

Die approbierte Originalversion dieser Dissertation ist an der Hauptbibliothek der Technischen Universität Wien aufgestellt (<http://www.ub.tuwien.ac.at>).

The approved original version of this thesis is available at the main library of the Vienna University of Technology (<http://www.ub.tuwien.ac.at/englweb/>).

Das Durchflussverhalten von Labyrinthdichtungen bei unterschiedlichen Betriebsbedingungen

Das Durchflussverhalten von Labyrinthdichtungen bei unterschiedlichen Betriebsbedingungen

Andreas Matthias

Dissertation zur Erlangung des akademischen Grades eines Doktors der technischen Wissenschaften. Eingereicht an der Fakultät für Maschinenwesen und Betriebswissenschaften der Technischen Universität Wien.

Betreuer: ao. Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr. techn. Reinhard Willinger

Wien, 29. Oktober 2007

Kurzfassung

Diese Arbeit behandelt Labyrinthdichtungen vom Typ des Volllabyrinths und des Durchblicklabyrinths.

Es werden Ergebnisse von CFD-Berechnungen dieser beiden Labyrinthtypen dokumentiert, wobei im Besonderen auf das Verhalten der Labyrinthdichtungen bei unterschiedlichen Betriebsbedingungen eingegangen wird. Diese betreffen neben dem anliegenden Druckverhältnis, dem Drall der Zuströmung und der Rotation der Welle vor allem die Lage des Rotors; im Speziellen die Exzentrizität und die Schiefstellung des Rotors.

Neben den besonders wichtigen Leckagemassenströmen (C_D -Werten) werden auch Druckverläufe, Geschwindigkeitsprofile und Axialkräfte ausgewertet.

Die Ergebnisse der CFD-Berechnungen werden mit Messergebnissen verglichen, die auf einem Labyrinthdichtungsprüfstand ermittelt wurden. Des Weiteren werden die Ergebnisse mit denen halb-empirischer Berechnungsmethoden nach Stodola und Egli verglichen.

Inhaltsverzeichnis

Symbolverzeichnis – 9

- 1 Einleitung – 13
 - 1.1 Funktionsweise einer Labyrinthdichtung – 16
 - 1.2 Nicht-isentrope Expansionsströmung – 18
 - 1.2.1 Fannokurve – 20

- 2 Analytische und halb-empirische Berechnungsmethoden – 25
 - 2.1 Strömung durch eine ideale Düse – 25
 - 2.2 Strömung durch eine Labyrinthdichtung – 28
 - 2.2.1 Berechnungsverfahren nach Stodola und Egli – 34
 - 2.3 Wichtige Kennzahlen – 35
 - 2.3.1 Durchflusszahl – 36
 - 2.3.2 Kontraktionszahl – 36
 - 2.3.3 Reibungszahl – 38
 - 2.3.4 Überströmfaktor – 40

- 3 Modellbildung für die CFD-Berechnung – 43
 - 3.1 Auswahl des Turbulenzmodells – 48
 - 3.1.1 Das RNG k - ϵ Turbulenzmodell – 48
 - 3.1.2 Die Wandfunktionen – 50
 - 3.2 Derzeitige Entwicklung in veröffentlichter Literatur – 54
 - 3.3 Verwendete Größen – 58
 - 3.3.1 Massenstrom – 58
 - 3.3.2 Drücke – 60
 - 3.3.3 Geometrische Parameter – 60

3.3.4	Rotation und Zuströmung	– 61
3.3.5	Axialschub und Tangentialgeschwindigkeit	– 61
4	Volllabyrinth: Ergebnisse und Auswertung	– 63
4.1	Allgemeines	– 63
4.2	Einfluss der Rotation	– 81
4.3	Einfluss der Exzentrizität und der Schiefstellung des Rotors	– 87
4.3.1	Exzentrizität	– 87
4.3.2	Schiefstellung	– 92
4.3.3	Überlagerung von Exzentrizität, Schiefstellung und Rotation	– 98
4.4	Vergleich mit vorhandenen Messergebnissen	– 102
4.5	Adaption der Formeln von Egli und Stodola	– 105
5	Durchblicklabyrinth: Ergebnisse und Auswertung	– 111
5.1	Allgemeines	– 111
5.2	Einfluss der Rotation	– 118
5.3	Einfluss der Exzentrizität und Schiefstellung des Rotors	– 127
5.3.1	Exzentrizität	– 127
5.3.2	Schiefstellung	– 128
5.3.3	Überlagerung von Exzentrizität, Schiefstellung und Rotation	– 135
5.4	Axialkraft	– 138
5.5	Vergleich mit vorhandenen Messergebnissen	– 138
	Bemerkungen	– 145
	Verwendete Programme	– 147
	Abbildungsverzeichnis	– 149
	Tabellenverzeichnis	– 153
	Literaturverzeichnis	– 155
	Index	– 159

Symbolverzeichnis

α	Durchflusszahl, (-), siehe Gleichung 2.30, Seite 36	ν	Kinematische Viskosität, ($\frac{\text{m}^2}{\text{s}}$)
α	Winkel der Zuströmung, ($^\circ$), siehe Gleichung 3.21, Seite 61	ξ	Überströmfaktor, (-)
γ	Winkel, ($^\circ$), siehe Abbildung 3.1, Seite 44	Π	Druckverhältnis, (-), siehe Gleichung 3.14, Seite 60
ε	Relative Exzentrizität des Rotors, (-), siehe Gleichung 3.17, Seite 60	$\tilde{\Pi}$	Dimensionslose Druckamplitude, (-), siehe Gleichung 3.16, Seite 60
ε	Turbulente Dissipationsrate, ($\frac{\text{m}^2}{\text{s}^3}$)	ρ	Dichte, ($\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$)
$\varepsilon_{\text{Diss}}$	Spezifische Dissipationsenergie, ($\frac{\text{J}}{\text{kg}}$), Seite 18	σ	Relative Schiefstellung des Rotors, (-), siehe Gleichung 3.19, Seite 61
κ	Isentropenexponent, (-)	Υ	Richtung der Zuströmung, (-), siehe Gleichung 3.21, Seite 61
μ	Kontraktionszahl, (-), siehe Gleichung 2.32, Seite 36	φ	Reibungszahl, (-), siehe Gleichung 2.39, Seite 39
		φ	Schiefstellung des Rotors, ($^\circ$), siehe Gleichung 3.19, Seite 61

Symbolverzeichnis

Ψ	Theoretische Durchflussfunktion, (-), siehe Gleichung 2.7 , Seite 26	D	Durchmesser der Labyrinthdichtung, (m)
ψ	Durchflussfunktion, (-), Seite 29	e	Exzentrizität des Rotors, (m), siehe Gleichung 3.17 , Seite 60
A	Querschnittsfläche, (m ²)	F_{ax}	Axialkraft des Rotors, (N)
a	Schallgeschwindigkeit, ($\frac{m}{s}$)	h	Höhe eines Labyrinthblechs, (m), siehe Abbildung 3.2 , Seite 45
A_{Sp}	Querschnittsfläche des Labyrinthspalts, (m ²)	h	Spezifische Enthalpie, ($\frac{J}{kg}$)
b	Dicke eines Labyrinthblechs, (m), siehe Abbildung 3.2 , Seite 45	k	Turbulente kinetische Energie, ($\frac{m^2}{s^2}$)
c	Strömungsgeschwindigkeit, ($\frac{m}{s}$)	l	Gesamtlänge des Labyrinths, (m), siehe Abbildung 3.2 , Seite 45
c_m	Geschwindigkeitskomponente in axialer Richtung; Meridianschwindigkeit, ($\frac{m}{s}$)	l^*	Länge, (m), siehe Abbildung 3.2 , Seite 45
c_r	Geschwindigkeitskomponente in radialer Richtung, ($\frac{m}{s}$)	\dot{m}	Massenstrom, ($\frac{kg}{s}$)
c_u	Geschwindigkeitskomponente in tangentialer Richtung, ($\frac{m}{s}$)	\dot{m}_{id}	Massenstrom durch eine ideale Düse, ($\frac{kg}{s}$)
C_D	Discharge Coefficient oder C_D -Wert, (-), siehe Gleichung 3.8 , Seite 58	Ma	Mach-Zahl, (-)
C_F	Dimensionslose Axialkraft, (-), siehe Gleichung 3.23 , Seite 61	n	Anzahl der Labyrinthbleche, (-)
C_V	Dimensionslose Tangentialgeschwindigkeit, (-), siehe Gleichung 3.24 , Seite 62	p	Druck, (Pa)
c_p	Spezifische Wärmekapazität bei konstantem Druck, ($\frac{J}{kg \cdot K}$)	Δp	Druckdifferenz, (Pa)
c_v	Spezifische Wärmekapazität bei konstantem Volumen, ($\frac{J}{kg \cdot K}$)	R	Gehäuseradius, (m), siehe Abbildung 3.2 , Seite 45
		R	Spezielle Gaskonstante, ($\frac{J}{kg \cdot K}$)
		r	Wellenradius, (m), siehe Abbildung 3.2 , Seite 45
		Re_ϕ	Umfang Reynoldszahl, (-), siehe Gleichung 3.20 , Seite 61

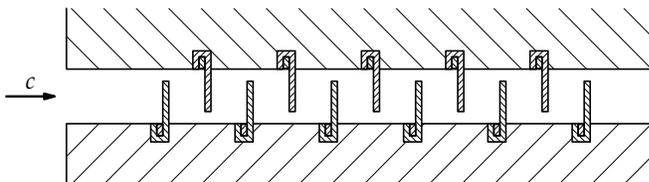
- | | |
|--|--|
| <p>s Spaltweite, (m), siehe Gleichung 3.18, Seite 60 und Abbildung 3.2, Seite 45</p> <p>s Spezifische Entropie, ($\frac{\text{J}}{\text{kgK}}$)</p> <p>$T$ Temperatur, (K)</p> <p>t Teilung, (m), siehe Abbildung 3.2, Seite 45</p> <p>U Umfangsgeschwindigkeit des Rotors, ($\frac{\text{m}}{\text{s}}$)</p> | <p>$u^+$ Dimensionslose Geschwindigkeit, (-), siehe Gleichung 3.3, Seite 52</p> <p>u_τ Schubspannungsgeschwindigkeit, ($\frac{\text{m}}{\text{s}}$), siehe Gleichung 3.1, Seite 51</p> <p>v Spezifisches Volumen, ($\frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$)</p> <p>$y^+$ Dimensionsloser Wandabstand, (-), siehe Gleichung 3.2, Seite 51</p> |
|--|--|

1 Einleitung

The secret of getting ahead is getting started.
The secret of getting started is breaking your
complex overwhelming tasks into small
manageable tasks, and then starting on the
first one.

Mark Twain

Eine Labyrinthdichtung ist eine berührungsfreie Wellendichtung, die sehr häufig in thermischen Turbomaschinen eingesetzt wird. Sie besteht aus einer Reihe hintereinander angeordneter Labyrinthbleche, die das Austreten eines Fluids zwischen bewegten und ruhenden Maschinenteilen so weit wie möglich unterbinden sollen. Eine schematische Darstellung einer Labyrinthdichtung zeigt [Abbildung 1.1](#). Da aufgrund des prinzipiellen Aufbaus dieses Dichtungstyps immer ein kleiner Spalt zwischen den Spitzen der Labyrinthbleche und



Vollabyrinth

Abbildung 1.1: Schematische Darstellung einer Labyrinthdichtung

der gegenüberliegenden Wand vorhanden ist, kann eine Labyrinthdichtung nie absolut dicht sein. Ein gewisser Leckagemassenstrom kann daher nicht vermieden werden.

Um diesen Leckagemassenstrom möglichst gering zu halten, muss versucht werden, durch geeignete Anordnung mehrerer Labyrinthbleche hintereinander einen möglichst hohen Durchflusswiderstand zu erzeugen. Der in [Abbildung 1.1](#) dargestellte Typ einer Labyrinthdichtung wird Vollabyrinth genannt. Hier sind sowohl am Rotor als auch am Stator Labyrinthbleche – auch Drosselbleche oder Drosselblenden genannt – angebracht, was zu einem besonders kleinen Leckagemassenstrom führt.

Des Vollabyrinths hat sehr gute Dichtungseigenschaften, ist jedoch konstruktiv aufwendiger gestaltet und somit kostspieliger in der Fertigung. Labyrinthdichtungen einfacherer Bauarten sind in [Abbildung 1.2](#) dargestellt. Es handelt sich hierbei um das Durchblicklabyrinth, das Stufenlabyrinth sowie das Nutenlabyrinth. Diese drei Typen von Labyrinthdichtungen haben nur auf einer Seite – meist der des Rotors – Labyrinthbleche und sind somit einfacher herzustellen. Von diesen drei Typen hat das Durchblicklabyrinth den größten Leckagemassenstrom, dennoch gehört es zu den am häufigsten eingebauten Labyrinthdichtungen.

Der Raum zwischen je zwei Labyrinthblechen wird Wirbelkammer genannt, da es hier zu einer starken Verwirbelung des Fluids kommt. Die Dichtheit einer Labyrinthdichtung ist neben der konstruktiven Gestaltung der Labyrinthbleche und der Wirbelkammern vor allem von der Größe des Labyrinthspalts – dem Spalt zwischen der Spitze eines Labyrinthblechs und der gegenüberliegenden Wand – sowie von der Anzahl der Labyrinthbleche abhängig. Je kleiner der Labyrinthspalt und je größer die Anzahl der Labyrinthbleche, desto kleiner ist der Leckagemassenstrom.

Um die Betriebssicherheit zu gewährleisten und eine Zerstörung der Labyrinthbleche durch Anstreifen an der gegenüberliegenden Wand bei auftretenden Resonanzschwingungen der Welle zu verhindern, darf eine gewisse Mindestspaltweite jedoch nicht unterschritten werden. Nach Traupel [30] ist die mindestens erforderliche Spaltweite im Gas- und Dampfturbinenbau

$$s_{\min} = k \cdot \frac{D}{1000} + 0.25 \text{ mm}, \quad (1.1)$$

mit $k = 0.8 \div 1.3$ und dem Durchmesser D des Rotors in mm.

Trotz dieser relativ großen, erforderlichen Spaltweite und dem damit verbundenen, nicht unerheblichen Leckagemassenstrom, der in die Berechnung der thermischen Turbomaschinen als äußerer Verlust eingeht, sind Labyrinthdichtungen weit verbreitet. Durch ihren berührungsfreien Aufbau – es gibt

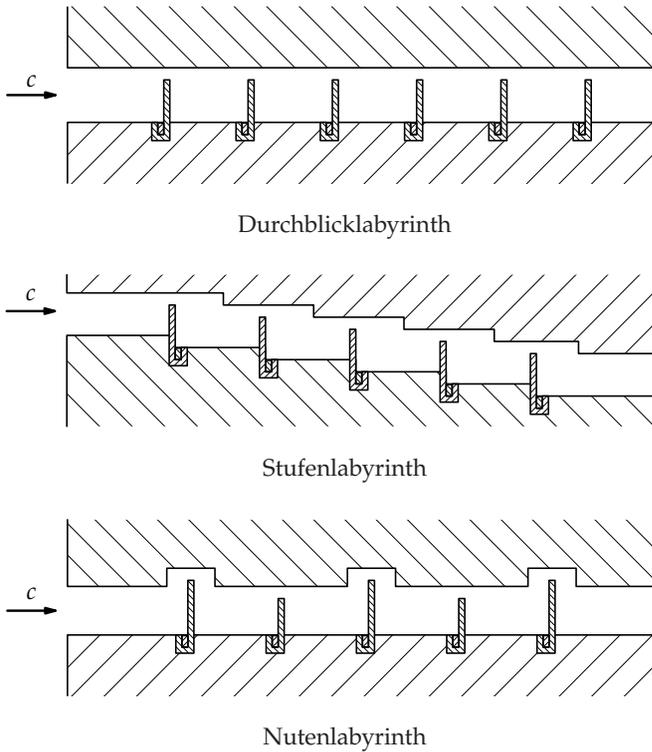


Abbildung 1.2: *Labyrinthdichtungen unterschiedlicher Bauarten*

keine Kontaktstellen zwischen Rotor und Stator – können im Vergleich zu berührenden Dichtungen keine durch Reibung verursachten mechanischen Verluste sowie keine auf Grund von Reibungswärme verursachten Beschädigungen auftreten. Berührende Dichtungen benötigen zudem normalerweise Schmiermittel und müssen außerdem meist aus teureren Materialien gefertigt werden, da die an den Berührstellen auftretenden Gleitgeschwindigkeiten im Allgemeinen sehr groß sind. Zudem legt die maximal zulässige Gleitgeschwindigkeit einer berührenden Dichtung auch die maximal zulässige Drehzahl der Welle fest. All das spielt bei den berührungsfreien Labyrinthdichtungen keine Rolle. Es gibt keine begrenzenden Drehzahlen und es fallen nahezu keine Wartungs- und Betriebskosten an.

Im Bestreben immer kleinere Labyrinthspalte und damit kleinere Leckagemassenströme zu ermöglichen, wurden in letzter Zeit Labyrinthdichtungen mit gebogenen Labyrinthblechen entwickelt. Diese beruhen auf demselben

Prinzip wie alle übrigen Labyrinthdichtungen, lassen jedoch kleinere Labyrinthspalte zu. Durch ihre gebogene Form kann ein kurzzeitiges Anstreifen der Labyrinthbleche während des Anfahrens eine Maschine – Durchfahren der kritischen Drehzahlen – oder auch während des regulären Betriebs zugelassen werden, da die gebogene Form der Labyrinthbleche eine relativ große elastische Verformung zulässt. Bei geraden Labyrinthblechen dagegen kommt es beim Anstreifen sehr schnell zu plastischen Verformungen, was unerwünscht ist, da sich hierdurch die Labyrinthspalte und in Folge die Leckagemassenströme vergrößern.

Eine andere Weiterentwicklung sind sogenannte Honeycomb-Labyrinthe, bei denen die den Labyrinthblechen gegenüberliegende Wand eine hexagonale Struktur hat – ähnlich der von Honigwaben –, die bereits durch geringe Kräfte plastisch verformt (eingedrückt) werden kann. Die Labyrinthspalte werden bei diesem Dichtungstyp so klein gewählt, dass die Labyrinthbleche bei Inbetriebnahme an der Wand – den Honigwaben – streifen. Hierbei ist wichtig, dass die Labyrinthbleche eine höhere Festigkeit haben als die Honeycomb-Elemente. Dadurch bilden sich nach einer gewissen Einlaufzeit Nuten in der Wand, während die Labyrinthbleche unbeschädigt bleiben sollten. Neuerdings wird versucht, statt der Honeycombs auch thermoplastische Schichten einzusetzen.

Im Endeffekt haben all diese Entwicklungen nur ein Ziel: Verringerung des Leckagemassenstroms durch Verkleinerung der Labyrinthspalte. An der grundsätzlichen Funktionsweise einer Labyrinthdichtung ändern sie jedoch nichts. Nach wie vor wird durch Hintereinanderschaltung einzelner Drosselstellen in Form von Labyrinthblechen versucht, einen möglichst großen Durchflusswiderstand zu erzeugen.

1.1 Funktionsweise einer Labyrinthdichtung

Eine Labyrinthdichtung besteht aus einer großen Anzahl hintereinander angeordneter Labyrinthbleche. Im Folgenden werden die Zustandsänderungen betrachtet, die ein Fluid beim Durchströmen einer Labyrinthdichtung erfährt. Zur Vereinfachung soll die Strömung zunächst als inkompressibel angenommen werden und ein Wärmeaustausch mit den begrenzenden Wänden nicht stattfinden.

Im Folgenden werden die Zustände nach dem n -ten Labyrinthblech mit dem Index n versehen; der Zustand vor der Labyrinthdichtung mit dem Index 0.

Wird die Strömung als inkompressibel und der Strömungsquerschnitt A aller Labyrinthspalte als gleich groß angenommen und wird zudem die Strö-

mungsgeschwindigkeit im Spalt als konstant vorausgesetzt, so folgt aus der Kontinuitätsgleichung

$$\dot{m} = \alpha \rho A c, \quad (1.2)$$

dass die Strömungsgeschwindigkeit c im Labyrinthspalt aller Labyrinthbleche gleich groß ist. Die Durchflusszahl α , auf die in [Abschnitt 2.3 \(Wichtige Kennzahlen\)](#) genauer eingegangen wird, berücksichtigt hierbei die Strahleinschnürung und die Reibung.

Für eine prinzipielle Betrachtungsweise wird davon ausgegangen, dass die Verwirbelung in allen Wirbelkammern so stark ist, dass die Zuströmgeschwindigkeit des Fluids vor dem nächsten Labyrinthspalt vernachlässigbar klein ist. Somit ergibt sich aus der Bernoulli-Gleichung der Druck hinter dem n -ten Labyrinthblech zu

$$p_n = p_{n-1} - \frac{\rho}{2} c^2. \quad (1.3)$$

Daraus folgt, dass auch die Druckdifferenz $\Delta p = p_{n-1} - p_n$ für alle Labyrinthbleche gleich groß sein muss. Die gesamte Druckdifferenz einer Labyrinthdichtung mit n Labyrinthblechen ist dann

$$\Delta p_{\text{ges}} = n \cdot \Delta p. \quad (1.4)$$

Mit den [Gleichungen 1.2](#) bis [1.4](#) ergibt sich der Massenstrom durch eine Labyrinthdichtung mit n Labyrinthblechen und $A = D\pi s$ zu

$$\dot{m} = \alpha D \pi s \sqrt{\frac{2 \rho \Delta p_{\text{ges}}}{n}}. \quad (1.5)$$

Zieht man nun in Betracht, dass die kinetische Energie des Fluids in der Wirbelkammer niemals vollständig dissipiert wird und somit die Zuströmgeschwindigkeit c_0 vor dem nächsten Labyrinthspalt *nicht* vernachlässigt werden kann, so ergibt sich mit der Bernoulli-Gleichung

$$p_{n-1} + \frac{\rho}{2} c_0^2 = p_n + \frac{\rho}{2} c^2 \quad (1.6)$$

ein Leckagemassenstrom von

$$\dot{m} = \alpha D \pi s \sqrt{\frac{2 \rho \Delta p_{\text{ges}}}{n} + \rho c_0^2}, \quad (1.7)$$

der größer ist als der in [Gleichung 1.5](#) ohne Zuströmgeschwindigkeit berechnete Massenstrom.

Gleichungen 1.5 und 1.7 sind nur dann gültig, wenn die dem Druckverlust Δp_{ges} entsprechende Energie komplett dissipiert wird. Diese sogenannte spezifische Dissipationsenergie beträgt dann

$$\epsilon_{\text{diss}} = n \cdot \frac{1}{2} c^2 \quad (1.8)$$

beziehungsweise ohne Vernachlässigung der Zuströmgeschwindigkeit c_0

$$\epsilon_{\text{diss}} = n \cdot \frac{1}{2} (c^2 - c_0^2) \quad (1.9)$$

für eine gesamte Labyrinthdichtung mit n Labyrinthblechen.

Meist kann diese Energie jedoch nicht komplett dissipiert werden. Das Fluid erfährt bereits beim Eintritt in eine Wirbelkammer – noch vor der eigentlichen Verwirbelung, durch die es zur Dissipation der kinetischen Energie kommt – eine starke Verzögerung, sodass ein Teil der kinetischen Energie des Fluids nicht dissipiert wird sondern stattdessen zu einer Druckerhöhung führt, die auch als Druckrückgewinnung Δp_{R} bezeichnet wird. Die spezifische Dissipationsenergie beträgt dann

$$\epsilon_{\text{diss}} = n \cdot \frac{1}{2} (c^2 - c_0^2) - (n - 1) \cdot \frac{\Delta p_{\text{R}}}{\rho}. \quad (1.10)$$

Es wird dabei angenommen, dass die Druckrückgewinnung nach den ersten $(n - 1)$ Labyrinthblechen gleich groß ist und hinter der letzten vernachlässigt werden kann, da es hier zu keiner so großen Verzögerung der Strömung kommt.

Zusammenfassend kann gesagt werden, dass nur in einer idealen Labyrinthdichtung die gesamte kinetische Energie dissipiert wird. In realen Labyrinthdichtungen wird jedoch nur ein Teil der kinetischen Energie des Fluids dissipiert. Der andere Teil wird zum einen durch den Effekt der Druckrückgewinnung in eine Erhöhung des Drucks umgesetzt und bleibt zum anderen als kinetische Energie vorhanden, was zu einer endlichen Zuströmgeschwindigkeit vor dem nächsten Labyrinthspalt führt.

1.2 Nicht-isentrope Expansionsströmung

Im Folgenden wird die kompressible Strömung durch eine Labyrinthdichtung betrachtet. Wird die Strömung als adiabat angenommen und die Arbeit der viskosen Kräfte zunächst vernachlässigt, so gilt der Energiesatz in der Form

$$h + \frac{1}{2} c^2 = \text{const.} \quad (1.11)$$

Nimmt man weiters an, dass das Fluid ein ideales Gas ist, so lässt sich die Energiegleichung mit Hilfe der idealen Gasgleichung $p v = RT$, der kalorischen Zustandsgleichung $h = c_p T$ und der Mach-Zahl $Ma = c/a$ weiter umformen zu

$$h + \frac{1}{2}c^2 = \frac{\kappa}{\kappa - 1} p v + \frac{1}{2}c^2 = \frac{\kappa}{\kappa - 1} p v \left(1 + \frac{\kappa - 1}{2\kappa} \frac{1}{p v} c^2 \right), \quad (1.12)$$

sodass schließlich folgt

$$p v \left(1 + \frac{\kappa - 1}{2} Ma^2 \right) = \text{const.} \quad (1.13)$$

Dies ist die Gleichung einer isothermen Zustandsänderung $T = \text{const}$ beziehungsweise $p v = \text{const}$, wenn gilt

$$\frac{\kappa - 1}{2} Ma^2 \ll 1. \quad (1.14)$$

Für Luft mit $\kappa = 1.4$ bedeute dies

$$\begin{aligned} 0.2 Ma^2 &\ll 1 \\ Ma^2 &\ll 5 \\ Ma &\ll 2.236 \end{aligned} \quad (1.15)$$

Die Strömungsgeschwindigkeiten in den Labyrinthspalten werden gegen Ende der Dichtung immer größer, da Druck und Dichte des Fluids abnehmen. Die größten Strömungsgeschwindigkeiten treten daher immer im letzten Labyrinthspalt auf, die Mach-Zahl kann jedoch niemals größer als 1 werden. Die große Querschnittserweiterung vom letzten Labyrinthspalt bis zum Austritt der Labyrinthdichtung führt dazu, dass die Strömungsgeschwindigkeit und damit auch die Mach-Zahl bis zum Austritt der Dichtung wieder stark abnehmen. Betrachtet man die Zustandsänderung des Fluids global als Bilanz zwischen Ein- und Austritt, so trifft [Gleichung 1.15](#) ganz gut zu. Die Temperatur im Austritt einer Labyrinthdichtung liegt oft nur geringfügig unter der am Eintritt. Für eine lokale Betrachtung der Zustandsänderung, speziell in der Nähe kleiner Labyrinthspalte, gilt [Gleichung 1.15](#) jedoch nicht mehr, da hier die Mach-Zahl sehr groß werden kann. Im Wirbelzentrum einer Wirbelkammer ist zum Beispiel $Ma = 0$, während in den Labyrinthspalten die Mach-Zahl durchaus in der Nähe von 1 liegen kann. Aus diesem Grund darf bei der Untersuchung von Labyrinthdichtungen die [Energiegleichung 1.11](#) nicht außer Acht gelassen werden. Dies gilt ganz besonders für CFD-Berechnungen.

1 Einleitung

1.2.1 Fannokurve

Die Gibbssche Fundamentalgleichung für Einstoffsysteme lautet

$$T ds = dh - v dp. \quad (1.16)$$

Mit der idealen Gasgleichung $p v = RT$ und der Annahme $c_p = \text{const}$ ergibt sich

$$ds = c_p \frac{dh}{h} - R \frac{dp}{p}. \quad (1.17)$$

Nach Logarithmieren und Differenzieren der idealen Gasgleichung

$$\begin{aligned} p &= \rho RT \\ \frac{dp}{p} &= \frac{d\rho}{\rho} + \frac{dT}{T} \end{aligned} \quad (1.18)$$

sowie der Kontinuitätsgleichung unter Annahme konstanten Strömungsquerschnitts

$$\begin{aligned} \rho c &= \text{const} \\ \frac{d\rho}{\rho} &= -\frac{dc}{c} \end{aligned} \quad (1.19)$$

und Einsetzen in [Gleichung 1.17](#) folgt

$$\begin{aligned} ds &= c_p \frac{dh}{h} - R \left(\frac{dh}{h} - \frac{dc}{c} \right) \\ ds &= c_v \frac{dh}{h} + R \frac{dc}{c}. \end{aligned} \quad (1.20)$$

Integration von [Gleichung 1.20](#) zwischen einem mit Index 0 gekennzeichneten Anfangszustand als untere Integrationsgrenze und einer beliebigen oberen Integrationsgrenze ergibt

$$s - s_0 = c_v (\ln h - \ln h_0) + R (\ln c - \ln c_0). \quad (1.21)$$

Ersetzen von c durch die Energiegleichung

$$h_0 + \frac{1}{2} c_0^2 = h + \frac{1}{2} c^2, \quad (1.22)$$

und Ersetzen von c_0 durch die Kontinuitätsgleichung

$$\rho c = \rho_0 c_0 \quad (1.23)$$

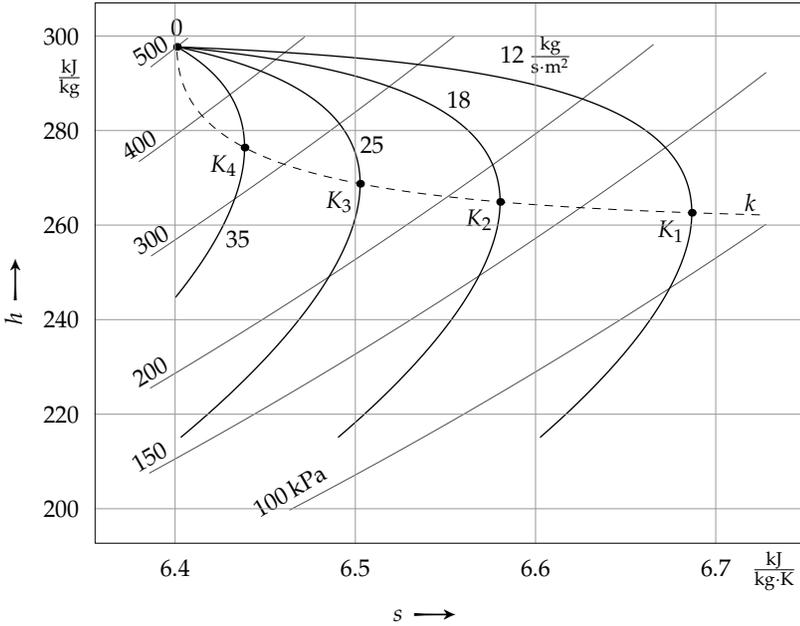


Abbildung 1.3: Fannokurve

führt schließlich auf

$$s = s_0 + c_v \cdot (\ln h - \ln h_0) + R \cdot \left(\ln \sqrt{2(h_0 - h) + \left(\frac{\rho c}{\rho_0}\right)^2} - \ln \frac{\rho c}{\rho_0} \right). \quad (1.24)$$

Ist der Anfangszustand einer Zustandsänderung, hier mit Index 0 gekennzeichnet, bekannt, so zeigt sich, dass die spezifische Entropie s nur noch von der spezifischen Enthalpie h und der Massenstromdichte ρc abhängig ist,

$$s = s(h, \rho c). \quad (1.25)$$

Im h,s -Diagramm stellt dies einen Kurvenschar dar mit der Massenstromdichte ρc als Scharparameter. Gleichung 1.24 ist unter dem Namen Fannokurve bekannt und beschreibt die Zustandsänderung einer nicht-isentropen Expansionsströmung. In Abbildung 1.3 sind Fannokurven unterschiedlicher Massenstromdichte dargestellt.

In der Theorie der Labyrinthdichtungen wird die nicht-isentrope Expansionen des Fluids gerne durch zwei sich abwechselnde und voneinander unabhängige Zustandsänderungen ersetzt. Zum einen durch eine isentrope Expansion,

die jeweils in den Labyrinthspalten stattfindet, und zum anderen durch eine isobare Verwirbelung, die jeweils in den Wirbelkammern stattfindet. Die Expansionströmung in einer Labyrinthdichtung wird daher als eine sich wiederholende Folge von isentropen Expansionen und isobaren Verwirbelungen angesehen. Hierbei zeigt sich, dass die Endpunkte der Zustandsänderungen aller isentropen Expansionen auf einer Fannokurve für die jeweilige Massendichte liegen.

Wie aus [Abbildung 1.3](#) ersichtlich ist, gibt es für jede Fannokurve einen kritischen Punkt, an dem die Entropie s einen maximalen Wert annimmt. Differenziert man [Gleichung 1.24](#)

$$\frac{ds}{dh} = \frac{c_v}{h} - \frac{R}{2(h_0 - h) + \left(\frac{\rho c}{\rho_0}\right)^2} \quad (1.26)$$

und setzt die Ableitung Null

$$\frac{ds}{dh} = 0, \quad (1.27)$$

so erhält man als Bedingung für die kritischen Punkte aller Fannokurven

$$\left(\frac{\rho c}{\rho_0}\right)^2 = (\kappa + 1)h - 2h_0. \quad (1.28)$$

Setzt man dann [Gleichung 1.28](#) in [Gleichung 1.24](#) ein, so erhält man die Gleichung einer in [Abbildung 1.3](#) mit k bezeichneten kritischen Kurve, die den Ort der kritischen Punkte aller Fannokurven wiedergibt

$$s = s_0 + c_v (\ln h - \ln h_0) + R \left(\ln \sqrt{(\kappa - 1)h} - \ln \sqrt{(\kappa + 1)h - 2h_0} \right). \quad (1.29)$$

Da der Startpunkt der Fannokurve (Zustand 0) beliebig gewählt werden kann, kann man $\rho_0 = \rho$ und $h_0 = h$ setzen. Somit folgt

$$c^2 = (\kappa + 1)h - 2h = (\kappa - 1)c_p T = \kappa p v. \quad (1.30)$$

Entlang der kritischen Kurve erreicht das Fluid daher immer $Ma = 1$, da hier die Strömungsgeschwindigkeit gleich der Schallgeschwindigkeit ist. Die kritische Kurve ist eine Grenzkurve, die den Bereich des Unterschalls – der obere Ast einer Fannokurve – vom Bereich des Überschalls – der untere Ast einer Fannokurve – trennt.

Dies bedeutet für eine Labyrinthdichtung, deren Strömung immer im Unterschall, also im oberen Ast einer Fannokurve, beginnt, dass die Strömung maximal Schallgeschwindigkeit im letzten Labyrinthspalt erreichen kann. Dies

1.2 Nicht-isentrope Expansionsströmung

ist dann der Fall, wenn der Druck am Austritt der Labyrinthdichtung genau dem Druck im kritischen Punkt der Fannokurve entspricht. Ist der Druck am Austritt höher, so bleibt $Ma < 1$, ist er niedriger, so kommt es zu einer Nachexpansion.

2 Analytische und halb-empirische Berechnungsmethoden

*Amicus Plato, sed magis amica veritas.
Platon ist mir ein Freund, doch noch mehr
Freund muss mir die Wahrheit sein.*

Aristoteles

Werden Labyrinthdichtungen unterschiedlichster Bauarten miteinander verglichen, so wird häufig auf den C_D -Wert der jeweiligen Dichtung verwiesen. Der C_D -Wert stellt das Verhältnis des Leckagemassenstroms einer Labyrinthdichtung \dot{m} zum Massenstrom durch eine ideale Düse \dot{m}_{id} dar, unter der Voraussetzung, dass bei Labyrinthdichtung und idealer Düse das gleiche Druckverhältnis anliegt.

$$C_D = \frac{\dot{m}}{\dot{m}_{id}}. \quad (2.1)$$

2.1 Strömung durch eine ideale Düse

Strömt ein zunächst ruhendes Fluid aus einem Behälter durch eine Düse aus und erfolgt das Ausströmen nicht auf Grund der Schwerkraft sondern allein auf Grund des Überdrucks im Behälter, so folgt aus der Energiegleichung

$$h_0 = h + \frac{1}{2}c^2 \quad (2.2)$$

die Ausströmgeschwindigkeit

$$c = \sqrt{2 \cdot (h_0 - h)}. \quad (2.3)$$

Index 0 kennzeichnet den Ruhezustand des Fluids, während Variablen ohne Index den Zustand im Austritt der Düse bezeichnen.

Verhält sich das Fluid wie ein ideales Gas mit $dh = c_p dT$ und $pv = RT$, so ist die Ausströmgeschwindigkeit

$$c = \sqrt{\frac{2\kappa}{\kappa - 1}(p_0 v_0 - pv)} \quad (2.4)$$

und die Massenstromdichte

$$\rho c = \sqrt{\frac{2\kappa}{\kappa - 1} \frac{1}{v^2}(p_0 v_0 - pv)}. \quad (2.5)$$

Geht man beim Ausströmen von einer isentropen Zustandsänderung mit $p_0 v_0^\kappa = pv^\kappa$ aus, so folgt

$$\rho c = \sqrt{\frac{2\kappa}{\kappa - 1} \frac{p_0}{v_0} \left[\left(\frac{p}{p_0} \right)^{\frac{2}{\kappa}} - \left(\frac{p}{p_0} \right)^{\frac{\kappa+1}{\kappa}} \right]}. \quad (2.6)$$

Wird die Massenstromdichte mit Hilfe der Durchflussfunktion Ψ

$$\Psi = \sqrt{\frac{2\kappa}{\kappa - 1} \left[\left(\frac{p}{p_0} \right)^{\frac{2}{\kappa}} - \left(\frac{p}{p_0} \right)^{\frac{\kappa+1}{\kappa}} \right]} \quad (2.7)$$

angeschrieben, so ergibt sich

$$\rho c = \Psi \sqrt{\frac{p_0}{v_0}} \quad (2.8)$$

Der parabelähnliche Verlauf der Durchflussfunktion Ψ ist in [Abbildung 2.1](#) dargestellt. Der Maximalwert der Durchflussfunktion liegt beim kritischen Druckverhältnis $\frac{p^*}{p_0}$, das wie folgt berechnet werden kann.

$$\begin{aligned} \frac{d\Psi}{d\left(\frac{p}{p_0}\right)} = 0 & : \frac{2}{\kappa} \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{2-\kappa}{\kappa}} - \frac{\kappa+1}{\kappa} \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{1}{\kappa}} = 0 \\ \frac{2}{\kappa} \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{1-\kappa}{\kappa}} & = \frac{\kappa+1}{\kappa} \\ \frac{p^*}{p_0} & = \left(\frac{2}{\kappa+1}\right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}}. \end{aligned} \quad (2.9)$$

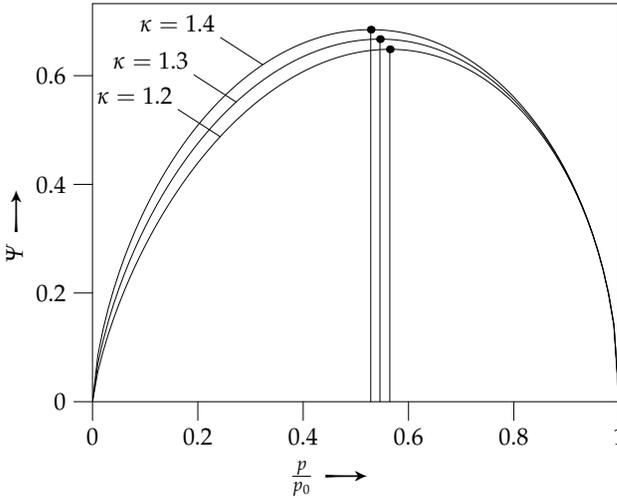


Abbildung 2.1: Durchflussfunktion Ψ

Damit ergibt sich für die Durchflussfunktion ein kritischer Wert von

$$\begin{aligned} \Psi^* &= \sqrt{\frac{2\kappa}{\kappa-1} \left[\left(\frac{2}{\kappa+1} \right)^{\frac{2}{\kappa-1}} - \left(\frac{2}{\kappa+1} \right)^{\frac{\kappa+1}{\kappa-1}} \right]} \\ &= \left(\frac{2}{\kappa+1} \right)^{\frac{1}{\kappa-1}} \sqrt{\frac{2\kappa}{\kappa+1}}. \end{aligned} \quad (2.10)$$

Mit sinkendem Druckverhältnis $\frac{p}{p_0}$ steigt die Massenstromdichte zunächst von Null beginnend an (unterkritisches Ausströmen) und erreicht schließlich ihren Maximalwert $\Psi^* \sqrt{\frac{p_0}{v_0}}$ (kritisches Ausströmen). Sinkt das Druckverhältnis unter das kritische Druckverhältnis (überkritisches Ausströmen), so bleibt die Massenstromdichte jedoch entgegen [Abbildung 2.1](#) konstant. Wie durch Experimente nachgewiesen werden kann, ist der linke Ast der Durchflussfunktion physikalisch nicht sinnvoll und die Massenstromdichte behält bei überkritischem Ausströmen ihren Maximalwert bei. [Abbildung 2.2](#) zeigt den tatsächlichen Verlauf der Durchflussfunktion.

Da sich die Massenstromdichte beim Absenken des Druckverhältnisses unter das kritische Druckverhältnis nicht weiter ändert, kann auch der Druck in der Mündung der Düse den kritischen Druck nicht unterschreiten. Eine weitere Expansion kann dann nur mehr hinter der Düse stattfinden und wird Nachexpansion genannt. Bei so einer Nachexpansion platzt der Strahl hinter

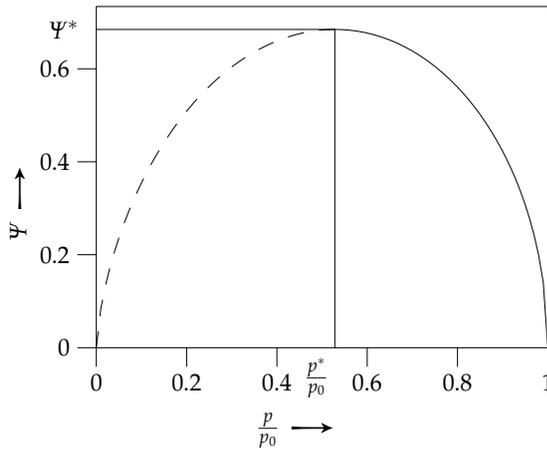


Abbildung 2.2: Tatsächlicher Verlauf der Durchflussfunktion Ψ für $\kappa = 1.4$

der Düse auf. Da diese Strahlaufweitung über die Gleichgewichtslage hinaus schießt, entsteht jedoch im Inneren des Strahls ein Unterdruck, und es kommt in Folge wieder zu einer Strahleinschnürung. Auch diese Einschnürung schießt anfänglich über die Gleichgewichtslage hinaus, sodass sich Aufweitung und Einschnürung periodisch abwechseln, bis auf Grund der Reibung eine Gleichgewichtslage erreicht wird, in der der Druck im Inneren des Strahls gleich dem Umgebungsdruck ist.

Mit der Durchflussfunktion Ψ berechnet sich der Massenstrom zu

$$\dot{m} = A\Psi\sqrt{\frac{p_0}{v_0}} \quad (2.11)$$

mit

$$\Psi = \sqrt{\frac{2\kappa}{\kappa-1} \left[\left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{2}{\kappa}} - \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{\kappa+1}{\kappa}} \right]} \quad \text{für } \frac{p}{p_0} > \frac{p^*}{p_0} \quad (2.12)$$

$$\Psi = \left(\frac{2}{\kappa+1}\right)^{\frac{1}{\kappa-1}} \sqrt{\frac{2\kappa}{\kappa+1}} \quad \text{für } \frac{p}{p_0} \leq \frac{p^*}{p_0}.$$

2.2 Strömung durch eine Labyrinthdichtung

Im Gegensatz zur anliegende Strömung einer gut ausgerundeten Düse kommt es an einem Labyrinthblech, das wie eine scharfkantige Blende wirkt, immer

zu einem Strömungsabriss und in Folge zu einer unter Umständen sehr starken Strahleinschnürung. Die Auswirkungen dieser Strahleinschnürung auf den Massenstrom werden berücksichtigt, indem Gleichung 2.11 eine Durchflusszahl α hinzugefügt wird

$$\dot{m} = \alpha A_{\text{Sp}} \Psi \sqrt{\frac{p_0}{v_0}}. \quad (2.13)$$

Im Folgenden wird die Querschnittsfläche mit A_{Sp} bezeichnet, um zu verdeutlichen, dass es sich bei Labyrinthdichtungen um die Querschnittsfläche des Labyrinthspalts handelt.

Auf die quantitative Bestimmung der Durchflusszahl α wird in Abschnitt 2.3 (*Wichtige Kennzahlen*) genauer eingegangen. Hier soll die Durchflusszahl α als ein rein qualitativer Faktor betrachtet werden, der sowohl die Strahleinschnürung als auch die Reibungsverhältnisse im Labyrinthspalt berücksichtigt.

Werden, wie im Falle einer Labyrinthdichtung, mehrere Labyrinthbleche hintereinandergeschaltet, so ist für jedes einzelne Blech die Durchflussfunktion ψ nach Gleichung 2.7 gültig.

Auf Grund der Kontinuitätsgleichung muss der Massenstrom durch eine gesamte Labyrinthdichtung mit n Blechen gleich groß sein wie der Massenstrom durch jeden einzelnen Labyrinthspalt dieser Labyrinthdichtung. Mittels Gleichung 2.13 kann der Massenstrom durch jeden Labyrinthspalt wie folgt angeschrieben werden.

$$\begin{aligned} \dot{m} &= \alpha A_{\text{Sp}} \psi_n \sqrt{\frac{p_0}{v_0}} = \alpha A_{\text{Sp}} \psi_{n-1} \sqrt{\frac{p_1}{v_1}} = \dots \\ &= \alpha A_{\text{Sp}} \psi_2 \sqrt{\frac{p_{n-2}}{v_{n-2}}} = \alpha A_{\text{Sp}} \psi_1 \sqrt{\frac{p_{n-1}}{v_{n-1}}}. \end{aligned} \quad (2.14)$$

Die Numerierung der Indizes erfolgt dabei, wie in Abbildung 2.3 dargestellt und $\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_n$ sind die mittels der Durchflussfunktion Ψ (Gleichung 2.7) ermittelten Durchflussbeiwerte für die an den jeweiligen Labyrinthblechen anliegenden Druckverhältnisse.

Um aus Gleichung 2.14 die Durchflussbeiwerte $\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_n$ berechnen zu können, wird in der Literatur, wie zum Beispiel bei Trutnovsky und Komotori [32], immer von einer isothermen Zustandsänderung mit $p v = \text{const}$ ausgegangen, obwohl diese Annahme, wie im vorherigen Kapitel beschrieben, nur für eine globale Betrachtung tatsächlich gültig ist, für eine lokale dagegen zumindest problematisch erscheint.

Unter der Annahme einer isothermen Zustandsänderung ($p v = \text{const}$)

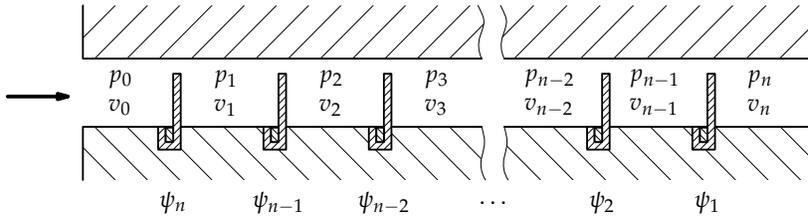


Abbildung 2.3: Bezeichnungen: ψ_n, p_n, v_n

ergeben sich aus Gleichung 2.14 folgende Beziehungen:

$$\begin{aligned}
 \psi_n \cdot p_0 &= \psi_{n-1} \cdot p_1 \\
 \psi_{n-1} \cdot p_1 &= \psi_{n-2} \cdot p_2 \\
 &\vdots \\
 \psi_3 \cdot p_{n-3} &= \psi_2 \cdot p_{n-2} \\
 \psi_2 \cdot p_{n-2} &= \psi_1 \cdot p_{n-1} .
 \end{aligned} \tag{2.15}$$

Nach Umformen dieser Gleichungen erhält man schließlich ein Gleichungssystem, mit dem die iterative Bestimmung der Durchflussbeiwerte $\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_n$ möglich wird:

$$\begin{aligned}
 \psi_{n-1} &= \psi_n \cdot \frac{1}{\frac{p_1}{p_0}} \\
 \psi_{n-2} &= \psi_{n-1} \cdot \frac{1}{\frac{p_2}{p_1}} \\
 &\vdots \\
 \psi_2 &= \psi_3 \cdot \frac{1}{\frac{p_{n-2}}{p_{n-3}}} \\
 \psi_1 &= \psi_2 \cdot \frac{1}{\frac{p_{n-1}}{p_{n-2}}} .
 \end{aligned} \tag{2.16}$$

Ist der Durchflussbeiwert ψ_n einer Labyrinthdichtung mit n Blechen bekannt, so lässt sich mittels

$$\dot{m} = \alpha A_{Sp} \psi_n \sqrt{\frac{p_0}{v_0}} \tag{2.17}$$

der Leckagemassenstrom einer Labyrinthdichtung sehr einfach berechnen, da

der Druck p_0 und das spezifische Volumen v_0 vor der Dichtung als gegeben angesehen werden können.

