

DISSERTATION

Numerische Simulation des transienten Verhaltens von Naturumlaufdampferzeugern

ausgeführt zum Zwecke der Erlangung des akademischen Grades
eines Doktors der technischen Wissenschaften

eingereicht an der Technischen Universität Wien,
Fakultät für Maschinenbau

von

Dipl.-Ing. Heimo Peter Walter
Neulerchenfelderstraße 29/1/20
A-1160 Wien
geb. am 9. Dezember 1964 in Wolfsberg/Kärnten

Wien, im November 2000

Vorwort

Die vorliegende Dissertation entstand während meiner Tätigkeit als Assistent am Institut für Technische Wärmelehre der Technischen Universität Wien in den Jahren 1995 bis 2000.

Mein besonderer Dank gilt Herrn o. Univ. Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Wladimir Linzer, Vorstand des Instituts für Technische Wärmelehre, für seine wertvollen fachlichen Anregungen und seine stets hilfreiche Unterstützung bei der Durchführung dieser Arbeit.

Besonders herzlich danke ich Herrn ao. Univ. Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Karl Ponweiser für die Betreuung dieser Arbeit und für die zahlreichen fruchtbaren Anregungen und Diskussionen, die maßgeblich zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben.

Herzlich danke ich Herrn o. Univ. Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Hans Peter Jörgl für die Übernahme des Koreferates und die kritische Durchsicht dieser Arbeit.

Allen Mitarbeitern des Institutes für Technische Wärmelehre, welche mich durch ihre Gesprächs- und Hilfsbereitschaft stets unterstützt haben, gilt mein spezieller Dank.

Schließlich möchte ich mich auch bei meiner Freundin Birgit für ihr sorgfältiges Korrekturlesen dieser Arbeit herzlich bedanken. Sie ist mir darüberhinaus in allen Phasen der Entstehung dieser Arbeit stets motivierend und verständnisvoll beigestanden. Ihr sei diese Arbeit gewidmet.

Teilarbeiten der hier präsentierten Dissertation entstanden mit Hilfe einer finanziellen Förderung durch die Österreichische Nationalbank, und zwar als Jubiläumsprojekt Nr. 5040 und Nr. 6451 sowie der AE&E – Austrian Energy & Environment Wien, wofür ich mich bedanke.

Kurzfassung

Im Rahmen dieser Dissertation werden die mathematischen Modelle für ein Computerprogramm, welches zur numerischen Simulation des transienten Verhaltens von Naturumlaufdampferzeugern erstellt worden ist, beschrieben.

Ausgangspunkt für die Modellbildung war die Frage nach der zeitlichen Strömungsverteilung des Arbeitsstoffes in der netzwerkartigen Rohrstruktur des Dampferzeugers während etwaiger An- und Abfahrvorgänge sowie Laständerungen.

Der erste Abschnitt der vorliegenden Arbeit beschäftigt sich mit der Auswahl eines geeigneten Finite-Volumen-Verfahrens für die Diskretisierung und Lösung der partiellen Differentialgleichungen der eindimensionalen Rohrströmung für Masse, Energie und Impuls. Um eine fundierte Aussage bezüglich der besseren Eignung der zur Auswahl stehenden Algorithmen treffen zu können wurde anhand zweier exemplarischer Beispiele – eines Zwei-Trommel-Dampferzeugers und eines Abhitzekekessels mit Bündelheizfläche – Simulationsrechnungen bei niedrigem Systemdruck durchgeführt. Die dabei erzielten Ergebnisse für die beiden Druckkorrekturverfahren SIMPLE (Semi Implicit Method for Pressure Linked Equations) und SIMPLER (SIMPLE-Revised-Algorithm) werden präsentiert.

Im Anschluß an diesen Verfahrensvergleich werden die zur Anwendung kommenden Beziehungen für den ein- und mehrphasigen Wärmeübergang sowie für den Druckabfall im geraden Rohr, im Krümmer und bei einer Querschnittsänderung beschrieben.

Die Gleichungen für das dick- und dünnwandige Rohr sowie jene für die Dampferzeugerbauteile Trommel, Sammler und Einspritzung werden hergeleitet und ihre Einbindung in den SIMPLER-Algorithmus dargestellt.

Die Modellierung der eindimensionalen Rauchgasströmung erfolgt unter Vernachlässigung der Impulsbilanz, da keine Druckverluste oder Druckschwankungen in der Rauchgassäule berechnet werden sollen. Die Kontinuitätsgleichung wird quasistationär, die Energiebilanz instationär betrachtet. Die Berechnung des Feuerraumes erfolgt mittels eines einfachen Flammraum-Strahlraum-Modells. Für den rauchgasseitigen Wärmeübergang wurden die Beziehungen für Glatt- und Rippenrohre im Programm implementiert.

Um eine möglichst hohe Flexibilität bei der Modellierung von unterschiedlichen Schaltungsvarianten von Dampferzeugern zu erhalten, wurde für die Verwaltung der zur Berechnung notwendigen Daten eine auf der Graphentheorie aufbauende Struktur gewählt.

Abstract

The mathematical models for the simulation of the dynamic behaviour of natural circulation steam generators are presented.

The question about the time dependent flow distribution of the fluid in a steam generator with a tube network structure during start up and stopping period as well as at load changes was the starting point for modeling.

The selection of a suitable finite-volume-algorithm for the discretization and solution of the partial differential equations of mass, momentum and energy is shown in the first section. With the help of the results of two calculation examples – a two drum steam generator and a heat recovery steam generator with a bundle heating surface – the suitability of two algorithms for the model are tested. The calculations are done at low system pressure. The results of the calculations for the two pressure correction algorithm SIMPLE (Semi Implicit Method for Pressure Linked Equations) and SIMPLER (SIMPLE-Revised-Algorithm) are presented.

Following the comparison of the algorithms the equations for the single- and two-phase flow heat transfer and also for the pressure drop in the tubes, bends and at the change of the cross section areas are described.

The equations for the thick and the thin tube wall as well as the equations for the steam generator components drum, collector and injection are derived. The integration of the equations into the SIMPLE-algorithm are shown.

The momentum balance of the one-dimensional flue gas flow is neglected, because the pressure drop or pressure variation should not be calculated in the program. For the mass balance a quasi-stationary assumption is used whereas for the energy balance an unsteady model was used. The calculation of the combustion chamber is done by a simple model, which subdivides the furnace into two parts the so called "flame zone" and "radiation zone". For the heat transfer at the flue gas side the equations for plain and ribbed tubes are implemented in the program.

For highest possible flexibility of the simulation program the structure of the geometry of the fluid side as well as of the flue gas side are organised using graph theory.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Stand der Technik	3
3	Grundgleichungen zur Beschreibung der transienten Strömung	5
3.1	Kontinuitätsgleichung	5
3.2	Impulsbilanz	5
3.3	Energiebilanz	6
4	Klassifizierung der Randbedingungen	7
5	Bewegungsgleichungen der transienten Rohrströmung	7
6	Allgemeine Form der Transportgleichungen	9
7	Diskretisierungsmethoden in der Strömungsmechanik	9
8	Finite-Volumen-Verfahren	10
8.1	Historische Entwicklung der Finite-Volumen-Verfahren	10
8.2	Diskretisierung der eindimensionalen allgemeinen Transportgleichung mittels des Finite-Volumen-Verfahrens	11
8.3	Definitionen des Rechengitters	15
8.4	Quelltermlinearisierung	16
8.5	Anwendung der diskretisierten allgemeinen Transportgleichung auf die Bilanzgleichungen	16
8.5.1	Impulsbilanz	16
8.5.2	Druckkorrekturverfahren	18
8.5.3	Druckkorrektur	19
8.5.4	Energiebilanz	19
8.6	Iterationsschema des SIMPLE-Algorithmus	20
8.7	SIMPLER-Algorithmus	21
8.7.1	Iterationsschema des SIMPLER-Algorithmus	22
8.8	Randbedingungen	22
8.8.1	Randbedingung: Druck an beiden Rohrenden gegeben	24
8.8.2	Randbedingung: Geschwindigkeit am Rohranfang und Druck am Rohrende gegeben	25
8.9	Abbruchkriterien und Fehlerschranken des Iterationsschemas	27
8.10	Relaxationsfaktoren	29

9	Vergleich der beiden Druckkorrekturverfahren SIMPLE und SIMPLER	30
9.1	Beschreibung der simulierten Dampferzeuger	31
9.2	Methodik des Verfahrensvergleiches	36
9.3	Ergebnisse der Vergleichsrechnungen	37
9.3.1	Zwei-Trommel-Dampferzeuger	37
9.3.2	Abhitzedampferzeuger mit Bündelheizfläche	42
9.4	Zusammenfassung des Verfahrensvergleichs	46
10	Bereitstellung der Stoffwerte	47
10.1	Stoffwerte für den Arbeitsstoff	47
10.1.1	Interpolationsalgorithmus für den Arbeitsstoff	49
10.2	Stoffwerte für das Rauchgas	57
10.3	Stoffwerte für die Rohrwände	58
11	Strömung durch Rohre	59
11.1	Konvektiver Wärmeübergang bei der Strömung durch Rohre	60
11.1.1	Konvektiver Wärmeübergang in der Einphasenströmung	62
11.1.2	Konvektiver Wärmeübergang in der Zweiphasenströmung	65
11.2	Druckverlust bei der Strömung durch Rohre	75
11.2.1	Widerstandskoeffizienten in der Einphasenströmung	76
11.2.2	Widerstandskoeffizienten in der Zweiphasenströmung	80
11.3	Schlupf in der Zweiphasenströmung	85
12	Mathematisches Modell der Rohrwand	88
12.1	Mathematisches Modell der dünnen Rohrwand	88
12.2	Mathematisches Modell für dickwandige Rohre	89
13	Mathematisches Sammlermodell	95
13.1	Bilanzgleichungen des Sammlers	95
13.2	Bilanzgleichungen der an den Sammler angrenzenden Kontrollvolumina	98
14	Mathematisches Einspritzkühlermodell	102
15	Mathematisches Trommelmodell	104
15.1	Unterkühlung des Arbeitsstoffes beim Eintritt in das Fallrohr	108
15.2	Einbindung der Trommel in die Rohr-Sammler-Struktur	111

16	Regelung	118
16.1	Diskretisierung des PID-Reglers	118
16.2	Wasserstandsregelung der Trommel	119
17	Modellbildung der Rauchgasseite	122
17.1	Bilanzgleichungen der Rauchgasströmung	123
17.1.1	Energiebilanz der Rauchgasströmung	123
17.1.2	Energiebilanz der Rauchgasströmung in Misch- und Verzweigungs- punkten	126
17.1.3	Energiebilanz für die dem Misch- beziehungsweise Verzweigungs- punkt angrenzenden Kontrollvolumina	128
17.1.4	Randbedingungen der Energiebilanz der Rauchgasströmung	129
17.2	Feuerraummodell	131
17.2.1	Flammraum-Strahlraum-Modell	132
18	Verbrennungsrechnung	140
19	Konvektiver Wärmeübergang des Rauchgases an quer- und längsange- strömte Wärmetauscher	141
19.1	Konvektiver Wärmeübergang des Rauchgases am quer- und längsange- strömten Glattrohrwärmetauscher	141
19.1.1	Konvektiver Wärmeübergang am querangeströmten Einzelrohr	142
19.1.2	Konvektiver Wärmeübergang an einer querangeströmten Rohrreihe	142
19.1.3	Konvektiver Wärmeübergang am querangeströmten Rohrbündel	143
19.1.4	Konvektiver Wärmeübergang längs einer Wand	145
19.2	Konvektiver Wärmeübergang des Rauchgases am querangeströmten Rip- penrohrwärmetauscher	145
19.2.1	Konvektiver Wärmeübergang am querangeströmten Rippenrohr- bündel mit Kreisrippe oder schraubenförmig gewendelter Rippe	146
19.2.2	Konvektiver Wärmeübergang am querangeströmten Rippenrohr- bündel mit segmentierten Kreisrippen	147
20	Datenverwaltung mittels Graphentheorie	148
21	Zusammenfassung	153

Abbildungsverzeichnis

1	Dampfgetriebene Drehkugel Herons von Alexandria	1
2	Kontrollvolumen einer allgemeinen Rechenzelle	12
3	Kontrollvolumen einer allgemeinen versetzten Rechenzelle	16
4	Versetztes Rechengitter der Impulsbilanz	17
5	Bilanzzellen eines Einzelrohres	23
6	Kontrollvolumina eines Einzelrohres bei gegebener Geschwindigkeit am Rohranfang	26
7	Zwei-Trommel-Dampferzeuger	31
8	Beheizungsrampen Zwei-Trommel-Dampferzeuger	32
9	Massenstromverläufe im Zwei-Trommel-Dampferzeuger	32
10	Abhitzedampferzeuger mit Bündelheizfläche	33
11	Beheizungsrampen Abhitzedampferzeuger mit Bündelheizfläche	34
12	Massenstromverläufe im Abhitzedampferzeuger mit Bündelheizfläche	35
13	Massenstromverläufe in den ersten vier Bündelebenen	36
14	Geringste Rechenzeiten der Algorithmen bei unterschiedlichen Kombinationen der Relaxationsfaktoren	38
15	Rechenzeiten des SIMPLER-Algorithmus bei unterschiedlichen Kombinationen der Relaxationsfaktoren	38
16	Rechenzeitverhältnisse bei unterschiedlicher Kombination der Relaxationsfaktoren	39
17	Rechenzeiten der Algorithmen bei Netzverfeinerung	41
18	Anzahl der Iterationsschritte bei Netzverfeinerung	41
19	Rechenzeiten der Algorithmen bei unterschiedlichen Kombinationen der Relaxationsfaktoren	42
20	Rechenzeiten des SIMPLER-Algorithmus bei unterschiedlichen Kombinationen der Relaxationsfaktoren	43
21	Rechenzeitverhältnisse bei unterschiedlicher Kombination der Relaxationsfaktoren	44
22	Rechenzeiten des SIMPLER-Algorithmus bei Netzverfeinerung	45
23	Anzahl der Iterationsschritte des SIMPLER-Algorithmus bei Netzverfeinerung	45
24	Interpolationsstützstellen im Einphasengebiet	52
25	Interpolationsgitter in der Nähe zur Phasengrenzkurve	53
26	Bestimmung der relativen Lage gegebenen Punktes zur Phasengrenzkurve	54

27	Strömungsform und zugehörige Wärmeübergangsbereiche im senkrechten, beheizten Rohr	65
28	Wärmeübergangskoeffizienten als Funktion von Druck und Enthalpie für ein vertikales Rohr	72
29	Wärmeübergangskoeffizienten als Funktion von Enthalpie und Wärmestromdichte für ein vertikales Rohr	72
30	Widerstandsbeiwerte von Rohrkrümmer	77
31	Minderungsfaktoren für den Umlenkverlust	78
32	Sprunghafte Querschnittserweiterung	79
33	Sprunghafte Querschnittsverengung	79
34	Modell des dickwandigen Rohres	90
35	Bilanzzellen des dickwandigen Rohres	92
36	Bilanzzellen am Rand des dickwandigen Rohres	93
37	Diskretisierung des Sammlers und der ihm angeschlossenen Rohre	95
38	Allgemeine Rechenzelle mit Massenstromquelle	102
39	Trommel	104
40	Unterkühlungsmodell der Trommel	109
41	Entkoppelung der Trommel	111
42	An die Trommel anschließende Kontrollvolumina	112
43	Wasserstandsregelung der Trommel	120
44	Höchstwasserstandsregelung der Trommel	121
45	Strukturelemente für den Rauchgaszug	122
46	Kontrollvolumina der Rauchgasströmung	124
47	Kontrollvolumen einer allgemeinen Rechenzelle der Rauchgasströmung	124
48	Bilanzvolumen eines Misch- und Verzweigungspunktes der Rauchgasströmung	126
49	Anordnung der Heizflächen im Bilanzvolumen eines Misch- und Verzweigungspunktes der Rauchgasströmung	127
50	Bilanzzellen am Rand des Rauchgaskanals	130
51	Wärmestromdichteverteilung im Feuerraum	132
52	Flammraum-Strahlraum-Modell	133
53	Emissionsverhältnis der Flamme in Abhängigkeit von der Schichtdicke	135
54	Schematische Darstellung der Strahlräume unterschiedlicher Kesselbauarten und der ihnen zugeordneten Flächenkonfigurationen für den Strahlungsaustausch	139
55	Querteilung an einer einzelnen querangeströmten Rohrreihe	142
56	Quer- und Längsteilung am querangeströmten Rohrbündel	143

57	Quer- und Längsteilung am querangeströmten teilversetzten Rohrbündel	144
58	Modell eines Abhitzekessels	148
59	Abstrahiertes Modell eines Abhitzedampferzeugers	149
60	Graphentheoretisches Modell eines Abhitzekessels	151
61	Vorgänger-/Nachfolgerstruktur in der Datenverwaltung	152

Tabellenverzeichnis

1	Maschenweiten der Interpolationsstützstellen im Einphasengebiet	50
2	Maschenweiten der Interpolationsstützstellen in der Nähe des kritischen Punktes	50
3	Maschenweiten der Interpolationsstützstellen der Phasengrenzkurve zum Zweiphasengebiet	51
4	Kontraktionskoeffizienten für scharfkantige Querschnittsverengungen	85
5	Polynomkoeffizienten zur Berechnung des Kontraktionskoeffizienten für scharfkantige Querschnittsverengungen	85
6	Stahlsorten nach DIN	154
7	Polynomkoeffizienten des Minderungsfaktors f_{Kr}	154
8	Polynomkoeffizienten der Widerstandsbeiwerte ζ_{Kr}	155
9	Relaxationskoeffizienten des SIMPLER-Verfahrens zur Berechnung des Zwei-Trommel-Dampferzeugers	156
10	Relaxationskoeffizienten des SIMPLE-Verfahrens zur Berechnung des Zwei-Trommel-Dampferzeugers	157
11	Relaxationskoeffizienten des SIMPLER-Verfahrens zur Berechnung des Abhitzedampferzeugers mit Bündelheizfläche	158
12	Relaxationskoeffizienten des SIMPLE-Verfahrens zur Berechnung des Abhitzedampferzeugers mit Bündelheizfläche	159

Formelzeichen

Symbol	Maßeinheit	Physikalische Größe
\underline{A}	-	Matrix
A	m ²	Querschnittsfläche
A_c	m ²	Querschnittsfläche an der Kontraktionsstelle einer Querschnittsverengung
$A_{FlR,Aus}$	m ²	Austrittsquerschnittsfläche für das Rauchgas aus dem Flammraum
A_O	m ²	Oberfläche
A_{Oin}	m ²	innere Rohroberfläche
$A_{O,aus}$	m ²	äußere Rohroberfläche
$A_{O,Flam}$	m ²	Flammenoberfläche
$A_{O,FlR}$	m ²	Flammraumwandoberfläche
$A_{O,Kern}$	m	Kernrohroberfläche des Rippenrohres pro Meter
$A_{O,Rip}$	m	Gesamtoberfläche des Rippenrohres pro Meter
$A_{O,StR}$	m ²	Strahlraumoberfläche
$A_{O,Wa}$	m ²	Wandoberfläche
A_{RWa}	m ²	Ringquerschnittsfläche der Rohrwand
A_{Rg}	m ²	Querschnittsfläche des Rauchgaskanals
$A_{StR,Aus}$	m ²	Strahlraumaustrittsquerschnittsfläche des Rauchgases
A_{Tr}	m ²	Querschnittsfläche der Trommel
$A_{W,Tr}$	m ²	vom Wasser eingenommene Querschnittsfläche der Trommel
$A_{W,Tr}^0$	m ²	vom Wasser eingenommene Querschnittsfläche der Trommel zum alten Zeitschritt
$A_{W,Tr,max}$	m ²	vom Wasser eingenommene Querschnittsfläche der Trommel bei Wasserhöchststand
$A_{W,Tr,soll}$	m ²	vom Wasser eingenommene Querschnittsfläche der Trommel bei Sollwasserstand
\vec{a}	-	Lagevektor
$a_i O_2$	-	Konstanten für die Berechnung der spez. Enthalpie des Sauerstoffes
$a_{Kr i,j}$	-	Polynomkoeffizient des Widerstandsbeiwertes ζ_{Kr}
a_{ei}	kg/s	SIMPLE-Koeffizient am östlichen Rand der Zelle i
a_{eei}	kg/s	SIMPLE-Koeffizient am östlichen Rand der östlichen Nachbarzelle der Zelle i
a_{Ei}	kg/s	SIMPLE-Koeffizient der östlichen Nachbarzelle der Zelle i
a_h	-	h - Koordinate des Lagevektors
a_{hEi}	kg/s	SIMPLE-Koeffizient der Energiebilanz der östlichen Nachbarzelle der Zelle i
a_{hES}	kg/s	SIMPLE-Koeffizient der Energiebilanz der östlichen Nachbarzelle der Sammlerzelle S

Symbol	Maßeinheit	Physikalische Größe
a_{hPi}	kg/s	SIMPLE-Koeffizient der Energiebilanz der Zelle i
a_{hPi}^0	kg/s	SIMPLE-Koeffizient der Energiebilanz der Zelle i zum alten Zeitschritt
a_{hPS}	kg/s	SIMPLE-Koeffizient der Energiebilanz der Sammlerzelle S
a_{hPS}^0	kg/s	SIMPLE-Koeffizient der Energiebilanz der Sammlerzelle S zum alten Zeitschritt
a_{hWi}	kg/s	SIMPLE-Koeffizient der Energiebilanz der westlichen Nachbarzelle der Zelle i
a_{hWS}	kg/s	SIMPLE-Koeffizient der Energiebilanz der westlichen Nachbarzelle der Sammlerzelle S
a_{mEi}	m s	SIMPLE-Koeffizient der Druckkorrekturgleichung der östlichen Nachbarzelle der Zelle i
a_{mES}	m s	SIMPLE-Koeffizient der Druckkorrekturgleichung der östlichen Nachbarzelle der Sammlerzelle S
a_{mPi}	m s	SIMPLE-Koeffizient der Druckkorrekturgleichung der Zelle i
a_{mPS}	m s	SIMPLE-Koeffizient der Druckkorrekturgleichung der Sammlerzelle S
a_{mWi}	m s	SIMPLE-Koeffizient der Druckkorrekturgleichung der westlichen Nachbarzelle der Zelle i
a_{mWS}	m s	SIMPLE-Koeffizient der Druckkorrekturgleichung der westlichen Nachbarzelle der Sammlerzelle S
a_{Pi}	kg/s	SIMPLE-Koeffizient der Zelle i
a_{Pi}^0	kg/s	SIMPLE-Koeffizient der Zelle i zum alten Zeitschritt
a_p	-	p - Koordinate des Lagevektors
a_{quer}	-	Querteilungsverhältnis
a_{RgEi}	kg/s	Koeffizient der östlichen Nachbarzelle der Energiebilanz der Rauchgasströmung der Zelle i
a_{RgES}	kg/s	Koeffizient der östlichen Nachbarzelle der Energiebilanz der Rauchgasströmung der Mischzelle S
a_{RgPi}	kg/s	Koeffizient der Energiebilanz der Rauchgasströmung der Zelle i
a_{RgPi}^0	kg/s	Koeffizient der Energiebilanz der Rauchgasströmung der Zelle i zum alten Zeitschritt
a_{RgPS}	kg/s	Koeffizient der Energiebilanz der Rauchgasströmung der Mischzelle S
a_{RgPS}^0	kg/s	Koeffizient der Energiebilanz der Rauchgasströmung der Mischzelle S zum alten Zeitschritt
a_{RgWi}	kg/s	Koeffizient der westlichen Nachbarzelle der Energiebilanz der Rauchgasströmung der Zelle i
a_{RgWS}	kg/s	Koeffizient der westlichen Nachbarzelle der Energiebilanz der Rauchgasströmung der Mischzelle S
a_{Wa}	W/K	Koeffizient der Bestimmungsgleichung für die dünne Rohrwand

Symbol	Maßeinheit	Physikalische Größe
a_{Wa}^0	W/K	Koeffizient der Bestimmungsgleichung für die dünne Rohrwand zum alten Zeitschritt
a_{WaEi}	W/m K	Koeffizient der östlichen Nachbarzelle der Bestimmungsgleichung der Zelle i des dickwandigen Rohres
a_{WaPi}	W/m K	Koeffizient der Bestimmungsgleichung der Zelle i des dickwandigen Rohres
a_{WaPi}^0	W/m K	Koeffizient der Bestimmungsgleichung der Zelle i des dickwandigen Rohres zum alten Zeitschritt
a_{WaWi}	W/m K	Koeffizient der westlichen Nachbarzelle der Bestimmungsgleichung der Zelle i des dickwandigen Rohres
a_{wi}	kg/s	SIMPLE-Koeffizient am westlichen Rand der Zelle i
a_{Wi}	kg/s	SIMPLE-Koeffizient der westlichen Nachbarzelle der Zelle i
B	-	Koeffizient des Zweiphasenmultiplikators nach Chisholm
\underline{B}	-	Matrix der Störvektoren
\vec{B}	-	Störvektor
b	m	Laplace-Konstante
\vec{b}	-	Lagevektor
b_i	-	SIMPLE-Konstante der Zelle i
b_{ei}	N	SIMPLE-Konstante der Impulsbilanz der Zelle i
b_h	-	h - Koordinate des Lagevektors
b_{hi}	J/s	SIMPLE-Konstante der Energiebilanz der Zelle i
b_{hS}	J/s	SIMPLE-Konstante der Energiebilanz der Sammlerzelle S
$b_{längs}$	-	Längsteilungsverhältnis
b_{mi}	kg/s	SIMPLE-Konstante der Druckkorrekturgleichung der Zelle i
b_{mS}	kg/s	SIMPLE-Konstante der Druckkorrekturgleichung der Sammlerzelle S
b_p	-	p - Koordinate des Lagevektors
b_{Rgi}	W	SIMPLE-Konstante der Rauchgasenergiebilanz der Zelle i
b_{Wa}	W	Koeffizient der Bestimmungsgleichung für die dünne Rohrwand
C_0	-	Konzentrationsparameter nach Rouhani
C_1	-	Koeffizient des Zweiphasenmultiplikators nach Friedel
C_2	-	Koeffizient des Zweiphasenmultiplikators nach Friedel
C_3	-	Koeffizient des Zweiphasenmultiplikators nach Friedel
C_{Str}	W/m ² K ⁴	Stefan-Boltzmann-Konstante
c_{Kri}	-	Polynomkoeffizient des Minderungsfaktors des Krümmungswiderstandsbeiwertes ζ_{Kr}
c_p	J/kg K	spez. isobare Wärmekapazität
c_{pAS}	J/kg K	spez. isobare Wärmekapazität des Arbeitsstoffes
\bar{c}_{pAS}	J/kg K	spez. integrale isobare Wärmekapazität des Arbeitsstoffes
c_{pD}	J/kg K	spez. isobare Wärmekapazität des Dampfes

Symbol	Maßeinheit	Physikalische Größe
$c_p Rg$	J/kg K	spez. isobare Wärmekapazität des Rauchgases
$\bar{c}_p Rg$	J/kg K	spez. integrale isobare Wärmekapazität des Rauchgases
$\bar{c}_p^0 Rg$	J/kg K	spez. integrale isobare Wärmekapazität des Rauchgases zum alten Zeitschritt
$c_p RgS$	J/kg K	spez. isobare Wärmekapazität des Rauchgases der Mischzelle S
$c_p^0 RgS$	J/kg K	spez. isobare Wärmekapazität des Rauchgases der Mischzelle S zum alten Zeitschritt
$c_p W$	J/kg K	spez. isobare Wärmekapazität des Wassers
$c_p W_a$	J/kg K	spez. isobare Wärmekapazität der Wand
$c_p^0 W_a$	J/kg K	spez. isobare Wärmekapazität der Wand zum alten Zeitschritt
c_{teil}	-	Querteilungsverhältnis bei Teilversetzung
D	kg/m ² s	diffusiver Fluß
D_2	kg/s	Euklidische Norm
D_∞	kg/s	Maximumnorm
\vec{d}	-	Lagevektor
d_{ei}	m ² s/kg	östlicher Koeffizient der Geschwindigkeitskorrektur der Zelle i
d_{aus}	m	Rohraußendurchmesser
d_h	-	h - Koordinate des Lagevektors
d_{hyd}	m	hydraulischer Durchmesser
d_{in}	m	Rohrinnendurchmesser
d_p	-	p - Koordinate des Lagevektors
d_{wi}	m ² s/kg	westlicher Koeffizient der Geschwindigkeitskorrektur der Zelle i
Ec	-	Eckert-Zahl
e	J/kg	spez. innere Energie
F	kg/m ² s	konvektiver Fluß
Fr	-	Froude-Zahl
Fr_{WD}	-	Froude-Zahl des Wasser/Dampf-Gemisches
f_{Anord}	-	Rohranordnungsfaktor
f_c	-	Kontraktionskoeffizient
f_{erw}	-	Querschnittsverhältnis
f_h	-	Enthalpieinterpolationsfaktor
f_{Kr}	-	Minderungsfaktor für den Rohrkrümmerwiderstand
f_p	-	Druckinterpolationsfaktor
f_{sch}	-	Verschmutzungsfaktor
f_U	-	Unterkühlungsfaktor
G	J/kg	freie Enthalpie oder Gibbs-Funktion
g	m/s ²	Erdbeschleunigung
H_{red}	m	reduzierte Rippenhöhe
H_{Tr}	m	Trommelwasserstand
$H_{Tr,max}$	m	Höchstwasserstand der Trommel
$H_{Tr,soll}$	m	Sollwasserstand der Trommel

Symbol	Maßeinheit	Physikalische Größe
H_u	J/kg	unterer Heizwert
h	J/kg	spez. Enthalpie
h_{AS}	J/kg	spez. Enthalpie des Arbeitsstoffes
$h_{Br,i}$	J/kg	spez. Enthalpie des i -ten Brennstoffes
h_D	J/kg	spez. Enthalpie des Dampfes
$h_{D,Aus}$	J/kg	spez. Enthalpie des Dampfes am Austritt
$h_{D,Tr}$	J/kg	spez. Enthalpie des Trommeldampfes
$h_{D,Tr}^0$	J/kg	spez. Enthalpie des Trommeldampfes zum alten Zeitschritt
h_{Fi}	J/kg	spez. Eintrittsenthalpie des i -ten Fallrohres
$h_{FlR,Aus}$	J/kg	spez. Enthalpie des Rauchgases am Flammraumaustritt
$h_{FlR,Ein}$	J/kg	spez. Enthalpie der adiabaten Verbrennung
h_{geg}	J/kg	gegebener Wert der spez. Enthalpie für die Interpolation
h_L	J/kg	spez. Enthalpie der Luft
h_{O_2}	J/kg	spez. Enthalpie des Sauerstoffes
h_Q	J/kg	spez. Enthalpie der Massenstromquelle
h_{Rg}	J/kg	spez. Enthalpie des Rauchgases
h_{Rg}^0	J/kg	spez. Enthalpie des Rauchgases zum alten Zeitschritt
$h_{Rg,rez}$	J/kg	spez. Enthalpie des rezirkulierten Rauchgases
h_S	J/kg	spez. Enthalpie des Sammlers
h_{Schl}	J/kg	spez. Abschlämmenthalpie
h_{St_i}	J/kg	spez. Enthalpie des i -ten Steigrohres
$h_{StR,Aus}$	J/kg	spez. Enthalpie des aus den Strahlraum austretenden Rauchgases
$h_{StR,Ein}$	J/kg	gesamte spez. Enthalpie des in den Strahlraum eintretenden Rauchgases
h_{Spw_i}	J/kg	spez. Enthalpie des i -ten Speisewasserrohres
\bar{h}_{Spw}	J/kg	spez. Gemischenthalpie des gesamten der Trommel zugeführten Speisewassers
h_W	J/kg	spez. Enthalpie des Wassers
$h_{W,Tr}$	J/kg	spez. Enthalpie des Trommelwassers
$h_{W,Tr}^0$	J/kg	spez. Enthalpie des Trommelwassers zum alten Zeitschritt
h_{Wa}	J/kg	spez. Enthalpie des Arbeitsstoffes berechnet mit der Rohrwandoberflächentemperatur
Δh_v	J/kg	spez. Verdampfungsenthalpie des Arbeitsstoffes
i	-	Zähler
I_{be}	N	Störvektor der Impulsbilanz
J	-	Summe aus konvektiven und diffusiven Fluß
j	-	Zähler
K	-	Verstärkungsfaktor des Reglers
K_1	-	Korrekturfaktor zur Berechnung des Wärmeübergangskoeffizienten bei Strömung durch Rohre nach Gnielinski

Symbol	Maßeinheit	Physikalische Größe
K_2	-	Korrekturfaktor zur Berechnung des Wärmeübergangskoeffizienten bei Strömung um Rohre nach Gnielinski
k	m	absolute Rohrrauigkeit
l	m	Länge
l_{Tr}	m	Trommellänge
M	kg	Masse
$M_{D,Tr}$	kg	Masse Dampf in der Trommel
$M_{D,Tr}^0$	kg	Masse Dampf in der Trommel zum alten Zeitschritt
$M_{W,Tr}$	kg	Masse Wasser in der Trommel
$M_{W,Tr}^0$	kg	Masse Wasser in der Trommel zum alten Zeitschritt
m_{Rg}	kg	Rauchgasmasse
m_{RgS}	kg	Rauchgasmasse der Mischzelle
m_{RgS}^0	kg	Rauchgasmasse der Mischzelle zum alten Zeitschritt
m_{Rip}	m^{-1}	Rippenparameter
\dot{m}	kg/s	Massenstrom
$\dot{m}_{Br,i}$	kg/s	Massenstrom des i -ten Brennstoffes
\dot{m}_D	kg/s	Massenstrom Dampf
$\dot{m}_{D,Aus}$	kg/s	austretender Massenstrom Dampf
\dot{m}_{Ein}	kg/s	Eintrittsmassenstrom
\dot{m}_{F_i}	kg/s	Massenstrom des i -ten Fallrohres
\dot{m}_{Flux}	$kg/m^2 \cdot s$	Massenstromdichte
\dot{m}_{ges}	kg/s	gesamter Massenstrom
\dot{m}_L	kg/s	Massenstrom Luft
\dot{m}_Q	kg/s	Massenstrom der Quelle
\dot{m}_{Rg}	kg/s	Massenstrom Rauchgas
\dot{m}_{Rg}^0	kg/s	Massenstrom Rauchgas zum alten Zeitschritt
$\dot{m}_{Rg,rez}$	kg/s	Massenstrom des rezirkulierten Rauchgases
\dot{m}_{Schl}	kg/s	Abschlämmassenstrom
\dot{m}_{St_i}	kg/s	Massenstrom des i -ten Steigrohres
\dot{m}_{Spw_i}	kg/s	Massenstrom des i -ten Speisewasserrohres
\dot{m}_{SpwF}	kg/s	pro Fallrohr zugeführter Speisewassermassenstrom
\dot{m}_W	kg/s	Massenstrom Wasser
Nu	-	Nußelt-Zahl
Nu_{AS}	-	Nußelt-Zahl des Arbeitsstoffes
Nu_{Einzr}	-	Nußelt-Zahl des querangeströmten Einzelrohres
$Nu_{Rbün}$	-	Nußelt-Zahl des querangeströmten Rohrbündels
Nu_{lam}	-	Nußelt-Zahl bei laminarer Fluidströmung
Nu_{tur}	-	Nußelt-Zahl bei turbulenter Fluidströmung
n	-	Exponent zur Berechnung des Wärmeübergangskoeffizienten im überkritischen Druckbereich
n_F	-	Gesamtanzahl der Fallrohre

Symbol	Maßeinheit	Physikalische Größe
$n_{Rb\underline{u}n}$	-	Anzahl der Rohrreihen eines Rohrb\underline{u}ndels
Pr	-	Prandtl-Zahl
Pr_{AS}	-	Prandtl-Zahl des Arbeitsstoffes
Pr_{Wa}	-	Prandtl-Zahl des Arbeitsstoffes bei Wandtemperatur
p	Pa	Druck
p_{geg}	Pa	bekannter Druckwert f\underline{u}r die Interpolation
Δp_H	Pa/m	Druckabfall aufgrund der H\underline{o}he pro m Rohrl\underline{a}nge
p_{krit}	Pa	kritischer Druck des Arbeitsstoffes
Δp_R	Pa/m	Druckabfall aufgrund der Reibung pro m Rohrl\underline{a}nge
p_S	Pa	Sammlerdruck
p_{Tr}	Pa	Trommeldruck
p_{Tr}^0	Pa	Trommeldruck zum alten Zeitschritt
\hat{p}	Pa	Druckkorrektur
\dot{Q}	W	W\underline{a}rmestrom
$\dot{Q}_{FLR,Ein}$	W	gesamter in den Flammraum eingebrachter W\underline{a}rmestrom
$\dot{Q}_{ges,StR}$	W	gesamter im Strahlraum durch Strahlung abgegebener W\underline{a}rmestrom
\dot{Q}_{Rg}	W	vom Rauchgas abgegebener W\underline{a}rmestrom
$\dot{Q}_{Str,StR}$	W	aus dem Strahlraum abgegebener Strahlungsw\underline{a}rmestrom
$\dot{Q}_{Wa,FLR}$	W	von der Flammraumwand aufgenommener W\underline{a}rmestrom
$\dot{Q}_{Wa,StR}$	W	von der Strahlraumwand aufgenommener W\underline{a}rmestrom
$\dot{Q}_{Str,FLR}$	W	vom Flammraum durch Strahlung an den Strahlraum abgegebener W\underline{a}rmestrom
\dot{q}	W/m ²	W\underline{a}rmestromdichte
\dot{q}_{krit}	W/m ²	kritische W\underline{a}rmestromdichte
\dot{q}_{Wa}	W/m ²	W\underline{a}rmestromdichte an der Wand
R_{Kr}	m	Kr\underline{u}mmungsradius des Rohrbogens
R_{O_2}	J/kg K	Gaskonstante des Sauerstoffes
Re	-	Reynolds-Zahl
Re_{2ph}	-	Reynolds-Zahl der Zweiphasenstr\underline{o}mung
Re_ψ	-	korrigierte Reynolds-Zahl
Rel	-	Relaxationsfaktor
Rel_ρ	-	Relaxationsfaktor f\underline{u}r die Dichte
r	m	Radius
r_{aus}	m	Au\underline{a}renradius eines Rohres
r_i	m	Radius des Rechenpunktes der Zelle i
r_{in}	m	Innenradius des Rohres
r_{inTr}	m	innerer Trommelradius
S	-	Schlupf zwischen Wasser- und Dampfstr\underline{o}mung
S_c	-	linearer Anteil des Quellterms

Symbol	Maßeinheit	Physikalische Größe
S_{cWa}	W	linearer Anteil des Quellterms der Bestimmungsgleichung der Rohrwandtemperatur
S_{ec}	Pa/m	linearer Anteil des Quellterms der Impulsbilanz
S_{ep}	Pa s/m ³	proportionaler Anteil des Quellterms der Impulsbilanz bezogen auf das Kontrollvolumen
S_{hc}	W/ m ³	linearer Anteil des Quellterms der Energiebilanz bezogen auf das Kontrollvolumen
S_{hcS}	W/ m ³	linearer Anteil des Quellterms der Energiebilanz des Sammlers bezogen auf das Kontrollvolumen
S_{hp}	kg/m ³ s	proportionaler Anteil des Quellterms der Energiebilanz
S_{hpS}	kg/m ³ s	proportionaler Anteil des Quellterms der Energiebilanz des Sammlers bezogen auf das Kontrollvolumen
S_p	-	proportionaler Anteil des Quellterms
S_Φ	-	Quellterm
S_{pWa}	W/K	proportionaler Anteil des Quellterms der Bestimmungsgleichung der Rohrwandtemperatur
S_{Rgc}	W/m ³	linearer Anteil des Quellterms der Rauchgasenergiebilanz bezogen auf das Kontrollvolumen
S_{RgcS}	W/m ³	linearer Anteil des Quellterms der Rauchgasenergiebilanz der Mischzelle S bezogen auf das Kontrollvolumen
S_{Rgp}	kg/m ³ s	proportionaler Anteil des Quellterms der Rauchgasenergiebilanz bezogen auf das Kontrollvolumen
S_{RgpS}	kg/m ³ s	proportionaler Anteil des Quellterms der Rauchgasenergiebilanz der Mischzelle S bezogen auf das Kontrollvolumen
S_{Str}	m	äquivalente Schichtdicke
s	J/kg K	spez. Entropie
s_1	m	Querteilung eines Rohrbündels
s_2	m	Längsteilung eines Rohrbündels
s_3	m	Querteilung eines teilversetzten Rohrbündels
T	K	Temperatur
T_0	s	Abtastzeit des Reglers
T_{AS}	K	Temperatur des Arbeitsstoffes
T_{Diff}	s	Differenzierzeit des Reglers
$T_{FLR,Aus}$	K	Austrittstemperatur des Rauchgases aus dem Flammraum
T_I	s	Integrierzeit des Reglers
T_m	K	mittlere Grenzschichttemperatur des Arbeitsstoffes
$T_{Me,aus}$	K	mittlere Temperatur des Mediums außerhalb des Rohres
$T_{Me,in}$	K	mittlere Temperatur des Mediums im Rohr
T_{Rg}	K	Temperatur des Rauchgases
T_{Wa}	K	Temperatur der Rohrwand
$T_{Wa,aus}$	K	Oberflächentemperatur an der Rohraußenwand

Symbol	Maßeinheit	Physikalische Größe
$T_{Wa,FlR}$	K	Temperatur der Flammraumwandoberfläche
$T_{Wa,StR}$	K	Temperatur der Strahlraumwandoberfläche
$T_{Wa,Rip}$	K	mittlere Rippentemperatur des Rippenrohres
$T_{Wa,i}$	K	Temperatur der Rohrwand der Zelle i
$T_{Wa,i}^0$	K	Temperatur der Rohrwand der Zelle i zum alten Zeitschritt
$T_{Wa,in}$	K	Oberflächentemperatur an der Rohrrinnenwand
T_{krit}	K	Temperatur im kritische Punkt des Arbeitsstoffes
T_{pk}	K	pseudokritische Temperatur des Arbeitsstoffes
Tol	-	Fehlerschranke
t	s	Zeit
U	m	Umfang
u_{Aus}	-	Ausgangsgröße des Reglers
u_{Ein}	-	Eingangsgröße des Reglers
V	m ³	Volumen
\dot{V}_D	m ³ /s	Volumenstrom Dampf
V_{FlR}	m ³	Flammraumvolumen
V_S	m ³	Sammlervolumen
V_{Tr}	m ³	Trommelvolumen
\dot{V}_W	m ³ /s	Volumenstrom Wasser
v_0	-	Reglerparameter
v_1	-	Reglerparameter
v_2	-	Reglerparameter
We	-	Weber-Zahl
We_{WD}	-	Weber-Zahl des Wasser/Dampf-Gemisches
\vec{w}	m/s	Geschwindigkeitsvektor
w	m/s	Geschwindigkeit in Rohrachsenrichtung
w_{rel}	m/s	Relativgeschwindigkeit zwischen Wasser und Dampf
w^*	m/s	Näherungslösung der Geschwindigkeit
\tilde{w}	m/s	Pseudogeschwindigkeit
x	m	Ortskoordinate
Δx	m	Ortsschrittweite
$x_{Rg\ i}$	kg/kg _{Rg}	Massenanteil der i -ten Rauchgaskomponente
x_{O_2}	kgO ₂ /kg _{Rg}	Massenanteil Sauerstoff
x_{WD}	-	Dampfziffer
\dot{x}_{WD}	-	Strömungsmassendampfgehalt
\dot{x}_{WDbil}	-	Strömungsmassendampfgehalt aus der Energiebilanz
\dot{x}_{WDkrit}	-	kritischer Strömungsmassendampfgehalt
$\dot{x}_{WDkrit,o}$	-	kritischer Strömungsmassendampfgehalt an der Rohroberseite
$\dot{x}_{WDkrit,u}$	-	kritischer Strömungsmassendampfgehalt an der Rohrunterseite
\dot{x}_{WDlim}	-	Grenzströmungsmassendampfgehalt
\dot{x}_{WDtat}	-	tatsächlicher Strömungsmassendampfgehalt

Symbol	Maßeinheit	Physikalische Größe
$\dot{x}_{WD\alpha_{min}}$	-	Strömungsmassendampfgehalt an der Stelle des minimalen Wärmeüberganges
Y	-	Kennzahl zur Berechnung des kritischen Dampfmassenanteils nach Doroshchuk
z	-	allgemeine Größe
z_g	-	gesuchter Funktionswert
z_i	m	Ortskoordinate

Symbol	Maßeinheit	Physikalische Größe
α	W/m ² K	Wärmeübergangskoeffizient
$\alpha_{absr,Rg}$	-	Absorptionsverhältnis des Rauchgases für Strahlung
α_{aus}	W/m ² K	äußerer Wärmeübergangskoeffizient
α_{in}	W/m ² K	innerer Wärmeübergangskoeffizient
α_{Rg}	W/m ² K	Wärmeübergangskoeffizient Rauchgas - Wand
α_{Str}	W/m ² K	Strahlungswärmeübergangskoeffizient
α_{2ph}	W/m ² K	Wärmeübergangskoeffizient der Zweiphasenströmung
γ	-	allgemeine Funktion
Γ	kg/m s	Diffusionskoeffizient
δ	-	Winkel
δ_{Kr}	-	Krümmungswinkel des Rohrbogens
ε	-	örtlicher volumetrischer Dampfgehalt
$\dot{\varepsilon}$	-	örtlicher volumetrischen Strömungsdampfgehalt
ε_{CO_2}	-	Emissionsgrad des Kohlendioxids
ε_{Flam}	-	Emissionsverhältnis der Flamme
$\bar{\varepsilon}_{Flam}$	-	mittleres, gewichtetes Emissionsverhältnis der Flamme
$\bar{\varepsilon}_{FlR}$	-	mittleres, gewichtetes Emissionsverhältnis des Flammraumes
ε_{H_2O}	-	Emissionsgrad des Wassers
ε_{Rg}	-	Emissionsverhältnis des Rauchgases
$\Delta\varepsilon_{Rg}$	-	Bandenüberdeckungskorrektur
ε_{Wa}	-	Emissionsverhältnis der Wand
ζ	-	Widerstandskoeffizient
ζ_{Ein}	-	Widerstandskoeffizient für den Rohreintritt
ζ_{erw}	-	Widerstandskoeffizient für eine un stetige Querschnittserweiterung
ζ_{Kr}	-	Widerstandskoeffizient des Rohrkrümmers
ζ_R	-	Widerstandskoeffizient der Rohrreibung

Symbol	Maßeinheit	Physikalische Größe
ζ_{ver}	-	Widerstandskoeffizient für eine un stetige Querschnittsverengung
$\zeta_{Do,R}$	-	Widerstandskoeffizient der Rohrreibung, wenn der gesamte Massenstrom als Dampf vorliegt
$\zeta_{Wo,Kr}$	-	Widerstandskoeffizient des Rohrkrümmers, wenn der gesamte Massenstrom als Wasser vorliegt
$\zeta_{Wo,R}$	-	Widerstandskoeffizient der Rohrreibung, wenn der gesamte Massenstrom als Wasser vorliegt
η	Pa s	dynamische Viskosität
η_W	Pa s	dynamische Viskosität des Wassers an der Siedelinie
η_D	Pa s	dynamische Viskosität des Dampfes an der Taulinie
η_{Rip}	-	Rippenwirkungsgrad
ϑ_{AS}	°C	Celsius-Temperatur des Arbeitsstoffes
ϑ_D	°C	Celsius-Temperatur des Dampfes
$\vartheta_{FlR,Aus}$	°C	Austrittstemperatur des Rauchgases aus dem Flammraum
ϑ_{Rg}	°C	Celsius-Temperatur des Rauchgases
ϑ_{Rg}^0	°C	Celsius-Temperatur des Rauchgases zum alten Zeitschritt
ϑ_{RgS}	°C	Celsius-Temperatur des Rauchgases der Mischzelle S
ϑ_{RgS}^0	°C	Celsius-Temperatur des Rauchgases der Mischzelle S zum alten Zeitschritt
$\vartheta_{Sätt}$	°C	Celsius-Sättigungstemperatur des Arbeitsstoffes
$\vartheta_{StR,Aus}$	°C	Austrittstemperatur des Rauchgases aus dem Strahlraum
$\Delta\vartheta_{un}$	°C	Temperaturdifferenz bei thermischen Ungleichgewicht
ϑ_{Wa}	°C	Celsius-Temperatur der Rohrwand
ϑ_{Wa}^0	°C	Celsius-Temperatur der Rohrwand zum alten Zeitschritt
$\vartheta_{Wa,StR}$	°C	Celsius-Temperatur der Wandoberfläche im Strahlraum
λ	W/m K	Wärmeleitfähigkeit
λ_D	W/m K	Wärmeleitfähigkeit des Dampfes an der Siedelinie
λ_R	-	Widerstandszahl für die Rohrreibung
λ_{Rg}	W/m K	Wärmeleitfähigkeit des Rauchgases
λ_W	W/m K	Wärmeleitfähigkeit des Wassers an der Taulinie
λ_{Wa}	W/m K	Wärmeleitfähigkeit der Rohrwand
ϱ	kg/m ³	Dichte
ϱ_D	kg/m ³	Dichte des Dampfes
$\varrho_{D,Tr}$	kg/m ³	Dichte des Dampfes in der Trommel
ϱ_S	kg/m ³	Dichte des Arbeitsstoffes im Sammler
ϱ_S^0	kg/m ³	Dichte des Arbeitsstoffes im Sammler zum alten Zeitschritt
ϱ_W	kg/m ³	Dichte des Wassers
$\varrho_{W,Tr}$	kg/m ³	Dichte des Wassers in der Trommel
ϱ_{Wa}	kg/m ³	Dichte der Wand
ϱ_{Wa}^0	kg/m ³	Dichte der Wand zum alten Zeitschritt

Symbol	Maßeinheit	Physikalische Größe
Φ	-	Variable der Transportgleichung
Φ^2	-	Zweiphasenmultiplikator
Φ_{Kr}^2	-	Zweiphasenmultiplikator für den Druckabfall im Krümmer
Φ_R^2	-	Zweiphasenmultiplikator für den Reibungsdruckabfall
$\Phi_{W_0,R}^2$	-	Zweiphasenmultiplikator für den Reibungsdruckabfall nach Friedel, wenn der gesamte Massenstrom als Wasser vorliegt
φ_{12}	-	Einstrahlzahl
σ	N/m	Oberflächenspannung
\mathcal{T}	N/m ²	Tensor der Scherspannungen
Υ	-	allgemeine Funktion
χ	-	Rechenzeitverhältnis
Ψ	-	Wertigkeit der Brennkammerflächen
ψ	-	Hohlraumanteil

Index tiefgestellt	Bedeutung
<i>Anord</i>	Anordnung
<i>AS</i>	Arbeitsstoff
<i>Aus</i>	Austritt, Ausgang
<i>absr</i>	Absorption
<i>aus</i>	Außen
<i>Br</i>	Brennstoff
<i>bil</i>	Bilanz
<i>CO₂</i>	Kohlendioxid
<i>c</i>	Kontraktion
<i>D</i>	Dampf
<i>Diff</i>	Differenzieren
<i>Do</i>	Der gesamte Massenstrom liegt als Dampf vor
<i>D,Tr</i>	Dampf in der Trommel
<i>hyd</i>	hydraulisch
<i>Ein</i>	Eintritt
<i>Einzr</i>	Einzelrohr
<i>erw</i>	Erweiterung
<i>F</i>	Fallrohr
<i>Flam</i>	Flamme
<i>FlR</i>	Flammraum

Index tiefgestellt	Bedeutung
<i>Flux</i>	Auf die Querschnittsfläche bezogen
<i>g</i>	Gesucht
<i>geg</i>	Gegeben
<i>ges</i>	Gesamt
<i>H₂O</i>	Wasser
<i>I</i>	Integrieren
<i>i, j, k</i>	Summationsindizes
<i>in</i>	Innen
<i>Kern</i>	Kernrohr
<i>Kr</i>	Krümmen
<i>krit</i>	Kritisch
<i>L</i>	Luft
<i>lam</i>	Laminar
<i>längs</i>	Längsteilung
<i>lim</i>	Limes
<i>Me</i>	Medium
<i>m</i>	Mittlerer
<i>max</i>	Maximal
<i>min</i>	Minimal
<i>N</i>	Letztes Element
<i>nb</i>	Nachbar
<i>O</i>	Oberfläche
<i>O₂</i>	Sauerstoff
<i>O_{in}</i>	Innere Rohroberfläche
<i>o</i>	Oberseite
<i>p</i>	Druck
<i>pk</i>	Pseudokritisch
<i>Q</i>	Quelle
<i>quer</i>	Querteilung
<i>R</i>	Reibung
<i>Rbün</i>	Rohrbündel
<i>Rg</i>	Rauchgas
<i>Rip</i>	Rippe
<i>red</i>	Reduziert
<i>rel</i>	Relativ
<i>rez</i>	Rezirkuliert
<i>S</i>	Sammler
<i>Sätt</i>	Sättigung
<i>Schl</i>	Abschlammung
<i>Spw</i>	Speisewasser

Index tiefgestellt	Bedeutung
<i>St</i>	Steigrohr
<i>StR</i>	Strahlraum
<i>Str</i>	Strahlung
<i>sch</i>	Verschmutzung
<i>soll</i>	Sollwert
<i>Tr</i>	Trommel
<i>Tropf</i>	Tropfen
<i>tat</i>	Tatsächlich
<i>teil</i>	Teilversetzt
<i>tur</i>	Turbulent
<i>U</i>	Unterkühlung
<i>u</i>	Unterseite
<i>un</i>	Thermisches Ungleichgewicht
<i>Verl</i>	Verlust
<i>v</i>	Verdampfung
<i>ver</i>	Verengung
<i>W</i>	Wasser
<i>Wa</i>	Wand
<i>WD</i>	Wasser/Dampf-Gemisch
<i>Wo</i>	Der gesamte Massenstrom liegt als Wasser vor
<i>W, Tr</i>	Wasser in der Trommel
<i>1ph</i>	Einphasig
<i>2ph</i>	Zweiphasig

Index hochgestellt	Bedeutung
$\hat{}$	Korrekturwert
\ast	Näherungslösung
0	Wert zum alten Zeitschritt
\sim	Pseudowert

1 Einleitung

Schon sehr früh wurde der Arbeitsstoff Dampf als Energieträger für thermische Anlagen entdeckt. Bereits Heron von Alexandria im 1. Jahrhundert nach Chr. nützte den Energieinhalt des Dampfes zum Antrieb des sogenannten Heronballes (Bild 1).



heron.eps

Bild 1: Dampfgetriebene Drehkugel Herons von Alexandria [1]

Dazu wurde in einem geschlossenen Metallbehälter, welcher unter der Hohlkugel angeordnet ist, Wasser zum Sieden gebracht. Der im Behälter entstehende Wasserdampf wird durch rohrartige Stützen in die Hohlkugel geleitet. Der Dampf tritt aus der Kugel durch zwei Rohrstutzen tangential aus. Aufgrund der Reaktionskräfte des ausströmenden Dampfes wird die Hohlkugel in Drehung versetzt.

Welchem Zweck der Heronball diene, wurde jedoch nicht überliefert. Die Idee zur Nutzung des Dampfes war jedoch geboren.

In dem 1629 erschienenen Buch "Le machine" von Giovanni Branca wird erstmals die handwerkliche Nutzung des Arbeitsstoffes Dampf als Energieträger für technische Prozesse erkennbar. Branca beschreibt darin eine Maschine, die basierend auf Herons Metallbehälter Dampf produziert, welcher mittels eines Freistrahls auf ein Schaufelrad geblasen wird. Das Schaufelrad ist dabei einem Wasserrad nachempfunden [1]. Diese Innovation markiert den Beginn der Entwicklung von Dampfturbinen. Die Entwicklung der ersten nutzbaren Dampfturbine wird de Laval und Parsons (etwa 1883/84) zugeschrieben.

Die Fähigkeit der Umwandlung der Wärmeenergie des Dampfes in mechanische Energie durch Wärme-Kraftmaschinen führte somit in den letzten 200 Jahren zu einer stetigen Entwicklung der Wärmekreisprozesse und der Dampfkessel. Einen wichtigen Beitrag leisteten dabei die Kolbendampfmaschinen, welche bis ca. 1900 vorherrschten. Den für die Kolbendampfmaschine benötigten Dampf lieferten meist mehrere Großwasserraumdampferzeuger, deren Dampfparameter jedoch niedrig waren. In der Folge wurden die Kolbendampfmaschinen immer mehr von Dampfturbinen verdrängt. Die dadurch möglichen höheren Dampfparameter führten dazu, daß beim Dampferzeuger der Großwasserraum immer mehr mit vielfach verzweigten Rohrsträngen gekoppelt wurde, bis schließlich der Dampferzeuger nur noch aus Rohrsträngen aufgebaut war [1]. Diese sogenannten Wasserrohrdampferzeuger können gegenüber dem Großwasserraumdampferzeuger bis zu höchsten Dampfleistungen gebaut werden.

In den letzten Jahrzehnten sind in der Kraftwerkstechnik die Anforderungen an den Dampferzeuger jedoch weiter stark angestiegen. Durch Verbesserungen an der Verbrennungstechnologie und der Prozeßführung konnten Steigerungen im Wirkungsgrad erzielt werden, die sich einerseits kostengünstig auf die Energiebereitstellung auswirkten und durch die andererseits eine Verringerung des spezifischen CO_2 -Ausstoßes erreicht werden konnte. Durch verschärfte Umweltverträglichkeitsbestimmungen für wärmetechnische Anlagen seitens des Gesetzgebers, mit dem Ziel der Senkung der Emissionen von SO_2 und NO_x , wurden die wirkungsgradsteigernden Effekte teilweise kompensiert. Am konventionell befeuerten Dampferzeuger wurden die emissionsenkenden Maßnahmen durch der Verbrennung nachgeschaltete Rauchgasentschwefelungs- und Entstickungsanlagen realisiert. Durch Primärmaßnahmen wie die Senkung der Verbrennungstemperatur durch Rauchgasrezirkulation oder die Entwicklung moderner Verbrennungstechnologien, wie zum Beispiel der Wirbelschichtfeuerung, konnten weitere Emissionsreduktionen erzielt werden. All diese Maßnahmen hatten jedoch eine Erhöhung der Komplexität der wärmetechnischen Prozesse zur Folge.

Aus der Forderung nach einer verbesserten Energieausnutzung werden Dampferzeuger neben der Grundlastabdeckung heute auch zur Abdeckung der Mittel- und Spitzenlast eingesetzt. Sie werden in Kombikraftwerken oder auch für die Abhitzeverwertung, der Rückgewinnung von Wärme aus exothermen Prozessen in der Verfahrenstechnik, herangezogen. Bei all diesen Anwendungen ist der Betrieb durch viele An- und Abfahrvorgänge sowie zahlreiche schnelle Laständerungen gekennzeichnet. Die Betreiber moderner Dampferzeuger fordern daher vom Hersteller eine immer höhere und schnellere Verfügbarkeit der Anlagen, um auf den Bedarf an Strom und/oder Prozeßdampf entsprechend den gewünschten Erfordernissen in kürzester Zeit reagieren zu können. Diese hohe Flexibilität des Dampferzeugers soll aber gleichzeitig mit einem hohen Wirkungsgrad und niedrigen spezifischen Investitions- und Betriebskosten verbunden sein. All diesen Anforderungen muß der Kesselproduzent bei der Auslegung seiner Anlagen Rechnung tragen.

Abhitzekessel, deren Verdampfer im Naturumlauf betrieben werden, erfüllen die oben beschriebenen Bedingungen sehr gut. Hinter einer Gasturbine angeordnet, ist dieser Kesseltyp sehr flexibel bei einem hohen Gesamtwirkungsgrad des GuD-Prozesses. Durch das Fehlen einer Umwälzpumpe sind auch die Kosten sowohl für die Anschaffung als auch für Betrieb und Wartung geringer. Wegen der kurzen Startzeiten beim kalten und warmen Anfahren beziehungsweise den schnellen Laständerungen kann es in einzelnen Rohren oder auch im gesamten Verdampferbündel zu einer Stagnation oder einer Umkehr der Strömung aufgrund dynamischer Effekte kommen. Aus diesen Gründen ist es für den Hersteller eines Abhitzekessels mit einem Naturumlaufverdampfer von großer Wichtigkeit, das dynamische Verhalten seines Dampferzeugers bereits im Stadium der Planung vorhersagen zu können.

Um die erforderlichen Informationen bezüglich der Strömungsverteilung zu erhalten, ist es notwendig, ein Modell des Dampferzeugers zu erstellen, das alle zu untersuchenden physikalischen Phänomene abbilden kann, jedoch einfach genug ist, um einer mathematischen Beschreibung zugänglich zu sein.

Ziel der vorliegenden Arbeit ist es, ein allgemein gültiges, nicht an bestimmte Schaltungen gebundenes Simulationsprogramm zu erstellen, welches dazu geeignet ist, das dynamische Verhalten der Rohrströmung sowohl in einem Naturumlaufdampferzeuger als auch in ei-

nem beliebig verschalteten beheizten Rohrnetzwerk zu beschreiben.

2 Stand der Technik

Mit der Erforschung der komplexen Vorgänge in konventionellen Dampfkraft- beziehungsweise Kernkraftanlagen ist eine große internationale Forschungsgemeinschaft befaßt. Gemeinsames Ziel ist die Erarbeitung von Berechnungsmethoden zur Vorhersage des Betriebsverhaltens der unterschiedlichen Dampferzeugertypen unter verschiedenen Betriebsbedingungen.

