

# Diplomarbeit

## Berechnung elektrischer Felder von Leitblitzen

ausgeführt zum Zweck der Erlangung des akademischen Grades eines  
Diplom-Ingenieurs unter der Leitung von

a. o. Prof Dr. W. Hadrian (TU Wien)

Dr. G. Diendorfer (ALDIS)

DI. H. Pichler (TU Wien)

Institut für elektrische Anlagen

E373

Eingereicht an der Technischen Universität Wien

Fakultät für Elektrotechnik

von

Andreas Schimmel

MNr.: 9927383

Kaiserstrasse 117/4

A-1070 Wien

Wien, Mai 2007

.....

### *Danksagung*

Mein Dank gilt Herrn Dr. G. Diendorfer vom österreichischen Blitzortungssystem ALDIS sowie Herrn DI. H. Pichler für ihre Hilfestellung und Betreuung bei der Entstehung dieser Diplomarbeit. Weiters möchte ich Prof. W. Hadrian danken, der den Kontakt zu ALDIS ermöglichte. Mein ganz besonderer Dank gebührt meinen Eltern, für die Unterstützung während meines Studiums.

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>5</b>
<b>2</b>	<b>Blitzphysik</b>	<b>6</b>
2.1	Aufbau der Gewitterwolke . . . . .	6
2.2	Einteilung und Ablauf von Blitzentladungen . . . . .	8
2.3	Messung von Blitzstrom und elektrischem Feld . . . . .	10
<b>3</b>	<b>Feldberechnung</b>	<b>12</b>
3.1	Elektrisches Feld einer Punktladung über ideal leitfähiger Fläche . . . . .	12
3.2	Berechnung des elektrischen Feldes des Leaders . . . . .	15
3.3	Ladungsverteilung entlang des Leaderkanals . . . . .	17
3.4	Geometrisches Leadermodell . . . . .	19
<b>4</b>	<b>Programm "Leader"</b>	<b>22</b>
4.1	Programmaufbau . . . . .	22
4.2	Wesentliche Programmschritte . . . . .	24
4.3	Ladungsverteilung bestimmt aus gemessenen Stromwerten . . . . .	26
4.4	Verifikation der Berechnung . . . . .	28
<b>5</b>	<b>Parameteranalyse</b>	<b>29</b>
5.1	Abwärtsleader . . . . .	29
5.1.1	Ladungsverteilung . . . . .	29
5.1.2	Entfernung zum Messpunkt . . . . .	31
5.1.3	Leader-Geschwindigkeit . . . . .	35
5.1.4	Geometrisches Leadermodell . . . . .	36
5.2	Aufwärtsleader . . . . .	43
5.2.1	Ladungsverteilung . . . . .	43
5.2.2	Entfernung zum Messpunkt . . . . .	45
5.2.3	Leader-Geschwindigkeit . . . . .	47
5.2.4	Geometrisches Leadermodell . . . . .	48

5.3	Aufwärtsleader mit Ladungsverteilung bestimmt aus gemessenen Strom- werten . . . . .	56
<b>6</b>	<b>Zusammenfassung</b>	<b>65</b>
<b>A</b>	<b>Eingabebeispiel Programm „Leader“</b>	<b>66</b>
<b>B</b>	<b>SCILab-Programm „Leader“</b>	<b>73</b>
B.1	Programmdatei „leader.dem“ . . . . .	73
B.2	Programmdatei „leader1.dem“ . . . . .	73
B.3	Programmdatei „leader1a.dem“ . . . . .	77
B.4	Programmdatei „leader2.dem“ . . . . .	80

# 1 Einleitung

Diese Arbeit befasst sich mit der Berechnung des elektrischen Feldes hervorgerufen durch den stufenweise vorwachsenden Ladungskanal, genannt „Leader“, der der stromstarken Blitzentladung (return-stroke) vorausgeht und somit den Blitz einleitet. Es werden mittels SCILab-Programm (siehe Kap. 4) Verläufe für das elektrische Feld für unterschiedliche Leaderparameter berechnet und es wird analysiert, wie sich die einzelnen Parameter quantitativ und qualitativ auf das Ergebnis auswirken. Die Parameter, die hierbei untersucht werden, sind im Wesentlichen:

- Verschiedene Ladungsverteilungen entlang des Leaderkanals
- Vorwachsengeschwindigkeit des Leaderkanals
- Geometrische Struktur des Leaderkanals

Die meisten publizierten Messungen des Leaderfeldes beruhen auf getriggerten Blitzen und es wurden bisher meist Abwärtsleader betrachtet. In dieser Arbeit wird nun das bestehende Modell für Abwärtsleader erweitert und auch für Aufwärtsleader adaptiert. Weiters werden die Ergebnisse der Berechnung auf Übereinstimmung mit Messergebnissen überprüft, welche bei Feldmessungen von Blitzeinschlägen in den Sendemast am Gaisberg (Salzburg) aufgezeichnet wurden. Für die Feldberechnung werden auch die am Gaisberg gemessenen Stromverläufe herangezogen.

## 2 Blitzphysik

Dieses Kapitel beschäftigt sich mit den Grundlagen von Gewitterwolken und Blitzphysik, wobei es nur auf das Wesentlichste beschränkt ist. Für nähere Informationen wird auf die zahlreiche, weiterführende Literatur verwiesen (z.B. [2]).

### 2.1 Aufbau der Gewitterwolke

Eine Gewitterzelle ist ein sehr komplexes, dynamisches System, in dem eine Vielzahl physikalischer Prozesse zusammenspielen, so dass es letztendlich zu einer Ladungstrennung in der Wolke kommt.

Es gibt mehrere Ladungstrennungstheorien, die sich nach [1] unterteilen lassen in:

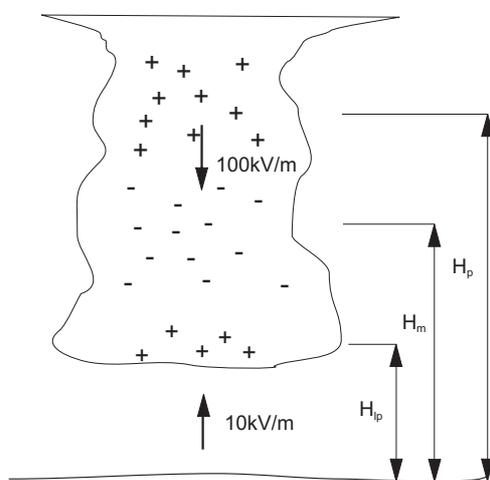
- induktive Prozesse und
- nichtinduktive Prozesse

Als induktive Prozesse gelten jene Prozesse, wo ein äusseres elektrisches Feld die sogenannten Hydrometore (wie z.B. Wassertropfen, Eiskristalle) polarisiert und diese dann durch Einfangen von Ionen (Wilson-Effekt) oder Kollision elektrisch geladen werden. Hierbei kollidieren kleine Eiskristalle oder Wassertröpfchen mit größeren, deren positive Ladung auf die kleineren Teilchen übergeht und mit dem Aufwind in höhere Wolkenbereiche transportiert werden. Die negativ geladenen schwereren Wassertröpfchen und Eiskristalle sinken in tiefere Wolkenregionen. Nichtinduktive Prozesse erfordern kein äusseres elektrisches Feld und beruhen im Wesentlichen auf dem Zerplatzen von Tropfen mit unterschiedlich geladenen Schichten, Kollision von Eisteilchen und Wechselwirkungen unterschiedlicher Phasen, wie etwa der Graupel-Eis-Mechanismus. Hierbei spielen mikrophysikalische Prozesse, wie etwa Kontaktpotential, thermoelektrischer Effekt und latente Wärmeübergabe eine wichtige Rolle. Werden zwei Eisteilchen unterschiedlicher Ausgangstemperatur zusammengebracht und anschließend wieder getrennt, ist das wärmere Teilchen negativ geladen, während das kältere gegengleich positiv geladen ist. Die Ladungstrennung kommt dadurch zustande, dass die mobileren, positiv geladenen Wasserstoff-Ionen in Richtung des Temperaturgradienten diffundieren, während die unbeweglicheren, negativ geladenen

OH-Ionen an ihrer Position verbleiben.

Durch das Zusammenspiel dieser Ladungstrennungsprozesse kommt es in der Gewitterwolke zu einer stockwerksmässigen Ladungsverteilung, wobei sich nach [2] meist 3 Ladungszentren ausbilden (Abbildung 2.1):

- oberes positives Ladungszentrum mit ca.  $40 C$  in  $12 km$  Höhe ( $H_p$ )
- mittleres negatives Ladungszentrum mit ca.  $-40 C$  in  $7,5 km$  Höhe ( $H_m$ )
- unteres positive Ladungszentrum mit ca.  $3 C$  in  $2,5 km$  Höhe ( $H_{lp}$ )



**Abb. 2.1:** Ladungsverteilung in der Gewitterzelle

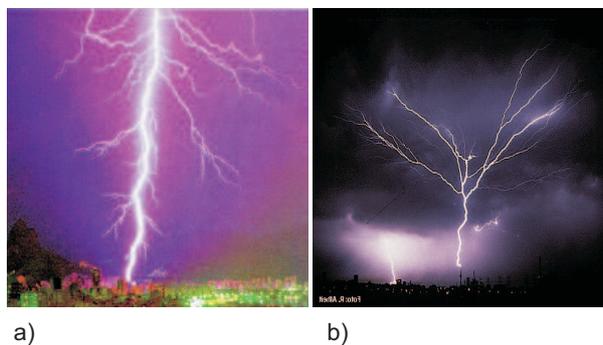
Die elektrische Feldstärke innerhalb der Wolke erreicht bis zu  $100 kV/m$ , die zwischen Wolke und Erde ca.  $10 kV/m$ . Im oberen Teil der Wolke befinden sich auf Eiskristallen vorherrschend positive Ladungen, im unteren Teil auf Regentröpfchen vorherrschend negative Ladungen. Die untere positive Ladung entsteht durch Koronaentladung am Bodenbewuchs. Die Raumladungsdichten innerhalb der Wolke betragen einige  $nC/m^3$ , wobei in Bereichen von einigen  $100 m$  Durchmesser auch Ladungsdichten bis zu einigen  $10 nC/m^3$  herrschen können. Diese Aufteilung der Wolkenladung in 3 Zentren entspricht aber nur einem einfachen Modell, da die tatsächliche Ladungsverteilung innerhalb der Wolke komplexer und vielschichtiger ist.

## 2.2 Einteilung und Ablauf von Blitzentladungen

Prinzipiell wird bei Blitzen unterschieden zwischen:

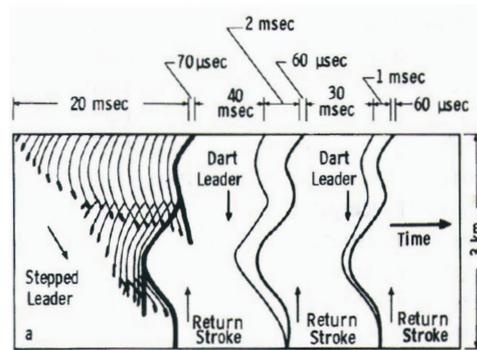
- Wolke-Wolke und Wolke-Erde Blitze
- Aufwärtsblitze und Abwärtsblitze
- pos. Blitze und neg. Blitze

Wolke-Wolke-Blitze bewirken einen Ausgleich zwischen positiven und negativen Wolkenladungszentren, Wolke-Erde-Blitze zwischen Wolkenladungen und den auf der Erdoberfläche influenzierten Ladungen. Abwärtsblitze werden durch einen Leitblitz (Leader), der sich von der Wolke zur Erde bewegt, eingeleitet und sind an den zur Erde gerichteten Verästelungen der Blitzentladung erkennbar. Bei Aufwärtsblitzen ist diese Verästelung zur Wolke gerichtet, da auch der Leader ausgehend von der Erde Richtung Wolke vorwächst (Abbildung 2.2).



**Abb. 2.2:** Abwärtsblitz (a), Aufwärtsblitz (b) (aus [8])

Am häufigsten treten negative Abwärtsblitze auf, bei denen aus der Gewitterwolke ein mit negativer Ladung gefüllter Leader zur Erde vorwächst. Positive Abwärtsblitze entstehen am ehesten aus dem unteren positiven Ladungsbereich. Aus dem oberen positiven Ladungszentrum ausgehende Wolke-Erde-Blitze sind eher selten und treten fast nur am Ende der aktiven Phase einer Gewitterzelle auf. Ausgehend von Bergspitzen und hohen Türmen kann ein Leitblitz von der Erde zur Wolke vorwachsen, welcher dann zu einem Aufwärtsblitz führt. Den typischen zeitlichen Ablauf eines negativen Abwärtsblitzes zeigt Abbildung 2.3.



**Abb. 2.3:** Ablauf neg. Abwärtsblitz aus [3]

Die Blitzentladung wird eingeleitet durch einen Ladungskanal (stepped-leader), welcher ruckweise vorwärts wächst mit Pausen zwischen den Ruckstufen von etwa  $5 \mu s$  bis  $100 \mu s$ . Die durchschnittliche Ausbreitungsgeschwindigkeit des Leaders liegt zwischen  $3 \cdot 10^5 m/s$  bis  $3 \cdot 10^6 m/s$  und die mit jeder Ruckstufe zurückgelegte Strecke beträgt einige  $10 m$ . Der Durchmesser des Leaderkanals beträgt in etwa  $1 m$  und für die Ladungsträgerdichte im Leaderkanal werden meist Werte von  $1 mC/m$  angenommen. Wenn sich der Leader auf einige  $10 m$  der Erdoberfläche genähert hat, geht infolge der erhöhten Feldstärke von der Erdoberfläche eine Fangentladung in Richtung des Leader aus, so dass sich nach Zusammentreffen von Leader und Fangentladung ein durchgehender Ladungskanal zwischen Wolke und Erde ausbildet. In diesem Ladungskanal erfolgt anschließend die stromstarke Hauptentladung (return-stroke). Die Hauptentladung dauert einige  $10$  bis einigen  $100 \mu s$ , heizt den Kanal auf bis zu  $30000 \text{ }^\circ C$  auf und der Druck steigt hierbei auf das 100-fache des normalen Luftdruckes. Bei einem negativen Wolke-Erde-Blitz steigt der Stoßstrom der Blitzentladung im Einschlagpunkt in wenigen Mikrosekunden auf einen Maximalwert von bis zu einigen  $10 kA$  an und fällt mit einer Rückenhalbwertszeit von einigen  $10 \mu s$  annähernd exponentiell wieder ab. Einen prinzipiell ähnlichen Verlauf weisen auch die Stoßströme der positiven Wolke-Erde-Blitze auf. Bei der Entladung aus dem oberen positiven Ladungszentrum dauern allerdings die positiven Stoßströme im Durchschnitt rund 10-mal länger und transportieren somit auch eine wesentlich größere Ladung als die negativen Stoßströme zur Erde ab. Die negativen Wolke-Erde-Blitze weisen als Besonderheit mehrfache Entladungen, sogenannte multiple Entladungen auf. Diese entstehen dadurch, dass sich nach einer Pause von einigen  $10$  bis  $100 ms$  in der noch ionisierten Funkenbahn

der ersten Entladung ein neuer Leitblitz von der Gewitterwolke zur Erde vorschiebt. Da dieser Leitblitz bereits eine vorgezeichnete Bahn vorfindet, wächst er ohne Ruckstufen mit einer wesentlich höheren Geschwindigkeit in der Größenordnung von einem Hundertstel der Lichtgeschwindigkeit voran. Der sich anschließende Hauptblitz hat einen erneuten Stoßstrom über das getroffene Objekt zur Folge. Es wurden schon Blitze mit mehr als 20 solcher aufeinanderfolgender Teilblitze registriert, wobei die Gesamtdauer einer solchen Blitzentladung eine Sekunde überschreiten kann. Im Durchschnitt haben neg. Blitze 3-5 Teilblitze.

### 2.3 Messung von Blitzstrom und elektrischem Feld

Aufgrund hoher Einschlagzahlen in den Sendemast am Gaisberg (Salzburg) wurde von ALDIS in Zusammenarbeit mit der TU Wien, dort eine Blitzmessstation eingerichtet. Die Messung des Blitzstromes erfolgt mittels eines an der Mastspitze angebrachten breitbandigen Messwiderstandes (Shunt) von  $0,25\text{ m}\Omega$  und einem induktiven  $di/dt$  - Sensor. Die Strommessung ist auf zwei Kanäle aufgeteilt um einen möglichst grossen Amplitudenbereich mit hoher Genauigkeit abzudecken:

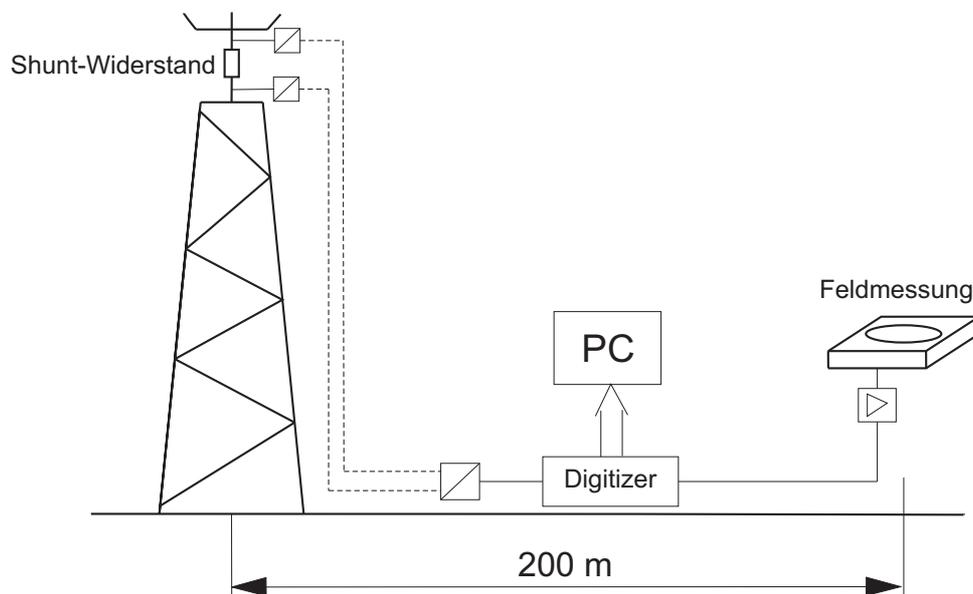
- Kanal 1:  $0,05\text{ kA}$  bis  $2,0\text{ kA}$  - Leader- und Langzeitströme
- Kanal 2:  $1,6\text{ kA}$  bis  $40\text{ kA}$  - Stoßströme

Die Messsignale werden mittels Lichtwellenleiter zur Messstation geleitet und dort mittels 8-bit Digitizer aufgezeichnet, wobei die Abtastrate  $20\text{ MS/s}$  (Strommessung) bzw.  $100\text{ MS/s}$  ( $di/dt$ -Messung) beträgt und die Gesamtaufzeichnungsdauer mit  $0,8\text{ s}$  mit einem Pretrigger von  $15\text{ ms}$  begrenzt ist. Zwischen zwei Triggerungen existiert eine Totzeit von ca.  $10\text{ s}$ , die benötigt wird, um die  $32\text{ MB}$  Daten je Triggervorgang auf die lokale Festplatte zu transferieren. Die Auflösung der Strommessung beträgt bei Kanal 1 ca.  $16\text{ A}$  pro Bit und bei Kanal 2 ca.  $312\text{ A}$ . Zur zeitlichen Korrelation mit den Daten des Ortungssystems ALDIS werden die Messdaten mit einem GPS-Zeitstempel versehen. Die Messung des elektrischen Feldes erfolgt nach dem Prinzip, dass die zeitliche Ableitung des Feldes proportional zur Verschiebungsstromdichte in einem Plattenkondensator ist.

Das Signal wird daher mittels integrierendem Verstärker umgewandelt und wieder mittels Digitizer mit einer Abtastrate von  $5 \text{ MS/s}$  aufgezeichnet. Es wurden zwei Messsysteme zur Feldmessung installiert, eines zur Messung des Nahfeldes in ca.  $200 \text{ m}$  Entfernung zum Turm am Gaisberg und ein weiteres in Wels zur Messung des Fernfeldes in ca.  $80 \text{ km}$  Entfernung zum Sender Gaisberg.

Weiters befindet sich auf der Messstation am Gaisberg noch eine Feldmühle und eine Hochgeschwindigkeitskamera zur Videoaufzeichnung. Die Feldmühle dient zur Messung des langsam veränderlichen elektrostatischen Feldes, welches bei Schönwetter ungefähr  $130 \text{ V/m}$  beträgt. Dieses Feld wechselt bei Annäherung bzw. lokaler Bildung einer Gewitterzelle vorerst einmal die Polarität und steigt in der Folge je nach Reifegrad und Lage der Gewitterzelle auf Werte von bis zu  $-10.000 \text{ V/m}$  an.

Das Hochgeschwindigkeits-Videosystem zeichnet den Einschlag mit bis zu 1000 Bilder pro Sekunde mit einer Auflösung von  $240 \times 512$  Pixel auf. Den Triggerimpuls erhält die Kamera mittels Lichtwellenleiter von der Strommessung am Turm und die Bilder werden zur zeitlichen Korrelation ebenfalls mit einem GPS-Zeitstempel versehen.



**Abb. 2.4:** Messanordnung Gaisberg (schematisch)

### 3 Feldberechnung

In diesem Kapitel wird, ausgehend von einer einfachen Punktladung, die Berechnung des elektrischen Feldes für die Wolke und für Aufwärts- sowie Abwärtsleader beschrieben. Die dargestellte Berechnungsmethode wird in Folge im Kap. 4 zur Berechnung des Feldes im Programm „*leader*“ herangezogen.

#### 3.1 Elektrisches Feld einer Punktladung über ideal leitfähiger Fläche

Das elektrische Feld einer Punktladung, die sich in einer Höhe  $z$  über einer ideal leitfähigen Ebene befindet, kann mittels Spiegelmethode wie in [4] berechnet werden. Dazu wird im selben Abstand gespiegelt eine Ersatzladung entgegengesetzten Vorzeichens (Spiegelladung) angenommen. Als Spiegelfläche dient hierbei die leitfähige Fläche und zur Vereinfachung wird angenommen, dass sich der Punkt  $P$ , in dem das Feld  $E(P)$  berechnet werden soll, ebenfalls auf dieser Ebene befindet.

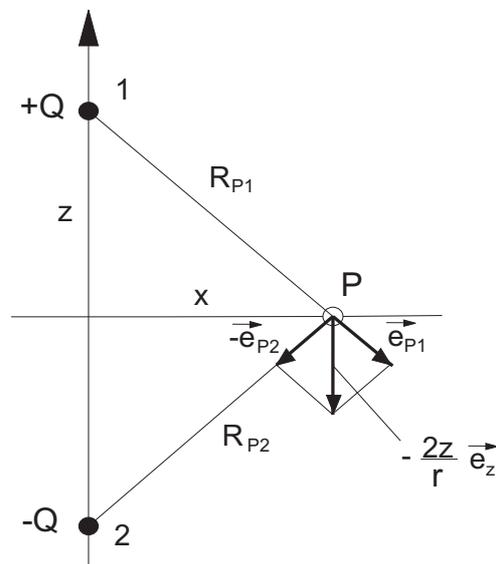


Abb. 3.1: Feldberechnung Punktladung

$$\vec{E}(P) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{\vec{e}_{p1}}{R_{p1}^2} - \frac{\vec{e}_{p2}}{R_{p2}^2} \right) \quad (3.1)$$

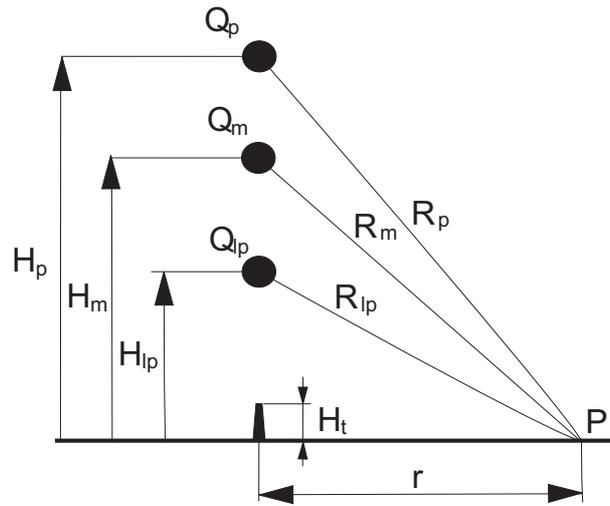
mit  $R_{p1} = R_{p2} = R$  folgt:

$$\vec{E}(P) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R^2} (\vec{e}_{p1} - \vec{e}_{p2}) \quad (3.2)$$

$$\begin{aligned} \vec{R}_{p1} &= x\vec{e}_x - z\vec{e}_z & \rightarrow \vec{e}_r &= -\frac{2z}{R}\vec{e}_z & \text{mit } R &= \sqrt{x^2 + z^2} \\ \vec{R}_{p2} &= -x\vec{e}_x - z\vec{e}_z \end{aligned} \quad (3.3)$$

$$\vec{E}(P) = -\frac{zQ}{2\pi\epsilon_0 R^3} \vec{e}_z \quad (3.4)$$

Somit berechnet sich die Feldstärke  $\vec{E}_w(P)$  bei einer Ladungsverteilung einer Gewitterwolke, die eine Anordnung der Ladungszentren nach Kap 2.1 besitzt, im Abstand  $x = r$  wie folgt (die Erdoberfläche wird dabei als ideal leitfähige Fläche angenommen):



**Abb. 3.2:** Feldberechnung Gewitterwolke

$$\vec{E}_w(P) = -\frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left( \frac{H_p Q_p}{R_p^3} + \frac{H_m Q_m}{R_m^3} + \frac{H_{lp} Q_{lp}}{R_{lp}^3} \right) \vec{e}_z \quad (3.5)$$

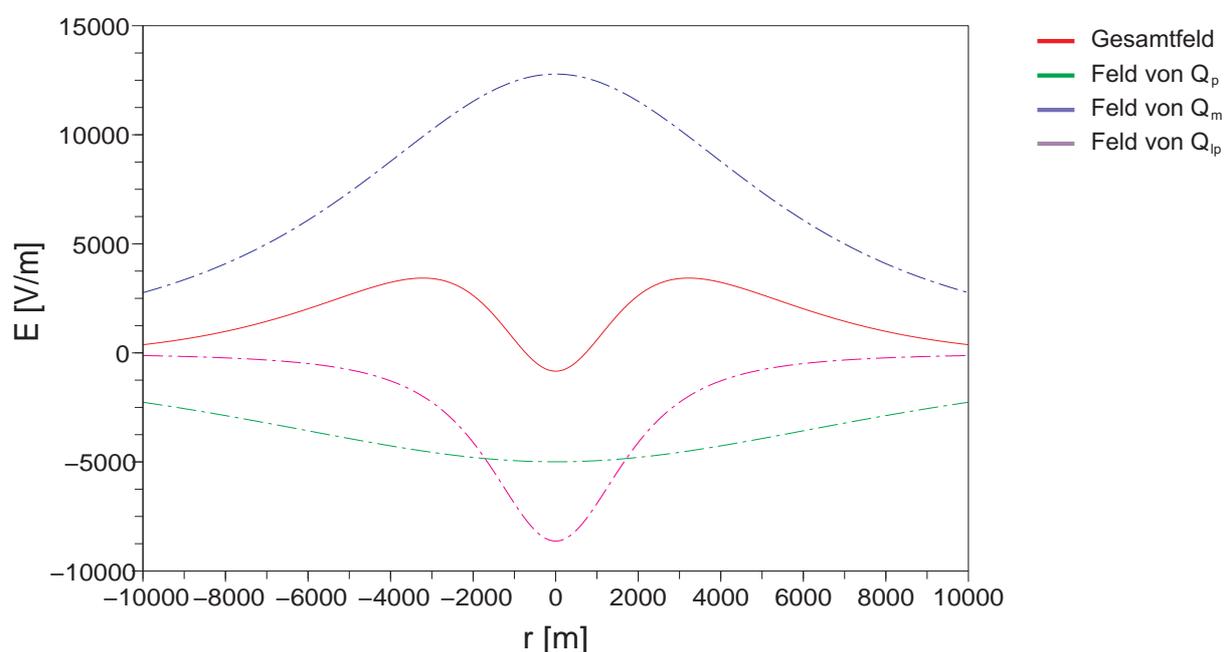
mit

$$\text{Abstand zum negativen Ladungszentrum: } R_m = \sqrt{r^2 + H_m^2}$$

$$\text{Abstand zum positiven Ladungszentrum: } R_p = \sqrt{r^2 + H_p^2}$$

$$\text{Abstand zum unteren pos. Ladungszentrum: } R_{lp} = \sqrt{r^2 + H_{lp}^2}$$

Das Minimum der Feldstärke, welches bei Wahl der Ladungsanordnung und Ladungsgrösse wie in Kap. 2.1,  $-839 \text{ V/m}$  beträgt, tritt direkt unter der Gewitterwolke auf und wird von der kleine positiven Ladung mit der geringsten Entfernung zum Boden verursacht. Bei größerer seitlicher Entfernung zur Wolkenmitte wirken sich vermehrt der Dipol von  $Q_p$  und  $Q_m$  aus und die Feldstärke erreicht bei  $r = 3220 \text{ m}$  eine Maximum von  $3429 \text{ V/m}$ . Abb. 3.3 zeigt diese Abhängigkeit des Feldes vom Abstand  $r$ .



**Abb. 3.3:** Feldstärke unter einer Gewitterwolke

$$Q_p = 40 \text{ C}, H_p = 12 \text{ km}$$

$$Q_m = -40 \text{ C}, H_m = 7,5 \text{ km}$$

$$Q_{ip} = 3 \text{ C}, H_{ip} = 2,5 \text{ km}$$

## 3.2 Berechnung des elektrischen Feldes des Leaders

Durch Unterteilung des Leaderkanals in beliebig kleine Streckenelemente  $dz$  kann die in 3.1 beschriebene Berechnungsmethode für jedes dieser Elemente angewendet werden, so dass sich das Leaderfeld aus der Superposition all dieser Elemente ergibt. Mathematisch bedeutet dies, dass für das Feld des Leaders die Feldanteile über die Leaderstrecke, die der Leader bis zum Zeitpunkt  $t$  zurückgelegt hat, integriert werden muss. Für Aufwärtsleader wird analog von der Turmhöhe bis zur aktuellen Höhe des Leaders integriert. Die aktuelle Höhe  $h = v t$  wird bestimmt aus der Leadergeschwindigkeit und der Zeit. Beim Abwärtsleader liegt die obere Integrationsgrenze im negativen Wolkenladungszentrum ( $H_m$ ) und die untere Grenze liegt bei der aktuellen Höhe  $h$ . Weiters muss beim Abwärtsleader noch vom Ladungszentrum der Wolke jener Anteil der Ladung abgezogen werden, der in den Leader gewandert ist. Das Gesamtfeld am Boden ergibt sich aus dem Wolkenfeld zusammen mit dem Leaderfeld und beim Abwärtsleader abzüglich dem Feld der Ladungsabnahme in der Wolke. Bei den hier angeführten Berechnungen, die analog zu [5] erfolgen, wird das Feld der Ladungen  $Q_p$  und  $Q_{lp}$  nicht berücksichtigt. Die Feldkomponente dieser beiden Ladungen wäre noch als konstanter Faktor zum berechneten Leaderfeld zu addieren. Die Leadergeschwindigkeit  $v$  wird bei den Berechnungen als konstant angenommen. Für die Ladungsverteilung  $\rho_l(z, t)$  als Funktion der Höhe  $z$  zum Zeitpunkt  $t$  werden verschiedene Verläufe nach Kap 3.3 herangezogen.