Wie aus [Gleichung 2.16](#) ersichtlich ist, lassen sich die Durchflussbeiwerte, im speziellen ψ_n , nur iterativ bestimmen. Da sie jedoch ausschließlich vom Druckverhältnis abhängig sind, kann die iterative Berechnung beliebiger Durchflussbeiwerte bereits im voraus durchgeführt werden. Man geht dabei wie folgt vor:

Der thermodynamische Zustand vor der Labyrinthdichtung (gegeben durch p_0 und v_0) und der nach der Labyrinthdichtung (gegeben durch p_n und v_n) sind auf Grund des Anwendungsfalles gegeben. Um nun die Durchflussfunktion punktweise zu ermitteln, wählt man zuerst ein ψ_n . Die Zustandsänderung des Mediums am ersten Labyrinthblech kann unabhängig vom Rest der Labyrinthdichtung als Zustandsänderung durch eine *einzelne* Blende angesehen werden. Daher kann mit Hilfe der Durchflussfunktion aus [Abbildung 2.2](#) das zu ψ_n gehörige Druckverhältnis $\frac{p_0}{p_1}$ abgelesen werden. (Eine andere Möglichkeit wäre, das Druckverhältnis mittels [Gleichung 2.12](#) rechnerisch zu ermitteln.)

Sind ψ_n und $\frac{p_0}{p_1}$ bekannt, so kann mit [Gleichung 2.16](#) ψ_{n-1} berechnet werden. Das Druckverhältnis $\frac{p_2}{p_1}$ für die zweite Blende kann dann wiederum aus [Abbildung 2.2](#) abgelesen werden, da auch die Zustandsänderung des Mediums bei der zweiten Blende als Zustandsänderung durch eine einzelne Blende angesehen werden kann. Diese Schritte werden wiederholt, bis man das Ende der Labyrinthdichtung erreicht hat. Jetzt kann man das Gesamtdruckverhältnis $\frac{p_n}{p_0}$ der Dichtung bestimmen:

$$\frac{p_n}{p_0} = \frac{p_n}{p_{n-1}} \cdot \frac{p_{n-1}}{p_{n-2}} \dots \frac{p_2}{p_1} \cdot \frac{p_1}{p_0}. \quad (2.18)$$

Trägt man den ermittelten Punkt $(\frac{p_n}{p_0}, \psi_n)$ in einem Diagramm auf und führt dieselben Schritte mit anderen Startwerten für ψ_n durch, so kann man punktweise die gesamte Durchflussfunktion für eine Labyrinthdichtung mit n Blechen ermitteln.

In [Abbildung 2.4](#) ist das iterative Verfahren zur Bestimmung der Durchflussfunktion für eine Dichtung mit 2 Labyrinthblechen dargestellt. Ausgehend von einem beliebig gewählten ψ_2 , liest man das Druckverhältnis $\frac{p_1}{p_0}$ im linken Diagramm (Durchflussfunktion für eine einzelne Blende) ab, berechnet ψ_2 mittels [Gleichung 2.16](#) und liest das dazugehörige Druckverhältnis $\frac{p_2}{p_1}$ ab. Mit $\frac{p_2}{p_0} = \frac{p_2}{p_1} \cdot \frac{p_1}{p_0}$ kann dann der Punkt $(\frac{p_2}{p_0}, \psi_1)$ ermittelt werden und im rechten Diagramm aufgetragen werden. Dies ist ein Punkt der Durchflussfunktion für eine Labyrinthdichtung mit 2 Blechen. Wiederholt man dieses

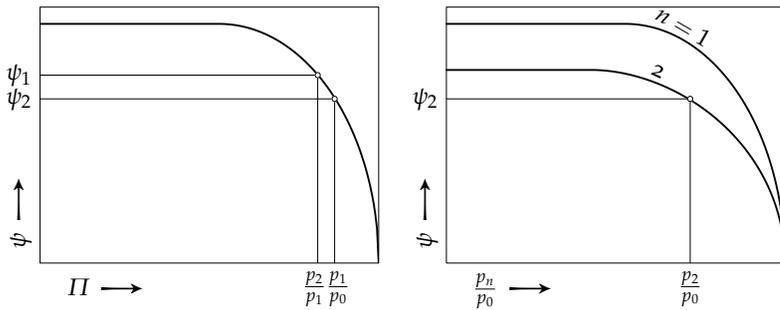


Abbildung 2.4: Iterative Bestimmung der Durchflussfunktion

Verfahren für andere Startwerte für ψ_2 , so kann man punktweise die gesamte Durchflussfunktion konstruieren.

Dieses iterative Verfahren zur Bestimmung der Durchflussfunktion hat jedoch seine Grenzen, da Rundungsfehler, wie sie auch bei der Benutzung von Computern immer auftreten, sich mit jedem Iterationsschritt verstärken. In [Abbildung 2.5](#) sind Durchflussfunktionen für Labyrinthdichtungen mit bis zu 13 Blechen dargestellt. Bereits ab $n \geq 8$ kann man Unstetigkeiten in der ersten Ableitung der Kurven erkennen, die von Rundungsfehlern herrühren.

Um diese Rundungsfehler in den Griff zu bekommen und vor allem um die Berechnung der Durchflussfunktionen zu erleichtern, gibt Egli [8] eine Näherungsformel an, mit der die Durchflussbeiwerte direkt berechnet werden können:

$$\psi_n = \sqrt{\frac{1 - \left(\frac{p_n}{p_0}\right)^2}{n + \frac{2}{\kappa} \ln\left(\frac{p_0}{p_n}\right)}} \quad (2.19)$$

Sowohl diese Näherungsformel von Egli als auch das zuvor beschriebene, iterative Verfahren zur Berechnung der Durchflussfunktion von Labyrinthdichtungen beruhen auf [Gleichung 2.12](#), die jedoch streng nur für eine ideale Strömung durch eine gut ausgerundete Düse gültig ist und nur bedingt für scharfkantige Blenden verwendet werden darf.

Die unterschiedlichen Durchflussfunktionen einer idealen Düse und einer scharfkantigen Blende sind in [Abbildung 2.6](#) dargestellt. Während für die Düse ein kritisches Druckverhältnis erkennbar ist, ab dem der Massenstrom trotz kleiner werdendem Druckverhältnis konstant bleibt, konnte für die scharfkantige Blende nach Messungen von [8] kein kritisches Druckverhältnis gefunden werden.

Da die Durchflussfunktionen einer idealen Düse und einer scharfkantigen

2.2 Strömung durch eine Labyrinthdichtung

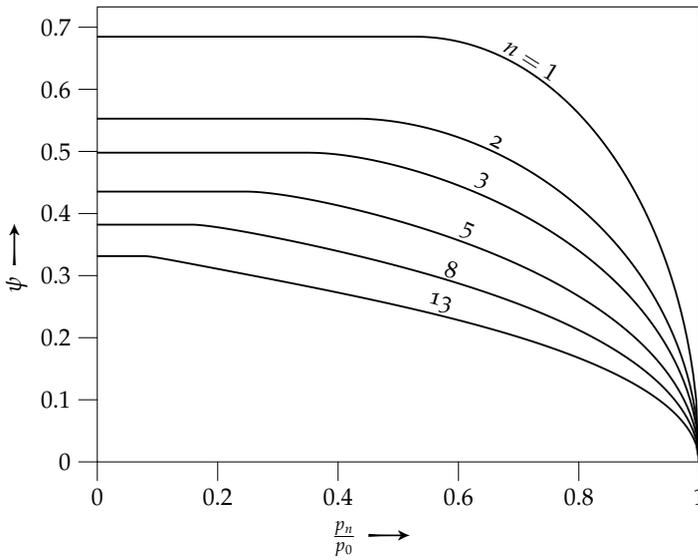


Abbildung 2.5: Durchflussfunktionen für Labyrinthdichtungen mit n Labyrinthblechen

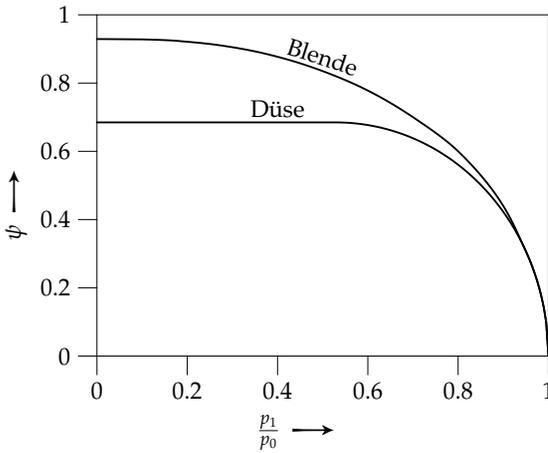


Abbildung 2.6: Durchflussfunktionen einer idealen Düse und einer scharfkantigen Blende

Blende nur im Bereich $0.8 < \frac{p_1}{p_0} < 1$ nahezu deckungsgleich sind, sollten die zuvor beschriebenen Verfahren zur Bestimmung der Durchflussfunktion, insbesondere [Gleichung 2.19](#), nur in diesem Bereich verwendet werden. Im Allgemeinen sind die an den Labyrinthblechen anliegenden Druckdifferenzen jedoch sehr klein, sodass die Druckverhältnisse nur selten kleiner als 0.8 sind. Eine Ausnahme bildet manchmal das letzte Blech in einer Labyrinthdichtung, an dem auch Druckverhältnisse kleiner als 0.8 auftreten können.

Ist dies der Fall, dürfen nur die ersten $(n - 1)$ Bleche mit den zuvor genannten Verfahren berechnet werden, und für das letzte Blech muss die korrekte Durchflussfunktion für eine scharfkantige Blende nach [Abbildung 2.6](#) verwendet werden. Hierbei schätzt man zunächst p_{n-1} , berechnet dann ψ_{n-1} mittels [Gleichung 2.19](#) und erhält schließlich den Durchflussbeiwert ψ_{Bl} der scharfkantigen Blende über die Beziehung

$$\psi_{n-1} \cdot p_0 = \psi_{\text{Bl}} \cdot p_{n-1} \quad (2.20)$$

Mit dem Durchflussbeiwert ψ_{Bl} kann man in [Abbildung 2.6](#) das Druckverhältnis $\frac{p_n}{p_{n-1}}$ ablesen. Iterativ muss nun der anfangs gewählte Druck p_{n-1} so abgestimmt werden, dass dieses Druckverhältnis erfüllt ist.

2.2.1 Berechnungsverfahren nach Stodola und Egli

Da die iterative Berechnung der Durchflussfunktion aufwendig und vor allem fehleranfällig ist, wurden von zahlreichen Autoren Näherungslösungen für die Berechnungen des Leckagemassenstroms entwickelt. An dieser Stelle wird kurz auf die Berechnungsverfahren von Stodola und Egli eingegangen.

Da die Druckdifferenz an einem einzelnen Labyrinthblech sehr klein ist, kann die Strömung lokal als inkompressibel angesehen werden. Die Geschwindigkeit im Drosselspalt ist dann

$$c_1 = \sqrt{\frac{2}{\rho_1}(p_0 - p_1)} \quad (2.21)$$

und die Massenstromdichte

$$\frac{\dot{m}}{\alpha A_{\text{Sp}}} = \sqrt{2 \cdot \rho_1 (p_0 - p_1)} \quad (2.22)$$

Die Druckdifferenz am Labyrinthblech beträgt dann

$$\Delta p = p_0 - p_1 = \frac{v_1}{2} \left(\frac{\dot{m}}{\alpha A_{\text{Sp}}} \right)^2 \quad (2.23)$$

In einer Labyrinthdichtung mit n Drosselblechen können die einzelnen Druckdifferenzen dann aufsummiert werden

$$\Delta p_{\text{ges}} = \sum \Delta p_i = \sum \frac{v_i}{2} \left(\frac{\dot{m}}{\alpha A_{\text{Sp}}} \right)^2 \quad (2.24)$$

$$\sum p_i \Delta p_i = \sum \frac{p_i v_i}{2} \left(\frac{\dot{m}}{\alpha A_{\text{Sp}}} \right)^2. \quad (2.25)$$

Der Index i stellt hier den Zustand nach dem i -ten Labyrinthblech dar.

Ist die Anzahl der Labyrinthbleche ausreichend groß, so kann die linke Summe durch ein Integral ersetzt werden. Unter der Annahme einer isothermen Zustandsänderung gilt zudem $\sum p_i v_i = \sum p_0 v_0 = n \cdot p_0 v_0$ und damit

$$\int p dp = n \cdot \frac{p_0 v_0}{2} \left(\frac{\dot{m}}{\alpha A_{\text{Sp}}} \right)^2 \quad (2.26)$$

$$\frac{p_0^2 - p_n^2}{2} = n \cdot \frac{p_0 v_0}{2} \left(\frac{\dot{m}}{\alpha A_{\text{Sp}}} \right)^2. \quad (2.27)$$

Damit ergibt sich schließlich die nach Stodola benannte Formel zur Berechnung des Leckagemassenstroms für ein Labyrinth mit n Labyrinthblechen

$$\dot{m}_{\text{Stodola}} = \alpha A_{\text{Sp}} \cdot \sqrt{\frac{p_0^2 - p_n^2}{n p_0 v_0}}. \quad [32] \quad (2.28)$$

Eine nach Egli benannte Berechnungsmethode, die auf empirischen Beobachtungen basiert, ist

$$\dot{m}_{\text{Egli}} = \alpha A_{\text{Sp}} \sqrt{p_0 \rho_0 \frac{1 - \Pi^2}{n + \frac{2}{\kappa} \ln \frac{1}{\Pi}}}. \quad [8] \quad (2.29)$$

2.3 Wichtige Kennzahlen

In [Abschnitt 2.1 \(Strömung durch eine ideale Düse\)](#) erfolgte die Herleitung der Durchflussfunktion einer idealen Düse auf Grund einer eindimensionalen Theorie, die keinerlei Einschränkung bezüglich der geometrischen Gestaltung der Düse machte. [Gleichung 2.12](#) ist daher nur vom anliegenden Druckverhältnis abhängig und enthält keine geometrischen Randbedingungen, was gerechtfertigt ist, da es sich um eine ideale Düse handelt. Bei einem Labyrinthblech kann die geometrische Gestaltung des Labyrinthspalts jedoch nicht

mehr vernachlässigt werden, da sie einen großen Einfluss auf das Durchflussverhalten hat.

In Labyrinthspalten kommt es immer zu einer mehr oder weniger stark ausgeprägten Strahleinschnürung. Der Effekt der Strahleinschnürung auf das Durchflussverhalten wird mit einer Kontraktionszahl μ berücksichtigt, die immer vorhandene Reibung mit einer Reibungszahl φ . Kontraktionszahl und Reibungszahl werden üblicherweise noch zu einer Durchflusszahl α zusammengefasst. In den folgenden Abschnitten wird auf diese Kennzahlen genauer eingegangen.

2.3.1 Durchflusszahl

Das Verhältnis von tatsächlichem Massenstrom \dot{m} zu theoretischem Massenstrom \dot{m}_{th} wird als Durchflusszahl α bezeichnet:

$$\alpha = \frac{\dot{m}}{\dot{m}_{\text{th}}}. \quad (2.30)$$

Als theoretischer Massenstrom wird dabei jener Massenstrom nach [Gleichung 2.11](#) angesehen, der sich allein auf Grund der Durchflussfunktion Ψ ergibt.

Es ist zweckmäßig, die Durchflusszahl α in eine Kontraktionszahl μ und eine Reibungszahl φ aufzuspalten, sodass gilt

$$\alpha = \mu \cdot \varphi. \quad (2.31)$$

2.3.2 Kontraktionszahl

Die Kontraktionszahl μ gibt die Stärke der Strahleinschnürung wieder und ist definiert als

$$\mu = \frac{A_1}{A_{\text{Sp}}}, \quad (2.32)$$

wobei, wie in [Abbildung 2.7](#) dargestellt, A_{Sp} der geometrische Spaltquerschnitt ist und A_1 der Querschnitt des Strahls an der Stelle der stärksten Einschnürung.

Im Vergleich zu einer sorgfältig ausgebildeten Düse ist die Strahleinschnürung durch scharfkantige Labyrinthbleche erheblich größer und darf nicht vernachlässigt werden. Während die Strahleinschnürung in Düsen auf Grund höherer Durchflusswiderstände jedoch meist unerwünscht ist, ist sie in Labyrinthdichtungen sogar sehr wünschenswert, da ein kleinerer effektiver Querschnitt A_1 (siehe [Abbildung 2.7](#)) zu einer Verringerung des Massenstroms und damit zu einer Verbesserung der Dichtwirkung führt.

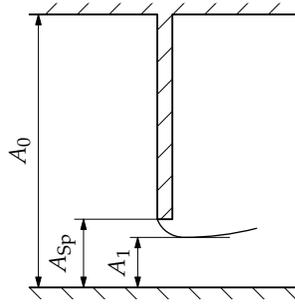


Abbildung 2.7: Strahleinschnürung

Kontraktionszahlen können durch Versuche messtechnisch ermittelt werden. Die Messergebnisse für Blenden werden meist als Kurvenschar

$$\mu = \mu\left(\mu_0, \frac{A_{Sp}}{A_0}, r\right) \quad (2.33)$$

graphisch dargestellt. Dabei sind μ_0 die Kontraktionszahl einer scharfkantigen Blende, r der Kantenradius einer Blende mit abgerundeten Formen und A_{Sp}/A_0 das Flächenverhältnis der Strömungsquerschnitte wie in [Abbildung 2.7](#) dargestellt.

Von Mises [20] hat gezeigt, dass Kontraktionszahlen auch analytisch berechnet werden können. Und so wird zur Ermittlung der Kontraktionszahlen für Labyrinthspalte häufig [Abbildung 2.8](#) mit Verweis auf von Mises eingesetzt. Es ist jedoch zu beachten, dass von Mises diesen Verlauf der Kontraktionszahl nicht für einen Labyrinthspalt ermittelt hat, sondern für den Fall einer »seitlich liegenden Öffnung in einem waagerechten Boden«, in dem der Strahl nach der Öffnung seitlich abgelenkt wird, während er in einem Labyrinthspalt *nicht* abgelenkt wird, da die begrenzende Seitenwand hinter dem Labyrinthspalt fortgesetzt ist und so eine Abströmungsrichtung parallel zur Seitenwand erzwingt. Diese Tatsache wird aber in fast allen Veröffentlichungen stillschweigend unterschlagen.

Vielfach wird als Kontraktionszahl für Labyrinthbleche auch

$$\mu_0 = 0.611 \quad (2.34)$$

verwendet. Dieser Wert ergibt sich aus potentialtheoretischen Überlegungen (Greitzer et al. [14]) für einen unendlich langen Spalt mit $A_0/A_{Sp} \gg 1$

$$\mu_0 = \frac{\pi}{2 + \pi} \approx 0.611. \quad (2.35)$$

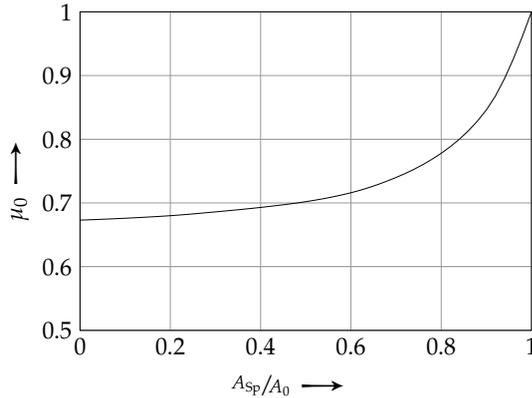


Abbildung 2.8: Kontraktionszahl μ_0 für eine »seitlich liegende Öffnung in einem waagerechtem Boden« nach [20]

Haben Labyrinthbleche keine scharfkantigen sondern abgerundete Formen, so muss dies für die Bestimmung der Kontraktionszahl μ beachtet werden, da die Spaltweite s in Labyrinthdichtungen sehr klein ist und so der Kantenradius r eines Labyrinthblechs einen großen Einfluss auf die Kontraktionszahl hat.

Nach Trutnovsky und Komotori [32] kann die Kontraktionszahl μ eines Drosselblechs mit einer Spaltweite s und einem Kantenradius r näherungsweise berechnet werden mit

$$\mu = \mu_0 \frac{s+r}{s} \quad (2.36)$$

mit $\mu = 1$ für $r > s \left(\frac{\mu}{\mu_0} - 1 \right)$.

In [Abbildung 2.9](#) ist dieser Zusammenhang für eine Blende mit $\mu_0 = 0.611$ graphisch dargestellt. Man erkennt den sehr starken Einfluss des Kantenradius r auf die Kontraktionszahl μ . Dieser Einfluss wird um so größer je kleiner die Spaltweite s ist.

2.3.3 Reibungszahl

Da die Kontraktionszahl μ unter der Voraussetzung reibungsfreier Strömung bestimmt wird, benötigt man eine weitere Kennzahl, die den Einfluss der Reibung wiedergibt. Dies ist die Reibungszahl φ , die den verlustbehafteten Prozess einer Strömung durch eine Düse (Zustandsänderung 0-1 in

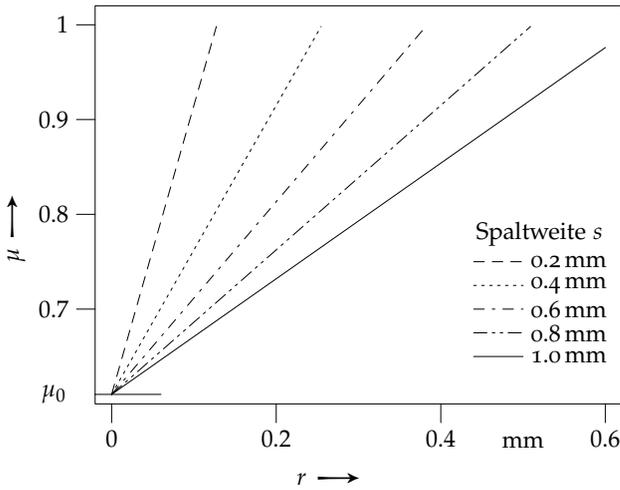


Abbildung 2.9: Einfluss des Kantenradius r auf die Kontraktionszahl μ für eine Blende mit $\mu_0 = 0.611$

Abbildung 2.10) mit dem eines isentropen Prozesses (Zustandsänderung $0-1_s$) vergleicht, der als Zustandsänderung einer idealen Düse angesehen werden kann.

Setzt man voraus, dass das Fluid vor der Düse ruht, so ergibt sich eine Ausströmgeschwindigkeit von

$$c_1 = \sqrt{2(h_0 - h_1)}, \quad (2.37)$$

während sich für den isentropen Vergleichsprozess eine Ausströmgeschwindigkeit von

$$c_{1s} = \sqrt{2(h_0 - h_{1s})} \quad (2.38)$$

ergibt. Die Reibungszahl φ ist definiert als das Verhältnis dieser beiden Geschwindigkeiten

$$\varphi = \frac{c_1}{c_{1s}} = \sqrt{\frac{h_0 - h_1}{h_0 - h_{1s}}}. \quad (2.39)$$

Sie hat große Ähnlichkeit mit dem isentropen Wirkungsgrad η_s , der bekanntermaßen als

$$\eta_s = \frac{h_0 - h_1}{h_0 - h_{1s}} \quad (2.40)$$

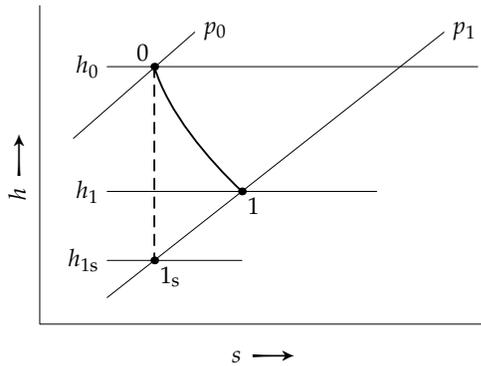


Abbildung 2.10: Zustandsänderung eines Fluids beim Durchströmen eines Drosselblechs

definiert ist. Somit ergibt sich folgender Zusammenhang zwischen der Reibungszahl φ und dem isentropen Wirkungsgrad η_s

$$\varphi = \sqrt{\eta_s}. \quad (2.41)$$

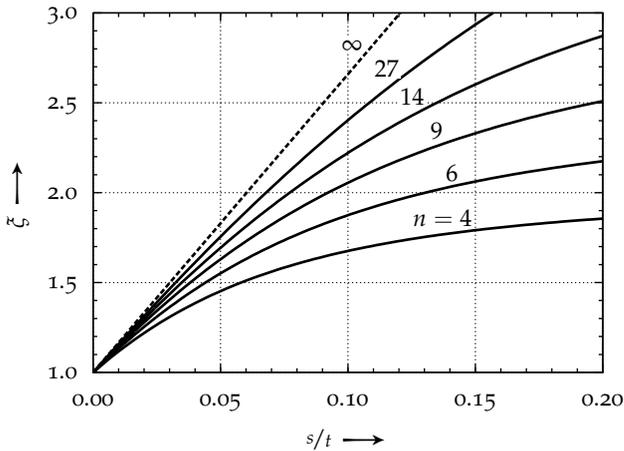
Wurden für ein Labyrinthblech Kontraktionszahl μ und Reibungszahl φ bestimmt, so kann mittels [Gleichung 2.31](#) die Durchflusszahl α ermittelt werden. Damit ergibt sich der Leckagemassenstrom durch eine Labyrinthdichtung mit n Labyrinthblechen zu

$$\dot{m} = \alpha A_{Sp} \psi_n \sqrt{\frac{p_0}{v_0}}. \quad (2.42)$$

2.3.4 Überströmfaktor

Die zuvor angegebene [Gleichung 2.42](#) darf *nicht* für Durchblicklabyrinth verwendet werden. Das liegt daran, dass bei Durchblicklabyrinth nur auf einer Seite (meist der Seite des Rotors) Labyrinthbleche vorhanden sind und dadurch Stromlinien entstehen, die auf geradem Wege über die Spitzen der Labyrinthbleche hinweggehen, ohne in die Wirbelkammern der Dichtung einzutreten; sie überströmen die Wirbelkammern. Da die kinetische Energie der Strömung jedoch hauptsächlich durch die Verwirbelungen in den Wirbelkammern vermindert wird, wird beim Überströmen ein großer Teil der kinetischen Energie ungehindert weitertransportiert, was die Dichtwirkung eines Durchblicklabyrinth erheblich verschlechtert.

Das Überströmen in einem Durchblicklabyrinth wird mit einem Überströmfaktor ζ berücksichtigt, der in der englischsprachigen Literatur als *Carry-Over*

Abbildung 2.11: Überströmfaktor ζ nach Egli [8]

Correction Factor bezeichnet wird. Damit lässt sich der Leckagemassenstrom durch ein Durchblicklabyrinth folgendermaßen berechnen

$$\dot{m} = \zeta \alpha A_{Sp} \psi_n \sqrt{\frac{p_0}{v_0}}. \quad (2.43)$$

Der Überströmfaktor ζ kann nur experimentell verlässlich bestimmt werden und ist im Wesentlichen eine Funktion der Anzahl der Labyrinthbleche n sowie des Verhältnisses der Spaltweite s zur Teilung t des Labyrinths

$$\zeta = \zeta(s/t, n). \quad (2.44)$$

Abbildung 2.11 zeigt die von Egli [8] ermittelten Verläufe des Überström-faktors ζ .

Die in diesem Kapitel dargestellten Formeln, im Speziellen die Berechnungsformeln nach Stodola und Egli sowie die Berechnung der Druckverteilung in den Wirbeln, werden in Kapitel 4 und Kapitel 5 für Vergleiche mit den CFD-Ergebnissen herangezogen. Vor der Auswertung dieser Ergebnisse wird im folgend Kapitel noch auf die Modellbildung für die CFD-Berechnung eingegangen.

3 Modellbildung für die CFD-Berechnung

If I had eight hours to chop down a tree, I'd spend six hours sharpening my ax ...

Abraham Lincoln

Ein in dieser Arbeit untersuchtes Modell einer Labyrinthdichtung ist in [Abbildung 3.1](#) dargestellt. Es ist ein Volllabyrinth mit elf Labyrinthblechen, von denen sechs Bleche am Rotor und fünf im Gehäuse angebracht sind. Des Weiteren wurde ein Durchblicklabyrinth untersucht, für welches die Labyrinthbleche im Gehäuse entfernt wurden, das ansonsten aber die gleichen Abmessungen wie das Volllabyrinth hat.

Die Abmessungen der CFD-Modelle entsprechen exakt denen eines vorhandenen Labyrinthdichtungsprüfstands, sodass eine gute Vergleichbarkeit von Messungen und Berechnungsergebnissen gegeben ist.

Um die Auswirkungen unterschiedlicher exzentrischer Lagen des Rotors untersuchen zu können, kann der Rotor sowohl achsparallel ausgelenkt werden (Parameter e) als auch schiefgestellt werden (Parameter φ).

[Abbildung 3.2](#) zeigt einen vergrößerten Querschnitt durch das Modell eines Volllabyrinths und in [Tabelle 3.1](#) sind die Abmessungen dieser Labyrinthdichtung angegeben.

Befindet sich der Rotor in seiner Grundstellung, das heißt, ist der Rotor weder translatorisch noch rotatorisch ausgelenkt, so ergibt sich eine Spaltweite s zwischen der Oberkante eines Labyrinthblechs und dem Gehäuse beziehungsweise dem Rotor von 1 mm. In der Grundstellung ist diese Spaltweite über den gesamten Umfang konstant und für alle Labyrinthbleche gleich groß.

3 Modellbildung für die CFD-Berechnung

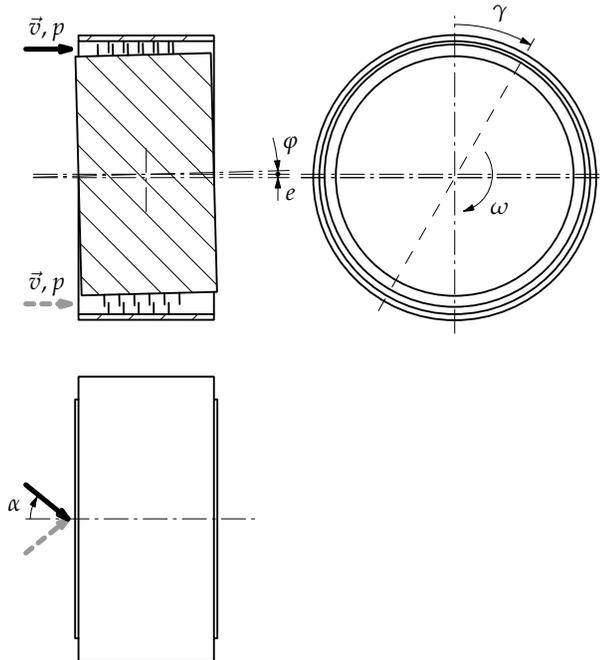


Abbildung 3.1: Modell

Wird der Rotor jedoch ausgelenkt, so ist die Spaltweite nicht mehr konstant über dem Umfang und bei einer Schiefstellung des Rotors sogar für jedes Labyrinthblech individuell verschieden.

So ergibt sich bei der maximalen, untersuchten Auslenkung des Rotors ($e = 0.6 \text{ mm}$ und $\varphi = 0.5^\circ$) eine minimale Spaltweite von 0.231 mm und eine maximale Spaltweite von 1.78 mm .

Zusätzlich zu diesen geometrischen Parametern, die die Lage des Rotors bestimmen, wurden bei der Untersuchung des Modells noch folgende Betriebsparameter variiert: Der Druck p am Eintritt des Labyrinths, die Drehzahl n des Rotors und der Winkel α der Zuströmung. Die Bereiche, innerhalb derer diese Parameter variiert wurden, sind in [Tabelle 3.2](#) angegeben.

Für die CFD-Berechnungen wurden 3D-Modelle mit $1\,833\,600$ Hexaeder-Elementen erstellt, wobei über den Umfang 240 Elemente verteilt sind. Somit entfallen auf einen Meridianschnitt 2×7640 Elemente. Für das Volllabyrinth und das Durchblicklabyrinth wurden jeweils 42 Modelle mit unterschiedlich großen Auslenkungen des Rotors erstellt. Die parallele Auslenkung e des Rotors wurde in sieben Positionen variiert und die Schiefstellung φ des Rotors

Tabelle 3.1: Geometrische Abmessungen der Labyrinthdichtung

Teilung	t	8 mm	Gesamtlänge	
Blechhöhe	h	5 mm	der Dichtung	l 85 mm
Blechstärke	b	0.3 mm	Einlauflänge	l_{in} 15 mm
Wellenradius	r	150 mm	Austrittslänge	l_{out} 30 mm
Gehäuseradius	R	156 mm		

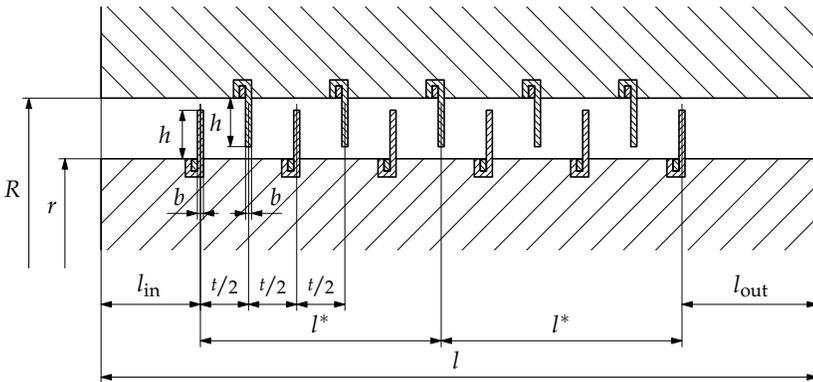


Abbildung 3.2: Querschnitt durch das Vollabyrinth

Tabelle 3.2: Variation der Randbedingungen

Geometrische Parameter:		
Achsparallele Auslenkung	e	0.0 mm bis 0.6 mm
Rotatorische Auslenkung	φ	0.0° bis 0.5°
Betriebsparameter:		
Eintrittsdruck	p	120 kPa bis 280 kPa
Drehzahl	n	0 min ⁻¹ bis 6000 min ⁻¹
Winkel der Zuströmung	α	-60° bis 60°

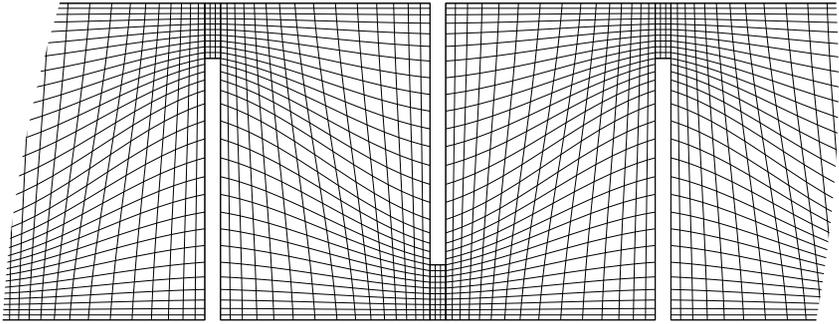


Abbildung 3.3: Meridianschnitt durch das Netz des Volllabyrinths

in sechs Positionen. Das ergibt 6×7 Modelle für alle Kombinationen von e und φ .

Um den Leckagemassenstrom einer Labyrinthdichtung ermitteln zu können, muss die Geschwindigkeitsverteilung in den sehr kleinen Labyrinthspalten ausreichend genau berechnet werden können. Das Netz muss daher in den Spalten und deren unmittelbarer Umgebung sehr fein sein. Die Labyrinthspalte sind mit jeweils 3 Elementen in axialer Richtung und 10 Elementen in radialer Richtung vernetzt; die Wirbelkammern mit jeweils 15 Elementen in axialer Richtung und 30 Elementen in radialer Richtung. [Abbildung 3.3](#) zeigt einen Ausschnitt des Netzes für das Volllabyrinth.

Das Durchblicklabyrinth entspricht von der Geometrie her dem Volllabyrinth mit entfernten Statorblechen. Die Vernetzung ist ähnlich der des Volllabyrinths. In axialer Richtung sind jetzt je Wirbelkammer jedoch 30 Elemente angeordnet.

Die in dieser Arbeit dokumentierten Ergebnisse umfassen ausschließlich stationäre Berechnungen, die mit einem impliziten *Segregated Solver*-Algorithmus berechnet wurden. Als Turbulenzmodell wurde ein RNG k - ε Modell mit erweiterten Wandfunktionen eingesetzt. Als Fluid wurde entsprechend der Versuche am Labyrinthdichtungsprüfstand Luft gewählt. Die Luft wurde als ideales Gas mit konstanter Viskosität η und konstanter Wärmekapazität c_p modelliert.

Die Impulsgleichungen und die Energiegleichung wurden mit einem MUSCL-Verfahren 3. Ordnung diskretisiert. Dies war notwendig, da in der Nähe der Labyrinthspalte die Gradienten fast aller Strömungsgrößen, im Speziellen die Gradienten normal zur Strömungsrichtung, so groß werden können, dass sie durch Algorithmen niedrigerer Ordnung nur noch stark abgeflacht und damit nicht mehr ausreichend korrekt wiedergegeben werden

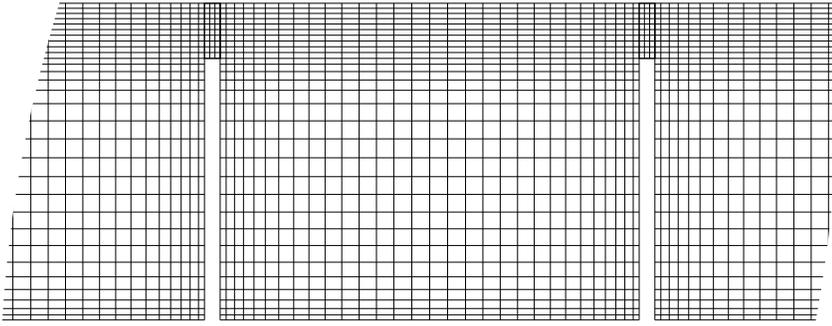


Abbildung 3.4: Meridianschnitt durch das Netz des Durchblicklabyrinths

können. Dieses Abflachen der Gradienten normal zur Strömungsrichtung entspricht dem eines diffusiven Vorgangs, weshalb dieser Effekt auch *numerische Diffusion* genannt wird. Mit Hilfe des MUSCL-Verfahrens 3. Ordnung ist es möglich, die numerische Diffusion etwas zu unterdrücken.

Auch die Gleichungen für die turbulente kinetische Energie k und die Gleichung für die Rate der turbulenten Dissipation ε wurden mit einem MUSCL-Verfahren 3. Ordnung diskretisiert. Der Druck wurde mit einem Algorithmus 2. Ordnung interpoliert.

Als Randbedingungen wurden am Eintritt der Totaldruck und der Winkel der Zuströmung vorgegeben, die beide variiert wurden, sowie eine turbulente Intensität von 10% und eine Temperatur von 298 K. Am Austritt wurde als Randbedingung ein statischer Druck von 101 325 Pa vorgegeben. Die begrenzenden Wände wurden als adiabate Wände modelliert und der Wand des Rotors wurde zusätzlich eine der Drehung der Welle entsprechende Umfangsgeschwindigkeit aufgeprägt.

Als Anfangsbedingung musste eine lineare Druckverteilung zwischen Ein- und Austritt vorgegeben werden. Nur damit ließen sich viele Rechnungen überhaupt erst starten. Ein konstanter Druck über das gesamte Rechengebiet dagegen führte als Anfangsbedingung meist sehr schnell zu einem divergierenden Verhalten der Algorithmen. Aus dem gleichen Grund musste auch die maximal zulässige Temperatur im gesamten Rechengebiet auf 500 K beschränkt werden. Ohne diese Begrenzung steigt die Temperatur in der Nähe der Labyrinthspalte während der allerersten Iterationen schnell auf einige Tausend Kelvin an, was in Folge meist zu einem Abbruch auf Grund eines Überlaufs einer Variablen führt.

3.1 Auswahl des Turbulenzmodells

CFD-Programme bieten heutzutage eine Vielzahl an Turbulenzmodellen an und es ist nicht immer einfach, ein für den jeweiligen Anwendungsfall geeignetes zu finden, da das verwendete Turbulenzmodell einen ganz entscheidenden Einfluss auf die Genauigkeit der CFD-Rechnung hat.

Eine bewährte Methode zur Auswahl eines geeigneten Turbulenzmodells ist immer noch der Vergleich einer CFD-Rechnung mit Messergebnissen. Für die in dieser Arbeit zu untersuchenden Labyrinthdichtungen wurden Testrechnungen mit Parameterkonstellationen durchgeführt, für die bereits Messergebnisse von Leeb [17] zur Verfügung standen. Folgende Turbulenzmodelle wurden untersucht: Das Standard k - ε Modell und das RNG k - ε Modell, beide mit klassischer Wandfunktion als auch mit erweiterter Wandfunktion, sowie das SST k - ω Modell. Dabei hat sich gezeigt, dass die besten Übereinstimmungen mit den Messungen mit dem RNG k - ε Modell mit erweiterter Wandfunktion erzielt wurden.

3.1.1 Das RNG k - ε Turbulenzmodell

Unter den k - ε Turbulenzmodellen ist das Standard k - ε Modell das geschichtlich gesehen älteste Turbulenzmodell. Robustheit und Effizienz haben zu einer starken Verbreitung dieses Turbulenzmodells in den Ingenieurwissenschaften geführt.

Alle k - ε Turbulenzmodelle modellieren die Transportgleichungen für die turbulente kinetische Energie k und die turbulente Dissipationsrate ε . Die Konstanten dieser Transportgleichungen wurden für das Standard k - ε Modell auf Grund von Messungen empirisch bestimmt. Da verschiedene Forscher unterschiedliche Messergebnisse herangezogen haben, zum Teil um spezielle Anforderungen wie zum Beispiel für niedrige Re -Zahlen oder für hohe Kompressibilität besser abbilden zu können, sind heute k - ε Modelle mit unterschiedlichen Konstanten bekannt: Das Launder-Sharma Modell, bekannt als das eigentliche Standard k - ε Modell, das Jones-Launder Modell, das Lam-Bremhorst Modell, das Chien-Modell, etc. Die Unterschiede dieser genannten k - ε Turbulenzmodelle, die alle auf empirischen Messdaten aufbauen, sind in Wilcox [36] ausführlich beschrieben und unterscheiden sich meist nur in den Konstanten der Transportgleichungen. Die empirische Willkür bei der Ermittlung der Konstanten lässt bereits vermuten, dass der Gültigkeitsbereich mancher k - ε Turbulenzmodelle zum Teil stark eingeschränkt ist.

Einen anderen Ansatz zur Ermittlung der Transportgleichungen für die turbulente kinetische Energie k und die turbulente Dissipationsrate ε versucht

das RNG k - ε Modell. Es basiert auf einem mathematischen Ansatz, bei dem die Konstanten der Transportgleichungen mit Hilfe der *Theorie der Renormierungsgruppe* (RNG) abgeleitet werden. Im Unterschied zum Standard k - ε Modell hat das RNG k - ε Modell geringfügig andere Konstanten in den k - und ε -Transportgleichungen sowie einen zusätzlichen nicht-linearen Term in der ε -Transportgleichung, der bei kleinen Schubspannungen fast keinen Einfluss hat, bei größeren Schubspannungen jedoch zu einer geringeren turbulenten Viskosität führt und im Vergleich zum Standard k - ε Modell zu einer geringeren numerischen Diffusion.

Kenneth Wilson, der die *Theorie der Renormierungsgruppe* für seine mit dem Physik-Nobelpreis gekrönten Arbeit über kritische Phänomene bei der Phasenumwandlung entscheidend weiterentwickelt hat, beschreibt die *Theorie der Renormierungsgruppe* mit folgenden Worten:

The renormalization group is one of the fundamental approaches to tackling the problem of what to do when you cannot make your grid small enough to use the fundamental equation. How do you increase the grid spacing beyond the level of a straight numerical approach, yet preserve all of the reliability that working from a fundamental equation can give you?

Nach ersten Studien von Forster et al. [12] waren Steven Orszag und Victor Yakhot die ersten, die diese ursprünglich für die Feldtheorie entwickelte *Theorie der Renormierungsgruppe* zur Entwicklung eines Turbulenzmodells einsetzen, das heute unter dem Namen RNG k - ε Turbulenzmodell bekannt ist.

In zahlreichen Untersuchungen haben Orszag und Yakhot [24] ihr RNG k - ε Modell sowohl mit dem Standard k - ε Modell verglichen als auch mit Messungen aus Versuchen. Dabei hat sich gezeigt, dass die Ergebnisse von Standard k - ε Modell und RNG k - ε Modell sich vor allem dort stark unterscheiden, wo Strömungsablösungen auftreten. Anhand von einfachen Geometrien wie einer angeströmten stumpfen Platte, einem Rohrknien oder einer konvergent-divergenten Düse sowie eines von der Geometrie und der Strömung her etwas komplexeren Ventilsitzes, hat sich gezeigt, dass das Standard k - ε Modell Strömungsablösungen und die dadurch entstehenden Wirbel nur sehr unzureichend abbildet; manchmal gar komplett unterdrückt. Das RNG k - ε Modell dagegen ist in sehr guter Übereinstimmung mit Messergebnissen in der Lage, den Ort der Strömungsablösung sowie die Größe der abgelösten Wirbel wesentlich exakter abzubilden als das Standard k - ε Modell.

Auch Papageorgakis und Assanis [26] haben gezeigt, dass das Wirbelgebiet hinter einer sprunghaften Erweiterung des Strömungskanals vom RNG k - ε Modell realistischer abgebildet wird als vom Standard k - ε Modell, dessen

starker dissipativer Charakter dazu führt, dass Wirbelgebiete zu klein und der Ort einer Strömungsablösung zu ungenau abgebildet werden

Bei nicht-ablösenden Strömungen dagegen, wie sie zum Beispiel meist bei Schaufelprofilen auftreten, weisen das Standard $k-\varepsilon$ Modell und das RNG $k-\varepsilon$ Modell nur geringfügige Unterschiede in den Ergebnissen auf; beide in guter Übereinstimmung mit Messergebnissen.

Die anfängliche Beschränkung von CFD-Berechnungen auf solche nicht-ablösende Strömungen mag mit ein Grund sein, warum das Standard $k-\varepsilon$ Turbulenzmodell so stark verbreitet ist.

Auf Grund der genannten Untersuchungen von Orszag und Yakhot [24] und Papageorgakis und Assanis [26] ist verständlich, warum das Standard $k-\varepsilon$ Modell für Labyrinthdichtungen aller Art nicht geeignet ist. Die großen, sprunghaften Querschnittserweiterungen und die starken Verwirbelungen in Labyrinthdichtungen führen dazu, dass das RNG $k-\varepsilon$ Modell besser geeignet ist als das Standard $k-\varepsilon$ Modell. Dies belegten auch anfangs durchgeführte Testrechnungen mit beiden Turbulenzmodellen. Das RNG $k-\varepsilon$ Modell führte immer zu besseren Übereinstimmungen mit vorhanden Messergebnissen als das Standard $k-\varepsilon$ Modell.

3.1.2 Die Wandfunktionen

Neben der Wahl des eigentlichen Turbulenzmodells ist die Wahl geeigneter Wandfunktionen ein weiterer, sehr wichtiger Punkt bei der Berechnung turbulenter Strömungen.

Während Turbulenzmodelle wie das $k-\omega$ Modell auf das gesamte Strömungsgebiet, insbesondere auch auf Gebiete in Wandnähe, angewendet werden können, liefern $k-\varepsilon$ Turbulenzmodelle in Wandnähe keine korrekten Ergebnisse. Das liegt daran, dass $k-\varepsilon$ Turbulenzmodelle für hohe Re -Zahlen und kleine viskose Spannungen entwickelt wurden. In der Nähe von Wänden sind die Re -Zahlen, gebildet mit dem Durchmesser der Zelle, jedoch klein und die viskosen Spannungen gegenüber den Reynolds-Spannungen nicht mehr vernachlässigbar. In diesen wandnahen Bereichen werden daher empirisch gefundene Wandfunktionen eingesetzt, die die Strömungsgeschwindigkeit als Funktion des Wandabstand wiedergeben.

Eine turbulente Grenzschicht kann in einen inneren und einen äußeren Bereich unterteilt werden. Wird die Grenzschicht gestört, zum Beispiel durch einen Stolperdraht, so nimmt der innere Bereich wesentlich schneller sein „normales“ Geschwindigkeitsprofil wieder ein als der äußere Bereich. Dieser innere Bereich, der etwa 10%–20% der Grenzschichtdicke einnimmt, kann wiederum in drei Bereiche untergliedert werden: die viskose Wandschicht

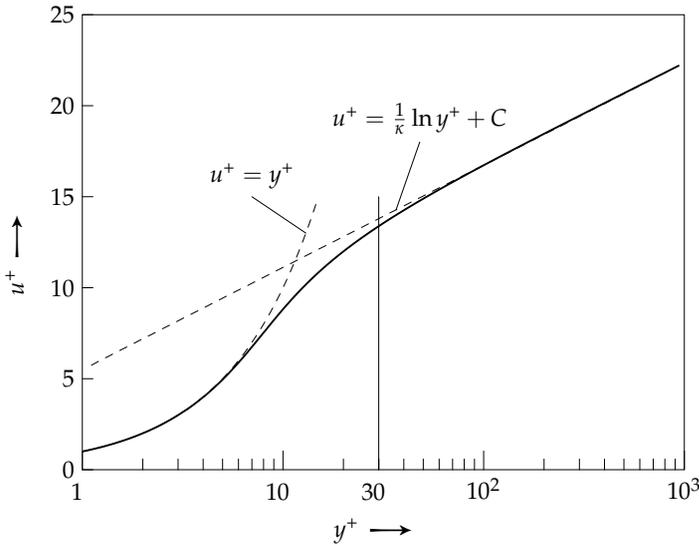


Abbildung 3.5: Geschwindigkeitsprofil in einer turbulenten Grenzschicht

(auch Unterschicht genannt), die Überlappungsschicht und die voll-turbulente Kernschicht.