Mit der Entwicklung der ersten leistungsfähigen Rechenanlagen vor ungefähr 25 bis 30 Jahren entstand das Forschungsgebiet der numerischen Strömungsberechnung (Computational Fluid Dynamics CFD). Die Simulationen von Dampferzeugerkomponenten sind etwa bei Isermann [2], Unbehauen und Linck [3], Leithner [4], Anneveld [5], Achab [6], Hill und Willmott [7], Gaber und Ali [8], Jekerle [9], Taler [10], Zhou und Cao [11], Ponweiser und Linzer [12] und Pfeiffer und Zuba [13] nachzulesen, solche kompletter Dampferzeuger bei Doležal [14], Dovermann *et al.* [15], Kley [16], Riemenschneider [17], Schumacher [18], Dymek [19] und Hönig [20].

Die Untersuchungen des dynamischen Verhaltens von konventionellen Dampferzeugern kann prinzipiell in zwei Hauptgruppen unterteilt werden. Zum einen besteht die Möglichkeit, experimentelle Untersuchungen an Groß- oder Modellanlagen, wie Stange und Schlesinger [21], durchzuführen, zum anderen kann man theoretische Modelle entwickeln, die die Grundlage für dynamische Simulationen bilden (siehe Profos [22]).

Experimentelle Ergebnisse besitzen im Rahmen der Meßgenauigkeit für die untersuchte Anlage große Aussagekraft. Sie sind jedoch nur unter Zuhilfenahme der Modellgesetze auf andere Anlagen übertragbar (Völkl [23]). Die Messungen sind zeitaufwendig und kostenintensiv, und es lassen sich manche Größen, die zur Analyse notwendig sind, meßtechnisch kaum oder nur mit hohem Aufwand erfassen, wie es zum Beispiel bei der Ermittlung des Wanderns der Verdampfungszone der Fall ist. Trotz dieser Nachteile ist die experimentelle Untersuchung auch heute noch von großer Bedeutung, wie zum Beispiel für die Überprüfung numerischer Berechnungen (Brockel und Steinmetz [24] oder Edelmann und Fett [25]) oder die Untersuchung von Schadensfällen (Martin *et al.* [26] oder Franke [27]). Bei der Planung und Konstruktion eines Dampferzeugers können experimentelle Methoden nur bedingt eingesetzt werden (Ebert und Fässler [28] und Doležal [14]).

Zur theoretischen Untersuchung des gesamten Dampferzeugers wurden zuerst lineare Modelle, wie die von Shang [29], Leithner und Linzer [30] oder Borsi *et al.* [31] entwickelten, gebildet. Die verstärkte Forderung nach der Simulation großer Zustandsänderungen, wie sie bei An- und Abfahrvorgängen, bei großen Lastwechseln und bei Störfällen auftreten, führte zur Entwicklung der nichtlinearen Simulationsmodelle (Doležal [32] und Doležal *et al.* [33] oder Klug [34]).

In Doležal *et al.* [35] werden die Merkmale und Einsatzmöglichkeiten solcher nichtlinearen Modelle geschildert. Bei den nichtlinearen Modellen entfällt die Linearisierung, was die mathematische Berechnung der Erhaltungsgleichungen erschwert. Sie kann nur durch die

Umwandlung der Differentialquotienten in Differenzenquotienten oder über semianalytische Ansätze, wie zum Beispiel bei Berndt [36] oder Von der Kammer [37] vorgeschlagen, erfolgen.

Dem Einsatz nichtlinearer Modelle standen am Anfang die stark begrenzten Rechnerleistungen und der hohe Rechenaufwand entgegen, welcher auf die zu jedem Zeitschritt notwendige iterative Abstimmung der Ein- und Austrittsgrößen der verschiedenen Heizflächen beruhte [38]. Mit dem von Doležal [39] entwickelten Lösungsverfahren wurde es möglich, die Rechenzeiten zu verringern. In diesem Lösungsverfahren wurde die Berechnung der Abgasseite von jener der Arbeitsstoffseite entkoppelt. Der mit dieser Vereinfachung verbundene Rechenfehler aufgrund des diesem Verfahren eigenen Selbstkorrektureffektes niedrig [39]. Eine Weiterentwicklung dieses Verfahrens zeigt Von der Kammer [40] anhand der Simulation von Anfahrvorgängen. Die Übereinstimmung des Anfahrprogramms mit experimentellen Daten zeigten Doležal *et al.* in [41] und [42]. Weitergehende Forderungen an die Entkoppelung der Berechnung führten auf die Entwicklung der Ersatzfunktion für die Wandtemperatur (Doležal und Rolf [43]). Rolf [44] verbesserte das Verfahren durch eine Weiterentwicklung bei der entkoppelten Berechnung der Energiebilanzen vom Regenerator- zum Rekuperatormodell, wodurch Bilanzfehler vermieden und die Zeitschrittabhängigkeit reduziert wurde. Zur Überprüfung der Zeitschrittabhängigkeit seines Modelles führte Rolf Vergleichsrechnungen mit der geschlossenen Lösung durch, wobei deutlich wurde, daß nahezu keine Verkleinerung der Zeitschrittweite gegenüber dem Vergleichsmodell erforderlich war. Heitmüller [45] untersuchte mit einem weiteren semi-analytischen Lösungsverfahren das dynamische Verhalten eines Zwangdurchlaufdampfzegers beim Durchfahren des kritischen Punktes.

Mayinger *et al.* [46] lösten die Differentialgleichungen mittels eines impliziten Differenzenansatzes, wodurch numerische Stabilität auch bei der Wahl größerer Zeitschritte ermöglicht wurde. Reineke *et al.* [47] wandte dieses Verfahren zur Berechnung eines Turbinenschnellschlusses an einem Abhitzekessel an. Franke *et al.* [48] legten bei der Entwicklung ihres Simulationsmodelles besonderen Wert auf eine geringe Rechenzeit. Dies sollte durch eine selbständige Anpassung der Zeitschrittweite an die geforderte Rechengenauigkeit erfolgen. Rohse [49] untersuchte in seiner Arbeit die Vorgänge beim Übergang vom Umwälz- zum Zwangdurchlaufbetrieb unter Zuhilfenahme eines semiimpliziten Einrohrmodells für die Strömung des Arbeitsstoffes. Das von Payrhuber [50] entwickelte Einrohrmodell dient der Untersuchung des transienten Verhaltens von Abhitzekesseln sowie des Auftretens von dynamischen Instabilitäten im Umlaufsystem des Abhitzekessels. Ponweiser [51], Ponweiser und Walter [52], [53], [54] präsentierten in ihren Arbeiten ein auf dem von Patankar und Spalding [55] entwickelten SIMPLE-Algorithmus (Semi Implicit Method for Pressure Linked Equations) basierendes Modell zur Lösung der Transportgleichungen für den Arbeitsstoff, welches zur transienten Simulation der Strömungsvorgänge in parallelen beheizten Rohrsträngen dient. In [56] sowie [57] stellten sie die Erweiterung ihres Modelles für das SIMPLER-Verfahren vor.

3 Grundgleichungen zur Beschreibung der transienten Strömung

Über die strömende Bewegung einer Flüssigkeit läßt sich nur dann ein eindeutiges Bild gewinnen, wenn man von jedem Flüssigkeitsteilchen für jeden Zeitpunkt den Ort seines Aufenthaltes angeben kann; seine Ortsableitung nach der Zeit liefert dann seine Geschwindigkeit und die Beschleunigung [58].

Werden die Bilanzen bezüglich eines ortsfesten Kontrollraumes formuliert, in dem sich zu verschiedenen Zeitpunkten unterschiedliche Flüssigkeitsteilchen befinden, so erhält man die Erhaltungsgleichungen in der nicht-konservativen Form, und man spricht von der sogenannten Eulerschen Betrachtungsweise. Im Gegensatz dazu spricht man von einer Lagrangeschen Betrachtungsweise, wenn die Bewegungsgleichungen in konservativer Form über eine aus immer denselben Fluidteilchen gebildete Kontrollmasse bilanziert wird. Die Herleitung der Erhaltungssätze ist in vielen Literaturquellen, wie zum Beispiel [59],[60], [61] oder [62], angegeben.

Im folgenden werden die Bilanzgleichungen für Masse, Impuls und Energie in der Eulerschen Betrachtungsweise unter Verwendung eines kartesischen Koordinatensystems angegeben. Die Darstellung der Erhaltungssätze in anderen Koordinatensystemen sind unter anderem in [63], [59] oder [64] angeführt.

3.1 Kontinuitätsgleichung

Gleichung 1 stellt die mathematische Formulierung des Satzes zur Erhaltung der Masse in einem allgemeinen Kontrollvolumen dar. Die Beziehung bringt zum Ausdruck, daß die zeitliche Massenänderung infolge der Dichteänderung gleich der Summe der ein- und ausfließenden Massenströme ist.

Diese Formulierung ist allerdings nur dann vollständig, wenn chemische Reaktionen ausgeschlossen werden, da ansonsten zusätzliche Quellterme berücksichtigt werden müßten [63].

$$\underbrace{\frac{\partial \rho}{\partial t}}_{\text{zeitliche Änderung der Dichte}} = \underbrace{-(\nabla \cdot \rho \vec{w})}_{\text{örtliche Änderung der Massenstromdichte}} \quad (1)$$

3.2 Impulsbilanz

Jedes Fluidelement ist aufgrund seiner Masse und Geschwindigkeit Träger eines Impulses. Dieser Impuls kann nach dem zweiten Newtonschen Axiom nur durch die Wirkung von Kräften verändert werden. Diese Kräfte können entweder auf das Kontrollvolumen verteilt (zum Beispiel die Erdbeschleunigung) oder an der Volumenoberfläche (zum Beispiel Normal- und Tangentialspannungen in bezug auf das betrachtete Kontrollvolumen)

angreifen [63]. Bilanziert man nun über alle auf den Kontrollraum wirkenden Kräfte, so läßt sich die Impulsgleichung folgenderweise darstellen:

$$\underbrace{\frac{\partial}{\partial t}(\rho \vec{w})}_{\text{zeitliche Änderung der Massenstromdichte}} = \underbrace{-[(\nabla \cdot \rho \vec{w}) \vec{w}]}_{\text{örtliche Änderung des Impulsstroms}} \underbrace{-\nabla p}_{\text{örtliche Änderung des Drucks}} \underbrace{-(\nabla^T \cdot \mathcal{T})^T}_{\text{Reibungskraft}} \underbrace{+\rho \vec{g}}_{\text{Gravitationskraft}} \quad (2)$$

Der Term auf der linken Seite der Gleichung (2) beschreibt die zeitliche Änderung der Massenstromdichte. Der erste Term auf der rechten Seite der Impulsbilanz stellt die örtliche Änderung des Impulsstromes, der zweite Term die örtliche Änderung des Druckes, der dritte Term die Reibungskraft und der letzte Term die am Kontrollraum angreifende Gravitationskraft dar.

3.3 Energiebilanz

Wird der erste Hauptsatz der Thermodynamik für Fließprozesse auf ein ortsfestes Kontrollvolumen angewendet, so erhält man das Gesetz zur Erhaltung der Energie einer realen Strömung, welches sich folgenderweise zusammensetzt:

Die zeitliche Änderung der Summe aus der inneren und der kinetischen Energie des Mediums im Kontrollvolumen ist gleich der Summe des mit dem Massentransport über die Grenzen des Kontrollraumes transportierten konvektiven Zuflusses der inneren und der kinetischen Energie; der in das Kontrollvolumen eingebrachten Wärmeleistung; der verbrauchten Leistung zur Überwindung der Reibungskräfte; und der aufgewendeten Leistung zum Transport des Fluides durch das Gravitationsfeld und im Feld des sich ändernden Druckes.

Im rechtwinkligen kartesischen Koordinatensystem ergibt sich die mathematische Beschreibung der Energiegleichung in der nicht-konservativen Form zu:

$$\underbrace{\frac{\partial}{\partial t}(\rho e + \frac{\rho w^2}{2})}_{\text{zeitliche Änderung der Energie}} = \underbrace{-[\nabla \cdot \vec{w}(\rho e + \frac{\rho w^2}{2})]}_{\text{örtliche Änderung des Energiestroms}} \underbrace{-\underbrace{(\nabla \cdot \dot{q})}_{\text{örtlich zugeführter Wärmestrom}}}_{\text{Leistung durch Gravitationskraft}} \underbrace{+\rho(\vec{w} \cdot \vec{g})}_{\text{Leistung durch Gravitationskraft}} \underbrace{-\underbrace{(\nabla \cdot p\vec{w})}_{\text{Leistung durch Volumsveränderung}}}_{\text{Leistung durch Gravitationskraft}} \underbrace{-[\nabla \cdot (\mathcal{T} \vec{w})]}_{\text{Leistung der Reibungskräfte}} \quad (3)$$

4 Klassifizierung der Randbedingungen

Mit den oben beschriebenen Grundgleichungen können der Druck p , die Geschwindigkeit w und die innere spezifische Energie e an einem bestimmten Ort und zu einer bestimmten Zeit ermittelt werden, wenn im gesamten Lösungsgebiet zum Zeitpunkt $t = 0$ alle Startwerte bekannt sind. Neben diesen Anfangswerten müssen bezüglich der Zeit an der Randkurve des zu untersuchenden Lösungsgebietes bestimmte Bedingungen eingehalten werden. Diese als Randbedingung bezeichneten Bedingungen lassen sich in drei grundlegende Typen einteilen:

- **Randbedingung 1. Art oder Dirichlet-Bedingung:** $\Upsilon(x) = \gamma$.
 γ bezeichnet eine gegebene Funktion von im allgemeinen x und t .
- **Randbedingung 2. Art oder Neumann-Bedingung:** $\frac{\partial \Upsilon}{\partial n}(x) = \gamma$.
 $\frac{\partial \Upsilon}{\partial n}$ bezeichnet die Ableitung von Υ auf dem Rand in Richtung der Normalen und γ eine gegebene Funktion von im allgemeinen x und t .
- **Randbedingung 3. Art oder Cauchy-Bedingung:** $\alpha \Upsilon(x) + \beta \frac{\partial \Upsilon}{\partial n}(x) = \gamma$.
 α , β und γ bezeichnet eine gegebene Funktion von im allgemeinen x und t . Die Cauchy - Bedingung stellt eine Kombination der Randbedingung 1. und 2. Art dar.

Ist eine dieser Randbedingungen 1., 2. oder 3. Art gleich null, so nennt man diese Randbedingung homogen, ansonsten inhomogen. Sind an einer Randkurve unterschiedliche Randbedingungen vorgegeben, so spricht man von gemischten Randbedingungen.

5 Bewegungsgleichungen der transienten Rohrströmung

Die in Kapitel 3 dargestellten Grundgleichungen wurden in ihrer Formulierung so allgemein gehalten, daß sie keine Beschränkungen für eine dreidimensionale Strömung besitzen. Bei den in dieser Arbeit zu betrachtenden Strömungsvorgängen in Rohrleitungssystemen können, in bezug auf die oben dargestellten Bewegungsgleichungen, folgende diese Gleichungen vereinfachende Annahmen getroffen werden:

- Eindimensionale Strömung.
- Konstanter Rohrquerschnitt über das Kontrollvolumen.
- Ideale Durchmischung des Mediums im Kontrollvolumen, wodurch konstante Stoffwerte verwendet werden können.
- Die Strömungsgeschwindigkeit ist im Kontrollvolumen konstant und gleich einem mittleren Wert.

- Die Wärmeleitfähigkeit des strömenden Mediums sei normal zur Strömungsrichtung unendlich groß und in axialer Richtung gleich null.
- Die Reibungskräfte werden als Volumenkräfte berücksichtigt, wodurch in der Energiebilanz die Schubspannungskräfte verschwinden. (Da sich die Reibungsarbeit als Verminderung auf die kinetische Energie und als entsprechende Erhöhung der inneren Energie auswirkt, tritt kein Reibungsterm in der Energiebilanz auf. Die gesamte Reibungsarbeit wird dem Fluid als Wärme zugeführt [65]).

Unter Bezugnahme auf diese vereinfachenden Annahmen lassen sich die Bilanzgleichungen für Masse, Impuls und Energie wie folgt anschreiben:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (\rho w) = 0, \quad (4a)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho w) + \frac{\partial}{\partial x} (\rho w^2 + p) = -\rho g \sin \delta - \Delta p_R, \quad (4b)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\rho e + \frac{\rho w^2}{2} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left[w \left(\rho e + \frac{\rho w^2}{2} \right) \right] = \dot{q} \frac{U}{A} - \frac{\partial}{\partial x} (w p) - \rho w g \sin \delta \quad (4c)$$

Mit δ wird der Winkel zwischen der Achse des Rohres und der Horizontalen bezeichnet.

In der angewandten Thermodynamik wird anstelle der spezifischen inneren Energie e bevorzugt die spezifische Enthalpie h verwendet. Den mathematischen Zusammenhang zwischen diesen beiden thermodynamischen Zustandsgrößen stellt Gleichung (5) her.

$$e = h - \frac{p}{\rho} \quad (5)$$

Substitution der inneren Energie e in Gleichung 4c durch die Beziehung 5 liefert die Energiebilanz in Enthalpieschreibweise:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\rho h + \frac{\rho w^2}{2} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left[w \left(\rho h + \frac{\rho w^2}{2} \right) \right] = \dot{q} \frac{U}{A} + \frac{\partial p}{\partial t} - \rho w g \sin \delta. \quad (6)$$

Bei den hier zu betrachtenden thermischen Energieprozessen sind der Energieinhalt des Fluides und die über die Grenzen des Kontrollvolumens transportierten Wärmeströme die dominierenden Größen. Demgegenüber liefern die Terme für die kinetische und potentielle Energie sowie die transiente Änderung des Druckes nur sehr kleine Anteile und können daher vernachlässigt werden (siehe dazu auch Ponweiser [51] und Rohse [66]).

Unter Berücksichtigung dieser Annahmen nimmt die Gleichung für die Energieerhaltung folgende Form an:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho h) + \frac{\partial}{\partial x} (\rho h w) = \dot{q} \frac{U}{A} \quad (7)$$

6 Allgemeine Form der Transportgleichungen

Betrachtet man sich die Form der Bilanzgleichungen für Impuls, Masse und Energie, so erkennt man, daß sie eine große Ähnlichkeit in ihrer Struktur aufweisen. Ersetzt man die jeweils interessierende Strömungsgröße durch die Variable Φ und bezeichnet man mit Γ den zugehörigen Diffusionskoeffizienten, so können die Bewegungsgleichungen in folgender allgemeiner Form dargestellt werden:

$$\underbrace{\frac{\partial(\varrho \Phi)}{\partial t}}_{\substack{\text{lokale zeit-} \\ \text{liche Ände-} \\ \text{rung}}} + \underbrace{\frac{\partial(\varrho w \Phi)}{\partial x}}_{\text{Konvektion}} = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} \left(\Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right)}_{\text{Diffusion}} + \underbrace{S_\Phi}_{\text{Quellterme}} \quad (8)$$

Mit S_Φ wird ein Quellterm eingeführt, der alle nicht zur Konvektion beziehungsweise Diffusion gehörenden Terme in sich vereinigt.

7 Diskretisierungsmethoden in der Strömungsmechanik

Zur Diskretisierung der strömungsmechanischen Grundgleichungen stehen unterschiedliche Methoden zur Verfügung, beispielsweise

- die Finite-Elemente-Methode
- die Finite-Differenzen-Methode
- und die Finite-Volumen-Methode.

Bei den Finite-Elemente-Verfahren werden die Grundgleichungen auf einem beliebig geformten Gitter durch die Methode der gewichteten Residuen oder des Galerkin-Verfahrens näherungsweise erfüllt. Der Verlauf der Zustandsgrößen zwischen den Gitterpunkten wird durch einfache Basisfunktionen approximiert.

Im Gegensatz dazu wird bei der Finite-Differenzen-Methode der Differentialquotient durch einen Differenzenquotient ersetzt, welcher auf den an Gitterpunkten definierten Zustandsgrößen basiert. Die Grundgleichungen werden auf jedem Gitterpunkt näherungsweise erfüllt. Im Gegensatz zur Methode der Finiten-Elemente muß bei der Finite-Differenzen-Methode das Rechengebiet auf einem äquidistanten Gitter abgebildet werden. Weiters weist die Methode der Finiten-Differenzen ein schlechtes Konvergenzverhalten und einen instabilen Lösungsfortschritt auf (Epple [67]).

Bei der Methode der Finiten-Volumen wird das gesamte Integrationsgebiet in einzelne Kontrollvolumina unterteilt und die Differentialgleichungen über die einzelnen finiten Volumina integriert. Im Gegensatz zur Finite-Differenzen-Methode ist nicht die differentielle, sondern die integrale Form der Transportgleichungen der eigentliche Ausgangspunkt. Ein

weiterer Vorteil der Methode der Finiten-Volumen gegenüber der Methode der Finiten-Differenzen besteht darin, daß keine nichtphysikalischen Quellen oder Senken auftreten können.

In der vorliegenden Arbeit stellt das von Patankar und Spalding [55] entwickelte und von Patankar in [68] erweiterte Finite-Volumen-Verfahren SIMPLER die zugrundeliegende Diskretisierungsmethode dar und soll daher, soweit es für das weitere Verständnis notwendig ist, in den nachfolgenden Kapiteln näher beschrieben werden.

8 Finite-Volumen-Verfahren

8.1 Historische Entwicklung der Finite-Volumen-Verfahren

Der kurze historische Rückblick über die Entwicklung der Finite-Volumen-Verfahren – mit besonderem Schwerpunkt auf die sogenannten Druck-Korrektur-Verfahren – soll die große Anzahl an Algorithmen zeigen, welche zur Lösung der allgemeinen Transportgleichung in den letzten Jahrzehnten entwickelt wurden.

In den Anfängen der numerischen Fluidodynamik standen zur Lösung der instationären Probleme nur numerische Methoden zur Verfügung, die zum Teil nur auf einem beschränkten Bereich von Fluidgeschwindigkeiten angewendet werden konnten. Für schallnahe Strömungen und Überschallströmungen kamen in der Regel Lagrange- Euler- oder Hybridmethoden zur Anwendung. Aber auch für vollständig inkompressible Strömungen wurden unterschiedliche Methoden entwickelt, welche alle auf der Eulermethode basieren (siehe dazu Harlow und Welch [69] oder Hirt und Shannon [70]).

1968 entwickelten Harlow und Amsden [71] die “Implicit Continuous-Fluid Eulerian Method” (ICE), welche auf alle Fluidgeschwindigkeiten anwendbar ist. Bei einer Beschränkung auf inkompressible Fluide und einer Schallgeschwindigkeit, welche gegen unendlich geht, reduziert sich der ICE-Algorithmus auf die “Marker and Cell Method” (MAC) (Harlow und Welch [69], Amsden und Harlow [72] und Hirt und Shannon [70]), während sie für sehr kleine Schallgeschwindigkeiten eine implizite Variante der üblichen Eulermethoden (siehe dazu Gentry [73]) darstellt.

Harlow und Amsden [74] erweiterten 1971 die ICE-Technik in der Weise, daß sie dem Anwender durch einen Gewichtungsfaktor die Möglichkeit geben, die ICE-Methode durch Änderung dieses Faktors von einer semi-impliziten Methode, welche der Originalversion des ICE-Algorithmus entspricht, bis zu einer vollständig expliziten Methode – in diesem Fall entspricht der Algorithmus der ursprünglich expliziten Euler-Technik (Gentry *et al.* [73]) – zu variieren.

Hirt *et al.* [75] kombinierten die “Implicit Continuous-Fluid Eulerian Method” (ICE) mit der Lagrangemethode zu der “Arbitrary-Lagrangian-Eulerian Technique” (ALE). Die Methode benützt ein finites Differenzennetz mit Scheitelpunkten, welches sich entweder mit dem Fluid mitbewegt (Lagrange), festgehalten wird (Euler) oder in eine andere beliebig vorgeschriebene Position gedreht werden kann. 1975 beschrieben Harlow und Amsden [76] eine neue, ebenfalls auf der ICE-Technik aufbauende Methode, welche als “Implicit

Multifield Solution Method” (IMF) bezeichnet wird. Mahaffy [77] verbesserte mit seiner 1982 vorgestellten “Stability–Enhancing Two–Step Method” (SETS–Methode) die ICE–Technik dahingehend, daß diese neue Variante größere Zeitschrittweiten zuläßt. Kashiwa *et al.* [78] stellten 1994 eine Erweiterung und Verallgemeinerung der ICE–Methode vor.

Ein weiterer wichtiger Vertreter dieser Finite–Volumen–Verfahren ist das von Patankar und Spalding [55] vorgestellte SIMPLE Verfahren. Dieser Algorithmus kombiniert einige der Eigenschaften der MAC–Methode und ihrer Varianten mit neuen.

1980 erweiterte Patankar [68] das SIMPLE–Verfahren zum sogenannten SIMPLER–Verfahren, in welchem eine zusätzliche Gleichung für die Auswertung des Druckes gelöst werden muß. Eine andere Variante ist der SIMPLEC–Algorithmus, welcher von Van Doornaal und Raithby [79] entwickelt wurde. Der wesentliche Vorteil dieses Verfahrens liegt darin, daß in der praktischen Anwendung die Druckkorrektur keiner Unterrelaxation unterworfen werden muß [80]. Spalding [81] in [82] entwickelte parallel dazu den SIMPLEST–Algorithmus. Dabei wird für die Konvektion eine explizite und für die Diffusion eine implizite Behandlung der Impulsbilanz vorgeschlagen. Eine weitere Verbesserung des SIMPLE–Verfahrens geht auf Issa [83] zurück. Die Methode, welche Issa “Pressure–Implicit with Splitting of Operators” (PISO) nannte, unterscheidet sich allerdings nur in geringem Maße vom SIMPLER (Patankar [82]). Jang *et al.* [84] stellten in ihrem Aufsatz die Algorithmen PISO, SIMPLER und SIMPLEC gegenüber. Grundlage ihrer Untersuchung waren dabei stationäre Strömungsprobleme. Latimer und Polard [85] berichten in ihrer Arbeit über eine Vielzahl von Erweiterungen des SIMPLE–Algorithmus und beschreiben dabei auch den Algorithmus FIMOSE.

Im Detail unterscheiden sich MAC, SIMPLE und seine Varianten jeweils bei der Behandlung der Koppelung zwischen den einzelnen Gleichungen, im speziellen derjenigen für die Geschwindigkeitskomponenten (Spalding [86]).

Die vorliegende Zusammenfassung stellt keinen Anspruch auf Vollständigkeit. Für weiterführende Literaturzusammenfassungen sei auf Perić *et al.* [87] oder Patankar [82] verwiesen.

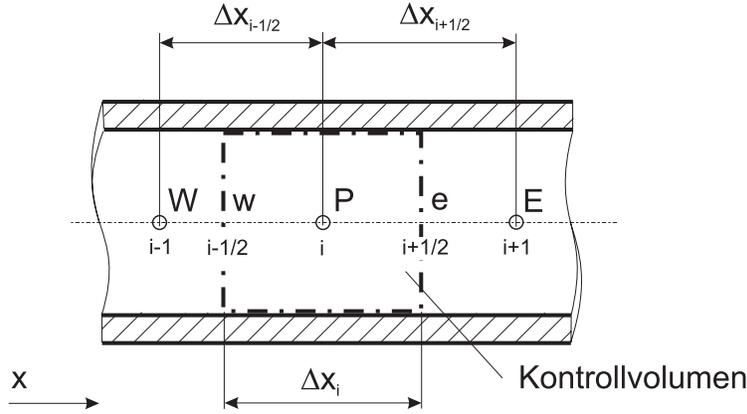
8.2 Diskretisierung der eindimensionalen allgemeinen Transportgleichung mittels des Finite-Volumen-Verfahrens

Ausgangspunkt für die Herleitung der algebraischen Beziehungen für das Finite-Volumen-Verfahren SIMPLER ist die integrale Form der allgemeinen Transportgleichung.

$$\int_V \frac{\partial(\varrho\Phi)}{\partial t} dV + \int_V \frac{\partial(\varrho w\Phi)}{\partial x} dV = \int_V \frac{\partial}{\partial x} \left(\Gamma \frac{\partial\Phi}{\partial x} \right) dV + \int_V S_\Phi dV \quad (9)$$

Das zu untersuchende Rechengebiet wird dabei in einzelne, sich nicht überlappende Kontrollvolumina, wie in [Bild 2](#) für die eindimensionale Rohrströmung dargestellt, unterteilt. In der Mitte eines jeden dieser Kontrollräume i ist der Rechenpunkt P angeordnet, und der kontinuierliche Verlauf der Strömungsgröße Φ wird dabei durch die in den diskreten Rechenpunkten bestimmten Werte für Φ ersetzt.

Die Rechenpunkte der Nachbarvolumina der Rechenzelle i werden entsprechend der Kompaßnotation für den linken Nachbarn mit W (west) und dem rechten Nachbarn mit E (east)



kovol-rohr-fv-method.eps

Bild 2: Kontrollvolumen einer allgemeinen Rechenzelle

bezeichnet.

Die Grenzflächen der Zelle i werden mit folgenden Indizes versehen: $i + \frac{1}{2}$ an der östlichen und $i - \frac{1}{2}$ an der westlichen Fläche. Diese Vereinbarungen gelten auch für alle weiteren Betrachtungen, wenn keine explizit andere Vereinbarung getroffen wird.

Unter Anwendung des Integralsatzes von Gauß auf die allgemeine Transportgleichung (9) und unter Berücksichtigung einer eindimensionalen Rohrströmung können die Volumenintegrale des Diffusions- und Konvektionsterms in Oberflächenintegrale umgeformt werden:

$$\int_V \frac{\partial}{\partial t} (\rho \Phi) dV = - \int_A (\rho w \Phi) dA + \int_A \Gamma_\Phi \frac{\partial \Phi}{\partial x} dA + \int_V S_\Phi dV \quad (10)$$

Die Oberflächenintegrale reduzieren sich zu einer Differenz des über die Stirnfläche stattfindenden Massenaustausches, da kein Austausch über die Mantelfläche des zylindrischen Kontrollvolumens stattfinden kann (siehe Bild 2). Nimmt man weiters eine homogene Verteilung der Transport- und Zustandsgrößen über die Querschnittsfläche der Rechenzelle i an, so erhält man:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\rho \Phi)_i A_i \Delta x_i &= (\rho w \Phi A)_{i-\frac{1}{2}} - (\rho w \Phi A)_{i+\frac{1}{2}} \\ &\quad - \left(\Gamma_\Phi \frac{\partial \Phi}{\partial x} A \right)_{i-\frac{1}{2}} + \left(\Gamma_\Phi \frac{\partial \Phi}{\partial x} A \right)_{i+\frac{1}{2}} + (S_\Phi A)_i \Delta x_i \end{aligned} \quad (11)$$

Patankar [68] faßte die Konvektions- und Diffusionsterme zum sogenannten totalen Fluß J mit

$$J = \rho w \Phi - \Gamma_\Phi \frac{\partial \Phi}{\partial x} \quad (12)$$

zusammen. Ersetzt man die Ableitung im Diffusionsterm durch einen Vorwärts- beziehungsweise Rückwärtsdifferenzenquotienten, dann ergibt sich der totale Fluß J über die Grenze der Rechenzelle i zu

$$J_{i-\frac{1}{2}} = F_{i-\frac{1}{2}} \Phi_{i-\frac{1}{2}} - D_{i-\frac{1}{2}} (\Phi_i - \Phi_{i-1}) \quad (13)$$

und

$$J_{i+\frac{1}{2}} = F_{i+\frac{1}{2}}\Phi_{i+\frac{1}{2}} - D_{i+\frac{1}{2}}(\Phi_{i+1} - \Phi_i), \quad (14)$$

wobei F den konvektiven und D den diffusiven Anteil des Flusses J an den entsprechend zugeordneten Zellenrändern beschreiben.

$$F_{i-\frac{1}{2}} = (\varrho w)_{i-\frac{1}{2}} \quad (15)$$

$$F_{i+\frac{1}{2}} = (\varrho w)_{i+\frac{1}{2}} \quad (16)$$

$$D_{i-\frac{1}{2}} = \frac{\Gamma_{i-\frac{1}{2}}}{\Delta x_{i-\frac{1}{2}}} \quad (17)$$

$$D_{i+\frac{1}{2}} = \frac{\Gamma_{i+\frac{1}{2}}}{\Delta x_{i+\frac{1}{2}}} \quad (18)$$

Nach Patankar [68] muß der Quellterm S linearisiert werden und besteht aus einem konstanten Anteil S_c und einem proportionalen Anteil S_p :

$$S = S_c + S_p\Phi \quad (19)$$

Einsetzen der Gleichungen (15) bis (19) in Gleichung (11) bei gleichzeitiger Diskretisierung der Zeitableitung mittels eines Rückwärtsdifferenzenquotienten liefert:

$$\frac{(\varrho_i\Phi_i - \varrho_i^0\Phi_i^0)A_i\Delta x_i}{\Delta t} = J_{i-\frac{1}{2}}A_{i-\frac{1}{2}} - J_{i+\frac{1}{2}}A_{i+\frac{1}{2}} + (S_{ci} + S_{pi}\Phi_i)A_i\Delta x_i \quad (20)$$

Diskretisiert man nun die Massenbilanz (Gleichung 4a) in gleicher Weise, so läßt sich diese wie folgt anschreiben:

$$\frac{(\varrho_i - \varrho_i^0)A_i\Delta x_i}{\Delta t} + (\varrho w A)_{i+\frac{1}{2}} - (\varrho w A)_{i-\frac{1}{2}} = 0 \quad (21)$$

Durch Multiplikation der diskretisierten Massenbilanz (Gleichung (21)) mit Φ_i und anschließender Subtraktion von Gleichung (20) erhält man:

$$\begin{aligned} (\Phi_i - \Phi_i^0)\frac{\varrho_i^0\Delta x}{\Delta t}A_i &= (J_{i-\frac{1}{2}} - F_{i-\frac{1}{2}}\Phi_i)A_{i-\frac{1}{2}} - (J_{i+\frac{1}{2}} - F_{i+\frac{1}{2}}\Phi_i)A_{i+\frac{1}{2}} \\ &\quad + (S_{ci} + S_{pi}\Phi_i)A_i\Delta x \end{aligned} \quad (22)$$

Unter Verwendung des UPWIND-Schemas¹ und der Annahme konstanter Werte der Zustandsgrößen im Kontrollvolumen (Rührkesselmodell) können die Größen, welche am

¹Es sind nur die Werte derjenigen Nachbarzellen von Relevanz, aus deren Richtung die Strömung in das Kontrollvolumen fließt. Es wird dabei keine arithmetische Mittelung der Werte durchgeführt. Diese Annahme ist für konvektionsdominante Strömungen gerechtfertigt. Überwiegen jedoch Diffusionserscheinungen, so muß ein Zentral-Differenzen-Schema verwendet werden. Als Maß für die Beurteilung des zu verwendenden Schemas wird die sogenannte Gitter-Pecletzahl herangezogen. In der Literatur (zum Beispiel Patankar [68] oder Noll [80]) wird die Verwendung der einzelnen Differenzenverfahren ausführlich diskutiert.

stromabwärtsliegenden Rand des Kontrollvolumens liegen, jenen im Kontrollvolumen gleichgesetzt werden, und es gilt:

$$\Phi_{i-\frac{1}{2}} = \Phi_{i-1} \quad \text{falls} \quad F_{i-\frac{1}{2}} > 0, \quad (23a)$$

$$\Phi_{i-\frac{1}{2}} = \Phi_i \quad \text{falls} \quad F_{i-\frac{1}{2}} < 0. \quad (23b)$$

Die Terme für den totalen und den konvektiven Fluß können unter Bezugnahme auf das UPWIND-Schema daher in folgender Weise angeschrieben werden:

$$(J_{i+\frac{1}{2}} - F_{i+\frac{1}{2}}\Phi_i)A_{i+\frac{1}{2}} = a_{Ei}(\Phi_i - \Phi_{i+1}), \quad (24a)$$

$$(J_{i-\frac{1}{2}} - F_{i-\frac{1}{2}}\Phi_i)A_{i-\frac{1}{2}} = a_{Wi}(\Phi_{i-1} - \Phi_i) \quad (24b)$$

mit den Koeffizienten:

$$a_{Ei} = (D_{i+\frac{1}{2}} + [[-F_{i+\frac{1}{2}}, 0]])A_{i+\frac{1}{2}}, \quad (25a)$$

$$a_{Wi} = (D_{i-\frac{1}{2}} + [[F_{i-\frac{1}{2}}, 0]])A_{i-\frac{1}{2}} \quad (25b)$$

Der Operator $[[A,B]]$ entspricht der FORTRAN-Anweisung $D\text{MAX1}(A,B)$ und liefert als Ergebnis den größeren Wert von A und B.

Durch Substitution der Gleichungen (24a) und (24b) in Gleichung (22) und nach Auflösen nach Φ_i erhält man:

$$\begin{aligned} \Phi_i(a_{Wi} + a_{Ei} + \frac{\varrho_i^0 A_i \Delta x_i}{\Delta t} - S_{pi} A_i \Delta x_i) &= a_{Wi} \Phi_{i-1} + a_{Ei} \Phi_{i+1} + \\ &+ S_{ci} A_i \Delta x_i + \frac{\varrho_i^0 A_i \Delta x_i}{\Delta t} \Phi_i^0. \end{aligned} \quad (26)$$

Zusammengefaßt ergibt sich

$$a_{Pi} \Phi_i = a_{Wi} \Phi_{i-1} + a_{Ei} \Phi_{i+1} + b_i \quad (27)$$

mit den Koeffizienten:

$$a_{Pi}^0 = \frac{\varrho_i^0 A_i \Delta x_i}{\Delta t} \quad (28a)$$

$$b_i = S_{ci} A_i \Delta x_i + a_{Pi}^0 \Phi_i^0, \quad (28b)$$

$$a_{Pi} = a_{Wi} + a_{Ei} + a_{Pi}^0 - S_{pi} A_i \Delta x_i. \quad (28c)$$

Gleichung (27) muß auf alle Zellen des Rechengebietes angewendet werden und ergibt für die eindimensionale Rohrströmung (ohne Verzweigungspunkte) eine tridiagonale Matrix, welche eine einfache, rekursive Lösung mittels des TDMA-Verfahrens (Tri-Diagonal Matrix Algorithm) gewährleistet. Eine ausführliche Beschreibung dieses Algorithmus findet sich unter anderen bei Patankar [68], Noll [80] Schwarz [88] oder Ames [89].

Um eine Konvergenz des Verfahrens zu gewährleisten, postulierte Patankar [68] folgende vier grundlegende Regeln:

1. Alle Koeffizienten (Zentral- und Nachbarkoeffizienten) müssen positiv sein.
2. Bei einer Quelltermlinearisation (Gleichung 19) muß der proportionale Anteil S_p stets kleiner oder gleich null sein.
3. Die Summe der Nachbarkoeffizienten muß gleich dem Wert des Zentralkoeffizienten sein.

4. Die Bilanzierung über die Massenflüsse muß konsistent sein.

8.3 Definitionen des Rechengitters

Bei der Auswahl eines geeigneten Lösungsverfahrens für die allgemeinen Transportgleichungen muß speziell auf die Kompressibilität des zu untersuchenden Fluides ein besonderes Augenmerk gelegt werden. Nicht alle Methoden zur Lösung der Euler- beziehungsweise der Navier-Stokes-Gleichungen sind gleich gut geeignet, die unterschiedlichen Anforderungen zu erfüllen, welche eine kompressibel beziehungsweise eine inkompressible Strömung erfordern. Ob eine Strömung als kompressibel oder inkompressibel bezeichnet werden kann, hängt nicht nur von der Veränderlichkeit der Dichte ab. Als Kriterium für die Kompressibilität einer Strömung kommen diejenigen Dichteveränderungen in Frage, welche sich auf eine starke lokale Beschleunigung bis auf Mach-Zahlen größer als etwa 0.4 zurückführen lassen. Werden die Dichteänderungen durch andere Ursachen, wie zum Beispiel durch die bei chemischen Reaktionen freigesetzte Wärme, hervorgerufen, so kann die Strömung trotz starker Dichteveränderungen durchaus inkompressibel sein.

Bei den Verfahren zur Berechnung kompressibler Strömungen hat es sich als vorteilhaft erwiesen, wenn die Koppelung zwischen Druck und Geschwindigkeit über eine separate Gleichung erfolgt. Dadurch besteht in den dafür vorgesehenen Berechnungsalgorithmen keine starke Verbindung zwischen den Druck- und den Geschwindigkeitsfeldern. Die Kontinuitätsgleichung dient in diesem Fall der Bestimmung der lokalen Dichte.

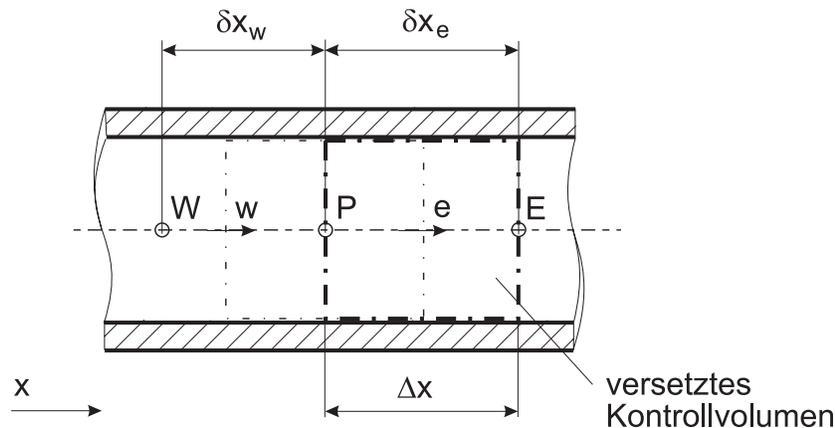
Im Gegensatz dazu kommt es bei der inkompressiblen Strömung auf Basis der primitiven Variablen Druck und Geschwindigkeit zu einer sehr starken Koppelung der Kontinuitätsgleichung mit der Impulsbilanz. Dabei wird die Bestimmungsgleichung für den Druck über die Massenbilanz mit dem Geschwindigkeitsfeld verknüpft. Diese Verknüpfung kann jedoch zu numerischen Problemen führen, welche in der Literatur, wie zum Beispiel bei Patankar [68], Shih [90], Ferziger und Prčić [91] oder Noll [80], ausführlich diskutiert werden. Es hat sich daher zunächst die von Harlow und Welch vorgeschlagene und in [69] beschriebene Methode der Verwendung eines versetzten Rechengitters, eines sogenannten staggered grid, etabliert. Dabei werden die Geschwindigkeitskomponenten, verschoben auf den Grenzflächen zwischen zwei Druckknoten gespeichert (siehe [Bild 3](#)).

Dies hat zur Folge, daß neben dem erhöhten Speicherplatzbedarf auch der Rechenaufwand steigt, da die Zustandsgrößen hier für unterschiedliche Positionen berechnet werden müssen (Noll [80]).

1983 präsentierten Rhie und Chow [92] mit der sogenannten Pressure-Weighted Interpolation Method (PWIM) ein Verfahren, das die Anwendung des SIMPLE-Algorithmus auf ein nichtversetztes Rechengitter erlaubt. 1984 stellten Shih und Ren [93] drei unterschiedliche Verfahren vor, die ebenfalls keine Versetzung der Rechengitter benötigen.

Nach Patankar [82] kann die Verwendung von nichtversetzten Rechengittern dazu führen, daß die gefundene Lösung von der Wahl der Relaxationsfaktoren beziehungsweise von der Zeitschrittweite abhängt. In dieser Arbeit wird daher der versetzten Gitterdefinition der Vorzug gegeben.

Eine zusammenfassende Literaturübersicht zu den Finite-Volumen-Verfahren mit versetzten und nichtversetzten Rechengittern geben Perić *et al.* [87].



kovol-rohr-vers-fv-method.eps

Bild 3: Kontrollvolumen einer allgemeinen versetzten Rechenzelle

8.4 Quelltermlinearisation

Eine der von Patankar postulierten Grundregeln, um eine sichere Konvergenz des SIMPLE- beziehungsweise des SIMPLER-Verfahrens zu gewährleisten, ist die korrekte Behandlung des Quellterms S . Der Quellterm kann in vielen Anwendungen eine beliebige Funktion der zu berechnenden Größe Φ sein, das heißt $S = S(\Phi)$. Ist der Quellterm S eine nichtlineare Funktion von Φ , so muß in jedem Fall linearisiert werden. Dabei ist darauf Bedacht zu nehmen, daß der proportionale Anteil des Quellterms Sp negative und der konstante Anteil des Quellterms Sc immer positive Werte annimmt (Patankar [82]). Unter dieser Bedingung kann mit der Linearisierung des Quellterms eine Beschleunigung und Stabilisierung des Lösungsverhaltens erreicht werden.

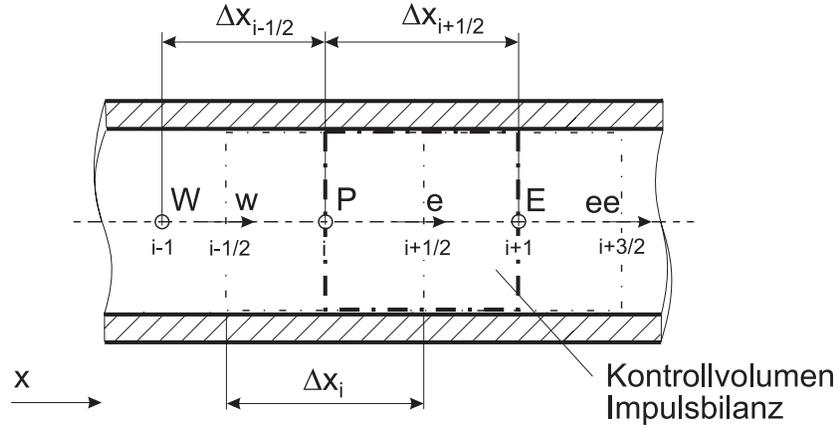
Nimmt der proportionale Anteil Sp hingegen positive Werte an, so können iterative Lösungsverfahren leicht instabil werden, so daß eine Linearisierung besser unterbleiben sollte. In jenen Fällen, in denen das Vorzeichen von Sp sowohl positive als auch negative Werte annimmt, kann die Linearisierung eine Hilfe für die Konvergenz darstellen (Noll [80]).

Bei den in dieser Arbeit behandelten Transportgleichungen treten Quellterme in der Form von Auftriebskräften, Gravitationskräften, Druckverlusten und zu- oder abgeführten Massen- beziehungsweise Wärmeströme auf.

8.5 Anwendung der diskretisierten allgemeinen Transportgleichung auf die Bilanzgleichungen

8.5.1 Impulsbilanz

Wie bereits in Kapitel 8.3 dargelegt, erfolgt die Diskretisierung der Impulsbilanz auf einem versetzten Rechengitter. Bild 4 zeigt das der allgemeinen Rechenzelle i zugeordnete versetzte Kontrollvolumen $i + \frac{1}{2}$ sowie deren Nachbarvolumina $i - \frac{1}{2}$ und $i + \frac{3}{2}$. Die Rechenpunkte des versetzten Rechengitters (Punkte w , e und ee) liegen an den Rändern der Zellen der nichtversetzten Kontrollvolumina. Sind die Rechenpunkte des nichtversetzten



kovol-rohr-vers-fv-meth hod-impuls.eps

Bild 4: Versetztes Rechengitter der Impulsbilanz

Gitters immer im Zentrum einer Zelle angeordnet, so ist dies beim versetzten Rechengitter nur dann der Fall, wenn das Netz der nichtversetzten Rechenzellen ein äquidistantes Gitter aufweist.

Aufgrund der Verschiebung des Rechengitters müssen auch die Zustandsgrößen für Wasser und Wasserdampf auf dem versetzten Gitter bereitgestellt werden. Unter der Annahme, daß sich die Stoffgrößen linear von einem Kontrollvolumen zum nächsten ändern, können die benötigten Größen an den Rändern des nichtversetzten Rechengitters durch lineare Interpolation ermittelt werden.

Ersetzt man in der diskretisierten allgemeinen Transportgleichung die Größe Φ durch die Geschwindigkeit w und die Diffusionskonstante Γ durch die dynamische Viskosität η und faßt man weiters das Schwerfeld und die Druckverluste aufgrund der Reibungskraft im Quellterm zusammen, so ergibt sich die diskretisierte Bilanzgleichung für den Impuls, aufgelöst nach der Geschwindigkeit, zu:

$$a_{ei} w_{i+\frac{1}{2}} = a_{wi} w_{i-\frac{1}{2}} + a_{eei} w_{i+\frac{3}{2}} + b_{ei} + (p_i - p_{i+1}) A_{i+\frac{1}{2}} \quad (29)$$

mit den Koeffizienten

$$a_{ei}^0 = \frac{\rho_{i+\frac{1}{2}}^0 A_{i+\frac{1}{2}} \Delta x_{i+\frac{1}{2}}}{\Delta t}, \quad (30a)$$

$$b_{ei} = S_{eci} A_{i+\frac{1}{2}} \Delta x_{i+\frac{1}{2}} + a_{ei}^0 w_{i+\frac{1}{2}}^0, \quad (30b)$$

$$a_{wi} = [[(\rho w)_{i-\frac{1}{2}}, 0]] A_{i-\frac{1}{2}}, \quad (30c)$$

$$a_{eei} = [[-(\rho w)_{i+\frac{3}{2}}, 0]] A_{i+\frac{3}{2}} \quad \text{und} \quad (30d)$$

$$a_{ei} = a_{wi} + a_{eei} + a_{ei}^0 - S_{epi} A_{i+\frac{1}{2}} \Delta x_{i+\frac{1}{2}}. \quad (30e)$$

Die Berücksichtigung des Druckabfalles zwischen zwei benachbarten Kontrollvolumina muß so erfolgen, daß die in Kapitel 8.2 aufgestellte Forderung nach einem negativen Proportionalteil des Quellterms erfüllt ist. Der durch die Gravitation bedingte Druckabfall Δp_H wird dem konstanten Anteil des Quellterms S_{eci} zugeordnet.

$$S_{eci} \Delta x_{i+\frac{1}{2}} = \Delta p_{H i+\frac{1}{2}} \quad (31)$$

Der Druckabfall, der durch die Rohrreibung hervorgerufen wird, wird im Proportionalteil des Quellterms S_{epi} wie folgt berücksichtigt:

$$S_{epi}\Delta x_{i+\frac{1}{2}} = -\frac{|\Delta p_{Ri+\frac{1}{2}}|}{|w_{i+\frac{1}{2}}|} \quad (32)$$

Damit können, unabhängig von der Strömungsrichtung und der Lage des Rohres im Raum, die Druckdifferenzen infolge von Gravitation und Reibung korrekt berücksichtigt werden.

8.5.2 Druckkorrekturverfahren

8.5.2.1 Geschwindigkeitskorrektur

Allen Druckkorrekturverfahren gemein ist, daß ein Verfahren gesucht wurde, welches es ermöglicht, ein Geschwindigkeitsfeld zu finden, das sowohl die Kontinuitätsgleichung als auch die Impulsbilanz gleichzeitig erfüllt.

Ausgangspunkt für die iterative Ermittlung der Lösung ist ein geschätztes Druckfeld² p^* , das durch Lösen der Gleichung (33) für alle Elemente des Rechengebietes ein geschätztes Geschwindigkeitsfeld w^* liefert, welches die Massenbilanz nur ungenau erfüllt.

$$a_{ei}w_{i+\frac{1}{2}}^* = a_{wi}w_{i-\frac{1}{2}}^* + a_{eei}w_{i+\frac{3}{2}}^* + b_{ei} + (p_i^* - p_{i+1}^*)A_{i+\frac{1}{2}} \quad (33)$$

Um eine Verbesserung des Geschwindigkeits- beziehungsweise Druckfeldes zu erhalten, werden die ungenauen Werte für Druck und Geschwindigkeit entsprechend der Gleichungen (34) korrigiert, wobei die mit $\hat{}$ gekennzeichneten Variablen die Korrekturwerte für die Größen p und w darstellen:

$$p = p^* + \hat{p} \quad (34a)$$

$$w = w^* + \hat{w} \quad (34b)$$

Einsetzen der Beziehungen (34) in Gleichung (29) und anschließende Subtraktion der Gleichung (33) liefert als Resultat den Zusammenhang zwischen Druck- und Geschwindigkeitskorrektur in folgender Form:

$$a_{ei}\hat{w}_{i+\frac{1}{2}} = a_{wi}\hat{w}_{i-\frac{1}{2}} + a_{eei}\hat{w}_{i+\frac{3}{2}} + (\hat{p}_i - \hat{p}_{i+1})A_{i+\frac{1}{2}}. \quad (35)$$

Vernachlässigt man die Geschwindigkeitsänderungen in den Nachbarzellen und löst man die Gleichung (35) nach der Geschwindigkeit auf, so ergibt sich die Geschwindigkeitskorrektur zu

$$\hat{w}_{i+\frac{1}{2}} = d_{ei}(\hat{p}_i - \hat{p}_{i+1}) \quad (36)$$

mit

$$d_{ei} = \frac{A_{i+\frac{1}{2}}}{a_{ei}}. \quad (37)$$

²Mit * werden jeweils die geschätzten bzw. ungenauen Größen der Geschwindigkeit w und des Druckes p bezeichnet.

Eine ausführliche Begründung für die Vernachlässigung der Nachbarkoeffizienten wird von Patankar in [82] oder Noll in [80] gegeben.

Die Geschwindigkeit muß nun wie folgt korrigiert werden, um den Änderungen im Druckfeld zu entsprechen:

$$w_{i+\frac{1}{2}} = w_{i+\frac{1}{2}}^* + d_{ei}(\hat{p}_i - \hat{p}_{i+1}) \quad (38)$$

Analog gilt für die bezüglich der Rechenzelle i nach links versetzten Bilanzzelle:

$$w_{i-\frac{1}{2}} = w_{i-\frac{1}{2}}^* + d_{wi}(\hat{p}_{i-1} - \hat{p}_i) \quad (39)$$

8.5.3 Druckkorrektur

Substituiert man in der diskretisierten Kontinuitätsgleichung die Geschwindigkeiten an den Grenzen des Kontrollvolumens i durch die Geschwindigkeitskorrekturen (Gleichungen (38) und (39)), so wird eine Beziehung für die Druckkorrektur \hat{p} in folgender Form gewonnen:

$$a_{mPi} \hat{p}_i = a_{mWi} \hat{p}_{i-1} + a_{mEi} \hat{p}_{i+1} + b_{mi} \quad (40)$$

mit den Koeffizienten

$$b_{mi} = \frac{(\varrho_i^0 - \varrho_i) A_i \Delta x_i}{\Delta t} + (\varrho w^* A)_{i-\frac{1}{2}} - (\varrho w^* A)_{i+\frac{1}{2}}, \quad (41a)$$

$$a_{mWi} = (\varrho A)_{i-\frac{1}{2}} d_{wi}, \quad (41b)$$

$$a_{mEi} = (\varrho A)_{i+\frac{1}{2}} d_{ei} \quad \text{und} \quad (41c)$$

$$a_{mPi} = a_{mWi} + a_{mEi}. \quad (41d)$$

Der Koeffizient b_{mi} repräsentiert den Fehler in der Kontinuitätsgleichung, welcher durch die Geschwindigkeit w^* verursacht wird und stellt daher ein geeignetes Maß für die Güte der gefundenen Lösung dar. $b_{mi} = 0$ bedeutet, daß sowohl die Impuls- als auch die Massenbilanz im jeweiligen Kontrollvolumen i erfüllt ist.

8.5.4 Energiebilanz

Ersetzt man in der allgemeinen Transportgleichung (8) die Variable Φ durch die spezifische Enthalpie h und den Diffusionskoeffizienten Γ durch $\frac{\lambda}{c_p}$, so erhält man die Gleichung für die Erhaltung der Energie. Die Integration der Transportgleichung für Energie über das in Bild 2 dargestellte Kontrollvolumen liefert die diskretisierte Energiebilanz in folgender Form:

$$a_{hPi} h_i = a_{hWi} h_{i-1} + a_{hEi} h_{i+1} + b_{hi} \quad (42)$$

mit den Koeffizienten

$$a_{hPi}^0 = \frac{\varrho_i^0 A_i \Delta x_i}{\Delta t}, \quad (43a)$$

$$b_{hi} = S_{hci} A_i \Delta x_i + a_{hPi}^0 h_i^0, \quad (43b)$$

$$a_{hWi} = [[(\varrho w)_{i-\frac{1}{2}}, 0]] A_{i-\frac{1}{2}}, \quad (43c)$$

$$a_{hEi} = [[-(\varrho w)_{i+\frac{1}{2}}, 0]] A_{i+\frac{1}{2}} \quad \text{und} \quad (43d)$$

$$a_{hPi} = a_{hWi} + a_{hEi} + a_{hPi}^0 - S_{hpi} A_i \Delta x_i. \quad (43e)$$

In den auf das Kontrollvolumen bezogenen Quelltermen $S_{h_{ci}}$ und $S_{h_{pi}}$ werden die zu- und abgeführten Wärmeströme des jeweiligen Kontrollvolumens berücksichtigt. Um die in Kapitel 8.2 beschriebene Grundregel bezüglich der Quelltermlinearisierung nicht zu verletzen, müssen der proportionale und der konstante Anteil des Quellterms wie folgt linearisiert werden:

$$S_{h_{ci}} A_i \Delta x_i = [[\dot{Q}, 0]] \quad (44)$$

und

$$S_{h_{pi}} A_i \Delta x_i = -\frac{[[-\dot{Q}, 0]]}{h_i} \quad (45)$$

8.6 Iterationsschema des SIMPLE-Algorithmus

1. Als Ausgangspunkt für die Iteration werden Schätzwerte für alle erforderlichen Zustands- und Transportgrößen angenommen. Diese geschätzten Werte sollten möglichst sinnvoll gewählt werden, um eine gute und rasche Konvergenz des Verfahrens zu begünstigen.
2. Unter Vorgabe des geschätzten Druckfeldes wird die Impulsbilanz (Gleichung (29)) gelöst. Daraus ergibt sich das dem geschätzten Druckfeld zugehörige Geschwindigkeitsfeld.
3. Lösung der Druckkorrekturgleichung (40) für alle Gitterpunkte des Rechengebietes.
 - Addition der Druckkorrekturwerte zu der geschätzten Druckwerten um somit ein verbessertes Druckfeld zu erhalten.
4. Korrektur des Geschwindigkeitsfeldes mittels der Gleichungen (38) und (39).
5. Berechnung der Differenzgleichungen, welche die Energiebilanz beeinflussen. Als Beispiel sei hier die Energiebilanz für den Wärmetransport durch die Rohrwand angeführt.
6. Berechnung der Enthalpie aus der Energiebilanz (42).
7. Abgleichen aller für die Berechnung benötigten Zustands- und Transportgrößen, wie zum Beispiel die Dichte ρ oder die Viskosität η .
8. Ist eine Konvergenz erreicht, so wird die Iteration abgebrochen; ansonsten wird mit dem neu ermittelten Geschwindigkeits-, Druck- und Enthalpiefeld die Iteration ab Punkt 2 fortgesetzt.

8.7 SIMPLER-Algorithmus

Beim Druckkorrekturverfahren SIMPLE erhält man aufgrund der Vernachlässigung der Geschwindigkeitsänderungen in den Nachbarzellen $\sum_{nb}(a_{nb}\hat{w}_{nb})$ der Gleichung (35) auch bei einem exakten Geschwindigkeitsfeld zum Beginn der iterativen Berechnung erst nach mehreren Iterationsschritten das richtige Druckfeld (Noll [80]). Diese Vernachlässigung führt dazu, daß im generellen eine sehr starke Unterrelaxation notwendig ist, und somit die Konvergenzrate des Verfahrens sehr langsam ist (Lee und Tzong [94]). Dieses schlechte Konvergenzverhalten war eine der Motivationen für Patankar, eine Änderung des SIMPLE-Algorithmus in Erwägung zu ziehen. 1980 stellte Patankar in [68] den "SIMPLE-Revised-Algorithm" (SIMPLER) vor, der diesen Nachteil umgeht und ein besseres Konvergenzverhalten aufweist. Bei diesem Verfahren wird das Druckfeld nicht mehr über eine Druckkorrekturgleichung, sondern direkt bestimmt.

Bei der Ermittlung der Beziehung zur Berechnung des Druckfeldes geht Patankar von der diskretisierten Impulsbilanz (29) aus und definiert die sogenannte "Pseudogeschwindigkeit" \tilde{w} über folgenden Ausdruck:

$$\tilde{w}_{i+\frac{1}{2}} = \frac{a_{eei}w_{i+\frac{3}{2}}^* + a_{wi}w_{i-\frac{1}{2}}^* + b_{ei}}{a_{ei}} \quad (46)$$

Die Pseudogeschwindigkeit \tilde{w} wird dabei unter Zugrundelegung der Nachbargeschwindigkeiten gebildet und beinhaltet nicht den Druck p . Gleichung (38) wird zu

$$w_{i+\frac{1}{2}} = \tilde{w}_{i+\frac{1}{2}} + d_{ei}(p_i - p_{i+1}) \quad (47)$$

mit

$$d_{ei} = \frac{A_{i+\frac{1}{2}}}{a_{ei}}. \quad (48)$$

Substituiert man die Geschwindigkeit in der diskretisierten Massenbilanz (Gleichung (21)) durch die Beziehung (47), so folgt damit die neue Bestimmungsgleichung für das Druckfeld:

$$a_{mPi} p_i = a_{mWi} p_{i-1} + a_{mEi} p_{i+1} + b_{mi} \quad (49)$$

mit den Koeffizienten

$$b_{mi} = \frac{(\varrho_i^0 - \varrho_i)A_i\Delta x_i}{\Delta t} + (\varrho\tilde{w}A)_{i-\frac{1}{2}} - (\varrho\tilde{w}A)_{i+\frac{1}{2}}, \quad (50a)$$

$$a_{mWi} = (\varrho A)_{i-\frac{1}{2}}d_{wi}, \quad (50b)$$

$$a_{mEi} = (\varrho A)_{i+\frac{1}{2}}d_{ei} \quad \text{und} \quad (50c)$$

$$a_{mPi} = a_{mWi} + a_{mEi}. \quad (50d)$$

Die Koeffizienten der Gleichung (49) zur Bestimmung des Druckfeldes sind gleich denen der Druckkorrekturgleichung (40). Einzig die Bildung des Residuums b_{mi} unterscheidet sich gegenüber derjenigen in Gleichung (40). Die Ermittlung des Residuums erfolgt in der Bestimmungsgleichung für das Druckfeld mittels der Pseudogeschwindigkeit \tilde{w} .