Aufwärtsleader:

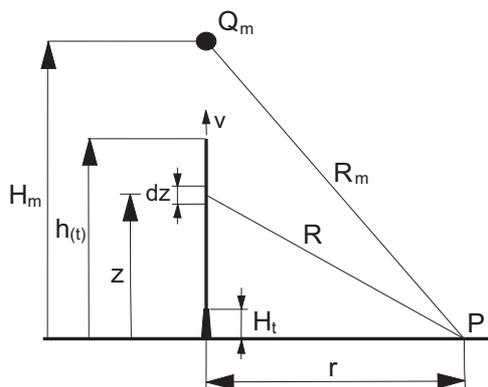


Abb. 3.4: Feldberechnung Aufwärtsleader

$$E_z(r, t) = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \int_{H_t}^{h(t)} \frac{z}{R^3} \rho_l(z, t) dz \quad h(t) = H_t + v t \quad (3.6)$$

Abwärtsleader:

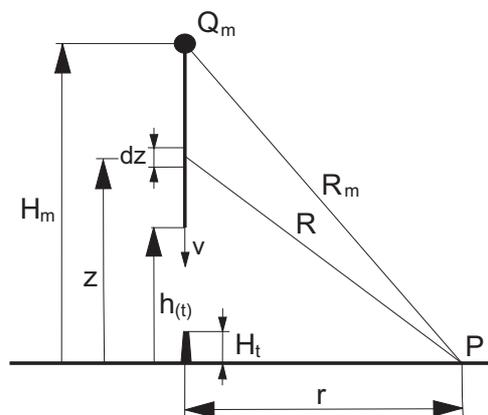


Abb. 3.5: Feldberechnung Abwärtsleader

$$E_z(r, t) = \underbrace{\frac{1}{2\pi\epsilon_0} \int_{h(t)}^{H_m} \frac{z}{R^3} \rho_l(z, t) dz}_{\text{Leaderfeld}} - \underbrace{\frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{H_m}{R_m^3} \int_{h(t)}^{H_m} \rho_l(z, t) dz}_{\text{Feld durch Ladungsabnahme in d. Wolke}} =$$

$$-\frac{1}{2\pi\epsilon_0} \int_{H_m}^{h(t)} \left[ \frac{z}{R^3} - \frac{H_m}{R_m^3} \right] \rho_l(z, t) dz \quad \text{mit } h(t) = H_m - v t \quad (3.7)$$

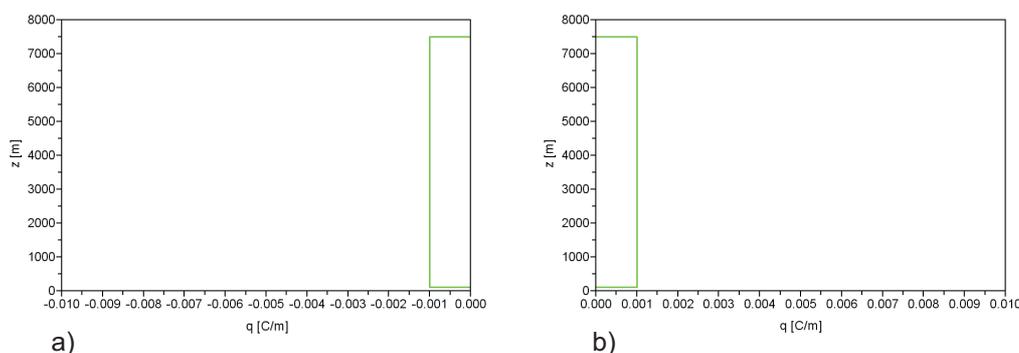
### 3.3 Ladungsverteilung entlang des Leaderkanals

Die Ladungsverteilung entlang des Leaderkanals kann auf mehrere Arten angenommen werden [2]:

#### A) Konstante Ladungsverteilung

Es wird angenommen, dass über die gesamte Länge des Leaders, zu jedem Zeitpunkt, ein konstanter Ladungsbelag existiert.

$$\rho_l(z, t) = q_0 \quad (3.8)$$

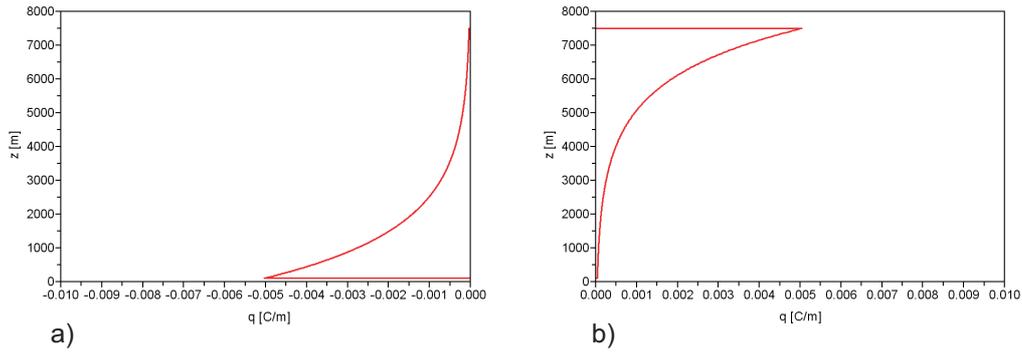


**Abb. 3.6:** Ladungsverteilung entlang des Abwärtsleaders (a) und Aufwärtsleaders (b) bei vollständig ausgebildetem Leaderkanal ( $t = (H_m - H_t)/v$ )

#### B) Exponentielle Ladungsverteilung

Diesem Modell liegt die Überlegung zugrunde, dass der Leader zum kontinuierlichen Vorwachsen eine erhöhte Feldstärke benötigt und daher eine entsprechend grosse Ladungsmenge am Leaderkopf von Nöten ist. Die Abnahme der Ladungsdichte vom Beginn des Leaders bis zu dessen Ende wird durch die Konstante  $\lambda$  bestimmt, welche meist mit  $\lambda = 1500 \text{ m}$  angenommen wird (siehe [6]).

$$\rho_l(z, t) = q_0 e^{-\frac{z-H_t}{\lambda}} \quad (3.9)$$

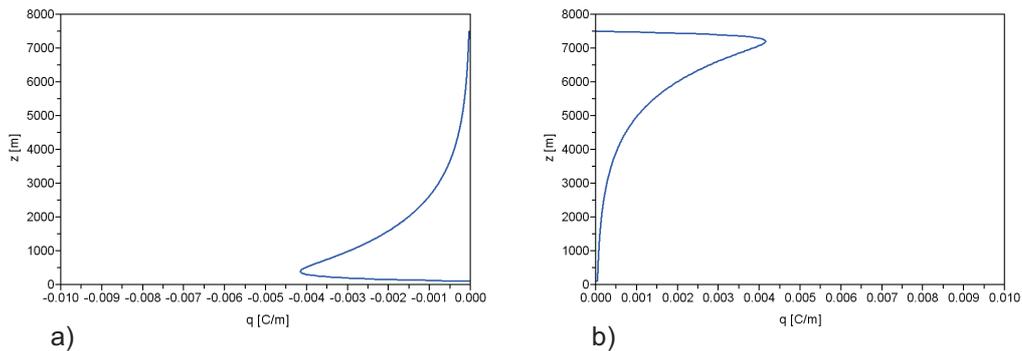


**Abb. 3.7:** Ladungsverteilung entlang des Abwärtsleaders (a) und Aufwärtsleaders (b) bei vollständig ausgebildetem Leaderkanal ( $t = (H_m - H_t)/v$ )

### C) Doppelt-exponentielle Ladungsverteilung

Da ein sprunghafter Anstieg der Ladungsdichte wie bei exponentieller Ladungsverteilung physikalisch unwahrscheinlich ist, wird auch eine doppelt-exponentielle Ladungsverteilung betrachtet. Die Konstante  $\lambda_2$  bestimmt hierbei den Anstieg der Ladungsdichte, die Konstante  $\lambda_1$  legt wieder die Abnahmerate der Verteilung fest. Für  $\lambda_1$  kann wieder der Wert  $1500 \text{ m}$  angenommen werden, für  $\lambda_2$  wird eine Wert von  $100 \text{ m}$  angenommen.

$$\rho_l(z,t) = q_0 \left( e^{-\frac{z-H_t}{\lambda_1}} - e^{-\frac{z-H_t}{\lambda_2}} \right) \quad (3.10)$$



**Abb. 3.8:** Ladungsverteilung entlang des Abwärtsleaders (a) und Aufwärtsleaders (b) bei vollständig ausgebildetem Leaderkanal ( $t = (H_m - H_t)/v$ )

### D) Ladungsverteilung ermittelt aus gemessenen Stromwerten

(wird gesondert im Kap 4.3 behandelt)

### 3.4 Geometrisches Leadermodell

Wie Aufnahmen mit der Highspeed-Kamera am Gaisberg zeigen, verläuft der Ladungskanal oft nicht geradlinig und senkrecht zwischen Erde und Wolke. Daher wird im Modell zur Leader-Feldberechnung ein einmaliges Abknicken des Kanals zugelassen. In der Folge wird dies als „geometrisches Leadermodell“ bezeichnet. Um das Abknicken des Leaders ab einer bestimmten Höhe  $h_k$  um den Winkel  $\alpha$  zu modellieren, wird bei der Feldberechnung der Abstand  $R$  zum Messpunkt in Abhängigkeit der Geometrie neu berechnet. Beim Aufwärtsleader verläuft die Strecke bis zur Höhe  $h_k$  lotrecht und von  $h_k$  bis  $H_m$  um den Winkel  $\alpha$  geneigt. Beim Abwärtsleader erfolgt das Vorwachsen umgekehrt, indem er lotrecht von  $H_m$  abwärts bis zur Höhe  $h_k$  wächst und dann von  $h_k$  beginnend bis zur Turmhöhe  $H_t$  entsprechend geneigt ist.

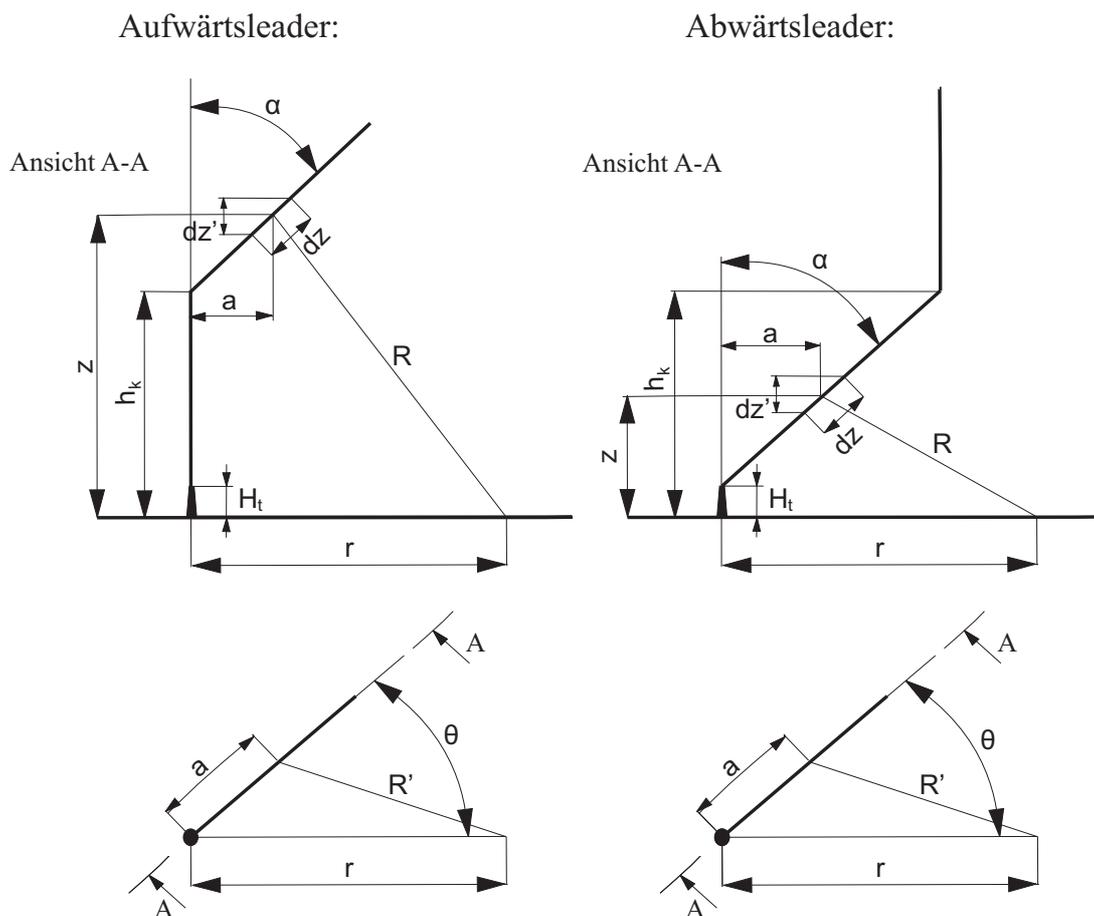


Abb. 3.9: Geometrisches Leadermodell

Damit ergeben sich folgende geometrische Zusammenhänge:

**Aufwärtsleader:**

$$R^2 = z^2 + R'^2 \text{ mit } R'^2 = (r - a \cos(\vartheta))^2 + (a \sin(\vartheta))^2 \quad (3.11)$$

für  $z \leq h_k$ :

$$dz' = dz \quad a = 0 \quad (3.12)$$

für  $z > h_k$ :

$$dz' = dz \cos(\alpha) \quad a = (z - h_k) \tan(\alpha) \quad (3.13)$$

**Abwärtsleader:**

$$R^2 = z^2 + R'^2 \text{ mit } R'^2 = (r - a \cos(\theta))^2 + (a \sin(\theta))^2 \quad (3.14)$$

für  $z \leq h_k$ :

$$dz' = dz \cos(\alpha) \quad a = (z - H_t) \tan(\alpha) \quad (3.15)$$

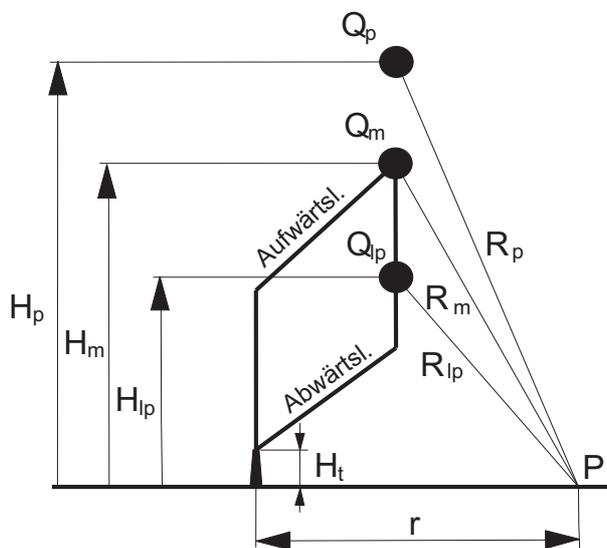
für  $z > h_k$ :

$$dz' = dz \quad a = (h_k - H_t) \tan(\alpha) \quad (3.16)$$

Durch entsprechende Veränderung von  $h_k$ ,  $\alpha$  und  $\theta$  können verschiedene Geometrien nachgebildet werden. Der Winkel  $\alpha$  beschreibt hierbei jenen Winkel, um den der Leaderkanal ab der Höhe  $h_k$  gegenüber dem Lot geneigt ist. Winkel  $\theta$  ist der Winkel zwischen der Verbindungsgeraden Turm - Messpunkt und der Ebene in die der Leader geneigt ist (Drehwinkel um die z-Achse). Das Vorwachsen des Leaders in z-Richtung erfolgt nach dem Knick nicht mehr mit dem Abstand  $dz$  sondern um den verringerten Schritt  $dz'$ , was bedeutet, dass die Vorwachsungsgeschwindigkeit in z-Richtung für die Strecke  $h_k - H_m$  beim Aufwärtsleader bzw.  $h_k - H_t$  beim Abwärtsleader nur mehr mit  $v_z = v \cos(\alpha)$  erfolgt.

Um zu gewährleisten, dass der Aufwärtsleader in der Höhe  $H_m$  in dem angenommenen negativen Ladungszentrum  $Q_m$  endet, bzw. der Abwärtsleader auch wirklich von diesem negativen Ladungszentrum aus startet, muss das Ladungsmodell der Wolke um einen Abstand  $a$  für  $z = H_m$  beim Aufwärtsleader und  $z = H_t$  beim Abwärtsleader, in jene Richtung, die durch den Winkel  $\theta$  gegeben ist, verschoben werden.

Die somit veränderten Abstände der Punktladungen in der Wolke zum Messpunkt berechnen sich daher:



**Abb. 3.10:** Verschiebung der Wolkenladung

### Abwärtsleader:

$$R_m^2 = H_m^2 + (r - (h_k - H_t)\tan(\alpha)\cos(\theta))^2 + ((h_k - H_t)\tan(\alpha)\sin(\theta))^2 \quad (3.17)$$

$$R_p^2 = H_p^2 + (r - (h_k - H_t)\tan(\alpha)\cos(\theta))^2 + ((h_k - H_t)\tan(\alpha)\sin(\theta))^2 \quad (3.18)$$

$$R_{lp}^2 = H_{lp}^2 + (r - (h_k - H_t)\tan(\alpha)\cos(\theta))^2 + ((h_k - H_t)\tan(\alpha)\sin(\theta))^2 \quad (3.19)$$

### Aufwärtsleader:

$$R_m^2 = H_m^2 + (r - (H_m - h_k)\tan(\alpha)\cos(\theta))^2 + ((H_m - h_k)\tan(\alpha)\sin(\theta))^2 \quad (3.20)$$

$$R_p^2 = H_p^2 + (r - (H_m - h_k)\tan(\alpha)\cos(\theta))^2 + ((H_m - h_k)\tan(\alpha)\sin(\theta))^2 \quad (3.21)$$

$$R_{lp}^2 = H_{lp}^2 + (r - (H_m - h_k)\tan(\alpha)\cos(\theta))^2 + ((H_m - h_k)\tan(\alpha)\sin(\theta))^2 \quad (3.22)$$

## 4 Programm "Leader"

Zur Berechnung des elektrischen Feldes wurde ein SCILab-Programm erstellt, in dem über ein Eingabemaske (GUI) die verschiedenen Parameter eingegeben werden können und welches dann in einem Punkt  $P$  den Feldverlauf über der Zeit berechnet und grafisch darstellt. SCILab ist ein dem MATLAB ähnliches Softwarepaket welches als Opensource im Internet frei verfügbar ist (nähere Informationen siehe [www.scilab.org](http://www.scilab.org)).

### 4.1 Programmaufbau

Das Berechnungsprogramm besteht aus mehreren Dateien:

- *leader.dem* - Auswahl zwischen Aufwärts- und Abwärtsleader (Diese Datei muss zum Starten des Programmes in SCILab geladen werden)

Ordner „aufw“

- *leader1.dem* - Parametereingabe und Feldberechnung für Aufwärtsleader mit vorgegebener Ladungsverteilung
- *leader1a.dem* - Parametereingabe und Feldberechnung für Aufwärtsleader, wobei die Ladungsverteilung aus gemessenen Stromwerten abgeleitet wird
- *Werte1.txt* - Textfile, in dem die Parametereingaben für den Aufwärtsleader abgespeichert werden
- *Werte1a.txt* - Textfile, in dem die Parametereingaben für den Aufwärtsleader, resultieren aus den Stromwerten, abgespeichert werden

Ordner „abw“

- *leader2.dem* - Parametereingabe und Feldberechnung für Abwärtsleader mit vorgegebener Ladungsverteilung
- *Werte2.txt* - Textfile, in dem die Parametereingaben für den Abwärtsleader abgespeichert werden

Beim Starten des Programmes kann zunächst zwischen Aufwärts- oder Abwärtsleader gewählt werden. Anschließend kann die angenommene Ladungsverteilung entlang des Leaderkanals festgelegt werden:

- *konst* - konstante Ladungsverteilung
- *exp* - exponentielle Ladungsverteilung
- *exp-exp* - doppelt exponentielle Ladungsverteilung

Bei einem Aufwärtsleader ist zusätzlich noch die Auswahl

- *Stromwerte* - Ladungsverteilung beruhend auf gemessenen Stromwerten  
(siehe Kap. 4.3)

möglich.

Tabelle 4.1 zeigt die Parameter, welche anschließend eingegeben werden können:

PARAMETER	VARIABLE	EINHEIT	TYPISCHE WERTE	KOMMENTAR
Höhe neg. Ladung	$H_m$	m	7500	Gaisberg Gaisberg Feldmessung
Höhe pos. Ladung	$H_p$	m	12000	
Höhe pos. untere Ladung	$H_{lp}$	m	2500	
Turmhöhe	$H_t$	m	100	
Abstand zum Turm	r	m	200	
Leader-Geschwindigkeit	v	m/s	$1 \cdot 10^5 - 3 \cdot 10^6$	
Höhe Knick	$h_k$	m	z.B. 1000	
Winkel zum Lot	$\alpha$	°	$0^\circ - 60^\circ$	
Winkel in Ebene	$\theta$	°	$0^\circ - 360^\circ$	
neg. Wolkenladung	$Q_m$	C	-40	
pos. Wolkenladung	$Q_p$	C	40	
pos. untere Ladung	$Q_{lp}$	C	3	
Ladungsdichte	$q_0$	C/m	$10^{-3}$	
Konst. f. Ld.-Abfall	$\lambda_1$	m	1500	
Konst. f. Ld.-Anstieg	$\lambda_2$	m	100	
Mindestladung (konst)	$q_{mk}$	C/m	ca. $5 \cdot 10^{-6}$	
Mindestladungsgradient	$q_{mh}$	(C/m)/m	ca. $4 \cdot 10^{-8}$	

**Tabelle 4.1:** Parameter, Variablenname und typische Werte

Weiters kann bei der Parametereingabe noch unter „Darstellung“ die Art der Anzeige des elektrischen Feldes gewählt werden. Bei Eingabe „0“ wird nur das Gesamtfeld angezeigt, bei „1“ werden zusätzlich die einzelnen Feldkomponenten herrührend von der Wolke und vom Leader dargestellt. Beim Eingabefeld „Farbe“ kann die gewünschte Linienfarbe für die Diagramme gewählt werden, wobei dies mittels Ziffern von 1 bis 4 geschieht. Die zu wählenden Farben sind:

- 1...grün
- 2...rot
- 3...blau
- 4...magenta

## 4.2 Wesentliche Programmschritte

### **Auswahl und Parametereingabe:**

Zu Beginn kann mittels Auswahlboxen, wie bereits beschrieben, zwischen Aufwärts- bzw. Abwärtsleader und anschließend zwischen den unterschiedlichen Vorgaben der Ladungsverteilung gewählt werden. Die Parametereingabe erfolgt dann über ein GUI, wobei die zuletzt verwendeten Werte zunächst aus der Textdatei (werte1.txt, werte2.txt bzw. werte1a.txt) eingelesen werden und nach erfolgter Abänderung wieder in diesen Dateien abgespeichert werden.

### **Erstellen eines Vektors mit der Ladungsverteilung:**

Es wird die gesamte Leaderkanallänge in  $n$  Elemente der Länge  $\Delta z$  unterteilt und in einer Schleife über die Leaderkanallänge für jeden  $\Delta z$ -Schritt ein Ladungswert, welcher je nach Art der Ladungsverteilung berechnet wird, in einen Vektor  $q$  geschrieben. Dieser Vektor enthält somit die Werte  $q(k)$  der Ladungsverteilung für den gesamten Leaderkanal bei Erreichen der vollen Kanallänge ( $k = 1..n$  mit  $n = (H_m - H_t)/\Delta z$ ). Die Ladungsverteilungsarten und deren Berechnung wurden im Kap. 3.3 beschrieben.

### **Ausgabe der Ladungsverteilung über der Höhe:**

Der im vorigen Schritt berechnete Ladungsvektor wird nun über der Höhe grafisch ausgegeben. Das Diagramm zeigt die Ladungsverteilung zu dem Zeitpunkt, an dem der Leader die Wolke ( $H_m$ ) bei einem Aufwärtsleader, bzw. den Turm ( $H_t$ ) bei einem Abwärtsleader, erreicht hat.

### **Berechnung des Wolkenfeldes:**

Es erfolgt die Berechnung des elektrischen Feldes der Wolke nach Kap 3.2, welches als Grundfeld zum Zeitpunkt  $t=0$  auftritt. Die Abstände zu den Ladungszentren in der Wolke ( $R_m, R_p, R_{lp}$ ) werden beim geometrischen Leadermodell wie im Kap 3.4 angeführt modifiziert.

### **Berechnung des Leaderfeldes:**

Die Berechnung erfolgt nach Kap 3.2, wobei das Integral durch eine Summenbildung ersetzt wird. Die überlagerte Schleife läuft über die gesamte Leaderkanallänge, wobei der Leader bei jedem Schleifendurchlauf um  $\Delta z$  vorwächst. Die innere Schleife läuft jeweils bis zur aktuellen Leaderlänge, für die die Summe des Feldes der Leader-elemente berechnet wird. Der Ladungswert  $q(k)$  für das  $k$ -te  $\Delta z$ -Element wird dabei aus dem Vektor  $q$  unter Berücksichtigung der aktuellen Position der Ladungsverteilung entnommen. Der Abstand  $R(k)$  des jeweiligen  $\Delta z$ -Elementes zum Messpunkt ergibt sich wie im Kap. 3.4 beschrieben und damit das elektrische Feld verursacht durch den **Aufwärtsleader**:

$$E_z(r, t) = E_w - \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \sum_{k=1}^n \frac{k\Delta z'}{R(k)^3} q(k) \Delta z \quad (4.1)$$

Feld verursacht durch einen **Abwärtsleader**:

$$E_z(r, t) = E_w - \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \sum_{k=1}^n \left[ \frac{H_m - k\Delta z'}{R(k)^3} - \frac{H_m}{R_m^3} \right] q(k) \Delta z \quad (4.2)$$

$n$  ist die Anzahl der Berechnungsschritte, die sich aus der aktuellen Leaderkanallänge geteilt durch die Elementlänge  $\Delta z'$  ergibt (Aufwärtsleader:  $n = \frac{h(t)-H_t}{\Delta z'}$ , Abwärtsleader:  $n = \frac{H_m-h(t)}{\Delta z'}$ ). Hierbei ist jedoch zu beachten, dass sich die Länge  $\Delta z'$  ab der Höhe  $h_k$  beim geometrischen Leadermodell ändern kann.

#### **Ausgabe des berechneten elektrische Feldes:**

Das berechnete Feld wird über der Zeit grafisch ausgegeben, wobei die Darstellung, je nach gewünschter Art, als Gesamtfeld oder als einzelne Komponenten erfolgt.

### **4.3 Ladungsverteilung bestimmt aus gemessenen Stromwerten**

Aufgrund der fundamentalen Eigenschaft der Ladungserhaltung (Kontinuitätsgl. [4]),

$$I(\vartheta V) = -\dot{Q}(V) \quad (4.3)$$

die besagt, dass der durch eine Hülle  $\vartheta V$  um des Volumen  $V$  austretende Strom gleich der neg. zeitlichen Änderung der im Volumen  $V$  befindlichen Ladung ist, kann man ansatzweise eine Ladungsverteilung aus gemessenen Stromwerten bestimmen. In einer ersten Näherung berechnet sich die Ladung eines Leaderelements  $\Delta z$ , wenn  $\Delta z$  jene Strecke ist, die der Leader innerhalb des Zeitschrittes  $\Delta t$  mit konstanter Geschwindigkeit  $v$  zurücklegt, aus:

$$q(z)\Delta z = i_m(t)\Delta t \quad \text{mit} \quad i_m(t) = \frac{\Delta t_i}{\Delta t} \sum_{\Delta t} i_g(t) \quad (4.4)$$

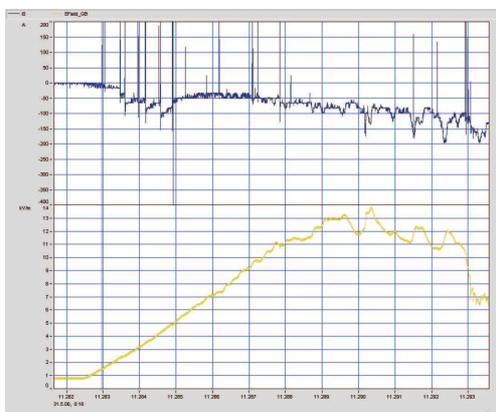
Soll die Ladungsverteilung aus gemessene Stromwerte ermittelt werden, muss dafür eine Textdatei mit den untereinander aufgelisteten Stromwerten vorliegen. Der zeitliche Abstand der Stromwerte soll  $\Delta t_i = 0,2 \mu s$  betragen (5 MS/s), was der üblichen Auflösung bei der Strommessung am Gaisberg entspricht (siehe Kap 2.3). Die Messwerte  $i_g(t)$  werden eingelesen und über die Zeit  $\Delta t$  (Zeitschritt des Leader-Programmes) gemittelt und mit diesem mittleren Strom  $i_m(t)$  wird dann die Ladungsdichte des neuen Leadersegmentes  $\Delta z = v \Delta t$  berechnet. Da die Berechnung des elektrischen Feldes mit konstanter

Vorwachsgeschwindigkeit aufgrund des stark schwankenden Stromverlaufs keinen vernünftigen Feldverlauf ergab, wurden zwei weitere Parameter  $q_{mk}$  und  $q_{mh}$  eingeführt. Es können hiermit ein konstanter ( $q_{mk}$ ) bzw. eine höhenabhängiger Mindestladungsbelag ( $q_{mh}$ ) vorgegeben werden, welcher einen Schwellwert darstellt, der für ein weiteres Vorwachsen des Leaders um  $\Delta z$  überschritten werden muss. Für ein Vorwachsen des Leaders um ein weiteres  $\Delta z$ -Element muss daher gelten:

$$q(k) > q_{mk} + z \cdot q_{mh} \quad (4.5)$$

Andernfalls wird die Ladung des aktuell betrachteten Elementes  $q(k)\Delta z$  um die durch den Strom zugeführte Ladung  $q(k+1)\Delta z$  erhöht. Dies geschieht solange, bis die Bedingung des Vorwachsens erfüllt ist. Somit ergibt sich die mittlere Geschwindigkeit des Vorwachsens aus der gewählten Mindestladungsdichte und dem Stromverlauf, wobei das Vorwachsen innerhalb der Ruckstufen mit der gewählten Geschwindigkeit  $v$  erfolgt. Die Ausgabe bei Stromwerten enthält neben den Diagrammen der Feldstärke und der Ladungsverteilung über der Höhe noch ein Diagramm für die Ladungsverteilung über der Zeit, welches im wesentlichen den gemessenen Stromwerten multipliziert mit dem Zeitschritt  $\Delta t$  entspricht. Weiters wird noch ein Diagramm ausgegeben, welches die Leaderhöhe über der Zeit anzeigt, somit also das Vorwachsen des Leaders. Außerdem wird noch die mittlere Vorwachsgeschwindigkeit des Leader berechnet und in diesem Diagramm angezeigt.

Abbildung 4.1 zeigt das Beispiel eines gemessenen Stromverlaufs und zugehörigen elektrischen Feldes in 200m Distanz eines Aufwärtsblitzes am 31.05.06.



**Abb. 4.1:** Beispiel el. Feld und Strommessung

## 4.4 Verifikation der Berechnung

Um die Berechnung des Programmes „leader“ zu verifizieren erfolgt eine Gegenüberstellung der Ergebnisse mit berechneten Feldverläufen aus [7]. Die Berechnung des Leaderfeldes in [7] erfolgt bei einem Abwärtsleader mit  $r = 500 \text{ m}$  und  $r = 30 \text{ m}$  und einer konstanten Ladungsdichte von  $1 \text{ mC/m}$ . Der Leader startet in einer Höhe von  $H_m = 7500 \text{ m}$ , jedoch wurden die Wolkenladungen bei den Berechnungen nicht berücksichtigt. Die Berechnung erfolgt bei verschiedenen Leadergeschwindigkeiten und die Zeitskala der Ergebnissdiagramme des Programmes wurde der in [7] verwendeten Skala angepasst. Aufgrund der unterschiedlichen Wahl des Bezugssystems unterscheiden sich die Feldverläufe in ihrem Vorzeichen, stimmen aber sonst vollständig überein.

