

Die approbierte Originalversion dieser Diplom-/Masterarbeit ist an der Hauptbibliothek der Technischen Universität Wien aufgestellt (<http://www.ub.tuwien.ac.at>).

The approved original version of this diploma or master thesis is available at the main library of the Vienna University of Technology (<http://www.ub.tuwien.ac.at/englweb/>).



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
WIEN

VIENNA
UNIVERSITY OF
TECHNOLOGY

DIPLOMARBEIT

„Ein interaktives E-Learning System für die Grundlagen der mathematischen Logik“

Ausgeführt am

Institut für Informationssysteme
Arbeitsbereich Wissensbasierte Systeme

der Technischen Universität Wien

unter der Anleitung von ao.Univ-Prof. Dr. Uwe Egly

durch

Mandana Eibegger
Blechturmstraße 22/11, A – 1040 Wien

Datum

Unterschrift



Abbildung 1 – Logo des aus dieser Arbeit entstandenen Systems.

Danksagung

Ich danke

- **dem Leben** für die immer wieder glücklichen Gegebenheiten,
- **meinen Eltern** für ihre unermüdliche Unterstützung,
- **meinen Vorfahren** für die Zurverfügungstellung ihrer Ressourcen,
- **Inge Scheid** fürs Aufwecken,
- **Prof. Dr. Uwe Egly** für seine Geduld und
- der **Stipendienstelle Wien** für die Zuerkennung des ESF Studienabschluss-Stipendiums.

Ohne sie und ihren Glauben an mich hätte ich es nie so weit gebracht.

Weiters danke ich allen Menschen, die sich für

- die Entwicklung des **Internets** und seiner **Standards** und
- der **Zugänglichkeit** und **Gebrauchstauglichkeit** der verschiedensten Objekte im Leben

einsetzen und eingesetzt haben.

Kurzfassung

Die **mathematische Logik** bildet die Grundlage für die unterschiedlichsten Problemstellungen und wird in Studienrichtungen wie Mathematik und Informatik gelehrt. Sie kommt auch in der analytischen Philosophie und in den Sprachwissenschaften zum Einsatz. Außerdem gibt es Privatpersonen, die sich aus privatem Interesse oder aus beruflichen Gründen hinsichtlich der formalen Methoden mathematischer Logik aus- und weiterbilden wollen. Die oftmals sehr **formale Präsentation** der Inhalte und die **linearen Lernstrukturen** der herkömmlichen Lehrmittel bergen jedoch einige Hürden, die dazu führen, dass die grundlegenden Konzepte für viele Studierende oftmals nicht auf Anhieb verständlich sind.

Da **E-Learning** zunehmend ein fixer Bestandteil der Aus- und Weiterbildung ist und das **Internet** heutzutage das wichtigste Informationsmedium ist, liegt es nahe, bei Interesse dort nach entsprechendem Material zu suchen. Das Ergebnis der Suche ist jedoch nicht sehr befriedigend.

Diese Diplomarbeit beschäftigt sich mit der Umsetzung eines **webbasierten, intuitiven Logik-Lehrbuches** (im Folgenden E-Book genannt) für Schüler, Studenten und Interessierte, in dem die **Grundkonzepte** der Logik erklärt und anhand einer sehr einfachen Logik, der **Aussagenlogik**, vertieft werden.

Das E-Book, erfüllt folgende Ansprüche:

- **Inhaltliche Aspekte**
Es ist eine erste Informationsstelle für Interessenten, die das Interesse an Logik wecken oder vertiefen kann und die zugrunde liegende Einfachheit der Konzepte vermittelt. Das Verständnis der Inhalte verlangt weder besondere Vorkenntnisse, noch ein ausgeprägtes formal-theoretisches Können. Die inhaltliche Aufbereitung führt Schritt für Schritt mit intuitiven Beispielen in die Welt der Logik ein.
- **Lerntechnische Unterstützung**
Die Möglichkeiten und Vorteile des E-Learning werden mit den Vorteilen konventioneller Lernverfahren verknüpfen, indem lineare und interaktive Lernstrukturen zur Verfügung gestellt werden. Die Inhalte sind in kurze, aussagekräftige Kapitel unterteilt, die eine Übersicht über die Zusammenhänge mit anderen Kapiteln enthalten und es können beliebige zwei Kapitel nebeneinander dargestellt werden. Einzelne Methoden der Aussagenlogik, von der Erstellung von Wahrheitstabellen und Formelbäumen bis zur Anwendung des Tableauealküls, können mit interaktiven Übungsbeispielen an vorgegebenen und selber eingegebenen Formeln geübt werden. Selbstverständlich hat der Benutzer die Möglichkeit, auch unfertig gelöste Beispiele zu prüfen oder sich den nächsten Lösungsschritt anzeigen zu lassen und erhält Feedback bei Fehlern. Um dies zu ermöglichen, wurden entsprechende Beweisprozeduren innerhalb des E-Books implementiert.

- **Richtlinien für die universelle Gebrauchstauglichkeit**
Bei der Umsetzung wurde auf die Richtlinien für die Gebrauchstauglichkeit geachtet. Die Zugänglichkeitsrichtlinien der WCAG 1.0 der Priorität 1 wurden vollständig, die Richtlinien der Priorität 2 und 3 in weiten Teilen umgesetzt.
- **Glaubwürdigkeit und „Joy of Use“**
Um Interesse zu wecken und Einfachheit zu vermitteln, soll der Umgang mit dem E-Book Spaß machen – der „Joy of Use“ ist also ein wichtiges Kriterium. Ein weiterer grundlegender Aspekt für die Annehmbarkeit der Inhalte seitens der Benutzer ist selbstverständlich die Vermittlung der Glaubwürdigkeit. Es wurde auf die Umsetzung dieser zwei Aspekte geachtet.
- **Grafische Umsetzung**
Bei der grafischen Umsetzung wurde darauf geachtet, dass das Design die Vermittlung der Inhalte unterstützt und nicht von ihnen ablenkt oder bezüglich ihrer Prägnanz in die Irre führt. Um eine „Markenbildung“ zu ermöglichen wurde ein Logo entwickelt.
- **Erweiterbarkeit und Wartbarkeit**
Mit dem E-Book wurde ein Framework implementiert, das leicht wartbar ist und eine solide Basis für mögliche Erweiterungen bietet.
- **Suchmaschinen**
Die Inhalte werden von Suchmaschinen erkannt, richtig indiziert und im Großen und Ganzen sehr gut bewertet.

In dieser Arbeit werden für das Thema relevante inhaltliche und technische Überlegungen und Standards präsentiert, und das System vorgestellt.

Die Umsetzung des E-Books ist unter <http://www.logic-rulez.net> zu finden.

Inhalt

1	Einleitung.....	1
1.1	Motivation und Ziel der Diplomarbeit.....	1
1.2	Theoretischer Hintergrund.....	2
1.2.1	Logik in Kürze.....	2
1.2.2	Umsetzung im World Wide Web.....	4
1.3	Überblick über das E-Book.....	6
1.3.1	Inhaltlicher Aufbau.....	6
1.3.2	Lerntechnische Unterstützung.....	6
1.3.3	Benutzerführung und grafische Umsetzung.....	7
1.3.4	Technische Umsetzung.....	7
2	Der Inhalt - Logische Grundlagen.....	9
2.1	Logik Einführung.....	9
2.1.1	Syntax.....	10
2.1.2	Semantik.....	10
2.1.3	Logische Konsequenz.....	12
2.1.4	Logische Inferenz.....	12
2.1.5	Kalküle und ihre Einsatzmöglichkeiten.....	13
2.1.6	Klassifizierung von Logiken.....	14
2.1.7	Beispiele.....	14
2.2	Aussagenlogik.....	16
2.2.1	Syntax.....	16
2.2.2	Teilformeln und Formelbäume.....	19
2.2.3	Semantik.....	20
2.2.4	Evaluierung einer Formel unter einer Interpretation.....	24
2.2.5	Umwandlung von Formeln - Normalformen.....	28
2.2.6	Aussagenlogische Konsequenz.....	31
2.2.7	Semantische Tableaux.....	31
3	Umsetzung im World Wide Web.....	35
3.1	Universelle Gebrauchstauglichkeit und Suchmaschinen.....	36
3.1.1	Gebrauchstauglichkeit.....	36
3.1.2	Zugänglichkeit.....	39
3.1.3	Suchmaschinen und Optimierung.....	44
3.2	Glaubwürdigkeit und „Joy of Use“.....	48
3.2.1	Glaubwürdigkeit.....	49
3.2.2	Flow und „Joy of Use“.....	51
3.3	Von der Idee zum Produkt.....	53
3.3.1	Gestaltung des Seitenaufbaus.....	54
3.3.2	Gestaltung der Inhalte.....	64
3.3.3	Gestaltung des visuellen Auftritts.....	69
3.3.4	Universell gebrauchstaugliche Umsetzung.....	74

4	Das E-Book	77
4.1	Überblick über das E-Book	77
4.2	Der Seitenaufbau	80
4.2.1	Informationsarchitektur	80
4.2.2	Zusätzliche Angaben, Funktionen und Seiten	85
4.2.3	Das Navigationssystem	85
4.2.4	Der Aufbau der Seiten	86
4.2.5	Das URL-Design	91
4.3	Die Gestaltung des Inhalts	92
4.3.1	Aufbereitung der Logikseiten	92
4.3.2	Die interaktiven Übungsbeispiele	95
4.3.3	Bezeichnungen der Objekte	103
4.4	Die grafische Umsetzung	107
4.5	Technische Umsetzung	111
4.5.1	Technischer Aufbau des E-Books und der Logikseiten	111
4.5.2	Technische Lösungen	113
4.6	Zugänglichkeit des E-Books	118
4.6.1	Korrekte HTML-Implementierung	118
4.6.2	Korrekte CSS-Implementierung	118
4.6.3	Umsetzung der WCAG 1.0	119
4.6.4	Anzeige ohne Stylesheet	120
4.6.5	Lineare Ausgabe - Anzeige im Textbrowser	121
4.6.6	Bildschirmauflösungen	124
4.6.7	Bei Sehschwächen	125
4.7	Suchmaschinenergebnisse	127
5	Verwandte Arbeiten	129
6	Ausblick	133
6.1	Verlinkungen	133
6.2	Hinzufügen weiterer Kapitel	133
6.3	Erweiterung der bestehenden Kapitel	134
6.4	Hinzufügen weiterer Hauptbereiche	134
6.5	Login - Erweiterung der interaktiven Übungsbeispiele	134
6.6	Forum	134
6.7	Mehrsprachigkeit	135
	Verzeichnisse	137
	Quellen	137
	Abbildungen	142
	Beispiele	144
	Tabellen	144

1 Einleitung

„I feel...an ardent desire to see knowledge so disseminated through the mass of mankind that it may...reach even the extremes of society: beggars and kings.“ (Thomas Jefferson, 1808, zit. nach [1, Kap.39])

Zur Annäherung an das Thema werden in diesem Kapitel zunächst die Motivation und das Ziel der Diplomarbeit vorgestellt, ein kurzer Überblick über den theoretischen Hintergrund geliefert, und das aus dieser Diplomarbeit entstandene System in groben Zügen skizziert.

1.1 Motivation und Ziel der Diplomarbeit

Logik bildet die **theoretische Basis** für die unterschiedlichsten Problemstellungen, von der Automatisierung über die Sprachanalyse bis zum formalen Beweis und wird in diversen Studienrichtungen wie Mathematik und Informatik gelehrt. Außerdem gibt es Privatpersonen, die sich aus beruflichen oder privaten Gründen für die formalen Methoden mathematischer Logik interessieren und dahingehend weiterbilden wollen.

Beim Lernen der logischen Konzepte gibt es jedoch einige **Hürden**, die dazu führen, dass die grundlegenden Konzepte für viele Studierende nicht auf Anhieb verständlich sind. Zum einen können theoretische Sachverhalte oft sehr **formal präsentiert** werden und dadurch trocken und kompliziert wirken. Zum anderen birgt das Lernen nach einem Buch oder Skriptum, nicht zuletzt durch die **lineare Lernstruktur**, folgende Probleme der Übersichtlichkeit und Lernunterstützung:

- Man kann nicht automatisiert nach Textpassagen **suchen**. Will man etwas nachschlagen, muss man sich erinnern, wo es steht, oder eventuell lange suchen.
- Verfolgt man eine **Referenz** innerhalb des Textes, ist die aktuelle Seite nicht mehr vorhanden.
- Es ist nicht möglich, nicht gegenüberliegende **Seiten parallel** zu **betrachten**. Will man z.B. ein Beispiel lösen und gleichzeitig die entsprechenden Definitionen oder Anleitungen zur Verfügung haben, ist dies in den meisten Fällen unmöglich bis schwierig.
- Löst man ein **Übungsbeispiel** auf dem Papier, erhält man kein **Feedback** über Fehler – bestenfalls wird die Lösung des Beispiels angegeben, was bei Unverständnis schnell zu Demotivation und/oder zufällige Lösungen durch ausprobieren führt und so den Lernerfolg mindert.

E-Learning gilt „*zunehmend als fixer Bestandteil in der Ausbildung und lebensbegleitenden Weiterbildung*“ (R. Kristöfl in [2, Vorwort]). Da das **Internet** heutzutage das wichtigste Informationsmedium darstellt, liegt es also nahe, bei Interesse dort nach entsprechendem Material zu suchen. Hier findet man jedoch

- hauptsächlich **Vorlesungsskripten** und Bücher im HTML- oder PDF-Format,
- Artikel und interaktive Übungsbeispiele zu **einzelnen Themen**,
- **kleine Webseiten**, die nur die wichtigsten Aspekte behandeln und wenig Übungsbeispiel zur Verfügung stellen,
- **kostenpflichtige** E-Learning Kurse.

Die Ziele dieser Diplomarbeit ergeben sich aus der Idee der Interaktivität und allgemeinen Zugänglichkeit und der beschriebenen Motivation. Die Arbeit ist die Umsetzung und Dokumentation einer **Webseite** (im Folgenden E-Book genannt), welche die **grundlegenden Definitionen und Algorithmen** der **Logik** allgemein vermittelt und am besonderen Beispiel der **Aussagenlogik** konkretisiert.

Das „Endprodukt“, also das E-Book, soll folgende Kriterien erfüllen:

- **Inhaltliche Anforderungen:**
 - Es soll eine **erste Informationsstelle** für Interessenten sein, die keine bis wenige Vorkenntnisse mitbringen.
 - Die Inhalte sollen auch dann **verständlich** sein, wenn man noch kein ausgeprägtes formal-theoretisches Verständnis besitzt.
 - Es soll das **Interesse** an Logik **wecken** oder vertiefen und die zugrunde liegende **Einfachheit** der Konzepte **vermitteln**.
- **Lerntechnische Anforderungen:**
 - Die Möglichkeiten und Vorteile des E-Learning sollen mit den Vorteilen konventioneller Lernverfahren verknüpfen werden, indem **lineare und interaktive Lernstrukturen** zur Verfügung gestellt werden.
- **Technische Anforderungen:**
 - Das E-Book soll ein solides **Framework** sein, das für Erweiterungen wie das Hinzufügen weiterer Logiken konzipiert ist.
 - Die generellen Anforderungen an eine Webseite bezüglich **Benutzerfreundlichkeit, Zugänglichkeit** und **Wartbarkeit** sollen erfüllt werden.
 - Die Inhalte sollen von **Suchmaschinen** erkannt und richtig erfasst werden können.

1.2 Theoretischer Hintergrund

1.2.1 Logik in Kürze

Der Begriff Logik (griech. λογική [τέχνη] - „die denkende [Kunst, Vorgehensweise]“) leitet sich vom griechischen Wort Logos (griech. λόγος - „Wort“, „Rede“; γλώσσα, γλώττα - „Sinn“) ab. Als

zentraler Begriff der griechischen Philosophie bezieht sich seine Bedeutung auf sprachliche Äußerungen der Vernunft und die Überzeugung durch Folgerichtigkeit und Beweisführung.

Formale Logik (auch symbolische Logik oder mathematische Logik genannt) beschäftigt sich mit der Formalisierung und Analyse des **korrekten** (auch automatisierten) **Schlusses** – also mit der Generierung und Verifikation von Wissen. In der Informatik bildet Logik beispielsweise die theoretische **Grundlage** für die verschiedensten Problemstellungen wie

- modellbasierte Diagnose,
- Hardwareentwurf,
- Komplexitäts- und Berechenbarkeitstheorie,
- wissensbasierte Systeme,
- Datenbanksysteme,
- Programmverifikation und
- künstliche Intelligenz.

Grundsätzlich besteht ein logisches System (im Folgenden kurz „Logik“ genannt) aus

- einer **Syntax** – der formalen Sprache, in der die Sätze der Problemstellung ausgedrückt werden, und
- einer **Semantik** – der Bedeutung der Sätze.

Sind Syntax und Semantik definiert, können innerhalb der Logik Wissen dargestellt, oder Annahmen getätigt und bewertet werden. Syntaktisch korrekte Zeichenketten werden als **Formeln** bezeichnet.

Jede Logik beinhaltet ein Konzept der **logischen Konsequenz** (oder auch „Schlussfolgerung“), das besagt, wann etwas vernünftigerweise aus etwas anderem folgt – wann also neue Formeln aus vorhandenen geschlossen werden können.

Dieses semantische Konzept wird durch das syntaktische Konzept der **logischen Inferenz** (oder auch „Ableitung“) abstrahiert, das es erlaubt, Formeln mechanisch nach festgelegten Regeln umzuformen, sodass neue Formeln (und damit neues Wissen) entstehen. Die Abfolge der Regelanwendungen bezeichnet man als **Beweis**.

Je nach Anwendungsgebiet und Problemstellung können die unterschiedlichsten Logiken definiert werden. Für die **Klassifizierung** stellen sich unter Anderem folgende Fragen:

- Wie viele Wahrheitswerte kann eine Aussage annehmen?
- Folgt eine Aussage, die aus einer Menge von Annahmen folgt, auch dann noch, wenn weitere Annahmen hinzukommen?
- Ist die Bewertung einer zusammengesetzten Aussage eindeutig durch die Bewertung ihrer Teilaussagen bestimmt?

Die so genannten **klassischen Logiken** sind zweiwertige Logiken (meist mit den Bewertungen *wahr* und *falsch*) innerhalb derer die Bewertung zusammengesetzter Aussage eindeutig durch die Bewertung ihrer Teilaussagen bestimmt sind. Einmal bewiesene Aussagen müssen nicht revidiert werden.

Die **Aussagenlogik** ist eine sehr einfache klassische Logik, bei der Aussagen untersucht werden, die

- als so genannte **Elementaraussagen** für sich alleine stehen - also z.B. "Die Sonne scheint";
- **negiert** sein können – also z.B. „Es regnet NICHT.“;
- mittels „**UND**“ verknüpft sein können – also z.B. „Ich arbeite UND der Hund schläft.“;
- mittels „**ODER**“ verknüpft sein können – also z.B. „Die Fallgrube befindet sich auf Feld [C, 1], ODER auf Feld [B,2].“;
- mittels „**WENN...DANN**“ verknüpft sein können – also z.B. „WENN das Feuer raucht, DANN öffne ich das Fenster.“;
- mittels „**GENAU DANN WENN**“ verknüpft sein können – also z.B. „Eine Zahl ist GENAU DANN durch 3 teilbar, WENN ihre Ziffernsumme durch 3 teilbar ist.“.

Da sich diese Logik sehr an die natürliche Sprache anlehnt, ist sie sehr intuitiv, und somit ideal, um sie als Beispiel für den Aufbau eines logischen Systems zu verwenden.

1.2.2 Umsetzung im World Wide Web

Für die Benutzerfreundlichkeit einer Webseite sind besonders die Gebrauchstauglichkeit und die Zugänglichkeit maßgeblich. Diese zwei Bereiche werden mit dem Begriff der „**universellen Gebrauchstauglichkeit**“ zusammengefasst.

Die **Gebrauchstauglichkeit**, oder auch „Usability“, kann als Maß für die **Qualität der Benutzerinteraktion** mit einem Softwaresystem angesehen werden. Sie umfasst Punkte wie

- übersichtliche und prägnante Darstellung der Inhalte,
- Klarheit der Inhalte,
- Klarheit in der Navigation und bezüglich der aktuellen Position innerhalb der Webseite und
- kurze Ladezeiten.

Es gibt drei **Kriterien**, nach denen die Gebrauchstauglichkeit eines Softwaresystems, und damit einer Webseite, nach der Norm DIN EN ISO 9241-11 (Abschnitt "Definitionen") bemessen wird

- **Effektivität**
Der Benutzer einer Webseite (im Folgenden kurz „Benutzer“ genannt) verfolgt immer eine bestimmte Absicht. Werden seine Wünsche befriedigt, ist eine Webseite effektiv.
- **Effizienz**
Eine Webseite ist genau dann effizient, wenn der Umgang mit ihr so einfach gestaltet ist, dass der Aufwand für den Benutzer geringer ist als der Nutzen.
- **Zufriedenheit**
Mit Zufriedenheit wird die subjektive Reaktion des Benutzers auf die Interaktion bemessen.

Die **Zugänglichkeit**, oder „Accessibility“, bezeichnet die Eigenschaft von Webseiten, **unabhängig** von technischen, physischen, sensorischen oder kognitiven Einschränkungen der Benutzer **nutzbar** zu sein.

Das **Ideal** einer zugänglichen Webseite ist unter Anderem nutzbar

- auf allen Betriebssystemen,
- in allen Browsern (auch Textbrowsern),
- mit allen Konfigurationen (Maus, Tastatur, Braillezeile, Sprachkommunikationssysteme, etc.),
- mit allen Monitorauflösungen (vom Computerbildschirm bis zum PDA (Personal Digital Assistant) Display),
- bei jeglicher Form audiovisueller Einschränkung.

Da eine Webseite, die nicht in **Suchmaschinen** aufscheint, praktisch nicht existent ist und Suchmaschinen als eingeschränkte Benutzer angesehen werden können, ist die Zugänglichkeit nicht nur für menschliche Benutzer interessant. Von ihr ist unter Anderem abhängig, ob jede Seite einer Webseite von Suchmaschinen **gefunden** und gelesen werden kann, und ob der Inhalt mit den richtigen Suchbegriffen **indexiert** und deren Relevanz adäquat **eingestuft** wird.

Aber auch die Glaubwürdigkeit und der so genannte „Joy of Use“ sind für die Erfahrung der Benutzer bei der Interaktion mit einer Webseite ausschlaggebend.

Glaubwürdigkeit entsteht unter Anderem durch die Einhaltung folgender Richtlinien:

- Es sollte klar hervorgehen, dass vertrauenswürdige Personen oder Organisationen mit der entsprechenden Expertise hinter der Webseite stehen.
- Es muss eine Kontaktmöglichkeit geben.
- Das Design der Webseite muss professionell (oder dem Ziel angemessen) wirken.
- Die Handhabung muss einfach sein. Die Inhalte müssen nützlich und verifizierbar sein.
- Fehler jeder Art müssen unbedingt vermieden werden.

„**Joy of Use**“ ist ein relativ neues Qualitätskonzept im Gebiet der Mensch-Maschine-Interaktion und bezeichnet die Erfahrung von Glück im hedonistischen Sinn bei der Interaktion mit einem System. Aspekte von Systemen, die ein solches Erlebnis hervorrufen sind unter Anderem

- das Bieten angemessener **Herausforderungen**,
- das Erwecken von **Neugier** und
- die **Kontrolle** über die Situation seitens des Benutzers.

Für die Erstellung einer universell gebrauchstauglichen Webseite muss während des gesamten Erstellungsprozesses auf die Gebrauchstauglichkeit und Zugänglichkeit geachtet werden.

Die vier Ebenen des Erstellungsprozesses einer Webseite sind die Folgenden:

- **Gestaltung des Seitenaufbaus**
Diese Ebene umfasst etwa Überlegungen zur Informationsarchitektur, zum Navigationssystem und zum URL-Design. Von ihr ist unter Anderem abhängig, wie gut sich der Benutzer auf der Webseite zurechtfindet.
- **Gestaltung der Inhalte**
Diese Ebene beinhaltet etwa den Schreibstil und den Einsatz audiovisueller Objekte. Von ihr sind etwa die Verständlichkeit und die Ladezeiten der Inhalte abhängig.

- **Gestaltung des visuellen Auftritts**
Diese Ebene beinhaltet etwa die Typographie und die Farbwahl. Von ihr ist beispielsweise abhängig, wie gut sich der Benutzer auf der Webseite zurechtfindet und wie gut er die Informationen aufnehmen kann.
- **Technische Realisierung**
Die Programmierung der Seite ist selbstverständlich ein essenzielles Kriterium für die universelle Gebrauchstauglichkeit.

1.3 Überblick über das E-Book

1.3.1 Inhaltlicher Aufbau

Das E-Book ist in zwei Hauptbereiche aufgeteilt:

- **Einführung in die Logik**
Hier wird zunächst der Begriff der Logik geklärt, und dann auf die grundsätzlichen Definitionen und Konzepte einer Logik generell eingegangen. Klassifizierung von Logiken und Beispiele bekannter Logiken runden diesen Bereich ab.
- **Aussagenlogik**
Hier werden der Aufbau und die Methoden eines logischen Systems an Hand der Aussagenlogik konkretisiert. Als Beispiel für eine Inferenzmethode wird der Tableauekalkül eingeführt.

1.3.2 Lerntechnische Unterstützung

Die **inhaltliche Aufbereitung** ist **klar** strukturiert und formuliert, vermeidet übermäßige Formalisierungen und führt Schritt für Schritt mit intuitiven Beispielen in die Welt der Logik ein.

Die **Wumpus-Welt** ist ein Computerspiel, das bereits öfter zur Veranschaulichung logischer Konzepte herangezogen wurde, und dient **durchgehend** der **Verdeutlichung** der Ideen: das Spiel ist ein einfaches Beispiel eines Planungsproblems für einen autonomen Agenten, und gibt ein Gefühl dafür, was man innerhalb einer Logik ausdrücken kann und schließen möchte.

Folgende Methoden der Aussagenlogik können mit **interaktiven Übungsbeispielen an vorgegebenen und selber eingegebenen Formeln** geübt werden:

- Teilformeln erkennen;
- Formalbäume erstellen;
- Wahrheitstabellen erstellen;
- Evaluierung einer Formel unter einer Interpretation;
- Umwandlung einer Formel in Normalformen;
- Semantische Tableaux erstellen.

Der Benutzer hat die Möglichkeit, auch **unfertig** gelöste Beispiele zu **prüfen** oder sich den nächsten Lösungsschritt **anzeigen** zu lassen und erhält **Feedback** und Tipps bei Fehlern. Um dies zu ermöglichen, wurden entsprechende Beweisprozeduren innerhalb des E-Books implementiert.

Das E-Book hat folgende **zusätzliche Merkmale** zur Unterstützung des E-Learning:

- **Parallele Anzeige von Inhalten**
Um dem Benutzer die Möglichkeit zu geben, in den beiden Hauptbereichen des E-Books auf einer bestimmten Seite zu bleiben und gleichzeitig Inhalte eines anderen Kapitels zu betrachten, lässt sich jede Logikseite über eine Auswahlbox parallel zur aktuellen Seite öffnen – die Inhalte der zwei Seiten werden dann nebeneinander dargestellt.
- **Querverlinkung und Suche**
Die Inhalte können linear und nicht-linear gelesen werden. Um letzteres zu unterstützen, enthält jedes Kapitel zusammengefasste Links zu jenen Kapiteln, auf denen es aufbaut. Diese querverlinkten Seiten werden parallel angezeigt. Weiters enthält jede Seite des E-Books eine Suche über alle Seiten, um Definitionen und Beschreibungen leicht zu finden.
- **Übersicht über kommende Inhalte**
Jedes Kapitel, das in Unterkapitel unterteilt ist, enthält eine Übersicht über die Zusammenhänge der Inhalte und zusammengefasste Links zu den Subkapiteln und interaktiven Übungsbeispielen.
- **Druckfunktion**
Um die Inhalte ohne den Overhead der Webseite und mehrere Kapitel in einem ausdrucken zu können, wird auf jeder Seite eine eigene Druckfunktion zur Verfügung gestellt. Diese führt zu einer Auswahlseite der Kapitel, die dann entsprechend ausgedruckt werden.

1.3.3 Benutzerführung und grafische Umsetzung

Um nicht von den Inhalten abzulenken, ist die grafische Umsetzung **nüchtern** und **schlicht**. Gleichzeitig drückt das Erscheinungsbild Seriosität und Modernität aus. Der Hintergrund ist **weiß**, als Farbe wurde ein unaufdringliches, positives **Grün** gewählt. Um eine „Markenbildung“ zu ermöglichen wurde ein **Logo** entwickelt.

Die zwei Hauptbereiche sind direkt über das **Hauptmenü**, das sich oben auf der Seite befindet, erreichbar. Die Kapitel der Hauptbereiche sind über ein **Submenü** im linken Seitenteil erreichbar. **Verlinkungen** und ihre Ziele sind eindeutig als solche erkennbar und **Definitionen** und **Beispiele** durch färbige Hinterlegung hervorgehoben. Außerdem wird auf jeder Seite angezeigt, wo sich der Benutzer innerhalb der gesamten Webseite befindet.

1.3.4 Technische Umsetzung

Wegen der Zugänglichkeit wurde das Frontend des E-Books in **HTML** und **CSS** umgesetzt. Um den Komfort zu erhöhen, sind gewisse Funktionalitäten der Such- und Druckfunktion in **JavaScript** programmiert – diese Funktionalitäten sind jedoch auch ohne JavaScript zugänglich. Die dynamische Funktionalität ist in **PHP** programmiert.

2 Der Inhalt - Logische Grundlagen

In jedem System, das imstande ist, benötigtes **Wissen** über die Welt zu repräsentieren und aus diesem Wissen mittels Regeln korrekte **Schlüsse** zu ziehen, lassen sich nach [3, S. 153] **drei Ebenen** identifizieren, die im Folgenden beschrieben werden:

- **Die Wissensebene**
Das ist die Wissensbasis über die Welt. Das Wissen kann z.B. eingegeben, über diverse Lernverfahren generiert, oder zur Laufzeit über Sensorinformationen dynamisch zur Verfügung gestellt werden, und kann in beliebigen Strukturen, wie z.B. einer Datenbank, vorhanden sein.
- **Die Logikebene**
Das ist die theoretische Ebene, in der die Übersetzung des Wissens in formale Sätze und das Schließen auf neue Sätze geschieht.
- **Die Implementationsebene**
Dies ist das lauffähige Programm, das die Konzepte der Logik-Ebene implementiert. Die Wahl der Methoden (sie könnten z.B. auf Arrays, Pointerstrukturen oder Strings zugreifen) und Sprachen (z.B. C, Lisp oder Prolog) ist zwar ein essenzielles Kriterium für die Leistung des Programms, hat jedoch keinen Einfluss auf die beiden zuvor genannten Ebenen.

Dieses Kapitel beschäftigt sich mit der Logikebene. Im ersten Teil werden die grundsätzlichen Anforderungen und Konzepte einer Logik besprochen. Im zweiten Teil werden dann die Definitionen anhand der Aussagenlogik konkretisiert und erweitert.

In weiterer Folge stehen griechische Kleinbuchstaben für beliebige Formeln – griechische Großbuchstaben für Formelmengen. Beispiele sind eingerahmt, Definitionen eingerahmt und grau hinterlegt.

2.1 Logik Einführung

Jede Logik beschäftigt sich mit **Aussagen** und **Verknüpfungen** von Aussagen einer **formalen Sprache**.

Die logischen Verknüpfungen zwischen Aussagen bezeichnet man als **Junktoren** (auch „Konnektive“ oder „logische Operatoren“ genannt). Wird eine einzige Aussage verknüpft, sprechen wir von einem einstelligen Junktor - werden zwei Aussagen miteinander verknüpft, sagen wir, der Junktor ist zweistellig, etc.

Die Aussagen, die durch einen Junktor verknüpft werden, nennt man **Argumente** (oder „Operanden“).

Ist die Reihenfolge der Argumente für die Bedeutung der Aussage egal, sagen wir der Junktor ist **kommutativ**.

Aussagen, die keine, durch Junktoren verknüpfte Teilaussagen enthalten, bezeichnet man als **Atom** (auch „atomare Aussage“ oder „Elementaraussage“).

Eine Logik wird definiert, indem man ihre Syntax und ihre Semantik festlegt.

2.1.1 Syntax

Mit **Syntax** (griech. σύνταξις - „die Zusammenstellung“) bezeichnet man den formalen Aufbau von Sätzen einer Sprache. Syntaktisch korrekte Sätze werden als **Formeln** bezeichnet.

Die Syntax einer formalen Sprache wird meist im Rahmen eines Kalküls definiert.

Ein **Kalkül** ist ein formales Regelsystem bestehend aus

- einem **Alphabet** – Grundbausteine aus denen sich die Sätze der Sprache zusammensetzen;
- **Formationsregeln** – Definitionen, wie aus dem Alphabet Formeln gebildet werden können;
- **Schlussregeln** – Ersetzungsschemata über den Formeln;
- **Axiomen** – Formeln, die jederzeit im Zuge einer Ableitung verwendet werden dürfen.

2.1.2 Semantik

Die **Semantik** (Bedeutungslehre; griech. σημαντικός - „bezeichnend“, „bedeutend“, „zum Zeichen gehörend“) beschäftigt sich mit der Bedeutung von sprachlichen Zeichen, Worten und Sätzen.

Soll eine Formel bewertet werden, ihr also eine Bedeutung zugewiesen werden, muss festgelegt werden, welche Bewertungen zur Verfügung stehen und wie sich die Bewertungen der Atome und ihre Position innerhalb der Formel auf die Gesamtbewertung auswirken.

Eine **m-wertige Logik** ist eine Logik mit m möglichen Wahrheitswerten, wobei m eine natürliche Zahl >1 ist.

Die vom Zustand der Welt abhängige Bewertung der Atome wird als **Interpretation** bezeichnet. Ist p ein Atom, schreibt man oft $I(p)$ um die Interpretation von p auszudrücken.

Die **Bewertungsfunktion** (auch „Auswertungsfunktion“, „Denotationsfunktion“, „Wahrheitswertefunktion“) legt fest, welche Gesamtbewertung sich aus den Bewertungen der Atome im Zusammenhang mit ihrer Position innerhalb der Formel ergibt. Meist schreibt man $I(\gamma)$ um die Bewertung von γ unter einer Interpretation I auszudrücken.

Die Bedeutung einer zusammengesetzten Aussage kann eindeutig durch die Bedeutungen ihrer Teilaussagen bestimmt sein, oder auch nicht.

Die **Extensionalität** (auch „Wahrheitsfunktionalität“) ist eine Eigenschaft von **Sprachen**, die besagt, dass

1. die Bedeutung eines Wortes eindeutig durch den benannten Gegenstand, und
2. die Bedeutung eines zusammengesetzten Ausdrucks eindeutig durch die Bedeutung der Worte und deren Zusammensetzung festgelegt ist.

Ein **Junktor** ist extensional, wenn die Bedeutung einer durch ihn gebildeten Formel eindeutig durch die Bedeutung seiner Argumente bestimmt ist.

Ist eine Sprache/ein Junktor nicht extensional, wird sie/er als **intensional** bezeichnet.

Folgende Begriffe werden verwendet, um den Zusammenhang zwischen einer Formel und ihren möglichen Interpretationen auszudrücken:

- Eine **Interpretation I** erfüllt eine Formelmenge Γ , wenn $I(\gamma)$ für alle $\gamma \in \Gamma$ *wahr* ist.
- Erfüllt eine Interpretation eine Formelmenge, wird sie **Modell** dieser Formelmenge genannt. Mit $Mod(\Gamma)$ wird die Menge aller Modelle von Γ bezeichnet.
- Stimmen die Modellmengen zweier Formeln überein, sagt man, diese Formeln sind (**logisch**) **äquivalent**, und schreibt $\gamma \equiv \delta$.
- Eine **Formelmenge** ist **erfüllbar**, wenn es zumindest eine Interpretation gibt, die alle Formeln der Menge erfüllt.
- Eine Formelmenge Γ ist **widerlegbar**, wenn es zumindest eine Interpretation gibt, die Γ nicht erfüllt.
- Eine Formelmenge ist **unerfüllbar**, wenn es keine Interpretation gibt, die alle Formeln der Menge erfüllt. Eine unerfüllbare Formel wird **Widerspruch** genannt.
- Eine Formelmenge Γ ist **gültig**, wenn alle Interpretationen Γ erfüllen. Eine gültige Formel wird **Tautologie** genannt.

Es gelten folgende Zusammenhänge zwischen der Gültigkeit und der Erfüllbarkeit einer Formel:

Eine Formel γ ist genau dann **gültig**, wenn die Negation von γ **unerfüllbar** ist.
 Eine Formel γ ist genau dann **erfüllbar**, wenn die Negation von γ **widerlegbar** ist.

2.1.3 Logische Konsequenz

Durch die Semantik wird auch das **semantische Konzept** der logischen Konsequenz (oder „Schlussfolgerung“) definiert. Eine Formel ist genau dann eine logische Konsequenz aus einer Menge von Formeln, wenn sie **vernünftigerweise** aus diesen **folgt**.

Eine Formel γ **folgt aus** einer Formelmenge Γ , wenn alle Modelle von Γ Modelle von γ sind, d.h. wenn $Mod(\Gamma) \subseteq Mod(\gamma)$ gilt. γ ist dann eine **logische Konsequenz** von Γ . Γ bezeichnet man als Annahmen oder **Prämissen**, γ als **Konklusion**.

Führt man den **Folgerungsoperator** \models ein, so schreibt man $\Gamma \models \gamma$, wenn γ eine logische Konsequenz von Γ ist. Man sagt dann auch, $\Gamma \models \gamma$ ist **(semantisch) gültig**.

Die Behauptung, dass die Konklusion aus den Prämissen folgt, also $\Gamma \models \gamma$ gilt, bezeichnet man als **Argument**.

Die Formelmenge auf der linken Seite des Operators entspricht der Konjunktion ihrer Elemente. Besteht Γ also z.B. aus $\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_n$, so entspricht dies $\gamma_1 \ \& \ \gamma_2 \ \& \ \dots \ \& \ \gamma_n$.

Eine **Tautologie** ist ein Satz, der sich ohne Verwendung von Prämissen (d.h. $\Gamma = \{ \}$) folgern lässt, also für den $\models \gamma$ gültig ist, da ihn alle Interpretationen erfüllen. Eine Tautologie wird auch **Theorem** genannt.

Generell stellt sich bei der logischen Konsequenz die Frage, ob eine einmal bewiesene Aussage immer gültig bleibt, oder ob ihre Gültigkeit eventuell durch neu hinzukommendes Wissen revidiert werden muss.

Die **Monotonie** ist eine Eigenschaft von Logiken, die besagt, dass eine Aussage, die aus einer Menge von Prämissen folgt, auch dann noch folgt, wenn weitere Prämissen hinzukommen. Formal ausgedrückt: wenn $\Gamma \models \gamma$ gilt, dann gilt auch $\Gamma \cup \{ \delta \} \models \gamma$

2.1.4 Logische Inferenz

Die logische Inferenz (oder „Ableitung“) ist das **syntaktische Pendant der logischen Konsequenz** – sie soll so weit als möglich den semantischen Folgerungsoperator \models nachbilden. Innerhalb einer Ableitung werden Formeln mechanisch nach festgelegten Regeln umgeformt, sodass neue Formeln entstehen.

Eine Formel γ lässt sich aus einer Formelmenge Γ **ableiten**, wenn γ das Ergebnis einer endlichen Abfolge von Anwendungen von Umformungsregeln unter eventueller Miteinbeziehung bestimmter anderer Formeln (die Grundvoraussetzungen ausdrücken) auf Γ ist.

Γ bezeichnet man als Annahmen oder **Prämissen**, γ als **Konklusion**, die Umformungsregeln als **Schlussregeln**, und die Grundvoraussetzungen als **Axiome**.

Die Abfolge der Regeln bezeichnet man als **Beweis** (oder „Ableitung“).

Führt man den **Ableitungsoperator** \vdash ein, so schreibt man $\Gamma \vdash \gamma$, wenn γ aus Γ ableitbar ist.

Die Schlussregeln und Axiome werden meist im Rahmen eines Kalküls definiert.

2.1.5 Kalküle und ihre Einsatzmöglichkeiten

Es gilt:

Jede m -wertige Logik hat m^{mn} extensionale n -stellige Junktoren.

Eine Menge von Junktoren heißt bezüglich einer anderen Menge von Junktoren **funktional vollständig**, wenn alle Junktoren der zweiten Menge durch die Junktoren der ersten Menge ausgedrückt werden können.

Kalküle mit unterschiedlichen Junktoren können also die gleiche Logik repräsentieren.

Ein Kalkül ist **korrekt**, wenn sich **nur** semantisch gültige Sätze der zugrunde liegenden Logik ableiten lassen – d.h. wenn $\Gamma \vdash \gamma$ gilt, gilt auch $\Gamma \models \gamma$.

Ein Kalkül ist **vollständig**, wenn sich **alle** semantisch gültige Sätze der zugrunde liegenden Logik ableiten lassen – d.h. wenn $\Gamma \models \gamma$ gilt, gilt auch $\Gamma \vdash \gamma$.

Ist ein Kalkül vollständig und korrekt, können in ihm genau alle gültigen Aussagen der zugrunde liegenden Logik abgeleitet werden. Selbstverständlich ist man bestrebt, einen vollständigen und korrekten Kalkül für eine Logik zu definieren. Wie Kurt Gödel jedoch in seinem **Unvollständigkeitssatz** bewiesen hat, ist dies für alle Systeme, die mindestens so mächtig sind wie die Arithmetik, nicht mehr möglich (siehe [4]).

Außerdem ist zu bemerken, dass ein **korrekter Kalkül** immer **widerspruchsfrei** ist – denn wäre ein Widerspruch vorhanden bzw. ableitbar, wäre in weiterer Folge alles ableitbar und damit auch alle nichtgültigen Formeln.

Automatische Beweiser sind Programme, die zumeist mittels Suche und den Axiomen und Schlussregeln eines Kalküls „definiert“ sind. Die wesentlichen **Unterscheidungsmerkmale** für diese Systeme sind:

- **Korrektheit**
Lassen sich nur semantisch gültige Sätze ableiten?
- **Vollständigkeit**
Lassen sich alle semantisch gültigen Sätze ableiten?
- Wird die **Gültigkeit** oder die **Erfüllbarkeit** einer Formel gezeigt?

Eine vollständige und korrekte Prozedur, um die Erfüllbarkeit zu bestimmen, reicht aus, um die Gültigkeit einer Formel, eines Schlusses oder einer Äquivalenz zu bestimmen. Das Vorgehen, ein Gültigkeitsproblem in ein Erfüllbarkeitsproblem zu übersetzen, wird als **Reduktion auf Erfüllbarkeit** bezeichnet.

- Ist der Beweis **direkt** oder **indirekt**?

Ein Beweis wird als **direkt** bezeichnet, wenn er eine Ableitung einer Aussage aus, als *wahr* geltenden, Prämissen ist.

Ein **indirekter** Beweis ist eine Ableitung, die das Gegenteil der zu beweisenden Aussage zu einem Widerspruch führt.

- **Analytizität** des Beweisverfahrens

Analytizität bedeutet, dass die Wahrheit eines Satzes allein durch seine Teilaussagen (ohne Hinzunahme von Hilfssätzen) gezeigt wird.

- **Dont-care-Indeterminismus** des Beweisverfahrens

Der **Dont-care-Indeterminismus** (auch „Beweiskonfluenz“) besagt, dass für eine gültige Formel jede Abfolge von Regelanwendungen zu einem Beweis führt.

- **Komplexität** des Beweisverfahrens

Grundlegende Fragen zur Komplexität sind unter Anderem folgende:

- Besitzen **einfache Formeln einfache Beweise**?
- Welche Komplexität hat ein **kürzester Beweis** in Relation zur Komplexität der zu beweisenden Formel im **schlimmsten Fall**?
- Wie viel **Speicherplatz** wird benötigt?
- **Terminiert** das Beweisverfahren immer?

2.1.6 Klassifizierung von Logiken

Die Klassifizierung eines logischen Systems hängt unter Anderem von folgenden Fragen ab:

- Wie viele mögliche Wahrheitswerte können Formeln annehmen?
- Gilt die Eigenschaft der Monotonie?
- Ist die Logik extensional oder intensional?

Ist eine Logik zweiwertig und extensional, spricht man von einer **klassischen Logik**. Für klassische Logiken gilt die Monotonieeigenschaft.

Gilt mindestens eine der oben genannten Eigenschaften nicht, spricht man von einer **nichtklassischen Logik**.

Gilt das Prinzip der Zweiwertigkeit nicht, sagt man, die Logik ist **mehrwertig**.

Fällt das Prinzip der Extensionalität weg, entsteht eine **intensionale Logik**.

Fehlt die Eigenschaft der Monotonie, spricht man von einer **nichtmonotonen Logik**.

2.1.7 Beispiele

Im Laufe der Zeit wurden sehr viele Logiken für die unterschiedlichsten Anwendungsgebiete definiert. In diesem Kapitel werden einige der bekanntesten beispielhaft angeführt.

Die Aussagenlogik

Die Aussagenlogik ist eine sehr rudimentäre, **klassische Logik**, bei der Aussagen üblicherweise mittels der zweistelligen **Junktoren**

- UND,
- ODER,
- WENN ... DANN und

- GENAU DANN WENN

verknüpft, und über einen einstelligen Junktor

- NICHT

verneint werden.

Diese Logik ist nicht sehr ausdrucksstark, da die Atome keine **innere Struktur** besitzen. Im nächsten Kapitel wird die Aussagenlogik genauer beschrieben.

Die Prädikatenlogik

Die Prädikatenlogik ist ebenfalls eine **klassische Logik**. Sie ist eine Erweiterung der Aussagenlogik – hier sind zusätzlich eine **innere Struktur** und eine **Quantifizierung der Variablen** möglich. Zusätzlich zu den aussagenlogischen **Elementen** gibt es in der Prädikatenlogik

- Variablen,
- Konstanten,
- n-äre Funktionen,
- Prädikate (als n-äre Relationen zwischen Objekten) auf Variablen, Konstanten und Funktionen und
- Quantoren (Operatoren, die sich auf die Variablen beziehen): den Allquantor „FÜR_ALLE“ und der Existenzquantor „ES_EXISTIERT_MINDESTENS_EIN“.

Die Prädikatenlogik wird etwa von L. Epstein in [5] genauer behandelt und spielt in der Mathematik, Informatik und Linguistik eine große Rolle und wird oft in der künstlichen Intelligenz eingesetzt. Eine bekannte Form der Anwendung (einer Erweiterung) der Prädikatenlogik ist beispielsweise die Programmiersprache Prolog.

Mehrwertige Logiken

Mehrwertige Logiken zählen zu den **nichtklassischen Logiken** und werden beispielsweise

- zur Simulation verschiedener Zustände in der Hardwareentwicklung,
- in der Automatisierungs- und Automobiltechnik, oder
- zum Umgang mit unvollständigem Wissen (z.B. Datenbanken)

eingesetzt. Das Buch [6] von G. Malinowski bietet einen Überblick über mehrwertige Logiken.

Die wohl bekannteste mehrwertige Logik ist die **Fuzzy-Logik**, die auf der booleschen Logik (eine zweiwertige Logik mit den Operatoren UND, ODER, NICHT) aufbaut, aber **unendlich viele Werte** (dargestellt als reelle Zahl zwischen 0 und 1) für den Grad der „**Wahrheit**“ besitzt. Die Fuzzy-Logik wurde entwickelt, um **unscharfes** (menschliches) **Wissen** darzustellen. Ihre Basis bilden so genannte unscharfe Mengen in denen ein Element neben

- „enthalten“ und
- „nicht enthalten“ auch z.B.
- „ein wenig enthalten“

sein kann. Die Zugehörigkeit zu einer Menge wird meist durch eine so genannte Fuzzyfunktion definiert. Die Fuzzy-Logik findet etwa bei der Steuerung von Maschinen (auch „gewöhnlichen“ Haushaltsgeräten) und Robotern Verwendung.

Modallogiken

Modallogiken wurden unter Anderem von G. Hughes und M. Cresswell in [7] beschrieben. Sie sind **intensionale, nichtklassischen Logiken** und enthalten, zusätzlich zu den Elementen der Aussagen- und Prädikatenlogik, Operatoren mit denen etwa die folgenden **Modalitäten** ausgedrückt werden können:

- „möglich“,
- „notwendig“,
- „immer (in der Zukunft)“ und
- „manchmal/irgendwann (in der Zukunft)“.

Nichtmonotonen Logiken

Nichtmonotonen Logiken werden von V. Marek und M. Truszczyński in [8] untersucht. Sie zählen zu **den nichtklassischen Logiken**. Ihnen fehlt die Eigenschaft der Monotonie, was bedeutet, dass **abgeleitete Formeln** zu einem späteren Zeitpunkt (nach Hinzukommen neuen Wissens) eventuell **revidiert** werden müssen.

2.2 Aussagenlogik

Die Aussagenlogik (auch Propositionallogik oder PL0 genannt) ist eine klassische Logik – es werden Aussagen und Schlüsse daraufhin untersucht, ob sie **wahr** oder **falsch** sind. Die Junktoren der Aussagenlogik sind **extensional**. **Atome** haben **keine innere Struktur**.

Für die Aussagenlogik existieren auf Grund ihrer Zweiwertigkeit vier einstellige, und 16 zweistellige mögliche extensionale Junktoren.

Theoretisch sind bereits die Teilmengen

- {NICHT, UND} und
- {NICHT, ODER}

funktional vollständig. Wir beschränken uns hier auf die Teilmenge

- NICHT – die „**Negation**“,
- UND – die „**Konjunktion**“,
- ODER – die „**Disjunktion**“,
- WENN...DANN – die „**(materiale) Implikation**“ und
- GENAU DANN WENN – die „**(materiale) Äquivalenz**“,

da diese Menge **funktional vollständig** ist, und dies die wichtigsten und intuitivsten logischen Verknüpfungen sind.

2.2.1 Syntax

Durch das Alphabet und die Formationsregeln wird die Syntax, also die Form der formalen Sprache definiert.

Das **Alphabet** des hier vorgestellten Kalküls umfasst die Zeichen

- a-z,
- 0-9 und
- \neg ,

um Elementaraussagen zu bilden,

- \top und
- \perp ,

um Bewertungen auszudrücken,

- \neg – für die Negation,
- $\&$ – für die Konjunktion,
- $|$ – für die Disjunktion,
- \rightarrow – für die (materiale) Implikation und
- \leftrightarrow – für die (materiale) Äquivalenz,

um Formeln zu erweitern und zu verbinden, und

- (
-)

als Gliederungszeichen.

Wir definieren die Menge aller wohlgeformten Formeln der Aussagenlogik mit Hilfe der **Formationsregeln** induktiv:

1. **Atomare Formeln** sind Aneinanderreihungen der Zeichen

- a-z,
- 0-9 und
- \neg

in beliebiger Reihenfolge.

Atomare Formeln sind Formeln.

2. \top und \perp sind Formeln.