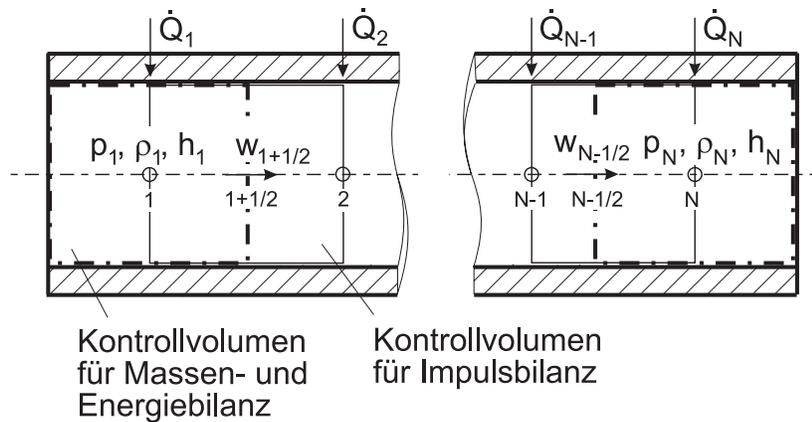
Im allgemeinen liegt als Ausgangspunkt für eine Berechnung nur ein geschätztes Geschwindigkeitsfeld vor. Es muß daher auch beim SIMPLER-Verfahren die Lösung iterativ bestimmt werden.

8.7.1 Iterationsschema des SIMPLER-Algorithmus

1. Als Ausgangspunkt für die Iteration werden, in Anlehnung an das SIMPLE-Verfahren, Schätzwerte für alle erforderlichen Zustands- und Transportgrößen angenommen.
2. Unter Vorgabe des geschätzten Geschwindigkeitsfeldes werden die Koeffizienten der Impulsgleichung (Gleichungen (30a) bis (30e)) ermittelt und daran anschließend unter Zuhilfenahme der Beziehung (46) die Pseudogeschwindigkeiten \tilde{w} für alle Gitterpunkte des Rechengebietes berechnet.
3. Ermittlung der Koeffizienten der Druckgleichung (49) und Lösen derselben zur Bestimmung des Druckfeldes p .
4. Unter Zugrundelegung des Druckfeldes p wird die Impulsbilanz (Gleichung (29)) gelöst. Daraus ergibt sich das geschätzte Geschwindigkeitsfeld w^* .
5. Lösung der Druckkorrekturgleichung (40) für alle Gitterpunkte des Rechengebietes unter Zugrundelegung des Geschwindigkeitsfeldes w^* .
6. Korrektur des Geschwindigkeitsfeldes mittels der Gleichungen (38) und (39).
7. Berechnung der Differenzgleichungen, welche die Energiebilanz beeinflussen.
8. Berechnung der Enthalpie aus der Energiebilanz (42).
9. Abgleichen aller für die Berechnung benötigten Zustands- und Transportgrößen.
10. Überprüfung der Konvergenz. Ist das Konvergenzkriterium erreicht, so wird die Iteration abgebrochen, ansonsten wird mit dem neu ermittelten Geschwindigkeits-, Druck- und Enthalpiefeld die Iteration ab Punkt 2 fortgesetzt.

8.8 Randbedingungen

Die in den vorangegangenen Kapiteln beschriebenen diskretisierten Gleichungen des SIMPLER-Algorithmus gelten für ein allgemeines Kontrollvolumen des Rechengebietes. Um einen vollständigen Satz an Gleichungen für das gesamte zu untersuchende Lösungsgebiet zu erhalten, müssen auch für die Ränder Beziehungen angegeben werden. Bild 5 stellt die Bilanzzellen am Anfang und am Ende eines Einzelrohres dar, wie sie für die unterschiedlichen Bilanzgleichungen benötigt werden. Als Rohranfang wird dabei jene Rohröffnung definiert, an der der Massenstrom in das Rohr eintritt.



rb-rohr-fv-method.eps

Bild 5: Bilanzzellen eines Einzelrohres

Die Randzellen für die Massen- und Energiebilanz liegen am nichtversetzten Gitter und sind durch eine stark strichpunktierte Linie dargestellt. Die Bilanzzellen für den Rand der Impulsbilanz, welche auf dem versetzten Rechengitter liegen, sind mittels einer dünnen Vollinie dargestellt.

Aus physikalischen Gründen müssen an dem Rohrende, an dem das Strömungsmedium in das Rohr eintritt, zwei unabhängige Größen und an dem Rohrende, an dem das Fluid das Rohr verläßt, eine Größe angegeben werden. Welcher der in Abbildung 5 den Rechenpunkten der Randzellen zugeordneten Größen Druck p , Dichte ρ , spezifische Enthalpie h oder Geschwindigkeit w der Vorzug gegeben wird, hängt vom jeweiligen Anwendungsfall ab. Ponweiser [51] beschreibt in seiner Arbeit die für die Simulation von Dampferzeugern gebräuchlichsten Anwendungsfälle von Randbedingungen:

1. Der Druck ist an beiden Rohrenden und die spezifische Enthalpie an dem Ende, an dem das Fluid in das Rohr einströmt, als Funktion der Zeit gegeben.
2. Die Geschwindigkeit und die spezifische Enthalpie sind am Rohreintritt, der Druck am Rohraustritt als Funktion der Zeit gegeben.

Beide Randbedingungen stellen Dirichlet-Bedingungen dar, wobei Item 1 vorwiegend bei gravitationsgetriebenen Systemen Anwendung findet. Die Strömungsrichtung des Massenstromes stellt sich dabei in Abhängigkeit von der Druckdifferenz ein. Durch die in Item 2 angeführte Randbedingung wird die Annahme einer Pumpe am Rohreintritt verwirklicht. Für diese zwei gebräuchlichsten Arten der Randbedingungen gibt Ponweiser in [51] auch die dafür notwendigen Beziehungen – bezogen auf die in Bild 5 dargestellte Randzellenkonfiguration – für den SIMPLE-Algorithmus an.

In der vorliegenden Arbeit kommen beide Dirichlet-Bedingungen zur Anwendung. Wie jedoch aus der vorangegangenen Beschreibung des SIMPLER-Algorithmus zu entnehmen ist, so weist dieses Verfahren trotz seiner Ähnlichkeit zum SIMPLE-Algorithmus in den diskretisierten Bilanzgleichungen doch wesentliche Unterschiede auf. Es werden daher im folgenden für beide Arten von Randbedingungen die dafür notwendigen Beziehungen angegeben.

8.8.1 Randbedingung: Druck an beiden Rohrenden gegeben

Bei dieser Art von Randbedingung ist es notwendig - um den Zustand des Arbeitsstoffes zu fixieren - die Vorgabe der spezifischen Enthalpie als Funktion der Zeit von der Strömungsrichtung des Arbeitsmediums und somit von der Druckdifferenz an den Enden des betrachteten Rohres abhängig zu machen. Für die Bilanzgleichungen zur Bestimmung des Druck- und Geschwindigkeitsfeldes bedeutet dies jedoch, daß die Formulierung so erfolgen muß, daß keine Abhängigkeit von der Strömungsrichtung gegeben ist.

Bild 5 zeigt die Randzellenkonfiguration, wie sie sich an beiden Rohrenden für die hier betrachtete Randbedingung darstellt. Wie bereits oben detaillierter beschrieben, liegen die Randzellen für die Massen- und Energiebilanz am nichtversetzten, jene die Impulsbilanz auf dem versetzten Rechengitter.

Eine Ermittlung der Pseudogeschwindigkeit \tilde{w} kann unter Berücksichtigung des bekannten Druckes für beide Randkontrollvolumina entfallen. Die Bilanzgleichung zur Berechnung des Druckfeldes p muß jedoch so vorgegeben werden, daß bei Lösung der Matrix die gegebenen Randwerte des Druckfeldes unverändert daraus hervorgehen. Unabhängig von der Strömungsrichtung ergeben sich die Koeffizienten der Gleichung (49) zu:

$$b_{m1} = p_1, \quad (51a)$$

$$a_{mE1} = 0, \quad (51b)$$

$$a_{mW1} = 0 \quad \text{und} \quad (51c)$$

$$a_{mP1} = 1 \quad (51d)$$

beziehungsweise

$$b_{mN} = p_N, \quad (52a)$$

$$a_{mEN} = 0, \quad (52b)$$

$$a_{mWN} = 0 \quad \text{und} \quad (52c)$$

$$a_{mPN} = 1. \quad (52d)$$

Unter Zugrundelegung des Druckfeldes p muß in einem weiteren Schritt die Impulsbilanz (Gleichung (29)) gelöst werden. Die dafür notwendigen Koeffizienten lassen sich für den Rohranfang wie folgt anschreiben:

$$a_{e1}^0 = \frac{\varrho_{1+\frac{1}{2}}^0 A_{1+\frac{1}{2}} \Delta x_{1+\frac{1}{2}}}{\Delta t}, \quad (53a)$$

$$b_{e1} = S_{ec1} A_{1+\frac{1}{2}} \Delta x_{1+\frac{1}{2}} + a_{e1}^0 w_{1+\frac{1}{2}}^0, \quad (53b)$$

$$a_{w1} = 0, \quad (53c)$$

$$a_{ee1} = [[-(\varrho w)_{1+\frac{3}{2}}, 0]] A_{1+\frac{3}{2}} \quad \text{und} \quad (53d)$$

$$a_{e1} = a_{w1} + a_{ee1} + a_{e1}^0 - S_{ep1} A_{1+\frac{1}{2}} \Delta x_{1+\frac{1}{2}}. \quad (53e)$$

Der vollständige Störvektor I_{be} der Impulsbilanz ergibt sich unter Einbeziehung des Druckfeldes p zu:

$$I_{be1} = b_{e1} + (p_1 - p_2) A_{1+\frac{1}{2}} \quad (54)$$

Die Koeffizienten für die Randzelle der Impulsbilanz am Rohrende sind entsprechend nachfolgender Vorschrift zu ermitteln:

$$a_{eN-1}^0 = \frac{\varrho_{N-\frac{1}{2}}^0 A_{N-\frac{1}{2}} \Delta x_{N-\frac{1}{2}}}{\Delta t}, \quad (55a)$$

$$b_{eN-1} = S_{ecN-1} A_{N-\frac{1}{2}} \Delta x_{N-\frac{1}{2}} + a_{eN-1}^0 w_{N-\frac{1}{2}}^0, \quad (55b)$$

$$a_{wN-1} = [[(\varrho w)_{N-\frac{3}{2}}, 0]] A_{N-\frac{3}{2}}, \quad (55c)$$

$$a_{eeN-1} = 0, \quad (55d)$$

$$a_{eN-1} = a_{wN-1} + a_{eeN-1} + a_{eN-1}^0 - S_{epN-1} A_{N-\frac{1}{2}} \Delta x_{N-\frac{1}{2}} \quad \text{und} \quad (55e)$$

$$I_{beN-1} = b_{eN-1} + (p_{N-1} - p_N) A_{N-\frac{1}{2}}. \quad (55f)$$

Die Beziehungen (53) und (55) sind unabhängig von der Richtung der Strömung des Arbeitsstoffes. Die Druckkorrekturgleichung (40) zur Bestimmung des Geschwindigkeitsfeldes muß nach Patankar [68] in der Form angeschrieben werden, daß die Druckkorrektur in der ersten und letzten Bilanzzelle des Rohres zu null wird. Diese Forderung kann, unabhängig von der Strömungsrichtung, durch

$$b_{m1} = 0, \quad (56a)$$

$$a_{mE1} = 0, \quad (56b)$$

$$a_{mW1} = 0 \quad \text{und} \quad (56c)$$

$$a_{mP1} = 1 \quad (56d)$$

beziehungsweise

$$b_{mN} = 0, \quad (57a)$$

$$a_{mEN} = 0, \quad (57b)$$

$$a_{mWN} = 0 \quad \text{und} \quad (57c)$$

$$a_{mPN} = 1 \quad (57d)$$

erfüllt werden.

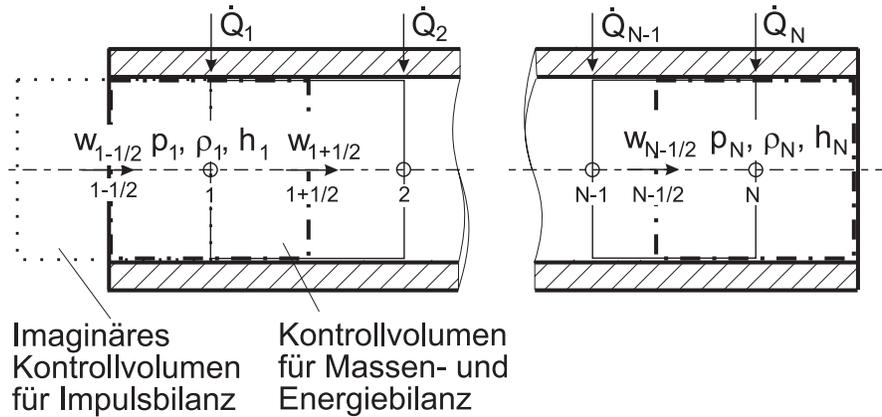
Die Koeffizienten zur Berechnung der spezifischen Enthalpie des ersten und letzten Kontrollvolumens wurden der Arbeit von Ponweiser [51] entnommen, da diese unabhängig von der Anwendung im SIMPLE- oder SIMPLER-Algorithmus sind.

8.8.2 Randbedingung: Geschwindigkeit am Rohranfang und Druck am Rohrende gegeben

Für die unter Item 2 in Kapitel 8.8 angeführte Randbedingung – Geschwindigkeit und spezifische Enthalpie am Rohranfang und Druck am Rohrende gegeben – wird eine weitere Randzellenkonfiguration, wie sie in Bild 6 dargestellt ist, benötigt. Dabei wird für die Randbedingung der Impulsbilanz ein imaginäres Kontrollvolumen, welches in Abbildung 6 punktiert eingezeichnet ist, eingeführt. Diese imaginäre Randbilanzzelle dient dazu, die Dirichlet-Bedingung für die Geschwindigkeit am Rohreintritt aufzunehmen. Die erste und die letzte reguläre Bilanzzelle am Rohranfang und am Rohrende für die Massen- und

Energiebilanz liegen am nichtversetzten Gitter und sind durch eine stark strichpunktierte Linie dargestellt. Die regulären Bilanzzellen für den Rand der Impulsbilanz, welche auf dem versetzten Rechengitter liegen, sind mittels einer dünnen Volllinie in Bild 6 eingezeichnet.

Die im folgenden angegebenen Beziehungen, welche zur Beschreibung der Randbedingung – Geschwindigkeit und spezifische Enthalpie am Rohranfang gegeben – dienen, gelten nur für den Fall, daß die Eintrittsgeschwindigkeit des Arbeitsstoffes immer größer oder gleich null ist, was der Annahme einer Speisewasserpumpe am Rohranfang entspricht.



rbneu-rohr-fv-method.eps

Bild 6: Kontrollvolumina eines Einzelrohres bei gegebener Geschwindigkeit am Rohranfang

Wendet man nun die Gleichungen (30) zur Berechnung der Koeffizienten der diskretisierten Impulsbilanz (29) auf das erste reguläre versetzte Kontrollvolumen (Zelle mit der Nummer $1 + \frac{1}{2}$) an, so erhält man für diese Randzelle, unter Berücksichtigung der imaginären Randzelle, folgende Beziehungen für die Koeffizienten zur Berechnung der Pseudogeschwindigkeit \tilde{w} :

$$a_{e1}^0 = \frac{\varrho_{1+\frac{1}{2}}^0 A_{1+\frac{1}{2}} \Delta x_{1+\frac{1}{2}}}{\Delta t}, \quad (58a)$$

$$b_{e1} = S_{ec1} A_{1+\frac{1}{2}} \Delta x_{1+\frac{1}{2}} + a_{e1}^0 w_{1+\frac{1}{2}}^0, \quad (58b)$$

$$a_{w1} = \varrho_{1-\frac{1}{2}} A_{1-\frac{1}{2}} w_{1-\frac{1}{2}}, \quad (58c)$$

$$a_{ee1} = 0 \quad \text{und} \quad (58d)$$

$$a_{e1} = a_{w1} + a_{ee1} + a_{e1}^0 - S_{ep1} A_{1+\frac{1}{2}} \Delta x_{1+\frac{1}{2}}. \quad (58e)$$

Unter Einbeziehung der Pseudogeschwindigkeit \tilde{w} können nun die Koeffizienten für die Randzelle zur Berechnung des Druckfeldes angegeben werden.

$$a_{mE1} = (\varrho A)_{1+\frac{1}{2}} d_{e1}, \quad (59)$$

$$a_{mW1} = 0, \quad (60)$$

$$a_{mP1} = a_{mW1} + a_{mE1} \quad \text{und} \quad (61)$$

$$b_{m1} = \frac{(\varrho_1^0 - \varrho_1) A_1 \Delta x_1}{\Delta t} + (\varrho A)_{1-\frac{1}{2}} w_{1-\frac{1}{2}} - (\varrho A)_{1+\frac{1}{2}} \tilde{w}_1 \quad (62)$$

mit

$$d_{\epsilon 1} = \frac{A_1}{a_{\epsilon 1}}.$$

Bei der Ermittlung des Geschwindigkeitsfeldes aus der Impulsbilanz (29) können für das betrachtete Randkontrollvolumen am Rohranfang - unter Zugrundelegung der hier betrachteten Randbedingung - die Koeffizientengleichungen (58), welche zur Berechnung der Pseudogeschwindigkeit \tilde{w} dienen, herangezogen werden. Die Belegung der ersten Spalte des Störvektors I_{be} zur Berechnung des Geschwindigkeitsfeldes erfolgt nach Gleichung (54).

Die Korrektur der Geschwindigkeit der ersten regulären Rechenzelle des Rohres erfolgt durch Lösung der dem Kontrollvolumen entsprechenden Druckkorrekturgleichung (40). Die für die Randzelle der Druckkorrekturgleichung notwendigen Koeffizienten lauten:

$$a_{mE1} = (\rho A)_{1+\frac{1}{2}} d_{\epsilon 1}, \quad (63)$$

$$a_{mW1} = 0, \quad (64)$$

$$a_{mP1} = a_{mW1} + a_{mE1} \quad \text{und} \quad (65)$$

$$b_{m1} = \frac{(\rho_1^0 - \rho_1) A_1 \Delta x_1}{\Delta t} + (\rho A)_{1-\frac{1}{2}} w_{1-\frac{1}{2}} - (\rho A)_{1+\frac{1}{2}} w_1^* \quad (66)$$

mit

$$d_{\epsilon 1} = \frac{A_1}{a_{\epsilon 1}}.$$

Wie bereits bei der Druckrandbedingung am Rohranfang können auch in dem hier dargestellten Fall die Koeffizienten zur Berechnung der spezifischen Enthalpie der Arbeit von Ponweiser [51] entnommen werden. Die Randbedingung – Druck am Rohrende gegeben – wurde bereits in Kapitel 8.8.1 ausführlich behandelt.

8.9 Abbruchkriterien und Fehlerschranken des Iterationschemas

Eine zentrale Bedeutung spielt in der numerischen Mathematik die Frage nach den Abbruchkriterien und zugelassenen Fehlertoleranzen eines numerischen Verfahrens.

Während sich Fehler, welche sich aus der Diskretisierung der partiellen Differentialgleichungen ergeben, noch abschätzen lassen (Oertel und Laurien [95]), so sind die durch die endliche interne Zahlendarstellung am Rechner verursachten Rundungsfehler nur in einem beschränkten Maße einer Abschätzung zugänglich. Die in der Literatur aufgezeigten Möglichkeiten einer Abschätzung des Rundungsfehlereffektes haben sich in der Praxis bei umfangreichen Algorithmen als zu aufwendig erwiesen und liefern zudem oft zu große Fehlerschranken. Zudem kann es bei Verfahren, welche eine große Anzahl an Rechenoperationen aufweisen, zu Kompensationseffekten der einzelnen Rundungsfehler kommen, die bei den garantierten Fehlerschranken jedoch keine Berücksichtigung finden (Überhuber [96]). Neben dieser Rundungsfehlerabschätzung ist der Übergang bei der Zahlendarstellung am Rechner vom einfachen Fließkommaformat mit einer 32-bit-Darstellung zur doppelten Darstellungsgenauigkeit mit 64 Bit eine einfache Möglichkeit um die Genauigkeit des Berechnungsergebnisses zu steigern.

Bildet man jedoch zum Beispiel unendliche Summen oder muß eine Lösung iterativ ermittelt werden, so ist nicht nur der Diskretisierungs- und/oder der Rundungsfehler von Bedeutung, sondern auch der sogenannte Abbruchfehler. Dieser Fehler entsteht durch die endliche Folge arithmetischer Rechenoperationen unendlicher Prozesse am Rechner. Übertragen auf den SIMPLER-Algorithmus heißt das, daß die Abgleichung des Koeffizienten b_{mi} der Kontinuitätsgleichung – dieser repräsentiert die Abweichung des in der Impulsbilanz ermittelten Geschwindigkeitsfeldes von der vollständigen Erfüllung der Massenbilanz – nicht exakt auf null erfolgen kann. Daher ist es von größter Notwendigkeit, Abbruchkriterien und Fehlerschranken zu finden, welche eine größtmögliche Effizienz der eingesetzten Rechnerressourcen garantieren und gleichzeitig die Genauigkeit der gefundenen Lösung nicht beschränken.

Es wurde daher versucht, einen Kompromiß zwischen diesen beiden divergierenden Forderungen in der Form zu finden, als daß zwei Normen für das Abbruchkriterium herangezogen wurden, welche eine unterschiedliche Wichtung des Residuums b_{mi} zulassen. Damit ist es dem Programmanwender freigestellt, zwischen den beiden zur Verfügung stehenden Normen zu wählen. Es besteht aber auch die Möglichkeit, während des Berechnungsvorganges zwischen den beiden Normen zu wechseln und auf diese Weise die Konvergenz des Verfahrens zu beeinflussen. Bei den beiden Normen handelt es sich um die Maximumnorm D_∞

$$D_\infty(b_m) = \max\{|b_{m1}|, |b_{m2}|, \dots, |b_{mi-1}|, |b_{mi}|\} \quad (67)$$

und die Euklidische Norm D_2

$$D_2(b_m) = \sqrt{\sum_{i=1}^n b_{mi}^2}. \quad (68)$$

Mit der unterschiedlichen Wichtung des Residuums b_{mi} erhält man somit ein Instrumentarium für eine differenzierte Beurteilung des Iterationsfehlers.

Neben der Wahl der Norm muß auch die Fehlerschranke für die Iteration festgelegt werden. Von der Größe dieses Wertes hängt nicht nur die Güte der gefundenen Lösung sondern auch die pro Zeitschritt benötigte CPU-Zeit ab. Ist die Festlegung der Fehlerschranke in einem Einrohrmodell noch eine leichter zu lösende Problemstellung, so trifft dies bei der Berechnung von Rohrnetzwerken nicht mehr zu.

Rohse [66] wählte für sein Einrohrmodell eines Zwangsdurchlaufdampferzeugers die in Gleichung (69) dargestellte Beziehung, wobei die auf den Eintrittsmassenstrom \dot{m}_{Ein} bezogene Fehlerschranke Tol Werte zwischen 10^{-3} und 10^{-4} annehmen soll.

$$\sum_{i=1}^n |b_{mi}| \leq \dot{m}_{Ein} Tol \quad (69)$$

Im Gegensatz zum Einrohrmodell können in einem Rohrnetzwerk zum gleichen Zeitpunkt unterschiedlich große Massenströme in den einzelnen Rohrsträngen auftreten, so daß eine auf den Eintrittsmassenstrom bezogene Schranke nicht realisiert werden konnte. Um jedoch keine absoluten Größen als Kriterium für den Abbruchfehler verwenden zu müssen, wird das jeder Zelle zugehörige Residuum b_{mi} auf den aus der betrachteten Zelle austretenden Massenstrom bezogen. Diese Vorgehensweise hat den Vorteil, daß, abhängig von der Größe des Massenstromes in den einzelnen Netzwerkabschnitten, die geforderte

Genauigkeit des Rechenergebnisses in allen Zellen erreicht wird. Dadurch ist auch gewährleistet, daß, trotz Angabe eines absoluten Wertes für den Abbruchfehler, in Rohren mit kleinen Massenströmen eine höhere Genauigkeit im Rechenergebnis als in Rohren mit großem Massenstrom gegeben ist. Als günstig für den Abbruchfehler haben sich Werte in der Größenordnung von 10^{-4} bis 10^{-5} erwiesen.

8.10 Relaxationsfaktoren

Aufgrund der iterativen Lösungsmethode für die algebraischen Gleichungen und der in der Praxis getätigten Erfahrungen, ist es wie beim SIMPLE-Verfahren auch beim SIMPLER-Algorithmus notwendig, eine Unterrelaxation vorzunehmen. Speziell bei stark nichtlinearen Gleichungen können die während der Iteration berechneten Werte in vielen Anwendungsfällen zu groß sein, und es kann daher für diese Problemstellungen keine Lösung gefunden werden. Die Unterrelaxation stellt für solche Aufgabenstellungen ein geeignetes Handwerkszeug dar, um das Problem doch einer Lösung zuführen zu können - wobei der Relaxationsfaktor auf die Lösung selbst keinen Einfluß hat, jedoch sehr wohl auf den Verlauf der Iteration.

Als notwendig hat es sich erwiesen, den Druck p , die Geschwindigkeit w und die spezifische Enthalpie h einer Unterrelaxation zu unterziehen. Ausgehend von

$$a_i \Phi_i = \sum_{nb} a_{nb} \Phi_{nb} + b_i \quad (70)$$

erhält man durch Umformung und Addition von Φ_i^*

$$\Phi_i = \Phi_i^* + \left(\frac{\sum_{nb} a_{nb} \Phi_{nb} + b_i}{a_i} - \Phi_i^* \right), \quad (71)$$

wobei Φ_i^* den Wert der gesuchten Größe aus dem Iterationsschritt davor kennzeichnet. Wird nun Gleichung (71) mit dem Relaxationsfaktor Rel erweitert und anschließend umgeformt, so ergibt sich die neue Bestimmungsgleichung für die Größe Φ zu

$$\frac{a_i}{Rel} \Phi_i = \sum_{nb} a_{nb} \Phi_{nb} + b_i + (1 - Rel) \frac{a_i}{Rel} \Phi_i^* \quad (72)$$

mit $0 < Rel \leq 1$.

Zusätzlich zu den abhängigen Variablen können nach Patankar [68] auch andere Größen, zum Beispiel die Dichte, einer Relaxation wie folgt unterzogen werden:

$$\varrho = Rel_\varrho \varrho_{neu} + (1 - Rel_\varrho) \varrho^*. \quad (73)$$

Die hier beschriebenen Verfahren wurden alle in der vorliegenden Arbeit implementiert, wobei die einzelnen Faktoren jedoch stark mit der zu untersuchenden Problemstellung wie auch mit der gewählten Zeitschrittweite variieren. Es lassen sich daher keine allgemein gültigen Angaben zu den Faktoren machen. Es hat sich jedoch gezeigt, daß zur Ermittlung der stationären Lösung größere Relaxationsfaktoren verwendet werden können als bei der anschließenden dynamischen Simulation.

9 Vergleich der beiden Druckkorrekturverfahren SIMPLE und SIMPLER

In Kapitel 8.7 wurde bereits auf die Motivation, welche zu einer Verbesserung des Finiten-Volumen-Verfahrens SIMPLE führte, eingegangen. Es soll hier nochmals eine kurze Zusammenfassung der Beweggründe, sowie eine Gegenüberstellung von Vergleichsrechnungen zwischen dem SIMPLE- und dem SIMPLER-Algorithmus dargestellt werden.

Nach Lee und Tzong [94] beziehungsweise Lomic [97] benötigt das SIMPLE-Verfahren eine starke Unterrelaxation und hat daher eine langsame Konvergenzrate. Wie Patankar [68] zu seinen Ausführungen zum Finiten-Volumen-Verfahren SIMPLER festhält, dienen die gegenüber dem SIMPLE-Verfahren getätigten Korrekturen dazu, die Konvergenzgeschwindigkeit des Druckkorrekturverfahrens zu verbessern. Der Zeitgewinn durch die raschere Konvergenz des Verfahrens kann jedoch durch den erhöhten Rechenaufwand pro Iterationsschritt nicht vollständig umgesetzt werden. Nach [68] soll dieser Mehraufwand an Rechenoperationen allerdings durch die erhöhte Konvergenzrate mehr als kompensiert werden.

Wie dem Druckkorrekturverfahren SIMPLE bereitet auch dem SIMPLER-Algorithmus die Nichtlinearität in der Impulsbilanz nur bei Kenntnis des korrekten Geschwindigkeitsfeldes keine Schwierigkeiten. Somit hängt der Rechenaufwand für das SIMPLER-Verfahren von der ersten Näherung des Geschwindigkeitsfeldes sowie der jeweiligen Problemstellung ab [80].

Um festzustellen, welches der beiden Verfahren für die dynamische Simulation von beheizten Rohrnetzwerken mit einer Rohr-Sammler-Struktur besser geeignet ist, wurden daher Simulationsrechnungen an einem Zwei-Trommel-Dampferzeuger sowie an einem Abhitze-dampferzeuger mit Bündelheizfläche durchgeführt, deren Ergebnisse in der vorliegenden Arbeit präsentiert werden sollen.

Als Grundlage für die Beurteilung des Finiten-Volumen-Verfahrens SIMPLER werden Vergleichsrechnungen mit dem SIMPLE-Verfahren herangezogen. Dabei dient die CPU-Zeit pro Simulationsrechnung und die Variationsbreite der Relaxationsfaktoren, bei der eine Konvergenz des Verfahrens gewährleistet ist, als Basis für die Bewertung der Algorithmen.

Wie bereits Lomic [97] in seiner Arbeit zeigen konnte, besteht bei der dynamischen Simulation von beheizten Rohrnetzwerken mit einer Rohr-Sammler-Struktur eine große Abhängigkeit des SIMPLE-Algorithmus von den Relaxationskoeffizienten Druck und Dichte. Die Relaxationskoeffizienten konnten dabei nur in einem sehr kleinen Bereich variiert werden, um die Konvergenz des Verfahrens nicht zu gefährden.

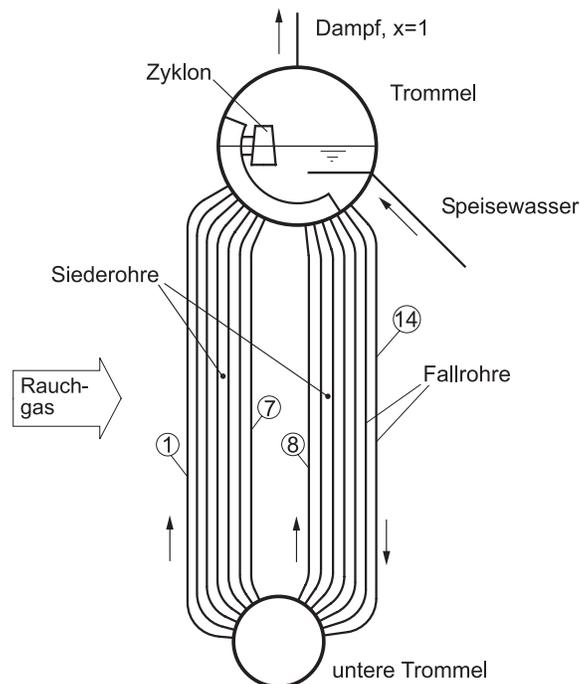
Dies hat zur Folge, daß eine größere Anzahl an Rechenläufen notwendig ist, um eine günstige Kombination von Relaxationskoeffizienten zu finden, welche ein Konvergieren des Verfahrens über die gesamte Dauer der Simulation ermöglicht.

Die Variationsbreite der Relaxationsfaktoren bei den hier zur Anwendung kommenden Finiten-Volumen-Verfahren ist stark von der Komplexität der Geometrie des zu untersuchenden Netzwerkes abhängig (siehe dazu auch Lomic [97]). So ist es in der vorliegenden Arbeit auch nur möglich, etwaige Tendenzen aufzuzeigen. Allgemein gültige Aussagen

bezüglich des Konvergenzverhaltens der Algorithmen können aus den erwähnten Gründen nicht getroffen werden.

9.1 Beschreibung der simulierten Dampferzeuger

Bild 7 zeigt den Verdampfer des ersten untersuchten Abhitzeessels, welcher als Zwei-Trommel-Dampferzeuger ausgeführt ist. Die obere und untere Trommel werden durch zwei Fallrohre (Rohre 13 und 14) sowie zwölf Siederohre (die Rohre 1 bis 12) miteinander verbunden. Die Siederohre münden in einen Zyklonkasten. Zur Trennung des aus dem Zyklonkasten ausströmenden Wasser-Dampf-Gemisches dient ein in der oberen Trommel angeordneter Zyklon.



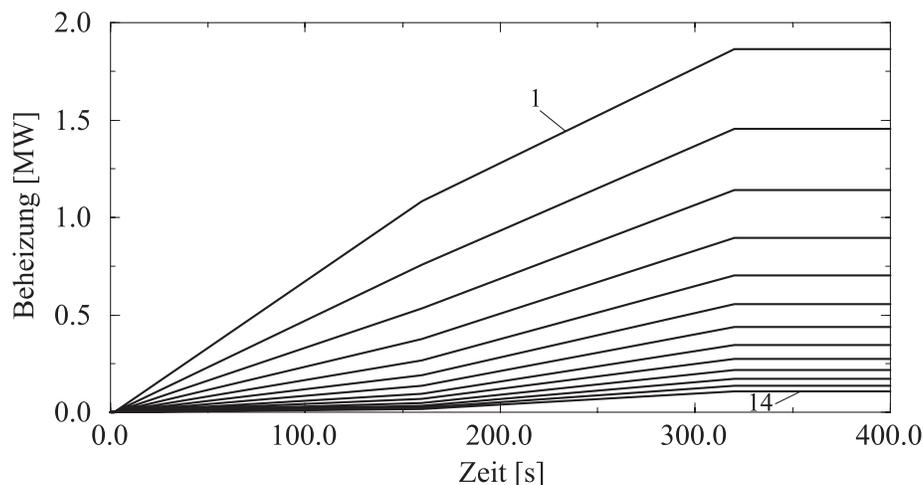
nu-2tro-mod.eps

Bild 7: Zwei-Trommel-Dampferzeuger

Bei der Modellierung des Verdampfersteiles wird jede Lage der Fall- und Siederohre als eigenes Rohr abgebildet. Die obere und untere Trommel bilden jeweils einen Knoten; der Zyklonkasten wird ebenfalls als eigener Knoten im Modell abgebildet. Die Modellierung des Zyklons erfolgt in der Form eines Ersatzrohres mit dem entsprechenden Druckabfallkoeffizienten ζ .

Als Anfangsbedingung für die dynamische Simulation des Zwei-Trommel-Dampferzeugers wurde angenommen, daß in der oberen Trommel ein Druck von $p_{T,r} = 10$ bar herrscht und das Wasser in der Trommel Siedezustand hat. Im Rohrsystem des Verdampfers befindet sich das ruhende Wasser in dem Zustand, der sich aufgrund der Schwerkraftverteilung einstellt. Die Temperatur im gesamten Rohrsystem ist gleich der Sattwassertemperatur bei Trommeldruck.

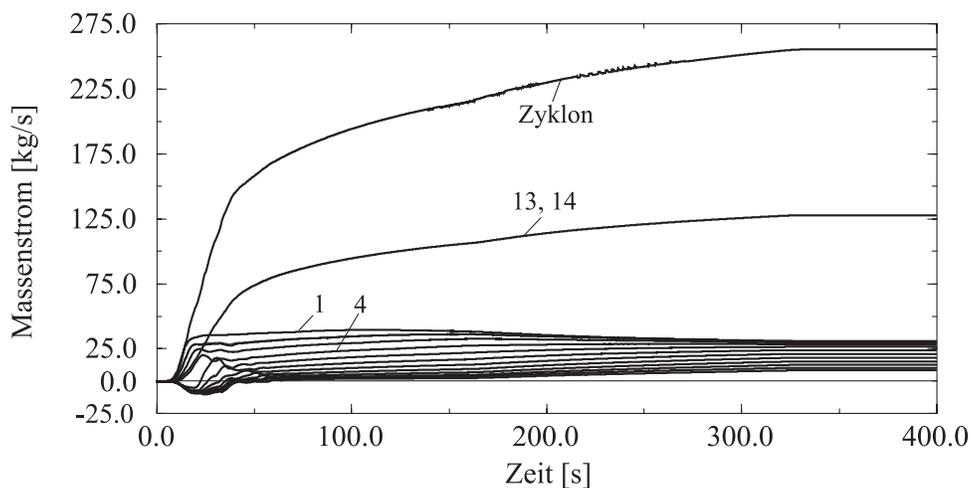
Der Trommeldruck wird über die gesamte Simulationsdauer von 400 s konstant gehalten, während die Beheizung entsprechend [Bild 8](#) gesteigert wird.



br-2tro6.eps

Bild 8: **Beheizungsrampen Zwei-Trommel-Dampferzeuger**

Die Abstufung der Beheizung für die einzelnen Rohrebenen wurde für das vorliegende Beispiel anhand einer wärmetechnischen Berechnung für den 60%-Lastfall und für Vollast ermittelt. Die Steigerung der Last erfolgt in einem ersten Schritt von Null auf 60%-Last innerhalb der ersten 160 s. Im Anschluß daran wird im Zeitraum von 160 s bis 320 s die Beheizung auf Vollast gesteigert. Die errechneten Wärmeströme werden dem Naturumlaufsystem als zeitliche Randwerte aufgeprägt.



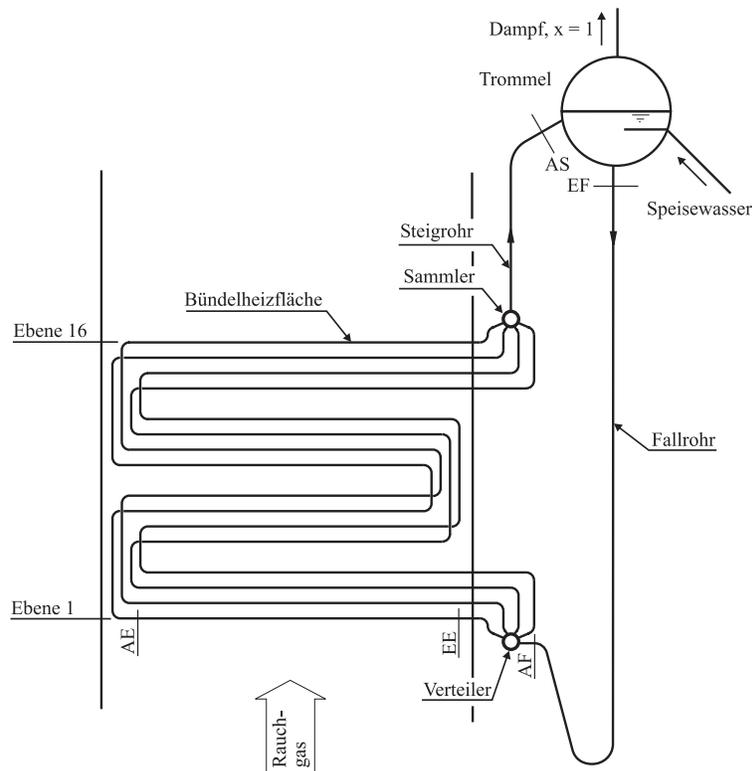
massen-zweitrommel.eps

Bild 9: **Massenstromverläufe im Zwei-Trommel-Dampferzeuger**

In [Bild 9](#) sind die zeitlichen Verläufe der Massenströme am Austritt der einzelnen Fall- und Siederohre sowie im Ersatzrohr des Zyklons dargestellt.

Zu Beginn der Simulation bleibt der Ruhezustand des Arbeitsmediums in den Fall- und Siederohren nahezu erhalten. Mit Beginn der Verdampfung in den am stärksten beheizten Siederohren sinkt in diesen die Dichte. Es stellt sich aufgrund der Dichteänderung eine nach oben gerichtete Auftriebskraft ein, welche bewirkt, daß es zu einer Beschleunigung des Wassers kommt und sich daher in diesen Rohren ein positiver Massenstrom einstellt. Damit ist ein Abzug von Wasser aus der unteren Trommel des Zwei-Trommel-Dampferzeugers verbunden, was zu einer Druckabnahme in der Trommel führt. Diese Druckabsenkung bewirkt, daß das Wasser in den restlichen Rohren beschleunigt wird und in die untere Trommel nachfließt. Es entsteht dadurch ein positiver Umlauf in den beiden Fallrohren. Im Gegensatz dazu setzt in den Siederohren 5 bis 12 eine Rückströmung (negativer Massenstrom) ein.

Fortschreitende Erhöhung der Beheizung führt auch in den weniger stark beheizten Siederohren zu einer beginnenden Dampfbildung. Damit verbunden ist eine Absenkung der Dichte und eine Steigerung der Auftriebskraft, was zu einer Verzögerung der Strömung in den betroffenen Rohren führt. Bei weiterer Intensivierung der Beheizung kommt es zu einer allmählichen Umkehr der Strömungsrichtung in den Siederohren 5 bis 12. Nach ungefähr 58 s ist dieser Vorgang abgeschlossen und der Massenstrom in allen Siederohren verläuft in positiver, nach oben gerichteter Umlaufrichtung. Nach einer kurzen Überschwingphase aufgrund der starken Strömungsbeschleunigung streben die Massenströme in den einzelnen Rohren kontinuierlich ihrem stationären Wert bei Vollast entgegen.



nu-abh-vergl.eps

Bild 10: Abhitzedampferzeuger mit Bündelheizfläche

Bild 10 zeigt den Aufbau des Verdampfungssystems eines Abhitzedampferzeugers mit

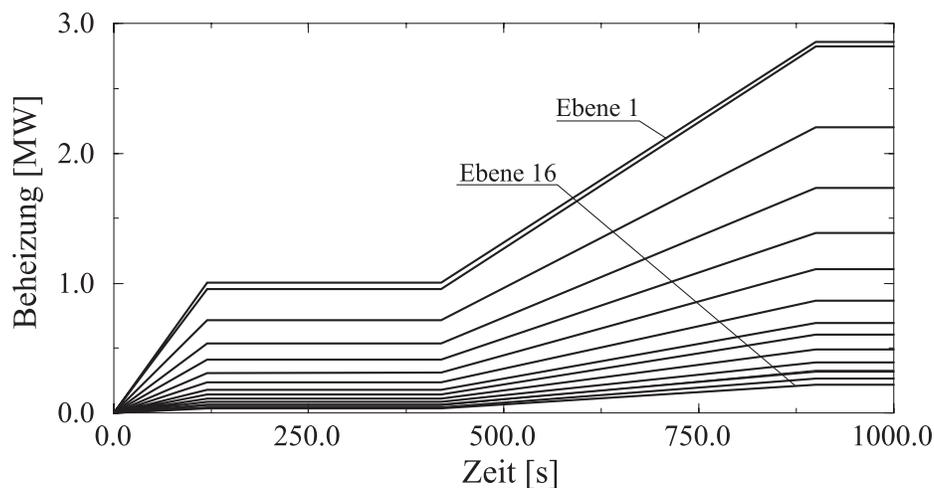
einer Bündelheizfläche, welcher als zweites Beispiel für die Gegenüberstellung der beiden Finiten-Volumen-Verfahren SIMPLE und SIMPLER gewählt wurde. Die Zirkulation des Wassers erfolgt, wie bereits beim vorangegangenen Beispiel des Zwei-Trommel-Dampferzeugers, im Naturumlauf.

Das Verdampfersystem des Abhitzekessels besteht aus einer waagrechten Bündelheizfläche mit vier parallelen Rohrsträngen. Die Rohrstränge sind durch jeweils einen Verteiler und einen Sammler miteinander verbunden. Die Anspeisung der Bündelheizfläche erfolgt über zwei parallele Fallrohre, welche vor der Einmündung in die Stirnseite des Verteilers einen siphonartigen Unterhub bilden.

Das Wasser beziehungsweise Wasser-Dampf-Gemisch tritt aus dem Sammler in zwei Steigrohre ein, welche mit der Trommel verbunden sind. In der Trommel erfolgt die Trennung des Wasser-Dampf-Gemisches mit Hilfe von Umlenkblechen.

Im Berechnungsmodell des Abhitzekessels wurden der Verteiler sowie der Sammler durch je einen Knoten abgebildet, die Fall- beziehungsweise Steigrohre durch jeweils ein Rohr. Die vier parallelen Stränge der Bündelheizfläche wurden als vier parallele Rohre in das Modell aufgenommen, wobei die geodätische Anordnung der einzelnen Rohrlagen korrespondierend zu Bild 10 im Modell berücksichtigt wurden.

Als Anfangsbedingung für die dynamische Simulation des Anfahrvorganges des Verdampfersystems des in Abbildung 10 dargestellten Abhitzekessels wurde angenommen, daß in der Trommel ein Druck von $p_{Tr} = 12$ bar vorliegt und das Wasser in der Trommel Siedezustand hat. Der Arbeitsstoff im Rohrsystem befindet sich in Ruhe. Die Druckverteilung entspricht derjenigen, die sich aufgrund der Schwerkraftverteilung einstellt. Die Temperatur im gesamten Rohrsystem ist gleich der Sattwassertemperatur bei Trommeldruck.



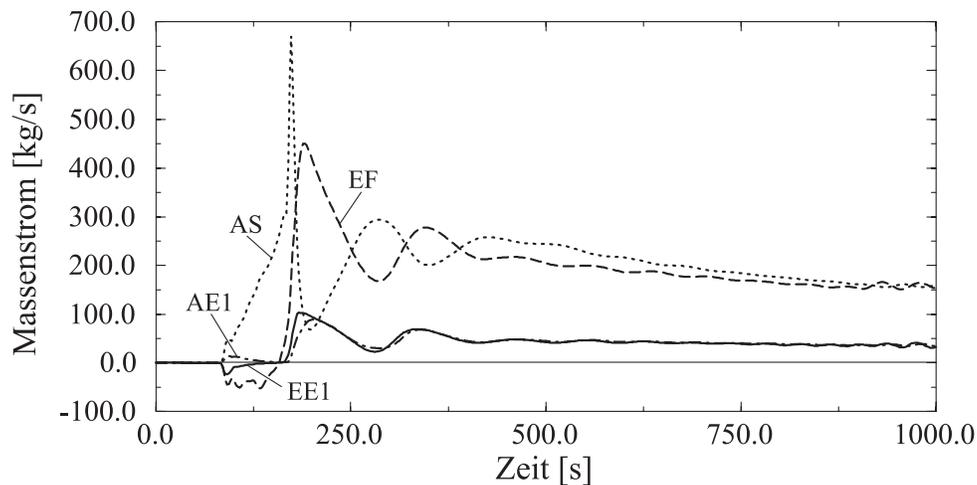
nu-abh-beheizg.eps

Bild 11: **Beheizungsrampen Abhitzedampferzeuger mit Bündelheizfläche**

Der Druck in der Trommel wird während der gesamten Simulationsdauer von 1000 s konstant gehalten. Auf der Rauchgasseite ändert sich die Beheizung der einzelnen Verdampferrohre entsprechend den in Bild 11 dargestellten Rampen.

Die Rampen für die Beheizung der Rohrebenen 1 bis 16 wurden anhand einer wärmetechnischen Berechnung für Vollast und 35%-Last durchgeführt. Die Steigerung der Last erfolgt in den ersten 120 s von Null auf 35%-Last. Anschließend wird die Beheizung im Zeitintervall von 120 s bis 420 s konstant gehalten. Ab der 420sten Sekunde wird die Beheizung auf Vollast gesteigert. Zum Zeitpunkt $t = 900$ s ist dieser Vorgang abgeschlossen. Für die verbleibenden 100 s der Simulation wird die Beheizung konstant auf den Werten für Vollast gehalten.

Bild 12 zeigt den zeitlichen Massenstromverlauf in ausgewählten Punkten des Abhitzedampferzeugers während der gesamten Simulationsdauer. Dabei stellt die strichlierte Linie (EF) den Massenstromverlauf am Eintritt des Fallrohres, die punktierte Linie (AS) jenen am Austritt aus dem Steigrohr, die strichpunktiierte Linie (AE1) jenen am Austritt aus der Beheizungsebene 1 und die voll ausgezogene Linie (EE1) den Massenstromverlauf am Eintritt in die Beheizungsebene 1 dar.



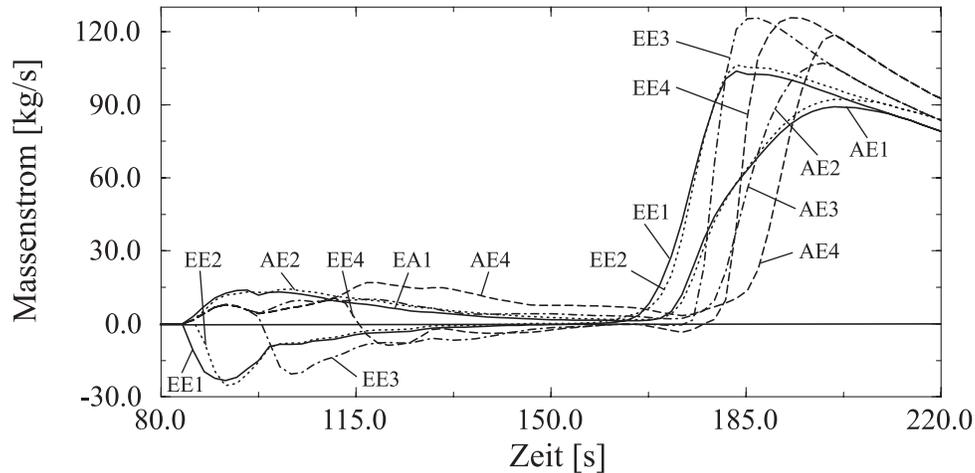
abh-mass-ges.eps

Bild 12: Massenstromverläufe im Abhitzedampferzeuger mit Bündelheizfläche

In **Bild 13** sind für die ersten vier Beheizungsebenen der Bündelheizfläche des Abhitzedampferzeugers die Massenstromverläufe für den Zeitraum von 80 s bis 220 s detailliert dargestellt. Hierbei ist der Austritt (AE1) und der Eintritt (EE1) der Ebene 1 durch eine Vollinie, der Austritt (AE2) und der Eintritt (EE2) der Ebene 2 durch eine Punkt-Linie, der Austritt (AE3) und der Eintritt (EE3) der Ebene 3 durch eine Strich-Punkt-Linie und der Austritt (AE4) und der Eintritt (EE4) der Ebene 4 durch eine Strich-Linie gekennzeichnet.

Nach ungefähr 95 Sekunden setzt - wie der Abbildung 13 zu entnehmen ist - in der Beheizungsebene 1 die Dampfbildung des Arbeitsstoffes ein. Damit einhergehend erfolgt eine starke Vergrößerung des Volumens, was dazu führt, daß der Arbeitsstoff sowohl in Richtung des Ein- (EE1) als auch in Richtung des Austrittes (EA1) der Ebene 1 strömt. In den verbleibenden drei hier dargestellten Rohrsträngen kommt es zu einer Beschleunigung des Fluides in Richtung des positiven Umlaufes. In weiterer Folge kommt es zeitversetzt in den Ebenen 2 bis 4 ebenfalls zur Dampfproduktion und zu einem Ausschleiben des Arbeitsstoffes aus der jeweiligen Beheizungsebene in beide Richtungen. Mit steigender Beheizung

– was eine Erhöhung der Dampfproduktion und damit eine Steigerung des Druckabfalles zur Folge hat – kommt es im Zeitbereich von etwa 140 s bis 170 s zu einer Stagnation der Strömung in den einzelnen Ebenen. Im Anschluß an diese Strömungsstagnation ist eine starke Beschleunigung der Massen in den Rohrsträngen zu beobachten, was wiederum zu einem stark ausgeprägten Überschwingen des Massenstromes führt, welcher danach dem stationären Zustand zustrebt.



abh-mass-det.eps

Bild 13: Massenstromverläufe in den ersten vier Bündelebenen

Korrespondierend zu den Vorgängen in den Beheizungsebenen kommt es im Fall- beziehungsweise Steigrohr des Abhitzedampferzeugers – siehe dazu die Kurven (AS) und (EF) in Abbildung 12 – zu einem Massenausstoß aus beiden Rohren in die Trommel zu Beginn der Dampfproduktion. Während die Strömung in den einzelnen Ebenen fast zum Stillstand kommt, wächst der Massenstrom im Steigrohr (AS) an. Im Fallrohr (EF) kommt es zu einer Strömungsumkehr. Zum Zeitpunkt der Strömungsumkehr im Rohr (EF) erreicht der Massenstrom im Steigrohr (AS) sein Maximum. Im Anschluß daran kommt es zu einem Einschwingvorgang des Massenstromes im Fall- und Steigrohr, welcher stetig dem stationären Zustand zustrebt und diesen bei Simulationseende erreicht.

9.2 Methodik des Verfahrensvergleiches

Um eine möglichst gute Basis für einen Vergleich der beiden Druckkorrekturverfahren zu erhalten, erfolgten die Berechnungen unter Verwendung der gleichen Konvergenzkriterien. Die Diskretisierung der Geometrie der beiden Dampferzeuger wurde für die gesamte Dauer der Untersuchung der Relaxationsfaktoren konstant gehalten.

Ausgehend von der Arbeit von Lomic [97], in welcher eine starke Abhängigkeit des Relaxationsfaktors für den Druck bei der dynamischen Simulation von beheizten Rohrnetzwerken mit einer Rohr-Sammler-Struktur unter Zugrundelegung des SIMPLE-Algorithmus festgestellt werden konnte, diente dieser Faktor als Bezugspunkt für die vorliegende Untersuchung. In einem ersten Schritt wurde dabei für jedes der beiden Verfahren eine Kombination von Relaxationsfaktoren für Druck, Dichte, Geschwindigkeit und Enthalpie gesucht,

bei der die Konvergenz für die gesamte Dauer der Simulation gewährleistet war. Im zweiten Schritt erfolgte - ausgehend von diesem Quadrupel an Faktoren - die Variation der Relaxationsfaktoren. Dabei wurde der Wert für den Druck konstant gehalten, während die Werte der anderen Koeffizienten einer sukzessiven Änderung unterzogen wurden. Bei Divergenz des Verfahrens erfolgte auch der Abbruch der Variation der Relaxationsfaktoren für Dichte, Geschwindigkeit und Enthalpie. In einem dritten Schritt wurde der Relaxationskoeffizient für den Druck stufenweise verändert und die Untersuchung erneut, beginnend mit Schritt zwei, fortgesetzt.

In einer abschließenden Analyse erfolgte die Untersuchung des Einflusses der Diskretisierungsgenauigkeit auf die Rechenzeit und auf die Gesamtanzahl an benötigten Iterationsschritten bei beiden Verfahren. Als Basis für die Berechnungen diente dabei jene Kombination von Relaxationskoeffizienten, bei der die kürzeste Rechenzeit für die Simulation erzielt wurde. Die Zahl der Bilanzzellen betrug bei den Standardberechnungen (Variation der Relaxationsfaktoren) für den Zwei-Trommel-Dampferzeuger 147 Rechenzellen und für den Abhitzedampferzeuger mit Bündelheizfläche 465 Zellen. Von dieser Diskretisierung ausgehend wurde die Anzahl der Kontrollvolumina der einzelnen zu untersuchenden Dampferzeuger schrittweise erhöht.

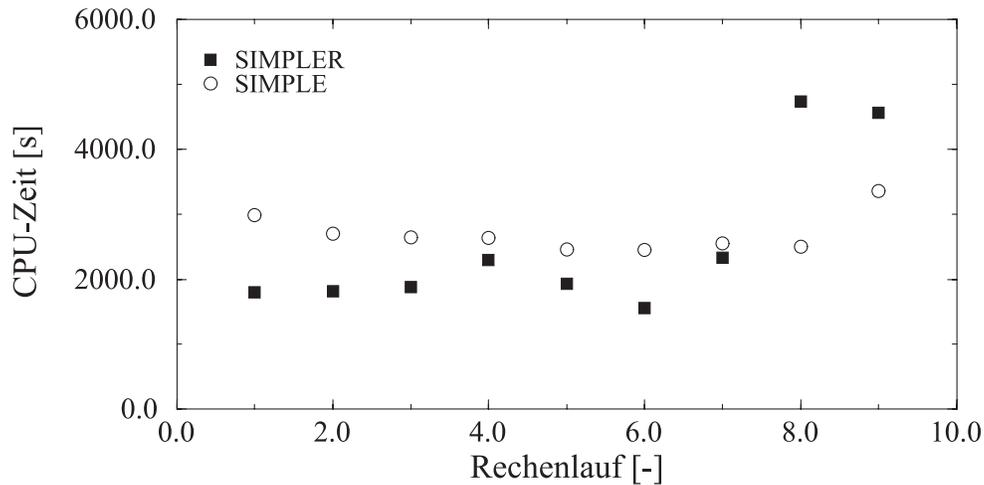
9.3 Ergebnisse der Vergleichsrechnungen

Die Berechnungen der nachfolgend präsentierten Untersuchungsergebnisse wurden auf einer SUN ULTRA ENTERPRISE 450 Workstation mit 1 GB Hauptspeicher durchgeführt. In den Tabellen 9 bis 12 im Anhang dieser Arbeit sind all jene Relaxationsfaktoren zusammengestellt, bei denen ein Konvergieren der einzelnen Verfahren gegeben war. Die Numerierung der Rechenläufe in den Tabellen korrespondieren mit denen in den einzelnen Abbildungen.

9.3.1 Zwei-Trommel-Dampferzeuger

Zur Analyse der Variationsbreite der Relaxationsfaktoren wurden, am Beispiel des Zwei-Trommel-Dampferzeugers, für den SIMPLE-Algorithmus 80 Testrechnungen vorgenommen, wovon 15 zu einer Konvergenz des Verfahrens führten. Die Veränderungsmöglichkeiten der Relaxationsfaktoren waren dabei nur in einem sehr eingeschränkten Maße gegeben. Als Beispiel sei hier der Faktor für den Druck angeführt, welcher zwischen den Werten 0.1 und 0.6 variiert wurde. Eine Konvergenz des Verfahrens konnte jedoch nur mit Werten zwischen 0.25 und 0.31 erreicht werden. Dem gegenübergestellt konvergierten alle 35 mit dem SIMPLER-Verfahren durchgeführten Simulationsrechnungen. Die Relaxationsfaktoren konnten trotz der geringeren Anzahl an Rechenläufen in einem weit größeren Umfang variiert werden. Der Faktor für den Druck wurde dabei einer schrittweisen Veränderung zwischen den beiden Grenzwerten 0.99 und 0.6 unterzogen.