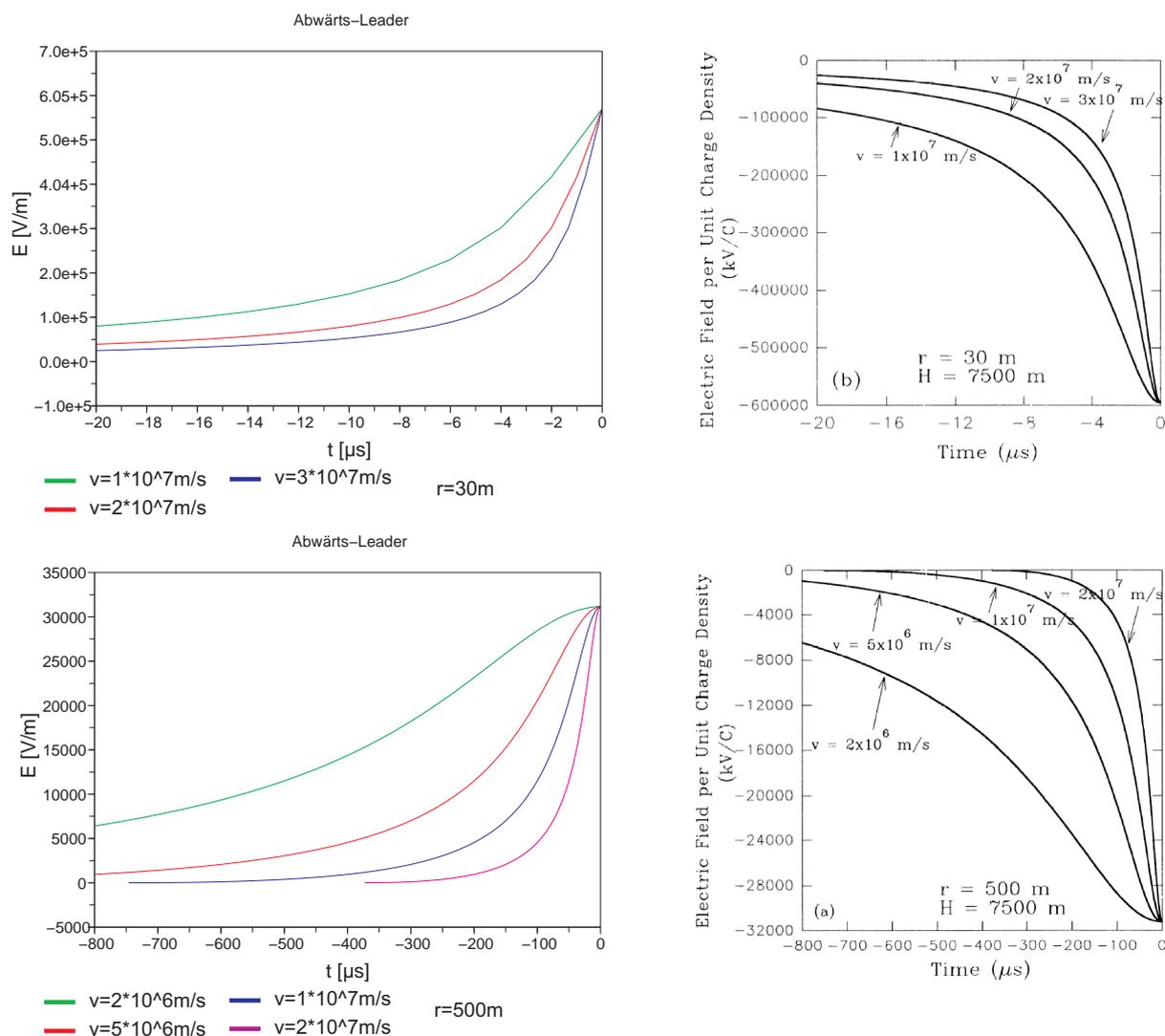


Abb. 4.2: Vergleich: berechnete Feldverläufe - Feldverläufe aus [7]

## 5 Parameteranalyse

Es werden nun die Ergebnisse der Feldberechnung für unterschiedlichen Variationen einzelner Parameter betrachtet und analysiert. Im Wesentlichen werden dabei bei Auf- und Abwärtsleader die Ladungsverteilung, die Entfernung zwischen Einschlagpunkt und Messpunkt, die Leadergeschwindigkeit und die Leadergeometrie betrachtet. Beim Aufwärtsleader mit gemessenen Stromwerten wird vor allem die Variation der geforderten Mindestladungen betrachtet.

### 5.1 Abwärtsleader

#### 5.1.1 Ladungsverteilung

Es werden die Feldverläufe für die Ladungsverteilungsarten gemäß Kap 3.3 betrachtet. Um vergleichbare Werte zu erzielen, wird der Parameter  $q_0$  so ausgelegt, dass in allen drei Ladungsverteilungsvarianten (konstant, exponentiell und doppelt-exponentiell) die gleiche Gesamtladung von der Wolke zur Erde abfließt. Für konstante Ladungsverteilung wird eine Ladungsdichte von  $q_{0konst} = -1 \text{ mC/m}$  gewählt [7] und die Parameter für exponentielle bzw. doppelt-exponentielle Ladungsverteilung werden mit  $\lambda_1 = 1500 \text{ m}$  und  $\lambda_2 = 100 \text{ m}$  angenommen. Somit berechnet sich  $q_0$  aus Formel 3.8 für exponentielle und aus Formel 3.9 für doppelt-exponentielle Ladungsverteilung wie folgt:

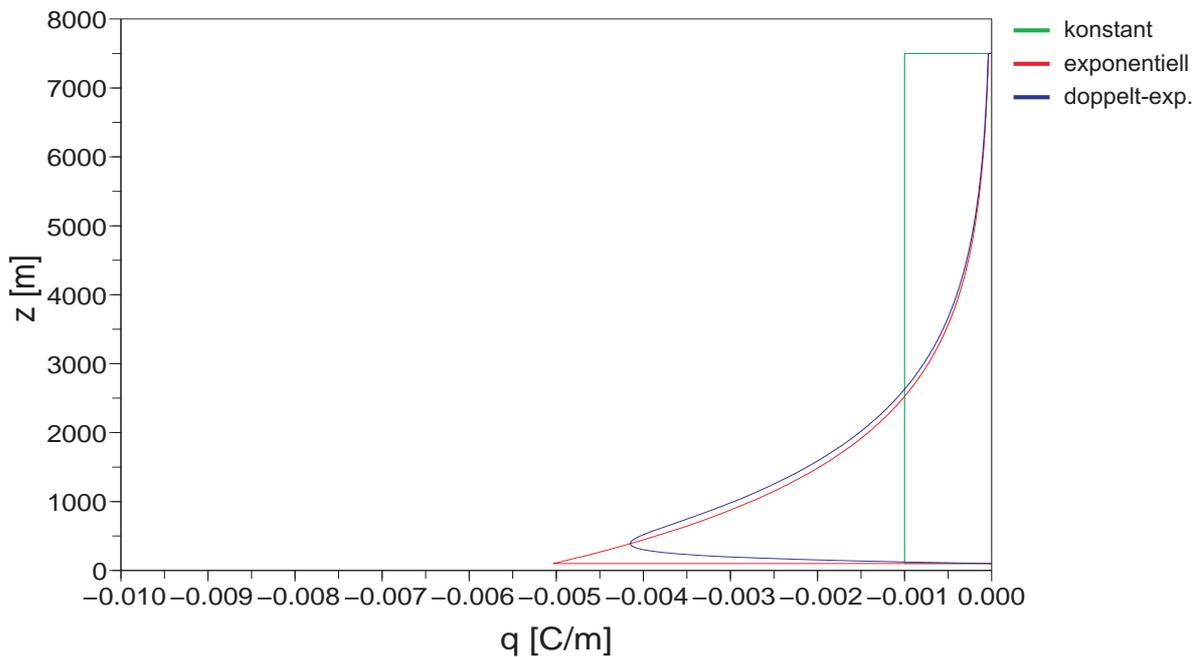
**exponentielle Ladungsverteilung:**

$$q_{0exp} = \frac{q_{0konst} H_m}{\lambda_1 \left(1 - e^{-\frac{H_m}{\lambda_1}}\right)} = -5,0339 \text{ mC/m} \quad (5.1)$$

**doppelt-exponentielle Ladungsverteilung:**

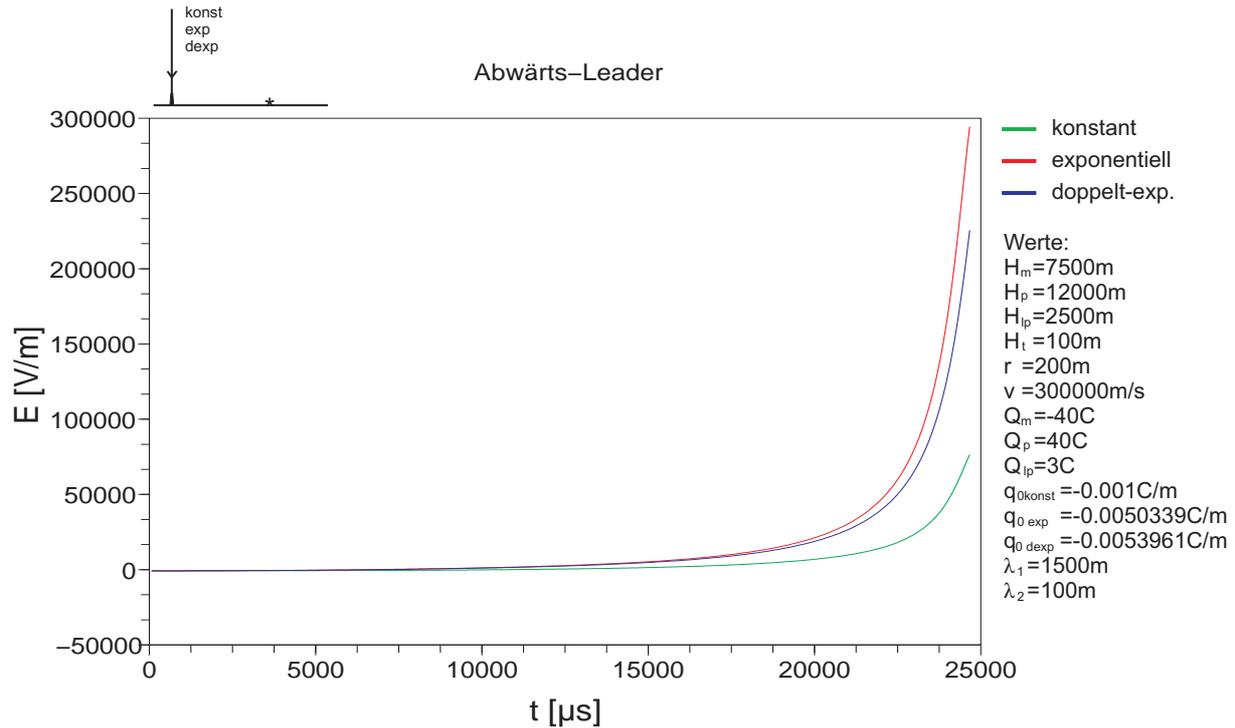
$$q_{0dexp} = \frac{q_{0konst} H_m}{\lambda_1 \left(1 - e^{-\frac{H_m}{\lambda_1}}\right) + \lambda_2 \left(e^{-\frac{H_m}{\lambda_2}} - 1\right)} = -5,3961 \text{ mC/m} \quad (5.2)$$

Diese Werte werden in der Folge für die drei Varianten der Ladungsverteilung verwendet. Der insgesamt von der Wolke in den Leader wandernde Ladungsanteil liegt unabhängig von der Verteilung bei einer hier angenommenen Leaderlänge von  $7400\text{ m}$  ( $l = H_m - H_t$  mit  $H_m = 7500\text{ m}$  und  $H_t = 100\text{ m}$ ) bei  $7.4\text{ C}$  oder  $18.5\%$  der negativen Wolkenladung  $Q_m$  ( $Q_m = -40\text{ C}$ ). Somit ergibt sich eine Ladungsverteilung über der Höhe  $z$  zu jenem Zeitpunkt, in dem der Leader die Turmhöhe  $H_t$  erreicht, nach Abbildung 5.1:



**Abb. 5.1:** Die verschiedenen betrachteten Ladungsverteilungen beim Abwärtsleader

Die für die unterschiedlichen Ladungsverteilungen berechneten Verläufe des elektrischen Feldes zeigt Abbildung 5.2. Die angenommenen Werte aller relevanten Parameter (z.B. Leadergeschwindigkeit  $v$ , Abstand  $r$ , etc.) sind in der Legende neben der Abbildung aufgelistet. Zur besseren Übersicht ist in allen Ergebnisplots der folgenden Berechnungsvarianten links über dem Plot ein Piktogramm eingefügt, das schematisch darstellt, welche Parameter bei der Berechnung variiert wurden.



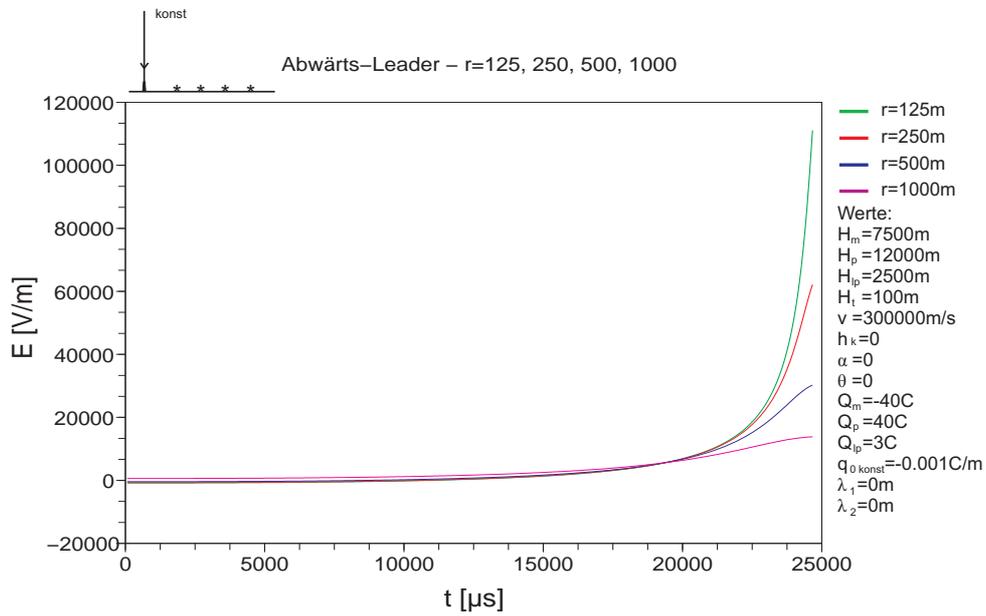
**Abb. 5.2:** Elektrisches Feld bei versch. Ladungsverteilungen

Da das elektrostatische Feld proportional  $1/R^3$  abnimmt kommt es erst zu einem starken Anstieg der Feldstärke, wenn der Leader in die Nähe der Turmspitze kommt. Dieser Anstieg fällt bei exponentieller Ladungsverteilung am stärksten aus, da sich hier das Ladungsmaximum am nächsten zum Messpunkt befindet. Somit ergibt sich bei exponentieller Ladungsverteilung ein Maximum der Feldstärke mit  $294,4 \text{ kV/m}$  gefolgt von doppelt-exponentiell mit  $225,6 \text{ kV/m}$  und bei konstanter Ladungsverteilung mit  $76,4 \text{ kV/m}$ . Halbierung der Ladungsdichte auf  $0,5 \text{ mC/m}$  (konst) bzw.  $2,517 \text{ mC/m}$  (exp) und  $2,698 \text{ mC/m}$  (doppelt-exp) ergibt ebenfalls eine Halbierung der Feldstärke auf  $146,6 \text{ kV/m}$  (exp),  $112,4 \text{ kV/m}$  (doppelt-exp) und  $37,8 \text{ kV/m}$  (konst). Dass diese Werte nicht exakt der Hälfte entsprechen, liegt an der Ungenauigkeit durch die Aufteilung des Ladungsdichteverlaufs in  $\Delta z$ -Elementen mit konstanter Ladung.

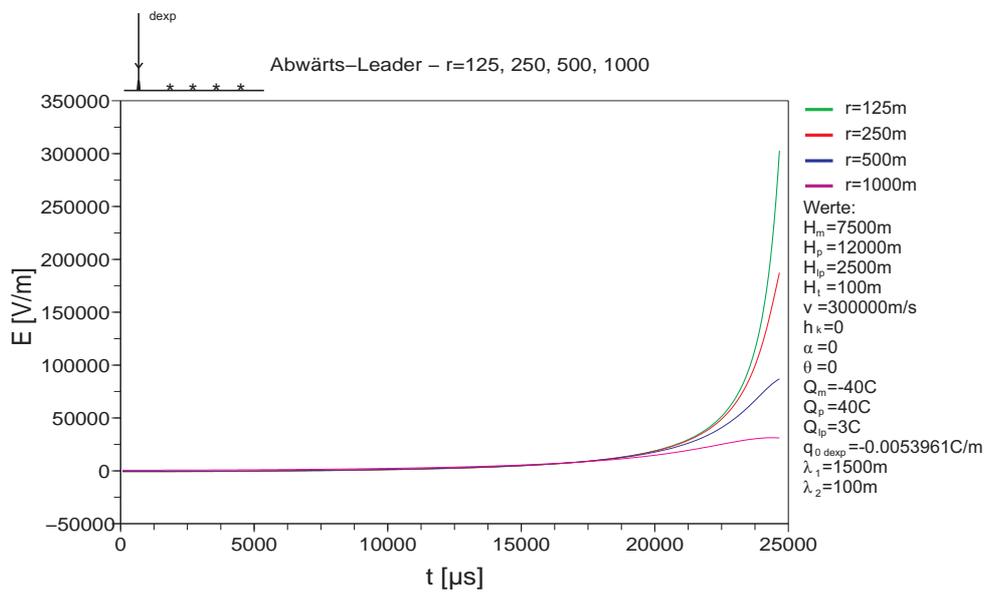
### 5.1.2 Entfernung zum Messpunkt

Es wird nun der Feldverlauf in Abhängigkeit des Abstandes  $r$  zwischen Turm und Messpunkt für Abstände von  $125 \text{ m}$ ,  $250 \text{ m}$ ,  $500 \text{ m}$  und  $1000 \text{ m}$  betrachtet. Da der Feldverlauf für exponentielle und doppelt-exponentielle Ladungsdichte sehr ähnlich ist, wird in Folge

nur noch konstanter und doppelt-exponentieller Ladungsdichteverlauf verwendet.

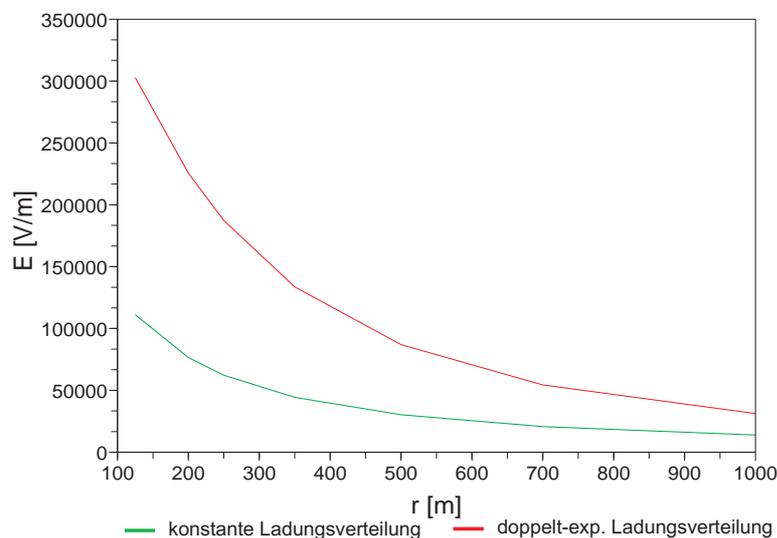


**Abb. 5.3:** Variation von  $r$  - konstante Ladungsverteilung



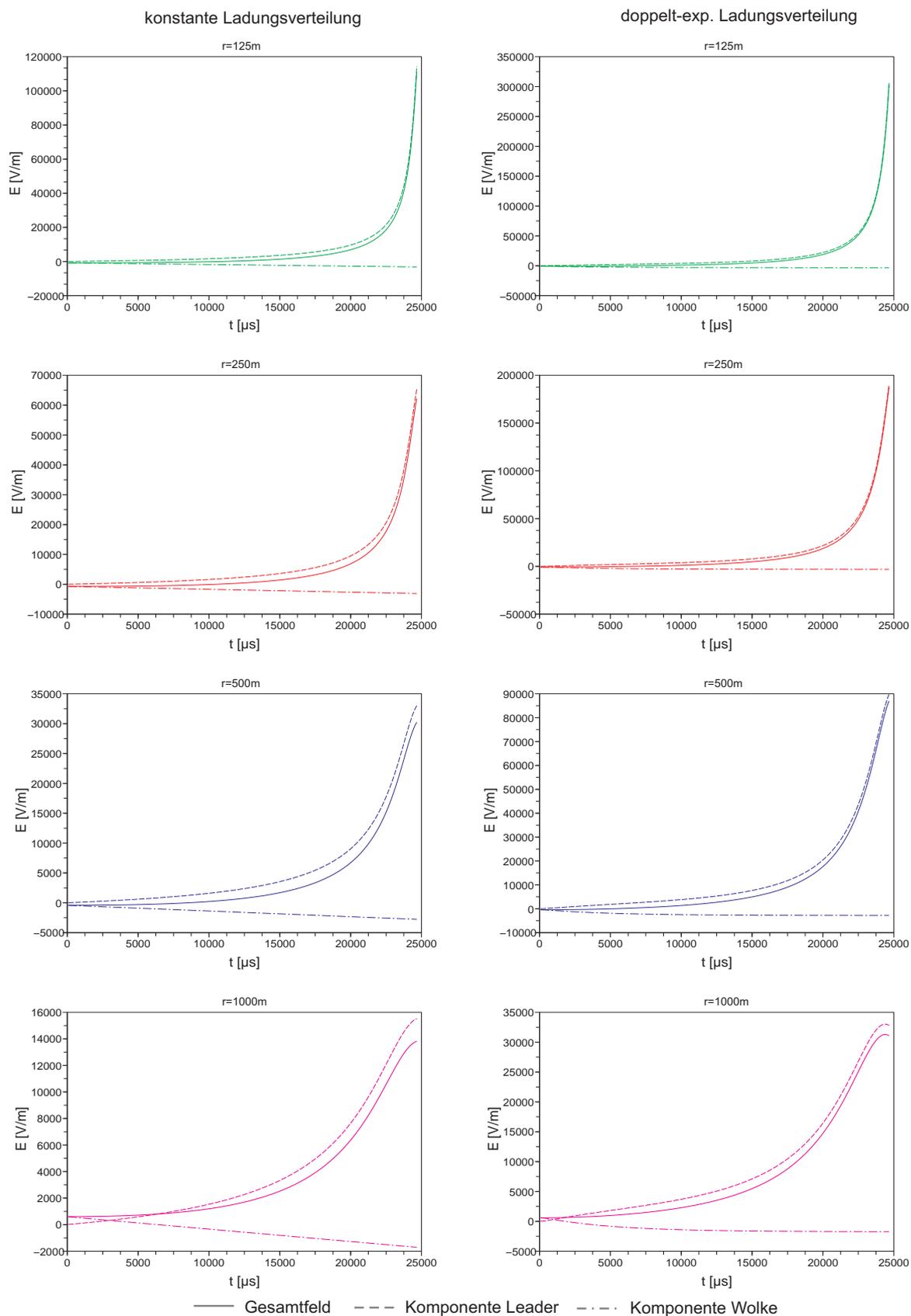
**Abb. 5.4:** Variation von  $r$  - doppelt-exp. Ladungsverteilung

Die beobachtete Abnahme des Feldes mit dem Abstand  $r$  fällt bei der exponentiellen Ladungsverteilung um vieles stärker aus, als bei der konstanten Verteilung, da für die erreichte maximale Feldstärke der Abstand zum Ladungsschwerpunkt ausschlaggebend ist, und sich dieser aus der geometrischen Summe von  $r$  und dessen Höhe  $z$  zusammensetzt. Da nun bei der doppelt-exponentiellen Ladungsverteilung der Ladungsschwerpunkt sehr niedrig liegt, wirkt sich eine Erhöhung von  $r$  um vieles stärker aus. Eine Gegenüberstellung der Feldabnahmen bei den verschiedenen Ladungsverteilungen in Abhängigkeit des Abstandes  $r$  zeigt Abbildung 5.5.



**Abb. 5.5:** Vergleich Abnahme der max. erreichten Feldstärke in Abhängigkeit von  $r$  bei konst. und doppelt-exp. Ladungsverteilung

Genauere Betrachtung der Startwerte der Feldverläufe ( $t = 0$ ) ergeben, dass diese von negativen Werten bei kleinen Abstände ( $r = 125 \text{ m} \rightarrow E(t = 0) = -811 \text{ V/m}$ ) auf positive Werte bei grosser Entfernung wechselt ( $r = 1000 \text{ m} \rightarrow E(t = 0) = 601 \text{ V/m}$ ). Dies kommt daher, dass sich beim Feld der Wolke bei kleinen Abständen vor allem die niedrige kleine positive Ladung  $Q_{lp}$  auswirkt und bei größerer Entfernung zunehmend die negative Wolkenladung  $Q_m$  den Startwert des Feldes bestimmt. Um diesen Einfluss zu verdeutlichen, ist es günstig, das Feld in die einzelnen Komponenten, herrührend vom Leader und von der Wolke, aufzuspalten:



**Abb. 5.6:** Aufspaltung in die Komponenten Wolke- Leaderfeld

### 5.1.3 Leader-Geschwindigkeit

In diesem Abschnitt wird die Leader-Geschwindigkeit von  $v = 3 \cdot 10^5 \text{ m/s}$  über  $v = 1 \cdot 10^6 \text{ m/s}$  bis  $v = 1 \cdot 10^7 \text{ m/s}$  variiert (nach [7]). Mit der Erhöhung der Geschwindigkeit verkürzt sich linear die Zeit, die der Leader für die Strecke Wolke - Turm benötigt, ohne Änderung des Feldverlaufes oder dessen Maximalwerts.

Die benötigten Laufzeiten für  $H_m - H_t$  sind:

$$v = 3 \cdot 10^5 \text{ m/s} \implies t_{H_m - H_t} = 24666 \text{ } \mu\text{s}$$

$$v = 1 \cdot 10^6 \text{ m/s} \implies t_{H_m - H_t} = 7400 \text{ } \mu\text{s}$$

$$v = 1 \cdot 10^7 \text{ m/s} \implies t_{H_m - H_t} = 740 \text{ } \mu\text{s}$$

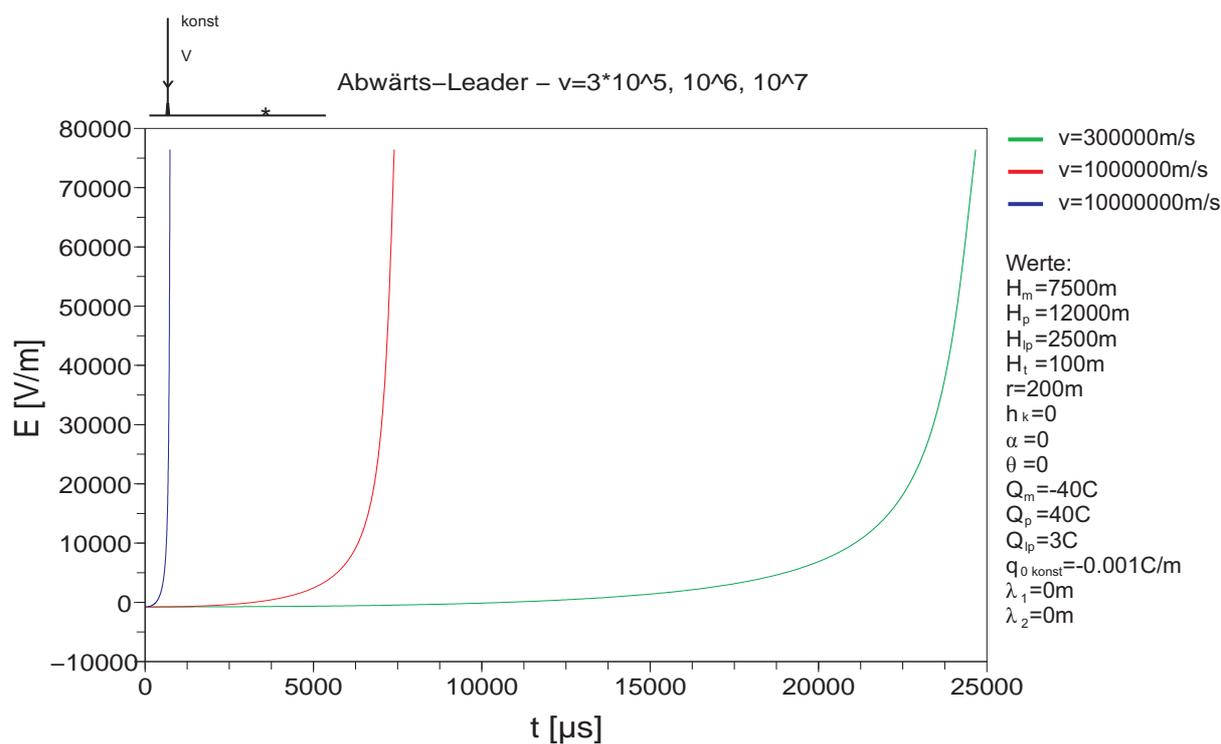
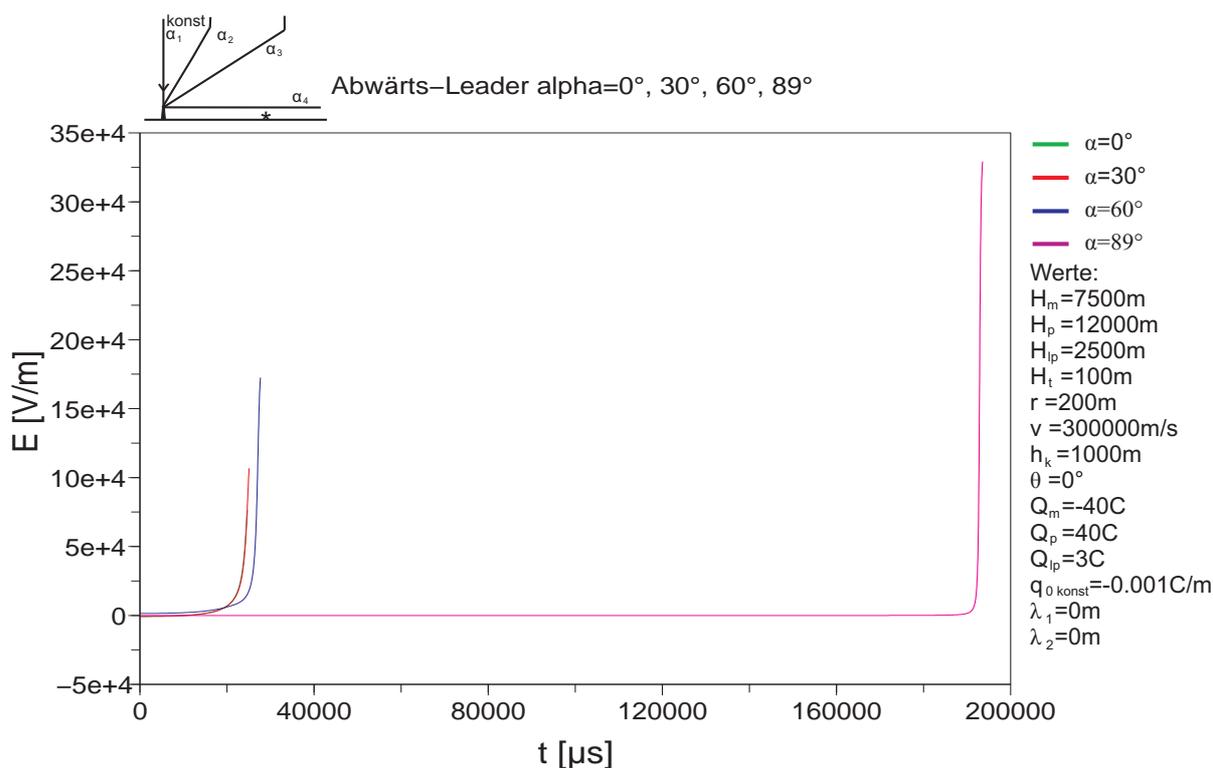


Abb. 5.7: Feld in Abstand 200 m bei Variation der Leadergeschwindigkeit

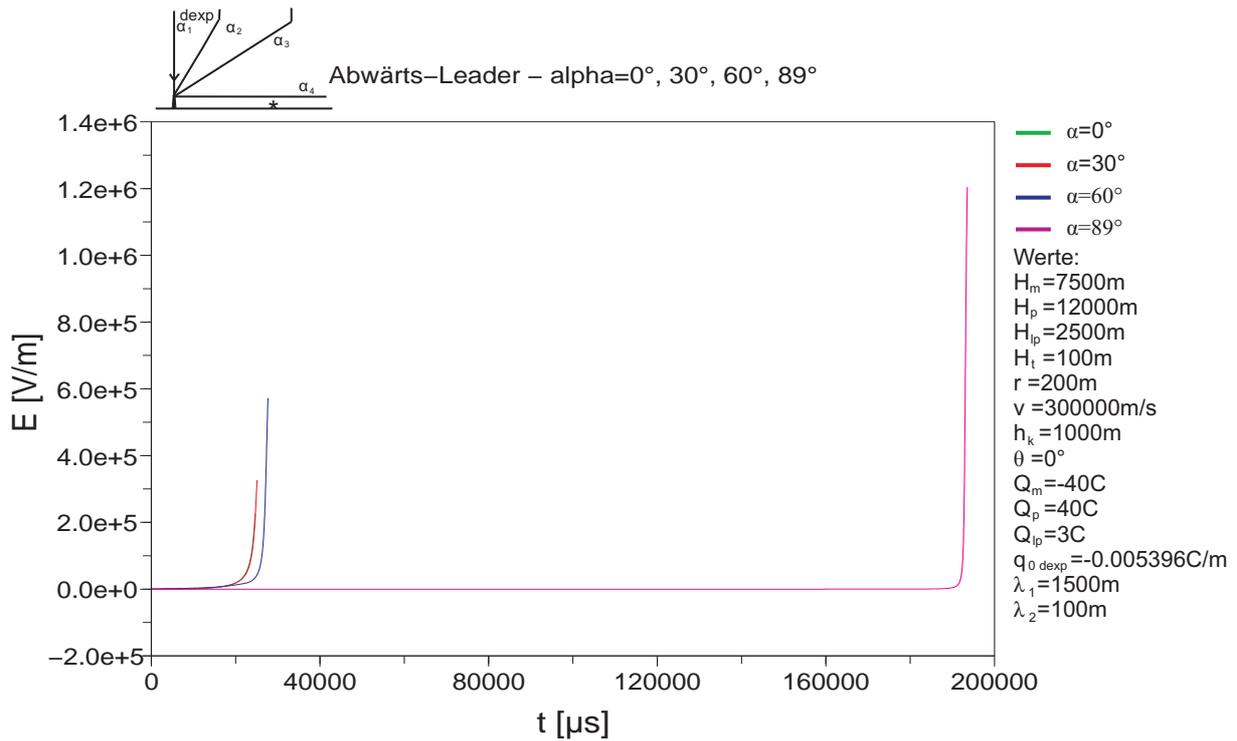
### 5.1.4 Geometrisches Leadermodell

Zunächst wird nur der Winkel  $\alpha$  variiert, wobei die Knickhöhe konstant bei  $h_k = 1000 \text{ m}$  festgelegt wird und keine Drehung in der Ebene erfolgt ( $\theta = 0$ ). Die Winkeländerung von  $\alpha$  erfolgt in  $30^\circ$  Schritten, ausgehend von einem senkrechten, ungeknickten Leaderkanal ( $\alpha = 0^\circ$ ) bis zu einem waagrechten Kanal ( $\alpha = 90^\circ$  - eigentlich nur  $89^\circ$ , da  $90^\circ$  aus programmtechnischen Gründen keine vernünftigen Werte ergibt). Es wird wieder das Feld bei konstanter und doppelt-exponentieller Ladungsverteilung berechnet:



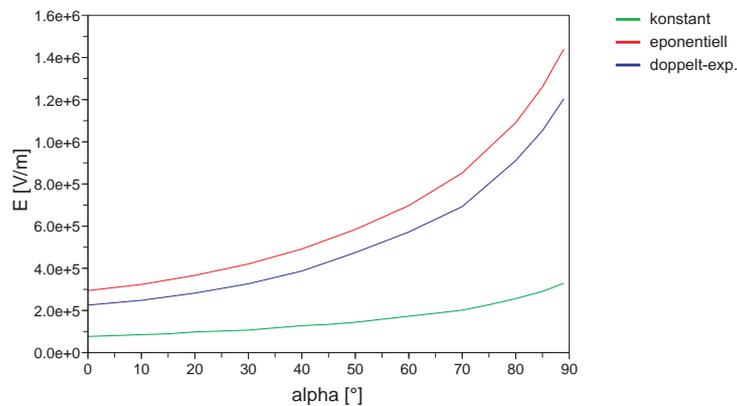
**Abb. 5.8:** Variation  $\alpha$  - konst. Ladungsverteilung

Die Feldverläufe für  $\alpha = 0^\circ$  und  $\alpha = 30^\circ$  sind nahezu deckungsgleich, lediglich der erreichte Maximalwert steigt durch die Neigung des Ladungskanals etwas an. Erst bei größerem Winkel  $\alpha$  kommt es zu einer Verlagerung des Feldanstieges zu einem späteren Zeitpunkt, wobei dieser dann sehr rasch und sehr steil erfolgt. Diese Zeitverzögerung ergibt sich aus der längeren Strecke, die der geneigte Leader zurücklegen muss, bis er nahe dem Messpunkt ist und sich dort im Feldverlauf bemerkbar macht. Der Anstieg des Maximalfeldwertes resultiert daraus, dass der geneigte Leaderkanal genau über dem Messpunkt verläuft und sich somit der Abstand zum Messpunkt für „höhere“ Leaderbereiche reduziert.