3. Ist γ eine Formel, so ist auch $(\neg\gamma)$ eine Formel.

4. Sind γ und δ Formeln, so ist auch $(\gamma\&\delta)$ eine Formel.

5. Sind γ und δ Formeln, so ist auch $(\gamma|\delta)$ eine Formel.

6. Sind γ und δ Formeln, so ist auch $(\gamma\rightarrow\delta)$ eine Formel.

7. Sind γ und δ Formeln, so ist auch $(\gamma\leftrightarrow\delta)$ eine Formel.

Das folgende Beispiel zeigt wohlgeformte aussagenlogische Formeln.

Folgende Zeichenketten sind aussagenlogische **Formeln**:

- `mein_hund_rex`
- `p`
- `(!es_regnet_heute)`
- `(ostwind & nebel)`
- `(falle_b_2 | falle_c_1)`
- `((a & b) → c)`
- `(glitzern_b_2 ↔ gold_b_2)`
- `(((ich ↔ du) → (er | (sie & es))) → sparen)`

Beispiel 1 – Aussagenlogische Formeln.

Um nicht immer alle Klammern schreiben zu müssen, vereinbart man Regeln, wann diese weggelassen werden dürfen.

Die Reihenfolge, in der die Junktoren einer Aussage auszuwerten sind, bezeichnet man als **Operatorpräzedenz**. Wir definieren die Operatorpräzedenz wie folgt:

1. `!` bindet stärker als
2. `&` bindet stärker als
3. `|` bindet stärker als
4. `→` bindet stärker als
5. `↔`

Ein Junktor heißt **linksassoziativ**, wenn bei gleicher Operatorpräzedenz jeweils das linke Junktorvorkommen stärker bindet als das rechte Junktorvorkommen. Ein Junktor heißt **rechtsassoziativ**, wenn bei gleicher Operatorpräzedenz jeweils das rechte Junktorvorkommen stärker bindet als das linke Junktorvorkommen.

Wir legen fest, dass die Junktoren unseres Kalküls **linksassoziativ** sind.

Das folgende Beispiel zeigt vereinfachte Darstellungen von Formeln unter Berücksichtigung der Operatorpräzedenz und der Assoziativität der Junktoren.

Die Formel `((a & b) → c)` entspricht der Formel

- `a & b → c.`

Die Formel `(((ich ↔ du) → (er | (sie & es))) → sparen)` entspricht der Formel

- `(ich ↔ du) → (er | sie & es → sparen).`

Beispiel 2 – Aussagenlogische Formeln unter Berücksichtigung der Operatorpräzedenz und der Assoziativität der Junktoren.

2.2.2 Teilformeln und Formelbäume

Durch die Klammerung und die Bindung der Junktoren ist jede Formel eindeutig. Es ist also eindeutig bestimmt, welche Teile einer Formel wie zusammengehören. Formal wird dieser Zusammenhang als Teilformel-Relation definiert.

Eine **unmittelbare Teilformel** einer Formel ist wie folgt definiert.

- \top, \perp und alle Atome haben keine unmittelbare Teilformel
- γ ist die unmittelbare Teilformel von $\neg\gamma$.
- γ und δ sind die unmittelbaren Teilformeln von $\gamma \circ \delta$ für alle zweistelligen Junktoren \circ (also $\circ \in \{\&, |, \rightarrow, \leftrightarrow\}$)

Die Menge der **Teilformeln** einer Formel γ ist die kleinste Menge Δ , die γ enthält, sowie alle unmittelbaren Teilformeln aller Elemente aus Δ .

Das folgende Beispiel zeigt Menge der Teilformeln einer Formel.

Sei $\gamma = \neg p \& q \rightarrow r \mid s$.

Die **unmittelbaren Teilformeln** von γ sind

- $\neg p \& q$
- $r \mid s$

Die Menge der **Teilformeln** von γ besteht aus

- $\neg p \& q \rightarrow r \mid s$
- $\neg p \& q$
- $r \mid s$
- $\neg p$
- p
- q
- r
- s

Beispiel 3 – Menge der Teilformeln einer Formel.

Ein **Formelbaum** ist die Repräsentation einer Formel γ als Binärbaum:

- Die Wurzel repräsentiert γ .
- Repräsentiert ein Knoten eine **Elementaraussage** γ , ist dieser ein Blatt des Baumes und mit γ markiert.
- Repräsentiert ein Knoten eine Aussage der Form $\gamma \circ \delta$ (für einen beliebigen zweistelligen Junktor \circ), so ist dieser mit \circ markiert, das linke Kind repräsentiert γ , und das rechte δ .
- Repräsentiert ein Knoten eine Aussage der Form $\circ \gamma$ (für einen beliebigen einstelligen Junktor \circ), so ist dieser mit \circ markiert, und das Kind repräsentiert γ .

Das linke bzw. rechte **Kind** eines Knotens, der eine Formel γ repräsentiert, repräsentiert also genau die linke bzw. rechte **unmittelbare Teilformel** von γ . Betrachtet man den Baum, dessen Wurzel γ repräsentiert, so repräsentiert die Menge all seiner **Knoten** genau die Menge der **Teilformeln** von γ . Wir bezeichnen den Junktor, der die Wurzel markiert als „**Hauptjunktor**“.

Das folgende Beispiel zeigt den Formelbaum einer Formel.

Betrachten wir wieder $\gamma = !p \& q \rightarrow r | s$.

Der **Formelbaum** schaut folgendermaßen aus:

Betrachtet man alle Formeln, die durch einen Knoten des Baumes repräsentiert werden (hier ausgegraut und zwischen eckigen Klammern dargestellt)

sieht man, dass diese genau der Menge der **Teilformeln** von γ entsprechen (vgl. Beispiel 3).

Beispiel 4 – Ein Formelbaum und das Erkennen von Teilformeln.

2.2.3 Semantik

Durch die Semantik wird die Bedeutung der Formeln definiert.

Interpretation

In der Aussagenlogik ist die **Interpretation** eine Abbildung der Formeln auf die Menge $\{wahr, falsch\}$.

Im Folgenden schreiben wir „1“ für *wahr* und „0“ für *falsch*.

Ist

- $I(p_1)=w_1, I(p_2)=w_2, \dots, I(p_n)=w_n$

für eine beliebige Anzahl n , $w_i \in \{0, 1\}$ und beliebige Atome p_i , $i \leq 1 \leq n$, so schreiben wir

- $I = \{p_1 \mapsto w_1, p_2 \mapsto w_2, \dots, p_n \mapsto w_n\}$

Bewertungsfunktion

Der Wahrheitswert einer Formel unter einer Interpretation kann mittels der Bewertungsfunktion ermittelt werden: die Bewertung einer zusammengesetzten Formel ergibt sich aus den Bewertungen der unmittelbaren Teilformeln und der Definition der Bewertungsfunktion des Hauptjunktors.

Die Bewertungsfunktion kann z.B. durch Regeln oder Wahrheitstabellen definiert werden.

Eine **Wahrheitstabelle** (oder auch Wahrheitstafel) eines Konnektivs \circ ist eine Tabelle, die jeder möglichen Kombination einer endlichen Anzahl von Wahrheitswerten der Argumente von \circ die entsprechende Bewertung von \circ zuweist.

Die Negation

Die Negation wandelt den Wahrheitswert einer Aussage in sein **Gegenteil** um: ist eine Aussage *wahr*, ist ihre Verneinung *falsch* und umgekehrt.

Bewertung der Negation: $I(!\gamma)=1$ gdw. $I(\gamma)=0$

Tabellarische Darstellung:

γ	$!\gamma$
0	1
1	0

Die Konjunktion

Die Argumente der Konjunktion bezeichnet man als **Konjunkte**.

Die **Konjunktion** behauptet die **Wahrheit all ihrer Konjunkte**: sie ist nur *wahr*, wenn beide Konjunkte *wahr* sind.

Bewertung der Konjunktion: $I(\gamma\&\delta)=1$ gdw. $I(\gamma) = I(\delta)=1$

Tabellarische Darstellung:

γ	δ	$\gamma\&\delta$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Die Disjunktion

Die Argumente der Disjunktion bezeichnet man als **Disjunkte**.

Die Disjunktion bedarf genauerer Betrachtung. Der Begriff "oder" ist in der deutschen Sprache zweideutig. Will man mit einer Disjunktion ausdrücken,

1. dass entweder das eine, oder das andere Disjunkt, aber nicht beide *wahr* sind, bezeichnet man das als **ausschließendes Oder**,
2. dass eines der beiden Disjunkte *wahr* ist, aber auch beide *wahr* sein können, bezeichnet man das als **nichtausschließendes Oder**.

Mit Disjunktion bezeichnen wir hier das nichtausschließende Oder. Die Disjunktion behauptet also die **Wahrheit zumindest einer ihrer Disjunkte**: sie ist nur dann *falsch*, wenn beide Disjunkte *falsch* sind.

Bewertung der Disjunktion: $I(\gamma | \delta) = 1$ gdw. $I(\gamma) = 1$ oder $I(\delta) = 1$

Tabellarische Darstellung:

γ	δ	$\gamma \delta$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Die (materiale) Implikation

Auch die **(materiale) Implikation** bedarf genauerer Betrachtung. Hierfür müssen wir die Begriffe der „hinreichenden-“ bzw. „notwendigen Bedingung“ definieren.

γ ist eine **hinreichende Bedingung** für δ , wenn es ausreicht, dass γ *wahr* ist, sodass δ *wahr* sein muss. Die Formel γ nennt man **Prämisse** (oder auch Annahme), δ ist die **Konklusion**. δ ist eine **notwendige Bedingung** für γ , wenn δ *wahr* sein muss, sodass γ überhaupt *wahr* sein kann.

Es gilt: Ist γ eine hinreichende Bedingung für δ , so ist δ eine notwendige Bedingung für γ .

Die materiale Implikation drückt die **hinreichende Bedingung** aus: sie ist nur bei *wahrer* Prämisse und *falscher* Konklusion *falsch*.

Bewertung der (materialen) Implikation: $I(\gamma \rightarrow \delta) = 1$ gdw. $I(\gamma) = 0$ oder $I(\delta) = 1$

Tabellarische Darstellung:

γ	δ	$\gamma \rightarrow \delta$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Der **Unterschied** der vielen Bedeutungen des natürlichsprachigen WENN...DANN und der Definition der materialen Implikation führt zu einigen **Konsequenzen**:

1. WENN...DANN wird in der deutschen Sprache meist verwendet, um inhaltliche (kausale oder temporale) Zusammenhänge auszudrücken. Mit der so definierten materialen Implikation wird allerdings ein rein formaler Zusammenhang ausgedrückt, d.h. die Bedingung sagt nichts darüber aus, ob der Zusammenhang logisch, kausal, temporal oder gar zufällig besteht. Dies führt dazu, dass umgangssprachlich absurd oder unzusammenhängend anmutende Sätze als wahr erkannt werden, und die materiale Implikation oftmals als kontraintuitiv empfunden wird, wie das folgende Beispiel zeigt.

Folgende Sätze werden bezüglich der materialen Implikation als **wahr** angesehen:

- „Wenn Wien ein Dorf ist, ist Regen nass“ - wenn *falsch*, dann *wahr*
- „Wenn Wien ein Dorf ist, ist Regen trocken“ - wenn *falsch*, dann *falsch*
- „Wenn Wien eine Stadt ist, ist Regen nass“ - wenn *wahr*, dann *wahr*

Beispiel 5 – Paradoxien der materialen Implikation.

im Laufe der Geschichte wurden viele so genannte „**Paradoxien der materialen Implikation**“ festgestellt.

- Bei der Übersetzung umgangssprachlicher WENN...DANN-Sätze, muss Acht gegeben werden, welcher Teilsatz die **Prämisse** (also die hinreichende Bedingung), und welcher die **Konklusion** (also die notwendige Bedingung) ist, wie das folgende Beispiel zeigt.

Betrachten wir die Aussage

- „Wenn ich volljährig bin, darf ich wählen“.

Die **Volljährigkeit** ist zwar eine **notwendige Bedingung**, um wählen zu können, reicht aber nicht aus, da noch andere Faktoren wie z.B. die Staatsbürgerschaft eine wichtige Rolle für dieses Recht spielen. Dass eine Person **wählen** darf, ist jedoch eine **hinreichende Bedingung** dafür, dass sie volljährig ist. Beobachten wir jemanden beim Wählen, können wir sicher sein, dass dieser volljährig ist. Der obige Zusammenhang müsste also eigentlich wie folgt ausgedrückt werden:

- „Nur wenn ich volljährig bin, darf ich wählen“,

also

- „WENN ich wählen darf, DANN bin ich volljährig“.

Beispiel 6 – Umgangssprachliches WENN...DANN vs. materiale Implikation: Prämisse und Konklusion.

- Bei der Betrachtung umgangssprachlicher WENN...DANN-Sätze kann es fraglich sein, ob es sich **tatsächlich** um die **materiale Implikation** handelt, wie das folgende Beispiel veranschaulicht.

Betrachten wir die Aussage

- „Wenn es heiß ist, gehe ich schwimmen“.

Meint der Sprecher, dass

- er sonst auf gar keinen Fall schwimmen gehen würde, ist diese Aussage eigentlich eine Kurzform für „GENAU DANN WENN es heiß ist, gehe ich schwimmen“.

Meint er, dass

- er sonst vielleicht auch schwimmen geht, handelt es sich tatsächlich um die materiale Implikation.

Beispiel 7 – Umgangssprachliches WENN...DANN: materiale Implikation vs. materiale Äquivalenz.

Die (materiale) Äquivalenz

Die materiale Äquivalenz drückt die **hinreichende und notwendige Bedingung** aus: sie ist immer dann *wahr*, wenn beide Argumente die gleiche Bewertung haben.

Bewertung der (materialen) Äquivalenz: $I(\gamma \leftrightarrow \delta) = 1$ gdw. $I(\gamma) = I(\delta)$

Tabellarische Darstellung:

γ	δ	$\gamma \leftrightarrow \delta$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

2.2.4 Evaluierung einer Formel unter einer Interpretation

Aus der Definition der Bewertungsfunktion folgt, dass sich die Bewertung einer Formel aus der Bewertung ihrer unmittelbaren Teilformeln ergibt.

Eine Möglichkeit, eine Formel γ zu evaluieren, ist, rekursiv die Bewertung all ihrer Teilformeln zu berechnen. Dies kann z.B. durch **Wahrheitstabellen** ausgedrückt werden.

Die **Spalten** der Wahrheitstabelle entsprechen den **Teilformeln** von γ , wobei gilt: Eine Spalte kann nur dann eine Formel δ repräsentieren, wenn die unmittelbaren Teilformeln von δ bereits durch vorhergehende Spalten repräsentiert werden. Befüllt man die Spalten der Tabelle von links nach rechts, ergibt sich die Bewertung der aktuellen Teilformel aus den Werten der bereits befüllten Spalten. Die **Zeilen** der Tabelle entsprechen also den **Bewertungen** der Teilformeln bezüglich einer Interpretation.

Da mit einer Wahrheitstabelle für eine Formel γ jeder möglichen Wahrheitswertkombination der Atome eine Bewertung von γ zugewiesen wird, kann man an ihr sofort $Mod(\gamma)$, und somit die Erfüllbarkeit bzw. Gültigkeit von γ ablesen. Das folgende Beispiel zeigt dies.

Betrachten wir die Formel $\gamma = a \& !b \rightarrow c$.

Die Menge der **Teilformeln** besteht aus

- a ,
- b ,
- c ,
- $!b$,
- $a \& !b$ und
- $a \& !b \rightarrow c$.

Die Wahrheitstabelle hat also folgende **Spalten**:

a	b	c	$!b$	$a \& !b$	$a \& !b \rightarrow c$
-----	-----	-----	------	-----------	-------------------------

Berechnen wir nun den Wahrheitswert von γ unter folgender **Interpretation**:

- $I = \{a \mapsto 0, b \mapsto 1, c \mapsto 1\}$

Wir befüllen zunächst die Spalten, die die Bewertung der **Atome** repräsentieren:

a	b	c	$!b$	$a \& !b$	$a \& !b \rightarrow c$
0	1	1			

Die **nächste Spalte** repräsentiert die Bewertung von

- $\delta = !b$.

Die **unmittelbare Teilformel** ist

- b ,

deren Bewertung wir bereits in die Tabelle eingetragen haben.

Aus der Definition der Bewertungsfunktion ergibt sich daraus sofort die Bewertung von δ :

a	b	c	$!b$	$a \& !b$	$a \& !b \rightarrow c$
0	1	1	0		

Die **nächste Spalte** repräsentiert die Bewertung von

- $a \& !b$.

Die **unmittelbaren Teilformeln** sind

- a und
- $!b$

deren Bewertungen wir bereits in die Tabelle eingetragen haben. Somit erhalten wir:

a	b	c	!b	$a \& !b$	$a \& !b \rightarrow c$
0	1	1	0	0	

Die **letzte Spalte** repräsentiert die Bewertung der Gesamtformel, also von

- $\gamma = a \& !b \rightarrow c$.

Die **unmittelbaren Teilformeln** sind

- $a \& !b$ und
- c .

Aus der Definition der Bewertungsfunktion ergibt sich aus den bereits bewerteten, unmittelbaren Teilformeln sofort die Bewertung von γ :

a	b	c	!b	$a \& !b$	$a \& !b \rightarrow c$
0	1	1	0	0	1

Widerholen wir diesen Vorgang für alle möglichen Wahrheitswertkombinationen der Atome, d.h. für alle Zeilen der Wahrheitstabelle, so erhalten wir folgende **Wahrheitstabelle**:

a	b	c	!b	$a \& !b$	$a \& !b \rightarrow c$
0	0	0	1	0	1
0	0	1	1	0	1
0	1	0	0	0	1
0	1	1	0	0	1
1	0	0	1	1	0
1	0	1	1	1	1
1	1	0	0	0	1
1	1	1	0	0	1

Wir sehen sofort, dass γ **erfüllbar und widerlegbar**, und somit nicht gültig ist.

Die Menge der **Modelle** enthält folgende Interpretationen:

$$Mod(\gamma) = \{ \{a \mapsto 0, b \mapsto 0, c \mapsto 0\}, \{a \mapsto 0, b \mapsto 0, c \mapsto 1\}, \{a \mapsto 0, b \mapsto 1, c \mapsto 0\}, \{a \mapsto 0, b \mapsto 1, c \mapsto 1\}, \\ \{a \mapsto 1, b \mapsto 0, c \mapsto 1\}, \{a \mapsto 1, b \mapsto 1, c \mapsto 0\}, \{a \mapsto 1, b \mapsto 1, c \mapsto 1\} \}$$

Beispiel 8 – Evaluierung einer Formel mit Wahrheitstabellen.

Betrachtet man die Bewertungsfunktion genauer, sieht man, dass es für die Evaluierung einer Formel **nicht unbedingt erforderlich** ist, **alle Teilformeln zu bewerten**:

- Die **Konjunktion** ist genau dann *wahr*, wenn beide Konjunkte *wahr* sind – d.h., ist ein Argument *falsch*, ist die Konjunktion unabhängig von der Bewertung des zweiten Konjunks *falsch*.

- Die **Disjunktion** ist genau dann *wahr*, wenn mindestens eines ihrer Disjunkte *wahr* ist – d.h., ist ein Disjunkt *wahr*, ist die Disjunktion unabhängig von der Bewertung des zweiten Disjunks *wahr*.
- Die **Implikation** ist genau dann *wahr*, wenn die Prämisse *falsch*, oder die Konklusion *wahr* ist – d.h., ist die Prämisse *falsch*, oder die Konklusion *wahr*, ist die Implikation unabhängig von der Bewertung des zweiten Argumentes *wahr*.
- Sowohl bei der **Negation**, als auch bei der **Äquivalenz** müssen zunächst die Argumente bewertet werden.

Es ist somit möglich, bei der Evaluierung einer Formel γ folgendermaßen vorzugehen:

1. Man **evaluiert** ein beliebiges **Atom** von γ .
2. Als nächstes **evaluiert** man alle **Teilformeln** von γ , **deren Bewertung sich** aus den Werten der bereits evaluierten Teilformeln und den vorherigen Überlegungen zur Ersparnis von Bewertungsschritten **ergibt**, und wiederholt diesen Schritt solange, bis keine weitere Bewertung möglich ist, oder γ evaluiert wurde.
3. Solange γ nicht bewertet ist, evaluiert man ein weiteres unbewertetes Atom, und **wiederholt** Schritt 2.

Die mögliche **Ersparnis** an Evaluierungsschritten ist bei diesem Algorithmus jedoch **abhängig** von

- der **Interpretation** und
- der **Reihenfolge**, in der die **Atome** bewertet werden.

Das folgende Beispiel veranschaulicht dies.

Evaluieren wir die Formel $\gamma = (p \rightarrow q) \& (p \& q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow r)$
 unter der **Interpretation**

- $I = \{p \mapsto 1, q \mapsto 0, r \mapsto 1\}$

und bewerten wir die atomaren Formeln in folgender **Reihenfolge**

- $[r, p, q]$.

Wir stellen die Teilformeln hier wegen der Übersichtlichkeit in einer Tabelle und jeweils unter den Formeln dar, die sie enthalten. Eine Zeile der untenstehenden Tabelle entspricht einer Teilformel, die Zeilen mit grauer Schrift entsprechen den noch nicht evaluierten Teilformeln.

Schritt	Teilformel	Bewertung
	$(p \rightarrow q) \& (p \& q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow r)$	
	$p \rightarrow r$	
	$(p \rightarrow q) \& (p \& q \rightarrow r)$	
	$p \& q \rightarrow r$	
	$p \& q$	
	$p \rightarrow q$	
	r	r
	q	q
	p	p

Schritt 1:

Wir bewerten die erste atomare Formel

- r

und erhalten die folgende Tabelle:

Schritt	Teilformel	Bewertung
	$(p \rightarrow q) \& (p \& q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow r)$	
	$p \rightarrow r$	
	$(p \rightarrow q) \& (p \& q \rightarrow r)$	
	$p \& q \rightarrow r$	
	$p \& q$	
1	$p \rightarrow q$	r r
	q q	
	p p p	

Schritt 2:

Wir evaluieren alle Teilformeln, deren Bewertungen sich aus $I(r)$ ergeben.

Da die Implikation immer wahr ist, wenn die Konklusion wahr ist, ist es sofort möglich, folgende Teilformeln zu bewerten:

- $p \rightarrow r$
- $p \& q \rightarrow r$

Somit erhalten wir folgendes Resultat:

Schritt	Teilformel	Bewertung
2	$(p \rightarrow q) \& (p \& q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow r)$	1
	$p \rightarrow r$	
2	$(p \rightarrow q) \& (p \& q \rightarrow r)$	1
	$p \& q \rightarrow r$	
	$p \& q$	
1	$p \rightarrow q$	r r
	q q	
	p p p	

Betrachten wir die bereits bewerteten Teilformeln und die Evaluierungsregel für die Implikation, sehen wir, dass wir γ bereits bewerten können:

Schritt	Teilformel	Bewertung
3	$(p \rightarrow q) \& (p \& q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow r)$	1
2	$p \rightarrow r$	1
	$(p \rightarrow q) \& (p \& q \rightarrow r)$	
2	$p \& q \rightarrow r$	1
	$p \& q$	
	$p \rightarrow q$	
1	r r	1
	q q	
	p p p	

Wie wir sehen, haben wir bei der Evaluierung von γ die Bewertung von 5 Teilformeln eingespart!

Bewerten wir die atomaren Formeln in der Reihenfolge

- [p, q, r],

erhalten wir die folgende Tabelle:

Schritt	Teilformel	Bewertung
5	$(p \rightarrow q) \& (p \& q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow r)$	1
	$p \rightarrow r$	
4	$(p \rightarrow q) \& (p \& q \rightarrow r)$	0
4	$p \& q \rightarrow r$	1
3	$p \& q$	0
3	$p \rightarrow q$	0
	r r	
2	q q	0
1	p p p	1

Durch die andere Reihenfolge der Betrachtung der atomaren Formeln konnten nur zwei Evaluierungsschritte eingespart werden!

Beispiel 9 – Evaluierung einer Formel unter einer Interpretation.

2.2.5 Umwandlung von Formeln - Normalformen

Jede Formel kann als Formelschema angesehen werden, indem man die Variablen als Platzhalter für beliebige Formeln interpretiert.

Eine **Substitution** auf eine Formel anzuwenden, bedeutet, alle Vorkommen bestimmter Variablen durch andere Formeln zu ersetzen.

Für die Aussagenlogik gilt das Theorem für **die Ersetzung logisch äquivalenter Formeln**.

Ersetzt man eine beliebige Teilformel durch eine logisch äquivalente Formel erhält man eine zur Ursprungsformel logisch äquivalente Formel.

Da die logische Äquivalenz der arithmetischen Gleichheit entspricht, wollen wir zur Veranschaulichung ein Beispiel aus der Arithmetik anführen:

Betrachten wir den Ausdruck

- $(7+3) * 9$

Der **Teilausdruck**

- $7+3$

kann, **ohne den Wert zu verändern**, durch

- 10

ersetzt werden. Somit erhalten wir einen zum Ursprungsausdruck gleichwertigen Ausdruck

- $10 * 9.$

Beispiel 10 – Ersetzung logisch äquivalenter Formeln in der Arithmetik.

Für manche Kalküle ist es notwendig, komplexe Formeln umzuwandeln.

Eine **Normalform** einer Formel ist eine standardisierte, vereinfachte Darstellung, die logisch äquivalent zur ursprünglichen Formel ist.

Die gebräuchlichsten Normalformen sind die Negationsnormalform, die disjunktive Normalform und die konjunktive Normalform.

Für die folgende Definition müssen wir zunächst den Begriff des „Literals“ definieren.

Ein **Literal** ist ein Atom oder ein negiertes Atom.

Eine Formel ist in **Negationsnormalform** (NNF) gdw. sie nur aus Literalen und den Junktoren „&“ und „|“ besteht.

Zu jeder aussagenlogischen Formel gibt es eine **logisch äquivalente Formel in Negationsnormalform**. Man erhält sie, indem man in den folgenden Schritten Teilformeln durch äquivalente Formeln ersetzt:

1. Ersetzung aller **Junktoren** „→“ und „↔“ durch „&“, „|“ und „!“.
2. Alle **Negationen** direkt vor die Variablen und Konstanten schieben.
3. Weitere Vereinfachung und **Elimination** der Konstanten \top und \perp .

Die für die Umwandlung von aussagenlogischen Formeln **gebräuchlichsten Äquivalenzen** sind:

<p>Kommutativität $\gamma \circ \delta \equiv \delta \circ \gamma$ für $\circ \in \{\&, , \leftrightarrow\}$</p>	<p>Idempotenz $\gamma \circ \gamma \equiv \gamma$ für $\circ \in \{\&, , \leftrightarrow\}$</p>	<p>Absorption $\gamma (\gamma \& \delta) \equiv \gamma$ $\gamma \& (\gamma \delta) \equiv \gamma$</p>
<p>Neutralität $\gamma \perp \equiv \gamma$ $\gamma \& \top \equiv \gamma$</p>	<p>Tautologie $\gamma \top \equiv \top$</p>	<p>Unerfüllbarkeit $\gamma \& \perp \equiv \perp$</p>
<p>Negation $\gamma \& !\gamma \equiv \perp$ $\gamma !\gamma \equiv \top$</p>	<p>Negation von \top und \perp $!\top \equiv \perp$ $!\perp \equiv \top$</p>	<p>Doppelte Negation $!!\gamma \equiv \gamma$</p>
<p>Distributivität $\gamma (\delta \& \lambda) \equiv (\gamma \delta) \& (\gamma \lambda)$ $\gamma \& (\delta \lambda) \equiv (\gamma \& \delta) (\gamma \& \lambda)$</p>	<p>Assoziativität $\gamma (\delta \lambda) \equiv (\gamma \delta) \lambda$ $\gamma \& (\delta \& \lambda) \equiv (\gamma \& \delta) \& \lambda$</p>	<p>De Morgan $!(\gamma \& \delta) \equiv !\gamma !\delta$ $!(\gamma \delta) \equiv !\gamma \& !\delta$</p>
<p>materiale Implikation $\gamma \rightarrow \delta \equiv !\gamma \delta$</p>	<p>materiale Äquivalenz $\gamma \leftrightarrow \delta \equiv (\gamma \& \delta) (!\gamma \& !\delta)$</p>	

Das folgende Beispiel zeigt die Umwandlung einer Formel in die Negationsnormalform.

Betrachten wir die Formel $\gamma = (p \& q \rightarrow r) \rightarrow (q \rightarrow r)$

Eliminieren wir zunächst die **Implikationen**.

$$(p \& q \rightarrow r) \rightarrow (q \rightarrow r) \equiv !(p \& q \rightarrow r) | (q \rightarrow r) \equiv !(!(p \& q) | r) | (!(q | r))$$

Nun schieben wir alle Negationen direkt vor die Variablen, indem wir die **De Morganschen Regeln** anwenden und erhalten die Negationsnormalform von γ :

$$!(!(p \& q) | r) | (!(q | r)) \equiv !(!p | !q | r) | (!(q | r)) \equiv (p \& q \& !r) | (!q | r) = \text{NNF}(\gamma)$$

Beispiel 11 – Umwandlung einer Formel in Negationsnormalform.

Wendet man die Distributivgesetze auf eine Formel in NNF an, so erhält man die disjunktive bzw. konjunktive Normalform.

Eine Formel ist in **disjunktiver Normalform (DNF)** gdw. sie eine Disjunktion von Konjunktionen von Literalen ist.

Eine Formel ist in **konjunktiver Normalform (KNF, engl. CNF)** gdw. sie eine Konjunktion von Disjunktionen von Literalen ist.

Das folgende Beispiel zeigt die Umwandlung einer Formel in die konjunktive bzw. disjunktive Normalform.

Betrachten wir nun $\text{NNF}(\gamma)$ aus dem vorherigen Beispiel.

Auf Grund der Assoziativität ist die Negationsnormalform in diesem Fall bereits in **disjunktiver Normalform**.

Um die **konjunktive Normalform** zu erhalten, müssen die Regeln für die **Kommutativität** und die **Distributivitätsgesetze** angewandt werden:

$$(p \& q \& !r) | (!q | r) \equiv (p | !q | r) \& (q | !q | r) \& (!r | !q | r)$$

Diese Formel ist bereits in konjunktiver Normalform, kann aber noch weiter vereinfacht werden, indem die Regeln für die **Assoziativität**, die **Kommutativität** und die **Negation** angewandt werden:

$$(p | !q | r) \& (q | !q | r) \& (!r | !q | r) \equiv (p | !q | r) \& (T | r) \& (T | !q)$$

Wenden wir die Regeln für die **Kommutativität** und die **Tautologie** auf diese Formel an, so erhalten wir:

$$(p | !q | r) \& (T | r) \& (T | !q) \equiv (p | !q | r) \& T \& T$$

Wenden wir die **Neutralitätsregeln** auf diese Formel an, so erhalten wir:

$$(p | !q | r) \& T \& T \equiv p | !q | r$$

Das Resultat ist sowohl in **KNF**, als auch in **DNF**.

Beispiel 12 – Umwandlung einer Formel in disjunktive und konjunktive Normalform.

2.2.6 Aussagenlogische Konsequenz

Für die aussagenlogische Konsequenz gelten die im Folgenden aufgezählten **Eigenschaften**.

Die aussagenlogische Konsequenz ist **monoton**.

Das **Deduktionstheorem** besagt, dass $\Gamma \cup \{\delta\} \models \gamma$ gilt gdw. $\Gamma \models \delta \rightarrow \gamma$ gilt.

Daraus folgt:

$\{\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_n\} \models \gamma$ gilt
 gdw. $\models \gamma_1 \rightarrow (\gamma_2 \rightarrow (\gamma_3 \rightarrow (\dots \rightarrow (\gamma_n \rightarrow \gamma) \dots)))$ gilt
 gdw. $\models \gamma_1 \& \gamma_2 \& \dots \& \gamma_n \rightarrow \gamma$ gilt

Das Deduktionstheorem setzt die logische Konsequenz in Beziehung zur Implikation. Es ermöglicht, eine Schlussfolgerung auf eine Formel abzubilden und bildet damit einen der wesentlichen Mechanismen, um das semantische Konzept der logischen Konsequenz auf das syntaktische Konzept der logischen Inferenz abzubilden.

Das Widerlegungstheorem ist eine komplementäre Formulierung des Deduktionstheorems.

Das **Widerlegungstheorem** besagt, dass $\Gamma \cup \{\gamma\}$ unerfüllbar ist gdw. $\Gamma \models !\gamma$ gilt.

Daraus folgt:

$\{\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_n\} \models \gamma$ gilt gdw. $\gamma_1 \& \gamma_2 \& \dots \& \gamma_n \& !\gamma$ unerfüllbar ist, also zu einem Widerspruch führt.

Dies ermöglicht es, indirekte Beweisverfahren einzusetzen.

Der Umkehrschluss wird als Kontraposition bezeichnet.

Das **Kontrapositionstheorem** besagt, dass $\Gamma \cup \{\delta\} \models \gamma$ gilt gdw. $\Gamma \cup \{!\gamma\} \models !\delta$ gilt.

2.2.7 Semantische Tableaux

Der Tableauealkül (auch „Beth-Kalkül“ oder „Baumkalkül“ genannt) ist ein semantisch motiviertes, **korrektes** und **vollständiges Entscheidungsverfahren** für die **Gültigkeit und Erfüllbarkeit** von Formeln der Aussagenlogik.

Er formalisiert den Vorgang, ein Modell für γ anzugeben, und basiert auf folgender **Idee**:

1. Die Zerlegung einer Formel wird als Baum dargestellt: Konjunktionen werden etwa als linearer Ast, Disjunktionen durch eine Verzweigung ausgedrückt.
2. Die Äste des Baumes repräsentieren mögliche Modelle der Formel: befinden sich auf einem Ast ein Atom und seine Negation, ist dieser unerfüllbar, und repräsentiert kein Modell.

Da **offene Pfade** existieren, ist γ erfüllbar. Wir markieren alle Literale der offenen Pfade als *wahr* und erhalten die folgenden **Modelle**:

- aus dem linken Ast ergibt sich das Modell: $I = \{p \mapsto 1, q \mapsto 1, r \mapsto 0\}$
- aus dem mittleren Ast: $I = \{q \mapsto 0\}$
- aus dem rechten Ast: $I = \{r \mapsto 1\}$

Beispiel 13 – Prüfung der Erfüllbarkeit einer Formel mit einem Tableau.

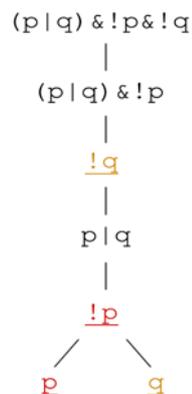
Die **Gültigkeit** einer Formel γ wird mittels des Tableaurekalküls **indirekt gezeigt**: führt $\neg\gamma$ zu einem Widerspruch, also zu einem **geschlossenen Tableau**, ist $\neg\gamma$ unerfüllbar und somit γ **gültig**. Existiert mindestens ein **offener Pfad**, beschreibt dieser ein **Gegenbeispiel** für γ . Im folgenden Beispiel wird die Gültigkeit einer Formel gezeigt.

Wir zeigen die **Gültigkeit** der Formel $\gamma = ((p \mid q) \& \neg p) \rightarrow q$

Wir konstruieren die Negationsnormalform von $\neg\gamma$ und erhalten

$$\mathbf{NNF}(\neg\gamma) = (p \mid q) \& \neg p \& \neg q$$

Das **Tableau** schaut folgendermaßen aus:



Alle **Pfade** sind **geschlossen**, d.h. $\neg\gamma$ ist **unerfüllbar**, somit ist γ **gültig**.

Beispiel 14 – Prüfung der Gültigkeit einer Formel mit einem Tableau.

3 Umsetzung im World Wide Web

„The old computing was about what computers could do; the new computing is about what users can do. Successful technologies are those that are in harmony with users' needs. They must support relationships and activities that enrich users' experiences.“ ([9], S. 2)

Bei der benutzerfreundlichen Umsetzung von Informationen im World Wide Web müssen einige Aspekte beachtet werden, um auf die individuellen **Möglichkeiten und Einschränkungen**, sowie auf die **subjektiven Wahrnehmungen** der unterschiedlichsten **Benutzer** eingehen zu können und so die Orientierung auf der Webseite und die Weitergabe von Information an diesen zu ermöglichen.

Einerseits muss die Information so strukturiert und präsentiert werden, dass eine effiziente Benutzung von Informationen und Technologien durch den Menschen überhaupt ermöglicht wird (**Gebrauchstauglichkeit**). Andererseits sollte die präsentierte Information, unabhängig von technischen Voraussetzungen und persönlichen Einschränkungen, für jeden Benutzer zugänglich sein (**Zugänglichkeit**). Mit dem Begriff der „**universellen Gebrauchstauglichkeit**“ werden die Gebrauchstauglichkeit und die Zugänglichkeit zusammengefasst.

Weil sich die Kriterien für die universelle Gebrauchstauglichkeit in der Realität schnell widersprechen können und die Anforderungen an Webseiten sehr unterschiedlich sind, ist der Grad der tatsächlichen **Umsetzung** sicherlich **projektabhängig**. Bei allen Überlegungen und Abwägungen des Entwicklungsprozesses sollten allerdings auch immer **Suchmaschinen**, deren Sicht mit der eines sehr eingeschränkten menschlichen Benutzers vergleichbar ist, berücksichtigt werden.

Aufgrund der **Skepsis** der Benutzer bezüglich im Web dargebotener Informationen und Dienstleistungen ist selbstverständlich die subjektive Empfindung der **Glaubwürdigkeit** ein wichtiger Faktor für den Erfolg einer Webseite. Wird sie nicht vermittelt, ist eine Aufnahme der Informationen durch die Benutzer unter Umständen gar nicht erst möglich.

Ein weiterer wichtiger Faktor kann der so genannte „**Joy Of Use**“ sein. Er ist ein relativ neues Qualitätskonzept auf dem Gebiet der Mensch-Maschine-Interaktion, welches fordert, dass die Nutzung eines Produktes Spaß im hedonistischen Sinne machen soll.

In diesem Kapitel werden die oben genannten Kriterien und Aspekte näher erläutert und ein Überblick über die Funktionsweise von Suchmaschinen gegeben. Anschließend werden die Schritte zur Umsetzung einer Webseite (dies betrifft die Gestaltung des **Seitenaufbaus**, des **Inhaltes** und des **visuellen Auftrittes** sowie die **technische Realisierung**) näher beschrieben und hinsichtlich der zuvor besprochenen Kriterien betrachtet.

3.1 Universelle Gebrauchstauglichkeit und Suchmaschinen

3.1.1 Gebrauchstauglichkeit

Die Gebrauchstauglichkeit (engl. „**Usability**“) bezeichnet den Grad der **intuitiven und effizienten Benutzung** eines Produktes, sei es eine Webseite oder ein technisches Gerät. Sie bezieht sich nur auf **menschliche Interaktion** und berücksichtigt in ihrer klassischen Form nur Menschen, die nicht in ihren Möglichkeiten eingeschränkt sind.

Mit der international anerkannten Normenreihe **DIN EN ISO 9241**, die mittlerweile den deutschen Titel „**Ergonomie der Mensch-System-Interaktion**“ trägt, wurde bereits 1998 ein Standard geschaffen, der Richtlinien der Interaktion zwischen Mensch und Computer beschreibt und die Grundlage für die Bewertung der Benutzerfreundlichkeit technischer Systeme bildet. Sie wurde etwa in die ÖNORM EN ISO 9241 und andere europäische Normen übernommen. Die ISO 9241 beschreibt Aspekte der **Software-Ergonomie** und Anforderungen an die Hardware. Die für die Gebrauchstauglichkeit interaktiver Systeme allgemein als am wichtigsten angesehenen Punkte sind die Punkte 10 und 11, die im Folgenden erörtert werden.

Punkt 10 der DIN EN ISO 9241 trägt den Namen „**Grundsätze der Dialoggestaltung**“. Eine Überarbeitung dieses Punktes wurde im August 2006 als Punkt 110 veröffentlicht. Er enthält 7 Grundsätze, die im Folgenden nach [11, S. 124 ff.] kurz zusammengefasst werden.

1. **Aufgabenangemessenheit**

„Ein Dialog ist aufgabenangemessen, wenn er den Benutzer unterstützt, seine Arbeitsaufgabe effektiv und effizient zu erledigen.“ (ISO 9241-10, zit. a.a.O.)

Ein Produkt ist aufgabenangemessen, wenn es die Erledigung einer Aufgabe unterstützt ohne den Benutzer unnötig zu belasten. Unter anderem bietet es alle benötigten Funktionen, ist unkompliziert zu bedienen, erfordert nur relevante Eingaben und unterstützt sich häufig wiederholende Arbeitsaufgaben z.B. durch den Einsatz von Shortcuts. Aufgabenangemessenheit bedeutet also, dass die Interaktion einfach und direkt zum Ziel führt.

2. **Selbstbeschreibungsfähigkeit**

„Ein Dialog ist selbstbeschreibungsfähig, wenn jeder einzelne Dialogschritt durch Rückmeldung des Dialogsystems unmittelbar verständlich ist oder dem Benutzer auf Anfrage erklärt wird.“ (ISO 9241-10, zit. a.a.O.)

Ein System ist selbstbeschreibungsfähig, wenn Intuition für die Interaktion ausreicht bzw. wenn verständliche Erklärungen in ausreichendem Maße zur Verfügung stehen. Dies betrifft etwa die Formulierung von Links, die Verwendung verständlicher Begriffe und den Einsatz situationsspezifischer Erklärungen.

3. **Steuerbarkeit**

„Ein Dialog ist steuerbar, wenn der Benutzer in der Lage ist, den Dialogablauf zu starten sowie seine Richtung und Geschwindigkeit zu beeinflussen, bis das Ziel erreicht ist.“ (ISO 9241-10, zit. a.a.O.)

Ist ein System steuerbar, lässt sich die Art und Weise, wie der Benutzer mit ihm arbeitet, beeinflussen – das System erzwingt etwa keine unnötig starre Einhaltung von Bearbeitungsschritten und bietet die Möglichkeit, die Arbeit an jedem Punkt zu unterbrechen und später problemlos wieder aufzunehmen. Die Steuerbarkeit von Webseiten betrifft z.B. Punkte wie die Anzahl der in Listen angezeigten Elemente, die Anzeige von kleinen Bildern, die bei Bedarf vergrößert werden können (sog.

„Thumbnails), und die mögliche Wiederaufnahme eines unterbrochenen Dateidownloads.

4. Erwartungskonformität

„Ein Dialog ist erwartungskonform, wenn er konsistent ist und den Merkmalen des Benutzers entspricht, z.B. seinen Kenntnissen aus dem Arbeitsgebiet, seiner Ausbildung und seiner Erfahrung, sowie den allgemein anerkannten Konventionen.“ (ISO 9241-10, zit. a.a.O.)

Das bedeutet, ein Produkt ist erwartungskonform, wenn es durch einheitliche und verständliche Gestaltung den Erwartungen und Gewohnheiten des Benutzers hinsichtlich Handhabung und Aktion entspricht. Es erleichtert z.B. die Orientierung durch einheitliches, wieder erkennbares Design und lässt sich einheitlich bedienen. Eine Webseite ist beispielsweise erwartungskonform, wenn unter anderem der Warenkorb „Warenkorb“ heißt oder sich das Logo links oben befindet.

5. Fehlertoleranz

„Ein Dialog ist fehlertolerant, wenn das beabsichtigte Arbeitsergebnis trotz erkennbar fehlerhafter Eingaben entweder mit keinem oder mit minimalem Korrekturaufwand seitens des Benutzers erreicht werden kann.“ (ISO 9241-10, zit. a.a.O.)

Ist ein System fehlertolerant, haben Bedienungs- und Eingabefehler keine schwerwiegenden Folgen. Fehlermeldungen sind in der Sprache der Benutzer und verständlich formuliert und eine Fehlerbehebung ist mit geringem Korrekturaufwand möglich.

6. Individualisierbarkeit

„Ein Dialog ist individualisierbar, wenn das Dialogsystem Anpassungen an die Erfordernisse der Arbeitsaufgabe sowie an die individuellen Fähigkeiten und Vorlieben des Benutzers zulässt.“ (ISO 9241-10, zit. a.a.O.)

Ein individualisierbares System eignet sich für Anfänger und Experten und lässt sich ohne großen Aufwand den individuellen Bedürfnissen und Anforderungen der Benutzer anpassen. Bei Webseiten bezieht sich dieser Punkt etwa auf personalisierte, editierbare Profile und Unterstützung bei der Eingabe immer wiederkehrender Informationen.

7. Lernförderlichkeit

„Ein Dialog ist lernförderlich, wenn er den Benutzer beim Erlernen des Dialogsystems unterstützt und anleitet.“ (ISO 9241-10, zit. a.a.O.)

Ein lernförderliches Produkt ist beispielsweise derart gestaltet, dass sich Benutzer ohne großen Aufwand einarbeiten und neue Funktionen erlernen können. Es ist also ohne Handbuch in kurzer Zeit erlernbar und ermutigt dazu, neue Funktionen auszuprobieren.

Der **Punkt 11** der DIN EN ISO 9241 mit dem Titel **„Anforderungen an die Gebrauchstauglichkeit: Leitsätze“** definiert die Gebrauchstauglichkeit als

„Das Ausmaß, in dem ein Produkt durch bestimmte Benutzer in einem bestimmten Nutzungskontext genutzt werden kann, um bestimmte Ziele effektiv, effizient und zufrieden stellend zu erreichen“ (ISO 9241-11, zit. nach [10]).

Die Gebrauchstauglichkeit wird also innerhalb des **Nutzungskontextes** bemessen und auf die **drei Faktoren** Effektivität, Effizienz und Zufriedenheit zurückgeführt, wobei die Grundsätze aus Punkt 10 als Basis für die Umsetzung dienen sollen.

Die drei Faktoren für die Gebrauchstauglichkeit werden von M. Herzog in seinem Buch [11, S. 118 f.] beschrieben und sind wie folgt definiert:

1. **Effektivität**

Die Effektivität bezieht sich auf die Möglichkeit der Lösung einer Aufgabe oder Absicht und wird wie folgt definiert:

„Die Genauigkeit und Vollständigkeit, mit der Benutzer ein bestimmtes Ziel erreichen“ (ISO 9241-11, zit. a.a.O.).

Mit einem effektiven System sind Aufgaben vollständig und korrekt zu erfüllen.

2. **Effizienz**

Die Effizienz betrifft die Handhabung des Systems und wird wie folgt definiert:

„Der im Verhältnis zur Genauigkeit und Vollständigkeit eingesetzte Aufwand, mit dem Benutzer ein bestimmtes Ziel erreichen“ (ISO 9241-11, zit. a.a.O.).

Ein effizientes System ermöglicht es, anstehende Aufgaben zuverlässig und mit möglichst wenig Aufwand mit der vorhandenen Systemfunktionalität zu lösen.

3. **Zufriedenheit**

Die Zufriedenheit wird wie folgt definiert:

„Freiheit von Beeinträchtigungen und positive Einstellungen gegenüber der Nutzung des Produkts“ (ISO 9241-11, zit. a.a.O.).

Sie bezeichnet die subjektive Reaktion der Benutzer auf die Interaktion und ist stark vom Erfahrungsstand der Benutzer und der Einführungsstrategie des Systems abhängig.

Punkt 151 der DIN EN ISO 9241 [12] trägt den Titel **„Leitlinien zur Gestaltung von Benutzungsschnittstellen für das World Wide Web“**. Dieser Teil der Normenreihe befindet sich noch im Entwurfsstadium und konzentriert sich vor allem auf Aspekte des Designprozesses, die teilweise im Kapitel 3.3 „Von der Idee zum Produkt“ näher erläutert werden.

J. Nielsen, Wegbereiter und anerkannte Größe auf dem Gebiet der Gebrauchstauglichkeit, definierte 2003 in seiner Veröffentlichung [13] fünf **Aspekte der Gebrauchstauglichkeit**:

1. **Leichte Erlernbarkeit**

Benutzer können rasch beginnen mit dem System zu arbeiten.

2. **Effizienz der Handhabung**

Hat der Benutzer die Handhabung eines Systems erlernt, ist eine hohe Produktivität möglich.

3. **Einfache Merkbarkeit**

Der seltene Benutzer kann jederzeit wiederkommen und das System benutzen, ohne die Handhabung von neuem erlernen zu müssen.

4. **Wenige Fehler**

Benutzer können möglichst wenige Fehler machen und etwaige Fehler zerstören nicht den gesamten Interaktionsprozess. Katastrophale Fehler dürfen nicht vorkommen.

5. **Erfreuliche Interaktion**

Benutzer sind zufrieden, wenn sie das System benutzen.

Die Bedeutung der Gebrauchstauglichkeit wird von einer, laut einem Bericht der ORF futurezone [14] im Dezember 2006 veröffentlichten Studie des Social Issues Research Center (SIRC) unterstrichen. Bei der Studie wurden 2500 Probanden zunächst übersichtliche und schnelle Webseiten präsentiert und anschließend langsame Seiten, die den Kriterien für die Gebrauchstauglichkeit nicht entsprachen. Dabei konnten bei den Benutzern körperliche Stresssymptome, wie gesteigerter Blutdruck, übermäßiges Schwitzen, wütendes Klicken und Schmeißen der Computermouse, sowie Muskelanspannungen in unterschiedlicher Intensität festgestellt werden. Die Symptome werden als „**Mouse Rage Syndrom**“ bezeichnet.

3.1.2 Zugänglichkeit

„*The power of the Web is in its universality. Access by everyone regardless of disability is an essential aspect.*“ (Tim Berners-Lee, Erfinder des World Wide Web und Direktor des W3C, zit. nach [15, Startseite])

Webseiten werden in einer Beschreibungssprache programmiert und zur Laufzeit auf den unterschiedlichsten Systemen von den unterschiedlichsten Browsern (Software zur Darstellung von Webinhalten) interpretiert. Außerdem werden sie von Menschen mit verschiedenen Voraussetzungen „betrachtet“.

Die **Barrierefreiheit** (engl. „**Accessibility**“) beschäftigt sich mit der uneingeschränkten Erreichbarkeit und Nutzbarkeit von Produkten trotz

- **physischer**,
- **sensorischer** oder
- **kognitiver** Einschränkungen und
- **technologischer** Barrieren.

Da Barrierefreiheit in der Realität kaum erreicht wird, spricht man von „barrierearm“ oder „zugänglich“. Mit Zugänglichkeit im WWW wird also die **Möglichkeit der korrekten Interaktion** mit einer Webseite bezeichnet. Zugänglichkeit bedeutet ganz allgemein, dass kein Benutzer persönliche Voraussetzungen erfüllen oder eine bestimmte Hard- und Softwarekonfiguration (Plattformabhängigkeit) verwenden muss, um Inhalte nutzen zu können. Man sagt, eine **Seite transformiert geschmeidig**, wenn sie barrierefrei ist.

Unterschiede in der **technischen Konfiguration** betreffen die Darstellungsplattform wie beispielsweise Computer, Handy, Spiel-Konsolen, DVD-Player oder PDAs und sind etwa:

- **Betriebssysteme**
Unterschiedliche Betriebssysteme, wie etwa Unix, Windows, oder Mac OS, stellen unterschiedliche Kommunikations- und Interaktionsmöglichkeiten zur Verfügung.
- **Monitorauflösungen**
Diverse Standards für die Bildauflösung machen sich hauptsächlich durch die Anzahl der dargestellten Farben und Pixel und das Seitenverhältnis der Anzeige bemerkbar.
- **Browser**
Es existiert nicht nur eine Vielzahl an graphischen Browsern wie der Internet Explorer, Firefox oder Opera, sondern auch textbasierte Webbrowser wie beispielsweise Lynx, die für den Einsatz an reinen Textterminals entwickelt wurden.

