen nur noch in Z Richtung möglich. Mit anderen Worten, die Toleranz der Freiformfläche ist nun eindimensional nach Richtung und Betrag eindeutig bestimmt. Zusätzlich werden die Abweichungen für jede Kurve in ein Diagramm eingetragen, der Mittelwert der Abweichung und die Streuung berechnet.

## 5: Option „Mit Modellerstellung“:

Mit diesen Optionen ist es möglich, eine einzelne Kurve bzw. einen Kurvenbereich zu überprüfen und schließt eine neue Modellerstellung ein. Interessant wird diese Funktion, wenn nur ein Teil der vermessenen Fläche überprüft werden soll.

## 6: Option „Ohne Modellerstellung“:

Mit diesen Optionen ist es möglich, eine einzelne Kurve bzw. einen Kurvenbereich zu überprüfen und schließt eine neue Modellerstellung nicht mit ein. Diese Funktion erlaubt erst den Einsatz von Daten aus einem CAD System, denn diese sollten nach Möglichkeit nicht für

jeden Rechengang neu eingeschrieben werden müssen. Es gibt hier wieder zwei Optionen, die Einzelkurvenüberprüfung und die Bereichsüberprüfung.

7: „Clear all“:

Dieser Button löscht die gesamte Berechnung inklusive den Modellpunkten aber exklusive den Diagrammen. So kann man die graphischen Ergebnisse verschiedener Knotendichten einsehen und beurteilen.

8: „Clear Calc“:

Dieser Button löscht die gesamte Berechnung exklusive den Modellpunkten und Diagrammen.

## **3.5 Die Funktionsweise des Programms**

### **3.5.1 Modelldaten**

Um aus den Messdaten Modelldaten zu generieren, ist es notwendig, einige Ungenauigkeiten in Kauf zu nehmen.

Da beim Scanning die Taststiftspitze mit einer vordefinierten Anpresskraft über die Oberfläche geführt wird, müssen die Stellmotoren der Koordinatenmessmaschine den Kurvenverlauf imitieren. Diese Stellbewegung kann, da der Kurvenverlauf ex post unbekannt ist, nur nacheilend erfolgen. Wenn nun zum Beispiel ein Punkt angetastet werden soll und die Tastkugel an eine Werkstückfläche stößt, stoppen die Stellmotoren. Die Zeitverzögerung ergibt sich aus der Verarbeitungszeit des Messsignals, der Trägheit der Motoren und der Massenträgheit der Maschine. Das Messsystem der Hauptachsen gibt einen Messpunkt an, der in Antastrichtung etwas „ins Werkstück“ versetzt ist. Kompensiert wird durch das Messsystem in der Tastkopfaufnahme, die diese Versetzung misst und korrigiert. Weicht der Taster durch Abgleiten an einer gekrümmten Oberfläche vom angegebenen Antastvektor ab, erfolgt eine Rückstellbewegung. Der Messpunkt wird erst dadurch am Punkt des Antastvektors übernommen. Beim Scanning arbeitet die Maschine allerdings in Echtzeit. In vordefinierten Abständen wird Messpunkt übertragen, unabhängig von der Position des Tasters. Zwar versucht das Messgerät den Taster entlang der Kurve an der vorgegebenen Höhe zu halten, was real eher einem pendeln um die vorgegebene Höhe handelt. Diesem

Problem entgeht man bei der Messung von mehrfach gekrümmten Flächen nicht. Praktisch ist es nämlich nicht möglich, normal zur Fläche anzutasten, zumal der Richtungsvektor der normal auf die Oberfläche steht über den Verlauf der Messkurve nicht konstant bleibt. Der Ausschlag der Pendelbewegung beträgt in keiner Messung mehr als 2 zehntel Millimeter.

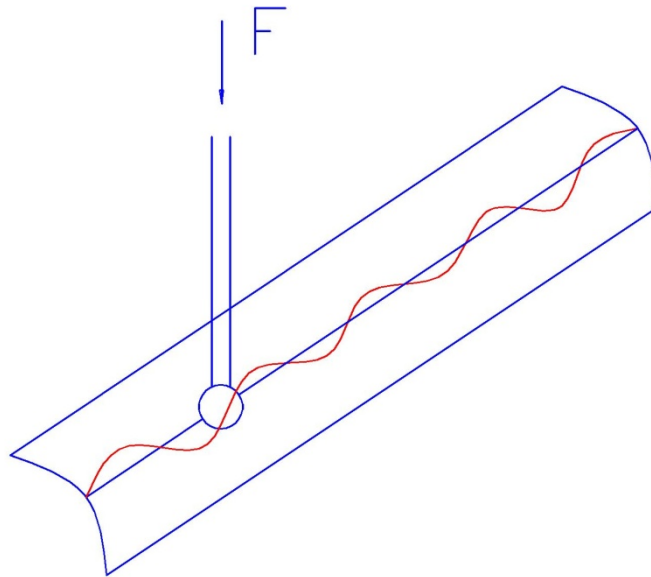
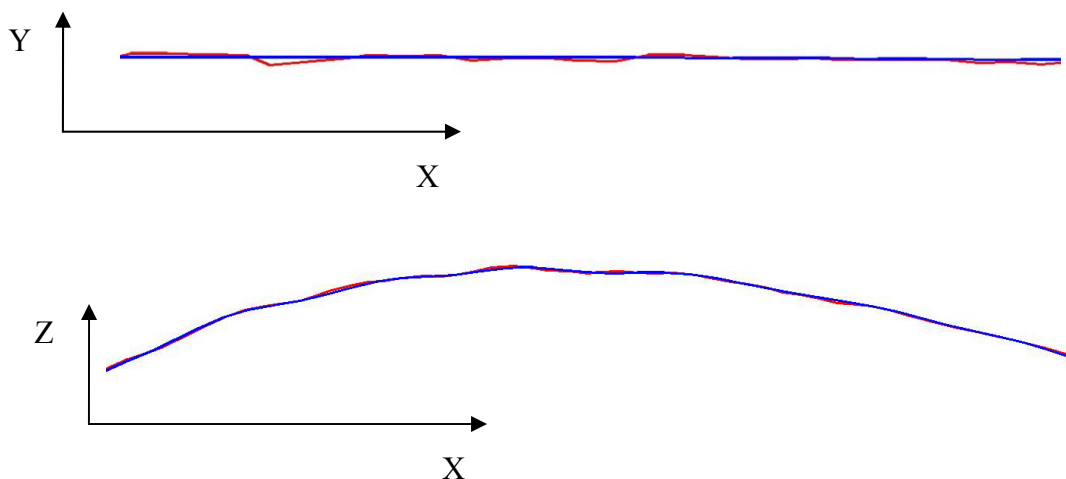


Abbildung 35: Antasten gekrümmter Flächen

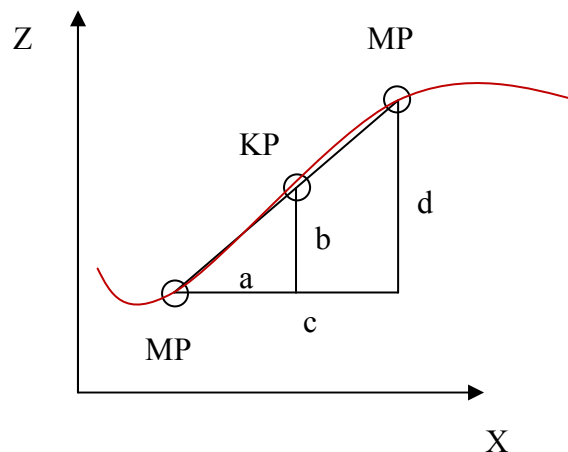
Die Darstellung in der Skizze ist in etwa im Maßstab 5:1 vergrößert. Sie dient lediglich der Vorstellung. Auch die beiden folgenden Zeichnungen, die auf realen Werten basieren, sind vergrößert, ansonsten wäre es schwierig, Abweichungen von höchstens 0,2mm zu zeigen.

Abbildung 36: Vergleich Messwert zu Modell, einzelner Spline



In den Abbildungen, in denen die rote Linie aus den Messdaten erstellt wurde und die blaue aus den Modellwerten, ist die Pendelbewegung ersichtlich, aber auch, wie gut die berechnete Spline die Messdaten widerspiegelt. Die Y Koordinaten der Knoten stellt das arithmetische Mittel der Y Koordinaten der Messdaten dar. Die Knotenanzahl beträgt hier etwa ein Fünftel der Messpunkte.

Wie bereits oben erwähnt, sind die Y Koordinaten aller Knoten einer Kurve gleich dem arithmetischen Mittel der Y Koordinaten der Messpunkte derselben Kurve. Die nunmehr zweidimensionale Position des Knotens (X und Z Koordinaten) wird mit dem Strahlensatz errechnet:

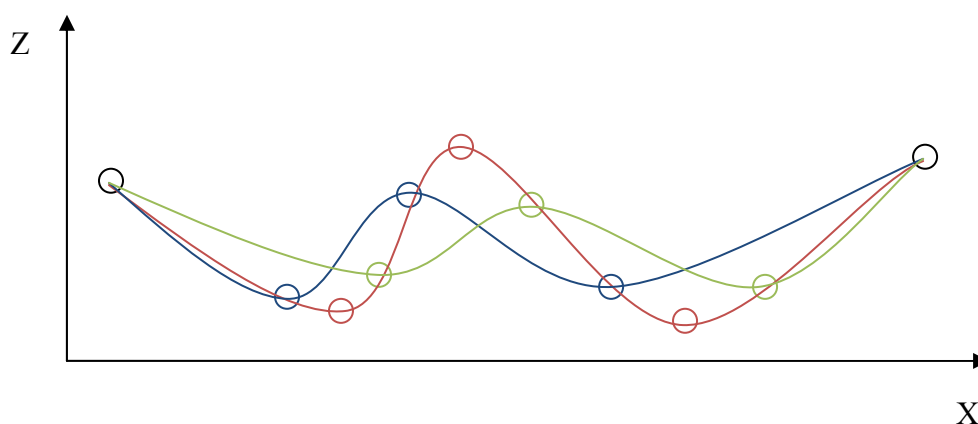


Strahlensatz:  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

MP .... Messpunkt, KP ... Knotenpunkt

Es ist nicht sinnvoll, die Knotendichte höher als die Dichte der Messpunkte zu wählen, da es nicht nur darum geht, die Wolke aus Messpunkten in eine funktional definierte Form zu bringen, sondern auch die Beschreibung selbst so kurz (oder gering) wie möglich zu halten. Somit sollte die Messpunktdichte stets größer sein als die Knotendichte. Im Regelfall fallen Messpunkte nicht mit Knotenpunkten zusammen. Somit erhebt sich die Frage nach der Genauigkeit der Approximation. Nun wird hier die Verbindung zwischen 2 Punkten als Gerade angenommen, wobei die tatsächliche Verbindung eine Kurve mit positiver oder negativer Krümmung ist. Durch die lineare Approximation entgeht man der Berechnung, die Krümmung und die Orientierung derselben zu bestimmen. Natürlich wäre es genauer, wenn auch ungleich aufwendiger, eine Spline Approximation durchzuführen, in der jeder Messpunkt als Knoten angesehen wird und an den Koordinaten des Knotennetzes so die „exakte Höhe“ des Knotens bestimmt wird. Wenn man in Betracht zieht, dass die Dichte der Messpunkte auch gleich der Information über die abgetastete Oberfläche ist, liegt es im

Ermessen des Bedieners eine geeignete Punktdicht zu wählen. Denn je weiter die Messpunkte auseinanderliegen, umso mehr Details der Oberfläche werden nicht erfasst und die Approximation wird ungenauer. Da der Fehler zwischen Modell und vermessenen Werkstück direkt von der Krümmung abhängt, ist es sinnvoll, in Regionen mit hoher Krümmung (kleinem Krümmungsradius) die Punktdicht zu erhöhen. Theoretisch sollte an jedem lokalen Extrema ein Messpunkt gesetzt sein, zumal sich sonst Form- und Lageabweichungen des Modells ergeben. Praktisch sollte man sicherstellen, dass rund um die lokalen Extrema mehrere Messpunkte gesetzt werden, um die Nenngestalt hinreichend genau zu Approximieren.