**Abb. 5.9:** Variation  $\alpha$  - doppelt-exp. Ladungsverteilung

Den Verlauf des erreichten Feldstärkemaximums in Abhängigkeit des Winkels  $\alpha$  für die verschiedenen Varianten der Ladungsverteilung zeigt Abbildung 5.10, wo auch ersichtlich ist, dass der Anstieg des Maximums mit dem Winkel bei exponentieller und doppelt-exponentieller Ladungsverteilung in ähnlichem Ausmaß erfolgt, jedoch bei der konstanten Ladungsverteilung der Anstieg viel geringer ist.



**Abb. 5.10:** Maximal erreichte Feldstärke abhängig von  $\alpha$  bei konstanter, exponentieller und doppelt-exp. Ladungsverteilung

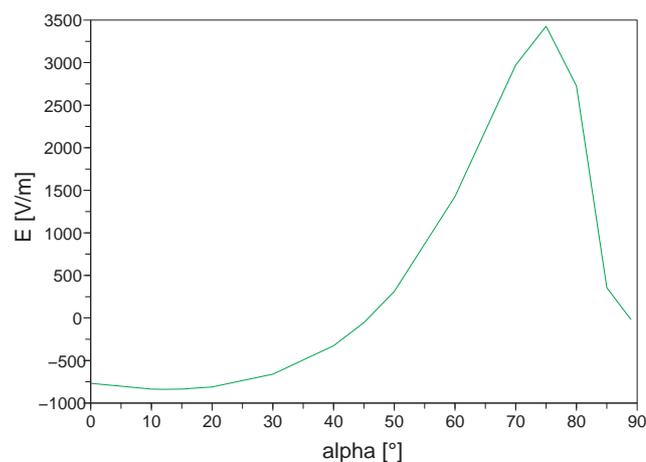
Des weiteren ist zu beachten, dass der Anfangswert des Feldes mit zunehmendem Winkel von  $-768 \text{ V/m}$  bei senkrechtem Leaderkanal auf ein Minimum von  $-838,8 \text{ V/m}$  abfällt, bei Vergrößerung des Winkels bis auf  $3428,9 \text{ V/m}$  ansteigt und dann wieder auf  $-21 \text{ V/m}$  abfällt. Dies liegt daran, dass durch das Neigen des Leaderkanals, die Wolkenladung um die entsprechende Strecke seitlich verschoben wird. Das Minimum des Anfangsfeldes wird dann erreicht, wenn die Wolke exakt über dem Messpunkt steht, das Maximum, wenn sich die Wolkenladung so weit verschoben hat, dass das durch den Dipol verursachte Maximum (bei lotrechtem Kanal bei  $r_{max} = 3220 \text{ m}$ ) beim Messpunkt zu liegen kommt (siehe Abbildung 3.3). Diese Winkel ergeben sich, bei den verwendeten Werten  $r = 200 \text{ m}$  und  $h_k = 1000 \text{ m}$  sowie  $H_t = 100 \text{ m}$ , zu:

Minimum:

$$\alpha = \text{atan} \left( \frac{r}{(h_k - H_t)} \right) = 12,53^\circ \quad (5.3)$$

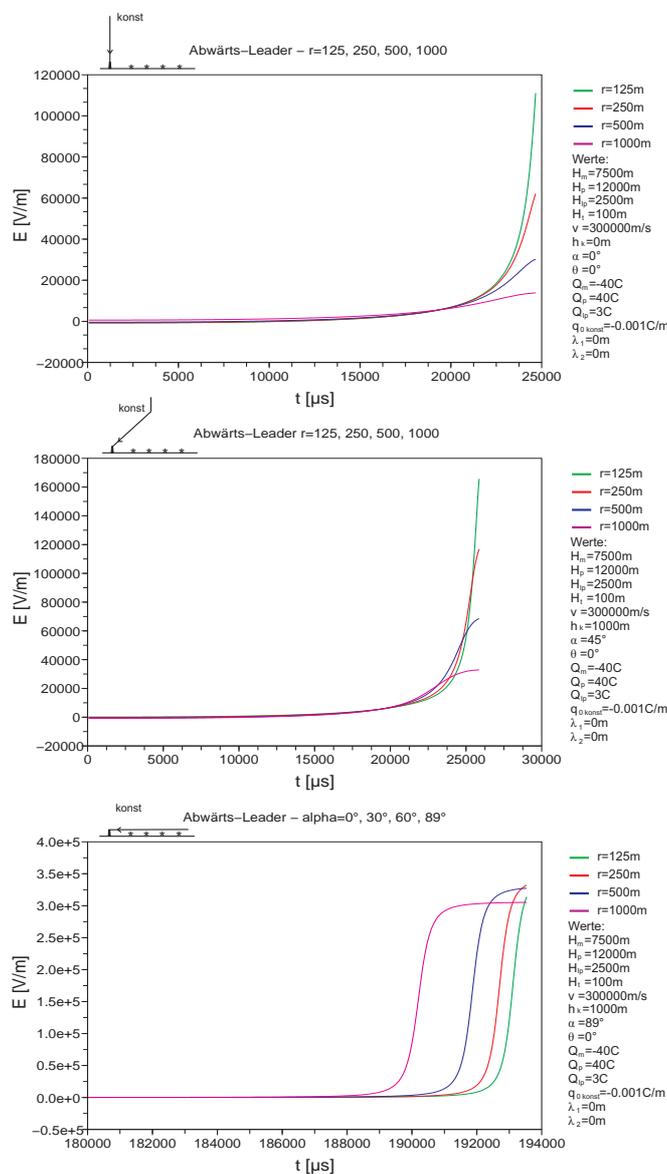
Maximum:

$$\alpha = \text{atan} \left( \frac{r + r_{max}}{(h_k - H_t)} \right) = 75,26^\circ \quad (5.4)$$



**Abb. 5.11:** Verlauf Wolkenfeld über  $\alpha$

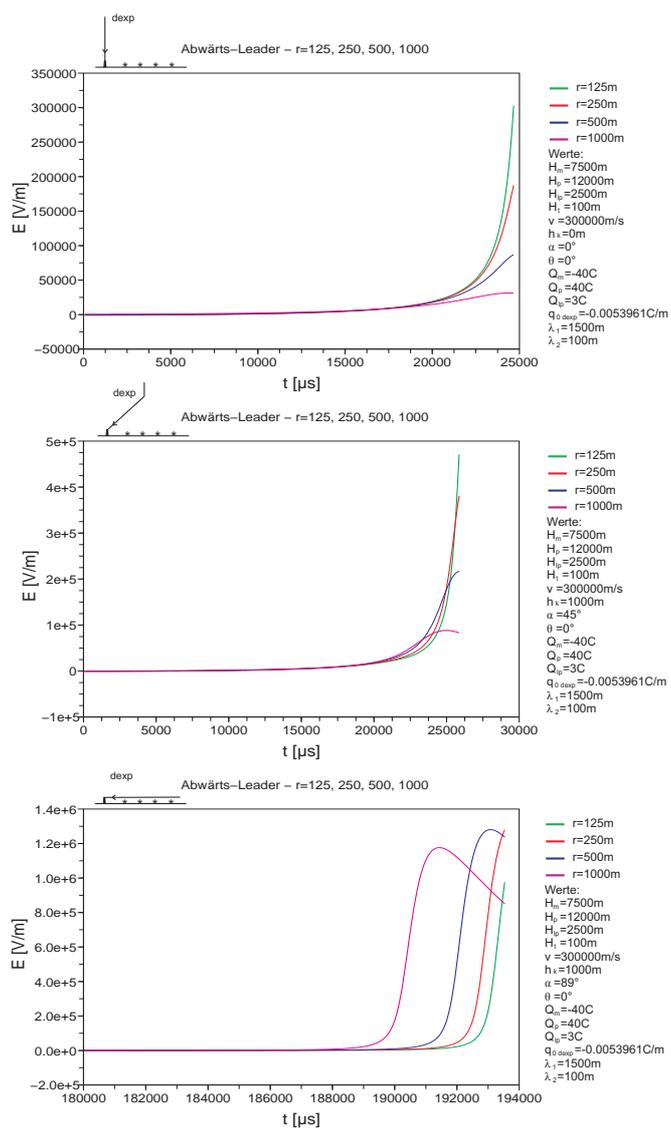
Vergleicht man die Feldverläufe in Abhängigkeit vom Abstand  $r$  bei senkrechtem Leaderkanal und bei einem mit  $\alpha = 45^\circ$  und  $\alpha = 89^\circ$  abgelenkten Kanal, so ist ersichtlich, dass die Abnahme des Feldes bei geneigtem Kanal, aufgrund des geringeren Abstandes zum Messpunkt, wesentlich niedriger ausfällt (Abbildung 5.12).



**Abb. 5.12:** Vergleich  $r$ -Abhängigkeit  $\alpha = 0^\circ$ ,  $\alpha = 45^\circ$  und  $\alpha = 89^\circ$  bei konst. Ladungsverteilung

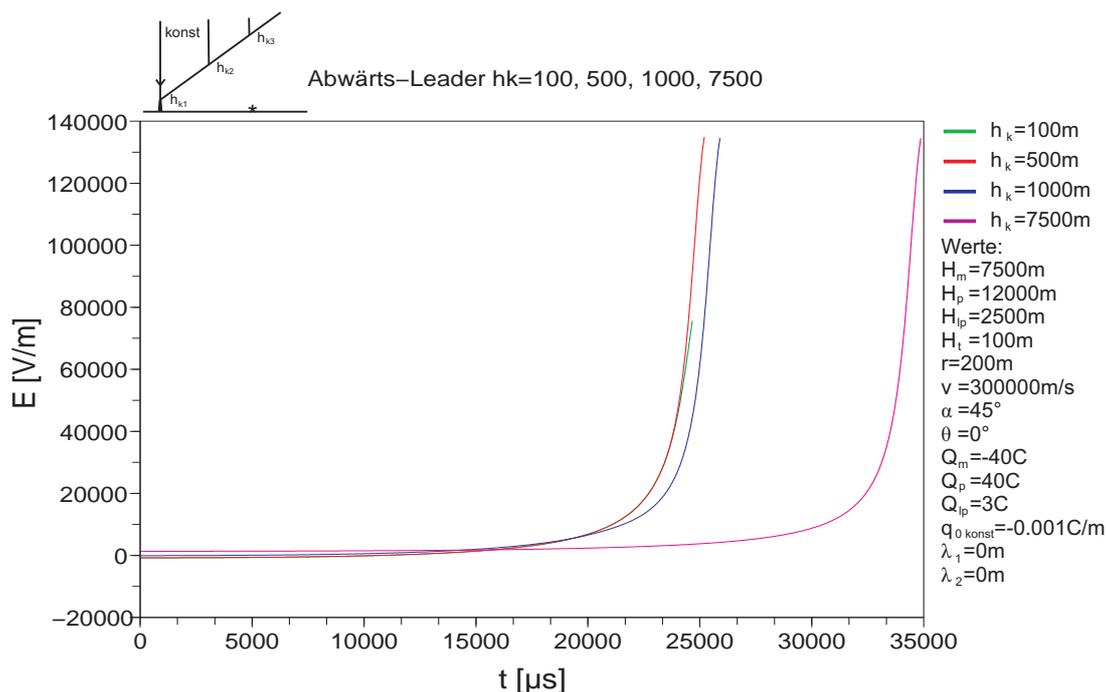
Durch die Neigung des Leaderkanals beginnt der Feldanstieg, da der Kanal über den Messpunkt verläuft, schon, relativ zum Endwert gesehen, früher, als bei ungeneigtem Kanal. Dieser Effekt ist natürlich umso größer, je weiter der Messpunkt vom Turm entfernt ist. Bei waagrechtem Leaderkanal und  $r = 1000 m$  nähert sich somit der Feldverlauf, schon vor dem Erreichen der vollen Leaderlänge, einem konst. Feldendwert asymptotisch an.

Weiters tritt das Maximum bei doppelt-exponentieller Ladungsverteilung und  $r = 1000\text{ m}$  schon vor dem Erreichen der vollen Leaderlänge auf, da sich der Abstand Messpunkt-Ladungsschwerpunkt gegen Ende wieder vergrößert (Abbildung 5.13). Dieser Effekt wirkt sich am stärksten bei waagrechttem Leaderkanal aus, wo das Feldstärkemaximum  $2,1\text{ ms}$  bevor der Leader den Turm erreicht auftritt. Dies entspricht jenem Zeitpunkt, zu dem sich der Ladungsschwerpunkt des Leaders genau über dem Messpunkt ( $r = 1000\text{ m}$ ) befindet.



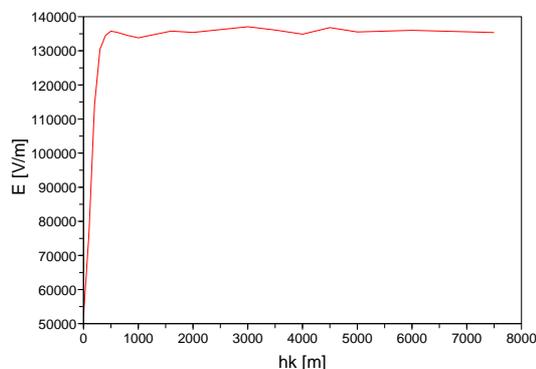
**Abb. 5.13:** Vergleich  $r$ -Abhängigkeit  $\alpha = 0^\circ$ ,  $\alpha = 45^\circ$  und  $\alpha = 89^\circ$  bei doppelt-exp. Ladungsverteilung

Variiert man die Knickhöhe  $h_k$  von 100 m bis maximal zur Wolkenhöhe von 7500 m so ergibt dies, dass nur bis zu  $h_k = 400$  m bis 500 m ein rascher Anstieg des Feldendwertes erfolgt, und ab dann der Maximalwert unabhängig von  $h_k$  nahezu konstant bleibt. Lediglich die Dauer des Leaders steigt infolge der längeren Leaderstrecke an. Da die Feldverläufe für konstante und doppelt-exponentielle Ladungsdichteverteilungen keine wesentlichen qualitativen Unterschiede aufweisen, wird hier nur die konstante Ladungsverteilung zur Feldberechnung herangezogen.



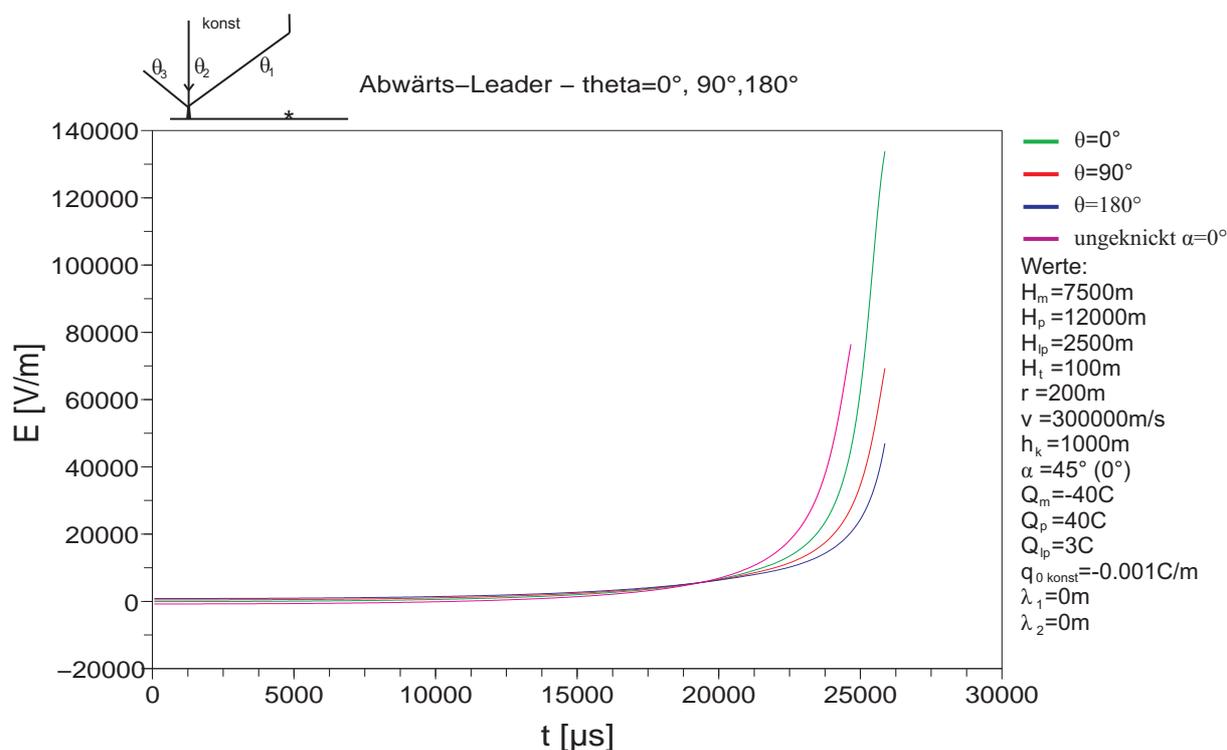
**Abb. 5.14:** Variation  $h_k$  - konst. Ladungsverteilung

Den Anstieg des Feldstärkeendwertes infolge der Erhöhung der Knickhöhe zeigt Abb. 5.15:



**Abb. 5.15:** Feldstärkeendwerte in Abhängigkeit von der Höhe  $h_k$

Abschließend soll noch eine Variation des Winkels  $\theta$  betrachtet werden. Dieser Winkel legt fest, in welche Richtung relativ zum Messpunkt die Knickung des Leaders erfolgt. Es werden die Fälle Knickung in Richtung Messpunkt ( $\theta = 0^\circ$ ), normal auf Verbindung Messpunkt - Turm ( $\theta = 90^\circ$ ) und Knick in entgegengesetzte Richtung ( $\theta = 180^\circ$ ) betrachtet.



**Abb. 5.16:** Variation von  $\theta$  bei konst. Ladungsdichte und mit  $\alpha = 45^\circ$  geneigtem Kanal

Es ist ersichtlich, dass eine Kanalneigung in Richtung des Messpunktes eine deutliche Erhöhung der Feldstärke bewirkt, jedoch das Feld bei  $\theta = 90^\circ$  und  $\theta = 180^\circ$  gegenüber dem senkrechten Leaderkanal geschwächt erscheint.

## 5.2 Aufwärtsleader

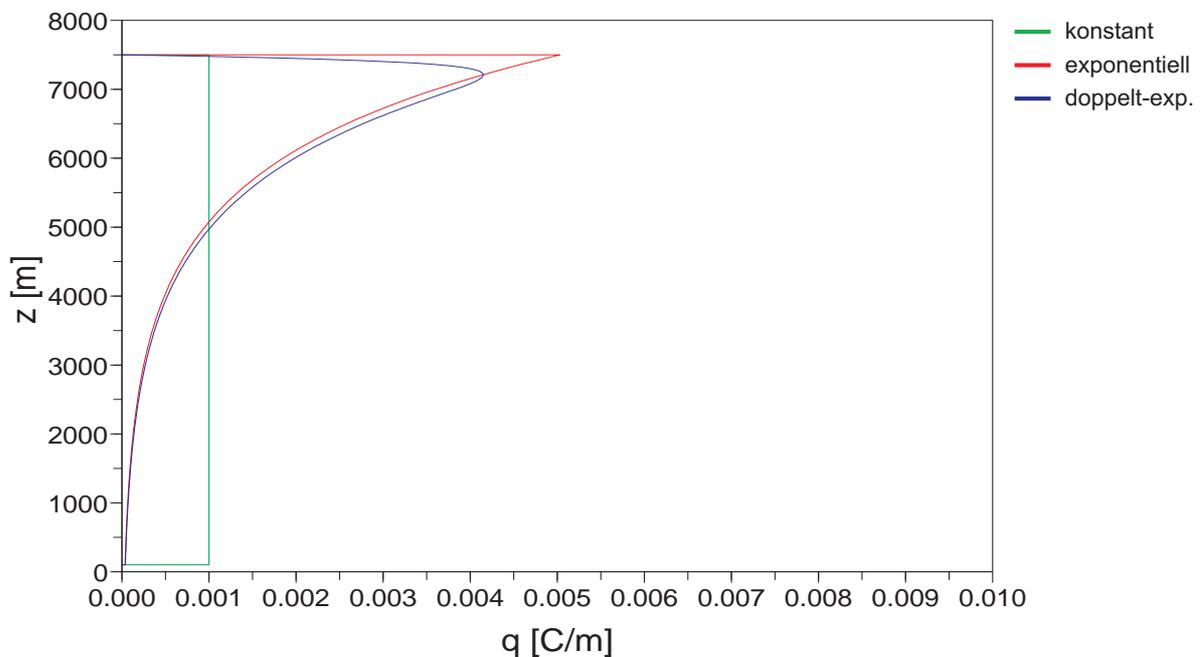
Es wird nun, nach der selben Vorgehensweise wie beim Abwärtsleader, auch beim Aufwärtsleader die Auswirkung der einzelnen Parameter auf den Feldverlauf untersucht.

### 5.2.1 Ladungsverteilung

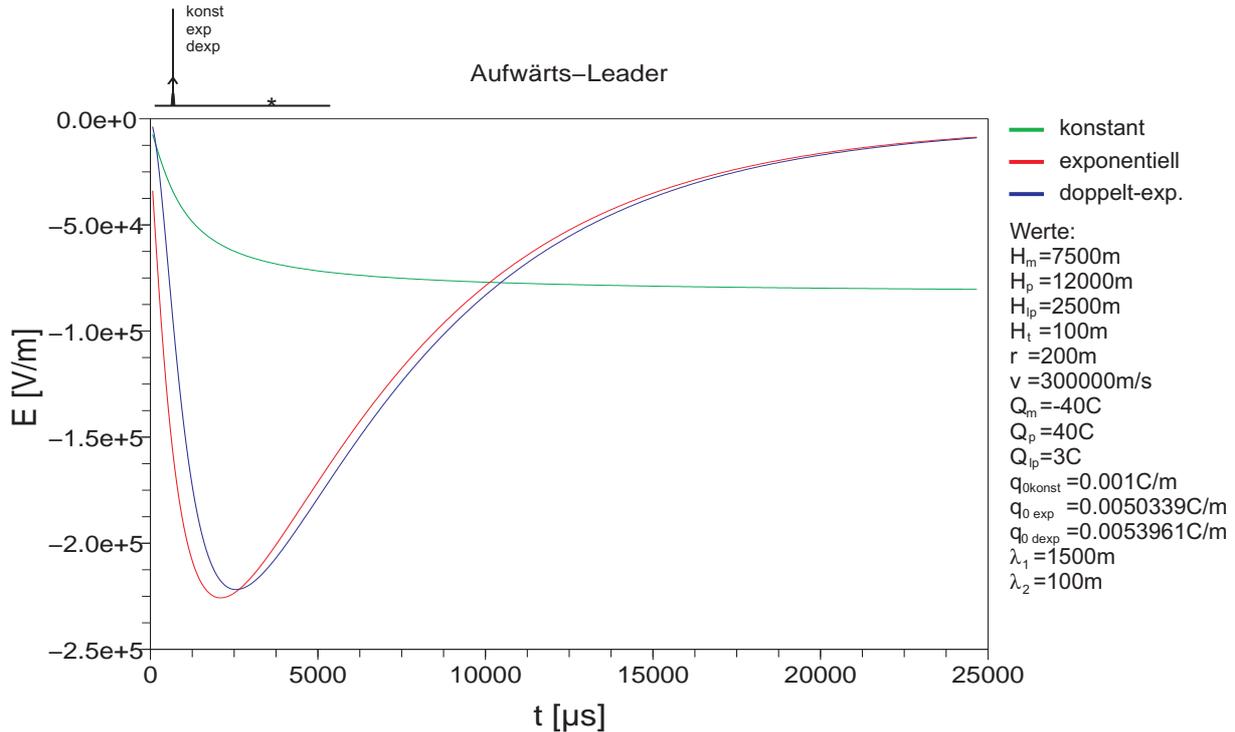
Es werden wie beim Abwärtsleader die Parameter der Ladungsverteilungen so ausgelegt, dass sich bei Erreichen der vollen Leaderlänge immer die selbe Gesamtladungsmenge im Kanal befindet:

- konstant:  $q_{0konst} = 1 \text{ mC/m}$
- exponentiell:  $q_{0exp} = 5,0339 \text{ mC/m}$  mit  $\lambda_1 = 1500 \text{ m}$
- doppelt-exp.:  $q_{0dexp} = 5,3961 \text{ mC/m}$  mit  $\lambda_1 = 1500 \text{ m}$  und  $\lambda_2 = 100 \text{ m}$

Die Ladungsdichteverläufe zum Zeitpunkt, an dem der Leader die negative Wolkenladung  $Q_m$ , also die Höhe  $H_m$  erreicht, zeigt folgende Abbildung 5.17:



**Abb. 5.17:** Die verschiedenen betrachteten Ladungsverteilungen beim Aufwärtsleader



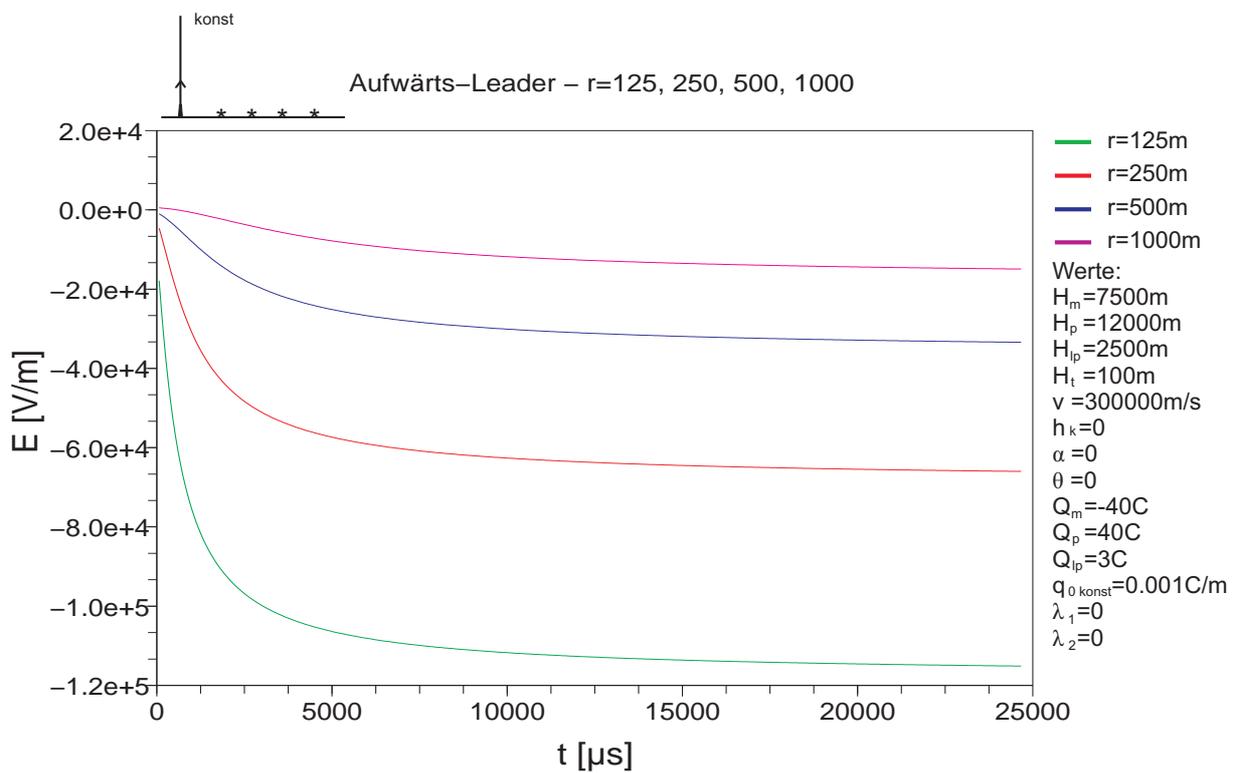
**Abb. 5.18:** Elektrisches Feld der versch. Ladungsverteilungen ( $r = 200 \text{ m}$ )

Beim Aufwärtsleader zeigt sich, anders als beim Abwärtsleader, ein gravierender Unterschied zwischen konstanter Ladungsverteilung und exponentieller bzw. doppelt-exponentieller Ladungsverteilung. Während bei konstanter Verteilung ein Feldstärkeanstieg mit zunehmender Leaderlänge erfolgt und das Maximum von  $-80,3 \text{ kV/m}$  nach  $24,6 \text{ ms}$  bei voller Leaderlänge erreicht ist, tritt das Maximum bei den exponentiellen Ladungsverteilungen schon viel früher auf. So erreicht das Feld bei exponentieller Ladungsverteilung sein Maximum von  $-225,7 \text{ kV/m}$  schon nach  $2 \text{ ms}$  und fällt bis zum Erreichen der vollen Leaderlänge wieder auf  $-8,6 \text{ kV/m}$  ab. Bei doppelt-exponentieller Verteilung tritt das Feldmaximum von  $-221,8 \text{ kV/m}$  nach  $2,5 \text{ ms}$  auf und sinkt dann ebenfalls auf einen Endwert von  $-9 \text{ kV/m}$  ab. Diese Feldverläufe ergeben sich aufgrund der  $1/R^3$  Abhängigkeit des Feldes, weshalb sich die Ladungsanteile nahe dem Messpunkt verstärkt auswirken. Bei exponentieller Ladungsverteilung erreicht das Feld daher ein Maximum, wenn sich der Schwerpunkt der Verteilung am nächsten dem Messpunkt befindet und nimmt dann ab, da die Ladungsdichte im Nahbereich des Messpunktes immer geringer wird. Bei konstanter Ladungsverteilung steigt das Feld zu Beginn rasch an, steigt später im geringeren Ausmaß, da die Ladungsdichte im Nahbereich konstant bleibt und die Feldzunahme von

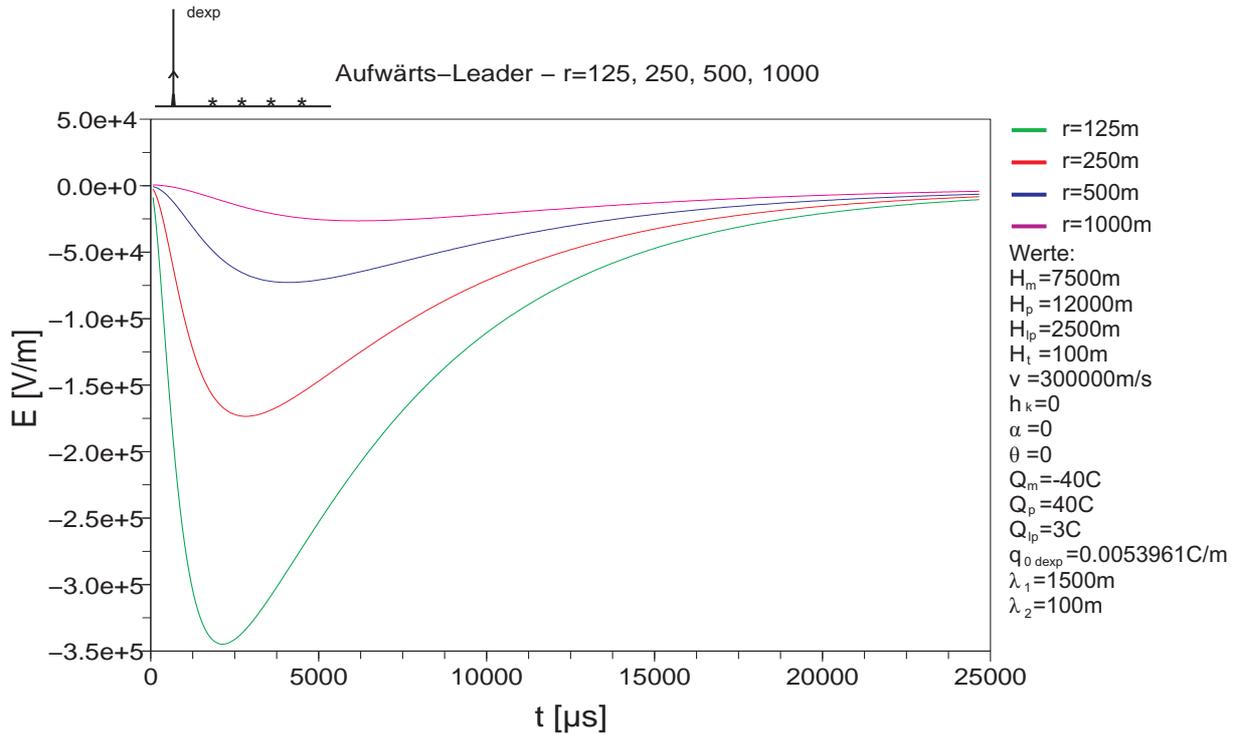
immer weiter entfernten Leaderbereichen herrührt. Änderungen der Parameter  $q_{0konst}$ ,  $q_{0exp}$  und  $q_{0dexp}$  der Ladungsverteilungen wirken sich wie bei Abwärtsleader linear auf die Feldwerte aus, haben aber keinen Einfluss auf die Zeitpunkte der Feldmaxima. Diese können jedoch durch den Ladungsverlauf  $q(z)$  und damit von  $\lambda_1$  und  $\lambda_2$  beeinflusst werden.