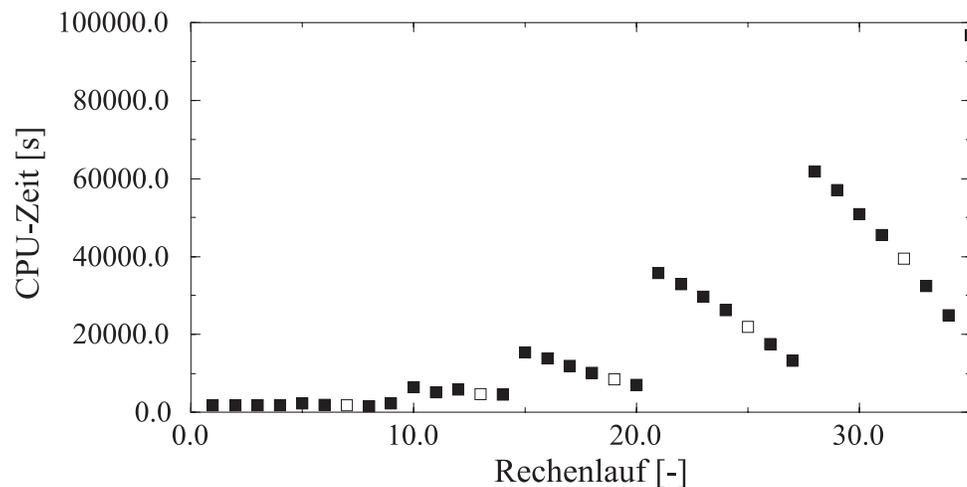
Bild 14 stellt diejenigen Berechnungen der beiden Druckkorrekturverfahren einander gegenüber, welche die geringsten Rechenzeiten für die gesamte Simulation des Anfahrvorganges benötigten. Die Kennzeichnung der Daten des SIMPLE-Verfahrens erfolgt durch Kreise, die des SIMPLER-Algorithmus durch ausgefüllte Quadrate.



vergl-zweit-r-cpu.eps

Bild 14: Geringste Rechenzeiten der Algorithmen bei unterschiedlichen Kombinationen der Relaxationsfaktoren

Die in Abbildung 14 dargestellten Datenpunkte 1 bis 7 des SIMPLER-Algorithmus wurden mit einem konstant gehaltenen Druckrelaxationsfaktor von 0.99 erzielt. Im Gegensatz dazu wurden die Punkte des SIMPLE-Verfahrens mit den Druckfaktoren 0.25, 0.3 und 0.31 ermittelt. Die geringere Differenz zwischen den Rechenzeiten der mittels des SIMPLE-Algorithmus durchgeführten Simulationen ergibt sich aus dem Umstand, daß die Variationsbreite der verbleibenden Relaxationsfaktoren sehr limitiert war (Werte zwischen 0.2 und 0.3). Im Verhältnis dazu konnten die Werte der verbleibenden Relaxationsfaktoren bei SIMPLER zwischen den Werten 0.98 und 0.5 verändert werden.



vergl-zweit-r-cpu-simpler.eps

Bild 15: Rechenzeiten des SIMPLER-Algorithmus bei unterschiedlichen Kombinationen der Relaxationsfaktoren

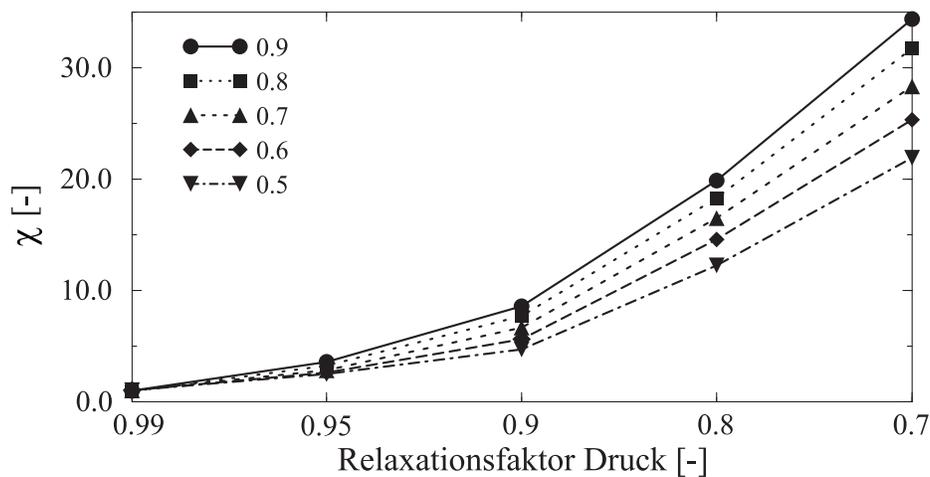
In Bild 15 sind die Rechenzeiten aller mittels des SIMPLER-Algorithmus durchgeführten Berechnungen dargestellt. Die für die einzelnen Vergleichsrechnungen zur Anwendung

gekommenen Relaxationskoeffizienten sind der Tabelle 9 im Anhang dieser Arbeit zu entnehmen. Auffallend dabei ist die gruppenweise Anordnung der Datenpunkte. Diese Gliederung ergibt sich aus der schrittweisen Erhöhung der Unterrelaxation des Druckes, wobei der größte Relaxationskoeffizient (0.99) jener Datengruppe zugrundeliegt, welche die kleinsten CPU-Zeiten aufweist. Mit steigender Unterrelaxation vergrößert sich somit die Gesamtzeit der Simulation. Dies verdeutlichen auch die in Bild 15 durch ein nicht gefülltes Quadrat symbolisierten Rechenläufe, welche bei einer schrittweisen Erhöhung der Unterrelaxation des Druckes, jedoch bei konstant gehaltenen Faktoren für Dichte, Geschwindigkeit und Enthalpie durchgeführt wurden.

Definiert man ein Rechenzeitverhältnis χ mit

$$\chi = \frac{CPU - Zeit}{\text{minimalste erreichte CPU - Zeit}}, \quad (74)$$

so läßt sich die pro Simulationsrechnung benötigte CPU-Zeit in Abhängigkeit von der Unterrelaxation des Druckes in einer sehr anschaulichen Weise darstellen.



vergl-zweit-relaxaenderung.eps

Bild 16: **Rechenzeitverhältnisse bei unterschiedlicher Kombination der Relaxationsfaktoren**

Auf der Abszisse des [Bildes 16](#) sind die Werte des Relaxationskoeffizienten für den Druck, auf der Ordinate die zugehörigen Rechenzeitverhältnisse χ bei unterschiedlichen Kombinationen der Relaxationsfaktoren für Dichte, Geschwindigkeit und Enthalpie aufgetragen. Die in [Abbildung 16](#) dargestellten Datenpunkte wurden mit Hilfe des SIMPLER-Algorithmus ermittelt. Die Variation der Relaxationskoeffizienten erfolgte in der Art, daß zum Beispiel der Faktor für den Druck mit 0.99 konstant gehalten wurde, während die der anderen schrittweise und gleichzeitig pro Rechenlauf von 0.9 auf 0.5 gesenkt wurden. Im Anschluß daran wurde der Relaxationsfaktor für den Druck schrittweise erniedrigt. Die Werte der verbleibenden Faktoren wurden für den neuen Druckrelaxationsfaktor in der gleichen Art und Weise erneut variiert. Der Rechenlauf mit der kürzesten benötigten CPU-Zeit wurde als Bezugsbasis für die Ermittlung der Rechenzeitverhältnisse herangezogen.

Wie bereits oben kurz angedeutet, kann der Einfluß der unterschiedlichen Relaxationskoeffizienten auf die Rechenzeit der Kurvenschar in Abbildung 16 in sehr einfacher Weise entnommen werden. Wird eine numerische Simulation mit großen Werten für den Relaxationsfaktor Druck (in unserem Beispiel 0.99 beziehungsweise 0.95) durchgeführt, so ist die dafür erforderliche CPU-Zeit nahezu unabhängig von den Einstellungen der Faktoren für Dichte, Geschwindigkeit und Enthalpie. Erst mit größer werdender Unterrelaxation des Druckes wächst auch der Einfluß der drei verbleibenden Faktoren auf die für die gesamte Simulation benötigte Rechenzeit unterschiedlich stark an. Als interessantes Faktum ist dabei anzumerken, daß sich die Rechenzeit – entgegen einer ersten Annahme – mit abnehmenden Koeffizienten für Dichte, Geschwindigkeit und Enthalpie auch verkleinert. Ursache für diesen Umstand dürften dabei zwei entgegengesetzte Wirkungsweisen des iterativen Charakters des Lösungsalgorithmus SIMPLER sein. Einerseits verursacht eine Erhöhung der Unterrelaxation des Druckes eine höhere Rechenzeit, andererseits führt in dem hier vorgestellten Simulationsbeispiel eine Erhöhung der Unterrelaxation der verbleibenden drei Faktoren zu einer Verringerung der Rechenzeit.

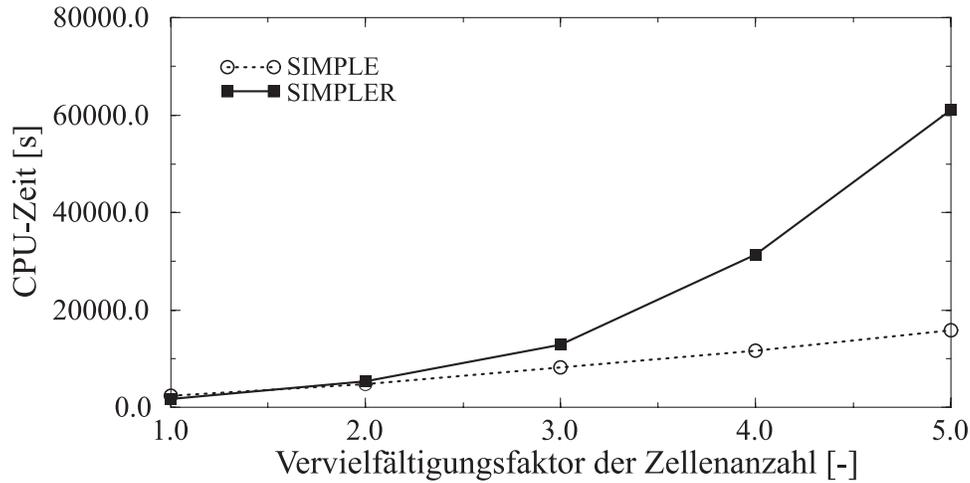
Nach Ferziger und Perić [91] würde die Druckkorrektur des Druckfeldes beim Finiten-Volumen-Verfahren SIMPLER keine Relaxation für die Konvergenz des Algorithmus benötigen³. Aus diesem Grunde und da es sich bei den hier zu untersuchenden Prozessen um druckgetriebene Vorgänge handelt, erweist sich der Einfluß der Unterrelaxation des Druckes auch als dominant für die Gesamtrechenzeit. Das heißt, eine Relaxation des Druckes muß zu einer höheren Anzahl an Iterationsschritten und somit zu einer höheren CPU-Zeit führen. Dem gegenübergestellt führen kleine Faktoren für Dichte, Geschwindigkeit und Enthalpie während der Iteration zu kleineren Abweichungen von der gesuchten Lösung. Dies hat zur Folge, daß es unter Zugrundelegung einer Rohr-Sammler-Struktur in Kombination mit dem Faktor für den Druck somit zu einer schnelleren Konvergenz des Verfahrens kommt.

Für den SIMPLE-Algorithmus konnte in der hier präsentierten Untersuchung eine solch deutliche Abhängigkeit der Rechenzeit vom Relaxationskoeffizienten für den Druck aufgrund einer zu geringen Bandbreite an Relaxationskoeffizienten, bei denen überhaupt eine Konvergenz des Verfahrens eingetreten ist, nicht festgestellt werden.

Eine Konvergenz des Finite-Volumen-Verfahrens SIMPLE konnte im Vergleich zum Druckkorrekturverfahren SIMPLER nur mit einer starken Unterrelaxation aller vier Faktoren erfolgen (siehe Tabelle 10 im Anhang).

Bild 17 stellt die Rechenzeiten der beiden Algorithmen SIMPLE (strichlierte Linie) und SIMPLER (Vollinie), aufgetragen über den Vervielfältigungsfaktor der Zellenanzahl, dar. Wie bereits oben erwähnt, erfolgte die Berechnung mit derjenigen Kombination von Relaxationskoeffizienten, bei der die kürzeste Rechenzeit für die Simulation ermittelt wurde. Während eine Vervielfachung der Kontrollvolumina für das SIMPLE-Verfahren nur mit einer sehr schwachen, beinahe linearen Steigerung der Rechenzeit verbunden ist, führt eine Erhöhung der Anzahl an Rechenzellen beim SIMPLER-Algorithmus zu einer mehr als quadratischen (einer Potenz von 2.35) Zunahme der Rechenzeit.

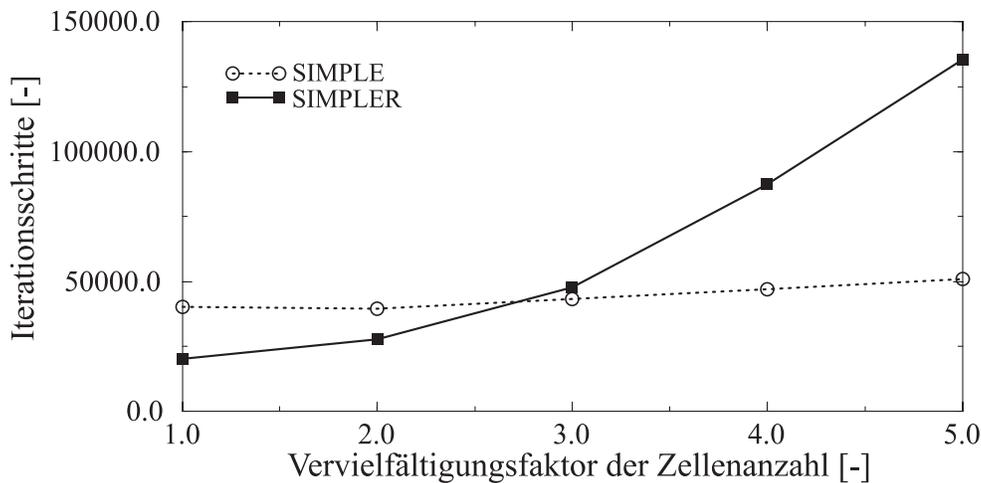
³Unter Zugrundelegung des Rohr-Sammler-Modells hat es sich für die Konvergenz des Verfahrens als günstig erwiesen, wenn in manchen Fällen eine Unterrelaxation vorgenommen werden kann.



vergl-cpu-netzverf-zweit.r.eps

Bild 17: Rechenzeiten der Algorithmen bei Netzverfeinerung

Betrachtet man die Gesamtanzahl an Iterationsschritten für die Simulation und trägt diese, wie in [Bild 18](#) dargestellt, ebenfalls über den Vervielfältigungsfaktor der Zellenanzahl auf, so ist die Ähnlichkeit in den Kurvenverläufen der einzelnen Graphen in bezug auf diejenigen in Bild 17 deutlich erkennbar. Wie in Abbildung 17 nehmen die Iterationsschritte beim SIMPLE-Verfahren mit einer nur geringen Steigung in etwa linear zu, während beim SIMPLER-Algorithmus eine quadratische Zunahme zu verzeichnen ist. Obwohl die Anzahl an mathematischen Rechenoperationen pro Iterationsschritt beim Finiten-Volumen-Verfahren SIMPLER größer ist als beim SIMPLE-Algorithmus (siehe dazu [68] und [80]), führt eine Verdoppelung der Anzahl an Kontrollvolumina nur zu einer rund 12 % höheren CPU-Zeit oder etwa eine Verdreifachung zu einer 57%igen Steigerung der Rechenzeit gegenüber dem SIMPLE-Verfahren.



vergl-iterat-netzverf-zweit.r.eps

Bild 18: Anzahl der Iterationsschritte bei Netzverfeinerung

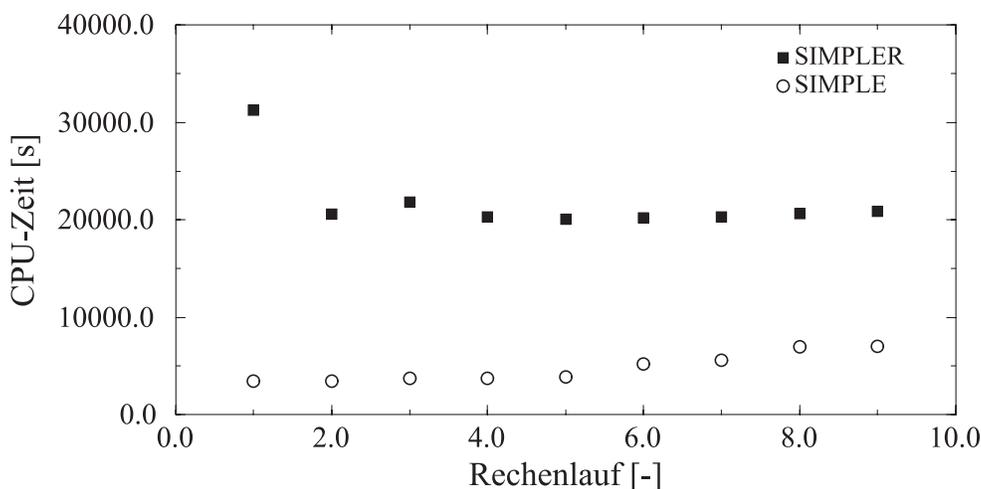
Vergleicht man die Anzahl an Iterationsschritten pro Rechnung, so fällt das Verhältnis

noch etwas günstiger aus. Trotz Verdoppelung der Bilanzzellen benötigt das SIMPLER-Verfahren um 30 % weniger Iterationsschritte für die Berechnung der transienten Vorgänge. Bei Verdreifachung der Kontrollvolumina sind für die Simulationsrechnung in bezug auf den SIMPLE-Algorithmus um 11 % mehr Iterationsschritte auszuführen.

9.3.2 Abhitzedampferzeuger mit Bündelheizfläche

Für die Analyse des Abhitzedampferzeugers mit Bündelheizfläche wurden mit dem Finiten-Volumen-Verfahren SIMPLE 63 Rechenläufe getätigt, wobei 33 Testrechnungen keine Konvergenz des Verfahrens zur Folge hatten.

Wie bereits beim Zwei-Trommel-Dampferzeuger genühten für den SIMPLER-Algorithmus zur Bereitstellung einer aussagekräftigen Datenmenge eine im Vergleich zum SIMPLE-Verfahren geringere Anzahl an durchgeführten Berechnungen. Von den 40 mit SIMPLER getätigten Rechenläufen führten 37 zu einer Konvergenz, wobei die Veränderungsmöglichkeiten der Relaxationsfaktoren mit denen aus der Analyse des Zwei-Trommel-Dampferzeugers korrespondierten. Die Variationsbreite der Faktoren war auch in diesem Fall bei SIMPLER in einem deutlich breiteren Umfang möglich als beim SIMPLE-Verfahren.



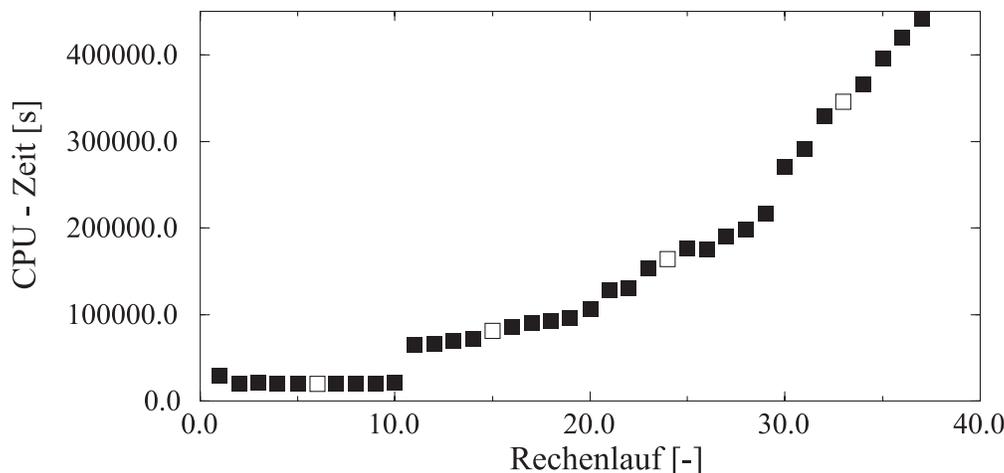
vergl-abhitz-cpu.eps

Bild 19: Rechenzeiten der Algorithmen bei unterschiedlichen Kombinationen der Relaxationsfaktoren

Bild 19 stellt diejenigen Berechnungen der beiden Druckkorrekturverfahren direkt gegenüber, welche bei der Variation der Relaxationsfaktoren die kürzesten Rechenzeiten für die gesamte Simulation des Anfahrvorganges benötigten. Abbildung 19 ist bereits deutlich die starke Abhängigkeit des SIMPLER-Verfahrens von der Anzahl der Kontrollvolumina zu entnehmen. Aufgrund der höheren Standardzellenanzahl dieses Beispiels gegenüber dem des Zwei-Trommel-Dampferzeugers liegen bereits die Berechnungen mit den kürzesten Rechenzeiten des SIMPLER-Algorithmus deutlich über denen des Druckkorrekturverfahrens SIMPLE. Die in Abbildung 19 dargestellten Berechnungen von SIMPLER

wurden alle mit einem Druckrelaxationsfaktor von 0.99 durchgeführt, die des SIMPLE-Verfahrens mit den Werten 0.14, 0.2, 0.3, 0.35 und 0.4.

Diese breite Streuung der Faktoren beim SIMPLE-Verfahren täuscht eine große Variationsbreite vor, ist im Gegenteil aber bezeichnend für die schmale Bandbreite, bei der das Verfahren konvergiert.



vergl-abhitz-cpu-simpler.eps

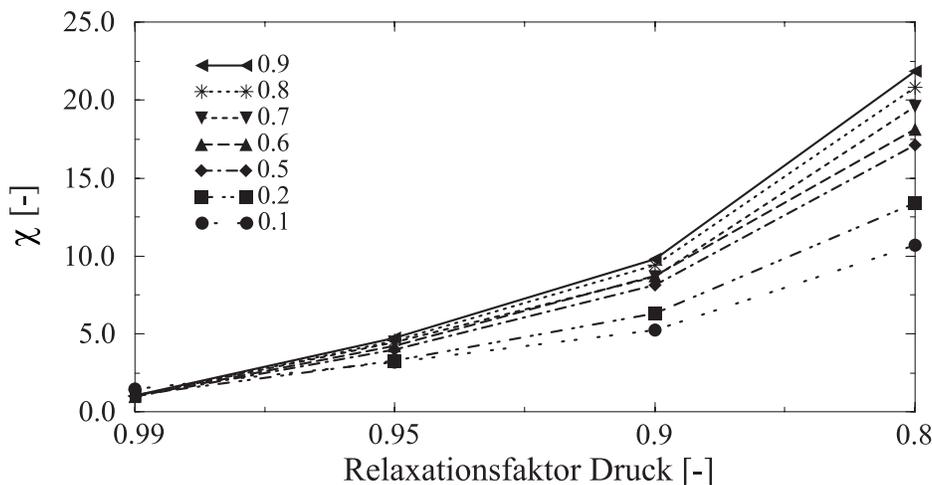
Bild 20: Rechenzeiten des SIMPLER-Algorithmus bei unterschiedlichen Kombinationen der Relaxationsfaktoren

Der Einfluß, den der Druckrelaxationskoeffizient auf die Rechenzeit des SIMPLER-Algorithmus nimmt, wird aus [Bild 20](#) ersichtlich. Wie bereits aus den Daten des Zwei-Trommel-Dampferzeugers (Abbildung 15) zu erkennen ist, führt auch bei der gegenständlichen Untersuchung eine schrittweise Verkleinerung des Druckfaktors (0.99, 0.95 und 0.9) zu einem Anstieg der Rechenzeit. Verdeutlicht wird dieser Vorgang durch diejenigen Datenpunkte, welche durch ein nicht ausgefülltes Rechteck speziell gekennzeichnet sind. Bei diesen Werten wurde der Faktor für den Druck einer schrittweisen Änderung unterzogen, die Werte der verbleibenden Relaxationsfaktoren (Dichte, Geschwindigkeit und Enthalpie) wurden jedoch beibehalten.

Eine analoge Tendenz konnte für das SIMPLE-Verfahren bei Änderung des Druckrelaxationskoeffizienten festgestellt werden, wobei hier jedoch nochmals darauf hingewiesen werden muß, daß die tatsächliche Streuung der Daten nur in einem geringen Maße gegeben war.

Um die Abhängigkeit der Rechenzeit vom Relaxationskoeffizienten für den Druck einer besseren Veranschaulichung zuführen zu können, wurden auch für das hier zur Diskussion stehende Simulationsbeispiel die Rechenzeitverhältnisse χ bei unterschiedlichen Kombinationen der Relaxationsfaktoren für Dichte, Geschwindigkeit und Enthalpie – korrespondierend zum Zwei-Trommel-Dampferzeuger – ermittelt und in [Bild 21](#) dargestellt. Die in der Abbildung 21 eingezeichneten Datenpunkte wurden mit Hilfe des SIMPLER-Algorithmus berechnet. Betrachtet man nur die Verläufe der einzelnen Graphen in den Abbildungen 16 und 21, so sind die Parallelitäten zwischen den beiden Bildern sehr gut erkennbar. Analog zum Zwei-Trommel-Dampferzeuger sind auch bei dem hier betrachteten Beispiel

die Rechenzeiten bei großen Relaxationsfaktoren für den Druck (siehe die Werte für 0.99 beziehungsweise 0.95) ebenso nahezu unabhängig von den Koeffizienten für Dichte, Geschwindigkeit und Enthalpie. Eine überproportional starke Zunahme der Rechenzeiten geht auch hier mit einer steigenden Unterrelaxation des Druckes einher. Den drei verbleibenden Faktoren kommt mit der größer werdenden Unterrelaxation des Druckfaktors ebenfalls wieder eine höhere Bedeutung in bezug auf die benötigten Simulationszeiten zu. Die Rechenzeiten wachsen, korrespondierend zum Zwei-Trommel-Dampferzeuger, mit größeren Relaxationskoeffizienten für Dichte, Geschwindigkeit und Enthalpie an.



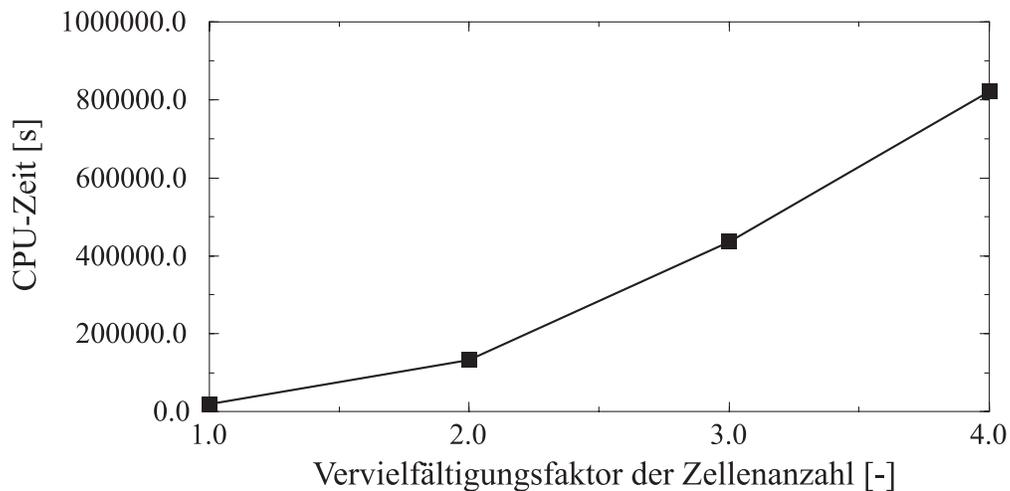
vergl-abhitze-relaxaenderung.eps

Bild 21: Rechenzeitverhältnisse bei unterschiedlicher Kombination der Relaxationsfaktoren

Wie der Tabelle 12 im Anhang dieser Arbeit entnommen werden kann, konnte für das Beispiel des Abhitzedampferzeugers mit Bündelheizfläche für eine größere Anzahl an Kombinationen von Relaxationskoeffizienten eine Konvergenz mittels des SIMPLE-Algorithmus erreicht werden. Bei genauerer Betrachtung der in Tabelle 12 enthaltenen Daten muß jedoch festgestellt werden, daß für einen Vergleich der Rechenzeitverhältnisse die Menge an dafür notwendigen Vergleichspunkten trotzdem zu gering ist. Dieser Sachverhalt ergibt sich aus der schlechten Streuung der Daten. In 14 der 30 konvergierten Berechnungen lag ein Druckrelaxationskoeffizient von 0.13 zugrunde; in sechs weiteren ein Druckfaktor von 0.14. Die verbleibenden Berechnungen erfolgten durch fünf weitere Druckfaktoren, wobei deren Verteilung für das verbleibende Drittel an konvergierten Berechnungen in etwa gleich ist.

Gemäß der Methodik des Verfahrensvergleiches wurde auch beim Abhitzedampferzeuger mit Bündelheizfläche der Einfluß der Netzverfeinerung auf die Rechenzeit beziehungsweise auf die Gesamtanzahl der Iterationsschritte untersucht. Dabei mußte festgestellt werden, daß bei einer Verfeinerung der Diskretisierung der SIMPLE-Algorithmus keine Lösung für den hier untersuchten Warmstartvorgang gefunden hat. Das Verfahren divergierte bei allen vorgenommenen Netzverfeinerungen. Es kamen dabei auch Kombinationen von Relaxationsfaktoren zur Anwendung, die nicht die kürzeste Rechenzeit für die Standardsimulation aufwiesen. Eine Begründung für das Nichtkonvergieren des Verfahrens kann

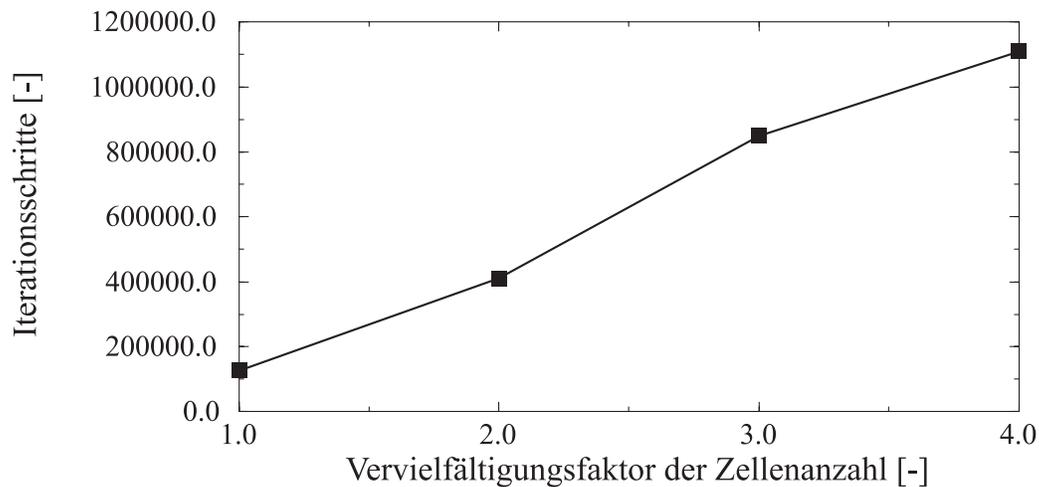
zum gegenwärtigen Zeitpunkt nicht gegeben werden. Es sind dazu in nächster Zukunft noch umfangreiche Analysetätigkeiten notwendig.



vergl-cpu-netzverf-abhitz.eps

Bild 22: Rechenzeiten des SIMPLER-Algorithmus bei Netzverfeinerung

Betrachtet man die Ergebnisse für das Druckkorrekturverfahren SIMPLER (Bild 22), so ist wieder eine quadratische Zunahme der Simulationsdauer bei einer Vervielfältigung der Kontrollvolumina gegenüber der Standardrechnung zu beobachten.



vergl-iterat-netzverf-abhitz.eps

Bild 23: Anzahl der Iterationsschritte des SIMPLER-Algorithmus bei Netzverfeinerung

Im Gegensatz dazu steigt jedoch die Anzahl an Iterationsschritten bei einer Netzverfeinerung in etwa linear an (siehe Bild 23).

9.4 Zusammenfassung des Verfahrensvergleichs

Ziel der hier präsentierten Vergleichsstudie war es, die Eignung der beiden Finite-Volumen-Verfahren SIMPLE und SIMPLER zur dynamischen Simulation von Dampferzeugern unter Zugrundelegung eines Rohr-Sammler-Modells zu untersuchen. Auf Basis der vorliegenden Ergebnisse muß dem SIMPLER-Verfahren der Vorzug gegeben werden, wobei dafür folgende Punkte sprechen:

- hohe Stabilität des Verfahrens
- großer Variationsbereich der Relaxationskoeffizienten
- geringe erforderliche Unterrelaxation des Verfahrens
- hohe Stabilität des Verfahrens gegenüber Änderungen der Diskretisierungsgenauigkeit.

Nachteilig ist jedoch die große Abhängigkeit der Rechenzeit von der Anzahl der Kontrollvolumina zu werten.

Die mit dem SIMPLE-Algorithmus erzielten Resultate sind denen des SIMPLER genau diametral. Das Verfahren weist unter Zugrundelegung eines Rohr-Sammler-Modells keine hohe Stabilität sowie einen geringen Variationsbereich der Relaxationskoeffizienten auf. Für das Auffinden einer geeigneten Kombination von Relaxationsfaktoren werden bei Verwendung des SIMPLE-Algorithmus eine große Anzahl an Rechenläufen benötigt. Des weiteren erfordert das Verfahren eine starke Unterrelaxation (siehe dazu auch [94] und [97]).

Für den Einsatz des SIMPLE-Algorithmus würde die mäßige Abhängigkeit der Rechenzeit von der Feinheit der Diskretisierung sprechen, wobei sich aber hier sehr deutlich die geringe Stabilität des Verfahrens vor allem am Beispiel des Abhitzedampferzeugers mit Bündelheizfläche gezeigt hat.

Aufgrund der besseren Eignung des Finite-Volumen-Verfahrens SIMPLER zur dynamischen Simulation von verzweigten Rohrnetzwerken unter Zugrundelegung des Rohr-Sammler-Modells wird diesem auch in der vorliegenden Arbeit der Vorzug gegeben. Die in den nachstehenden Kapiteln beschriebenen Modelle für die einzelnen Dampferzeugerbauteile, wie zum Beispiel Sammler, Einspritzung usw., beziehen sich daher auf des Druckkorrekturverfahren SIMPLER.

10 Bereitstellung der Stoffwerte

Für die wärme- und strömungstechnische Berechnung müssen die Zustands- und Transportgrößen für das Arbeitsmedium, für das Rauchgas und für den jeweiligen Rohrwandwerkstoff bekannt sein. Diese Stoffwerte sind im allgemeinen von Druck und Temperatur abhängig. Während die Druckabhängigkeit des Arbeitsstoffes Wasser beziehungsweise Wasserdampf sehr hoch ist, kann sie für das Rauchgas und den Rohrwandwerkstoff vernachlässigt werden. Die Annahme der Druckunabhängigkeit des Rauchgases begründet sich darauf, daß das Gas den thermodynamischen Eigenschaften des idealen Gases entspricht, und die das Rauchgas betreffenden Prozesse bei Atmosphärendruck ablaufen.

10.1 Stoffwerte für den Arbeitsstoff

Für die Berechnung thermodynamischer Prozesse in der Energie- und Verfahrenstechnik ist die Verfügbarkeit der Zustands- und Transportgrößen des jeweiligen Arbeitsstoffes von großer Bedeutung. Eines der wichtigsten Prozeßmedien in der Wärmetechnik ist wohl das Wasser beziehungsweise seine gasförmige Phase, der Wasserdampf. Diesem Umstand Rechnung tragend, besteht bereits seit Mitte des letzten Jahrhunderts ein starker Forschungsanreiz, die thermodynamischen und thermophysikalischen Stoffgrößen des Mediums Wasser mit hoher Genauigkeit verfügbar zu haben.

Um dem vermehrten Einsatz von digitalen Rechenanlagen Folge zu leisten, wurde auf der 6th International Conference on the Properties of Steam 1963 in New York beschlossen, das „International Formulation Committee“ (IFC) zu bilden und mit dem Auftrag zu versehen, eine für elektronische Rechenanlagen geeignete, thermodynamisch konsistente Formulierung der Stoffeigenschaften für Wasser und Wasserdampf zu formulieren (siehe dazu Schmidt [98]). 1967 wurde unter dem Namen „The 1967 IFC Formulation for Industrial Use“ (IFC-67) ein entsprechender Satz von Gleichungen angenommen, welcher gezielt nur solche Zustandsgrößen und -bereiche abdeckt, die überwiegend von der Industrie benötigt werden. Als unabhängige Veränderliche der Formulation wurden die thermodynamischen Zustandsgrößen Druck p und Temperatur T gewählt. Um die thermodynamische Konsistenz der Formulierung zu erreichen, wurde dem Gleichungssatz die sogenannte kanonische Funktion $G = G(p, T)$ zugrundegelegt. Die gebräuchlichsten Zustandsgrößen, die spezifische Entropie s , die Dichte ρ und die spezifische Enthalpie h können aus der freien Enthalpie G durch partielle Differentiation abgeleitet werden.

Werden jedoch Kombinationen mit anderen unabhängigen Veränderlichen benötigt, so müssen diese mittels Iteration aus dem Satz der Grundgleichungen berechnet werden. Um die Anzahl der dafür notwendigen Iterationsschritte möglichst gering zu halten, wurden einfache Näherungsbeziehungen wie die von Dohrendorf und Schwindt [99], Meyer-Pittroff *et al.* [100], Schwindt [101], Magerfleisch [102], McClintock und Silvestri [103] oder Meyer-Pittroff und Grigull [104] entwickelt, welche gute Startwerte für die jeweilige Iteration liefern.

1997 wurde auf dem Jahrestreffen der International Association for the Properties of Water and Steam (IAPWS) in Erlangen eine neue Industrie-Formulation – die IAPWS-IF97 [105], [106], [107] – verabschiedet. Die Gründe für die Entwicklung eines neuen Gleichungs-

satzes liegen nicht nur in einer Erhöhung der Genauigkeit und Rechengeschwindigkeit durch die IAPWS-IF97, sondern auch in einer Reihe weiterer Unzulänglichkeiten der Formulierung von 1967, welche sich im Laufe der Jahre herausstellten und ausführlich von Wagner und Rukes in [108] und [109] dargestellt werden.

Parallel zur Industrie-Formulation (IFC-67) wurde die sogenannte „Scientific Formulation“, die IFC-68, entwickelt. Im Gegensatz zur IFC-67 umfassen die wissenschaftlichen Standardgleichungen praktisch alle Zustandsgrößen über den gesamten, experimentell untersuchten Zustandsbereich mit höchster Genauigkeit (Wagner und Rukes [108]). Daß zwei Dampftafeln nebeneinander existieren, deren thermodynamische Zustandsgrößen mit zwei unterschiedlichen Formulationen berechnet werden, ist kein Widerspruch, sondern die logische Folge der von der IAPS verfolgten Politik, die Anforderungen der Praktiker an eine Formulation von denen der Theoretiker getrennt zu berücksichtigen.

1984 wurde die IFC-68 durch die von Haar *et al.* [110] entwickelte „IAPS Formulation for Scientific and General Use“ (IAPS-84) abgelöst. Als Grundlage diente eine analytische Gleichung, die eine sehr gute Näherung an die Helmholtz-Funktion für gewöhnliches Wasser und Wasserdampf darstellt. Sie wurde als Erweiterung eines theoretischen Modells für dichte Fluide abgeleitet und hat die Form

$$A = A(\rho, T), \quad (75)$$

wobei A für die Helmholtz-Funktion, ρ für die Dichte und T für die Temperatur steht. Um Werte einer beliebigen thermodynamischen Zustandsgröße berechnen zu können, muß die Gleichung gemäß dem ersten und zweiten Hauptsatz differenziert werden. Dabei ist darauf Bedacht zu nehmen, daß die Helmholtz-Funktion nur im Einphasengebiet definiert ist. Ponweiser und Walter geben in [111] und [112] Erweiterungen für die IAPS-84 Wasserdampftafel um die Umkehrfunktionen und deren Ableitungen an. Wie bei der IFC-67 Formulation ist auch bei der IAPS-84 Formulierung eine Iteration notwendig, wenn andere Kombinationen von unabhängigen Veränderlichen gewünscht werden, da die funktionelle Form der Gleichungen zu kompliziert ist, als daß diese analytisch nach einer einzelnen unabhängigen Variablen aufgelöst werden könnten.

Neben den oben genannten Formulierungen wurden eine Reihe von weiteren Gleichungssätzen für die Berechnung der Zustandsgrößen von Wasser und Wasserdampf aufgestellt. Stellvertretend für viele andere seien hier die Arbeiten von Pollak [113], Rosner [114] und Keyes *et al.* [115], zitiert in Reimann *et al.* [116], angeführt. Eine umfangreiche Übersicht über existierende Zustandsgleichungen für Wasser und Wasserdampf gibt Schiebener [117] an.

In der vorliegenden Arbeit kommt die IAPS-84 Formulation zur Anwendung, wobei jedoch als unabhängige Veränderliche der Druck p und die spezifische Enthalpie h verwendet werden. Von einer iterativen Bestimmung der Zustandsgrößen wurde Abstand genommen, da die Stoffwerte des Arbeitsstoffes für jede Rechenzelle während eines jeden Iterationsschrittes des SIMPLER-Verfahrens neu berechnet werden muß, was zu einer sehr hohen Anzahl an Zugriffen auf die Wasserdampftafel führt.

10.1.1 Interpolationsalgorithmus für den Arbeitsstoff

Bei der Simulation dynamischer Prozesse in der Energie- und Verfahrenstechnik nimmt die genaue Kenntnis der thermodynamischen Zustandsgrößen des Arbeitsmediums einen hohen Stellenwert ein. Aufgrund der im Simulationspaket DBS verwendeten unabhängigen Veränderlichen und des durch den iterativen Charakter des Druckkorrekturverfahrens SIMPLER sehr hohen Anteils an Rechenzeit, welcher für die Bestimmung der Stoffwerte für das Arbeitsmedium Wasser und Wasserdampf aufgewendet werden muß, erfolgt die Bereitstellung der Zustandsgrößen durch Interpolation in einer auf diskreten Gitterpunkten abgespeicherten Dampftafel. Die Grenzen der binär gespeicherten Dampftafel wurden mit $0.1 \text{ kJ/kg} \leq h \leq 5000 \text{ kJ/kg}$ und $0.1 \text{ bar} \leq p \leq 450 \text{ bar}$ so gelegt, daß ein größtmöglicher Spielraum des Lösungsalgorithmus für die Iteration der Bilanzgleichungen vorhanden ist.

Diese Methode zur Bereitstellung der Stoffwerte für den Arbeitsstoff Wasser und Wasserdampf wurde bereits von anderen Autoren angewandt, wobei sich die einzelnen Verfahren hinsichtlich der Verwendung der unabhängigen Veränderlichen, der Maschenweite der Gitterpunkte sowie der Ordnung und Art der zur Anwendung kommenden Interpolationsgleichung unterscheiden. So verwendet zum Beispiel van der Looij [118] eine lineare Interpolationsfunktion für die Bestimmung seiner Stoffwerte aus den Tabellenwerten. Pfleger [119] legt seinem Interpolationsalgorithmus eine quadratische Funktion zugrunde. Ausgenommen von der quadratischen Interpolation sind dabei diejenigen Maschen, welche von der Siede- oder Taulinie geschnitten werden. In diesen speziellen Maschen wird von Pfleger eine eindimensionale, lineare Interpolation, welche zweimal hintereinander durchgeführt wird, angewandt. Wie bei Pfleger wird von Schmidt [120] eine quadratische Interpolationsfunktion verwendet, wobei dieser Näherung eine Besselfunktion zugrundegelegt wurde.

Den hier beschriebenen Autoren gemeinsam ist die Vorgangsweise für das Auffinden der für die Interpolation benötigten Tafelwerte. Diese erfolgt bei allen durch spezielle Sortierbeziehungsweise Suchalgorithmen. Da bei diesen Methoden des Auffindens der für die Interpolation notwendigen Stützstellen ein Teil der Geschwindigkeitssteigerung, welche durch die rasche Berechnung der Zustandsgrößen erzielt werden kann, wieder verloren geht, kann die durch die Interpolation maximal zu erzielende Rechenzeiterparnis nicht vollständig umgesetzt werden.

Wie dieser Geschwindigkeitsverlust zumindest teilweise kompensiert werden kann, soll weiter unten in diesem Kapitel dargestellt werden.

Der nachfolgende Überblick über die Grundlagen der im Programm verwendeten Stoffwerteroutine für den Arbeitsstoff Wasser/Wasserdampf soll sich zunächst einmal mit der Darstellung der verwendeten Maschenweiten für die Interpolationsstützstellen beschäftigen, sodann über den verwendeten Interpolationsalgorithmus informieren und schließlich einen Einblick in die eben erwähnte Möglichkeit zur rascheren Auffindung der für die Interpolation notwendigen Spaltenindizes geben.

10.1.1.1 Maschenweite der Interpolationsstützstellen

Die für die Interpolation notwendigen Stützstellen in der p, h -Ebene des Wassers und Wasserdampfes wurden für die einzelnen Bereiche des Einphasengebietes mit folgenden, der Tabelle 1 zu entnehmenden Maschenweiten berechnet:

Druck [bar]		Enthalpie [kJ/kg]	
Bereich	Maschenweite Δp	Bereich	Maschenweite Δh
0.1 – 1.8	0.1	0.1 – 1.0	0.1
1.8 – 6.0	0.2	1.0 – 4.0	0.2
6.0 – 10.0	0.5	4.0 – 10.0	0.5
10.0 – 30.0	1.0	10.0 – 50.0	1.0
30.0 – 450.0	5.0	50.0 – 100.0	10.0
		100.0 – 5000.0	100.0

Tabelle 1: **Maschenweiten der Interpolationsstützstellen im Einphasengebiet**

Die Wahl der Schrittweiten der einzelnen Teilbereiche erfolgte nach den dort vorliegenden Gradienten der Stoffwerte. Je steiler der Gradient ist, desto mehr Stützstellen werden in dem entsprechenden Gebiet berechnet.

Im Bereich um den kritischen Punkt im Einphasengebiet wurde eine Netzverfeinerung der Stützstellen, wie sie in Tabelle 2 angegeben ist, vorgenommen, um die für die dynamische Simulation benötigten Zustandsgrößen mit der gleichen Genauigkeit wie im restlichen Einphasengebiet berechnen zu können.

Druck [bar]		Enthalpie [kJ/kg]	
Bereich	Maschenweite Δp	Bereich	Maschenweite Δh
215.0 – 225.0	0.2	1800.0 – 2400.0	10.0

Tabelle 2: **Maschenweiten der Interpolationsstützstellen in der Nähe des kritischen Punktes**

Bei der Generierung der Tafelwerte für das Einphasengebiet in der Nähe des Gebietes der koexistierenden Phasen ist darauf zu achten, daß keine Datenpunkte aus dem Zweiphasengebiet berechnet und abgespeichert werden, da beim Übergang des Arbeitsstoffes vom ein- in den zweiphasigen Zustand eine Unstetigkeit vorliegt.

Neben dem Einphasengebiet wird auch die Phasengrenzkurve zum Zweiphasengebiet durch Interpolationsstützstellen angenähert. Durch die Wahl entsprechender Maschenweiten wurden auch hier für den durch die Stützstellen gehenden Polygonzug die Abweichungen von der Siede- und Taulinie minimiert, so daß die durch Interpolation berechneten Zustandsgrößen die tatsächlichen Größen gut wiedergeben. In Tabelle 3 sind die für die Generierung der Gitterpunkte der Grenzkurven verwendeten Schrittweiten angeführt.

Damit die Grenzkurve am kritischen Punkt keine durch die Datengenerierung hervorgerufene Unstetigkeit aufweist und das Zweiphasengebiet geschlossen ist, wurden die Werte der

Druck [bar]	
Bereich	Maschenweite Δp
0.1 – 1.8	0.02
1.8 – 6.0	0.2
6.0 – 10.0	0.5
10.0 – 215.0	1.0
215.0 – 220.5	0.2

Tabelle 3: Maschenweiten der Interpolationsstützstellen der Phasengrenzkurve zum Zweiphasengebiet

thermodynamischen und thermophysikalischen Zustandsgrößen für den kritischen Punkt explizit angegeben. Da am kritischen Punkt jedoch einige Stoffwerte, wie zum Beispiel die spezifische Wärmekapazität c_p , die Prandtl-Zahl Pr oder die Wärmeleitfähigkeit λ ein Maximum aufweisen, wurden für diese Größen, um sie einer Berechnung zugänglich machen zu können, sehr große Werte eingesetzt.

Für das innerhalb der Grenzkurve liegende Gebiet der koexistierenden Phasen von Wasser und Wasserdampf wurde keine Unterteilung in eine rasterförmige Gitterstruktur vorgenommen, da sich die im Zweiphasengebiet liegenden thermodynamischen Zustandsgrößen über die Dampfziffer x_{WD} und die der zu berechnenden Größe zugehörigen Werte an der Siede- beziehungsweise Taulinie mittels der hier für die spezifische Enthalpie angegebenen Beziehung (76) berechnen lassen.

$$h = h_W + x_{WD}(h_D - h_W) \quad (76)$$

Die Berechnung der dynamischen Viskosität η im Gebiet der koexistierenden Phasen kann mittels unterschiedlicher Formulierungen, wie sie zum Beispiel bei Huhn und Wolf [121], Collier und Thome [122], Shih-I. [123], Hetsroni [124] oder Wallis [125] angegeben werden, erfolgen. Für die Stoffwerteroutine, die im Programm DBS verwendet wird, wurde die Beziehung von McAdams *et al.* [126] (Gleichung (77)) gewählt, da sie nach [122], [124] oder [127] die am häufigsten verwendete Beziehung darstellt.

$$\frac{1}{\eta} = \frac{x_{WD}}{\eta_D} + \frac{1 - x_{WD}}{\eta_W} \quad (77)$$

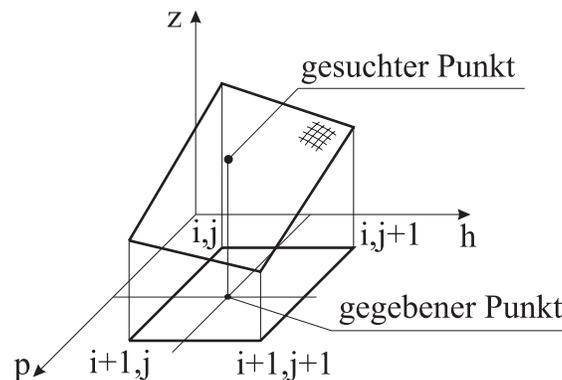
10.1.1.2 Interpolationsalgorithmus

Die Lage des gesuchten Punktes in der p, h -Ebene des Wassers beziehungsweise Wasserdampfes ist nicht nur für die Unterscheidung der vorliegenden Phase des Arbeitsstoffes von Bedeutung, sondern auch für die zu wählende Berechnungsvorschrift zur Ermittlung der gesuchten thermodynamischen Zustandsgrößen. Wie bereits bei der Definition der Maschenweiten der Interpolationsstützstellen für das Ein- beziehungsweise Zweiphasengebiet gezeigt wurde, darf aufgrund einer Unstetigkeit des Arbeitsstoffes beim Übergang vom einphasigen in den zweiphasigen Zustand nicht über die Phasengrenzkurve hinweg interpoliert werden.

Für die Interpolation ergeben sich daher drei typische Fälle:

1. Alle vier für die Interpolation notwendigen Stützstellen liegen im Einphasengebiet.
2. Ein bis maximal drei für die Interpolation im Einphasengebiet notwendigen Stützstellen liegen im Einphasengebiet (der zu berechnende Punkt liegt in der Nähe der Siede- beziehungsweise Taulinie).
3. Der zu berechnende Punkt liegt im Zweiphasengebiet.

Je nach Lage des gegebenen Wertepaares p, h muß also ein entsprechender Berechnungsalgorithmus zur Ermittlung der gesuchten Zustandsgrößen verwendet werden.



stoffwert-interpolat.eps

Bild 24: Interpolationsstützstellen im Einphasengebiet

Ausgehend vom einfachsten, unter Item 1 angeführten und in [Bild 24](#) dargestellten Fall zur Berechnung der thermodynamischen Zustandsgrößen aus den gespeicherten Tafelwerten soll die in der vorliegenden Arbeit verwendete Methodik der linearen Interpolation dargestellt werden.

Abbildung 24 zeigt vier benachbarte Stützstellen, welche mit $[i, j]$, $[i + 1, j]$, $[i, j + 1]$ und $[i + 1, j + 1]$ gekennzeichnet sind. Die Benennung der in der Skizze eingezeichneten Maschenpunkte erfolgt in Anlehnung an die Speicherung der den Stützpunkten entsprechenden Funktionswerte $z = f(p, h)$ in der Matrix der Tafelwerte. Die durch die Maschenpunkte $z = f(p, h)$ aufgespannte Fläche, welche im allgemeinen keine Ebene, sondern eine Fläche 2. Ordnung ist, wird durch die Stützpunkte verbindende Geraden begrenzt. Diese Verbindungsgeraden ergeben sich aus dem Umstand, daß zur Berechnung der thermodynamischen Zustandsgrößen zwischen zwei benachbarten Stützpunkten eine lineare Interpolation angewendet wird.

Der Funktionswert z_g , welcher für eine zu berechnende thermodynamische Zustandsgröße steht, läßt sich für einen gegebenen Punkt, bei zweimaliger Anwendung der linearen Interpolationsvorschrift, wie folgt berechnen:

$$z_g = a_0 + a_1 f_p + a_2 f_p f_h + a_3 f_h \quad (78)$$

mit den Koeffizienten

$$\begin{aligned} a_0 &= z_{i,j} \\ a_1 &= z_{i+1,j} - z_{i,j} \\ a_2 &= z_{i,j} + z_{i+1,j+1} - z_{i+1,j} - z_{i,j+1} \\ a_3 &= z_{i,j} + z_{i,j+1} \end{aligned}$$

und den Interpolationsfaktoren

$$f_p = \frac{p_{geg} - p_{i,j}}{p_{i,j+1} - p_{i,j}} \quad \text{und} \quad f_h = \frac{h_{geg} - h_{i,j}}{h_{i+1,j} - h_{i,j}}. \quad (79)$$

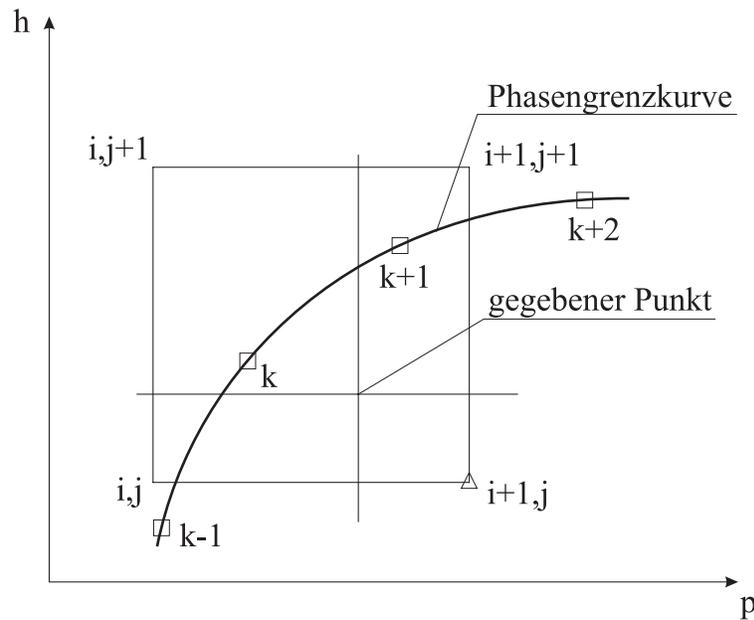
p_{geg} und h_{geg} bezeichnen dabei das gegebene Wertepaar für Druck und spezifische Enthalpie.

Mittels der Gleichungen (78) und (79) lassen sich somit alle Größen im Einphasengebiet des Arbeitsstoffes Wasser/Wasserdampf in Abhängigkeit von den unabhängigen Veränderlichen Druck p und spezifische Enthalpie h berechnen, wenn die unter Item 1 angeführte Konstellation der Interpolationsstützstellen erfüllt ist.

Für eine Interpolationskonfiguration, wie sie unter Item 2 angeführt ist, muß eine Methodik verwendet werden, die sich von der eben dargestellten dahingehend unterscheidet, daß die Berechnung der Interpolationskoeffizienten für die hier allgemein dargestellte Interpolationsgleichung

$$z_g = a_0 + a_1 p_{geg} + a_2 p_{geg} h_{geg} + a_3 h_{geg} \quad (80)$$

in Abhängigkeit von der Anzahl der zur Verfügung stehenden Stützstellen erfolgt.



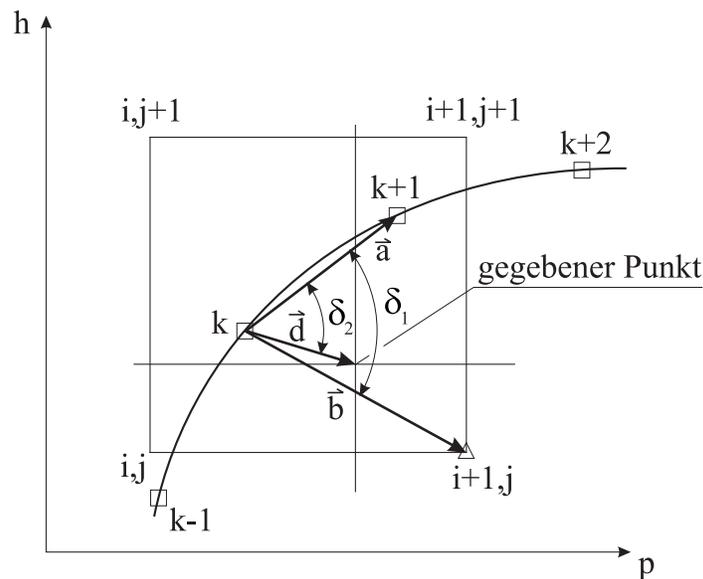
stoff-int-ein-zweiphas.eps

Bild 25: Interpolationsgitter in der Nähe zur Phasengrenzkurve

Bild 25 zeigt eine der möglichen Fälle der Lage der Interpolationsstützstellen in unmittelbarer Nähe zur Phasengrenzkurve. Bei der in Abbildung 25 dargestellten Konstellation des Interpolationsgitters liegt nur der rechte untere Punkt $[i + 1, j]$ – symbolisiert durch ein \triangle – im Einphasengebiet. Alle anderen Eckpunkte der sich zu einem Quadrat ergänzenden Stützstellen liegen bereits im Gebiet der koexistierenden Phasen und dürfen für eine Interpolation im Einphasengebiet nicht mehr herangezogen werden.

Des weiteren ist der für die gegenwärtige Betrachtung interessante Teil der Phasengrenzkurve mit seinen die Grenzkurve an diskreten Gitterpunkten beschreibenden Stützstellen $[k - 1]$, $[k]$ usw., welche durch das Symbol \square dargestellt sind, eingezeichnet.

Um die dem gegebenen Wertepaar p_{geg} und h_{geg} zugehörigen thermodynamischen Zustandsgrößen berechnen zu können, muß zunächst in einem ersten Schritt die Lage des gegebenen Punktes in bezug auf die Phasengrenzkurve ermittelt werden.



stoff-int-ein-zweiphas-lage.eps

Bild 26: Bestimmung der relativen Lage des gegebenen Punktes zur Phasengrenzkurve

In **Bild 26** sind die für die Ermittlung der Lage des gegebenen Punktes bezüglich der Grenzkurve zum Gebiet der koexistierenden Phasen notwendigen Vektoren \vec{a} , \vec{b} und \vec{d} , welche in der p, h -Ebene liegen, dargestellt. Die Vektoren verbinden die Interpolationsstützstelle $[k]$, welcher der Ursprungsort aller drei Vektoren ist, mit dem gegebenen Punkt sowie den Stützstellen $[k + 1]$ und $[i + 1, j]$. Die einzelnen Koordinatenlängen der Vektoren

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} a_p \\ a_h \end{pmatrix}, \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} b_p \\ b_h \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \vec{d} = \begin{pmatrix} d_p \\ d_h \end{pmatrix} \quad (81)$$

lassen sich aus den Stützstellen $[k]$, $[k + 1]$ und $[i + 1, j]$ wie folgt berechnen:

$$\begin{aligned} a_p &= p_{k+1} - p_k & b_p &= p_{i+1,j} - p_k & \text{und} & d_p &= p_{geg} - p_k \\ a_h &= h_{k+1} - h_k & b_h &= h_{i+1,j} - h_k & & d_h &= h_{geg} - h_k \end{aligned} \quad (82)$$

Als Grundlage für die Entscheidung, ob der durch das Wertepaar p_{geg} und h_{geg} gegebene Punkt im Ein- oder Zweiphasengebiet des Arbeitsstoffes liegt, wird das Vorzeichen der die Vektoren \vec{a} und \vec{b} beziehungsweise \vec{a} und \vec{c} einschließende Winkel δ_1 beziehungsweise δ_2 herangezogen. Allgemein betrachtet läßt sich ein von zwei Vektoren eingeschlossener Winkel, wie hier für den Winkel δ_1 dargestellt, wie folgt berechnen:

$$\sin(\delta_1) = \frac{a_p b_h - a_h b_p}{\sqrt{a_p^2 + a_h^2} \sqrt{b_p^2 + b_h^2}} \quad (83)$$

Weisen beide Winkel δ_1 und δ_2 das gleiche Vorzeichen auf, so liegt der gegebene Punkt im Einphasengebiet, ansonsten im Gebiet der koexistierenden Phasen.

Nachdem die Bestimmung der relativen Lage des gegebenen Punktes in bezug auf die Phasengrenzkurve abgeschlossen ist, kann die Berechnung der thermodynamischen Zustands- und Transportgrößen in der durch die Stützpunkte $[k]$, $[k+1]$ und $[i+1, j]$ aufgespannten Ebene erfolgen. Wie an einer anderen Stelle in diesem Kapitel bereits kurz dargestellt wurde, kommt Gleichung (80), welche hier noch einmal angeführt ist, für die Interpolation in unmittelbarer Nähe zur Phasengrenzkurve zur Anwendung.

$$z_g = a_0 + a_1 p_{geg} + a_2 p_{geg} h_{geg} + a_3 h_{geg}$$

Gleichung (80) stellt den allgemeinen Fall vier bekannter Interpolationsstützstellen dar.

Wendet man diese Beziehung auf die in Bild 25 dargestellte Stützstellenkonfiguration an, so muß zur Bestimmung der Koeffizienten a_0 , a_1 , a_2 und a_3 für jeden der drei Maschenpunkte eine Beziehung in der Form der Gleichung (80) aufgestellt werden. Man erhält somit ein lineares Gleichungssystem $\underline{A} x = \vec{B}$ zur Berechnung der einzelnen Koeffizienten mit der Matrix \underline{A}

$$\underline{A} = \begin{bmatrix} 1 & p_k & h_k \\ 1 & p_{k+1} & h_{k+1} \\ 1 & p_{i+1,j} & h_{i+1,j} \end{bmatrix} \quad (84)$$

und dem Störvektor

$$\vec{B} = \begin{bmatrix} z_k \\ z_{k+1} \\ z_{i+1,j} \end{bmatrix}.$$

Um eine Überbestimmung des Gleichungssystemes zu verhindern, wird Koeffizient $a_2 = 0$ gesetzt und scheint somit in der Matrix \underline{A} nicht mehr auf.