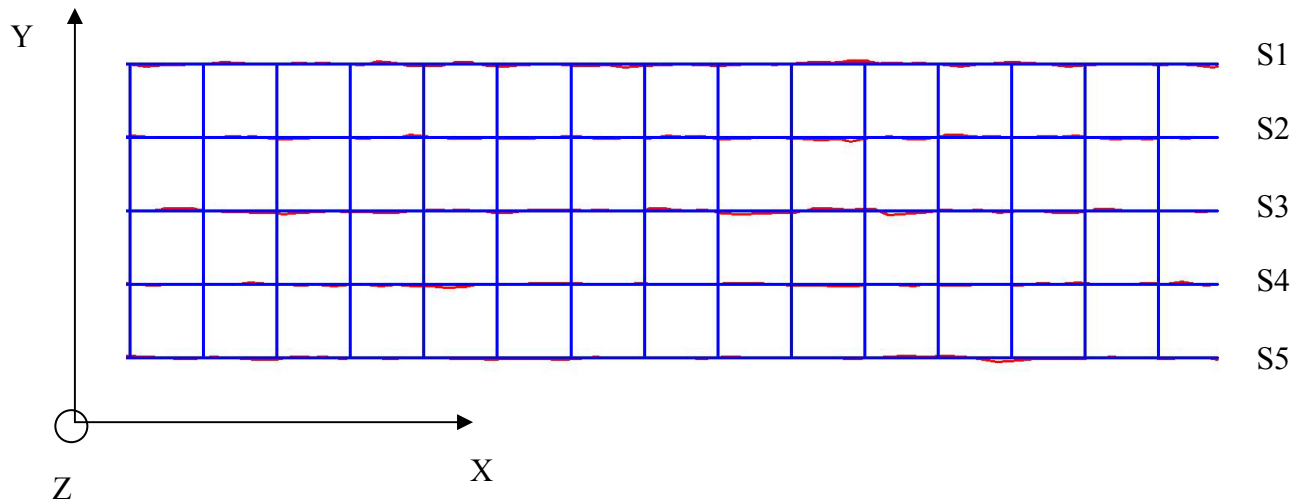
Wenn in diesem Fall die rote Kurve als Nenngestalt angenommen wird, ist ersichtlich, dass eine unzureichende Punktdichte zur Glättung, Versetzung und Geometrieänderung der Kurve führt. Letztlich liegt die Wahl der Punktdichte in der Intention des Prüfers, da jede Erhöhung dieser zur Steigerung des Rechen-, Verarbeitungs-, Speicher- und Zeitaufwandes führt und jede Verringerung der Punktdichte den Fehler zwischen Nenngestalt und Modell erhöht.

Dieselbe Problematik besteht zwischen Messpunkten und Knotenpunkten. Unabhängig wie viele Messpunkte zwischen zwei Knoten liegen, wird die Spline Funktion durch diese Knoten geführt. Je geringer die Knotendichte, umso größer die Fehler und glatter die Kurven, je höher diese ist, umso geringer die Fehler und detaillierter das Modell. Darauf wurde im Kapitel „Auswertung“ anschaulich eingegangen.

### 3.5.2 Funktionsweise der Auswertung

In der Auswertung wird die Splinekonstruktion aus den Modelldaten mit den Messdaten verglichen. Für jeden Messpunkt wird ein Modellpunkt mit gleichen X und Y Koordinaten berechnet. Die Abweichung kann daher nur in Z Richtung liegen.

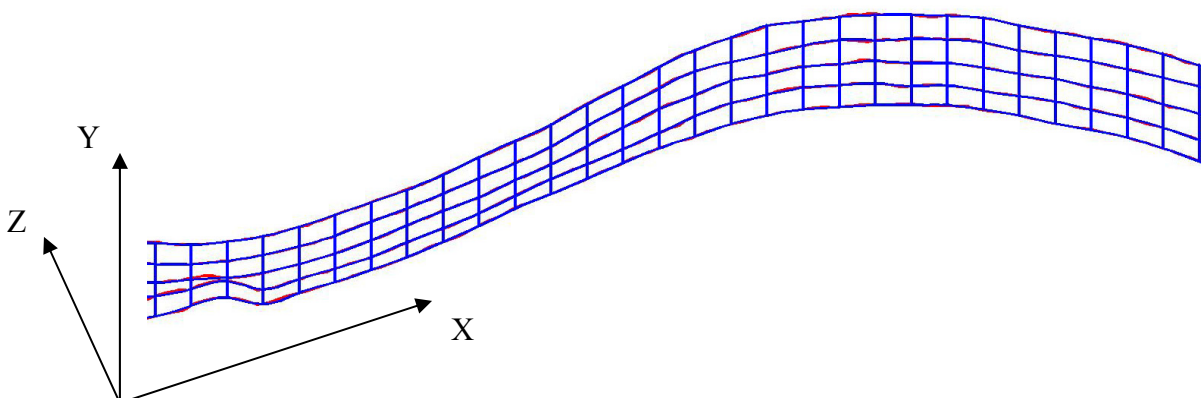
Abbildung 37: 5 - Splines Berechnungsmodell



In der Abbildung entsprechen die blauen Linien dem Modell und die Roten den Messwerten. Die Knotenpunkte sind ident mit den Kreuzungspunkten.

Um einen Punkt im Modell in X und Y zu berechnen, muss dieser im Bereich um die Spline 3 (S3) liegen. Auf den Splines S1 bis S5 wird jeweils ein Punkt mit identen X Koordinaten berechnet und anschließend werden diese Punkte durch eine Querspline verbunden. Nach Berechnung dieser Spline wird darauf ein Punkt mit identen Y Koordinaten berechnet, die berechnete Höhe (in Z Richtung) wird ausgegeben und die Differenz zur gemessenen Höhe ausgegeben. Die Differenz wird in ein Precontrol – gerechtes Diagramm übertragen, woraus die Qualität des Modells, bzw. wenn die Modelldaten aus einem CAD System übernommen wurden, die Qualität der Freiformfläche ablesen lässt.

Abbildung 38: 5 - Splines Berechnungsmodell, 3D



Fünf Splines stellen die minimale Anzahl an Splines dar, um eine gute Auswertung zur ermöglichen. Da im Punkt auf S1 und S5 die Steigung der Spline als null angenommen wird, liegt der auswertbare Bereich zwischen S2 und S4.

## 4 Auswertung

### 4.1 Patellas

In diesem Abschnitt werden die wichtigsten Ergebnisse präsentiert und interpretiert. Zur Interpretation dienen ausgewählte Beispiele. Im Folgenden wird als Raster der Abstand der Stützstellen bezeichnet. Die Punktzahl (Anzahl) gibt an, wie viele Messpunkte überprüft wurden. Die Punktzahl ist stets kleiner als die Anzahl der Messpunkte. Dies resultiert aus der Notwendigkeit, immer fünf Splines zur Berechnung der Punkte heranziehen zu müssen. Die maximale Länge des Auswertebereichs kann also nicht länger als der Kürzeste der fünf zur Berechnung herangezogenen Splines sein. Die beiden äußersten Splines auf beiden Seiten des Objekts werden zwar zur Berechnung herangezogen, selbst aber nicht ausgewertet. Mittelwert und Standardabweichung beziehen sich auf die Abweichung zwischen den berechneten Modellpunkten und den Messpunkten und sind in Millimeter angegeben. Die Bezeichnung „A“ bedeutet, dass diese Patellas nur der Größe nach geordnet sind, „B“ sind der Größe nach und den Kniegelenksprothesen „Duracon“ zugeordnet.

Die folgenden Tabellen zeigen die Werte über das ganze Testobjekt.

Patellascheiben: 1x1 mm Raster

Name	Mittelwert	Standardabweichung	Anzahl
(A) Patella L	0,00002	0,0171	4418
(A) Patella M1	-0,0006	0,0215	2892
(A) Patella M3	0,0003	0,0174	2993
(A) Patella M	-0,0001	0,021	4099
(B) Patella L2	-0,0003	0,0288	4172
(B) Patella M1	0,0007	0,0108	3823
(B) Patella S3	-0,001	0,0208	2115
(A) Patella S	0,0002	0,0123	2730



## Patellascheiben: 1x2 mm Raster

Name	Mittelwert	Standardabweichung	Anzahl
(A) Patella L	-0,00061	0,0341	4356
(A) Patella M1	-0,00082	0,0382	2795
(A) Patella M3	-0,00122	0,0358	2860
(A) Patella M	-0,0016	0,0403	3988
(B) Patella L2	-0,0032	0,0548	4012
(B) Patella M1	0,00093	0,02	3670
(B) Patella S3	-0,0018	0,0424	2025
(A) Patella S	0,000332	0,0265	2577

## Patellascheiben: 1x3 mm Raster

Name	Mittelwert	Standardabweichung	Anzahl
(A) Patella L	0,00332	0,0504	4165

## Patellascheiben: 1x4 mm Raster

Name	Mittelwert	Standardabweichung	Anzahl
(A) Patella L	0,00076	0,055	4100

Für den 1x3 und 1x4 Raster wurde die größte aller Patellascheiben herangezogen, da diese die größte Menge an Punkten beinhaltet. Die Werte zeigen, dass die verwendete Funktion die Messwerte sehr gut abbildet. Der Mittelwert der Abweichung ist kaum von null verschieden und die Standardabweichung der Abweichung bewegt sich im hundertstel Bereich. Der Mittelwert ist insofern von Interesse, da größere Abweichungen ein deutlicher Hinweis auf einen zu niedrigen Grad der Funktion wäre. Je höher der Grad der verwendeten Funktion, umso „spitzer“ kann diese in einem Knoten werden. Mit anderen Worten, je höher der Grad der Funktion umso höher die mögliche Krümmung der Kurve. Der Mittelwert als Indikator wird allerdings hinfällig, wenn mehr als ein lokales Maximum oder Minimum auftritt.