In der viskosen Wandschicht sind die viskosen Spannungen größer als die Reynolds-Spannungen ($-\rho \overline{u'_i u'_j}$), da die turbulenten Fluktuationen nahe der Wand gegen Null gehen. Genau umgekehrt ist es in der voll-turbulenten Kernschicht, wo die Reynolds-Spannungen die viskosen Spannungen überwiegen. In der dazwischenliegenden Überlappungsschicht sind viskose Spannungen und Reynolds-Spannungen von gleicher Größenordnung.

Abbildung 3.5 zeigt das Geschwindigkeitsprofil nahe einer Wand. Hier ist y^+ der dimensionslose Wandabstand und u^+ die dimensionslose Geschwindigkeit. Mit der Wandschubspannung τ_W und der Schubspannungsgeschwindigkeit u_τ ,

$$u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_W}{\rho}}, \quad (3.1)$$

ergibt sich der dimensionslose Wandabstand y^+ zu

$$y^+ = \frac{u_\tau y}{\nu}. \quad (3.2)$$

Die dimensionslose Geschwindigkeit u^+ ist definiert als

$$u^+ = \frac{c}{u_\tau} . \quad (3.3)$$

In der viskosen Unterschicht besteht ein linearer Zusammenhang zwischen u^+ und y^+ ,

$$u^+ = y^+ , \quad (3.4)$$

während in der voll-turbulenten Kernschicht das logarithmische Wandgesetz

$$u^+ = \frac{1}{\kappa} \ln y^+ + C \quad (3.5)$$

gilt.

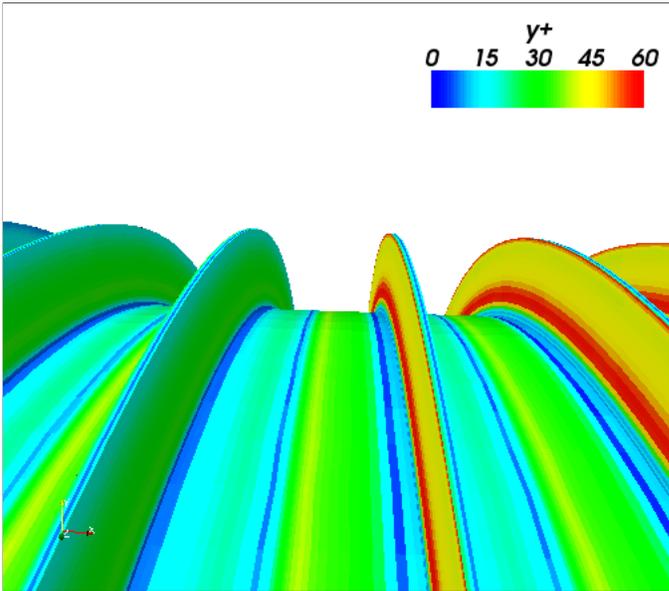
Für k - ε Turbulenzmodelle sind in CFD-Programmen bislang vor allem zwei Möglichkeiten vorgesehen, um die Strömungsgeschwindigkeit in Wandnähe zu berechnen: die klassische Wandfunktion und die erweiterten Wandfunktionen.

Die klassische Wandfunktion verwendet ausschließlich das logarithmische Wandgesetz, [Gleichung 3.5](#), zur Berechnung der Strömungsgeschwindigkeit. Wie in [Abbildung 3.5](#) ersichtlich, kann das logarithmische Wandgesetz jedoch erst ab $y^+ > 30$ zuverlässig eingesetzt werden. Das bedeutet, dass bei Verwendung der klassischen Wandfunktion für die Zellenmittelpunkte der wandnahen Zellen $y^+ > 30$ gelten muss. Diese Bedingung kann jedoch insbesondere bei Labyrinthdichtungen nicht immer erfüllt werden. In [Abbildung 3.6](#) sind die y^+ Werte für einen Teil des Rotors eines Vollabyrinths dargestellt. Die Berechnung wurde dabei mit einem Netz nach [Abbildung 3.3](#) durchgeführt.

Man sieht, dass auf den Spitzen der Labyrinthbleche des Rotors sowie an den Stellen, die den Labyrinthblechen des Stators gegenüber liegen, die y^+ Werte kleiner als 10 sind. Die wandnahen Zellen liegen damit im Bereich der viskosen Unterschicht und können daher mit einfachen Wandfunktionen nicht mehr ausreichend erfasst werden.

Ein gröberes Netz, speziell im Bereich der kleinen Labyrinthspalten, würde zwar prinzipiell zu größeren y^+ Werten führen. Wollte man die wandnahen Zellen jedoch so groß machen, dass $y^+ > 30$ wäre, so würden sich über der Spaltweite nicht mehr als drei bis vier Zellen ausgehen. Drei bis vier Zellen sind jedoch bei Weitem zu wenig, um exakte Geschwindigkeitsprofile in den Labyrinthspalten zu erhalten, was unbedingt notwendig ist, um den Massenstrom im Labyrinthspalt und damit den Leckagemassenstrom einer Labyrinthdichtung ausreichend genau berechnen zu können.

Das für diese Arbeit verwendete Netz (siehe [Abbildung 3.3](#)) hat 10 Zellen über der Spaltweite angeordnet. Da sich bei dieser Vernetzung y^+ -Werte

Abbildung 3.6: y^+ -Werte

kleiner als 10 ergeben, darf die klassische Wandfunktion nicht mehr verwendet werden; stattdessen müssen erweiterte Wandfunktionen eingesetzt werden.

Im Gegensatz zur klassischen Wandfunktion, die zur Berechnung der Strömungsgeschwindigkeit nur das logarithmische Wandgesetz, Gleichung 3.5, verwendet, wird bei erweiterten Wandfunktionen auch die Abhängigkeit der Strömungsgeschwindigkeit in der viskosen Unterschicht, Gleichung 3.4, beachtet. Zusätzlich wird noch der Überlappungsbereich, $8 < y^+ < 30$, geeignet modelliert. Dies kann entweder durch passende Überblendfunktionen erreicht werden, zum Beispiel nach [11]

$$u^+ = e^{\Gamma} \cdot u_{\text{lam}}^+ + e^{\frac{1}{\Gamma}} \cdot u_{\text{turb}}^+, \quad (3.6)$$

mit u_{lam}^+ aus Gleichung 3.4 und u_{turb}^+ aus Gleichung 3.5, oder durch Reihenentwicklungen, zum Beispiel nach [21]

$$y^+ = u^+ + \frac{1}{E} \left[e^{\kappa u^+} - \left(1 + \kappa u^+ + \frac{(\kappa u^+)^2}{2!} + \frac{(\kappa u^+)^3}{3!} + \dots \right) \right]. \quad (3.7)$$

In Abbildung 3.5 ist der Verlauf von Gleichung 3.7 für $\kappa = 0.4$ und $E = 9.3$ dargestellt.

Mit erweiterten Wandfunktionen ist es somit zulässig, die wandnahen Zellen so klein zu machen, dass sie komplett in der viskosen Unterschicht liegen. Da in den kleinen Labyrinthspalten, die maßgeblich an der Bestimmung des Leckagemassenstroms beteiligt sind, die wandnahen Zellen fast immer in der viskosen Unterschicht liegen, ist die erweiterte Wandfunktion für eine genaue Berechnung dringend notwendig. Bei ausschließlicher Verwendung der klassischen Wandfunktion würden auch die Strömungsgeschwindigkeiten in der viskosen Unterschicht mit Hilfe des logarithmischen Wandgesetzes berechnet werden, was zu unzulässig hohen Strömungsgeschwindigkeiten führte, wie aus [Abbildung 3.5](#) ersichtlich wird.

Hölling und Herwig [16] haben für ebene Kanalströmungen anhand von Vergleichen von CFD-Berechnungen mit Messungen gezeigt, dass die klassische Wandfunktion für Strömungen mit sehr hohen Re -Zahlen (gezeigt für $Re = 400\,000$) immer dann eine gute Wahl ist, wenn die Bedingung $y^+ > 30$ eingehalten werden kann; für Strömungen mit kleineren Re -Zahlen (gezeigt für $Re = 9\,172$) oder bei Verwendung von feinen Netzen die Fehler jedoch unzulässig groß werden. Bei der Berechnung des Reibungsbeiwertes λ traten mit der klassischen Wandfunktion Fehler von bis zu 109% auf. Mit erweiterten Wandfunktionen konnte der Fehler in diesem Fall auf 11% reduziert werden. Der Einsatz erweiterter Wandfunktionen ist daher in den meisten Fällen sehr zu empfehlen.

Leider ist der Einsatz der klassischen Wandfunktion immer noch sehr stark verbreitet. Das mag daran liegen, dass viele CFD-Programme in den Anfangsjahren nur die klassische Wandfunktion implementiert hatten und erst viel später auch erweiterte Wandfunktionen anboten. Dennoch ist es sehr verwunderlich, dass bis heute in fast allen veröffentlichten Arbeiten über Labyrinthdichtungen die CFD-Berechnungen mit der klassischen Wandfunktion durchgeführt wurden.

Ähnlich verhält es sich mit dem Standard k - ϵ Modell, das auch bei der numerischen Simulation von Labyrinthdichtungen immer noch stark verbreitet ist. Nur sehr vereinzelt kann man in Veröffentlichungen von der Verwendung anderer Turbulenzmodelle lesen.

3.2 Derzeitige Entwicklung in veröffentlichter Literatur

In letzter Zeit werden vermehrt CFD-Berechnungen zur Untersuchung von Labyrinthdichtungen eingesetzt. Dabei stellt das Standard k - ϵ Modell mit klassischen Wandfunktionen nach wie vor das am häufigsten verwendete Tur-

Tabelle 3.3: Modellbildung in veröffentlichter Literatur

Autor	Modell	Zellenzahl in 1000	Turbulenzmodell
Schramm et al. [27]	2D	10	Std. k - ε , klass. Wandf.
Vakili et al. [33]	2D/AX ^a	45	Std. k - ε , klass. Wandf.
Vakili et al. [34]	2D	60	Std. k - ω
Paolillo et al. [25]	AX ^a	100	Std. k - ε , erweit. Wandf.
Dong-Chun et al. [7]	AX ^a	33	Std. k - ε , klass. Wandf.
Chougule et al. [2]	3D-Keil	260	SST k - ω
Li et al. [18]	3D-Keil	2200	Std. k - ε , klass. Wandf.
Collins et al. [3]	3D	440 – 800	Std. k - ε , klass. Wandf.
Hirano et al. [15]	3D	760	Std. k - ε , erweit. Wandf.

^a axialsymmetrisches 2D-Modell

bulenzmodell für die Modellierung von Labyrinthdichtungen dar. [Tabelle 3.3](#) gibt einen aktuellen Überblick über die in der Literatur verwendeten Modelle (zweidimensional, dreidimensional, axialsymmetrisch), die Größe der Modelle (Anzahl der Zellen) und die eingesetzten Turbulenzmodelle.

Schramm et al. [27] untersuchten ein Stufenlabyrinth mit drei Labyrinthblechen und erstellten hierfür ein zweidimensionales Modell mit 10 000 Zellen. Untersuchungen mit feineren Netzen zeigten Abweichungen des C_D -Werts von maximal 2%, weshalb ein Netz mit 10 000 Zellen als ausreichend angesehen wurde. Für die Modellierung der Turbulenz wurde das Standard k - ε Modell mit klassischen Wandfunktionen verwendet, wobei für Zellen mit $y^+ < 30$ eine nicht genauer dokumentierte Näherung eines kommerziellen CFD-Programms für den viskosen Bereich zur Anwendung kam. Das Ziel der Arbeit war es, die Geometrie der Labyrinthdichtung durch axiale Verschiebung des Rotors und Variation der Stufenlänge zu optimieren.

Vakili und Meganathan [33] untersuchten den Einfluss des Druckverhältnisses auf das Durchflussverhalten von Labyrinthdichtungen unterschiedlicher Geometrien mit je 13 Labyrinthblechen und führten CFD-Berechnungen sowohl für zweidimensionale als auch für axialsymmetrische Modelle mit 41 000–45 000 Zellen durch. Auch sie verwendeten das Standard k - ε Turbulenzmodell mit klassischen Wandfunktionen. Sie erwähnen zwar, dass die meisten Wandzellen einen y^+ -Wert größer als 30 haben, dokumentieren jedoch nicht, an welchen Stellen y^+ -Werte kleiner als 30 auftreten. Es ist aber zu vermuten, dass gerade in der Nähe der kleinen Spalte über den Labyrinthblechen viele

Zellen mit $y^+ < 30$ vorhanden sind. Auch wenn die Anzahl der Wandzellen in diesen Bereichen klein ist im Vergleich zu den Wandzellen der gesamten Dichtung, so sind es doch gerade diese Bereiche, die das Durchflussverhalten einer Labyrinthdichtung maßgebend beeinflussen.

Der Einsatz von Labyrinthdichtungen mit gebogenen, nachgiebigen Labyrinthblechen, welche ein mögliches Streifen der Bleche am Rotor beziehungsweise am Stator besser überstehen sollen als gerade Labyrinthbleche, wurde von Vakili et al. [34] untersucht und baut auf der Arbeit von Vakili und Meganathan [33] auf. Sie erstellten dafür ein zweidimensionales Modell mit 60 000 Zellen und 13 beziehungsweise 17 Labyrinthblechen, verwendeten diesmal jedoch ein $k-\omega$ Turbulenzmodell nach Wilcox [36]. Die Impulsgleichungen wurden mit einem Second Order Upwind-Verfahren diskretisiert, die Energiegleichung sowie die Gleichungen für die turbulente kinetische Energie k und die spezifische turbulente Dissipationsrate ω mit einem First Order Upwind-Verfahren. Am Eintritt der Dichtung wurde die turbulente Intensität auf 10% festgelegt.

Paolillo et al. [25] untersuchten den Einfluss der Drehzahl des Rotors auf ein Stufenlabyrinth mit 4 Labyrinthblechen, wobei sie zusätzlich noch die Neigungen der Labyrinthbleche variierten. Sie erstellten ein axialsymmetrisches Modell und erreichten eine von der Feinheit des Netzes unabhängige Lösung mit einem Modell mit etwa 100 000 Zellen. Auf Grund dieses sehr feinen Netzes zeigte sich, dass bei Verwendung des Standard $k-\varepsilon$ Turbulenzmodells die y^+ -Werte der Wandzellen in der Nähe von 1 lagen und somit im viskosen Bereich der Grenzschicht lagen. Um auch diesen Bereich korrekt simulieren zu können, wurden daher erweiterte Wandfunktionen eingesetzt. Dies ist eine der wenigen Veröffentlichungen, die auf die sehr niedrigen y^+ -Werte beim Simulieren von Labyrinthdichtungen hinweist. Viele andere Veröffentlichungen drücken sich dagegen mit Aussagen wie »die meisten Zellen haben y^+ -Werte größer als 30« davor, genaue Angaben darüber zu machen, wie niedrig die y^+ -Werte tatsächlich sein können und vor allem, wo genau Bereiche mit Zellen niedriger y^+ -Werte liegen. Leider machen auch Paolillo et al. [25] keine Aussagen über den Ort dieser Bereiche.

Dong-Chun und Rhode [7] simulierten die Strömung in einem Stufenlabyrinth vom Typ *Honeycomb*. Ein Honeycomb-Labyrinth hat am Stator (gegenüber den Labyrinthblechen) weiche Honigwaben-artige Strukturen, die bei einem möglichen Streifen mit den Labyrinthblechen zuerst verschleifen und so die Labyrinthbleche nicht beschädigen. Die Autoren erstellten ein axialsymmetrisches, zweidimensionales Modell mit 33 000 Zellen und benutzten das Standard $k-\varepsilon$ Turbulenzmodell mit klassischen Wandfunktionen für ihre CFD-Berechnungen. Sie berichten von y^+ -Werten zwischen 12 und 90.

Chougule et al. [2] untersuchten ein Honeycomb-Durchblicklabyrinth und modellierten dafür einen dreidimensionalen, keilförmigen Ausschnitt (Kreisringsegment) mit periodischen Randbedingungen. Dieses Modell ist in der Lage, die Geometrie der dreidimensionalen Honigwaben exakt wiederzugeben, während in dem von Dong-Chun und Rhode [7] erstellten zweidimensionalen, axialsymmetrischen Modell diese Information verloren geht. Das Modell von Chougule et al. besteht aus 260 000 Zellen und als Turbulenzmodell wählten sie das SST $k-\omega$ Modell. Sie berichten, dass die Abweichungen ihrer CFD-Berechnungen von den Messergebnissen mit kleiner werdenden Spaltweiten zunahmen.

Auch Li et al. [18] benutzten als Modell einen keilförmigen Ausschnitt mit periodischen Randbedingungen in Umfangsrichtung, um die Strömung in einem Durchblicklabyrinth mit 7 Labyrinthblechen beziehungsweise einem Nut-Kamm-Labyrinth mit 9 Labyrinthblechen zu simulieren. Ihr Modell hatte 2 200 000 Zellen und als Turbulenzmodell wählten sie ein Standard $k-\varepsilon$ Modell mit klassischen Wandfunktionen; machen aber keine Aussagen über die sich ergebenden y^+ -Werte. Im Unterschied zu allen anderen Veröffentlichungen setzten sie die Viskosität der Luft nicht als Konstante an, sondern berechneten die Abhängigkeit der Viskosität von der Temperatur mit Hilfe des Gesetzes von Sutherland. Die Eintrittstemperatur der Luft hat 438°C und der Rotor dreht sich mit 3000 min^{-1} .

Collins et al. [3] erstellten ein 3D-Modell, das zwar nicht die komplette Dichtung abbildet, dafür jedoch 2 Wirbelkammern, die über den kompletten Umfang gehen. Der Eintritt sowie der Austritt des Modells fallen jeweils auf einen Labyrinthspalt. Auch hier wurde auf das Standard $k-\varepsilon$ Turbulenzmodell mit klassischen Wandfunktionen gesetzt und die Diskretisierung aller Gleichungen erfolgte nach dem Second Order Upwind-Verfahren. Die Arbeit beschäftigt sich mit Durchblicklabyrinthen vom Honeycomb-Typ und es wurden Berechnungen mit Modellen von 440 000 bis 800 000 Zellen durchgeführt.

Ein komplettes 3D-Modell einer vollständigen Labyrinthdichtung wurde von Hirano et al. [15] erstellt. Das Durchblicklabyrinth besteht aus 5 Labyrinthblechen mit einer Spaltweite von 0.29 mm und einem Rotordurchmesser von 274.8 mm . Das Modell hat 761 852 Zellen, das entspricht $2 \times 21\,162$ Zellen pro Meridianschnitt der Dichtung, und jeweils 36 Zellen in Umfangsrichtung. Die Zellen haben in den Wirbelkammern einen maximalen Querschnitt von $0.2\text{ mm} \times 0.2\text{ mm}$ und in den Spalten über den Labyrinthblechen einen durchschnittlichen Querschnitt von $0.02\text{ mm} \times 0.02\text{ mm}$, in Umfangsrichtung sind sie etwa 24 mm lang. Daraus ergibt sich ein Seitenverhältnis der Zellen von $1:1:120$ in den Wirbelkammern und von $1:1:1200$ in den Labyrinthspalten. Als

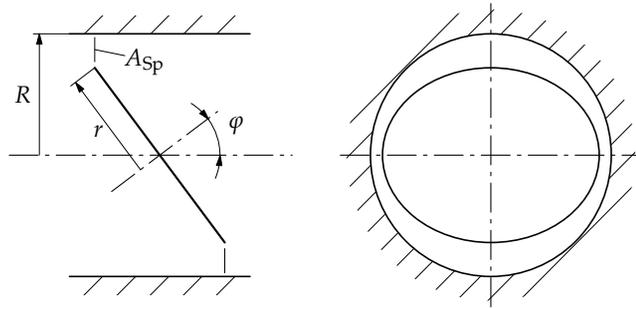


Abbildung 3.7: Spaltquerschnittsfläche A_{Sp} einer geneigten Platte

Turbulenzmodell wurde das Standard $k-\varepsilon$ Turbulenzmodell mit erweiterten Wandfunktionen eingesetzt.

3.3 Verwendete Größen

Im Folgenden werden die für die Darstellung der Ergebnisse verwendeten Größen beschrieben.

3.3.1 Massenstrom

Ein wichtiger Kennwert bei der Beurteilung von Labyrinthdichtungen ist der bereits mehrfach erwähnte C_D -Wert¹, der das Verhältnis des tatsächlich in einer Labyrinthdichtung auftretenden Massenstroms \dot{m} zum Massenstrom einer ideale Düse \dot{m}_{id} darstellt,

$$C_D = \frac{\dot{m}}{\dot{m}_{id}} . \quad (3.8)$$

Die Berechnung des Massenstroms durch eine ideale Düse wurde bereits in [Abschnitt 2.1 \(Strömung durch eine ideale Düse\)](#) behandelt. Mit Hilfe der [Gleichungen 2.11](#) und [2.12](#) und einer der Labyrinthdichtung äquivalenten Querschnittsfläche A_{Sp} kann der Referenzmassenstrom \dot{m}_{id} berechnet werden.

Für die Berechnung der Querschnittsfläche A_{Sp} soll zunächst ein Kanal mit einer geneigten Platte wie in [Abbildung 3.7](#) betrachtet werden. Der freibleibende Querschnitt ist hier nur von der Neigung φ dieser Platte selbst abhängig und unabhängig von einer beliebigen Verschiebung dieser Platte. Stellt man sich diese Platte als ein einzelnes Blech einer Labyrinthdichtung vor, so gilt

¹Die Bezeichnung C_D ist vom englischen Begriff *Discharge Coefficient* abgeleitet.

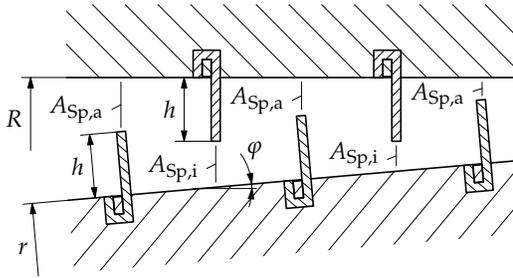


Abbildung 3.8: Innere und äußere Spaltquerschnittsflächen einer Labyrinthdichtung

auch hier, dass der freibleibende Querschnitt alleine von der Verdrehung φ des Rotors abhängt. Die freibleibende Querschnittsfläche beträgt

$$A_{Sp} = (R^2 - r^2 \cos \varphi) \pi. \quad (3.9)$$

Im Gegensatz zu einem einzelnen Blech enthält ein Vollabyrinth, wie es in [Abbildung 3.8](#) dargestellt ist, innere und äußere Spaltquerschnittsflächen. Alle inneren Spaltquerschnittsflächen $A_{Sp,i}$ sind gleich groß, da alle Bleche die gleiche Neigung aufweisen und die unterschiedliche translatorische Lage keinen Einfluss auf die freibleibende Querschnittsfläche hat. Genauso verhält es sich mit den äußeren Spaltquerschnitten $A_{Sp,a}$. Auch sie sind alle gleich groß.

Ein äußerer Spaltquerschnitt hat die Fläche

$$A_{Sp,a} = (R^2 - (r + h)^2 \cos \varphi) \pi, \quad (3.10)$$

ein innerer die Fläche

$$A_{Sp,i} = ((R - h)^2 - r^2 \cos \varphi) \pi. \quad (3.11)$$

Für ein Vollabyrinth mit sechs Blechen am Rotor und fünf am Stator ergibt sich damit eine mittlere Spaltquerschnittsfläche von

$$A_{Sp} = \frac{6A_{Sp,a} + 5A_{Sp,i}}{11}. \quad (3.12)$$

Diese Fläche wird als äquivalente Querschnittsfläche für die Berechnung des Massenstroms \dot{m}_{id} durch eine ideale Düse, [Gleichung 2.11](#), verwendet. Damit kann schließlich der C_D -Wert einer Labyrinthdichtung berechnet werden.

Für ein Durchblicklabyrinth gilt

$$A_{\text{Sp}} = A_{\text{Sp,a}}, \quad (3.13)$$

da nur am Rotor Bleche sitzen und somit nur äußere Spaltquerschnitte vorhanden sind.

3.3.2 Drücke

Das Druckverhältnis Π stellt das Verhältnis des statischen Drucks p_E am Eintritt der Labyrinthdichtung zum statischen Druck p_A am Austritt der Labyrinthdichtung dar:

$$\Pi = \frac{p_E}{p_A}. \quad (3.14)$$

Liu et al. [19] berichten, dass der Druck im Abdampfgehäuse großer Dampfturbinen nicht konstant ist. Über den Umfang des Rotors betrachtet, hat der Druck einen etwa sinusförmigen Verlauf. Misst man den Winkel γ wie in [Abbildung 3.1](#) dargestellt, so hat der Druckverlauf ein Maximum bei $\gamma = 0^\circ$ und ein Minimum bei $\gamma = 180^\circ$. Eine derart ungleichförmige Druckverteilung kann somit auch am Eintritt einer Labyrinthdichtung anliegen und ist

$$p(\gamma) = p_E + \Delta p \cdot \cos \gamma. \quad (3.15)$$

Wird die Druckamplitude Δp auf den Eintrittsdruck bezogen, so erhält man die dimensionslose Druckamplitude $\tilde{\Pi}$,

$$\tilde{\Pi} = \frac{\Delta p}{p_E}. \quad (3.16)$$

3.3.3 Geometrische Parameter

Die Lage des Rotors wird mit Hilfe der dimensionslosen Kennzahlen ε und σ festgelegt, die die translatorische und rotatorische Auslenkung des Rotors aus der Grundstellung wiedergeben. Die relative Exzentrizität ε gibt dabei die Exzentrizität e des Rotors, bezogen auf die Spaltweite s , wieder,

$$\varepsilon = \frac{e}{s}. \quad (3.17)$$

Die Spaltweite s ist der Abstand zwischen den Spitzen der Labyrinthbleche und der gegenüberliegenden Wand, der sich ergibt, wenn der Rotor sich in Grundstellung befindet, das heißt, wenn er *nicht* ausgelenkt wird:

$$s = R - r - h. \quad (3.18)$$

Die Schiefstellung des Rotors wird mit der dimensionslosen Kennzahl σ beschrieben,

$$\sigma = \frac{l^* \cdot \sin \varphi}{s}, \quad (3.19)$$

die die maximale Auslenkung $l^* \cdot \sin \varphi$ des ersten beziehungsweise letzten Labyrinthblechs auf die Spaltweite s bezieht, unter der Annahme, dass die dimensionslose Exzentrizität gleich Null ist. Die Länge l^* ist in [Abbildung 3.2](#) dargestellt.

3.3.4 Rotation und Zuströmung

Wird der Rotor mit der Drehzahl n angetrieben, so hat er eine Umfangsgeschwindigkeit von $U = r\omega$. Die mit dieser Umfangsgeschwindigkeit und dem Wellenradius gebildete Reynolds-Zahl Re_ϕ ist

$$Re_\phi = \frac{Ur}{\nu} = \frac{r^2\omega}{\nu} \quad (3.20)$$

und wird Umfangsreynoldszahl genannt.

Der Winkel der Zuströmung α am Eintritt der Labyrinthdichtung wird mit Hilfe der Kennzahl Y wiedergegeben, die das Verhältnis der Umfangsgeschwindigkeit $c_{u,E}$ zur Meridiangeschwindigkeit $c_{m,E}$, jeweils am Eintritt, darstellt,

$$Y = \tan \alpha = \frac{c_{u,E}}{c_{m,E}}. \quad (3.21)$$

3.3.5 Axialschub und Tangentialgeschwindigkeit

Die auf den Rotor wirkende Axialkraft F_{ax} wird mit einer fiktiven Kraft F_0

$$F_0 = \Delta p \cdot (R^2 - r^2)\pi \quad (3.22)$$

dimensionslos gemacht. Diese fiktive Kraft F_0 stellt eine Kraft dar, die sich bei einer Gesamtdruckdifferenz zwischen Eintritt und Austritt der Labyrinthdichtung, $\Delta p = p_E - p_A$, über der Kreisringfläche $(R^2 - r^2)\pi$ einstellen würde. Damit ergibt sich die dimensionslose Axialkraft C_F zu

$$C_F = \frac{F_{ax}}{\Delta p \cdot (R^2 - r^2)\pi}. \quad (3.23)$$

3 Modellbildung für die CFD-Berechnung

Der Verlauf der Tangentialgeschwindigkeit, entlang eines Meridianschnitts dargestellt, ist starken Schwankungen unterworfen. Um die Größe dieser Schwankungen zu dokumentieren, wird die Tangentialgeschwindigkeit c_u auf die Meridiangeschwindigkeit $c_{m,E}$ am Eintritt der Labyrinthdichtung bezogen. Es gilt

$$C_V = \frac{c_u}{c_{m,E}}. \quad (3.24)$$

4 Volllabyrinth: Ergebnisse und Auswertung

Tell me and I'll forget. Show me and I may remember. Involve me and I'll understand.

Chinesisches Sprichwort

In diesem Kapitel werden die Ergebnisse der CFD-Berechnungen für das Volllabyrinth dokumentiert und in [Kapitel 5 \(Durchblicklabyrinth: Ergebnisse und Auswertung\)](#) die Ergebnisse für das Durchblicklabyrinth.

Das untersuchte Volllabyrinth ist in [Abbildung 3.1](#) dargestellt und seine Abmessungen sind in [Tabelle 3.1](#) zusammengefasst. Eine vergrößerte Darstellung des Strömungsquerschnitts ist in [Abbildung 3.2](#) zu finden. Das Volllabyrinth besteht aus zehn Wirbelkammern mit insgesamt elf Labyrinthblechen, von denen fünf Labyrinthbleche am Gehäuse angebracht sind und sechs am Rotor. Der Drehpunkt für die Schiefstellung φ des Rotors liegt auf der Drehachse des Rotors und die axiale Koordinate des Drehpunktes entspricht der des sechsten Labyrinthblechs. Der Drehpunkt liegt daher genau in der Mitte zwischen dem ersten und dem letzten – dem elften – Labyrinthblech.

4.1 Allgemeines

Die Strömung durch ein Labyrinth bildet in jeder Wirbelkammer ein oder mehrere Wirbel aus. Bei den in dieser Arbeit behandelten Labyrinthdichtungen entsteht immer nur ein einzelner, großer Hauptwirbel pro Wirbelkammer. Bei gestuften Labyrinthdichtungen können sich jedoch auch zwei Hauptwirbel pro Wir-

belkammer bilden, wie dies zum Beispiel bei den von Vakili und Meganathan [33] untersuchten Labyrinth der Fall ist. Zusätzlich zu den großen, dominierenden Hauptwirbeln entstehen in den Ecken zwischen Labyrinthblechen und Gehäuse beziehungsweise Rotor noch kleine Eckenwirbel. Diese Eckenwirbel werden von CFD-Berechnungen aufgrund ihrer oft sehr kleinen Größe und des, relativ zu ihrer Größe, ziemlich groben Netzes oft nur unzureichend abgebildet. Dennoch sind sie meist zu erkennen, wie die nachfolgenden Bilder zeigen werden.

Abbildung 4.1 zeigt das Strömungsfeld in einem Meridianschnitt¹ mit $\gamma = 0^\circ$ durch ein Volllabyrinth mit einem Gesamtdruckverhältnis von $\Pi = 1.57$. Die eingezeichneten Vektoren stellen die Strömungsgeschwindigkeit in der Meridianebene,

$$c_m \cdot \vec{e}_m + c_r \cdot \vec{e}_r, \quad (4.1)$$

dar, während die Farben den Betrag der absoluten Geschwindigkeit,

$$|\vec{c}| = \sqrt{c_m^2 + c_r^2 + c_u^2}, \quad (4.2)$$

darstellen. Bei dem in [Abbildung 4.1](#) betrachteten Fall entspricht die Länge der eingezeichneten Vektoren in etwa den farbig dargestellten Beträgen der absoluten Strömungsgeschwindigkeiten, da es sich näherungsweise um eine zweidimensionale Strömung handelt, die innerhalb dieser Meridianebene verläuft. Dies ist nicht sehr bemerkenswert, da es sich auch um einen stillstehenden Rotor ($Re_\phi = 0$) mit nicht-drallbehafteter Zuströmung ($Y = 0$) handelt. Bei den später betrachteten Untersuchungen mit drehendem Rotor wird die Länge der eingezeichneten Vektoren deutlich von den farbig dargestellten Beträgen der absoluten Geschwindigkeit abweichen, da die Tangentialgeschwindigkeiten der Strömung in diesen Fällen sehr groß werden können.

Die Hauptwirbel in einem Volllabyrinth drehen sich abwechselnd einmal im Uhrzeigersinn und einmal gegen den Uhrzeigersinn. Dies ist typisch für ein Volllabyrinth; in einem Durchblicklabyrinth dagegen haben alle Wirbel immer den gleichen Drehsinn.

Wie [Abbildung 4.1](#) zeigt, nimmt die Strömungsgeschwindigkeit in den Labyrinthspalten sowie die Rotationsgeschwindigkeit der Wirbel in den Wirbelkammern zwischen Eintritt und Austritt der Labyrinthdichtung stetig zu. Dies lässt sich sehr einfach mit der Kontinuitätsgleichung für stationäre Strömungen ($\dot{m} = \rho c A_{Sp} = \text{const.}$) begründen. Da der Strömungsquerschnitt A_{Sp}

¹Der Winkel γ des Meridianschnitts wird von der Vertikalen aus gezählt, wie in [Abbildung 3.1](#) dargestellt.

$$\varepsilon = 0, \sigma = 0, Re_\phi = 0, \Pi = 1.57, \tilde{\Pi} = 0, \Upsilon = 0, \gamma = 0^\circ$$

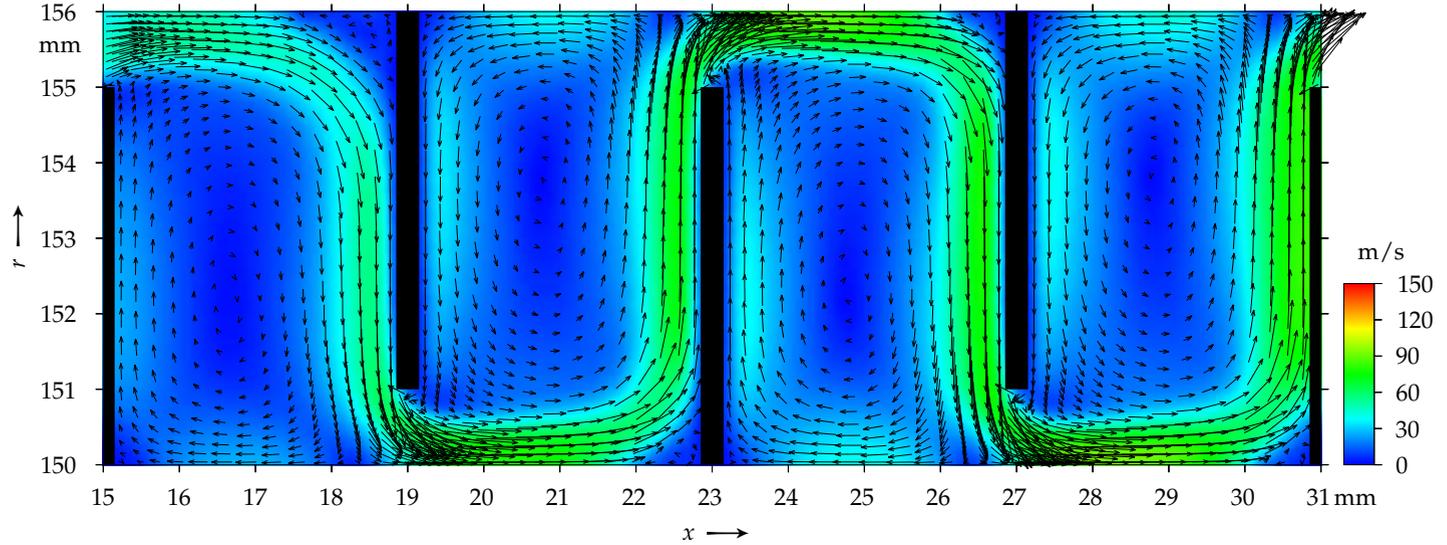


Abbildung 4.1: Strömungsfeld in der ersten bis vierten Wirbelkammer (wird fortgesetzt)

$$\varepsilon = 0, \sigma = 0, Re_\phi = 0, \Pi = 1.57, \tilde{\Pi} = 0, \Upsilon = 0, \gamma = 0^\circ$$

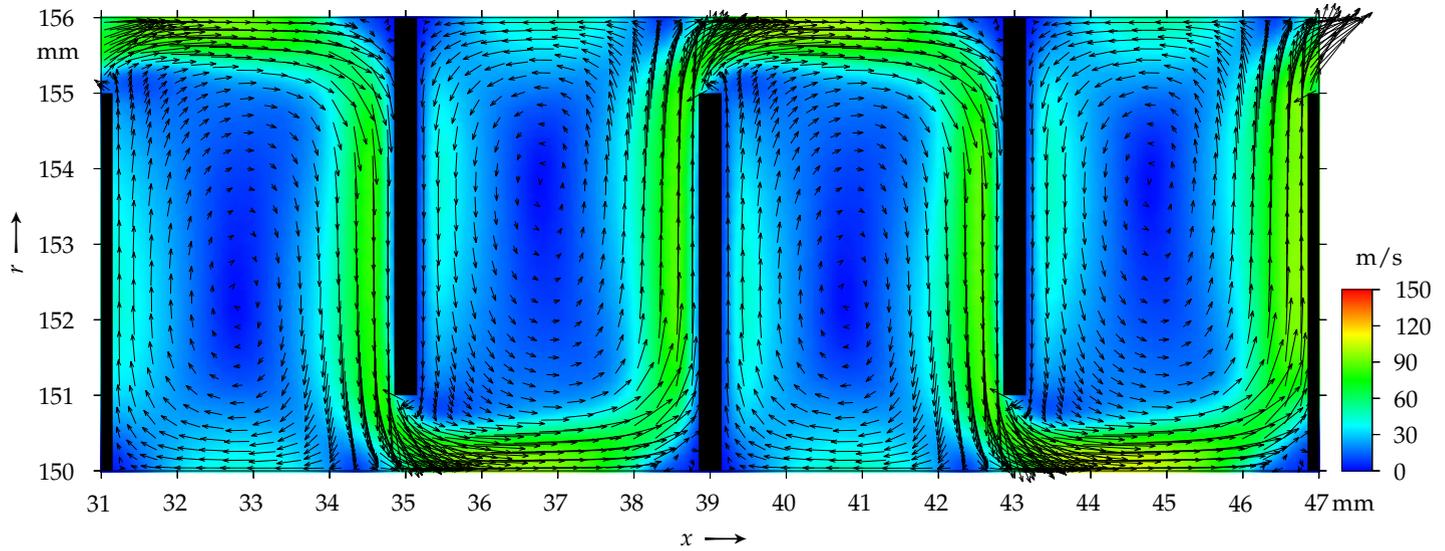


Abbildung 4.1: (Fortsetzung) Strömungsfeld in der fünften bis achten Wirbelkammer (wird fortgesetzt)

$$\varepsilon = 0, \sigma = 0, Re_\phi = 0, \Pi = 1.57, \tilde{\Pi} = 0, \Upsilon = 0, \gamma = 0^\circ$$

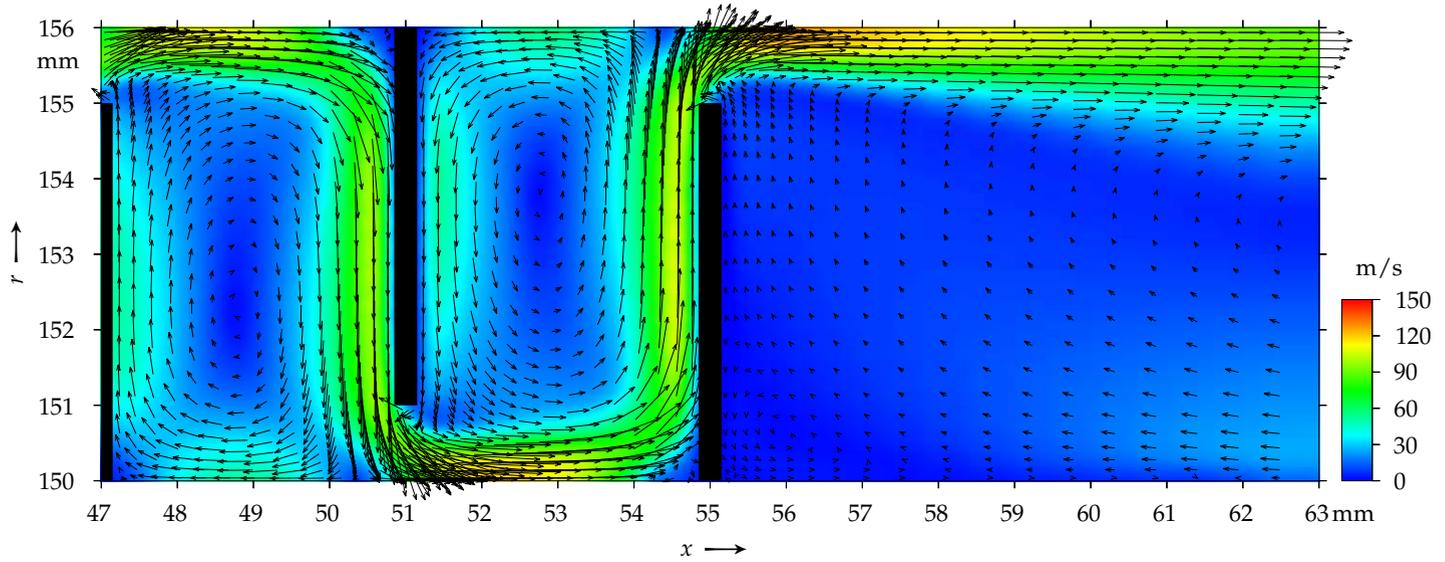


Abbildung 4.1: (Fortsetzung) Strömungsfeld in der neunten und zehnten Wirbelkammer

(siehe [Abbildung 3.7](#)) für alle Labyrinthspalte gleich groß ist, der Druck zwischen Eintritt und Austritt der Labyrinthdichtung stetig abnimmt und somit auch die Dichte des Fluids stetig abnimmt, muss die Strömungsgeschwindigkeit zunehmen. Die höchsten Strömungsgeschwindigkeiten treten im Labyrinthspalt über dem letzten Labyrinthblech auf, können jedoch maximal Schallgeschwindigkeit erreichen.

Auffallend ist, dass entgegen der Annahme fast aller halb-empirischer Rechenverfahren, wie auch der des Verfahrens nach Egli oder Stodola, die Strömungsgeschwindigkeit vor einem Labyrinthspalt *nicht* vernachlässigbar klein ist. Sie ist bereits vor dem Eintritt in den Labyrinthspalt sehr groß und nimmt bis zum Austritt aus dem Spalt stark zu.

Eine für halb-empirische Formeln sehr wichtige Kennzahl für die Durchflussberechnung ist die Kontraktionszahl μ , da diese linear in die Berechnung des Massenstroms eingeht; Druck und Dichte im Gegensatz dazu jedoch meist nur mit einem Exponenten kleiner als eins, wie zum Beispiel in [Gleichung 2.17](#). Die richtige Wahl der Kontraktionszahl μ ist daher entscheidend bei der Berechnung des Leckagemassenstroms mit halb-empirischen Formeln. [Abbildung 4.2](#) zeigt die Geschwindigkeitsverteilung in den Labyrinthspalten für die in [Abbildung 4.1](#) dargestellte Strömung durch ein Volllabyrinth. Es sind die Geschwindigkeitsprofile im ersten, dritten, fünften, siebten und neunten Labyrinthspalt dargestellt. Als Parameter der Kurvenschar wurde die x -Koordinate der Labyrinthbleche gewählt. Das erste Labyrinthblech liegt bei $x = 15$ mm, sodass es den Scharparameter »15« erhält, das dritte Labyrinthblech »23«, und so weiter.

Die mittels CFD-Berechnung ermittelten Geschwindigkeiten in den einzelnen Zellen sind in [Abbildung 4.2](#) durch Punkte dargestellt. Die Verbindung der Punkte zu einem Kurvenverlauf wurde aus rein optischen Gründen gemacht und muss nicht dem tatsächlich physikalischen Geschwindigkeitsverlauf entsprechen. Insbesondere die Maximal- und Minimalwerte der Kurven können durch dieses einfache Verbinden der Punkte nicht ermittelt werden.

Die negativen Geschwindigkeiten belegen, dass es direkt über den Labyrinthblechen zu einem Strömungsabriss und infolgedessen zu einer Rückströmung kommt. Dieses Rückströmgebiet ist im ersten Labyrinthspalt noch recht klein, im zweiten Labyrinthspalt bereits um ein vielfaches größer und nimmt in den folgen Labyrinthspalten nur noch geringfügig zu. Der erhebliche Unterschied in der Größe der Rückströmgebiete zwischen dem ersten und allen weiteren Labyrinthspalten liegt zum einen daran, dass Druck und Dichte vor dem ersten Labyrinthblech noch sehr groß sind, zum anderen aber vor allem daran, dass *vor* dem ersten Labyrinthblech noch *kein* Wirbel vorhanden ist, wie aus [Abbildung 4.3](#) ersichtlich wird. Ein Wirbel vor einem Labyrinthblech

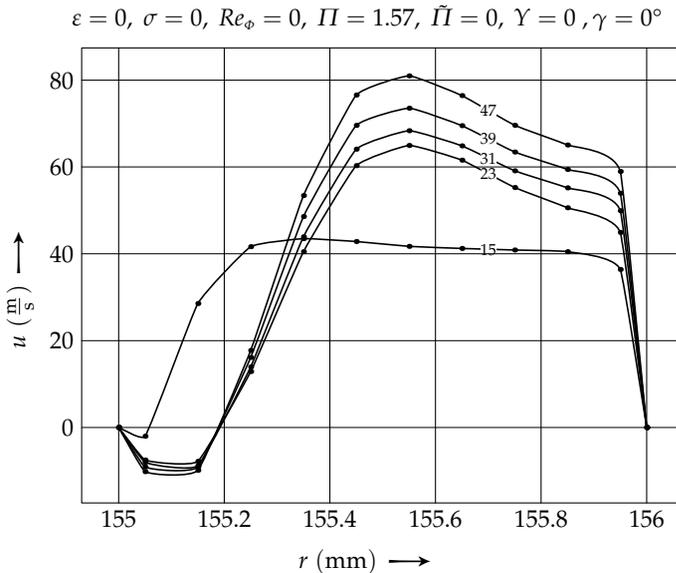


Abbildung 4.2: Axiale Geschwindigkeitsprofile in den Labyrinthspalten eines Volllabyrinths mit stillstehendem Rotor

erhöht die Strömungsgeschwindigkeit des Fluids vor dem Labyrinthspalt erheblich. Zusammen mit der sehr starken Umlenkung des Fluids im Spalt, die etwa 90° beträgt, führt dies zu einem großen Rückströmgebiet. Da ein Wirbel vor dem ersten Labyrinthblech jedoch fehlt, fehlt auch die Erhöhung der Strömungsgeschwindigkeit durch diesen, sodass sich ein wesentlich kleineres Rückströmgebiet ergibt.

Mangels einer exakten Definition der Kontraktionszahl μ kann diese auch mittels [Abbildung 4.2](#) nicht genau bestimmt werden. Ein Vergleich mit dem Durchblicklabyrinth in [Kapitel 5](#) wird jedoch zeigen, dass sich das Geschwindigkeitsprofil im Spalt und damit auch die Kontraktionszahl trotz gleicher Spaltweite erheblich unterscheiden können. Somit ist [Abbildung 4.2](#) ein wertvoller Anhaltspunkt für die Bestimmung einer mittleren Kontraktionszahl. Definiert man als Breite des Strahls den Teil der Strömung, dessen Geschwindigkeit größer als 60% der maximalen Geschwindigkeit im Spalt ist, so liegen in diesem Fall die Kontraktionszahlen ab dem zweiten Labyrinthblech zwischen 64% und 67%.

Der Druck fällt in einer Labyrinthdichtung von Wirbelkammer zu Wirbelkammer ab und hat einen stufenförmigen Verlauf, wie in [Abbildung 4.4](#)

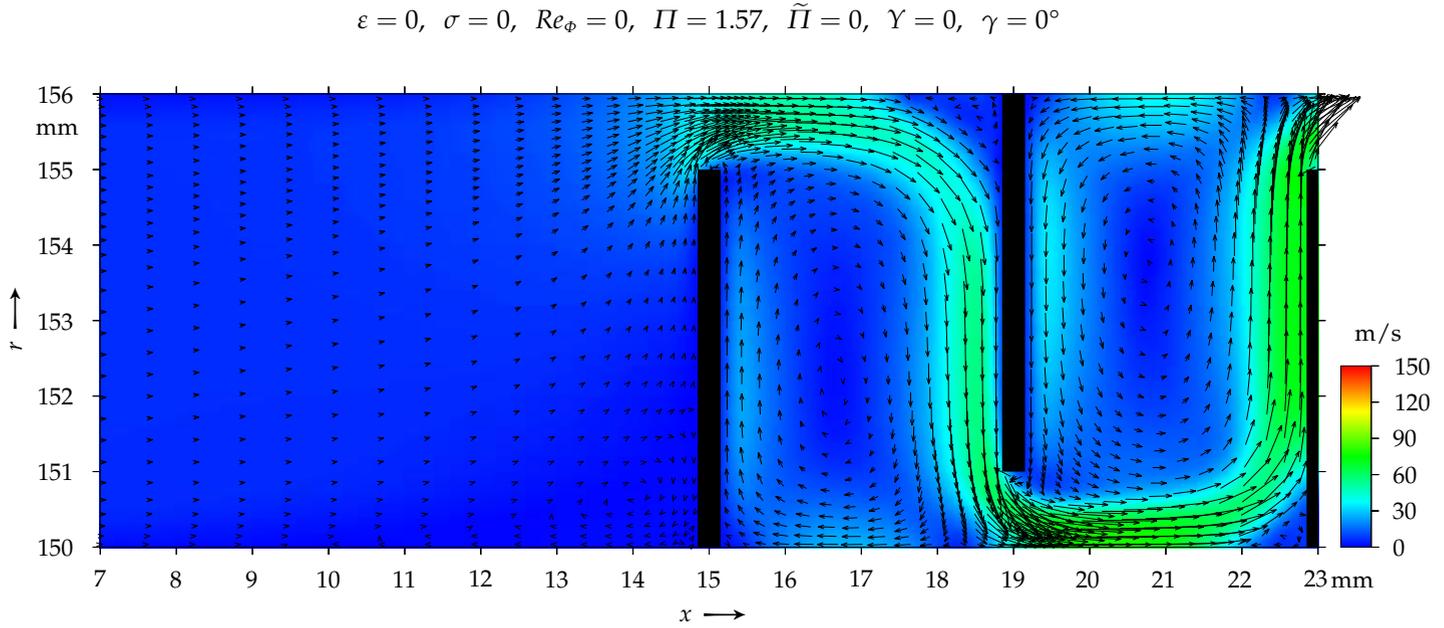


Abbildung 4.3: Fehlender Wirbel im Strömungsfeld vor dem ersten Labyrinthblech

dargestellt; E steht dabei für den Eintritt der Labyrinthdichtung, A für den Austritt und 1 bis 11 sind die Nummern der jeweiligen Labyrinthbleche.