- **Eingabegeräte**

Je nach technischen und persönlichen Voraussetzungen und Vorlieben können verschiedene Eingabegeräte wie Maus, Tastatur, Sprache oder Kopfstab (ein Stab, der am Kopf des Benutzers befestigt ist und als Alternative zu einer Maus verwendet werden kann) benutzt werden.

Unterschiedliche Voraussetzungen der Benutzer, die auch Einfluss auf die technische Konfiguration haben können, sind beispielsweise:

- **Zugang zu Technologie**

Der Zugang zu modernen Technologien kann etwa umfeldbedingt oder durch finanzielle Möglichkeiten eingeschränkt sein.

- **Sensorische, also die Wahrnehmung betreffende Fähigkeiten**

Die für Webseiten im Allgemeinen wichtigste sensorische Einschränkung ist eine starke Fehlsichtigkeit bis Blindheit. Aber auch für gehörlose Menschen stellen nicht nur Audio-Inhalte, sondern auch geschriebener Text eine Verständnisbarriere dar, da sie meist zuerst die Gebärdensprache gelernt haben, und sich diese im Aufbau sehr vom geschriebenen Wort unterscheidet.

Es existiert verschiedene, assistive Soft- und Hardware, um sensorische Mängel auszugleichen. So gibt es z.B. Software, die gut strukturierten Text vorlesen kann. Durch das so genannte „Braille Display“ (auch „Braillezeile“) wird elektronischer Text durch elektromechanisches Anheben und Versenken von Stiften in Brailleschrift (also Blindenschrift) dargestellt.

- **Kognitive, also die Erkenntnis betreffende Fähigkeiten**

Die kognitiven Fähigkeiten können z.B. durch physische und psychische Grundvoraussetzungen, mangelnde Ausbildung oder auch mangelndes Fremdsprachenverständnis eingeschränkt sein.

- **Physische, also die Motorik betreffende Fähigkeiten**

Benutzer mit motorischen Problemen müssen oft mit der Tastatur navigieren, da sie nicht mit einer Maus umgehen können, oder sie verwenden andere Eingabemöglichkeiten wie etwa Spracheingabe oder Kopfstab, die ihren physischen Fähigkeiten angepasst sind.

Das World Wide Web Consortium (W3C) ist ein internationales Konsortium, dessen Ziel es ist, *„dem World Wide Web dadurch seine vollen Möglichkeiten zu erschließen, dass Protokolle und Richtlinien entwickelt werden, die ein langfristiges Wachstum des Web sichern“* ([16, Über W3C]). Gemeinsam mit anderen Gruppierungen und Standards-Organisationen wurden und werden vom W3C Technologien, so genannte „Webstandards“ (wie HTML, XHTML oder CSS) entwickelt, die den größtmöglichen Nutzen für eine größtmögliche Anzahl von Benutzern und die Langlebigkeit von im Internet veröffentlichten Dokumenten sicherstellen sollen.

Innerhalb des W3C entwickelt die Web Accessibility Initiative (WAI) Strategien und Richtlinien für die Zugänglichkeit zum Internet und seinen Inhalten. Bereits 1999 hat das WAI mit den **„Zugänglichkeitsrichtlinien für Web-Inhalte 1.0“** 14 allgemeine Prinzipien zugänglichen Web-Designs veröffentlicht, die noch immer als Standard gelten. Die Richtlinien des W3C sind unter dem Namen WCAG (Web Content Accessibility Guidelines) 1.0 bekannt und beziehen sich nicht nur auf die geschmeidige Transformation von Seiten, sondern auch auf beeinflussbare, verständliche und navigierbare Inhalte und spannen somit auch einen Bogen zu Kriterien der Gebrauchstauglichkeit.

Zu jedem der 14 Punkte werden eine Beschreibung, die Motivation und in drei Prioritätsstufen eingeteilte Checkpunkte für Webseiten angeführt. Die **Prioritäten** sind wie folgt definiert:

▪ **Priorität 1**

„Ein Entwickler von Web-Inhalten **muss** diesen Checkpunkt erfüllen. Andernfalls wird es für eine oder mehrere Gruppen unmöglich sein, auf die Information im Dokument zuzugreifen. Die Erfüllung dieses Checkpunkts ist ein grundlegendes Erfordernis, damit bestimmte Gruppen Web-Dokumente verwenden können.“ ([17])

▪ **Priorität 2**

„Ein Entwickler von Web-Inhalten **sollte** diesen Checkpunkt erfüllen. Andernfalls wird es für eine oder mehrere Gruppen schwierig sein, auf die Information im Dokument zuzugreifen. Die Erfüllung dieses Checkpunkts beseitigt signifikante Hindernisse für den Zugriff auf Web-Dokumente.“ ([17])

▪ **Priorität 3**

„Ein Entwickler von Web-Inhalten **kann** diesen Checkpunkt erfüllen. Andernfalls wird es für eine oder mehrere Gruppen etwas schwierig sein, auf die Information im Dokument zuzugreifen. Die Erfüllung dieses Checkpunkts erleichtert den Zugriff auf Web-Dokumente.“ ([17])

Kurz zusammengefasst lauten die 14 **Prinzipien** der WCAG 1.0:

1. **Äquivalente Alternativen**

„Stellen Sie äquivalente Alternativen für Audio- und visuellen Inhalt bereit.“ ([17])

Können audiovisuelle Inhalte nicht direkt genutzt werden, sollen äquivalente Textinhalte für eine alternative Darstellung zur Verfügung stehen. Bilder oder in Bildern enthaltener Text sind etwa für Blinde nicht zugänglich.

2. **Farben**

„Verlassen Sie sich nicht auf Farbe allein.“ ([17])

Bei der Verwendung von Farbe als Träger von Information muss damit gerechnet werden, dass diese eventuell nicht angezeigt oder erkannt wird – für Menschen mit einer Farbfehlsichtigkeit, für Blinde oder z.B. auch auf Schwarz-Weiß-Bildschirmen sind die Informationen eventuell nicht erkennbar.

3. **Markup und Stylesheet**

„Verwenden Sie Markup und Stylesheets und tun Sie dies auf korrekte Weise.“ ([17])

Ein **Markup** ist ein Strukturelement einer Auszeichnungssprache (engl. Markup Language) wie z.B. HTML (HyperText Markup Language). Die Verwendung eines Markup entgegen der Spezifikation (z.B. zur Formatierung) beeinträchtigt die Zugänglichkeit, da dies spezialisierter Software erschwert, die Inhalte korrekt zu interpretieren. Innerhalb eines **Stylesheets** wird festgelegt, wie speziell ausgezeichneter Inhalt einer Webseite dargestellt werden soll. Die Beeinflussung der Darstellung durch Stylesheets ist Präsentationselementen und -attributen vorzuziehen.

4. **Sprache**

„Verdeutlichen Sie die Verwendung natürlicher Sprache.“ ([17])

Ausschreibung von Abkürzungen und Akronymen sollen angegeben werden. Sind Änderungen der natürlichen Sprache mit Markups gekennzeichnet, wird es Sprachgeneratoren und Blindenschriftgeräten ermöglicht, automatisch zur neuen Sprache zu wechseln.

5. **Tabellen**

„Erstellen Sie Tabellen, die geschmeidig transformieren.“ ([17])

Tabellen sollen den entsprechenden Markup haben. Ergibt der Inhalt einer Tabelle in linearisierter Form keinen Sinn, soll eine andere Darstellungsform gewählt werden, da der Inhalt sonst etwa für Blinde unstrukturiert präsentiert wird.

6. Neue Technologien

„Sorgen Sie dafür, dass Seiten, die neue Technologien verwenden, geschmeidig transformieren.“ ([17])

Die Informationen der Seite sollen auch dann zugänglich sein, wenn eventuell verwendete, neuere Technologien nicht unterstützt werden.

7. Kontrolle

„Sorgen Sie für eine Kontrolle des Benutzers über zeitgesteuerte Änderungen des Inhalts.“ ([17])

Bewegte audiovisuelle Objekte sollen angehalten werden können. Blinkende oder bewegte Texte und Bilder oder Geräusche werden als Barriere angesehen.

8. Eingebettete Benutzerschnittstellen

„Sorgen Sie für direkte Zugänglichkeit eingebetteter Benutzerschnittstellen.“ ([17])

Der Zugriff auf die Funktionalität eingebetteter Objekte soll gewährleistet sein. Einem Benutzer kann es z.B. unmöglich sein, aktive Elemente wie Java, JavaScript oder Flash auszuführen.

9. Design

„Wählen Sie ein geräteunabhängiges Design.“ ([17])

Der Zugriff auf die Funktionalität der Seite soll geräteunabhängig sein, sodass der Benutzer mit seinem bevorzugten Eingabegerät interagieren kann.

10. Interim-Zugänglichkeitslösungen

„Verwenden Sie Interim-Lösungen.“ ([17])

Für assistive Technologien und ältere Browser sollen Interim-Zugänglichkeitslösungen zur Verfügung gestellt werden.

11. Technologien

„Verwenden Sie W3C-Technologien und -Richtlinien.“ ([17])

Eine Nichteinhaltung technischer Standards führt dazu, dass die Seite nicht in allen Browsern korrekt dargestellt wird. Ist es nicht möglich, W3C-Technologien zu verwenden, soll eine zugängliche, alternative Version des Inhalts bereitgestellt werden.

12. Kontext und Strukturierung

„Stellen Sie Informationen zum Kontext und zur Orientierung bereit.“ ([17])

Dies bezieht sich auf die Gruppierung von Elementen und die Bereitstellung von Kontextinformationen und auf die Unterteilung und Strukturierung großer Informationsblöcke.

13. Navigation

„Stellen Sie klare Navigationsmechanismen bereit.“ ([17])

Informationen zur Orientierung, Navigationsleisten, Inhaltsverzeichnisse etc. erhöhen die Wahrscheinlichkeit, dass der Benutzer findet, was er sucht. Aussagekräftige Information soll am Anfang der Seite platziert werden.

14. Klarheit

„Sorgen Sie dafür, dass Dokumente klar und einfach gehalten sind.“ ([17])

Das Seitenlayout soll konsistent, die Grafiken sollen deutlich und die Sprache soll leicht verständlich sein. Zu bedenken sind auch eventuelle kognitive Probleme der Benutzer.

Im Rahmen des Zieles, eine **Informationsgesellschaft für alle** zu schaffen, haben Maßnahmen gegen den Informationsausschluss eine hohe Priorität. Seit 1999 wurden etwa von politischen Organisationen, Universitäten und IT-Konzernen viele Dokumente zu Richtlinien und Umsetzungsmöglichkeiten der Zugänglichkeit erstellt, die auf den oben genannten 14 Punkten basieren. Die **Übernahme der WCAG 1.0 für öffentliche Webseiten** wurde beispielsweise bereits im Juni 2000 vom europäischen Rat im Rahmen des Aktionsplans „**eEurope 2002**“ vorgesehen [19].

Neben den WCAG 1.0 gibt es noch einen bedeutenden Standard für die Zugänglichkeit von Webseiten: die sogenannte „**US Section 508**“. Dieser vom US Access Board entwickelte und im Dezember 2000 fertig gestellte Standard überschneidet sich in vielen Punkten mit den WCAG 1.0 und ist hauptsächlich in den U.S.A. von großer Bedeutung [22].

Soll ein einfacher, müheloser Zugang zum Internet für jeden Nutzer sichergestellt werden, obliegt die Umsetzung von Zugänglichkeitsrichtlinien jedoch nicht nur publizierenden Gesellschaften oder Privatpersonen. Unterschiedliche Webbrowser setzen die Standards unterschiedlich korrekt um. So wird z.B. bei der Umsetzung von Webseiten per Hand oder durch so genannte WYSIWYG-Editoren („What You See Is What You Get) oft Code erzeugt, der die Macken verschiedener beliebter Browser bedient. Nichtvalide Webseiten, die sich, zumindest teilweise, nicht an Webstandards orientieren, sind die Folge, was wiederum dazu führt, dass die Seiten in nächsten Browsergenerationen oder alternativen Endgeräten (wie PDAs) nicht funktionieren.

Aus diesem Grund wurde bereits 1998 das „Web Standards Project“ (**WaSP**) gegründet, das es sich zur Aufgabe gemacht hat, die **Umsetzung** der Webstandards, etwa bei **Browsern** und **Editoren**, zu propagieren [21].

Derzeit sind die **WCAG 2.0** im Entstehen. Die bis zur Fertigstellung dieser Diplomarbeit aktuelle Version [18] enthält vier Prinzipien, die im Folgenden kurz umrissen werden:

1. **Wahrnehmbarkeit**

Informationen und Benutzerschnittstellen müssen wahrnehmbar sein. Dies betrifft etwa die Bereitstellung äquivalenter Textinhalte für Inhalte wie Bilder und von Alternativen zu multimedialen Elementen und die derartige Aufbereitung der Inhalte, dass unterschiedliche Präsentationen weder zu Informations- noch zu Strukturverlust führen.

2. **Benutzungsfähigkeit**

Benutzerschnittstellen müssen für eingeschränkte Benutzer benutzbar sein. Die Funktionalität muss über die Tastatur zugänglich sein, es muss genügend Zeit zur Verfügung gestellt werden, um Inhalte zu nutzen und es muss jedem Benutzer möglich sein, innerhalb der Webseite zu navigieren, Informationen zu finden und den aktuellen Standort festzustellen.

3. **Verständlichkeit**

Informationen und die Handhabung von Benutzerschnittstellen müssen verständlich sein. Die natürliche Sprache eines Textes muss automatisiert erkennbar und das Design und die Funktionalität vorhersehbar sein. Benutzer müssen dabei unterstützt werden, möglichst wenige Fehler zu machen oder diese gegebenenfalls zu korrigieren.

4. **Robustheit**

Inhalte müssen stabil genug sein, um von einer Vielfalt an Agenten, sowie assistiven Technologien zuverlässig interpretiert werden zu können. Dies betrifft die Kompatibilität mit aktuellen und zukünftigen Agenten und richtet sich etwa an den korrekten Einsatz von Markup zur Kennzeichnung der Funktionalität aller Seitenkomponenten.

Wie P. Hunkirchen, Mitarbeiter des Fraunhofer-Instituts FIT, im September 2006 auf seiner Webseite berichtete, werden mit dem Punkt 171 „**Leitlinien für die Zugänglichkeit von Software**“ nun auch Zugänglichkeitskriterien in die DIN EN ISO 9241 übernommen und der Tatsache Rechnung getragen, dass „*Accessibility sich durch die Spezifikation der Benutzer und des Nutzungskontextes aus der Usability (gemäß DIN EN ISO 9241-11) ableiten lässt*“ ([20]).

Selbstverständlich geht man bei der Erstellung des Designs einer Webseite je nach **Zielgruppendefinition** unterschiedlich intensiv auf das Thema der Barrierefreiheit ein. Unterhaltungsseiten berücksichtigen die Kriterien z.B. anders als Informationssysteme. Die **Berücksichtigung** unterschiedlichster Möglichkeiten und Fähigkeiten ist jedoch nicht nur für menschliche Benutzer interessant: **Suchmaschinen** können im Allgemeinen nur Text auswerten, sie nehmen Seiten also wie **blinde, taube Benutzer** wahr. Für die erfolgreiche Indexierung sind die Zugänglichkeitsrichtlinien ein wichtiges Kriterium.

3.1.3 Suchmaschinen und Optimierung

Wie vom britischen Internet Serviceunternehmen Netcraft in der Studie [23] veröffentlicht, hat die Anzahl der **Webseiten** im **November 2006** die **100 Millionen** Grenze **überschritten**. Die Zahl stieg von 97,9 Millionen im Oktober um 3,5 Millionen auf eine Gesamtzahl von 101.435.253. Das Internet hat damit seine Größe seit Mai 2004 verdoppelt. Bis zum Zeitpunkt der Veröffentlichung kamen allein im Jahr 2006 27,4 Millionen Webseiten hinzu, im Jahre 2005 waren es „nur“ 17 Millionen.

J. Nielsen griff das Thema in seiner Alertbox [24] auf und erstellte die untenstehende Abbildung. Das Diagramm zeigt die Anzahl der Webseiten von 1991 bis 2006 auf einer logarithmischen Skala. Nielsen nennt für den Zeitraum von **2002 bis 2006** eine **Jahreszuwachsrate** von **25%**. Bei gleich bleibendem Wachstum würde also im Jahre 2010 die 200 Millionen Grenze erreicht werden.

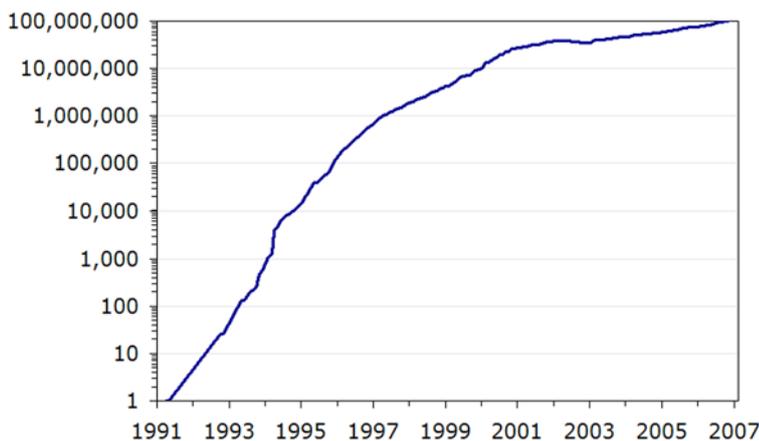


Abbildung 2 – Anzahl der Webseiten seit der Gründung des Internets (aus [24]).

Bei dem Informationsangebot verwundern die, vom namhaften Internet-Marktforscher comScore Networks erhobenen und im Jänner 2007 in [25] veröffentlichten Daten zur Suchmaschinennutzung kaum. Im **Dezember 2006** wurden am US-Markt insgesamt **6,7 Milliarden Suchaufrufe im WWW** getätigt. Damit stieg die Zahl um 1% gegenüber dem November, und um 30% gegenüber dem Vorjahr. Die folgende Tabelle zeigt die Aufteilung der Suchanfragen der U.S. Internetnutzer in den Monaten November und Dezember 2006

nach Suchmaschinen aufgeteilt (zu Microsoft gehören etwa MSN und Live Search, Time Warner betreibt z.B. AOL).

	Nov-06	Dez-06	% Veränderung
<i>Grundgesamtheit der Internet-Nutzer</i>	100%	100%	N/A
Google Seiten	46,9	47,3	+ 0,4
Yahoo! Seiten	28,2	28,5	+ 0,3
Microsoft Seiten	11,0	10,5	- 0,5
Ask Netzwerk	5,5	5,4	- 0,1
Time Warner Netzwerk	5,1	4,9	- 0,2
andere	3,3	3,4	+0,1

Tabelle 1 – Suchanfragen der U.S. Internetnutzer (zu Hause, Arbeit, Universität) nach Suchmaschinen, November-Dezember 2006 (aus [25]).

In Benutzerzahlen bedeuten die Werte der obigen Tabelle, dass im Dezember 3.2 Milliarden Suchanfragen auf Google getätigt wurden, gefolgt von Yahoo! mit 1.9 Milliarden Anfragen.

S.M. Beitzel hat in seiner im Mai 2006 veröffentlichten Arbeit [26] Suchanfragen des US-Marktes nach Themenkategorien untersucht und kam zu dem in Abbildung 3 abgebildeten Ergebnis. Wie man sieht, erstrecken sich die Suchanfragen auf alle wichtigen Lebensbereiche.

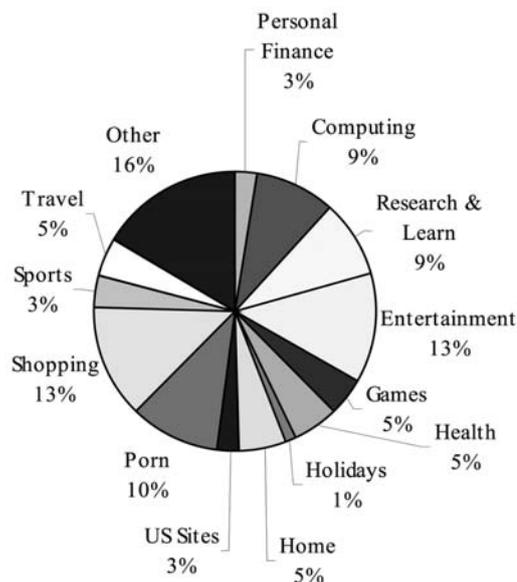


Abbildung 3 – Aufgliederung von Suchanfragen am U.S. Markt nach Themenkategorien (aus [26]).

Wie aus den angeführten Daten ersichtlich ist, ist die Bedeutung von Suchmaschinen für die Informationsgewinnung in den **unterschiedlichsten Bereichen** enorm und steigt stetig. Sie sind aus dem Internet nicht wegzudenken.

Grundsätzlich werden Suchmaschinen danach eingeteilt, welche Datenformate sie durchsuchen und wie die Ergebnisse generiert werden. Unterschiedliche Realisierungsformen der Informationsgenerierung ergeben die im Folgenden diskutierten Arten von Suchmaschinen.

- **Indexbasierte Suchmaschinen**

Bei dieser Form der Suchmaschinen werden Daten eingelesen und bewertet und ein Schlagwortindex angelegt, der für Suchanfragen herangezogen wird.

Indexbasierte Suchmaschinen können in die folgenden zwei Gruppen eingeteilt werden:

- **Crawler Suchmaschinen**
Ein **Web Crawler** (auch „Spider“ oder „Robot“) ist eine Software, die das Internet autonom durchsucht und Webseiten einliest [27]. Bei Crawler Suchmaschinen lesen Web Crawler Webseiten ein und die Inhalte werden unter Einsatz von Information Retrieval Systemen indexiert. Der Einsatz von Web Crawlern ermöglicht große Informationsgewinnung in kurzer Zeit. Die automatisierte Bewertung kann jedoch zu ungenauen Suchergebnissen und zu Missbrauch von Seiten der Seitenanbieter führen. Bekannte Beispiele für Crawler Suchmaschinen sind etwa Google und MSN.
- **Webkataloge**
Bei Webkatalogen (auch „Verzeichnisdienste“ genannt) wird jede Webseite, auf Anmeldung oder automatisch, von Menschen bewertet und nach Themen sortiert indexiert. Die individuelle Bewertung der Webseiten führt einerseits zu genaueren und qualitativ hochwertigeren Suchergebnissen, andererseits zu kleineren Datenbeständen. Ein bekanntes Beispiel für einen Webkatalog ist das Open Directory Project (ODP).

Crawler Suchmaschinen und Webkataloge arbeiten oft in engem Austausch, um Suchergebnisse zu optimieren. Ein bekanntes Beispiel sind Google und ODP.

- **Metasuchmaschinen**
Metasuchmaschinen kombinieren Ergebnisse indexbasierter Suchmaschinen. Durch die große Anzahl der Suchergebnisse ergibt sich eine hohe Vielfalt. Die Relevanz der Inhalte kann allerdings fraglich sein.
- **Hybridformen der beiden oben genannten**

Im Folgenden werden indexbasierte Crawler Suchmaschinen auf HTML-Textdokumenten als Suchmaschinen bezeichnet.

Da Suchmaschinen das WWW automatisiert durchsuchen und Text auswerten, ist die Umsetzung von Zugänglichkeitskriterien für die erfolgreiche Indexierung von Webseiten von grundlegender Bedeutung. Kriterien der Gebrauchstauglichkeit spielen hier keine Rolle.

Web Crawler durchforsten das Internet, indem HTML-Inhalte eingelesen und eingebettete Links verfolgt werden. Zunächst muss eine Webseite also von einem Web Crawler gefunden werden. Prinzipiell ist es bei den meisten Suchmaschinen möglich, eine Internetadresse anzumelden, in der Praxis werden nicht verlinkte Webseiten jedoch meist nicht durchsucht (wie etwa von Yahoo! in [31, Der Yahoo! Web-Crawler] angegeben). Der erste Schritt für die Aufnahme in Suchmaschinen ist also die **Verlinkung** von einer bereits gelisteten Seite.

Aus der Linkverfolgung folgen die nächsten **Hürden** für die Lesbarkeit einer Seite durch Suchmaschinen, die etwa von Google in [29] angeführt werden:

- **Automatische Weiterleitungen und Verlinkung mittels aktiver Elemente**
Scripts und Inhalte anderer aktiver Elemente wie Java oder Flash werden nicht gelesen und ausgeführt. Das führt dazu, dass enthaltene Links nicht weiter verfolgt werden.
- **Formulare**
Formularfelder können von Web Crawlern nicht ausgefüllt werden – Informationen, die das Resultat entsprechender Anfragen sind, sind für diese unzugänglich.

- **Dynamische Links**

Dynamische Links, d.h. Links zu so genannten dynamischen Seiten, die zur Laufzeit aus unterschiedlichen Daten erzeugt werden, werden von Suchmaschinen als problematisch eingestuft und oft gar nicht, oder nur in geringer Anzahl erfasst oder schlechter bewertet als statische, also fix codierte, Webseiten. Dies liegt daran, dass sich der Inhalt dynamischer Seiten, der häufig von Datenbanken gespeist wird, sehr schnell und oft ändern kann, wodurch eine sinnvolle Indexierung erschwert wird. Generell wird empfohlen, beim Einsatz dynamischer Seiten möglichst wenige und kurze Parameter zu verwenden.

- **Cookies**

Cookies sind Informationen, die ein Webserver bei einem Clientprogramm ablegt. Sie werden von Suchmaschinen nicht unterstützt. Von Cookies abhängige Seiten können eventuell nicht oder nicht vollständig erfasst werden.

- **Tiefe Verzeichnisstruktur**

Da Web Crawler kein Navigationssystem benutzen, können sie sich bei tiefer Verzeichnisstruktur leicht „verlaufen“ und so nicht alle Seiten erfassen. Abgesehen davon ist bei vielen Suchmaschinen die zu durchsuchende Verzeichnistiefe limitiert.

Ist eine Seite für die Suchmaschine erreichbar, erfolgt die Analyse und Bewertung des Inhaltes. Besonders wichtig hierbei sind selbstverständlich der **korrekte Markup-Einsatz** und die Bereitstellung von **Textalternativen** zu audiovisuellen und aktiven Inhalten, deren Inhalte sonst für Suchmaschinen unzugänglich sind.

Bei der Bewertung (dem so genannten „**Ranking**“) kommen unterschiedliche Algorithmen zum Einsatz. Diese Algorithmen sind bei den meisten Suchmaschinen im Wesentlichen durch zwei Faktoren gekennzeichnet, die im Folgenden besprochen werden:

- **On-Page-Faktoren**

On-Page-Faktoren umfassen alle, vom Webseitenbetreiber direkt beeinflussbaren Aspekte wie die Internet-Adresse, den definitionskonformen Markup-Einsatz und den Inhalt der Seite. Die wichtigsten On-Page-Faktoren sind:

- **Keyword-Dichte**

Ein Keyword ist ein Schlüsselwort einer Webseite. Mit Keyword-Dichte wird die Häufigkeit der Vorkommen von Schlüsselworten bezeichnet. Im Allgemeinen weist eine hohe Keyword-Dichte auf eine besondere Affinität der Seite zum entsprechenden Thema hin. Eine zu hohe Keyword-Dichte kann sich jedoch auch negativ auswirken: das Magazin c't berichtet etwa in [33], dass bei ihrem Suchmaschinenoptimierungswettbewerb „*keine Website in den Top Ten bei Yahoo ... eine Schlagwortdichte von mehr als 4,8 Prozent*“ hat.

- **Keyword-Prominenz**

Die Keyword-Prominenz setzt sich aus der Gewichtung und Position der Schlüsselworte zusammen. Die Gewichtung bezieht sich auf den eingesetzten Markup – besonderer Wert wird im Allgemeinen auf Titel, Überschriften und fett gedruckten Text gelegt. Eine frühe Position eines Keywords innerhalb einer Seite wird als starker Indikator für eine Assoziation des Inhaltes mit dem Keyword angesehen. Eine besondere Rolle spielt hier auch oft die Internet-Adresse einer Seite. Die zugrunde liegende Idee basiert auf dem Standardaufbau von Seiten im Web – am Anfang stehen Titel, Überschriften und Zusammenfassungen.

- **Interne und externe Verlinkungen**
Interne Verlinkungen können ähnlich der Linkpopularität (s.u.) bewertet werden und sind ein Indiz für die Qualität der implementierten Navigationsstrukturen. Für die Bewertung von Links zu anderen Webseiten spielen Kriterien wie die Qualität der zitierten Seite und die Gesamtanzahl der Links eine Rolle. Von Google wird etwa in [29] empfohlen, weniger als 100 Links auf einer Seite zu platzieren. Tote Links, d.h. Links, die nirgendwohin führen, haben selbstverständlich eine negative Auswirkung auf die Bewertung.
- **Off-Page-Faktoren**
Off-Page-Faktoren umfassen alle Aspekte, die nicht direkt beeinflussbar sind. Der wichtigste Off-Page-Faktor ist die so genannte
 - **Linkpopularität**
Sie bezeichnet die Anzahl der eingehenden Links (sog. „Backlinks“), also der Links von anderen Webseiten, unter eventueller Miteinbeziehung der Linktexte. Die Idee hinter der Bewertung der Linkpopularität ist laut [32], dass Verlinkungen Empfehlungen darstellen – Seiten, auf die viel verlinkt wird, haben einen höheren Stellenwert als solche, auf die nicht oder nur wenig verlinkt wird. Für die Gewichtung der Links gelten unter anderem Faktoren wie die Bewertung und die Autorität (d.h. das Thema) der verlinkenden Seite, der verlinkte Text und die Anzahl der Links auf der verlinkenden Seite, aber auch Kriterien wie die Verteilung und das Wachstum der eingehenden Links.

Für die **Optimierung** der On-Page-Faktoren wird grundsätzlich empfohlen, einen reinen **Textbrowser**, wie z.B. Lynx, zur Kontrolle zu verwenden, da die meisten Web Crawler Seiten ähnlich analysieren [29].

Durch den hohen Marktanteil ist in der Realität eine Optimierung von Seiten für **Google** besonders interessant. Google selbst bietet hierfür die **Richtlinien** [29], den „**Webmaster Central Blog**“ [34] mit aktuellen Informationen und die so genannten „**Webmaster-Tools**“ [35] an, die es ermöglichen, mit der Suchmaschine zu kommunizieren, um Crawling- und Inizierungsinformationen zu erhalten und Sitemaps einzureichen.

Aber nicht immer will man eine Indexierung aller Seiten in Suchmaschinen. Hierfür gibt es einerseits den **Meta-Tag** „**robots**“ der etwa den Wert „noindex, nofollow“ annehmen kann und in den Seiten direkt angeführt wird. Andererseits wurde bereits 1994 das so genannte **Robots Exclusion Standard Protokoll** entwickelt. Nach diesem Protokoll wird eine Datei namens robots.txt im Stammverzeichnis der Webseite platziert, in der festgelegt wird, welche Web Crawler welche Seiten und Verzeichnisse nicht indizieren sollen. Zu beachten ist, dass beide Möglichkeiten der Ausschließung nur hinweisenden Charakter haben und keine Garantie für die Nichtindexierung der Seiten darstellen [28].

3.2 Glaubwürdigkeit und „Joy of Use“

In diesem Kapitel werden zwei weitere wichtige Faktoren für den Erfolg der meisten Webseiten besprochen, deren Berücksichtigung, so wie die universelle Gebrauchtbarkeit und die Indexierbarkeit für Suchmaschinen, in alle Ebenen des Entwicklungsprozesses einer Webseite einfließt: die Glaubwürdigkeit und der so genannte „Joy of Use“.

3.2.1 Glaubwürdigkeit

Wie von T. Wirth in [37, S. 3] angeführt, schenken Menschen generell Texten, die sie am **Bildschirm** lesen, **weniger Glauben** als in Printformaten. Außerdem muss man sich auch bewusst sein, dass praktisch jeder im Internet publizieren kann. Daraus resultiert eine Menge an unglaubwürdigen Webseiten, die zu einer **Skepsis** der Benutzer bezüglich im Web dargebotener Informationen und Dienstleistungen führen. Neben der Gebrauchstauglichkeit ist deshalb die **Glaubwürdigkeit** einer Webseite und ihrer Inhalte ein **wichtiger Faktor**, um dem Benutzer das Erlangen von Information überhaupt zu ermöglichen (dies wird etwa in [36, S. 722] angemerkt).

Foggs bereits 2001 erschienene Studie [39] am Persuasive Technology Lab der Stanford University nennt sieben Schlüsselkomponenten, welche die **Empfindung von Glaubwürdigkeit** ausmachen. Der Einfluss dieser Faktoren auf die Beurteilung der Glaubwürdigkeit sind in Abbildung 4 dargestellt.

Als **positive Komponenten** werden in der Studie folgende Faktoren genannt:

- **„Real World Feel“**
Dies steht für Faktoren wie die Angabe von Kontaktinformationen und schnelle Antwortzeiten auf Serviceanfragen, die dem Benutzer das Gefühl vermitteln, mit Menschen zu tun zu haben.
- **Einfache Handhabung**
Die einfache Handhabung umfasst Faktoren wie sinnvolle Organisation der Inhalte, professionell wirkendes Design, kurze Ladezeiten, einfache Navigation und Suche über vergangene Inhalte.
- **Expertise**
Mit Expertise werden die Qualifikation und das Wissen der Quelle bewertet. Sie wird durch Bedingungen wie Sachkundigkeit, Erfahrung und Kompetenz ausgedrückt. Organisationen, die auch außerhalb des Internet respektiert sind, werden als besonders kompetent eingeschätzt. Zu diesem Punkt zählen auch Faktoren wie Zitate, Referenzen, Kompetenznachweise, Bewertungen und Besprechungen der Artikel.
- **Vertrauenswürdigkeit**
Die Vertrauenswürdigkeit ist ein Kriterium, das die Moral der Quelle beurteilt. Etwas wird als vertrauenswürdig wahrgenommen, wenn es als wahrheitsgetreu, unvoreingenommen und gut gemeint empfunden wird. Die Faktoren hierfür sind etwa die Empfehlung oder Verlinkung von einer als vertrauenswürdig eingeschätzten Quelle, Angabe von Inhaltsrichtlinien, Verlinkungen zu externen Ressourcen und Mitbewerbern, oder dass die Webseite eine gemeinnützige Organisation repräsentiert.
- **Personalisierung**
Die Personalisierung einer Webseite umfasst das Verschicken von Bestätigungsemails nach Transaktionen, maßgeschneiderte Präsentation von Inhalten anhand von angegebenen Vorlieben und die Wiedererkennung bei wiederholtem Besuch.

Negative Komponenten sind:

- **Kommerzielle Verwicklungen**
Kommerzielle Verwicklungen wirken sich schlecht auf die Glaubwürdigkeit aus. Als besonders negativ wird empfunden, wenn die Unterscheidung zwischen Werbung und Inhalt schwer fällt oder ein Seite Popups mit Werbungen öffnet. Zu diesem Punkt gehören auch weniger schwerwiegende negative Faktoren wie die kommerzielle Absicht der Seite und eine erforderliche bezahlte Mitgliedschaft um Zugang zu erhalten.

Diese Komponente enthält allerdings auch positive Faktoren wie Bewerbung der Webseite durch Radio oder Plakate und themenbezogene Werbung.

▪ **Stümperhaftigkeit**

Die Stümperhaftigkeit wirkt sich besonders negativ auf die Glaubwürdigkeit aus. Als besonders ausschlaggebende Faktoren gelten hier mangelnde Aktualität, Verlinkungen mit nicht vertrauenswürdigen Seiten oder Links, die nicht funktionieren, typographische Fehler, oder wenn die Seite oftmals nicht verfügbar ist. Weiters wirkt sich negativ aus, wenn der Domainname nicht dem Organisationsnamen entspricht oder die Webseite gar keine eigene Domain hat. Faktoren, die der Stümperhaftigkeit entgegenwirken sind etwa Aktualisierungen seit dem letzten Besuch und Mehrsprachigkeit.

Selbstverständlich wirken sich individuelle **Unterschiede** wie Geschlecht, Einkommen, Kultur, Ausbildung und Alter und Unterschiede beim Thema der Webseite und den Annahmen, Zielen und Erfahrungen der Benutzer sowie der Nutzungskontext auf die **Beurteilung** der einzelnen Faktoren aus. Darauf soll hier allerdings nicht näher eingegangen werden.

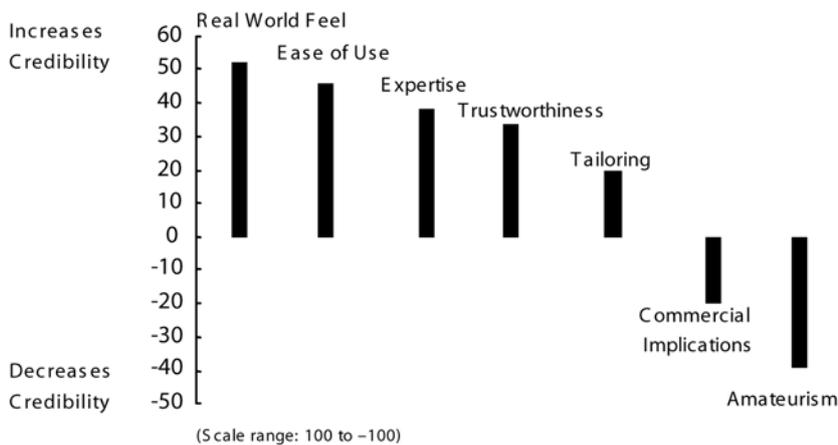


Abbildung 4 – Sieben Schlüsselkomponenten und ihr Effekt auf die Beurteilung der Glaubwürdigkeit (aus [39]).

Anhand dieser und weiterer Studien, wurden von der Stanford University zehn **Richtlinien** für die Glaubwürdigkeit von Webseiten erarbeitet [40]:

1. Machen Sie es Benutzern einfach, die **Inhalte** zu **verifizieren**.
2. Zeigen Sie, dass eine **echte Organisation** hinter der Webseite steht.
3. Heben Sie die **Expertise** Ihrer Organisation, des Inhaltes und der Dienstleistungen hervor.
4. Zeigen Sie, dass aufrichtige und **vertrauenswürdige Personen** hinter der Webseite stehen.
5. Machen Sie es einfach, Sie zu **kontaktieren**.
6. Designen Sie Ihre Webseite so, dass sie **professionell** (oder dem Ziel angemessen) wirkt.
7. Achten Sie auf einfache **Handhabung** Ihrer Webseite und schauen Sie, dass sie nützlich ist.
8. Aktualisieren Sie die **Inhalte** oft (oder zeigen Sie, dass sie kürzlich überprüft wurden)
9. Üben Sie Zurückhaltung bei **Werbeinhalten**.
10. Vermeiden Sie **Fehler** jeder Art, unabhängig davon, wie klein sie scheinen.

3.2.2 Flow und „Joy of Use“

„Twenty-three hundred years ago Aristotle concluded that, more than anything else, men and women seek happiness.“ (M. Csikszentmihalyi, [43, S. 1])

„**Joy of Use**“ bezeichnet die Erfahrung von Glück und Zufriedenheit bei der Interaktion mit einem System und ist ein relativ neues Qualitätskonzept auf dem Gebiet der **Mensch-Maschine-Interaktion**. Ein Kennzeichen für „Joy of Use“ ist nach [41] das Eintreten eines so genannten Flow-Erlebnisses.

Der Begriff des **Flow-Erlebens** wurde erstmals in den 70er Jahren von M. Csikszentmihalyi, damals Professor der Psychologie an der Universität von Chicago, eingeführt, der in seinen Verhaltensstudien den **Zusammenhang** zwischen täglichen **Handlungen** und dem Zustand der **Zufriedenheit und des Glücks** erforschte. Er führt in [43, S. 49 ff.] die folgenden **sieben Faktoren** an, die das Flow-Erleben charakterisieren.

- Die Aufgabe ist eine **Herausforderung**, die Fähigkeiten erfordert und erfüllbar ist.
- Die **Aufmerksamkeit** ist komplett auf die Aufgabe gerichtet, der **Handlungsablauf** erscheint glatt und mühelos.
- Die Handlung hat klare **Ziele** und unmittelbare **Rückmeldungen**.
- Die **Konzentration** ist derart, dass alle anderen Probleme vergessen werden.
- Der Handelnde hat das Gefühl der **Kontrolle** über die Handlung und deren Folgen.
- Während der Handlung kommt es zu einem **Verlust der Reflexivität** und der Selbstbewusstheit.
- Das **Zeiterleben** verändert sich.

Das Flow-Erleben wird also durch einen glatten, automatisierten, interpretationsfreien und kontrollierten Verlauf und völlige Absorbiertheit von der Tätigkeit gekennzeichnet. Es bezeichnet die Erfahrung, in einer anspruchsvollen Tätigkeit, in der sich Herausforderungen und Fertigkeiten die Waage halten, vollkommen aufzugehen. Flow ist ein Zustand vollkommenen Engagements, der derart erfüllend und bereichernd ist, dass er wiederholt werden will.

F. Rheinberg definiert auf diesen Faktoren aufbauend zehn **charakteristische Sätze**, die zur **Bemessung** des Flows dienen sollen. Er formuliert sie in [44, S. 11] folgendermaßen:

1. Ich fühle mich **optimal beansprucht**.
2. Meine Gedanken bzw. **Aktivitäten** laufen **flüssig** und glatt.
3. Ich merke gar nicht, wie die **Zeit vergeht**.
4. Ich habe keine Mühe, mich zu **konzentrieren**.
5. Mein **Kopf** ist völlig **klar**.
6. Ich bin ganz **vertieft** in das, was ich gerade mache.
7. Die **richtigen Gedanken/Bewegungen** kommen wie von selbst.
8. Ich **weiß** bei jedem Schritt, was ich zu tun habe.
9. Ich habe das Gefühl, den Ablauf unter **Kontrolle** zu haben.
10. Ich bin völlig **selbstvergessen**.

Er zeigt in seiner Arbeit [44], dass **Flow-Erleben** in leistungsthematischen Anforderungssituationen „*umso **ausgeprägter** auftritt, je **erfolgszuversichtlicher** jemand*“ ([a.a.O., S. 17]) ist. Außerdem konnte er in Studien zum Zusammenhang zwischen Flow, Lernen und Leistung zeigen, dass Flow-Werte in experimentell kontrollierten Leistungssituationen so lange linear zu den Anforderungen **ansteigen, bis** die Aufgabe als **zu schwierig** empfunden wird. Besonders bemerkenswert ist, dass Flow-Erleben zu **besseren Leistungen** führte und umgekehrt (siehe [45]).

Ein wichtiges Kriterium für die Entstehung von Flow ist, dass **Herausforderung und Fähigkeiten im Einklang** sind. Wie T. Wirth in [46] anmerkt, besteht bei zu schwierigen Aufgaben die Gefahr von Fehlern und Misserfolg, was zu **Angst** oder Ärger führt. Ist eine Aufgabe zu einfach, lassen Interesse und Konzentration nach und **Langeweile** entsteht. Dieser Zusammenhang wird in der untenstehenden Tabelle ausgedrückt. Generell gilt: je anspruchsvoller die Aufgabe, desto intensiver der Flow, solange die Anforderungen als erfüllbar empfunden werden.

	Fähigkeit gering	Fähigkeit hoch
Anforderungen hoch	Angst	Flow
Anforderungen gering	--	Langeweile

Tabelle 2 – Zusammenhang zwischen Anforderungen und Fähigkeit (aus [46]).

I.E. Reeps und A. Ross haben in ihrer Arbeit [42] unterschiedliche Ansätze für die Definition des „Joy of Use“ verglichen und folgende gemeinsame **Aspekte** für Systeme herausgefiltert, die diesen Effekt beim Benutzer erzeugen ([a.a.O. S. 126]):

- **Individualisierbarkeit**
- angemessene **Herausforderungen**
- **Neugier** erwecken
- den Benutzer **überraschen**
- persönliche **Erfahrungen** und **Erlebnisse** für den Benutzer
- **Kontrolle** über die Situation
- **Gebrauchstauglichkeit** als Basis für „Joy of Use“

Die Gebrauchstauglichkeit wird hier als Grundlage und Voraussetzung für die Entstehung des „Joy of Use“ genannt. Gleichzeitig wird in der Arbeit jedoch untenstehende Abbildung zur Beziehung von „Joy of Use“ zur Gebrauchstauglichkeit und zum grafischen Design angeführt, in der sich die drei Bereiche nur überschneiden.

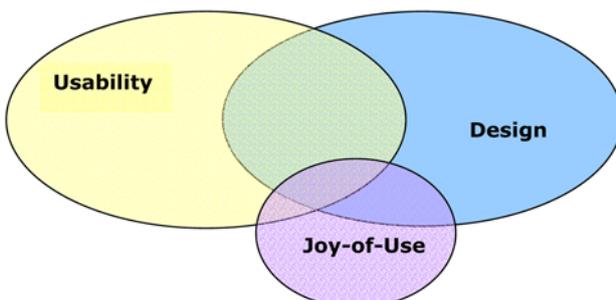


Abbildung 5 - Beziehung von „Joy of Use“ zur Gebrauchstauglichkeit und zum grafischen Design (aus [42]).

Abbildung 5 entspricht den in [41] angeführten Ergebnissen, wo angemerkt wird, dass die Benutzung eines Produktes auch Spaß machen kann, wenn es nicht gebrauchstauglich ist. Die Gebrauchstauglichkeit wird jedoch auch hier als Grundlage für ein Optimum an Spaß angesehen. Hier ist auch zu bemerken, dass „Joy of Use“ kontextabhängig ist – was in einer Situation Spaß machen kann (etwa die Interaktion mit einem System mit unbekannter Bedienung), kann in anderen Situationen zu Frust führen (etwa die Bedienung des gleichen Systems unter Zeitdruck).

Auch wenn die Gebrauchstauglichkeit kein notwendiges Kriterium für die Erfahrung des „Joy of Use“ ist, so ist doch eine Webseite, die diese Erfahrung beim Benutzer erzeugt und so zu seiner Zufriedenheit führt, im höchsten Ausmaß **effizient** und **effektiv** und somit laut Definition der DIN EN ISO 9241-11 im höchsten Ausmaß gebrauchstauglich.

3.3 Von der Idee zum Produkt

„Man sollte alles so einfach wie möglich machen, aber nicht einfacher.“ (Albert Einstein, zit. nach [48])

Am Anfang jeglichen Webseiten-Entwicklungsprozesses steht natürlich die Definition der **Ziele**. Was soll präsentiert werden? Was ist das Ziel der Seite? Wer sind die Benutzer, welche modernen Technologien stehen ihnen zur Verfügung und was erwarten sie sich von der Webseite?

Auf diesen grundlegenden Spezifikationen basieren alle Überlegungen des Designprozesses, bei denen grundsätzlich immer die Bedürfnisse des Zielpublikums im Mittelpunkt stehen, und alle Elemente aus der Perspektive des Benutzers betrachtet werden sollten. Die Entwicklung FÜR und MIT dem Benutzer wird als „**User Centered Design**“ bezeichnet.

Die Bedürfnisse der Benutzer sind sicherlich sehr **von der Anwendung abhängig**. Andererseits kann man generell annehmen, dass sie ein sehr konkretes Ziel (wie z.B. Informationen finden, einkaufen oder sich amüsieren) verfolgen und innerhalb kürzester Zeit verstehen wollen, wo sie sind und was sie erwartet. Auch wenn der Kreativität keine Grenzen gesetzt sind und auch nicht gesetzt werden sollen, sollten sich gute Designer also während des gesamten Prozesses an das Prinzip **KISS** (KeeP It Simple and Stupid) halten und sich im Allgemeinen an erprobten und bekannten Standards orientieren, um dem Benutzer eine schnelle Interaktion mit der Webseite und den problemlosen Erhalt von Information zu erleichtern. Designs sollten also effektiv und einfach zu pflegen sein und eine solide Struktur aufweisen [49, Kap. „Design simply“].

In diesem Kapitel wird ein Überblick über die vier Ebenen

- Gestaltung des Seitenaufbaus,
- Gestaltung der Inhalte,
- Gestaltung des visuellen Auftritts und
- technische Realisierung

des Erstellungsprozesses einer Webseite unter Berücksichtigung der universellen Gebrauchstauglichkeit, der Glaubwürdigkeit und des „Joy of Use“ gegeben.

Hierbei bilden die im Folgenden angeführten notwendigen Eigenschaften von dargestellten Informationen, die Grundlage für die Umsetzung der in der DIN EN ISO 9241-10 angeführten Grundsätze (DIN EN ISO 9241-12, nach [42, S. 33]):

1. **Klarheit:** Der Informationsgehalt wird schnell und genau vermittelt.
2. **Unterscheidbarkeit:** Die angezeigte Information kann genau unterschieden werden.
3. **Kompaktheit:** Den Benutzern wird nur jene Information gegeben, die für das Erledigen der Aufgabe notwendig ist.
4. **Konsistenz:** Gleiche Information wird innerhalb der Anwendung entsprechend den Erwartungen des Benutzers stets auf gleiche Art dargestellt.
5. **Erkennbarkeit:** Die Aufmerksamkeit des Benutzers wird zur benötigten Information gelenkt.
6. **Lesbarkeit:** Die Information ist leicht zu lesen.
7. **Verständlichkeit:** Die Bedeutung ist leicht verständlich, eindeutig, interpretierbar und erkennbar.

3.3.1 Gestaltung des Seitenaufbaus

„The implication is that with the Web you can dispense with one of the most challenging aspects of presenting information - putting it into a logical order and creating an interesting and understandable resource for readers.“ ([50, Kap. „Site structure“])

Die Gestaltung des Seitenaufbaus (engl. „Site Design“) betrifft die generelle **Organisation**, also die Struktur eines interaktiven Systems. Obwohl der graphische Aufbau das Erste ist, was ein Benutzer wahrnimmt, hat die Organisation der Seite die größte Bedeutung für die Erfahrung des Benutzers. Ohne eine solide, logisch organisierte Basis wird keine noch so klar und treffend formulierte oder schön gestaltete Webseite die Ansprüche der Benutzer befriedigen.