Wenn man die Modellierung von Messwerten, aber auch die Überprüfung von Messwerten als Prozess ansieht, so ist die Standardabweichung ein Prozesskennwert. Für den Prozess der

Modellierung bedeutet das die Übereinstimmung zwischen Messwerten und dem Modell. Werden die Stützstellen aus einer CAD Zeichnung importiert, und somit die Maßhaltigkeit des Werkstücks überprüft, kann mit dem Wissen um die Tolerierung der Oberfläche und der Streuung (Prozessstreuung) die Prozessfähigkeit ermittelt werden. Auf diesen Fall wird im Conclusio näher eingegangen.

Da bei keinem der gemessenen Stücke CAD Daten und / oder Toleranzen verfügbar waren, kann nur die Übereinstimmung zwischen Messwerten und Modell behandelt werden.

$$\text{Prozessfähigkeit } (c_p) = \frac{\text{Toleranz}}{\text{Prozessstreuung } (6\sigma)} = 2,00$$

Der Prozessfähigkeitsnachweis wird mit Precontrol bei jedem Start durchgeführt.

Startbedingung ist, das 5 aufeinanderfolgende Messergebnisse im grünen Bereich liegen, das heißt dass nur die halbe Toleranzbreite ausgeschöpft wird. Nimmt man eine Prozessfähigkeit von 2,00 an, liegt der Starterfolg bei 98%. Im Folgenden wird die Toleranz des Modells errechnet, die für eine Prozessfähigkeit von 2,00 notwendig ist.

Patellascheiben: 1x1 mm Raster

Name	Standardabweichung	Konfidenzintervall	Toleranzvorschlag
(A) Patella L	0,0171	0,205	±0,11
(A) Patella M1	0,0215	0,258	±0,13
(A) Patella M3	0,0174	0,209	±0,11
(A) Patella M	0,021	0,252	±0,13
(B) Patella L2	0,0288	0,346	±0,18
(B) Patella M1	0,0108	0,13	±0,07
(B) Patella S3	0,0208	0,25	±0,13
(A) Patella S	0,0123	0,148	±0,08

## Patellascheiben: 1x2 mm Raster

Name	Standardabweichung	Konfidenzintervall	Toleranzvorschlag
(A) Patella L	0,0341	0,409	$\pm 0,21$
(A) Patella M1	0,0382	0,458	$\pm 0,23$
(A) Patella M3	0,0358	0,43	$\pm 0,22$
(A) Patella M	0,0403	0,483	$\pm 0,25$
(B) Patella L2	0,0548	0,658	$\pm 0,33$
(B) Patella M1	0,02	0,24	$\pm 0,12$
(B) Patella S3	0,0424	0,509	$\pm 0,26$
(A) Patella S	0,0265	0,318	$\pm 0,16$

## Patellascheiben: 1x3 mm Raster

Name	Standardabweichung	Konfidenzintervall	Toleranzvorschlag
(A) Patella L	0,0504	0,605	$\pm 0,31$

## Patellascheiben: 1x4 mm Raster

Name	Standardabweichung	Konfidenzintervall	Toleranzvorschlag
(A) Patella L	0,055	0,66	$\pm 0,33$

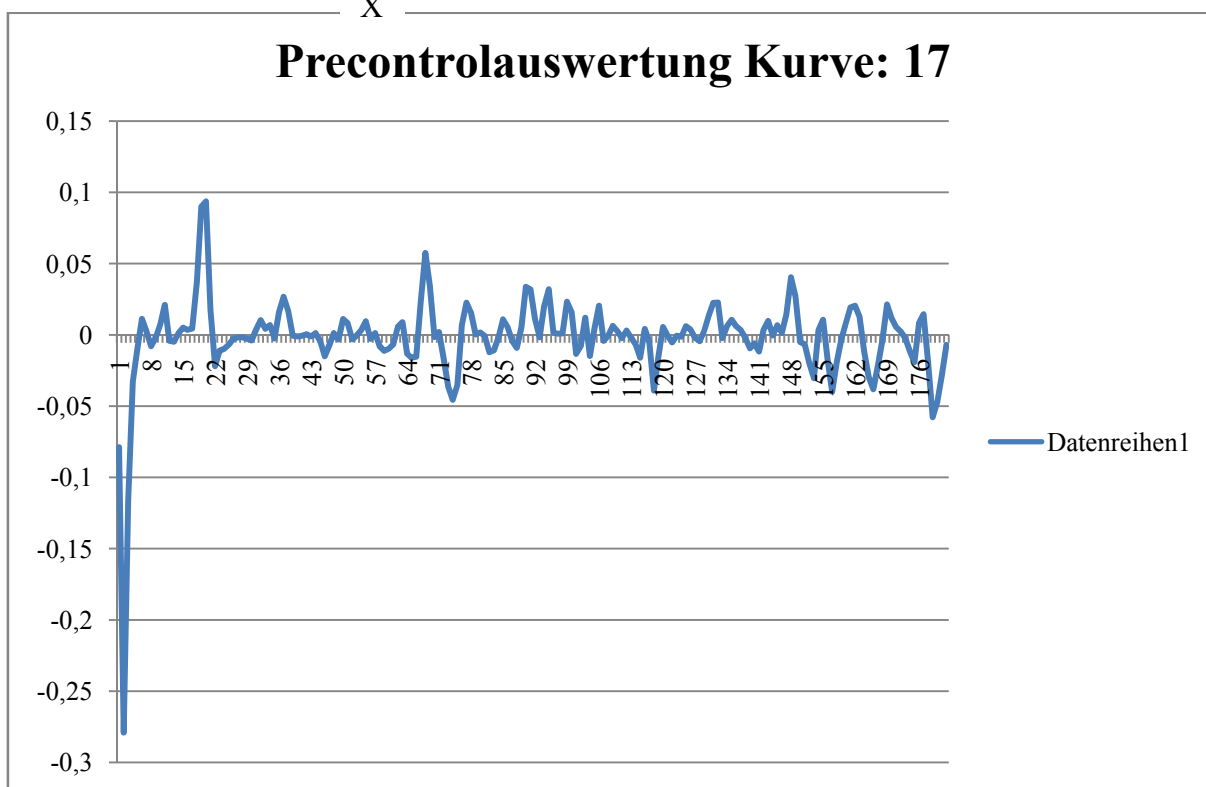
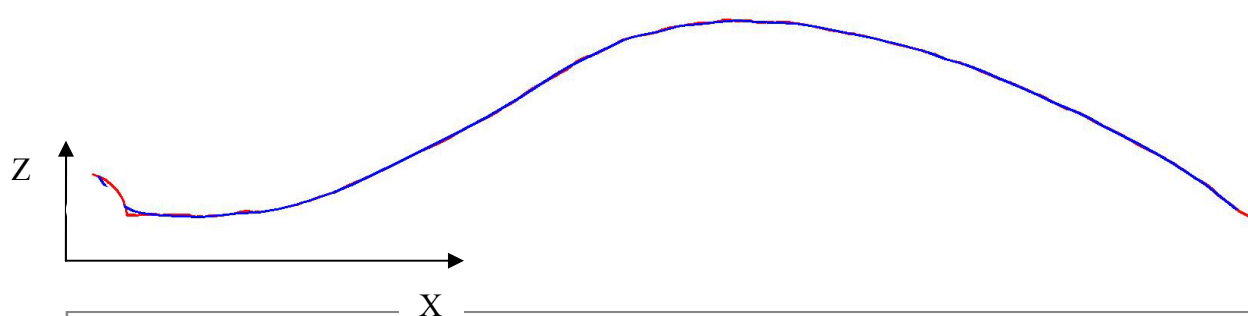
Im 1x4 mm Raster liegen 18 – 19 Messpunkte zwischen den Stützstellen. Dennoch reicht eine Toleranz von  $\pm 0,35$  aus um ein Anlaufen mit Precontrol zu garantieren. Man sieht sehr deutlich, dass sich natürliche Formen sehr gut mit der verwendeten Funktion abbilden lassen.

Es folgt die Einzelkurvenauswertung, die numerisch als auch graphisch ausgegeben wird. Das Schema ist von vorher bekannt. Zusätzlich ist der gemessene (rot) und der errechnete (blau) Verlauf des Splines angegeben.