Der Druckabfall findet immer in den Labyrinthspalten statt. Der Druckgradient ist dabei so groß, dass der Druckverlauf einen sprungartigen, stufenförmigen Charakter hat. In den Wirbelkammern dagegen fällt der Druck nicht weiter; er bleibt annähernd konstant. Die Drucksprünge in den Labyrinthspalten eines Labyrinths sind nicht von konstanter Höhe; sie werden stromabwärts kontinuierlich größer. Dieses Verhalten ist vom Gesamtdruckverhältnis $\Pi = p_E/p_A$ abhängig. Sind die immer größer werdenden Drucksprünge bei kleinen Druckverhältnissen (z. B. $\Pi = 1.17$) noch wenig auffallend und manchmal kaum zu erkennen, so werden sie bei größeren Druckverhältnissen (z. B. $\Pi = 2.8$) immer ausgeprägter, wie anhand des Verlaufs der einzelnen Diagramme aus [Abbildung 4.4](#) ersichtlich wird.

Des Weiteren ist zu erkennen, dass die Gleichmäßigkeit des Drucks in den Wirbelkammern mit größer werdendem Gesamtdruckverhältnis Π abnimmt. Ist der Druck bei kleinen Druckverhältnissen in den Wirbelkammern noch annähernd konstant, steigt er bei größeren Druckverhältnissen in der Nähe der Wände (Labyrinthbleche, Rotor, Gehäuse) leicht an. Dies ist durch die höheren Strömungsgeschwindigkeiten bei größeren Druckverhältnissen und den dadurch schneller drehenden Wirbeln erklärbar.

Der Druckanstieg in einem Wirbel folgt aus dem radialen Gleichgewicht

$$\frac{dp}{dr} = \frac{\rho c_u^2}{r}. \quad (4.3)$$

Nimmt man an, dass die in Labyrinthdichtungen entstehenden Wirbel Starrkörperwirbel sind, was in [Kapitel 4](#) und [Kapitel 5](#) gezeigt werden wird, so ist die Umfangsgeschwindigkeit c_u

$$c_u = K_1 \cdot r \quad (4.4)$$

Integriert man [Gleichung 4.3](#)

$$\int_{p_0}^p dp = \int_{r_0}^r \rho K_1^2 r dr, \quad (4.5)$$

mit $r_0 = 0$ und $p_0 = p_w$, dem Radius und dem Druck im Wirbelzentrum, so ergibt sich für $\rho = \text{const.}$ ein Druckverlauf von

$$p = p_w + \frac{1}{2} \rho K_1^2 r^2. \quad (4.6)$$

Der Druck steigt ausgehend vom Wirbelzentrum $p|_{r=0} = p_w$ mit dem Quadrat des Abstandes r an.

4 Volllabyrinth: Ergebnisse und Auswertung

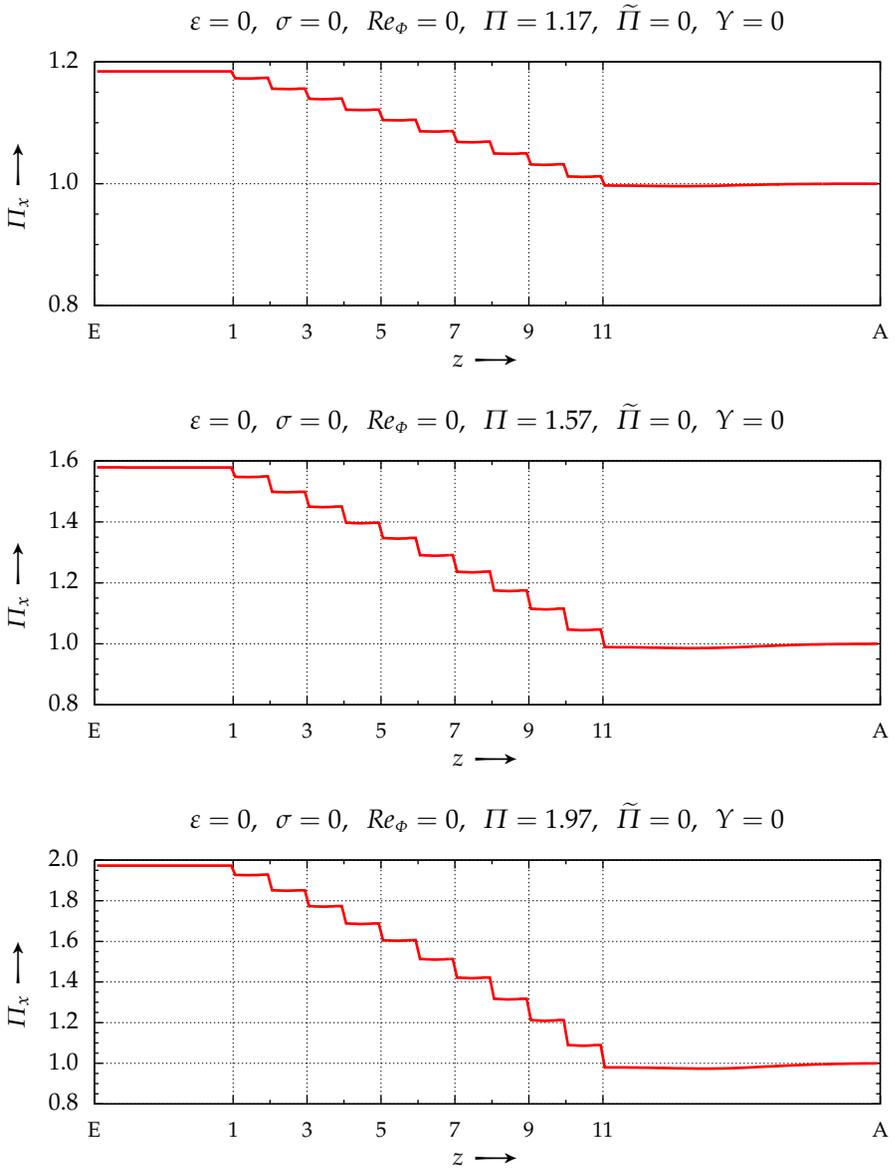


Abbildung 4.4: Druckverlauf (wird fortgesetzt)

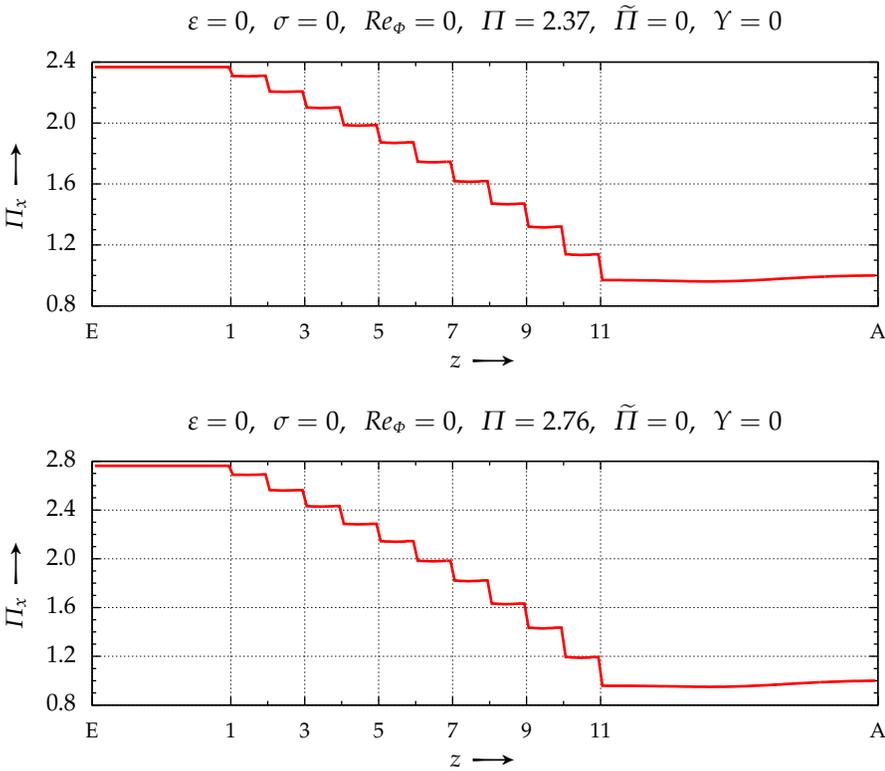


Abbildung 4.4: (Fortsetzung) Druckverlauf

Der größere Druckanstieg bei größeren Gesamtdruckverhältnissen Π ist im Wesentlichen nur von K_1 abhängig,

$$K_1 = K_1(\Pi), \quad (4.7)$$

da sich die Lage der Wirbelzentren nur unwesentlich ändert und so der Einfluss von r^2 immer gleich groß ist.

Bei zunehmendem Gesamtdruckverhältnis steigen die Strömungsgeschwindigkeiten in der Labyrinthdichtung und somit auch die Umfangsgeschwindigkeit c_u der Wirbel in den Wirbelkammern an, was nach [Gleichung 4.4](#) einen Anstieg von K_1 bewirkt und in Folge nach [Gleichung 4.6](#) ein Ansteigen des Drucks p . Da die Konstante K_1 in [Gleichung 4.6](#) quadratisch vorkommt, ist der Druckanstieg in den Wirbeln bei größeren Gesamtdruckverhältnissen wesentlich stärker ausgeprägt. Dies ist beim Durchblicklabyrinth mit seinen größeren Wirbelkammern besonders auffallend – zum Beispiel in [Abbildung 5.4](#) –, beim

Volllabyrinth jedoch oft nur in einer vergrößerten Darstellung des Druckverlaufs zu erkennen.

Die in Labyrinthdichtungen auftretenden Wirbel sind vom Typ der Gleichung 4.4 und stellen eine drehungs- und reibungsbehaftete Strömung dar. Da in Dichtungen große Strömungsverluste jedoch sehr erwünscht sind, sind diese Wirbel durchaus vorteilhaft. Im Gegensatz dazu stellt ein Potentialwirbel mit

$$c_u = \frac{K_2}{r} \quad (4.8)$$

eine drehungsfreie Strömung dar mit einem Druckverlauf von

$$p = p_w + \frac{1}{2} \rho K_2^2 \frac{1}{r^2}, \quad (4.9)$$

die jedoch in Labyrinthdichtungen nicht auftritt.

In Abbildung 4.5 werden die Druckverläufe in der fünften Wirbelkammer für das bisher betrachtete Volllabyrinth mit $\varepsilon = 0$, $\sigma = 0$, $Re_\phi = 0$, $Y = 0$ für verschiedene Gesamtdruckverhältnisse Π dargestellt. Es ist ein vergrößerter Ausschnitt aus Abbildung 4.4. Auf der linken Ordinatenachse sind die Drücke mittels des Druckverhältnis

$$\Pi_w = \frac{p}{p_w} \quad (4.10)$$

auf den Druck im Wirbelzentrum p_w bezogen. Auf der rechten Ordinatenachse sind die statischen Drücke notiert.

Zusätzlich zu den mittels CFD berechneten Druckverläufen wurden in Abbildung 4.5 auch die nach Gleichung 4.6 ermittelten Druckverläufe dargestellt. Dabei wurde p_w an den jeweiligen Druck im Wirbelzentrum angepasst und K_1 durch Ausprobieren ermittelt. Die CFD-Berechnungen bestätigen den parabelförmigen Druckverlauf in Inneren der Wirbelkammer. Nur in unmittelbarer Nähe der Wände steigt der Druck nicht weiter parabelförmig an, da hier auch die Strömungsgeschwindigkeiten aufgrund der Grenzschichten nicht mehr linear nach Gleichung 4.4 zunehmen. Des Weiteren ist zu erkennen, dass der Druck am stromabwärts liegenden Labyrinthblech immer etwas höher ist als der am stromaufwärts liegenden Blech. Nachdem das Fluid im Labyrinthspalt stark beschleunigt wurde, prallt es mit hoher Geschwindigkeit auf das stromabwärts liegende Labyrinthblech, sodass der statische Druck stärker ansteigt.

Wie bereits erwähnt, muss für größere Gesamtdruckverhältnisse Π ein größeres K_1 für die Parabel gewählt werden. Um den Zusammenhang zwischen K_1 und Π zu ermitteln, ist es vorteilhaft, sich den funktionellen Zusammenhang $K_1^2 = K_1^2(\Pi)$ anzusehen, der in Abbildung 4.6 dargestellt ist. Alle Punkte

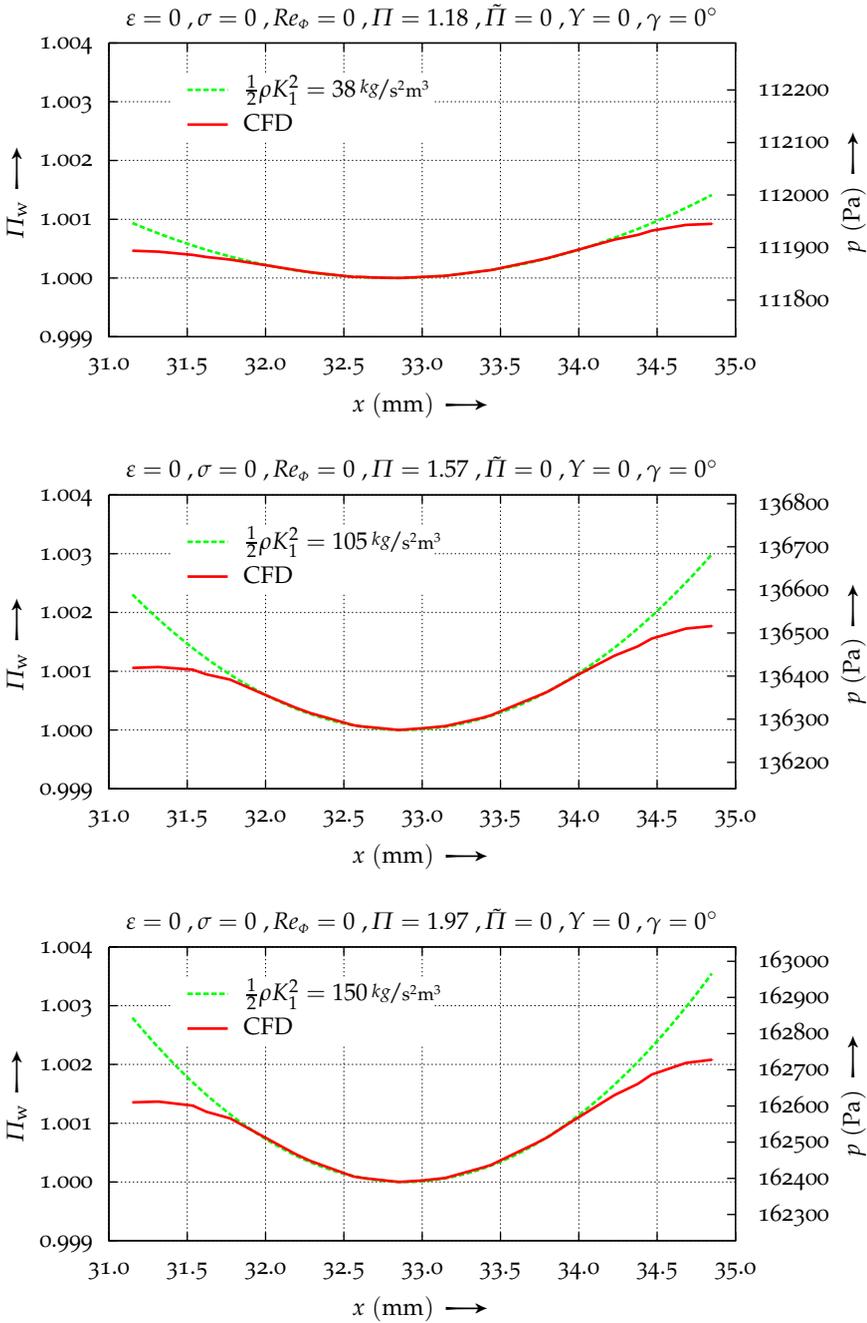


Abbildung 4.5: Druckverteilung in einer Wirbelkammer (wird fortgesetzt)

4 Volllabyrinth: Ergebnisse und Auswertung

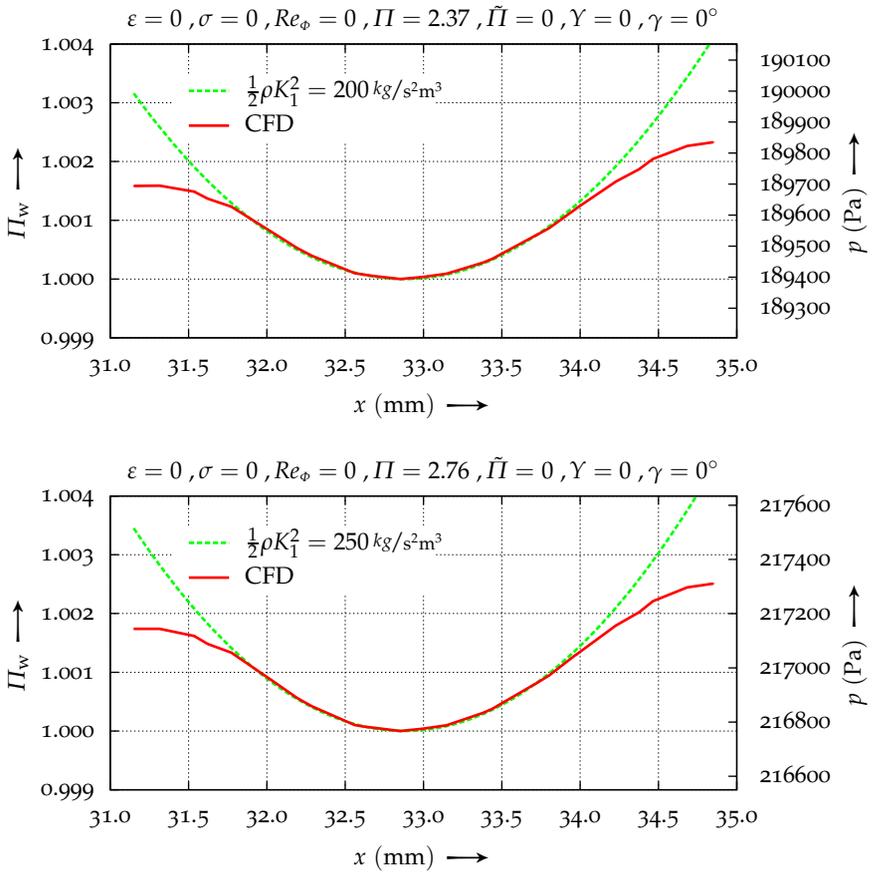


Abbildung 4.5: (Fortsetzung) Druckverteilung in einer Wirbelkammer

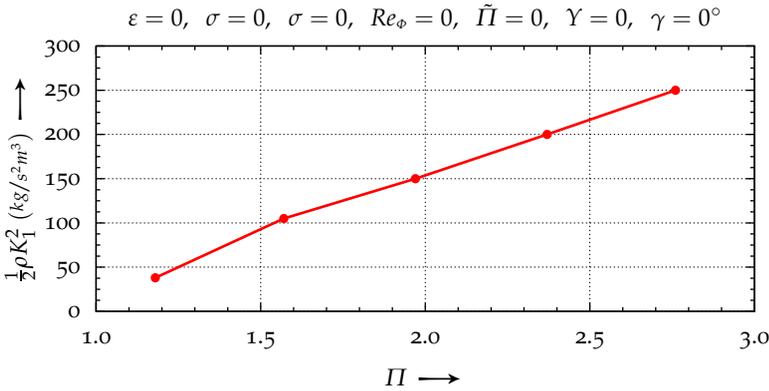


Abbildung 4.6: Abhängigkeit des Faktor $\frac{1}{2}\rho K_1^2$ der Parabel (Gleichung 4.6) vom Gesamtdruckverhältnis Π

liegen in etwa auf einer Geraden. Das bedeutet, dass K_1^2 linear mit dem Druckverhältnis Π ansteigt,

$$K_1^2 = f_1 \cdot (\Pi - 1) \quad (4.11)$$

mit einem konstanten Faktor f_1 . Eingesetzt in Gleichung 4.6, folgt daraus

$$p = p_w + f_2 \cdot (\Pi - 1), \quad (4.12)$$

mit einem konstanten Faktor f_2 . Der Druckanstieg im Wirbel verhält sich somit auch linear zum Gesamtdruckverhältnis der Labyrinthdichtung.

Eine gedachte Verlängerung der Kurve in Abbildung 4.6 geht bei $\Pi = 1$ durch $K_1^2 = 0$, was ebenfalls plausibel ist, da das Fluid bei $\Pi = 1$ in der gesamten Dichtung ruht und somit nach 4.6 der Druck in den Wirbelkammern konstant ist.

Erhöht man das an der Labyrinthdichtung anliegende Gesamtdruckverhältnis Π , so nimmt der C_D -Wert zu, wie aus Abbildung 4.7 ersichtlich ist. Ein kritisches Druckverhältnis ist in dieser Abbildung nicht erkenntlich. Das liegt daran, dass die Strömungsgeschwindigkeiten selbst beim höchsten Druckverhältnis von $\Pi = 2.8$ noch weit unterhalb der Schallgeschwindigkeit liegen.

Die höchsten Strömungsgeschwindigkeiten treten immer im letzten Labyrinthspalt auf. Genaugenommen erst kurz nach dem Spalt, da dort die Strahleinschnürung am größten ist. In Abbildung 4.8 sind die maximalen lokalen Mach-Zahlen im letzten Labyrinthspalt in Abhängigkeit des Gesamtdruckverhältnisses Π dargestellt.

4 Volllabyrinth: Ergebnisse und Auswertung

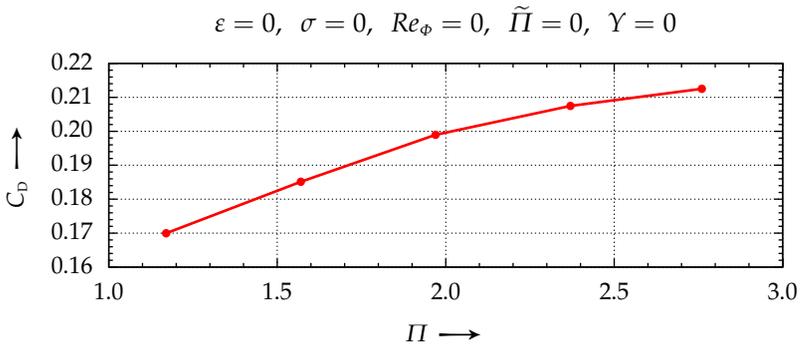


Abbildung 4.7: C_D -Wert in Abhängigkeit des Druckverhältnisses Π

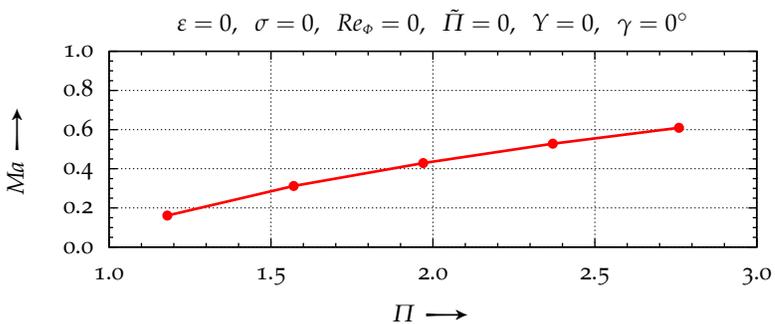


Abbildung 4.8: Lokale, maximale Mach-Zahl im letzten Labyrinthspalt

Bei einem Druckverhältnis von $\Pi = 2.8$ beträgt die Mach-Zahl im letzten Labyrinthspalt $Ma = 0.613$. Das tatsächliche Maximum von $Ma = 0.734$ tritt jedoch erst 1.3 mm hinter dem letzten Labyrinthspalt auf.

Strömungszustände mit $Ma = 1$, die theoretisch im beziehungsweise kurz nach dem letzten Labyrinthspalt möglich sind, traten bei den in dieser Arbeit untersuchten Labyrinthdichtungen nicht auf.

Hinter dem letzten Labyrinthblech bildet sich ein Wirbel von beachtlicher Länge. In [Abbildung 4.9](#) liegt das Wirbelzentrum bei $x = 67$ mm und der Wirbel endet erst kurz vor dem Austritt.

Bei manchen Parameterkonstellationen war der Endwirbel so groß, dass er nicht mehr komplett im CFD-Rechengebiet lag und so von der Austrittsfläche abgeschnitten wurde. Dies ist nicht unproblematisch in CFD-Berechnungen, da durch den Wirbel nun ein Teil der Strömung an der eigentlichen Austrittsfläche

$$\varepsilon = 0, \sigma = 0, Re_\phi = 0, \Pi = 1.57, \tilde{\Pi} = 0, \Upsilon = 0, \gamma = 0^\circ$$

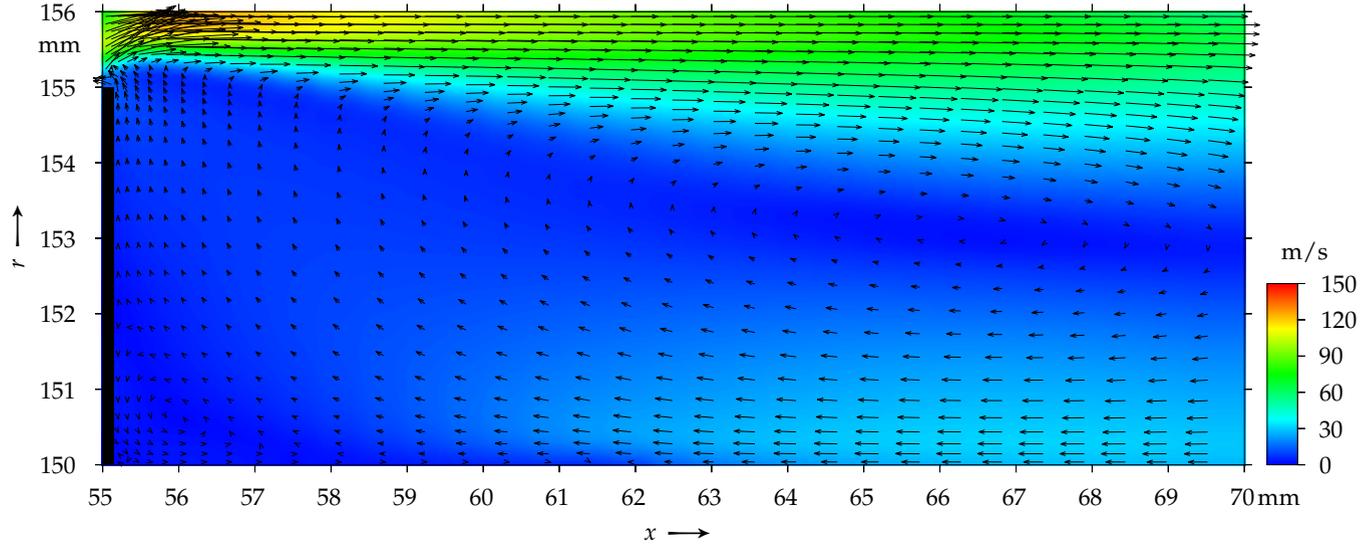


Abbildung 4.9: Strömungsfeld im Austritt einer Labyrinthdichtung (wird fortgesetzt)

$$\varepsilon = 0, \sigma = 0, Re_\phi = 0, \Pi = 1.57, \tilde{\Pi} = 0, \Upsilon = 0, \gamma = 0^\circ$$

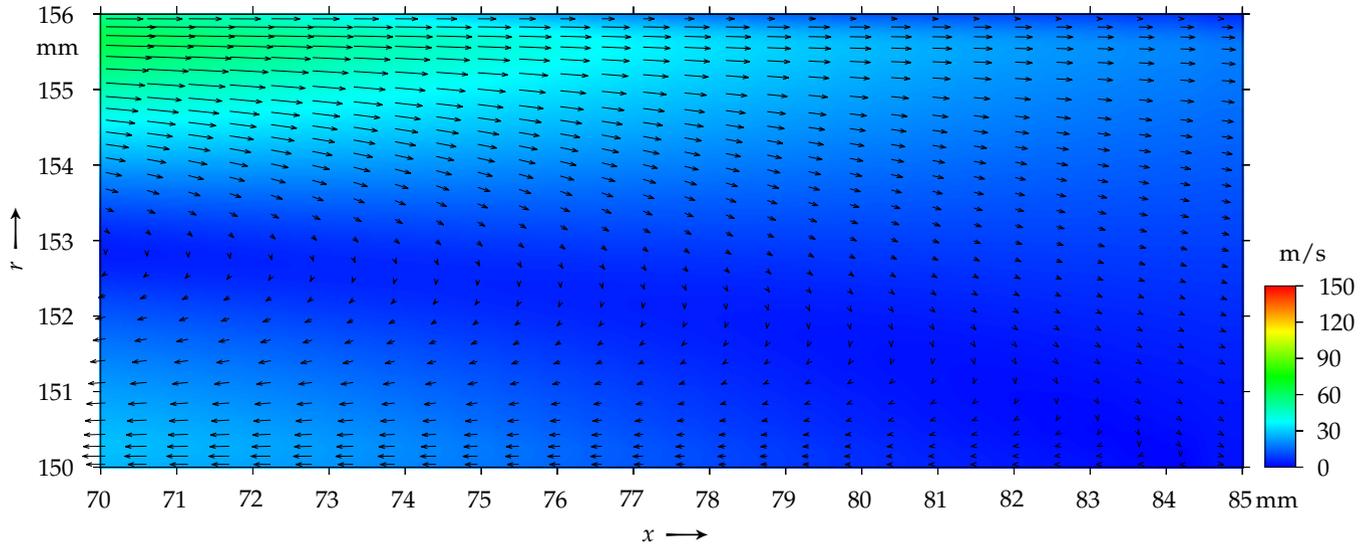


Abbildung 4.9: (Fortsetzung) Strömungsfeld im Austritt einer Labyrinthdichtung

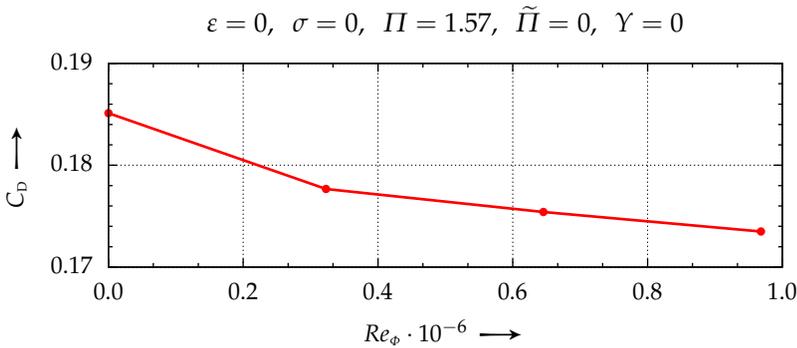


Abbildung 4.10: C_D -Wert in Abhängigkeit der Umfangsreynoldszahl Re_ϕ

wieder eintritt. Jedoch ist der Winkel, unter dem die Strömung wieder eintritt nicht bekannt. Dennoch muss genau dieser unbekannte Winkel als Randbedingung definiert werden. Da die zur Zeit erhältlichen CFD-Programme keine Möglichkeiten bieten, mittels heuristischer Verfahren Wirbel zu erkennen, und somit Eintrittswinkel in Rückströmgebieten noch nicht berechnen können, wurde der Eintrittswinkel auf 90° festgelegt. Das heißt, die Strömung tritt im rechten Winkel zur Austrittsfläche wieder ein. Vergleiche mit Messungen aus Versuchen eines Labyrinthdichtungsprüfstands zeigten, dass weder der Leckagemassenstrom noch der Druckverlauf dadurch erkennbar beeinflusst wurde.

4.2 Einfluss der Rotation

Bisher wurde ausschließlich das Verhalten einer Labyrinthdichtung bei stillstehendem Rotor beschrieben. Wird der Rotor nun in Drehung versetzt, so zeigt sich, dass der Leckagemassenstrom mit steigender Drehzahl sinkt. Dies ist in [Abbildung 4.10](#) dargestellt. Statt des Massenstroms und der Drehzahl sind hier die dimensionslosen Kenngrößen C_D -Wert und Umfangsreynoldszahl Re_ϕ aufgetragen. Man erkennt, dass der Gradient der Kurve mit steigendem Re_ϕ abnimmt, sodass kleine Änderungen der Drehzahl sich bei niedrigen Drehzahlen stärker auswirken als bei hohen Drehzahlen. Mit einem Unterschied von 1.1 Prozentpunkten im C_D -Wert zwischen $Re_\phi = 0$ und $Re_\phi = 0.96 \times 10^6$ ist der Einfluss der Drehzahl nicht allzu groß. Der Einfluss des Gesamtdruckverhältnisses Π auf den C_D -Wert ist doch um einiges größer, wie in [Abbildung 4.7](#)

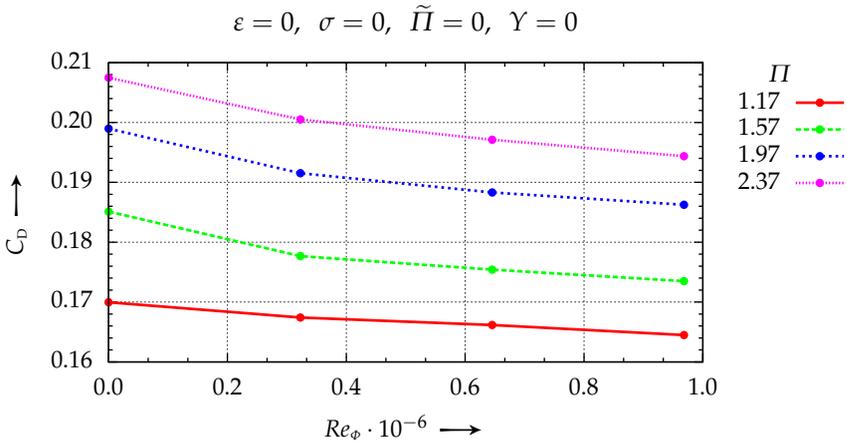


Abbildung 4.11: C_D -Wert in Abhängigkeit der Umfangsreynoldszahl Re_ϕ und des Druckverhältnisses Π

gezeigt wurde. Dort änderte sich der C_D -Wert um über 4 Prozentpunkte bei einer Änderung des Druckverhältnisses von $\Pi = 1.17$ auf $\Pi = 2.8$.

Dies belegt auch [Abbildung 4.11](#), in der der Einfluss des Druckverhältnisses Π und der Umfangsreynoldszahl Re_ϕ gemeinsam dargestellt sind. Der Einfluss von Re_ϕ ist gering, jedoch nicht zu unterschätzen, wenn man beachtet, dass der C_D -Wert zwischen $Re_\phi = 0$ und $Re_\phi = 0.96 \times 10^6$ in etwa genauso stark fällt wie bei einem Absenken des Druckverhältnisses von zum Beispiel $\Pi = 1.57$ auf $\Pi = 1.17$ bei konstantem Re_ϕ ; nämlich um etwa 1.1 Prozentpunkte in beiden Fällen.

Dass der Leckagemassenstrom überhaupt bei steigender Drehzahl sinkt, liegt hauptsächlich an der Strahleinschnürung im Labyrinthspalt. Da die Strömung durch die sich drehende Welle mitgerissen wird, werden die absoluten Geschwindigkeiten in den Labyrinthspalten mit steigender Drehzahl größer, was zu einer stärkeren Einschnürung des Strahls führt. [Abbildung 4.12](#) zeigt die Verteilung der axialen Geschwindigkeit (*nicht* der absoluten Geschwindigkeit) in verschiedenen Labyrinthspalten. Der Parameter der Kurvenschar ist wiederum die x -Koordinate der Labyrinthspalte. Die Strahleinschnürung beträgt mit Ausnahme des ersten Labyrinthspalts 60% bis 62%.

Vergleicht man [Abbildung 4.12](#) mit [Abbildung 4.2](#), so ist deutlich zu erkennen, dass der Strahl bei $Re_\phi = 0.96 \times 10^6$ stärker eingeschnürt wird. Man sieht auch, dass die maximale axiale Geschwindigkeit sowie die mittlere

$$\varepsilon = 0, \sigma = 0, Re_\phi = 0.96 \times 10^6, \Pi = 1.57, \tilde{\Pi} = 0, \Upsilon = 0, \gamma = 0^\circ$$

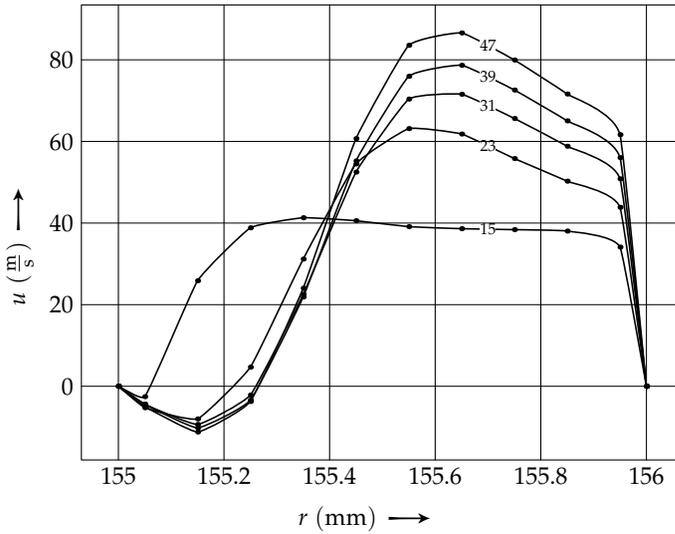


Abbildung 4.12: Axiale Geschwindigkeitsprofile in den Labyrinthspalten eines Volllayrinths mit $Re_\phi = 0.96 \times 10^6$

Strömungsgeschwindigkeit *im Strahl* in etwa gleich groß sind. Die axiale Geschwindigkeitskomponente kann daher zur stärkeren Strahleinschnürung *nicht* beitragen, sodass nur die zusätzliche tangentielle Geschwindigkeitskomponente dafür verantwortlich sein kann.

Das Strömungsfeld in einem Meridianschnitt für eine Labyrinthdichtung mit drehendem Rotor ($Re_\phi = 0.96 \times 10^6$) ist in [Abbildung 4.13](#) dargestellt. Deutlich sind wieder die Wirbel zu erkennen. Im Unterschied zu einer Labyrinthdichtung mit stillstehendem Rotor ([Abbildung 4.1](#)) liegen die Geschwindigkeitsvektoren jedoch nicht mehr innerhalb einer Meridianebene, sondern besitzen auch eine tangentielle Geschwindigkeitskomponente, da die Strömung vom drehenden Rotor mitgenommen wird. Die Stromlinien der Wirbel sind jetzt verschraubt und nicht mehr in sich geschlossen, wie das beim stillstehenden Rotor der Fall ist. Daher ist auch die Strömungsgeschwindigkeit direkt im Wirbelzentrum nicht mehr 0 m/s, was sehr gut durch die farbliche Darstellung zu erkennen ist, die die absolute Geschwindigkeit wiedergibt.

Aus [Abbildung 4.13](#) ist aber auch ersichtlich, dass die absoluten Geschwindigkeiten in der Nähe der Wirbelzentren nicht für alle Wirbelkammern gleich groß sind. In jeder zweiten Wirbelkammer sind sie erheblich größer. Da die

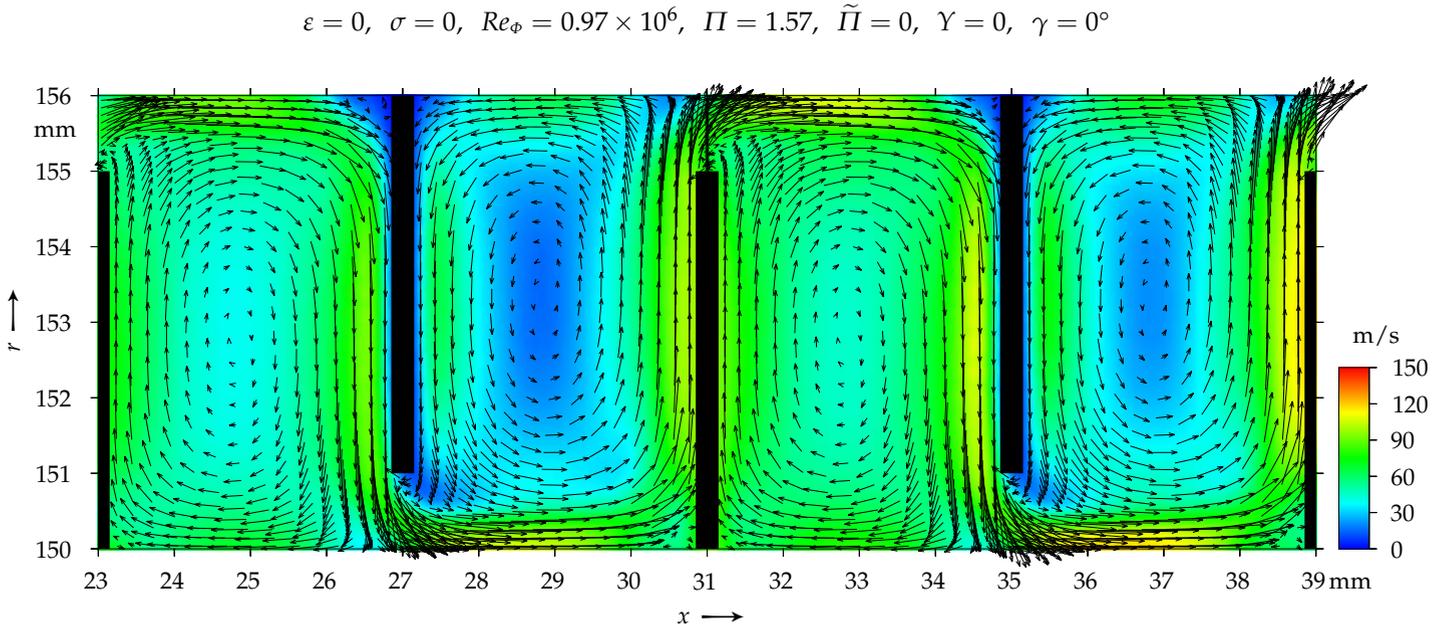


Abbildung 4.13: Strömungsfeld in einem Volllabyrinth mit drehender Welle (wird fortgesetzt)

$$\varepsilon = 0, \sigma = 0, Re_\phi = 0.97 \times 10^6, \Pi = 1.57, \tilde{\Pi} = 0, \Upsilon = 0, \gamma = 0^\circ$$

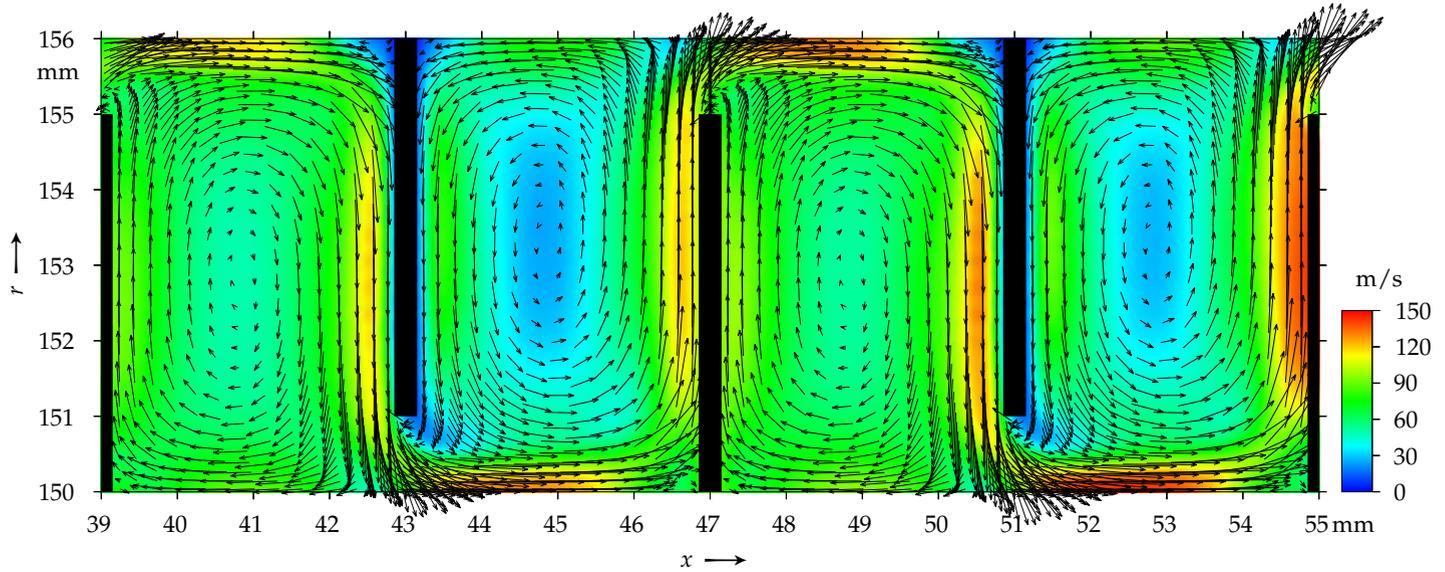


Abbildung 4.13: (Fortsetzung) Strömungsfeld in einem Vollabyrinth mit drehender Welle

Meridiangeschwindigkeit, das ist die Komponente der Strömungsgeschwindigkeit innerhalb eines Meridianschnitts, in der Nähe der Wirbelzentren sehr klein ist, kann die farblich dargestellte Absolutgeschwindigkeit näherungsweise auch als Tangentialgeschwindigkeit angesehen werden. Somit unterscheiden sich die Tangentialgeschwindigkeiten von Wirbelkammer zu Wirbelkammer erheblich.

Um die stark variierende Tangentialgeschwindigkeit zu erklären, muss man die unterschiedlichen Verhältnisse an Rotorblechen – Labyrinthblechen, die am Rotor sitzen – und Statorblechen – Labyrinthblechen, die am Stator sitzen – betrachten. Am Rotorblech trifft eine leicht rotierende Strömung auf eine sehr schnell rotierende Scheibe, während am Statorblech eine rotierende Strömung auf eine feststehende Wand trifft. In der Nähe eines Rotorblechs wird die Strömung mitgenommen und so in tangentialer Richtung beschleunigt, während sie an einem Statorblech in tangentialer Richtung verzögert wird.

Truckenbrodt [31] hat turbulente Strömungen in der Nähe von rotierenden Scheiben, die axial angeströmt werden, untersucht. Dabei hat er festgestellt, dass die Grenzschichtdicke bei konstanter Drehzahl der Scheibe von der Anströmgeschwindigkeit des Fluids abhängig ist. Je kleiner die Anströmgeschwindigkeit desto größer wird die Grenzschicht und desto größer ist daher auch der Teil der Strömung, der von der rotierenden Scheibe mitgenommen wird.

Diese Erkenntnis kann direkt für Strömungen in Labyrinthdichtungen angewandt werden. Betrachtet man in [Abbildung 4.13](#) die Strömungsgeschwindigkeiten in der Nähe der Rotorbleche, so sieht man, dass die Anströmgeschwindigkeit der Rotorbleche stromaufwärts höher ist als stromabwärts. Nach Truckenbrodt müsste daher die Grenzschicht am Rotorblech stromaufwärts kleiner sein als stromabwärts. Da diese Schlussfolgerung anhand von [Abbildung 4.13](#) zwar sehr stark vermutet, jedoch nicht bestätigt werden kann, ist in [Abbildung 4.14](#) der Verlauf der dimensionslosen, tangentialen Geschwindigkeit C_V entlang eines Meridianschnitts dargestellt. Die Werte wurden entlang einer Geraden mit $r = 153$ mm entnommen. Der Verlauf ist rotationsymmetrisch, das heißt unabhängig vom Winkel γ des Meridianschnitts.