### 5.2.2 Entfernung zum Messpunkt

In Abbildung 5.19 und Abbildung 5.20 werden wieder die Feldverläufe für Abstände  $r$  zwischen Turm und Messpunkt von 125 m, 250 m, 500 m und 1000 m für konstante und doppelt-exponentielle Ladungsverteilung betrachtet.

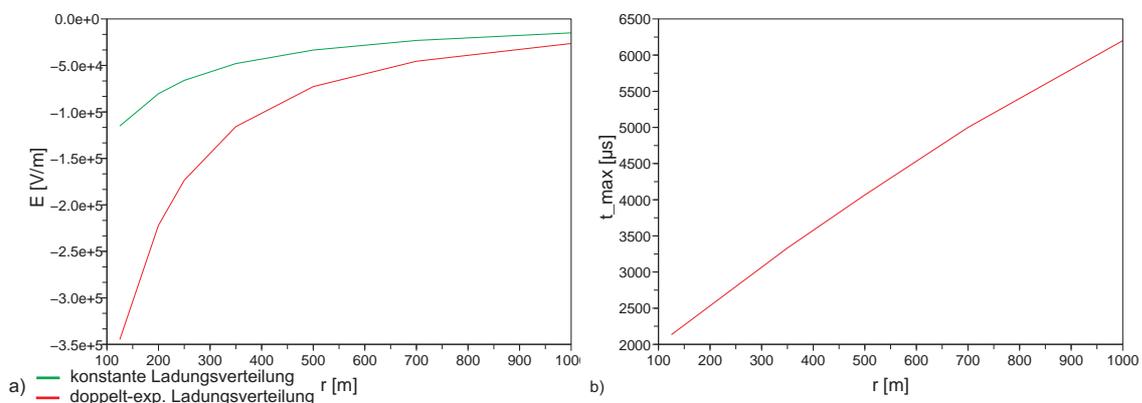


**Abb. 5.19:** Variation von  $r$  - konstante Ladungsverteilung



**Abb. 5.20:** Variation von  $r$  - doppelt-exp. Ladungsverteilung

Vergleicht man hier wieder die maximalen Feldwerte, so gelangt man zu ähnlicher Erkenntnis wie beim Abwärtsleader, dass die Änderungsrate des Feldes in Abhängigkeit von  $r$  bei exponentieller Ladungsverteilung größer als bei konstanter Verteilung ist. Beachtenswert ist, dass der Zeitpunkt, zu dem bei doppelt-exp. Ladungsverteilung das Feldmaximum auftritt, mit dem Abstand nahezu linear ansteigt (Abbildung 5.21b).



**Abb. 5.21:** Vergleich Maximalwerte in Abhängigkeit von  $r$  (a), Zeitpunkt des Feldstärkemaximums bei doppelt-exp. Ladungsverteilung in Abhängigkeit von  $r$  (b)

### 5.2.3 Leader-Geschwindigkeit

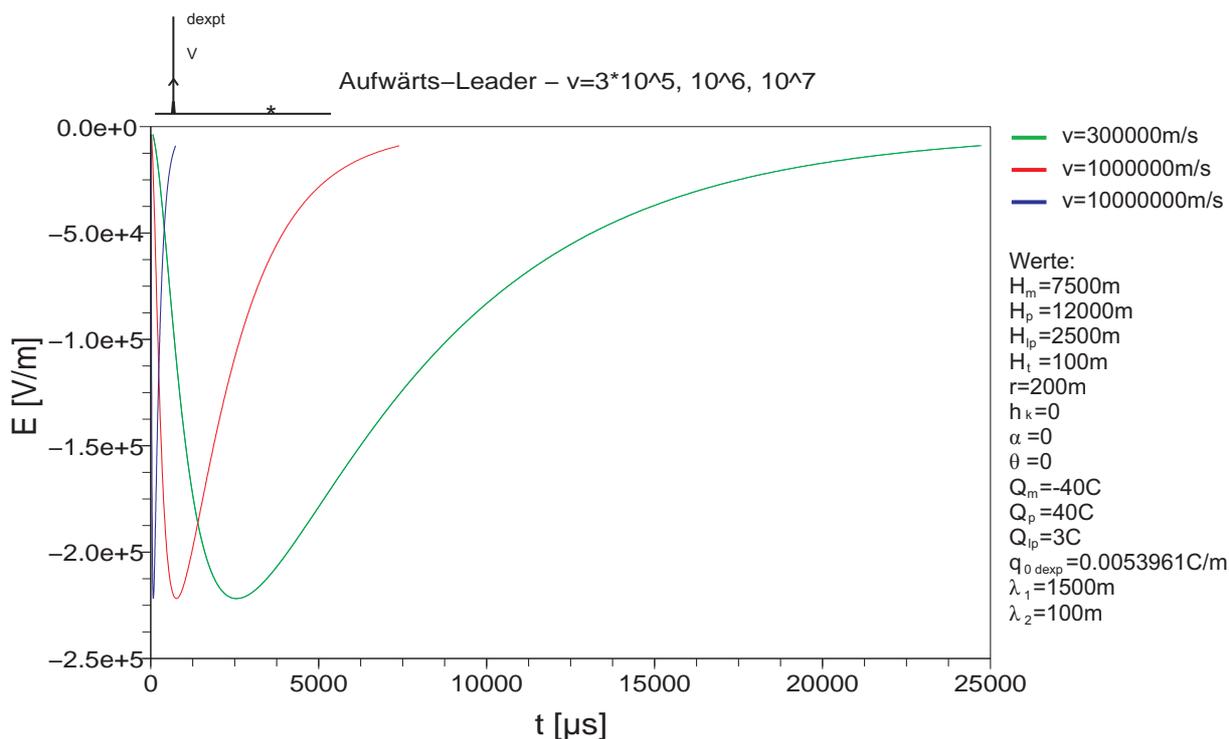
Es wird wie beim Abwärtsleader eine Variation der Leader-Geschwindigkeit von  $v = 3 \cdot 10^5$  m/s über  $v = 1 \cdot 10^6$  m/s bis  $v = 1 \cdot 10^7$  m/s betrachtet, welche ebenfalls eine lineare Verkürzung der Zeit zur Folge hat, die der Leader für die Strecke Turm - Wolke benötigt. Analoges gilt natürlich auch für das Erreichen des Maximalwertes bei doppelt-exponentieller Ladungsverteilung.

Die benötigten Laufzeiten für  $H_t - H_m$  sowie die Zeit bis zum Maximalwert  $t_{max}$  sind:

$$v = 3 \cdot 10^5 \text{ m/s} \implies t_{H_t-H_m} = 24666 \mu\text{s} \quad t_{max} = 2530 \mu\text{s}$$

$$v = 1 \cdot 10^6 \text{ m/s} \implies t_{H_t-H_m} = 7400 \mu\text{s} \quad t_{max} = 760 \mu\text{s}$$

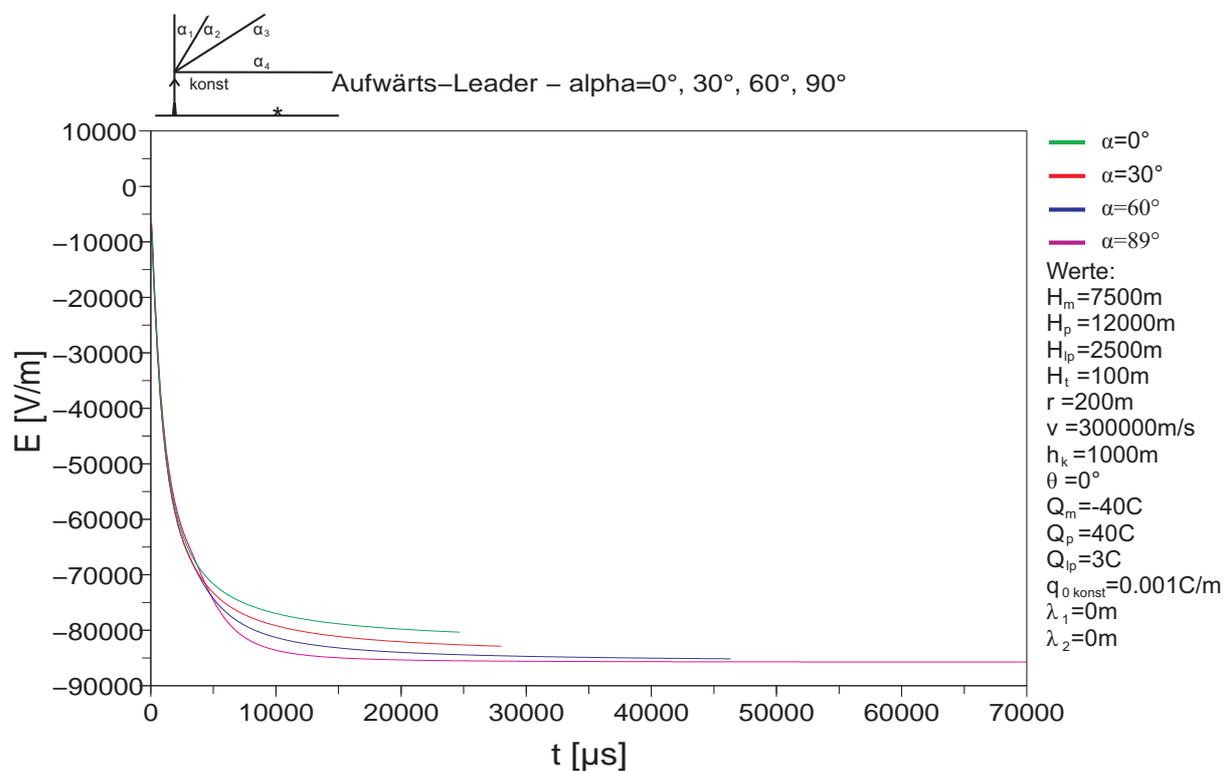
$$v = 1 \cdot 10^7 \text{ m/s} \implies t_{H_t-H_m} = 740 \mu\text{s} \quad t_{max} = 76 \mu\text{s}$$



**Abb. 5.22:** Variation der Leadergeschwindigkeit

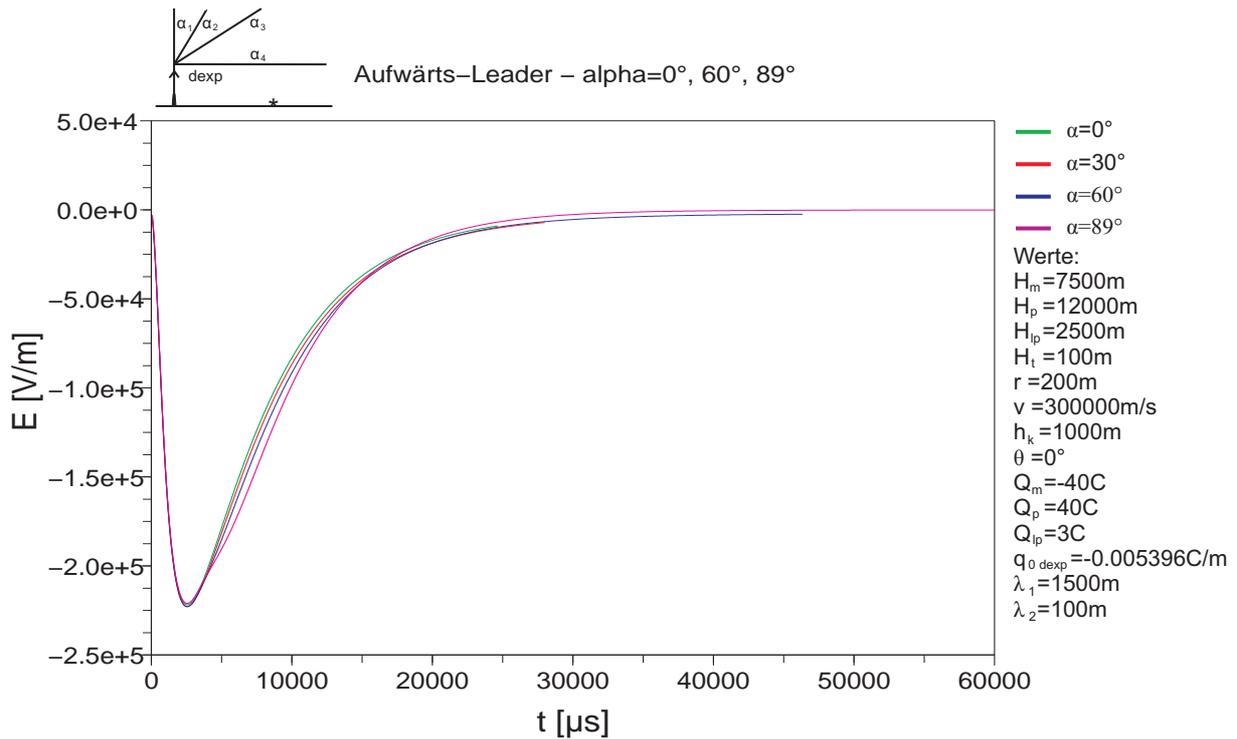
### 5.2.4 Geometrisches Leadermodell

Es wird wieder der Winkel  $\alpha$  ausgehend von  $0^\circ$  in  $30^\circ$  Schritten bis  $89^\circ$  erhöht und der Feldverlauf für konstante und doppelt-exponentielle Ladungsverteilung betrachtet.



**Abb. 5.23:** Variation  $\alpha$  - konst. Ladungsverteilung

Da der Leader erst nach  $3,333\text{ ms}$  die Knickhöhe  $h_k$  erreicht hat, verläuft bis zu dieser Zeit das Feld unabhängig vom Winkel. Danach gibt es bei konstanter Ladungsverteilung einen leichten Anstieg der Feldstärke mit dem Winkel, welcher vom geringeren Abstand des geneigten Leaders zum Messpunkt herrührt. Die Länge des Leaderkanals nimmt mit dem Winkel stark zu und führt ab  $\alpha \approx 85^\circ$  zu einem vorzeitigen Programmabbruch.



**Abb. 5.24:** Variation  $\alpha$  - doppelt-exp. Ladungsverteilung

Bei exponentieller Ladungsverteilung tritt das Maximum des Feldverlaufes noch vor  $3,333\text{ms}$  auf, also zu einem Zeitpunkt wo sich der Leader noch unterhalb von  $h_k$  befindet und ist somit für alle Feldverläufe gleich. Die geneigte Strecke des Leaderkanals hat aufgrund der größeren Entfernung zum Messpunkt ( $h_k = 1000\text{m}$ ) kaum einen Einfluss auf den Feldverlauf. Es ändert sich hier nur die Zeit, in der die volle Leaderlänge erreicht wird und dies führt bei grossem Winkel  $\alpha$  ebenfalls zu einem vorzeitigen Programmabbruch.

Der Vergleich der Abhängigkeit des Feldverlaufes mit dem Abstand Turm - Messpunkt ergibt keine wesentlichen Unterschiede zwischen den Feldverläufen bei  $\alpha = 0^\circ$  und  $\alpha = 45^\circ$ . Die erreichten Maximalwerte steigen bei konstanter Ladungsverteilung bei geneigtem Kanal im Vergleich zum ungeneigten Kanal leicht an. Bei  $\alpha = 89^\circ$  macht sich der Übergang bei der Höhe  $h_k$  vom senkrechten Leaderkanalteilstück in den waagrechten Kanal als Unregelmäßigkeit im Feldverlauf bemerkbar (Abbildung 5.25).

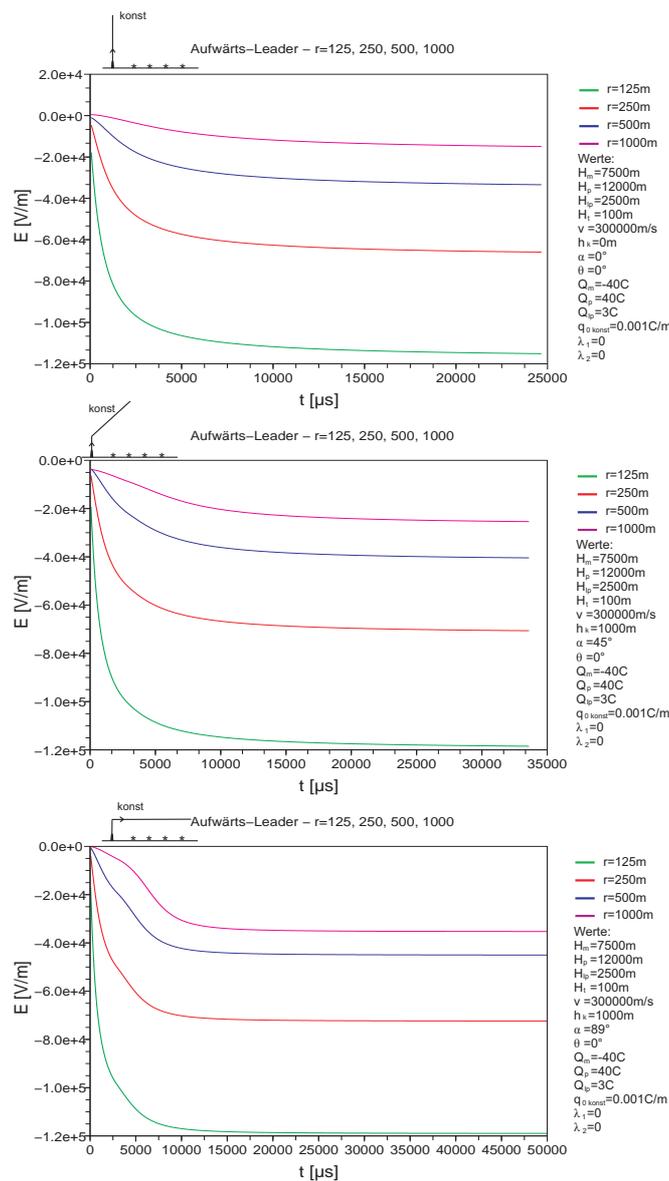
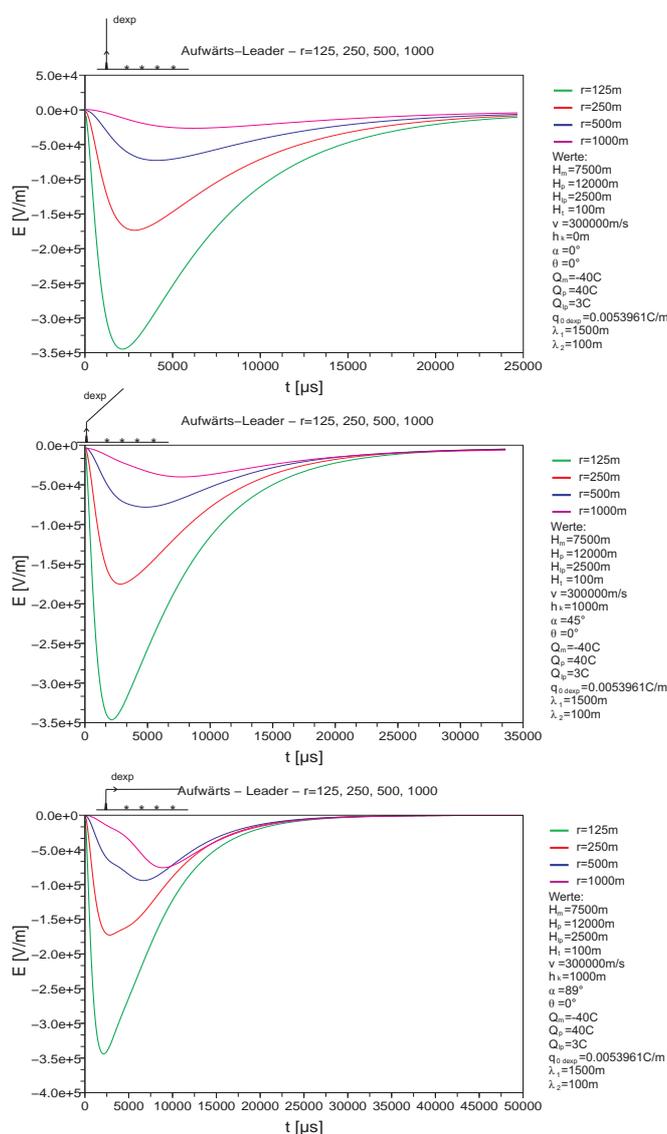


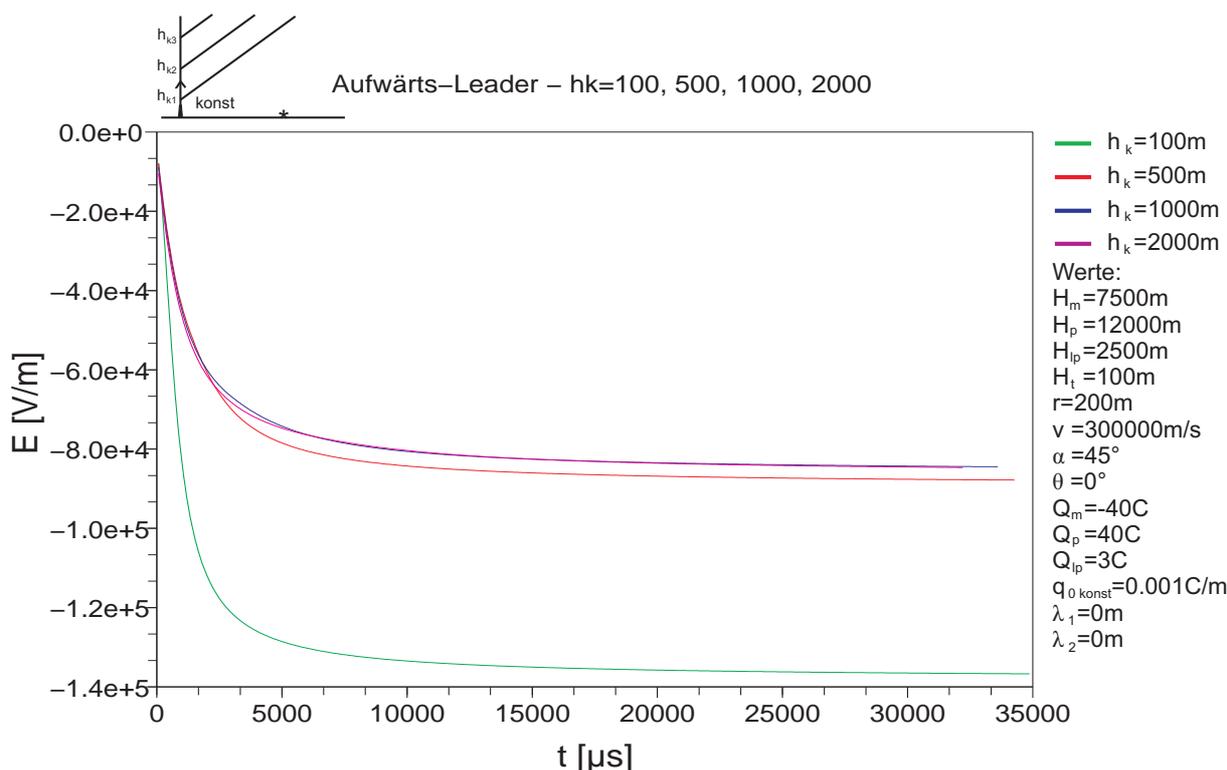
Abb. 5.25: Vergleich  $r$ -Abhängigkeit  $\alpha = 0^\circ$ ,  $\alpha = 45^\circ$  und  $\alpha = 89^\circ$  (konst. Ladungsverteilung)

Bei doppelt-exponentieller Verteilung ist das Maximum der Feldstärke bei ungeneigtem und unter  $45^\circ$  geneigtem Kanal gleich, da dieses schon nach  $3,333\text{ ms}$ , also vor Erreichung der Höhe  $h_k$  auftritt und somit unabhängig vom weiteren Leaderkanalverlauf ist. Bei einer Kanalneigung von  $89^\circ$  wird das Feldmaximum jedoch, vor allem bei grösseren Entfernungen zum Turm, durch den Verlauf direkt über dem Messpunkt bestimmt. Es kommt daher zu einem unregelmäßigen Feldanstieg, in dem sich der Wechsel des Ladungsschwerpunktes vom senkrechten Leaderteilstück in den waagrechten Teil widerspiegelt (Abbildung 5.26).



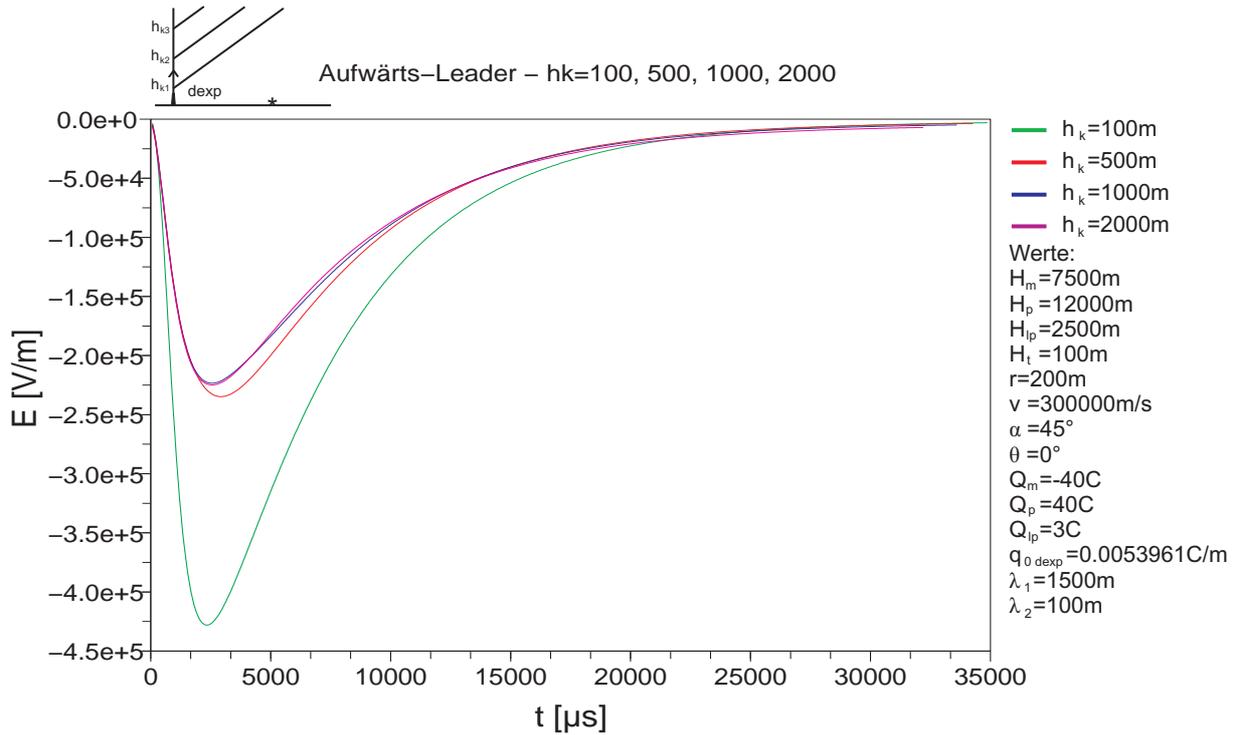
**Abb. 5.26:** Vergleich  $r$ -Abhängigkeit  $\alpha = 0^\circ$ ,  $\alpha = 45^\circ$  und  $\alpha = 89^\circ$  (doppelt-exp. Ladungsverteilung)

Vergleicht man den Feldverlauf für  $h_k = 100\text{ m}$ ,  $500\text{ m}$ ,  $1000\text{ m}$  und  $2000\text{ m}$  ist eine rasche Abnahme des Maximalwertes des Feldes mit zunehmender Knickhöhe ersichtlich. Die Laufzeit, die der Leader benötigt, um die Wolke zu erreichen, nimmt mit der Vergrößerung der Knickhöhe und damit einhergehender kürzerer Leaderstrecke, ebenfalls ab.



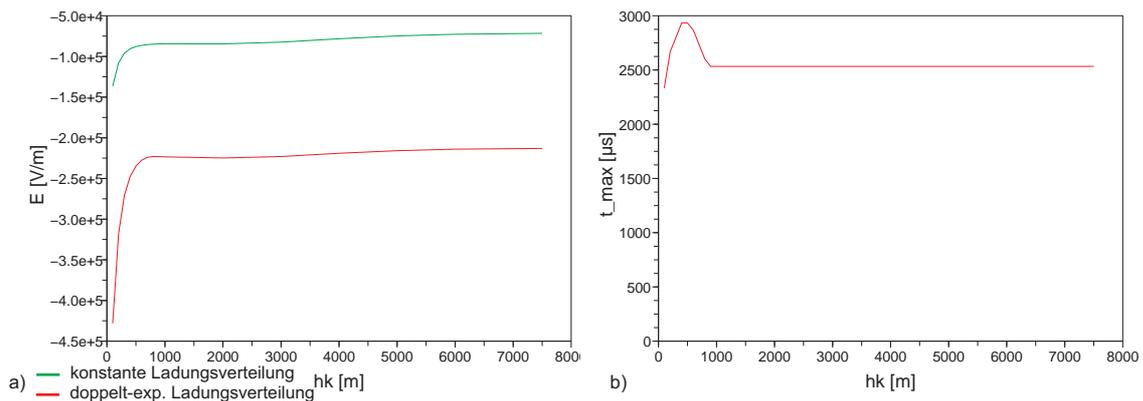
**Abb. 5.27:** Variation  $h_k$  - konst. Ladungsverteilung

Bei der doppelt-exponentiellen Ladungsverteilung ist in Abbildung 5.28 bei Knickhöhen  $h_k > 900\text{ m}$  eine Änderung des Feldverlaufes ersichtlich. Ab  $h_k > 900\text{ m}$  befindet sich, zu dem Zeitpunkt in dem das Maximum auftritt, der Ladungsschwerpunkt des Leaders nicht mehr im geneigten Leaderbereich, sondern unterhalb der Knickhöhe. Da dessen Lage für das Maximum der Feldstärke verantwortlich ist, erklärt dies auch, warum bei geringer Knickhöhe höhere Feldstärken auftreten, und ab  $h_k > 900\text{ m}$  das Maximum unabhängig von der Knickhöhe ist. Auch der Zeitpunkt des Feldstärkemaximums variiert bei geringer Knickhöhe (maximal bei  $h_k \approx 450\text{ m}$ ) und bleibt schließlich für größere Knickhöhen konstant bei  $t = 2,5\text{ ms}$ .