Patellaskheiben: 1x1 mm Raster, Patella L, Kurve 17

Name	Mittelwert	Standardabweichung	Anzahl
(A) Patella L, K 17	-0,0017	0,0298	182

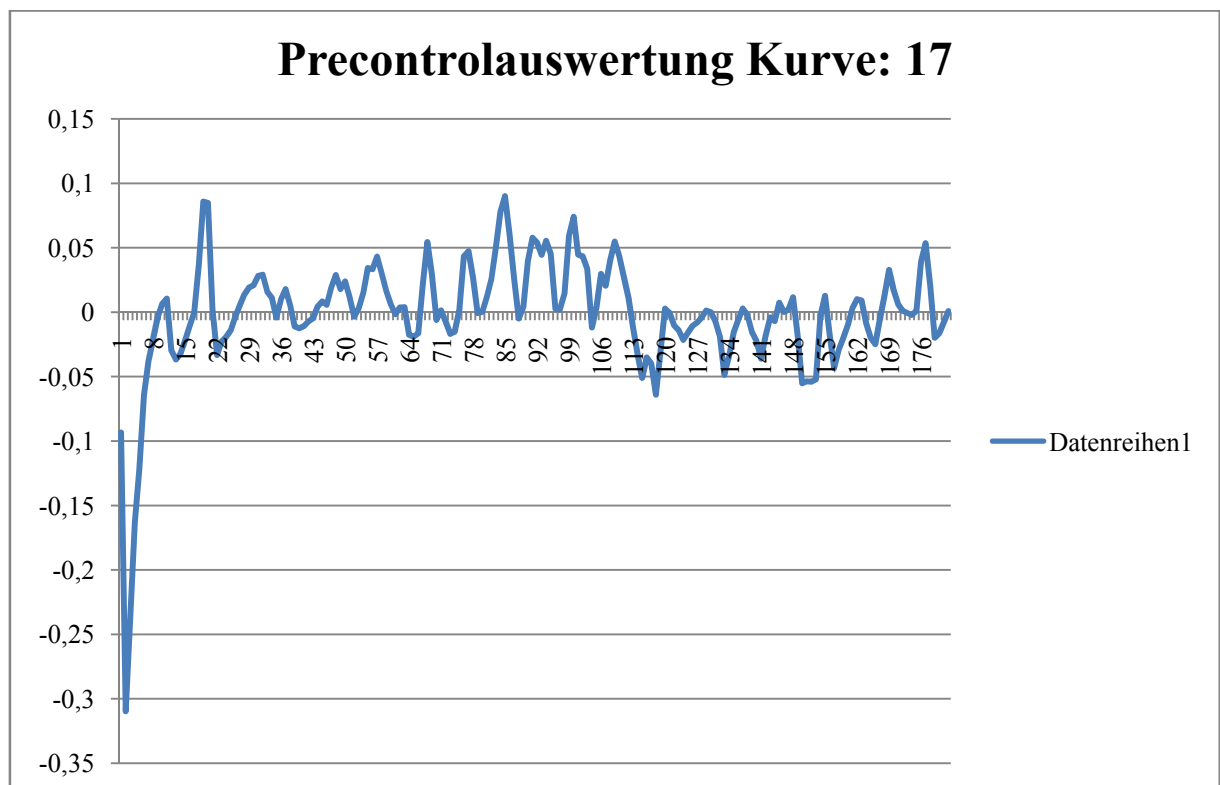
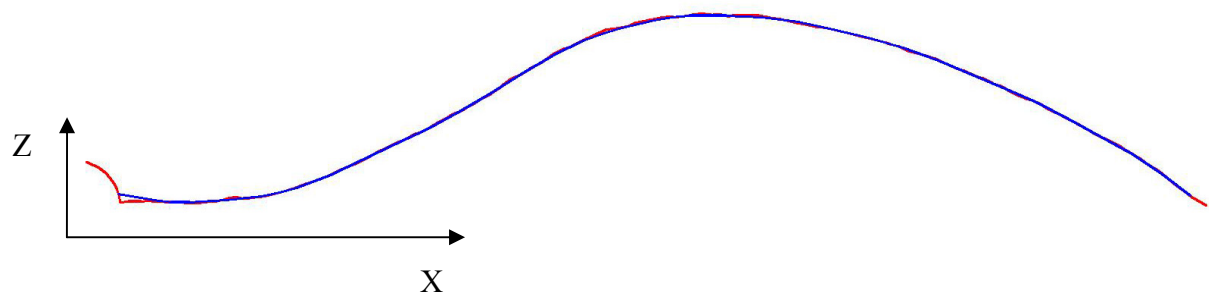
Abbildung 39: Einzelkurvenauswertung, 1x1 Raster, Patella L K17



Patellaskriben: 1x2 mm Raster, Patella L, Kurve 17

Name	Mittelwert	Standardabweichung	Anzahl
(A) Patella L, K 17	-0,00082	0,0443	182

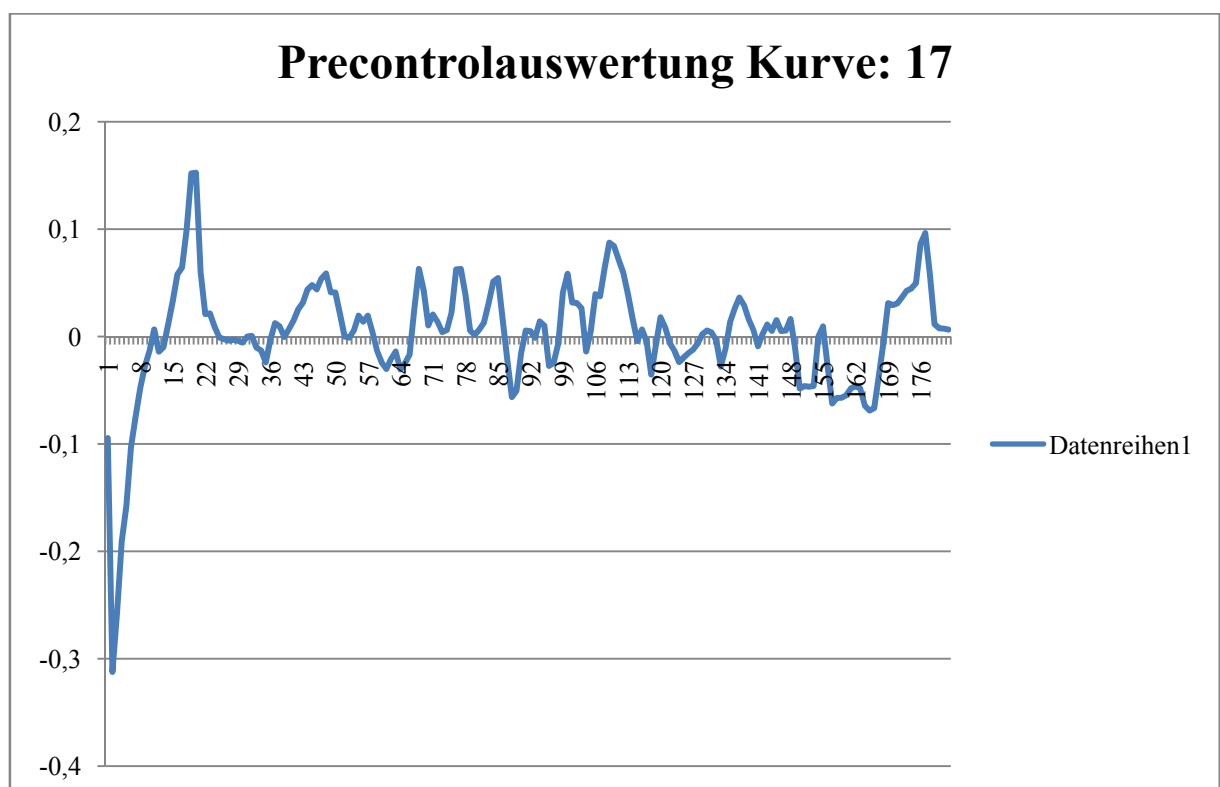
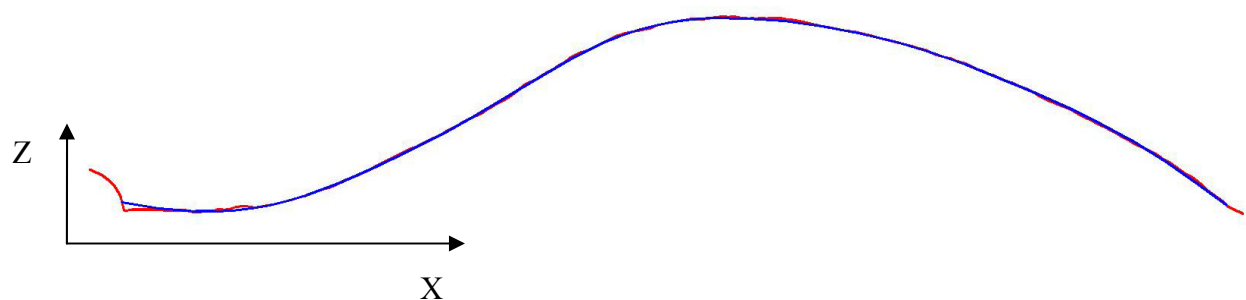
Abbildung 40: Einzelkurvenauswertung, 1x2 Raster, Patella L K17



Patellaskriben: 1x3 mm Raster, Patella L, Kurve 17

Name	Mittelwert	Standardabweichung	Anzahl
(A) Patella L, K 17	0,00256	0,0526	182

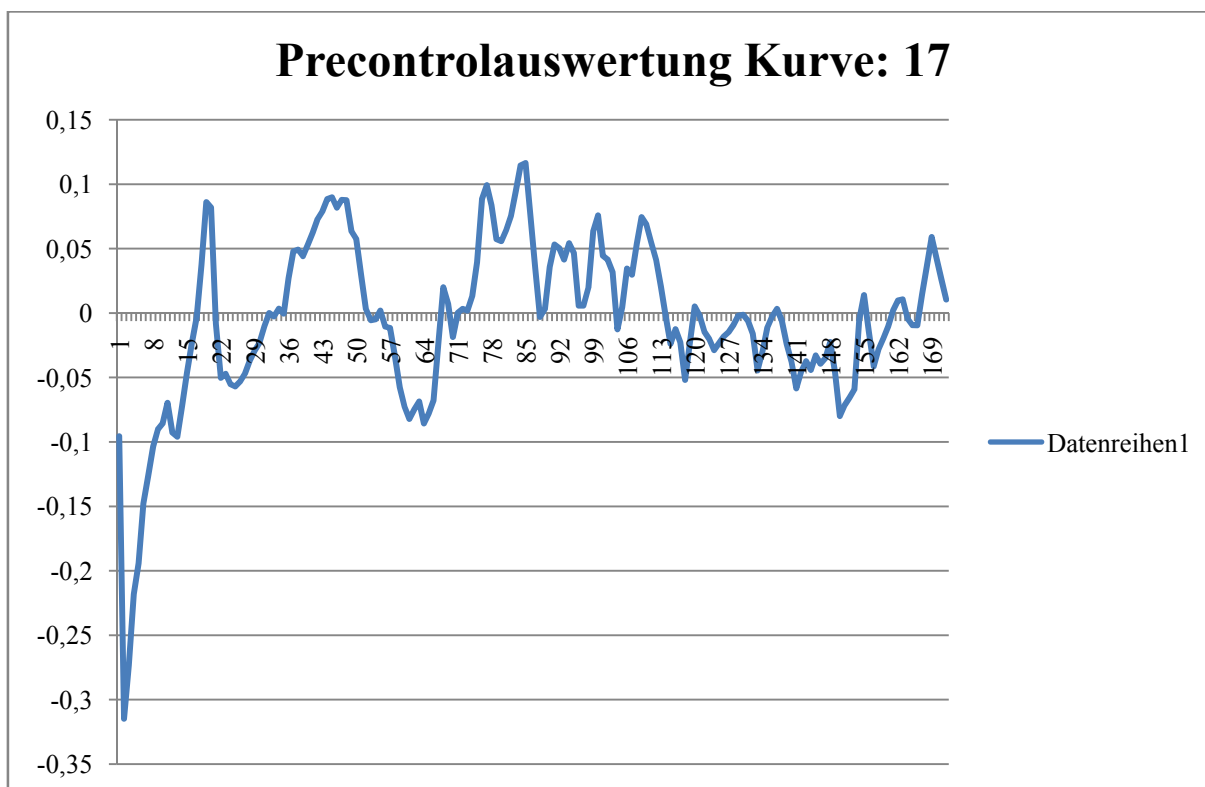
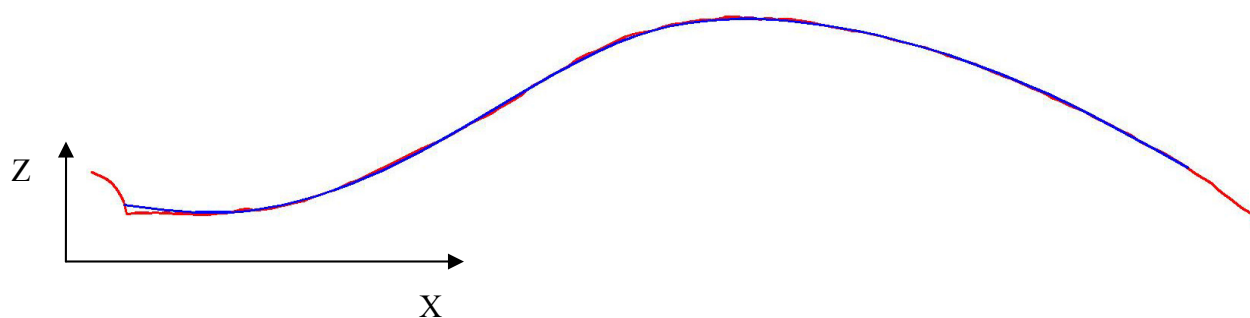
Abbildung 41: Einzelkurvenauswertung, 1x3 Raster, Patella L K17