Damit nicht für jede zu berechnende thermodynamische Zustands- und Transportgröße des gegebenen Punktes das Gleichungssystem einzeln gelöst werden muß, wird anstelle eines Störvektors eine Matrix \underline{B} verwendet, welche die Stützstellenwerte für alle zu berechnenden Größen enthält. Matrix \underline{B} nimmt somit folgende Form an:

$$\underline{B} = \begin{bmatrix} T_k & \varrho_k & \cdots & \lambda_k \\ T_{k+1} & \varrho_{k+1} & \cdots & \lambda_{k+1} \\ T_{i+1,j} & \varrho_{i+1,j} & \cdots & \lambda_{i+1,j} \end{bmatrix} \quad (85)$$

Das so entstandene Gleichungssystem $\underline{A} x = \underline{B}$ wird in der Stoffwerteroutine des Programmes DBS unter Zuhilfenahme des Gauß-Verfahrens gelöst, welches als Ergebnis die Interpolationskoeffizienten für alle zu berechnenden Zustands- und Transportgrößen der Gleichung (80) liefert.

Weisen die beiden mittels Gleichung (83) berechneten Winkel ein unterschiedliches Vorzeichen auf, so liegt der gesuchte Punkt innerhalb des Gebietes der koexistierenden Phasen, was der unter Item 3 angeführten Interpolationskonfiguration entspricht. Die Ermittlung der Daten des Arbeitsstoffes erfolgt durch eine lineare Interpolation zwischen den die Tau- und Siedelinie beschreibenden Stützpunkten und die nachfolgende Ermittlung der benötigten Stoffwerte im Zweiphasengebiet unter Verwendung der Gleichungen (76) und (77).

10.1.1.3 Ermittlung der für die Interpolation notwendigen Spalten- und Zeilenindizes

Für die Berechnung der Zustandsgrößen des Arbeitsstoffes von größter Wichtigkeit ist ein schnelles Auffinden der für die Interpolation notwendigen Stützstellen. Lassen sich die einzelnen Bereiche der in Matrizenform gespeicherten Tabellen der thermodynamischen Zustandsgrößen noch nach der zu erwartenden Häufigkeit ihres Aufrufens im Programm ineinanderschachteln, so können die für die Interpolation benötigten Stützstellen auf folgende zwei Arten ermittelt werden:

1. Verwendung eines Suchalgorithmus zur Auffindung der Spalten- und Zeilenindizes der Matrix (jene Methode, wie sie etwa von van der Looij [118], Pfleger [119] oder Schmidt [120] vorgezogen wurde) oder
2. Verwendung einer Berechnungsvorschrift zur Ermittlung der Spalten- und Zeilenindizes der Matrix.

Werden diese beiden Möglichkeiten unter der Voraussetzung einer möglichst kurzen Zugriffszeit auf die für die Interpolation notwendigen Stützstellen betrachtet, so kann nur die unter Punkt 2 angeführte Strategie diese Forderung erfüllen.

Setzt man die Kenntnis der Anfangswerte und der Maschenweiten der einzelnen in Matrizen abgespeicherten Interpolationstabellen, wie sie in den Tabellen 1, 2 und 3 angegeben sind, voraus, so lassen sich die Spalten- beziehungsweise Zeilenindizes, hier als Beispiel für den Druck angeschrieben, in einfacher Weise berechnen.

$$i = DINT \left[\frac{p_{geg} - p_1}{\Delta p} + 1 \right] \quad (86)$$

p_1 bezeichnet dabei den ersten Druckwert der Interpolationstafel, Δp die Maschenweite der Interpolationsstützstellen und p_{geg} den gegebenen Druck. Der Operator $DINT[]$ entspricht einer FORTRAN-Anweisung und liefert als Ergebnis eine Integerzahl.

Die oben dargelegten Interpolationsalgorithmen für die einzelnen Interpolationskonfigurationen gewährleisten eine schnelle und effiziente Berechnung der thermodynamischen

Zustands- und Transportgrößen des Arbeitsstoffes in seinen unterschiedlich vorliegenden Phasen. Einzig die durch den Phasenübergang und der damit verbundenen Unstetigkeit der Stoffwerte notwendig gewordene unterschiedliche Berechnung der Zustandsgrößen des Arbeitsstoffes im Einphasengebiet in unmittelbarer Nähe zur Phasengrenzkurve ist durch einen höheren Rechenaufwand – und somit eine höhere Rechenzeit – gekennzeichnet.

10.2 Stoffwerte für das Rauchgas

Das bei der Verbrennung in der Brennkammer eines Dampferzeugers oder einer dem Abhitzeessel vorgeschalteten Gasturbine entstehende Rauchgas ist ein Gasgemisch, welches in seiner Hauptzusammensetzung aus den Bestandteilen O_2 , N_2 , CO_2 , H_2O , SO_2 und Ar besteht. Die Kenntnis der genauen Rauchgaszusammensetzung ist Voraussetzung für die Bestimmung der Stoffeigenschaften des Rauchgases. Ist die Zusammensetzung des Rauchgases nicht aus einer Gasanalyse bekannt, so muß diese über eine Verbrennungsrechnung – wie sie in Kapitel 18 beschrieben ist – ermittelt werden.

Brandt gibt in [128] Beziehungen für die Stoffeigenschaften der einzelnen Rauchgasbestandteile, als Funktion der Temperatur an. Bei den von Brandt beschriebenen Gleichungen für die spezifische Enthalpie und die spezifische Wärmekapazität bei konstantem Druck handelt es sich um Polynome höherer Ordnung, wie sie hier, stellvertretend für alle anderen Rauchgasbestandteile für die spezifische Enthalpie des Sauerstoffes h_{O_2} angeführt ist.

$$h_{O_2} = R_{O_2} T \left(a_1 O_2 + \frac{a_2 O_2}{2} T + \frac{a_3 O_2}{3} T^2 + \frac{a_4 O_2}{4} T^3 + \frac{a_5 O_2}{5} T^4 + \frac{a_6 O_2}{T} \right) \quad (87)$$

Die Koeffizienten $a_i O_2$ der Gleichung (87) sind der Arbeit von Brandt [128] zu entnehmen. Die Enthalpie für das Gasgemisch des Rauchgases ergibt sich aus:

$$h_{Rg} = \sum_i x_{Rgi} h_i \quad (88)$$

Der in Gleichung (88) verwendete Index i steht stellvertretend für die einzelnen Gaskomponenten des Rauchgases, x_{Rgi} für die den Rauchgaskomponenten zugehörigen Massenanteile.

Gleichung (88) ist – unter Berücksichtigung der Gleichung (87) – in der vorliegenden Formulierung für die numerische Simulation nicht gut geeignet, da zu viele Rechenoperationen pro Iterationsschritt vorgenommen werden müßten. Formt man Gleichung (88) – nach Substitution der Enthalpie h_i durch die Beziehung (87) für alle einzelnen Rauchgaskomponenten – um, so erhält man folgende, für die numerische Simulation besser geeignete Formulierung:

$$h_{Rg} = a_6 Rg + \{ [(a_5 Rg T + a_4 Rg) T + a_3 Rg] T + a_2 Rg \} T + a_1 Rg \} T \quad (89)$$

mit den neuen Konstanten

$$a_{j \text{ Rg}} = \frac{1}{j} \sum_i x_{\text{Rgi}} R_i a_{j,i}$$

mit $j = 1$ bis 5 und

$$a_{6 \text{ Rg}} = \sum_i x_{\text{Rgi}} R_i a_{6,i}$$

In der nun vorliegenden Form können die Stoffeigenschaften des Rauchgases für die spezifische Enthalpie und die spezifische Wärmekapazität bei konstantem Druck mit einem Minimum an Rechenoperationen ermittelt werden. Die in Gleichung (89) verwendeten Koeffizienten müssen in der neuen Formulierung nur bei einer Änderung der Rauchgaszusammensetzung neu berechnet werden.

Im Gegensatz zur Berechnung der spezifischen Enthalpie und der spezifischen Wärmekapazität lassen sich die Transportgrößen eines Gasgemisches nicht über einfache Mischungsregeln, wie sie Gleichung (88) darstellt, berechnen. Brandt gibt in [128] die entsprechenden Beziehungen zur Berechnung der Gemischeigenschaften für die Wärmeleitfähigkeit und die dynamische Viskosität an, welche aus der kinetischen Gastheorie abgeleitet wurden.

10.3 Stoffwerte für die Rohrwände

Neben der Bereitstellung der Stoffwerte für das Arbeitsmedium und das Rauchgas müssen auch die Zustands- und Transportgrößen für die Rohrwand zur Verfügung gestellt werden. Richter [129] gibt für viele technisch wichtige Stahlsorten Gleichungen in der Form von einfach auszuwertenden Polynomen an. Diese Polynome sind alle eine Funktion der Temperatur und beschränken sich in der Regel auf den Anwendungsbereich des betreffenden Stahls. Die einzelnen Stahlsorten wurden dabei hinsichtlich ihrer Ähnlichkeit in den physikalischen Eigenschaften in folgende drei Gruppen eingeteilt:

- Ferritische Stähle ($0 \text{ °C} \leq T \leq 600 \text{ °C}$)
- Martensitische Stähle ($0 \text{ °C} \leq T \leq 700 \text{ °C}$) und
- Austenitische Stähle ($0 \text{ °C} \leq T \leq 800 \text{ °C}$)

Der den einzelnen Werkstoffgruppen nachgeordnete Klammerausdruck bezeichnet den Gültigkeitsbereich der Polynome der Stahlgruppe.

In Tabelle 6 im Anhang dieser Arbeit sind diejenigen Stahlsorten angeführt, deren Zustands- und Transportgrößen durch Angabe der Werkstoffnummer nach DIN und der Temperatur im Simulationsprogramm BDS berechnet werden können.

11 Strömung durch Rohre

Um die physikalischen Vorgänge in einem Rohr beschreiben zu können, ist, neben der Kenntnis der thermodynamischen Zustandsgrößen des Fluides, die Kenntnis einer Vielzahl von Parametern, wie zum Beispiel des Wärmeübergangskoeffizienten vom Fluid zur Rohrwand, die Rohrrauigkeit, der Aggregatzustand des Fluides oder Informationen über den Strömungszustand des zu untersuchenden Mediums (laminare oder turbulente Strömung) usw., notwendig.

Bei den in dieser Arbeit zu untersuchenden Phänomenen kann das Arbeitsmedium in den Aggregatzuständen Wasser oder Dampf oder als Gemisch beider Zustände vorliegen. Es ist daher notwendig, für den jeweils vorliegenden Zustand des Fluides die entsprechenden mathematischen Modelle zur Anwendung zu bringen.

Im Gegensatz zur einphasigen Strömung des Arbeitsstoffes kann die Strömung des Wasser-Dampf-Gemisches anhand unterschiedlicher Modelle beschrieben werden. Grundsätzlich wird bei der mathematischen Behandlung der Zweiphasenströmung zwischen dem sogenannten homogenen, dem heterogenen und dem Zwei-Fluid-Modell unterschieden. Im folgenden soll ein kurzer, für das Verständnis dieser Arbeit notwendiger Überblick über diese Modelle gegeben werden. Für eine genauere und umfassendere Erörterung der Problematik der Zweiphasenströmung sei auf die Literatur, wie zum Beispiel Collier und Thome [122], Mayinger [130], Delhaye *et al.* [131], Huhn und Wolf [121], Wallis [125], Butterworth und Hewitt [132] oder Whalley [133], verwiesen.

Beim homogenen Modell wird angenommen, daß das Gas und die Flüssigkeit als homogenes Gemisch durch das Rohr strömt und kein Geschwindigkeitsunterschied zwischen den beiden Phasen besteht. Aus den thermodynamischen Zustandsgrößen der beiden Phasen werden mittlere Werte gebildet, welche über den gesamten Querschnitt als konstant angenommen werden. Das Wasser-Dampf-Gemisch kann daher wie eine Einphasenströmung behandelt werden. Unter diesen Voraussetzungen gelten zur Beschreibung der Strömung die in Kapitel 3 hergeleiteten Beziehungen der Erhaltungsgleichungen für Impuls, Masse und Energie.

In der Modellvorstellung des heterogenen Modelles strömen beide Phasen mit unterschiedlichen Geschwindigkeiten getrennt nebeneinander im Rohr, so daß ein sogenannter Schlupf zwischen den beiden Aggregatzuständen des Arbeitsstoffes besteht. Für jede Phase wird mit einem mittleren Wert für die Geschwindigkeit und für die einzelnen Zustandsgrößen gerechnet. Die mathematische Modellierung der Zweiphasenströmung und die damit verbundene Genauigkeit der Beschreibung der physikalischen Strömungsvorgänge hängt bei Verwendung des heterogenen Modells von der Anzahl der zur Anwendung kommenden Bilanzgleichungen ab. Im Gegensatz zum homogenen Modell können bei der Berechnung der Strömung des Zweiphasengemisches Wasser und Dampf bis zu sechs Bilanzgleichungen – für jede Phase eine Impuls-, Massen- und Energiebilanz – verwendet werden. Die Lösung der Gleichungen erfolgt geschlossen in Verbindung mit Beziehungen, welche die gegenseitige Beeinflussung der beiden Phasen und die Wechselwirkung beider Phasen mit der Rohrwand beschreiben. Diese zusätzlichen Informationen werden aus empirischen Korrelationen gewonnen, die die Wandschubspannung und den Schlupf oder den Dampf-volumenanteil in Abhängigkeit von den primären Strömungsparametern angeben. Eine direkte Koppelung der beiden Phasen ist nicht gegeben.

Das Zwei-Fluid-Modell berücksichtigt im Gegensatz zum heterogenen Modell die Wechselwirkung zwischen den beiden Phasen in den sie beschreibenden sechs Bilanzgleichungen. Dazu wird die Strömung jeder Phase mit Hilfe sogenannter Stromröhren beschrieben. Die Interaktionen können dabei nur an den Phasengrenzflächen, den Berührungsflächen der beiden Stromröhren, auftreten. Zusätzlich zu diesen sechs Bilanzgleichungen werden noch sieben konstitutive Gesetze benötigt, um eine geschlossene Lösung des Gleichungssystemes zu gewährleisten. Die Bereitstellung der Bilanzgleichungen des Zwei-Fluid-Modells erfolgt unter Zuhilfenahme zweier unterschiedlicher Formen der Mittelung, der sogenannten zeitlichen (Ishii [134]) beziehungsweise der räumlichen Mittelung (Kocamustafaogullari [135] in [131]). Die eigentliche Schwierigkeit besteht jedoch in der Erstellung der Gesetzmäßigkeiten zur Berechnung der Transportansätze, da diese äußerst komplex sind (siehe dazu Haßdenteufel [136]). Die Gültigkeit des Modells ist daher auf solche Strömungsformen beschränkt, bei denen eine vollständige Trennung der Phasen vorliegt, wie dies zum Beispiel bei der Ring- und der Schichtenströmung (hier lassen sich die Wechselwirkungen aufgrund der einfachen und sich zeitlich nicht ändernden Geometrie auf eine eindimensionale Bilanz reduzieren) der Fall ist.

Außer den oben erwähnten Modellen gibt es noch eine Reihe hybrider Strömungsmodelle. Hier seien stellvertretend das Veränderliche-Dichte-Modell von Bankoff [137], das Drift-Flux-Modell von Zuber und Findlay [138], Wallis [125] und Ishii [139] oder das Entrainmentmodell von Levy [140] erwähnt. Eine Zusammenfassung von Mehrgleichungsmodellen geben Yadigaroglu [141], Hetsroni [124] oder Bouré und Delhaye [142]. Eine ausführliche Beschreibung unterschiedlicher Driftgeschwindigkeitsmodelle hat Kolev in [143] zusammengefaßt.

In den nachfolgenden Kapiteln werden, in Abhängigkeit von der Phase des Arbeitsstoffes, die in dieser Arbeit zur Anwendung kommenden Beziehungen zur Berechnung der Strömungsdruckverluste, der Wärmeübergangskoeffizienten und der Schlupfbeziehung angeführt.

11.1 Konvektiver Wärmeübergang bei der Strömung durch Rohre

Kommt es in einem strömenden Fluid zu einer Überlagerung des Energietransports (kinetische Energie und Enthalpie als Energie des Arbeitsstoffes) und der Wärmeleitung, so spricht man von einem konvektiven Wärmeübergang (Baehr und Stephan [62]). Von besonderem technischen Interesse ist dabei der Wärmeübergang vom strömenden Medium auf eine feste Wand, wobei für die Güte des Wärmetransportes die Fluidschicht in unmittelbarer Nähe zur Wand – die sogenannte Grenzschicht – von Bedeutung ist. In dieser Grenzschicht ändert sich die Strömungsgeschwindigkeit vom Wert Null bis fast auf den Maximalwert, welcher in der Mitte des Rohres liegt. Wie die Geschwindigkeit ändert sich auch die Temperatur des Fluides in der Grenzschicht und zwar in Abhängigkeit des zu- oder abgeführten Wärmestromes von der Oberflächentemperatur der Wand ϑ_{W_a} auf die Arbeitsstofftemperatur ϑ_{AS} in einigem Abstand von der Wand. Die an der Wand auftretende Wärmestromdichte \dot{q}_{W_a} hängt somit vom Geschwindigkeitsfeld und

vom Temperaturfeld des Fluides ab.

$$\dot{q}_{W_a} = \alpha (\vartheta_{W_a} - \vartheta_{AS}) \quad (90)$$

α bezeichnet dabei den örtlichen Wärmeübergangskoeffizienten. Die Berechnung dieser Größe setzt die Kenntnis des Geschwindigkeits- und Temperaturfeldes im strömenden Medium voraus. Der Wärmeübergangskoeffizient α läßt sich jedoch nur in sehr einfachen Fällen, wie zum Beispiel bei einer ausgebildeten laminaren Strömung, exakt berechnen [62]. Die Bestimmung des Wärmeübergangskoeffizienten muß daher auf experimentellem Weg erfolgen.

Da der örtliche Wärmeübergangskoeffizient an jeder Stelle der Wand unterschiedlich sein kann, wird in der Praxis ein mittlerer, auf die Oberfläche bezogener Wärmeübergangskoeffizient α_m bestimmt.

$$\alpha_m = \frac{\dot{Q}}{A_O (\vartheta_{W_a} - \vartheta_{AS})} \quad (91)$$

\dot{Q} bezeichnet den auf das Fluid übergehenden Wärmestrom und A_O ist diejenige Oberfläche, von der der Wärmestrom auf das Medium übergeht. Gleichung (91) dient zur Berechnung des Wärmeübergangskoeffizienten und ist nicht dazu geeignet die Mechanismen des Wärme- und Stoffaustausches zu beschreiben. Dies ist nur durch ein eingehendes Studium der Strömung möglich.

Da die Zahl der im Zuge des experimentell zu bestimmenden Wärmeübergangskoeffizienten zu variierenden Einflußgrößen nach Baehr und Stephan [62] zwischen fünf und zehn liegt, war man bestrebt, durch die Anwendung von Ähnlichkeits- und Modellgesetzen die Anzahl der für die Bestimmung von α_m notwendigen Versuche zu verringern. Die zur Bestimmung des Wärmeübergangskoeffizienten benötigte dimensionslose Kennzahl wurde erstmals in der grundlegenden Arbeit von Nußelt [144] eingeführt. Diese – nach ihm benannte – Nußelt-Zahl Nu ist ein Potenzprodukt aus dem Wärmeübergangskoeffizienten α , einer charakteristischen Länge l des Wärmeübergangsproblems und der Wärmeleitfähigkeit λ des Fluides.

$$Nu = \frac{\alpha l}{\lambda} \quad (92)$$

Bei der erzwungenen Konvektion treten neben den in der Nußelt-Zahl vorkommenden Parametern noch weitere Größen auf, welche in voneinander unabhängigen dimensionslosen Kennzahlen – der Reynolds-Zahl Re , der Prandtl-Zahl Pr und der Eckert-Zahl Ec – zusammengefaßt sind.

$$Re = \frac{w l \rho}{\eta} \quad (93)$$

$$Pr = \frac{c_p \eta}{\lambda} \quad (94)$$

$$Ec = \frac{w^2}{c_p |T_m - T_{W_a}|} \quad (95)$$

Da sich jede physikalische Beziehung in dimensionsloser Form darstellen läßt, muß auch die Nußelt-Zahl als Funktion der Reynolds-Zahl, der Prandtl-Zahl und der Eckert-Zahl beschrieben werden können. Nach Prandtl *et al.* [58] reduziert sich die Nußelt-Zahl auf

$$Nu = f(Pr, Re), \quad (96)$$

wenn keine allzu großen Strömungsgeschwindigkeiten auftreten. Unter Zuhilfenahme dieser Ähnlichkeitsbeziehungen lassen sich die in Modellversuchen gefundenen Ergebnisse für den konvektiven Wärmeübergang auf geometrisch ähnliche Großausführungen übertragen. Eine ausführliche, allgemeine Beschreibung zum Wärmeübergang findet sich in der Literatur zum Beispiel bei Prandtl *et al.* [58], Baehr und Stephan [62], Hausen [145] oder Michejew [146].

Die konvektiven Wärmeübergangskoeffizienten werden wegen ihres gegenüber der Fluid-dynamik relativ trägen Verhaltens während der Berechnung eines Zeitschrittes als konstant angesehen. Nach erfolgter Integration eines Zeitschrittes werden die Wärmeübergangskoeffizienten unter Zuhilfenahme der neuen Stoffwerte für den Arbeitsstoff wieder aktualisiert.

11.1.1 Konvektiver Wärmeübergang in der Einphasenströmung

Die Berechnung des konvektiven Wärmeüberganges in einer voll ausgebildeten turbulenten Einphasenströmung erfolgt nach der von Gnielinski in [147] beziehungsweise [148] angegebenen Gleichung

$$Nu_{tur} = \frac{\zeta_R}{8} \frac{(Re - 1000) Pr_{AS}}{1 + 12.7 (Pr_{AS}^{2/3} - 1) \sqrt{\frac{\zeta_R}{8}}} K_1, \quad (97)$$

welche sich im Wasser- und Dampfgebiet gleichermaßen bewährt hat. Diese Gleichung enthält die für den Reibungsdruckabfall nach Konakov [149] zitiert in [148]

$$\zeta_R = (1.8 \log Re - 1.5)^{-2}$$

sowie den Korrekturfaktor K_1 zur Berücksichtigung der Temperaturabhängigkeit der Stoffwerte des Wassers auf den Wärmeübergangskoeffizienten, wobei durch die Prandtl-Zahl im besonderen die starke Abhängigkeit der Viskosität des Wassers von der Temperatur erfaßt wird.

$$K_1 = \left(\frac{Pr_{AS}}{Pr_{W_a}} \right)^{0.11}$$

Pr_{AS} ist die Prandtl-Zahl bei der mittleren Flüssigkeitstemperatur und Pr_{W_a} diejenige bei der mittleren Wandtemperatur.

Liegt der Arbeitsstoff als Dampf vor, so empfiehlt Gnielinski [148] den Korrekturfaktor K_1 wie folgt zu bilden:

$$K_1 = \left(\frac{T_{AS}}{T_{W_a}} \right)^{-0.18},$$

wobei T_{AS} die mittlere Arbeitsstofftemperatur und T_{W_a} die mittlere Wandtemperatur bezeichnet.

Der Term zur Beschreibung der Abhängigkeit des Wärmeübergangskoeffizienten von der Rohrlänge wurde, aufgrund der großen Längsausdehnung der Rohre im Dampferzeuger und des somit verschwindenden Einflusses dieses Korrekturfaktors, vernachlässigt.

$2300 \leq Re \leq 10^6$, $0.6 \leq Pr \leq 10^5$ und $d_{in}/l \leq 1$ stellen den Definitionsbereich der Beziehung (97) dar.

Für den laminaren Bereich der Rohrströmung wird in [150] oder [65] unter anderen die Gleichung

$$Nu_{lam} = 4.364 \quad (98)$$

angegeben, wobei die Beziehung für Reynolds-Zahlen $Re < 2300$ definiert ist.

Im Übergangsbereich zwischen der laminaren und der turbulenten Rohrströmung, $2300 \leq Re < 10^4$, wird zwischen den beiden Beziehungen (97) und (98) nach der Gleichung

$$Nu = \frac{Nu_{tur}(Re - 2300) + Nu_{lam}(10000 - Re)}{7700} \quad (99)$$

linear interpoliert.

Die oben dargestellten Gleichungen zur Berechnung des Wärmeübergangskoeffizienten gelten für den unterkritischen Druckbereich.

In modernen Wärmekraftanlagen ist die Entwicklung hin zu überkritischen Dampferzeugern jedoch bereits seit Jahren vollzogen. Es war daher erforderlich, Beziehungen für den Wärmeübergangskoeffizienten über einen weiten Betriebsbereich, inklusive des Gebietes um den kritischen Punkt, zu ermitteln. Erste experimentelle Arbeiten auf diesem Gebiet entstanden bereits in den fünfziger und sechziger Jahren, wie zum Beispiel von Dickinson und Welch [151], McAdams *et al.* [152], Styrikowitsch *et al.* [153], Domin [154] oder Swenson *et al.* [155].

Im überkritischen Druckbereich erfolgt der Übergang von der Wasser- auf die Dampfphase kontinuierlich. Dabei ändern sich mit der Temperatur im pseudokritischen Bereich die physikalischen Eigenschaften des überkritischen Fluides nicht nur sehr rasch, sondern zum Teil auch nicht stetig. Die beträchtliche Volumenvergrößerung ist mit einer Erhöhung der spezifischen Wärmekapazität verbunden, weshalb dieser Bereich auch als Pseudophasenumwandlung bezeichnet wird. Die dynamische Viskosität sowie die Wärmeleitfähigkeit nehmen hingegen stark ab (siehe dazu Griem [156] oder Styrikowitsch *et al.* [153]). Bei der rechnerischen Erfassung des Pseudosiedens liegt die Schwierigkeit bei der Ermittlung der richtigen Bezugstemperatur für die spezifische Wärmekapazität, da im Gebiet der Pseudophasenumwandlung bereits eine kleine Änderung der Temperatur diese Größe stark verändert. Die Temperatur, für die die spezifische Wärmekapazität ein Maximum annimmt, wird als pseudokritische Temperatur T_{pk} bezeichnet, wobei diese – für Wasser – mit dem Druck nach Gleichung (100) steigt.

$$T_{pk} = T_{krit} + 0.388 \cdot 10^{-5} (p - p_{krit}) \quad (100)$$

Eine einfache, Druckänderungen nicht berücksichtigende Vorgehensweise zur Bestimmung einer geeigneten spezifischen Wärmekapazität ist die, von deren Definition abgeleitete, zwischen der Wandoberflächen- und der Fluidtemperatur integrierte Beziehung

$$\bar{c}_{pAS} = \frac{h_{Wa} - h_{AS}}{T_{Wa} - T_{AS}} \quad (101)$$

Die Auswirkungen der Pseudophasenumwandlung wird umso kleiner, je weiter sich der Druck vom kritischen Druck entfernt.

Nach Hall und Jackson [157] sowie Kakarala und Thomas [158] läßt sich das Pseudosieden bei niederen Wärmestromdichten und hoher Massenstromdichte beobachten. Aufgrund des niedrigen Wärmeflusses besteht nur eine geringe Temperaturdifferenz zwischen der Rohrwandoberfläche und der Kernströmung. Es liegen daher fast konstante Stoffgrößen über den gesamten Querschnitt vor, wodurch sich der große Einfluß der spezifischen Wärmekapazität auf den Wärmeübergang erklären läßt. Wird die Wärmestromdichte gesteigert beziehungsweise die Massenstromdichte reduziert, so vergrößert sich die Temperaturdifferenz zwischen der Wandoberfläche und der mittleren Fluidtemperatur. Dies hat zur Folge, daß keine konstanten Stoffwerte mehr über den Rohrquerschnitt vorliegen und daß die Maxima der Wärmeübergangskoeffizienten abgebaut werden. Kommt es zu einer weiteren Erhöhung der Wärmestromdichte beziehungsweise zu einer weiteren Reduktion der Massenstromdichte, so führt dies zu einer starken Erhöhung der Wandtemperatur. Bei diesem Vorgang spricht man in Anlehnung an die Vorgänge im unterkritischen Bereich von Pseudofilmsieden, wenn die Wandoberflächentemperatur oberhalb der pseudokritischen Temperatur und die mittlere Fluidtemperatur noch darunter liegt. In diesem Falle sinkt der Wärmeübergangskoeffizient ab. Wie Versuche von Yamagata *et al.* [159] und Lee und Haller [160] gezeigt haben, liegt die Grenze zum Pseudofilmsieden bei sehr hohen Heizflächenbelastungen. Die von Yamagata *et al.* in [159] angegebene Beziehung

$$\dot{q}_{krit} = 0.2 \dot{m}_{Flux}^{1.2} \quad (102)$$

beschreibt die Grenzkurve zum Pseudofilmsieden.

Eine genauere Darstellung der physikalischen Vorgänge beim Wärmeübergang im überkritischen Gebiet gibt Griem [156].

Griem schlägt in [156] und [161] für die Berechnung des Wärmeübergangskoeffizienten bei Zwangskonvektion im überkritischen Druckbereich ein neues Verfahren vor. Die diesem Verfahren zugrundeliegende Korrelation ist vom Dittus-Bolter-Typ $Nu = C Re^m Pr^n$. Zur Bestimmung der repräsentativen spezifischen Wärmekapazität werden für fünf Referenztemperaturen die Wärmekapazitäten bestimmt. Anschließend werden die zwei höchsten Werte ausgesondert und von den restlichen drei Werten der arithmetische Mittelwert gebildet, welcher die charakteristische Wärmekapazität darstellt. Griem empfiehlt sein Verfahren für Anwendungsfälle, in denen eine starke Abhängigkeit der Stoffwerte von der Temperatur gegeben ist oder wenn Singularitäten auftreten.

Kakac [162] empfiehlt aufgrund umfangreicher Vergleiche mit Messungen folgende Gleichung:

$$Nu_{AS} = 0.0183 Re_{AS}^{0.82} Pr_{AS}^{0.5} \left(\frac{\varrho W_a}{\varrho_{AS}} \right)^{0.3} \left(\frac{\bar{c}_{pAS}}{c_{pAS}} \right)^n \quad (103)$$

mit den von der Lage der Bezugstemperatur abhängigen Exponenten

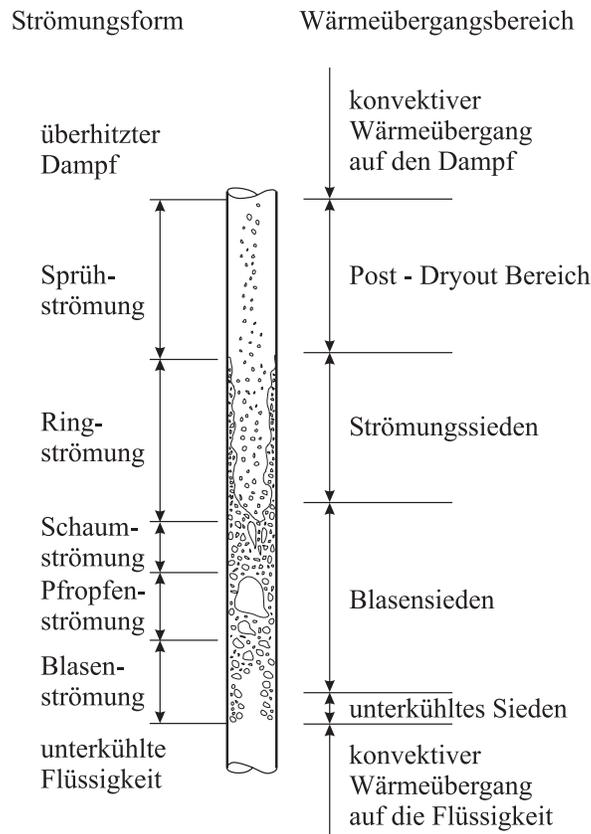
$$n = \begin{cases} 0.4 & \text{für } T_{Wa} \leq T_{pk} \text{ oder } T_{AS} \geq 1.2T_{pk} \\ 0.4 + 0.2 \left(\frac{T_{Wa}}{T_{pk}} - 1 \right) & \text{für } T_{AS} \leq T_{pk} < T_{Wa} \\ 0.4 + 0.2 \left(\frac{T_{Wa}}{T_{pk}} - 1 \right) \left[1 - 5 \left(\frac{T_{Wa}}{T_{pk}} - 1 \right) \right] & \text{für } T_{pk} < T_{AS} < 1.2T_{pk} \end{cases}$$

Trotz der besseren Übereinstimmung der experimentell ermittelten Wärmeübergangskoeffizienten mit den unter Zuhilfenahme der Korrelation von Griem berechneten Werten

kommt in der vorliegenden Arbeit die von Kakaç [162] empfohlene Beziehung zur Anwendung, da diese einen geringeren Rechenaufwand bei annähernd gleich guten Ergebnissen aufweist.

11.1.2 Konvektiver Wärmeübergang in der Zweiphasenströmung

Bild 27 stellt ein senkrecht, über die gesamte Länge gleichmäßig beheiztes Verdampferrohr, welchem von unten eine unterkühlte Flüssigkeit zugeführt wird, dar. Die Wärmestromdichte \dot{q} ist so gewählt, daß es zu einer vollständigen Verdampfung des Arbeitsstoffes kommt.



stroemungsform.eps

Bild 27: Strömungsform und zugehörige Wärmeübergangsbereiche im senkrechten, beheizten Rohr

In der Energie- und Verfahrenstechnik erfolgt die Verdampfung meist unter Zwangskonvektion, wobei sich die Auftriebskraft der Blasen und eine längs der Heizfläche wirkende Druckdifferenz überlagern. Die bei der Verdampfung auftretenden Strömungsformen und die ihnen zugehörigen Wärmeübergangsbereiche sind Abbildung 27 zu entnehmen.

Für den Wärmeübergang bei unterkritischem Druck lassen sich folgende Bereiche unterscheiden:

- Konvektiver Wärmeübergang an das Wasser:
Der Wärmeübergang folgt hier den Gesetzmäßigkeiten der einphasigen Zwangskonvektion.
- Unterkühltes Sieden:
Dabei übersteigt die Wandtemperatur die Sättigungstemperatur um einen bestimmten Betrag, obwohl die Temperatur im Kern der Flüssigkeit noch unterhalb der Sättigungstemperatur liegt. Die Wandtemperatur bleibt trotz steigender Enthalpie der Flüssigkeit in diesem Gebiet nahezu konstant und liegt wenige Kelvin über der Sättigungstemperatur.
- Blasensieden und Strömungssieden:
Erreicht das Fluid die Sättigungstemperatur, schließt sich der Bereich des Blasensiedens mit annähernd konstanter Wärmeübergangszahl an. Mit steigender Dampfmassezahl erreicht der Arbeitsstoff das Gebiet der Ringströmung. Hier wird die Wärme von der Rohrwand zunehmend durch Konvektion an den Wasserfilm übertragen, weshalb dieser Bereich als Strömungssieden bezeichnet wird. Die Wärmeübergangszahl nimmt in diesem Bereich zu.
- Siedekrise und Post-Dryout Bereich:
Verdampft der Flüssigkeitsfilm an der Wand vollständig, so kommt es zur Siedekrise. Dabei fällt der Wärmeübergang stark ab und die Wandtemperatur steigt deutlich an. Die Kenntnis der Maximalwerte der Wandtemperatur ist für die festigkeitsmäßige Auslegung der Dampferzeugerrohre von großer Wichtigkeit. In dem dem Austrocknen der Rohrwand nachfolgenden Bereich der Sprühströmung kommt es zu einem konvektiven Wärmeübergang an den Dampf und den vom Dampf mitgerissenen Wassertropfchen.
- Konvektiver Wärmeübergang an den Dampf:
Hier sind alle Wassertropfen vollständig verdampft, und es liegt eine Einphasenströmung des Dampfes vor. Der Wärmeübergang folgt hier den Gesetzmäßigkeiten der einphasigen Zwangskonvektion.

Für eine detailliertere Beschreibung der einzelnen in Abbildung 27 dargestellten Strömungsformen und Wärmeübergangsbereiche sei auf die Literatur, wie zum Beispiel Mayinger [130], Stephan [163], Baehr und Stephan [62], Huhn und Wolf [121], Collier und Thome [122] oder Whalley [133], verwiesen.

Im folgenden sollen die in der vorliegenden Arbeit zur Anwendung kommenden Beziehungen zur Berechnung der Wärmeübergangskoeffizienten in den unterschiedlichen Bereichen näher behandelt werden.

11.1.2.1 Vertikal nach oben durchströmte Rohre

Nach Bild 27 tritt eine unterkühlte Flüssigkeit von unten in das senkrecht stehende Verdampferrohr ein, und es erfolgt ein einphasiger konvektiver Wärmeübergang an das Fluid. Ist die Wand gegenüber der Sättigungstemperatur des Arbeitsstoffes hinreichend überhitzt, so daß Blasen an der Rohroberfläche entstehen können, so setzt unterkühltes Sieden ein. Es entstehen zunächst nur wenige Blasen, so daß der größte Teil des Wärmestromes noch konvektiv auf die Flüssigkeit zwischen den Blasen übertragen wird. In der Literatur wird dieser Vorgang als partielles unterkühltes Sieden bezeichnet. Mit steigender Wandtemperatur nimmt die Anzahl der gebildeten Blasen zu und der konvektiv übertragene Wärmestrom ab. Mit weiter anwachsender Blasendichte wird der konvektiv übertragene Wärmestrom vernachlässigbar, und man befindet sich im sogenannten Bereich des vollausgebildeten unterkühlten Siedens, wobei die Strömungsgeschwindigkeit und die Unterkühlung nur mehr einen verschwindenden Einfluß auf die Wandtemperatur haben.

Jens und Lottes [164], zitiert in [165], [122], [166] oder [163], faßten die zahlreichen Meßwerte, welche es für vollausgebildetes unterkühltes Sieden für die vertikale Aufwärtsströmung von Wasser gab, zusammen und erhielten folgende empirische Beziehung für die Temperaturdifferenz zwischen Wand- und Sättigungstemperatur:

$$\vartheta_{W_a} - \vartheta_{Sätt} = 0.79057\dot{q}^{0.25} e^{-(p/62.05 \cdot 10^5)} \quad (104)$$

Gleichung (104) gilt für hohe Drücke und große Wärmestromdichten.

Bei kleinen Drücken (< 50 bar) und niedrigen Wärmestromdichten (< 300 kW/m²) liefert die von Thom *et al.* [167], zitiert in [122] oder [168], modifizierte Gleichung genauere Werte:

$$\vartheta_{W_a} - \vartheta_{Sätt} = 0.02265\dot{q}^{0.5} e^{-(p/87 \cdot 10^5)} \quad (105)$$

Der Wärmeübergangskoeffizient im Bereich des unterkühlten Siedens – vom Wert der einphasigen Strömung bis hin zu dem des gesättigten Siedens – berechnet sich nach der Beziehung

$$\alpha_{2ph} = \frac{\dot{q}}{\vartheta_{Sätt} - \vartheta_{bil} + (\vartheta_{W_a} - \vartheta_{Sätt})}, \quad (106)$$

wobei für $(\vartheta_{W_a} - \vartheta_{Sätt})$ die Werte nach Gleichung (104) beziehungsweise (105) einzusetzen sind. ϑ_{bil} ist hierin die aufgrund der Energiebilanz berechnete Fluidtemperatur.

Auf das unterkühlte Sieden folgt, wie der Abbildung 27 zu entnehmen ist, das Blasensieden der gesättigten Flüssigkeit. Das Sättigungssieden beginnt definitionsgemäß dann, wenn unter der Annahme eines thermodynamischen Gleichgewichtes der berechnete Strömungsdampfgehalt zu null wird. Der Mechanismus der Wärmeübertragung ist dabei unabhängig vom Massenstrom und der örtlichen Enthalpie und somit identisch dem des unterkühlten Siedens. Gleichung (106) kann daher auch für das Blasensieden herangezogen werden, wenn berücksichtigt wird, daß das Fluid bereits die Sättigungstemperatur erreicht hat. Gleichung (106) kann somit auf

$$\alpha_{2ph} = \frac{\dot{q}}{(\vartheta_{W_a} - \vartheta_{Sätt})} \quad (107)$$

übergeführt werden, wobei für $(\vartheta_{W_a} - \vartheta_{Sätt})$ ebenfalls die Werte nach Gleichung (104) beziehungsweise (105) einzusetzen sind.

In einem beheizten Verdampferrohr läßt sich nach Überschreiten eines bestimmten Dampfmassenanteils die Benetzung der Rohroberfläche nicht mehr aufrecht erhalten. Es tritt eine sogenannte Siedekrise auf, welche zu einer Verschlechterung des Wärmeüberganges und somit zu einer Abnahme des Wärmeübergangskoeffizienten führt. Bei Systemen mit einem aufgeprägten Wärmefluß, wie zum Beispiel bei elektrischer oder nuklearer Beheizung oder bei durch Strahlung zugeführter Wärme, steigt die Wandtemperatur sprunghaft an. Im Gegensatz dazu kommt es bei Systemen mit einer aufgeprägten Wandtemperatur, wie es zum Beispiel ein Wärmetauscher oder ein Kondensator darstellt, zu einem drastischen Abfall der Wärmestromdichte nach dem Überschreiten der Siedekrise. Diese Erscheinungen werden unter dem Begriff der kritischen Siedezustände zusammengefaßt. Allgemein wird darunter also das Absinken des Wärmeübergangskoeffizienten nach Überschreitung einer kritischen Wärmestromdichte verstanden.

Grundsätzlich wird zwischen zwei Arten von Siedekrisen unterschieden:

- Filmsieden (Siedekrise 1. Art oder Departure of Nucleate Boiling – DNB):
Hier bildet die Flüssigkeit die kontinuierliche Phase. An der Wand bildet sich nach Überschreitung der kritischen Wärmestromdichte ein Dampffilm, welcher das Wasser von der Wand trennt. Wegen der schlechten Wärmeleitfähigkeit des Dampfes fällt der Wärmeübergangskoeffizient stark ab. Die kritische Wärmestromdichte ist umso größer, je kleiner der Dampfvolumenteil ist.
- Austrocknen der Heizfläche (Siedekrise 2. Art oder Dryout):
Liegt ein hoher Dampfvolumenteil vor, so reißt der noch vorhandene Wasserfilm von der Wand ab, beziehungsweise er trocknet aus. In diesem Fall bildet der Dampf die kontinuierliche Phase. Der Wärmeübergangskoeffizient fällt hier nicht so stark ab, da aufgrund des hohen Dampfmassenanteils eine stärkere Kühlwirkung des Dampfes durch Konvektion gegeben ist.

Kommt es zu einer weiteren Verminderung der Wärmestromdichte, so ist ein Wandern der Siedekrise zu Orten höheren Dampfgehaltes zu beobachten. Dabei lagern sich offensichtlich Wassertropfen an der Rohrwand an, weshalb dieser Vorgang auch als "Deposition Controlled Burnout" bezeichnet wird. Ebenso wie die Siedekrise 2. Art ist dies mit einer Austrocknung der Heizfläche verbunden.

Eine detailliertere Beschreibung der physikalischen Vorgänge, welche zu den Siedekrisen führen, kann etwa Mayinger [130], Stephan [163], Baehr und Stephan [62] oder Collier und Thome [122] entnommen werden.

In der Literatur sind eine Vielzahl von empirischen Korrelationen, wie zum Beispiel die von Biasi [169], Katto [170], [171], [172], [173], Katto und Ohne [174] oder Shah [175], [176] nachzulesen, die zur Bestimmung der kritischen Wärmestromdichte entwickelt wurden. Viele von ihnen besitzen jedoch nur in einem engen Parameterbereich Gültigkeit, und nur wenigen liegt eine Modellvorstellung über die Art der Siedekrise zugrunde. Aufgrund der verschiedenartigen Mechanismen, die zu einer Siedekrise führen können, ist es von Vorteil, wenn sowohl für das Gebiet des Dryout als auch für das Gebiet des Departure of Nucleate Boiling unterschiedliche Gleichungen zur Anwendung kommen. Nach Drescher und Köhler [177] bedarf es keiner eigenen Berechnungsvorschrift für das Gebiet

des Deposition Controlled Burnout. Dieses Gebiet läßt sich rechnerisch mit genügender Genauigkeit in das Gebiet der Siedekrise 2. Art integrieren.

Drescher und Köhler empfehlen in [177] nach einem umfangreichen Vergleich an Versuchspunkten die Beziehungen von Kon'kov [178] zitiert in [177] und Doroshchuk [179] zur Berechnung der Siedekrisen 1. und 2. Art.

Nach [177] hat sich die von Doroshchuk für den praktischen Gebrauch aus seinen Tabellenwerten entwickelte Gleichung den anderen Vorschriften zur Berechnung des DNB – trotz geringfügiger Genauigkeitsverluste – überlegen gezeigt.

$$\dot{x}_{WDkrit} = \frac{\ln\left(\frac{\dot{m}_{Flux}}{1000}\right) \left(0.68 \frac{p}{p_{krit}} - 0.3\right) - \ln(\dot{q}_{krit}) + \ln(Y)}{1.2 \ln \frac{\dot{m}_{Flux}}{1000} + 1.5} \quad (108)$$

mit

$$Y = 10^3 \left[10.3 - 17.5 \left(\frac{p}{p_{krit}} \right) + 8 \left(\frac{p}{p_{krit}} \right)^2 \right] \left(\frac{8 \cdot 10^{-3}}{d_{in}} \right)^{0.5}$$

und \dot{q}_{krit} in kW/m².

Der Gültigkeitsbereich der Gleichung (108) ist gegeben durch:

$$\begin{array}{ccccc} 29 \text{ bar} & \leq & p & \leq & 196 \text{ bar} \\ 500 \text{ kg/m}^2 \text{ s} & \leq & \dot{m}_{Flux} & \leq & 5000 \text{ kg/m}^2 \text{ s} \\ 4 \text{ mm} & \leq & d_{in} & \leq & 25 \text{ mm} \end{array}$$

Die Beziehung für die Siedekrise 2. Art verliert ihre Gültigkeit bei niedrigen Wärmestromdichten. Der kritische Dampfmassenanteil für vertikal nach oben durchströmte Rohre ergibt sich nach Kon'kov [178] zu:

$$\dot{x}_{WDkrit} = 10.795 \dot{q}^{-0.125} \dot{m}_{Flux}^{-0.333} (1000 d_{in})^{-0.07} e^{0.017150p} \quad 4.9 \text{ bar bis } 29.4 \text{ bar} \quad (109a)$$

$$\dot{x}_{WDkrit} = 19.398 \dot{q}^{-0.125} \dot{m}_{Flux}^{-0.333} (1000 d_{in})^{-0.07} e^{-0.00255p} \quad 29.4 \text{ bar bis } 98 \text{ bar} \quad (109b)$$

$$\dot{x}_{WDkrit} = 32.302 \dot{q}^{-0.125} \dot{m}_{Flux}^{-0.333} (1000 d_{in})^{-0.07} e^{-0.00795p} \quad 98 \text{ bar bis } 196 \text{ bar} \quad (109c)$$

mit \dot{q} in kW/m² und p in bar.

Der Definitionsbereich der Gleichung (109) ist gegeben durch:

$$\begin{array}{ccccc} 200 \text{ kg/m}^2 \text{ s} & \leq & \dot{m}_{Flux} & \leq & 5000 \text{ kg/m}^2 \text{ s} \\ 4 \text{ mm} & \leq & d_{in} & \leq & 32 \text{ mm} \end{array}$$

Da die Art der Siedekrise oft nicht eindeutig festliegt, haben Drescher und Köhler vorgeschlagen, die Bereichswahl so zu treffen, daß beide Werte für die kritische Wärmestromdichte berechnet werden und der kleinere der beiden Werte als gültig betrachtet wird. Bei Anwendung der Beziehung nach Kon'kov bis zum Schnittpunkt der errechneten kritischen Wärmestromdichten mittels der Gleichung nach Doroshchuk kommt es nach Köhler [180]

zu einer Überschreitung des Definitionsgebietes. Diese Überschreitung kann jedoch nicht vermieden werden, da ansonsten keine geschlossene Berechnung möglich ist.

Nach der Überschreitung des Ortes der Siedekrise 2. Art wird die Wärme von der Wand hauptsächlich durch den Dampf übertragen. Dieser wird in der Folge überhitzt und gibt die Wärme an die Flüssigkeitströpfchen ab, die zunehmend verdampfen. Der Dampf bildet hier die kontinuierliche, die Wassertöpfchen die disperse Phase. Der Wärmeübergang wird in diesem Bereich mit Post-Dryout bezeichnet. Für die Bestimmung des Wärmeübergangskoeffizienten vom Ort der Siedekrise 2. Art bis zum Bereich der reinen Dampfströmung wird das von Köhler [180] vorgestellte Rechenmodell für ein aufwärts durchströmtes vertikales gerades Rohr bei thermodynamischem Nichtgleichgewicht angewendet, da die unter der Annahme eines thermodynamischen Nichtgleichgewichtes berechneten Wärmeübergangskoeffizienten besser mit den Meßwerten in einem größeren Parameterbereich übereinstimmen als die unter der Annahme eines thermodynamischen Gleichgewichtes berechneten [150].

Köhler ermittelt unter Zuhilfenahme der Energiebilanz die Höhe des thermischen Ungleichgewichtes, welche die Temperaturdifferenz $\Delta\vartheta_{un}$ zwischen dem Dampf und dem mitgerissenen Wassertropfen bestimmt.

$$\Delta\vartheta_{un} = \vartheta_D - \vartheta_{Sätt} = \frac{\Delta h_v}{2c_{pD}} \left(\sqrt{1 + \frac{4c_{pD}\dot{q}}{\Delta h_v (A_O\alpha)_{Tropf}}} - 1 \right) \quad (110)$$

mit dem Wärmeübergangskoeffizienten zwischen dem Wassertropfen und dem Dampf und der Oberfläche des verdampfenden Wassertropfens

$$\begin{aligned} (A_O\alpha)_{Tropf} &= 1.473 \cdot 10^{-4} \left(\frac{\dot{m}_{Flux}}{b} \right)^{1.33} \quad \text{für} \quad \frac{\dot{m}_{Flux}}{b} \leq 1767 \cdot 10^3 \\ (A_O\alpha)_{Tropf} &= 3.078 \cdot 10^{-21} \left(\frac{\dot{m}_{Flux}}{b} \right)^4 \quad \text{für} \quad \frac{\dot{m}_{Flux}}{b} > 1767 \cdot 10^3 \end{aligned} \quad (111)$$

mit $(A_O\alpha)_{Tropf}$ in W/m²K und der Laplace-Konstanten

$$b = \sqrt{\frac{\sigma}{g(\varrho_W - \varrho_D)}}. \quad (112)$$

Der tatsächliche Strömungsmassendampfgehalt \dot{x}_{WDtat} ergibt sich nach Köhler zu:

$$\dot{x}_{WDtat} = \frac{h - h_W}{\Delta h_v + c_{pD}\Delta\vartheta_{un}} \quad (113)$$

Hierin ist h die spezifische Enthalpie der Strömung, welche unter Zuhilfenahme einer Energiebilanz ermittelt wird.

$$h = \frac{\dot{q}A_{O,aus}}{\dot{m}_{Flux}A} + h_{AS} \quad (114)$$

Befinden sich Dampf und Wassertropfen im thermodynamischen Gleichgewicht, so geht Gleichung (113) in die Bestimmungsgleichung für den Dampfmassenanteil aus der Energiebilanz über.

$$\dot{x}_{WDbil} = \frac{h - h_W}{\Delta h_v} \quad (115)$$

Zur Berechnung des zweiphasigen Wärmeübergangskoeffizienten wird in [180] die bei einphasiger konvektiver Strömung zur Anwendung kommende Gleichung (97) nach Gnielinski unter Vernachlässigung des Korrekturfaktors K_1 vorgeschlagen, wobei die Reynolds-Zahl Re_{2ph} mit der mittleren Geschwindigkeit der Zweiphasenströmung unter Vernachlässigung des Schlupfes wie folgt gebildet wird:

$$Re_{2ph} = \frac{\dot{m}_{Flux} d_{hyd}}{\eta_D} \left[\dot{x}_{WDtat} + (1 - \dot{x}_{WDtat}) \frac{\rho_D}{\rho_W} \right] \quad (116)$$

Als Bezugstemperatur für die Stoffwerte ist in Gleichung (97) zur Bestimmung des Wärmeübergangskoeffizienten die mittlere Grenzschichttemperatur einzusetzen, die dem arithmetischen Mittel aus Wand- und Dampftemperatur entspricht. Die Dichte ρ_D in Gleichung (116) ist jedoch auf die tatsächliche Dampftemperatur zu beziehen.

Das oben beschriebene Modell ist erst gültig, wenn das thermodynamische Nichtgleichgewicht vollständig ausgebildet ist, das heißt, die Stelle des minimalen Wärmeüberganges $\dot{x}_{WD\alpha_{min}}$ erreicht ist.

$$\dot{x}_{WD\alpha_{min}} = \dot{x}_{WDkrit} + \frac{\dot{x}_{WDkrit} c_{pD} \Delta\vartheta_{un}}{\Delta h_v} \quad (117)$$

Zwischen dem Ort der Siedekrise 2. Art und der Stelle des minimalen Wärmeüberganges wird linear interpoliert.

Die obere Definitionsgrenze für das von Köhler entwickelte Modell ist erreicht, wenn der thermodynamische Dampfgehalt folgende, vom Druck abhängige Bereichsgrenze überschreitet:

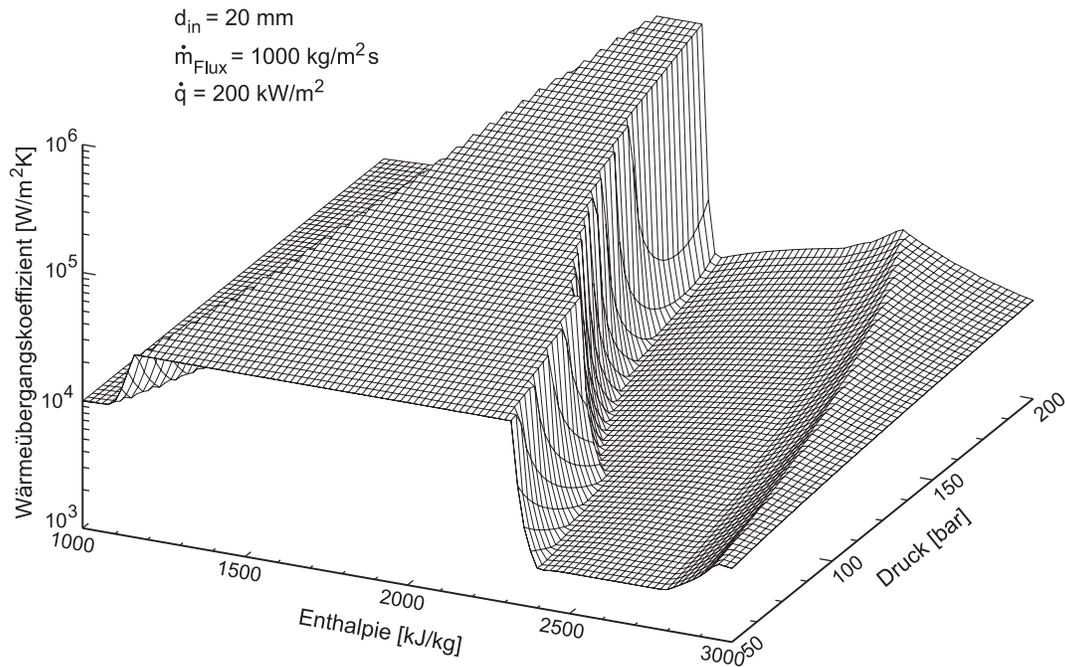
$$\dot{x}_{WDlim} = 0.7 + 0.002 \cdot 10^{-5} p \quad (118)$$

Für den Strömungsmassendampfgehalt $\dot{x}_{WD} > \dot{x}_{WDlim}$ gelten wieder die Gesetze des einphasigen Wärmeüberganges.

Nach [150] kann in der Nähe des kritischen Punktes angenommen werden, daß ein thermodynamisches Gleichgewicht der Strömung vorliegt. Daher kann in diesem Bereich eine Bestimmung des Wärmeübergangskoeffizienten mittels der Beziehungen für ein thermodynamisches Nichtgleichgewicht entfallen.

Abbildung 28 zeigt für ein aufwärts durchströmtes vertikales Verdampferrohr den Verlauf des Wärmeübergangskoeffizienten im Ein- und Mehrphasengebiet des Arbeitsstoffes aufgetragen über Druck und Enthalpie. Die Berechnung der Wärmeübergangskoeffizienten erfolgte bei einer Massenstromdichte von $\dot{m}_{Flux} = 1000 \text{ kg/m}^2\text{s}$ und einer Wärmestromdichte von $\dot{q} = 200 \text{ kW/m}^2$. Der Innendurchmesser des Rohres betrug $d_{in} = 20 \text{ mm}$. Bild 28 zeigt in sehr anschaulicher Weise den starken Abfall der Werte für den Wärmeübergangskoeffizienten nach Überschreitung des Ortes der Siedekrise. Zwischen der Stelle des minimalen Wärmeüberganges und jener der reinen Dampfkonvektion steigt der Wert des Wärmeübergangskoeffizienten wieder an.

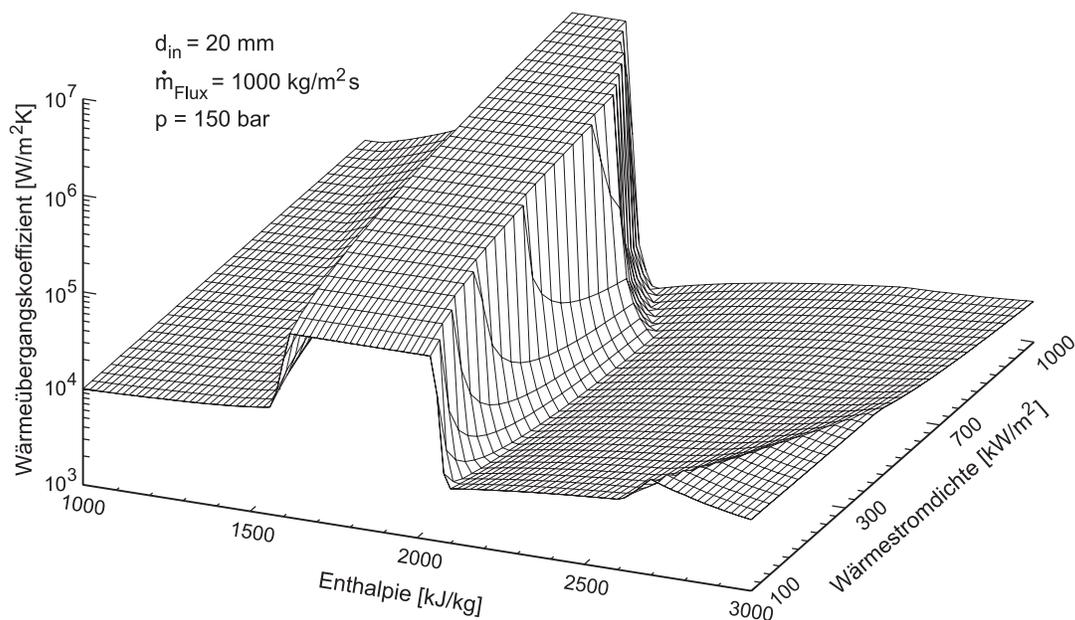
Abbildung 29 stellt, korrespondierend zu Bild 28, ebenfalls den Verlauf des Wärmeübergangskoeffizienten im Ein- und Zweiphasengebiet dar. Im Gegensatz zu Abbildung 28 wurde der Druck bei $p = 150 \text{ bar}$ konstant gehalten und die Wärmestromdichte variiert. Entsprechend Bild 29 verschiebt sich mit zunehmender Wärmestromdichte der Beginn der Unterkühlung des Arbeitsmediums in Richtung kleinerer Enthalpien.



alpha-innen-druck-enthalpie.eps

Bild 28: Wärmeübergangskoeffizienten als Funktion von Druck und Enthalpie für ein vertikales Rohr

Auch der Ort der Siedekrise verschiebt sich mit einem Ansteigen der Wärmestromdichte in Richtung kleinerer Enthalpien beziehungsweise eines kleineren Strömungsmassendampfgehaltes.



alpha-innen-waermestr-enthalpie.eps

Bild 29: Wärmeübergangskoeffizienten als Funktion von Enthalpie und Wärmestromdichte für ein vertikales Rohr

11.1.2.2 Horizontale und geneigte Rohre

Die Wärmeübergangsgleichungen sind meist für ein vertikales, von unten nach oben durchströmtes Verdampferrohr entwickelt worden. Es ist daher von großer Bedeutung, ihre Gültigkeit auf ein horizontales beziehungsweise geneigtes Rohr in jedem Einzelfall zu überprüfen. Für die einphasige Konvektionsströmung wurden dazu zum Beispiel von Petukhov *et al.* [181] theoretische und experimentelle Untersuchungen angestellt. Den Einfluß der Rohrlage auf den Ort der Siedekrise untersuchten unter anderen Wallis [125] Watson *et al.* [182], Kefer [168], Kefer *et al.* [183] oder Hein *et al.* [184].

Nach Hein *et al.* [184] können im Gegensatz zum senkrechten Rohr für das horizontale beziehungsweise geneigte Rohr keine Modelle zur Berechnung des Wärmeüberganges angegeben werden, die nicht unabhängig von den Abmessungen und den Stoffwerten des Verdampferrohres sind.

Im Bereich des unterkühlten Siedens und des Sättigungssiedens ändert sich in senkrechten Rohren, wie bereits oben erwähnt, die Rohrwandtemperatur nicht. Nach Bier *et al.* [185] stellen sich auch bei horizontalen und geneigten Rohren keine beziehungsweise nur sehr kleine Temperaturdifferenzen über den Rohrumfang ein, da die physikalischen Vorgänge beim Sieden nur unerheblich von der Strömung beeinflusst sind. Dies wurde auch von Kefer [168] bestätigt, wobei die in dieser Untersuchung gewählten Parameter zu starken Schichtungseffekten in der Strömung führten. Kefer [168] fand eine gute Übereinstimmung zwischen den empirisch ermittelten Temperaturwerten an der Innenseite des Rohres und deren Berechnung nach der Gleichung von Jens und Lottes [164], weshalb dieses Verfahren zur Berechnung der Wärmeübergangskoeffizienten auch in der vorliegenden Arbeit zur Anwendung kommt.