In [51, S. 83 ff.] werden die folgenden sechs **Schritte** für die Gestaltung des **Seitenaufbaus** eines **interaktiven Systems** genannt:

1. **Definition der Rahmenbedingungen und der Interaktionsmethoden**
Rahmenbedingungen betreffen das Objekt, das gestaltet werden soll. Ist es eine Webseite, die auf einem Monitor betrachtet wird, oder etwa ein Kiosksystem? Welche Einschränkungen und Möglichkeiten ergeben sich dadurch? Interaktionsmethoden können etwa die Nutzung einer Maus, einer Tastatur, eines Touchscreens oder der Stimme sein.
2. **Definition der Ansichten**
Dies sind Überlegungen zu den Hauptseiten und den Hauptzuständen des Systems. Kann der Benutzer etwa unterschiedliche Aufgaben erfüllen, ist es sinnvoll, für jedes Ziel eine Ansicht zu definieren. Gibt es hingegen verwandte Bedürfnisse, können diese in einer Ansicht zusammengefasst werden, sofern die Rahmenbedingungen es zulassen.
3. **Definition von Funktions- und Datenelementen**
Hier werden die Funktionen und Daten festgelegt, die dem Benutzer für die Erfüllung der Aufgabe zur Verfügung stehen.
4. **Festlegung funktionaler Gruppen und Hierarchien – Organisation der Information**
Hier wird bestimmt, welche Elemente unter Bezugsname auf die Gedankenmodelle der

Benutzer zusammen gehören und wie die Elemente untereinander gruppiert und in Bezug auf die Rahmenbedingungen positioniert werden um den Flow zu optimieren. Hier werden auch die Sequenzen definiert, in der verwandte Elemente benutzt werden und herausgearbeitet, welche Elemente welche anderen Elemente beinhalten.

5. **Skizzierung des Grundgerüsts**

Hier wird der Seitenaufbau anhand der vorhergehenden Definitionen mit Rechtecken, Namen und einfachen Beschreibungen der Beziehungen der Elemente untereinander grob skizziert.

6. **Konstruktion der Schlüsselszenarien**

Hier wird das Grundgerüst verfeinert. Die Schlüsselszenarien beschreiben das Verhalten der Hauptinteraktionen und die möglichen Wege detailliert.

S. Berkun führt in [47] folgende **Fragestellungen** für die Entwicklung des **Seitenaufbaus** an, um eine reibungslose Interaktion des Benutzers mit dem System zu ermöglichen:

- Welche **Bedürfnisse** und Wünsche haben die Benutzer, wenn sie auf die Seite kommen?
- Wie werden diese Wünsche **erfüllt**?
- Welche **Annahmen** kann man über die Benutzer und ihre Fertigkeiten treffen?
- Welches sind die fünf oder zehn **wichtigsten Aufgaben** oder Tätigkeiten auf der Webseite?
- Sind diese fünf oder zehn Aktivitäten am klarsten und einfachsten **zugänglich**?
- Wie können Benutzer zwischen verwandten Bereichen der Webseite **navigieren**?

Befindet sich der Benutzer auf der für ihn relevanten Seite, spielen folgende **Fragestellungen** für den reibungslosen **Ablauf** einer **Tätigkeit** eine große Rolle:

- Wo **beginnt** die Aufgabe?
- Wie **bewegen** sich die Benutzer von einem Schritt zum nächsten?
- Was passiert im **Fehlerfall**?
- Wie wissen Benutzer, dass ein Vorgang **abgeschlossen** ist?
- Mit welchen **gebräuchlichen Fehlern** der Nutzer muss man rechnen und wie werden diese verhindert oder gehandhabt?
- Wie **unterstützt** die **Struktur** der Webseite die Beantwortung obiger Fragen?

Beim **Seitenaufbau** einer **Webseite** können drei grundsätzliche Objekte identifiziert werden:

- die **Inhalte**,
- **zusätzliche** Hilfsfunktionen und **Seiten** wie Such- und Fehlerseiten, Frage-Antwort-Seiten oder ähnliches und
- das **Navigationssystem**.

Im Folgenden wird näher auf diese Objekte und ihre Umsetzung eingegangen. Informationen zum Aufbau der Seiten und zum URL-Design runden dieses Kapitel ab.

Informationsarchitektur

Die Grundlage der erfolgreichen Strukturierung einer Webseite bildet die Aufteilung, Gewichtung, Organisation und Verlinkung der **Inhalte**. Hierbei müssen nicht nur der Inhalt, sondern auch das **Ziel** der Webseite und das zu erwartende Verhalten und die kognitiven Möglichkeiten der **Benutzer** berücksichtigt werden.

Informationen sollten in übersichtliche, logische Einheiten aufgeteilt werden, da folgende **Gesichtspunkte** gelten:

- Die **Gedächtnisspanne** eines durchschnittlichen Menschen hat einen Umfang von nur ca. sieben Einheiten [48].
- Da das **Angebot** im Internet so **groß** ist und diese nur einen Mausklick entfernt sind, steht jede Webseite im Wettstreit mit vielen anderen Webseiten. Der durchschnittliche Benutzer ist nicht bereit, Zeit für das Lesen einer Seite zu investieren in der Hoffnung, dass der Inhalt gut ist [53].
- Die wenigsten Benutzer lesen **lange Texte** von Bildschirmen. Diese werden eher abgespeichert und ausgedruckt.
- Übersichtliche Informationseinheiten sind besser für das Lesen von Bildschirmen geeignet. **Lange Webseiten desorientieren** den Benutzer durch weite Scrollwege.
- Diskrete Informationseinheiten können schlüssig mit **Links** assoziiert werden.
- Verfolgt ein Benutzer einen Link, sucht er im Allgemeinen nach kurzen, **schlüssigen Informationen** und nicht nach Buchbänden [53].
- Menschen wollen mit Webseiten **interagieren**, da sie diese eher als Applikationen als als Publikationen ansehen. D.h. sie wollen sich innerhalb einer Webseite bewegen und Funktionalitäten nutzen [54].
- Diskrete Informationseinheiten erlauben es, Informationen **gleichartig zu präsentieren**. Benutzer können somit beim Lesen neuer Texte auf ihre **Erfahrungen** mit der Webseite zurückgreifen.

Die **Organisation** der Informationseinheiten erfolgt auf Grund ihrer **Wichtigkeitsabstufung** und der **Wechselbeziehungen** untereinander. Es ist üblich, vom **Allgemeinen** oder **Wichtigsten** auf das **Spezielle** zu verweisen. Das wichtigste Kriterium für den Erfolg der Organisation von Information ist jedoch klarerweise, dass sie logisch und **vorhersehbar** ist und den Erwartungen der Benutzer **entspricht**, sodass diese einfach innerhalb der entstandenen Struktur navigieren können.

Das Ziel ist eine **Struktur** von Menüs und Seiten, die dem Benutzer **logisch und natürlich** erscheint, ihm alle benötigten Funktionen bietet und ihn nicht in die Irre führt, also benutzerfreundlich ist. Bei zu tiefen Hierarchien gehen Informationen leicht verloren. Zu flache Hierarchien führen schnell zu großen Menüs unzusammenhängender Informationen. In beiden Fällen kann der Benutzer schnell den Überblick verlieren, was zu einem für ihn frustrierenden Erlebnis führt. Im Grunde gibt es **drei Möglichkeiten**, Information zu organisieren, die in der Realität **oft** miteinander **vermischt** werden:

- Sequenzielle Strukturen,
- Hierarchien und
- Vernetzung.

Sequenzielle Organisation von Information ist durch ihre lineare, erzählende Struktur am **vorhersehbarsten** und einfachsten zu bedienen, eignet sich jedoch nur für sehr **einfache Inhalte**, wohingegen die **Nichtlinearität** von Vernetzungen zu hoher **Flexibilität** führt, aber durch die **Komplexität** leicht verwirrend wirken kann.

Die gewählte Informationsstruktur ist abhängig von der zu präsentierenden Information und dem Zielpublikum. Die DIN EN ISO 9241-151 formuliert dies folgendermaßen:

„Um Navigationsstrukturen gebrauchstauglich zu machen, sollten Inhalte basierend auf den Aufgaben der Benutzer, deren Informationsbedürfnisse sowie deren mentaler Modelle strukturiert werden.“ ([12, S. 17])

Dennoch lassen sich grobe Übereinstimmungen nach Zielsetzung finden. Die für die Umsetzung des Logik-E-Books wichtigsten **Kategorien** sind:

- **Trainingsanwendungen**
Diese sind meist **linear** aufgebaut und bieten wenige Möglichkeiten abzuschweifen.
- **Unterrichtsanwendungen**
Die von Unterrichtsanwendungen präsentierte Information ist meist anspruchsvoller und tief greifender als bei Trainingsanwendungen. Sie bauen ebenfalls meist auf einer **linearen** Erzählung auf, bieten allerdings **vernetzte Verlinkung** zu interessanten Abschweifungen und weiteren Informationen zu einem Thema. Verlinkungen zu externen Ressourcen sollten eigens gruppiert und vom Haupttext getrennt werden.
- **Selbständiges Vertiefen von Wissen**
Webseiten, die selbständiges Vertiefen von Wissen unterstützen, zeichnen sich meist durch **flexible, nichtlineare Strukturen** aus, da die Benutzer im Generellen über ein Basiswissen verfügen und es schwer vorhersagbar ist, welche Information sie tatsächlich vertiefen wollen. Die Struktur muss einen schnellen Zugang zu den verschiedensten Themengebieten bieten.

Zusätzlich zur Struktur stellt sich die Frage nach der grundsätzlichen **Aufbereitung** der Information. Hier müssen das Benutzerverhalten bezüglich Kontaktzeiten und seine Bedürfnisse nach multimedialen Inhalten und zusätzlicher Funktionalität berücksichtigt werden.

- **Trainingsanwendungen**
Diese werden meist **audiovisuell** unterstützt. Die zu erwartende Kontaktzeit eines Benutzers mit der Webseite beträgt durchschnittlich eine Stunde. Hier sollte dem Benutzer mitgeteilt werden, wie **lange** eine **Sitzung** dauern wird, und an welchem **Punkt des Trainings** er sich gerade befindet. Trainingsanwendungen erfordern oft ein **Login**, um Benutzerdaten wie Testergebnisse zu speichern.
- **Unterrichtsanwendungen**
Diese sind eher **schlicht** gestaltet, da es hier keiner besonderen Fesselung der Benutzer bedarf. Man sollte dem Bedürfnis des Benutzers Inhalte auszudrucken, um sie später von Papier lesen zu können, Rechnung tragen und entsprechende **Printversionen** der Dokumente zur Verfügung stellen.
- **Selbständiges Vertiefen von Wissen**
Kontaktzeiten bei Webseiten, die selbständiges Vertiefen von Wissen unterstützen, sind unvorhersehbar, aber meist kürzer als bei Trainingsanwendungen, da die Benutzer oft unter Zeitdruck stehen. Gute, interne **Suchfunktionen** sind essentiell, die Seiten sind meist dicht gefüllt mit Text, aber auch **audiovisuelle** Inhalte spielen eine wichtige Rolle, um die Benutzer zu fesseln. Auch hier sind **Druckfunktionen** notwendig.

Zusätzliche Seiten und Features

Es gibt einige Features, die sich im Laufe der Zeit eingebürgert haben und zu erhöhter Gebrauchstauglichkeit führen, deren Notwendigkeit natürlich stark von der Komplexität der Webseite abhängig ist:

- **Indexseiten**

„Eine separate Navigationsübersicht wie z. B. eine Darstellung der Seitenstruktur, die die Struktur einer Website überblicksartig darstellt, sollte zur Verfügung gestellt werden, vorausgesetzt diese ist der Aufgabenstellung und dem jeweiligen Typ der Website angemessen.“ ([12, S. 29])

Diese bieten dem Benutzer einen Überblick über den Inhalt und die Struktur der Webseite. Außerdem können sich, wie bereits erwähnt, tiefe Verzeichnisstrukturen negativ auf die Indexierung in Suchmaschinen auswirken, da dies ein Problem für das Auffinden tief gelegener Seiten darstellen kann. Durch die Auflistung der Links zu allen Seiten können Indexseiten hier Abhilfe schaffen.

- **Suche**

„Die Bereitstellung von Suchverfahren ist eine wichtige Methode, um den Zugriff von Benutzern auf relevante Informationen effektiver zu gestalten. Falls bestimmte Suchbegriffe bereits bekannt sind, bevorzugen Benutzer unter Umständen die Suche gegenüber dem Navigieren innerhalb einer Website.“ ([12, S. 30])

Die Möglichkeit der Suche ist für große Seiten – aber auch für kleinere Seiten, die lange Dokumente enthalten – notwendig.

- **Hilfe und FAQs**

„Da die angebotenen Inhalte bzw. Funktionalitäten unter Umständen nicht für alle Benutzer offensichtlich sind, sollten geeignete Hilfen inkl. eindeutig erkennbarer Verknüpfungen, die zu diesen Hilfeseiten führen, zur Verfügung gestellt werden.“ ([12, S. 43])

Eine gute Möglichkeit, Hilfe anzubieten, sind die so genannten FAQs (Frequently Asked Questions). Auf diesen Seiten können häufig gestellte Fragen und Antworten zusammengefasst und präsentiert werden.

- **Druckversionen und -funktionen**

„Wenn ein Dokument entweder zu lang, verteilt auf mehrere Seiten oder in einem Layout erstellt ist, was nicht unbedingt für das (zusammenhängende) Lesen am Bildschirm geeignet ist, sollte eine für den Ausdruck geeignete Version des Dokument zur Verfügung gestellt werden. Der Inhalt sollte in einer Form ausgedruckt werden, die für den Benutzer akzeptabel ist (z. B. in einem erwarteten Seitenlayout, Papierformat, und Ausrichtung).“ ([12, S. 37])

Befinden sich alle auszudruckenden Informationen auf einer Seite, können spezielle Stylesheets für den Druck erstellt werden, sodass der Inhalt kompakt und ohne den Overhead der Webseite ausgedruckt werden kann.

- **Kontakt und Feedback**

„Es sollte eine geeignete Form der Kontaktaufnahme mit dem Inhaber der Website angegeben werden, beispielsweise um weitere Informationen anzufordern oder ein Problem lösen zu können.“ ([12, S. 20])

Da das Internet bidirektional ist, erwarten sich Benutzer, dass sie in Kontakt treten können. Zumindest ein Emaillink sollte gut sichtbar auf der Webseite platziert sein; bei Firmen sollte man eine Seite mit Kontakt- und Anreiseinformationen zur Verfügung stellen.

- **Maßgeschneiderte Fehlerseiten**
„Der Inhalt von Fehlermeldungen, die auf Fehlerseiten angezeigt werden, sollte die Ursache eindeutig angeben, warum der Fehler aufgetreten ist und, falls möglich, die Maßnahmen der Benutzer ergreifen kann, um den Fehler zu beheben.“ ([12, S. 43])
Die Standard Fehlerseiten, die erscheinen, wenn eine Seite nicht verfügbar ist, üben einen besonders negativen Reiz auf Benutzer aus. Maßgeschneiderte Server-Fehlerseiten mit hilfreichen Informationen, Alternativen und Links bieten hier Abhilfe.
- **Über Uns**
„Eine Erklärung zu Unternehmensgrundsätzen sollte auf einer Website jederzeit gut erreichbar sein, falls diese für den Kontext der Anwendung relevant ist.“ ([12, S. 20])
Inhalten, deren Verfasser bekannt sind, wird grundsätzlich mehr Vertrauen geschenkt. Entsprechende Informationen bei den Inhalten oder „Über Uns“-Seiten gelten als benutzerfreundlich.
- **Neuigkeiten**
Enthält eine Webseite öfter neue Informationen sollte es auf der Einstiegsseite eine Rubrik „Neuigkeiten“ geben.
- **Zwischenseiten**
Diese sollten eingeführt werden, um die allgemeine Zugänglichkeit, wie etwa beim Einsatz aktiver Elemente, zu fördern, indem etwa die Größe und der Inhalt der Objekte angekündigt werden und der Download eines Plug-Ins ermöglicht wird.
- **Letzte Aktualisierung anzeigen**
„Das Datum und, falls für die Aufgaben der Benutzer relevant, auch die Uhrzeit der letzten Aktualisierung, sollten auf sämtlichen Webseiten bzw. Inhaltseinheiten verfügbar sein.“ ([12, S. 20])
Dies ermöglicht es dem Benutzer, die Relevanz der Inhalte in Bezug auf seine Ziele festzustellen.

Navigationsstruktur

Aus der Informationsarchitektur und der Einführung zusätzlicher Seiten ergibt sich die Verlinkung der Seiten untereinander. Nun muss der **Einsatz von Navigationselementen** und somit das Navigationssystem an Hand der Bedürfnisse der Benutzer bestimmt werden, um einen schlüssigen Gesamtaufbau der Webseite zu gewährleisten.

Die DIN EN ISO 9241-151 hat dazu folgendes zu sagen:

„Die Navigationsstruktur bestimmt die möglichen Pfade auf denen sich Benutzer innerhalb der Web-Benutzungsschnittstelle bewegen können. Bei einer bestimmten vorgegebenen Inhaltsstruktur können unterschiedliche Navigationsstrukturen gestaltet werden.“ ([12, S. 24])

„Benutzer können sich je nachdem, welche Ziele sie verfolgen, bei der Navigation unterschiedlich verhalten. Sie wissen unter Umständen, wonach sie suchen oder folgen einfach den angebotenen Verknüpfungen, um nützliche oder interessante Informationen zu finden. Beim Entwurf von Navigationsstrukturen sollte man die unterschiedlichen Ziele und Navigationsstrategien der Benutzer berücksichtigen, indem man die unterschiedlichen Verhaltensweisen, die sich wahrscheinlich bei den Benutzern äußern werden, untersucht und diese nach Prioritäten ordnet.“ ([12, S. 23])

Für die Sicherheit und die Orientierung des Benutzers ist besonders wichtig, dass er schnell erkennen kann, ob er sich auf dem richtigen Weg befindet und problemlos wichtige

Informationen findet. Direkter Zugang zu wichtigen, neuen oder veränderten Bereichen der Webseite ist also grundlegend. Als Richtlinie gilt, dass der Benutzer nicht mehr als **drei Klicks** von seinem Ziel entfernt sein sollte.

Die Navigation sollte einen **Überblick** über den Inhalt geben, **konsistent** eingesetzt werden und **selbsterklärend** sein.

„Navigationsangebote sollten so gestaltet werden, dass sie den Benutzer dabei helfen herauszufinden, an welcher Stelle sie sich gerade befinden, wo sie sich bereits aufgehalten haben und welche Bereiche sie als nächstes aufsuchen können.“ ([12, S. 23])

Es stellen sich also die folgenden Fragen:

- **Wo ist der Benutzer?**
Um die Orientierung zu gewährleisten, muss der Benutzer zu jedem Zeitpunkt wissen, wo er sich befindet. Dies kann z.B. bei flachen Hierarchien durch den Einsatz von **Überschriften** und, wo es das Navigationssystem erlaubt, durch **Hervorhebungen** innerhalb der Navigation selbst, bei tiefen Hierarchien hingegen durch eine Anzeige des aktuellen **Dokumentenpfades** realisiert werden. Diese Möglichkeiten sind selbsterklärend und bieten dem Benutzer bei Verlinkung die Möglichkeit, schnell zu übergeordneten Rubriken zu springen.
- **Wohin kann er gehen?**
Die Frage nach dem „Wohin“ wird einerseits durch die Informationsorganisation beantwortet, andererseits kann es erwünscht sein, dem Benutzer eine **direkte Verbindung** zu unterschiedlichen Themengebieten der Webseite anzubieten. In die Überlegungen muss jedenfalls immer die Tatsache miteinbezogen werden, dass jede einzelne Seite die Einstiegsseite für den Benutzer sein kann. Sackgassen sind also absolut zu vermeiden – zumindest Links auf die **Startseite** und übergeordnete **Seitenkategorien** sollten auf jeder Seite vorkommen.
- **Wie kommt er dorthin?**
Verlinkungen können sich im Text befinden oder in Form von **Menüs** präsentiert werden. Menüs können z.B. verschachtelt oder einfach sein, (auf Seiten) aufgeteilt oder in einem angezeigt werden, einen Titel haben oder auch nicht. Es können text- oder bildbasierte Links verwendet werden oder auch z.B. Pull-down-Menüs. Die Entscheidung kann natürlich auch zu Gunsten des Einsatzes aktiver Elemente ausfallen. Man kann **Zwischenseiten** als Einstiegspunkt zu einem bestimmten Themenkomplex einführen und alternative Navigationsmittel wie **Indexseiten**, **Suchfunktionen** oder zusätzliche Pull-down-Menüs zur Verfügung stellen. Grundsätzlich sind den Kombinationen keine Grenzen gesetzt. Es gibt jedoch einige **Überlegungen**, die berücksichtigt werden sollten:
 - Zu lange **Linklisten** überfordern den durchschnittlichen Benutzer und zu viele Links auf einer Seite stellen auch einen Nachteil für Suchmaschinen dar.
 - Eine intuitiv-logische **Gruppierung** der Verlinkungen wirkt sich positiv auf die Übersichtlichkeit aus
 - **Textmenüs** sind schnell zu laden und entsprechen von vornherein den Kriterien der **Zugänglichkeit**, wohingegen graphische Menüs zwar ästhetisch anspruchsvoller sind, allerdings zu längeren Ladezeiten führen und erst durch die Zurverfügungstellung von Textalternativen zugänglich werden.

- **Pull-down-Menüs** sind zwar sehr Platz sparend, erlauben es dem Benutzer allerdings nicht, alle Möglichkeiten auf einen Blick zu erfassen. Ein weiterer Nachteil ist, dass sie entweder über Formulare oder mit aktiven Elementen realisiert werden und daher nicht generell zugänglich sind.
- **Und wie kommt er wieder zurück?**
Bei entsprechender Programmierung der Seite besteht auf jeden Fall immer die Möglichkeit, den „Zurück“-Button des **Browsers** zu verwenden. Außerdem können z.B. der begangene **Pfad** zur Seite verlinkt angezeigt oder „**Zurück**“-**Links** eingeführt werden. Kann der begangene Pfad zu einer Seite differieren, muss man sich jedoch im Klaren darüber sein, dass seine Anzeige eine negative Auswirkung auf die Zugänglichkeit hat, da der Pfad entweder in Cookies gespeichert oder der Seite als Parameter übergeben werden muss. Auf jeden Fall sollte sich auf allen Seiten ein Link zur **Startseite** befinden. Die Platzierung dieses Links auf der Startseite selber kann den Benutzer jedoch leicht über seine aktuelle Position verwirren. Es hat sich mit der Zeit eingebürgert, das Logo als Link zur Startseite zu verwenden – diese Technik ist jedoch nur sehr eingeschränkt gebrauchstauglich, da dies einem großen Teil der Internetnutzer nicht bewusst ist.

Aufbau der Seiten

Sind die Inhalte definiert, muss der Aufbau der Seiten, also die **Positionierung** aller **Elemente** und der Einsatz von Grafiken, festgelegt werden. Das Resultat ist ein Seitenraster für alle konzeptuell unterschiedlichen Seiten der Webseite, wobei selbstverständlich die **Konsistenz** der Gesamtseite bezüglich Benutzerführung und Aufteilung der Inhalte berücksichtigt werden muss.

Konzeptuelle Unterschiede der einzelnen **Seiten** beziehen sich auf ihre Bedeutung:

- **Die Startseite**
Die Startseite ist das Zentrum, um das eine Webseite organisiert ist. Sie dient als **Einstiegspunkt** zum System. Typischerweise hat sie einen anderen Inhalt und Aufbau und enthält wesentlich mehr Grafiken als die Folgeseiten, da sie eine weit größere Spanne an Informationen und Navigationsmöglichkeiten zur Verfügung stellen muss, um einen guten **Überblick** über die gesamte Webseite zu geben. Die DIN EN ISO 9241-151 formuliert dies folgendermaßen:
Startseiten „... sollten ausreichende und für sich verständliche Informationen enthalten, um es dem Benutzer leichter zu machen, den Verwendungszweck zu verstehen und die Inhalte der Website voraussagen zu können. Dies kann erreicht werden, indem sowohl wichtige bzw. bestimmte neue Informationen angezeigt werden als auch der Zugriff auf sämtliche relevante unterordnete Navigationsstrukturen ermöglicht werden.“
([12, S. 26])
- **Interne Seiten**
Dies sind die Seiten, die die **Inhalte** präsentieren. Sie gehören zu bestimmten Themenkomplexen und sind dazu gedacht, Informationen zu vermitteln.
- **Zwischenseiten**
Dies sind Seiten, die als **Einstieg** zu einem bestimmten Themenkomplex eingeführt, und so als Mischung zwischen einer internen Seite und der Startseite angesehen werden können.

Der **ohne Scrollen** sichtbare, obere Teil der Seiten ist das erste, was der Benutzer wahrnimmt.

„Falls eine Seite länger als die Größe eines typischen Browserfensters ist, sollten wichtige Informationen ohne Scrollen sichtbar sein. Benutzer sollten vor allem in die Lage versetzt werden, schnell zu erkennen, ob der Gegenstand der Seite für sie von Interesse ist.“

([12, S. 35])

Im oberen Teil jeder Seite sollten also die **wichtigsten Informationen** präsentiert werden. Wichtige Informationen sind etwa die folgenden:

- ein Link zur Startseite,
- Verknüpfungen zu allen wichtigen Themenbereichen,
- Überschriften,
- wichtige Textinhalte,
- Pfadangaben,
- Submenüs,
- die Suche,
- die Sprachauswahl und
- die Login-Möglichkeit.

Der strukturelle Aufbau einer Seite besteht meist aus einer Kombination der im Folgenden aufgezählten **Elemente**:

- **Die Kopfzeile**
Die Kopfzeile dient der Identifikation und Hauptnavigation. Hier befinden sich die grundlegendsten Informationen einer Webseite, also z.B. das Logo, das Hauptmenü, die Sprachauswahl, die Suche, die Kontaktmöglichkeit und das Login. Für die Positionierung des Logos hat sich das rechte, obere Eck eingebürgert und als besonders gebrauchstauglich erwiesen.
- **Die linke Spalte**
In der linken Spalte befindet sich grundsätzlich das Submenü der aktuellen Kategorie. Hier kann auch das Hauptmenü platziert werden, sofern es nicht bereits in der Kopfzeile vorhanden ist. Weitere interne Navigationsmöglichkeiten, wichtige Kontaktinformationen wie etwa Servicetelefonnummern oder Öffnungszeiten, können unter dem Submenü platziert werden.
- **Der Hauptteil**
Hier befindet sich der Inhalt. Hier sollten Pfadangaben ganz oben stehen, gefolgt von der Überschrift und dem Inhalt selbst. Im oberen und unteren Bereich können etwa Links zur nächsten, bzw. vorhergehenden Seite platziert werden.
- **Die rechte Spalte**
In der eventuell vorhandenen rechten Spalte ist Platz für weitere Informationen, zusätzliche Links und grundsätzlich jegliche Information, die entweder strukturell auf allen Seiten platziert werden soll, jedoch nicht die Relevanz für eine Positionierung in der linken Spalte hat, oder als Zusatzinformation zum aktuellen Inhalt dient.
- **Die Fußzeile**
Die Fußzeile bietet Platz für zusätzliche Informationen wie Copyrightinformationen, das Datum der letzten Änderung, Links zum Impressum und den AGBs und Links zu assoziierten Firmen und Webseiten. Hier können etwa auch die Inhalte der Kopfzeile, wie das Hauptmenü, Login oder Suche, wiederholt werden.

Im Allgemeinen hat sich für kleinere Webseiten ein **Zwei-**, für komplexe Webseiten ein **Dreispaltenlayout** mit Kopf- und Fußzeile durchgesetzt.

Meist werden zunächst **Seitenraster** für die internen Seiten konzipiert, und auf diesen aufbauend das Seitenraster für die Startseite erstellt, um eine konsistente Organisation und Navigation zu gewährleisten.

URL-Design

„Die Benennung eines Uniform Resource Locators (URL) der für den Zugriff auf die Website verwendet wird, sollte mit den Erwartungen der Benutzer übereinstimmen.“ ([12, S. 43])

Die URL (auch „Internetadresse“ genannt) ist das Aushängeschild jeder Seite. Um dem Benutzer die Orientierung und Navigation zu erleichtern, sollte sie folgende Kriterien erfüllen:

- **Lesbarkeit**
Aus der URL sollte der Benutzer erste Informationen entnehmen können. Die URL sollte den Inhalt der Seite widerspiegeln.
- **Merkbarkeit**
Der Benutzer sollte sich die URL merken können, um sie wieder eingeben und vermitteln zu können.
- **Erwartungskonformität und Glaubwürdigkeit**
Die Formulierungen in der URL sollten verständlich, aussagekräftig und nicht reißerisch sein um glaubwürdig zu wirken. Die URL sollte von generellen bzw. bekannten Informationen zu spezifischen Bezeichnungen aufgebaut sein. Die IBM berichtet in [56] von einer Studie, in der 69 Internetnutzer gefragt wurden, unter welcher Adresse sie Informationen zu einem Produkt erwarten würden. 38 Personen nannten die URL der Firmenwebseite, 21 Personen nannten eine Produkt URL der der Firmenname vorangestellt war und nur eine Person nannte eine URL, in der der Firmenname nicht vorkam.
- **Hierarchischer Aufbau**
Die URL sollte den hierarchischen Aufbau der Seite widerspiegeln. Dies unterstützt das Bedürfnis des Benutzers nach Orientierung und bietet die Möglichkeit der raschen Suche nach Informationen in einzelnen Bereichen der Website durch die Manipulation der gesuchten Adresse.
- **Suchmaschinenfreundlichkeit**
Die URL hat auf mehrere Aspekte einer Suchmaschine Einfluss, die im Folgenden beschrieben werden:
 - Wie bereits erwähnt, können sich URLs mit vielen **Parametern** negativ auswirken. Webseiten mit komplexen URLs werden oft gar nicht indiziert oder schlechter bewertet [57].
 - Ein **Keyword** ist in einer URL besonders prominent platziert.
 - Einige Suchmaschinen, wie etwa Google sind bemüht, **geographisch relevante** Informationen zu liefern [58]. Die Information über die Landeszugehörigkeit einer Webseite entnehmen sie entweder der Domäne (also z.B. „.at“ für Österreich) oder wo dies nicht möglich ist (etwa bei „.com“ Domänen) der IP-Adresse (Internet Protokoll Adresse) des Servers. Wählt man eine länderneutrale Domäne, sollte also zumindest der Server im relevanten Land stehen.

3.3.2 Gestaltung der Inhalte

Inhalte sollen beim Benutzer ankommen und wirken – ohne Inhalt kein Nutzen, ohne Nutzen kein Benutzer.

Die Gestaltung der Inhalte betrifft die **Umsetzung aller Inhalte**, seien es

- Texte,
- Links,
- Grafiken und Bilder,
- Audiodateien oder
- Animationen

und ist für die Gebrauchstauglichkeit genauso wichtig wie die Gestaltung der Seitenstruktur. Allgemein gilt selbstverständlich, dass die **Bezeichnung** von Objekten immer **erwartungskonform** und selbsterklärend sein sollte, um den Benutzer nicht in die Irre zu führen. Denn: **hochwertige Inhalte** und **gute Strukturierung** dieser ziehen unabhängig vom Erscheinungsbild immer wieder an.

Texte

Studien des Stanford-Poynter Project [59] haben ergeben, dass Benutzer auf Nachrichtenseiten im Allgemeinen **zunächst** auf den **Text** schauen, bevor sie andere Elemente wie Grafiken, Navigation etc. beachten. Diese Tatsache kann für die meisten Webseiten mit Informationsgehalt übernommen werden.

Die Formulierung, der Aufbau und die Strukturierung des Textes sind entscheidende Faktoren für die Benutzerfreundlichkeit einer Webseite. Um generell **lesbar**, also in Hinsicht auf die Zielgruppe verständlich, fließend und interessant zu sein, sollten **Inhalte**

- entlang eines roten Fadens,
- in einer glaubwürdigen, effizienten und zielgruppengerechten Sprache,
- in kurzen, einfachen und klaren Sätzen und
- spannend

aufbereitet werden, um den Lesefluss und die effektive Kommunikation zu fördern ohne den Benutzer zu über- oder unterfordern und ihn damit zu irritieren oder zu beleidigen. **Fremdworte** und übertriebene Fachjargons sollen vermieden, sowie die Ausschreibung von **Abkürzungen** und Akronymen angegeben werden. Um glaubwürdig zu sein, muss der Text selbstverständlich **objektiv** verfasst und Rechtschreibung und Grammatik **korrekt** sein. Die DIN EN ISO 9241-151 formuliert dies in abgeschwächter Form:

„Die inhaltliche Qualität von Texten hinsichtlich der Rechtschreibung und der Grammatik sollte ausreichend sein, um die Lesbarkeit nicht zu behindern.“ ([12, S. 41])

Aber nicht nur der Schreibstil ist maßgeblich für die Lesbarkeit von Text im WWW. Um Inhalte effizient und attraktiv für den Benutzer zu gestalten muss die **Struktur** für das Lesen am Bildschirm optimiert werden. Hier gelten die bereits im letzten Kapitel genannten, sowie die folgenden psychologischen Gesichtspunkte:

- Das Lesen von Bildschirmen ist **ermüdend** für die Augen und um ca. 25% langsamer als das Lesen von Papier [53].

- Texte werden oft **überflogen** (dies wird als „scanning“ bezeichnet) und nicht gelesen. Laut J. Nielsen [60] werden neue Seiten von 79% der Benutzer überflogen, nur 16% lesen jedes Wort. Nach Eytrack07 [63] liegen die Werte bei Nachrichtenseiten bei jeweils 50%.

J. Nielsen wandte in seiner Gebrauchstauglichkeitsstudie [61] Eye-Tracking Methoden an und kam zu dem Ergebnis, dass Benutzer eine Webseite im Groben in einer **F-Form** überfliegen (siehe Abbildung 6):

1. Zunächst wird der obere Teil der Seite in einer **horizontalen Bewegung** gelesen.
2. Dann bewegt sich die Aufmerksamkeit etwas weiter hinunter und es erfolgt die zweite **horizontale Bewegung** der Augen, die üblicherweise etwas kürzer ist, als die erste.
3. Schließlich überfliegen Benutzer den linken Teil der Seite in einer **vertikalen Bewegung** der Augen.

Er zieht folgende drei **Schlüsse**:

- Die meisten Benutzer lesen Texte nicht gründlich.
- Die ersten zwei Abschnitte müssen die wichtigsten Informationen enthalten.
- Die ersten Worte von Überschriften, Abschnitten und Aufzählungen sollen Informationsgehalt haben.



Abbildung 6 – Ergebnisse einer Eye-Tracking Studie für drei Webseiten: rote Bereiche wurden am meisten betrachtet, gelbe weniger, blaue am wenigsten und graue überhaupt nicht (aus [61]).

Um das Überfliegen der Texte zu ermöglichen, gilt generell das Sprichwort „In der Kürze liegt die Würze“: Lesbare Texte müssen

- auf das **Wesentliche** beschränkt und
- in kurze **Absätze** mit
- zusätzlichen logischen und informativen **Zwischenüberschriften** gegliedert werden,
- wobei zusätzlich **Schlüsselworte hervorgehoben** werden sollten.

Die **Gliederung** der Informationen nach der Prägnanz und der Merkfähigkeit des Kurzzeitgedächtnisses ist ein besonders wichtiger Faktor. Generell sollte das journalistische

Prinzip der **inversen Pyramide** angewandt werden, um es dem Benutzer zu ermöglichen, die Grundidee des Artikels zu erfassen und das Lesen jederzeit abubrechen:

1. Zunächst die **Konklusion** anführen,
2. dann die wichtigste **unterstützende Information** bringen und
3. erst dann Hintergrundinformationen berichten.

Da Benutzer generell mit Webseiten interagieren wollen, bietet es sich an,

- auf **Detailangaben** zu **verzichten** und
- Verweise mit **Links** zu weiteren Informationen anzuführen.

Für eine zusätzliche Gliederung sollten, wo dies möglich ist, **Aufzählungen** eingesetzt werden.

Eine gute Gliederung unterstützt nicht nur das **Überfliegen**, sondern hilft dem Benutzer auch, durch die Unregelmäßigkeit den **Blick** zu **halten** und ermöglicht so einen flüssigen Leseverlauf. Wie J. Nielsen in [60] zeigt, erhöht der Einsatz der oben genannten Richtlinien bei der Formulierung und Strukturierung von Texten die Gebrauchstauglichkeit enorm gegenüber einer bewerbenden Formulierung mit unstrukturierter Präsentation. Bei der Studie wurde den Probanden ein Text in unterschiedlichen Formen und Formulierungen präsentiert; die Gebrauchstauglichkeit der Texte wurde über fünf Faktoren wie etwa die Merkbarkeit und die subjektive Zufriedenheit bemessen. Auf die Details soll hier nicht näher eingegangen werden. Die folgende Tabelle zeigt einen besonders prägnanten Ausschnitt des Ergebnisses.

Sample Paragraph	Usability Improvement
Nebraska is filled with internationally recognized attractions that draw large crowds of people every year, without fail. In 1996, some of the most popular places were Fort Robinson State Park (355,000 visitors), Scotts Bluff National Monument (132,166), Arbor Lodge State Historical Park & Museum (100,000), Carhenge (86,598), Stuhr Museum of the Prairie Pioneer (60,002), and Buffalo Bill Ranch State Historical Park (28,446).	0% (by definition)
In 1996, six of the most-visited places in Nebraska were: <ul style="list-style-type: none">▪ Fort Robinson State Park▪ Scotts Bluff National Monument▪ Arbor Lodge State Historical Park & Museum▪ Carhenge▪ Stuhr Museum of the Prairie Pioneer▪ Buffalo Bill Ranch State Historical Park	124%

Tabelle 3 – Ausschnitt aus einer Studie zu den Auswirkungen der Richtlinien für die Strukturierung von Text auf die Gebrauchstauglichkeit. Der Ausschnitt zeigt zunächst den Originaltext und anschließend die gebrauchstauglichste Version (aus [60]).

Medienobjekte

„Die Inhalte sollten mit Hilfe von Medienobjekten dargestellt werden, die für den jeweiligen Inhaltstyp, die Kommunikationsziele sowie die Aufgaben der Benutzer geeignet sind.“

([12, S. 18])

Das Sprichwort „Ein Bild sagt mehr als 1000 Worte“ gilt natürlich auch im WWW. Der Einsatz von Grafiken, Bildern, Animationen, Videos, Audiodateien und dergleichen erhöht das Verständnis der Zusammenhänge, die Merkbarkeit und die emotionale Verbindung. Dies gilt jedoch selbstverständlich nur, wenn unter Anderem die folgenden **Kriterien** erfüllt werden:

- *„Medienobjekte sollten basierend auf dem Inhaltstyp, den Aufgaben der Benutzer und deren Kommunikationszielen ausgewählt werden.“ ([12, S. 19])*

Die verwendeten Medienobjekte sollen eine **kommunikative Funktion** erfüllen. Sie müssen aussagekräftig sein und dürfen nicht als Platzfüller dienen.

- „In der **Ruhe** liegt die Kraft“ – unruhige, schnelle und unregelmäßige Animationen lenken den Benutzer zu sehr vom Inhalt ab und irritieren ihn.
- **Bildunterschriften** und **Erläuterungen** helfen zusätzlich, die Bedeutung des Bildes zu erfassen.
- *„Sämtliche nicht-textuelle Medien wie z. B. Grafiken oder Videos sollten mit alternativen gleichwertigen **Textbeschreibungen** ... versehen werden.“ ([12, S. 19])*

Formulare

Für die Gebrauchstauglichkeit von Formularen gelten unter Anderem die folgenden **Kriterien**:

- Formularfelder und Buttons sollten **eindeutig bezeichnet** und **markiert** werden. Für die Markierung notwendiger Felder hat sich z.B. der Einsatz des Symbols * durchgesetzt.
- Formulare, die viele Eingaben seitens der Benutzer erfordern, sollten in **handhabbaren Einheiten** auf mehrere Seiten aufgeteilt werden.
- Absende-Buttons bei Formularen, die sich innerhalb eines mehrstufigen, interaktiven Prozesses befinden, sollten eher mit „weiter“ als mit „speichern“ bezeichnet werden.

Mehrstufige Prozesse

Bei interaktiven Abläufen, die aus mehr als einem Schritt bestehen, sollte dem Benutzer zu jedem Zeitpunkt mitgeteilt werden, an welcher Stelle des Gesamtprozesses er sich befindet. Die DIN EN ISO 9241-151 formuliert dies folgendermaßen:

„Falls sich Benutzer zwischen verschiedenen Seiten (oder Darstellungsabschnitten) bewegen, die zur selben Aufgabe mit festgelegten Arbeitsschritten gehören, sollten sie durch geeignete Methoden unterstützt werden. Geeignete Methoden beinhalten insbesondere

1. *die Angabe von Schritt-für-Schritt **Anleitungen**,*
2. *die eindeutige **Anzeige** des aktuellen Schritts innerhalb der zu erledigenden Aufgabe zu jeder Zeit,*
3. *die Möglichkeit, zu vorhergehenden Schritten **zurück** zu kehren und deren Eingaben zu korrigieren und*
4. *Rückmeldung zum **Stand der Verarbeitung** der eingegebenen Daten geben.“*
([12, S. 25])

Pfadangaben

Diese sollten mit einem zusätzlichen Vermerk, beispielsweise mit „Sie befinden sich hier“, versehen sein.

Links

Links können grob in die folgenden zwei Kategorien unterteilt werden:

- **Navigationsverknüpfungen**
Diese Links dienen dazu, eine Seite mit einer anderen zu verknüpfen.
- **Aktionsverknüpfungen**
Diese Links führen zur Ausführung einer Aktion. Sie führen nach [12, S. 39] etwa zu
 - der Bearbeitung von Anwendungsdaten,
 - dem Ausführen von Suchvorgängen,
 - Kommunikationsaktivitäten wie z. B. dem Öffnen eines neuen Emailfensters, dem Öffnen einer Chatfunktion etc. oder
 - darstellungsbezogenen Aktionen wie z. B. dem Sortieren einer Trefferliste.

Für die Gebrauchstauglichkeit von Links gelten unter Anderem die folgenden **Kriterien**:

- Für Links ist die **Erwartungskonformität** und **Verständlichkeit** ein besonders wichtiges Kriterium.
- Innerhalb einer Seite sollte die Bezeichnung mehrere Verknüpfungen die auf dasselbe Ziel verweisen **einheitlich** sein.
- Links sollten **sprechende Namen** haben, um erste Ansätze über den Inhalt der verwiesenen Seite zu liefern. Allgemeine Bezeichnung wie z. B. „Klicken Sie hier“ sollten vermieden werden.
- **Navigationsverknüpfungen** sollten eindeutig von **Aktionsverknüpfungen** **unterscheidbar** sein. Beispielsweise sollte eine „... Verknüpfung, die den Namen einer Person nutzt, um ein Fenster zum Versenden einer Mail an diese Person zu aktivieren, ... das eingeschobene Wort [Email] bzw. ein „Email“-Icon unmittelbar vor dem Namen der Person“ ([12, S. 39]) enthalten.
- Bei Navigationsverknüpfungen bietet es sich an, **Keywords** der verlinkten Seite zu verwenden, da dies etwa für Suchmaschinen den Bezug des Wortes zu der Seite stärkt.
- **Links in Texten** tragen durchaus zur Vertiefung der Information bei. Allerdings unterbrechen zu viele Links innerhalb des Textes die Kontinuität und wirken sich negativ auf das Verständnis aus. Gibt es viele Verlinkungen, sollten diese gesammelt und separat vom Fließtext etwa am Anfang oder Ende einzelner Abschnitte oder des gesamten Textes platziert werden.

Der Seitentitel

Ein zentrales Objekt jeder Seite ist der **Seitentitel**. Er wird

- in der **Titelleiste** des Browserfensters und
- in den **Ergebnislisten** von Suchmaschinen angezeigt und
- für die Bezeichnung von **Bookmarks** verwendet.

Die DIN EN ISO 9241-151 meint hierzu:

„Seiten sollten selbstbeschreibende Titel tragen, damit diese sinnvoll als Lesezeichen verwendet werden können.“ ([12, S. 40])

Für die Gebrauchstauglichkeit von Seitentiteln gelten unter Anderem die folgenden **Kriterien**:

- Um die Orientierung des Benutzers zu gewährleisten ist die Erstellung **sprechender Titel** der Verwendung von Allgemeinplätzen wie „Inhalt“ oder „Willkommen“ vorzuziehen.
- Der Titel wird nicht immer ganz angezeigt– so wird er z.B. in der Taskleiste oder bei der Bezeichnung von Tabs in gekürzter Form angeführt. Es ist also wichtig, den Titel so zu formulieren, dass **aussagekräftige Worte am Anfang** vorkommen.
- Der Titel ist aus der Sicht der Suchmaschinen eine besonders prominente Position für **Keywords**.

3.3.3 Gestaltung des visuellen Auftritts

„If you ask why something works and you push back far enough, eventually everything seems to be based on contrast: the ability to distinguish one thing from another.“ (Chris Pulman, zit. nach [50, Kap. „Page Design“])

Die Gestaltung des visuellen Auftritts beschäftigt sich mit der **grafischen Umsetzung** des unmittelbar sichtbaren Teils einer Webseite.

Die graphische Gestaltung ist das **visuelle Informationsmanagement** und so die Voraussetzung für eine mögliche Effizienz der Webseite. Grundsätzlich sollte der visuelle Auftritt einer Webseite

- dem gewünschten **Eindruck** und
- den **Zielen** der Webseite entsprechen,
- mit einer eventuell vorhandenen **CI** (Corporate Identity) übereinstimmen, um einen konsistenten Gesamtauftritt zu ergeben und
- das Zielpublikum **emotional** ansprechen.

Die Gestaltung informativer Webseiten sollten primär den Zugriff auf Inhalte ermöglichen bzw. zu erleichtern und das Ziel der Botschaft unterstützen, denn letztendlich sind Webseiten Werkzeuge, die nicht nur betrachtet, sondern benutzt werden wollen. Generell sollte der visuelle Auftritt Klarheit, Ordnung und Vertrauenswürdigkeit ausstrahlen. Die visuelle Logik sollte den Benutzer unbemerkt führen, indem etwa durch

- **Hervorhebung** wichtiger Elemente,
- **Gruppierung** zusammengehöriger Teile und
- logische, vorhersehbare **Organisation** der Inhalte

starke und konsistente **visuelle Hierarchien** aufgebaut werden.

Selbstverständlich muss bei der grafischen Gestaltung unterschiedlicher Seiten auf die **Kontinuität** geachtet werden, um

- einen **seriösen Eindruck** beim Benutzer zu hinterlassen,
- ihm die **leichte Handhabung** durch erkannte Muster zu ermöglichen,
- ihn leicht **erkennen** zu lassen, dass er sich noch immer oder nicht mehr auf **derselben Webseite** befindet und
- ein **durchgängiges Konzept** zu vermitteln.

Die zu erwartenden **technischen Mindestvoraussetzungen** des Zielpublikums, wie

- die benutzte Hardware,
- die Bandbreite der Internetanbindung und
- die Monitorauflösung,

sind für die Seitengestaltung und den Einsatz audiovisueller Elemente essenziell.

Die Dimensionen des sicherlich **sichtbaren Bereiches** einer Seite, also jenes Bereiches, der bei der minimalen, zu berücksichtigenden Monitorauflösung in einem sichtbar ist, bilden die Basis für jedes Seitenlayout. Kann der Benutzer so die Annahme treffen, in unteren Bereichen der Seite für ihn relevante Informationen zu finden, stellt das **vertikale Scrollen** im Allgemeinen kein Problem dar, solange direkt zusammengehörige Informationen in einem sichtbar sind. Die Notwendigkeit **horizontalen Scrollens** sollte allerdings vermieden werden. Das Scrollen in beide Dimensionen gilt als absolut benutzerunfreundlich.

Aller Regeln zum Trotz ist die visuelle **Flexibilität** eine Schlüsselcharakteristik für eine zugängliche und benutzerfreundliche Gestaltung von Webseiten. Einerseits werden Webseiten auf den **unterschiedlichsten Medien** betrachtet, andererseits haben Benutzer im Allgemeinen die Möglichkeit, durch Präferenzeinstellungen die Darstellung und das **Verhalten** von Webseiten an ihre Bedürfnisse **anzupassen**. So können sie, wenn ihnen dies durch die Implementierung der Seite nicht unmöglich gemacht wird, **Parameter** wie

- Farb- und Text Einstellungen,
- die Unterstreichung von Links oder
- das Laden von Bildern und
- Stylesheets

beeinflussen. Die **optimale Anzeige** der Seiten ist von so vielen Faktoren abhängig, dass ein visuelles Design eigentlich nur als optimal gelten kann, wenn es sich an die unterschiedlichsten Voraussetzungen der Benutzer anpasst, und so **Transformation ermöglicht**. Dennoch lassen sich einige grundlegende Eigenschaften visueller Objekte identifizieren, die im Folgenden kurz umrissen werden.

Kontraste und visuelle Spannungen

Visuelle Spannung wird durch die Anordnung der Elemente, Farben, visuelle Medienobjekte, die Typographie und leere Anzeigenbereiche erzeugt.

„Die Verwendung von leeren Anzeigebereichen stellt einerseits eine wichtige Methode dar, um die verschiedenen Inhaltselemente innerhalb einer Seite visuell aufzuteilen. Andererseits kann das schnelle Überfliegen der Seite behindert werden, wenn die Abstände zwischen angezeigten Informationsblöcken zu groß werden.“ ([12, S. 37])

Kontraste bewirken eine Gliederung der Objekte. Allerdings muss man auf die **Balance** zwischen visueller Spannung und übersichtlicher Informationsorganisation achten:

- Visuelle **Monotonie** und ein zu geringer Einsatz von Designelementen wie Typographie, Gliederung und Illustration führt durch die undifferenzierte Informationssuppe zu einer **Unübersichtlichkeit** der Seiten und löst Langeweile aus.
- Ein zu **hoher oder unruhiger Einsatz** visueller Kontraste führt zu **Unfokussiertheit** und Informationsüberlastung.

Farben

Der Einsatz von Farben soll die kognitive **Wahrnehmung** der Information unterstützen und nicht ablenken oder bezüglich der Prägnanz in die Irre leiten. Farben wecken sofort und unmittelbar **Gefühle**. Die Farbwahl sollte also sowohl psychologischen, als auch kontextuellen Aspekten entsprechen.

Der richtige Einsatz von **kontrastierenden Farben** ist essenziell, da Informationen sonst eventuell nur schwer oder gar nicht aufgenommen werden können. Hier gelten folgende Aspekte:

- Geeignete Kontraste führen zu einer prägnanten **Strukturierung**.
- Es gibt Benutzer, die Webseiten auf einem **Schwarzweißmonitor** betrachten.
- Man muss davon ausgehen, dass ca. zehn Prozent aller Menschen eine **Sehschwäche im Farbbereich** haben. Am häufigsten ist hier die Rot-Grün-Sehschwäche anzutreffen. Andere Störungen wie etwa im Blaubereich sind eher selten, sollten aber dennoch berücksichtigt werden.

Da man damit rechnen muss, dass individuelle Einschränkungen und äußere Faktoren die Farbwahrnehmung beeinträchtigen können, sollten wichtige Informationen **nicht allein durch Farben kodiert** werden. So sollten etwa Fehlermeldungen nicht nur in rot dargestellt werden, sondern z.B. zusätzlich durch eine Veränderung der Schrift markiert werden. Die DIN EN ISO 241-151 drückt dies wie folgt aus:

„Unter Berücksichtigung menschlicher Fähigkeiten bzw. Einschränkungen bei der Farbwahrnehmung sollten Farben mit Sorgfalt eingesetzt werden. Sie sollten nicht als einziger Weg der Informationsvermittlung genutzt werden.“ ([12, S. 36])

Wichtige **Richtlinien** bei der Farbwahl sind unter Anderem (entnommen aus [12, S. 36]):

- „**Begrenzung** der Farben auf maximal zehn, vorzugsweise auf weniger als fünf, falls diese zu Kodierungszwecken eingesetzt werden;
- Einhaltung eines ausreichenden **Kontrasts** zwischen **Vorder- und Hintergrund**;
- Vermeidung bestimmter **Farbkombinationen** für **Vorder- bzw. Hintergrund**, die das Lesen des Textes im Vordergrund behindern, wie z. B. roter Text auf blauem Hintergrund.“

Generell muss man sich bewusst sein, dass Farben auf

- unterschiedlichen Systemen,
- verschiedenen Monitoren und
- durch verschiedene Browser

unterschiedlich dargestellt werden. Es gibt allerdings eine so genannte „Browser-sichere“ Farbpalette mit 216 Farben, die überall annähernd gleich dargestellt werden sollten.