Aus [Abbildung 4.14](#) ist ersichtlich, dass die C_V -Werte in der, relativ zu einem Rotorblech, stromaufwärts liegenden Wirbelkammer immer niedriger sind als in der stromabwärts liegenden Wirbelkammer. Von einer Wirbelkammer zur nächsten nimmt der C_V -Wert somit abwechselnd sprunghaft zu und wieder ab. Die Differenzen der Sprünge werden jedoch stromabwärts immer

4.3 Einfluss der Exzentrizität und der Schiefstellung des Rotors

$$\varepsilon = 0, \sigma = 0, Re_\phi = 0.97 \times 10^6, \Pi = 1.57, \tilde{\Pi} = 0, \Upsilon = 0$$

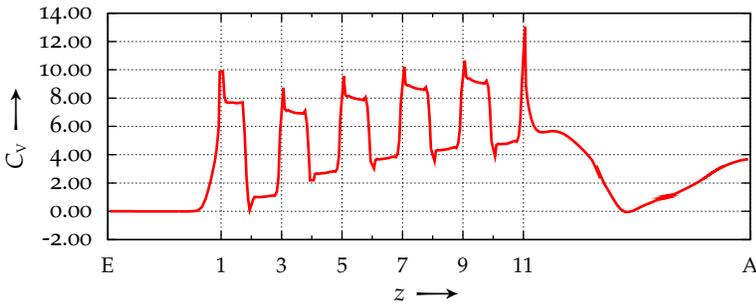


Abbildung 4.14: Verlauf der dimensionslosen, tangentialen Geschwindigkeit C_V

kleiner und die C_V Werte steigen insgesamt leicht an, da der Strömung durch den Rotor kontinuierlich Energie zugeführt wird.

Es wird darauf hingewiesen, dass in [Abbildung 4.14](#) die C_V -Werte für die Zellenmittelpunkte und *nicht* die Knotenpunkte dargestellt wurden. Daher hat das Fluid in den der Wand des Stators nächstliegenden Zellen nicht ganz die Geschwindigkeit 0 m/s und in den der Wand des Rotors nächstliegenden Zellen nicht ganz die Geschwindigkeit der Wand.

4.3 Einfluss der Exzentrizität und der Schiefstellung des Rotors

In dieser Arbeit wird der Begriff Exzentrizität für eine parallele Auslenkung der Rotorachse verwendet und mit e bezeichnet. Unter Schiefstellung wird eine Auslenkung der Rotorachse um einen Winkel φ verstanden. Diese Größen sind in [Abbildung 3.1](#) dargestellt. Die dimensionslosen Kenngrößen sind ε für die Exzentrizität und σ für die Schiefstellung.

4.3.1 Exzentrizität

Eine größere Exzentrizität des Rotors führt in einem Vollabyrinth zu einem geringeren Leckagemassenstrom, wie aus [Abbildung 4.15](#) ersichtlich wird. Eine parallele Auslenkung um 60% beispielsweise führt zu einer Verringerung des C_D -Werts um etwa 0.5 Prozentpunkte.

Durch die exzentrische Lage des Rotors wird die Spaltweite bei $\gamma = 0^\circ$

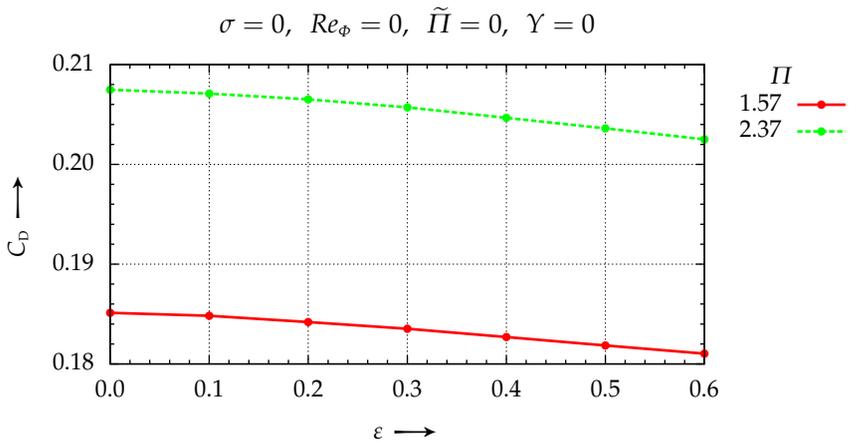


Abbildung 4.15: C_D -Wert in Abhängigkeit der Exzentrizität ϵ

am kleinsten und bei $\gamma = 180^\circ$ am größten. Man würde daher annehmen, dass dann die Strömungsgeschwindigkeit in den kleinen Spaltquerschnitten größer ist als in den großen Spaltquerschnitten, was auch tatsächlich stimmt, wie aus [Abbildung 4.16](#) hervorgeht. Kurz *nach* dem Spalt ist diese Aussage jedoch schon nicht mehr gültig, wie aus den [Abbildungen 4.17](#) und [4.18](#) ersichtlich wird, da die Strahleinschnürung nicht *im* Spalt sondern meist erst *nach* dem Spalt am größten ist, sodass auch erst nach dem Spalt die höchsten Geschwindigkeiten auftreten.

Während die Strahleinschnürung bei $\gamma = 180^\circ$ nach dem Spalt noch stark zunimmt, nimmt sie bei $\gamma = 0^\circ$ nur noch geringfügig zu. Aufgrund der wesentlich höheren Strömungsgeschwindigkeiten vor den Spalten (parallel zu den Labyrinthblechen) bei $\gamma = 180^\circ$ ist die Krümmung der Stromlinien an der Stelle der Umlenkung in den Labyrinthspalt größer als bei $\gamma = 0^\circ$, was nicht nur eine stärkere Strahleinschnürung verursacht, sondern auch ein größeres Rückströmgebiet im Labyrinthspalt.

[Abbildung 4.23](#) zeigt drei Druckverläufe durch Volllabyrinth mit unterschiedlich großen Exzentrizitäten. Für $\epsilon = 0$ sind die Druckverläufe über den gesamten Umfang der Dichtung deckungsgleich und damit unabhängig von γ . Für $\epsilon \neq 0$ gilt dies jedoch nicht mehr. Die Druckverläufe sind dann nicht mehr rotationssymmetrisch und somit von γ abhängig. In [Abbildung 4.23](#) werden die Druckverläufe für $\gamma = 0^\circ$ und $\gamma = 180^\circ$ dargestellt. Man sieht, dass sich die Druckverläufe mit zunehmender Exzentrizität immer stärker voneinander unterscheiden. Davon sind sowohl die Änderungen über dem Umfang betrof-

4.3 Einfluss der Exzentrizität und der Schiefstellung des Rotors

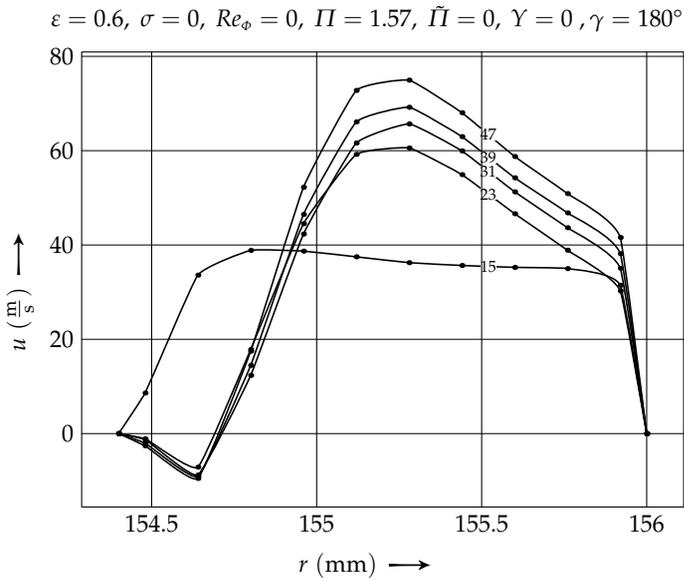
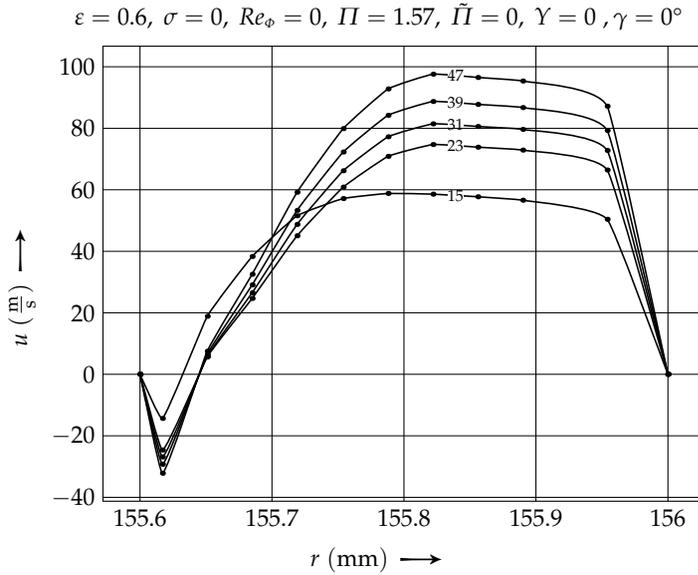


Abbildung 4.16: Axiale Geschwindigkeitsprofile in den Labyrinthspalten eines Vollabyrinths für einen exzentrisch ausgelenkten Rotor.

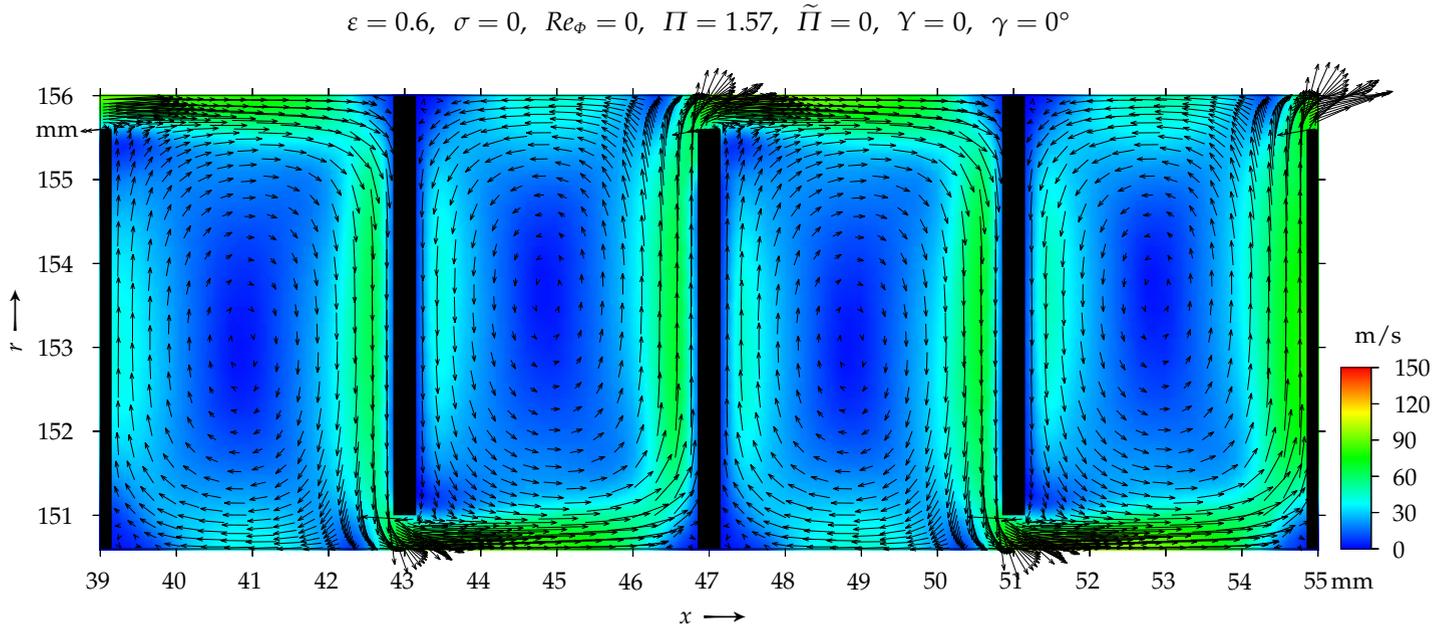


Abbildung 4.17: Strömungsfeld in einem Volllabyrinth mit $\varepsilon = 0.6$ innerhalb eines Meridianschnitts mit $\gamma = 0^\circ$

$$\varepsilon = 0.6, \quad \sigma = 0, \quad Re_\phi = 0, \quad \Pi = 1.57, \quad \tilde{\Pi} = 0, \quad \Upsilon = 0, \quad \gamma = 180^\circ$$

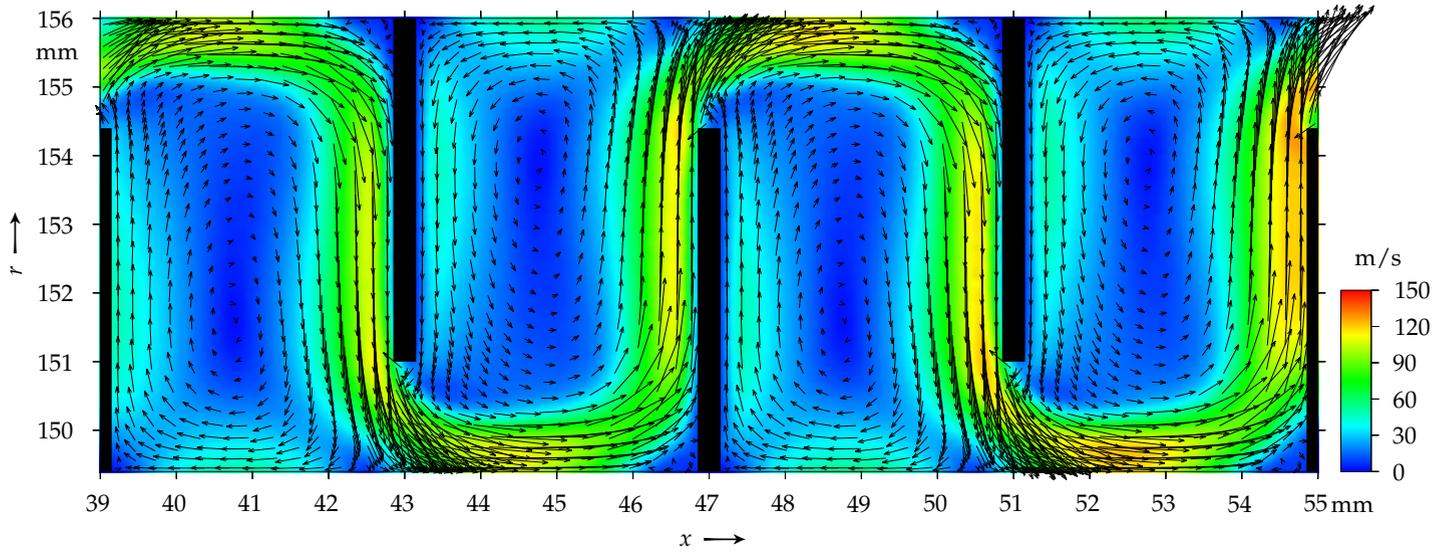


Abbildung 4.18: Strömungsfeld in einem Vollayrinth mit $\varepsilon = 0.6$ innerhalb eines Meridianschnitts mit $\gamma = 180^\circ$

fen als auch die Änderungen von Wirbelkammer zu Wirbelkammer. In jeder zweiten Wirbelkammer ist ein deutlich erhöhter Druckanstieg unmittelbar vor dem Labyrinthblech zu erkennen. Dieser abwechselnde Druckanstieg verläuft für $\gamma = 0^\circ$ und $\gamma = 180^\circ$ gegengleich. Zwischen 0° und 180° findet ein stetiger Übergang von der einen Form in die andere statt.

Der Grund für den über den Umfang nicht symmetrischen Druckanstieg in den Wirbelkammern liegt in einer Verschiebung der Wirbelzentren. In den [Abbildungen 4.19](#) und [4.20](#) sind die Druckverteilungen für die 5. und 6. Wirbelkammer vergrößert wiedergegeben. Durch Anpassung der theoretischen Druckparabel ([Gleichung 4.6](#)) an den tatsächlichen Druckverlauf erkennt man, dass sich zum Beispiel das Wirbelzentrum in der 5. Wirbelkammer bei $\gamma = 180^\circ$ um etwa 0.1 mm stromaufwärts verschiebt im Vergleich zu $\gamma = 0^\circ$. Ähnlich verhält es sich in der 6. Wirbelkammer, nur dass hier die Verschiebung der Wirbelzentren gegengleich zur 5. Wirbelkammer passiert.

Auch die auf einen Rotor wirkende Axialkraft ist von seiner exzentrischen Lage abhängig. Mit zunehmender Exzentrizität des Rotor nimmt die Axialkraft stetig ab. In [Abbildung 4.21](#) ist die dimensionslose Axialkraft C_F über der Exzentrizität ε aufgetragen, wobei C_F der in [Abschnitt 3.3.5 \(Axialschub und Tangentialgeschwindigkeit\)](#), [Gleichung 3.23](#), festgelegten Definition entspricht. Der Einfluss der Exzentrizität auf den C_F -Wert ist jedoch sehr gering und liegt unter einem Promille.

4.3.2 Schiefstellung

Eine Schiefstellung des Rotors bewirkt eine sehr starke Veränderung des Strömungskanals, wie aus [Abbildung 4.24](#) für einen Meridianschnitt bei $\gamma = 0^\circ$ ersichtlich wird. Die Querschnittsflächen der Wirbelkammern im Meridianschnitt werden durch eine Schiefstellung abwechselnd größer und kleiner; das gesamte Volumen jeder einzelnen Wirbelkammer bleibt jedoch konstant, da eine Verkleinerung der Querschnittsfläche der Wirbelkammer bei $\gamma = 0^\circ$ eine Vergrößerung der Querschnittsfläche bei $\gamma = 180^\circ$ bewirkt und umgekehrt.

Der Einfluss der Schiefstellung auf den Leckagemassenstrom ist in [Abbildung 4.22](#) dargestellt. Der C_D -Wert nimmt mit größer werdender Schiefstellung immer weiter ab. Der Unterschied zwischen $\sigma = 0$ und $\sigma = 1.75$ beträgt etwa 0.45 Prozentpunkte und ist weitestgehend unabhängig vom Druckverhältnis II .

Ein Vergleich mit [Abbildung 4.15](#) zeigt, dass der Einfluss der Schiefstellung damit von gleicher Größenordnung ist wie der Einfluss der Exzentrizität. Sowohl eine Vergrößerung der Exzentrizität als auch eine Vergrößerung der Schiefstellung bewirken eine Verringerung des Leckagemassenstroms.

4.3 Einfluss der Exzentrizität und der Schiefstellung des Rotors

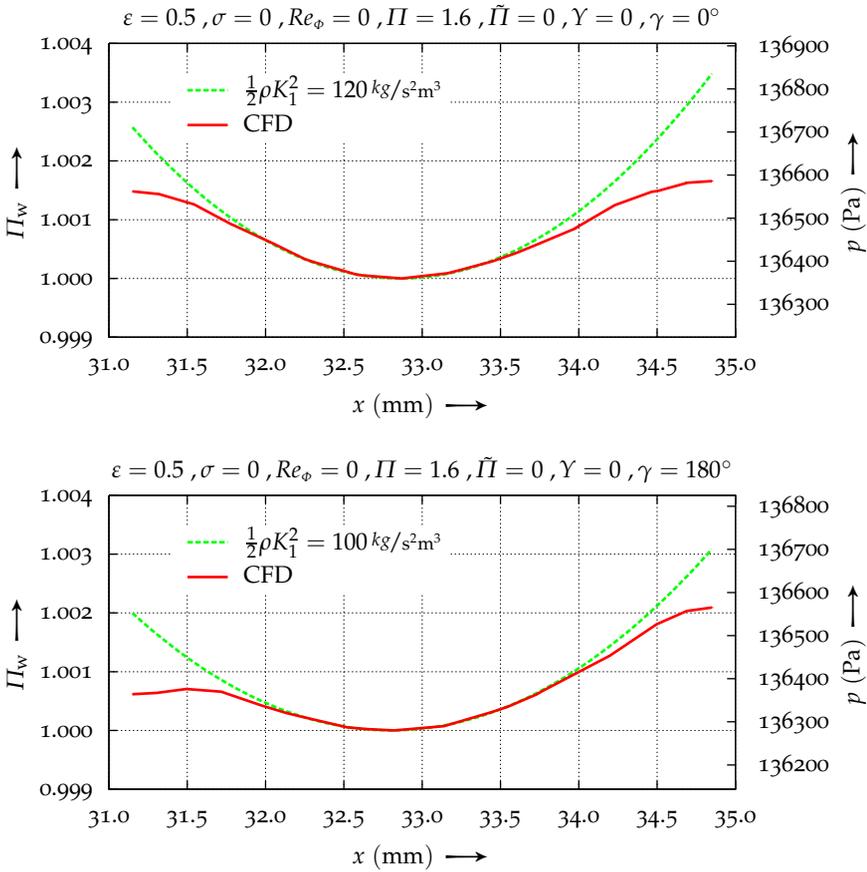


Abbildung 4.19: Druckverteilung in der 5. Wirbelkammer

4 Volllabyrinth: Ergebnisse und Auswertung

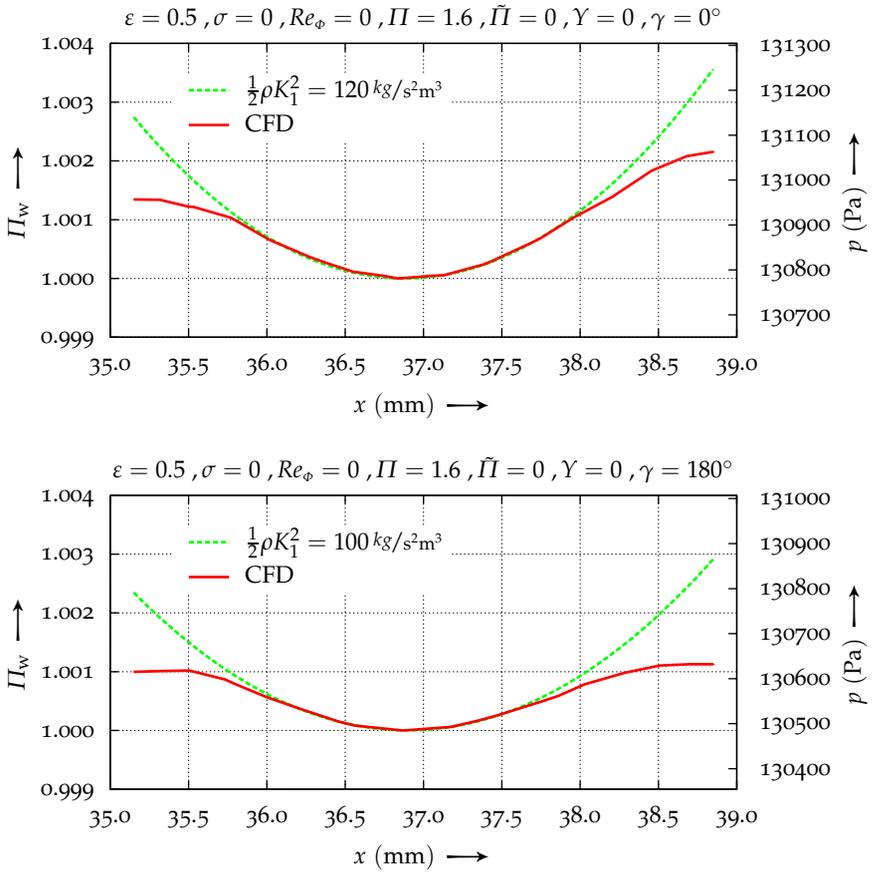


Abbildung 4.20: Druckverteilung in der 6. Wirbelkammer

4.3 Einfluss der Exzentrizität und der Schiefstellung des Rotors

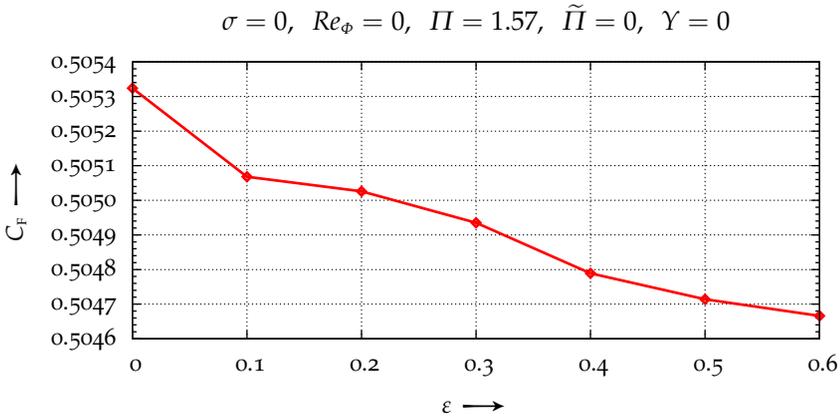


Abbildung 4.21: Dimensionslose Axialkraft C_F in Abhängigkeit der Exzentrizität ϵ

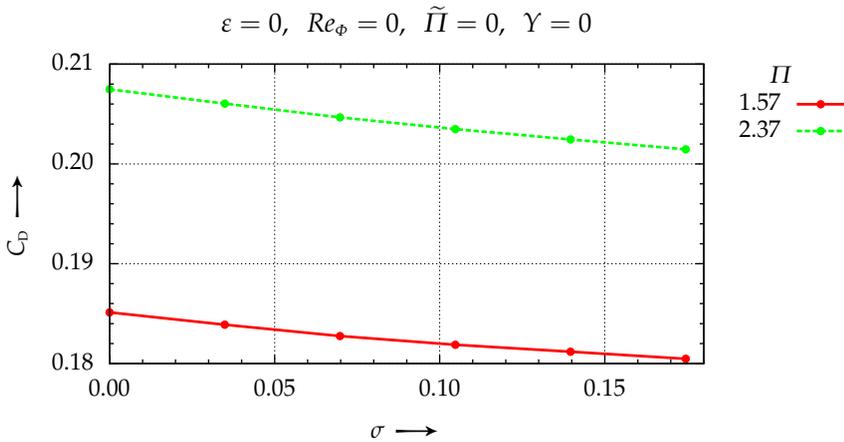


Abbildung 4.22: C_D -Wert in Abhängigkeit der Schiefstellung σ

4 Volllabyrinth: Ergebnisse und Auswertung

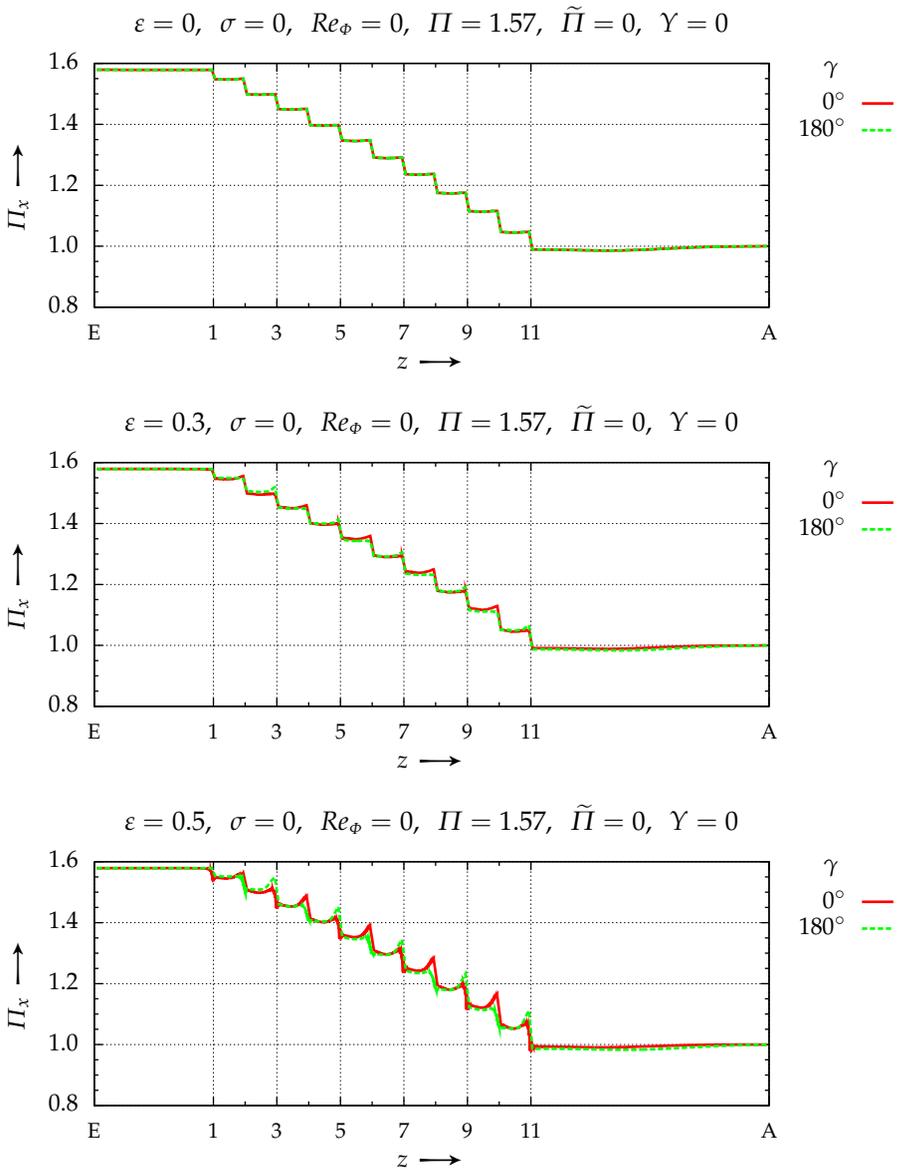


Abbildung 4.23: Druckverlauf in einem Volllabyrinth für unterschiedliche Exzentrizitäten ε

$$\varepsilon = 0, \sigma = 0.175, Re_\phi = 0, \Pi = 1.57, \tilde{\Pi} = 0, \Upsilon = 0, \gamma = 0^\circ$$

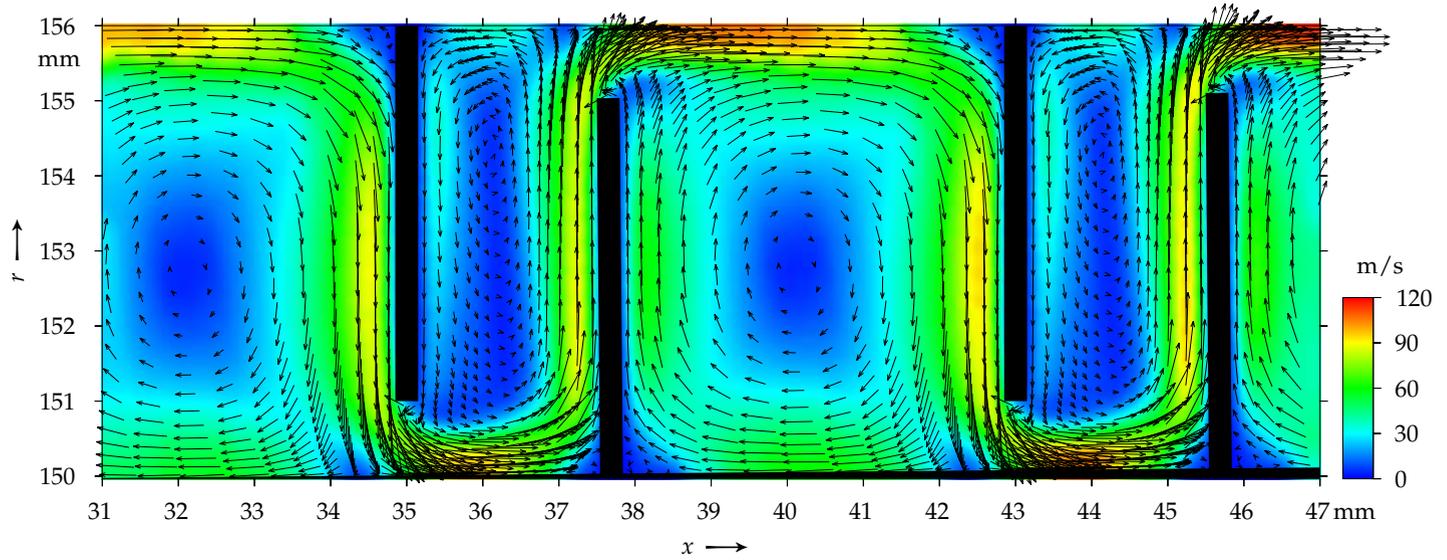


Abbildung 4.24: Strömungsfeld in einem Vollabyrinth mit schiefgestelltem Rotor

In [Abbildung 4.25](#) sind die Druckverläufe für unterschiedliche Schiefstellungen des Rotors dargestellt. Die auf der Abszisse eingezeichnete Lage der Labyrinthbleche entspricht der eines nicht schiefgestellten Rotors. Anhand der sprungförmigen Druckabfälle ist die tatsächliche Lage der Labyrinthbleche zu erkennen sowie ihre axialen Abstände zueinander, die abwechselnd mal größer und mal kleiner sind, wie bereits aus [Abbildung 4.24](#) ersichtlich wurde.

Bei schiefgestelltem Rotor sind die Mittelwerte der statischen Drücke pro Wirbelkammer nicht mehr konstant über dem Umfang. Es besteht jedoch eine 180° -Symmetrie, wobei die Symmetrieebene der Ebene entspricht in der der Rotor schiefgestellt wird. Der über den Umfang nicht konstante statische Druck steht im starken Gegensatz zum exzentrischen Rotor (siehe [Abbildung 4.23](#)), wo die mittleren Drücke in den Wirbelkammern über den Umfang konstant bleiben.

Des Weiteren fällt auf, dass die Druckdifferenzen zwischen je zwei benachbarten Wirbelkammern stark schwanken. Sie sind abwechselnd mal größer und mal kleiner. Der Übergang von einer Wirbelkammer mit kleiner Querschnittsfläche zu einer Wirbelkammer mit großer Querschnittsfläche bedingt dabei immer eine große Druckdifferenz und der Übergang von einer Wirbelkammer mit großer Querschnittsfläche zu einer Wirbelkammer mit kleiner Querschnittsfläche eine kleine Druckdifferenz. Es sind hierbei immer die Querschnittsflächen für einen bestimmten Meridianschnitt gemeint.

4.3.3 Überlagerung von Exzentrizität, Schiefstellung und Rotation

Bis jetzt wurden die Effekte der Exzentrizität und der Schiefstellung getrennt voneinander betrachtet. Dabei zeigte sich, dass sowohl eine Vergrößerung der Exzentrizität als auch eine Vergrößerung der Schiefstellung einen geringeren Leckagemassenstrom verursacht.

Treten Exzentrizität und Schiefstellung gleichzeitig auf, so zeigen die CFD-Rechnungen, dass dies, mit wenigen Ausnahmen, ebenfalls zu einer Reduktion des C_D -Wertes führt, wie dies zum Beispiel aus [Abbildung 4.26](#) hervorgeht. Es handelt sich dabei um eine Volllabyrinth mit stillstehendem Rotor und einem Gesamtdruckverhältnis von $II = 1.57$.

Eine alleinige Auslenkung des Rotors aus der symmetrischen Lage um $\varepsilon = 0.6$ verursacht eine Reduktion des C_D -Wertes um etwa 0.5 Prozentpunkte und eine alleinige Auslenkung des Rotors um $\sigma = 0.175$ verursacht eine Reduktion des C_D -Wertes um etwa 0.45 Prozentpunkte im Vergleich zur symmetrischen Lage des Rotors. Wird der Rotor nun sowohl um $\varepsilon = 0.6$ als auch um $\sigma = 0.175$ ausgelenkt, so bewirkt dies eine Reduktion des C_D -Wertes um etwa

4.3 Einfluss der Exzentrizität und der Schiefstellung des Rotors

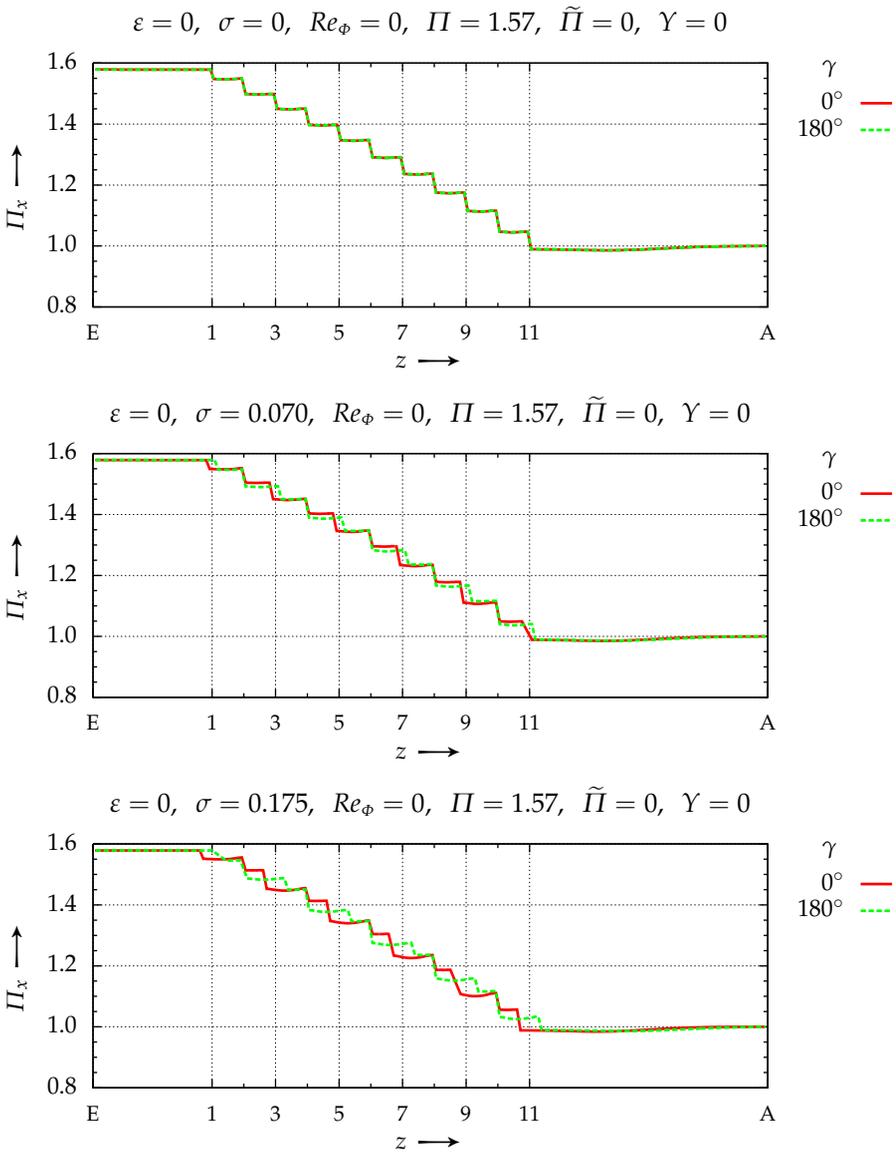


Abbildung 4.25: Druckverlauf in einem Vollabyrinth für unterschiedliche Schiefstellungen σ

4 Vollabyrinth: Ergebnisse und Auswertung

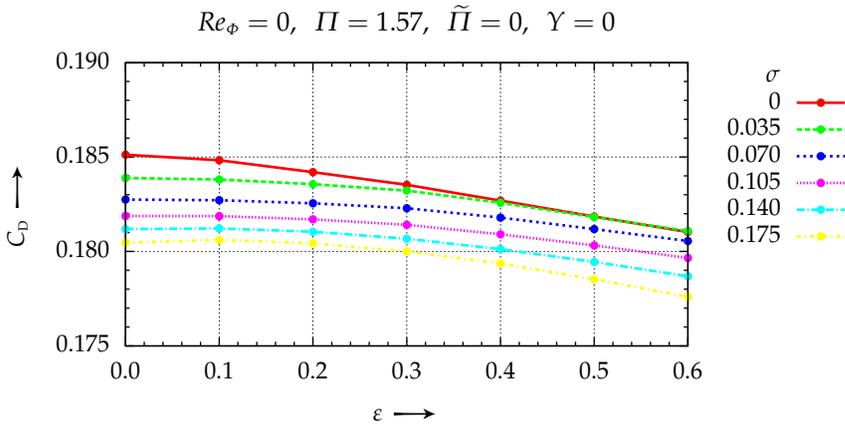


Abbildung 4.26: C_D -Wert in Abhängigkeit der Exzentrizität ε bei $\Pi = 1.57$

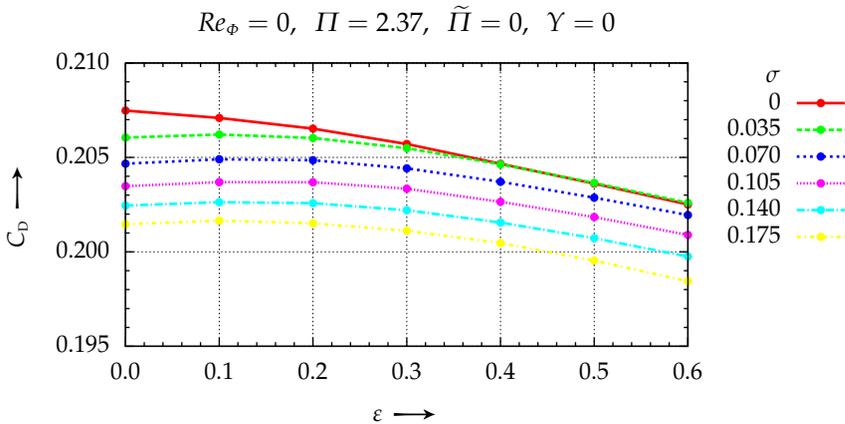


Abbildung 4.27: C_D -Wert in Abhängigkeit der Exzentrizität ε bei $\Pi = 2.4$

0.75 Prozentpunkte. Auch wenn das Superpositionsprinzip eines linearen Systems hier nicht angewendet werden kann, so hat der in [Abbildung 4.26](#) dargestellte Bereich zumindest den qualitativen, jedoch nicht quantitativen, Charakter eines linearen Systems. Eine Ausnahme bilden die Kurven für $\sigma = 0$ und $\sigma = 0.035$, welche ab $\varepsilon > 0.3$ fast deckungsgleich verlaufen. Es konnte jedoch keine Ursache für dieses Verhalten gefunden werden. Auch die CFD-Berechnungen zeigten keinerlei Auffälligkeiten.

4.3 Einfluss der Exzentrizität und der Schiefstellung des Rotors

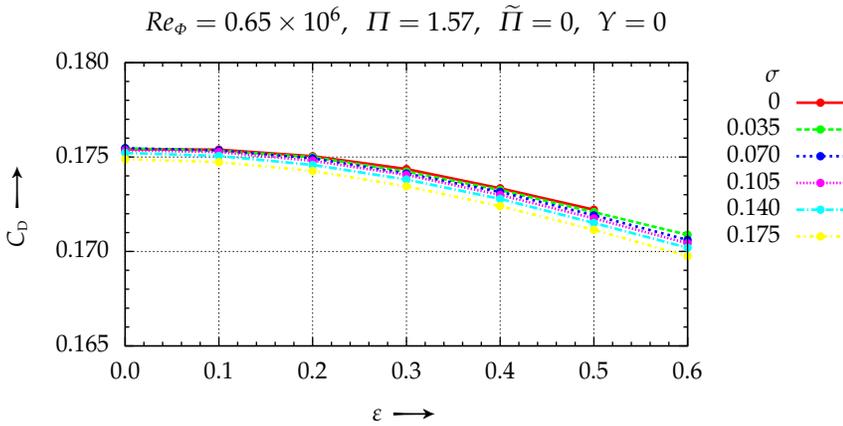


Abbildung 4.28: C_D -Wert in Abhängigkeit der Exzentrizität ε bei $\Pi = 1.57$ und $Re_\phi = 0.65 \times 10^6$

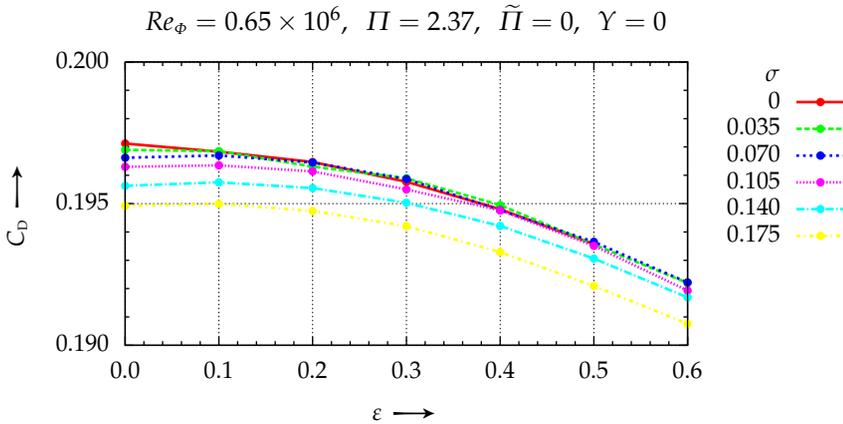


Abbildung 4.29: C_D -Wert in Abhängigkeit der Exzentrizität ε bei $\Pi = 2.37$ und $Re_\phi = 0.65 \times 10^6$

Das Kennfeld für ein Gesamtdruckverhältnis von $\Pi = 2.37$ zeigt [Abbildung 4.27](#). Sieht man vom erhöhten Leckagemassenstrom (erhöhten C_D -Wert) ab, so sind die Kennfelder für $\Pi = 1.57$ und $\Pi = 2.37$ sehr ähnlich. Die Kurvenverläufe für $\Pi = 2.37$ sind jedoch nicht mehr über den gesamten Bereich monoton fallend. Mit zunehmender Schiefstellung des Rotors bleiben die C_D -Werte zwischen $\varepsilon = 0$ und $\varepsilon = 0.3$ in etwa konstant oder steigen sogar leicht an.

Wird der Rotor in Drehung versetzt, so zeigt sich, dass die Kurven des Kennfelds mit steigender Drehzahl immer enger beieinander liegen. [Abbildung 4.28](#) und [4.29](#) zeigen die Kennfelder für eine Umfangsreynoldszahl von $Re_\phi = 0.65 \times 10^6$. Bei einem Druckverhältnis von $\Pi = 1.57$ liegen die Kennlinien fast übereinander. Der Einfluss der Schiefstellung σ ist nur noch minimal, während der Einfluss der Exzentrizität ε weiterhin vorhanden ist und in etwa gleich groß ist wie beim stillstehenden Rotor. Zwischen $\varepsilon = 0$ und $\varepsilon = 0.6$ fällt der C_D -Wert um etwa 0.45 Prozentpunkte.

Bei höheren Druckverhältnissen liegen die Kennlinien wieder weiter auseinander, wie dies zum Beispiel für $\Pi = 2.37$ in [Abbildung 4.29](#) deutlich zu erkennen ist. Dieses Tendenz, die bei stillstehendem Rotor ([Abbildung 4.27](#)) nur sehr schwach zu erkennen war, tritt bei höheren Drehzahlen immer deutlicher auf. Oder anders formuliert: Bei kleinen Druckverhältnissen und großen Umfangsreynoldszahlen spielt die Schiefstellung des Rotor eine untergeordnete Rolle. Der C_D -Wert ist dann nur noch von der Exzentrizität und der Umfangsreynoldszahl abhängig, jedoch nicht mehr von der Schiefstellung des Rotors.

4.4 Vergleich mit vorhandenen Messergebnissen

Für das untersuchte Volllabyrinth existierten Messergebnisse aus Prüfstandsversuchen von Leeb [17]. In [Abbildung 4.30](#) sind die C_D -Werte dieser Messungen zusammen mit den Ergebnissen der CFD-Berechnung dargestellt. Des Weiteren sind die C_D -Werte für eine theoretische Berechnung nach Egli

$$C_{D\text{Egli}} = \frac{\dot{m}_{\text{Egli}}}{\dot{m}_{\text{id}}} \quad (4.13)$$

mit

$$\dot{m}_{\text{Egli}} = \alpha A_{\text{Sp}} \sqrt{p_0 \rho_0 \frac{1 - \Pi^2}{n + \frac{2}{\kappa} \ln \frac{1}{\Pi}}} \quad (4.14)$$

eingetragen, sowie die C_D -Werte für eine Berechnung nach Stodola

$$C_{D\text{Stodola}} = \frac{\dot{m}_{\text{Stodola}}}{\dot{m}_{\text{id}}} \quad (4.15)$$

mit

$$\dot{m}_{\text{Stodola}} = \alpha A_{\text{Sp}} \sqrt{\frac{p_0^2 - p_n^2}{n p_0 v_0}}. \quad (4.16)$$

Für unterschiedliche Exzentrizitäten ε stimmen die C_D -Werte der Messung und CFD-Rechnung ([Abbildung 4.30](#)) hervorragend überein. Die C_D -Werte

nach Stodola liegen etwas höher im Vergleich zur Messung beziehungsweise zu den Ergebnissen der CFD-Rechnung und zwar um 0.6 Prozentpunkte bei $\varepsilon = 0$ und 0.95 Prozentpunkte bei $\varepsilon = 0.5$. Die C_D -Werte nach Egli liegen noch etwas höher: 0.95 Prozentpunkte bei $\varepsilon = 0$ und 1.53 Prozentpunkte bei $\varepsilon = 0.5$.

Die Berechnung der Massenströme nach Egli (Gleichung 4.14) und Stodola (Gleichung 4.16) erfolgte mit einer Kontraktionszahl von $\mu = 0.63$ und einer Reibungszahl von $\varphi = 0.86$. Damit ergibt sich die Durchflusszahl α zu

$$\alpha = \mu \cdot \varphi = 0.542. \quad (4.17)$$

Im Gegensatz zur Exzentrizität ε weichen Messergebnisse und CFD-Rechnung bei einer Schiefstellung σ stärker voneinander ab. Während die CFD-Rechnungen zeigen, dass der C_D -Wert mit steigender Schiefstellung kontinuierlich sinkt, steigt der C_D -Wert der Messung zunächst beträchtlich an, um dann für $\sigma > 0.35$ wieder sehr stark abzusinken.