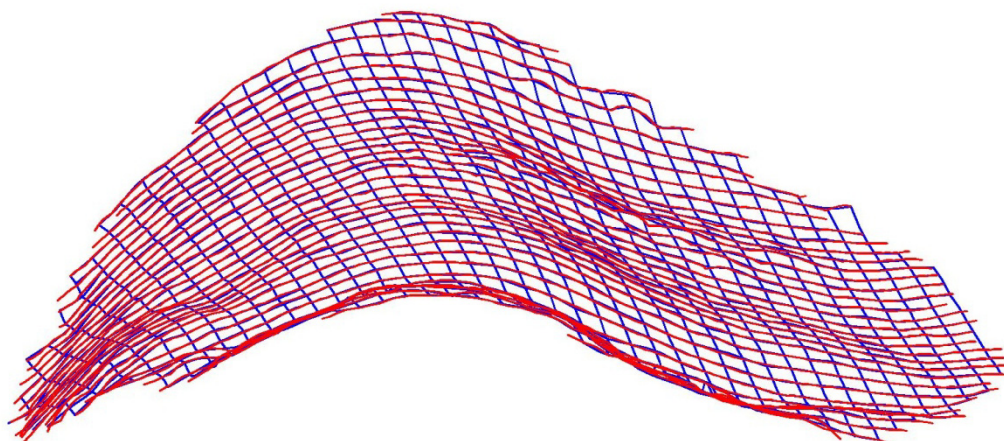


Patellaskriben: 1x4 mm Raster, Patella L, Kurve 17

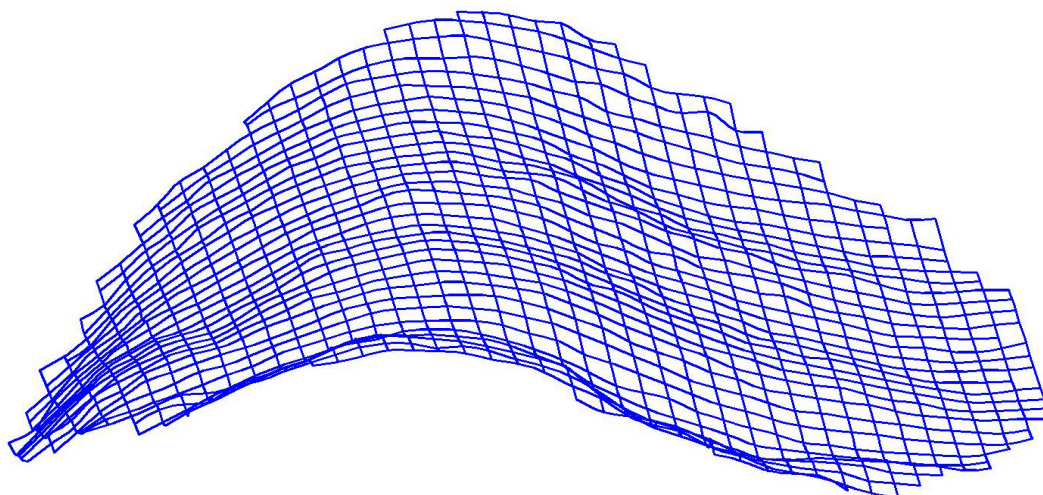
Name	Mittelwert	Standardabweichung	Anzahl
(A) Patella L, K 17	-0,0054	0,064	172

Abbildung 42: Einzelkurvenauswertung, 1x4 Raster, Patella L K17

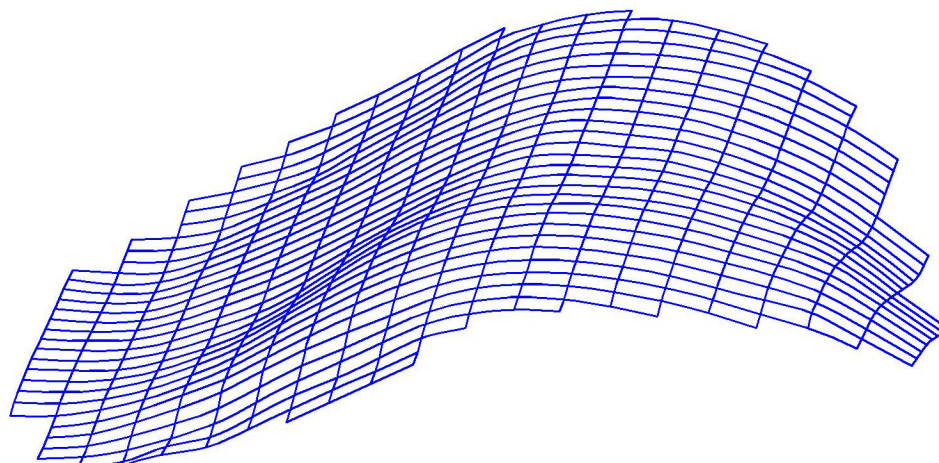




**Abbildung 43: Patella M Vergleich Modell – Messwerte, 1x1 Raster**



**Abbildung 44: Patella M Modell, 1x1 Raster**



**Abbildung 45: Patella Duracon M, 1x2 Raster**



## 4.2 Kniegelenksprothesen

Die Auswertung der Messdaten der Kniegelenksprothesen war erheblich schwieriger. Bei der Messung musste, durch die Hinterschneidung der Flächen, der Taststift gewechselt werden. Dadurch entstand die Lücke, die im folgenden Bild im Aufriss zu sehen ist. Durch die Hinterschneidung sind auch die X Koordinaten der Messkurven nicht in eine aufsteigende Reihenfolge zu bringen, wie im Programm vorgesehen. Die Lösung des Problems besteht darin, das Objekt in drei Teile aufzuteilen. Die Trennung erfolgt an der Position, wo der Taststift gewechselt wurde und zwischen Teil 1 und 2, da es sich um separate Flächen handelt. Um aufsteigende X Koordinaten zu gewährleisten, wurde jedes Teilstück um 90° gedreht, was einem Tausch von X und Z Koordinate entspricht.

Die beiden Duracon Prothesen wurden komplett verarbeitet, bei den drei LCS Prothesen nur Teil 3. Die auswertbaren Kurven der Teile 1 und 2 der LCS Serie sind, bedingt durch die Aufspannung, zu kurz geworden um vernünftige Ergebnisse zu liefern. Um die Menge der Messdaten in Grenzen zu halten und da es sich um eine technisch gute Oberflächen handelt, wurde entlang jeder Kurve als Abstand der Messpunkte 1mm gewählt.