Visuelle Medienobjekte

Beim Einsatz von **Bildern** ist darauf zu achten, dass

- die Größe der als Minimum anzusehenden **Bildschirmauflösung** angepasst ist und
- die **Ladezeiten** der Bilder gering sind.

Letzteres kann etwa durch die folgenden **Strategien** ermöglicht werden:

- Einsatz einer geeigneten Kompression,
- Verringerung der Farbpalette,
- Verkleinerung der Objekte und
- wiederholter Einsatz der Objekte.

Werden Objekte öfter eingesetzt, müssen sie nur ein Mal geladen werden. Beim Einsatz verkleinerter Objekte kann man eine Funktion zur Verfügung stellen, sodass diese bei Interesse vergrößert werden können.

Links

Links sollten immer eindeutig als solche erkennbar sein. Hier sind unter Anderem folgende **Methoden** gebräuchlich:

- Als benutzerfreundlich, weil wiedererkennbar, gilt die **Unterstreichung** der verlinkten Texte.
- Bei **farbiger Markierung** verlinkter Texte muss auf die oben genannten Überlegungen Rücksicht genommen werden.
- „*Es ist auch möglich, eine Verknüpfung innerhalb einer **Gruppe** von Navigationsverknüpfungen zu platzieren.*“ ([12, S. 37])
- „*Wenn eine Verknüpfung für die aktuelle Aufgabe des Benutzers weniger wichtig ist, können auch **erweiterte Methoden** wie z. B. das Verändern des Mauszeigers bei der Bewegung über eine grafische Verknüpfung eingesetzt werden.*“ ([12, S. 37])

Außerdem gelten folgende **Richtlinien**:

- **Bereits besuchte Verknüpfungen**
Diese sollten eindeutig erkennbar sein. Man könnte den Link etwa in einer anderen Farbe und Form darstellen.
- **Links zu speziellen Zielen**
Spezielle Ziele sind etwa spezielle Dateiformate wie z.B. PDF, Seite in einer andern Sprache oder eine besonders große Datei. Diese Links sollten kenntlich gemacht werden, indem etwa das Dateiformat oder die Dateigröße angegeben werden. Auch der Einsatz von Icons ist natürlich möglich.
- **Links die neue Fenster öffnen**
Öffnet ein Link ein neues Fenster, sollte dies etwa durch den Einsatz eines Icons klar erkenntlich sein.
- **Navigations- und Aktionsverknüpfungen**
Es muss klar unterscheidbar sein, zu welcher Kategorie ein Link gehört. Es können etwa textbasierte Links zur Navigation, und Schaltflächen für Aktionen eingesetzt werden.

Texte

„*Text, welcher auf Webseiten dargestellt wird, sollte unter Berücksichtigung der erwarteten Eigenschaften der Anzeigeeinheit sowie der räumliche Anordnung lesbar sein.*“ ([12, S. 41])

Ein wichtiger Gesichtspunkt der visuellen Gestaltung ist die **Typographie**. Hier gelten die folgenden **Einschränkungen**:

- Nur wenige **Schriftarten** stehen per Default auf den meisten Systemen zur Verfügung.
- Schriften werden auf unterschiedlichen Systemen in unterschiedlichen **Größen** dargestellt.

Es sollten also entsprechende Defaultschriften in passender Größe eingesetzt werden, um in jeder Umgebung ein annehmbares und lesbares Schriftbild zu erhalten. Bei der Wahl der **Schriftart** ist darauf zu achten dass jede Schrift ihren eigenen **Charakter** hat, der Inhalte unterschwellig verstärken oder abschwächen kann.

Um eine gute Lesbarkeit zu erreichen, gelten unter Anderem folgende **Richtlinien**:

- Text sollte immer **linksbündig** ausgerichtet sein.
- **Textblöcke** sind zu monoton, um eine visuelle Spannung aufzubauen.
- Die **Zeilen** dürfen nicht zu **lange** werden, da die Benutzer sonst schnell die Orientierung verlieren.
- Zu **kurze Textzeilen** können die Lesbarkeit ebenso vermindern, da sie zur Notwendigkeit des Scrollens führen können.
- Um das Scannen der Texte zu unterstützen, sollten **Überschriften** entsprechend prägnant gestaltet und Schlüsselworte besonders hervorgehoben werden.
- Bei der Formatierung von Inhalten wie etwa Zahlen sollte die menschliche **Gestaltwahrnehmung** beachtet werden.
- Grundsätzlich sind **serifenlose** Schriften besser vom Monitor lesbar.
- Das Lesen von dunklem **Text** auf hellem **Hintergrund** fällt wesentlich leichter, als das Lesen von hellem Text auf dunklem Hintergrund.

Formulare

Auch beim Einsatz von Formularen müssen einige Kriterien beachtet werden.

„Interaktionsobjekte sollten gemäß der logischen Eigenschaften erwarteter Eingaben und der Aufgaben der Benutzer ausgewählt werden.“ ([12, S. 40])

Aufgaben werden etwa durch die folgenden Punkte charakterisiert:

- die erwartete Häufigkeit der Durchführung der Eingabetätigkeit,
- die Häufigkeit der Auswahl bestimmter Werte,
- die Anzahl von Werten, die der Benutzer gleichzeitig sehen können muss und
- den verfügbaren Bildschirmraum.

Die **Bezeichnungen** der Formularfelder sollten links oder oberhalb des jeweiligen Feldes stehen, um eindeutig zugeordnet werden zu können. Eine Ausnahme sind Radiobuttons und Checkboxen, bei denen die Bezeichnung der jeweiligen Auswahlmöglichkeit auch rechts daneben stehen kann. Der **Reset-Button** wird eigentlich kaum mehr verwendet. Entschließt man sich dennoch diesen einzusetzen, solle man, um Irrtümer zu vermeiden, darauf achten, ihn nicht direkt neben dem Absende-Button zu platzieren.

3.3.4 Universell gebrauchstaugliche Umsetzung

„Inhalte sollten so aufbereitet werden, dass deren Darstellung sowie deren Strukturierung auf einfache Weise an wechselnde Nutzungsanforderungen angepasst werden können, um die Bereitstellung in verschiedenen Kontexten zu ermöglichen (z. B. im Hinblick auf Internationalisierung, Mobilität der Benutzer oder spezielle Geräte). Dies kann dadurch erleichtert werden, indem man dafür sorgt, dass die Inhalte, deren Strukturierung sowie deren Darstellung unabhängig voneinander sind.“ ([12, S. 18])

Universelle Gebrauchstauglichkeit von Webseiten ist nur dann möglich, wenn sie für **Transformation** entwickelt werden und es dem Benutzer ermöglichen, seine Umgebung zu kontrollieren.

Das WWW hat inhärente Eigenschaften und Methoden, die, korrekt genutzt, eine Anpassung der Darstellungen seitens der Benutzer erlauben und unterschiedliche Zugänge unterstützen. Besonders wichtig sind hierbei die folgenden Punkte:

- **Trennung von Form und Inhalt**

Die wesentlichste Eigenschaft eines **geräteunabhängigen Formates** ist, dass es generellen Zugang zu Informationen ohne grundlegende Systemvoraussetzungen erlaubt. Damit das **Design** der **Zugänglichkeit** nicht im Wege steht, ist es notwendig, Inhalt und Form zu trennen, um die individuelle Interpretation ein und derselben Inhalte und somit eine system- und einstellungsunabhängige Anzeige der Informationen ohne visuelle Restriktionen seitens der Designer zu gewährleisten. Dies wird durch den Einsatz der zwei Standards **HTML** und **CSS** ermöglicht. Eine sehr gute Einführung in die HTML und CSS Programmierung findet sich in [64].

- **HTML** (HyperText Markup Language) sollte ausschließlich zur **semantischen Strukturierung** der Inhalte verwendet werden. Es ist sicherlich nicht das mächtigste Werkzeug für die Umsetzung von Inhalten, wurde allerdings im Unterschied zu Flash, Java oder Shockwave als „Muttersprache“ des WWW bereits mit dem Ziel entwickelt, universellen Zugang durch „Geräteunabhängigkeit“ zu ermöglichen. Bei der Zugänglichkeit von **anderen** als HTML- und Text-**Formaten** gibt es folgende zwei **Probleme**:
 - Sie sind schon von vornherein nicht allgemein zugänglich, da auf Webinhalte zugreifende **Programme** wie Browser, Screen Reader und Suchmaschinen entwickelt wurden, um **Textdokumente** zu **interpretieren**.
 - Andere Formate bieten zwar mittlerweile auch unterschiedliche **Möglichkeiten**, um die Zugänglichkeit ihrer Inhalte zu unterstützen, diese sind allerdings **nicht so weit reichend**.

Für die allgemeine Zugänglichkeit ist es also letztendlich notwendig, den Inhalt und die Funktionalität innerhalb Standard-HTML-Strukturen zur Verfügung zu stellen, auf denen selbstverständlich zusätzliche Gimmicks aufgebaut werden können.

- Die **Umsetzung** des **Designs** sollte über **CSS** (Cascading Stylesheets) erfolgen. CSS ist eine Stylesheet -Sprache, die speziell als Erweiterung für HTML entwickelt und optimiert wurde. Die Unterstützung von CSS ist jedoch, vor Allem bei älteren Browsern, noch unterschiedlich und **unvollständig**, was oft zu **Problemen** bei der **Anzeige** der Seite führen kann. In der Realität kann

man sich deshalb bei der Umsetzung an eine strikte **Trennung** von Form und Inhalt oft nur **annähern**.

Abgesehen von der Zugänglichkeit hat die Trennung von Inhalt und Form den Vorteil, dass ein und dasselbe HTML-Dokument durch den Einsatz unterschiedlicher Stylesheets unterschiedlich dargestellt, und so in verschiedenen Versionen, etwa mit größeren Schriften, höheren Kontrasten oder für den Druck optimiert, angeboten werden kann, um den unterschiedlichen Benutzerbedürfnissen entgegen zu kommen.

▪ **Korrektter Einsatz der Technologien**

„Allgemein anerkannte Standards in der Webtechnologie sollten genutzt werden, wenn diese dem Verwendungszweck der Website und den Aufgaben der Benutzer angemessen sind und gemäß deren Spezifikationen verwendet werden.“ ([12, S. 43])

▪ **Unterstützung der Transformation**

Methoden, welche die Transformation unterstützen sind:

- die Zurverfügungstellung von **Ausweichlösungen**,
- die Zurverfügungstellung **alternativer Informationen** zu allen relevanten Objekten, die nicht aus Text bestehen,
- die Unterstützung der **visuellen Flexibilität**,
- die Unterstützung der **Tastaturnavigation** und
- das Zulassen von **Modifizierungen** Seitens der Benutzer.

▪ **Unterstützung der linearisierten Darstellung**

Da Webinhalte von einigen Ausgabegeräten, wie beispielsweise von Textbrowsern oder von assistiven Technologien, linear dargestellt werden, sollte bei der Erstellung der HTML-Dokumente darauf geachtet werden, dass die Inhalte in linearisierter Form **Sinn** ergeben. Außerdem sollte man am Anfang der Seiten direkte **Links** zu wichtigen **Seitenbereichen** zur Verfügung stellen, um Benutzer, die auf sequenziell vorgetragenen Inhalt angewiesen sind nicht dazu zu zwingen, für sie uninteressante Informationen abwarten zu müssen.

4 Das E-Book

Ausgangspunkt für das E-Book ist die Idee, die Möglichkeiten des Internets zu nutzen, um die grundlegenden Definitionen und Algorithmen der Logik am Beispiel der Aussagenlogik zu vermitteln und mit interaktiven Übungsbeispielen zu vertiefen. Das E-Book soll als erste Informationsstelle dienen. Es soll das Interesse an Logik wecken oder vertiefen und die zugrunde liegende Einfachheit der Konzepte vermitteln. Die **Motivation** lässt sich in drei Punkten kurz zusammenfassen:

1. Die oftmals sehr **formale Präsentation** der Methoden der mathematischen Logik und die **linearen Lernstrukturen** der herkömmlichen Lehrmittel führen dazu, dass die grundlegenden Konzepte der Logik für viele Studenten schwer verständlich sind.
2. Das **wichtigste Medium** für die eigenständige Informationssuche ist heutzutage das **Internet**.
3. Die im Internet **verfügbaren Logikmaterialien entsprechen nicht** oder nur teilweise den Anforderungen an universell gebrauchstaugliche Systeme, sind elektronische Aufbereitungen von für den Druck gestalteten Inhalten, oder umfassen nur sehr kleine Teilgebiete oder wie [65] einzelne Problemstellungen der mathematischen Logik. Eine genauere Beschreibung der dem E-Book ähnlichsten Systeme findet sich in Kapitel 5 „Verwandte Arbeiten“.

Bei der **Umsetzung** des E-Books wurde auf die **Richtlinien** der Gebrauchstauglichkeit, die Glaubwürdigkeit und den „Joy of Use“, wie im vorherigen Kapitel beschrieben, **geachtet**. Die Zugänglichkeitsrichtlinien der WCAG 1.0 der Priorität 1 wurden vollständig, die Richtlinien der Priorität 2 und 3 in weiten Teilen umgesetzt (siehe Kapitel 4.6 „Zugänglichkeit des E-Books“).

Dieses Kapitel beschäftigt sich mit der Umsetzung des E-Books. Zunächst wird ein **Überblick** über das System gegeben. Anschließend wird das E-Book an Hand der vier Ebenen der **Umsetzung** einer Webseite präsentiert. Resultate der **Zugänglichkeitstests** und der Positionierung des E-Books in den bekanntesten **Suchmaschinen** runden dieses Kapitel ab.

Wie bereits in Kapitel 2, werden Beispiele, um sie vom Text unterscheidbar zu machen, im Folgenden eingerahmt dargestellt.

4.1 Überblick über das E-Book

Die **Zielgruppe** des Systems ist zwischen 15 und 99 Jahre alt, deutschsprachig und hat beim Besuch Interesse, etwas über Logik zu erfahren und zu lernen. Weitere Einschränkungen der Benutzergruppe kann man nicht treffen. Um die **Zugänglichkeit** für alle diesem Profil entsprechenden Personen zu gewährleisten werden auch keine besonderen Einschränkungen bezüglich der Systemvoraussetzungen getroffen.

Ziel der Webseite ist es, ein allgemeines **Verständnis** für die Konzepte der Logik zu vermitteln. Die Benutzer sollen nach der Nutzung des Systems die **grundlegenden Methoden** und Eigenschaften der mathematischen Logik, wie

- die Syntax und die Semantik,
- die Gültigkeit und die Erfüllbarkeit von Formeln,
- die logische Inferenz und die logische Konsequenz und
- Unterscheidungsmerkmale und Klassifizierung von Logiken

kennen und einen Eindruck davon haben, wie man an Hand dieser grundlegenden Konzepte ein **logisches System aufbauen** kann.

Um dies zu erreichen, werden die Inhalte in die folgenden zwei **Hauptbereiche** unterteilt:

- **Logik Einführung**
Hier wird zunächst der Begriff der **Logik** geklärt, und dann auf die grundsätzlichen **Definitionen** und Konzepte einer Logik generell eingegangen. **Klassifizierung** von Logiken und Beispiele bekannter Logiken runden dieses Kapitel ab.
- **Aussagenlogik**
Hier werden der **Aufbau** und die Methoden eines logischen **Systems** anhand der Aussagenlogik konkretisiert. Als Beispiel für eine Inferenzmethode wird der so genannte **Tableaukalkül** eingeführt.

Die **Formalisierung** von Aussagen kann an vorgegebenen Beispielen geübt werden. Alle weiteren vorgestellten **Methoden** der Aussagenlogik können sowohl an vorgegebenen, als auch an selber eingegebenen Formeln **interaktiv geübt** werden. Dies betrifft

- die Angabe der **Teilformeln**,
- die Erstellung von **Formelbäumen**,
- die Erstellung von **Wahrheitstabellen**,
- die **Evaluierung** einer Formel unter einer Interpretation,
- die **Umwandlung** einer Formel in Negationsnormalform, konjunktive und disjunktive Normalform und
- die Erstellung von **semantischen Tableaux**.

Eingegebene **Formeln bleiben** während der gesamten Sitzung **erhalten** und können so leicht in weiteren Übungsbeispielen selektiert werden. Bei allen Aufgaben besteht die Möglichkeit, auch **unfertig gelöste Beispiele** zu **prüfen** oder sich den nächsten **Lösungsschritt anzeigen** zu lassen. Der Benutzer erhält **Rückmeldungen** und Tipps bei Fehlern. Um dies zu ermöglichen wurden entsprechende **Beweisprozeduren** implementiert und ins E-Book integriert.

Die wichtigsten **inhaltlichen Merkmale** des E-Books sind:

- **Vermeidung übermäßiger Formalisierungen**
Aus der Zielgruppendefinition folgt, dass das Verständnis der Inhalte kein ausgeprägtes formal-theoretisches Verständnis verlangen darf. Die inhaltliche Aufbereitung vermeidet also übermäßige Formalisierungen.

- **Aufbereitung mit vielen Beispielen**
Die inhaltliche Aufbereitung führt Schritt für Schritt am Beispiel der **Wumpus-Welt** und mit anderen intuitiven Beispielen in die Welt der Logik ein. Die Wumpus-Welt ist ein frühes Computerspiel, das ein Beispiel eines Planungsproblems für einen autonomen Agenten darstellt und wird in Kapitel 4.3.1 „Aufbereitung der Logikseiten“ näher beschrieben.
- **Übersicht über Zusammenhänge der Inhalte**
Jedes Kapitel, das in Unterkapitel unterteilt ist, enthält eine **Übersicht** über die Zusammenhänge der Inhalte und zusammengefasste **Querverlinkungen** zu den Subkapiteln und interaktiven Übungsbeispielen.
- **Lineare und nichtlineare Lesbarkeit**
Das E-Book kann linear und nichtlinear gelesen werden. Dies bedeutet folgendes:
 - Die Kapitel bauen Seite für Seite, wie in einem konventionellen Lehrbuch, aufeinander auf und haben einen **inhaltlichen** und **sprachlichen Faden**. Jedes Kapitel enthält **Links** zum vorherigen bzw. nächsten Kapitel.
 - Die Inhalte können in beliebiger Reihenfolge gelesen werden, da jedes Kapitel **Querverlinkungen** zu den entsprechenden Grundlagen hat.
- **Zusammenfassung der Querverlinkungen**
Um den **Lesefluss** nicht zu unterbrechen, werden die Querverlinkungen zusammengefasst im **rechten Seitenbereich** angezeigt.

Die wichtigsten **funktionalen Merkmale** sind:

- **Parallele Anzeige von Inhalten**
Um den Lernprozess zu unterstützen, kann jede Seite der beiden Hauptbereiche des E-Books parallel zur aktuellen Seite angezeigt werden – die Inhalte der zwei **Seiten** werden dabei **nebeneinander dargestellt**. Dies ermöglicht es, auf der aktuellen Seite zu bleiben und gleichzeitig Inhalte, wie Definitionen oder Beschreibungen, zu betrachten. Da die interaktiven Übungsbeispiele auch als Seite angesehen werden und keiner speziellen Applikationen bedürfen, ist die parallele Anzeige auch hier möglich.
- **Suchfunktion**
Alle Seiten des E-Books enthalten in der Kopfzeile eine Suche über alle Seiten, um Definitionen und Beschreibungen leicht zu finden.
- **Druckfunktion**
Um die Inhalte **ohne** den **Overhead** der Webseite und mehrere Kapitel in einem ausdrucken zu können, wird auf jeder Seite eine **eigene Druckfunktion** zur Verfügung gestellt.

Um eine allgemeine Zugänglichkeit zu gewährleisten, ist das Frontend des E-Books in **HTML** und **CSS** umgesetzt. Um die Gebrauchstauglichkeit zu erhöhen, sind gewisse Funktionalitäten der Such- und Druckfunktion in **JavaScript** programmiert – diese Funktionalitäten sind jedoch auch ohne JavaScript zugänglich. Das Backend wurde in **PHP** programmiert.

Wegen der modularen Struktur der Programmierung ist das E-Book leicht **wartbar** und **erweiterbar** und bietet auf Grund der Umsetzung der Richtlinien für die universelle Gebrauchstauglichkeit und die gute Positionierung bei den wichtigsten Suchmaschinen (siehe Kapitel 4.7 „Suchmaschinenergebnisse“) eine solide Basis für mögliche Erweiterungen (siehe Kapitel 6 „Ausblick“).

4.2 Der Seitenaufbau

4.2.1 Informationsarchitektur

Wie bereits im vorherigen Kapitel erwähnt, sind die Inhalte des E-Books in zwei Hauptbereiche aufgeteilt. Die **Gliederung** dieser zwei Bereiche ist wie folgt (interaktive Übungsbeispiele sind grau hinterlegt):

- **Logik Einführung**
 1. Einleitung
 2. Die Wumpus-Welt
 1. Spielspezifikation
 2. Beispiel
 3. Intelligente Systeme
 1. Die Wissensebene
 2. Die Logikebene
 3. Die Implementationsebene
 4. Formale Sprache
 1. Syntax vs. Semantik
 2. Atome & Junktoren
 5. Syntax
 1. Kalkül
 1. Alphabet
 2. Formationsregeln
 6. Semantik
 1. Interpretation
 2. Bewertungsfunktion
 3. Extensionalität / Intensionalität
 4. Formeln & Interpretationen
 1. Erfüllbarkeit
 2. Widerlegbarkeit
 3. Unerfüllbarkeit
 4. Gültigkeit
 5. Zusammenhänge
 7. Beweis & Schluss
 1. Der logische Schluss
 2. Der logisch Beweis
 1. Axiome
 2. Schlussregeln
 3. Korrektheit & Vollständigkeit
 4. Semantische Gültigkeit & logischer Beweis

8. Abschließende Betrachtung von Logiken
 1. Klassifizierung von Logiken
 2. Unterschiedliche Kalküle, gleiche Logik
 1. Mögliche Anzahl der Junktoren
 2. Funktionale Vollständigkeit
 3. Einsatzmöglichkeiten eines Kalküls
9. Beispiele
 1. Aussagenlogik
 2. Prädikatenlogik
 3. Mehrwertige Logiken
 4. Modallogiken
 5. Nichtmonotone Logiken
- **Aussagenlogik**
 1. Einleitung
 2. Was wollen wir ausdrücken
 1. Die Negation: NICHT
 2. Die Konjunktion: UND
 3. Die Disjunktion: ODER
 4. Die (materiale) Implikation: WENN...DANN
 1. Bemerkungen
 5. Die (materiale) Äquivalenz: GENAU DANN WENN
 6. Funktionale Vollständigkeit
 1. Mögliche Junktoren
 3. Syntax
 1. Alphabet
 2. Formationsregeln
 3. Bindung der Junktoren
 4. Beispiele - Formalisierung von Aussagen
 5. interaktiv üben! - Formalisierung von Aussagen
 6. Die Teilformelrelation
 7. Der Formelbaum
 8. interaktiv üben! - Teilformeln & Formelbäume
 4. Semantik
 1. Interpretation
 2. Bewertungsfunktion
 3. Wahrheitstabellen
 4. interaktiv üben! – Wahrheitstabellen erstellen
 5. Formeln & Interpretationen
 1. Beispiele

5. Evaluierung einer Formel unter einer Interpretation
 1. Bewertung der Junktoren
 2. Evaluierung einer Formel
 3. Mögliche Ersparnis
 4. interaktiv üben! - Evaluierung einer Formel unter einer Interpretation
6. Umwandlung von Formeln
 1. Substitution
 1. Einige aussagenlogische Äquivalenzen
 2. Normalformen
 1. Negationsnormalform
 2. Disjunktive Normalform
 3. Konjunktive Normalform
 3. interaktiv üben! - Umwandlung einer Formel in Normalformen
7. Beweis & Schluss
 1. Der aussagenlogische Schluss
 2. Semantisches Prüfverfahren für die Gültigkeit eines Schlusses
 3. Der aussagenlogische Beweis
8. Semantische Tableaux
 1. Die Idee
 2. Erstellung eines semantischen Tableaux
 3. interaktiv üben! - Semantische Tableaux
9. Zusammenfassung

Die Einleitungsseite dient als Startseite des jeweiligen Bereiches.

Jedes Kapitel ist mit den Kapiteln verknüpft, auf deren Inhalt es aufbaut. Dies wird in Abbildung 7 illustriert.

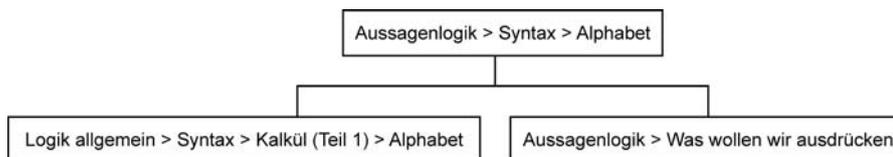


Abbildung 7 – Die Verlinkung aufbauender Information am Beispiel des Kapitels „Aussagenlogik: Syntax: Alphabet“.

Da der Benutzer jederzeit jede Seite betrachten kann, ist die **Seitenstruktur** der beiden Hauptbereiche

- durch die Kapitelstruktur **hierarchisch**,
- dem linearen Lesefluss entsprechend **sequenziell** und
- durch die Zusammenhänge der Inhalte **vernetzt**.

Die folgenden zwei Abbildungen zeigen die Kapitelstruktur und den linearen Lesefluss (in roten gestrichelten Linien dargestellt).

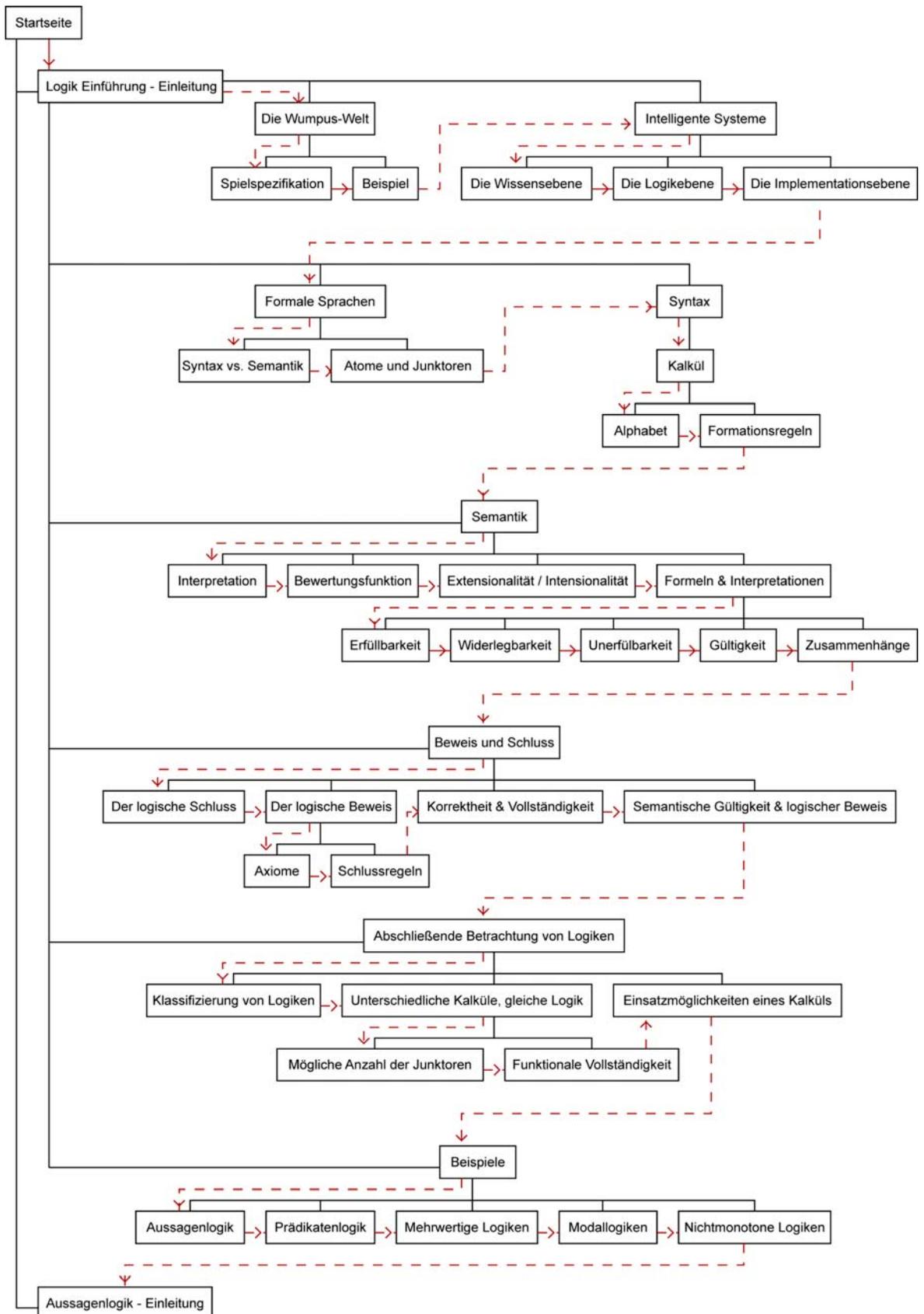


Abbildung 8 – Der Seitenaufbau des Hauptbereiches „Logik Einführung“ ohne Querverlinkungen der Kapitel (die roten gestrichelten Linien markieren den lineare Lesefluss).

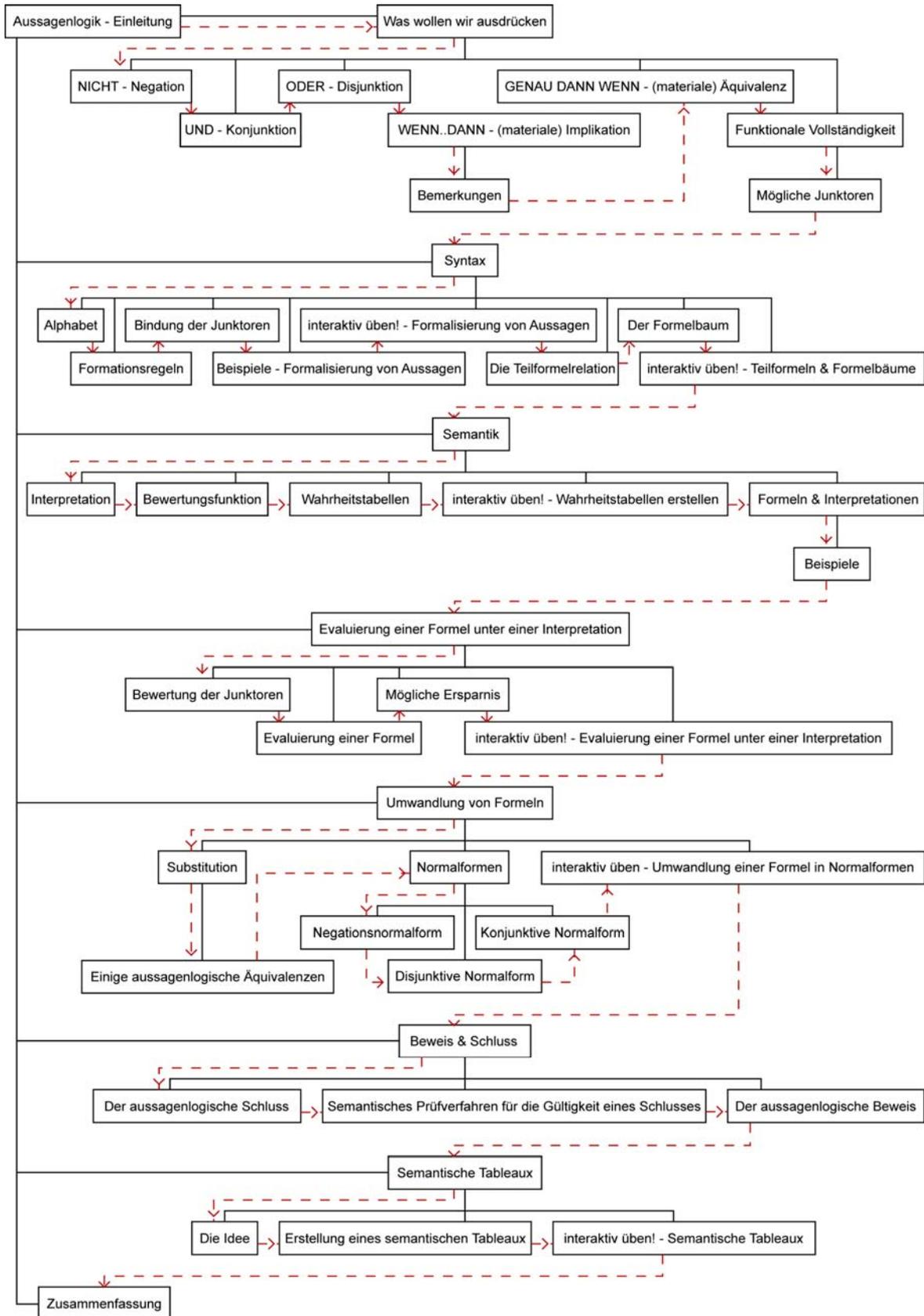


Abbildung 9 – Der Seitenaufbau des Hauptbereiches „Aussagenlogik“ ohne Querverlinkungen der Kapitel (die roten gestrichelten Linien markieren den lineare Lesefluss).

4.2.2 Zusätzliche Angaben, Funktionen und Seiten

- Auf einer **Feedback**-Seite kann der Benutzer über ein Formular mit dem aktuellen Seitenbetreiber in Kontakt treten.
- In Hinsicht auf einen eventuellen Ausbau der Webseite (siehe Kapitel 6 „Ausblick“) wird jetzt bereits eine **Indexseite** zur Verfügung gestellt.
- Die Seiten des E-Books sollen einerseits so ausgedruckt werden können, wie sie am Bildschirm dargestellt werden – da die Seite in der Breite flexibel ist (siehe Kapitel 4.6 „Zugänglichkeit des E-Books“) wird hierfür nichts zusätzliches benötigt. Andererseits soll es die Möglichkeit geben, die Inhalte der beiden Hauptbereiche ohne den Overhead des E-Books, wie etwa die Navigation, sowie eine beliebige Anzahl von Kapiteln auszudrucken. Um dies zu ermöglichen, wird in den zwei Hauptbereichen eine **Druckfunktion** zur Verfügung gestellt. Die Druckfunktion führt zu einer **Auswahlseite** aller **Logikkapitel** auf der der Benutzer die gewünschten Seiten auswählen und gesammelt **ausdrucken** kann.
- Eine Suchfunktion unterstützt die **Suche** in den Inhalten der Webseite.
- Eine eigene **Fehlerseite** wirkt dem frustrierenden Erlebnis der Standard 404-„Seite nicht gefunden“-Fehlerseiten entgegen und bietet sinnvolle weitere Informationen und Links.
- Um die Glaubwürdigkeit der Inhalte zu unterstreichen, enthält das **Impressum** Hintergrundinformationen zum E-Book sowie eine Downloadmöglichkeit der Diplomarbeit.
- Auf jeder Seite wird das Datum der **letzten Änderung** angegeben.
- Die aktuelle Position innerhalb der Webseite wird als **Pfad** angezeigt.
- Die Validierung der **Zugänglichkeit** des E-Books wird auf jeder Seite **angezeigt**.
- Auf einer eigenen Seite werden der Begriff der **Zugänglichkeit** und das Ausmaß ihrer Berücksichtigung **erörtert**.

4.2.3 Das Navigationssystem

Alle Links werden im aktuellen Fenster geöffnet.

Generelle Navigation

Folgende Verknüpfungen sind **immer sichtbar**:

- Das **Hauptmenü** enthält Links
 - zur Startseite (wird auf der Startseite selber nicht angezeigt),
 - zum Hauptbereich „Logik Einführung“,
 - zum Hauptbereich „Aussagenlogik“ und
 - zur Feedbackseite.
- Links zur **Indexseite** und zum **Impressum**.
- Am Ende der Inhalte gibt es einen Link zum **Seitenanfang**.
- Der **Pfad** zur aktuellen Seite ist verlinkt.
- Das **Suchfeld** steht immer zur Verfügung.

- Um die Zugänglichkeit der Webseite zu unterstreichen, ist die Anzeige der Validierung der Zugänglichkeit mit den entsprechenden **Online-Validierungstools** verlinkt.
- Wegen der Zugänglichkeit gibt es am Anfang aller **Linkgruppen** einen Link um diese zu **überspringen**.

Subnavigation der Hauptbereiche

Die zwei Logikbereiche enthalten ein **Submenü**. Dieses besteht, wegen der Übersichtlichkeit, aus der gesamten Kapitelstruktur des jeweiligen Bereiches.

Zusätzliche Subnavigation

Auf allen Seiten, die nicht zu den Hauptbereichen gehören, besteht das Submenü aus **Verlinkungen** zu den **Hauptkapiteln** der beiden Hauptbereiche.

Zusätzliche Navigation der Hauptbereiche

Folgende Navigationsmöglichkeiten stehen in den Hauptbereichen **zusätzlich** zur Verfügung:

- Da der Benutzer über jede Seite in den Lernprozess einsteigen kann, ist es notwendig, alle Seiten mit jenen Kapiteln zu verknüpfen, auf deren Inhalt die aktuelle Seite aufbaut. Diese **Querverlinkungen** der Kapitel werden pro Seite zusammengefasst angezeigt um den Lesefluss nicht zu stören. Die querverlinkten Seiten werden parallel zur aktuellen Seite geöffnet.
- Die Links zu eventuell vorhandenen **Subkapiteln** und **interaktiven Übungsbeispielen** werden zusammengefasst angezeigt.
- Um unabhängig von den zur Verfügung gestellten Querverlinkungen jede beliebige Logikseite parallel öffnen zu können, gibt es zusätzlich ein **Pull-down-Menü**, über das jedes **Logikkapitel** ausgewählt und parallel geöffnet werden kann.
- Es werden Links zum **vorherigen** bzw. **nächsten Kapitel** angezeigt.
- Die **Druckfunktion** wird auf allen Seiten der beiden Hauptbereiche zur Verfügung gestellt, die Inhalte eines Kapitels darstellen.

4.2.4 Der Aufbau der Seiten

Das E-Book enthält die folgenden sechs Seiten strukturell unterschiedlicher Inhalte:

- **Die Startseite**
- **Die Logikseiten**
Dies sind die Seiten der beiden Hauptbereiche.
- **Die Seiten mit paralleler Anzeige von Kapiteln**
Dies betrifft Logikseiten, auf denen zwei Kapitel parallel dargestellt werden.
- **Die Druckauswahlseite**
Dies ist die Seite, auf der der Benutzer auswählen kann, welche Inhalte er ausdrucken möchte.
- **Die Druckseite**
Dies ist die Seite, die nach der Druckauswahl generiert und ausgedruckt wird.
- **Die Informationsseiten**
Dies umfasst Seiten wie Index, Impressum und Feedback.

Im Folgenden wird näher auf diese eingegangen.

Die Startseite

Abbildung 10 zeigt die Seitenstruktur der Startseite. Sie besteht aus vier **inhaltlichen Bereichen**:

- einem kurzen **Einleitungssatz** zum Inhalt der Webseite,
- einem **Willkommenstext**, in dem das Thema der Webseite, das Zielpublikum und die Motivation erläutert werden,
- einem Text über den **Aufbau** und Inhalt des E-Books und
- einer Aufzählung der **Features**.

Besondere **Features**, die kurz umrissen werden sind:

- die durchgängige Veranschaulichung der Konzepte am Beispiel der **Wumpus-Welt**,
- die **lineare** und **nichtlineare Lesbarkeit**,
- die **parallele Anzeige** zweier Seiten und
- die interaktiven **Übungsbeispiele**.

Die Folgenden **Navigationsmöglichkeiten** stehen zur Verfügung:

- die generelle Navigation,
- die zusätzliche Subnavigation und
- ein Link zur Einleitung des Hauptbereichs „Logik Einführung“, um den linearen Lesefluss zu unterstützen.

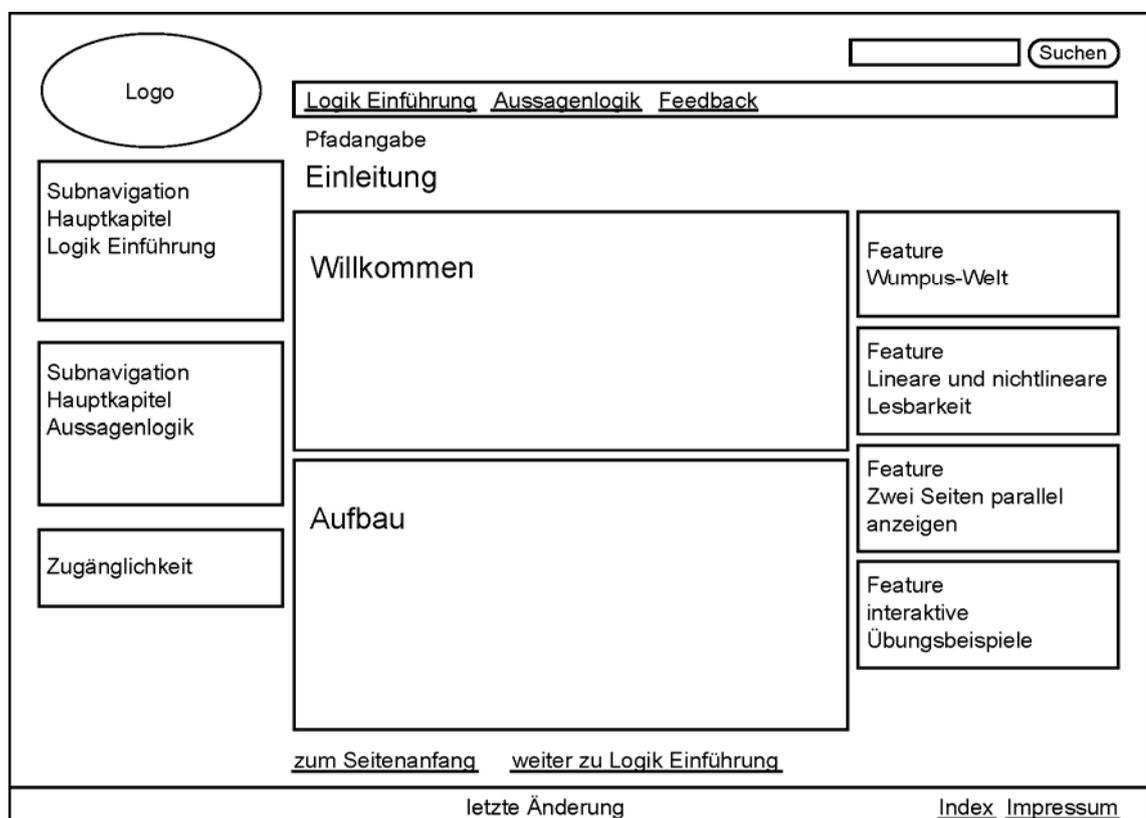


Abbildung 10 – Der Seitenraster der Startseite.

Die Logikseiten

In Abbildung 11 ist der Seitenraster der Logikseiten ist dargestellt. Sie bestehen aus den folgenden **Objekten**:

- den **Kapitelinhalten**,
- der **generellen Navigation** und
- der **Subnavigation** der **Hauptbereiche**.

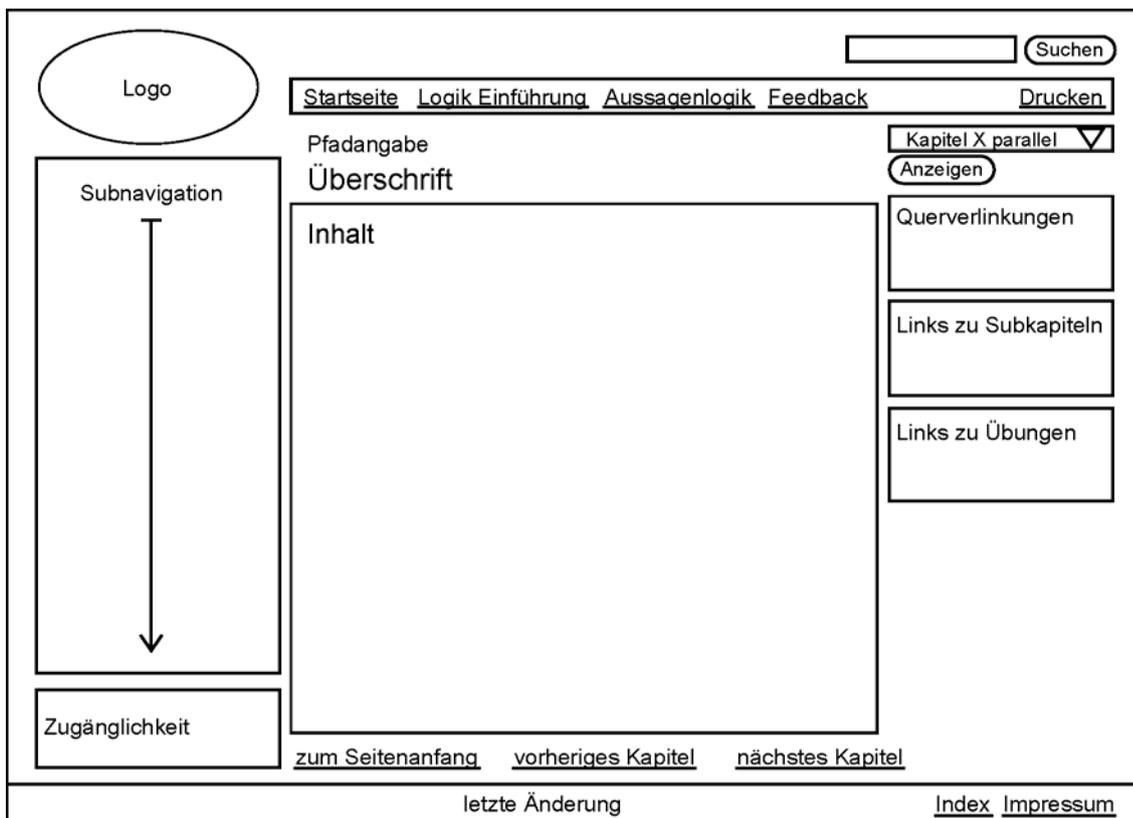


Abbildung 11 – Der Seitenraster der Logikseiten.

Seiten mit paralleler Anzeige von Kapiteln

Diese Seiten **entsprechen** grundsätzlich den **Logikseiten**, mit dem Unterschied, dass das parallel angezeigte Kapitel neben dem Inhalt der ursprünglichen Seite eingebettet wird.

Wegen der, durch die parallele Anzeige entstehenden, Reduktion des zur Verfügung stehenden Platzes, werden folgende **Objekte** der Seiten **anders** dargestellt:

- die zusätzlichen **Navigationsmöglichkeiten** werden **anders** platziert und
- die Beispiele des eingebetteten Kapitels werden per Default nicht angezeigt – der Benutzer kann die **Beispiele bei Bedarf** einzeln **anzeigen** lassen.

Der Seitenraster der Seiten mit paralleler Anzeige von Kapiteln ist in Abbildung 12 dargestellt.

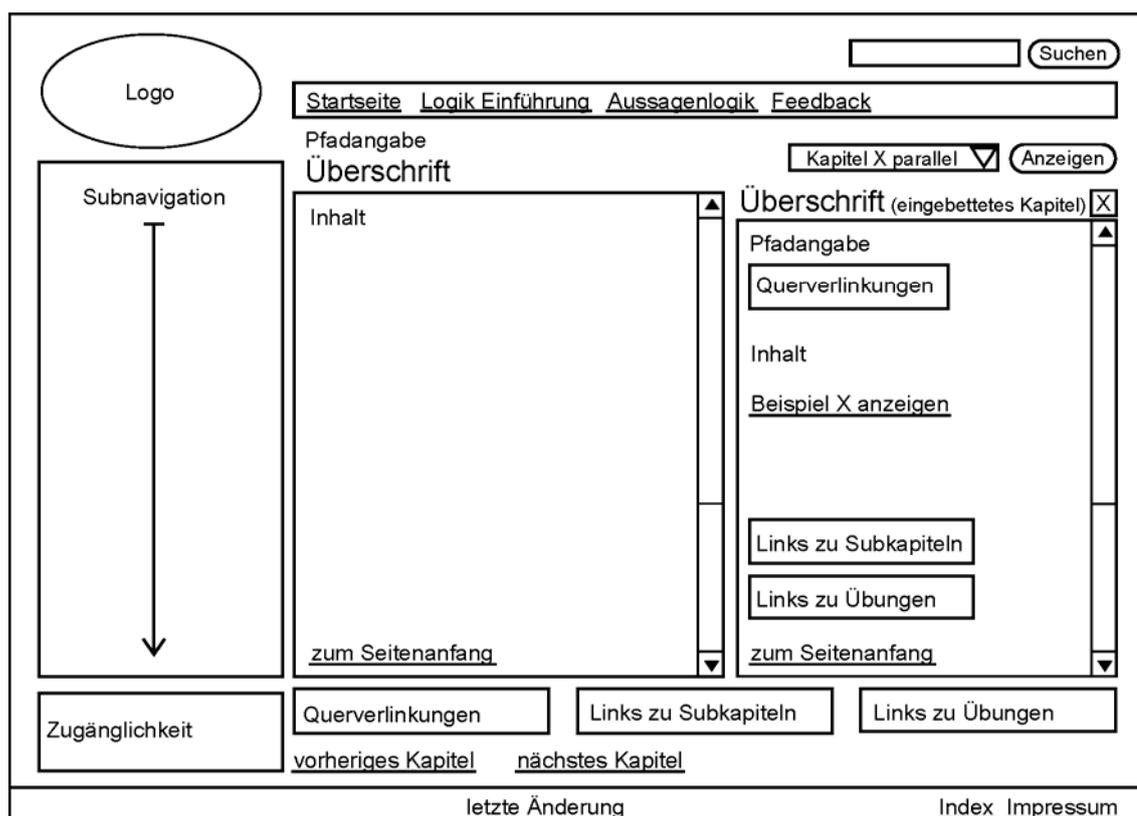


Abbildung 12 – Der Seitenraster der Logikseiten mit eingebettetem Kapitel.

Die Druckauswahlseite

In Abbildung 13 ist der Seitenraster der Druckauswahlseiten dargestellt. Der **Inhalt** besteht aus:

- einem Link, um nur das aktuelle Kapitel auszudrucken und
- einer, nach den Hauptbereichen aufgeteilten, Auswahlliste aller Logikkapitel.