Die Siedekrise tritt in einem horizontalen beziehungsweise geneigten Rohr aufgrund der durch die Schwerkraft verursachten Phasentrennung bereits bei niedrigeren Dampfmassenanteilen auf als beim senkrechten Verdampferrohr. Dabei ist der Ort der Siedekrise meist an der Oberseite des Rohres zu finden, während die Unterseite noch benetzt ist. Angaben zur Beurteilung ob überhaupt ein Einfluß der Rohrlage auf die Ausbildung und den Ort der Siedekrise vorliegt wird von Wallis in [125] gegeben. Zur Bewertung der Strömungsverhältnisse wird dazu eine Froude-Zahl gebildet, welche als Verhältnis der Trägheitskraft zur Schwerkraft in der Strömung definiert ist. Bildet man diese Kennzahl mit dem kritischen Dampfanteil \dot{x}_{WDkrit} , bei dem in einem vertikalen Rohr die Siedekrise auftreten würde, so erhält man die von Kefer [168] modifizierte Froude-Zahl

$$Fr = \frac{\dot{x}_{WDkrit} \dot{m}_{Flux}}{\sqrt{\varrho_D} \sqrt{g d_{in} (\varrho_W - \varrho_D) \cos \delta}} \quad (119)$$

mit δ dem Steigungswinkel, den das Verdampferrohr mit der Horizontalen bildet.

Nach Hein *et al.* [184] liegt kein Einfluß der Rohrlage auf den Ort der Siedekrise mehr vor, wenn die Froude-Zahl $Fr > 7$ ist. Bei Froude-Zahlen unter 3 ist der Einfluß der Rohrlage hingegen sehr stark, wobei die Siedekrise bei horizontalen Rohren hier schon bei sehr kleinen Dampfgehalten an der Oberseite des Verdampferrohres eintritt, während die Unterseite des Rohres bis fast zur vollständigen Verdampfung des Wassers benetzt bleibt.

Kefer gibt in seiner Arbeit [168] eine Beziehung zur Berechnung der Differenz zwischen den kritischen Dampfmassenanteilen an der Ober- und Unterseite des Verdampferrohres unter Zuhilfenahme der Gleichung (119) an:

$$\Delta \dot{x}_{WDkrit} = \frac{16}{(2 + Fr)^2} \quad (120)$$

mit dem Gültigkeitsbereich

$$\begin{array}{rcccl} 25 \text{ bar} & \leq & p & \leq & 200 \text{ bar} \\ 500 \text{ kg/m}^2 \text{ s} & \leq & \dot{m}_{Flux} & \leq & 2500 \text{ kg/m}^2 \text{ s} \\ 200 \text{ kW/m}^2 & \leq & \dot{q} & \leq & 600 \text{ kW/m}^2 \end{array}$$

Der in Beziehung (119) zur Anwendung kommende kritische Dampfmassenanteil kann auch als Mittelwert der Werte, an denen die Ober- beziehungsweise die Unterseite des Rohres austrocknet, angesehen werden. Die kritischen Dampfmassenanteile an der Ober- beziehungsweise Unterseite lassen sich daher wie folgt berechnen:

$$\dot{x}_{WDkrit,o} = \dot{x}_{WDkrit} - \frac{\Delta \dot{x}_{WDkrit}}{2} \quad (121)$$

$$\dot{x}_{WDkrit,u} = \dot{x}_{WDkrit} + \frac{\Delta \dot{x}_{WDkrit}}{2} \quad (122)$$

Für $\dot{x}_{WDkrit,u} > 1$ ist $\dot{x}_{WDkrit,u} = 1$ zu setzen.

Um den Wärmeübergang in einem horizontalen beziehungsweise geneigten, nach oben durchflossenen Verdampferrohr nach Überschreitung der Siedekrise 2. Art berechnen zu können, muß nach [150] zuerst unter Zuhilfenahme der Beziehungen (119), (121) und (122) die Froude-Zahl Fr und der kritische Dampfmassenanteil an der Ober- beziehungsweise Unterseite des Verdampferrohres ermittelt werden.

Die Berechnung des Wärmeüberganges erfolgt danach unter Berücksichtigung folgender Bedingungen:

- Für $Fr \geq 10$ oder $\dot{x}_{WDkrit,u} - \dot{x}_{WDkrit,o} \leq 0.1$ ist der Wärmeübergang von der Rohrlage unabhängig, während für $\dot{x}_{WD} > \dot{x}_{WDkrit,u}$ eine reine Tröpfchenströmung vorliegt. Die Berechnung dieser beiden Bereiche erfolgt nach [150] entsprechend dem oben angegebenen Verfahren für vertikale Verdampferrohre.
- In dem Bereich $Fr < 10$ und $\dot{x}_{WDkrit,o} \leq \dot{x}_{WD} \leq \dot{x}_{WDkrit,u}$ ist nach Kefer [168] und Hein *et al.* [184] die Berechnung des Wärmetransportes nicht unabhängig von der Rohrwandstärke, dem Rohrwerkstoff und dem Benetzungsverhältnis an der Rohrinnenwand. Kefer *et al.* [183] schlagen für diesen Bereich umfangreiche Berechnungen unter Einbeziehung der Lösung der zweidimensionalen Fourierschen Differentialgleichung für die Wärmeleitung vor. Diese Vorgehensweise zur Ermittlung des Wärmeübergangskoeffizienten ist für eine stationäre Berechnung oder für eine Detailanalyse einzelner Rohre oder Rohrgruppen durchaus machbar, sie ist jedoch aufgrund des hohen Rechenaufwandes für eine dynamische Simulation nicht geeignet. Es

wird daher in der vorliegenden Arbeit der Wärmeübergangskoeffizient für die Grenzwerte $Fr = 10$ und $\dot{x}_{WDkrit,u} - \dot{x}_{WDkrit,o} = 0.1$ entsprechend dem oben angegebenen Verfahren für vertikale Verdampferrohre ermittelt. In der weiteren Berechnung kommt jeweils der kleinere der beiden Werte für den Wärmeübergangskoeffizienten zur Anwendung.

11.2 Druckverlust bei der Strömung durch Rohre

Die Strömungserscheinungen im runden Rohr waren bereits sehr früh von starkem Interesse für die wissenschaftliche Forschung, da diese für die Praxis ein wichtiges Element zum Transport der unterschiedlichsten Fluide darstellten. Allgemein kann der Druckverlust als Verlust an Strömungsenergie durch irreversible Vorgänge bezeichnet werden, welcher zum Beispiel durch die Reibung an der Wand, durch innere Reibung des Fluids (Turbulenzen, Strömungsablösungen, Sekundärströmungen) oder durch Querschnittsänderungen usw. hervorgerufen wird. Die Strömungsenergie wird dabei irreversibel in Wärme umgewandelt. Eine Übersicht über mögliche fluidmechanische Energieverluste in Rohrleitungen gibt Truckenbrodt [60] oder Fried und Idelchik [186].

Der Verbrauch an fluidmechanischer Energie äußert sich als Druckabfall (Verlust) der dem Rohrleitungssystem ursprünglich zur Verfügung stehenden fluidmechanischen Gesamtenergie (Geschwindigkeits-, Lage- und Druckenergie). Der Druckverlust ist proportional dem Quadrat der Geschwindigkeit und läßt sich wie folgt berechnen:

$$\Delta p = \zeta \frac{\rho w^2}{2} \quad (123)$$

ζ bezeichnet dabei den Widerstandsbeiwert, der den Druckverlust eines Bauteils auf den jeweiligen Staudruck der Strömung bezieht. Des weiteren ist der Widerstandsbeiwert eine Kenngröße des Bauteils und hängt im allgemeinen nicht von den Strömungskenngrößen ab. Der gesamte Verlust an fluidmechanischer Energie zwischen zwei Punkten im Rohr läßt sich durch Addition der einzelnen Teilverluste berechnen.

$$\Delta p_{ges} = \sum_{i=1}^n \zeta_i \frac{\rho w^2}{2} \quad (124)$$

Streng genommen gelten die Beziehungen (123) und (124) nur für inkompressible, isotherme, einphasige Medien. Wie jedoch bereits in Kapitel 8.3 gezeigt wurde, lassen sich auch Gase bei Mach-Zahlen kleiner als 0.4 noch als inkompressibel bezeichnen, was bei den in dieser Arbeit zu untersuchenden Vorgängen der Fall ist. Die zweite Voraussetzung zum Einsatz der Gleichungen (123) und (124) wird durch die Anwendung der beiden Beziehungen auf die einzelnen Kontrollvolumina des Rechengbietes dahingehend erfüllt, als daß in der einzelnen Rechenzelle die in Kapitel 8.2 getroffene Annahme konstanter Werte der Zustandsgrößen im Kontrollvolumen (Rührkesselmodell) zutrifft.

Das sich im Rohr befindliche Arbeitsmedium kann, wie in Kapitel 10.1 beschrieben, nicht nur in den Aggregatzuständen Wasser oder Dampf, sondern auch als Wasser-Dampf-Gemisch vorliegen. Wie in der Literatur ausführlich dargestellt wird (siehe dazu zum Beispiel Collier und Thome [122], Mayinger [130], Delhay *et al.* [131], Huhn und Wolf [121] oder Wallis [125]), können die Beziehungen (123) und (124) durch eine einfache Modifikation auch für die Berechnung von Zweiphasenströmungen herangezogen werden.

11.2.1 Widerstandskoeffizienten in der Einphasenströmung

11.2.1.1 Rohrreibung

Der Widerstandskoeffizient der Rohrreibung ζ_R von technisch rauhen Rohroberflächen ist abhängig von der Länge des Rohres l , vom hydraulischen Rohrdurchmesser d_{hyd} und der Rauigkeit der Rohroberfläche.

$$\zeta_R = \lambda_R \frac{l}{d_{hyd}} \quad (125)$$

wobei die Widerstandszahl für die Rohrreibung $\lambda_R = \lambda_R(Re, \frac{k}{d_{hyd}})$ eine Funktion der Reynolds-Zahl Re und der relativen Rohrrauigkeit $\frac{k}{d_{hyd}}$ ist. Die Widerstandszahlen hydraulisch glatter Rohre weisen im Gegensatz zu Rohren mit hoher Rauigkeit eine differente Abhängigkeit von der Reynolds-Zahl auf. Je geringer die Rauigkeit eines Rohres ist, desto größer ist die Abhängigkeit der Widerstandszahl λ_R von der Reynolds-Zahl. Bei entsprechend hohen Reynolds-Zahlen wird $\lambda_R = \text{konstant}$ und damit unabhängig von der Reynolds-Zahl (vergleiche dazu das Colebrook-Diagramm in [60], [187], [150] oder [188]). Der Druckverlust im Rohr aufgrund der Reibung wird dadurch proportional dem Quadrat der Strömungsgeschwindigkeit.

Die Widerstandszahl λ_R läßt sich für die vollausgebildete laminare Rohrströmung mittels

$$\lambda_R = \frac{64}{Re} \quad (126)$$

berechnen. Gleichung (126) gilt für Reynolds-Zahlen $Re \leq 2320$.

Im Bereich der vollausgebildeten turbulenten Rohrströmung gilt folgende Beziehung zur Ermittlung der Widerstandszahl λ_R :

$$\lambda_R = \frac{1}{\left(1.14 + 2 \log \frac{d_{hyd}}{k}\right)^2} \quad (127)$$

mit $d_{hyd} = d_{in}$. Das Definitionsgebiet der Gleichung (127) erstreckt sich jedoch nicht über den gesamten turbulenten Bereich der Rohrströmung, ab dem der laminar-turbulente Umschlag der Rohrströmung stattfindet. Die untere Grenze des Definitionsgebietes der Gleichung (127) wird in der Literatur ([60], [187], [150] oder [188]) mit $Re \sqrt{\lambda_R} \left(\frac{k}{d_{hyd}}\right) > 200$ angegeben.

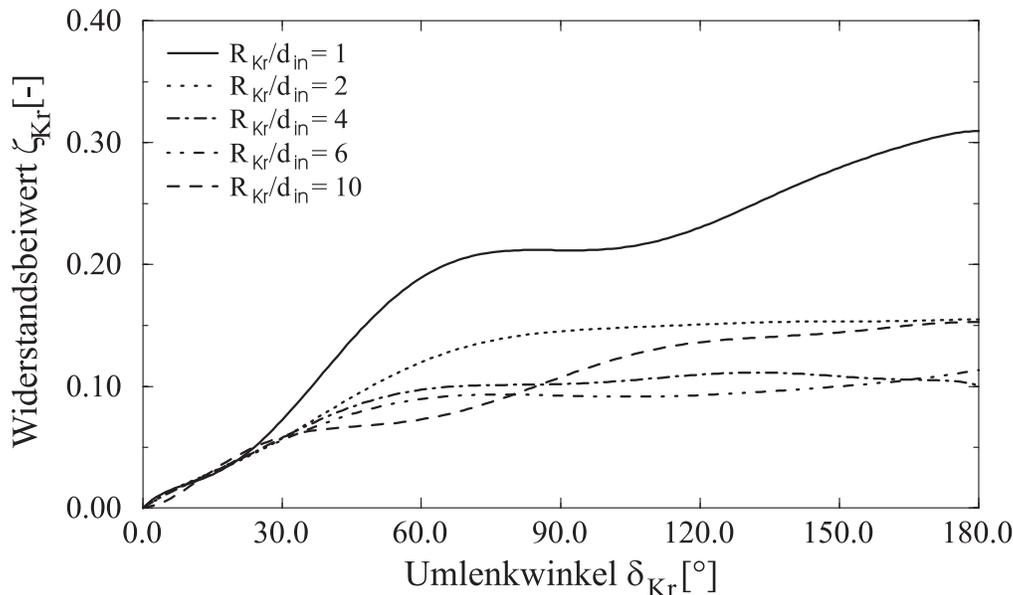
Im sogenannten Übergangsbereich, welches zwischen den Grenzen $Re > 2320$ und $Re \sqrt{\lambda_R} \left(\frac{k}{d_{hyd}}\right) < 200$ der Gleichungen (126) und (127) liegt, kommt Beziehung (128) zur Anwendung.

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda_R}} = -2 \log \left(\frac{k}{3.71 d_{hyd}} + \frac{2.51}{Re \sqrt{\lambda_R}} \right) \quad (128)$$

Hierbei handelt es sich um eine implizite Gleichung, welche iterativ gelöst werden muß.

11.2.1.2 Rohrkrümmer

Bei der Umlenkung einer Strömung in einem Rohrkrümmer treten neben dem Druckverlust aufgrund der Rohrreibung zusätzlich örtliche fluidmechanische Energieverluste durch Strömungsablösungen und Sekundärströmungen auf, wobei diese drei Einflüsse von der Stärke der Rohrkrümmung R_{Kr} und dem Umlenkwinkel abhängen. Das Krümmungsverhältnis R_{Kr}/d_{in} stellt nach Truckenbrodt [60] eine wesentliche Kennzahl des Krümmers dar.



Kruemmer.eps

Bild 30: Widerstandsbeiwerte von Rohrkrümmer aus [187]

Bild 30 zeigt für unterschiedliche Krümmungsverhältnisse R_{Kr}/d_{in} den Verlauf der Widerstandsbeiwerte ζ_{Kr} aufgetragen über den Krümmerwinkel des Rohres δ_{Kr} .

Damit die Graphen der Abbildung 30 einer numerischen Berechnung zugänglich gemacht werden können, wurden die Kurven unter Zuhilfenahme der Methode der kleinsten Fehlerquadratsumme durch Polynome 8. Ordnung angenähert.

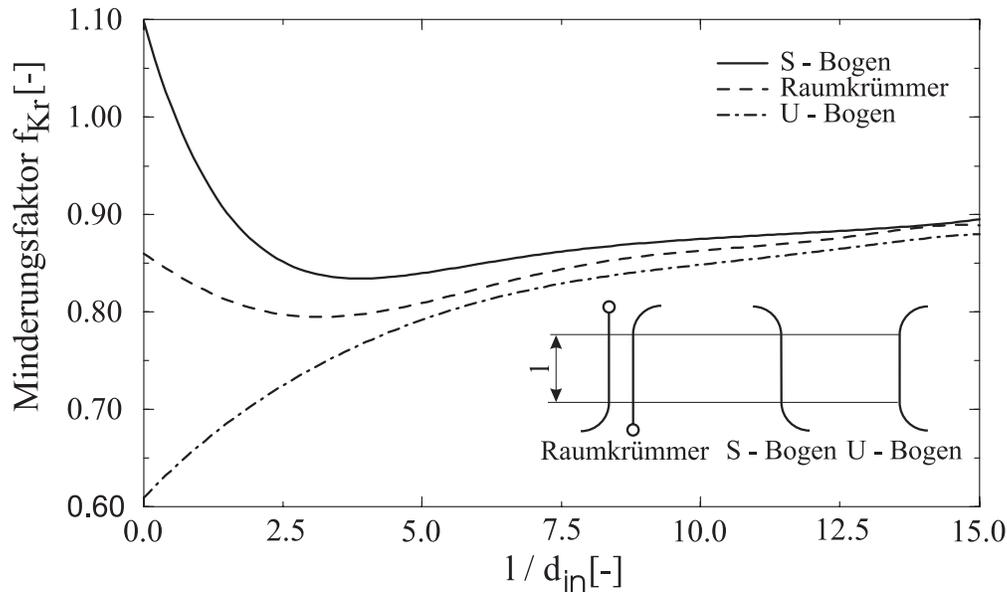
Die Polynome haben die Form:

$$\zeta_{Kr j} = \sum_{i=0}^8 a_{Kr i, j} \delta_{Kr}^i \quad (129)$$

wobei für $j = \frac{R_{Kr}}{d_{in}} = 1, 2, 4, 6$ und 10 vorgesehen sind. Für dazwischen liegende Werte wird im jeweiligen Intervall linear interpoliert. Die Koeffizienten der einzelnen Polynome sind der Tabelle 8 im Anhang dieser Arbeit zu entnehmen.

Nach Rauss [189] ist darauf zu achten, daß die Widerstandsbeiwerte ζ_{Kr} aufeinanderfolgender Krümmer nur dann unabhängig voneinander sind, wenn sich zwischen den einzelnen Rohrbögen eine genügend lange Rohrstrecke l befindet. In **Bild 31** sind die Minderungsfaktoren f_{Kr} über die auf den Innendurchmesser des Rohres bezogene Länge des geraden Verbindungsstückes aufgetragen. Die Minderungsfaktoren liegen in Form von Kurven in

Abhängigkeit von der räumlichen Anordnung zweier aufeinanderfolgender Rohrkrümmen (S-förmig, räumlich beziehungsweise U-förmig) vor. Nach Richter [187] beeinflussen sich die einzelnen Krümmen fast nicht mehr, wenn die Länge zwischen den einzelnen Rohrbögen etwa $20 d_{in}$ beträgt.



minderungsfaktor.eps

Bild 31: Minderungsfaktoren für den Umlenkverlust

Die Kurven für die Minderungsfaktoren f_{Kr} wurden durch Polynome 6. Ordnung angenähert. Die Ermittlung der Polynomkoeffizienten c_{Kri} erfolgte in Anlehnung an die Berechnung der Widerstandsbeiwerte für den Rohrbogen unter Zuhilfenahme der Methode der kleinsten Fehlerquadratsumme. Die Gleichung zur Berechnung der Minderungsfaktoren ergibt sich zu:

$$f_{Kr} = \sum_{i=0}^6 c_{Kri} \left(\frac{l}{d_{in}} \right)^i. \quad (130)$$

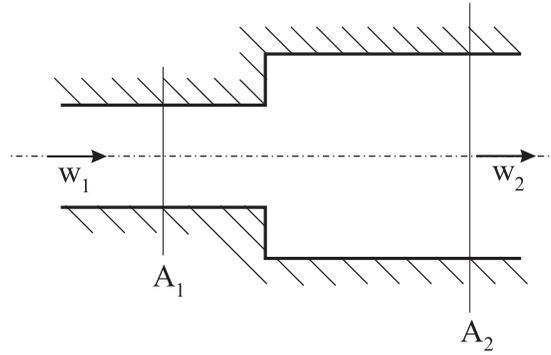
Die Koeffizienten der einzelnen Polynome sind der Tabelle 7 im Anhang dieser Arbeit zu entnehmen.

11.2.1.3 Sprunghafte Querschnittserweiterung

Bei Naturumlaufsystemen und anderen druckgetriebenen Systemen muß aufgrund ihrer großen Druckabhängigkeit einer genauen Erfassung des Druckabfalles erhöhte Aufmerksamkeit geschenkt werden.

Diesem Umstand Folge leistend wird in der vorliegenden Arbeit auch der fluidmechanische Druckverlust einer un stetigen Querschnittserweiterung, wie sie in [Bild 32](#) dargestellt ist, berücksichtigt.

Das einphasige Fluid strömt dabei mit einer mittleren Geschwindigkeit vom Querschnitt A_1 über die un stetige Erweiterung nach A_2 . Unter Vernachlässigung der Reibungskräfte



Rohrerweiterung.eps

Bild 32: Sprunghafte Querschnittserweiterung

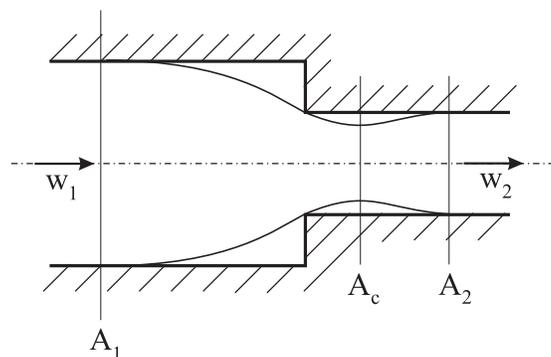
und der Kräfte aufgrund der Gravitation kann, für den stationären Fall, unter Zuhilfenahme der Impuls-, Kontinuitäts- und Energiegleichung der fluidmechanische Druckverlust analytisch hergeleitet werden. Der Druckverlustkoeffizient ergibt sich somit nach Truckenbrodt [60] oder Fried und Idelchik [186] zu folgender einfachen Beziehung

$$\zeta_{erw} = \left(1 - \frac{A_1}{A_2}\right)^2. \quad (131)$$

Als Bezugsgeschwindigkeit für die Berechnung des Druckverlustes wurde von [60] und [186] die Geschwindigkeit w_1 gewählt.

11.2.1.4 Sprunghafte Querschnittsverengung

Bei einer plötzlichen Verengung des Strömungskanals vom Querschnitt A_1 auf den Querschnitt A_2 eines Rohres, wie sie in [Bild 33](#) dargestellt ist, erfährt das Fluid zunächst hinter der Verengungskante noch eine weitere Einschnürung auf den Querschnitt A_c , um sich anschließend wieder auf den Querschnitt des Abströmkanals zu erweitern.



Rohrverengung.eps

Bild 33: Sprunghafte Querschnittsverengung

Zwischen dem eingeschnürten Kanal und der Rohrwand entsteht ein Wirbelgebiet. Der bleibende Druckverlust zwischen der Kontraktionsstelle c und dem Abströmquerschnitt

A_2 wird durch den bestehenden Geschwindigkeitsunterschied bestimmt.

Der Druckverlustkoeffizient für eine sprunghafte Rohrkontraktion ist nach Fried und Idelchik [186] durch

$$\zeta_{ver} = 0.5 \left(1 - \frac{A_2}{A_1} \right)^{\frac{3}{4}} \quad (132)$$

gegeben, wobei als Bezugsgeschwindigkeit für die Berechnung des Druckverlustes die Geschwindigkeit w_2 im Abströmkanal herangezogen wird.

11.2.2 Widerstandskoeffizienten in der Zweiphasenströmung

Während bei der Einphasenströmung der Druckverlust mit einer relativ hohen Genauigkeit vorhergesagt werden kann, ist dieser Exaktheitsanspruch bei der Berechnung des Druckabfalles in einer Zweiphasenströmung nicht gegeben. Eine Begründung für diesen Umstand liegt in der Schwierigkeit einer genauen Messung des Druckverlustes bei einer Mehrphasenströmung (Mayinger [130]).

Die Ansätze zur Vorhersage des fluidmechanischen Energieverlustes eines Zweiphasengemisches bauen auf den Erkenntnissen der Einphasenströmung auf, wobei allerdings zusätzlich zu den Einflußgrößen des einphasigen Fluides auf den Druckabfall bei der Strömung eines Gas-Flüssigkeits-Gemisches noch eine weitere große Anzahl an fluiddynamischen und thermodynamischen Parametern, wie zum Beispiel unterschiedliche Dichten, Viskositäten oder Schlupf zwischen Gas und Flüssigkeit, berücksichtigt werden müssen. Martinelli *et al.* [190] waren die ersten, die sich mit Ähnlichkeitsbetrachtungen zur Druckverlustberechnung einer Zweiphasenströmung beschäftigten. Sie gingen dabei von der Vorstellung aus, daß sich der Druckabfall eines Gas-Flüssigkeits-Gemisches durch Einführung einer zusätzlichen Kennzahl, des sogenannten Zweiphasenmultiplikators Φ^2 , auf den Druckverlust einer einphasigen Strömung zurückführen läßt. Lockhart und Martinelli [191] vervollständigten später diese Überlegungen.

Verallgemeinert läßt sich nach Martinelli *et al.* [190] der Druckabfall in einer Zweiphasenströmung durch die Beziehung

$$\Delta p_{2ph} = \Delta p_{1ph} \Phi^2 \quad (133)$$

angeben. Als Bezugsgröße des Druckverlustes des Gemisches Δp_{2ph} wird dabei der fluidmechanische Energieverlust der Einphasenströmung Δp_{1ph} , unter der Annahme, daß das Gas oder die Flüssigkeit alleine im Rohr strömt, herangezogen.

11.2.2.1 Rohrreibung

Eine analytische Erfassung des Reibungsdruckverlustes einer Zweiphasenströmung konnte aufgrund ihrer Komplexität bis heute noch nicht bewerkstelligt werden. Die bestehenden Berechnungsvorschriften basieren daher auf empirisch oder halbempirisch gewonnenen Korrelationen. In der Literatur finden sich zum Beispiel bei Chisholm [192] oder Johannessen [193], Ansätze, die anhand von Versuchen gefundenen Beziehungen auf eine theoretische Basis zu stellen.

Ausgehend von der Idee von Martinelli *et al.* [190], den Reibungsdruckabfall einer heterogenen Zweiphasenströmung mittels des Zweiphasenmultiplikators Φ^2 auf den Druckverlust

einer einphasigen Strömung zurückzuführen, haben zahlreiche Autoren, wie zum Beispiel Chisholm [194], Lombardi *et al.* [195], Thom [196], Baroczy [197] oder Friedel [198], [199] und [200], eigene Gleichungen und Berechnungsverfahren zur Ermittlung des Zweiphasenmultiplikators veröffentlicht. Verbesserungen bei der Berechnung des Zweiphasenmultiplikators wurden nach Mayinger [130] dadurch erzielt, daß

- zusätzliche Einflußfaktoren auf den Zweiphasenmultiplikator, wie zum Beispiel der des Massenstromes in [197] oder [194], berücksichtigt wurden
- versucht wurde, eine einfache mathematische Beziehung zur Beschreibung von Φ^2 zu finden (siehe [195]), oder
- die Ansätze auf eine wesentlich breitere experimentelle Basis, wie [198], [199] und [200], gestellt werden konnten.

Nach Collier und Thome [122] können die Beziehungen von Martinelli *et al.* [190], Baroczy [197] oder Friedel [198], [199] und [200] sowohl für das homogene als auch für das heterogene Modell verwendet werden.

Einen Vergleich unterschiedlicher Beziehungen zur Berechnung des Zweiphasenmultiplikators Φ_R^2 für den Reibungsdruckabfall unter Verwendung eines homogenen Modells gibt Teichel in [201].

Nach Collier [122], Mayinger [130] oder Whalley [133] wird der Reibungsdruckabfall einer Zweiphasenströmung bei Verwendung der Beziehung von Friedel [198], [199] und [200] zur Zeit am besten wiedergegeben. Zheng [202] und Zheng *et al.* [203] haben die Gleichung von Friedel sowohl anhand eigener Meßdaten und eines eigenen Verfahrens als auch anhand von Daten und elf anderen Verfahren zur Bestimmung des Zweiphasenmultiplikationsfaktors aus der Literatur verglichen. Dabei gab die von Friedel entwickelte Beziehung die empirischen Daten sehr gut wieder.

Aufgrund der guten Übereinstimmung der Gleichung von Friedel mit den gemessenen Daten⁴ und der Anwendungsmöglichkeit in einem homogenen Zweiphasenströmungsmodell kommt diese auch in der vorliegenden Arbeit zur Anwendung.

Friedel ging bei der von ihm entwickelten Korrelation von der Vorstellung aus, daß der zweiphasige Druckabfall so berechnet wird, als ob das gesamte Wasser-Dampf-Gemisch flüssig strömen und den gesamten Querschnitt abdecken würde. Friedel unterscheidet in seinen empirischen Produktansätzen zwischen einer vertikal aufwärtsgerichteten oder horizontalen Strömung einerseits, und einer vertikal abwärtsgerichteten Strömung andererseits.

Der Zweiphasenmultiplikator einer vertikal aufwärtsgerichteten oder horizontalen Strömung ergibt sich nach Friedel [198], [199] und [200] zu:

$$\Phi_{W_0,R}^2 = C_1 + \frac{3.24C_2C_3}{Fr_{WD}^{0.045} We_{WD}^{0.035}} \quad (134)$$

⁴Zur Entwicklung seiner Gleichung stützte sich Friedel auf eine Datenbank aus der Literatur, welche 25000 Meßwerte zum Druckverlust einer Zweiphasenströmung enthielt.

mit den Koeffizienten

$$\begin{aligned} C_1 &= (1 - \dot{x}_{WD})^2 + \dot{x}_{WD}^2 \left(\frac{\varrho_W \zeta_{D_0,R}}{\varrho_D \zeta_{W_0,R}} \right) \\ C_2 &= \left(\frac{\varrho_W}{\varrho_D} \right)^{0.91} \left(\frac{\eta_D}{\eta_W} \right)^{0.19} \left(1 - \frac{\eta_D}{\eta_W} \right)^{0.7} \quad \text{und} \\ C_3 &= \dot{x}_{WD}^{0.78} (1 - \dot{x}_{WD})^{0.224} . \end{aligned}$$

Für eine vertikal abwärtsgerichtete Strömung ist der Zweiphasenmultiplikator nach Friedel

$$\Phi_{W_0,R}^2 = C_1 + \frac{48.6 C_2 C_3 Fr_{WD}^{0.03}}{We_{WD}^{0.12}} \quad (135)$$

mit den Parametern

$$\begin{aligned} C_1 &= (1 - \dot{x}_{WD})^2 + \dot{x}_{WD}^2 \left(\frac{\varrho_W \zeta_{D_0,R}}{\varrho_D \zeta_{W_0,R}} \right) \\ C_2 &= \left(\frac{\varrho_W}{\varrho_D} \right)^{0.9} \left(\frac{\eta_D}{\eta_W} \right)^{0.73} \left(1 - \frac{\eta_D}{\eta_W} \right)^{7.4} \quad \text{und} \\ C_3 &= \dot{x}_{WD}^{0.8} (1 - \dot{x}_{WD})^{0.29} \end{aligned}$$

zu berechnen. Für die in Gleichung (134) und (135) enthaltenen Größen Strömungsdampfgehalt, Froude- und Weber-Zahl gilt:

$$\dot{x}_{WD} = \frac{\dot{m}_D}{\dot{m}_D + \dot{m}_W} \quad (136)$$

$$Fr_{WD} = \frac{\dot{m}_{Flux,ges}^2}{g d_{in} \varrho^2} \quad (137)$$

beziehungsweise

$$We_{WD} = \frac{\dot{m}_{Flux,ges}^2 d_{in}}{\sigma \varrho} . \quad (138)$$

Zur Berechnung des Widerstandskoeffizienten für die Rohrreibung $\zeta_{j,R}$ verwendet Friedel die Beziehung nach Techo *et al.* [204], welche unabhängig von der tatsächlichen Rauigkeit der Rohrwand ist.

$$\begin{aligned} Re_j \leq 1055 \quad \text{folgt} \quad \zeta_{j,R} &= \frac{64}{Re} \\ Re_j > 1055 \quad \text{folgt} \quad \zeta_{j,R} &= \left[0.86859 \ln \left(\frac{Re_j}{1.964 \ln(Re_j) - 3.8215} \right) \right]^{-2} \end{aligned}$$

mit $j = W_0, D_0$.

11.2.2.2 Rohrkrümmer

Die für die Berechnung des Druckverlustes einer einphasigen Strömung durch einen Rohrbogen notwendigen Beziehungen sind in Kapitel 11.2.1.2 ausführlich beschrieben worden.

Die Ansätze zur Berechnung des fluidmechanischen Energieverlustes eines Zweiphasengemisches in einem Rohrkrümmer bauen auch hier auf den Erkenntnissen der Einphasenströmung auf. Wie bei der Berechnung des Druckverlustes aufgrund der Reibung wird auch für den Fall eines Rohrkrümmers ein Zweiphasenmultiplikator Φ_{Kr}^2 eingeführt. Die experimentell am besten abgesicherte Methode zur Bestimmung des Zweiphasenmultiplikators Φ_{Kr}^2 zur Berechnung des Druckverlustes einer Zweiphasenströmung in einem 90° -Krümmer wurde von Chisholm [205] entwickelt. Wie Friedel [198], geht auch Chisholm von der Annahme aus, daß der Druckverlust, verursacht durch die 90° -Umlenkung, auf jenen fluidmechanischen Energieverlust bezogen werden kann, der entsteht, wenn das gesamte Wasser-Dampf-Gemisch als Flüssigkeit strömen würde. Nach Chisholm [205] berechnet sich der Zweiphasenmultiplikator Φ_{Kr}^2 eines 90° -Krümmers einer homogenen Gas-Flüssigkeits-Strömung durch die einfach auszuwertende Beziehung

$$\Phi_{Kr}^2 = 1 + \left(\frac{\rho_W}{\rho_D} - 1 \right) \left[B \dot{x}_{WD} (1 - \dot{x}_{WD}) + \dot{x}_{WD}^2 \right]. \quad (139)$$

Collier und Thome geben in [122] für eine 90° -Umlenkung Werte für den Koeffizienten B in Abhängigkeit vom Verhältnis R_{Kr}/d_{in} an.

Eine verallgemeinerte Beziehung des Koeffizienten B ergibt sich nach Chisholm [205] zu

$$B = 1 + \frac{2.2}{\zeta_{W_0, Kr} \left(2 + \frac{R_{Kr}}{d_{in}} \right)}. \quad (140)$$

$\zeta_{W_0, Kr}$ ist derjenige Widerstandsbeiwert, welcher sich unter der Annahme, daß das gesamte Wasser-Dampf-Gemisch als Flüssigkeit strömt, ergibt.

Nach [150] ist der Koeffizient B im Winkelbereich $90^\circ < \delta_{Kr} \leq 180^\circ$ des Krümmers unter Zuhilfenahme der Beziehung (141) zu ermitteln.

$$B = 1 + \frac{2.2}{\zeta_{W_0, Kr} \left(2 + \frac{R_{Kr}}{d_{in}} \right)} \frac{l_{Kr, 90^\circ}}{l_{Kr, \delta_{Kr}}} \quad (141)$$

Für Rohrbögen mit $\delta_{Kr} < 90^\circ$ wird in [150] empfohlen, den Wert des Koeffizienten B bei $\delta_{Kr} = 90^\circ$ zu verwenden.

11.2.2.3 Sprunghafte Querschnittserweiterung

Die für die einphasige Strömung getätigten Überlegungen zur Berechnung der Druckdifferenz an einer unstetigen Querschnittserweiterung werden – mangels genauerer Kenntnisse der Vorgänge – auch zur Ermittlung der Druckänderung bei einer sprunghaften Querschnittsänderung in der Zweiphasenströmung übernommen.

Unter der Annahme, daß jede der beiden Phasen - Wasser und Dampf - die plötzliche Expansion im Strömungsquerschnitt erfährt, die Wandreibung und die aufgrund der Gravitation hervorgerufenen Kräfte vernachlässigt werden können und der örtliche volumetrische Dampfgehalt sich nicht ändert, erhält man aus der Impulsbilanz, welche für beide

Phasen angesetzt wurde, folgende Beziehung für den Druckaufbau hinter einer unstetigen Erweiterung:

$$p_2 - p_1 = \frac{\dot{m}_1^2 Flux f_{erw} (1 - f_{erw})}{\varrho_W} \left[\frac{(1 - \dot{x}_{WD})^2}{(1 - \varepsilon)} + \frac{\varrho_W \dot{x}_{WD}^2}{\varrho_D \varepsilon} \right] \quad (142)$$

mit dem Querschnittsverhältnis

$$f_{erw} = \frac{A_1}{A_2}. \quad (143)$$

Die Indizes beziehen sich auf die in Bild 32 dargestellte Rohrkonfiguration. Gleichung (142) wurde nach Lottes [206] das erstmal von Romie angegeben. Neben der Beziehung von Romie werden in der Literatur eine Vielzahl an Gleichungen zur Berechnung des Druckaufbaues hinter einer sprunghaften Querschnittserweiterung (siehe zum Beispiel Chisholm und Sutherland [207] oder Wadle [208]) angeführt.

Der bleibende Druckverlust berechnet sich nach Mayinger [130] aus der Differenz der Gleichung (142) und der Bernoulli-Gleichung zu

$$\begin{aligned} -\Delta p_{Verl\ 2ph} = & (1 - f_{erw}) \dot{m}_1^2 Flux \left\{ f_{erw} \left[\frac{(1 - \dot{x}_{WD})^2}{(1 - \varepsilon) \varrho_W} + \frac{\dot{x}_{WD}^2}{\varepsilon \varrho_D} \right] - \right. \\ & \frac{(1 - f_{erw})}{2} \left[\frac{\dot{x}_{WD}^3}{\varepsilon^2 \varrho_D^2} + \frac{(1 - \dot{x}_{WD})^3}{(1 - \varepsilon)^2 \varrho_W^2} \right] \\ & \left. \left(\frac{\dot{x}_{WD}}{\varrho_D} + \frac{(1 - \dot{x}_{WD})}{\varrho_W} \right)^{-1} \right\}. \end{aligned} \quad (144)$$

Unter der Annahme eines homogenen Strömungsverhaltens kann Gleichung (144) auf

$$\Delta p_{Verl\ 2ph} = \frac{\dot{m}_1^2 Flux}{2 \varrho_W} (1 - f_{erw})^2 \left[1 + \frac{\varrho_W}{\varrho_D} \dot{x}_{WD} \right] \quad (145)$$

übergeführt werden.

11.2.2.4 Sprunghafte Querschnittsverengung

Korrespondierend zur Ermittlung des Druckabfalles einer mehrphasigen sprunghaften Querschnittserweiterung werden auch bei der Berechnung der Druckänderung aufgrund einer plötzlichen Querschnittsverengung in der Zweiphasenströmung die Überlegungen aus der Einphasenströmung übernommen.

Wie bereits in Kapitel 11.2.1.4 dargestellt wurde, ist die Größe der irreversiblen Druckänderung vom Unterschied zwischen den Geschwindigkeiten an der Kontraktionsstelle c beziehungsweise im Abströmquerschnitt A_2 abhängig.

Für eine homogene mehrphasige Strömung kann der Druckverlust aufgrund einer plötzlichen Querschnittsverengung zum Beispiel nach Collier und Thome [122] oder Delhaye *et al.* [131] wie folgt berechnet werden:

$$\Delta p_{Verl\ 2ph} = \frac{\dot{m}_2^2 Flux}{2 \varrho_W} \left(\frac{1}{f_c} - 1 \right)^2 \left[1 + \left(\frac{\varrho_W}{\varrho_D} - 1 \right) \dot{x}_{WD} \right] \quad (146)$$

mit dem Kontraktionskoeffizienten

$$f_c = \frac{A_c}{A_2}. \quad (147)$$

Die Indizes der einzelnen Variablen beziehen sich auf die in Bild 33 dargestellten Verhältnisse.

Für den Kontraktionskoeffizienten f_c geben Collier und Thome [122] beziehungsweise Mayinger [130] folgende Werte an, wobei das Querschnittsverhältnis f_{erw} nach Gleichung (143) ermittelt wird:

$1/f_{erw}$	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
f_c	0.586	0.598	0.625	0.686	0.79	1.0

Tabelle 4: **Kontraktionskoeffizienten für scharfkantige Querschnittsverengungen**

Bei der numerischen Behandlung der in Tabelle 4 angegebenen Kontraktionskoeffizienten ist es notwendig, eine Ausgleichskurve durch obige Stützpunkte zu legen. Unter Zuhilfenahme der Methode der kleinsten Fehlerquadratsumme wurde dafür folgendes Polynom dritter Ordnung ermittelt:

$$f_c = \sum_{i=0}^3 a_{erwi} \left(\frac{1}{f_{erw}} \right)^i. \quad (148)$$

Tabelle 5 enthält die zur Berechnung des Polynoms benötigten Koeffizienten a_{erwi} .

a_{erw0}	a_{erw1}	a_{erw2}	a_{erw3}
0.586	0.112963	-0.2573413	0.5578704

Tabelle 5: **Polynomkoeffizienten zur Berechnung des Kontraktionskoeffizienten für scharfkantige Querschnittsverengungen**

11.3 Schlupf in der Zweiphasenströmung

Die bei der Rohrströmung eines Wasser-Dampf-Gemisches auftretenden Geschwindigkeiten des Gases und der Flüssigkeiten sind zumeist unterschiedlich, da der Druckabfall längs des Strömungsweges auf die Gasphase, aufgrund ihrer geringeren Dichte, eine größere Beschleunigung ausübt als auf die Flüssigkeitsphase. Der Geschwindigkeitsunterschied zwischen den beiden Phasen ist jedoch aufgrund des Impulsaustausches, welcher zwischen dem Gas und der Flüssigkeit stattfindet, begrenzt. Je höher der Systemdruck, und je mehr die beiden Phasen ineinander dispergiert sind, desto geringer ist die Geschwindigkeitsdifferenz zwischen den Phasen. Bei der Betrachtung von Gas-Flüssigkeits-Strömungen hat sich jedoch nicht sosehr die Relativgeschwindigkeit als vielmehr der Quotient der Geschwindigkeiten beider Phasen, der sogenannte Schlupf S (Gleichung (149)), eingebürgert.

$$S = \frac{w_D}{w_W} \quad (149)$$

Wird der Schlupf durch den örtlichen volumetrischen Dampfgehalt ε und dem Strömungsdampfgehalt \dot{x}_{WD} ausgedrückt, so ergibt sich der Zusammenhang zu

$$S = \frac{\dot{x}_{WD}}{1 - \dot{x}_{WD}} \frac{1 - \varepsilon \frac{\rho_W}{\rho_D}}{\varepsilon}, \quad (150)$$

mit dem Strömungsdampfgehalt aus Gleichung (136) und dem örtlichen volumetrischen Dampfgehalt

$$\varepsilon = \frac{\dot{V}_D}{\dot{V}_D + \dot{V}_W}. \quad (151)$$

In den meisten technisch interessanten Anwendungsfällen nimmt der Schlupf Werte zwischen 1 und 10 an. Für höhere Drücke - zum Beispiel für eine Einkomponentenströmung bei 30 % bis 90 % des kritischen Druckes - schränkt sich dieser Bereich auf Schlupfwerte von 1.7 bis 1.1 ein (Mayering [130]).

Die in der Literatur bekannten Schlupfbeziehungen sind neben einigen theoretischen Ansätzen meist empirischer Natur. Als theoretischer Ansatz sei hier stellvertretend die Arbeit von Levy [209], an empirischen Ansätzen die Korrelationen von Marchaterre und Hoglund [210], Ahmad [211], Miropolskij [212] und Thom [196] genannt.

Neben Verfahren zur direkten Berechnung des Schlupfes wurden auch Gleichungen entwickelt, welche der Berechnung des örtlichen volumetrischen Dampfgehaltes dienen. Dies läßt sich aus dem Umstand erklären, daß sich in der Praxis der Gasgehalt leichter bestimmen läßt als die Relativgeschwindigkeit der Phasen. Daher sind in der Literatur eine Vielzahl von Berechnungsverfahren zu finden, die den Gasgehalt einer Zweiphasenströmung ermitteln. In Abhängigkeit vom jeweils zugrundegelegten Zweiphasenmodell seien hier einige Autoren angeführt:

Eines der ersten Rechenmodelle zur Bestimmung des örtlichen volumetrischen Dampfgehaltes war das Veränderliche-Dichte-Modell von Bankoff [137]. Dieses Verfahren endet in seiner Endformulierung in einer Schlupfbeziehung, sie ist jedoch von den physikalischen Annahmen her eine Dampfgehaltsanalyse [130]. Die Arbeit von Hughmark [213] stellt eine Weiterentwicklung des Verfahrens von Bankoff dar. Die Berechnungsvorschriften von Rouhani [214], Chexal und Lellouche [215] und Nabizadeh [216] gehen auf das Drift-Flux-Modell von Zuber und Findlay [138] zurück. Einen anderen Zugang zur Beschreibung des Gasgehaltes der Volumenströme wählten Kowalczewski [217] und Kütükçüoğlu [218] sowie Friedel [219], welcher auf deren Arbeiten aufbaut, oder Löscher [220]. Sie verwenden zur Beschreibung ihrer experimentell gewonnenen Ergebnisse einen Potenzansatz, in dem die Einflußgrößen auf den örtlichen volumetrischen Dampfgehalt berücksichtigt werden.

In einem Vergleich von 18 Berechnungsmodellen mit einer großen Anzahl von Meßwerten empfiehlt Friedel in [198] die Beziehungen von Rouhani [214] und Hughmark [213]. Gegenüber dem Verfahren von Rouhani hat das Modell von Hughmark den Nachteil, daß es eine Berechnung nur bis zu einem Dampfgehalt von etwa 0.85 bis 0.9 zuläßt (Mewes [221]). Für Zweiphasenströmungen von Einkomponentensystemen empfiehlt Friedel die Beziehung II von Rouhani. Obwohl die Beziehung II von Rouhani nach Mewes [221] die in der Praxis am meisten angewandte Gleichung ist, weist sie im kritischen Punkt eine Ungenauigkeit auf. Im kritischen Punkt muß der Gasgehalt gleich dem Strömungsdampfgehalt sein, da der Schlupf, aufgrund der Tatsache, daß die Dichtewerte der beiden Phasen

ident sind, gleich eins ist. Diesen Grenzwert gibt die Beziehung von Rouhani jedoch nicht wieder.

In der vorliegenden Arbeit soll für die vertikale Rohrströmung die Beziehung II von Rouhani [214] und für die horizontale Strömung die Gleichung nach Löscher [220] zur Anwendung kommen.

Nach Rouhani läßt sich der Dampfvolumenanteil ε in einem vertikalen Rohr folgendermaßen berechnen:

$$\varepsilon = \frac{\dot{x}_{WD}}{\varrho_D \left[C_0 \left(\frac{\dot{x}_{WD}}{\varrho_D} + \frac{1 - \dot{x}_{WD}}{\varrho_W} \right) + \frac{w_{rel}(\dot{x}_{WD})}{\dot{m}_{Flux}} \right]} \quad (152)$$

mit der Relativgeschwindigkeit

$$w_{rel} = 1.18 \left(g \sigma \frac{\varrho_W - \varrho_D}{\varrho_W^2} \right)^{0.25} (1 - \dot{x}_{WD})$$

und dem Konzentrationsparameter C_0

$$C_0 = 1 + 0.2 (1 - \dot{x}_{WD}) (g d_{in})^{0.25} \left(\frac{\varrho_W}{\dot{m}_{Flux}} \right)^{0.5}.$$

Für die horizontale Rohrströmung läßt sich der Dampfvolumenanteil ε bei niedrigen Drücken nach Löscher wie folgt berechnen:

$$\varepsilon = \dot{\varepsilon} \left[1 - \dot{\varepsilon}^{0.39} (1 - \dot{\varepsilon})^{0.8} \left(1 - \frac{p}{p_{krit}} \right)^{3.4} \left(\frac{p}{p_{krit}} \right)^{-0.22} Fr_{W_0}^{-0.25} \right] \quad (153)$$

mit der Froude-Zahl Fr_{W_0}

$$Fr_{W_0} = \frac{\dot{m}_{Flux}^2}{g d_{in} \varrho_W^2}$$

und dem volumetrischen Strömungsdampfgehalt $\dot{\varepsilon}$

$$\dot{\varepsilon} = \frac{1}{1 + \frac{1 - \dot{x}_{WD}}{\dot{x}_{WD}} \frac{\varrho_D}{\varrho_W}}.$$

12 Mathematisches Modell der Rohrwand

In der Energie- und Verfahrenstechnik strömt das Arbeitsmedium in hohlen Körpern, welche fast ausschließlich eine zylindrische Form aufweisen. Diese hohlzylindrischen Körper dienen nicht nur der Beförderung des Arbeitsstoffes, sondern auch dem Wärmetransport vom oder zum Arbeitsmedium. Bei der instationären Betrachtung dieser Wärmetransportvorgänge muß auch die Energieeinspeicherung in die Wand Berücksichtigung finden, da sie die Zustandsänderung der an das Rohr angrenzenden Medien beeinflusst.

Infolge der meist hohen Betriebsdrücke in der Energie- und Verfahrenstechnik kommt der Kenntnis der Wandtemperatur große Bedeutung zu, da zusätzlich zu der durch den hohen Innendruck in den hohlzylindrischen Körpern bereits vorhandenen Materialbeanspruchung Wärmespannungen entstehenden. Kommt es zu einer Überschreitung der höchst zulässigen Oberflächentemperatur oder der maximal zulässigen Temperaturdifferenz in den verwendeten Werkstoffen, so kann dies zu Schäden am Rohr führen. Es sind daher zur genauen Beurteilung der zulässigen Laständerungen Spannungsanalysen der kritischen Bauteile in Abhängigkeit von der Zeit notwendig, um die hierbei auftretenden instationären Spannungen berechnen zu können (siehe dazu Albrecht [222] [223], Höger [224], Schmidt [225], [226], Leithner *et al.* [227], Pich [228], [229], [230],[231] oder Taler [10], [232], [233]).

Die im Dampferzeugerbau zum Einsatz kommenden hohlzylindrischen Bauteile werden aufgrund ihrer Wandstärke in sogenannte dünnwandige und dickwandige Bauteile untergliedert. Der ersten Gruppe zugehörig sind unter anderen die Rohre der Überhitzerheizflächen, der Verbindungsleitungen oder die der Verdampferheizflächen. Der zweiten Gruppe hohlzylindrischer Bauteile werden zum Beispiel die Trommel oder der Sammler zugeordnet.

Für diese beiden Bauteilgruppen soll in den folgenden Kapiteln das zur Bestimmung der jeweiligen Wandtemperatur zugrundegelegte Berechnungsverfahren erläutert werden.

12.1 Mathematisches Modell der dünnen Rohrwand

Nach Berndt [36] kann für die Berechnung der Wandtemperatur von dünnwandigen Rohren von der Differentialgleichung der Wandenergiebilanz (154) ausgegangen werden, wenn kein Bedarf an der Kenntnis der Temperaturverteilung in der Rohrwand, wie sie für eine etwaige Spannungsanalyse benötigt würde, besteht.

$$A_{RWa} \Delta x \frac{\partial}{\partial t} (\varrho_{Wa} c_{pWa} \vartheta_{Wa}) = \alpha_{in} A_{Oin} (\vartheta_{AS} - \vartheta_{Wa}) + \dot{Q}_{Rg} \quad (154)$$

Bei der Energiebilanzgleichung der Wand wird von der Annahme einer unendlichen Wärmeleitfähigkeit in radialer Richtung, einer vernachlässigbaren Wärmeleitfähigkeit in axialer und tangentialer Richtung sowie einer Ortsunabhängigkeit der spezifischen Wärmekapazität c_{pWa} und der Dichte ϱ_{Wa} der Wand ausgegangen.

Diskretisierung der Zeitableitung in Gleichung (154) mittels eines Rückwärtsdifferenzenquotienten und anschließende Umformung ergibt

$$\vartheta_{W_a} \left(\alpha_{in} A_{Oin} + \varrho_{W_a} c_{pW_a} A_{RW_a} \frac{\Delta x}{\Delta t} \right) = \dot{Q}_{Rg} + \alpha_{in} A_{Oin} \vartheta_{AS} + \varrho_{W_a}^0 c_{pW_a}^0 A_{RW_a} \frac{\Delta x}{\Delta t} \vartheta_{W_a}^0. \quad (155)$$

Löst man Gleichung (155) nach der Wandtemperatur ϑ_{W_a} auf, so erhält man deren Bestimmungsgleichung

$$\vartheta_{W_a} = \frac{b_{W_a}}{a_{W_a}} \quad (156)$$

mit den Koeffizienten

$$b_{W_a} = S_{cW_a} + a_{W_a}^0 \vartheta_{W_a}^0, \quad (157a)$$

$$a_{W_a} = a_{W_a}^0 + S_{pW_a}, \quad (157b)$$

$$a_{W_a}^0 = \frac{\varrho_{W_a}^0 c_{pW_a}^0 A_{RW_a} \Delta x}{\Delta t}, \quad (157c)$$

$$S_{cW_a} = \dot{Q}_{Rg} + \alpha_{in} A_{Oin} \vartheta_{AS} \quad \text{und} \quad (157d)$$

$$S_{pW_a} = \alpha_{in} A_{Oin}. \quad (157e)$$

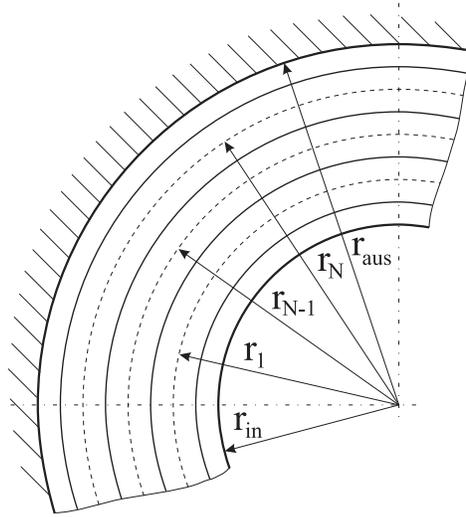
Unter der Annahme, daß die Stoffwerte der Wand, Dichte ϱ_{W_a} und spezifische Wärmekapazität c_{pW_a} , von einem Zeitschritt zum nächsten keiner starken Änderung unterworfen sind, werden die Koeffizienten der Gleichung (156) – aus Gründen der Rechenzeiterparnis – mittels der Werte aus dem alten Zeitschritt berechnet.

12.2 Mathematisches Modell für dickwandige Rohre

Das mathematische Modell zur Berechnung der Wandtemperatur von dünnwandigen Rohren setzte vereinfachend eine konstante Temperatur in radialer Richtung voraus. Diese Annahme ist für dünnwandige Bauteile, welche in der Regel beheizt sind, zulässig. Sie führt jedoch bei dickwandigen Bauteilen, welche im allgemeinen unbeheizt sind, zu größeren Fehlern. Zum einen entstehen diese Abweichungen von den tatsächlichen Temperaturverhältnissen dadurch, daß die instationäre Wärmeleitung nicht berücksichtigt wird, wodurch sich Fehler in der Berechnung der Energieeinspeicherung in die Wand ergeben. Zum anderen kann der Verlauf der Temperatur in einem dickwandigen Bauteil nicht mehr als linear angenommen werden. Es ist daher notwendig, die Fouriersche Differentialgleichung der Wärmeleitung (158)

$$\varrho_{W_a} c_{pW_a} \frac{\partial T_{W_a}}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \lambda_{W_a} \frac{\partial T_{W_a}}{\partial r} \right) \quad (158)$$

nicht geschlossen für die gesamte Wandstärke des dickwandigen Bauteils auf einmal zu lösen, sondern es muß eine Unterteilung der Wand in einzelne Kreisringsegmente, wie in [Bild 34](#) dargestellt, vorgenommen werden. Die Fouriersche Differentialgleichung muß somit auf jedes einzelne Ringelement angewendet und numerisch gelöst werden.



dickw-Rohr.eps

Bild 34: Modell des dickwandigen Rohres

Um die partielle Differentialgleichung für die Wärmeleitung (158) lösen zu können, sind sowohl eine zeitliche Anfangsbedingung als auch örtliche Randbedingungen anzugeben. Die Anfangsbedingung gibt zu einem bestimmten Zeitpunkt an jeder Stelle des Körpers eine Temperatur vor. An den freien Oberflächen (Rändern) sind die örtlichen Randbedingungen anzugeben, wobei man im allgemeinen zwischen den folgenden drei Arten unterscheidet [62], [234]:

1. Art: $T_{Rand} = T(x, t)$

Hier bezeichnet T eine Temperatur als Funktion der Zeit und des Ortes auf der Oberfläche.

2. Art: $-\lambda \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)_{Rand} = \dot{q}(x, t)$

Hier bezeichnet \dot{q} eine Wärmestromdichte normal zur Oberfläche als Funktion der Zeit und des Ortes.

3. Art: $-\lambda \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)_{Rand} = \alpha(T_{Rand} - T_{Umgebung})$

Hier bezeichnet $\alpha(T_{Rand} - T_{Umgebung})$ eine Berechnungsvorschrift (hier das Newtonsche Abkühlungsgesetz), welches den Wärmeübergang zwischen der Oberfläche und dem angrenzenden Medium beschreibt. λ bezeichnet die Wärmeleitfähigkeit des Festkörpers, α den Wärmeübergangskoeffizienten zwischen der Oberfläche des Festkörpers und dem angrenzenden Medium.

Während des Anfahrvorganges eines Dampferzeugers kann der entstehende Dampf aufgrund instationärer Druckschwankungen an der noch kühlen Wandoberfläche der Trommel kondensieren. Durch die höhere Wärmeübergangszahl des Kondensats gegenüber dem Dampf und der siedenden Flüssigkeit im unteren Teil der Trommel kommt es zu einem Wärmetransport in tangentialer Richtung was eine zweidimensionale Berechnung der Wärmeleitung in der Rohrwand der Trommel notwendig machen würde. Wie Berndt in

seiner Arbeit [36] nachweisen konnte, entstehen nur sehr kleine Temperaturdifferenzen zwischen dem oberen und dem unteren Teil der Trommel. Es kann daher die zweidimensionale Berechnung dickwandiger Hohlzylinder auf die eindimensionale Wärmeleitung in radialer Richtung zurückgeführt werden.

Feldhaus [235] untersuchte drei unterschiedliche Verfahren zur Berechnung der Temperaturdifferenz in dickwandigen Bauteilen hinsichtlich ihrer Genauigkeit im Vergleich zur analytischen Lösung sowie ihres Rechenzeitbedarfs. Bei den von Feldhaus analysierten Verfahren handelt es sich um die beiden Finite-Volumen-Verfahren nach Patankar [68] beziehungsweise Rohse [49] sowie um das EVT-Rekursivverfahren nach Leithner *et al.* [227]. Patankar verwendet als Ausgangsgleichung für die Diskretisierung die Fouriersche Differentialgleichung (158), während Rohse, in Anlehnung an das Modell für die dünnwandige Rohrwand, die Energiegleichung für dünnwandige Hohlzylinder (154) auf die einzelnen Kreisringsegmente des dickwandigen Hohlzylinders anwendet. Neben den unterschiedlichen Ausgangsgleichungen differieren diese beiden Algorithmen auch in der Vorgehensweise zur Unterteilung der Rohrwand in einzelne Ringelemente. Patankar teilt die Rohrwand mit Ausnahme der Ränder in Zellen gleicher Dicke ein. Die Temperaturen werden jeweils in der Mitte einer jeden Zelle berechnet. Die beiden Randzellen weisen dagegen, wie in Bild 34 dargestellt, nur die halbe Breite der übrigen Kontrollvolumina auf. Durch die Lage der Rechenpunkte der Randzellen auf der Innen- beziehungsweise Außenfaser der Wand können die dortigen Temperaturen bezüglich ihres Ortes gut berechnet werden. Rohse hingegen unterteilt die gesamte Wand in gleich dicke Kreissegmente. Es läßt sich dadurch die Temperatur an den Rohrwandrändern theoretisch erst bei einer unendlich großen Anzahl an Elementen ermitteln.

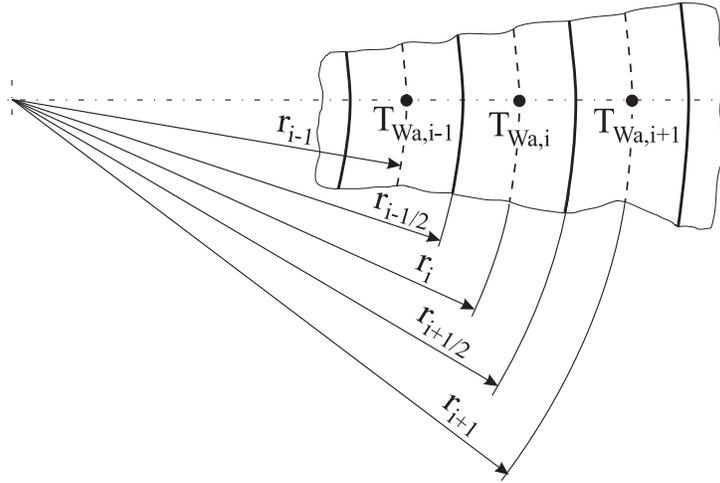
Das EVT-Rekursivverfahren nach Leithner *et al.* kann, trotz der im Vergleich zu den beiden anderen numerischen Verfahren schnelleren Auswertungszeit, in der vorliegenden Arbeit nicht zur Anwendung kommen. Mit dem EVT-Verfahren kann nur die maßgebende Differenz zwischen Innenwandtemperatur und der logarithmischen Mitteltemperatur an einem einseitig isolierten dickwandigen Hohlzylinder, nicht aber der vollständige Temperaturverlauf in einer Wand berechnet werden. Nach Albrecht [222] oder Pich [231] sind die in dickwandigen Bauteilen auftretenden Wärmespannungen proportional der maßgebenden Temperaturdifferenz und haben somit für die Auslegung eine große Bedeutung; die Ermittlung der Wärmespannungen ist jedoch nicht Gegenstand der hier vorliegenden Arbeit.