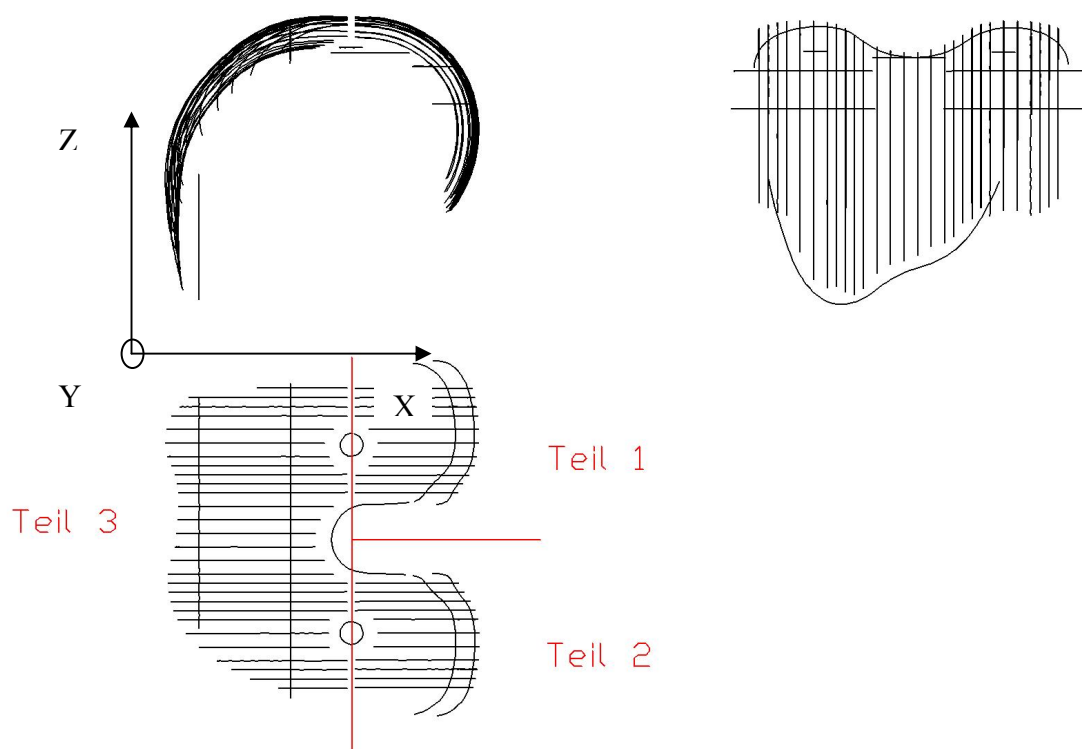


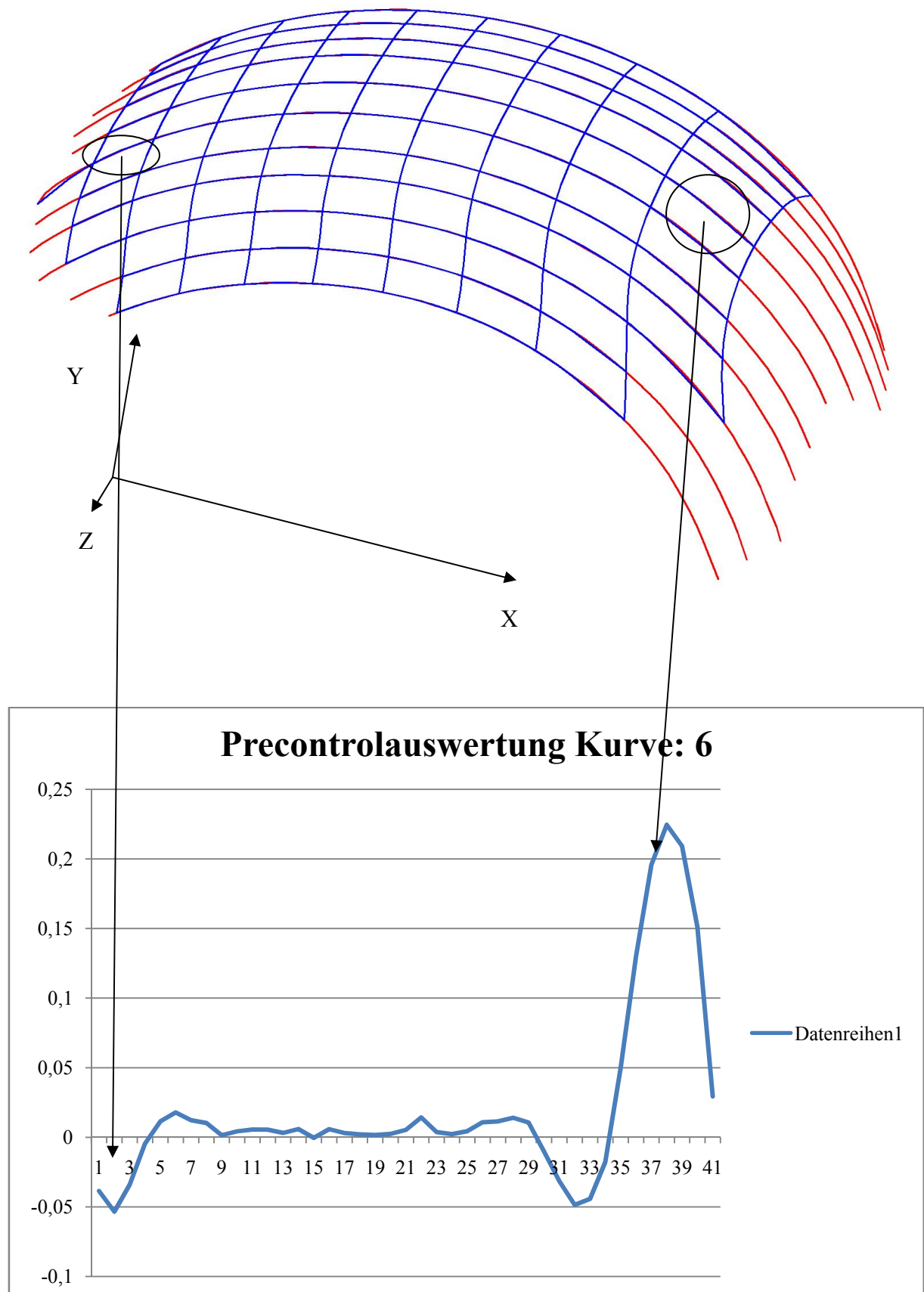
Abbildung 46: Teilung der Kniegelenksprothesen

## Kniegelenksprothesen: 4 mm Raster

Name	Mittelwert	Standardabweichung	Anzahl
Duracon LGLT Teil 1	0,019	0,0599	268
Duracon LGLT Teil 2	0,010	0,0429	291
Duracon LGLT Teil 3	-0,048	0,1972	919
Duracon MDLT Teil 1	0,026	0,0714	207
Duracon MDLT Teil 2	0,024	0,0695	214
Duracon MDLT Teil 3	-0,056	0,2199	728
LCS LG Teil 3	0,023	0,1144	958
LCS STD Teil 3	0,025	0,0978	684
LCS STD + Teil 3	0,023	0,1011	793

Die Ergebnisse sind allgemein nicht besonders zufriedenstellend. Der Mittelwert der Abweichung ist etwa um das zehnfache größer als bei den Patellas. Weiters ist zweifelhaft, ob die Standardabweichung für eine Umrechnung auf Toleranzen geeignet ist, wie die folgende Einzelkurvenauswertung zeigt.

Abbildung 47: Beispiel Einzelkurvenauswertung Kniegelenksprothese



Die beiden äußeren Spitzen werden durch den Einschwingvorgang verursacht. Da die Steigung von bzw. zu den äußersten Knoten mit 0 angenommen ist, das heißt, der Knoten wird linear angesteuert, und durch die vorhandene tatsächliche Krümmung ist die Abweichung zwischen Modell und Messung enorm. Erschwerend kommt hinzu, dass mit einem konstanten X Abstand gearbeitet wird und der relative Abstand der Knoten nach außen hin immer größer wird. Im mittleren Teil ist die Approximation recht gut, allerdings fällt auf, dass die Abweichungen stets positiv sind. Es ist auch ersichtlich, warum die Standardabweichung in diesem Fall für die Umrechnung auf eine ausreichende Toleranz nicht herangezogen werden sollte.

Die Ergebnisse könnten verbessert werden durch einen höheren Grad der Funktion sowie der Verringerung des Knotenabstands. Das Hauptproblem ist aber die notwendige Teilung des Werkstücks. So wird ein Teil der Fläche gar nicht überprüft und die größten Fehler entstehen durch die relativ kurzen Kurven.

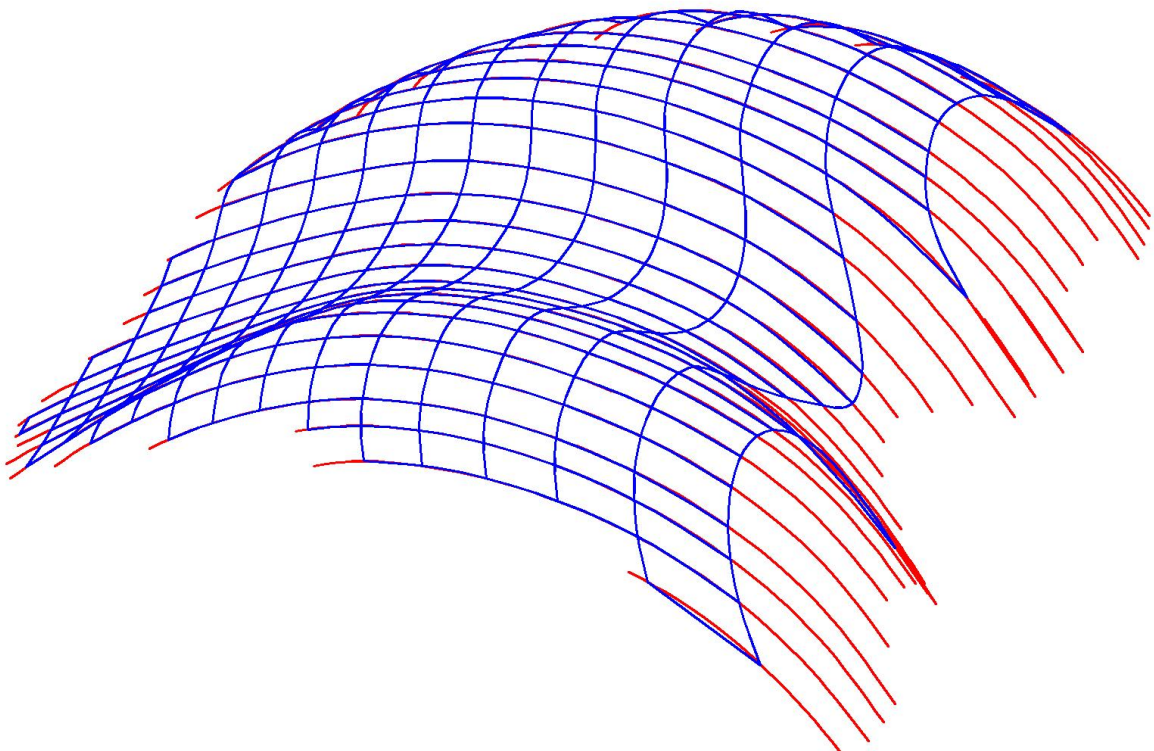


Abbildung 48: Teil 3 Kniegelenksprothese, Vergleich Modell - Messwerte

### 4.3 Formprüfung

Der Zweig der Mathematik, der sich mit Oberflächen beschäftigt, wird als Topologie bezeichnet. Grundsätzlich besteht eine Fläche aus unendlich vielen Punkten, da ein Punkt unendlich klein ist. Gesteht man einem Punkt einen Radius und damit eine räumliche Ausdehnung zu, wird deren Anzahl begrenzt. Praktisch ist die Anzahl und somit die räumliche Ausdehnung der Punkte durch die Auflösung bzw. die Präzision des Messgerätes begrenzt. Dennoch ist eine vollständige Erfassung der Oberfläche schon aus Zeit- und Kostengründen ein schwieriges Unterfangen. Somit obliegt es dem Prüfer, einen geeigneten Raster zur Prüfung der Fläche zu finden. Großen Einfluss auf die gewählte Punktdichte der Messung hat die Tolerierung sowie die Gestalt der Oberfläche. Da die Prüfung keine Wertschöpfende aber dennoch notwendige Tätigkeit ist, sollte der Kontrollvorgang so rationalisiert wie möglich sein.