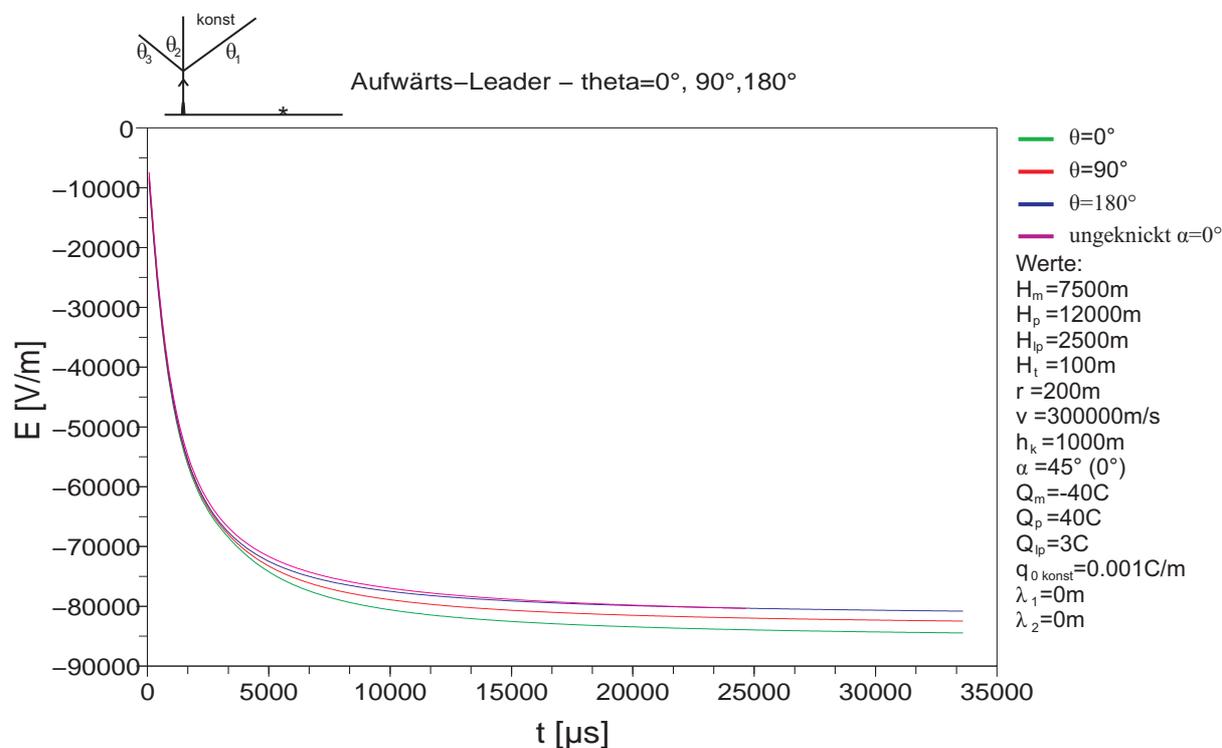
**Abb. 5.28:** Variation  $h_k$  - doppelt-exp. Ladungsverteilung

Den Verlauf des Feldstärkemaximums in Abhängigkeit der Knickhöhe und die Abhängigkeit des Zeitpunktes des Maximums bei doppelt-exp. Ladungsverteilung zeigen die folgenden Abbildungen 5.29a und 5.29b.



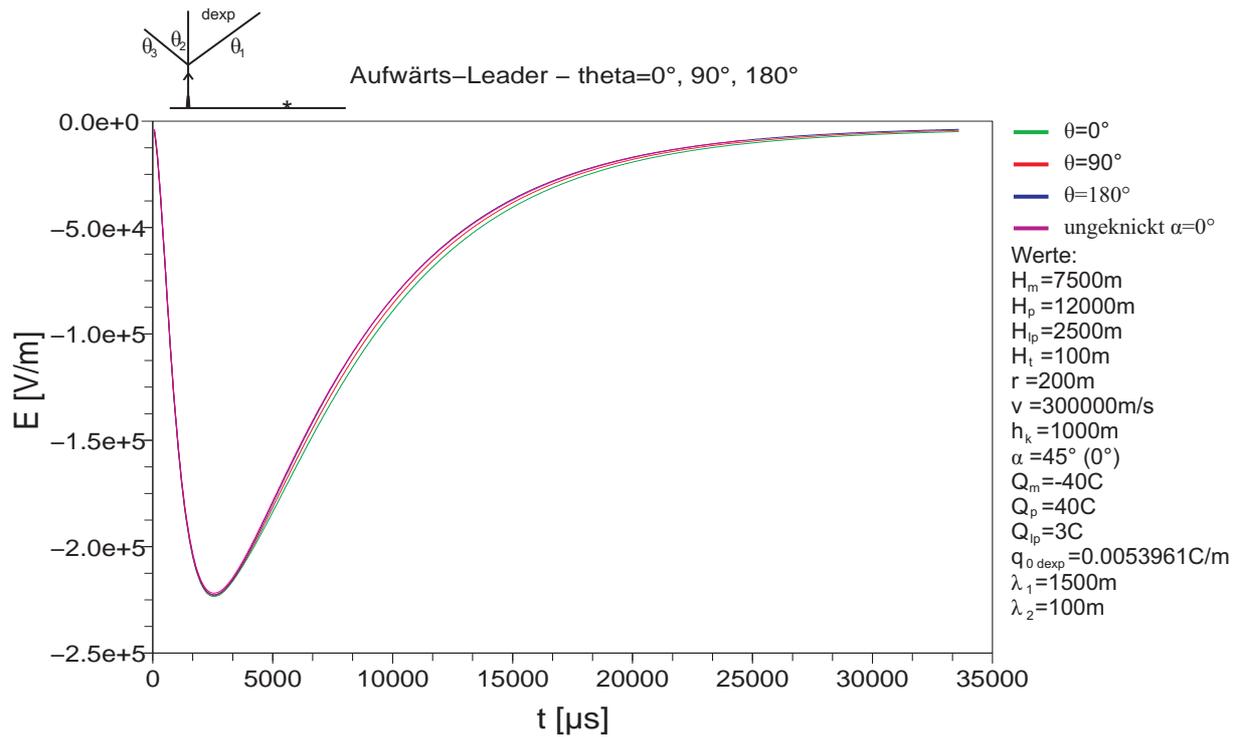
**Abb. 5.29:** Max. erreichte Feldstärke abhängig von  $h_k$  (a), Zeitpunkt der max. Feldstärke in Abhängigkeit von  $h_k$  (b)

Zuletzt wird wieder die Variation des Winkles  $\theta$  betrachtet, wobei wieder die Neigung des Kanals in Richtung Messpunkt ( $\theta = 0^\circ$ ), normal zu Verbindung Turm - Messpunkt ( $\theta = 90^\circ$ ), und in die Gegenrichtung ( $\theta = 180^\circ$ ) betrachtet wird.



**Abb. 5.30:** Variation  $\theta$  - konst Ladungsdichte

Bei konstanter Ladungsdichte erreicht die Feldstärke natürlich ihren größten Wert bei Neigung des Kanals in Richtung Messpunkt, wobei der Unterschied aufgrund der gewählten Knickhöhe von  $h_k = 1000\text{ m}$  eher gering ist. Eine Verkleinerung von  $h_k$  würde deutlichere Unterschiede bei Variation von  $\theta$  hervorrufen. Bei Neigung in die Gegenrichtung ergibt sich annähernd der selbe Feldverlauf wie bei ungeneigtem Leader.

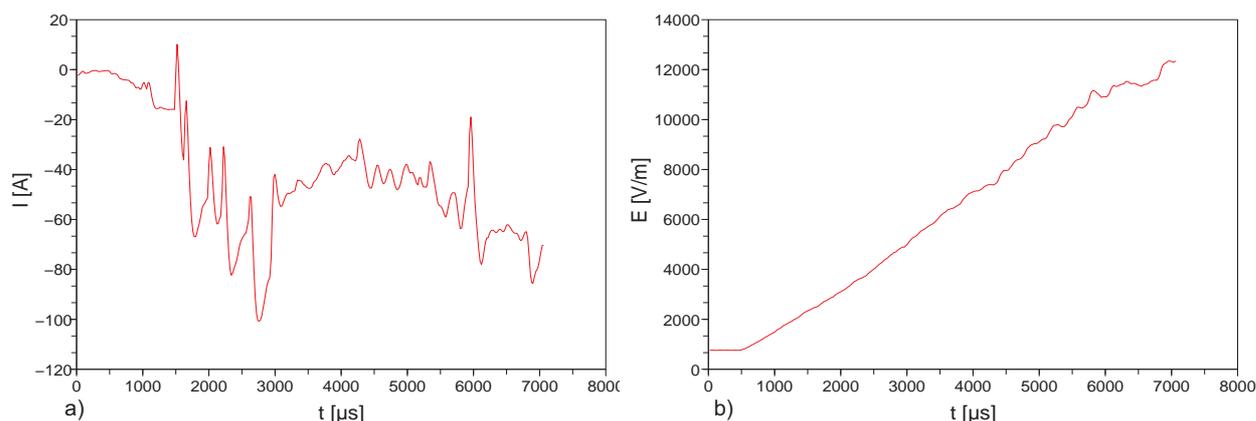


**Abb. 5.31:** Variation  $\theta$  - doppelt-exp. Ladungsdichte

Bei doppelt-exponentieller Ladungsdichte ist bei der gewählten Knickhöhe von 1000 m, der Einfluss von  $\theta$  noch viel geringer als bei konstanter Ladungsverteilung, da sich hauptsächlich der untere Leaderabschnitt im Feldverlauf bemerkbar macht und der Ladungsschwerpunkt, zum Zeitpunkt des Feldmaximums, im Verlauf unterhalb  $h_k$  liegt.

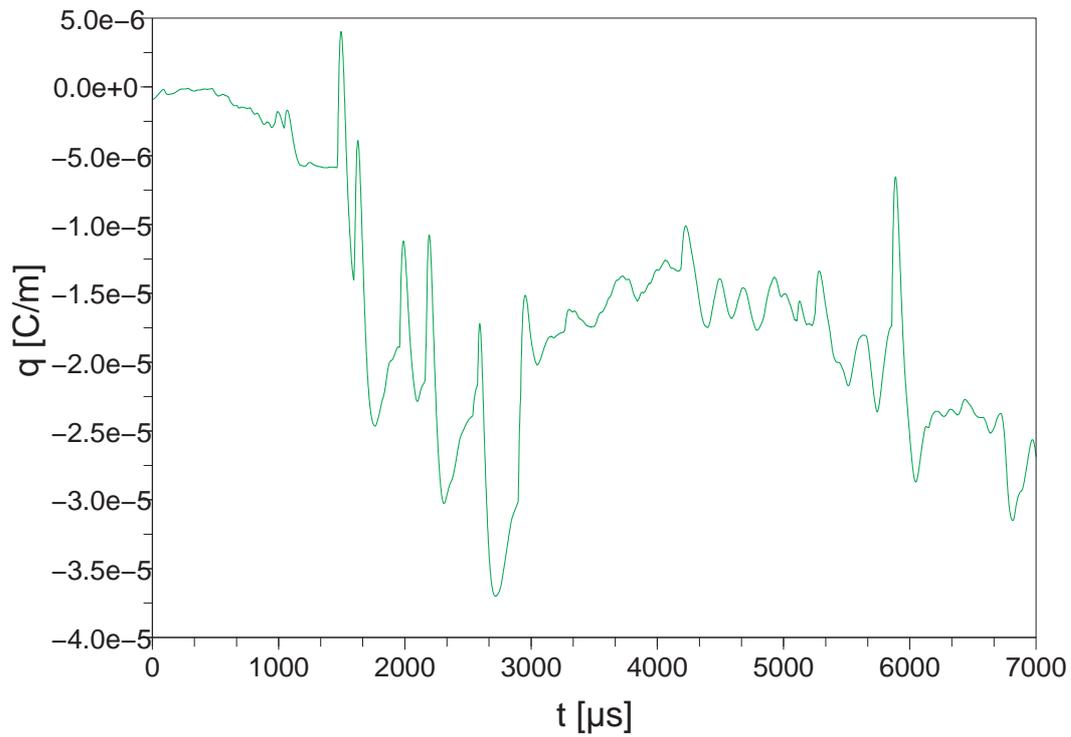
### 5.3 Aufwärtsleader mit Ladungsverteilung bestimmt aus gemessenen Stromwerten

Es soll nun die Berechnung des elektrischen Feldes mittels gemessener Stromwerte nach Kap. 4.3 erfolgen. Für die Berechnung wird auf das Beispiel (Abbildung 4.1) des Blitzes vom 31.05.06 zurückgegriffen. Der Stromverlauf wurde für eine Zeitspanne von  $7,06 \text{ ms}$  in einer Textdatei gespeichert, wobei der Zeitabstand zwischen den einzelnen Messwerten wie gefordert  $0,2 \mu\text{s}$  beträgt und die Textdatei somit 35011 Werte enthält. Weiters wurde der Stromverlauf zum Eliminieren der Peaks mit einem  $5 \text{ kHz}$  Tiefpassfilter geglättet. Den Stromverlauf und das dazu gemessene Feld im Abstand von ca.  $200 \text{ m}$  zum Turm zeigt Abbildung 5.32.

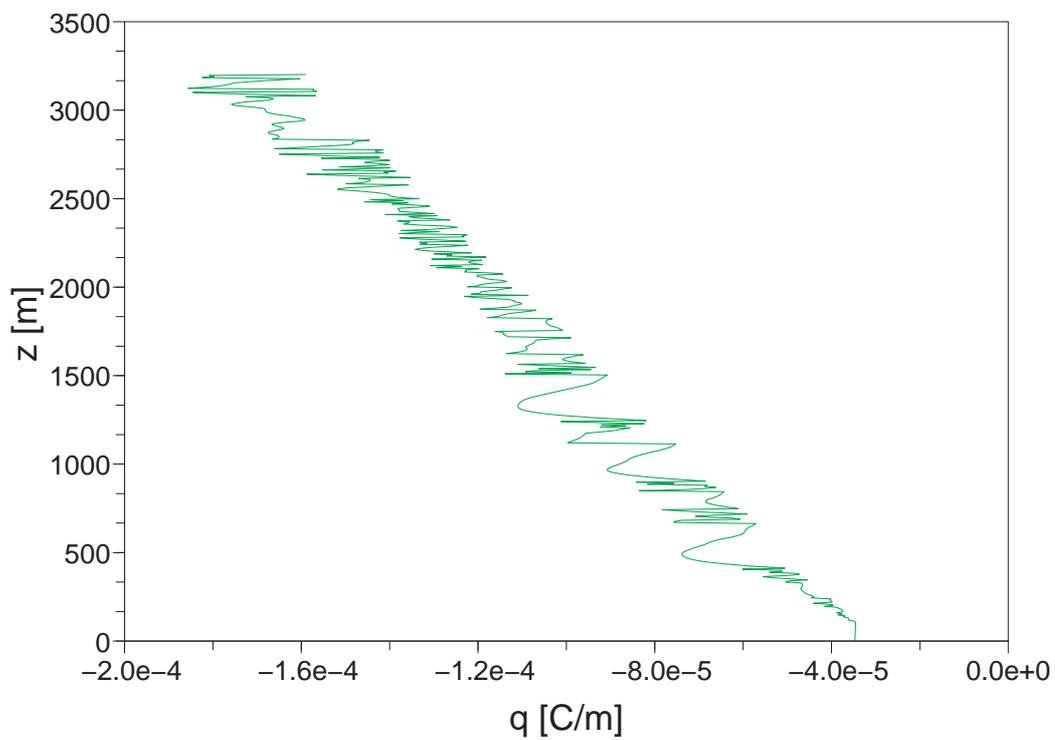


**Abb. 5.32:** Stromverlauf (a), gemessener Feldverlauf (b)

Dieser Stromverlauf repräsentiert die Ladungsmenge, die bis zum Zeitpunkt  $t$  dem Leaderkanal zugeführt wird, wie in Abbildung 5.33 ersichtlich. Die Werte für die Mindestladung, die für ein Vorwachsen des Leaders überschritten werden muss, werden für die konstante Mindestladungsdichte auf  $q_{mk} = 50 \mu\text{C}/\text{m}$  gesetzt und für den Ladungsdichtegradient wird  $q_{mh} = 0,04 (\mu\text{C}/\text{m})/\text{m}$  gewählt. Die Ladungsdichte in Abhängigkeit der Höhe ergibt sich daher mit dem Ladungsdichteverlauf aus Abbildung 5.33 und der gewählte Mindestladungsdichte wie in Abbildung 5.34 dargestellt. Die Werte  $q_{mk}$  und  $q_{mh}$  wurden durch Variation so bestimmt, so dass sich eine möglichst gute Übereinstimmung mit dem gemessenen Feld zeigt (siehe Abbildung 5.35).

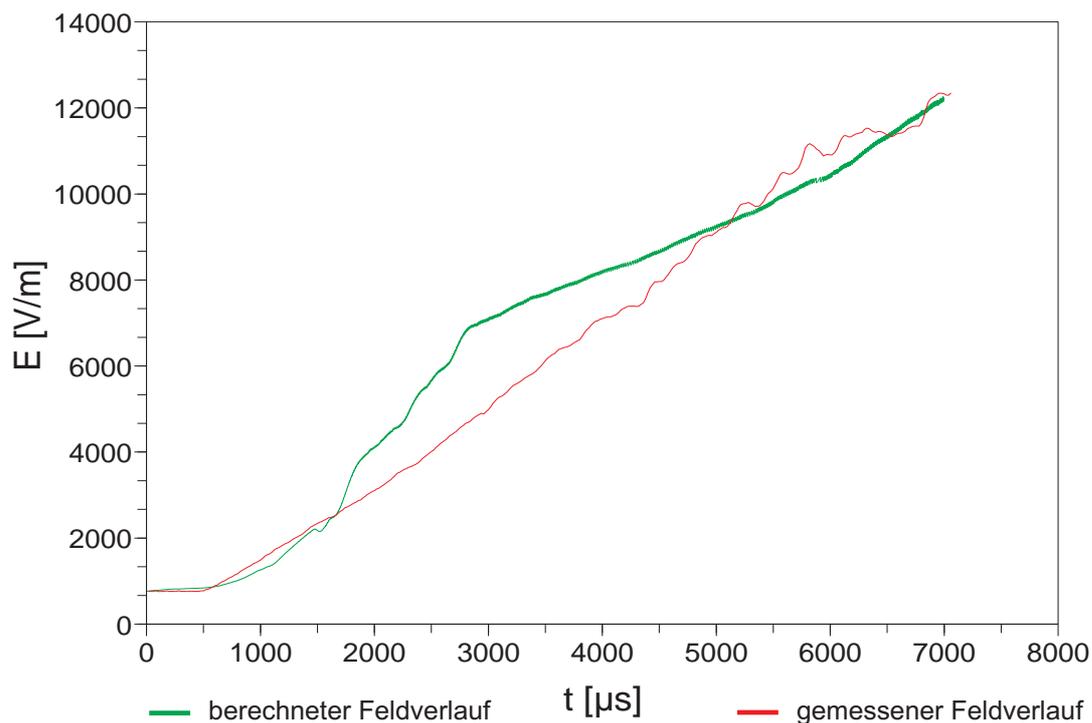


*Abb. 5.33: Zeitlicher Verlauf der zugeführten Ladung auf ein  $\Delta z$ -Element bezogen*



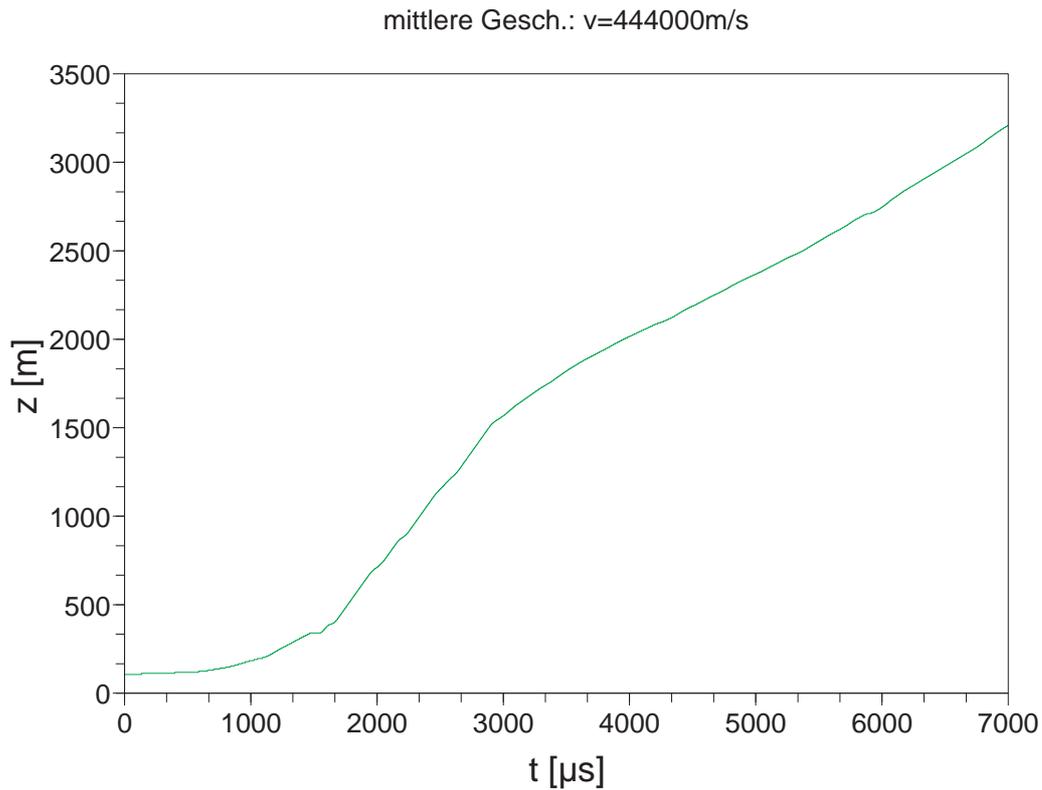
*Abb. 5.34: Höhenverlauf der Ladungsdichte*

Den durch diese Ladungsverteilung hervorgerufenen Feldverlauf und im Vergleich dazu den gemessenen Feldverlauf zeigt Abbildung 5.35. Das Wolkenfeld wurde hierbei für einen besseren Vergleich nicht aus vorgegebenen Wolkenladungen berechnet, sondern auf jenen Wert festgesetzt, welcher der Messung zu  $t = 0$  entspricht.



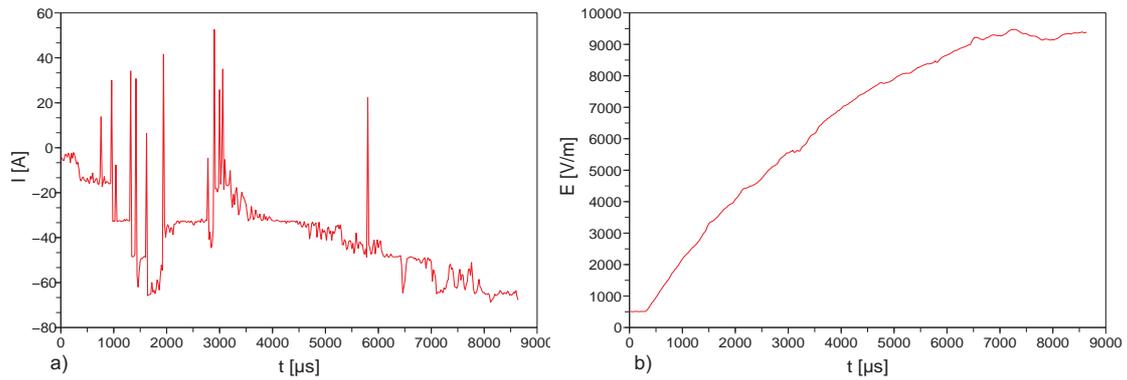
**Abb. 5.35:** Vergleich: berechnetes Feld - gemessenes Feld

Durch den Stromverlauf und die Wahl der Mindestladungsdichte verläuft der Leader nicht mit konstanter Geschwindigkeit, sondern in Ruckstufen wie in Abbildung 5.36 dargestellt. Als Geschwindigkeit für die einzelnen Ruckstufen wurde  $v = 3 \cdot 10^6 \text{ m/s}$  gewählt, womit sich dann eine mittlere Geschwindigkeit von  $v_m = 444000 \text{ m/s}$ , bzw. eine erreichte Leaderhöhe von  $h = 3208 \text{ m}$  ergibt.



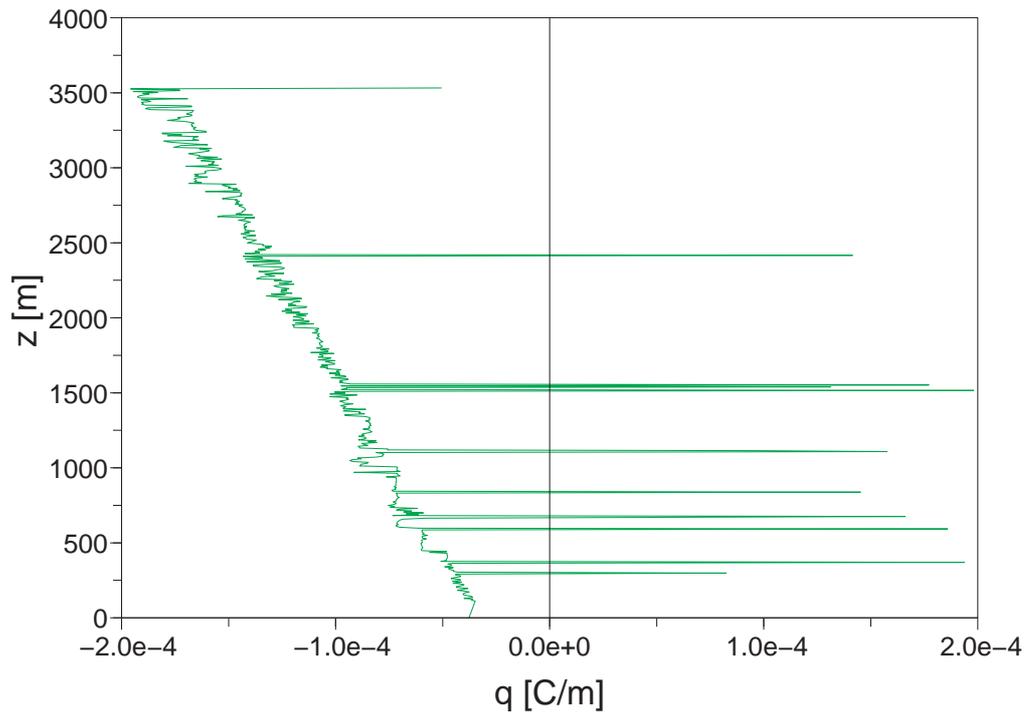
**Abb. 5.36:** Vorwachsprozess des Leaders

Als weiteres Beispiel soll ein Blitz mit einem gemessenen Strom- und Feldverlauf nach Abbildung 5.37 dienen. Dieser Stromverlauf wurde nicht mittels Tiefpassfilter geglättet, sondern in der Form verwendet, wie vom Messsystem am Gaisberg geliefert. Die Berechnung der Ladungsverteilung und der elektrischen Feldstärke erfolgt mit unveränderten Parametern wie im vorhergehenden Beispiel.



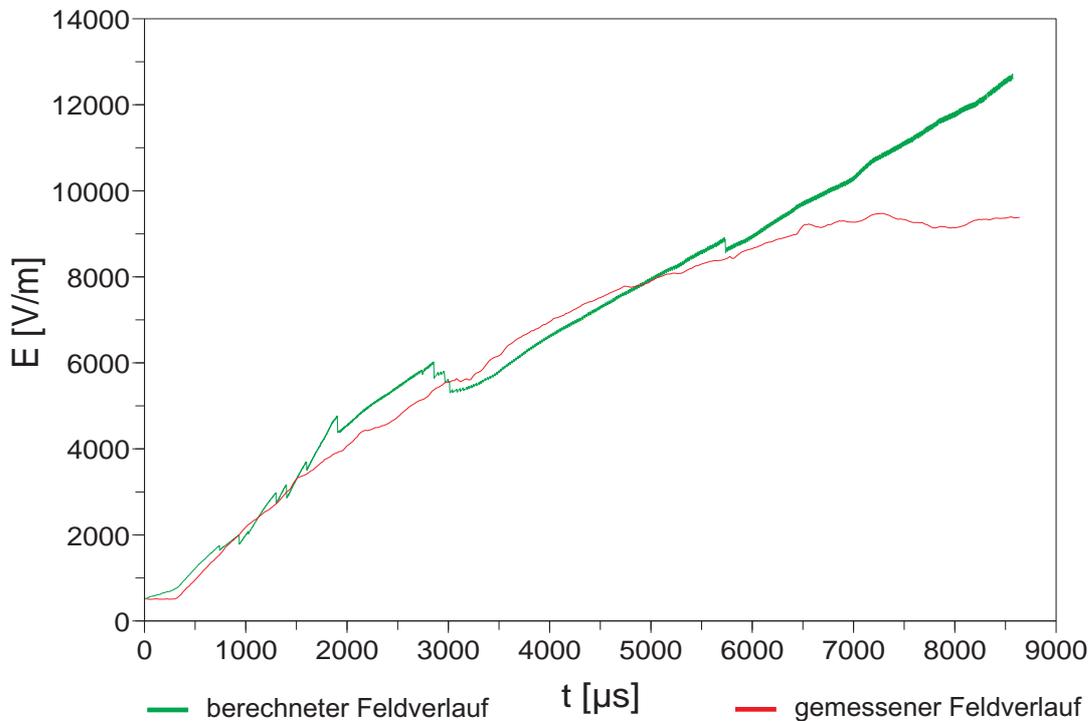
**Abb. 5.37:** Stromverlauf (a), Feldverlauf (b)

Es ergibt sich mit diesem Stromverlauf und den Mindestladungsdichten  $q_{mk} = 50 \mu\text{C}/\text{m}$  und  $q_{mh} = 0,04 (\mu\text{C}/\text{m})/\text{m}$  ein Ladungsdichteverlauf über der Höhe wie in Abb. 5.38.



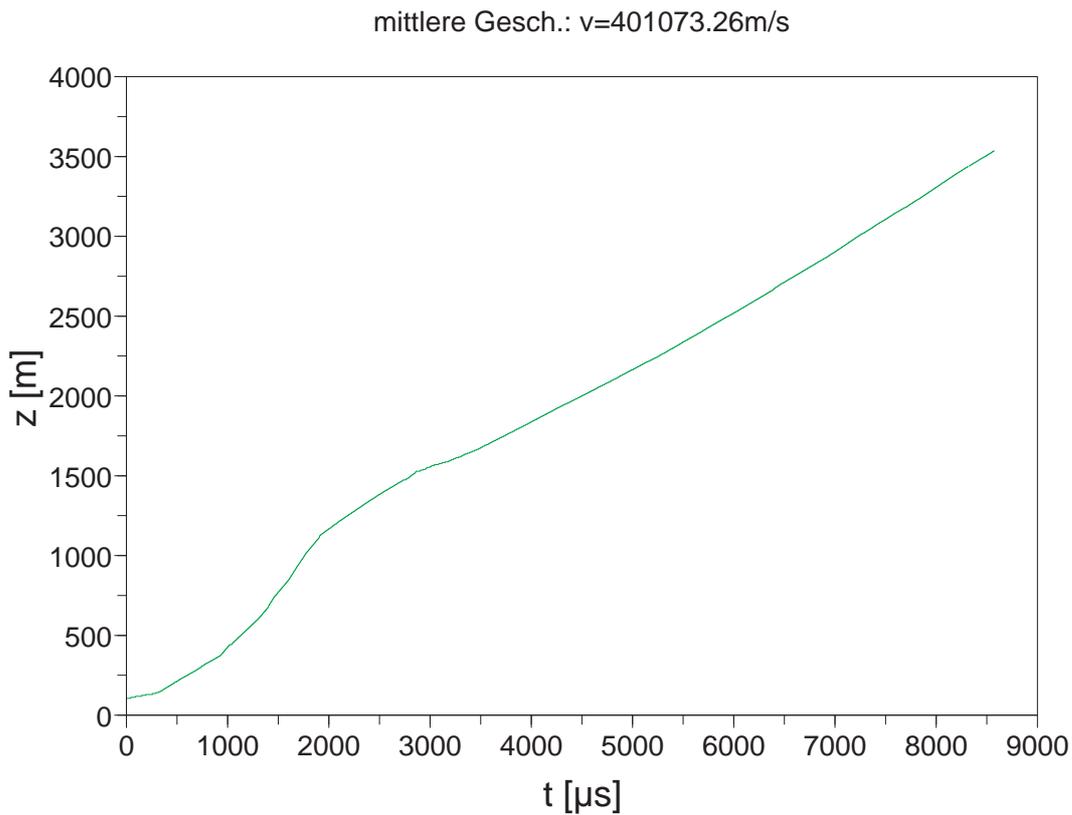
**Abb. 5.38:** Höhenverlauf der Ladungsdichte

Der berechnete Feldverlauf wird wieder dem gemessenen Verlauf gegenübergestellt, wobei das Wolkenfeld wieder so gewählt wurde, dass die selben Anfangswerte auftreten.