Die Modelle für die CFD-Rechnungen wurden so ausgelegt, dass maximale Exzentrizität und maximale Schiefstellung gleichzeitig auftreten können, um so die Kopplung zwischen Exzentrizität und Schiefstellung in diesem Bereich vollständig erfassen zu können. Dadurch waren Schiefstellungen für $\sigma > 0.175$ nicht möglich. Zusammen mit einer maximalen Exzentrizität von $\varepsilon = 0.6$ ergibt sich eine minimale Spaltweite beim letzten Labyrinthblech von 0.23 mm. Kleinere Spaltweiten ließen sich nicht mehr sinnvoll vernetzen, da die Verzerrung des Netzes zwischen Wirbelkammer und Spalt zu groß wurde.

Bei den Messungen von Leeb [17] wurde auf eine Kopplung zwischen Exzentrizität und Schiefstellung *nicht* eingegangen. Es wurden ausschließlich Messreihen entweder mit exzentrischem Rotor oder mit schiefgestelltem Rotor durchgeführt, jedoch nie beides zusammen. Somit waren größere Schiefstellungen σ möglich, wie auch aus Abbildung 4.30 ersichtlich ist.

Eine gedachte Verlängerung der Kurve für die CFD-Berechnung würde dazu führen, dass ab etwa $\sigma = 0.5$ die C_D -Werte für Messung und CFD-Rechnung wieder recht gut beieinander liegen, sodass die zwei erhöhten Messwerte möglicherweise als Messfehler interpretiert werden könnten. Es ist jedoch leider nicht mehr möglich, dies zu verifizieren, und in der Arbeit von Leeb [17] wird kein Grund für den lokalen Anstieg des C_D -wertes genannt.

Die Untersuchungen für unterschiedliche Umfangsreynoldszahlen Re_ϕ zeigen wieder recht gute Übereinstimmung der C_D -Werte zwischen Messung und CFD-Berechnung. Die C_D -Werte der CFD-Berechnung sinken zwar etwas stärker als die der Messung, jedoch sind die Unterschiede mit maximal 0.6 Prozentpunkten gering. Auch hier sind die C_D -Werte für eine Berechnung nach Egli beziehungsweise Stodola etwas größer als die der Messung beziehungsweise der CFD-Berechnung.

4 Volllabyrinth: Ergebnisse und Auswertung

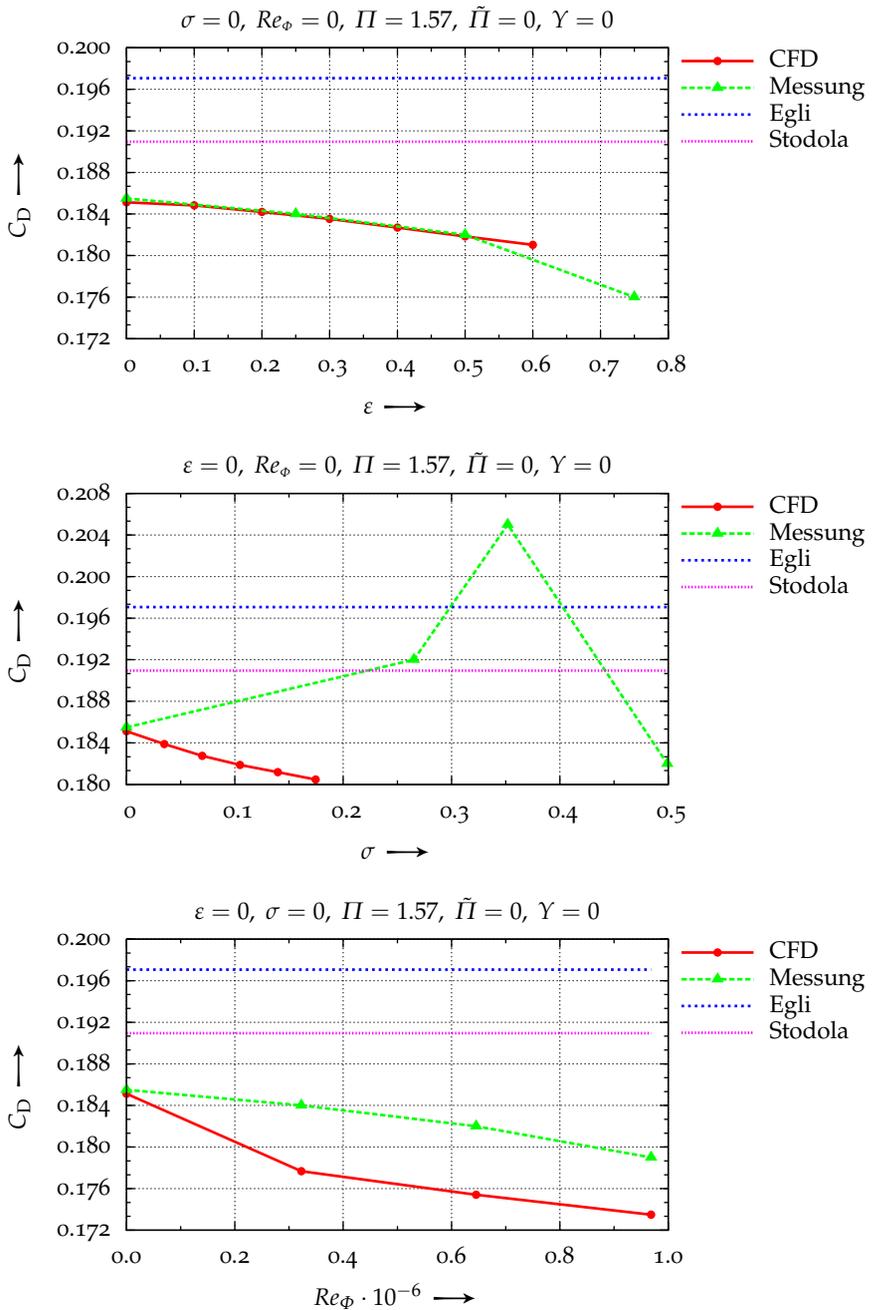


Abbildung 4.30: Vergleich der C_D -Werte von Messungen, CFD-Berechnungen und halb-empirischen Berechnungsmethoden

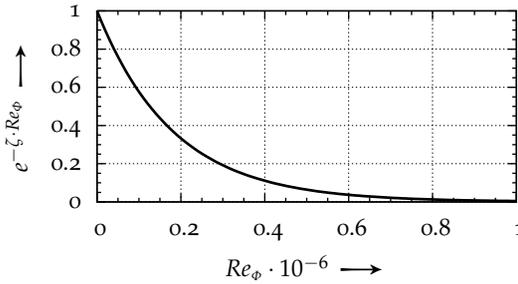


Abbildung 4.31: Kopplungsfaktor ζ

4.5 Adaption der Formeln von Egli und Stodola

Die Berechnung der C_D -Werte nach Egli und Stodola geht auf die Lage des Rotors (Exzentrizität ε und Schiefstellung σ) sowie die Rotation (Umfangsreynoldszahl Re_ϕ) nicht ein. Daher sind in [Abbildung 4.30](#) die nach Egli und Stodola berechneten C_D -Werte als Geraden konstanter C_D -Werte eingezeichnet.

Im Folgenden wird versucht, die Formeln von Egli und Stodola derart anzupassen, dass Änderungen der Exzentrizität, der Schiefstellung und der Rotation berücksichtigt werden können. Dabei wird immer von den mittels [Gleichung 4.13](#) und [Gleichung 4.15](#) berechneten C_D -Werten ausgegangen, die im Folgenden mit $C_{D,0}$ bezeichnet werden.

Der Verlauf der C_D -Werte in den [Abbildungen 4.26 bis 4.29](#) lässt erkennen, dass der Einfluss der Exzentrizität ε auf den C_D -Wert durch eine Parabel angenähert werden kann. In guter Übereinstimmung mit den Messergebnissen und den CFD-Ergebnissen kann als Parabel

$$- \tilde{\zeta}_\varepsilon \cdot \varepsilon^2 \tag{4.18}$$

mit einem Einflussfaktor $\tilde{\zeta}_\varepsilon$ für die Exzentrizität von

$$\tilde{\zeta}_\varepsilon = 0.012 \tag{4.19}$$

verwendet werden.

Der Einfluss der Schiefstellung σ auf den C_D -Wert zeigt ein lineares Verhalten (siehe [Abbildung 4.22](#)) und kann somit durch eine Gerade angenähert werden. Es muss jedoch beachtet werden, dass die Steigung dieser Geraden mit zunehmenden Umfangsreynoldszahlen exponentiell abnimmt. Die Anpassung des C_D -wertes an die Formeln von Egli und Stodola kann durch

$$- \tilde{\zeta}_\sigma \cdot e^{-\tilde{\zeta} \cdot Re_\phi} \cdot \sigma \tag{4.20}$$

geschehen, mit dem Einflussfaktor ξ_σ für die Schiefstellung von

$$\xi_\sigma = 0.026 \quad (4.21)$$

und dem Kopplungsfaktor ζ von

$$\zeta = 5.5 \times 10^{-6}. \quad (4.22)$$

Der Einfluss der Kopplung zwischen Schiefstellung und Umfangsreynoldszahl durch die Funktion $e^{-\zeta \cdot Re_\phi} \cdot \sigma$ ist in [Abbildung 4.31](#) wiedergegeben.

Der Einfluss der Umfangsreynoldszahl auf den C_D -Wert zeigt in guter Näherung ein lineares Verhalten (siehe [Abbildung 4.10](#)) und kann durch

$$- \xi_{Re_\phi} \cdot Re_\phi \quad (4.23)$$

berücksichtigt werden. Der Einflussfaktor ξ_{Re_ϕ} für die Umfangsreynoldszahl ist dabei

$$\xi_{Re_\phi} = 1 \times 10^{-8}. \quad (4.24)$$

Fasst man alle drei Effekte – Exzentrizität, Schiefstellung, Umfangsreynoldszahl – zusammen, so können damit die Formeln von Egli und Stodola korrigiert werden. Als adaptierte Formel für die Berechnung des C_D -Wertes erhält man dann

$$C_D = C_{D,0} - \xi_\varepsilon \cdot \varepsilon^2 - \xi_\sigma \cdot e^{-\zeta \cdot Re_\phi} \cdot \sigma - \xi_{Re_\phi} \cdot Re_\phi, \quad (4.25)$$

wenn man für $C_{D,0}$ die originalen C_D -Werte einsetzt, die sich aus den Formeln von Egli ([Gleichung 4.13](#)) beziehungsweise Stodola ([Gleichung 4.15](#)) ergeben. Die Einflussfaktoren ξ und der Kopplungsfaktor ζ sind hier noch einmal zusammengefasst:

$$\xi_\varepsilon = 0.012 \quad (4.26)$$

$$\xi_\sigma = 0.026 \quad (4.27)$$

$$\xi_{Re_\phi} = 1 \times 10^{-8} \quad (4.28)$$

$$\zeta = 5.5 \times 10^{-6}. \quad (4.29)$$

Diese adaptierte Form der C_D -Wert-Berechnung zeigt gute Übereinstimmung mit den Messergebnissen und den CFD-Berechnungen. In den [Abbildungen 4.32](#) und [4.33](#) sind die C_D -Werte unterschiedlicher Berechnungsverfahren dargestellt. Es soll noch einmal darauf hingewiesen werden, dass die adaptierte Form der C_D -Wert-Berechnung nur die Effekte der Exzentrizität, der Schiefstellung und der Umfangsreynoldszahl berücksichtigt. Der Einfluss

4.5 *Adaption der Formeln von Egli und Stodola*

des Druckverhältnisses jedoch wird durch die adaptierte Formel nicht weiter angepasst, sondern direkt mittels $C_{D,0}$ von der originalen Formel nach Egli beziehungsweise nach Stodola übernommen. In allen Fällen stellt die adaptierte C_D -Wert-Berechnung eine obere Grenze für die CFD-Berechnungen dar.

4 Volllabyrinth: Ergebnisse und Auswertung

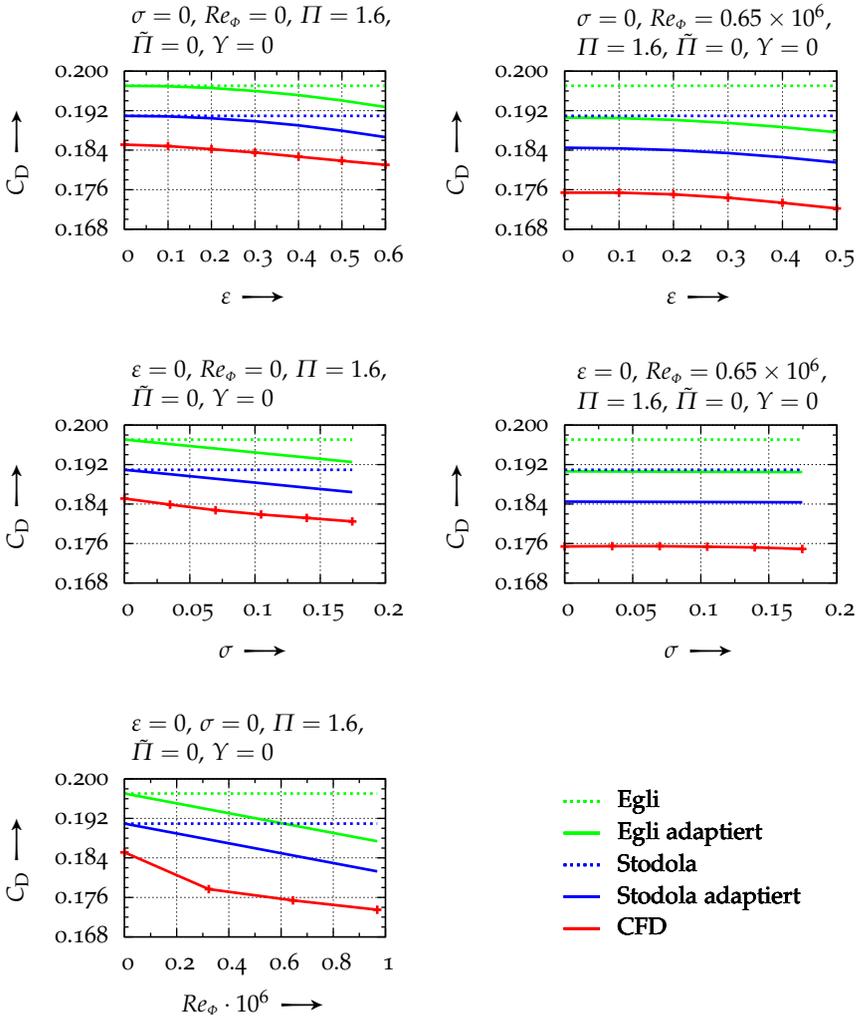


Abbildung 4.32: Vergleich verschiedener C_D -Wert-Berechnungen für $\Pi = 1.57$

4.5 Adaption der Formeln von Egli und Stodola

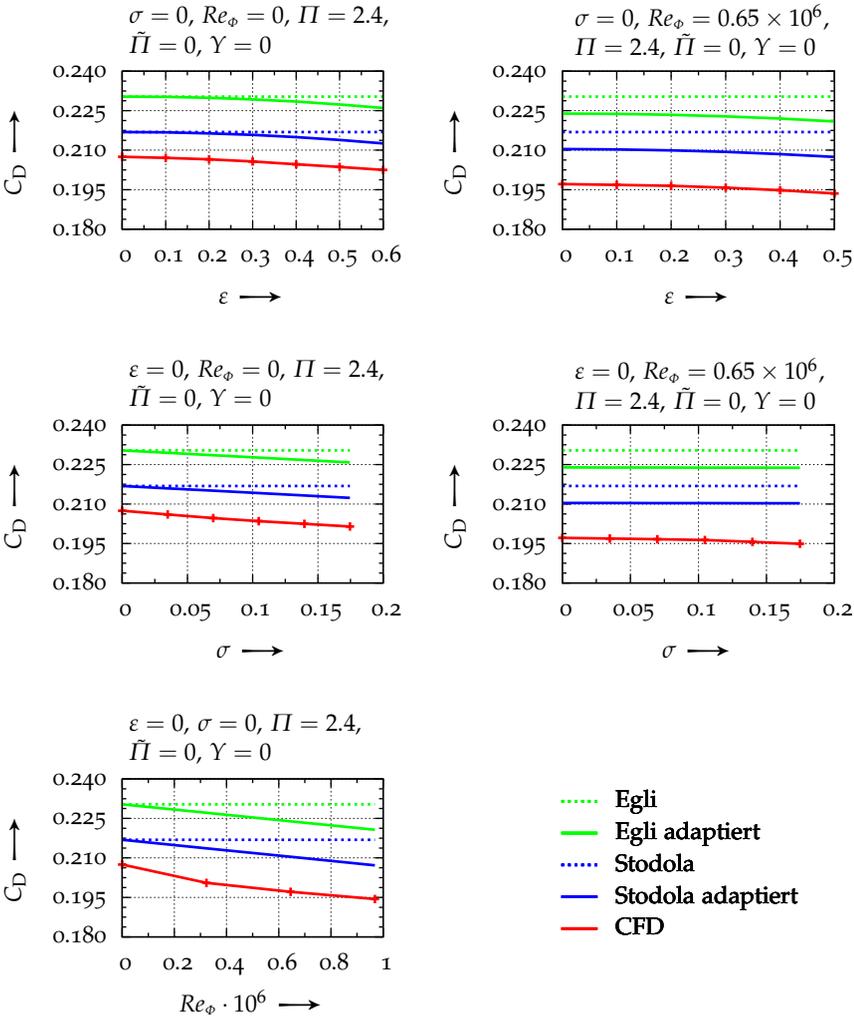


Abbildung 4.33: Vergleich verschiedener C_D -Wert-Berechnungen für $\Pi = 2.37$

4 *Volllabyrinth: Ergebnisse und Auswertung*

5 Durchblicklabyrinth: Ergebnisse und Auswertung

Wissenschaft: Es ist nicht ihr Ziel, der unendlichen Weisheit eine Tür zu öffnen, sondern eine Grenze zu setzen dem unendlichen Irrtum.

Bertold Brecht

In diesem Kapitel werden die Ergebnisse der CFD-Berechnungen für ein Durchblicklabyrinth dokumentiert. Die Geometrie des Durchblicklabyrinths entspricht der des Volllabyrinths ([Abbildung 3.2](#)), nur dass die am Stator sitzenden Labyrinthbleche entfernt sind. Das Durchblicklabyrinth besteht daher aus sechs Labyrinthblechen, welchen alle am Rotor sitzen, und fünf Wirbelkammern.

5.1 Allgemeines

[Abbildung 5.1](#) zeigt einen Meridianschnitt des Strömungsfeldes durch ein Durchblicklabyrinth. So wie beim Volllabyrinth bildet sich auch beim Durchblicklabyrinth ein großer Hauptwirbel pro Wirbelkammer aus. Während sich jedoch beim Volllabyrinth die Drehrichtung der Wirbel von Wirbelkammer zu Wirbelkammer ändert, haben im Durchblicklabyrinth alle Wirbel die gleiche Drehrichtung. Diese Aussage bezieht sich selbstverständlich nur auf die großen Hauptwirbel und nicht auf die kleinen Eckenwirbel, die natürlich in entgegengesetzte Richtung drehen.

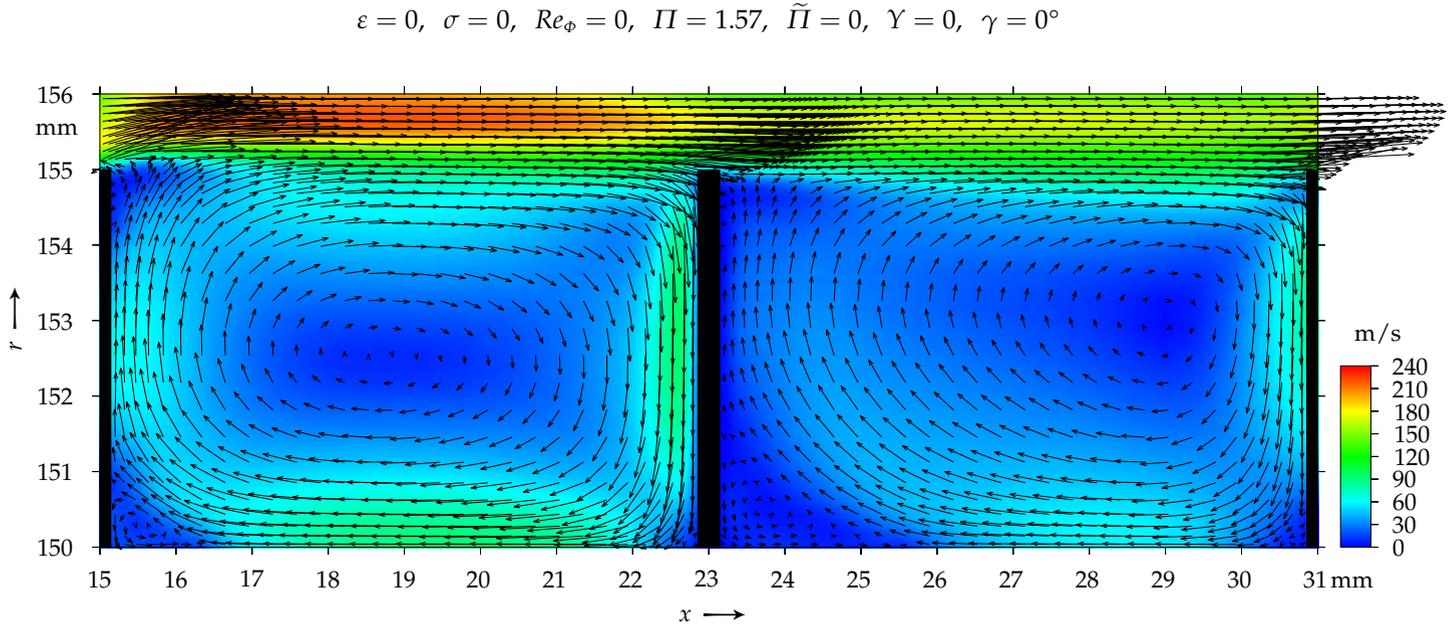


Abbildung 5.1: Strömungsfeld in der ersten und zweiten Wirbelkammer (wird fortgesetzt)

$$\varepsilon = 0, \sigma = 0, Re_\phi = 0, \Pi = 1.57, \tilde{\Pi} = 0, \Upsilon = 0, \gamma = 0^\circ$$

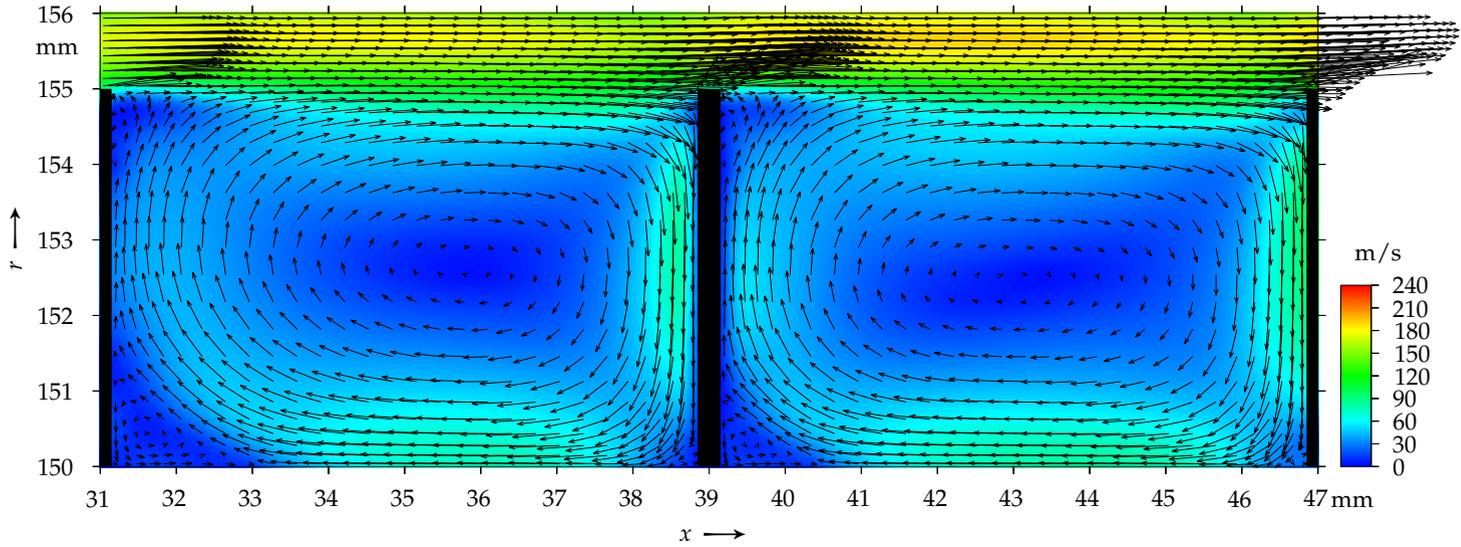


Abbildung 5.1: (Fortsetzung) Strömungsfeld in der dritten und vierten Wirbelkammer (wird fortgesetzt)

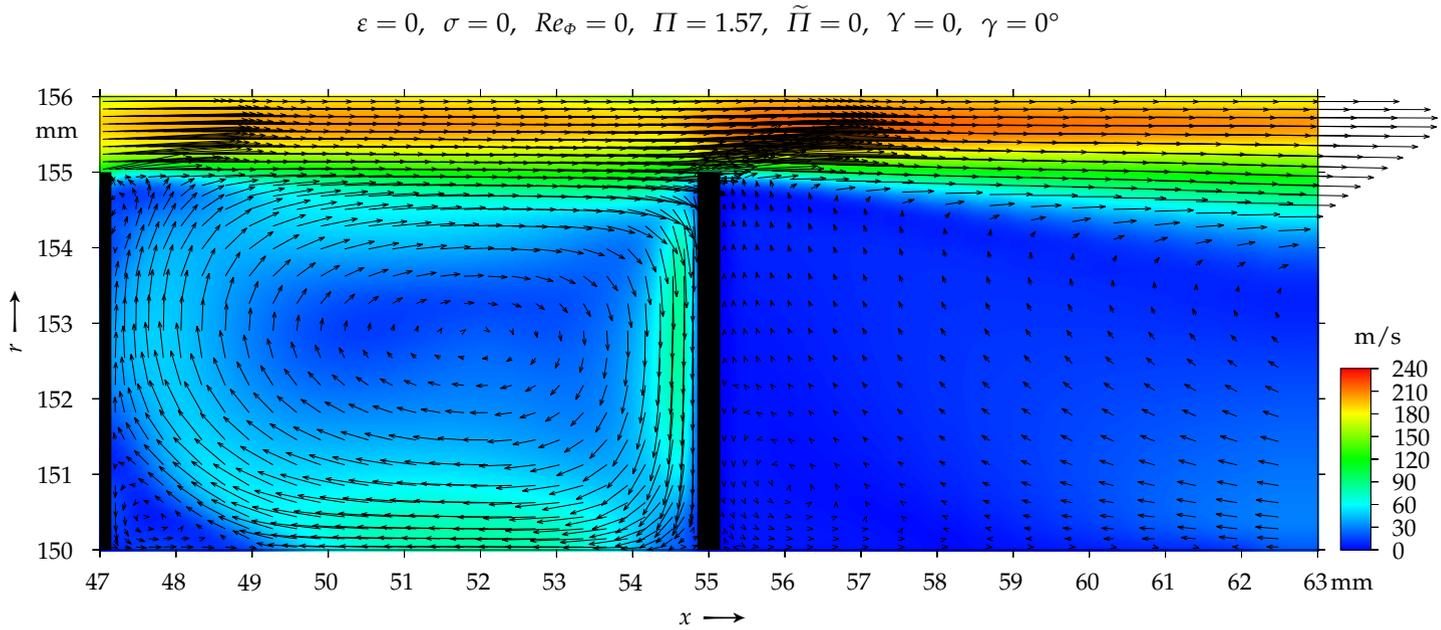


Abbildung 5.1: (Fortsetzung) Strömungsfeld in der fünften Wirbelkammer und im Austrittsbereich der Dichtung

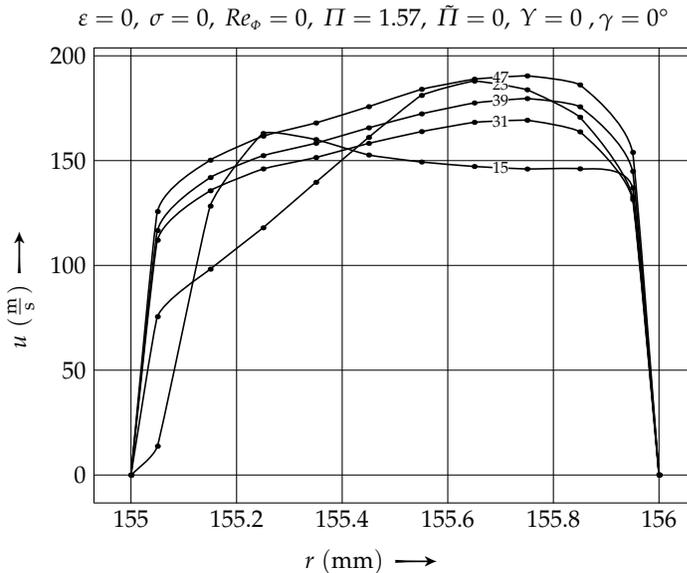


Abbildung 5.2: Axiale Geschwindigkeitsprofile in den Labyrinthspalten eines Durchblicklabyrinths mit stillstehendem Rotor

Deutlich ist das für Durchblicklabyrinth typische Überströmen – im Englischen *Carry-Over* genannt – zu erkennen. Dabei tritt nur ein Teil des Fluids in den Wirbel der Wirbelkammer ein, ein anderer überströmt die Wirbelkammer nur und strömt so auf direktem Wege von einem Labyrinthspalt zum nächsten. Dadurch wird der für Labyrinthdichtungen so wichtige Effekt der Verwirbelung in den Wirbelkammern deutlich verringert. Schon beim Volllabyrinth wurde klar, dass entgegen der Annahme halb-empirischer Rechenverfahren die kinetische Energie des Fluids vor dem Labyrinthspalt nicht vernachlässigbar klein ist und somit nur ein Teil jedoch nicht die gesamte kinetische Energie in der Wirbelkammer dissipiert wird. Durch das bei Durchblicklabyrinth auftretende Überströmen ist die kinetische Energie des Fluids beim Eintritt in den Labyrinthspalt noch um einiges größer als bei Volllabyrinth. Hinzu kommt, dass die Strömung im Volllabyrinth vor den Labyrinthspalten um fast 90° umgelenkt werden muss, während sie beim Durchblicklabyrinth ohne Umlenkung in den Labyrinthspalt eintritt.

In [Abbildung 5.2](#) sind die axialen Geschwindigkeitsprofile in den Spalten eines Durchblicklabyrinths dargestellt. Der Scharparameter gibt wieder die x -Koordinate der Labyrinthbleche an. Das Geschwindigkeitsprofil im ersten

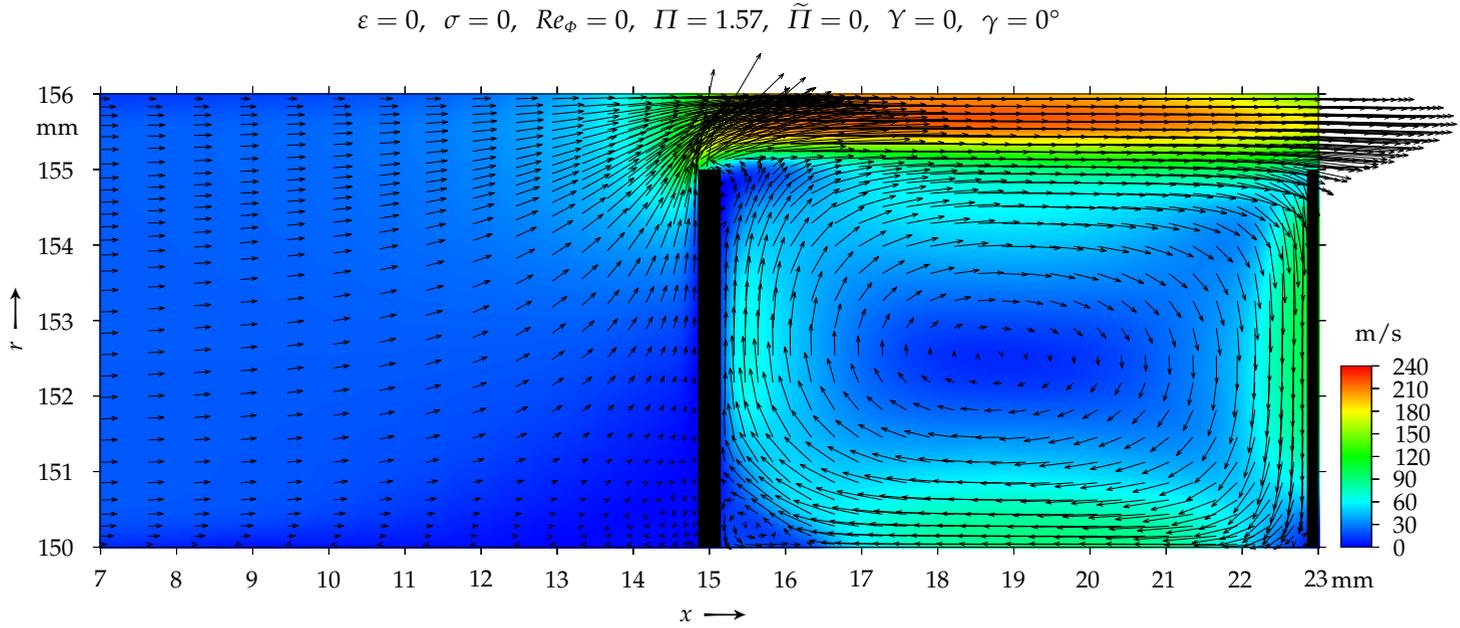


Abbildung 5.3: Fehlender Wirbel im Strömungsfeld vor dem ersten Labyrinthblech

Labyrinthspalt ($x = 15 \text{ mm}$) eines Durchblicklabyrinths ist dem eines Volllabyrinths ([Abbildung 4.2](#)) sehr ähnlich. Die Umlenkung der Strömung vor dem ersten Labyrinthblech beträgt fast 90° und die Strahleinschnürung ist in etwa gleich stark ausgeprägt wie beim Volllabyrinth. Auch die Strömungsfelder in Voll- und Durchblicklabyrinth vor dem ersten Blech sind sehr ähnlich, wie aus [Abbildung 5.3](#) und [Abbildung 4.3](#) ersichtlich wird.

Ab dem zweiten Labyrinthblech unterscheiden sich die Geschwindigkeitsprofile von Voll- und Durchblicklabyrinth jedoch erheblich. Während die Strahleinschnürung beim Volllabyrinth im zweiten Labyrinthspalt weiter zunimmt, nimmt sie beim Durchblicklabyrinth ab. Dies liegt daran, dass die Strömung beim Durchblicklabyrinth vor den Labyrinthspalten – mit Ausnahme des ersten – nicht umgelenkt werden muss, da sie auf Grund des Drehsinns der Wirbel in den Wirbelkammern bereits frontal auf die Labyrinthspalte trifft. Dadurch sind auch keine Rückströmgebiete in den Labyrinthspalten erkennbar, ganz im Gegensatz zu den Volllabyrinth.

In [Abbildung 5.4](#) sind die Druckverläufe für ein Durchblicklabyrinth in axialer Richtung dargestellt. Im Vergleich zu den Druckverläufen durch ein Volllabyrinth (siehe zum Beispiel [Abbildung 4.4](#)) fällt auf, dass es zu einem wesentlich größeren Druckabfall über dem ersten Labyrinthblech kommt und zu einem Druckanstieg über dem zweiten Labyrinthblech. Erst danach stellt sich wieder der von den Volllabyrinth bekannte stufenförmig abfallende Druckverlauf ein.

Der Grund für den sehr starken Druckabfall über dem ersten Labyrinthblech ist der Carry-Over-Effekt. Das Fluid strömt mit sehr hoher Geschwindigkeit über die erste Wirbelkammer ([Abbildung 5.1](#)), sodass der Druck in der Wirbelkammer wesentlich stärker abfällt als in der folgenden Wirbelkammer, wo die Geschwindigkeit des überströmenden Fluids nicht mehr so hoch ist. In [Abbildung 5.5](#) sind die axialen Strömungsgeschwindigkeiten entlang der Geraden $r = 155.5 \text{ mm}$ – also einer Geraden, die mitten durch alle Labyrinthspalten geht – dargestellt. Wie man sieht, sind die Geschwindigkeiten in der ersten Wirbelkammer sogar größer als nach der letzten Wirbelkammer. Entgegen dem Volllabyrinth, wo die maximalen Geschwindigkeiten immer kurz nach dem letzten Labyrinthspalt auftreten, können sie im Durchblicklabyrinth auch in der ersten Wirbelkammer auftreten.

[Abbildung 5.6](#) zeigt das axiale Geschwindigkeitsprofil entlang der Geraden $x = 19 \text{ mm}$ (in der ersten Wirbelkammer) und $x = 35 \text{ mm}$ (in der dritten Wirbelkammer). Diese zwei Geraden wurden gewählt, da nach [Abbildung 5.4](#) der statische Druck in der ersten und dritten Wirbelkammer etwa gleich groß ist und man daher fälschlicherweise vermuten könnte, dass auch die Zustände des die Wirbelkammer überströmenden Fluids gleich sind.

Wie zuvor in den Abbildungen der Strömungsfelder ist auch in [Abbildung 5.6](#) der Strahl gut zu erkennen, der die Wirbelkammern im Bereich $r = 155 \text{ mm}$ bis $r = 156 \text{ mm}$ mit hoher Geschwindigkeit überströmt. Die maximale axiale Geschwindigkeit in der ersten Wirbelkammer ist mit 221 m/s um 20% größer als in der dritten Wirbelkammer mit 183 m/s . Der sehr starke Carry-Over-Effekt führt daher in der ersten Wirbelkammer zu einem größeren Druckabfall als in den folgenden Wirbelkammern.

Die in den Wirbelkammern durch die Wirbel verursachten Druckverläufe führen beim Durchblicklabyrinth zu größeren Druckerhöhungen in der Nähe der Wände als beim Volllabyrinth, da die Abstände der Labyrinthbleche doppelt so groß sind und so die Wirbel in axialer Richtung auch etwa doppelt so groß sind. Der Anstieg des Drucks in einer Wirbelkammer verhält sich auch beim Durchblicklabyrinth entsprechend

$$p = p_w + \frac{1}{2} \rho K_1^2 r^2 \quad (5.1)$$

mit dem Druck p_w in Wirbelzentrum und dem Abstand r vom Wirbelzentrum. Siehe auch Seite [71](#) und folgende.

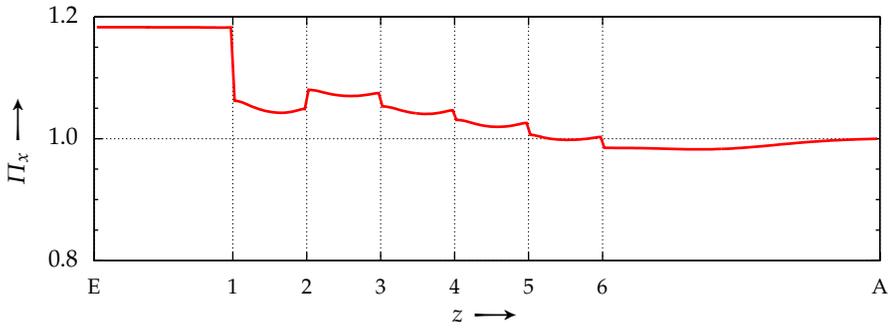
In [Abbildung 5.7](#) sind die mittels CFD berechneten Druckverläufe in der dritten Wirbelkammer für unterschiedliche Gesamtdruckverhältnisse Π dargestellt. Zudem sind wieder Parabeln nach [Gleichung 5.1](#) eingezeichnet, die mit Hilfe des Faktor $\frac{1}{2} \rho K_1^2$ an die Druckverläufe angepasst wurden. Trägt man die Parabelkoeffizienten $\frac{1}{2} \rho K_1^2$ in Abhängigkeit des Druckverhältnis Π auf, so erhält man wie beim Volllabyrinth eine Gerade die bei $\Pi = 1$ durch $\frac{1}{2} \rho K_1^2 = 0$ geht, wie in [Abbildung 5.8](#) dargestellt ist.

Mit größer werdendem Druckverhältnis steigt der Leckagemassenstrom und damit auch der C_D -Wert an. Wie aus [Abbildung 5.9](#) ersichtlich ist, steigt der C_D -Wert bei großen Druckverhältnissen jedoch nur noch gering an und scheint gegen einen oberen Grenzwert zu tendieren. Betrachtet man die im letzten Labyrinthspalt erreichten lokalen, maximalen Mach-Zahlen, so erkennt man, dass diese gegen 1 gehen und der C_D -Wert somit nicht weiter ansteigen kann.

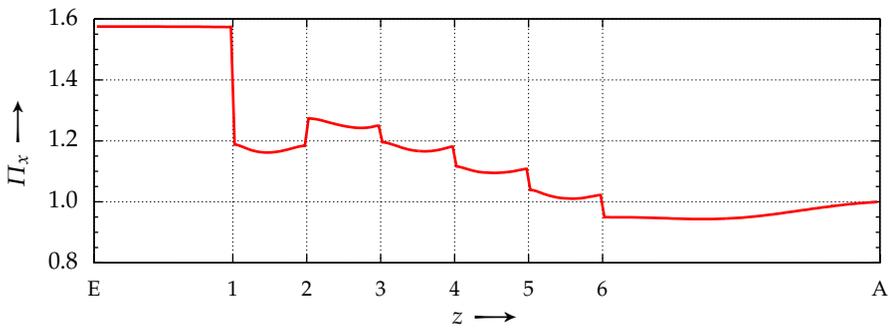
5.2 Einfluss der Rotation

Wird der Rotor in Drehung versetzt, so steigt beim Durchblicklabyrinth der Leckagemassenstrom an. Die Abhängigkeit des C_D -Wertes von der Umfangsreynoldszahl Re_ϕ ist in [Abbildung 5.11](#) wiedergegeben. Dieses Verhalten ist genau entgegengesetzt zum Volllabyrinth, bei dem der C_D -Wert mit steigender Umfangsreynoldszahl sinkt ([Abbildung 4.11](#)).

$$\varepsilon = 0, \sigma = 0, Re_\phi = 0, \Pi = 1.17, \tilde{\Pi} = 0, \Upsilon = 0$$



$$\varepsilon = 0, \sigma = 0, Re_\phi = 0, \Pi = 1.57, \tilde{\Pi} = 0, \Upsilon = 0$$



$$\varepsilon = 0, \sigma = 0, Re_\phi = 0, \Pi = 1.97, \tilde{\Pi} = 0, \Upsilon = 0$$

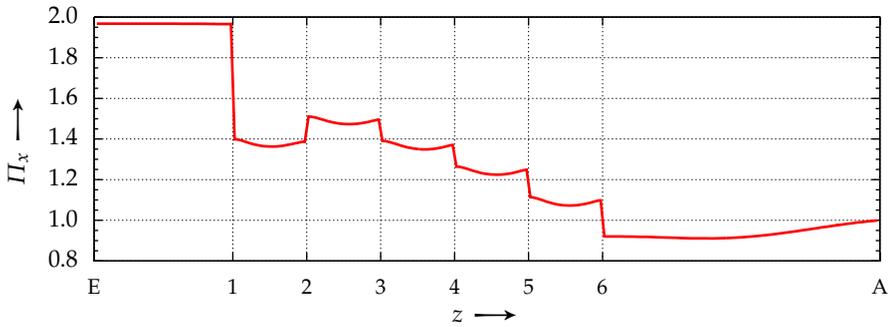


Abbildung 5.4: Druckverlauf (wird fortgesetzt)

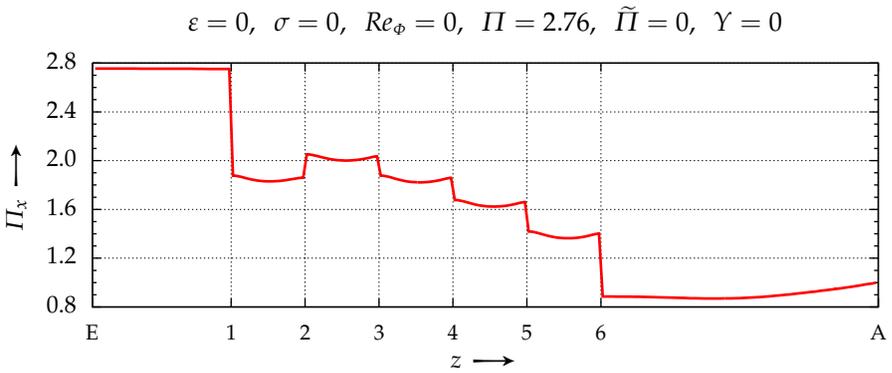
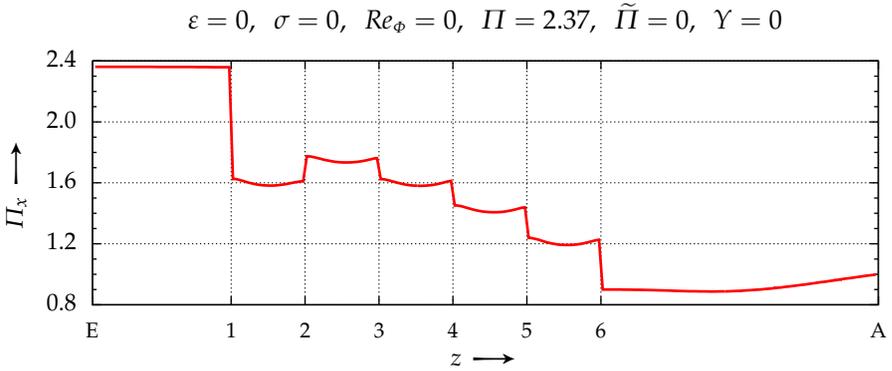


Abbildung 5.4: (Fortsetzung) Druckverlauf

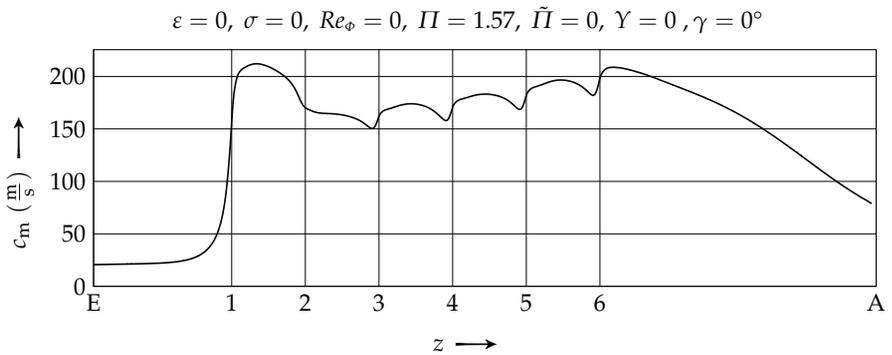


Abbildung 5.5: Verlauf der axialen Geschwindigkeit entlang der Geraden $r = 155.5 \text{ mm}$

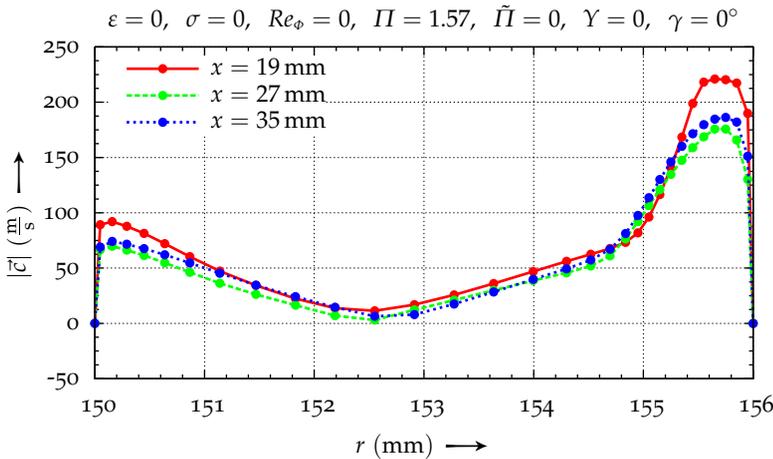


Abbildung 5.6: Geschwindigkeitsprofil in der ersten und dritten Wirbelkammer bei $x = 19 \text{ mm}$ und $x = 35 \text{ mm}$

Wie im letzten Kapitel erwähnt, ist das Absinken des C_D -Wertes beim Volllabyrinth dadurch bedingt, dass das Fluid von der drehenden Welle mitgerissen wird, unmittelbar vor dem Labyrinthspalt höhere Geschwindigkeiten auftreten, die 90° -Umlenkung in den Labyrinthspalt mit einer größeren Krümmung einhergeht und somit schließlich die Strahleinschnürung größer ist als bei stillstehender Welle. Diese Umlenkung vor dem Labyrinthspalt fällt jedoch beim Durchblicklabyrinth weg, sodass die Strahleinschnürung bei größeren Drehzahlen nicht zunimmt. Das axiale Geschwindigkeitsprofil für ein Durchblicklabyrinth mit einer Umfangs Reynoldszahl von $Re_\phi = 0.96 \times 10^6$ ist in [Abbildung 5.12](#) dargestellt. Ein Vergleich mit [Abbildung 5.2](#) zeigt, dass die Strahleinschnürung nicht weiter zugenommen hat.