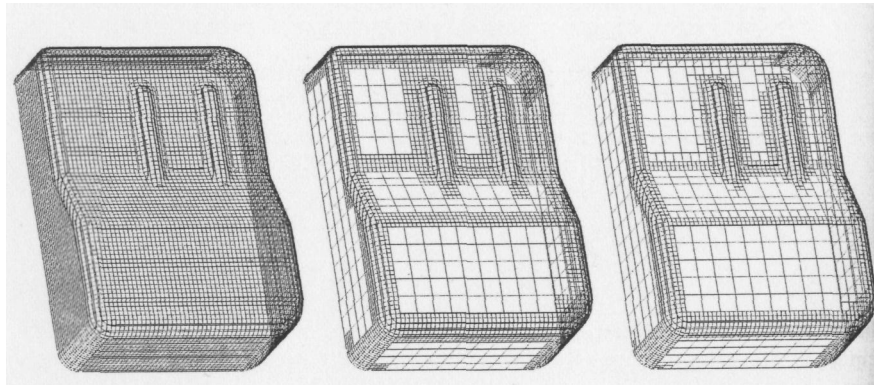


Abbildung 49: Rationalisierungsprozess bei Formprüfung, aus (7)

Im obigen Bild ist ein solcher Rationalisierungsprozess anschaulich anhand einer Freiformfläche dargestellt. Man erkennt, dass Stellen an denen sich die Krümmung der Oberfläche verändert genauer in Augenschein genommen wurden als Stellen mit gleichförmiger Krümmung.

Die Formprüfung ist ein Prozess, und es ist praktisch nicht möglich und zielführend, die gesamte Oberfläche lückenlos zu vermessen. Die Anwendung der statistischen Tolerierung und Werkzeugen wie Precontrol ist somit von enormer Bedeutung.

Wenden wir uns wieder dem Problem der mehrfach gekrümmten Flächen zu. Für regelgeometrische Formen ist der Vergleich mit dem mathematischen Modell nicht notwendig, da es auch andere Möglichkeiten der Bemaßung gibt. Bei einfach oder mehrfach gekrümmten Flächen mit wechselnder Krümmung kann nur mit dem oder einem mathematischen Modell verglichen und beurteilt werden.

Anhand der Auswertung der Einzelkurven einiger Patellas soll auf diesen Fall eingegangen werden.

Patella M3	Raster: 1x1mm	
	Mittelwert	Standardabweichung
Kurve: 3	-0,006	0,036
Kurve: 4	0,000	0,011
Kurve: 5	0,001	0,009
Kurve: 6	0,002	0,009
Kurve: 7	0,001	0,010
Kurve: 8	0,000	0,017
Kurve: 9	0,000	0,009
Kurve: 10	0,001	0,010
Kurve: 11	0,001	0,012
Kurve: 12	0,000	0,012
Kurve: 13	-0,002	0,024
Kurve: 14	0,000	0,020
Kurve: 15	0,002	0,021
Kurve: 16	0,003	0,024
Kurve: 17	0,000	0,022
Kurve: 18	0,000	0,029
Kurve: 19	0,001	0,016
Kurve: 20	0,002	0,017
Kurve: 21	0,001	0,015
Kurve: 22	0,000	0,011
Kurve: 23	-0,003	0,012
Kurve: 24	-0,001	0,012
Kurve: 25	-0,002	0,011
Kurve: 26	0,001	0,011

Patella M1	Raster: 1x1mm	
	Mittelwert	Standardabweichung
Kurve: 3	0,001	0,012
Kurve: 4	-0,004	0,022
Kurve: 5	0,003	0,018
Kurve: 6	0,000	0,018
Kurve: 7	-0,006	0,026
Kurve: 8	-0,005	0,023
Kurve: 9	0,001	0,021
Kurve: 10	0,004	0,017
Kurve: 11	-0,002	0,030
Kurve: 12	-0,002	0,022
Kurve: 13	0,000	0,020
Kurve: 14	-0,001	0,023
Kurve: 15	0,002	0,024
Kurve: 16	-0,002	0,029
Kurve: 17	-0,002	0,019
Kurve: 18	0,002	0,015
Kurve: 19	0,001	0,011
Kurve: 20	-0,002	0,016
Kurve: 21	0,001	0,028
Kurve: 22	-0,003	0,021
Kurve: 23	0,000	0,017
Kurve: 24	0,001	0,012
Kurve: 25	-0,002	0,013

Patella L	Raster: 1x1mm	
	Mittelwert	Standardabweichung
Kurve: 3	-0,004	0,013
Kurve: 4	-0,002	0,014
Kurve: 5	-0,003	0,022
Kurve: 6	0,001	0,015
Kurve: 7	0,000	0,015
Kurve: 8	0,001	0,013
Kurve: 9	0,002	0,014
Kurve: 10	-0,003	0,019
Kurve: 11	-0,004	0,019
Kurve: 12	0,001	0,017
Kurve: 13	0,001	0,026
Kurve: 14	-0,002	0,025
Kurve: 15	0,003	0,022
Kurve: 16	0,001	0,023
Kurve: 17	-0,002	0,030
Kurve: 18	-0,001	0,013
Kurve: 19	0,001	0,018
Kurve: 20	0,001	0,012
Kurve: 21	0,002	0,012
Kurve: 22	0,001	0,013
Kurve: 23	0,000	0,015
Kurve: 24	-0,001	0,012
Kurve: 25	-0,001	0,009
Kurve: 26	0,001	0,008
Kurve: 27	-0,001	0,009
Kurve: 28	0,000	0,011
Kurve: 29	0,000	0,011
Kurve: 30	0,002	0,010
Kurve: 31	0,000	0,008
Kurve: 32	0,000	0,013
Kurve: 33	0,000	0,028
Kurve: 34	0,001	0,019

Die Standardabweichungen der Kurven eines Werkstücks schwanken doch erheblich. Zum eine ist das auf die Einschwingvorgänge als auch auf die Tatsache zurückzuführen, das es sich bei den Oberflächen der Patellas um natürliche und „gebrauchte“ Oberflächen handelt. Unter gebraucht werden hier kleine Risse, Abplattungen durch Verschleiß und die stellenweise ausgefrante Oberfläche verstanden, wodurch sich die Krümmungen sprunghaft ändern. Es ist bei diesen Teilen auch nicht möglich, zwischen Formfehlern und Oberflächenfehlern zu



unterscheiden. Bei den Kniegelenksprothesen ist das Ergebnis nicht besser, was auf die enormen Einschwingvorgänge zurückzuführen ist. Auffallend ist aber, dass die Kurven der Abweichung wesentlich glatter, und die Abweichungen systematischer Natur sind. Insgesamt gehe ich davon aus, dass technische Oberflächen mehrfach gekrümmter Flächen sich fertigungstechnisch und messtechnisch durchaus reproduzierbar verhalten, sofern keine abrupten Änderungen der Krümmung auftreten.

## 5 Zusammenfassung

Der Begriff der Freiformgeometrien schließt Regelgeometrien ein, nicht aber umgekehrt. Das Kapitel der Regelgeometrien ist in der Literatur allgemein sehr gut behandelt und dokumentiert. Also wurde in dieser Arbeit versucht, auf mehrfach gekrümmte nicht – Regelgeometrien einzugehen.

Von besonderer Bedeutung bei der Formprüfung von Oberflächen ist die reproduzierbare Ausrichtung. Anders als bei Regelgeometrien können keine Ersatzformelemente zur Prüfung herangezogen werden. Damit ziehen sich Fehler der Ein- bzw. Aufspannung durch die gesamte Oberflächenprüfung. Je weiter die zu prüfende Oberfläche vom Nullpunkt des Werkstückkoordinatensystems ist, umso größer werden die Fehler durch Verkippungen der Aufspannung. Wenn die Flächen, an denen das Werkstück aufgespannt ist nicht sehr präzise gefertigt und geprüft wurden, sind darauf zurückzuführende Verkippungen und die damit verbundenen Messabweichungen praktisch kaum zu beherrschen. Das liegt an der Vielfältigkeit der Fehlerquellen einer derartigen Formprüfung. Möglich sind: Nullpunktfehler, fehlerhafte Ausrichtung, Verkippungen durch Spannvorrichtung aber auch durch die eingespannten Flächen und natürlich Fertigungsfehler.

Wenn man die Tatsache in Betracht zieht, das Freiformflächen durch eine Vielzahl von Parametern repräsentiert werden, ist zur Überprüfung der Form- und Maßhaltigkeit der Vergleich mit dem mathematischen CAD Modell unerlässlich und nicht zu ersetzen. Programme, wie das von mir erstellte können, unabhängig von ihrer Komplexität oder verwendeten Funktion, den Vergleich zum CAD Modell durch ihr Defizit an Eingangsinformation nicht standhalten. Zwar wäre es theoretisch möglich durch Eingabe der CAD Flächengitterdaten das CAD Modell exakt zu imitieren, allerdings gibt es keine Garantie

dass die gleiche Funktion wie im CAD Modell verwendet wird. Sollte der Konstrukteur nachträglich die Form des Gitternetzes variieren unter Beibehaltung der Gitterdaten, verändern sich der Grad der Funktion und deren Gewichtung, ohne dass diese Daten ausgegeben oder ausgelesen werden könnten. Systematische Fehler sind somit vorprogrammiert.

Für das eingangs erwähnte Problem des Montagebetriebs gibt es nur eine Möglichkeit und diese mit Einschränkungen. Die Prüfung der Teile kann nur auf vergleichender Basis erfolgen, das bedeutet, den Vergleich mit einem bereits geprüften Meisterstück. Da die Abweichungen zwischen Modell und Meisterstück bekannt sind, könne daraufhin alle anderen mit dem Meisterstück verglichen werden. Die Einschränkung wäre, dass das Programm nur mathematisch glatte Flächen gut abbildet. Für allzu abrupte Änderungen der Krümmung, wie es zum Beispiel bei Kanten der Fall ist, werden die Abweichungen zwischen Modell und Messobjekt drastisch ansteigen.

Es hat sich auch herausgestellt, dass sich das entwickelte Programm sehr gut zur Generierung von Flächengitterdaten eignet, da zusätzlich die Abweichungen zum Meisterstück numerisch und graphisch angegeben werden.

Das Programm könnte verbessert werden durch flexible Positionierung der Stützstellen und zwar in den Wendepunkten. Allerdings wäre es dann erheblich schwieriger, Flächengitterdaten in ein CAD Programm zu importieren. Außerdem liegt die Rechenzeit bei 5000 bis 6000 Punkten bei ca. 12 bis 14 Stunden. Je höher der Aufwand durch Approximation und Entwicklung des Modells, umso höher die Rechenzeit.

Auf das Ergebnis der Formprüfung spielt die Beschaffenheit der Oberfläche eine wichtige Rolle. Am Beispiel der Patellas wird das sehr deutlich. Die hohen Schwankungen der Standardabweichungen können bei diesen Teilen direkt auf die Oberflächenbeschaffenheit zurückgeführt werden und nicht so sehr auf Formabweichungen zwischen Modell und Messdaten. Es werden allerdings weitere Untersuchungen notwendig sein um diese Aussage zu untermauern. Sollte sich diese allerdings bewahrheiten, wäre der einzig maßgebliche Einflussfaktor auf die Messpunktdichte die Änderungsgeschwindigkeit der Krümmung.