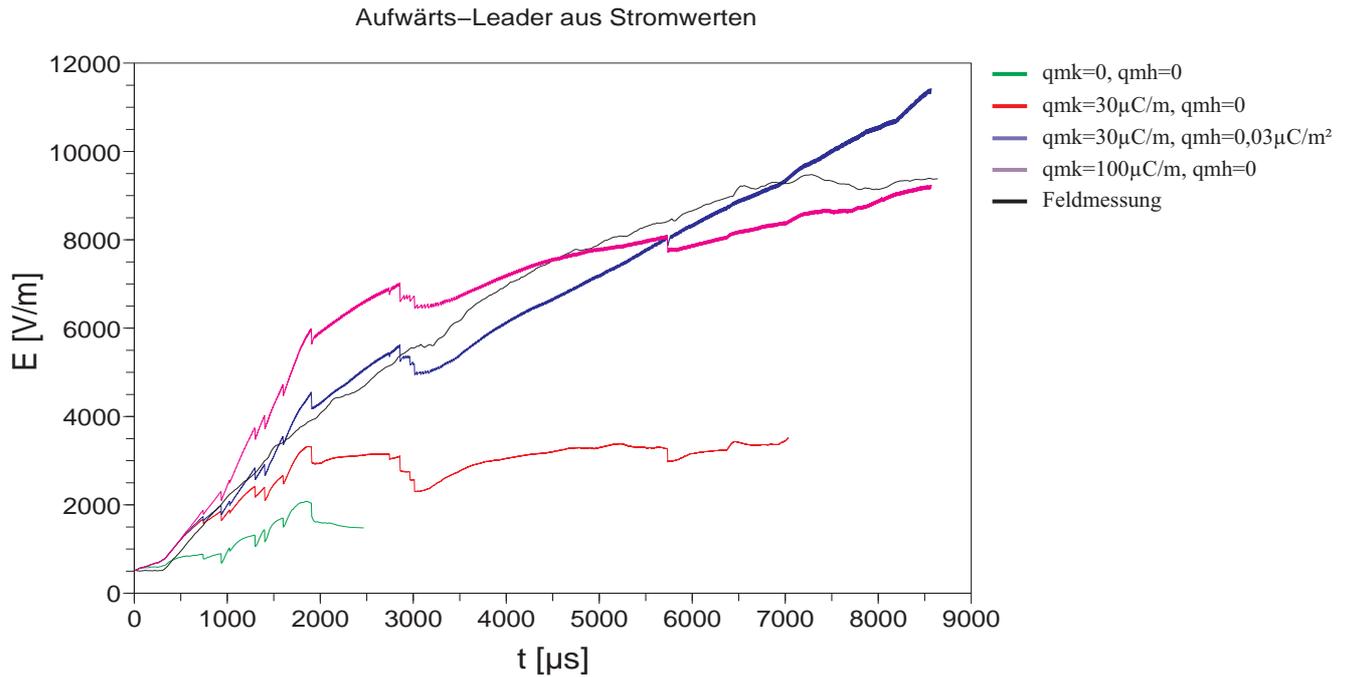
**Abb. 5.39:** Vergleich: berechnetes Feld - gemessenes Feld

Die Stufen im Verlauf des elektrischen Feldes lassen sich auf die im ungeglätteten Stromverlauf auftretenden Peaks zurückführen und der überhöhte Feldendwert beruht am konstanten Anstieg der Mindestladungsdichte. Die erreichte maximale Leaderhöhe beträgt in diesem Fall 3538 m, wobei diese Distanz mit einer Durchschnittsgeschwindigkeit von 401073 m/s überwunden wird (Abbildung 5.40).



**Abb. 5.40:** Vorwachsprozess des Leaders

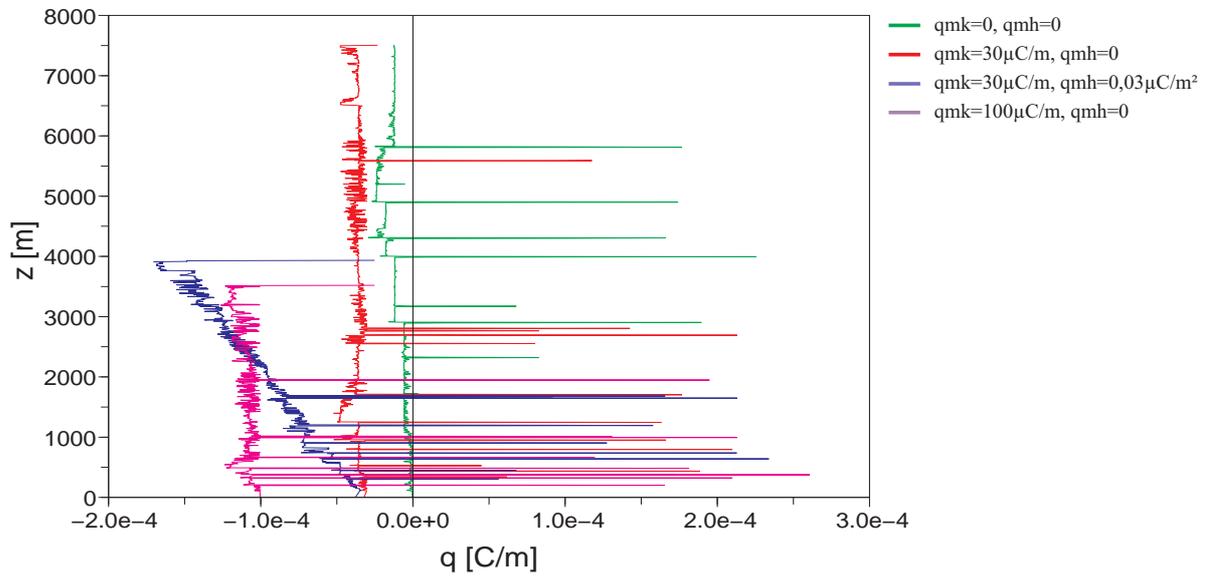
Zuletzt soll noch analysiert werden, wie sich die geforderte Mindestladungsdichten auf den Feldverlauf auswirken. Hierzu wird mit dem selben Stromverlauf und Parametereinstellungen das berechnete Feld ohne Mindestladungsdichten, nur mit konstanter Mindestladungsdichte ( $q_{mk} = 30 \mu\text{C}/\text{m}$  und  $q_{mk} = 100 \mu\text{C}/\text{m}$ ) und mit konstanter und höhenabhängiger Mindestladungsdichten ( $q_{mk} = 30 \mu\text{C}/\text{m}$ ,  $q_{mh} = 0,03 (\mu\text{C}/\text{m})/\text{m}$ ) in Abbildung 5.41 gegenübergestellt. Zum Vergleich wird auch wieder die Feldmessung dargestellt, und die Anfangswerte der berechneten Feldverläufe werden wieder dem gemessenen Feldanfangswert angepasst.



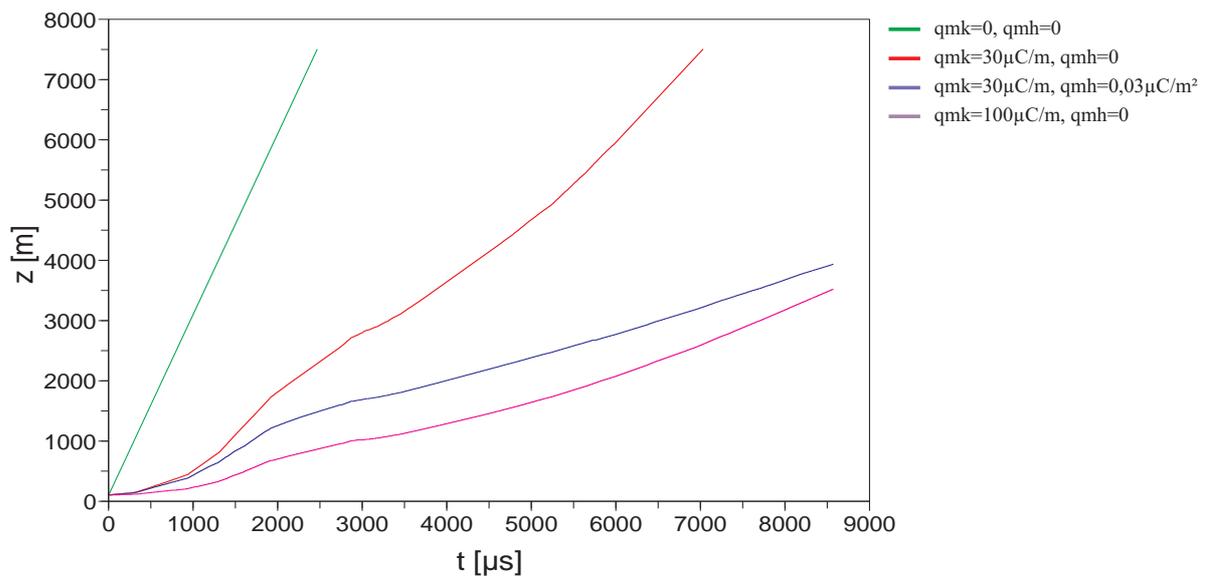
**Abb. 5.41:** Vergleich der berechneten Feldstärke bei verschiedener  $q_{mk}$  und  $q_{mh}$

Aus Abbildung 5.41 ist ersichtlich, dass erst durch die Einführung von Mindestladungen der Feldverlauf sich dem gemessenen Verlauf annähert. Verwendet man nur konstante Mindestladung so entspricht der berechnete Feldverlauf, bei ausreichend gross gewählter Mindestladung ( $q_{mk} = 100 \mu C/m$ ) im späteren Verlauf ziemlich gut der Messung, jedoch wird eine zu hohe Anfangssteigung festgestellt. Wird konstante und höhenabhängige Mindestladung verwendet, so ergibt die Berechnung wiederum eine zu hohe Steigung des Feldes am Ende.

Die Ladungsdichteverläufe sowie die Vorwachs Vorgänge des Leaders zeigt Abbildung 5.42 und 5.43. Die erreichten Leaderhöhen variieren hierbei stark von der maximalen Höhe von 7500 m für konstantes Vorwachsen ohne Mindestladung mit  $v_m = 3 \cdot 10^6 m/s$ , bis 3520 m bei Wahl von  $q_{mk} = 100 \mu C/m$  mit einer mittleren Geschwindigkeit von  $v_m = 398970 m/s$ .



**Abb. 5.42:** Ladungsdichten in Abhängigkeit von  $z$



**Abb. 5.43:** Leadervorwachsungsvorgänge

## 6 Zusammenfassung

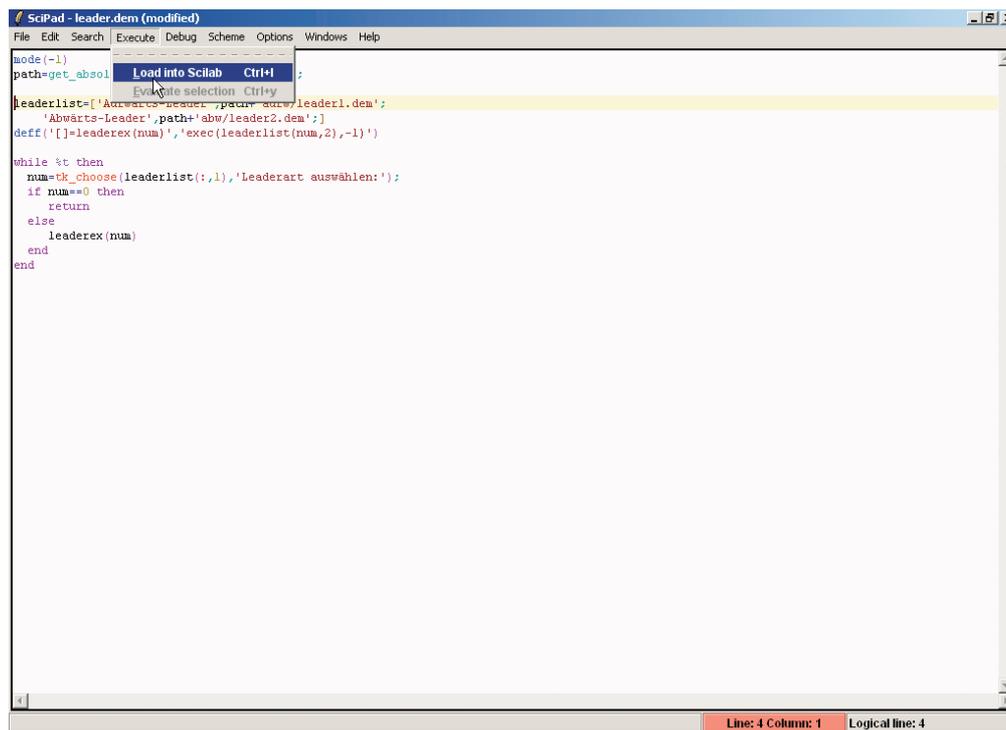
Aus der Parameteranalyse ist ersichtlich, dass beim Abwärtsleader die Ladungsverteilung nur einen quantitativen Effekt auf den Feldverlauf besitzt. Die wesentlichen Unterschiede im Feldverlauf wurden durch Variation der Leadergeometrie erzielt. Anders gibt es beim Aufwärtsleader einen gravierenden Unterschied im Feldverlauf zwischen einer exponentiellen und einer konstanten Ladungsverteilung. Auch hier wird der Feldverlauf durch die Geometrie stark beeinflusst, wobei hier die Knickhöhe, anders als beim Abwärtsleader, eine entscheidende Rolle spielt.

Bei der Berechnung des Feldverlaufes aus gemessenen Stromwerten und Vergleich des Ergebnisses mit dem gemessenen Feldverlauf wurde festgestellt, dass ein direktes Berechnen des Feldverlaufes nicht zielführend ist. Durch die Einführung von Mindestladungen, die das weitere Vorwachsen des Leaders bestimmen, wurde im berechneten Feldverlauf eine Tendenz in Richtung Messung festgestellt. Jedoch können sich geringe Änderungen der Werte sehr stark im Feldverlauf auswirken und die Aufteilung der Mindestladungsdichte, in einem konstanten Wert und einem Gradienten, ist sehr willkürlich. So wurde zum Beispiel festgestellt, dass die Wahl einer exponentiell ansteigenden Mindestladungsdichte ebenfalls brauchbare Ergebnisse liefert. Ein weiterer wichtiger Faktor bei der Berechnung ist auch die Geschwindigkeit in den Ruckstufen, da auch diese einen wesentlichen Einfluss auf den Feldverlauf hat. Ob der in dieser Arbeit gewählte Versuch, die Vorgabe von Mindestladungsdichten, einen brauchbaren Ansatz zur Feldberechnung von Leadern bietet, muss sich noch weisen.

# Anhang

## A Eingabebeispiel Programm „Leader“

Es wird nun kurz ein Beispiel der Parametereingabe und dessen Ergebnisse für die Berechnung eines Aufwärtsleaders, der ab 500 m unter  $\alpha = 45^\circ$  geneigt ist, dargestellt. Um die Berechnung zu starten muss zunächst die Datei „leader.dem“ in den Editor von SCILab geladen werden. Der Programmstart erfolgt mit dem Menüpunkt „Load into Scilab“



*Screenshot 1: SCILab-Editor*

Nach dem Programmstart wird eine Auswahlbox der Leaderarten eingeblendet, in der nun die Option „Aufwärtsleader“ ausgewählt werden kann.



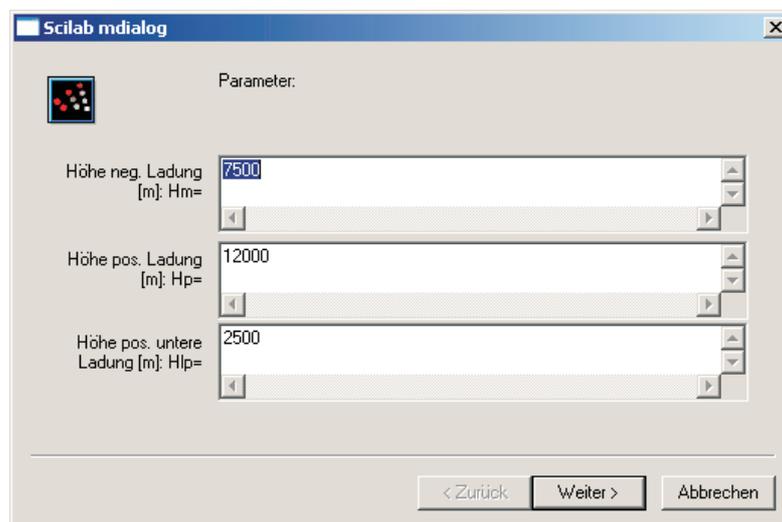
*Screenshot 2: Leaderartauswahl*

Dies führt zu dem Auswahlfeld der Ladungsverteilungsarten, wo nun die doppelt-exponentielle Ladungsverteilung „exp-exp“ gewählt wird.



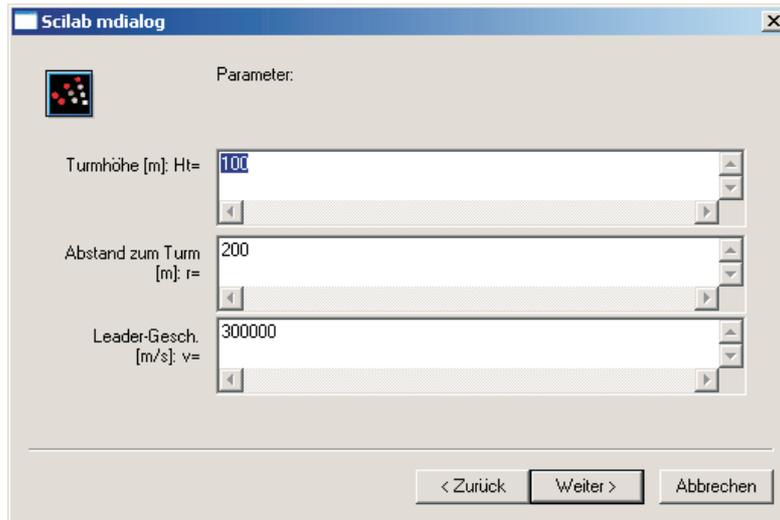
*Screenshot 3: Ladungsverteilungsauswahl*

Anschließend erfolgt die Eingabe der Parameter, beginnend mit den Höhen der einzelnen Wolkenladungen



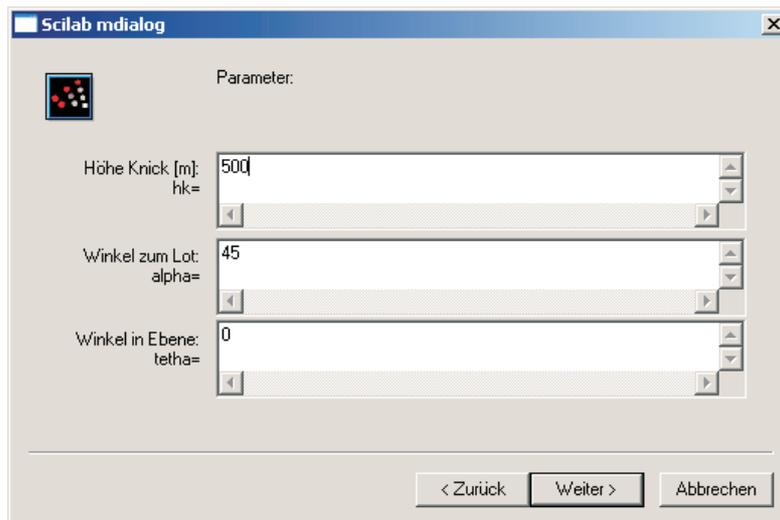
*Screenshot 4: Parametereingabe*

gefolgt von der Turmhöhe und dem Abstand Turm - Messpunkt, sowie der mittleren Leaugeschwindigkeit.



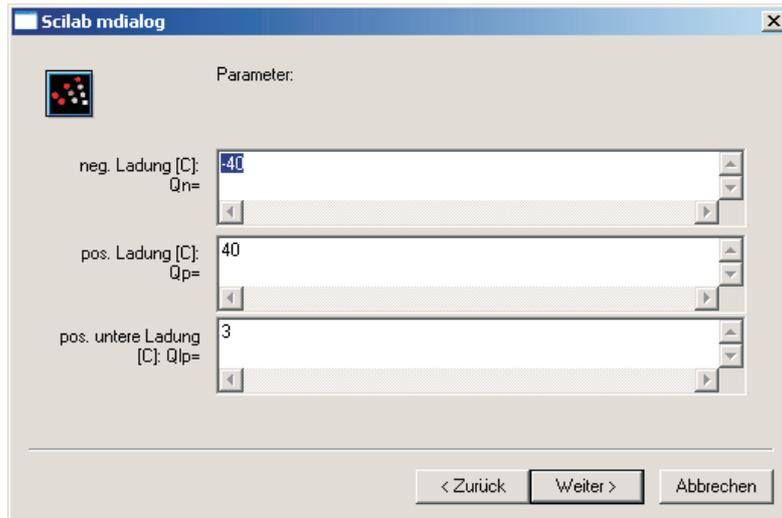
*Screenshot 5: Parametereingabe*

Anschließend erfolgt die Eingabe der Geometrie, also  $h_k$ ,  $\alpha$  und  $\theta$



*Screenshot 6: Parametereingabe*

sowie die Ladungskomponenten der Wolke.



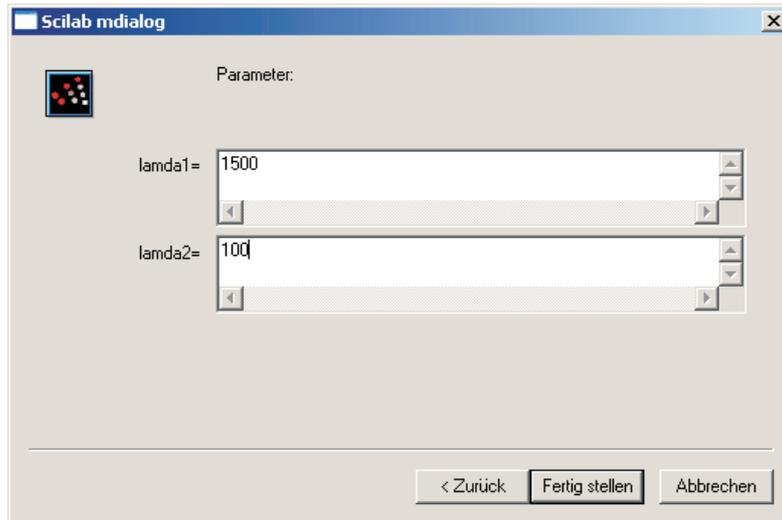
*Screenshot 7: Parametereingabe*

Als nächstes wird der Parameter der Ladungsdichte  $q_0$  angegeben und da das Feld in die einzelnen Komponenten aufgespaltet werden soll, wird im Eingabefeld Darstellung eine „1“ eingetragen und als Diagrammfarbe wird grün („1“) gewählt.



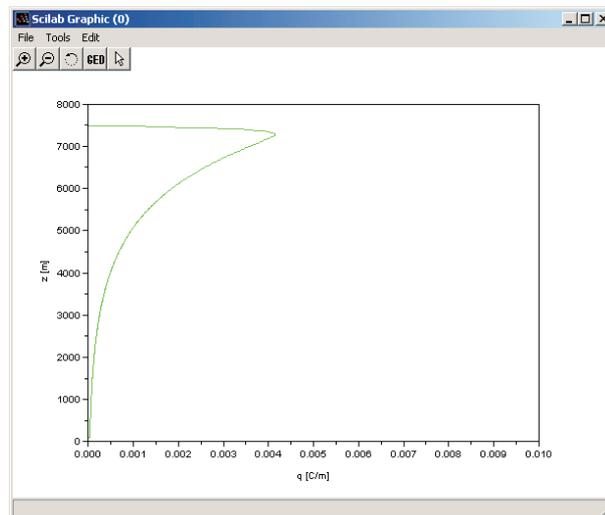
*Screenshot 8: Parametereingabe*

Zuletzt werden noch die Parameter der Ladungsverteilung  $\lambda_1$  und  $\lambda_2$  angegeben, bevor die Parametereingabe mit „Fertig stellen“ abgeschlossen wird.



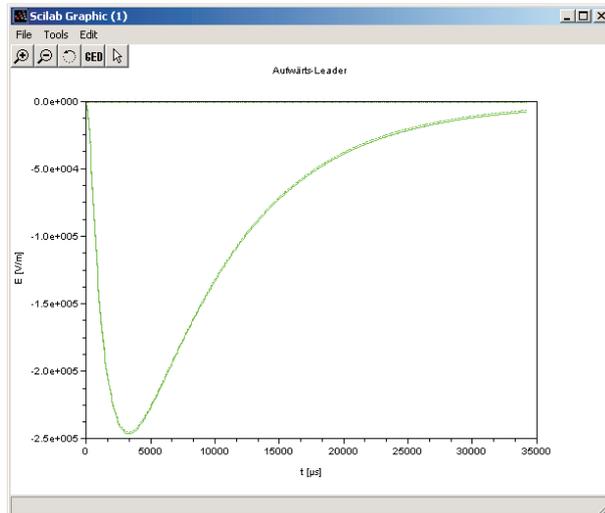
*Screenshot 9: Parametereingabe*

Nun erfolgt in einem ersten Schritt die Berechnung der Ladungsverteilung und die Ausgabe dieser zum Zeitpunkt, wenn der Leader seine volle Länge erreicht hat.



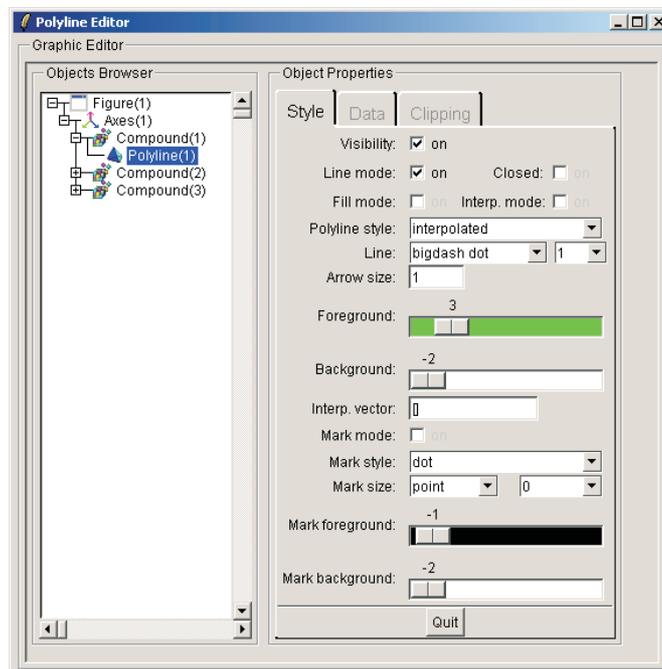
*Screenshot 10: Diagramm Ladungsverteilung*

Anschließend erfolgt die Berechnung des Feldes und dessen Ausgabe.



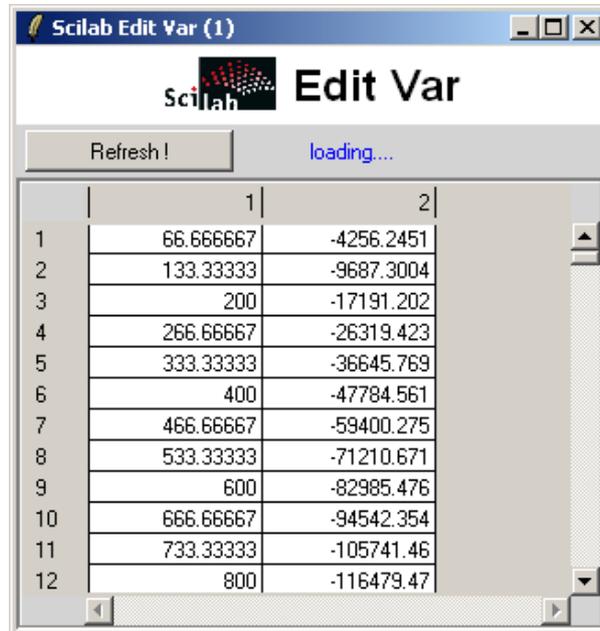
*Screenshot 11: Diagramm Feldverlauf*

Zur Bearbeitung der Diagrammeigenschaften kann mittels Button „GED“ oder im Menü des Diagrammes mit „Edit“->“Figure properties“, ein Fenster mit dessen Einstellungen geöffnet werden, worin die einzelnen Diagrammelemente ausgewählt und deren Darstellungseigenschaften bearbeitet werden können.



*Screenshot 12: Diagramm-Eigenschaften*

Hier können auch bei Auswahl einer Diagrammlinie „Polyline“ in dessen „Object Properties“ „Data“ die Datenpunkte der Kurve geöffnet werden, indem im Pulldownmenü der Punkt „Edit data...“ gewählt wird.



The screenshot shows a window titled "Scilab Edit Var (1)" with the Scilab logo and the text "Edit Var". Below the title bar, there is a "Refresh!" button and a "loading..." status indicator. The main area contains a table with two columns, labeled "1" and "2", and 12 rows of data. The table has a scroll bar on the right side.