Von den beiden Finite-Volumen-Verfahren wird von Feldhaus [235] dem Algorithmus nach Patankar [68] der Vorzug gegeben, da zur Berechnung der Innen- beziehungsweise Außenfasertemperatur und des Temperaturverlaufes zwischen diesen Randwerten eine geringere Anzahl an Kreisringsegmenten benötigt wird, was auch eine positive Auswirkung auf die zur Ermittlung der Temperaturen benötigte Rechenzeit hat.

Angesichts der von Feldhaus [235] getroffenen Schlußfolgerungen kommt in der vorliegenden Arbeit der Algorithmus nach Patankar [68] zur Lösung der Fourierschen Differentialgleichung (158) – angewendet auf dickwandige Hohlzylinder – zum Einsatz.

Abbildung 34 stellt, wie bereits oben erwähnt, ein dickwandiges Rohr dar, welches in einzelne, sich nicht überlappende Kreisringsegmente unterteilt ist. Die Einteilung in die einzelnen Kontrollvolumina erfolgt entsprechend dem Vorschlag von Patankar. Während

an der äußeren freien Oberfläche des Hohlzylinders der Sonderfall der Randbedingung 2. Art – eine adiabate Wand ($\dot{q} = 0$) – vorliegt, wird an der inneren freien Oberfläche die Randbedingung 3. Art verwendet.



dickw-Rohr-diskrt.eps

Bild 35: Bilanzzellen des dickwandigen Rohres

Bild 35 zeigt eine allgemeine Bilanzzelle i sowie ihre Nachbarkontrollvolumina $i + 1$ und $i - 1$, deren Rechenpunkte jeweils in der Mitte der Zelle auf den Radien r_i , r_{i+1} und r_{i-1} liegen. Die Grenzflächen der Zelle i werden mit folgenden Indizes versehen: $i + \frac{1}{2}$ an der östlichen und $i - \frac{1}{2}$ an der westlichen Fläche, mit deren zugehörigen Radien $r_{i+\frac{1}{2}}$ und $r_{i-\frac{1}{2}}$.

Ausgehend von der Fourierschen Differentialgleichung (158) wurde für eine allgemeine Bilanzzelle i , wie sie in Bild 35 skizziert ist, die algebraische Beziehung zur Ermittlung der Wandtemperatur $T_{Wa,i}$ wie folgt hergeleitet:

$$a_{WaPi} T_{Wa,i} = a_{WaWi} T_{Wa,i-1} + a_{WaEi} T_{Wa,i+1} + a_{WaPi}^0 T_{Wa,i}^0 \quad (159)$$

mit den Koeffizienten

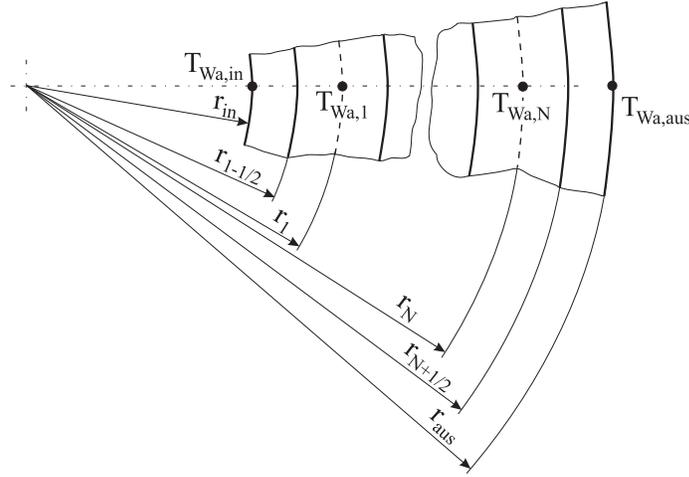
$$a_{WaPi}^0 = \frac{\varrho_{Wa,i}^0 c_{pWa,i} \pi \left(r_{i+\frac{1}{2}}^2 - r_{i-\frac{1}{2}}^2 \right)}{\Delta t} \quad (160a)$$

$$a_{WaWi} = \frac{2\pi r_{i-\frac{1}{2}} \lambda_{Wa,i-\frac{1}{2}}}{(r_i - r_{i-1})}, \quad (160b)$$

$$a_{WaEi} = \frac{2\pi r_{i+\frac{1}{2}} \lambda_{Wa,i+\frac{1}{2}}}{(r_{i+1} - r_i)} \quad \text{und} \quad (160c)$$

$$a_{WaPi} = \frac{\varrho_{Wa,i} c_{pWa,i} \pi \left(r_{i+\frac{1}{2}}^2 - r_{i-\frac{1}{2}}^2 \right)}{\Delta t} + a_{WaWi} + a_{WaEi}. \quad (160d)$$

Die mit 0 gekennzeichneten Größen in den Gleichungen (159) und (160) beziehen sich auf den Zeitschritt $t - \Delta t$. $\lambda_{Wa,i}$ bezeichnet die Wärmeleitfähigkeit, $\varrho_{Wa,i}$ die Dichte und $c_{pWa,i}$ die spezifische Wärmekapazität des Festkörpers bei konstantem Druck.



rand-dickw-Rohr-diskrt. eps

Bild 36: Bilanzzellen am Rand des dickwandigen Rohres

Bild 36 zeigt die Kontrollvolumenkonfiguration für die beiden Ränder des in Abbildung 34 dargestellten dickwandigen Bauteils. An der inneren beziehungsweise äußeren Randfaser des Hohlzylinders liegen die Rechenpunkte für die Oberflächentemperaturen $T_{Wa,in}$ und $T_{Wa,aus}$ des Festkörpers. Ihnen zugeordnet sind die Radien r_{in} und r_{aus} . Die Herleitung der algebraischen Beziehungen für diese beiden Randkontrollvolumina erfolgte in der Art, daß sie für die 3. Art der örtlichen Randbedingung allgemeine Gültigkeit besitzen.

Die diskretisierte Bestimmungsgleichung für die innere Oberflächentemperatur $T_{Wa,in}$ ergibt sich zu:

$$a_{WaP in} T_{Wa,in} = a_{WaW in} T_{Me,in} + a_{WaE in} T_{Wa,1} + a_{WaP in}^0 T_{Wa,in}^0 \quad (161)$$

mit den Koeffizienten

$$a_{WaP in}^0 = \frac{\varrho_{Wa,in}^0 c_{pWa,in}^0 \pi \left(r_{1-\frac{1}{2}}^2 - r_{in}^2 \right)}{\Delta t} \quad (162a)$$

$$a_{WaW in} = 2\pi \alpha_{in} r_{in}, \quad (162b)$$

$$a_{WaE in} = \frac{2\pi r_{1-\frac{1}{2}} \lambda_{Wa,1-\frac{1}{2}}}{(r_1 - r_{in})} \quad \text{und} \quad (162c)$$

$$a_{WaP in} = \frac{\varrho_{Wa,in} c_{pWa,in} \pi \left(r_{1-\frac{1}{2}}^2 - r_{in}^2 \right)}{\Delta t} + a_{WaW 1} + a_{WaE 1}. \quad (162d)$$

α_{in} bezeichnet den Wärmeübergangskoeffizienten zwischen der inneren Oberfläche des Festkörpers und dem angrenzenden Medium, $T_{Me,in}$ die mittlere Temperatur des im Rohr strömenden Fluides.

Analog zu Gleichung (161) läßt sich die Bestimmungsgleichung für die äußere Oberflächentemperatur $T_{W_{a,aus}}$ anschreiben.

$$a_{W_a P_{aus}} T_{W_{a,aus}} = a_{W_a W_{aus}} T_{W_{a,N}} + a_{W_a E_{aus}} T_{Me,aus} + a_{W_a P_{aus}}^0 T_{W_{a,aus}}^0 \quad (163)$$

mit den Parametern

$$a_{W_a P_{aus}}^0 = \frac{\varrho_{W_{a,aus}}^0 c_{pW_{a,aus}}^0 \pi \left(r_{aus}^2 - r_{N+\frac{1}{2}}^2 \right)}{\Delta t} \quad (164a)$$

$$a_{W_a W_{aus}} = \frac{2\pi r_{N+\frac{1}{2}} \lambda_{W_{a,N+\frac{1}{2}}}}{(r_{aus} - r_N)}, \quad (164b)$$

$$a_{W_a E_{aus}} = 2\pi \alpha_{aus} r_{aus} \quad \text{und} \quad (164c)$$

$$a_{W_a P_{aus}} = \frac{\varrho_{W_{a,aus}} c_{pW_{a,aus}} \pi \left(r_{aus}^2 - r_{N+\frac{1}{2}}^2 \right)}{\Delta t} + a_{W_a W_N} + a_{W_a E_N}. \quad (164d)$$

α_{aus} ist der Wärmeübergangskoeffizient zwischen der äußeren Oberfläche des Festkörpers und dem angrenzenden Medium, $T_{Me,aus}$ ist die mittlere Temperatur des das Rohr umströmenden Mediums.

Um den in der vorliegenden Arbeit benötigten Sonderfall der adiabaten Außenwand zu erhalten, muß der äußere Wärmeübergangskoeffizient α_{aus} gleich null gesetzt werden.

Werden die Gleichungen für alle Kontrollvolumina des dickwandigen Rohres angeschrieben, so ergeben diese ein lineares tridiagonales Gleichungssystem, welches mittels des TDMA-Verfahren gelöst werden kann.

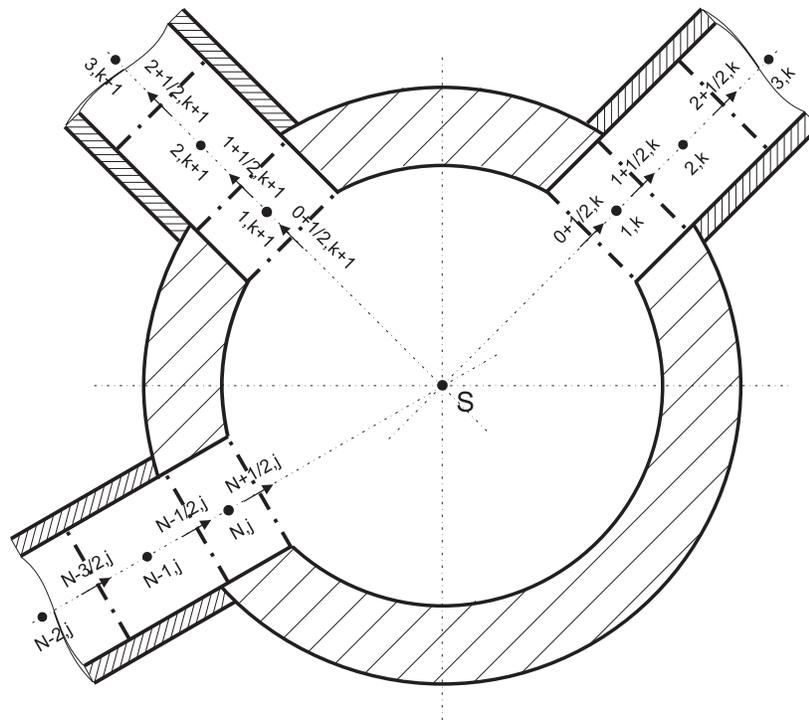
13 Mathematisches Sammlermodell

Der Sammler dient im Dampferzeugerbau als Verbindungsglied zwischen den internen oder externen Verbindungsleitungen mit einem großen Rohrdurchmesser und einer großen Anzahl an Heizflächenrohren mit kleinen Rohrdurchmessern. Die Querschnittsfläche des Sammlers selbst ist abhängig von der höchst zulässigen Geschwindigkeit im Sammler.

Neben dem hohen Betriebsdruck im Sammler trägt auch die große Anzahl an Heizflächenrohren, welche in die Mantelfläche des Sammlers münden und so eine beträchtliche Querschnittsschwächung mit sich bringen, dazu bei, daß große Wandstärken für diesen Dampferzeugerbauteil verwendet werden müssen.

Als Folge der großen Wandstärken kommt es bei dynamischen Vorgängen, wie sie zum Beispiel das An- oder Abfahren eines Dampferzeugers darstellen, zu Ein- beziehungsweise Ausspeichervorgängen von Wärme in die Sammlerwand, was aufgrund der dort entstehenden Temperaturgradienten Wärmespannungen hervorruft, deren Kenntnis für den instationären Betrieb von großer Wichtigkeit ist.

13.1 Bilanzgleichungen des Sammlers



sammler.eps

Bild 37: Diskretisierung des Sammlers und der ihm angeschlossenen Rohre

Bei der Erstellung des mathematischen Sammlermodells muß nach Walter *et al.* [56] darauf bedacht genommen werden, ob zur Simulation der Rohrströmung ein expliziter oder impliziter Lösungsalgorithmus verwendet wird. Im Gegensatz zu einer expliziten müssen bei einer impliziten Formulierung der Rohrströmung die Bilanzgleichungen für den Sammler

ebenfalls implizit in den Rechenalgorithmus eingebettet werden, da ansonsten aus Stabilitätsgründen die Zeitschrittweite entsprechend der CFL-Bedingung beschränkt wäre und der Vorteil der impliziten Formulierung, der in einer beliebigen Wahl der Zeitschrittweite liegt, verloren ginge. Es ist daher notwendig, die Bilanzgleichungen des Sammlers so zu formulieren, daß in Kombination mit jenen der Rohre ein Satz von Gleichungen entsteht, der für einen Zeitpunkt, in Kenntnis der Randbedingungen und des Zustandes eines Zeitschritts vorher, die Berechnung der Zustände in der gesamten Rohr-Sammler-Struktur erlaubt.

In Bild 37 ist zur besseren Veranschaulichung ein Sammler mit nur drei angeschlossenen Rohren, welche repräsentativ für alle anderen mit dem Sammler verbundenen Rohren stehen, dargestellt, wobei diejenigen Rohre, die in den Sammler münden, mit dem Index j bezeichnet werden. Index k kennzeichnet jene Rohre, welche ihren Rohranfang im Sammler haben. Abbildung 37 zeigt weiters die Anordnung der für die Diskretisierung des Sammlers und der ihm angeschlossenen Rohre verwendeten Kontrollvolumina. Im Zentrum eines jeden regulären Kontrollraumes ist der Rechenpunkt für den Druck und die spezifische Enthalpie, welcher jeweils mit einem \bullet gekennzeichnet ist, angeordnet. An den Grenzflächen der regulären Kontrollvolumina ist der Rechenpunkt für die Geschwindigkeiten, symbolisiert durch einen \rightarrow , angeordnet. In der Modellvorstellung wird angenommen, daß die den gesamten Sammler beschreibenden thermodynamischen Zustandsgrößen dem mit S bezeichneten Punkt, welcher sich in der Mitte des Sammlers befindet, zugeordnet sind. Diese Auffassung stützt sich auf die Annahme, daß die radiale Ausdehnung des Sammlers gering und daher der Einfluß des Schwerfeldes auf die Dichte und den Druck im Sammler vernachlässigbar klein ist.

Aus dem in Abbildung 37 dargestellten linken unteren Rohranschluß tritt der Arbeitsstoff in den Sammler ein und wird dort mit dem sich bereits im Sammler befindlichen Fluid so vollkommen vermischt, daß es zu keiner Entmischung eines sich eventuell im Sammler befindlichen Wasser-Dampf-Gemisches kommen kann. Diese Annahme leitet sich aus der Vorstellung eines scharfkantigen Querschnittsüberganges vom Rohr in den Sammler und der dadurch entstehenden Turbulenzen ab. Der beim Eintritt des Arbeitsstoffes in den Sammler transportierte Impuls wird im Sammler vollständig vernichtet. Im Gegenzug dazu muß sich der Impuls an den dem Sammler angeschlossenen Rohren, an denen der Arbeitsstoff den Sammler verläßt, wieder aufbauen.

Diese Modellvorstellung der Vernichtung und des Aufbaus des Impulses führt zu einer Entkoppelung der Bilanzgleichungen für den Impuls für die dem Sammler angeschlossenen Rohre. Bei der Aufstellung der Impulsbilanzen für die einzelnen Kontrollvolumina des zu berechnenden Rohrnetzwerkes findet daher das Sammlerkontrollvolumen keine Berücksichtigung, wodurch die tridiagonale Struktur der Matrix für die Bilanzgleichungen des Impulses erhalten bleibt.

Somit kann, aufgrund der Entkoppelung des Sammlers in seinen Rechenpunkten, eine Ermittlung der Pseudogeschwindigkeit \tilde{w} entfallen. Eine Entkoppelung in der Bestimmungsgleichung für den Sammlerdruck ist jedoch nicht gegeben. Die Berechnung des Druckes im Sammler ist infolgedessen nicht unabhängig von den an den Sammler angrenzenden Bilanzzellen und ergibt sich daher zu

$$a_{mPS} p_S = \sum_j a_{mWS,j} p_{N,j} + \sum_k a_{mES,k} p_{1,k} + b_{mS} \quad (165)$$

mit den Koeffizienten

$$b_{mS} = \frac{(\varrho_S^0 - \varrho_S)V_S}{\Delta t} + \sum_j (\varrho \tilde{w} A)_{N+\frac{1}{2},j} - \sum_k (\varrho \tilde{w} A)_{0+\frac{1}{2},k}, \quad (166a)$$

$$a_{mWS,j} = (\varrho A)_{N+\frac{1}{2},j} d_{wN,j}, \quad (166b)$$

$$a_{mES,k} = (\varrho A)_{0+\frac{1}{2},k} d_{e1,k} \quad \text{und} \quad (166c)$$

$$a_{mPS} = \sum_j a_{mWS,j} + \sum_k a_{mES,k}. \quad (166d)$$

V_S bezeichnet das Volumen des Sammlers.

Die Druckkorrekturgleichung zur Berechnung der Geschwindigkeitskorrektur läßt sich für den Sammler wie folgt angeben:

$$a_{mPS} \hat{p}_S = \sum_j a_{mWS,j} \hat{p}_{N,j} + \sum_k a_{mES,k} \hat{p}_{1,k} + b_{mS} \quad (167)$$

mit den Koeffizienten

$$b_{mS} = \frac{(\varrho_S^0 - \varrho_S)V_S}{\Delta t} + \sum_j (\varrho w^* A)_{N+\frac{1}{2},j} - \sum_k (\varrho w^* A)_{0+\frac{1}{2},k}, \quad (168a)$$

$$a_{mWS,j} = (\varrho A)_{N+\frac{1}{2},j} d_{wN,j}, \quad (168b)$$

$$a_{mES,k} = (\varrho A)_{0+\frac{1}{2},k} d_{e1,k} \quad \text{und} \quad (168c)$$

$$a_{mPS} = \sum_j a_{mWS,j} + \sum_k a_{mES,k}. \quad (168d)$$

Die spezifische Enthalpie des Sammlers h_S ist, ebenso wie die Druckkorrektur, nicht unabhängig von den dem Sammlerkontrollvolumen angrenzenden Bilanzvolumina zu berechnen.

Die Bestimmungsgleichung für die spezifische Enthalpie des Sammlers ergibt sich somit zu

$$a_{hPS} h_S = \sum_j a_{hWS,j} h_{N,j} + \sum_k a_{hES,k} h_{1,k} + b_{hS} \quad (169)$$

mit den Koeffizienten

$$a_{hPS}^0 = \frac{\varrho_S^0 V_S}{\Delta t}, \quad (170a)$$

$$b_{hS} = S_{hcS} V_S + a_{hPS}^0 h_S^0, \quad (170b)$$

$$a_{hWS,j} = [[(\varrho w)_{N+\frac{1}{2},j}, 0]] A_{N+\frac{1}{2},j}, \quad (170c)$$

$$a_{hES,k} = [[-(\varrho w)_{0+\frac{1}{2},k}, 0]] A_{0+\frac{1}{2},k} \quad \text{und} \quad (170d)$$

$$a_{hPS} = \sum_j a_{hWS,j} + \sum_k a_{hES,k} + a_{hPS}^0 - S_{hpS} V_S. \quad (170e)$$

Durch die Koppelung des Sammlerkontrollvolumens an die ihm angrenzenden Bilanzzellen der Rohre kommt es zum Verlust der tridiagonalen Struktur der Koeffizientenmatrix für die Energiebilanz und für die Bestimmungsgleichung für den Druck sowie der Korrekturgleichung für das Geschwindigkeitsfeld. Die entstehende Bandbreite der Koeffizientenmatrix ist sehr stark von der Reihenfolge der Numerierung der dem Sammler angrenzenden

Kontrollvolumina abhängig. Um eine möglichst schmale Bandstruktur für die zu lösenden Gleichungssysteme zu erhalten, erfolgt bereits während der Datengenerierung eine Optimierung der Bandbreite für die Koeffizientenmatrizen.

13.2 Bilanzgleichungen der an den Sammler angrenzenden Kontrollvolumina

In Abbildung 37 sind die an die Rechenzelle des Sammlers angrenzenden Rohrkontrollvolumina dargestellt, wobei die Zählrichtung der skizzierten Rechenzellen der dem Sammler angeschlossenen Rohre mit der eingezeichneten Strömungsrichtung konform geht.

Betrachtet man die Indizes der Geschwindigkeiten der in Bild 37 dargestellten Rohranfänge, so ist diesen zu entnehmen, daß für die auf der Grenzfläche zwischen der Rechenzelle des Sammlers und der ihm angrenzenden Kontrollvolumina die Geschwindigkeiten mit $0 + \frac{1}{2}$ bezeichnet sind. Diese aus der Modellvorstellung kommende Kennzeichnung steht für eine imaginäre nullte Bilanzzelle, welche der ersten regulären Rechenzelle des Rohres anstelle des Sammlerkontrollvolumens vorgelagert wird.

Die Bestimmungsgleichung für die Pseudogeschwindigkeiten $\tilde{w}_{0+\frac{1}{2},k}$ der Rohre k , $k+1$ usw. läßt sich somit unabhängig von der in Abbildung 37 skizzierten Strömungsrichtung des Arbeitsstoffes anschreiben:

$$\tilde{w}_{0+\frac{1}{2},k} = \frac{a_{\epsilon\epsilon 0,k} w_{1+\frac{1}{2},k} + b_{\epsilon 0,k}}{a_{\epsilon 0,k}} \quad (171)$$

mit den Koeffizienten

$$a_{\epsilon 0,k}^0 = \frac{\varrho_{0+\frac{1}{2},k}^0 A_{0+\frac{1}{2},k} \Delta x_{0+\frac{1}{2},k}}{\Delta t}, \quad (172a)$$

$$b_{\epsilon 0,k} = S_{\epsilon c 0,k} A_{0+\frac{1}{2},k} \Delta x_{0+\frac{1}{2},k} + a_{\epsilon 0,k}^0 w_{0+\frac{1}{2},k}^0, \quad (172b)$$

$$a_{\epsilon\epsilon 0,k} = [[-(\varrho w)_{1+\frac{1}{2},k}, 0]] A_{1+\frac{1}{2},k} \quad \text{und} \quad (172c)$$

$$a_{\epsilon 0,k} = a_{\epsilon\epsilon 0,k} + a_{\epsilon 0,k}^0 - S_{\epsilon p 0,k} A_{0+\frac{1}{2},k} \Delta x_{0+\frac{1}{2},k}. \quad (172d)$$

Der Koeffizient $a_{w 0,k}$, welcher im Gegensatz zu der in Kapitel 8.7 hergeleiteten Beziehung zur Berechnung der Pseudogeschwindigkeit (Gleichung (46)) in Gleichung (171) nicht mehr enthalten ist, kann aufgrund der Annahme einer gleich großen Geschwindigkeit am linken Rand der imaginären Zelle und der ersten regulären Bilanzzelle gleich null gesetzt werden. Eine ausführliche Begründung für diese Vorgehensweise gibt Ponweiser in [51] an.

Der durch den Eintritt des Arbeitsstoffes aus dem Sammler in das Rohr verursachte Beschleunigungsdruckverlust findet durch den Widerstandsbeiwert ζ_{Ein} , welcher zum Beispiel aus [150], [236] oder [187] entnommen werden kann, im proportionalen Quellterm $S_{\epsilon p 0,k}$ seine Berücksichtigung.

$$S_{\epsilon p 0,k} \Delta x_{0+\frac{1}{2},k} = -\frac{|\Delta p_{R 0+\frac{1}{2},k}|}{|w_{0+\frac{1}{2},k}|} - (1 + \zeta_{Ein}) \frac{\varrho_{0+\frac{1}{2},k} w_{0+\frac{1}{2},k} [[w_{0+\frac{1}{2},k}, 0]]}{2 w_{0+\frac{1}{2},k}} \quad (173)$$

Liegt eine der Abbildung 37 entgegengesetzte Strömungsrichtung in den Rohren k oder $k+1$ usw. vor, so wird der Beschleunigungsdruckverlust unter Zuhilfenahme des Operators

[[A, B]] in der Beziehung für den proportionalen Quellterm $S_{ep0,k}$ gleich null, was der Modellvorstellung für den Sammler entspricht, da der gesamte durch die Strömung vom Rohr in den Sammler transportierte Impuls vernichtet wird. In diesem Fall muß auch kein Druckrückgewinn berücksichtigt werden.

Die Bestimmungsgleichungen für das Druckfeld der ersten Bilanzzellen der Rohre $k, k + 1$ usw. ergeben sich unabhängig von der Strömungsrichtung zu:

$$a_{mP1,k} p_{1,k} = a_{mW1,k} p_S + a_{mE1,k} p_{2,k} + b_{m1,k} \quad (174)$$

mit den Koeffizienten

$$b_{m1,k} = \frac{(\varrho_{1,k}^0 - \varrho_{1,k}) A_{1,k} \Delta x_{1,k}}{\Delta t} + (\varrho \tilde{w} A)_{0+\frac{1}{2},k} - (\varrho \tilde{w} A)_{1+\frac{1}{2},k}, \quad (175a)$$

$$a_{mW1,k} = (\varrho A)_{0+\frac{1}{2},k} d_{w1,k}, \quad (175b)$$

$$a_{mE1,k} = (\varrho A)_{1+\frac{1}{2},k} d_{e1,k} \quad \text{und} \quad (175c)$$

$$a_{mP1,k} = a_{mW1,k} + a_{mE1,k}. \quad (175d)$$

Die Impulsbilanz (29) für die Rohre $k, k + 1$ usw. läßt sich somit unter Zugrundelegung des neu ermittelten Druckfeldes für die in Abbildung 37 skizzierte Strömungsrichtung des Arbeitsmediums in folgender Form angeben:

$$a_{e0,k} w_{0+\frac{1}{2},k}^* = a_{e\epsilon0,k} w_{1+\frac{1}{2},k}^* + b_{e0,k} + (p_S - p_{1,k}) A_{0+\frac{1}{2},k} \quad (176)$$

Die Koeffizienten der Gleichung (176) können unter Zuhilfenahme der Beziehungen (172) berechnet werden.

Die Korrekturgleichung für das Geschwindigkeitsfeld der ersten Bilanzzellen der Rohre $k, k + 1$ usw. ergeben sich unabhängig von der Strömungsrichtung zu:

$$a_{mP1,k} \hat{p}_{1,k} = a_{mW1,k} \hat{p}_S + a_{mE1,k} \hat{p}_{2,k} + b_{m1,k} \quad (177)$$

mit den Koeffizienten

$$b_{m1,k} = \frac{(\varrho_{1,k}^0 - \varrho_{1,k}) A_{1,k} \Delta x_{1,k}}{\Delta t} + (\varrho w^* A)_{0+\frac{1}{2},k} - (\varrho w^* A)_{1+\frac{1}{2},k}, \quad (178a)$$

$$a_{mW1,k} = (\varrho A)_{0+\frac{1}{2},k} d_{w1,k}, \quad (178b)$$

$$a_{mE1,k} = (\varrho A)_{1+\frac{1}{2},k} d_{e1,k} \quad \text{und} \quad (178c)$$

$$a_{mP1,k} = a_{mW1,k} + a_{mE1,k}. \quad (178d)$$

Die Bestimmungsgleichung für die spezifische Enthalpie $h_{1,k}$ des k -ten Rohres kann, unabhängig von der Strömungsrichtung, wie folgt angeschrieben werden:

$$a_{hP1,k} h_{1,k} = a_{hW1,k} h_S + a_{hE1,k} h_{2,k} + b_{h1,k} \quad (179)$$

mit den Koeffizienten

$$a_{hP1,k}^0 = \frac{\varrho_{1,k}^0 A_{1,k} \Delta x_{1,k}}{\Delta t}, \quad (180a)$$

$$b_{h1,k} = (S_{hc} A \Delta x)_{1,k} + (a_{hP}^0 h^0)_{1,k}, \quad (180b)$$

$$a_{hW1,k} = [(\varrho w)_{0+\frac{1}{2},k}, 0] A_{0+\frac{1}{2},k}, \quad (180c)$$

$$a_{hE1,k} = [-(\varrho w)_{1+\frac{1}{2},k}, 0] A_{1+\frac{1}{2},k} \quad \text{und} \quad (180d)$$

$$a_{hP1,k} = a_{hW1,k} + a_{hE1,k} + a_{hP1,k}^0 - (S_{hp} A \Delta x)_{1,k}. \quad (180e)$$

Mit den Beziehungen (171) bis (180) können somit alle Bilanzgleichungen für das jeweils erste an die Rechenzelle des Sammlers angrenzende reguläre Kontrollvolumen derjenigen Rohre aufgestellt werden, deren Rohranfang sich im Sammler befindet. Die hier dargestellten Gleichungen können unabhängig von der im Rohr vorherrschenden Strömungsrichtung angewendet werden.

Um einen vollständigen Satz an Gleichungen für alle an einem Sammler angeschlossenen Rohre zu bekommen, soll im weiteren für die in den Sammler mündenden Rohrenden die dazu notwendigen Bilanzgleichungen dargestellt werden. In Abbildung 37 ist der Rechenpunkt für die an das Sammlerkontrollvolumen angrenzende reguläre Bilanzzelle des in den Sammler einmündenden Rohres mit dem Index N, j bezeichnet.

Für das an den Sammler angrenzende Kontrollvolumen N, j lautet die Beziehung zur Berechnung der Pseudogeschwindigkeit

$$\tilde{w}_{N,j} = \frac{a_{wN,j} w_{N-\frac{1}{2},j} + b_{eN,j}}{a_{eN,j}} \quad (181)$$

mit den Koeffizienten

$$a_{eN,j}^0 = \frac{\varrho_{N+\frac{1}{2},j}^0 A_{N+\frac{1}{2},j} \Delta x_{N+\frac{1}{2},j}}{\Delta t}, \quad (182a)$$

$$b_{eN,j} = S_{ecN,j} A_{N+\frac{1}{2},j} \Delta x_{N+\frac{1}{2},j} + a_{eN,j}^0 w_{N+\frac{1}{2},j}^0, \quad (182b)$$

$$a_{wN,j} = [[(\varrho w)_{N-\frac{1}{2},j}, 0]] A_{N-\frac{1}{2},j} \quad \text{und} \quad (182c)$$

$$a_{eN,j} = a_{wN,j} + a_{eN,j}^0 - S_{epN,j} A_{N+\frac{1}{2},j} \Delta x_{N+\frac{1}{2},j}. \quad (182d)$$

Der Koeffizient $a_{eeN,j}$ muß nach Ponweiser [51] gleich null gesetzt werden.

Liegt eine der Darstellung in Abbildung 37 entsprechende Strömungsrichtung des Arbeitsstoffes im Rohr vor, so darf, analog zum oben Gesagten, der Druckrückgewinn keine Berücksichtigung finden. Ist die Richtung des im Rohr fließenden Arbeitsmediums entgegengesetzt der in Bild 37 skizzierten Strömungsrichtung, so muß der Beschleunigungsdruckverlust wie in Gleichung (173) auch hier im proportionalen Quellterm seine Entsprechung finden.

$$S_{epN,j} \Delta x_{N+\frac{1}{2},j} = -\frac{|\Delta p_{RN+\frac{1}{2}}|}{|w_{N+\frac{1}{2}}|} - (1 + \zeta_{Ein}) \frac{\varrho_{N+\frac{1}{2}} w_{N+\frac{1}{2}} [[-w_{N+\frac{1}{2}}, 0]]}{2 w_{N+\frac{1}{2}}} \quad (183)$$

Die Beziehung für das Druckfeld der letzten regulären Bilanzzellen der in den Sammler mündenden Rohre kann, unabhängig von der Strömungsrichtung, mittels

$$a_{mPN,j} p_{N,j} = a_{mWN,j} p_{N-1,j} + a_{mEN,j} p_S + b_{mN,j} \quad (184)$$

und den Koeffizienten

$$b_{mN,j} = \frac{(\varrho_{N,j}^0 - \varrho_{N,j}) A_{N,j} \Delta x_{N,j}}{\Delta t} + (\varrho \tilde{w} A)_{N-\frac{1}{2},j} - (\varrho \tilde{w} A)_{N+\frac{1}{2},j}, \quad (185a)$$

$$a_{mWN,j} = (\varrho A)_{N-\frac{1}{2},j} dw_{N,j}, \quad (185b)$$

$$a_{mEN,j} = (\varrho A)_{N+\frac{1}{2},j} de_{N,j} \quad \text{und} \quad (185c)$$

$$a_{mPN,j} = a_{mWN,j} + a_{mEN,j} \quad (185d)$$

berechnet werden. Die Impulsbilanz für das an den Sammler angrenzende Kontrollvolumen N, j kann, ausgehend vom neu berechneten Druckfeld, für die in Abbildung 37 skizzierte Strömungsrichtung des Arbeitsmediums in folgender Form angeschrieben werden:

$$a_{eN,j} w_{N+\frac{1}{2},j}^* = a_{wN,j} w_{N-\frac{1}{2},j}^* + b_{eN,j} + (p_{N,j} - p_S) A_{N+\frac{1}{2},j} \quad (186)$$

Die Koeffizienten der Impulsbilanz (186) werden mittels der Gleichungen (182) berechnet. Die Beziehung für die Korrektur der Geschwindigkeit der Bilanzzelle des j -ten Rohres ergibt sich zu:

$$a_{mPN,j} \hat{p}_{N,j} = a_{mWN,j} \hat{p}_{N-1,j} + a_{mEN,j} \hat{p}_S + b_{mN,j} \quad (187)$$

mit den Koeffizienten

$$b_{mN,j} = \frac{(\varrho_{N,j}^0 - \varrho_{N,j}) A_{N,j} \Delta x_{N,j}}{\Delta t} + (\varrho w^* A)_{N-\frac{1}{2},j} - (\varrho w^* A)_{N+\frac{1}{2},j}, \quad (188a)$$

$$a_{mWN,j} = (\varrho A)_{N-\frac{1}{2},j} dw_{N,j}, \quad (188b)$$

$$a_{mEN,j} = (\varrho A)_{N+\frac{1}{2},j} de_{N,j} \quad \text{und} \quad (188c)$$

$$a_{mPN,j} = a_{mWN,j} + a_{mEN,j}. \quad (188d)$$

Abschließend sei, für das j -te Rohr, die Bestimmungsgleichung für die spezifische Enthalpie $h_{N,j}$ angeführt:

$$a_{hPN,j} h_{N,j} = a_{hWN,j} h_{N-1,j} + a_{hEN,j} h_S + b_{hN,j} \quad (189)$$

mit den Koeffizienten

$$a_{hPN,j}^0 = \frac{\varrho_{N,j}^0 A_{N,j} \Delta x_{N,j}}{\Delta t}, \quad (190a)$$

$$b_{hN,j} = (S_{hc} A \Delta x)_{N,j} + (a_{hP}^0 h^0)_{N,j}, \quad (190b)$$

$$a_{hWN,j} = [[(\varrho w)_{N-\frac{1}{2},j}, 0]] A_{N-\frac{1}{2},j}, \quad (190c)$$

$$a_{hEN,j} = [[-(\varrho w)_{N+\frac{1}{2},j}, 0]] A_{N+\frac{1}{2},j} \quad \text{und} \quad (190d)$$

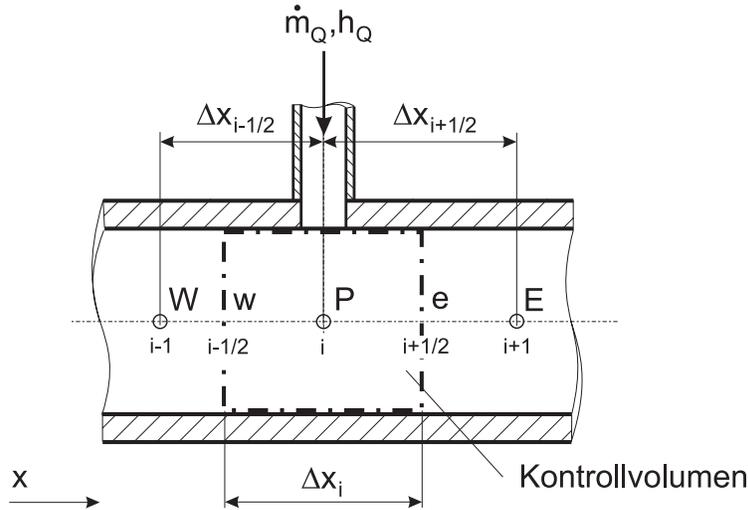
$$a_{hPN,j} = a_{hWN,j} + a_{hEN,j} + a_{hPN,j}^0 - (S_{hp} A \Delta x)_{N,j}. \quad (190e)$$

Mit den in Kapitel 13.1 und 13.2 hergeleiteten Beziehungen kann die Strömung in einem Rohrnetzwerk mit einer Rohr-Sammler-Struktur geschlossen berechnet werden.

Betrachtet man die Beziehungen (165) bis (170) des Sammlers, so sind diese nicht unabhängig von den Nachbarkontrollvolumina der dem Sammler angeschlossenen Rohre. Die Matrizen der Bestimmungsgleichungen für Druck, Energie und Geschwindigkeitskorrektur verlieren durch diese Koppelung der Bilanzzellen, im Gegensatz zur Matrix der Impulsbilanz, ihre tridiagonale Struktur. Je nach Reihenfolge der Gleichungsanordnung in der Matrix der Bestimmungsgleichungen für Druck, Enthalpie und Geschwindigkeit können die von null verschiedenen Gleichungskoeffizienten weiter entfernt von der Hauptdiagonale der Matrix beziehungsweise näher an ihr liegen. Im Falle, daß einige der von null verschiedenen Koeffizienten weiter weg von der Hauptdiagonale zu liegen kommen, kann dies zu numerischen Schwierigkeiten bei der Lösung des Gleichungssystems führen. Diesem Umstand Rechnung tragend, wird daher, wie bereits oben beschrieben, eine Bandbreitenoptimierung vorgenommen.

14 Mathematisches Einspritzkühlermodell

Der Einspritzkühler ist eine im Dampferzeugerbau eingesetzte Vorrichtung zur Temperaturregelung des Arbeitsstoffes. Dabei soll die Dampftemperatur vor Eintritt in die dem Kühler nachfolgende Überhitzerstufe oder Dampfturbine möglichst konstant gehalten werden. Der Vorteil des Einspritzkühlers liegt in seinem einfachen Aufbau und seiner – im Vergleich zu einem Oberflächenkühler – schnellen Regelgeschwindigkeit.



kovol-einspritzg-fv-method.eps

Bild 38: Allgemeine Rechenzelle mit Massenstromquelle

Bild 38 zeigt einen Rohrabschnitt mit der symbolisierten Darstellung einer Einspritzstelle. Die allgemeine reguläre Rechenzelle i , deren Rechenpunkt direkt unter der Einspritzstelle liegt, besitzt aufgrund der Einspritzung eine Massenstromquelle \dot{m}_Q . Der dem Kontrollvolumen i über die Quelle zusätzlich zugeführte Massenstrom habe die spezifische Enthalpie h_Q .

Bei der Diskretisierung dieses Kontrollvolumens i geht man von der in Kapitel 8.2 beschriebenen allgemeinen diskretisierten Differentialgleichung (20) aus.

$$\frac{(\varrho_i \Phi_i - \varrho_i^0 \Phi_i^0) A_i \Delta x_i}{\Delta t} - J_{i+\frac{1}{2}} A_{i+\frac{1}{2}} + J_{i-\frac{1}{2}} A_{i-\frac{1}{2}} = (S_{ci} + S_{pi} \Phi_i) A_i \Delta x_i$$

Im Gegensatz zu der in Kapitel 8.2 beschriebenen Vorgehensweise darf bei der weiteren Diskretisierung die Kontinuitätsgleichung nicht mehr in die allgemein diskretisierte Differentialgleichung (20) eingesetzt werden.

Auflösen der Gleichungen (24a) und (24b) nach dem totalen Fluß, Einsetzen dieser in die Gleichung (20) und anschließende Umformung derselben liefert:

$$\left[\frac{\varrho_i A_i \Delta x_i}{\Delta t} + \left(a_{Ei} + F_{i+\frac{1}{2}} \right) A_{i+\frac{1}{2}} + \left(a_{Wi} - F_{i-\frac{1}{2}} \right) A_{i-\frac{1}{2}} - S_{pi} A_i \Delta x_i \right] \Phi_i = a_{Wi} A_{i-\frac{1}{2}} \Phi_{i-1} + a_{Ei} A_{i+\frac{1}{2}} \Phi_{i+1} + S_{ci} A_i \Delta x_i + \frac{\varrho_i^0 \Phi_i^0 A_i \Delta x_i}{\Delta t} \quad (191)$$

Faßt man die Koeffizienten der Gleichung (191) in gewohnter Weise zusammen, so ergibt sich die Bestimmungsgleichung für das Kontrollvolumen mit der zusätzlichen Massenstromquelle zu:

$$a_{Pi}\Phi_i = a_{Wi}\Phi_{i-1} + a_{Ei}\Phi_{i+1} + b_i \quad (192)$$

mit den Koeffizienten

$$a_{Pi}^0 = \frac{\varrho_i^0 A_i \Delta x_i}{\Delta t} \quad (193a)$$

$$b_i = S_{ci} A_i \Delta x_i + a_{Pi}^0 \Phi_i^0 \quad (193b)$$

$$a_{Wi} = [[F_{i-\frac{1}{2}}, 0]] A_{i-\frac{1}{2}} \quad (193c)$$

$$a_{Ei} = [[-F_{i+\frac{1}{2}}, 0]] A_{i+\frac{1}{2}} \quad (193d)$$

$$a_{Pi} = \frac{\varrho_i A_i \Delta x_i}{\Delta t} + \left(a_{Wi} - F_{i-\frac{1}{2}} \right) A_{i-\frac{1}{2}} + \left(a_{Ei} + F_{i+\frac{1}{2}} \right) A_{i+\frac{1}{2}} - S_{Pi} A_i \Delta x_i \quad (193e)$$

Der konvektive Fluß F ist durch die Beziehungen (15) und (16) gegeben:

$$F_{i+\frac{1}{2}} = (\varrho w)_{i+\frac{1}{2}}$$

$$F_{i-\frac{1}{2}} = (\varrho w)_{i-\frac{1}{2}}$$

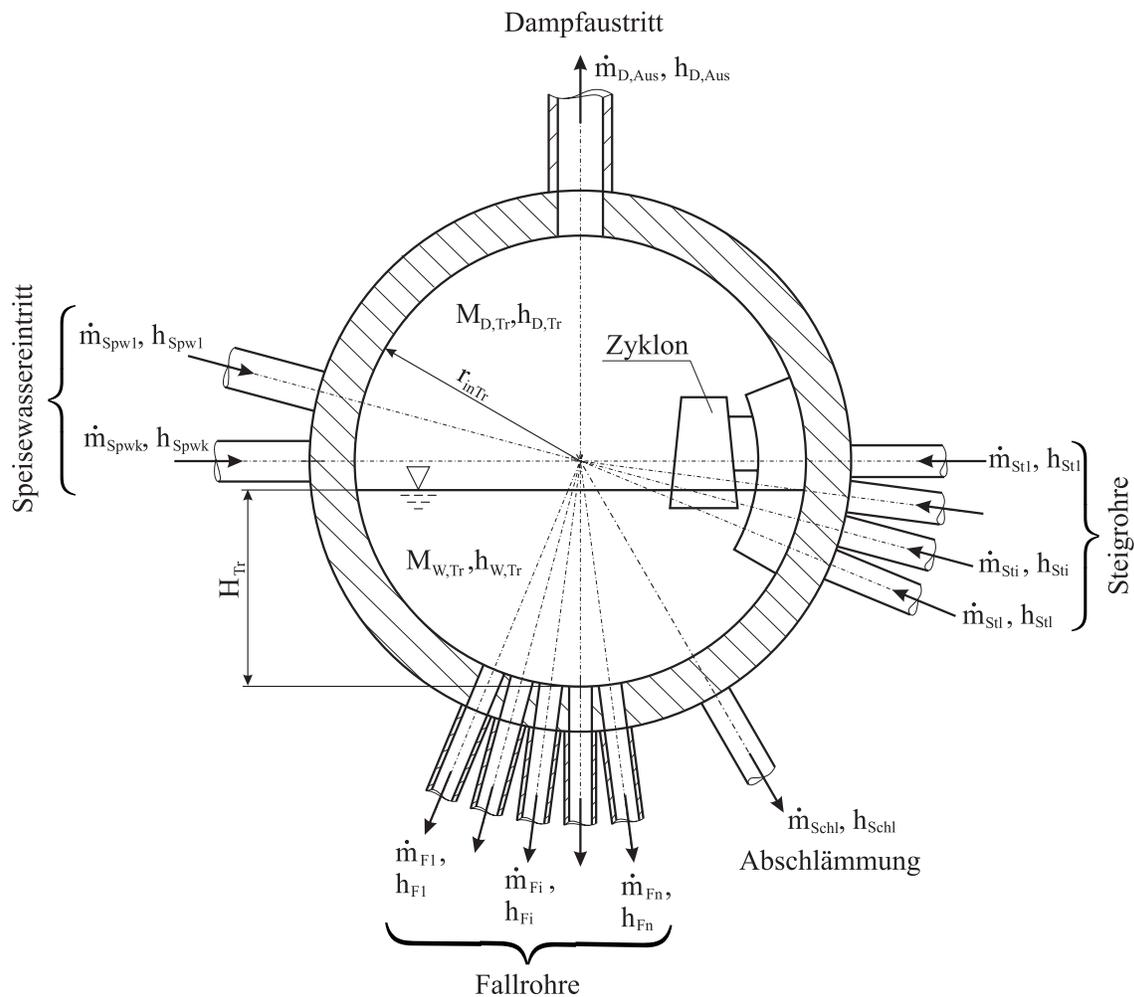
Betrachtet man Gleichung (192), so ist daraus leicht ersichtlich, daß sich gegenüber den in Kapitel 8.2 hergeleiteten Beziehungen der Term a_{Pi} verändert hat. Daraus folgt, daß für Kontrollvolumina, welche eine Massenstromquelle oder -senke aufweisen, Gleichung (192) zu verwenden ist. Weiters ist darauf Bedacht zu nehmen, daß der konstante Quellterm S_{ci} in der Energiebilanz um den Wert $\dot{m}_Q h_Q$ im Falle einer Quelle zusätzlich zu erhöhen beziehungsweise im Falle einer Senke zusätzlich zu vermindern ist.

Eine weitere Korrektur muß für die Rechenzelle mit zusätzlicher Massenstromquelle oder -senke beim Residuum bm_i der Bestimmungsgleichung für den Druck beziehungsweise der Korrekturgleichung für die Geschwindigkeit vorgenommen werden. Der Koeffizient bm_i muß um einen additiven Term, wie hier stellvertretend für die Korrekturgleichung der Geschwindigkeit angegeben, ergänzt werden.

$$b_{mi} = \frac{(\varrho_i^0 - \varrho_i) A_i \Delta x_i}{\Delta t} + (\varrho w^* A)_{i-\frac{1}{2}} - (\varrho w^* A)_{i+\frac{1}{2}} \pm \dot{m}_Q \quad (194)$$

15 Mathematisches Trommelmodell

Die Trommel stellt das wohl charakteristischste Merkmal eines Naturumlaufdampferzeugers dar. Sie bildet den Mittelpunkt des Verdampfersystems und hat gleichzeitig die unterschiedlichsten Aufgaben zu erfüllen. Die Trommel dient in erster Linie sowohl als Bindeglied zwischen den Fall- und den Steigrohren, um den Umlauf des Arbeitsstoffes zu gewährleisten, als auch zur Trennung des aus den Steigrohren des Verdampfers austretenden Wasser-Dampf-Gemisches. Um eine bessere Trennung des Zweiphasengemisches zu gewährleisten, werden in die Trommel zusätzliche Vorrichtungen, wie zum Beispiel Umlenkbleche oder Zyklone, eingebaut. Der gesättigte Dampf wird am Trommelscheitel abgezogen und den Überhitzern zugeführt.



Trommel.eps

Bild 39: Trommel

Um eine Austrocknung der Trommel zu vermeiden, wird ihr über die Speisewasserleitungen vorgewärmtes Wasser zugeführt, welches sich mit dem Wasser der Trommel mehr oder weniger vollständig vermischt. Die mit dem Speisewasser miteingebrachten Salze können das Verdampfersystem mit dem Satttdampf nicht mehr verlassen. Um eine unzulässig hohe

Anreicherung an Salzen im Verdampfungssystem zu verhindern, wird ständig eine gewisse Wassermenge aus der Trommel abgezogen (= Abschlämmung).

Abbildung 39 zeigt die Skizze einer Trommel mit allen für die Herleitung der Trommelbilanzgleichungen relevanten Größen. An die Trommel können k Speisewasserleitungen, l Steigrohre und n Fallrohre angeschlossen werden. Für die Abschlämmung ist im Softwarepaket DBS eine Massen- und Energiesenke als Funktion der Zeit vorgesehen. Diese mathematische Behandlungsweise der Abschlämmung hat den Vorteil, daß ein Abschlämmen der Trommel zu jedem beliebigen Zeitpunkt aktiviert beziehungsweise deaktiviert werden kann. Für den aus der Trommel abzuziehenden gesättigten Dampf steht eine Rohrleitung zur Verfügung, welche im weiteren wieder auf eine beliebige Anzahl von parallelen Rohren verzweigt werden kann. Diese Vorgehensweise wurde deshalb gewählt, weil sich der Druck in der Trommel im Falle mehrerer parallel angeordneter Dampfaustrittsrohre nicht mehr eindeutig bestimmen lassen würde. Des weiteren mußte für die Berechnung der Strömungsverteilung über die gesamte Druckstufe des zu untersuchenden Rohrnetzwerkes oder Verdampfers eine Entkoppelung der Trommel von den ihr angeschlossenen Rohren vorgenommen werden (siehe dazu Kapitel 15.2). Die Ursachen, weshalb sich eine direkte Einbindung des Trommelmodells in die Bilanzgleichungen des SIMPLER-Algorithmus in Anlehnung an das mathematische Sammlermodell nicht bewerkstelligen läßt, liegen darin, daß

1. die Trommel unter Verwendung der Graphentheorie im Graph nur durch einen Knotenpunkt abgebildet wird,
2. dem Lösungsverfahren ein homogenes Zweiphasenmodell zugrundegelegt wurde und
3. zur Lösung der Bilanzgleichungen für das mathematische Trommelmodell explizite Beziehungen zur Anwendung kommen.

Die beiden ersten Punkte haben für die Erstellung des Trommelmodells dahingehend weitreichende Konsequenzen, als daß eine getrennte Berechnung der Wasser- und Dampfphase der Trommel bei einer direkten Einbindung in das SIMPLER-Verfahren nicht erfolgen kann. Aufgrund dieser Tatsache wurde daher der Weg einer Entkoppelung der Trommelbilanzen vom Gesamtsystem beschritten.

Entsprechend der Abbildung 39 treten die Speisewassermassenströme \dot{m}_{spw_i} und das Wasser-Dampf-Gemisch aus den Steigrohren in die Trommel ein. Im Gegensatz zum mathematischen Sammlermodell kommt es im Falle des aus den Steigrohren ausströmenden Massenstromes zu einer Entmischung der beiden Phasen des Arbeitsstoffes. Das eintretende Wasser aus den Steigrohren vermischt sich dabei vollkommen mit dem sich in der Trommel befindlichen Sattwasser. Ebenso wird im Modell eine vollkommene Vermischung des sich in der Trommel befindlichen Sattedampfes mit der aus den Steigrohren in die Trommel mündenden Dampfphase angenommen.

Während in der Modellannahme für das Zweiphasengemisch aus den Steigrohren also für jede der beiden Phasen des Arbeitsstoffes eine vollkommene Vermischung vorgesehen ist, gilt diese Annahme für den in die Trommel eintretenden Speisewassermassenstrom nicht. In Abhängigkeit von der konstruktiven Auslegung der Trommel ist eine völlige Erwärmung

des Speisewassers auf die Sattwassertemperatur der Trommel nicht immer gegeben. Damit die aufgrund dieses Umstandes eintretenden Auswirkungen auf die Dampferzeugerdynamik ebenfalls simuliert werden können, kann ein variabler Vermischungsgrad des eintretenden Speisewassers mit dem in der Trommel enthaltenen Sattwasser vom Benutzer vorgegeben werden. Eine detaillierte Beschreibung der mathematischen Formulierung kann dem Kapitel 15.1 entnommen werden.

Aus der Trommel treten, gemäß Bild 39, der Abschlammassenstrom \dot{m}_{Schl} , die i Massenströme in den Fallrohren \dot{m}_{F_i} und der Massenstrom des Dampfes $\dot{m}_{D,Aus}$, am Scheitel der Trommel, aus. Der Abschlammassenstrom verläßt die Trommel stets im Sattwasserzustand. Der Austrittsmassenstrom des Dampfes $\dot{m}_{D,Aus}$ dagegen kann die Trommel im Sattdampfzustand oder in einem Zustand mit geringer Restfeuchte verlassen. Die spezifische Enthalpie der Massenströme, welche in die Fallrohre einströmen, ist abhängig vom Vermischungsgrad des in die Trommel eintretenden Speisewassers mit dem in der Trommel enthaltenen Sattwasser (siehe dazu Kapitel 15.1). Das heißt, der in die Fallrohre mündende Massenstrom kann, in der hier vorliegenden Modellvorstellung, in Abhängigkeit vom Grad der Vermischung des Speisewassermassenstromes mit dem Trommelwasser eine Unterkühlung erfahren.

Korrespondierend zur Modellvorstellung des Sammlers wird auch beim Trommelmodell angenommen, daß der beim Eintritt des Arbeitsstoffes in die Trommel transportierte Impuls vollständig vernichtet wird und sich der Impuls an den der Trommel angeschlossenen Rohren, an denen der Arbeitsstoff die Trommel verläßt, wieder aufbaut.

Bezogen auf die in Abbildung 39 dargestellten Größen errechnet sich die Wasser- und Dampfmasse in der Trommel mittels

$$M_{W,Tr} = \varrho_{W,Tr} A_{W,Tr} l_{Tr} \quad (195)$$

beziehungsweise

$$M_{D,Tr} = \varrho_{D,Tr} (A_{Tr} - A_{W,Tr}) l_{Tr}, \quad (196)$$

wobei l_{Tr} die Länge der Trommel, A_{Tr} die gesamte Trommelquerschnittsfläche, $A_{W,Tr}$ die vom Wasser eingenommene Trommelquerschnittsfläche und $\varrho_{W,Tr}$ sowie $\varrho_{D,Tr}$ die Dichten des Arbeitsstoffes an der Siede- beziehungsweise Taulinie bei Trommeldruck darstellen.

Bilanziert man über die in Bild 39 skizzierte Trommel mit ihren ein- und austretenden Massen- und Energieströmen, so läßt sich die Energie- und Massenbilanz für die Trommel wie folgt angeben:

Energiebilanz der Trommel:

$$\begin{aligned} \frac{\partial M_{W,Tr} h_{W,Tr}}{\partial t} + \frac{\partial M_{D,Tr} h_{D,Tr}}{\partial t} &= \sum_{i=1}^k \dot{m}_{Spw_i} h_{Spw_i} + \sum_{i=1}^l \dot{m}_{St_i} h_{St_i} - \\ &\quad - \sum_{i=1}^n \dot{m}_{F_i} h_{F_i} - \dot{m}_{Schl} h_{Schl} - \\ &\quad - \dot{m}_{D,Aus} h_{D,Aus} + V_{Tr} \frac{\partial p_{Tr}}{\partial t} \end{aligned} \quad (197)$$

Massenbilanz der Trommel:

$$\begin{aligned} \frac{\partial M_{W,Tr}}{\partial t} + \frac{\partial M_{D,Tr}}{\partial t} &= \sum_{i=1}^k \dot{m}_{Spw_i} + \sum_{i=1}^l \dot{m}_{St_i} - \\ &\quad - \sum_{i=1}^n \dot{m}_{F_i} - \dot{m}_{Schl} - \dot{m}_{D,Aus} \end{aligned} \quad (198)$$

Die in der Energie- und Massenbilanz enthaltenen zeitlichen partiellen Ableitungen werden durch finite Differenzen angenähert. Die Diskretisierung der Ableitungen der Bilanzgleichungen erfolgt durch Rückwärtsdifferenzen und ergeben sich zu:

$$\begin{aligned} \frac{\partial M_{W,Tr} h_{W,Tr}}{\partial t} &= \frac{M_{W,Tr} h_{W,Tr} - M_{W,Tr}^0 h_{W,Tr}^0}{\Delta t} \\ \frac{\partial M_{D,Tr} h_{D,Tr}}{\partial t} &= \frac{M_{D,Tr} h_{D,Tr} - M_{D,Tr}^0 h_{D,Tr}^0}{\Delta t} \\ \frac{\partial M_{W,Tr}}{\partial t} &= \frac{M_{W,Tr} - M_{W,Tr}^0}{\Delta t} \\ \frac{\partial M_{D,Tr}}{\partial t} &= \frac{M_{D,Tr} - M_{D,Tr}^0}{\Delta t} \\ \frac{\partial p_{Tr}}{\partial t} &= \frac{p_{Tr} - p_{Tr}^0}{\Delta t}. \end{aligned}$$

Die mit ⁰ gekennzeichneten Variablen stellen den Zustand der Größen zum vorangegangenen Zeitschritt dar.

Werden die Massenbilanz der Trommel (198) und die Gleichung für die in der Trommel enthaltene Dampfmenge (Gleichung (196)) in die Energiebilanz (197) eingesetzt, so erhält man eine Beziehung für die vom Wasser in der Trommel eingenommenen Querschnittsfläche.

$$A_{W,Tr} = \frac{\frac{\Delta t}{l_{Tr}} Z_1 + Z_2}{\varrho_{W,Tr} h_{W,Tr} - \varrho_{D,Tr} h_{D,Tr} + h_{D,Aus} (\varrho_{D,Tr} - \varrho_{W,Tr})} \quad (199)$$

mit

$$\begin{aligned} Z_1 &= \sum_{i=1}^k \dot{m}_{Spw_i} h_{Spw_i} + \sum_{i=1}^l \dot{m}_{St_i} h_{St_i} - \sum_{i=1}^n \dot{m}_{F_i} h_{F_i} - \dot{m}_{Schl} h_{Schl} - \\ &\quad - h_{D,Aus} \left(\sum_{i=1}^k \dot{m}_{Spw_i} + \sum_{i=1}^l \dot{m}_{St_i} - \sum_{i=1}^n \dot{m}_{F_i} - \dot{m}_{Schl} \right) \end{aligned}$$

und

$$\begin{aligned} Z_2 &= \varrho_{D,Tr} A_{Tr} (h_{D,Aus} - h_{D,Tr}) + (\varrho_{W,Tr} A_{W,Tr} h_{W,Tr})^0 - \\ &\quad - h_{D,Aus} \left\{ (\varrho_{W,Tr} A_{W,Tr})^0 + [(A_{Tr} - A_{W,Tr}) \varrho_{D,Tr}]^0 \right\} + \\ &\quad + [(A_{Tr} - A_{W,Tr}) \varrho_{D,Tr} h_{D,Tr}]^0 + A_{Tr} (p_{Tr} - p_{Tr}^0). \end{aligned}$$

Aus der Trommelgeometrie, wie sie in Bild 39 dargestellt ist, läßt sich ebenfalls eine Gleichung für die vom Wasser in der Trommel eingenommenen Querschnittsfläche $A_{W,Tr}$, in Abhängigkeit vom Trommelwasserstand H_{Tr} und dem inneren Trommelhalbmesser r_{inTr} , angeben:

$$A_{W,Tr} = r_{inTr}^2 \arccos\left(1 - \frac{H_{Tr}}{r_{inTr}}\right) + (H_{Tr} - r_{inTr}) \sqrt{H_{Tr}(2r_{inTr} - H_{Tr})} \quad (200)$$

für $H_{Tr} \leq r_{inTr}$ und

$$A_{W,Tr} = r_{inTr}^2 \pi \left[1 - \frac{1}{\pi} \arccos\left(\frac{H_{Tr}}{r_{inTr}} - 1\right)\right] + (H_{Tr} - r_{inTr}) \sqrt{H_{Tr}(2r_{inTr} - H_{Tr})} \quad (201)$$

für $H_{Tr} \geq r_{inTr}$.

Mit der Kenntnis der vom Wasser in der Trommel eingenommenen Querschnittsfläche (Gleichung (199)) läßt sich aus der Beziehung (200) beziehungsweise der Beziehung (201) der Wasserstand in der Trommel iterativ mittels des Newton-Verfahrens, wie es zum Beispiel bei Schwarz [88] oder Fletcher [237] beschrieben wird, berechnen.