Die folgenden **Navigationsmöglichkeiten** stehen zur Verfügung:

- die **generelle Navigation**,
- die **Subnavigation des aktuellen Hautbereichs**, um den Benutzer nicht zu verwirren, indem er beim Drucken komplett aus der aktuellen Seitenstruktur herausgerissen wird und
- eine Verlinkung, die zum **aktuellen Kapitel** zurückführt.

Die Druckseite

Der Seitenraster der Druckseite ist in Abbildung 14 dargestellt. Diese Seite unterscheidet sich sehr von allen anderen Seiten. Sie enthält nur die folgenden **Objekte**:

- das **Hauptmenü**,
- eine Verlinkung, die zum **aktuellen Kapitel** zurückführt,
- einen kurzen einleitenden **Text**, in dem erklärt wird, dass der Benutzer den Druck über die Browserfunktion starten soll, so dies nicht automatisch passiert, und
- allen für den **Druck** relevanten **Inhalte**, also den Pfaden, Überschriften und Inhalten der ausgewählten Kapitel.

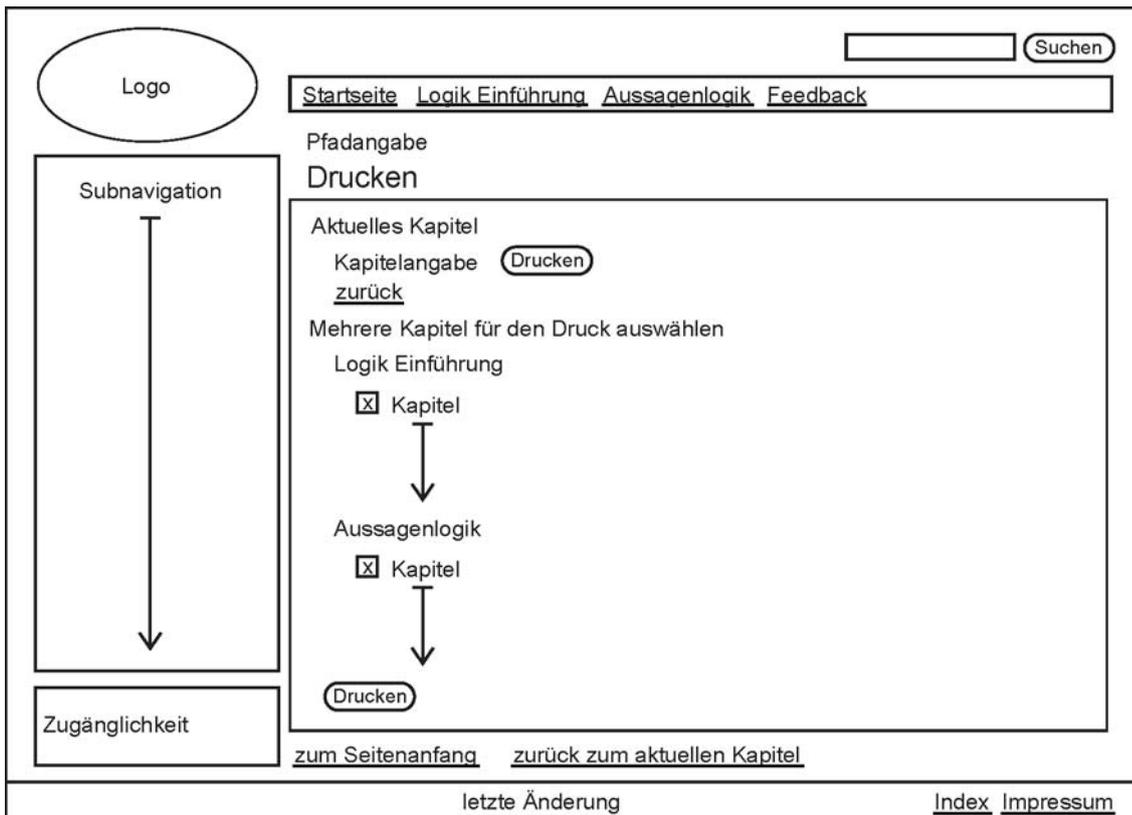


Abbildung 13 – Der Seitenraster der Druckauswahlseite.

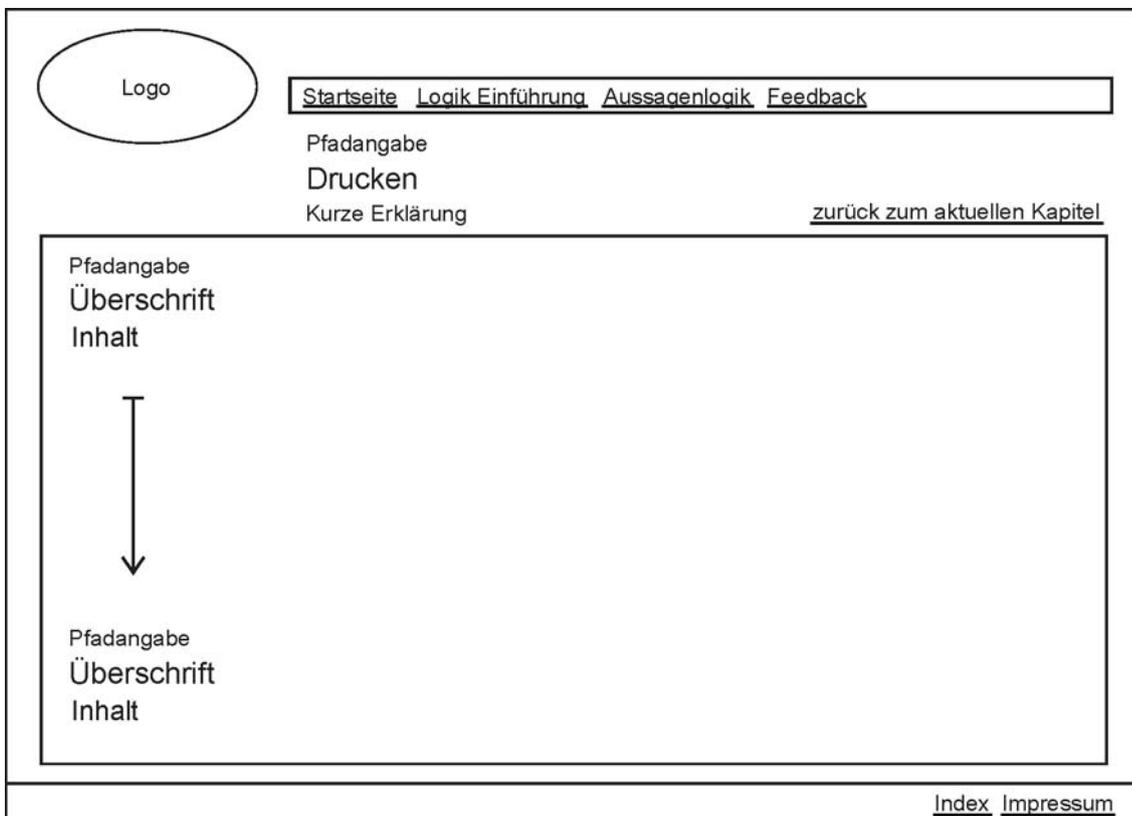


Abbildung 14 – Der Seitenraster der Druckseite.

Die Informationsseiten

Bei diesen Seiten gibt es keine spezielle Aufteilung der Information. Die folgenden **Navigationsmöglichkeiten** stehen zur Verfügung:

- die **generelle Navigation** und
- die **zusätzliche Subnavigation**.

Die Abbildung 15 zeigt den Seitenraster der Informationsseiten.

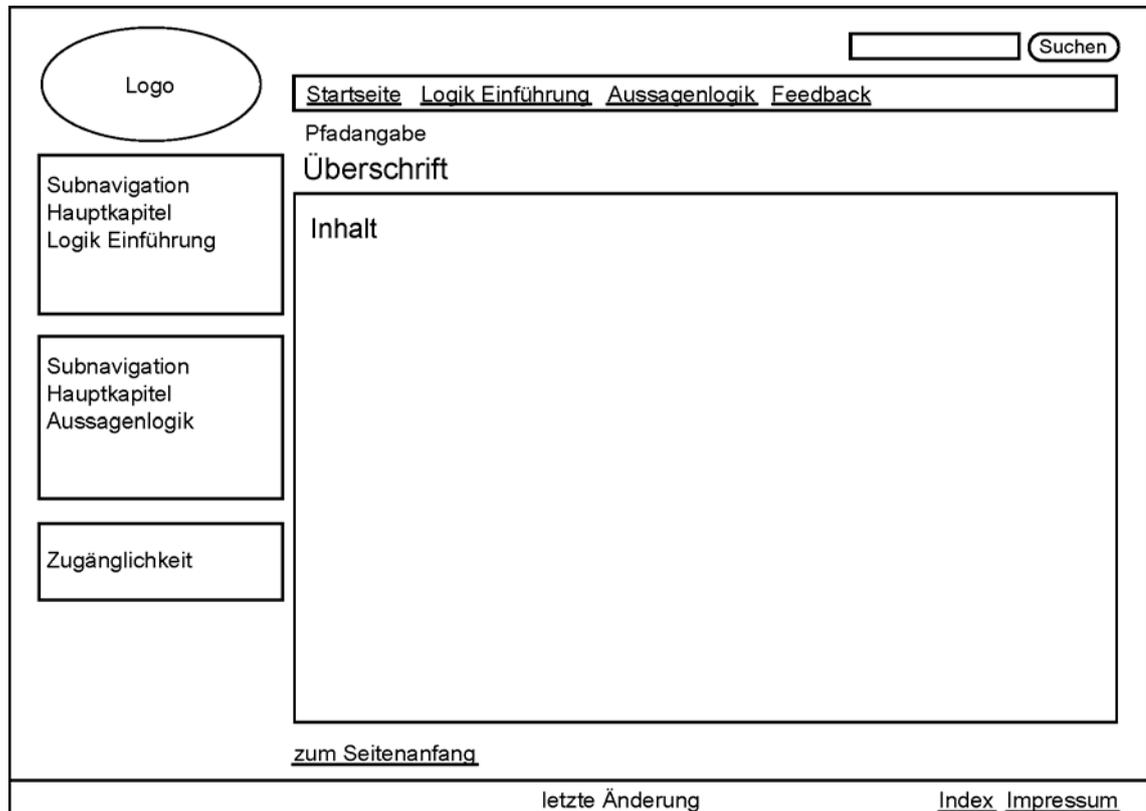


Abbildung 15 – Der Seitenraster der Informationsseiten.

4.2.5 Das URL-Design

Der **Domainname** darf nicht zu trocken wirken und muss den Begriff Logik enthalten. In Anbetracht der Tatsache, dass die Webseite mehrsprachig werden könnte, das Wort „Logik“ auf der Webseite ohnehin sehr oft vorkommt und Google bei einer Suche, die den Begriff „Logik“ enthält, den Begriff dem Wort „Logic“ gleichsetzt, fiel die Entscheidung zu Gunsten von [logic-rulez.net](http://www.logic-rulez.net) aus.

Der **Verzeichnisaufbau** der URL spiegelt den Aufbau der Webseite wieder, indem sich die Seiten des Kapitels „Logik Einführung“ im Verzeichnis /logik und die die Seiten des Kapitels „Aussagenlogik“ im Verzeichnis /aussagenlogik befinden. Alle anderen Seiten befinden sich im Hauptverzeichnis.

Die Benennung der **Dateien** spiegelt den Titel der jeweiligen Seite wieder. So ist etwa die URL

- zum Kapitel Syntax des Bereiches „Logik Einführung“
<http://www.logic-rulez.net/logik/syntax.php>,
- zum Kapitel Syntax des Bereiches „Aussagenlogik“
<http://www.logic-rulez.net/aussagenlogik/syntax.php>.

4.3 Die Gestaltung des Inhalts

Der Benutzer wird per „du“ angesprochen und mit Formulierungen wie „wir wollen...“ oder „wir brauchen...“ etc. in das Geschehen miteinbezogen. Die Sprache ist einfach und freundlich und gleichzeitig nüchtern und präzise.

In diesem Kapitel wird zunächst auf die Gestaltung der Inhalte eingegangen. Anschließend werden die Übungsbeispiele beschrieben. Die Beschreibung der gewählten Bezeichnungen der Seitenobjekte rundet dieses Kapitel ab.

4.3.1 Aufbereitung der Logikseiten

Die **Aufbereitung** der Inhalte ist wie folgt:

- Auf den Seiten der **Logik Einführung** werden die logischen Konzepte möglichst umgangssprachlich und **intuitiv** formuliert.
- Auf den Seiten der **Aussagenlogik** werden diese Konzepte vertieft und **etwas formaler** unter Benutzung von Fachbegriffen formuliert.
- Da die Seiten des E-Books linear gelesen werden können, haben sie einen inhaltlichen und **sprachlichen Faden**.
- Da die Seiten des E-Books nicht-linear gelesen werden können, müssen sie durch **Wiederholungen** und **Verweise** (durch Querverlinkungen) die Möglichkeit bieten, relevante Informationen aufzuholen und Kapitel nachzulesen.
- Jedes Kapitel enthält eine **Übersicht** der **Subkapitel**, um die Zusammenhänge aufzuzeigen.
- Die erläuterten Konzepte werden durchgehend am Beispiel der Wumpus-Welt und mit anderen **Beispielen** veranschaulicht.

Beispiel 15 und Beispiel 16 veranschaulichen dies, indem jeweils die Inhalte der Kapitel „Semantik“ der beiden Hauptbereiche angeführt werden.

Die Wumpus-Welt

Die Wumpus-Welt ist ein einfaches Beispiel eines **Planungsproblems** für einen autonomen Agenten und gibt ein Gefühl dafür, was man innerhalb einer Logik ausdrücken und schließen möchte. Sie entstammt einem frühen, an der University of Massachusetts entwickelten **Computerspiel** aus den 70er Jahren und wird auch im weit verbreiteten AI Buch [3] beschrieben und zu Anschauungszwecken herangezogen. In diesem Kapitel wird die vereinfachte Version der Wumpus-Welt vorgestellt, die im E-Book zur Illustration dient.

Die Wumpus-Welt besteht aus **Räumen**, die miteinander verbunden sind. In einem Raum versteckt sich das **Monster** – der Wumpus. Außerdem gibt es in einigen Räumen **Fallgruben**. Betritt der Agent einen Raum mit einer Fallgrube oder dem Wumpus, stirbt er. Einen Raum mit einem toten Wumpus zu betreten ist gefahrlos möglich. Ziel des Spieles ist, das in einem Raum versteckte **Gold** zu **finden**, wieder zur **Startposition** zurückzukehren und unversehrt aus dem Höhlensystem **herauszuklettern**.

Das Spielfeld besteht aus einem **4x4 Raster**. Der Spieler beginnt immer am linken unteren Eck mit der Adresse [A,1] und schaut nach rechts. Der Wumpus, die Fallen und das Gold können sich – außer auf dem Startfeld auf jedem beliebigen Spielfeld befinden.

Semantik (Logik Einführung)**Diese Seite nimmt Bezug auf:**

- Logik Einführung: [Die Wumpus-Welt](#)
- Logik Einführung: [Syntax vs. Semantik](#)
- Logik Einführung: [Syntax](#)

Lassen sich unser Wissen und unsere Schlüsse formal repräsentieren, wollen wir diesen sinnentleerten Symbolfolgen wiederum Bedeutungen zuweisen.

Definition

Die **Semantik** (Bedeutungslehre) beschäftigt sich mit der Bedeutung von sprachlichen Zeichen, Worten und Sätzen.

D.h. in der Semantik wird die Bedeutung/Bewertung der Sätze und damit ihr Gehalt oder Wahrheitswert in der Welt definiert. Wir brauchen also Regeln, die festlegen, welche **Bedeutung eine Aussage in einer bestimmten Welt** (zu einem bestimmten Zeitpunkt) hat.

Beispiel - Unterschiedliche Welten: Wumpus-Welt

Betrachten wir wieder die Wumpus-Welt. Bei dem Spiel ist grundsätzlich jede mögliche Spielumgebung eine Welt.
In unterschiedlichen Umgebungen kann die Aussage Luftzug(B,3) zutreffen, also wahr sein, oder auch nicht. Da sich der Agent bewegen kann, ist eine Welt nicht nur durch die Spielumgebung definiert, sondern auch durch jeden einzelnen Spielzeitpunkt.

Beispiel - Unterschiedliche Welten: Zahlen

Definieren wir die Bedeutung des Symbols ‚+‘ standardmäßig als Addition, könnte

- die Symbolfolge $x+y=10$

in der Welt der natürlichen Zahlen bedeuten, dass

- $x=3$ und $y=7$ ist,

in der Welt der binären Zahlen hingegen, dass

- $x=1$ und $y=1$ ist.

Um die Bedeutung einer Aussage in einer bestimmten Welt (zu einem bestimmten Zeitpunkt) erfassen zu können, müssen wir einerseits

1. die **Interpretation** (also die Bedeutung) der Elementaraussagen in dieser Welt (zu diesem bestimmten Zeitpunkt) kennen

und andererseits allgemein wissen

2. wie wir aus diesen einzelnen Bedeutungen eine **Bewertung** des ganzen Satzes generieren.

Dabei kann die Bedeutung einer Aussage eindeutig durch die Bedeutungen ihrer Teilaussagen bestimmt sein, oder auch nicht (Prinzip der **Extensionalität/Intensionalität**).

Mit Begriffen wie der **Erfüllbarkeit** oder der **Gültigkeit** wird der Zusammenhang zwischen einer Aussage und ihren möglichen Interpretationen bezeichnet.

Weitere Themen dieses Kapitels:

- [Interpretation](#)
- [Bewertungsfunktion](#)
- [Extensionalität / Intensionalität](#)
- [Formeln & Interpretationen](#)

Beispiel 15 – Inhalt des Kapitels „Semantik“ im Bereich „Logik Einführung“.

Semantik (Aussagenlogik)

Diese Seite nimmt Bezug auf

- Logik Einführung: [Syntax vs. Semantik](#)
- Logik Einführung: [Atome & Junktoren](#)
- Logik Einführung: [Semantik](#)
- Aussagenlogik: [Was wollen wir ausdrücken](#)
- Aussagenlogik: [Syntax](#)
- Aussagenlogik: [Die Teilformelrelation](#)

Haben wir die Syntax definiert, müssen wir die **Semantik**, also die **Bedeutung der Formeln**, entsprechend der Spezifikation formal festlegen.

Beispiel - Bewertung einer Formel

Betrachten wir z.B. die Formel

- $\neg p \wedge q \rightarrow r \vee s$

Um die Formel bewerten, also ihre Bedeutung erfassen zu können, müssen wir innerhalb der Semantik festlegen, welche Bewertungen die Atome annehmen können und wie sich der Einsatz der Junktoren auf die Bewertung der Gesamtformel auswirkt.

Die Bewertung einer Formel γ ergibt sich aus den Bewertungen der unmittelbaren Teilformeln und der Bedeutung des Hauptjunktors.

- Wir müssen also zunächst definieren, wie wir **Atome bewerten (Interpretation)**
- und wie wir **Junktoren bewerten (Bewertungsfunktion)**.
- Dann wollen wir uns ansehen, wie wir mittels **Wahrheitstabellen** den Wahrheitsgehalt einer Formel unter allen möglichen Interpretationen berechnen können.
- Das **Erstellen von Wahrheitstabellen** kann interaktiv geübt werden.
- Abschließend definieren wir einige wichtige Begriffe bezüglich des **Zusammenhanges zwischen einer Formel und ihren möglichen Interpretationen**.

Im Folgenden schreiben wir *0* für *falsch* und *1* für *wahr*.

Weitere Themen dieses Kapitels:

- [Interpretationsfunktion](#)
- [Bewertungsfunktion](#)
- [Wahrheitstabellen](#)
- [Formeln & Interpretationen](#)

Das kannst du üben:

- [Wahrheitstabellen erstellen](#)

Beispiel 16 – Inhalt des Kapitels „Semantik“ im Bereich „Aussagenlogik“.

Im Folgenden sind die **möglichen Wahrnehmungen** des Agenten in der Wumpus-Welt angeführt.

- Im Wumpus-Raum und in den direkt (nicht diagonal) benachbarten Räumen ist ein **Gestank** wahrnehmbar.
- In den direkt zu einer Fallgrube benachbarten Räumen ist ein **Luftzug** wahrnehmbar.
- Im Raum mit dem Gold ist ein **Glitzern** wahrnehmbar.
- Lläuft der Agent gegen eine **Wand**, bemerkt er dies
- Stirbt der Wumpus, ertönt ein **Schrei**.

Abbildung 16 zeigt eine mögliche Wumpus-Welt und die entsprechenden Wahrnehmungen.

Mögliche **Aktionen** des Agenten sind:

- vorwärts **gehen**,
- 90° nach **rechts drehen**,
- 90° nach **links drehen**,
- das **Gold aufheben**,
- einen **Pfeil** in Blickrichtung abschießen (der Agent hat nur einen Pfeil zur Verfügung) und
- im Eingangsraum die **Höhle verlassen**.

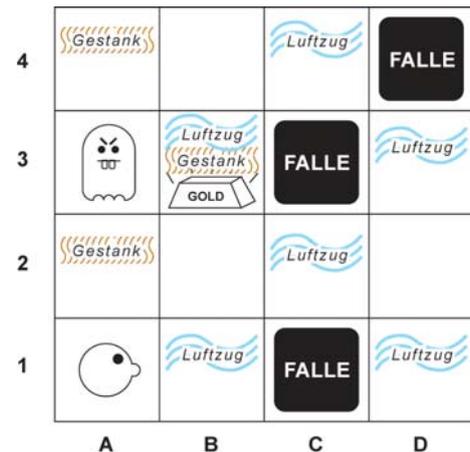


Abbildung 16 – Eine mögliche Wumpus-Welt (aus [3]).

4.3.2 Die interaktiven Übungsbeispiele

Um den Effekt der einzelnen Methoden zu veranschaulichen, werden zu Beginn der Beschreibung der Aussagenlogik zwei **Problemstellungen** präsentiert, die in den Übungsbeispielen herangezogen werden können:

- **Problemstellung "Wumpus Welt"**
Die Wumpus-Welt wurde bereits beschrieben.

Die **Problemstellung** besteht aus folgenden Aussagen:

1. Auf Feld [A,1] ist kein Gestank bemerkbar.
2. Auf Feld [B,1] ist kein Gestank bemerkbar.
3. Auf Feld [A,2] ist ein Gestank bemerkbar.
4. Ist auf einem Feld kein Gestank bemerkbar, so kann sich der Wumpus weder auf dem Feld selber, noch auf dem Feld darüber, darunter, links davon oder rechts davon befinden.
5. Ist auf einem Feld ein Gestank bemerkbar, befindet sich der Wumpus entweder auf dem Feld, oder auf dem Feld darüber, darunter, links davon oder rechts davon.

Zu zeigen ist, dass

- sich der Wumpus auf Feld [A,3] befindet.

- **Problemstellung "Winde und Fenster"**

L. Carroll, der Autor von "Alice im Wunderland", war nicht nur Schriftsteller, sondern hauptsächlich Mathematiker und beschäftigte sich viel mit Logik.

Das "Wind und Fenster" Problem stammt aus dem Buch "Lewis Carroll's Symbolic Logic" [70].

Die Problemstellung besteht aus folgenden Aussagen:

1. Es ist immer sonnig, wenn der Wind aus Osten weht.
2. Wenn es kalt und neblig ist, übt mein Nachbar Flöte.
3. Wenn das Feuer raucht, öffne ich die Türe.
4. Wenn es kalt ist und ich mich rheumatisch fühle, entzünde ich ein Feuer.
5. Wenn der Wind aus Osten kommt und böig ist, raucht mein Feuer.
6. Wenn die Türe offen ist, habe ich keine Kopfschmerzen.
7. Wenn die Sonne scheint und es nicht kalt ist, lasse ich das Fenster geschlossen, wenn es neblig ist.
8. Wenn der Wind nicht böig ist, und wenn das Feuer brennt und die Türe geschlossen ist, fühle ich mich nicht rheumatisch.
9. Sonnenschein verursacht immer Nebel.
10. Wenn mein Nachbar Flöte übt, schliesse ich die Türe.
11. Wenn es neblig ist und der Wind aus Osten kommt, fühle ich mich rheumatisch.

Zu zeigen ist, dass

- Wenn der Wind aus Osten kommt, lasse ich meine Fenster zu.

Die wichtigsten **Merkmale**, die alle Übungsbeispiele charakterisieren, sind:

- Bei allen Übungsbeispielen können die **Formelrepräsentationen** der beiden **Problemstellungen ausgewählt** werden.
- Bei allen Übungsbeispielen (ausgenommen der Formalisierung von Aussagen) können zusätzlich **beliebige**, eigene **Formeln angegeben** werden.
- Eingegebene **Formeln** bleiben während der gesamten Sitzung **erhalten** und können so leicht in weiteren Übungsbeispielen eingesetzt werden.
- Auch **Unvollständig gelöste Beispiele** können **überprüft** werden.
- Es besteht jederzeit die Möglichkeit, den **nächsten Lösungsschritt** oder die **Lösung** selbst **anzeigen** zu lassen.
- Bei **Fehlern** bei der Lösung der Beispiele erhält der Benutzer **Rückmeldungen** und Tipps für die erfolgreiche Lösung.

Um das Üben der Methoden an beliebigen Formeln zu ermöglichen und Lösungen und Lösungsschritte anzeigen zu können, sowie Rückmeldungen geben zu können, wurden für alle Übungsbeispiele (außer der Formalisierung von Aussagen) Prozeduren implementiert.

Auf den folgenden Seiten wird die Handhabung der interaktiven Übungsbeispiele beschrieben. Eine kurze Beschreibung der technischen Umsetzung findet sich in Kapitel 4.5.1 „Technischer Aufbau des E-Books und der Logikseiten“.

Formalisierung von Aussagen

Hier kann die Formalisierung natürlichsprachiger Aussagen an den angeführten Problemstellungen geübt werden.

Zunächst wählt der Benutzer eine der beiden bereits angeführten Problemstellungen, deren Sätze er mit angegebenen Atomen unter Verwendung möglichst weniger Klammern formalisieren kann.

Das folgende Beispiel zeigt einen Ausschnitt aus dem Übungsbeispiel.

Formalisiere die Problemstellung aus dem **Wumpus Welt Beispiel** mit den atomaren Formeln der untenstehenden Tabelle unter Verwendung **möglichst weniger Klammern** (du kannst deine Eingabe auch überprüfen lassen, wenn sie unvollständig ist).

Atom	Zuordnung
g_a1	Gestank auf Feld [A, 1]
g_b1	Gestank auf Feld [B, 1]
g_a2	Gestank auf Feld [A,2]
w_a1	Wumpus auf Feld [A, 1]
w_a2	Wumpus auf Feld [A,2]
w_a3	Wumpus auf Feld [A,3]
w_b1	Wumpus auf Feld [B, 1]
w_b2	Wumpus auf Feld [B,2]
w_c1	Wumpus auf Feld [C,1]

- „Auf Feld [A, 1] ist kein Gestank bemerkbar.“
- „Auf Feld [B, 1] ist kein Gestank bemerkbar.“
- „Auf Feld [A,2] ist ein Gestank bemerkbar.“
- „Ist auf Feld [A, 1] kein Gestank bemerkbar, kann sich der Wumpus weder auf den Feldern [A, 1], [A,2] noch [B, 1] befinden.“
- „Ist auf Feld [B, 1] kein Gestank bemerkbar, kann sich der Wumpus weder auf den Feldern [A, 1], [B, 1], [C, 1] noch [B,2] befinden.“
- „Ist auf Feld [A,2] ein Gestank bemerkbar, befindet sich der Wumpus auf Feld [A, 1], [A,2], [A,3] oder [B,2].“
- „Der Wumpus befindet sich auf Feld [A,3]“
- „Wenn die Sätze 1-6 wahr sind, folgt Satz 7 daraus.“

[überprüfen](#) oder [alle anzeigen](#)

Beispiel 17 – Ausschnitt aus dem interaktiven Übungsbeispiel „Formalisierung von Aussagen“.

Formalbäume erstellen und Teilformeln erkennen

Nach der Wahl bzw. Eingabe der Formel kann hier das Erstellen eines Formelbaumes und das Erkennen von Teilformeln geübt werden. Dieses Übungsbeispiel besteht aus den folgenden drei Teilbeispielen:

- **Formelbaum erstellen**
Der Formelbaum kann schrittweise erstellt werden, indem der Benutzer auf den Hauptjunktork der Formelentsprechung eines Knotens klickt, um den Knoten zu expandieren und mit dem Junktork zu markieren. Der Benutzer kann sich zusätzlich zur allgemeinen Funktionalität der Übungsbeispiele die Formelentsprechungen der Knoten des bereits erstellten Baumes anzeigen lassen.
- **Unmittelbare Teilformeln angeben**
Der Benutzer kann die unmittelbaren Teilformeln der gewählten Formel eingeben.
- **Teilformeln angeben**
Der Benutzer kann die Teilformeln der gewählten Formel eingeben.

Fehler bei der Teilformelangebe werden nicht einzeln ausgewiesen. Das folgende Beispiel zeigt einen Ausschnitt aus dem Übungsbeispiel.

Formel: $\neg p \& q \rightarrow r \mid s$

Formelbaum erstellen
Erstelle den Formelbaum gemäß der Beschreibung, indem du auf den **schwächsten Junktork** klickst um den **Knoten** mit diesem zu markieren. (Formel-Entsprechungen der Knoten [nicht anzeigen](#))

```
graph TD; A["→ [¬p & q → r | s]"] --- B["& [¬p & q]"]; A --- C["[r | s]"]; B --- D["[¬p]"]; B --- E["q"];
```

[nächsten Schritt anzeigen](#) oder [Baum anzeigen](#)

Unmittelbare Teilformeln
Gib alle **unmittelbaren Teilformeln**, unter Verwendung möglichst weniger Klammern, zeilenweise ein.

[überprüfen](#) oder [unmittelbare Teilformeln anzeigen](#)

Teilformeln
Gib **alle Teilformeln**, unter Verwendung möglichst weniger Klammern, zeilenweise ein.

[überprüfen](#) oder [Teilformeln anzeigen](#)

Beispiel 18 – Ausschnitt aus dem interaktiven Übungsbeispiel „Formelbäume erstellen und Teilformeln erkennen“.

Wahrheitstabellen erstellen

Hier kann das Erstellen einer Wahrheitstabelle interaktiv geübt werden. Nach der Wahl bzw. Eingabe der Formel wird die leere Tabelle automatisch generiert und angezeigt. Es ist nicht notwendig, den Benutzer die Spalten der Tabelle selber bestimmen zu lassen, da diese den Teilformeln entsprechen, deren Erkennung bereits im vorhergehenden Übungsbeispiel geübt wurde.

Eine Strategie die Atome zu bewerten, die auch im E-Book vorgestellt wird, ist die Folgende: Für n Atome existieren 2^n mögliche Kombinationen der Wahrheitswerte. Folglich hat die Wahrheitstabelle 2^n Zeilen. Jeder Zeile kann also eine n -stellige binäre Darstellung ihrer Zeilennummer zugewiesen werden. Sortiert man die Atome alphabetisch und ordnet man jedem Atom die entsprechende Stelle der binären Darstellung der Zeilennummer zu, so erhält man eine geordnete Reihenfolge der Bewertungen.

Um den Benutzer bei der Bewertung der Atome nach diesem Schema zu unterstützen, können bei der Tabelle die Zeilennummer und die binäre Darstellung dieser Nummer eingeblendet werden.

Wird ein Feld automatisch befüllt, werden sowohl das Feld als auch die zur Bewertung herangezogenen Felder graphisch hervorgehoben, um die Zusammenhänge aufzuzeigen.

Das folgende Beispiel zeigt einen Ausschnitt aus dem Übungsbeispiel.

Formel: $p \& q \rightarrow r \rightarrow !p$

Fülle die Felder gemäß der Beschreibung der Wahrheitstabellen aus (du kannst deine Eingabe auch überprüfen lassen, wenn sie unvollständig ist)

(Zeilennummer [nicht anzeigen](#), binäre Darstellung [nicht anzeigen](#))

Zeile	binäre Darstellung	p	q	r	$p \& q$	$p \& q \rightarrow r$	$!p$	$p \& q \rightarrow r \rightarrow !p$
0	000	0	0	0	0	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
1	001	<input type="checkbox"/>						
2	010	<input type="checkbox"/>						
3	011	<input type="checkbox"/>						
4	100	<input type="checkbox"/>						
5	101	<input type="checkbox"/>						
6	110	<input type="checkbox"/>						
7	111	<input type="checkbox"/>						

[überprüfen](#) oder [nächstes Feld automatisch befüllen](#) oder [ganze Tabelle anzeigen](#)

Beispiel 19 – Ausschnitt aus dem interaktiven Übungsbeispiel „Wahrheitstabellen erstellen“.

Evaluierung einer Formel unter einer Interpretation

Hier kann die Evaluierung einer Formel unter einer Interpretation unter Berücksichtigung der möglichen Ersparnisse bei der Evaluierung der Teilformeln interaktiv geübt werden. Nach der Wahl bzw. Eingabe der Formel müssen zunächst die Reihenfolge der Evaluierung der Atome und die gewünschte Interpretation angegeben werden – beides kann auch zufällig generiert werden.

Sind Interpretation und Reihenfolge bestimmt, wird eine Tabelle mit den drei Spalten „Schritt“, „Teilformel“ und „Bewertung“ angezeigt – die Zeilen entsprechen den Teilformeln, deren Erkennung bereits in einem vorhergehenden Übungsbeispiel geübt werden konnte. Die Bewertung und Überprüfung erfolgt schrittweise.

Das folgende Beispiel zeigt einen Ausschnitt aus dem Übungsbeispiel.

Formel: $g_a2 \rightarrow w_a1 \mid w_a2 \mid w_a3 \mid w_b2$

Evaluierung der Formel
unter der **Interpretation**

- $I = \{ g_a2 \mapsto 0, w_a1 \mapsto 0, w_a2 \mapsto 1, w_a3 \mapsto 0, w_b2 \mapsto 0 \}$

unter Berücksichtigung der **Reihenfolge** in der die **Atome** bewertet werden sollen

- $[w_b2, w_a1, g_a2, w_a2, w_a3]$

Fülle die Felder gemäß der Beschreibung der Evaluierung einer Formel schrittweise aus.

Schritt	Teilformel	Bewertung
1	$g_a2 \rightarrow w_a1 \mid w_a2 \mid w_a3 \mid w_b2$	<input type="text"/>
	$w_a1 \mid w_a2 \mid w_a3 \mid w_b2$	<input type="text"/>
	$w_a1 \mid w_a2 \mid w_a3$	<input type="text"/>
	$w_a1 \mid w_a2$	<input type="text"/>
	w_b2	0
	w_a3	<input type="text"/>
	w_a2	<input type="text"/>
2	w_a1	0
3	g_a2	0

[Schritt überprüfen](#) oder [nächsten Schritt anzeigen](#) oder [alle Schritte anzeigen](#)

Beispiel 20 – Ausschnitt aus dem interaktiven Übungsbeispiel „Evaluierung einer Formel unter einer Interpretation“.

Umwandlung einer Formel in Normalformen

Hier kann die Umwandlung einer Formel in Negationsnormalform, sowie in konjunktive und disjunktive Normalform interaktiv geübt werden. Nach der Wahl bzw. Eingabe der Formel muss zunächst die Negationsnormalform erstellt werden. Da eine Normalform erstellt werden kann, indem man Schritt für Schritt eine der Regeln aus Kapitel 2.2.5 „Umwandlung von Formeln - Normalformen“ auf eine Teilformel anwendet, werden bei jedem Schritt eine Auswahlliste aller zur Verfügung stehenden Regeln und eine Liste aller Teilformeln mit Radiobuttons angeboten. Die erfolgreichen Schritte werden aufgelistet.

Ist die Negationsnormalform erstellt, können die konjunktive und disjunktive Normalform auf die gleiche Weise erstellt werden.

Das folgende Beispiel zeigt einen Ausschnitt aus dem Übungsbeispiel.

Formel: $p \& q \rightarrow r \rightarrow !p$

Negationsnormalform erstellen

Ausgangsformel: $p \& q \rightarrow r \rightarrow !p$

Elimination der Implikation auf $p \& q \rightarrow r \rightarrow !p$

- $!(p \& q \rightarrow r) | !p$

Elimination der Implikation auf $p \& q \rightarrow r$

- $!(!(p \& q) | r) | !p$

De Morganschen Regel auf $!(p \& q)$

- $!(!p | !q | r) | !p$

De Morganschen Regel auf $!(!p | !q | r)$

- $!!p \& !!q \& !r | !p$

Elimination doppelter Negation auf $!!p$

- $p \& !!q \& !r | !p$

Elimination doppelter Negation auf $!!q$

- $p \& q \& !r | !p$

Diese Formel ist bereit in disjunktiver Normalform!

Konjunktive Normalform erstellen

Erstelle die konjunktive Normalform gemäß der Beschreibung, indem du die Regel und die Teilformel auswählst auf die sie angewendet werden soll.

Ausgangsformel: $p \& q \& !r | !p$

Kommutativität auf $p \& q \& !r | !p$

- $!p | p \& q \& !r$

Regel

Regel auswählen ▼

auf

- p
- q
- r
- !p
- p & q
- !r
- p & q & !r
- !p | p & q & !r

[anwenden](#)

oder [nächsten Schritt anzeigen](#) oder [alle Schritte anzeigen](#)

Beispiel 21 – Ausschnitt aus dem interaktiven Übungsbeispiel „Umwandlung einer Formel in Normalformen“.

Semantische Tableaux erstellen

Hier können die Erstellung eines semantischen Tableau, das Erkennen der Erfüllbarkeit sowie das Ablesen der Modelle aus dem Tableau geübt werden. Hierfür wurde ein Tableaubeweiser implementiert.

Zunächst wird die gewählte bzw. eingegebene Formel in Negationsnormalform dargestellt. Das Tableau kann schrittweise erstellt werden, indem der Benutzer auf den Hauptjunktorknoten eines noch nicht expandierten Knotens klickt, um die Folgeknoten zu erstellen. Ist das Tableau erstellt, kann der Benutzer nacheinander folgende Angaben machen (die möglichen Variationen sind hier durch Schrägstriche getrennt – in der Applikation ist dies durch Auswahllisten realisiert):

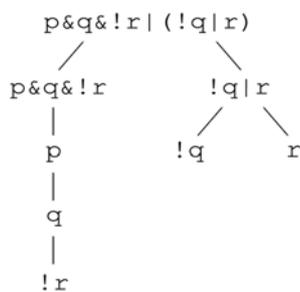
- Das Tableau ist offen/geschlossen.
- Daraus folgt, γ ist erfüllbar/unerfüllbar/gültig/kann man nicht sagen.
- Daraus folgt, $!\gamma$ ist erfüllbar/unerfüllbar/gültig/kann man nicht sagen.

Sind diese Angaben gemacht, kann der Benutzer schrittweise alle Modelle von γ angeben, indem er für jedes Modell eine Bewertung jedes Atoms auswählt. Die möglichen Bewertungen hierbei sind 0, 1 und „egal“. Selbstverständlich gibt es auch die Möglichkeit zu sagen, dass es keine weiteren Modelle gibt, wie das folgende Beispiel zeigt.

Formel: $\gamma = !p \mid !q \mid r \rightarrow (q \rightarrow r)$

NNF(γ) = $p \& q \& !r \mid (!q \mid r)$

Das **Tableau** schaut folgendermaßen aus:



Dieses Tableau ist **offen**.

Daraus folgt, γ ist **erfüllbar**.

Daraus folgt, über $!\gamma$ **kann man nichts sagen**.

Modelle von γ

Bereits erkannte Modelle:

$I = \{p \mapsto 1, q \mapsto 1, r \mapsto 0\}$

Gib noch ein Modell von γ an

$I = \{p \mapsto$, $q \mapsto$, $r \mapsto$ $\}$

es gibt kein weiteres Modell

[überprüfen](#)

oder [noch ein Modell anzeigen](#) oder [alle Modelle anzeigen](#)

Beispiel 22 – Ausschnitt aus dem interaktiven Übungsbeispiel „semantische Tableaux erstellen“.

4.3.3 Bezeichnungen der Objekte

Als Abschluss dieses Kapitels werden die gewählten Bezeichnungen der Objekte des E-Books angegeben.

Zugänglichkeit

Dieses Seitenobjekt hat die Überschrift „Zugänglichkeit“ und umfasst folgendes:

- einen **Link** zu einem **Erklärungstext** zur Zugänglichkeit des E-Books, dessen Linkbezeichnung „Zugänglichkeit dieses E-Book“ ist, und
- **Links** zu den **Online-Validierungstools** des **W3C** für korrekte HTML- und CSS-Implementierung und dem **Zugänglichkeitstester** des Cynthia Says Portals (siehe Kapitel 4.6 „Zugänglichkeit des E-Books“).
Die Links werden unter der **Überschrift** „Online-Validierungstools“ zusammengefasst. Es wird zusätzlich folgender **Satz** angeführt: „(Klicke auf die Bilder, um die aktuelle Seite zu testen)“.

Die Links sind über die folgenden **Piktogramme** der Tools realisiert:



Abbildung 17– Piktogramm des Online-Validierungstools des W3C für korrekte HTML-Implementierung.



Abbildung 18 – Piktogramm des Online-Validierungstools des W3C für korrekte CSS-Implementierung.



Abbildung 19 – Piktogramm des Zugänglichkeitstester des Cynthia Says Portals.

Titel, Überschriften und Linkbezeichnungen

Die Bezeichnungen der nachfolgenden Tabellen sind wie folgt **formatiert**:

- **Text** ist **kursiv** dargestellt,
- **Formularfelder** werden in **Großbuchstaben** geschrieben und
- **variable Inhalte** werden in **Großbuchstaben** und **Kursiv** geschrieben,
- **Links** sind **unterstrichen**.

Objekt	Bezeichnung
Seitentitel Startseite	<i>Logik E-Book: mathematische Logik Einführung und Aussagenlogik – logic-rulez.net</i>
Seitentitel Logikseiten	<i>KAPITELTITEL (BEREICHSBEZEICHNUNG) – mathematische Logik E-Book logic-rulez.net</i>
Seitentitel Fehlerseite	<i>Seite nicht gefunden – Logik E-Book: mathematische Logik Einführung und Aussagenlogik – logic-rulez.net</i>
Seitentitel aller anderen Seiten	<i>SEITENTITEL – mathematische Logik E-Book logic-rulez.net</i>
Suchfeld	<i>Im E-Book nach TEXTEINGABEFELD <u>suchen</u></i>
Linkgruppe überspringen	<i><u>GRUPPENBEZEICHNUNG überspringen</u></i>
Gruppenbezeichnung Hauptmenü	<i>Hauptmenü</i>
Link zur Startseite	<i><u>Start</u></i>

Objekt	Bezeichnung
Link zum Bereich Logik Einführung	<u>Logik Einführung</u>
Link zum Bereich Aussagenlogik	<u>Aussagenlogik</u>
Link zur Feedbackseite	<u>Feedback</u>
Titel der Subnavigation	<i>Inhalt BEREICHSBEZEICHNUNG</i>
Gruppenbezeichnung Subnavigation	<i>Inhalt BEREICHSBEZEICHNUNG</i>
Links zu den Logikseiten	<u>KAPITELTITEL</u>
Links zu interaktiven Übungsbeispielen	<u>interaktiv übern! BEISPIELTITEL</u>
Gruppenbezeichnung Zugänglichkeit	<i>Infos zur Zugänglichkeit</i>
Link zum Seitenanfang	<u>zum Seitenanfang</u>
Pfadangabe Startseite	<i>Du befindest dich hier: Logik E-Book logic-rulez.net: Logik Einführung und Aussagenlogik</i>
Pfadangabe Haupt- und Informationsseiten	<i>Du befindest dich hier: <u>PFAD</u></i>
Pfadangabe eingebettete Seiten	<i>Dieses Kapitel ist aus: <u>PFAD</u></i>
Trennzeichen Pfade	/
Überschrift Hauptseiten	<i>KAPITELTITEL (Kapitel KAPITELNUMMER)</i>
Überschrift eingebettete	<i>KAPITELTITEL</i>
Überschrift aller anderen Seiten	<i>SEITENTITEL</i>
Überschrift Fehlerseite	<i>Seite nicht gefunden – Logik E-Book: Logik Einführung und Aussagenlogik – logic-rulez.net</i>
Überschrift aller anderen Seiten	<i>SEITENTITEL</i>
Überschrift Beispiele	<i>Beispiel - BEISPIELTITEL</i>
Beispiel anzeigen (eingebettete Seiten)	<u>Beispiel „BEISPIELTITEL“ anzeigen</u>
Gruppenbezeichnung Querverlinkungen	<i>Liste</i>
Überschrift Linksammlung Querverlinkungen (Hauptseiten)	<i>Diese Seite nimmt Bezug auf (Seite parallel anzeigen)</i>
Überschrift Linksammlung Querverlinkungen (eingebettete Seiten)	<i>Es nimmt Bezug auf:</i>
Querverlinkung	<i>BEREICHSBEZEICHNUNG: <u>KAPITELTITEL</u></i>
Gruppenbezeichnung Linksammlung Subkapitel	<i>Liste der weiteren Themen</i>
Überschrift Linksammlung Subkapitel (Hauptseiten)	<i>Weitere Themen dieses Kapitels</i>
Überschrift Linksammlung Subkapitel (eingebettete Seiten)	<i>Weiter zu:</i>

Objekt	Bezeichnung
Gruppenbezeichnung Linksammlung Übungsbeispiele	<i>Liste der Übungsbeispiele</i>
Linksammlung Übungsbeispiele	<i>Das kannst du üben</i>
Überschrift Pull-down-Menü der Logik- Kapitel	<i>Seite parallel anzeigen</i>
Pull-down-Menü der Logik-Kapitel	<i>Kapitel auswählen ...</i>
Im Pull-down-Menü ausgewähltes Kapitel anzeigen	<i><u>anzeigen</u></i>
Link zum vorherigen Kapitel	<i><u>KAPITELTITEL</u></i>
Link zum nächsten Kapitel	<i><u>KAPITELTITEL</u></i>
Link zum nächsten bzw. vorherigen Abschnitt	<i><u>ABSCHNITT BEREICHSBEZEICHNUNG</u></i>
Link zum Bereich „Logik Einführung“ auf der Startseite	<i><u>Was ist Logik??? (Logik Einführung)</u></i>
Datum der letzten Änderung	<i>Der Inhalt dieser Seite wurde zuletzt am TT.MM.JJJJ geändert.</i>
Link zur Indexseite	<i><u>Indexseite</u></i>
Link zum Impressum	<i><u>Impressum</u></i>
Feedback Formular abschicken	<i><u>abschicken</u></i>
eingebettete Seite schließen / Beispiel schließen	
Seite drucken	

Tabelle 4 – Angabe der Titel, Überschriften und Linkbezeichnungen.

Textalternativen zu Bildern

Bild	Alternativtext
	<i>Diese Seite enthält ausschließlich gültiges HTML 4.01 Transitional!</i>
	<i>Diese Seite enthält ausschließlich gültiges CSS!</i>
	<i>Cynthia Tested!</i>
Logo	<i>mathematische Logik lernen: Einführung und Aussagenlogik – logic-rulez.net</i>
	<i>Subfenster schließen / Beispiel schließen</i>
	<i>Ausdrucken</i>

Tabelle 5 – Angabe der Textalternativen.

Zusätzliche Informationen zum Kontext und Bezeichnungsangaben

Die folgenden **Objekte** sind zusätzlich betitelt:

- Linksammlungen,
- Definitionen,
- griechische und mathematische Symbole und
- Abkürzungen wie *I* (für die Interpretation) oder *Mod* (für die Modellmengen).

Dies ermöglicht es, dem Benutzer zusätzliche **Kontextinformationen** und Erklärungen zur Verfügung zu stellen. In modernen Browsern werden diese Informationen eingeblendet, sobald der Benutzer mit der Maus über den entsprechenden Bereich fährt (siehe Abbildung 26, Kapitel 4.5 „Technische Umsetzung“)

Objekt	zusätzliche Informationsangabe
Suche	<i>logic-rulez.net mit Google durchsuchen</i>
Hauptmenü	<i>Hauptnavigation</i>
Submenü Hauptbereiche	<i>Subnavigation Bereich BEREICHSBEZEICHNUNG</i>
Zusätzliche Subnavigation	<i>Hauptkapitel Bereich BEREICHSBEZEICHNUNG</i>
Link zum vorherigen Kapitel	<i>zurück zu</i>
Link zum nächsten Kapitel	<i>weiter zu</i>
	<i>Den Inhalt dieser Seite oder mehrere Kapitel ausdrucken</i>
	<i>Eingebettetes Kapitel nicht mehr anzeigen / Beispiel nicht mehr anzeigen</i>
Zusammenfassung der Subkapitellinksammlung	<i>Die Subkapitel beschäftigen sich weiter mit diesen Themen.</i>
Zusammenfassung der Übungsbeispiellinksammlung	<i>Interaktive Beispiele um die Inhalte dieses Kapitels zu üben.</i>
Zusammenfassung der Querverlinkungen	<i>Wenn dir in diesem Kapitel etwas unklar ist kannst du es hier nachlesen.</i>
Pull-down-Menü der Logik-Kapitel	<i>Hier kannst du ein Kapitel auswählen, das du gleichzeitig mit dieser Seite betrachten möchtest</i>
Definitionen	<i>Definition</i>
alle griechischen und mathematischen Symbole und logischen Funktionen	<i>BEZEICHNUNG_DES_ZEICHENS_ ODER_DER_FUNKTION</i>

Tabelle 6 – Angabe der zusätzlichen Informationen und Bezeichnungsangaben.

4.4 Die grafische Umsetzung

Das **graphische Design** der Webseite ist nüchtern und **schlicht**, um nicht von den Inhalten abzulenken. Der Hintergrund ist **weiß**, als Farbe habe ich ein unaufdringliches, positives **Grün** gewählt – dies stellt auf Grund der gewählten hohen Kontraste kein Problem dar (siehe Kapitel 4.6 „Zugänglichkeit des E-Books“, Abbildung 36).

Abbildung 20 zeigt die Startseite des E-Books. Auf die einzelnen graphischen Elemente der Seiten wird in Folge eingegangen.

Im E-Book nach

▼ Hauptmenü überspringen

➤ [Logik Einführung](#) ➤ [Aussagenlogik](#) ➤ [Feedback](#)

Du befindest dich hier:

Logik E-Book logic-rulez.net: Logik Einführung und Aussagenlogik

Auf dieser Webseite werden die **Grundkonzepte der mathematischen Logik** erklärt und anhand einer sehr einfachen Logik, der **Aussagenlogik**, vertieft.

➤ [Zum Seitenanfang](#)

Inhalt Logik Einführung

▼ Inhalt Logik Einführung überspringen

1. [Einleitung](#)
2. [Die Wumpus-Welt](#)
3. [Intelligente Systeme](#)
4. [Formale Sprachen](#)
5. [Syntax](#)
6. [Semantik](#)
7. [Beweis & Schluss](#)
8. [Abschließende Betrachtung von Logiken](#)
9. [Beispiele](#)

➤ [Zum Seitenanfang](#)

Inhalt Aussagenlogik

▼ Inhalt Aussagenlogik überspringen

1. [Einleitung](#)
2. [Was wollen wir ausdrücken](#)
3. [Syntax](#)
4. [Semantik](#)
5. [Evaluierung einer Formel unter einer Interpretation](#)
6. [Umwandlung von Formeln](#)
7. [Beweis & Schluss](#)
8. [Semantische Tableaux](#)
9. [Zusammenfassung](#)

➤ [Zum Seitenanfang](#)

Zugänglichkeit

▼ Infos zur Zugänglichkeit überspringen

➤ [Zugänglichkeit dieses E-Book](#)

Online-Validierungstools

(Klicke auf die Bilder, um die aktuelle Seite zu testen)

Cynthia Tested

➤ [Zum Seitenanfang](#)

Willkommen!