	1	2
1	66.66667	-4256.2451
2	133.33333	-9687.3004
3	200	-17191.202
4	266.66667	-26319.423
5	333.33333	-36645.769
6	400	-47784.561
7	466.66667	-59400.275
8	533.33333	-71210.671
9	600	-82985.476
10	666.66667	-94542.354
11	733.33333	-105741.46
12	800	-116479.47

*Screenshot 13: Diagramm-Werte*

## B SCILab-Programm „Leader“

### B.1 Programmdatei „leader.dem“

Dient der Auswahl von Aufwärts- und Abwärtsleader.

```
/**
 * Auswahl Abwärtsleader - Aufwärtsleader
 *
 *
 * Andreas Schimmel 9927383
 */
/**

mode(-1)
path=get_absolute_file_path('leader.dem'); // Programmpfad

leaderlist=['Aufwärts-Leader',path+'aufw/leader1.dem'; // Auswahlliste
            'Abwärts-Leader',path+'abw/leader2.dem'];]
deff('[]=leaderex(num)', 'exec(leaderlist(num,2),-1)')

while %t then
    num=tk_choose(leaderlist(:,1),'Leaderart auswählen:'); // Warten auf Auswahl
    if num==0 then
        return
    else
        leaderex(num)
    end
end
end
```

### B.2 Programmdatei „leader1.dem“

Berechnung und Darstellung des Feldes von Aufwärtsleader.

```
/**
 * Aufwärts-Leader
 *
 *
 * Andreas Schimmel 9927383
 */
/**

mode(-1)

/**
 * Pfad für Werte-Datei (werte1.txt)
 */
Werte=[];
path=get_absolute_file_path('leader1.dem');
datei=path+'/werte1.txt'

/**
 * Ladungsverteilung-Auswahl
 */
ldvlist=['konst';
         'exp'
         'exp-exp'
         'Stromwerte'];
num=tk_choose(ldvlist(:,1),'Ladungsverteilung wählen:');

pi=3.141592654;

select num

/**
 * Parametereingabe konst-Verteilung
 */
case 1 then
Werte=string(read(datei,-1,15)) // Werte aus txt-Datei
txt=['Höhe neg. Ladung [m]: Hm='; 'Höhe pos. Ladung [m]: Hp='; 'Höhe pos. untere Ladung [m]: Hlp=';
     'Turmhöhe [m]: Ht='; 'Abstand zum Turm [m]: r='; 'Leader-Gesch. [m/s]: v='; 'Höhe Knick [m]: hk=';
     'Winkel zum Lot: alpha='; 'Winkel in Ebene: tetha='; 'neg. Ladung [C]: Qn='; 'pos. Ladung [C]: Qp=';
     'pos. untere Ladung [C]: Qlp='; 'Ladungsdichte [C/m]: qo='; 'Darstellung (1=Aufspaltung):';
     'Farbe (1-4):'];
sig=x_mdialog('Parameter:',txt, Werte) // Eingabefenster
Hm=evstr(sig(1))
```

```

Hp=evstr(sig(2))
Hlp=evstr(sig(3))
Ht=evstr(sig(4))
r=evstr(sig(5))
v=evstr(sig(6))
hk=evstr(sig(7))
alpha=evstr(sig(8))*pi/180
tetha=evstr(sig(9))*pi/180
Qn=evstr(sig(10))
Qp=evstr(sig(11))
Qlp=evstr(sig(12))
qo=evstr(sig(13))
dst=evstr(sig(14))
col=evstr(sig(15))
lamda1=0;
lamda2=0;

//***** Parametereingabe exp-Verteilung *****
case 2 then
Werte=string(read(datei,-1,16))
txt=['Höhe neg. Ladung [m]: Hm=';'Höhe pos. Ladung [m]: Hp=';'Höhe pos. untere Ladung [m]: Hlp=';
'Turmhöhe [m]: Ht=';'Abstand zum Turm [m]: r=';'Leader-Gesch. [m/s]: v=';'Höhe Knick [m]: hk=';
'Winkel zum Lot: alpha=';'Winkel in Ebene: tetha=';'neg. Ladung [C]: Qn=';'pos. Ladung [C]: Qp=';
'pos. untere Ladung [C]: Qlp=';'Ladungsdichte [C/m]: qo=';'Darstellung (1=Aufspaltung)=';
'Farbe (1-4):';'lamda='];
sig=x_mdialog('Parameter:',txt,Werte)
Hm=evstr(sig(1))
Hp=evstr(sig(2))
Hlp=evstr(sig(3))
Ht=evstr(sig(4))
r=evstr(sig(5))
v=evstr(sig(6))
hk=evstr(sig(7))
alpha=evstr(sig(8))*pi/180
tetha=evstr(sig(9))*pi/180
Qn=evstr(sig(10))
Qp=evstr(sig(11))
Qlp=evstr(sig(12))
qo=evstr(sig(13))
lamda1=evstr(sig(16))
dst=evstr(sig(14))
col=evstr(sig(15))
lamda2=0;

//***** Parametereingabe exp-exp-Verteilung *****
case 3 then
Werte=string(read(datei,-1,17))
txt=['Höhe neg. Ladung [m]: Hm=';'Höhe pos. Ladung [m]: Hp=';'Höhe pos. untere Ladung [m]: Hlp=';
'Turmhöhe [m]: Ht=';'Abstand zum Turm [m]: r=';'Leader-Gesch. [m/s]: v=';'Höhe Knick [m]: hk=';
'Winkel zum Lot: alpha=';'Winkel in Ebene: tetha=';'neg. Ladung [C]: Qn=';'pos. Ladung [C]: Qp=';
'pos. untere Ladung [C]: Qlp=';'Ladungsdichte [C/m]: qo=';'Darstellung (1=Aufspaltung)=';
'Farbe (1-4):';'lamda1=';'lamda2='];
sig=x_mdialog('Parameter:',txt,Werte)
Hm=evstr(sig(1))
Hp=evstr(sig(2))
Hlp=evstr(sig(3))
Ht=evstr(sig(4))
r=evstr(sig(5))
v=evstr(sig(6))
hk=evstr(sig(7))
alpha=evstr(sig(8))*pi/180
tetha=evstr(sig(9))*pi/180
Qn=evstr(sig(10))
Qp=evstr(sig(11))
Qlp=evstr(sig(12))
qo=evstr(sig(13))
lamda1=evstr(sig(16))
lamda2=evstr(sig(17))
dst=evstr(sig(14))
col=evstr(sig(15))

```

```

//***** Programmaufruf für Leaderberechnung mit Stromwerten (leader1a.dem) *****
case 4 then
exec(path+'leader1a.dem')
end

//***** Abspeichern der Werte in txt-Datei *****
if num<4 then
Werte=[];
Werte=string([Hm, Hp, Hlp, Ht, r, v, hk, alpha*180/pi, tetha*180/pi, Qn, Qp, Qlp, qo, dst, col,
lamda1, lamda2]);
mdelete(datei);
write(datei,Werte,'(a)');

//***** Konstante, Variablen *****
f0=scf(0);
f1=scf(1);
eps=8.854187817E-12;
dt=2/v*10;
dti=5.000D-08
dz=dt*v;
dz1=dz;
t=0;
j=1;
k=1;
im=0;
z=Ht;
l=Ht;
x=[];
y=[];
yw=[];
yl=[];
q=[];

//***** Code für Farbauswahl *****
select col
case 1 then
farbe='g'
case 2 then
farbe='r'
case 3 then
farbe='b'
case 4 then
farbe='m'
end

//***** Vektor der Ladungsverteilung berechnen *****
while z<=Hm
select num
case 1 then // konstante Verteilung
q(k)=qo;
case 2 then // exponentielle Verteilung
q(k)=qo*exp(-(l-Ht)/lamda1);
case 3 then // doppelt-exp. Verteilung
q(k)=qo*(exp(-(l-Ht)/lamda1)-exp(-(l-Ht)/lamda2))
end
if z>=hk then // Knick des Leaderkanals
dz1=dz*cos(alpha);
end
z=z+dz1;
l=l+dz;
k=k+1;
if k>3000 then
break
end
end
kmax=k-1;

//***** Darstellung der Ladungsverteilung bei Höhe h=Hm *****
h=Hm;
z=Ht;
j=2;
dz1=dz;

```

```

x(1)=0;
y(1)=z;
while z<=h
    if z>=hk then
        dz1=dz*cos(alpha);
    end
    if j>3000 then
        break
    end
    x(j)=q((kmax*(h-Ht)/(Hm-Ht))-j+2);
    y(j)=z;
    j=j+1;
    z=z+dz1;
end
x(j)=0;
y(j)=z-dz1;
scf(f0);
plot(x,y,farbe + '-');
a=gca();
a.data_bounds=[0 0;0.01 Hm];
a.x_label.text="q [C/m]";
a.y_label.text="z [m]";
x=[];
y=[];
j=1;

//***** Berechnung Feld der Wolke *****
Rm=Hm^2+(r-(Hm-hk)*tan(alpha)*cos(tetha))^2+((Hm-hk)*tan(alpha)*sin(tetha))^2;
Rp=Hp^2+(r-(Hm-hk)*tan(alpha)*cos(tetha))^2+((Hm-hk)*tan(alpha)*sin(tetha))^2;
Rlp=Hlp^2+(r-(Hm-hk)*tan(alpha)*cos(tetha))^2+((Hm-hk)*tan(alpha)*sin(tetha))^2;
Ew=-Qn*Hm/(2*pi*eps*Rm^(3/2))-Qp*Hp/(2*pi*eps*Rp^(3/2))-Qlp*Hlp/(2*pi*eps*Rlp^(3/2));

//***** Berchnung des Leader-Feldes *****
n=1;
while n<kmax
    S1=0;
    k=0;
    a=0;
    z=Ht;
    dz1=dz;
    while k<=n
        if z>=hk then
            dz1=dz*cos(alpha);
            a=(z-hk)*tan(alpha);
        end
        R=z^2+(r-a*cos(tetha))^2+(a*sin(tetha))^2;
        S1=S1+(z/R^(3/2))*q(n-k+1)*dz;
        k=k+1;
        z=z+dz1;
    end
    El=-1/(2*pi*eps)*S1;
    E=Ew+El;
    x(n)=n*dt*10^6;
    y(n)=E;
    yl(n)=El;
    yw(n)=Ew;
    n=n+1;
end

//***** Darstellung d. Feldverlaufs *****
scf(f1);
plot(x,y,farbe + '-');
if dst==1 then
    plot(x,yl,farbe + '-');
    plot(x,yw,farbe + ':');
end
b=gca();
b.x_label.text="t [μs]";
b.y_label.text="E [V/m]";
text='Aufwärts-Leader'
xtitle(text);
end

```

## B.3 Programmdatei „leader1a.dem“

Berechnung und Darstellung des Feldes von Aufwärtsleader mit Ladungsverteilung aus gemessenen Stromwerten.

```
//*****
//*           Aufwärts-Leader aus Stromverlauf           *
//*           *                                           *
//* Andreas Schimmel 9927383                             *
//*****

mode(-1)

//***** Pfad für Werte-Datei (wertel1a.txt) *****
Werte=[];
path=get_absolute_file_path('leader1a.dem');
datei=path+'/wertel1a.txt'

pi=3.141592654;
f0=scf(0);
f1=scf(1);
f2=scf(2);
f3=scf(3);

//***** Parametereingabe für Verteilung aus Stromwerten *****
Werte=string(read(datei,-1,16)) // Werte aus txt-Datei
txt=['Höhe neg. Ladung [m]: Hm=';'Höhe pos. Ladung [m]: Hp=';'Höhe pos. untere Ladung [m]: Hlp=';
'Turmhöhe [m]: Ht=';'Abstand zum Turm [m]: r=';'Leader-Gesch. [m/s]: v=';'Höhe Knick [m]: hk=';
'Winkel zum Lot: alpha=';'Winkel in Ebene: tetha=';'neg. Ladung [C]: Qn=';'pos. Ladung [C]: Qp=';
'pos. untere Ladung [C]: Qlp=';'Mindestld.(konst) [C/m]: qmk=';'Mindestld. (z-abh.) [C/m]: qmh=';
'Darstellung (1=Aufspaltung):';'Farbe (1-4):'];
sig=x_mdialog('Parameter:',txt,Werte) // Eingabefenster
Hm=evstr(sig(1))
Hp=evstr(sig(2))
Hlp=evstr(sig(3))
Ht=evstr(sig(4))
r=evstr(sig(5))
v=evstr(sig(6))
hk=evstr(sig(7))
alpha=evstr(sig(8))*pi/180
tetha=evstr(sig(9))*pi/180
Qn=evstr(sig(10))
Qp=evstr(sig(11))
Qlp=evstr(sig(12))
qmk=evstr(sig(13))
qmh=evstr(sig(14))
dst=evstr(sig(15))
col=evstr(sig(16))
txt=xgetfile(title='Datei mit Stromwerte wählen:') // Auswahl der Stromdaten-Datei
I=read(txt,-1,1) // Einlesen der Stromwerte

//***** Abspeichern der Werte in txt-Datei *****
Werte=[];
Werte=string([Hm, Hp, Hlp, Ht, r, v, hk, alpha*180/pi, tetha*180/pi, Qn, Qp, Qlp, qmk, qmh, dst, col]);
mdelete(datei);
write(datei,Werte,'(a)');

//***** Konstante, Variablen *****
eps=8.854187817E-12;
dt=20E-6;
dti=2E-7 //5E-8;
dz=dt*v;
dz1=dz;
t=0;
j=1;
k=1;
im=0;
z=Ht;
x=[];
y=[];
yw=[];
```

```

yl=[];
q=[];
xx=[];
yy=[];

//***** Code für Farbauswahl *****
select col
case 1 then
farbe='g'
case 2 then
farbe='r'
case 3 then
farbe='b'
case 4 then
farbe='m'
end

//***** Vektor der Ladungsverteilung berechnen *****
while j<(length(I)-dt/dti) // Schleife über alle Stromwerte
while t<=dt // Mittelwert des Stromes in dt
im=im+I(j);
j=j+1;
t=t+dti;
end
im=im/(dt/dti);
q(k)=im*dt/dz; // Ladungsdichte aus mittlerem Strom
j=j-1;
t=0;
im=0;
yy(k)=q(k);
xx(k)=k*dt*10^6;
k=k+1;
end

//***** Darstellung der Ladungsverteilung über der Zeit *****
scf(f2);
plot(xx,yy,farbe + '-')
a=gca(); // Diagrammbeschriftung
a.x_label.text="t [ $\mu$ s]";
a.y_label.text="q [C/m]";

x=[];
y=[];
hh=[];
j=1;

//***** Berechnung Feld der Wolke *****
Rm=Hm^2+(r-(Hm-hk)*tan(alpha)*cos(tetha))^2+((Hm-hk)*tan(alpha)*sin(tetha))^2;
Rp=Hp^2+(r-(Hm-hk)*tan(alpha)*cos(tetha))^2+((Hm-hk)*tan(alpha)*sin(tetha))^2;
Rlp=Hlp^2+(r-(Hm-hk)*tan(alpha)*cos(tetha))^2+((Hm-hk)*tan(alpha)*sin(tetha))^2;
Ew=-Qn*Hm/(2*pi*eps*Rm^(3/2))-Qp*Hp/(2*pi*eps*Rp^(3/2))-Qlp*Hlp/(2*pi*eps*Rlp^(3/2));

//***** Berchnung des Leader-Feldes *****
n=1;
m=1;
h=Ht;
ref=0;
qq=[];
ht=[];
qq(1)=q(1);
ex=length(q);

while h<Hm // Schleife über ges. Leaderlänge
Sl=0;
a=0;
z=Ht;
dz1=dz;
k=0;
if n>ex then // Abbruch bei Ende des Ladungsvektors
break
end

```

```

while k<m
    if z>=hk then
        dz1=dz*cos(alpha);
        a=(z-hk)*tan(alpha);
    end
    R=z^2+(r-a*cos(tetha))^2+(a*sin(tetha))^2;
    S1=S1+(z/R^(3/2))*qq(m-k)*dz;
    z=z+dz1;
    k=k+1;
end
if abs(qq(m))<(qmk+z*qmh) then
    qq(m)=qq(m)+q(n);
else
    m=m+1;
    qq(m)=q(n);
    h=z;
    hh(m)=z;
end

El=-1/(2*pi*eps)*S1;
E=Ew+El;
x(n)=n*dt*10^6;
ht(n)=z;
y(n)=E;
yl(n)=El;
yw(n)=Ew;
n=n+1;
end

// Leaderfeld bei Höhe h(t)
// Knick des Leaderkanals

// Summe für das Leaderfeld für h(t)

// Überprüfung Mindestladungsdichte
// Erhöhung der Ladung in dz

// Vorwachsen des Leaders

// Leaderfeld
// Gesamtfeld

//***** Darstellung der Ladungsverteilung bei Höhe h *****
scf(f0);
plot(qq,hh,farbe + '-');
c=gca();
c.x_label.text="q [C/m]";
c.y_label.text="z [m]";
// Diagrammbeschriftung

//***** Darstellung der Leaderhöhe über der Zeit *****
scf(f3);
plot(x,ht,farbe + '-');
d=gca();
d.x_label.text="t [µs]";
d.y_label.text="z [m]";
text='mittlere Gesch.: v' + string((ht(n-1)-Ht)/x(n-1)*10^6) + 'm/s'; //mittlere Gesch.
xtitle(text);

//***** Darstellung d. Feldverlaufs *****
scf(f1);
plot(x,y,farbe + '-');
if dst==1 then
    plot(x,yl,farbe + '--');
    plot(x,yw,farbe + ':');
end
b=gca();
b.x_label.text="t [µs]";
b.y_label.text="E [V/m]";
text='Aufwärts-Leader aus Stromwerten'
xtitle(text);

```

## B.4 Programmdatei „leader2.dem“

Berechnung und Darstellung des Feldes von Abwärtsleader.

```
//*****
//*                               Abwärts-Leader                               *
//*                               *                                           *
//* Andreas Schimmel 9927383                                             *
//*****

mode(-1)

//***** Pfad für Werte-Datei (werte2.txt) *****
Werte=[];
path=get_absolute_file_path('leader2.dem');
datei=path+'/werte2.txt'

//***** Ladungsverteilung-Auswahl *****
ldvlist=['konst';
         'exp'
         'exp-exp'];
num=tk_choose(ldvlist(:,1),'Ladungsverteilung wählen:');

f0=scf(0);
f1=scf(1);
pi=3.141592654;

select num

//***** Parametereingabe konst-Verteilung *****
case 1 then
Werte=string(read(datei,-1,15))           // Werte aus txt-Datei
txt=['Höhe neg. Ladung [m]: Hm=';'Höhe pos. Ladung [m]: Hp=';'Höhe pos. untere Ladung [m]: Hlp=';
'Turmhöhe [m]: Ht=';'Abstand zum Turm [m]: r=';'Leader-Gesch. [m/s]: v=';'Höhe Knick [m]: hk=';
'Winkel zum Lot: alpha=';'Winkel in Ebene: tetha=';'neg. Ladung [C]: Qn=';'pos. Ladung [C]: Qp=';
'pos. untere Ladung [C]: Qlp=';'Ladungsdichte [C/m]: qo=';'Darstellung (1=Aufspaltung):';
'Farbe (1-4):'];
sig=x_mdialog('Parameter:',txt,Werte)     // Eingabefenster
Hm=evstr(sig(1))
Hp=evstr(sig(2))
Hlp=evstr(sig(3))
Ht=evstr(sig(4))
r=evstr(sig(5))
v=evstr(sig(6))
hk=evstr(sig(7))
alpha=evstr(sig(8))*pi/180
tetha=evstr(sig(9))*pi/180
Qn=evstr(sig(10))
Qp=evstr(sig(11))
Qlp=evstr(sig(12))
qo=evstr(sig(13))
dst=evstr(sig(14))
col=evstr(sig(15))
lamda1=0;
lamda2=0;

//***** Parametereingabe exp-Verteilung *****
case 2 then
Werte=string(read(datei,-1,16))
txt=['Höhe neg. Ladung [m]: Hm=';'Höhe pos. Ladung [m]: Hp=';'Höhe pos. untere Ladung [m]: Hlp=';
'Turmhöhe [m]: Ht=';'Abstand zum Turm [m]: r=';'Leader-Gesch. [m/s]: v=';'Höhe Knick [m]: hk=';
'Winkel zum Lot: alpha=';'Winkel in Ebene: tetha=';'neg. Ladung [C]: Qn=';'pos. Ladung [C]: Qp=';
'pos. untere Ladung [C]: Qlp=';'Ladungsdichte [C/m]: qo=';'Darstellung (1=Aufspaltung):';
'Farbe (1-4):';'lamda [m]='];
sig=x_mdialog('Parameter:',txt,Werte)
Hm=evstr(sig(1))
Hp=evstr(sig(2))
Hlp=evstr(sig(3))
Ht=evstr(sig(4))
```

```

r=evstr(sig(5))
v=evstr(sig(6))
hk=evstr(sig(7))
alpha=evstr(sig(8))*pi/180
tetha=evstr(sig(9))*pi/180
Qn=evstr(sig(10))
Qp=evstr(sig(11))
Qlp=evstr(sig(12))
qo=evstr(sig(13))
lamda1=evstr(sig(16))
dst=evstr(sig(14))
col=evstr(sig(15))
lamda2=0;

//***** Parametereingabe exp-exp-Verteilung *****
case 3 then
Werte=string(read(datei,-1,17))
txt=['Höhe neg. Ladung [m]: Hm=';'Höhe pos. Ladung [m]: Hp=';'Höhe pos. untere Ladung [m]: Hlp=';
'Turmhöhe [m]: Ht=';'Abstand zum Turm [m]: r=';'Leader-Gesch. [m/s]: v=';'Höhe Knick [m]: hk=';
'Winkel zum Lot: alpha=';'Winkel in Ebene: tetha=';'neg. Ladung [C]: Qn=';'pos. Ladung [C]: Qp=';
'pos. untere Ladung [C]: Qlp=';'Ladungsdichte [C/m]: qo=';'Darstellung (1=Aufspaltung):';
'Farbe (1-4):';'lamda1=';'lamda2='];
sig=x_mdialog('Parameter:',txt,Werte)
Hm=evstr(sig(1))
Hp=evstr(sig(2))
Hlp=evstr(sig(3))
Ht=evstr(sig(4))
r=evstr(sig(5))
v=evstr(sig(6))
hk=evstr(sig(7))
alpha=evstr(sig(8))*pi/180
tetha=evstr(sig(9))*pi/180
Qn=evstr(sig(10))
Qp=evstr(sig(11))
Qlp=evstr(sig(12))
qo=evstr(sig(13))
lamda1=evstr(sig(16))
lamda2=evstr(sig(17))
dst=evstr(sig(14))
col=evstr(sig(15))
end

//***** Abspeichern der Werte in txt-Datei *****
Werte=[];
Werte=string([Hm, Hp, Hlp, Ht, r, v, hk, alpha*180/pi, tetha*180/pi, Qn, Qp, Qlp, qo, dst, col, lamda1, lamda2]);
mdelete(datei);
write(datei,Werte,'(a)');

//***** Konstante, Variablen *****
eps=8.854187817E-12;
c=3E8;
dt=1/v*10;
dz=dt*v;
t=0;
j=1;
k=1;
z=Ht;
l=Ht;
x=[];
y=[];
yw=[];
yl=[];
q=[];

//***** Code für Farbauswahl *****
select col
case 1 then
farbe='g'
case 2 then
farbe='r'
case 3 then
farbe='b'

```

```

case 4 then
farbe='m'
end

//***** Vektor der Ladungsverteilung berechnen *****
while z<=Hm
select num
case 1 then // konstante Verteilung
q(k)=qo;
case 2 then // exponentielle Verteilung
q(k)=qo*exp(-(1-Ht)/lamda1);
case 3 then // doppelt-exp. Verteilung
q(k)=qo*(exp(-(1-Ht)/lamda1)-exp(-(1-Ht)/lamda2))
end
if z<=hk then // Knick des Leaderkanals
dz1=dz*cos(alpha);
else
dz1=dz;
end
z=z+dz1;
l=l+dz;
k=k+1;
if k>3000 then
break
end
end
kmax=k-1;

//***** Darstellung der Ladungsverteilung bei Höhe h=Ht *****
h=Ht;
z=h;
j=2;
x(1)=0;
y(1)=z;
while z<=Hm // Schleife über Leaderkanallänge
if z<=hk then // Knick des Leaderkanals
dz1=dz*cos(alpha);
else
dz1=dz;
end
if j>3000 then
break
end
x(j)=q(j-1);
y(j)=z;
j=j+1;
z=z+dz1;
end

x(j)=0; // Anfang- und Endwerte
y(j)=z-dz1;
scf(f0);
plot(x,y,farbe + '-'') // Ausgabe des Verlaufs
a=gca();
a.data_bounds=[-0.01 0;0 Hm]; // Anzeigebereich
a.x_label.text="q [C/m]"; // Diagrammbeschriftung
a.y_label.text="z [m]";

x=[];
y=[];
j=1;

//***** Berechnung Feld der Wolke *****
Rm=Hm^2+(r-(hk-Ht)*tan(alpha)*cos(tetha))^2+((hk-Ht)*tan(alpha)*sin(tetha))^2;
Rp=Hp^2+(r-(hk-Ht)*tan(alpha)*cos(tetha))^2+((hk-Ht)*tan(alpha)*sin(tetha))^2;
Rlp=Hlp^2+(r-(hk-Ht)*tan(alpha)*cos(tetha))^2+((hk-Ht)*tan(alpha)*sin(tetha))^2;
Ewo=-Qn*Hm/(2*pi*eps*Rm^(3/2))-Qp*Hp/(2*pi*eps*Rp^(3/2))-Qlp*Hlp/(2*pi*eps*Rlp^(3/2));

```

```

//***** Berchnung des Leader-Feldes *****
n=1;
while n<kmax // Schleife über ges. Leaderlänge
S1=0;
Sw=0;
k=0;
z=Hm;
while k<=n // Leaderfeld bei Höhe h(t)
if z<hk then // Knick des Leaderkanals
dz1=dz*cos(alpha);
a=(z-Ht)*tan(alpha);
else
dz1=dz;
a=(hk-Ht)*tan(alpha);
end
R=z^2+(r-a*cos(tetha))^2+(a*sin(tetha))^2;
Sw=Sw+(-Hm/Rm^(3/2))*q(n-k+1)*dz // Summe duch Ladungsabnahme der Wolke
S1=S1+(z/R^(3/2))*q(n-k+1)*dz // Summe für das Leaderfeld für h(t)
k=k+1;
z=z-dz1;
end
Ew=Ewo-1/(2*pi*eps)*Sw; // Wolkenfeld
El=-1/(2*pi*eps)*S1; // Leaderfeld
E=Ew+El; // Gesamtfeld
x(n)=n*dt*10^6;
y(n)=E;
yl(n)=El;
yw(n)=Ew;
n=n+1;
end

//***** Darstellung d. Feldverlaufs *****
scf(f1);
plot(x,y,farbe + '-'') // Darstellung Gesamtfeld
if dst==1 then
plot(x,yl,farbe + '--'') // Darstellung Leaderfeld
plot(x,yw,farbe + ':'') // Darstellung Wolkenfeld
end
b=gca(); // Diagrammbeschriftung
b.x_label.text="t [ $\mu$ s]";
b.y_label.text="E [V/m]";
text='Abwärts-Leader'
xtitle(text)
end

```

## Literatur

- [1] H. Volland  
*Handbook of Atmospheric Electrodynamics.*  
CRC. Press; Boca Raton, London Tokyo 1994
  
- [2] V. A. Rakov u. M. A. Uman  
*Lightning, Physics and Effects.*  
Cambridge University Press, 2003
  
- [3] W. Hadrian  
*Blitzschutz.*  
Vorlesungsskriptum, Technische Universität Wien 2003
  
- [4] A. Prechtl  
*Grundlagen der Elektrotechnik, Band 1.*  
Springer-Verlag, Wien 1994
  
- [5] R. Thottappillil  
*Lightning channel charge distribution.*  
Journal of geophysical research, Vol. 102, 1997
  
- [6] E. M. Thomson  
*Electrostatic field wave shapes.*  
Journal of geophysical research, Vol. 90, 1985
  
- [7] M. Rubenstein  
*Characterization of vertical electric fields.*  
Journal of geophysical research, Vol. 100, 1995
  
- [8] U. Finke  
*Luftelektrizität.*  
Skriptum, Institut für Meteorologie und Klimatologie, Universität Hannover

# Abbildungsverzeichnis

2.1	Ladungsverteilung in der Gewitterzelle . . . . .	7
2.2	Abwärtsblitz (a), Aufwärtsblitz (b) (aus [8]) . . . . .	8
2.3	Ablauf neg. Abwärtsblitz aus [3] . . . . .	9
2.4	Messanordnung Gaisberg (schematisch) . . . . .	11
3.1	Feldberechnung Punktladung . . . . .	12
3.2	Feldberechnung Gewitterwolke . . . . .	13
3.3	Feldstärke unter einer Gewitterwolke . . . . .	14
3.4	Feldberechnung Aufwärtsleader . . . . .	16
3.5	Feldberechnung Abwärtsleader . . . . .	16
3.6	Ladungsverteilung entlang des Abwärtsleaders (a) und Aufwärtsleaders (b) bei vollständig ausgebildetem Leaderkanal ( $t = (H_m - H_t)/v$ ) . . . . .	17
3.7	Ladungsverteilung entlang des Abwärtsleaders (a) und Aufwärtsleaders (b) bei vollständig ausgebildetem Leaderkanal ( $t = (H_m - H_t)/v$ ) . . . . .	18
3.8	Ladungsverteilung entlang des Abwärtsleaders (a) und Aufwärtsleaders (b) bei vollständig ausgebildetem Leaderkanal ( $t = (H_m - H_t)/v$ ) . . . . .	18
3.9	Geometrisches Leadermodell . . . . .	19
3.10	Verschiebung der Wolkenladung . . . . .	21
4.1	Beispiel el. Feld und Strommessung . . . . .	27
4.2	Vergleich: berechnete Feldverläufe - Feldverläufe aus [7] . . . . .	28
5.1	Die verschiedenen betrachteten Ladungsverteilungen beim Abwärtsleader . . . . .	30
5.2	Elektrisches Feld bei versch. Ladungsverteilungen . . . . .	31
5.3	Variation von $r$ - konstante Ladungsverteilung . . . . .	32
5.4	Variation von $r$ - doppelt-exp. Ladungsverteilung . . . . .	32
5.5	Vergleich Abnahme der max. erreichten Feldstärke in Abhängigkeit von $r$ bei konst. und doppelt-exp. Ladungsverteilung . . . . .	33
5.6	Aufspaltung in die Komponenten Wolke- Leaderfeld . . . . .	34
5.7	Feld in Abstand 200 m bei Variation der Leadergeschwindigkeit . . . . .	35
5.8	Variation $\alpha$ - konst. Ladungsverteilung . . . . .	36
5.9	Variation $\alpha$ - doppelt-exp. Ladungsverteilung . . . . .	37
5.10	Maximal erreichte Feldstärke abhängig von $\alpha$ bei konstanter, exponentieller und doppelt-exp. Ladungsverteilung . . . . .	37
5.11	Verlauf Wolkenfeld über $\alpha$ . . . . .	38
5.12	Vergleich $r$ -Abhängigkeit $\alpha = 0^\circ$ , $\alpha = 45^\circ$ und $\alpha = 89^\circ$ bei konst. Ladungsverteilung . . . . .	39
5.13	Vergleich $r$ -Abhängigkeit $\alpha = 0^\circ$ , $\alpha = 45^\circ$ und $\alpha = 89^\circ$ bei doppelt-exp. Ladungsverteilung . . . . .	40
5.14	Variation $h_k$ - konst. Ladungsverteilung . . . . .	41
5.15	Feldstärkeendwerte in Abhängigkeit von der Höhe $h_k$ . . . . .	41
5.16	Variation von $\theta$ bei konst. Ladungsdichte und mit $\alpha = 45^\circ$ geneigtem Kanal . . . . .	42
5.17	Die verschiedenen betrachteten Ladungsverteilungen beim Aufwärtsleader . . . . .	43
5.18	Elektrisches Feld der versch. Ladungsverteilungen ( $r = 200\text{ m}$ ) . . . . .	44
5.19	Variation von $r$ - konstante Ladungsverteilung . . . . .	45
5.20	Variation von $r$ - doppelt-exp. Ladungsverteilung . . . . .	46
5.21	Vergleich Maximalwerte in Abhängigkeit von $r$ (a), Zeitpunkt des Feldstärkemaximums bei doppelt-exp. Ladungsverteilung in Abhängigkeit von $r$ (b) . . . . .	46
5.22	Variation der Leadergeschwindigkeit . . . . .	47

5.23	Variation $\alpha$ - konst. Ladungsverteilung . . . . .	48
5.24	Variation $\alpha$ - doppelt-exp. Ladungsverteilung . . . . .	49
5.25	Vergleich r-Abhängigkeit $\alpha = 0^\circ$ , $\alpha = 45^\circ$ und $\alpha = 89^\circ$ (konst. Ladungsverteilung) . . . . .	50
5.26	Vergleich r-Abhängigkeit $\alpha = 0^\circ$ , $\alpha = 45^\circ$ und $\alpha = 89^\circ$ (doppelt-exp. Ladungsverteilung) . . . . .	51
5.27	Variation $h_k$ - konst. Ladungsverteilung . . . . .	52
5.28	Variation $h_k$ - doppelt-exp. Ladungsverteilung . . . . .	53
5.29	Max. erreichte Feldstärke abhängig von $h_k$ (a), Zeitpunkt der max. Feldstärke in Abhängigkeit von $h_k$ (b) .	53
5.30	Variation $\theta$ - konst Ladungsdichte . . . . .	54
5.31	Variation $\theta$ - doppelt-exp. Ladungsdichte . . . . .	55
5.32	Stromverlauf (a), gemessener Feldverlauf (b) . . . . .	56
5.33	Zeitlicher Verlauf der zugeführten Ladung auf ein $\Delta z$ -Element bezogen . . . . .	57
5.34	Höhenverlauf der Ladungsdichte . . . . .	57
5.35	Vergleich: berechnetes Feld - gemessenes Feld . . . . .	58
5.36	Vorwachsvorgang des Leaders . . . . .	59
5.37	Stromverlauf (a), Feldverlauf (b) . . . . .	60
5.38	Höhenverlauf der Ladungsdichte . . . . .	60
5.39	Vergleich: berechnetes Feld - gemessenes Feld . . . . .	61
5.40	Vorwachsvorgang des Leaders . . . . .	62
5.41	Vergleich der berechneten Feldstärke bei verschiedener $q_{mk}$ und $q_{mh}$ . . . . .	63
5.42	Ladungsdichten in Abhängigkeit von $z$ . . . . .	64
5.43	Leadervorwachsvorgänge . . . . .	64
1	SCILab-Editor . . . . .	66
2	Leaderartauswahl . . . . .	66
3	Ladungsverteilungsauswahl . . . . .	67
4	Parametereingabe . . . . .	67
5	Parametereingabe . . . . .	68
6	Parametereingabe . . . . .	68
7	Parametereingabe . . . . .	69
8	Parametereingabe . . . . .	69
9	Parametereingabe . . . . .	70
10	Diagramm Ladungsverteilung . . . . .	70
11	Diagramm Feldverlauf . . . . .	71
12	Diagramm-Eigenschaften . . . . .	71
13	Diagramm-Werte . . . . .	72