Was jedoch zugenommen hat, sind die axialen Geschwindigkeiten in den Labyrinthspalten. Und diese führen nun beim Durchblicklabyrinth zu größeren C_D -Werten bei steigender Umfangs Reynoldszahl. Auch beim Volllabyrinth kann ein leichtes Ansteigen der axialen Geschwindigkeiten in den Labyrinthspalten bei höheren Umfangs Reynoldszahlen beobachtet werden. Die erhöhte Strahleinschnürung wirkt sich jedoch stärker aus als der leichte Anstieg der axialen Geschwindigkeiten, sodass der C_D -Wert beim Volllabyrinth mit steigender Umfangs Reynoldszahl sinkt.

In [Abbildung 5.13](#) ist das Strömungsfeld in einen Meridianschnitt durch ein Durchblicklabyrinth dargestellt, dessen Rotor eine Umfangs Reynoldszahl von 0.96×10^6 hat. Wie stark das Fluid vom Rotor mitgenommen wird, er-

5 Durchblicklabyrinth: Ergebnisse und Auswertung

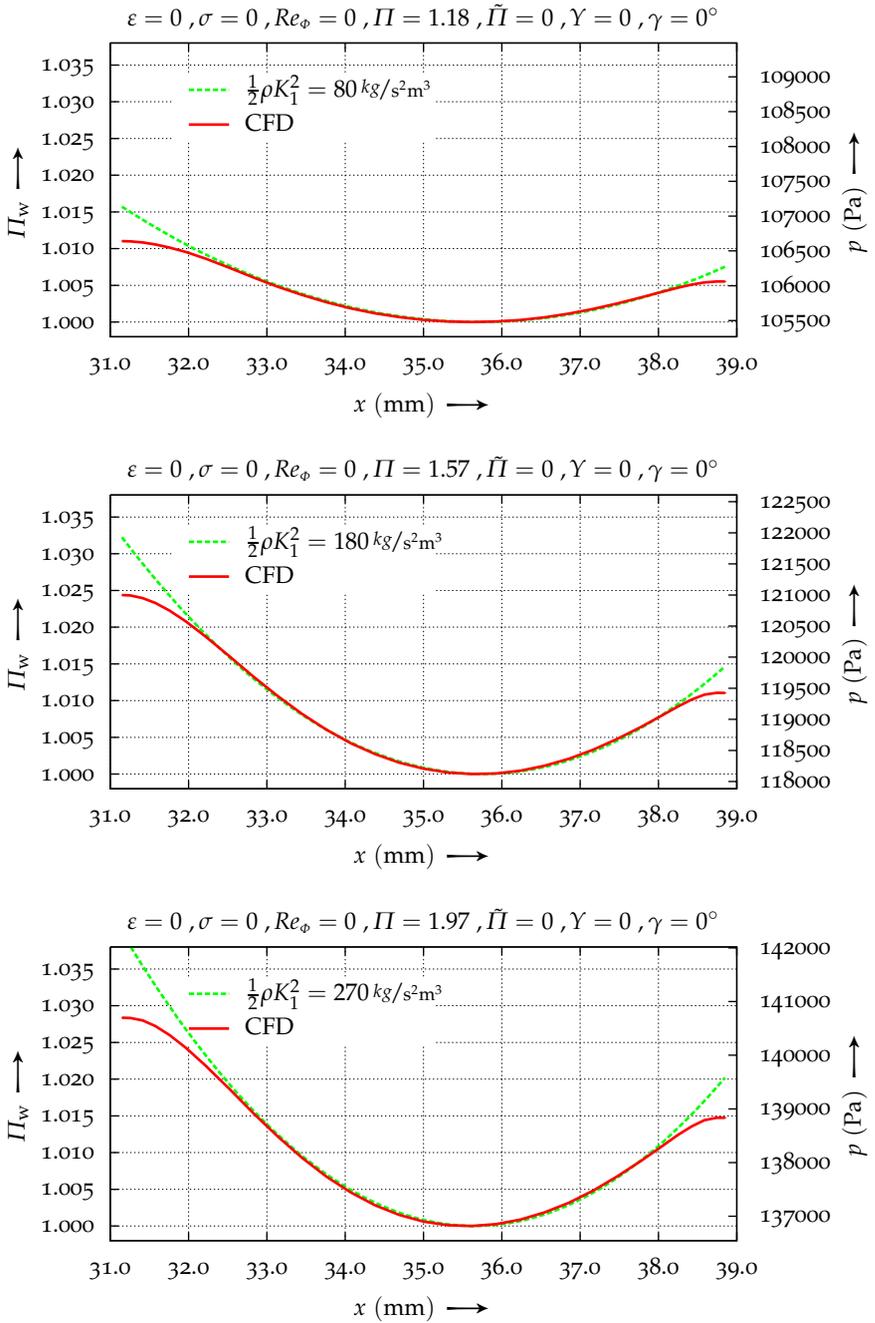


Abbildung 5.7: Druckverteilung in der 3, Wirbelkammer (wird fortgesetzt)

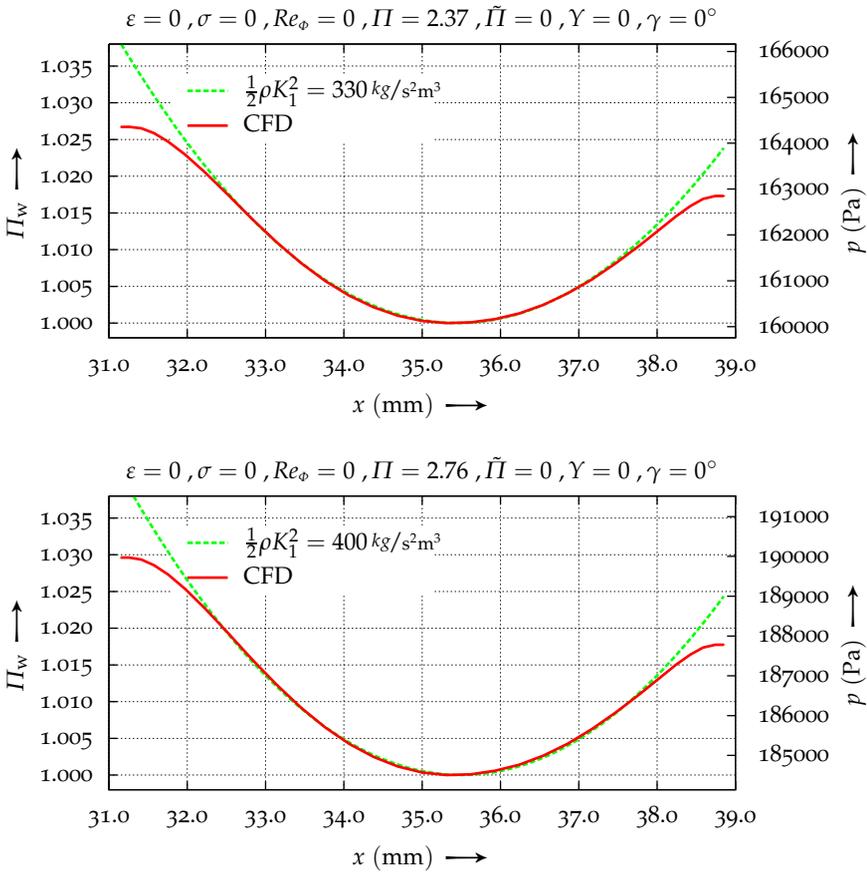


Abbildung 5.7: (Fortsetzung) Druckverteilung in der 3. Wirbelkammer

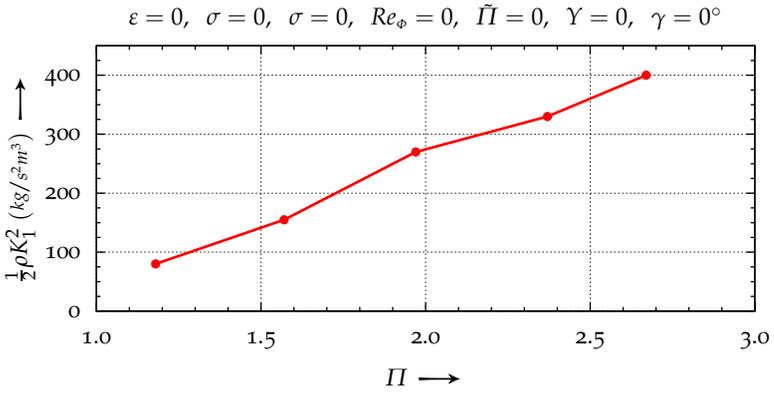


Abbildung 5.8: Abhängigkeit des Faktor $\frac{1}{2}\rho K_1^2$ der Parabel (Gleichung 5.1) vom Gesamtdruckverhältnis Π

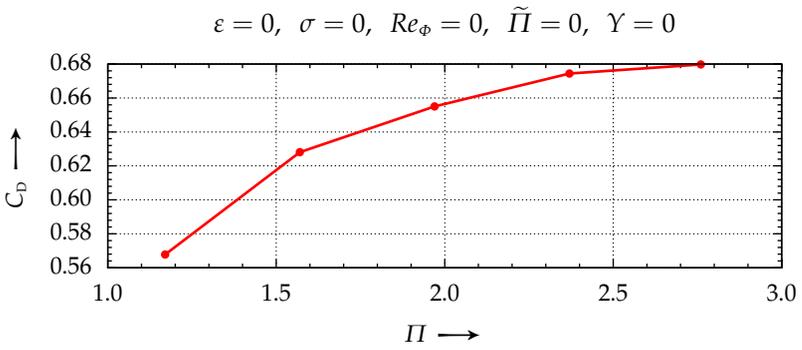


Abbildung 5.9: C_D -Wert in Abhängigkeit des Druckverhältnisses Π

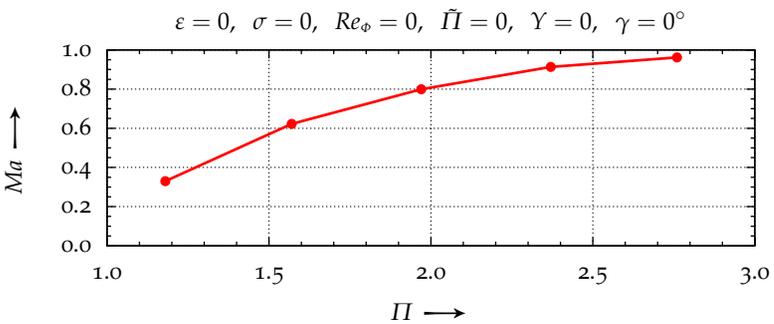


Abbildung 5.10: Lokale, maximale Mach-Zahl im letzten Labyrinthspalt

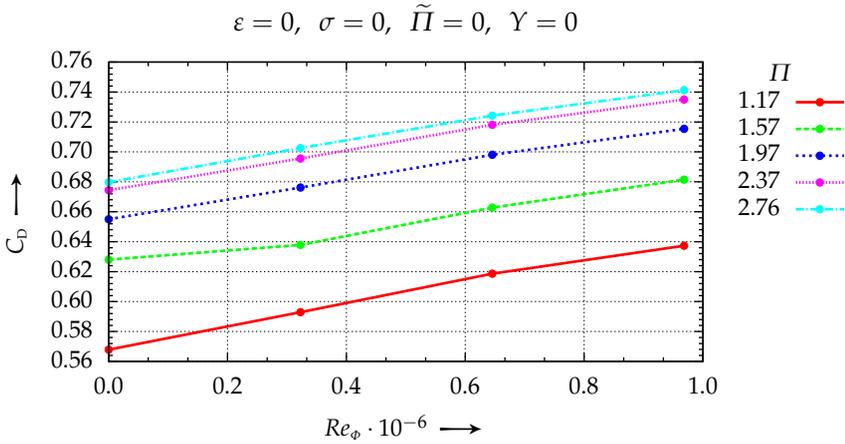


Abbildung 5.11: C_D -Wert in Abhängigkeit der Umfangsreynoldszahl Re_ϕ und des Druckverhältnisses Π

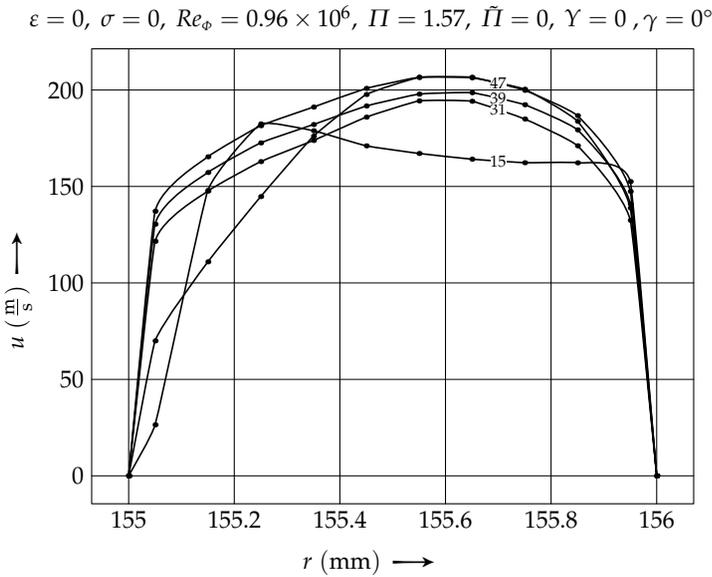


Abbildung 5.12: Axiale Geschwindigkeitsprofile in den Labyrinthspalten eines Durchblicklabyrinths mit $Re_\phi = 0.96 \times 10^6$

$$\varepsilon = 0, \sigma = 0, Re_\phi = 0.97 \times 10^6, \Pi = 1.57, \tilde{\Pi} = 0, \Upsilon = 0, \gamma = 0^\circ$$

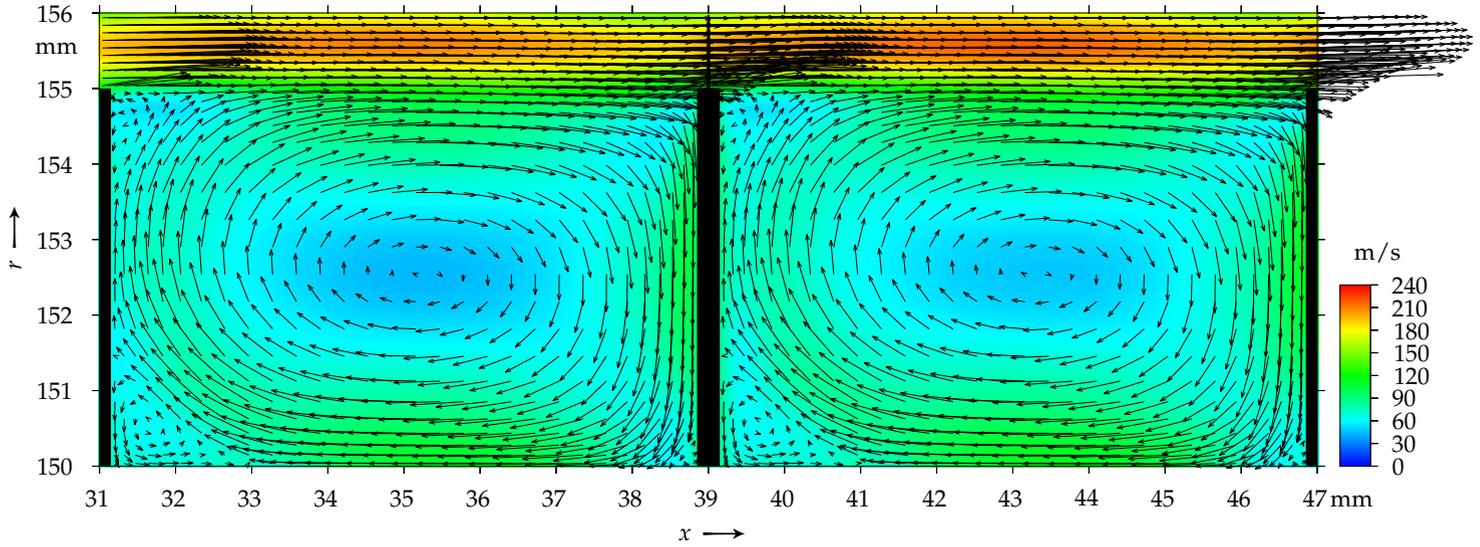


Abbildung 5.13: Strömungsfeld in einem Durchblicklabyrinth mit drehendem Rotor

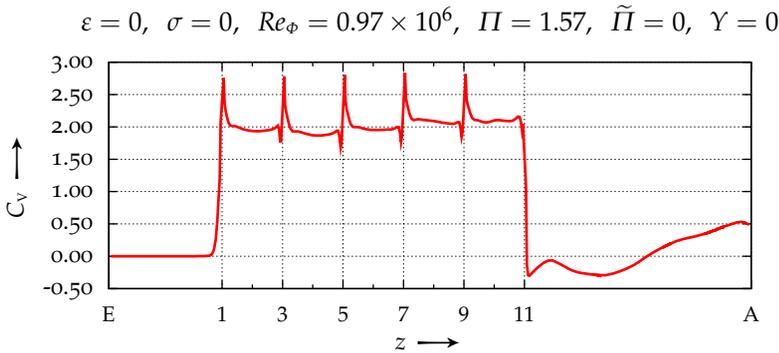


Abbildung 5.14: Verlauf der dimensionslosen, tangentialen Geschwindigkeit C_V

kennt man an den sehr hohen Absolutgeschwindigkeiten in der Nähe der Wirbelzentren.

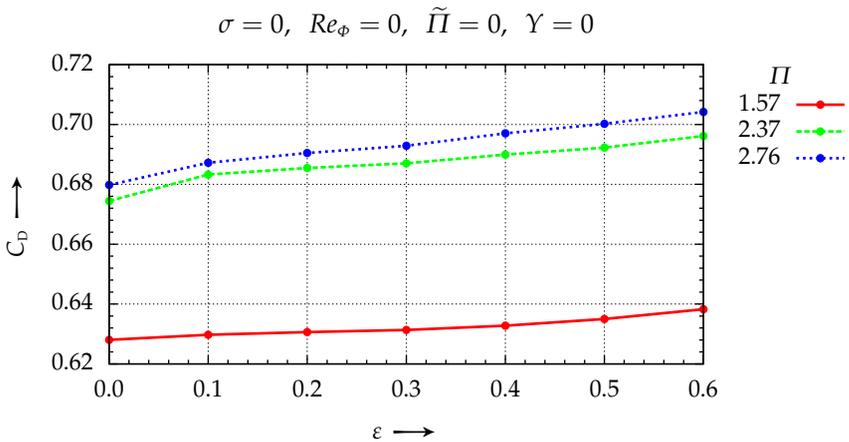
Der Verlauf der dimensionslosen, tangentialen Geschwindigkeit C_V in [Abbildung 5.14](#) zeigt, dass das Fluid ab dem ersten Labyrinthblech der Drehung des Rotors folgt. Der C_V -Wert bleibt dann zwischen erstem und letztem Labyrinthblech ungefähr konstant, da entgegen dem Vollabyrinth keine ruhenden Statorbleche die Umfangsgeschwindigkeit des Fluids wieder mindern. Ein Vergleich mit [Abbildung 4.14](#) für das Vollabyrinth zeigt, dass die C_V -Werte aufgrund der abwechselnd ruhenden und rotierenden Labyrinthbleche wesentlich stärker schwanken als beim Durchblicklabyrinth.

5.3 Einfluss der Exzentrizität und Schiefstellung des Rotors

5.3.1 Exzentrizität

Auch beim exzentrisch ausgelenkten Rotor zeigt das untersuchte Durchblicklabyrinth genau das entgegengesetzte Verhalten zum Vollabyrinth. Mit steigender Exzentrizität ε steigt der Massenstrom an, wie aus [Abbildung 5.15](#) ersichtlich wird. Die Steigung des C_D -Wertes nimmt mit größerem Druckverhältnis Π noch etwas zu. Für $\Pi = 1.57$ liegt der C_D -Wert bei $\varepsilon = 0.5$ etwa 1.1 Prozentpunkte höher im Vergleich zur zentrischen Lage des Rotors, während es bei $\Pi = 2.37$ bereits 1.8 Prozentpunkte sind.

Betrachtet man die axialen Geschwindigkeitsprofile für ein Durchblickla-

Abbildung 5.15: C_D -Wert in Abhängigkeit der Exzentrizität ε

byrinth mit einer Exzentrizität von $\varepsilon = 0.5$ in [Abbildung 5.16](#), so erkennt man im Vergleich zum zentrischen Rotor in [Abbildung 5.2](#), dass die Geschwindigkeiten im Bereich der kleinen Spaltweiten, bei $\gamma = 0^\circ$, etwas niedriger sind – etwa 140 m/s im Vergleich zu 170 m/s bis 190 m/s beim zentrischen Rotor – und im Bereich der großen Spaltweiten, bei $\gamma = 180^\circ$, etwas höher sind – etwa 220 m/s . Diese Aussagen sind erst ab dem zweiten Labyrinthspalt gültig. Sie gelten nicht für den ersten Labyrinthspalt, wo die Strömung auf die exzentrische Lage des Rotors noch nicht ausreichend reagieren konnte und die Geschwindigkeiten über den gesamten Umfang in etwa gleich groß sind.

Die Geschwindigkeitszunahme im Bereich der großen Spaltweiten und die Geschwindigkeitsabnahme im Bereich der kleinen Spaltweiten führen daher insgesamt zu einem etwas größeren Leckagemassenstrom im Vergleich zu einem Durchblicklabyrinth mit zentrischem Rotor.

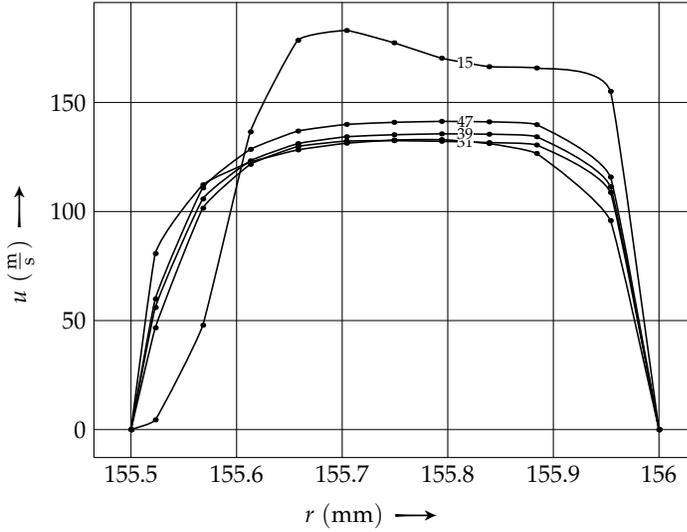
In [Abbildung 5.17](#) ist das Strömungsfeld für ein Durchblicklabyrinth mit einer Exzentrizität von 30% dargestellt. Deutlich sind die wesentlich höheren Geschwindigkeiten im Meridianschnitt $\gamma = 180^\circ$ im Vergleich zu den Geschwindigkeiten im Meridianschnitt $\gamma = 0^\circ$ zu erkennen.

5.3.2 Schiefstellung

Ein schiefgestellter Rotor verursacht in einem Durchblicklabyrinth keine so großen geometrischen Änderungen des Strömungskanals wie in einem Vollabyrinth. Aus [Abbildung 4.24](#) wurde ersichtlich, dass durch die Schiefstellung des Rotors in einem Vollabyrinth große und kleine Wirbelkammern entstehen.

5.3 Einfluss der Exzentrizität und Schiefstellung des Rotors

$$\varepsilon = 0.5, \sigma = 0, Re_\phi = 0, \Pi = 1.57, \tilde{\Pi} = 0, \Upsilon = 0, \gamma = 0^\circ$$



$$\varepsilon = 0.5, \sigma = 0, Re_\phi = 0, \Pi = 1.57, \tilde{\Pi} = 0, \Upsilon = 0, \gamma = 180^\circ$$

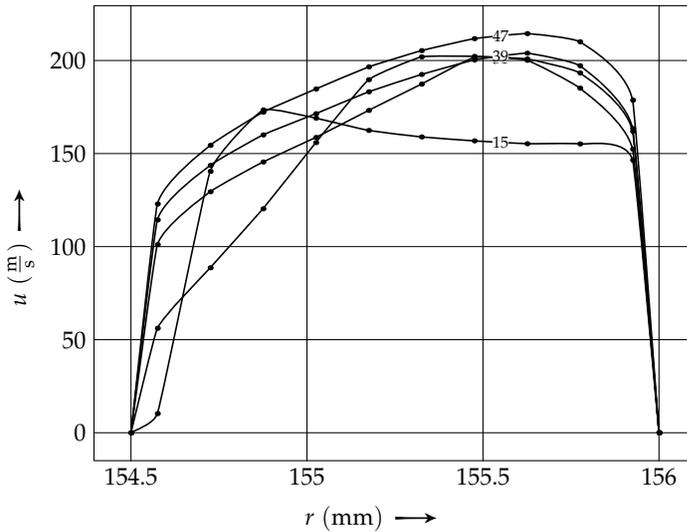


Abbildung 5.16: Axiale Geschwindigkeitsprofile in den Labyrinthspalten eines Durchblicklabyrinths für einen exzentrisch ausgelenkten Rotor

$$\varepsilon = 0.3, \sigma = 0, Re_\phi = 0, \Pi = 1.57, \tilde{\Pi} = 0, \Upsilon = 0, \gamma = 0^\circ$$

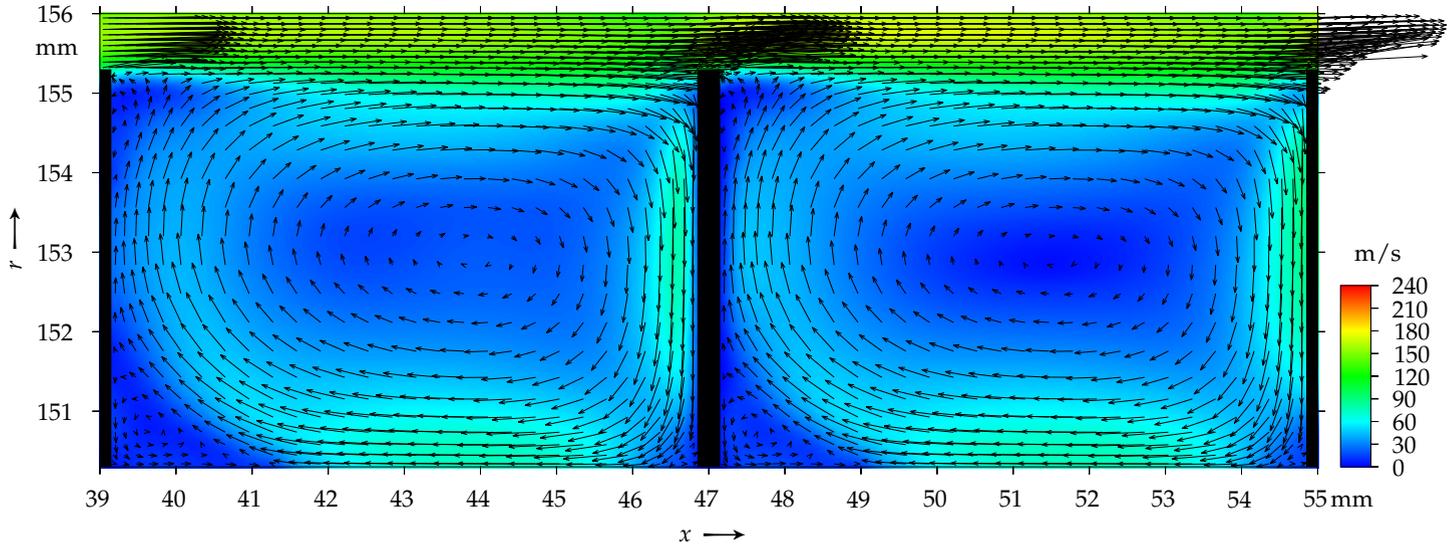


Abbildung 5.17: Strömungsfeld in einem Durchblicklabyrinth mit $\varepsilon = 0.3$ innerhalb eines Meridianschnitts mit $\gamma = 0^\circ$ (wird fortgesetzt)

$$\varepsilon = 0.3, \quad \sigma = 0, \quad Re_\phi = 0, \quad \Pi = 1.57, \quad \tilde{\Pi} = 0, \quad \Upsilon = 0, \quad \gamma = 180^\circ$$

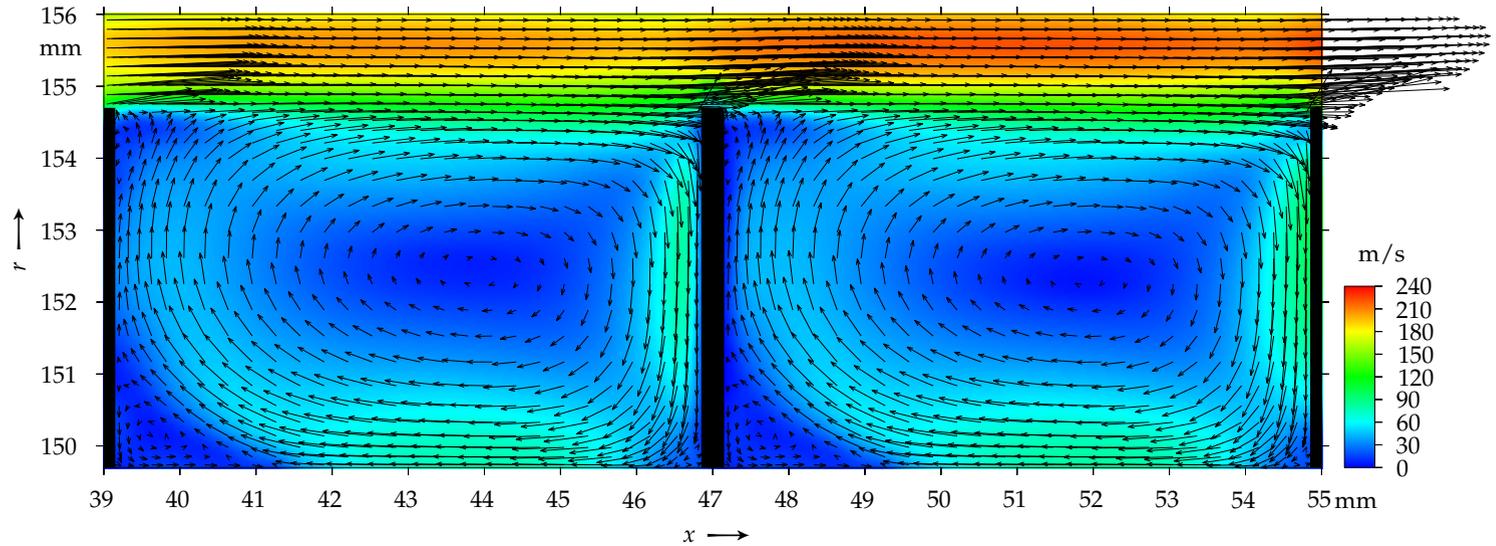
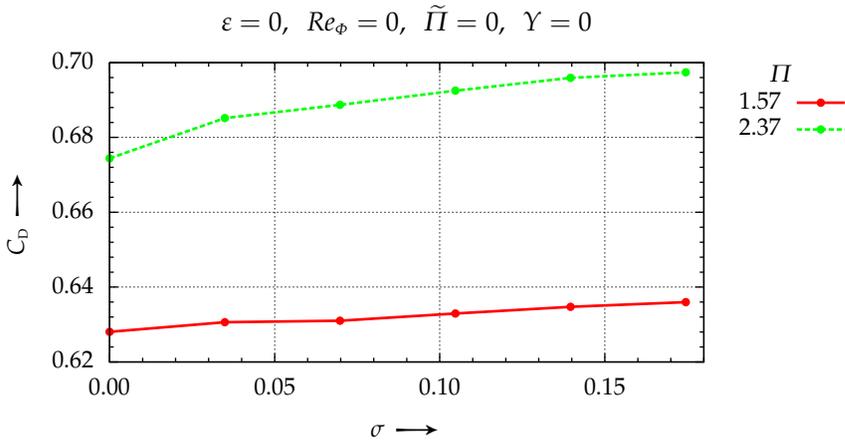


Abbildung 5.17: (Fortsetzung) Strömungsfeld in einem Durchblicklabyrinth mit $\varepsilon = 0.3$ innerhalb eines Meridianschnitts mit $\gamma = 180^\circ$

Abbildung 5.18: C_D -Wert in Abhängigkeit der Schiefstellung σ

In einem Durchblicklabyrinth bleibt jedoch die Größe der Wirbelkammern in etwa gleich, da es keine am Stator angebrachten Labyrinthbleche gibt. In [Abbildung 5.19](#) ist der Strömungskanal und das Strömungsfeld für die zweite und dritte Wirbelkammer eines Durchblicklabyrinths mit einer Schiefstellung von $\sigma = 0.175$ dargestellt.

Eine Schiefstellung des Rotors in einem Durchblicklabyrinth führt ebenso wie die zuvor behandelte exzentrische Lage des Rotors zu einer Zunahme des Leckagemassenstroms im Vergleich zur zentrischen Lage des Rotors. Die Abhängigkeit des C_D -Wertes von der Schiefstellung σ ist in [Abbildung 5.18](#) dargestellt. Bei einer Schiefstellung von $\sigma = 0.175$ ist der C_D -Wert bei $\Pi = 1.58$ um 1.1 Prozentpunkte größer als beim zentrischen Rotor; bei $\Pi = 2.37$ sind es 2.3 Prozentpunkte. Bei größeren Druckverhältnissen steigt der C_D -Wert daher stärker, was genau dem Verhalten entspricht, das zuvor beim exzentrisch ausgelenkten Rotor festgestellt wurde.

Der Grund für den Anstieg des C_D -Wertes für den schiefgestellten Rotor ist ganz analog zu dem des exzentrisch ausgelenkten Rotors. Die größeren Strömungsgeschwindigkeiten in den Bereichen großer Spaltweiten und die kleineren Strömungsgeschwindigkeiten in den Bereichen kleiner Spaltweiten führen insgesamt zu einem leichten Anstieg des C_D -Wertes. Während beim exzentrisch ausgelenkten Rotor die größten Spaltweiten immer bei $\gamma = 180^\circ$ liegen, verändert sich ihre Lage bei einer Schiefstellung. Beim ersten Labyrinthblech liegt die größte Spaltweite bei $\gamma = 0^\circ$, verschiebt sich dann für die

$$\varepsilon = 0, \sigma = 0.175, Re_\phi = 0, \Pi = 1.57, \tilde{\Pi} = 0, \Upsilon = 0, \gamma = 0^\circ$$

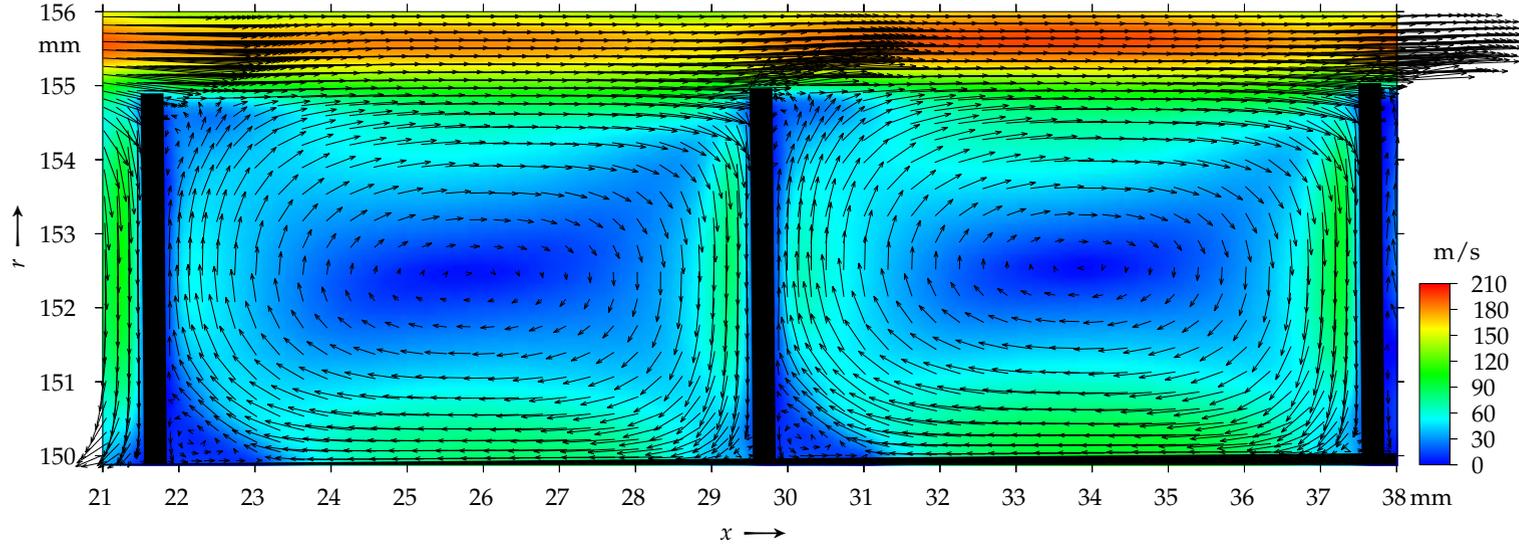


Abbildung 5.19: Geschwindigfeld in einem Durchblicklabyrinth mit schiefgestelltem Rotor

5.3 Einfluss der Exzentrizität und Schiefstellung des Rotors

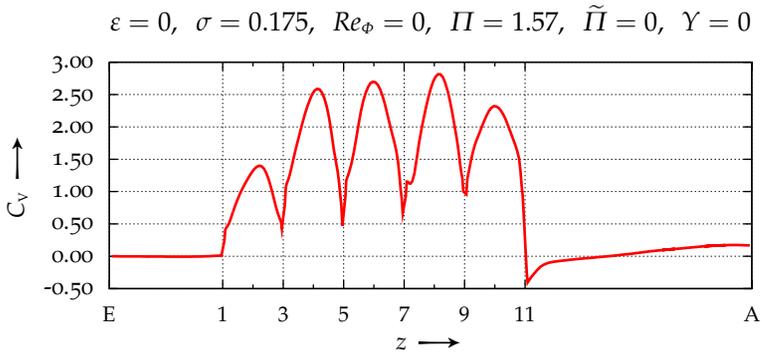


Abbildung 5.20: Dimensionslose Tangentialgeschwindigkeiten in einem Durchblicklabyrinth mit schiefgestelltem Rotor für einen Meridianschnitt mit $\gamma = 90^\circ$

folgenden Bleche entlang des Umfangs und liegt schließlich am letzten Blech bei $\gamma = 180^\circ$.

Diese Verschiebung der Lage der größten Spaltweite macht auch die Strömung mit, indem sie der größten Spaltweite folgt. Die dabei auftretenden Tangentialgeschwindigkeiten sind in [Abbildung 5.20](#) für einen Meridianschnitt mit $\gamma = 90^\circ$ dokumentiert. Auf der gegenüber liegenden Seite bei $\gamma = 270^\circ$ sieht der Verlauf der Tangentialgeschwindigkeit genauso aus, jedoch dreht sich das Vorzeichen der C_V -Werte um.

Die Tangentialgeschwindigkeiten sind in der Mitte der Wirbelkammer – das entspricht in etwa der Lage der Wirbelzentren – am größten und fallen zu den Wänden der Labyrinthbleche hin ab. Direkt an den Wänden sollte das Fluid eigentlich haften. Der Grund, warum die Tangentialgeschwindigkeit an den Wänden der Labyrinthbleche nicht gleich Null ist, liegt wieder daran, dass der Kurvenverlauf die Geschwindigkeiten der Zellenmittelpunkte und *nicht* der Knotenpunkte darstellt.

Die axialen Geschwindigkeitsprofile in den Labyrinthspalten eines Durchblicklabyrinths mit einer Schiefstellung von $\sigma = 0.175$ sind in [Abbildung 5.21](#) für einen Meridianschnitt mit $\gamma = 180^\circ$ dargestellt. Die unterschiedlichen Startpunkte der Profile geben die unterschiedlich großen Spaltweiten über den Labyrinthblechen wieder, die für $\gamma = 180^\circ$ vom ersten zum letzten Blech größer werden.

Die negativen Strömungsgeschwindigkeiten im Profil des ersten Labyrinthspalts ($x = 15 \text{ mm}$) belegen, dass es auf Grund eines Strömungsabrisses an der Spitze des Labyrinthblechs zu einem für Durchblicklabyrinth ungewöhnlich

5.3 Einfluss der Exzentrizität und Schiefstellung des Rotors

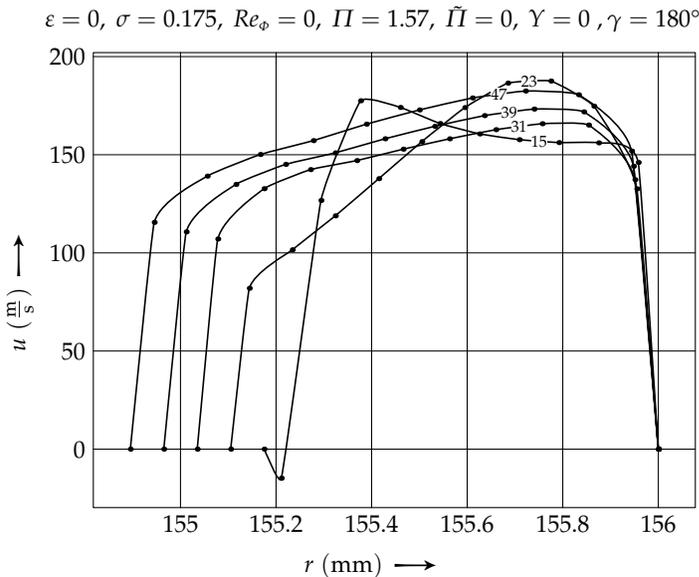


Abbildung 5.21: Axiale Geschwindigkeitsprofile in den Labyrinthspalten eines Durchblicklabyrinths mit schiefgestelltem Rotor

großen Rückströmgebiet kommt. Dieses tritt jedoch nur im ersten Labyrinthspalt auf; in den folgenden Labyrinthspalten sind keine Rückströmungen mehr zu beobachten.

5.3.3 Überlagerung von Exzentrizität, Schiefstellung und Rotation

Abbildung 5.22 zeigt das Kennfeld der C_D -Werte eines Durchblicklabyrinths in Abhängigkeit der Exzentrizität und Schiefstellung. Man sieht, dass eine Vergrößerung der Exzentrizität beziehungsweise der Schiefstellung unabhängig vom Ausgangspunkt immer zu einer Vergrößerung des C_D -Wertes führen. Bei einer maximalen Auslenkung des Rotors um $\varepsilon = 0.6$ und einer gleichzeitigen maximalen Schiefstellung um $\sigma = 0.14$ ist der C_D -Wert bei einem Druckverhältnis von $\Pi = 1.57$ um 1.8 Prozentpunkte größer als beim zentrischen Rotor. Im Vergleich dazu führt eine Exzentrizität von $\varepsilon = 0.6$ ohne Schiefstellung zu einer Vergrößerung des C_D -Wertes um 1.1 Prozentpunkte; eine Schiefstellung von $\sigma = 0.175$ ohne Exzentrizität zu einer Vergrößerung des C_D -Wertes um 1.1. Die Überlagerung von Exzentrizität und Schiefstellung führt somit zu einer

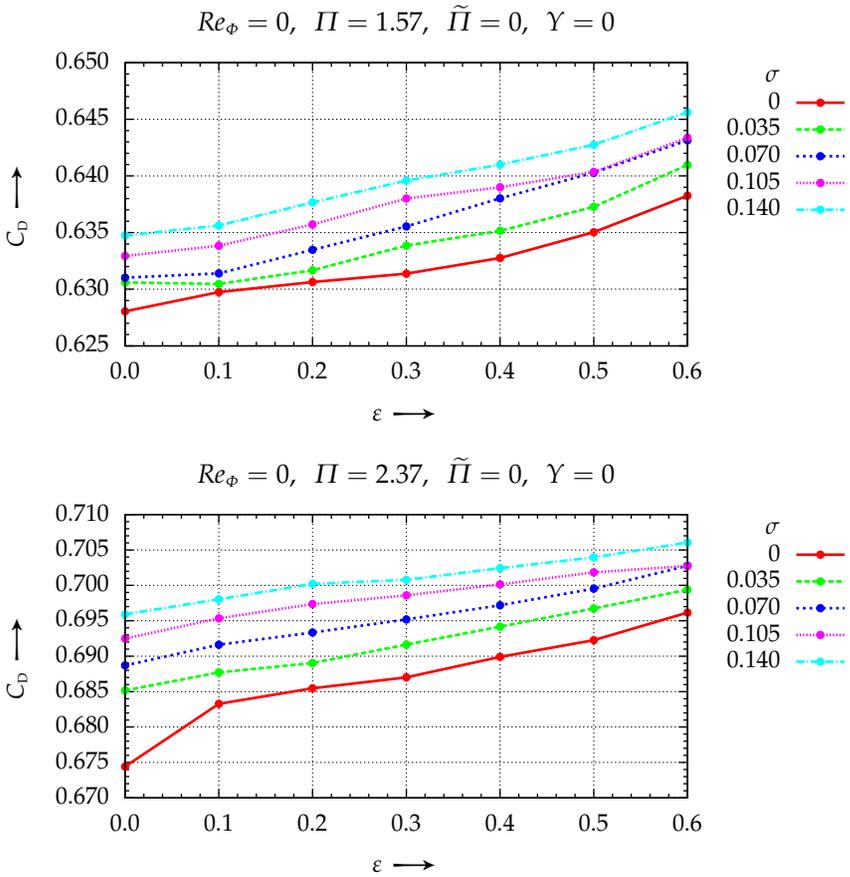


Abbildung 5.22: C_D -Werte bei überlagerter Exzentrizität und Schiefstellung des stillstehenden Rotors

kleineren Erhöhung des C_D -wertes als die Summe beider Effekte, getrennt voneinander betrachtet.

Abbildung 5.15 und Abbildung 5.18 zeigten, dass der C_D -Wert bei größeren Druckverhältnissen stärker ansteigt. Dies trifft auch bei einer Überlagerung von Exzentrizität und Schiefstellung zu, wie in Abbildung 5.22 zu erkennen ist. Bei einem Druckverhältnis von $\Pi = 2.37$, einer Exzentrizität von $\varepsilon = 0.6$ und einer Schiefstellung von $\sigma = 0.175$ liegt der C_D -Wert 3.2 Prozentpunkte höher als der für einen Rotor in zentrischer Lage. Auch hier steigt der C_D -Wert etwas weniger an als die Summe der Effekte getrennt voneinander ergäbe: Exzentrizität 1.8 Prozentpunkte und Schiefstellung 2.3 Prozentpunkte.

5.3 Einfluss der Exzentrizität und Schiefstellung des Rotors

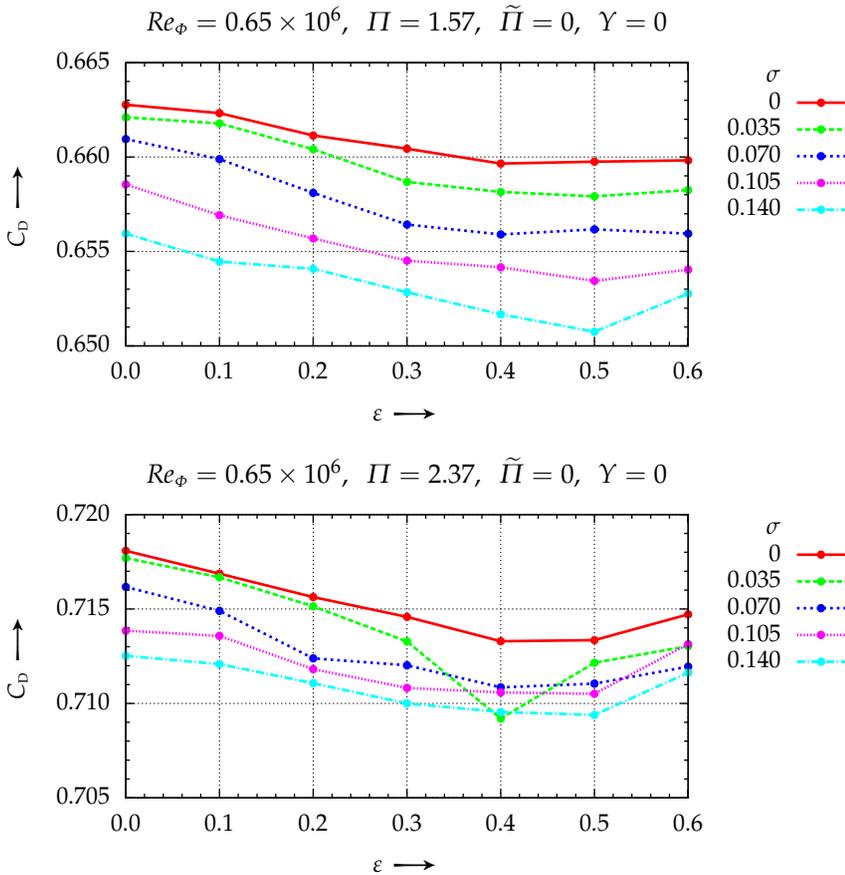


Abbildung 5.23: C_D -Werte bei überlagerter Exzentrizität und Schiefstellung des drehenden Rotors

Man beachte, dass [Abbildung 5.22](#) nur für den stillstehenden Rotor ($Re_\phi = 0$) gilt. Wird der Rotor in Drehung versetzt, so verändern sich die Verhältnisse grundlegend, wie aus [Abbildung 5.23](#) für eine Umfangs Reynoldszahl von $Re_\phi = 0.65 \times 10^6$ hervorgeht.

Mit steigender Exzentrizität ϵ sinken die C_D -Werte zunächst, bis sie ab $\epsilon = 0.4$ für $\Pi = 1.57$ in etwa konstant bleiben beziehungsweise für $\Pi = 2.37$ wieder leicht ansteigen. Die maximale Differenz der C_D -Werte in [Abbildung 5.23](#) beträgt 1.3 Prozentpunkte für ein Druckverhältnis von $\Pi = 1.57$ und 0.9 für $\Pi = 2.37$.