Die **mathematische Logik** (im Folgenden "Logik" genannt) bildet die **Grundlage** für viele Bereiche der **Mathematik** und **Informatik**, und kommt auch in der **analytischen Philosophie** und in der **Linguistik** zum Einsatz.

Hier findet ihr ein **interaktives Logik-Lehrbuch (E-Book)** für Schüler, Studenten und Interessierte, die **keine bis wenige Vorkenntnisse** mitbringen, und nicht unbedingt ein ausgeprägtes formal-theoretisches Verständnis besitzen.

Dieses **E-Book** ist im Rahmen meiner Diplomarbeit am Institut für wissensbasierte Systeme an der TU-Wien entstanden, und soll als erste Informationsstelle für Interessenten dienen.

Ich hoffe, dass ich mit dieser Arbeit euer Interesse an Logik wecken oder vertiefen, und die zugrunde liegende Einfachheit der Konzepte vermitteln kann, und wirde mich sehr über Feedback freuen!

Mandana Eibegger

➤ [Zum Seitenanfang](#)

Aufbau des E-Books

Die inhaltliche Aufbereitung vermeidet übermäßige Formalisierungen und führt **Schritt für Schritt** am Beispiel der Wumpus-Welt und mit anderen **intuitiven Beispielen** in die **Welt der Logik** ein.

Das Logik E-Book ist in die zwei Hauptbereiche

- **Logik Einführung**

Hier wird zunächst der **Begriff der Logik** geklärt, und dann auf die grundsätzlichen **Definitionen und Konzepte einer Logik** generell eingegangen. **Klassifizierung von Logiken** und **Beispiele bekannter Logiken** runden dieses Kapitel ab.

➤ [zum Abschnitt "Logik Einführung"](#)
- **Aussagenlogik**

Hier werden der **Aufbau** und die Methoden eines **logischen Systems** an Hand der **Aussagenlogik** konkretisiert.

Als Beispiel für eine Inferenz-Methode wird der so genannte **Tableau-Kalkül** eingeführt.

➤ [zum Abschnitt "Aussagenlogik"](#)

aufgeteilt.

Einzelne Methoden der **Aussagenlogik**, von der Erstellung von **Wahrheitstabellen** und **Formelbäumen** bis zur Anwendung des **Tableau-Kalküls**, können mit **interaktiven Übungsbeispielen** an vorgegebenen und selber eingegebenen Formeln geübt werden. Es besteht die Möglichkeit, auch **unfertig gelöste Beispiele** zu **prüfen** oder sich den nächsten **Lösungsschritt anzeigen** zu lassen. Eingegebene **Formeln bleiben** während der gesamten Sitzung **erhalten**, und können so leicht in weiteren Übungsbeispielen selektiert werden.

➤ [Zum Seitenanfang](#) ➤ [Was ist Logik??? \(Logik Einführung\)](#)

Features des E-Book

▼ Features überspringen

Viele Beispiele

Die logischen Konzepte werden **durchgehend am Beispiel der Wumpus-Welt** veranschaulicht.

Lineare und nichtlineare Lesbarkeit

Das bedeutet einerseits, dass die **Inhalte des E-Book** Seite für Seite wie in einem konventionellen Lehrbuch **aufeinander aufbauen** und einen inhaltlichen und sprachlichen Faden haben. Andererseits können sie auch in beliebiger Reihenfolge gelesen werden, da jedes Kapitel **Verlinkungen** zu den entsprechenden Grundlagen hat.

Parallele Seiten

Jede Seite des E-Books kann **parallel** zur aktuellen Seite **geöffnet** werden - die zwei Seiten werden dann **nebeneinander** dargestellt. Dies ermöglicht es, auf der aktuellen Seite zu **bleiben** und gleichzeitig **Inhalte** wie **Definitionen** oder **Beschreibungen** zu betrachten.

Interaktive Übungsbeispiele

Die wichtigsten Konzepte der **Aussagenlogik** können **interaktiv** geübt werden.

▼ Liste der Übungsbeispiele überspringen

- [Formalisierung von Aussagen](#)
- [Formalräume erstellen & Teilformeln erkennen](#)
- [Wahrheitstabellen erstellen](#)
- [Evaluierung einer Formel unter einer Interpretation](#)
- [Umwandlung einer Formel in Normalformen](#)
- [Semantische Tableaux erstellen](#)

➤ [Zum Seitenanfang](#)

Der Inhalt dieser Seite wurde zuletzt am 20.08.2007 geändert.

➤ [Indexseite](#) ➤ [Impressum](#)

Abbildung 20 - Die Startseite des E-Books.

Um eine „Markenbildung“ zu ermöglichen wurde ein **Logo** entwickelt. Es ist **prägnant** und modern und erzeugt Spannung, da es sich vom schlichten Aufbau der Webseite abhebt. Es enthält den Titel des E-Books und eine Subzeile zur Erläuterung des Inhaltes. Das Logo befindet sich standardgemäß im linken, oberen Eck der Seiten. In Abbildung 1 ist es groß dargestellt.

Das Basislayout des E-Books ist **zweispaltig** mit einer **Kopf-** und einer **Fußzeile**. Die Layouts der Seiten entsprechen den Seitenrastern.

- In der **Kopfzeile** befinden sich ein **Suchformular** und das **Hauptmenü**.
- Die **linke Spalte** enthält das **Submenü** und die Informationen zur **Zugänglichkeit** des E-Books.
- Der **Hauptbereich** der Seiten enthält den **Inhalt** und **Verlinkungen** zum vorherigen bzw. nächsten **Kapitel**.
- Der **rechte Teil** des **Hauptbereiches** enthält, wo vorhanden, zum aktuellen Inhalt gehörende **Zusatzinformationen** und zusätzliche Verlinkungen wie etwa die Querverlinkungen.
- Die **Fußzeile** enthält das **Änderungsdatum** der aktuellen Seite und Links zur **Indexseite** und zum **Impressum**.

Die **optische Kennzeichnung** relevanter Objekte sind die Folgenden:

- Die Elemente des rechten Teils des Hauptbereiches werden, um sie vom Rest des Inhaltes abzuheben, jeweils in speziellen **Informationskästen** mit grüner Kopfzeile dargestellt. Um eine graphische Überladung zu vermeiden und wegen der optischen Gewichtung der in diesen Kästen enthaltenen Links, werden diese hier nur durch Unterstreichung markiert.
- **Links** sind eindeutig als solche erkennbar.
- Links zu neuen Seiten sind fett dargestellt. Um **Links zu bereits besuchten Seiten** optisch unterscheidbar zu machen, sind diese nicht fett dargestellt.
- **Navigationsverknüpfungen** sind eindeutig von **Funktionsverknüpfungen** unterscheidbar, indem letztere als Schaltflächen dargestellt werden.
- Die Formatierung des Submenüs spiegelt den Kapitelaufbau wieder. Im **Submenü** sind **Links** zu interaktiven Übungsbeispielen rot und das aktuelle Kapitel grün **hinterlegt**.
- Um die **Definitionen** und **Beispiele** vom Fließtext abzugrenzen, sind sie farblich hinterlegt und eingerahmt.
- Da die Gewichtung der Links zum **Überspringen** von **Linkgruppen** sehr gering ist, sind diese in grau dargestellt.

Abbildung 21 zeigt die Seite des Kapitels „Funktionale Vollständigkeit“ des Hauptbereiches „Aussagenlogik“ als Beispiel einer Logikseite. Hier sind die oben beschriebenen Eigenschaften zu sehen.



[Hauptmenü überspringen](#)

[Start](#) [Logik Einführung](#) [Aussagenlogik](#) [Feedback](#)



Du findest dich hier: [Aussagenlogik](#) / [Was wollen wir ausdrücken](#)

Funktionale Vollständigkeit

(Kapitel 2.6)

Für die Aussagenlogik existieren auf Grund ihrer 2-wertigkeit

- 4 1-stellige, und
- 16 2-stellige

mögliche extensionale Junktoren.

Wir beschränken uns hier auf die Teilmenge

{

- **Negation**
- **Konjunktion**
- **Disjunktion**
- **(materiale) Implikation**
- **(materiale) Äquivalenz**

},

da diese Menge **funktional vollständig** ist (d.h. alle anderen möglichen 1- und 2-stelligen

Junktoren lassen sich durch diese ausdrücken), und dies die wichtigsten und intuitivsten logischen Verknüpfungen sind.

Beispiel - Umschreibung des ausschließenden Oders

Betrachten wir z.B. den mittels **ausschließendem Oder** verknüpften Satz

- "Der Wumpus befindet sich auf Feld [A,3] **oder** [B,2]"

Dieser besteht aus den Teilaussagen

- γ : "Der Wumpus befindet sich auf Feld [A,3]"
- δ : "Der Wumpus befindet sich auf Feld [B,2]"

Betrachten wir alle möglichen Kombinationen der relevanten Zustände der Welt, und schreiben wir * für den Junktor, so ergibt sich folgende Tabelle:

Zustand der Welt / Bewertung von γ	Zustand der Welt / Bewertung von δ	Bewertung von $\gamma * \delta$
Wumpus nicht auf Feld [A,3] / falsch	Wumpus nicht auf Feld [B,2] / falsch	falsch
Wumpus nicht auf Feld [A,3] / falsch	Wumpus auf Feld [B,2] / wahr	wahr
Wumpus auf Feld [A,3] / wahr	Wumpus nicht auf Feld [B,2] / falsch	wahr
Wumpus auf Feld [A,3] / wahr	Wumpus auf Feld [B,2] / wahr	nicht möglich, deswegen falsch

Dies können wir durch eine **Kombination aus Konjunktion, Disjunktion und Negation** ausdrücken:

- "Der Wumpus befindet sich auf Feld [A,3] **ODER** [B,2], **UND NICHT** auf Feld [A,3] **UND** [B,2]"

also

- $(\gamma \text{ ODER } \delta) \text{ UND NICHT } (\gamma \text{ UND } \delta)$

γ	δ	$\gamma * \delta$	$\gamma \text{ ODER } \delta$	$\gamma \text{ UND } \delta$	NICHT ($\gamma \text{ UND } \delta$)	($\gamma \text{ ODER } \delta$) UND NICHT ($\gamma \text{ UND } \delta$)
falsch	falsch	falsch	falsch	falsch	wahr	falsch
falsch	wahr	wahr	wahr	falsch	wahr	wahr
wahr	falsch	wahr	wahr	falsch	wahr	wahr
wahr	wahr	falsch	wahr	wahr	falsch	falsch

Das nichtausschließende Oder lässt sich auch durch eine **Kombination der Negation und der Äquivalenz** ausdrücken:

Eine mittels ausschließendem Oder verknüpfte Aussage ist genau dann **wahr**, wenn genau eine der beiden Teilaussagen **wahr** ist. Dies entspricht genau dem **Gegenteil der Äquivalenz**, die ja genau dann **wahr** ist, wenn beide Teilaussagen **wahr** sind.

γ	δ	$\gamma * \delta$	$\gamma \text{ GENAU_DANN_WEINI } \delta$	NICHT ($\gamma \text{ GENAU_DANN_WEINI } \delta$)
falsch	falsch	falsch	wahr	falsch
falsch	wahr	wahr	falsch	wahr
wahr	falsch	wahr	falsch	wahr
wahr	wahr	falsch	wahr	falsch

Theoretisch lassen sich alle **möglichen der 20 1- und 2-stelligen Junktoren** bereits durch

- {Negation, Konjunktion}

bzw.

- {Negation, Disjunktion}

ausdrücken - diese **Teilengen sind also bereits funktional vollständig**.

↩ Die (materiale) Äquivalenz: GENAU DANN WENN [zum Seitenanfang](#) [Mögliche Junktoren](#)

Inhalt Aussagenlogik

↩ Inhalt Aussagenlogik überspringen

1. Einleitung
2. Was wollen wir ausdrücken
 - ↩ Kapitel 2 überspringen
 - 1. Die Negation: NICHT
 - 2. Die Konjunktion: UND
 - 3. Die Disjunktion: ODER
 - 4. Die (materiale) Implikation: WENN...DANN
 1. Bemerkungen
 - 5. Die (materiale) Äquivalenz: GENAU DANN WENN
 - 6. **Funktionale Vollständigkeit**
 1. Mögliche Junktoren
3. Syntax
 - ↩ Kapitel 3 überspringen
 - 1. Alphabet
 - 2. Formationsregeln
 - 3. Bindung der Junktoren
 - 4. Beispiele - Formalisierung von Aussagen
 - 5. **interaktiv üben!** - Formalisierung von Aussagen
 - 6. Die Teilformelrelation
 - 7. Der Formelbaum
 - 8. **interaktiv üben!** - Formelbäume erstellen & Teilformeln erkennen
4. Semantik
 - ↩ Kapitel 4 überspringen
 - 1. Interpretationsfunktion
 - 2. Bewertungsfunktion
 - 3. Wahrheitstabellen
 - 4. **interaktiv üben!** - Wahrheitstabellen erstellen
 - 5. Formeln & Interpretationen
 1. Beispiele
 - 5. **Evaluierung einer Formel unter einer Interpretation**
 - ↩ Kapitel 5 überspringen
 - 1. Bewertung der Junktoren
 - 2. Evaluierung einer Formel
 - 3. Mögliche Ersparnis
 - 4. **interaktiv üben!** - Evaluierung einer Formel unter einer Interpretation
 - 6. **Umwandlung von Formeln**
 - ↩ Kapitel 6 überspringen
 - 1. Substitution
 1. Einige aussagenlogische Äquivalenzen
 - 2. Normalformen
 1. Negationsnormalform
 2. Disjunktive Normalform
 3. Konjunktive Normalform
 - 3. **interaktiv üben!** - Umwandlung einer Formel in Normalformen
 - 7. **Beweis & Schluss**
 - ↩ Kapitel 7 überspringen
 - 1. Der aussagenlogische Schluss
 - 2. Semantisches Prüfverfahren für die Gültigkeit eines Schlusses
 - 3. Der aussagenlogische Beweis
 - 8. **Semantische Tableaux**
 - ↩ Kapitel 8 überspringen
 - 1. Die Idee
 - 2. Erstellung eines semantischen Tableaux
 - 3. **interaktiv üben!** - Semantische Tableaux erstellen
 - 9. Zusammenfassung

↩ Zum Seitenanfang

Zugänglichkeit

↩ Infos zur Zugänglichkeit überspringen

↩ Zugänglichkeit dieses E-Book

Online-Validierungstools

(Klicke auf die Bilder, um die aktuelle Seite zu testen)



↩ Zum Seitenanfang

Der Inhalt dieser Seite wurde zuletzt am 29.07.2007 geändert.

[Indexseite](#) [Impressum](#)

Abbildung 21 - Die Logikseiten am Beispiel der Seite „Aussagenlogik: Funktionale Vollständigkeit“.

Eingebettete Kapitel erfordern einen anderen graphischen Aufbau als „normale“ Logikseiten, da der zur Verfügung stehende Platz und die Gewichtung der einzelnen Objekte geringer sind. Um den zur Verfügung stehenden Platz effizient auszunutzen,

- können **Beispiele** ein- und ausgeblendet und
- **Linkgruppen** vor bzw. nach den Inhalten in schlichten Kästen dargestellt werden.

Abbildung 22 zeigt dies.

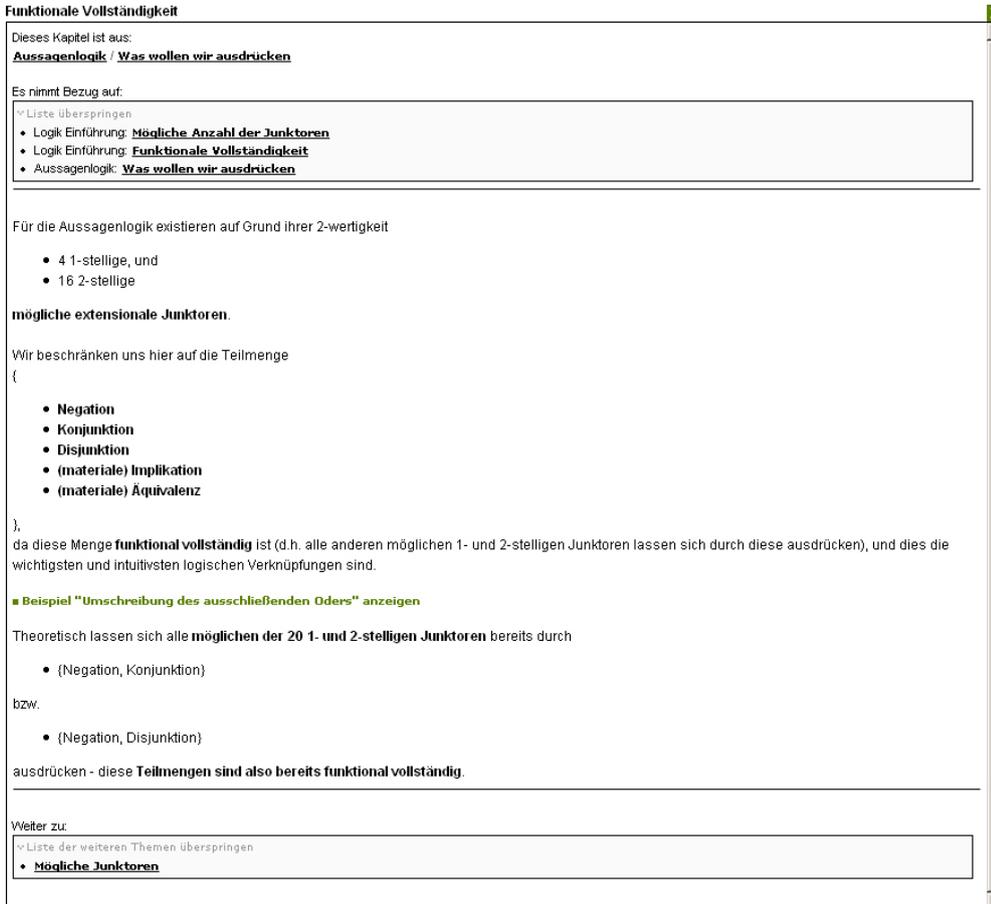


Abbildung 22 - Eingebettete Logikseite am Beispiel „Aussagenlogik: Funktionale Vollständigkeit“.

Das Layout der Seite, in der eine andere Seite eingebettet ist, unterscheidet sich vom Layout einer „einfachen“ Logikseite:

- Die **Frames**, in denen die Inhalte präsentiert werden, haben eine **festgelegte Höhe** von 550 Pixeln, die es ermöglicht, ab einer Bildschirmauflösung von 1024x768 Pixeln den gesamten Frame in einem betrachten zu können.
- Da die Inhalte der Hauptseite als wichtiger angesehen werden, als die Inhalte der eingebetteten Seite, nimmt der **linke Frame 60%** des zur Verfügung stehenden Platzes ein.
- Die **Informationskästen** sind **unter** den **Inhalten** platziert.

Abbildung 23 zeigt ein Beispiel einer Logikseite mit eingebettetem Kapitel.

logic rulez
Einführung in die mathematische Logik

In E-Book nach

Start Logik Einführung Aussagenlogik Feedback

Du befindest dich hier: [Aussagenlogik](#)

Semantik
(Kapitel 4)

Haben wir die Syntax definiert, müssen wir die **Semantik**, also die **Bedeutung der Formeln**, entsprechend der Spezifikation formal festlegen.

Beispiel - Bewertung einer Formel

Betrachten wir z.B. die Formel

- $\neg p \& q \rightarrow r$

Um die Formel bewerten, also ihre Bedeutung erfassen zu können, müssen wir innerhalb der Semantik festlegen, welche Bewertungen die Atome annehmen können und wie sich der Einsatz der Junktoren auf die Bewertung der Gesamtformel auswirkt.

Die Bewertung einer Formel γ ergibt sich aus den Bewertungen der unmittelbaren Teilformeln und der Bedeutung des schwächsten Junktors.

- Wir müssen also zunächst definieren, wie wir **Atome bewerten (Interpretation)**
- und wie wir **Junktoren bewerten (Bewertungsfunktion)**.
- Dann wollen wir uns ansehen, wie wir mittels **Wahrheitstabellen** den Wahrheitsgehalt einer Formel unter allen möglichen Interpretationen berechnen können.
- Das **Erstellen von Wahrheitstabellen** kann interaktiv geübt werden.
- Abschließend definieren wir einige wichtige Begriffe bezüglich des **Zusammenhanges zwischen einer Formel und ihren möglichen Interpretationen**.

Die Teilformelrelation

Dieses Kapitel ist aus: **Aussagenlogik / Syntax**

Es nimmt Bezug auf:

- Aussagenlogik: **Alphabet**
- Aussagenlogik: **Formationsregeln**
- Aussagenlogik: **Bindung der Junktoren**

Durch die Klammerung und die Bindung der Junktoren ist jede **Formel eindeutig**. D.h. es ist eindeutig bestimmt, welche **Teile einer Formel** wie zusammengehören.

Formal wird dieser Zusammenhang als **Teilformel-Relation** definiert.

Eine **unmittelbare Teilformel** einer Formel ist:

- T, F und alle Atome haben keine unmittelbare Teilformel
- γ ist die unmittelbare Teilformel von $\forall \gamma$ für alle 1-stelligen Junktoren * (also $\ast \in \{\neg\}$)
- γ und δ sind die unmittelbaren Teilformeln von $\gamma \ast \delta$ für alle 2-stelligen Junktoren * (also $\ast \in \{\&, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow\}$)

Diese Seite nimmt Bezug auf
(Seite parallel anzeigen)

- Logik Einführung: **Syntax vs. Semantik**
- Logik Einführung: **Atome & Junktoren**
- Logik Einführung: **Semantik**
- Aussagenlogik: **Was wollen wir ausdrücken**
- Aussagenlogik: **Syntax**
- Aussagenlogik: **Die Teilformelrelation**

Weitere Themen dieses Kapitels

- **Interpretationsfunktion**
- **Bewertungsfunktion**
- **Wahrheitstabellen**
- **Formeln & Interpretationen**

Das kannst du üben

- **Wahrheitstabellen erstellen**

Inhalt Aussagenlogik

- 1. Einleitung
- 2. Was wollen wir ausdrücken
- 3. **Syntax**
- 4. **Semantik**
- 5. Evaluierung einer Formel unter einer Interpretation
- 6. Umwandlung von Formeln

interaktiv üben! - Formalbäume erstellen & Teilformeln erkennen [zum Seitenanfang](#)

Interpretationsfunktion

Abbildung 23 - Logikseite mit eingebettetem Kapitel am Beispiel „Aussagenlogik: Semantik“.

4.5 Technische Umsetzung

Bei der Umsetzung wurde sowohl auf die universelle Gebrauchstauglichkeit (wie beschrieben), als auch auf die Erweiterbarkeit geachtet.

4.5.1 Technischer Aufbau des E-Books und der Logikseiten

In diesem Kapitel wird der Aufbau des E-Books grob beschrieben. Die Details sind in den jeweiligen Dateien selber zu finden. Die wichtigsten technischen Eigenschaften sind:

- Die **Verzeichnisstruktur** spiegelt die Struktur des E-Books wieder.
- Die **Bezeichnungen** und **Verlinkungen** der **Logikseiten** sind in drei zentralen Dateien definiert.
- Es gibt eine **Datei**, die alle **Logikseiten** zusammenbaut und darstellt.
- Für den Umgang mit **aussagenlogischen Formeln** gibt es **Klassendefinitionen**, die leicht erweiterbar sind.

Die **Verzeichnisstruktur** des E-Books spiegelt den inhaltlichen Aufbau wieder und ist wie folgt:

- **Stammverzeichnis**
Hier befinden sich alle Dateien bis auf die Inhalte der Logikbereiche und die Bilder.
Diese befinden sich in den folgenden Subverzeichnissen:
 - **/aussagenlogik**
Hier befinden sich die Seiten und Inhalte des Bereiches „Aussagenlogik“.
 - **/logik**
Hier befinden sich die Seiten und Inhalte des Bereiches „Logik Einführung“.
 - **/images**
Hier befinden sich alle Bilder.

Die Logikseiten haben einen speziellen modularen Aufbau (s.u.). Alle anderen Seiten importieren nur die Menü-Definitionen und das Stylesheet und sind sonst nicht modular aufgebaut.

Die Logikseiten

Die vom Benutzer **aufgerufene Logikseite** enthält ausschließlich für die Seite notwendige **Parameter** wie etwa die Bereichs- und Kapitelnummer der betreffenden Seite und inkludiert eine Datei namens **inc_page_show.php**, das sich im Stammverzeichnis befindet und die Logikseiten an Hand der übergebenen Parameter darstellt.

Die **Inhalte** der Seiten befinden sich jeweils in drei Dateien:

- Der **Text** der Seiten befinden sich jeweils in Dateien namens
 - inc_page_BEREICHSNUMMER.KAPITELNUMMER.php.
- Die **Angabe** der **Referenzen und Metainformationen** der Seiten befinden sich jeweils in Dateien namens
 - inc_refr_BEREICHSNUMMER.KAPITELNUMMER.php.
- Die **Inhalte** der **Beispiele** befinden sich jeweils in Dateien namens
 - inc_exmpl_BEREICHSNUMMER.KAPITELNUMMER_BEISPIELNUMMER.php.

Die Bezeichnungen, wie die Kapitel-, Datei- und Beispielnamen und alle generellen Funktionen zur Anzeige der Beispiele und Verlinkungen werden in den folgenden drei **Definitionsdateien** festgelegt:

- **defs_submenu.php**
Hier werden die **Menüs** der Logikseiten definiert – d.h. hier erfolgt
 - die Betitelung der Hauptbereiche und
 - der Submenüs und
 - die Definition der Verzeichnisnamen und
 - der Seitennamen

in Bezug auf die Kapitelnummerierung.

Wird das E-Book verschoben, muss hier der Basispfad geändert werden. Weiters enthält diese Datei alle benötigten Funktionen zur Anzeige des Haupt- und der Submenüs.

- **defs_exmpl.php**
Hier wird die Betitelung der Beispiele definiert. Außerdem enthält diese Datei alle benötigten Funktionen zur Anzeige der Beispiele.
- **defs_exmplFormulas.php**
Hier werden die Formeln für die interaktiven Übungsbeispiele definiert. Diese Datei enthält auch eine Funktion zur Anzeige der Formelauswahl.

Das interne Handling der Logikseiten erfolgt durchgehend an Hand der Bereichs-, Kapitel- und Beispielnummern, sodass Änderungen der Betitelungen in den Definitionsdateien nur eine Auswirkung auf die Anzeige, jedoch keine auf die Funktionalität der Webseite haben.

Klassendefinitionen Aussagenlogik

Für den Umgang mit aussagenlogischen Formeln gibt es eine Basisklasse **PROPL** (Propositional Logic), auf der alle weiteren Klassen aufbauen. Ein Objekt der Klasse PROPL ist eine syntaktisch korrekte Formel, die alle allgemein für die weitere Bearbeitung notwendigen Funktionen, wie die interne Baumrepräsentation der Formel, Extraktion von Teilformeln, Evaluierung unter einer Interpretation etc. kennt.

Die Klasse **PROPL_HTML** erweitert diese Klasse um allgemeine Ausgaben bezüglich der Formel wie Fehlerinformationen oder Teilformeln im HTML-Format.

Für jedes interaktive Übungsbeispiel (außer der Formalisierung von Aussagen) ist eine eigene Klasse definiert, die auf der Klasse PROPL_HTML aufbaut und die diese Klasse um die gesamte für die Beispiele benötigte Funktionalität erweitert.

Die Klassendefinitionen befinden sich in den Dateien PROPL.php bzw. PROPL_THEME.php im Stammverzeichnis.

4.5.2 Technische Lösungen

In diesem Kapitel werden die für das E-Book spezifischen und die universelle Gebrauchstauglichkeit relevantesten technischen Lösungen vorgestellt. Dies betrifft

- den Einsatz von **Layouttabellen**,
- die parallele Darstellung zweier Logikkapitel mittels **iFrames**,
- den Einsatz von **JavaScript**,
- die Umsetzung der **Sonderzeichen**,
- den Einbau zusätzlicher **Strukturelemente** und **Verlinkungen** zur Unterstützung der Übersichtlichkeit und Navigation bei linearer Darstellung der Seiten,
- zusätzliche **Informationen** zum **Kontext** und **Bezeichnungsangaben** und
- den Einsatz von **Sessions** und **Cookies**

Layouttabellen

Bei der Implementierung wurde soweit wie möglich auf die **Trennung von Form und Inhalt** geachtet. An drei Stellen des E-Books war es jedoch notwendig, das Layout unter zur Hilfenahme von **Tabellen** zu formatieren, da eine Umsetzung mittels CSS nicht möglich war, weil etwa bereits der IE6 entsprechende CSS-Eigenschaften nicht kennt. Dies sollte jedoch für die Zugänglichkeit kein Problem darstellen, da die Inhalte der Tabellen in linearisierter Form Sinn ergeben (siehe Kapitel 4.6 „Zugänglichkeit des E-Books“, Abbildung 31).

Der Einsatz der Tabellen betrifft die im Folgenden aufgezählten Objekte.

- **Das Hauptmenü**

Aus Designgründen ist die Positionierung des Hauptmenüs mittels einer Tabelle realisiert. Das graphische Design der Seite verlangt, dass die **Kopfzeile** eine bestimmte **Höhe** hat und mit einer grünen Linie, die eine Fortsetzung des Logos ist, abschließt. Das **Hauptmenü** ist **am unteren Rand ausgerichtet**. Ist die Browserbreite geringer als die Breite des Hauptmenüs, wird dieses (um vertikales Scrollen zu vermeiden) mehrzeilig und soll dennoch **soweit wie möglich am unteren Rand ausgerichtet** sein, ohne die grüne Linie zu verschieben. Sprengt die Größe der Kopfzeile den vorhandenen Platz, muss sie einerseits in der **Höhe wachsen** können und andererseits alle darunter liegenden **Elemente verschieben** um diese nicht zu überlappen. Abbildung 32 zeigt, wie das Submenü durch Verringerung der Browserbreite in der Höhe wachsen kann. Erst wenn der zur Verfügung stehende Platz nicht mehr ausreicht, werden die darunter liegenden Inhalte verschoben. Ein weiterer Grund für einen Platzmangel kann die Vergrößerung der Schrift seitens des Benutzers sein. Der Effekt auf das Layout ist in Abbildung 37 dargestellt.

- **Das Submenü**

Das Submenü soll **links** von den Inhalten **dargestellt** werden. Aus Gründen der Zugänglichkeit soll es jedoch im Quelltext der Seiten **nach den Inhalten platziert** werden. Außerdem soll die **Breite** des Submenüs in der Darstellung so lange als möglich fixiert sein, aber bei Vergrößerung der Schrift **wachsen** können und damit den **Inhalt** nach rechts **verschieben** um Überlappungen zu vermeiden. Abbildung 31 zeigt die lineare Darstellung der Seiten. Wie man hier sieht, ist das Submenü nach den Inhalten der Seiten platziert. Das Wachsen des Submenüs in die Breite durch eine Vergrößerung der Schrift seitens des Benutzers ist in Abbildung 37 dargestellt

- **Parallele Darstellung von Kapiteln**

Um zwei **Logikkapitel** auch **ohne CSS parallel** darstellen zu können, werden die zwei Inhalte in einer zweiseitigen Tabelle angezeigt. Abbildung 30 zeigt die Darstellung einer Seite mit paralleler Anzeige eines Kapitels ohne Stylesheets.

iFrames

Die **parallele Darstellung der Kapitel** erfolgt in so genannten **iFrames**, da dies die zugänglichste Variante war. iFrames sind Objekte, die es ermöglichen, eine Seite innerhalb einer Seite wie in einem eingebetteten Fenster anzuzeigen. Der Einsatz von iFrames hat gegenüber der alternativen Methode die CSS-Eigenschaft „overflow“ zu verwenden den Vorteil, dass erstere bereits in älteren Browsern (z.B. ab IE3 und Netscape6) korrekt implementiert sind und bei nicht zur Verfügung stehenden iFrames ein alternativer Inhalt angegeben werden kann. In E-Book bestehen die alternativen Inhalte jeweils aus den Inhalten der Seiten.

Der **Nachteil** der Einbettung innerhalb eines iFrames ist, dass hier der Inhalt **ohne** den generellen **Seitenrahmen** (wie Logo, Menü, Submenü etc.) dargestellt wird (siehe Abbildung 22 auf Seite 110). Diese eingebetteten Seiten werden jedoch von **Suchmaschinen** indiziert, wodurch es möglich ist, dass Benutzer über eine Suchanfrage auf diese „nackten“ Seiten stoßen. Um dies weitestgehend zu vermeiden, exkludiert die **robots.txt**-Datei im Stammverzeichnis die betreffenden Seiten. Außerdem enthalten diese Seiten einen robots Meta-Tag mit dem Wert „noindex, nofollow“.

JavaScript

Für die Umsetzung der Suchfunktion wurde die von Google bereitgestellte CSE (Custom Search Engine) verwendet (siehe <http://www.google.com/coop/cse/>), deren Einsatz in Abbildung 24 illustriert ist.

The screenshot shows the 'logic rulez' website with a search bar at the top right containing the text 'Im E-Book nach' and a search button. Below the search bar is a navigation menu with links for 'Start', 'Logik Einführung', 'Aussagenlogik', and 'Feedback'. The main content area displays search results for the term 'Junktor'. The results include a list of links to various pages on the site, such as 'Der Formelbaum (Aussagenlogik) - Logik E-Book logic-rulez.net', 'Atome und Junktoren (Logik allgemein) - Logik E-book logic-rulez.net', and 'Die Teilformelrelation (Aussagenlogik) - Logik E-Book logic-rulez.net'. Each result includes a brief description and a URL. The search results are displayed in a list format with a search bar at the top of the results section containing the word 'Junktor' and a search button. The page also features a sidebar with navigation links and a footer with 'Indexseite' and 'Impressum' links.

Abbildung 24 – Der Einsatz der Google CSE im E-Book.

Mit dieser individualisierbaren Suchmaschine kann die Google-Suchtechnologie direkt in die eigene Webseite eingebunden werden. Die **Anzeige der Suchergebnisse innerhalb** der eigenen **Webseite** erfordert jedoch **JavaScript**. Steht dies nicht zur Verfügung, werden die

Suchergebnisse nicht angezeigt. Um die Suche in den Inhalten des E-Books dennoch zu ermöglichen, wird auf der Suchergebnisseite ein **zusätzliches Suchfeld** angezeigt, das zu einer Ergebnisanzeige **ohne JavaScript** auf einer Google-Seite führt.

Als zusätzliches Gimmick wurde ein Button eingeführt, mit dem der Benutzer die Suche auf logic-rulez.net zu seiner iGoogle-Seite hinzufügen kann.

Um die von der **Druckfunktion** erstellte Seite **automatisch auszudrucken** und wieder zur **ursprünglichen Seite** zurück zu **springen**, ist JavaScript notwendig. Dies stellt jedoch für die Zugänglichkeit kein Problem dar, da der Benutzer die Seite **über** das Menü des **Browsers ausdrucken** kann und auf der Seite ein **Link** zurück zur ursprünglichen Seite angeboten wird, wie die Abbildung 25 zeigt.

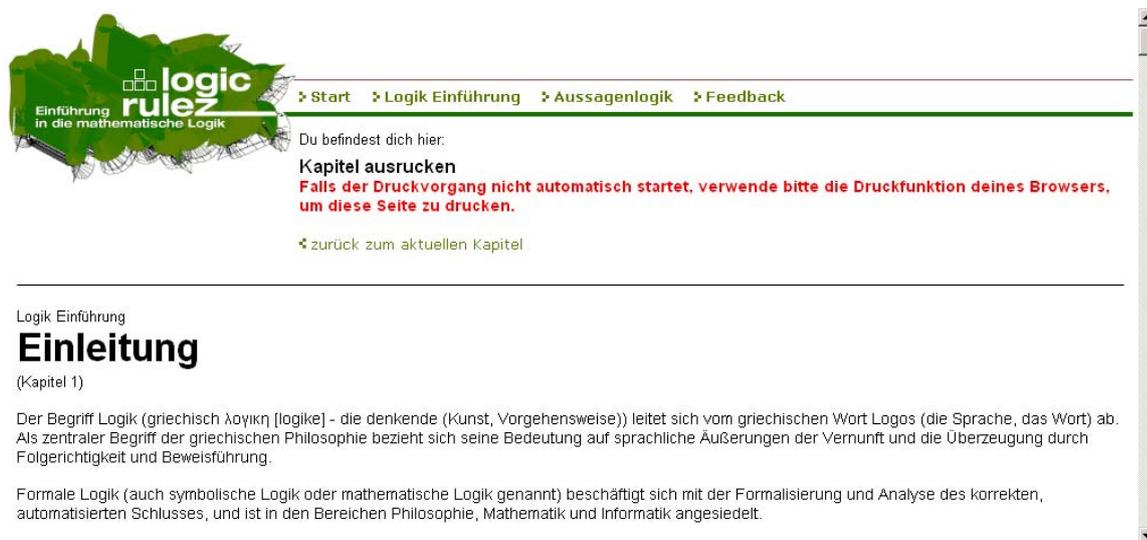


Abbildung 25 – Ausschnitt aus der generierten auszudruckenden Seite.

Sonderzeichen

Die Darstellung von Sonderzeichen stellt generell ein Problem für die universelle Gebrauchstauglichkeit dar, da auf den Betrachtungssystemen eine Schrift mit den entsprechenden Zeichen zur Verfügung stehen und der Browser entsprechend konfiguriert werden muss.

Für häufig verwendete Sonderzeichen gibt es in HTML so genannte „benannte Zeichen“, für die ein HTML-Code zur Verfügung steht, aber auch diese müssen natürlich vom Browser unterstützt werden.

Im E-Book wurden **gebräuchliche Sonderzeichen** wie Umlaute, griechische Buchstaben und mathematische Symbole dennoch mit benannten Zeichen umgesetzt, da diese bei Nichtunterstützung des Browsers dennoch Sinn ergeben (das Zeichen „Γ“ etwa wird als „Γ“ dargestellt) und die alternative Variante, diese Zeichen als Bilder darzustellen, unzugänglicher ist: zum einen hat der Benutzer die Option, die Webseite ohne Bilder zu betrachten, zum anderen werden die Bilder bei Vergrößerung der Schriftart im Allgemeinen nicht vergrößert, was zu Problemen für schwachsichtige Menschen führen kann.

Die einzigen **ungebräuchlichen Sonderzeichen** des E-Books, für die keine benannten Sonderzeichen zur Verfügung stehen, sind der Folgerungsoperator \models und der Ableitungsoperator \vdash . Diese wurden mit den Standardzeichen „|“, „=“ und „-“ mit geringerer Laufweite umgesetzt.

Zusätzlich Strukturelemente und Verlinkungen

Um die universelle Gebrauchstauglichkeit des E-Books zu erhöhen, wurden **verwandte Links** auch in der Programmierung **gruppiert**.

Außerdem wurden an verschiedenen Punkten innerhalb der Seiten zusätzlich Strukturelemente und Links zu wichtigen Seitenbereichen eingefügt, um die Orientierung und Navigation bei **linearer Darstellung der Seiten** zu erleichtern. So befindet sich etwa am Anfang der Seite ein Link zum Submenü, das sich durch die technische Lösung am Ende der Seite befindet. Diese Links sind bei normaler Ansicht in modernen Browsern nicht notwendig und daher nicht sichtbar. Die lineare Darstellung einer Seite des E-Books wird in Abbildung 31 gezeigt.

Zusätzliche Informationen zum Kontext und Bezeichnungsangaben

Wie in Kapitel 4.3 „Die Gestaltung des Inhalts“ beschrieben, sind einige Objekte der Seiten durch HTML-Markup betitelt (siehe Tabelle 6). Zur zusätzlichen Differenzierung der Information erscheint bei Bezeichnungsangaben ein Hilfe-Cursor. Abbildung 26 zeigt eine Collage

The screenshot shows the 'logic rulez' website interface. The main content area is titled 'Formeln & Interpretationen (Kapitel 4.5)'. It discusses evaluating formulas and their truth values. A specific example is provided: 'Interpretation I erfüllt eine Formel φ wenn $I(\varphi)=I$ '. Below this, a list of formulas is shown, including 'zug_b_1 -> falle_c_1 | falle_b_2', 'zug_a_2 -> falle_b_2', and 'Izug_b_1'. A help cursor points to the text 'erhält den Wert'. On the right side, there are several sidebars: 'Seite parallel anzeigen' with a dropdown menu, 'Diese Seite nimmt Bezug auf' with a link to 'Formeln & Interpretationen', and 'Weitere Themen dieses Kapitels' with a link to 'Beispiele'. A search bar at the top right contains 'logic-rulez.net mit Google durchsuchen'. The left sidebar shows the site's navigation menu, including 'Inhalt Aussagenlogik' and 'Syntax'.

Abbildung 26 – Beispiel zusätzlicher Informationen zum Kontext und Bezeichnungsangaben.

Sessions und Cookies

Da die Verwendung von **Sessions** zu unsauberen URLs in den Ergebnislisten von Suchmaschinen führen, beschränkt sich ihr Einsatz auf die interaktiven **Übungsbeispiele**, wo sie für die allgemeine Zugänglichkeit benötigt werden. Um die, bei den Übungsbeispielen eingegebenen, **Formeln** dennoch während der gesamten Sitzung zur Verfügung zu haben, werden diese in **Cookies** gespeichert. Da Cookies nicht zwangsläufig zur Verfügung stehen, ist diese Funktionalität der Webseite allerdings nicht allgemein zugänglich, was jedoch die generelle Zugänglichkeit der Webseite und der interaktiven Übungsbeispiele nicht beeinflusst.

4.6 Zugänglichkeit des E-Books

4.6.1 Korrekte HTML-Implementierung

Das **W3C „Markup Validation Service“** [66] **überprüft** die **Syntax** von Webseiten. Dies ist selbstverständlich nur ein Kriterium für den standardkonformen Einsatz des Markups.

Alle Seiten des E-Book haben diesen W3C Test bestanden. Die Korrektheit der HTML-Implementierung kann online für jede Seite über einen Link im E-Book überprüft werden.

Abbildung 27 zeigt das Ergebnis des Tests für die Startseite des E-Books.

The screenshot shows the W3C Markup Validation Service interface. At the top, it says "W3C® Markup Validation Service" with the tagline "Check the markup (HTML, XHTML) of Web documents". Below this, there is a "Jump To:" section with links for "Congratulations" and "Icons". The main content area features a green banner that reads "This Page Is Valid HTML 4.01 Transitional!". Below the banner is a table with the following details:

Result:	Passed validation	
Address:	<input type="text" value="http://www.logic-rulez.net/index.php"/>	
Encoding:	iso-8859-1	<input type="text" value="(detect automatically)"/>
Doctype:	HTML 4.01 Transitional	<input type="text" value="(detect automatically)"/>
Root Element:	HTML	

Below the table is an "Options" section with several checkboxes: "Show Source", "Show Outline", "List Messages Sequentially" (checked), "Group Error Messages by type", "Validate error pages", "Verbose Output", and "Clean up Markup with HTML Tidy". A "Revalidate" button is located to the right of the options. At the bottom, there is a "Congratulations" section with a message: "The document located at <http://www.logic-rulez.net/index.php> was checked and found to be valid HTML 4.01 Transitional. This means that the resource in question identified itself as 'HTML 4.01 Transitional' and that we successfully performed a formal validation using an SGML or XML Parser (depending on the markup language used)."

Abbildung 27 – Ergebnis des W3C Markup Validation Service für die Startseite des E-Books.

4.6.2 Korrekte CSS-Implementierung

Das **W3C „CSS Validation Service“** [67] **testet** Stylesheets **gegen** die CSS **Spezifikationen**.

Dies sind etwa Tests auf Fehler, den Gebrauch unzugänglicher Typographien oder eine nicht standardkonforme Verwendung von CSS. Abbildung 28 zeigt das Ergebnis des Tests für die Startseite des E-Books.

The screenshot shows the W3C CSS Validation Service interface. At the top, it says "W3C® CSS Validation Service" with a background image of a mountain range. Below this, there is a section titled "Ergebnisse des W3C CSS-Validator mit Objekt: http://www.logic-rulez.net/index.php". The main content area features a green banner that reads "Keine Fehler oder Warnungen gefunden". Below the banner is a "Gratulation" section with a message: "Dieses Dokument wurde als CSS validiert!". At the bottom, there is a "W3C CSS" logo with a checkmark and the text "Dieses Dokument wurde als CSS validiert!".

Abbildung 28 – Ergebnis des W3C CSS Validation Service für die Startseite des E-Books.

Alle Seiten des E-Books haben diesen W3C Test bestanden. Die Korrektheit der CSS-Implementierung kann online für jede Seite über einen Link im E-Book überprüft werden.

4.6.3 Umsetzung der WCAG 1.0

Die Zugänglichkeitsrichtlinien des W3C (WCAG 1.0) wurden bereits in Kapitel 3.1.2 „Zugänglichkeit“ beschrieben. Jede Richtlinie beinhaltet **Checkpunkte**, die in drei Prioritätsstufen eingeteilt sind.

Ein Programm, das Webseiten auf die Einhaltung der WCAG 1.0 Richtlinien nach den Prioritäten eingeteilt gegen die Checkpunkte testet ist das **Cynthia Says Portal** [68]. Im Testbericht werden die einzelnen Checkpunkte und die getesteten Implementationsregeln mit dem Ergebnis des Tests angeführt.

Das **E-Book** nutzt den Cynthia Says Test mit folgenden **Optionen**:

- Teste alle Checkpunkte, also Priorität 1, 2 und 3.
- Fehler bei Checkpunkten der Prioritäten zwei und 3 führen nur zu Warnungen.
- Teste zusätzlich die Qualität der Textalternativen.

Abbildung 29 zeigt einen Ausschnitt aus dem Ergebnis des Cynthia Says Tests.

HiSoftware® Cynthia Says™ - Web Content Accessibility Report
Powered by [HiSoftware Content Quality Technology](#)

Verified File Name: <http://www.logic-rulez.net/index.php>
Date and Time: 7/23/2007 10:40:58 AM
Passed Automated Verification

HiSoftware can help you meet all of your accessibility needs and more. Our industry leading [enterprise](#) and [desktop](#) products provide you with an automated, full-featured Accessibility monitoring, testing, and repair solution to make sure your ever-changing Web content is always compliant. Visit www.hisoftware.com to find out more about how HiSoftware solutions can help you meet your Web compliance goals and request a trial copy.

Read [Understanding Accessibility](#) today! [Download Now](#)

The level of detail setting for the report is to show all detail.

Checkpoints	Passed		
	Yes	No	Other
Basic Settings 1.1.1(a) Provide a text equivalent for every non-text element (e.g., via "alt", "longdesc", or in element content). <i>This includes:</i> images, graphical representations of text (including symbols), image map regions, animations (e.g., animated GIFs), applets and programmatic objects, ascii art, frames, scripts, images used as list bullets, spacers, graphical buttons, sounds (played with or without user interaction), stand-alone audio files, audio tracks of video, and video. <ul style="list-style-type: none"> ◦ Rule: 1.1.1 - All IMG elements are required to contain either the alt or the longdesc attribute. <ul style="list-style-type: none"> ◦ No invalid IMG elements found in document body. ◦ Rule: 1.1.2 - All INPUT elements are required to contain the alt attribute or use a LABEL. <ul style="list-style-type: none"> ◦ No invalid INPUT elements found in document ◦ Rule: 1.1.3 - All OBJECT elements are required to contain element content. 	Yes		

Abbildung 29 – Ausschnitt aus dem Ergebnis des Cynthia Says Tests für die Startseite des E-Books.

Alle Seiten des E-Book haben den Cynthia Says Test bestanden. Sie erfüllen alle Checkpunkte der **Priorität 1**.

Die Checkpunkte der **Priorität 2** werden ebenfalls bis auf einen erfüllt: der Punkt 13.1 „Identifizieren Sie das Ziel jedes Links auf klare Weise.“ erzeugt für einige Seiten eine Warnung, da die Regeln für diesen Punkt besagen, dass Links zu unterschiedlichen Seiten unterschiedliche Bezeichnungen haben müssen. Im E-Book haben die Kapitel der beiden Hauptbereiche jedoch absichtlich oftmals denselben Titel. So gibt es z.B. sowohl in der Logik Einführung, als auch in der Aussagenlogik ein Kapitel namens „Syntax“. Die Differenzierung erfolgt hier über zusätzliche Angaben zu den Links oder Betitelungen der Bereiche, in denen sich die Links befinden.

Auch die Checkpunkte der **Priorität 3** sind zum Großteil erfüllt: die Punkte 9.4 „Definieren Sie eine logische Tab-Reihenfolge für Links, Formular-Kontrollelemente und Objekte.“ und 9.5 „Stellen Sie Tastatur-Kurzbeefehle für wichtige Links ... bereit.“ erzeugen eine Warnung, da sie nicht umgesetzt wurden.

Die Zugänglichkeit der Inhalte kann online für jede Seite über einen Link im E-Book überprüft werden.

4.6.4 Anzeige ohne Stylesheet

Diverse alte Browser unterstützen **keine Stylesheets**. Zudem können Benutzer **wählen**, Seiten ohne Stylesheets zu betrachten. Abbildung 30 zeigt die Ansicht einer Logikseite mit eingebettetem Kapitel.

The screenshot shows a web page for 'logic rulez' with the subtitle 'Einführung in die mathematische Logik'. It features a search bar with the text 'Im E-Book nach' and a 'suchen' button. A navigation menu includes links for 'Hauptmenü überspringen', 'Start', 'Logik Einführung', 'Aussagenlogik', and 'Feedback'. Below this is a section titled 'Inhalt Logik Einführung' with a list of chapters and sub-chapters, each with a link to skip to that section. A search bar is also present with the text 'Kapitel das paralel angezeig werden soll auswählen' and a dropdown menu showing 'Syntax vs. Semantik'. A button labeled 'anzeigen' is below the search bar. The main content area displays 'Andere Seite parallel anzeigen' and 'Du befindest dich hier: Logik Einführung'. The title 'Syntax' is shown, followed by '(Kapitel 5)' and a note '(griechisch ????????? [s?ntaks?s] - die Zusammenstellung)'. The text explains that syntax rules describe atoms and are used to form sentences. A box titled 'Syntax vs. Semantik' contains a quote: 'Die Schönheit liegt im Auge des Betrachters' and explains that the meaning of words is implied in natural language. A 'Beispiel - Syntax: Wumpus-Welt' section follows, stating that atoms are used to describe the Wumpus world.

Abbildung 30 – Ansicht einer Logikseite mit eingebettetem Kapitel des E-Books ohne Stylesheet.