Ebenso wichtig wäre eine weitere Untersuchung in diese Richtung im Hinblick auf die statistische Prozesskontrolle. Die Aussagen von Oberflächenformprüfungen wären ohne dieses Werkzeug ohnehin schwer zu quantifizieren. Aber Werkzeuge wie Precontrol werden

helfen, die geforderte Rationalisierung des Messvorganges voranzutreiben, sollte sich die oben getätigte Aussage bewahrheiten.

Im Zuge der Arbeit wurde das Zusammenspiel zwischen Konstruktion, Fertigung und Prüfung deutlich. Die Prüfung kann nur erfolgreich in der Kontrolle der Fertigung sein, wenn in der Konstruktion bereits die Rahmenbedingungen für die Prüfung bedacht wurden. Dies gründet sich auf die Tatsache, dass es so viele Einflussfaktoren auf die Prüfung gibt. Zwar ist jeder dieser angesprochenen Faktoren systematischer Natur, aber in ihrem Zusammenwirken können diese sehr schnell unbeherrschbar werden. Insofern stellt diese Arbeit ein gutes Beispiel für die Bedeutung eines funktionierenden Qualitätsmanagements dar.

Abschließend muss noch erwähnt werden, dass Prüfungen von Freiformflächen erst durch die Koordinatenmesstechnik ermöglicht werden. Praktisch werden solche Verfahren beispielsweise im Automobilbau zur Erstellung von Karosserieteilen für Oldtimer eingesetzt, ebenso wie in der Medizintechnik. Die hohe Präzision der berührenden Messung, wie hier durchgeführt, ist bis dato auch durch optische Scanningverfahren bei gleicher Geschwindigkeit noch unerreicht. Die erwähnten Probleme sollten nicht darüber hinwegtäuschen, dass die Abweichungen sich nach wie vor in Bereichen befinden, wo die meisten anderen Messverfahren diese noch nicht einmal erkennen, falls sich diese überhaupt anwenden lassen oder nicht selbst andere Probleme aufwerfen. Hier wurde im Zuge einer praktischen Aufgabe lediglich auf Probleme aufmerksam gemacht, die sich durch Kenntnis jener größtenteils vermeiden lassen, oder zumindest minimiert werden können.

## Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1: Gestaltabweichung, aus (1) .....	5
Abbildung 2: Benennung der Geometrieelemente, aus (2) .....	7
Abbildung 3: Invarianzklassen, aus (3) .....	8
Abbildung 4: Symbole für geometrische Merkmale, aus (4) .....	10
Abbildung 5: Ebenheitstoleranz, aus (4) .....	10
Abbildung 6: Zylinderformtoleranz, aus (4) .....	11
Abbildung 7: Profilformtoleranz, aus (4) .....	11
Abbildung 8: Drei Ebenen Bezugssystem, aus (6) .....	12
Abbildung 9: Drei Ebenen Bezugssystem, aus (6) .....	12
Abbildung 10: Beispiel 1 für Freiformflächen, aus (6) .....	13
Abbildung 11: Beispiel 2 für Freiformflächen, aus (7) .....	14
Abbildung 12: Auslegerbauweisen, aus (9) .....	17
Abbildung 13: Portalbauweise, aus (9) .....	17
Abbildung 14: Brückenbauweise, aus (9) .....	18
Abbildung 15: Tastsysteme für Koordinatenmessgeräte, aus (10) .....	18
Abbildung 16: Ersatzformelemente nach Gauß, aus (11) .....	21
Abbildung 17: Ausgleich nach Tschebyscheff, aus (11) .....	21
Abbildung 18: Hüll- und Pferchbedingung, aus (11) .....	22
Abbildung 19: Freiformkurve .....	23
Abbildung 20: Kontrollpunkte und Gewichte des Einheitskreises .....	32
Abbildung 21: Beispiele für Gewichtungen von Flächen 2. Ordnung, aus (12) .....	33
Abbildung 22: Parameterdarstellung einer Fläche, aus (6) .....	33
Abbildung 23: Prozessfähigkeit von Precontrol, aus (19) .....	37
Abbildung 24: Zusammenhang von Prozessfähigkeit und Starterfolg, aus (19) .....	38
Abbildung 25: Lage der Antastpunkte an der Prüfkugel, aus (20) .....	40
Abbildung 26: Taststiftbestimmungsprotokoll .....	41
Abbildung 27: Aufspannung einer Patella .....	42
Abbildung 28: Verteilung der Messkurven an den Kniegelenksprothesen .....	43
Abbildung 29: Aufspannung der Kniegelenksprothesen der Duracon - Reihe .....	43
Abbildung 30: Aufspannung der Kniegelenksprothesen der LCS - Reihe .....	44
Abbildung 31: Abweichungen von Splines 3. Ordnung, aus (16) .....	46

Abbildung 32: Abweichung einer Spline höherer Ordnung, aus (16).....	46
Abbildung 33: Eingabebildschirm.....	50
Abbildung 34: Koordinatenausrichtung .....	50
Abbildung 35: Antasten gekrümmter Flächen.....	53
Abbildung 36: Vergleich Messwert zu Modell, einzelner Spline .....	53
Abbildung 37: 5 - Splines Berechnungsmodell.....	56
Abbildung 38: 5 - Splines Berechnungsmodell, 3D .....	56
Abbildung 39: Einzelkurvenauswertung, 1x1 Raster, Patella L K17.....	61
Abbildung 40: Einzelkurvenauswertung, 1x2 Raster, Patella L K17.....	62
Abbildung 41: Einzelkurvenauswertung, 1x3 Raster, Patella L K17.....	63
Abbildung 42: Einzelkurvenauswertung, 1x4 Raster, Patella L K17.....	64
Abbildung 43: Patella M Vergleich Modell – Messwerte, 1x1 Raster.....	65
Abbildung 44: Patella M Modell, 1x1 Raster.....	65
Abbildung 45: Patella Duracon M, 1x2 Raster .....	65
Abbildung 46: Teilung der Kniegelenksprothesen.....	66
Abbildung 47: Beispiel Einzelkurvenauswertung Kniegelenksprothese.....	68
Abbildung 48: Teil 3 Kniegelenksprothese, Vergleich Modell - Messwerte.....	69
Abbildung 49: Rationalisierungsprozess bei Formprüfung, aus (6).....	70

## Literaturverzeichnis

1. **Osanna, Durakbasa, Afjehi - Sadat.** *Geometrische Produkt -spezifikation und -verifikation GPS.* Wien : 2007. ISBN 3-901888-14-4.
2. *EN ISO/DIS 5459-1*, 2004: *Geometrical Products specification - Geometrical tolerancing Part 1.*
3. *EN ISO/DIS 5459-2*, 2004: *Geometrical Products specification - Geometrical tolerancing Part 2.*
4. *ÖNORM EN ISO 14660-1*, 1999: *Geometrische Produktspezifikation - Geometrieelemente.*
5. *ÖNORM EN ISO 1101*, 2006: *Geometrische Produktspezifikation - Tolerierung von Form, Richtung, Ort und Lauf.*
6. *ÖNORM ISO 5459*, 1985: *Technische Zeichnungen, Form- und Lagetolerierungen, Bezüge und Bezugssysteme für technische Toleranzen.*
7. **Andreas, Kromke.** *Koordinatenmeßtechnik zur Prüfung und Qualitätsbewertung von Freiformflächen.* 1998.
8. *EN 586 - 3*, 2001: *Aluminium und Aluminiumlegierungen - Schmiedestücke - Teil 3 Grenzabmaße und Formtoleranzen.*
9. **Osanna, Yücer, Durakbasa.** *Koordinatenmesstechnik für das Qualitätsmanagement im Produktionsbetrieb.* Wien : s.n., 1995. ISBN: 3-85076-388-9.
10. *EN ISO 10360-1*, 2003: *Geometrische Produktspezifikation - Annahme- und Bestätigungsprüfung für KMGs - Teil 1 Begriffe.*
11. **Ebner, Gerhard.** *Diplomarbeit Koordinatenmesstechnik, Grundlagen und praktische Anwendung.* Wien : s.n., 2000-01.
12. *ÖNORM EN ISO 10360 - 6*, 2002: *Geometrische Produktspezifikation - Annahme- und Bestätigungsprüfung für KMGs - Teil 6 Abweichungsschätzung.*
13. **Köhler, Peter.** *Moderne Konstruktionsmethoden im Maschinenbau.* s.l. : Vogel, 2002. ISBN 3-8023-1823-4.

14. **Durakbasa, M. N.** *Geometrical product specifications and verification for the analytical description of technical and non technical structures*. TU AuM, Wien : s.n., 2003-11. ISBN 3-901888-26-8.
15. **CAMTEX.** Datenformate\_fuer\_Konverter\_\_Schnittstellen\_und\_Konvertierung.17.0.html. [Online] CAMTEX.  
[http://www.camtex.de/Datenformate\\_fuer\\_Konverter\\_\\_Schnittstellen\\_und\\_Konvertierung.17.0.html](http://www.camtex.de/Datenformate_fuer_Konverter__Schnittstellen_und_Konvertierung.17.0.html).
16. **Böhmer, K.** *Spline Funktionen*. s.l. : B.G. Teubner Stuttgart, 1974. ISBN 3-519-02047-5.
17. **Dauner, Herbert.** *Analysen und Algorithmen zur formerhaltenden Interpolation mit Polynom Splines*. München : s.n., 1991-07-18.
18. **Foley, van Dam, Feiner & Hughes.** *Computer Graphics - Principles and Practice*. s.l. : Addison Wesley, 1996.
19. **P.H. Osanna, M.N. Durakbasa, A. Afjehi - Sadat.** *Qualitätssicherung und Qualitätsmanagement*. TU AuM : s.n., 2002. ISBN 3-901888-17-9.
20. **P.H. Osanna, M.N. Durakbasa, A. Afjehi - Sadat.** *Qualitätsmanagement und Prüfwesen*. TU AuM : s.n., 2003. ISBN 3-901888-18-7.
21. *EN ISO 10360 - 2, 2001: Geometrische Produktspezifikation - Annahme- und Bestätigungsprüfung für KMGs - Teil 2 KMG angewendet für Längenmessung.*
22. *ISO 22093, 2003: Industrielle Automatisierungssysteme und Integration – Steuerung von Maschinen – Schnittstellennorm für dimensionale Messtechnik*