Legt man die Diagramme in [Abbildung 5.22](#) und [Abbildung 5.23](#) gedank-

lich übereinander, so fällt auf, dass der Einfluss der Rotation auf den C_D -Wert dann besonders groß ist, wenn der Rotor eine ungefähr symmetrische Lage einnimmt. Die Differenz der C_D -Werte ist dann am größten und wird umso kleiner, je größer die Exzentrizität beziehungsweise die Schiefstellung des Rotors ist. Der Einfluss der Rotation nimmt daher mit steigender Exzentrizität und Schiefstellung ab.

Dieser Sachverhalt lässt sich auch aus [Abbildung 5.24](#) ablesen. Hier ist der C_D -Wert in Abhängigkeit der Exzentrizität ϵ und der Umfangsreynoldszahl Re_ϕ aufgetragen. Deutlich ist zu erkennen, wie sich die Kurven unterschiedlicher Umfangsreynoldszahlen bei zunehmender Exzentrizität nähern.

Ganz ähnlich verhält es sich bei einer Schiefstellung σ des Rotors, wie aus [Abbildung 5.25](#) ersichtlich wird. Auch hier nähern sich die Kurven unterschiedlicher Umfangsreynoldszahlen mit zunehmender Schiefstellung.

5.4 Axialkraft

Die auf den Rotor wirkende Axialkraft zeigt beim Durchblicklabyrinth eine ähnliche Abhängigkeit der Schiefstellung σ und der Exzentrizität ϵ wie beim Volllabyrinth. In [Abbildung 5.26](#) sind einige Verläufe der dimensionslosen Axialkraft C_F (siehe [Gleichung 3.23](#)) dargestellt. Der C_F -Wert sinkt sowohl mit steigender Exzentrizität als auch mit steigender Schiefstellung, wobei die Schiefstellung jedoch einen wesentlich geringeren Einfluss auf den C_F -Wert hat als die Exzentrizität. Die Differenz des C_F -wertes zwischen $\epsilon = 0$ und $\epsilon = 0.6$ liegt zwischen 0.042 und 0.046 Prozentpunkten, während die Differenz des C_D -wertes zwischen $\sigma = 0$ und $\sigma = 0.175$ nur etwa 0.006 bis 0.012 Prozentpunkte beträgt. Der Einfluss der Exzentrizität auf den C_F -Wert in diesem Bereich ist daher etwa vier- bis fünfmal so groß wie der Einfluss der Schiefstellung.

5.5 Vergleich mit vorhandenen Messergebnissen

Auch für das untersuchte Durchblicklabyrinth existieren Messergebnisse von Leeb [17], die auf einem Labyrinthdichtungsprüfstand ermittelt wurden. In [Abbildung 5.27](#) sind die C_D -Werte für die Messungen, die CFD-Berechnungen, sowie die halb-empirischen Berechnungsverfahren nach Egli und Stodola aufgetragen.

5.5 Vergleich mit vorhandenen Messergebnissen

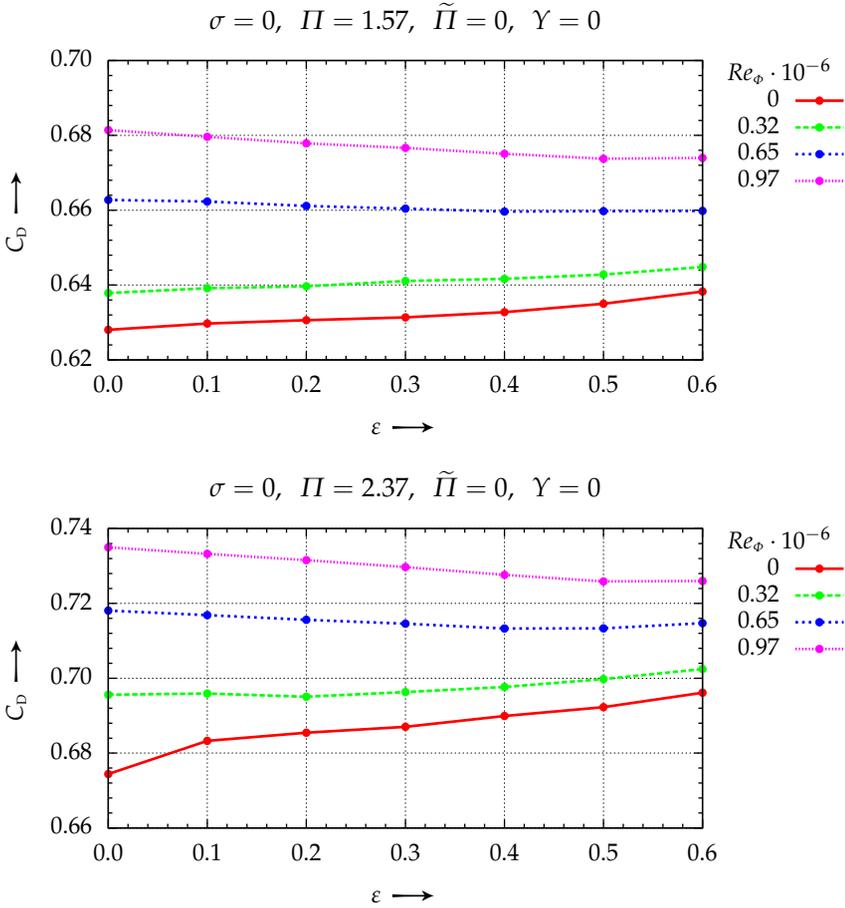


Abbildung 5.24: C_D -Wert in Abhängigkeit der Exzentrizität ϵ und Umfangsreynoldszahl Re_ϕ

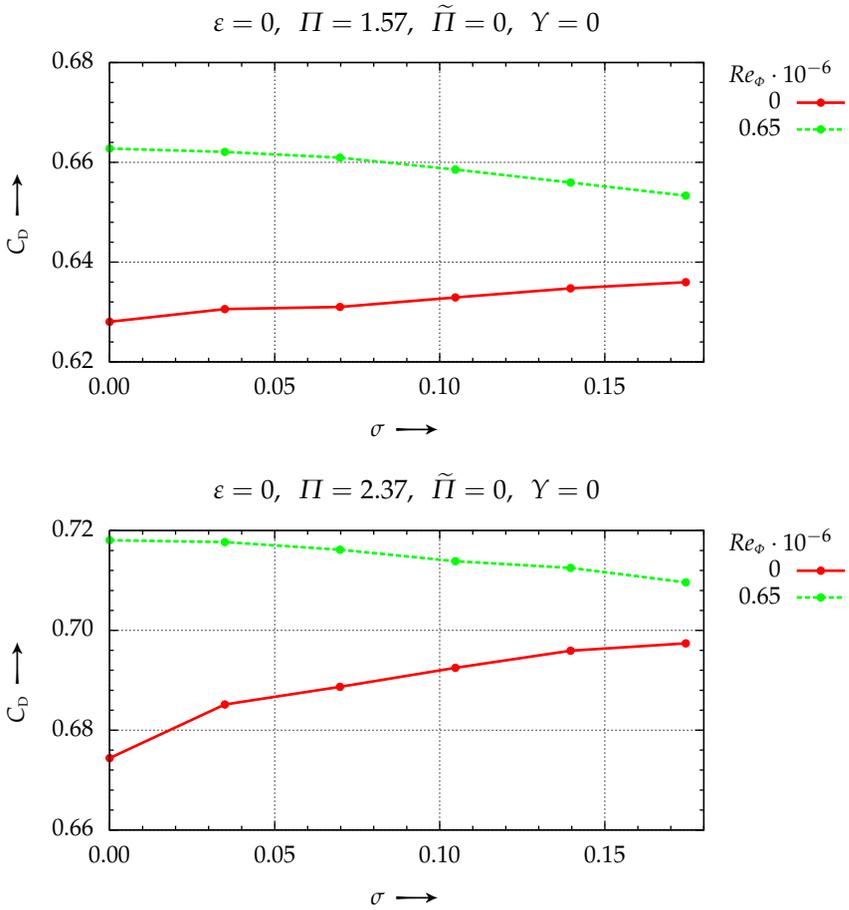


Abbildung 5.25: C_D -Wert in Abhängigkeit der Schiefstellung σ und Umfangsreynoldszahl Re_ϕ

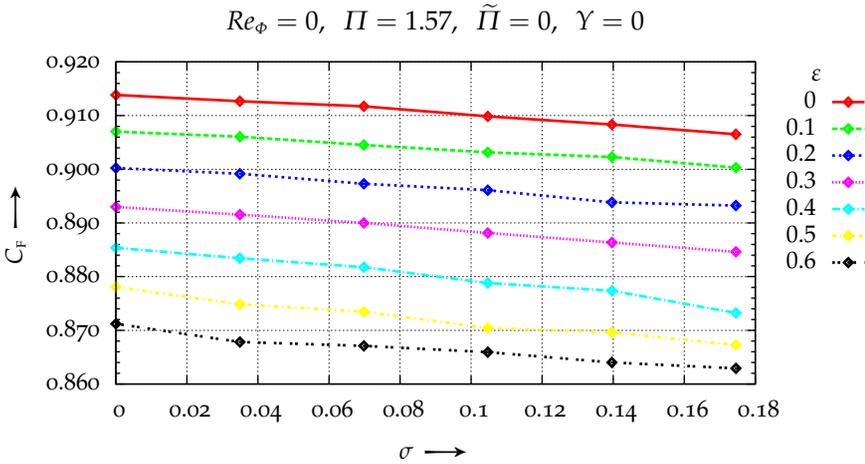


Abbildung 5.26: Dimensionslose Axialkraft C_F in Abhängigkeit der Exzentrizität ϵ und der Schiefstellung σ

Die Berechnung des C_D -Wertes nach Egli erfolgt hierbei mittels

$$C_{D_{\text{Egli}}} = \frac{\dot{m}_{\text{Egli}}}{\dot{m}_{\text{id}}} \quad (5.2)$$

und

$$\dot{m}_{\text{Egli}} = \zeta \alpha A_{\text{Sp}} \sqrt{p_0 \rho_0 \frac{1 - \Pi^2}{n + \frac{2}{\kappa} \ln \frac{1}{\Pi}}}. \quad (5.3)$$

Die Methode von Stodola mittels

$$C_{D_{\text{Stodola}}} = \frac{\dot{m}_{\text{Stodola}}}{\dot{m}_{\text{id}}} \quad (5.4)$$

und

$$\dot{m}_{\text{Stodola}} = \zeta \alpha A_{\text{Sp}} \sqrt{\frac{p_0^2 - p_n^2}{n p_0 v_0}}. \quad (5.5)$$

Aus den Geschwindigkeitsprofilen (Abbildung 5.2, Abbildung 5.12 und Abbildung 5.16) ergibt sich eine mittlere Strahleinschnürung von 91%. Die Berechnungen der C_D -Werte nach Egli und Stodola wurden mit einer Kontraktionszahl von $\mu = 0.91$ und einer Reibungszahl von $\varphi = 0.86$ durchgeführt. Der Überströmfaktor ζ wurde nach Abbildung 2.11 für $s/t = 0.125$ ermittelt und beträgt 1.98.

5 Durchblicklabyrinth: Ergebnisse und Auswertung

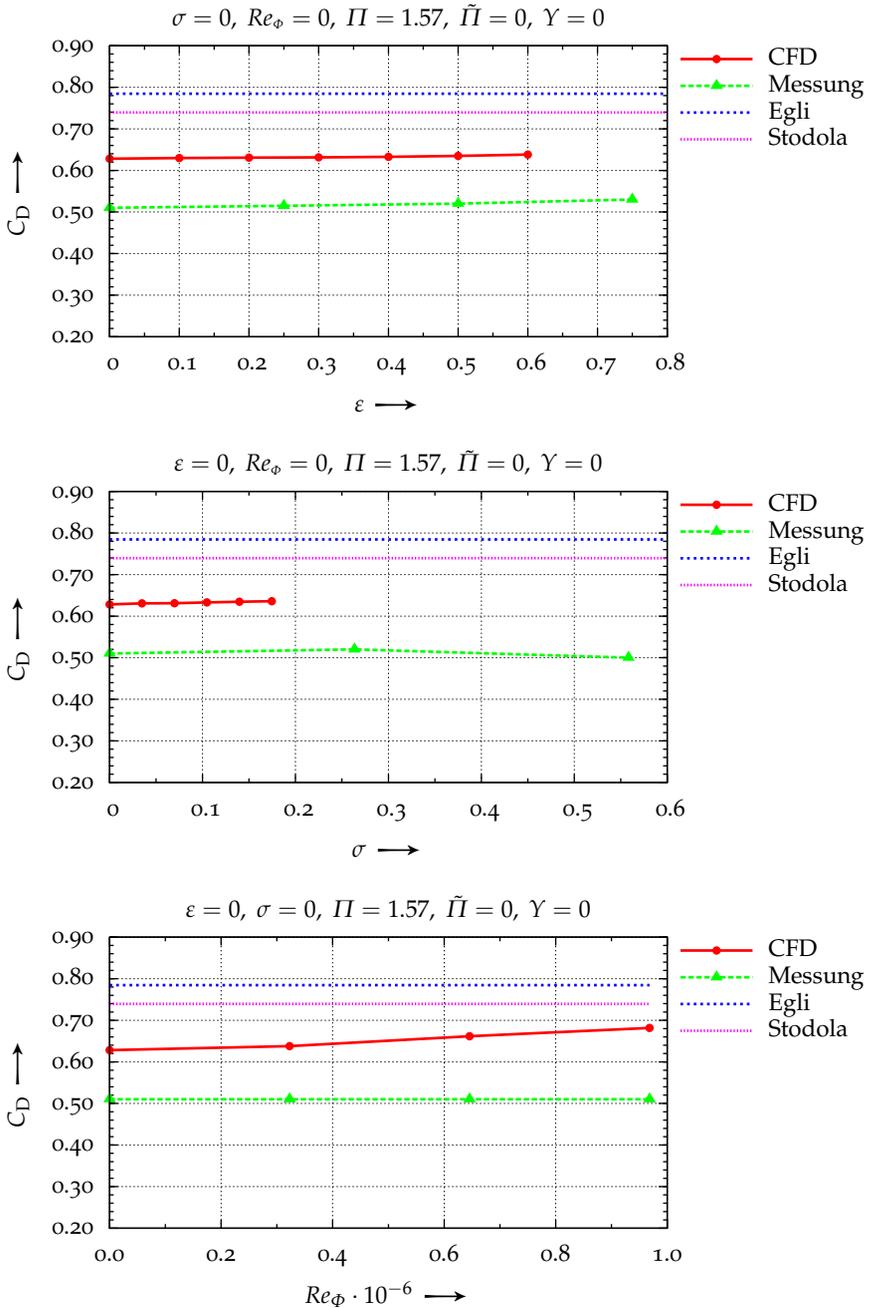


Abbildung 5.27: Vergleich der C_D -Werte von Messungen, CFD-Berechnungen und halb-empirischen Berechnungsmethoden

So wie beim Vollabyrinth können auch beim Durchblicklabyrinth die nach Egli und Stodola berechneten C_D -Werte als obere Schranke sowohl für die Messungen als auch für die CFD-Berechnungen angesehen werden, wobei genau wie beim Vollabyrinth die Berechnung nach Stodola eine kleinere obere Schranke ergibt als die Berechnung nach Egli.

Die Differenzen der C_D -Werte zwischen Messung, CFD-Berechnung und halb-empirischen Berechnungsverfahren fallen beim Durchblicklabyrinth größer aus als beim Vollabyrinth. Die Differenzen zwischen Messungen und CFD-Berechnungen betragen beim Vollabyrinth meist weniger als 1 Prozentpunkte, während sie beim Durchblicklabyrinth durchschnittlich bei etwa 10 Prozentpunkten liegen.

Angesichts dieser großen Abweichungen erscheint eine Adaption der Berechnungsmethoden nach Egli und Stodola, wie sie beim Vollabyrinth für die Exzentrizität ε , die Schiefstellung σ und die Umfangsreynoldszahl Re_ϕ durchgeführt wurde, nicht sinnvoll, da bereits die mit $C_{D,0}$ bezeichneten Grundwerte zu weit von den C_D -Werten der Messung und der CFD-Berechnung entfernt liegen. Stattdessen erscheint es sinnvoller, die nach Egli und Stodola berechneten C_D -Werte um -5 bis -10 Prozentpunkte zu korrigieren.

Bemerkungen

Im Rahmen der Untersuchungen der Voll- und Durchblicklabyrinth wurden auch Parametervariationen durchgeführt, die in der vorliegenden Arbeit nicht dokumentiert sind. Dies betrifft die Zuströmung mit Drall (Parameter Y) sowie die ungleichförmige Druckverteilung am Eintritt der Labyrinthdichtung (Parameter $\bar{\Pi}$). Eine genaue Definition dieser Parameter findet sich in [Abschnitt 3.3 \(Verwendete Größen\)](#).

Es zeigte sich, dass eine Zuströmung mit Drall einen ganz ähnlichen Einfluss auf den Leckagemassenstrom einer Labyrinthdichtung hat wie die Rotation der Welle. Bei einem Vollabyrinth beispielsweise nimmt der Leckagemassenstrom mit zunehmender Rotation der Welle ab, wie in [Abschnitt 4.2 \(Einfluss der Rotation\)](#) verdeutlicht wurde. Und auch eine Zuströmung mit Drall führt in einem Vollabyrinth bei stillstehender Welle zu einer Verringerung des Leckagemassenstroms. Treten Zuströmung mit Drall und Rotation der Welle zusammen auf, so kommt es bei Gleichdrall –Welle und Zuströmung haben gleiche Drehrichtung– zu einer weiteren Reduktion des Leckagemassenstroms, da die Drehung der Welle wie eine zusätzliche Erhöhung des Dralls der Zuströmung wirkt. Bei Gegendrall –Welle und Zuströmung haben gegensätzliche Drehrichtung– steigt der Leckagemassenstrom wieder an, da die entgegengesetzt drehende Welle wie eine zusätzliche Reduzierung des Dralls der Zuströmung wirkt.

In [Abbildung A.1](#) ist dieser Sachverhalt für unterschiedliche Umfangsreynoldszahlen Re_ϕ und Zuströmungen mit Drall Y wiedergegeben. Es muss

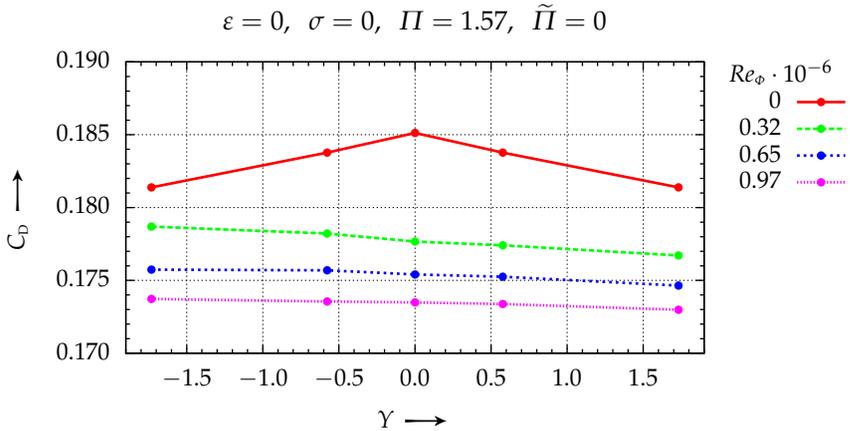


Abbildung A.1: Zuströmung mit Drall

jedoch darauf hingewiesen werden, dass dieses Diagramm nur als qualitativer Verlauf der C_D -Werte angesehen werden sollte und die tatsächlichen Werte möglicherweise nicht korrekt sind.

Das liegt daran, dass die Tangentialgeschwindigkeiten vom Eintrittsbereich der Labyrinthdichtung bis etwa zur zweiten Wirbelkammer sehr hoch sind. Eine Zuströmung mit $\gamma = 1.73$ entspricht immerhin einem Zuströmwinkel von 30° bezogen auf die Eintrittsebene, sodass Tangentialgeschwindigkeiten von über 100 m/s auftreten. Das bedeutet, dass axiale und tangentiale Geschwindigkeitskomponenten von gleicher Größenordnung sind und die Zellen des Netzes somit sehr schräg durchströmt werden. Dies führt aber zu Problemen im Konvergenzverhalten des CFD-Algorithmus, da die Zellen in Umfangsrichtung stark gestreckt sind und ein ungünstiges Seitenverhältnis aufweisen.

Die CFD-Berechnungen mit drallbehafteter Zuströmung zeigten, dass keine so tiefe Konvergenz erreicht werden konnte wie bei den anderen Berechnungen. Aus diesem Grund soll [Abbildung A.1](#) nur als qualitativer Verlauf angesehen werden. Die tatsächlichen C_D -Werte weichen wahrscheinlich davon ab.

Auch die Untersuchungen zur ungleichförmigen Druckverteilung am Eintritt zeigten Probleme im Konvergenzverhalten. Berechnungen mit Druckamplituden größer als $\tilde{\Pi} = 5\%$ waren oft derart problematisch, dass man den Eindruck hatte, es handle sich hier um instationäre Strömungen. Fallweise durchgeführte instationäre Rechnungen wiesen jedoch ebenfalls Konvergenz-

probleme auf. Das Problem scheint auch hier wieder das in Umfangsrichtung stark gestreckte Netz mit seinen schräg durchströmten Zellen zu sein.

Ist bei einer ungleichförmigen Druckverteilung der Druck bei $\gamma = 180^\circ$ größer als bei $\gamma = 0^\circ$ und betrachtet man nur die Axialgeschwindigkeiten am Eintritt, so zeigt sich, dass die axiale Geschwindigkeit bei 180° am größten ist und entlang des Umfangs zunächst abnimmt, bis ein Punkt erreicht wird, an dem sie genau Null ist. Ab hier wird die axiale Geschwindigkeit negativ. Das Fluid strömt daher aus dem Eintritt der Labyrinthdichtung wieder heraus. Dieser Effekt ist bei $\gamma = 0^\circ$ am größten.

Für die Strömung bedeutet das, dass sich im Inneren der Labyrinthdichtung bei $\gamma = 0^\circ$ ein Staupunkt bildet, an dem ein Teil des Fluids in Richtung Labyrinthaustritt strömt und ein anderer Teil wieder zurück in Richtung Labyrintheneintritt. Diese Strömungsumkehr führt ähnlich wie die drallbehaftete Zuströmung zu großen tangentialen Strömungsgeschwindigkeiten und sehr ungünstigen Strömungswinkeln durch die langgestreckten Zellen.

Die Konvergenz der CFD-Berechnungen mit ungleichförmiger Druckverteilung am Eintritt war derart schlecht, dass an dieser Stelle auch keine qualitativen Aussagen über den Verlauf der C_D -Werte gemacht werden können. Die für die CFD-Berechnung verwendeten Netze mit 240 über den Umfang verteilten Zellen scheinen für derartige Problemstellungen nicht ausreichend zu sein.

Versuchsweise wurden Modelle mit 360 und 480 über den Umfang verteilten Zellen erstellt. Dies führte zu geringfügig besserem, jedoch nicht ausreichendem Konvergenzverhalten bei Berechnungen mit drallbehafteter Zuströmung, brachte jedoch keinerlei Verbesserungen bei Berechnungen mit ungleichförmiger Druckverteilung.

Verwendete Programme

Um Labyrinthdichtungen mit unterschiedlicher Exzentrizität und Schiefstellung zu untersuchen, wurden jeweils 42 Modelle für das Volllabyrinth sowie für das Durchblicklabyrinth mit dem Programm Gambit[®] erstellt und vernetzt. Dafür wurden sogenannte Journal-Skripte geschrieben, die das programmgesteuerte Erstellen der Modelle mit unterschiedlichen Exzentrizitäten und Schiefstellungen ermöglichen. Am Anfang der Arbeit, als noch nicht klar war, welche Netzfeinheit notwendig sein würde, wurden diese Skripte auch verwendet, um unterschiedlich feine Netze programmgesteuert zu erstellen.

Das Schreiben dieser Journal-Skripte stellte sich jedoch als sehr aufwendig heraus, da zum Beispiel bei kleinsten Änderungen der Schiefstellung des

Rotors sich auch die Namen der erstellten Geometrieobjekte ändern. Das führt dazu, dass jeder einzelnen Programmzeile, die die Geometrie verändert, etwa drei bis vier Programmzeilen folgen müssen, die die Namen der erstellten Objekte abfragen und zur späteren Verwendung speichern. Dies bläht den Programmcode nicht nur um das drei- bis vierfache auf, sondern macht ihn auch äußerst unübersichtlich.

Die CFD-Berechnungen wurden mit dem Programmpaket Fluent[®] durchgeführt. Um die Berechnungen programmgesteuert und völlig automatisch ablaufen zu lassen, wurden auch hier Journal-Skripte geschrieben, für die zwei mögliche Schnittstellen zur Verfügung stehen: eine Scheme¹-Schnittstelle und eine Textbefehle-Schnittstelle. Da die Scheme-Schnittstelle jedoch nicht dokumentiert ist, bleibt nur die Textbefehle-Schnittstelle, die zwar auch so gut wie nicht dokumentiert ist, deren Befehle jedoch durch Try-and-Error ermittelt werden können.

Das Festlegen der Randbedingungen sowie das Extrahieren der Berechnungsergebnisse wurde mit sogenannten UDFs (User Defined Functions) durchgeführt. UDFs sind kleine C-Programme, die auf einige interne Variablen des CFD-Programms zugreifen können.

Um den gesamten Prozess der CFD-Berechnung, angefangen bei der Erstellung der Journal-Skripte und UDFs über das Starten der eigentlichen CFD-Berechnung bis zum Extrahieren der Berechnungsergebnisse, zu automatisieren, wurden weitere Perl- und Bash-Skripte geschrieben, die die Steuerung übernahmen. Damit konnte die große Zahl an Parametervariationen weitestgehend automatisiert durchgeführt werden.

Für die Darstellung der Ergebnisse in Bildern und Diagrammen wurde eine Vielzahl für den jeweiligen Fall am besten geeigneter Programmen eingesetzt, darunter: MetaPost (www.tug.org/metapost.html), gnuplot (www.gnuplot.info), gri (gri.sourceforge.net), L^AT_EX (www.latex-project.org), ParaView (www.paraview.org). Da der Zugriff auf die jeweils richtigen Datensätzen aus über 500 CFD-Berechnungen eine aufwendige Sache ist, wurde auch die Erstellung von Bildern und Diagrammen mittels Perl-, Awk- und Bash-Skripten sowie Makefiles automatisiert.

¹Scheme ist eine funktionelle Programmiersprache und ein LISP-Dialekt

Abbildungsverzeichnis

- 1.1 Schematische Darstellung einer Labyrinthdichtung – 13
- 1.2 Labyrinthdichtungen unterschiedlicher Bauarten – 15
- 1.3 Fannokurve – 21
- 2.1 Durchflussfunktion Ψ – 27
- 2.2 Tatsächlicher Verlauf der Durchflussfunktion Ψ – 28
- 2.3 Bezeichnungen: ψ_n, p_n, v_n – 30
- 2.4 Iterative Bestimmung der Durchflussfunktion – 32
- 2.5 Durchflussfunktionen für Labyrinthdichtungen mit n Labyrinthblechen – 33
- 2.6 Durchflussfunktionen einer idealen Düse und einer scharfkantigen Blende – 33
- 2.7 Strahleinschnürung – 37
- 2.8 Kontraktionszahl μ_0 für einen Labyrinthspalt – 38
- 2.9 Einfluss des Kantenradius r auf die Kontraktionszahl μ – 39
- 2.10 Zustandsänderung eines Fluids beim Durchströmen eines Drosselblechs – 40
- 2.11 Überströmfaktor ζ – 41
- 3.1 Modell – 44
- 3.2 Querschnitt durch das Volllabyrinth – 45
- 3.3 Meridianschnitt durch das Netz des Volllabyrinths – 46
- 3.4 Meridianschnitt durch das Netz des Durchblicklabyrinths – 47
- 3.5 Geschwindigkeitsprofil in einer turbulenten Grenzschicht – 51
- 3.6 y^+ -Werte – 53
- 3.7 Spaltquerschnittsfläche A_{Sp} einer geneigten Platte – 58

- 3.8 Innere und äußere Spaltquerschnittsflächen einer Labyrinthdichtung – 59
- 4.1 Strömungsfeld in den Wirbelkammern eines Volllabyrinths – 65
- 4.2 Axiale Geschwindigkeitsprofile in den Labyrinthspalten eines Volllabyrinths mit stillstehendem Rotor – 69
- 4.3 Fehlender Wirbel im Strömungsfeld vor dem ersten Labyrinthblech – 70
- 4.4 Druckverlauf in einem Volllabyrinth – 72
- 4.5 Druckverteilung in einer Wirbelkammer – 75
- 4.6 Abhängigkeit des Faktor $\frac{1}{2}\rho K_1^2$ der Parabel (Gleichung 4.6) vom Gesamtdruckverhältnis Π – 77
- 4.7 C_D -Wert in Abhängigkeit des Druckverhältnisses Π – 78
- 4.8 Lokale, maximale Mach-Zahl im letzten Labyrinthspalt – 78
- 4.9 Strömungsfeld im Austritt einer Labyrinthdichtung – 79
- 4.10 C_D -Wert in Abhängigkeit der Umfangsreynoldszahl Re_ϕ – 81
- 4.11 C_D -Wert in Abhängigkeit der Umfangsreynoldszahl Re_ϕ und des Druckverhältnisses Π – 82
- 4.12 Axiale Geschwindigkeitsprofile in den Labyrinthspalten eines Volllabyrinths mit $Re_\phi = 0.96 \times 10^6$ – 83
- 4.13 Strömungsfeld in einem Volllabyrinth mit drehender Welle – 84
- 4.14 Verlauf der dimensionslosen, tangentialen Geschwindigkeit C_V – 87
- 4.15 C_D -Wert in Abhängigkeit der Exzentrizität ε – 88
- 4.16 Axiale Geschwindigkeitsprofile in den Labyrinthspalten eines Volllabyrinths für einen exzentrisch ausgelenkten Rotor. – 89
- 4.17 Strömungsfeld in einem Volllabyrinth mit $\varepsilon = 0.6$ innerhalb eines Meridianschnitts mit $\gamma = 0^\circ$ – 90
- 4.18 Strömungsfeld in einem Volllabyrinth mit $\varepsilon = 0.6$ innerhalb eines Meridianschnitts mit $\gamma = 180^\circ$ – 91
- 4.19 Druckverteilung in der 5. Wirbelkammer – 93
- 4.20 Druckverteilung in der 6. Wirbelkammer – 94
- 4.21 Dimensionslose Axialkraft C_F in Abhängigkeit der Exzentrizität ε – 95
- 4.22 C_D -Wert in Abhängigkeit der Schiefstellung σ – 95
- 4.23 Druckverlauf in einem Volllabyrinth für unterschiedliche Exzentrizitäten ε – 96
- 4.24 Strömungsfeld in einem Volllabyrinth mit schiefgestelltem Rotor – 97
- 4.25 Druckverlauf in einem Volllabyrinth für unterschiedliche Schiefstellungen σ – 99

- 4.26 C_D -Wert in Abhängigkeit der Exzentrizität ε bei $\Pi = 1.57 - 100$
- 4.27 C_D -Wert in Abhängigkeit der Exzentrizität ε bei $\Pi = 2.4 - 100$
- 4.28 C_D -Wert in Abhängigkeit der Exzentrizität ε bei $\Pi = 1.57$ und $Re_\phi = 0.65 \times 10^6 - 101$
- 4.29 C_D -Wert in Abhängigkeit der Exzentrizität ε bei $\Pi = 2.37$ und $Re_\phi = 0.65 \times 10^6 - 101$
- 4.30 Vergleich der C_D -Werte von Messungen, CFD-Berechnungen und halb-empirischen Berechnungsmethoden - 104
- 4.31 Kopplungsfaktor $\zeta - 105$
- 4.32 Vergleich verschiedener C_D -Wert-Berechnungen für $\Pi = 1.57 - 108$
- 4.33 Vergleich verschiedener C_D -Wert-Berechnungen für $\Pi = 2.37 - 109$
- 5.1 Strömungsfeld in den Wirbelkammern eines Durchblicklabyrinths - 112
- 5.2 Axiale Geschwindigkeitsprofile in den Labyrinthspalten eines Durchblicklabyrinths mit stillstehendem Rotor - 115
- 5.4 Druckverlauf in einem Durchblicklabyrinth - 119
- 5.5 Verlauf der axialen Geschwindigkeit entlang der Geraden $r = 155.5 \text{ mm} - 120$
- 5.6 Geschwindigkeitsprofil in der ersten und dritten Wirbelkammer bei $x = 19 \text{ mm}$ und $x = 35 \text{ mm} - 121$
- 5.7 Druckverteilung in der 3. Wirbelkammer - 122
- 5.8 Abhängigkeit des Faktor $\frac{1}{2}\rho K_1^2$ der Parabel (Gleichung 5.1) vom Gesamtdruckverhältnis $\Pi - 124$
- 5.9 C_D -Wert in Abhängigkeit des Druckverhältnisses $\Pi - 124$
- 5.10 Lokale, maximale Mach-Zahl im letzten Labyrinthspalt - 124
- 5.11 C_D -Wert in Abhängigkeit der Umfangsreynoldszahl Re_ϕ und des Druckverhältnisses $\Pi - 125$
- 5.12 Axiale Geschwindigkeitsprofile in den Labyrinthspalten eines Durchblicklabyrinths mit $Re_\phi = 0.96 \times 10^6 - 125$
- 5.13 Strömungsfeld in einem Durchblicklabyrinth mit drehendem Rotor - 126
- 5.14 Verlauf der dimensionslosen, tangentialen Geschwindigkeit $C_V - 127$
- 5.15 C_D -Wert in Abhängigkeit der Exzentrizität $\varepsilon - 128$
- 5.16 Axiale Geschwindigkeitsprofile in den Labyrinthspalten eines Durchblicklabyrinths für einen exzentrisch ausgelenkten Rotor - 129
- 5.17 Strömungsfeld in einem Durchblicklabyrinth mit $\varepsilon = 0.3 - 130$

- 5.18 C_D -Wert in Abhängigkeit der Schiefstellung σ – 132
- 5.19 Geschwindigfeld in einem Durchblicklabyrinth mit schiefgestelltem Rotor – 133
- 5.20 Dimensionslose Tangentialgeschwindigkeiten in einem Durchblicklabyrinth mit schiefgestelltem Rotor für einen Meridianschnitt mit $\gamma = 90^\circ$ – 134
- 5.21 Axiale Geschwindigkeitsprofile in den Labyrinthspalten eines Durchblicklabyrinths mit schiefgestelltem Rotor – 135
- 5.22 C_D -Werte bei überlagerter Exzentrizität und Schiefstellung des stillstehenden Rotors – 136
- 5.23 C_D -Werte bei überlagerter Exzentrizität und Schiefstellung des drehenden Rotors – 137
- 5.24 C_D -Wert in Abhängigkeit der Exzentrizität ε und Umfangsreynoldszahl Re_ϕ – 139
- 5.25 C_D -Wert in Abhängigkeit der Schiefstellung σ und Umfangsreynoldszahl Re_ϕ – 140
- 5.26 Dimensionslose Axialkraft C_F in Abhängigkeit der Exzentrizität ε und der Schiefstellung σ – 141
- 5.27 Vergleich der C_D -Werte von Messungen, CFD-Berechnungen und halb-empirischen Berechnungsmethoden – 142
- A.1 Zuströmung mit Drall – 146

Tabellenverzeichnis

- 3.1 Geometrische Abmessungen der Labyrinthdichtung – 45
- 3.2 Variation der Randbedingungen – 45
- 3.3 Modellbildung in veröffentlichter Literatur – 55

Literaturverzeichnis

- [1] BAEHR, Hans D. ; SCHWIER, Klaus: *Die thermodynamischen Eigenschaften der Luft*. Springer, 1961
- [2] CHOUGULE, Hasham ; RAMERTH, Douglas ; RAMCHANDRAN, Dhinakaran ; KANDALA, Ramnath: Numerical Investigation of Worn Labyrinth Seals. In: *Proceedings of GT2006 ASME Turbo Expo (Veranst.)*, 2006 (GT2006-90690)
- [3] COLLINS, Dermot ; TEIXERA, Joao A. ; CRUDGINGTON, Pete ; IVEY, Paul: Numerical Modelling of Three Dimensional Honeycomb Labyrinth Seals Employing a Simplified Approach. In: *Proceedings of GT2006 ASME Turbo Expo (Veranst.)*, 2006 (GT2006-90850)
- [4] DENECKE, Jens ; FÄRBER, Jens: Dimensional Analysis and Scaling of Rotating Seals. In: *Proceedings of GT2005 ASME Turbo Expo (Veranst.)*, 2005 (GT2005-68676)
- [5] DENECKE, Jens ; SCHRAMM, V.: Influence of Rub-Grooves on Labyrinth Seal Leakage. In: *Journal of Turbomachinery* 125 (2003), Nr. 2, S. 387-393
- [6] DERELI, Yilmaz ; DURSUN, Eser: Flow Calculations in Straight-Through Labyrinth Seals by Using Moody's Friction-Factor Model. In: *Mathematical and Computational Applications* 9 (2004), Nr. 3, S. 435-442
- [7] DONG-CHUN, Choi ; RHODE, David: Development of a Two-Dimensional Computations Fluid Dynamics Approach for Computing Three-Dimensional Honeycomb Labyrinth Leakage. In: *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power* 126 (2004), S. 794-802

- [8] EGLI, Adolf: The Leakage of Steam Through Labyrinth Seals. In: *Journal of Fuels and Steam Power* 57 (1935), S. 115–122
- [9] EL-GAMAL, Hassan A. ; AWAD, Taher Hamdallah H.: Leakage from Labyrinth Seals Under Stationary and Rotating Conditions. In: *Tribology International* 29 (1996), Nr. 4, S. 291–297
- [10] ESER, Dursun ; KAZAKIA, Jacob: Air Flow in Cavities of Labyrinth Seals. In: *International Journal of Engineering Science* 33 (1995), Nr. 15, S. 2309–2326
- [11] Fluent Inc. (Veranst.): *Fluent 6.1 User's Guide*
- [12] FORSTER, Dieter ; NELSON, David ; STEPHEN, Micheal: Large-Distance and Long-Time Properties of a Random Stirred Fluid. In: *Physical Review* 16 (1977), Nr. 2
- [13] GATSKI, Thomas (Hrsg.) ; HUSSAINI, Yousuff (Hrsg.) ; JOHN, Lumley (Hrsg.): *Simulation and Modeling of Turbulent Flows*. Oxford University Press, USA, 1996
- [14] GREITZER, Edward ; TAN, Choon ; GRAF, Martin: *Internal Flow: Concepts and Applications*. Cambridge University Press, 2004
- [15] HIRANO, Toshio ; ZENGLIN, Guo ; KIRK, Gordon: Application of Computational Fluid Dynamics Analysis for Rotating Machinery – Part 2: Labyrinth Seal Analysis. In: *Journal of Engineering of Gas Turbines and Power* 127 (2005), S. 820–826
- [16] HÖLLING, Marc ; HERWIG, Heinz: CFD-TODAY: Anmerkungen zum kritischen Umgang mit kommerziellen Software-Programmpaketen. In: *Forschung im Ingenieurwesen* 68 (2004), S. 150–154
- [17] LEEB, Klaus: *Experimentelle und numerische Untersuchungen zum Durchflußverhalten von Labyrinthdichtungen von Turbomaschinen unter dem Einfluß von Rotation, Wellendesaxierung und Drall der Zuströmung*, TU Wien, Dissertation, 1997
- [18] LI, Jun ; YAN, Xin ; ZHENGPING, Feng: Effects of Pressure Ratio and Fin Pitch on Leakage Flow Characteristics in High Rotating Labyrinth Seals. In: *Proceedings of GT2006 ASME Turbo Expo (Veranst.)*, 2006 (GT2006–91145)
- [19] LIU, Jianjun ; CUI, Yongqiang ; JIANG, Hongde: Investigation of Flow in a Steam Turbine Exhaust Hood With/Without Turbine Exit Conditions

- Simulated. In: *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power* 125 (2003), Nr. 1, S. 292–299
- [20] MISES, Richard von: Berechnung von Ausfluß- und Überfallzahlen. In: *Zeitschrift des Vereins Deutscher Ingenieure* 61 (1917), S. 447
- [21] MOHAMMADI, Bijan ; PIRONNEAU, Olivier: *Analysis of the K-Epsilon Turbulence Model*. Wiley, 1993
- [22] MOORE, Jeffrey: Three-Dimensional CFD Rotordynamic Analysis of Gas Labyrinth Seals. In: *Journal of Vibration and Acoustics* 125 (2003), Nr. 4, S. 427–433
- [23] MORRISON, Gerald ; RHODE, David ; COGAN, Kevin ; CHI, Daesung ; DEMKO, Jonathan: *Labyrinth Seals for Incompressible Flow / Turbomachinery Laboratories, Texas A&M University*. 1983. – Forschungsbericht
- [24] ORSZAG, Steve ; YAKHOT, Victor: Renormalization Group Modeling and Turbulence Simulations. In: SPEZIALE (Hrsg.) ; LAUNDE (Hrsg.): *Near Wall Turbulent Flows*, Elsevier Science Publishers, 1993
- [25] PAOLILLO, Roger ; CLOUD, David ; BINGEN, Fons ; KOOL, Gerrit: Rotating Seal Rig Experiments: Test Results and Analysis Modeling. In: *Proceedings of GT2006 ASME Turbo Expo (Veranst.)*, 2006 (GT2006–90957)
- [26] PAPAGEORGAKIS, George ; ASSANIS, Dennis: Comparison of Linear and Nonlinear RNG-Based k - ϵ Models for Incompressible Turbulent Flows. In: *Numerical Heat Transfer* 15 (1999), S. 1–22
- [27] SCHRAMM, Volker ; DENECKE, Jens ; KIM, Siegfried ; WITTIG, Sigmar: Shape Optimization of a Labyrinth Seal Applying the Simulated Annealing Method. In: *International Journal of Rotating Machinery* 10 (2004), S. 365–371
- [28] SIGLOCH, Herbert: *Technische Fluidmechanik*. Springer, 2004
- [29] SPIRIG, Michael: *Einfluss der Kammerströmung auf die strömungsbedingten Kräfte im endlich langen Spalt einer hydraulischen Labyrinthdichtung*, ETH Zürich, Dissertation, 1999
- [30] TRAUPEL, Walter: *Thermische Turbomaschinen*. Bd. 1. Springer, 2001
- [31] TRUCKENBRODT, Erich: Die turbulente Strömung an einer angeblasenen, rotierenden Scheibe. In: *Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik* 34 (1953), Nr. 4-5, S. 150–162

- [32] TRUTNOVSKY, Karl ; KOMOTORI, Kazunari: *Berührungsfreie Dichtungen*. VDI-Verlag, 1981
- [33] VAKILI, Ahmad ; MEGANATHAN, Abraham: An Experimental and Numerical Study of Labyrinth Seal Flow. In: *Proceedings of GT2005* (GT2005-68224)
- [34] VAKILI, Ahmad ; MEGANATHAN, Abraham ; AYYALASOMAYAJULA, Sri-charan: Advance Labyrinth Seals for Steam Turbine Generators. In: *Proceedings of GT2006* ASME Turbo Expo (Veranst.), 2006 (GT2006-91263)
- [35] WHALEN, John ; ALVAREZ, Eduardo ; PALLISER, Lester: Thermoplastic Labyrinth Seals for Centrifugal Compressors. In: *33rd Turbomachinery Symposium* The Turbomachinery Laboratory (Veranst.), 2004, S. 113-126
- [36] WILCOX, David: *Turbulence Modeling for CFD*. 3. DCW Industries, 2006
- [37] YÜCEL, Ugur ; KAZAKIA, Jakob: Analytical Prediction Techniques for Axisymmetric Flow in Gas Labyrinth Seals. In: *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power* 123 (2001), S. 255-257

Index

Seitennummern sind im Index **fett** gesetzt, wenn sie auf Definitionen oder wichtige Informationen verweisen.

A

Abmessungen

geometrische, 45

Anfangsbedingung, 47

Ausströmen, 25

kritisches, 27

überkritisches, 27

unterkritisches, 27

Ausströmgeschwindigkeit, 25, 39

Axialkraft, 92, 138

dimensionslose, 61, 92

B

Blende, 31

scharfkantige, 28, 32, 34, 37

C

Carry-Over, 40, 115, 117, 118

C_D -Wert, 25, 58, 59, 81, 87, 92, 98,

101, 102, 105, 106, 118, 127,

132, 135, 138, 141

C_V -Wert, 62, 86, 127

D

Dichtungstyp, 13, 14

Diffusion

numerische, 47, 49

Dissipation, 17

Dissipationsenergie, 18

Drosselstelle, 16

Druckamplitude, 146

dimensionslose, 60

Druckdifferenz, 61, 98

Druckdifferenzen, 34

Druckrückgewinnung, 18

Druckverhältnis, 25, 31, 34, 35, 60, 71,

74, 82, 92, 98, 102, 118, 127,

135

kritisches, 26, 27, 32, 77

Druckverlauf, 60, 69, 71, 74, 92, 118

Durchblicklabyrinth, 15, 40, 43, 111

Index

- Durchflussbeiwert, 29–32
Blende, 34
Durchflussfunktion, 26, 29, 32
Blende, 32
Düse, 32
Durchflusswiderstand, 36
Durchflusszahl, 29, 36, 40, 103
Düse, ideale, 25
- E**
Egli, 68, 102, 105, 138
adaptierte Formel, 105
Energie
kinetische, 17, 40, 115
Expansion
nicht-isentrope, 18, 21
Expansionsströmung, 18
Exzentrizität, 60, 87, 88, 92, 98, 102,
105, 127, 135, 147
- F**
Fannokurve, 20, 21
- G**
Geschwindigkeit
dimensionslose, 52
Geschwindigkeitsprofil, 51, 68, 69,
115, 117, 121, 127, 134, 141
Grenzschicht, 56, 74, 86
turbulente, 50
- H**
Honeycomb-Labyrinth, 16, 56, 57
- K**
Kantenradius, 38
Kontraktionszahl, 36, 38, 68, 69, 103,
141
Blende, 36
- L**
Labyrinthblech, 13–16, 68
Labyrinthdichtungsprüfstand, 43, 46,
81, 138
Labyrinthspalt, 14, 68, 115
Labyrinthtyp, 13, 15
Leckagemassenstrom, 14, 17, 25, 30,
40, 41, 46, 68, 118, 132
- M**
Mach-Zahl, 19, 78, 118
Massenstrom, 17, 25, 28, 29, 32, 36,
52, 58, 68
Massenstromdichte, 21, 22, 26, 27
Meridiangeschwindigkeit, 61, 62, 86
MUSCL-Verfahren, 47
- N**
Nachexpansion, 23, 27
Netz, 44, 46, 47, 52, 64, 147
Nutenlabyrinth, 15
- R**
Randbedingung, 45, 47, 148
Reibungszahl, 36, 38, 39, 40, 103, 141
Reynolds-Spannung, 50, 51
Rotation, 61, 81, 118
Rotorblech, 86
Rückströmgebiet, 68, 69, 81, 88, 117,
135
- S**
Schallgeschwindigkeit, 22, 68, 77
Scheibe
rotierende, 86
Schiefstellung, 44, 61, 63, 87, 92, 98,
101–103, 105, 128, 132, 135,
147
Schubspannung, 49
Schubspannungsgeschwindigkeit,
51
Spaltquerschnittsflächen, 59

Spaltweite, 14, 38, 41, 43, 52, 60, 69,
132, 134

Spannung
Reynolds-, 51
viskose, 51

Statorblech, 86

Stodola, 68, 102, 105, 138
adaptierte Formel, 105

Strahleinschnürung, 29, 36, 77, 83,
88, 117, 121, 141

Strömung
rotierende, 86

Strömungsabriss, 29, 68, 134

Stufenlabyrinth, 15

T

Tangentialgeschwindigkeit, 62, 64,
86, 134, 146
dimensionslose, 62, 127

Teilung, 41, 45

Turbulenzmodell, 46, 48
RNG $k-\varepsilon$ Modell, 46, 48
SST $k-\omega$ Modell, 48
Standard $k-\varepsilon$ Modell, 48
Vergleich, 49

U

u^+ , 51
turbulente Kernschicht, 52
viskose Unterschicht, 52

Überströmen, 40, 115, 118

Überströmfaktor, 40, 41, 141

Umfangsgeschwindigkeit, 61

Umfangsreynoldszahl, 61, 81, 102,
103, 105, 106, 118, 121, 137

Umlenkung, 69, 88, 115, 117, 121

V

Verwirbelung, 17, 18, 22, 40, 50, 115

Volllabyrinth, 13, 63

W

Wandabstand
dimensionsloser, 51

Wandfunktion, 50
erweiterte, 53, 54
klassische, 52, 54
Reihenentwicklung, 53

Wandgesetz
logarithmisches, 52

Wandschubspannung, 51

Wirbel, 63
Drehrichtung, 111
Druckanstieg, 71
Druckverteilung, 74, 92
Ecken-, 64, 111
End-, 78
Haupt-, 63, 111
Rotationsgeschwindigkeit, 64

Wirbelkammer, 14, 17, 63, 64, 69, 73,
74, 83, 92, 98, 115, 117, 118

Wirbelzentrum, 71, 74, 78, 92, 118,
127, 134
Geschwindigkeit, 83

Y

y^+ , 52

Z

Zuströmgeschwindigkeit, 18

Zuströmung, 61
drallbehaftete, 146
Winkel, 61