4.6.5 Lineare Ausgabe - Anzeige im Textbrowser

Mit einem reinen **Textbrowser** (der wohl bekannteste ist Lynx) kann man leicht überprüfen, wie eine Webseite von **Suchmaschinen** gesehen oder durch den Einsatz **assistiver Technologien** dargestellt wird. Wie in der Abbildung 31 zu sehen ist, befinden sich die **Inhalte** der Seite relativ weit **oben** direkt unter dem Hauptmenü – alle **weiteren Informationen**, wie z.B. das Submenü, die sonst links (also eigentlich vor den Inhalten) dargestellt werden, folgen **anschließend**.

```

Logik E-Book: mathematische Logik Einführung und Aussagenlogik - logic-
rulez.net

```

```

mathematische Logik lernen: Einführung und Aussagenlogik -
logic-rulez.net

```

```

Im E-Book nach _____ suchen

```

```

Hauptmenü überspringen

```

```

* Logik Einführung

```

```

* Aussagenlogik

```

```

* Feedback

```

```

zum Submenü

```

```

Du befindest dich hier:

```

```

Logik E-Book logic-rulez.net: Logik Einführung und Aussagenlogik

```

```

Auf dieser Webseite werden die Grundkonzepte der mathematischen Logik
erklärt und anhand einer sehr einfachen Logik, der Aussagenlogik,
vertieft.

```

```

Zum Seitenanfang

```

```

Features des E-Book

```

```

Features überspringen

```

```

Viele Beispiele

```

```

Die logischen Konzepte werden durchgehend am Beispiel der Wumpus-Welt
veranschaulicht.

```

```

Lineare und nichtlineare Lesbarkeit

```

```

Das bedeutet einerseits, dass die Inhalte des E-Book Seite für Seite
wie in einem konventionellen Lehrbuch aufeinander aufbauen und einen
inhaltlichen und sprachlichen Faden haben.

```

```

Andererseits können sie auch in beliebiger Reihenfolge gelesen werden,
da jedes Kapitel Verlinkungen zu den entsprechenden Grundlagen hat.

```

```

Parallele Seiten

```

```

Jede Seite des E-Books kann parallel zur aktuellen Seite geöffnet
werden - die zwei Seiten werden dann nebeneinander dargestellt. Dies
ermöglicht es, auf der aktuellen Seite zu bleiben und gleichzeitig
Inhalte wie Definitionen oder Beschreibungen zu betrachten.

```

Interaktive Übungsbeispiele

Die wichtigsten Konzepte der Aussagenlogik können interaktiv geübt werden.

Liste der Übungsbeispiele überspringen

- * Formalisierung von Aussagen
- * Formalbäume erstellen & Teilformeln erkennen
- * Wahrheitstabellen erstellen
- * Evaluierung einer Formel unter einer Interpretation
- * Umwandlung einer Formel in Normalformen
- * Semantische Tableaux erstellen

Zum Seitenanfang

Willkommen!

Die mathematische Logik bildet die Grundlage für viele Bereiche der Mathematik und Informatik, und kommt auch in der analytischen Philosophie und in der Linguistik zum Einsatz.

Hier findet ihr ein interaktives Logik-Lehrbuch (E-Book) für Schüler, Studenten und Interessierte, die keine bis wenige Vorkenntnisse mitbringen, und nicht unbedingt ein ausgeprägtes formal-theoretisches Verständnis besitzen.

Dieses E-Book ist im Rahmen meiner Diplomarbeit am Institut für wissensbasierte Systeme an der TU-Wien entstanden, und soll als erste Informationsstelle für Interessenten dienen.

Ich hoffe, dass ich mit dieser Arbeit euer Interesse an Logik wecken oder vertiefen, und die zugrunde liegende Einfachheit der Konzepte vermitteln kann, und würde mich sehr über Feedback freuen!

Mandana Eibegger

Zum Seitenanfang

Aufbau des E-Books

Die inhaltliche Aufbereitung vermeidet übermäßige Formalisierungen und führt Schritt für Schritt am Beispiel der Wumpus-Welt und mit anderen intuitiven Beispielen in die Welt der Logik ein.

Das Logik E-Book ist in die zwei Hauptbereiche

- * **Logik Einführung** Hier wird zunächst der Begriff der Logik geklärt, und dann auf die grundsätzlichen Definitionen und Konzepte einer Logik generell eingegangen.

Klassifizierung von Logiken und Beispiele bekannter Logiken runden dieses Kapitel ab.

zum Abschnitt "Logik Einführung"

- * **Aussagenlogik** Hier werden der Aufbau und die Methoden eines logischen Systems an Hand der Aussagenlogik konkretisiert. Als Beispiel für eine Inferenzmethode wird der so genannte Tableaurekalkül eingeführt.

zum Abschnitt "Aussagenlogik"

aufgeteilt.

Einzelne Methoden der Aussagenlogik, von der Erstellung von

Wahrheitstabellen und Formelbäumen bis zur Anwendung des Tableauekalküls, können mit interaktiven Übungsbeispielen an vorgegebenen und selber eingegebenen Formeln geübt werden. Es besteht die Möglichkeit, auch unfertig gelöste Beispiele zu prüfen oder sich den nächsten Lösungsschritt anzeigen zu lassen. Eingegebene Formeln bleiben während der gesamten Sitzung erhalten, und können so leicht in weiteren Übungsbeispielen selektiert werden.

-
- * [Zum Seitenanfang](#)
 - * weiter zu [Was ist Logik???](#) (Logik Einführung)
-

Inhalt Logik Einführung

[Inhalt Logik Einführung überspringen](#)

1. [Einleitung](#)
2. [Die Wumpus-Welt](#)
3. [Intelligente Systeme](#)
4. [Formale Sprachen](#)
5. [Syntax](#)
6. [Semantik](#)
7. [Beweis & Schluss](#)
8. [Abschließende Betrachtung von Logiken](#)
9. [Beispiele](#)

Inhalt Aussagenlogik

[Inhalt Aussagenlogik überspringen](#)

1. [Einleitung](#)
2. [Was wollen wir ausdrücken](#)
3. [Syntax](#)
4. [Semantik](#)
5. [Evaluierung einer Formel unter einer Interpretation](#)

[Zum Seitenanfang](#)

Zugänglichkeit

[Infos zur Zugänglichkeit überspringen](#)

[Zugänglichkeit dieses E-Book](#)

Online-Validierungstools

(Klicke auf die Bilder, um die aktuelle Seite zu testen)

[Diese Seite enthält ausschließlich gültiges HTML 4.01 Transitional!](#) .

[Gültiges CSS 2!](#) . [Cynthia Tested!](#)

[Zum Seitenanfang](#)

- * [Indexseite](#)
- * [Impressum](#)

Der Inhalt dieser Seite wurde zuletzt am 26.07.2007 geändert.

Abbildung 31 – Ansicht der Startseite des E-Books im Textbrowser Lynx.

4.6.6 Bildschirmauflösungen

Die Seiten des E-Books sind, wie die Abbildung 32 zeigt, ab einer Bildschirmauflösung von **480 Pixeln** in der Breite **generell gut lesbar** und sind somit auch auf vielen **PDA**s benutzbar. Die Notwendigkeit vertikalen Scrollens besteht hier hauptsächlich bei Seiten mit Bäumen, Tabellen, lange Formeln etc., da die Elemente meist mehr Platz in Anspruch nehmen. Das zusätzliche Feature des E-Books der **parallelen Anzeige** von Seiten funktioniert zwar theoretisch, ist aber praktisch **unbenutzbar**, da die Breite der einzelnen Frames in diesem Fall viel zu schmal ist um gebrauchstauglich zu sein.



Abbildung 32 – Ansicht der Startseite des E-Books bei einer Bildschirmbreite von 480 Pixeln.

Abbildung 33 zeigt einen Ausschnitt einer Seite des E-Books mit paralleler Anzeige von Kapiteln bei einer Bildschirmbreite von **640 Pixeln**. Ab dieser Breite ist auch die **parallele Anzeige** von Seiten **gebrauchstauglich**. **Probleme** bestehen hier hauptsächlich durch **lange Worte**, wie in der Abbildung zu sehen ist, und **breite Tabellen**.



Abbildung 33 – Ansicht des E-Books bei einer Bildschirmbreite von 640 Pixeln.

Ab einer Bildschirmauflösung von **800 Pixeln** in der **Breite** ist die Anzeige der Seiten **einwandfrei**, wie die Abbildung 34 zeigt.



Abbildung 34 – Das E-Book bei einer Bildschirmbreite von 800 Pixeln.

4.6.7 Bei Sehschwächen

Mit dem „Colorblind Web Page Filter“ (CWPF [69]) können verschiedene **Farbfehlsichtigkeiten** auf Webseiten simuliert werden. Dieser Filter kann zusätzlich testen, welche Möglichkeiten ein Farbfilter hat, die Farbanzeige der Seite zu beeinflussen. Abbildung 35 zeigt die möglichen Simulationen des CWPF.

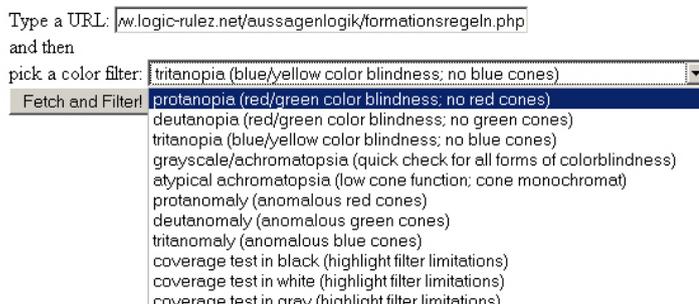


Abbildung 35 – Mögliche Simulationen des Colorblind Web Page Filter.

Das E-Book hat alle Test des „Colorblind Web Page Filter“ bestanden. Die **Kontraste** sind **hoch** genug, sodass alles gut erkennbar ist und alle **Farben** sind durch Farbfilter **manipulierbar**. Abbildung 36 zeigt eine Seite des E-Books, wie sie von Menschen mit Rotgrünblindheit der ersten Form gesehen wird.

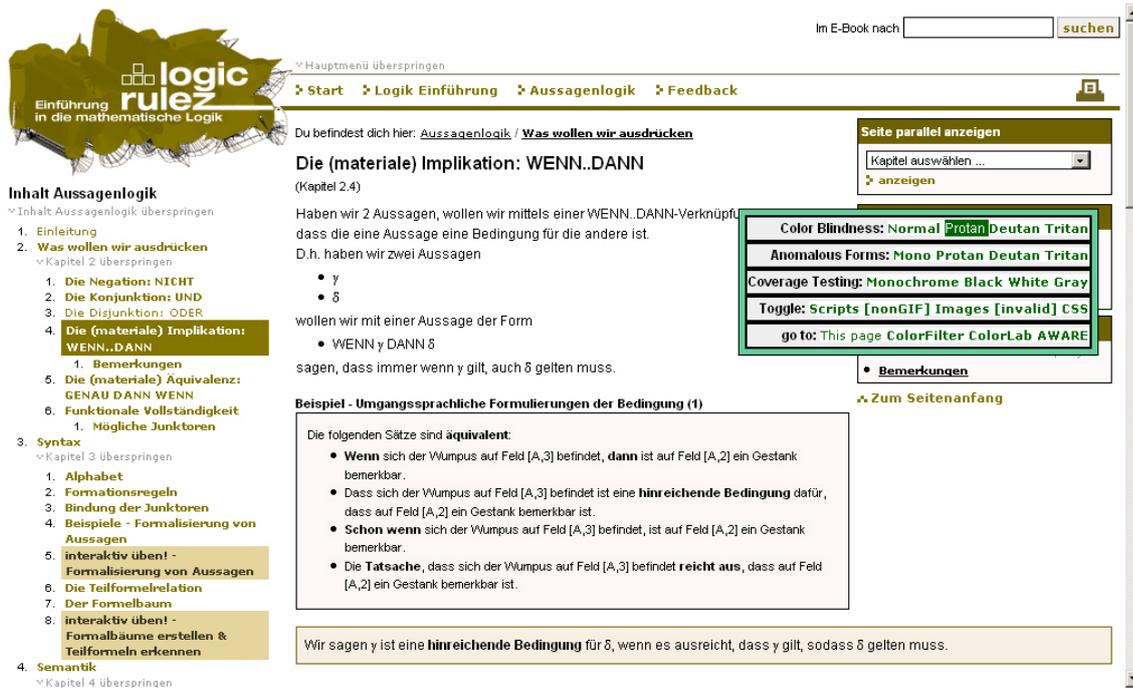


Abbildung 36 – Ergebnis des CWF: Ansicht des E-Book bei Protanopie (Rotgrünblindheit erster Form).

Für einzelne Nutzer ist die Gebrauchtauglichkeit einer Seite davon abhängig, dass sie trotz stark vergrößerter Schrift vernünftig dargestellt wird, sodass sich z.B. Texte nicht überlagern. Wie man in Abbildung 37 sieht, verschieben sich die Elemente des E-Books bei Vergrößerung der Schrift entsprechend.



Abbildung 37 – Startseite des E-Books bei stark vergrößerter Schrift.

4.7 Suchmaschinenergebnisse

Die folgende Tabelle zeigt die Positionierung von Seiten des E-Books bei Suchanfragen in den wichtigsten Suchmaschinen. Angegeben wurde nur die jeweils beste Position unter den ersten 40 Einträgen. Die Positionierungen wurden ohne relevante Verlinkungen von anderen Webseiten erreicht und zeigen, dass das E-Book allein durch seine Umsetzung in den Augen von Suchmaschinen für die beinhalteten Themen als relevant eingestuft wird.

Suchbegriff	google.at	yahoo.de	aol.de	msn.com
logik einführung	11	39	-	2
aussagenlogik einführung	3	19	3	1
logik syntax	6	9	17	7
logik semantik	19	15	-	11
aussagenlogik	15	-	18	7
logik ebook	1	-	1	-
aussagenlogik ebook	1	-	1	-
logik formel	8	13	-	9
wahrheitstabellen	5	20	8	5
wahrheitstabelle üben	1	1	1	1
teilformel	5	8	6	4
formelbaum	1	2	1	1
formelbaum üben	1	1	1	1
formelbaum erstellen	3	1	2	1
evaluierung formel	1	1	2	1
bewertungsfunktion	6	-	8	2
funktionale vollständigkeit	5	13	5	3
logik interaktiv	3	4	9	9

Tabelle 7 – Gegenüberstellung der besten Positionierung unter den ersten 40 Einträgen von Seiten des E-Books nach Suchbegriffen am 28.8.2007 in den wichtigsten Suchmaschinen – gesucht wurde über das gesamte WWW.

5 Verwandte Arbeiten

In diesem Kapitel werden die Systeme skizziert, die im weitesten Sinne ähnlich zu dem hier beschriebenen E-Book sind. Die folgenden Ergebnisse entstammen der Suche nach Logik E-Learning Systemen auf Englisch und Deutsch.

Im Internet gibt es unzählige **Vorlesungsskripten** im PDF- oder HTML-Format, welche die Möglichkeit der Interaktivität und Querverlinkung der Inhalte nicht nutzen. Auch **Übungsapplikationen** zu einzelnen Themen wie zur Normalformbildung oder Tableaux-Erstellung sind zu finden. Die **Probleme** bei einzelnen Übungsapplikationen sind jedoch folgende:

- Der Benutzer muss sich erst mit der **Strategie** und **Syntax** der betreffenden **Applikation** vertraut machen, da diese oft von der gelernten abweicht.
- Komplexe Applikationen sind meist in Java programmiert und somit ohne eine Installation der entsprechenden Software, die auf vielen Systemen nicht möglich ist, **nicht zugänglich**, oder sind auch auf Systemen mit entsprechender Software nicht zu starten.

Es existieren zwar auch **interaktive Logikgrundlagen E-Learning Systeme auf HTML-Basis**, die Inhalte sind jedoch sehr gering. Dennoch sollen sie hier kurz angeführt werden.

- **Das „Learning Environment for Applied Logic“ [71]**
Dieses System wurde bereits 1997 im Rahmen der Aktion „Open to Europe“ von einem internationalen Studententeam entwickelt und wurde zuletzt 2001 aktualisiert. Es bietet eine nicht sehr umfangreiche Einführung in die Aussagenlogik und eine noch kürzere Einführung in die Prädikatenlogik. Alle anderen Seiten dieses Projektes sind nicht mehr verfügbar. Bei der Einführung in die Aussagenlogik gibt es einfache Übungsbeispiele, wie das Ausfüllen von Wahrheitstabellen oder das Erkennen von Formeln. Diese sind zwar im Großen und Ganzen in HTML programmiert, bestehen jedoch aus z.B. nur drei fix vorgegebenen Beispielen. Fehler werden nicht kommentiert. In (in Java programmierten) Applets werden nur Methoden veranschaulicht oder automatisch Bewertungen berechnet.
- **Das Logik Tutorial des Philosophie-Instituts der Oxford Universität [72]**
Dieses System ist bereits im Jahr 2002 entstanden. Es ist nicht sehr umfangreich, sehr unübersichtlich und teilweise durch falsche Darstellung von Sonderzeichen unleserlich. Die generellen Übungsbeispiele sind reine Textaufgaben zu denen man sich die Lösung anzeigen lassen kann. Zusätzlich zu diesen kann man auch die Erstellung eines Tableau üben. Dieses Übungsbeispiel ist jedoch in Java programmiert und ohne Einarbeitung nicht bedienbar.

Das dem E-Book ähnlichste System ist das **Logik-Lernprogramm** der Universität Würzburg [73]. Ein Erstellungsdatum konnte auf der Seite nicht gefunden werden. Das System soll im Folgenden kurz genauer beschrieben werden.

Das Logik-Lernprogramm umfasst folgende **Kapitel**, die mit **fix vorgegebenen Übungsbeispielen** abschließen:

1. Grundbegriffe der Aussagenlogik
 - 1.1 Aussagen
 - 1.2 Aussagenvariable
 - 1.3 Aussagenverknüpfungen
 - 1.3.1 Negation
 - 1.3.2 Konjunktion
 - 1.3.3 Disjunktion
 - 1.3.4 Implikation
 - 1.3.5 Bijunktion
 - 1.4 Syntax der Aussagenlogik
 - 1.5 Semantik der Aussagenlogik
 - 1.6 Passende Belegungen und Modelle
 - 1.7 Erfüllbare und unerfüllbare Formeln
 - 1.8 Gültige Formeln / Tautologien
2. Äquivalenzen und Normalformen
 - 2.1 Definition von Äquivalenz und Ersetzbarkeitstheorem
 - 2.2 Äquivalenzregeln
 - 2.3 Termumformungen
 - 2.4 Definition der Normalformen KNF und DNF
 - 2.5 Algorithmus zur Überführung von Formeln in KNF bzw. DNF
 - 2.6 Ablesen der KNF und DNF einer Formel aus ihrer Wahrheitstafel
3. Hornformeln
 - 3.1 Definition der Hornformeln
 - 3.2 Prozedurale Deutung
 - 3.3 Erfüllbarkeitstest
- 4 Resolution
 - 4.1 Einführung in die Resolution
 - 4.2 Resolventen
 - 4.3 Resolutions-Lemma
 - 4.4 Resolutionssatz
 - 4.5 Deduktion

Es ist **sequenziell** als reines Tutorial aufgebaut. Die **Inhalte** werden relativ **nüchtern** präsentiert, die **Übungsbeispiele** sind **nicht** sehr **umfassend**, wie die Abbildung 38 zeigt.

Man kann die einzelnen Kapitel zwar über das Inhaltsverzeichnis aufrufen, **Querverlinkungen** gibt es jedoch **nicht**. Will man dem Lesefluss folgen, kann man zum nächsten Kapitel erst übergehen, wenn die Fragen des aktuellen richtig beantwortet wurden. Zu falsch gelösten Übungsbeispielen werden **Tipps** gegeben. Alle Tipps, Beschreibungen und Erklärungen der Seite werden jedoch in **Popups** geöffnet. Das Programm ist **ohne JavaScript** bereits ab der ersten Seite **nicht verwendbar**.

Aussagenlogik - 4. Hornformeln - 4.2 Prozedurale Deutung von Hornformeln

4.2 Prozedurale Deutung von Hornformeln

Hornformeln können anschaulicher als Konjunktionen von Implikationen geschrieben werden. Jedes Disjunktionsglied $(L_1 \vee L_2 \vee \dots \vee L_n)$ der gegebenen Hornformel, das nach Definition höchstens ein positives Literal L_i enthält, wird dabei wie folgt umgeformt:

1. Alle Literale des Disjunktionsgliedes sind negativ, d.h. $L_1 = \neg A_1, L_2 = \neg A_2, \dots, L_n = \neg A_n$:

$$(\neg A_1 \vee \neg A_2 \vee \dots \vee \neg A_n) \Rightarrow (A_1 \& A_2 \& \dots \& A_n \rightarrow 0)$$

wobei **0** für eine beliebige unerfüllbare Formel steht.

2. Das Disjunktionsglied enthält mindestens ein negatives Literal und genau ein positives Literal $L_i = A_i$:

$$(\neg A_1 \vee \neg A_2 \vee \dots \vee A_i \vee \dots \vee \neg A_n) \Rightarrow (A_1 \& A_2 \dots \& A_n \rightarrow A_i)$$

3. Das Disjunktionsglied enthält nur ein einziges positives Literal $L = A$:

$$A \Rightarrow (1 \rightarrow A)$$

wobei **1** für eine beliebige Tautologie steht.

Diese Darstellungsweise der Hornformeln wird als **prozedurale Deutung** bezeichnet.

Nehmen wir als Beispiel die Hornformel F:

Hornformel F als Konjunktion von Disjunktionen: $F = (A \vee \neg B) \& (\neg C \vee \neg A \vee D) \& (\neg A \vee \neg B) \& D \& \neg E$

$$\begin{array}{cccccc} \parallel & & \parallel & & \parallel & & \parallel & & \parallel \\ \vee & & \vee & & \vee & & \vee & & \vee \end{array}$$

Hornformel F in prozeduraler Deutung: $F = (B \rightarrow A) \& (C \& A \rightarrow D) \& (A \& B \rightarrow 0) \& (1 \rightarrow D) \& (E \rightarrow 0)$

 Schreiben Sie nun die folgenden Hornformeln in prozeduraler Deutung:

Hornformel als Konjunktion von Disjunktionen	Hornformel in prozeduraler Deutung
$M = C \& \neg D$	<input type="text"/>
$H = (\neg A \vee \neg B \vee \neg D) \& (\neg C \vee A)$	<input type="text"/>



Die Seite mit der Adresse <http://www-info1.informa...>

 Sie müssen zuerst die Aufgaben komplett bearbeiten, bevor Sie im Lernprogramm weitermachen können!



Abbildung 38 – Übungsbeispiel Seite des Logik-Lernprogramms der Universität Würzburg.

6 Ausblick

Wie im Kapitel 4 „Das E-Book“ beschrieben, ist die bestehende Webseite sehr **zugänglich** und in den gängigen **Suchmaschinen** im Großen und Ganzen sehr gut **positioniert**. Die Arbeit bildet also eine gute **Grundlage** für einen **Ausbau**.

Im Folgenden werden interessante **Punkte** zur **Erweiterung** des bestehenden E-Books angeführt und die Umsetzung grob beschrieben. Eine genauere Beschreibung findet sich in den angeführten Dateien selber (für eine grobe Beschreibung der unten angeführten Dateien und Objekte siehe Kapitel 4.5.1 „Technischer Aufbau des E-Books und der Logikseiten“).

6.1 Verlinkungen

Um die bestehenden Inhalte zu erweitern, sollten zu den wichtigsten Kapiteln des E-Books **Links zu externen Ressourcen** hinzugefügt werden. Die Möglichkeit der Einbindung solcher Links ist **bereits implementiert**. Diese Links werden, so wie z.B. die Querverlinkungen zusammengefasst in einer Infobox dargestellt und bestehen aus dem Link selber und einem kurzen Beschreibungssatz.

Um **externe Ressourcen** zu einem Kapitel **hinzuzufügen** müssen diese nur in den entsprechenden Dateien `inc_refr_BEREICHSDNUMMER.KAPITELNUMMER.php` **angegeben** werden.

Außerdem sollte das E-Book **eingehende Links** von anderen Webseiten aus den Bereichen Logik und E-Learning bekommen.

6.2 Hinzufügen weiterer Kapitel

Um Beispiele für **mögliche Unterschiede bei Kalkülen** zu geben, könnten dem Hauptbereich Aussagenlogik der **Resolutions-** und der **Sequentialkalkül**, ähnlich dem Tableauekalkül, **hinzugefügt** werden.

Folgende **Erweiterungen** sind notwendig:

- **defs_submenu.php**
 - Hinzufügen der Kapitelbezeichnungen und Dateinamen.
- **defs_exmpl.php**
 - Hinzufügen der Beispieltitel.
- **Startseite**
 - Erweiterung des Textes in `index.php` um die neuen Inhalte im Bereich Aufbau und hinzufügen der neuen interaktiven Übungsbeispiele bei den Features

- **Bereich Aussagenlogik (Verzeichnis aussagenlogik/)**
 - Erweiterung des Textes der Startseite des Bereiches (inc_page_2.1.php) um die neuen Inhalte.
 - Erstellung der Hauptdateien nach den Angaben in defs_submenu.php
 - Erstellung der Dateien inc_page_BEREICHSNUMMER.KAPITELNUMMER.php mit den Inhalten der Kapiteln.
 - Erstellung der Dateien inc_exmpl_BEREICHSNUMMER.KAPITELNUMMER_BEISPIELNUMMER.php mit den Inhalten der Beispiele.
 - Erstellung der Dateien inc_refr_BEREICHSNUMMER.KAPITELNUMMER.php mit den Angaben der Referenzen und Metainformationen.

6.3 Erweiterung der bestehenden Kapitel

Am Ende jedes Kapitel könnten dem Benutzer einfache Fragen zum Inhalt gestellt werden, um ihm eine Möglichkeit zu geben, das Verständnis und Wissen zu überprüfen. Diese Fragen könnten eventuell mit einfachen fix vorgegebenen Übungsbeispielen realisiert werden.

6.4 Hinzufügen weiterer Hauptbereiche

Die Erweiterung des E-Books um weitere **Hauptbereiche** wie z.B. über die **Geschichte** der Logik oder **weitere Logiken** wie die Prädikatenlogik, Modallogiken oder nichtmonotone Logiken ist besonders interessant. Folgende **Erweiterungen** sind notwendig:

- **Neuen Bereich hinzufügen**
 - Erstellung eines Verzeichnisses für die Inhalte des neuen Bereiches und Eintrag des Verzeichnisnamens in defs_submenu.php.
 - Erweiterung der Indexseite (indexP.php) um den neuen Bereich.

Alle weiteren Schritte entsprechen den im Kapitel 6.2 „Hinzufügen weiterer Kapitel“ angeführten notwendigen Erweiterungen.

6.5 Login - Erweiterung der interaktiven Übungsbeispiele

Eine sinnvolle Erweiterung der Übungsbeispiele wäre, für jeden Benutzer nach **Login** die **benutzten Formeln** und den **Lernerfolg** zu **speichern** und bei weiteren Übungsbeispielen entsprechende Formeln vorzuschlagen.

6.6 Forum

Um die **Interaktion** der **Benutzer untereinander** und mit dem E-Book zu fördern, könnte zu jedem Kapitel ein Forum eingefügt werden. Hier müsste jedoch, um Missbrauch zu vermeiden, eine Person für die Wartung des Forums verantwortlich sein.

6.7 Mehrsprachigkeit

Um die Inhalte einem **breiteren Publikum** zugänglich zu machen, bietet es sich an, diese in mehreren Sprachen zur Verfügung zu stellen.

Folgende **Erweiterungen** sind notwendig:

- **defs_submenu.php**
 - Definition der Sprachbezeichnungen.
 - Erweiterung der Datenstruktur, um Bezeichnungen in und Dateibenennungen für mehrere Sprachen zuzulassen und entsprechende Anpassung der Funktionen an die neue Datenstruktur und die neue Sprache.
 - Angabe der Kapitel-, Verzeichnis- und Dateinamen in der neuen Sprache.
- **defs_exmpl.php**
 - Erweiterung der Datenstruktur, um Bezeichnungen in mehreren Sprachen zuzulassen und entsprechende Anpassung der Funktionen an die neue Datenstruktur und die neue Sprache.
 - Angabe der Beispielbezeichnungen in der neuen Sprache.
- **defs_exmplFormulas.php**
 - Erweiterung der Datenstruktur, um Gruppenbezeichnungen in mehreren Sprachen zuzulassen und entsprechende Anpassung der Funktionen an die neue Datenstruktur und die neue Sprache.
 - Angabe der Gruppenbezeichnungen in der neuen Sprache.
- **FOL_xyz.php**
 - Erweiterung der Ausgabefunktionen um die neue Sprache.
- **inc_page_show.php**
 - Anpassung des Codes an die neue Datenstruktur.
 - Einfügen einer Variablen zur Sprachkennzeichnung entsprechend der Definitionen in den Definitionsdateien (defs_xyz.php).
 - Kopieren und Umbenennung der Datei und Übersetzung der Texte.
- **inc_refr_show.php**
 - Anpassung des Codes an die neue Datenstruktur und Übersetzung der Texte.
- **Alle Frontenddateien im Stammverzeichnis**
 - Kopieren der Dateien und Benennung nach einem Schema.
 - Übersetzen der Texte.
 - Einfügen eines Links, um die Sprache zu wechseln.
 - Entsprechende Veränderung der Links.
- **Hauptbereiche des E-Books**
 - Kopieren und Umbenennung der Verzeichnisse der Hauptbereiche.
 - Übersetzen der Inhalte der Dateien inc_xyz.php.
 - Umbenennung aller anderen Dateien laut Angabe in defs_submenu.php und Einbindung der neu erstellten inc_page_showX.php.

Ausblick

Verzeichnisse

Quellen

- [1] E. R. Coates
Thomas Jefferson: On Politics & Government - Quotations from the Writings of Thomas Jefferson
URL: <http://etext.virginia.edu/jefferson/quotations> (20.2.2007)
- [2] K. Hametner, T. Jarz, W. Moriz, J. Pauschenwein, H. Sandtner, I. Schinnerl, A. Sfirri, M. Teufel
Qualitätskriterien für eLearning - Ein Leitfaden für Lehrer/innen, Lehrende und Content-Ersteller/innen
R. Kristöfl, H. Sandtner, M. Jandl, Wien, 2006
URL: http://www.e-teaching-austria.at/download_mat/Qualitaetskriterien.pdf (3.3.2007)
- [3] S. Russel / P. Norvig
Artificial Intelligence: A Modern Approach
Prentice Hall Series in Artificial Intelligence, 1. Auflage, New Jersey, 1995
- [4] S. Galvan, J. Tibaudo, U. Meixner
Einführung in die Unvollständigkeitstheoreme
Mentis-Verlag, 2006
- [5] R.L. Epstein
Predicate Logic: The Semantic Foundations of Logic
Wadsworth Publishing, 1. Ausgabe, 2000
- [6] G. Malinowski
Many-Valued Logics
Oxford University Press, USA, 1994
- [7] G.E. Hughes, M.J. Cresswell
A New Introduction to Modal Logic
Routledge, 1. Ausgabe, London, 1996
- [8] V.W. Marek, M. Truszczyński
Nonmonotonic Logic: Context-Dependent Reasoning (Artificial Intelligence)
Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 1993
- [9] B. Shneiderman
Leonardo's Laptop - Human Needs and the New Computing Technologies
MIT Press, 2003
- [10] FIT für Usability – eine Online-Initiative des Fraunhofer-Instituts FIT
Usability 1x1: Usability: Eine erste Einführung
URL: <http://fit-fuer-usability.de/1x1/basics/einfuehrung.html> (15.1.2007)
- [11] M. Herczeg
Softwareergonomie, 2. vollständig überarbeitete Auflage
Oldenbourg Verlag, München, 2005

Verzeichnisse

- [12] *Ergonomie der Mensch-System-Interaktion – Teil 151: Leitlinien zur Gestaltung von Benutzungsschnittstellen für das World Wide Web (ISO/DIS 9241-151:2006); Deutsche Fassung prEN ISO 9241-151:2006*
DIN Deutsches Institut für Normung e.V., Berlin, August 2006
- [13] J. Nielsen
Iterative User Interface Design
URL: http://www.useit.com/papers/iterative_design (20.1.2007)
- [14] ORF futurezone | eWeek
Schlechtes Webdesign steigert Blutdruck, 21.12.2006
URL: <http://futurezone.orf.at/it/stories/159465> (23.12.2006)
- [15] W3C Web Accessibility Initiative (WAI) [Online]
URL: <http://www.w3.org/WAI> (25.2.2007)
- [16] W3C Deutsch-Österreichisches Büro [Online]
URL: <http://www.w3c.de> (25.2.2006)
- [17] W3C
Zugänglichkeitsrichtlinien für Web-Inhalte 1.0 (WCAG 1.0) – deutsche Übersetzung
URL: <http://www.w3c.de/Trans/WAI/webinhalt.html> (26.2.2007)
- [18] W3C
Web Content Accessibility Guidelines 2.0 - W3C Working Draft 17 May 2007
URL: <http://www.w3.org/TR/WCAG20> (13.8.2007)
- [19] Kommission der europäischen Gemeinschaften
eEurope 2002: Zugang zu öffentlichen Webseiten und deren Inhalten
URL: http://europa.eu/eur-lex/de/com/cnc/2001/com2001_0529de01.pdf (26.2.2007)
- [20] P. Hunkirchen
Accessibility von Software ist nun offizieller Teil der Usability und Normenreihe DIN EN ISO 9241
URL: <http://www.hunkirchen.de/?p=64> (18.1.2007)
- [21] The Web Standards Project [Online]
URL: <http://www.webstandards.org> (27.2.2007)
- [22] IBM Human Ability and Accessibility Center
IBM Web Accessibility Checklist, W3C Web Content Accessibility Guidelines (WCAG) and US Section 508
URL: <http://www-03.ibm.com/able/guidelines/web/ibm508wcag.html> (1.3.2007)
- [23] Netcraft
November 2006 Web Server Survey
URL: http://news.netcraft.com/archives/2006/11/01/november_2006_web_server_survey.html (2.3.2007)
- [24] J. Nielsen
Jakob Nielsen's Alertbox, November 6 2006: 100 Million Websites
URL: <http://www.useit.com/alertbox/web-growth.html> (2.3.2007)
- [25] comScore Pressemitteilung
comScore Releases December U.S. Search Engine Rankings
URL: <http://www.comscore.com/press/release.asp?press=1167> (3.3.2006)
- [26] S.M. Beitzel
On understanding and classifying web queries
Chicago, Illinois, Mai 2006

- [27] The Web Robots Pages
The Web Robots FAQ...
URL: <http://www.robotstxt.org/wc/faq.html> (5.3.2007)
- [28] The Web Robots Pages
Robots Exclusion
URL: <http://www.robotstxt.org/wc/exclusion.html> (5.3.2007)
- [29] Google
Richtlinien für Webmaster
URL: <http://www.google.com/support/webmasters/bin/answer.py?answer=35769>
(4.3.2007)
- [30] Live Search
Hilfe für Seiteneigentümer: Richtlinien für eine erfolgreiche Indizierung
URL: http://search.msn.ch/docs/siteowner.aspx?t=SEARCH_WEBMASTER_REF_GuidelinesforOptimizingSite.htm&FORM=WGDD [abgerufen am 4.3.2007]
- [31] Yahoo!
Suche – Hilfe
URL: <http://eur.help.yahoo.com/help/de/ysearch/index.html> (4.3.2007)
- [32] Google
Our Search: Google Technology
URL: <http://www.google.com/technology/index.html> (4.3.2007)
- [33] J. Bager, J. Becker-Fochler
Dicke Fische: Zweite Runde des c't-SEO-Wettbewerb – Analyse, 2005,
URL: <http://www.heise.de/ct/SEO-Wettbewerb/Analyse2.shtml> (4.3.2007)
- [34] Google
Google Webmaster Central Blog
URL: <http://googlewebmastercentral.blogspot.com> (4.3.2007)
- [35] Google Webmaster Tools [Online]
URL: <https://www.google.com/webmasters/tools> (21.8.2007)
- [36] B.J. Fogg
Prominence-interpretation theory: Explaining how people assess credibility online
Proceedings of CHI'03, Extended Abstracts on Human Factors in Computing Systems, 722-723, 2003
URL: <http://credibility.stanford.edu/pdf/PIThory.pdf> (7.3.2007)
- [37] T. Wirth
Fakten
URL: <http://www.kommdesign.de/fakten> (7.3.2007)
- [38] B.J. Fogg et al
Stanford-Makovsky Web Credibility Study 2002: Investigating what makes Web sites credible today
A Research Report by the Stanford Persuasive Technology Lab and Makovsky & Company, Stanford University, 2002
URL: <http://captology.stanford.edu/pdf/Stanford-MakovskyWebCredStudy2002-prelim.pdf> (7.3.2007)
- [39] B.J. Fogg et al
What makes Web sites credible? A report on a large quantitative study
Proceedings of CHI'01, Human Factors in Computing Systems, 61-68, 2001
URL: <http://captology.stanford.edu/pdf/p61-fogg.pdf> (7.3.2007)

Verzeichnisse

- [40] B.J. Fogg
Stanford Guidelines for Web Credibility - A Research Summary from the Stanford Persuasive Technology Lab
Stanford University, Mai 2002
URL: <http://www.webcredibility.org/guidelines> (7.3.2007)
- [41] FIT für Usability – eine Online-Initiative des Fraunhofer-Institus FIT
Usability und Joy of Use - Ergebnisse eines Experten-Workshops, 15.1.2007
URL: <http://fit-fuer-usability.de/news/praxis/januar07/joyofuse.html> (14.3.2007)
- [42] I.E. Reeps, A. Ross
State-of-the-Art Analyse: Usability, Design und Joy of Use
Universität Konstanz, April 2004
URL: http://merkur25.inf.uni-konstanz.de/downloads/STAR_Reeps.pdf (14.3.2007)
- [43] M. Csikszentmihaly
Flow – The Psychology of Optimal Experience
Harper Perennial, New York, 1991
- [44] F. Rheinberg, R. Vollmeyer, S. Engeser
Die Erfassung des Flow-Erlebens
Institut für Psychologie, Universität Potsdam, 2001
URL: <http://www.psych.uni-potsdam.de/people/rheinberg/messverfahren/Flow-FKS.pdf>
(15.3.2007)
- [45] F. Rheinberg
Intrinsische Motivation und Flow-Erleben
Universität Potsdam, 2004
URL: <http://www.psych.uni-potsdam.de/people/rheinberg/files/Intrinsische-Motivation.pdf> (15.3.2007)
- [46] T. Wirth
34 Textbeiträge zu ergonomischen und psychologischen Themen im Internet: Über Flow
URL: <http://www.kommdesign.de/texte/flow.htm> (16.3.2007)
- [47] S. Berkun
The Human Factor - The Role of Flow in Web Design
Microsoft Developer Network, Technical Article, Jänner/Februar 2001
URL: http://msdn.microsoft.com/library/default.asp?URL=/library/welcome/dsmsdn/hfactor10_1.htm (16.3.2007)
- [48] Scoreberlin, Usability Consulting GmbH
Bibliothek: Themenübersicht
URL: <http://www.scoreberlin.de/fachartikel> (20.3.2007)
- [49] S. Horton
Access by Design. A Guide to Universal Usability for Web Designers
New Riders Press, 12.7.2005
URL: http://universalusability.com/access_by_design (15.4.2007)
- [50] S. Horton , P. Lynch
Web Style Guide: Basic Design Principles for Creating Web Sites, Second Edition
Yale University Press, März 2002
URL: <http://www.webstyleguide.com> (15.4.2007)

- [51] A. Cooper, R. Reimann
About Face 2.0. – The Essentials of Interaction Design
Wiley Publishing, Inc., Indianapolis, Indiana, 2003
- [52] T. Wirth
34 Textbeiträge zu ergonomischen und psychologischen Themen im Internet: Die magische Zahl 7 und die Gedächtnisspanne
URL: <http://www.kommdesign.de/texte/gedaechtnisspanne.htm> (22.3.2007)
- [53] J. Nielsen
Jakob Nielsen's Alertbox, October 1 1997: Reading on the Web: Why people scan
URL: <http://www.useit.com/alertbox/whyscanning.html> (22.3.2007)
- [54] M. Cameron
Why People Don't Read Online and What to do About It
Ubiquity Volume 6, Issue 40, November 2-8, 2005
URL: http://www.acm.org/ubiquity/views/v6i40_cameron.html (23.3.2007)
- [55] P. Seebach
The cranky user: Making URLs accessible - Keep your novice and expert users happy with sensible naming schemes
IBM Developer Works, 20.6.2001
URL: <http://www.ibm.com/developerworks/library/us-cranky8.html> (27.3.2007)
- [56] IBM
Content
IBM Ease of Use - Web design guidelines
URL: <http://www-03.ibm.com/easy/page/597> (27.3.2007)
- [57] Google
Google Webmaster Central Blog: Supplemental goes mainstream, 31.7.2007
URL: <http://googlewebmastercentral.blogspot.com/2007/07/supplemental-goes-mainstream.html> (5.8.2007)
- [58] Google
Google Webmaster Central Blog: Server location, cross-linking, and Web 2.0 technology thoughts, 2.8.2007
URL: <http://googlewebmastercentral.blogspot.com/2007/08/server-location-cross-linking-and-web.html> (5.8.2007)
- [59] Stanford-Poynter Project on Internet news-reading behavior [Online]
URL: <http://www.poynterextra.org/et/i.htm> (23.3.2007)
- [60] J. Nielsen
Jakob Nielsen's Alertbox, October 1 1997: How Users Read on the Web
URL: <http://www.useit.com/alertbox/9710a.html> (22.3.2007)
- [61] J. Nielsen
Jakob Nielsen's Alertbox, April 17, 2006: F-Shaped Pattern For Reading Web Content
URL: http://www.useit.com/alertbox/reading_pattern.html (22.3.2007)
- [62] J. Nielsen
Eyetracking Research
URL: http://www.useit.com/alertbox/reading_pattern.html (22.3.2007)
- [63] Poynter Institut
Eyetrack07
URL: <http://eyetrack.poynter.org> (5.8.2007)

Verzeichnisse

- [64] SELFHTML - Die Energie des Verstehens, HTML-Dateien selbst erstellen
URL: <http://de.selfhtml.org> (1.7.2007)
- [65] U. Egly, M. Fink, A. Polleres, H. Tompits
A Web-based Tutoring Tool for Calculating Default Logic Extensions.
WebNet, 1999, S. 1251-1252
- [66] W3C
Markup Validation Service
URL: <http://validator.w3.org> (2.8.2007)
- [67] W3C
CSS Validation Service
URL: <http://jigsaw.w3.org/css-validator> (2.8.2007)
- [68] Cynthia Says Portal
URL: <http://www.contentquality.com> (2.8.2007)
- [69] Colorblind Web Page Filter
URL: <http://colorfilter.wickline.org> (2.8.2007)
- [70] L. Carroll
Lewis Carroll's Symbolic Logic
Clarkson N. Potter, März 1977
- [71] OpenToEurope Subproject Logic
Learning Environment for Applied Logic
URL: <http://www.informatik.htw-dresden.de/~nestleri> (10.8.2007)
- [72] University of Oxford
Introduction to Logic
URL: <http://logic.philosophy.ox.ac.uk/main.htm> (10.8.2007)
- [73] Universität Würzburg
Logik-Lernprogramm
URL: <http://www-info1.informatik.uni-wuerzburg.de/databases/LogikLernprogramm>
(10.8.2007)

Abbildungen

Abbildung 1 – Logo des aus dieser Arbeit entstandenen Systems.....	3
Abbildung 2 – Anzahl der Webseiten seit der Gründung des Internets (aus [24]).	44
Abbildung 3 – Aufgliederung von Suchanfragen am U.S. Markt nach Themenkategorien (aus [26]).	45
Abbildung 4 – Sieben Schlüsselkomponenten und ihr Effekt auf die Beurteilung der Glaubwürdigkeit (aus [39]).	50
Abbildung 5 - Beziehung von „Joy of Use“ zur Gebrauchstauglichkeit und zum grafischen Design (aus [42]).	52
Abbildung 6 – Ergebnisse einer Eye-Tracking Studie für drei Webseiten: rote Bereiche wurden am meisten betrachtet, gelbe weniger, blaue am wenigsten und graue überhaupt nicht (aus [61]).	65
Abbildung 7 – Die Verlinkung aufbauender Information am Beispiel des Kapitels „Aussagenlogik: Syntax: Alphabet“.	82

Abbildung 8 – Der Seitenaufbau des Hauptbereiches „Logik Einführung“ ohne Querverlinkungen der Kapitel (die roten gestrichelten Linien markieren den lineare Lesefluss).....	83
Abbildung 9 – Der Seitenaufbau des Hauptbereiches „Aussagenlogik“ ohne Querverlinkungen der Kapitel (die roten gestrichelten Linien markieren den lineare Lesefluss).....	84
Abbildung 10 – Der Seitenraster der Startseite.	87
Abbildung 11 – Der Seitenraster der Logikseiten.	88
Abbildung 12 – Der Seitenraster der Logikseiten mit eingebettetem Kapitel.	89
Abbildung 13 – Der Seitenraster der Druckauswahlseite.	90
Abbildung 14 – Der Seitenraster der Druckseite.....	90
Abbildung 15 – Der Seitenraster der Informationsseiten.	91
Abbildung 16 – Eine mögliche Wumpus-Welt (aus [3]).	95
Abbildung 17– Piktogramm des Online-Validierungstools des W3C für korrekte HTML-Implementierung.	103
Abbildung 18 – Piktogramm des Online-Validierungstools des W3C für korrekte CSS-Implementierung.	103
Abbildung 19 – Piktogramm des Zugänglichkeitstester des Cynthia Says Portals.	103
Abbildung 20 - Die Startseite des E-Books.....	107
Abbildung 21 - Die Logikseiten am Beispiel der Seite „Aussagenlogik: Funktionale Vollständigkeit“.....	109
Abbildung 22 - Eingebettete Logikseite am Beispiel „Aussagenlogik: Funktionale Vollständigkeit“.....	110
Abbildung 23 - Logikseite mit eingebettetem Kapitel am Beispiel „Aussagenlogik: Semantik“.....	111
Abbildung 24 – Der Einsatz der Google CSE im E-Book.	115
Abbildung 25 – Ausschnitt aus der generierten auszudruckenden Seite.	116
Abbildung 26 – Beispiel zusätzlicher Informationen zum Kontext und Bezeichnungsangaben.	117
Abbildung 27 – Ergebnis des W3C Markup Validation Service für die Startseite des E-Books.	118
Abbildung 28 – Ergebnis des W3C CSS Validation Service für die Startseite des E-Books.	118
Abbildung 29 – Ausschnitt aus dem Ergebnis des Cynthia Says Tests für die Startseite des E-Books.....	119
Abbildung 30 – Ansicht einer Logikseite mit eingebettetem Kapitel des E-Books ohne Stylesheet.	120
Abbildung 31 – Ansicht der Startseite des E-Books im Textbrowser Lynx.	123
Abbildung 32 – Ansicht der Startseite des E-Books bei einer Bildschirmbreite von 480 Pixeln.	124
Abbildung 33 – Ansicht des E-Books bei einer Bildschirmbreite von 640 Pixeln.	124
Abbildung 34 – Das E-Book bei einer Bildschirmbreite von 800 Pixeln.....	125
Abbildung 35 – Mögliche Simulationen des Colorblind Web Page Filter.....	125
Abbildung 36 – Ergebnis des CWPF: Ansicht des E-Book bei Protanopie (Rotgrünblindheit erster Form).....	126
Abbildung 37 – Startseite des E-Books bei stark vergrößerter Schrift.....	126
Abbildung 38 – Übungsbeispiel Seite des Logik-Lernprogramms der Universität Würzburg.	131

Beispiele

Beispiel 1 – Aussagenlogische Formeln.	18
Beispiel 2 – Aussagenlogische Formeln unter Berücksichtigung der Operatorpräzedenz und der Assoziativität der Junktoren.....	18
Beispiel 3 – Menge der Teilformeln einer Formel.....	19
Beispiel 4 – Ein Formelbaum und das Erkennen von Teilformeln.	20
Beispiel 5 – Paradoxien der materialen Implikation.	22
Beispiel 6 – Umgangssprachliches WENN...DANN vs. materiale Implikation: Prämisse und Konklusion.....	23
Beispiel 7 – Umgangssprachliches WENN...DANN: materiale Implikation vs. materiale Äquivalenz.....	23
Beispiel 8 – Evaluierung einer Formel mit Wahrheitstabellen.....	25
Beispiel 9 – Evaluierung einer Formel unter einer Interpretation.	28
Beispiel 10 – Ersetzung logisch äquivalenter Formeln in der Arithmetik.	28
Beispiel 11 – Umwandlung einer Formel in Negationsnormalform.	30
Beispiel 12 – Umwandlung einer Formel in disjunktive und konjunktive Normalform.....	30
Beispiel 13 – Prüfung der Erfüllbarkeit einer Formel mit einem Tableau.	33
Beispiel 14 – Prüfung der Gültigkeit einer Formel mit einem Tableau.	33
Beispiel 15 – Inhalt des Kapitels „Semantik“ im Bereich „Logik Einführung“.	93
Beispiel 16 – Inhalt des Kapitels „Semantik“ im Bereich „Aussagenlogik“.	94
Beispiel 17 – Ausschnitt aus dem interaktiven Übungsbeispiel „Formalisierung von Aussagen“.....	97
Beispiel 18 – Ausschnitt aus dem interaktiven Übungsbeispiel „Formelbäume erstellen und Teilformeln erkennen“.	98
Beispiel 19 – Ausschnitt aus dem interaktiven Übungsbeispiel „Wahrheitstabellen erstellen“.	99
Beispiel 20 – Ausschnitt aus dem interaktiven Übungsbeispiel „Evaluierung einer Formel unter einer Interpretation“.	100
Beispiel 21 – Ausschnitt aus dem interaktiven Übungsbeispiel „Umwandlung einer Formel in Normalformen“.	101
Beispiel 22 – Ausschnitt aus dem interaktiven Übungsbeispiel „semantische Tableaux erstellen“.	102

Tabellen

Tabelle 1 – Suchanfragen der U.S. Internetnutzer (zu Hause, Arbeit, Universität) nach Suchmaschinen, November-Dezember 2006 (aus [25]).	45
Tabelle 2 – Zusammenhang zwischen Anforderungen und Fähigkeit (aus [46]).	52
Tabelle 3 – Ausschnitt aus einer Studie zu den Auswirkungen der Richtlinien für die Strukturierung von Text auf die Gebrauchstauglichkeit. Der Ausschnitt zeigt zunächst den Originaltext und anschließend die gebrauchstauglichste Version (aus [60]).	66
Tabelle 4 – Angabe der Titel, Überschriften und Linkbezeichnungen.....	105

Tabelle 5 – Angabe der Textalternativen.....	105
Tabelle 6 – Angabe der zusätzlichen Informationen und Bezeichnungsangaben.....	106
Tabelle 7 – Gegenüberstellung der besten Positionierung unter den ersten 40 Einträgen von Seiten des E-Books nach Suchbegriffen am 28.8.2007 in den wichtigsten Suchmaschinen – gesucht wurde über das gesamte WWW.	127