Der Dampfaustrittsmassenstrom $\dot{m}_{D,Aus}$, berechnet aus der Massenbilanz, ergibt sich zu:

$$\begin{aligned} \dot{m}_{D,Aus} = & -\frac{\Delta t}{l_{Tr}} \left\{ A_{W,Tr} (\varrho_{W,Tr} - \varrho_{D,Tr}) + \varrho_{D,Tr} A_{Tr} - \right. \\ & \left. - [(\varrho_{W,Tr} A_{W,Tr})^0 + ((A_{Tr} - A_{W,Tr}) \varrho_{D,Tr})^0] \right\} + \\ & + \sum_{i=1}^k \dot{m}_{Spw_i} + \sum_{i=1}^l \dot{m}_{St_i} - \sum_{i=1}^n \dot{m}_{Fi} - \dot{m}_{Schl} \end{aligned} \quad (202)$$

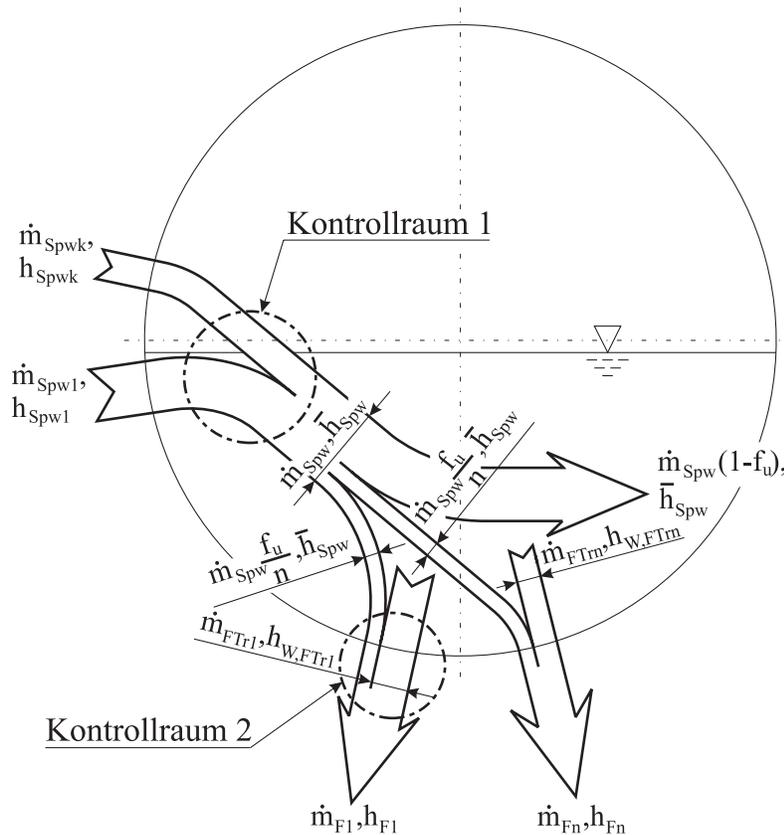
15.1 Unterkühlung des Arbeitsstoffes beim Eintritt in das Fallrohr

Aufgrund konstruktiver Gegebenheiten im Dampferzeuger ist eine Erwärmung des Speisewassers auf die Sattwasserenthalpie der Trommel $h_{W,Tr}$ nicht immer möglich. Diesem Umstand entsprechend, kann es daher zu einer Unterkühlung des in die Fallrohre eintretenden Wassermassenstromes kommen. Somit kann das die Trommel durch die Fallrohre verlassende Wasser nachstehende zwei Grenzzustände annehmen:

1. Die Vermischung des eintretenden Speisewassers mit dem in der Trommel enthaltenen Wasser ist so gut, daß das thermodynamische Gleichgewicht hergestellt wird, und der in die Fallrohre eintretende Massenstrom verläßt die Trommel mit der Sattwasserenthalpie $h_{W,Tr}$.

2. Es erfolgt keine Vermischung des eintretenden Speisewassers mit dem Trommelinhalt. Dabei wird das Speisewasser nach dieser Modellvorstellung unmittelbar neben den Fallrohren zugeführt. Es stellt sich je nach Mischungsverhältnis eine – bis zur maximalen – Unterkühlung des in die Fallrohre eintretenden Massenstromes ein.

Wird ein Faktor, welcher in der Folge als Unterkühlungsfaktor f_U bezeichnet wird, eingeführt, so müssen die beiden oben beschriebenen Fälle die Grenzwerte dieses Unterkühlungsfaktors darstellen.



unterkuehlung.eps

Bild 40: Unterkühlungsmodell der Trommel

Bild 40 zeigt das dem Simulationsprogramm DBS zugrundegelegte Modell für die Unterkühlung des aus der Trommel über die Fallrohre austretenden Wassers. In dieser Abbildung werden der Trommel über k Speisewasserleitungen die Massenströme \dot{m}_{Spw_1} bis \dot{m}_{Spw_k} mit den zugehörigen spezifischen Enthalpien h_{Spw_1} bis h_{Spw_k} zugeführt. In der vorliegenden Modellvorstellung vermischen sich die k Speisewassermassenströme zu einem gesamten der Trommel zugeführten Speisewassermassenstrom \dot{m}_{Spw} , welcher eine spezifische Gemischenthalpie \bar{h}_{Spw} besitzt. Schreibt man für den in Abbildung 40 dargestellten Kontrollraum 1 die Energie- und Massenbilanz an und setzt anschließend die Massenbilanz in die Energiebilanz ein, so läßt sich die Beziehung für die Gemischenthalpie des

Speisewassers \bar{h}_{Spw} wie folgt angeben:

$$\bar{h}_{Spw} = \frac{\sum_{j=1}^k \dot{m}_{Spw_j} h_{Spw_j}}{\sum_{j=1}^k \dot{m}_{Spw_j}} \quad (203)$$

Der gesamte in die Trommel eingebrachte Speisewassermassenstrom \dot{m}_{Spw} teilt sich im Modell nach erfolgter Vermischung entsprechend der nachfolgenden Aufzählung weiter auf:

1. Der Speisewassermassenstrom $\dot{m}_{Spw}(1 - f_U)$ vermischt sich mit dem in der Trommel enthaltenen Wasser.
2. Der verbleibende Speisewassermassenstrom $\dot{m}_{Spw}f_U$ fließt direkt in die Fallrohre, wo er sich mit den aus der Trommel austretenden Fallrohrmassenströmen \dot{m}_{F_i} vermischt. Der den Fallrohren zugeführte Speisewassermassenstrom $\dot{m}_{Spw}f_U$ wird dabei zu gleichen Teilen auf die einzelnen Fallrohre aufgeteilt.

Mit den beiden oben beschriebenen Grenzwerten des Unterkühlungsfaktors f_U und den zu gleichen Teilen auf die einzelnen Fallrohre aufgeteilten Speisewassermassenstrom $\dot{m}_{Spw}f_U$ läßt sich folgende Definition für den Unterkühlungsfaktor f_U angeben:

$$f_U = n_F \frac{\dot{m}_{SpwF}}{\dot{m}_{Spw}} \quad (204)$$

mit $0 \leq f_U \leq 1$.

\dot{m}_{SpwF} bezeichnet den pro Fallrohr zugeführten Speisewassermassenstrom und n_F die Anzahl der Fallrohre.

Bildet man die Energie- und Massenbilanz um den in Bild 40 dargestellten Kontrollraum 2 und setzt anschließend die Massenbilanz in die Energiebilanz ein, so kann eine Beziehung für die Berechnung der einzelnen Fallrohrenthalpien h_{F_i} angegeben werden.

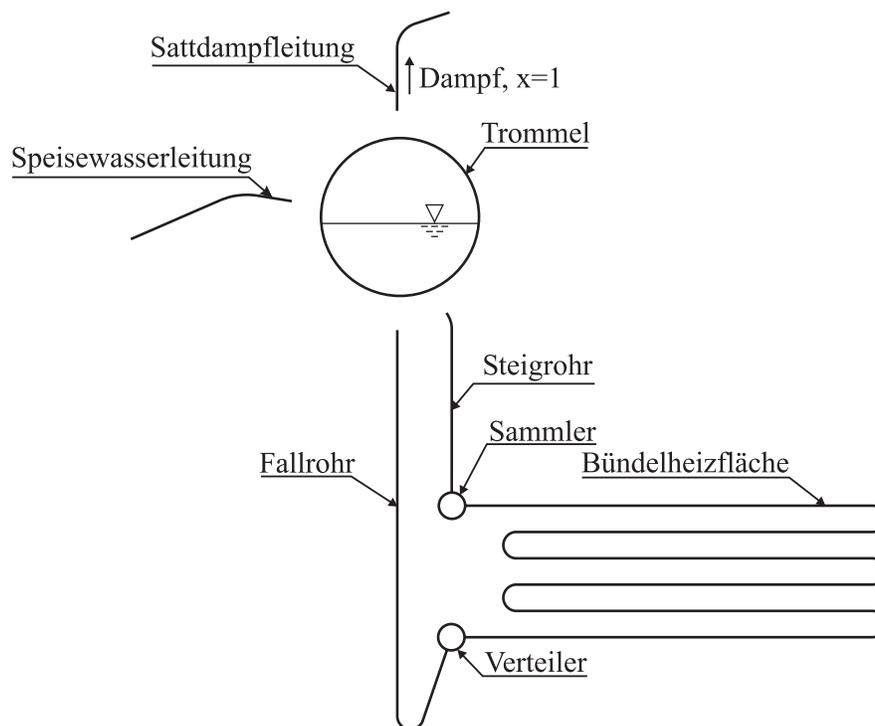
$$h_{F_i} = \frac{\dot{m}_{F_i} h_{W,Tr} + \frac{f_U}{n_F} (\bar{h}_{Spw} - h_{W,Tr}) \dot{m}_{Spw}}{\dot{m}_{F_i}} \quad (205)$$

Die maximale Unterkühlung pro Fallrohr ergibt sich, wenn $f_U = 1$ gesetzt wird, zu:

$$h_{F_i} = \frac{\dot{m}_{F_i} h_{W,Tr} + \frac{1}{n_F} (\bar{h}_{Spw} - h_{W,Tr}) \dot{m}_{Spw}}{\dot{m}_{F_i}} \quad (206)$$

15.2 Einbindung der Trommel in die Rohr-Sammler-Struktur

Bei den diskretisierten Beziehungen zur Berechnung des Trommelwasserstandes H_{Tr} und des Dampfmassenstromes $\dot{m}_{D,Aus}$ am Trommelaustritt handelt es sich im Gegensatz zu den diskretisierten Gleichungen für die Rohrströmung beziehungsweise für den Sammler um explizite mathematische Beziehungen. Es ist daher nicht möglich, die oben hergeleiteten Gleichungen für das Trommelmodell direkt in den SIMPLER-Algorithmus zu integrieren. Aufgrund dieser Tatsache kann für das gesamte zu berechnende Integrationsgebiet keine geschlossene Lösung angegeben werden. Das zu untersuchende Rechengebiet muß daher, falls es eine Trommel beinhaltet, an den Verbindungspunkten der an die Trommel angeschlossenen Rohre, entsprechend dem in Bild 41 dargestellten Beispiel, entkoppelt werden.

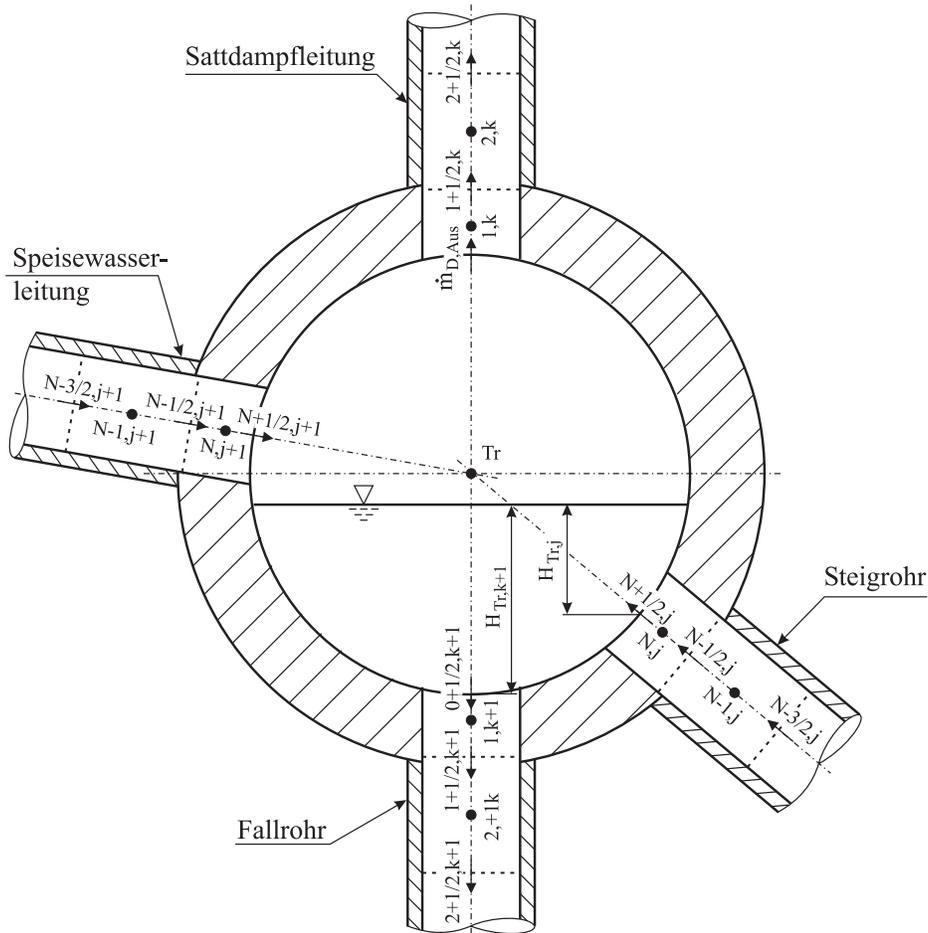


Trommel-anschl.eps

Bild 41: Entkoppelung der Trommel

Korrespondierend zu Abbildung 41 zerfällt das zu berechnende Integrationsgebiet somit in eine entsprechende Anzahl von – in dem hier gezeigten Beispiel sind es vier – Subsystemen. An den Schnittpunkten der einzelnen Subsysteme zur Trommel ist es notwendig, die Randbedingungen so zu formulieren, daß die numerisch gefundene Lösung der tatsächlichen physikalischen entspricht. Für die Speisewasserzuführung sowie das Verdampfersystem mit seinen Fall- und Steigrohren muß der Druck vorgegeben werden; für das Rohr, an dem der Dampfmassenstrom aus der Trommel austritt, der dazugehörige Massenstrom, welcher unter Zuhilfenahme der Gleichung (202) zu ermitteln ist. Um die für die Berechnung erforderlichen Randbedingungen formulieren zu können, ist es daher notwendig, die Verbindungspunkte Trommel – Rohr einer genaueren Betrachtung zu unterziehen.

In Bild 42 ist eine Trommel mit der Mindestanzahl der für die Simulation notwendigen Rohrverbindungen dargestellt. Des weiteren ist der Abbildung 42 die Anordnung der Kontrollvolumina, welche für die Diskretisierung der an die Trommel angeschlossenen Rohre benötigt werden, zu entnehmen. Rohre, welche in die Trommel münden, werden mit dem Index j gekennzeichnet, während diejenigen Rohre, welche ihren Rohranfang in der Trommel haben, den Index k zugewiesen erhalten.



Trommel-anschl-zellen.eps

Bild 42: An die Trommel anschließende Kontrollvolumina

Im Zentrum einer jeden regulären Bilanzzelle der Rohre ist der Rechenpunkt für den Druck und die spezifische Enthalpie, welcher mit einem \bullet gekennzeichnet ist, angeordnet. An den Grenzflächen eines jeden Kontrollvolumens befindet sich der Rechenpunkt für die Geschwindigkeit, symbolisiert durch einen \rightarrow . Die Zählrichtung der in Bild 42 skizzierten Rechenzellen geht mit der eingezeichneten Strömungsrichtung konform.

Beginnend mit dem Rohranschlußpunkt, bei welchem der Dampfmassenstrom $\dot{m}_{D,Aus}$ mit der dazugehörigen spezifischen Enthalpie $h_{D,Aus}$ aus der Trommel austritt (siehe dazu Bild 39), werden im folgenden die für die Berechnung aller an die Trommel angrenzenden Kontrollvolumina notwendigen Beziehungen angegeben.

Die Bestimmungsgleichung für die Pseudogeswindigkeit $\tilde{w}_{1+\frac{1}{2},k}$ des k -ten Rohres läßt sich für die in Abbildung 42 eingezeichnete Strömungsrichtung des Arbeitsstoffes in folgender Form anschreiben:

$$\tilde{w}_{1+\frac{1}{2},k} = \frac{a_{w1,k} \frac{\dot{m}_{D,Aus}}{\varrho_{0+\frac{1}{2},k} A_{0+\frac{1}{2},k}} + a_{ee1,k} w_{1+\frac{1}{2},k} + b_{e1,k}}{a_{e1,k}} \quad (207)$$

mit den Koeffizienten

$$a_{e1,k}^0 = \frac{\varrho_{1+\frac{1}{2},k}^0 A_{1+\frac{1}{2},k} \Delta x_{1+\frac{1}{2},k}}{\Delta t}, \quad (208a)$$

$$b_{e1,k} = S_{ec1,k} A_{1+\frac{1}{2},k} \Delta x_{1+\frac{1}{2},k} + a_{e1,k}^0 w_{1+\frac{1}{2},k}^0, \quad (208b)$$

$$a_{w1,k} = \dot{m}_{D,Aus}, \quad (208c)$$

$$a_{ee1,k} = 0 \quad \text{und} \quad (208d)$$

$$a_{e1,k} = a_{w1,k} + a_{ee1,k} + a_{e1,k}^0 - S_{ep1,k} A_{1+\frac{1}{2},k} \Delta x_{1+\frac{1}{2},k}. \quad (208e)$$

Unter Einbeziehung der Pseudogeswindigkeit $\tilde{w}_{1+\frac{1}{2},k}$ können nun die Koeffizienten der Gleichung (49) für die erste Zelle des k -ten Rohres zur Berechnung des Druckfeldes angegeben werden.

$$b_{m1,k} = \frac{(\varrho_{1,k}^0 - \varrho_{1,k}) A_{1,k} \Delta x_{1,k}}{\Delta t} + \dot{m}_{D,Aus} - (\varrho A)_{1+\frac{1}{2},k} \tilde{w}_{1+\frac{1}{2},k}, \quad (209a)$$

$$a_{mW1,k} = 0, \quad (209b)$$

$$a_{mE1,k} = (\varrho A)_{1+\frac{1}{2},k} d_{e1,k} \quad \text{und} \quad (209c)$$

$$a_{mP1,k} = a_{mW1,k} + a_{mE1,k} \quad (209d)$$

mit

$$d_{e1,k} = \frac{A_{1,k}}{a_{e1,k}}.$$

Bei der Ermittlung des geschätzten Geschwindigkeitsfeldes aus der Impulsbilanz (29) können für das betrachtete Bilanzvolumen $1, k$ die Koeffizienten (208), welche zur Berechnung der Pseudogeswindigkeit $\tilde{w}_{1+\frac{1}{2},k}$ der Zelle $1, k$ benötigt wurden, herangezogen werden. Der Störvektor I_{be} der Impulsbilanz (29) ergibt sich unter Zugrundelegung des neu berechneten Druckfeldes zu:

$$I_{be1,k} = b_{e1,k} + (p_{1,k} - p_{2,k}) A_{1+\frac{1}{2},k} \quad (210)$$

Für das geschätzte Geschwindigkeitsfeld ergeben sich die Koeffizienten der Korrekturgleichung (40) des Kontrollvolumens $1, k$ zu:

$$b_{m1,k} = \frac{(\varrho_{1,k}^0 - \varrho_{1,k}) A_{1,k} \Delta x_{1,k}}{\Delta t} + \dot{m}_{D,Aus} - (\varrho A)_{1+\frac{1}{2},k} w_{1+\frac{1}{2},k}^*, \quad (211a)$$

$$a_{mW1,k} = 0, \quad (211b)$$

$$a_{mE1,k} = (\varrho A)_{1+\frac{1}{2},k} d_{e1,k} \quad \text{und} \quad (211c)$$

$$a_{mP1,k} = a_{mW1,k} + a_{mE1,k} \quad (211d)$$

mit

$$d_{e1,k} = \frac{A_{1,k}}{a_{e1,k}}.$$

Die Koeffizienten für die Bestimmungsgleichung (42) der spezifischen Enthalpie $h_{1,k}$ des k -ten Rohres müssen folgende Form aufweisen:

$$b_{h1,k} = h_{D,Aus}, \quad (212a)$$

$$a_{hP1,k}^0 = 0, \quad (212b)$$

$$a_{hW1,k} = 0, \quad (212c)$$

$$a_{hE1,k} = 0 \quad \text{und} \quad (212d)$$

$$a_{hP1,k} = 1. \quad (212e)$$

Mit den hier angeführten Beziehungen (207) bis (212) lassen sich für das an die Trommel angeschlossene k -te Rohr alle Bilanzgleichungen für das Kontrollvolumen $1, k$ aufstellen, wobei diese nur für die in Abbildung 42 eingezeichnete Strömungsrichtung Gültigkeit haben.

Für die verbleibenden an die Trommel angeschlossenen Rohre muß, wie bereits oben kurz erläutert wurde, der Trommeldruck p_{Tr} als Randbedingung vorgegeben werden.

Betrachtet man die Indizes der Geschwindigkeiten des Rohres $k + 1$, so ist diesen zu entnehmen, daß an der Grenzfläche zwischen der Trommel und dem ersten Kontrollvolumen dieses Rohres eine Geschwindigkeit mit der Bezeichnung $0 + \frac{1}{2}$ angeordnet ist. Diese aus der Modellvorstellung kommende Kennzeichnung steht, korrespondierend zum Sammlermodell, ebenfalls für eine imaginäre nullte Bilanzzelle, welche der ersten regulären Rechenzelle $1, k + 1$ anstelle des Trommelkontrollvolumens vorgelagert wird.

Die Pseudogeschwindigkeit $\tilde{w}_{0+\frac{1}{2},k+1}$ der Fallrohre $k + 1$, $k + 2$ usw. läßt sich allgemein und somit unabhängig von der in Abbildung 42 skizzierten Strömungsrichtung des Arbeitsstoffes angeben:

$$\tilde{w}_{0+\frac{1}{2},k+1} = \frac{a_{ee0,k+1} w_{1+\frac{1}{2},k+1} + b_{e0,k+1}}{a_{e0,k+1}} \quad (213)$$

mit den Koeffizienten

$$a_{e0,k+1}^0 = \frac{\varrho_{0+\frac{1}{2},k+1} A_{0+\frac{1}{2},k+1} \Delta x_{0+\frac{1}{2},k+1}}{\Delta t}, \quad (214a)$$

$$b_{e0,k+1} = S_{ec0,k+1} A_{0+\frac{1}{2},k+1} \Delta x_{0+\frac{1}{2},k+1} + a_{e0,k+1}^0 w_{0+\frac{1}{2},k+1}^0, \quad (214b)$$

$$a_{w0,k+1} = 0, \quad (214c)$$

$$a_{ee0,k+1} = [[-(\varrho w)_{1+\frac{1}{2},k+1}, 0]] A_{1+\frac{1}{2},k+1} \quad \text{und} \quad (214d)$$

$$a_{e0,k+1} = a_{ee0,k+1} + a_{w0,k+1} + a_{e0,k+1}^0 - S_{ep0,k+1} A_{0+\frac{1}{2},k+1} \Delta x_{0+\frac{1}{2},k+1}. \quad (214e)$$

Analog zum Sammlermodell wird der durch den Eintritt des Arbeitsstoffes aus der Trommel in das Rohr verursachte Beschleunigungsdruckverlust durch den Widerstandsbeiwert ζ_{Ein} im proportionalen Quellterm $S_{ep0,k+1}$ berücksichtigt.

$$S_{ep0,k+1} \Delta x_{0+\frac{1}{2},k+1} = - \frac{|\Delta p_{R0+\frac{1}{2},k+1}|}{|w_{0+\frac{1}{2},k+1}|} - (1 + \zeta_{Ein}) \frac{\varrho_{0+\frac{1}{2},k+1} w_{0+\frac{1}{2},k+1} [[w_{0+\frac{1}{2},k+1}, 0]]}{2 w_{0+\frac{1}{2},k+1}} \quad (215)$$

Liegt eine der Abbildung 42 entgegengesetzte Strömungsrichtung in den Rohren $k + 1$ oder $k + 2$ usw. vor, so wird der Beschleunigungsdruckverlust unter Zuhilfenahme des

FORTRAN Operatoren $[[A, B]]$ in der Beziehung für den proportionalen Quellterm $S_{ep0,k+1}$ gleich null. Der gesamte durch die Strömung vom Rohr in die Trommel transportierte Impuls wird dabei entsprechend der Modellvorstellung vernichtet, und es muß daher auch kein Druckrückgewinn berücksichtigt werden.

Nach Kapitel 8.5.1 wird im konstanten Anteil des Quellterms $S_{ec0,k+1}$ der Druckabfall aufgrund der Gravitation Δp_H zwischen zwei benachbarten Kontrollvolumina berücksichtigt. In dem hier vorliegenden Trommelmodell wird dem imaginären nullten Kontrollvolumen der Fallrohre $k + 1$, $k + 2$ usw. die Höhendifferenz $H_{Tr,k+1}$ usw., welche sich aus der Differenz des Wasserstandes in der Trommel und dem Schnittpunkt der Rohrmittellinie mit dem inneren Trommeldurchmesser berechnen läßt (siehe dazu auch Bild 42), zugeordnet.

$$S_{ec0,k+1} \Delta x_{0+\frac{1}{2},k+1} = -\varrho_{0+\frac{1}{2},k+1} g H_{Tr,k+1} \quad (216)$$

Die Bestimmungsgleichung für den Druck in der ersten Bilanzzelle der Rohre $k + 1$, $k + 2$ usw. ergibt sich unabhängig von der Strömungsrichtung zu:

$$a_{mP1,k+1} p_{1,k+1} = a_{mW1,k+1} p_{Tr} + a_{mE1,k+1} p_{2,k+1} + b_{m1,k+1} \quad (217)$$

mit den Koeffizienten

$$b_{m1,k+1} = \frac{(\varrho_{1,k+1}^0 - \varrho_{1,k+1}) A_{1,k+1} \Delta x_{1,k+1}}{\Delta t} + (\varrho \tilde{w} A)_{0+\frac{1}{2},k+1} - \quad (218a)$$

$$(\varrho \tilde{w} A)_{1+\frac{1}{2},k+1}, \quad (218b)$$

$$a_{mW1,k+1} = (\varrho A)_{0+\frac{1}{2},k+1} d_{w1,k+1}, \quad (218c)$$

$$a_{mE1,k+1} = (\varrho A)_{1+\frac{1}{2},k+1} d_{e1,k+1} \quad \text{und} \quad (218d)$$

$$a_{mP1,k+1} = a_{mW1,k+1} + a_{mE1,k+1}. \quad (218e)$$

Unter Zugrundelegung des neu ermittelten Druckfeldes kann das geschätzte Geschwindigkeitsfeld für die erste Rechenzelle der Fallrohre $k + 1$, $k + 2$ usw. unter Zuhilfenahme der Impulsbilanz (29) berechnet werden. Angeschrieben für das imaginäre nullte Kontrollvolumen lautet die Gleichung

$$a_{e0,k+1} w_{0+\frac{1}{2},k+1}^* = a_{ee0,k+1} w_{1+\frac{1}{2},k+1}^* + b_{e0,k+1} + (p_{Tr} - p_{1,k+1}) A_{0+\frac{1}{2},k+1}. \quad (219)$$

Die Koeffizienten der Gleichung (219) sind mit jenen der Beziehungen (214) ident.

Für die geschätzten Geschwindigkeiten der Kontrollvolumina $1, k + 1$; $1, k + 2$ usw. ergibt sich die Druckkorrekturgleichung zu:

$$a_{mP1,k+1} \hat{p}_{1,k+1} = a_{mW1,k+1} \hat{p}_{Tr} + a_{mE1,k+1} \hat{p}_{2,k+1} + b_{m1,k+1} \quad (220)$$

mit den Koeffizienten

$$b_{m1,k+1} = \frac{(\varrho_{1,k}^0 - \varrho_{1,k+1}) A_{1,k+1} \Delta x_{1,k+1}}{\Delta t} + (\varrho w^* A)_{0+\frac{1}{2},k+1} - \quad (221a)$$

$$(\varrho w^* A)_{1+\frac{1}{2},k+1}, \quad (221b)$$

$$a_{mW1,k+1} = (\varrho A)_{0+\frac{1}{2},k+1} d_{w1,k+1}, \quad (221c)$$

$$a_{mE1,k+1} = (\varrho A)_{1+\frac{1}{2},k+1} d_{e1,k+1} \quad \text{und} \quad (221d)$$

$$a_{mP1,k+1} = a_{mW1,k+1} + a_{mE1,k+1}. \quad (221e)$$

Die Bestimmungsgleichung für die spezifische Enthalpie $h_{1,k+1}$ des $k+1$ sten Rohres kann, unabhängig von der Strömungsrichtung, wie folgt angeschrieben werden:

$$a_{hP1,k+1} h_{1,k+1} = a_{hW1,k+1} h_{Tr} + a_{hE1,k+1} h_{2,k+1} + b_{h1,k+1} \quad (222)$$

mit den Koeffizienten

$$a_{hP1,k+1}^0 = \frac{\varrho_{1,k+1}^0 A_{1,k+1} \Delta x_{1,k+1}}{\Delta t}, \quad (223a)$$

$$b_{h1,k+1} = (S_{hc} A \Delta x)_{1,k+1} + (a_{hP}^0 h^0)_{1,k+1}, \quad (223b)$$

$$a_{hW1,k+1} = [[(\varrho w)_{0+\frac{1}{2},k+1}, 0]] A_{0+\frac{1}{2},k+1}, \quad (223c)$$

$$a_{hE1,k+1} = [[-(\varrho w)_{1+\frac{1}{2},k+1}, 0]] A_{1+\frac{1}{2},k+1} \quad \text{und} \quad (223d)$$

$$a_{hP1,k+1} = a_{hW1,k+1} + a_{hE1,k+1} + a_{hP1,k+1}^0 - (S_{hp} A \Delta x)_{1,k+1}. \quad (223e)$$

Die Beziehungen (213) bis (223) bilden einen Satz von Gleichungen für die jeweils ersten Kontrollvolumina derjenigen Rohre $k+1$, $k+2$ usw., deren Rohranfang sich in der Trommel befindet. An dieser Stelle sei noch einmal darauf hingewiesen, daß das in Abbildung 42 mit dem Index k bezeichnete Rohr, ungeachtet seines Rohranfanges in der Trommel, davon ausgenommen ist.

Nachfolgend sollen für die Rohre j , $j+1$ usw., welche in die Trommel münden, die für die Berechnung der Kontrollvolumina N, j notwendigen Bilanzgleichungen angegeben werden.

Die zur Berechnung der Pseudogeswindigkeit $\tilde{w}_{N,j}$ des an die Trommel angrenzenden Kontrollvolumens N, j notwendige Beziehung lautet:

$$\tilde{w}_{N,j} = \frac{a_{wN,j} w_{N-\frac{1}{2},j} + a_{eeN,j} w_{N+\frac{1}{2},j} + b_{eN,j}}{a_{eN,j}} \quad (224)$$

mit den Koeffizienten

$$a_{eN,j}^0 = \frac{\varrho_{N+\frac{1}{2},j}^0 A_{N+\frac{1}{2},j} \Delta x_{N+\frac{1}{2},j}}{\Delta t}, \quad (225a)$$

$$b_{eN,j} = S_{ecN,j} A_{N+\frac{1}{2},j} \Delta x_{N+\frac{1}{2},j} + a_{eN,j}^0 w_{N+\frac{1}{2},j}^0, \quad (225b)$$

$$a_{eeN,j} = 0, \quad (225c)$$

$$a_{wN,j} = [[(\varrho w)_{N-\frac{1}{2},j}, 0]] A_{N-\frac{1}{2},j} \quad \text{und} \quad (225d)$$

$$a_{eN,j} = a_{wN,j} + a_{eeN,j} + a_{eN,j}^0 - S_{epN,j} A_{N+\frac{1}{2},j} \Delta x_{N+\frac{1}{2},j}. \quad (225e)$$

Liegt eine dem Bild 42 entsprechende Strömungsrichtung des Arbeitsmediums vor, so darf der Druckrückgewinn, korrespondierend zu den Rohren, welche ihren Rohranfang in der Trommel haben, keine Berücksichtigung finden. Ist die Richtung des im Rohr fließenden Arbeitsstoffes entgegengesetzt zu der in Abbildung 42 skizzierten Strömungsrichtung, so muß der Beschleunigungsdruckverlust entsprechend der Gleichung (215) auch hier im proportionalen Quellterm seine Entsprechung finden.

$$S_{epN,j} \Delta x_{N+\frac{1}{2},j} = - \frac{|\Delta p_{RN+\frac{1}{2}}|}{|w_{N+\frac{1}{2}}|} - (1 + \zeta_{Ein}) \frac{\varrho_{N+\frac{1}{2}} w_{N+\frac{1}{2}} [[-w_{N+\frac{1}{2}}, 0]]}{2 w_{N+\frac{1}{2}}} \quad (226)$$

Analog zu den Rohren mit den Indizes $k + 1$, $k + 2$ usw. erfolgt auch hier die Berücksichtigung des Druckabfalles aufgrund der Gravitation Δp_H bei denjenigen Rohren, deren Rohrmittellinie im Sattwasser der Trommel liegen. Der Druckabfall wird obigen Erläuterungen entsprechend dem konstanten Anteil des Quellterms zugeordnet.

$$S_{ecN,j} \Delta x_{N+\frac{1}{2},j} = -\varrho_{N+\frac{1}{2},j} g H_{Tr,j} \quad (227)$$

Die Berechnung des Druckfeldes der letzten regulären Bilanzzellen der in die Trommel mündenden Rohre erfolgt mittels

$$a_{mPN,j} p_{N,j} = a_{mWN,j} p_{N-1,j} + a_{mEN,j} p_{Tr} + b_{mN,j} \quad (228)$$

und den Koeffizienten

$$b_{mN,j} = \frac{(\varrho_{N,j}^0 - \varrho_{N,j}) A_{N,j} \Delta x_{N,j}}{\Delta t} + (\varrho \tilde{w} A)_{N-\frac{1}{2},j} - (\varrho \tilde{w} A)_{N+\frac{1}{2},j}, \quad (229a)$$

$$a_{mWN,j} = (\varrho A)_{N-\frac{1}{2},j} dw_{N,j}, \quad (229b)$$

$$a_{mEN,j} = (\varrho A)_{N+\frac{1}{2},j} de_{N,j} \quad \text{und} \quad (229c)$$

$$a_{mPN,j} = a_{mWN,j} + a_{mEN,j}. \quad (229d)$$

Die Impulsbilanz für das an die Trommel angrenzende Kontrollvolumen N, j kann, ausgehend vom neu berechneten Druckfeld, in folgender Form angegeben werden:

$$a_{eN,j} w_{N+\frac{1}{2},j}^* = a_{wN,j} w_{N-\frac{1}{2},j}^* + b_{eN,j} + (p_{N,j} - p_S) A_{N+\frac{1}{2},j} \quad (230)$$

Die Koeffizienten der Gleichung (230) sind nach den Beziehungen (225) zu berechnen.

Die Beziehung zur Korrektur der geschätzten Geschwindigkeiten der Kontrollvolumina N der Rohre $j, j + 1$ usw. ergibt sich zu:

$$a_{mPN,j} \hat{p}_{N,j} = a_{mWN,j} \hat{p}_{N-1,j} + a_{mEN,j} \hat{p}_{Tr} + b_{mN,j} \quad (231)$$

mit den Koeffizienten

$$b_{mN,j} = \frac{(\varrho_{N,j}^0 - \varrho_{N,j}) A_{N,j} \Delta x_{N,j}}{\Delta t} + (\varrho w^* A)_{N-\frac{1}{2},j} - (\varrho w^* A)_{N+\frac{1}{2},j}, \quad (232a)$$

$$a_{mWN,j} = (\varrho A)_{N-\frac{1}{2},j} dw_{N,j}, \quad (232b)$$

$$a_{mEN,j} = (\varrho A)_{N+\frac{1}{2},j} de_{N,j} \quad \text{und} \quad (232c)$$

$$a_{mPN,j} = a_{mWN,j} + a_{mEN,j}. \quad (232d)$$

Abschließend sei, für das j -te Rohr, die diskretisierte Energiebilanz zur Berechnung der spezifischen Enthalpie $h_{N,j}$ angeführt:

$$a_{hPN,j} h_{N,j} = a_{hWN,j} h_{N-1,j} + a_{hEN,j} h_{Tr} + b_{hN,j} \quad (233)$$

mit den Koeffizienten

$$a_{hPN,j}^0 = \frac{\varrho_{N,j}^0 A_{N,j} \Delta x_{N,j}}{\Delta t}, \quad (234a)$$

$$b_{hN,j} = (S_{hc} A \Delta x)_{N,j} + (a_{hP}^0 h^0)_{N,j}, \quad (234b)$$

$$a_{hWN,j} = [[(\varrho w)_{N-\frac{1}{2},j}, 0]] A_{N-\frac{1}{2},j}, \quad (234c)$$

$$a_{hEN,j} = [[-(\varrho w)_{N+\frac{1}{2},j}, 0]] A_{N+\frac{1}{2},j} \quad \text{und} \quad (234d)$$

$$a_{hPN,j} = a_{hWN,j} + a_{hEN,j} + a_{hPN,j}^0 - (S_{hp} A \Delta x)_{N,j}. \quad (234e)$$

Für die spezifische Enthalpie der Trommel h_{Tr} sind in den Energiebilanzen (222) und (233) – je nach Lage der Anschlußpunkte der in die Trommel mündenden oder der aus der Trommel austretenden Rohre zum Trommelwasserstand – die spezifischen Enthalpien des Sattwassers $h_{W,Tr}$ oder des Sattedampfes $h_{D,Tr}$ einzusetzen.

Unter Zuhilfenahme der Gleichungen (224) bis (234) lassen sich, unabhängig von der im Rohr vorherrschenden Strömungsrichtung, für die in die Trommel mündenden Rohre j , $j + 1$ usw. alle Bilanzgleichungen für das N -te Kontrollvolumen bereitstellen.

16 Regelung

In der Energie- und Verfahrenstechnik nimmt die Regelungstechnik einen hohen Stellenwert ein, was sich mit der Komplexität der technischen und chemischen Prozesse begründen läßt. Es ist daher eine umfangreiche Regel- und Sicherheitstechnik erforderlich, um einen störungsfreien Betrieb der Anlagen zu gewährleisten.

Soll nun das Verhalten solcher Anlagen, zum Beispiel bei Laständerungen, Start- oder Abfahrvorgängen, numerisch simuliert werden, so kann dies nicht ohne Berücksichtigung der Regel- und Leitechnik erfolgen. Eine genaue Abbildung der Leitechnik, wie sie dem heutigen Entwicklungsstand entspricht, ist aufgrund ihres Umfangs und ihrer Komplexität im Rahmen dieser Arbeit nicht möglich. Es sollen hier nur grundlegende Reglerstrukturen zur Anwendung kommen, um ihre Auswirkungen auf den zu untersuchenden Prozeß studieren zu können.

Die am weitest verbreiteten parameteroptimierten Regler weisen, nach Iserman [238], ein P-, PI- oder PID-Verhalten auf. Aus diesem Grunde sollen diese auch in dem vorliegenden Simulationsprogramm als digitale Regler zur Anwendung kommen. In der Literatur (siehe zum Beispiel Isermann [238], Unbehauen [239] oder Jörgl [240]) wird die idealisierte Differentialgleichung für einen PID-Regler wie folgt angegeben:

$$u_{Aus}(t) = K \left[u_{Ein}(t) + \frac{1}{T_I} \int_0^t u_{Ein}(t) dt + T_{Diff} \frac{du_{Ein}(t)}{dt} \right] \quad (235)$$

wobei $u_{Aus}(t)$ die Ausgangsgröße und $u_{Ein}(t)$ die Eingangsgröße des Reglers darstellt. Die einzelnen Parameter der Gleichung (235) werden nach DIN 19226 wie folgt bezeichnet:

K	Verstärkungsfaktor
T_I	Integrierzeit (Nachstellzeit)
T_{Diff}	Differenzierzeit (Vorhaltezeit)

16.1 Diskretisierung des PID-Reglers

Bei der Diskretisierung des I- und D-Anteiles der Beziehung (235) muß, aufgrund der unterschiedlichen Natur der beiden Anteile, eine differierende Vorgehensweise bei der Approximation gewählt werden. Während es nach Unbehauen [239] günstig ist, den Differentialquotienten in Gleichung (235) durch eine Rückwärtsdifferenz erster Ordnung anzunähern, werden für die kontinuierliche Integration des I-Anteils in der Literatur (zum Beispiel

[238],[239] oder [240]) zwei Methoden für die Approximation vorgeschlagen. Bei diesen beiden Verfahren handelt es sich zum einen um die Näherung des Integrals durch eine Rechtecksumme und zum anderen um die sogenannte Tustin-Methode (Bilineare Transformation oder Trapezintegration). Nach Jörgl [240] erhält man eine bessere Näherung des I-Anteiles unter Zuhilfenahme der Tustin-Methode, welche auch in der vorliegenden Arbeit zur Anwendung kommt. Substituiert man in Gleichung (235) den I- und den D-Anteil durch die oben genannten Approximationen, so erhält man die Differenzgleichung

$$u_{Aus}(t) = K \left[u_{Ein}(t) + \frac{T_0}{T_I} \left(\frac{u_{Ein}(0) - u_{Ein}(t)}{2} + \sum_{i=1}^{t-1} u_{Ein}(i) \right) + \frac{T_{Diff}}{T_0} (u_{Ein}(t) - u_{Ein}(t - \Delta t)) \right], \quad (236)$$

wobei T_0 die Abtastzeit bezeichnet. Die nichtrekursive Form des Regelalgorithmus ist für eine numerische Anwendung nicht gut geeignet, da zur Bildung der Stellgröße $u_{Aus}(t)$ alle vorangegangenen Regelabweichungen $u_{Ein}(i)$ gespeichert werden müßten.

Subtraktion der entsprechenden Gleichung für die letzte Stellgröße $u_{Aus}(t - \Delta t)$ von Gleichung (236) liefert die rekursive Beziehung für den PID-Regelalgorithmus

$$u_{Aus}(t) = u_{Aus}(t - \Delta t) + v_0 u_{Ein}(t) + v_1 u_{Ein}(t - \Delta t) + v_2 u_{Ein}(t - 2\Delta t) \quad (237)$$

mit den Parametern

$$v_0 = K \left(1 + \frac{T_{Diff}}{T_0} + \frac{T_0}{2T_I} \right), \quad (238a)$$

$$v_1 = -K \left(1 + 2\frac{T_{Diff}}{T_0} - \frac{T_0}{2T_I} \right) \quad \text{und} \quad (238b)$$

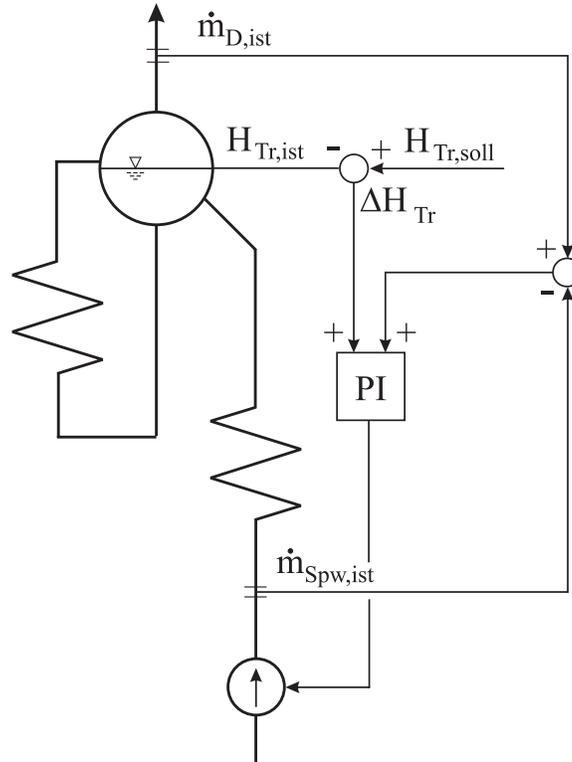
$$v_2 = K \frac{T_{Diff}}{T_0}. \quad (238c)$$

16.2 Wasserstandsregelung der Trommel

Der Wasserstand in der Trommel ist während des Betriebes – und hier insbesondere während Laständerungen – Schwankungen unterworfen. Damit der Trommelwasserstand in jedem Betriebszustand die vom Trommelhersteller vorgegebene Schwankungsbreite (Höchst- und Tiefstwasserstand) nicht verläßt, ist eine Regelung für den Speisewassermassenstrom in Abhängigkeit vom Trommelwasserstand erforderlich.

Bild 43 zeigt eine einfache Wasserstandsregelung für die Trommel, wie sie in dieser Arbeit verwirklicht wurde. Der in der Trommel vorliegende Wasserstand H_{Tr} wird dabei mit dem Sollwert $H_{Tr,soll}$ verglichen. Die Differenz zwischen Soll- und Istwert des Trommelwasserstandes dient, nach einer Umrechnung der Höhendifferenz auf die fehlende oder zuviel vorhandene Wassermasse in der Trommel $\Delta M_{W,Tr}$, als eine der beiden Eingangsgrößen in den PI-Regler. Die zweite Eingangsgröße in den Regler ergibt sich aus der Differenz des Speisewassermassenstromes $\dot{m}_{Spw,ist}$ und dem aus der Trommel austretenden Dampfmassenstrom $\dot{m}_{D,ist}$. Der PI-Regler liefert als Ausgang den Korrekturwert des

Speisewassermassenstromes \dot{m}_{Spw} . Durch die Hinzunahme der Differenz des Speisewassermassenstromes und des aus der Trommel austretenden Dampfmassestromes als Eingangsgröße in den PI-Regler ergibt sich die Möglichkeit, bei einer Laständerung, also einer Dampfmassestromstörung, den Speisewassermassenstrom richtig zu dosieren.



Regelg-Wasserstand.eps

Bild 43: Wasserstandsregelung der Trommel

Ausgehend von der Massenbilanz des Wassers in der Trommel erhält man folgenden Zusammenhang für die pro Zeitschritt fehlende Trommelwassermasse $\Delta M_{W,Tr}$:

$$\frac{\Delta M_{W,Tr}}{\Delta t} = \dot{m}_{W,Tr,Ein} - \dot{m}_{W,Tr,Aus} \quad (239)$$

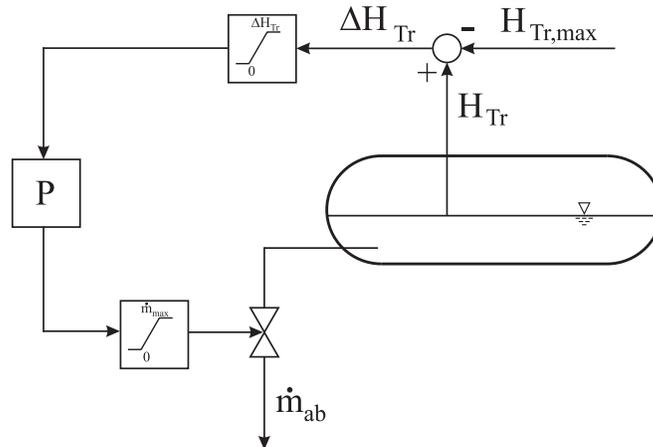
Aus der Geometrie der Trommel läßt sich der mathematische Zusammenhang zwischen der Trommelhöhe H_{Tr} und der fehlenden Wassermasse $\Delta M_{W,Tr}$, unter der Annahme $H_{Tr} \leq H_{Tr,soll}$, herleiten.

$$\Delta M_{W,Tr} = [A_{W,Tr,soll} - A_{W,Tr}(H_{Tr})]l_{Tr}\Delta t\rho_{W,Tr} \quad (240)$$

$A_{W,Tr,soll}$ ist dabei die vom Wasser eingenommene Querschnittsfläche bei Sollwasserstand. Die Wasserquerschnittsfläche $A_{W,Tr}$ ergibt sich, in Abhängigkeit von der relativen Lage des Wasserstandes in Bezug auf die Trommelmitte, aus der Gleichung (200) beziehungsweise (201). Einsetzen der Gleichung (240) in die linke Seite der Gleichung (239) liefert die Eingangsgröße für den PI-Regler.

$$\Delta \dot{m}_{W,Tr} = \frac{\Delta M_{W,Tr}}{\Delta t} = \frac{[A_{W,Tr,soll} - A_{W,Tr}(H_{Tr})]l_{Tr}}{\Delta t} \rho_{W,Tr} \quad (241)$$

Neben der einfachen Wasserstandsregelung wird für die Trommel ein weiterer Regelkreis, welcher bei Überschreitung des maximal erlaubten Höchstwasserstandes der Trommel anspricht, benötigt. Bild 44 zeigt das Schaltbild für eine solche Regelung des Höchstwasserstandes, wie sie in dieser Arbeit zur Anwendung kommt.



Regelg-Hoechstwasserst.eps

Bild 44: **H**öchstwasserstandsregelung der Trommel

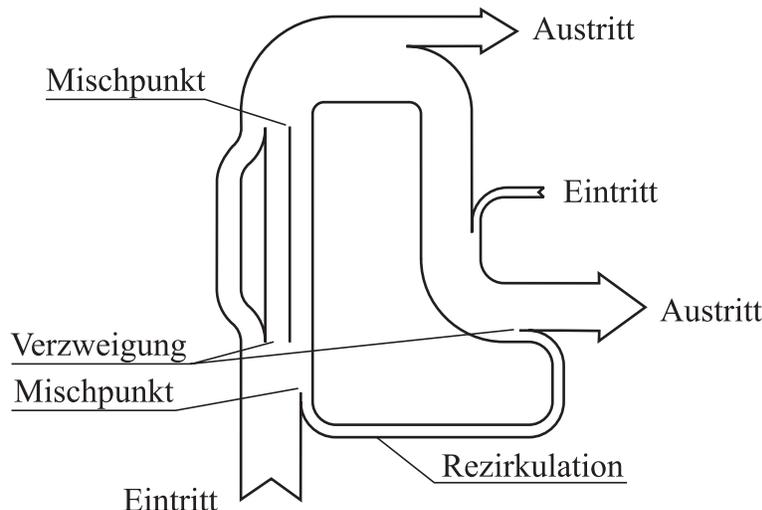
Dabei wird der Istwasserstand der Trommel H_{Tr} mit dem Wert bei Höchstwasserstand $H_{Tr,max}$ verglichen. Die Differenz aus den beiden Werten ΔH_{Tr} dient als Eingangswert in das Begrenzungsglied. Bei einem Wert der Höhendifferenz kleiner null wird $\Delta H_{Tr} = 0$ gesetzt. Ist die Differenz der Wasserstandshöhen größer null, so erfolgt damit eine Umrechnung der Höhendifferenz auf die pro Zeiteinheit zuviel in der Trommel vorhandene Wassermasse über Höchstwasserstand. Das Ergebnis der Transformationsrechnung stellt die Eingangsgröße für den P-Regler dar. Dessen Ausgangsgröße dient einem dem P-Regler nachgeschalteten Begrenzungsglied als Eingangsgröße. Das Begrenzungsglied liefert die Stellgröße für das Absperrventil, welches alle Zustände zwischen null und einem definierten Höchstwert erlaubt.

Korrespondierend zur Gleichung (241) berechnet sich die pro Zeiteinheit in der Trommel vorhandene Wassermasse über Höchstwasserstand nach

$$\Delta \dot{m}_{W,Tr} = \frac{[A_{W,Tr}(H_{Tr}) - A_{W,Tr,max}]l_{Tr}}{\Delta t} \varrho_{W,Tr}. \quad (242)$$

17 Modellbildung der Rauchgasseite

In Anlehnung an die Arbeitsstoffseite wurde auch die Rauchgasseite so allgemein konzipiert, daß für die Modellierung des Rauchgaszuges ebenfalls eine netzwerkartige Struktur zugrundegelegt wurde. Bild 45 stellt die dafür notwendigen Strukturelemente (Rezirkulation, Misch- und Verzweigungspunkte, Ein- und Austritte) für eine Rauchgasführung, wie sie in der Energie- oder Verfahrenstechnik benötigt werden, dar.



rauchgaszug.eps

Bild 45: Strukturelemente für den Rauchgaszug

Korrespondierend zur Arbeitsstoffseite soll auch auf der Rauchgasseite die Möglichkeit bestehen, eine beliebige Anzahl an Rauchgasmassenströme an jedem Punkt des Rauchgaszuges zu- oder abzuführen. In Abhängigkeit von der Gestaltung des Rauchgaseintrittspunktes in das Netzwerk müssen dafür folgende Randbedingungen vorgesehen werden:

1. Der Massenstrom und die Temperatur des Rauchgases oder
2. der Massenstrom des Brennstoffes und der Verbrennungsluft sowie deren Temperatur sind gegeben.

Beide Randbedingungen stellen eine Dirichlet-Bedingung dar. Mit der unter Punkt 1 angeführten Randbedingung kann der zu untersuchende Prozeß an einen beliebigen anderen Prozeß gekoppelt werden, wenn von diesem der zeitliche Verlauf des abgegebenen Massen- und Enthalpiestromes bekannt ist. So kann zum Beispiel das dynamische Verhalten eines Abhitzekekessels, welcher hinter einer Gasturbine angeordnet ist, studiert werden, wenn der zeitliche Verlauf des Massenstromes und der Temperatur des Gasturbinenabgases als Randbedingung vorgegeben werden. Wird hingegen eine Brennkammer vor dem konvektiven Teil des Rauchgaszuges angeordnet, so müssen die zeitlichen Verläufe der Massenströme und der Temperatur bekannt sein.

Bei dem hier diskutierten Modell kann das Rauchgas auf unterschiedliche Züge oder innerhalb eines Zuges auf unterschiedliche Rauchgasströme aufgeteilt und wieder vermischt

werden. Durch die Auftrennung des Rauchgases innerhalb eines Zuges auf unterschiedliche Rauchgasmassenströme lassen sich Schiefagen simulieren, wie sie zum Beispiel durch eine unterschiedlich starke Kesselverschmutzung, durch Abschaltung einzelner Brenner oder Mühlen oder durch eine ungünstige Rauchgasführung hervorgerufen werden können. Ein Wärmeaustausch zwischen den einzelnen innerhalb eines Zuges aufgeteilten Rauchgasströmen ist im Modell nicht vorgesehen.

Ausgehend von einer allgemeinen Zelle im Rauchgaszug sollen in den folgenden Kapiteln die mathematischen Modelle für die einzelnen Strukturelemente des Rauchgaszuges, einschließlich ihrer Randbedingungen, dargestellt werden.

17.1 Bilanzgleichungen der Rauchgasströmung

Die Rauchgasströmung wird, wie die Rohrströmung des Arbeitsmediums, eindimensional betrachtet. In dem hier präsentierten Modell für die Strömung des Rauchgases sollen zwar transiente Übergänge zwischen stationären Zuständen abgebildet werden können, es sollen jedoch keine Druckverluste im Rauchgaszug beziehungsweise Druckschwankungen in der Rauchgassäule bei einem Brennerausfall oder ähnlichen Ereignissen, simuliert werden. Daher kann, im Gegensatz zur Rohrströmung des Arbeitsstoffes, rauchgasseitig die Impulsbilanz vernachlässigt werden.

Unter Berücksichtigung dieser Modellannahmen ist bei Vorgabe eines zeitlich veränderlichen Massenstroms die Kontinuitätsgleichung quasistationär zu betrachten. Um eine, wie oben beschriebene und in Bild 45 skizzierte, Aufteilung des Massenstromes in einzelne Rauchgaszüge vornehmen zu können, erfolgt diese entsprechend den Flächenverhältnissen der einzelnen Rauchgaskanäle.

Im Gegensatz zu den Bilanzgleichungen für Impuls und Masse wird die Energiebilanz instationär betrachtet. Auf die Modellannahmen und die Diskretisierung der Bilanzgleichung zur Erhaltung der Energie des Rauchgases wird daher im folgenden Kapitel näher eingegangen.

17.1.1 Energiebilanz der Rauchgasströmung

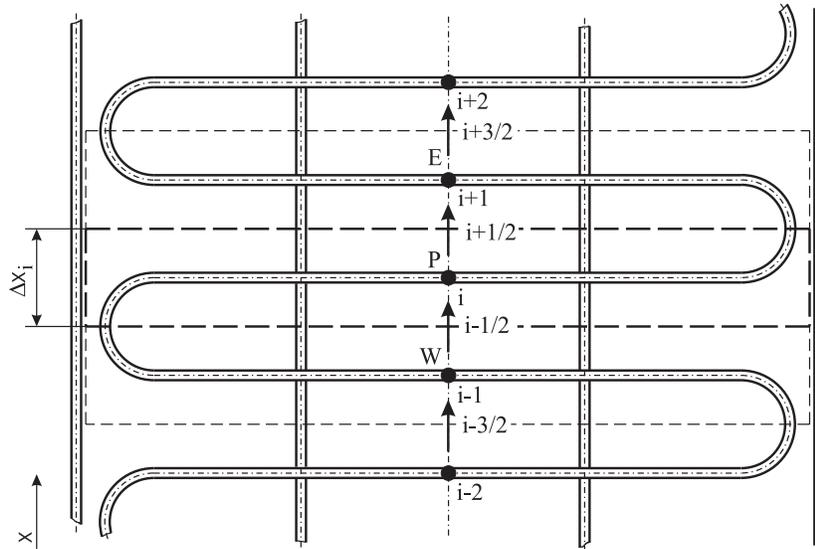
Das zu berechnende Gebiet des konvektiven Rauchgaszuges wird durch einzelne, sich nicht überlappende Kontrollvolumina, wie in Bild 46 dargestellt, diskretisiert. Entsprechend dem Finite-Volumen-Verfahren SIMPLER ist in der Mitte einer jeder Rechenzelle i der Rechenpunkt P – symbolisiert durch einen \bullet – für das jeweilige Rauchgasvolumen angeordnet. Die Rechenpunkte der Nachbarvolumina der Rechenzelle i werden entsprechend der Kompaßnotation für den darunter liegenden Nachbarn mit W (west) und den darüber liegenden Nachbarn mit E (east) bezeichnet. Die Grenzflächen der hier betrachteten Bilanzzelle werden mit den Indizes $i - \frac{1}{2}$ und $i + \frac{1}{2}$ versehen.

Unter Berücksichtigung der in Kapitel 5 getätigten Modellannahmen für eine transiente Rohrströmung kann auch die vereinfachte Energiebilanz für das Rauchgas entsprechend der Gleichung (7) angeschrieben werden:

$$\frac{\partial m_{Rg} h_{Rg}}{\partial t} + \Delta x \frac{\partial \dot{m}_{Rg} h_{Rg}}{\partial x} = \sum_{j=1}^k \alpha_{Rgj} A_{O,Waj} (\vartheta_{Waj} - \vartheta_{Rg}) \quad (243)$$

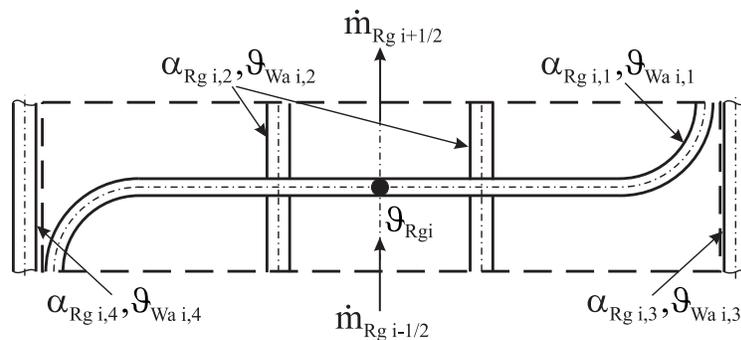
mit der spezifischen Enthalpie h_{Rg} des Rauchgases, der Rauchgasmasse m_{Rg} , dem Rauchgasmassenstrom \dot{m}_{Rg} , der Oberfläche $A_{O,Wa,j}$ der einzelnen Heizflächen j , den ihnen zugehörigen Wärmeübergangskoeffizienten zwischen Rauchgas und Wand $\alpha_{Rg,j}$, der Rauchgastemperatur ϑ_{Rg} und den mittleren Wandoberflächentemperaturen $\vartheta_{Wa,j}$ der Heizflächen.

Bild 47 zeigt eine detailliertere Darstellung des i -ten Kontrollvolumens des in Abbildung



kovol-rg-fv-method-allg.eps

Bild 46: **Kontrollvolumina der Rauchgasströmung**



kovol-rg-fv-method.eps

Bild 47: **Kontrollvolumen einer allgemeinen Rechenzelle der Rauchgasströmung**

46 skizzierten konvektiven Rauchgaszuges. Neben den Ein- und Austrittsmassenströmen des Rauchgases, welche an den Grenzflächen der Rechenzelle angeordnet sind, beinhaltet die Skizze auch die den einzelnen Heizflächen j zugeordneten mittleren Wandoberflächentemperaturen $\vartheta_{Wa,i,j}$ und den Wärmeübergangskoeffizienten $\alpha_{Rg,i,j}$ zwischen den Rohrwänden und dem Rauchgas.

Die Berechnung der Oberflächentemperatur der Rohrwand einer Heizfläche erfolgt als gewichtetes arithmetisches Mittel über die einzelnen Zellenoberflächentemperaturen, wobei

die Wichtung mittels des Verhältnisses der Zellenoberfläche bezogen auf die Gesamtoberfläche der betrachteten Heizfläche im Kontrollvolumen vorgenommen wird.

Die Ränder des Kontrollvolumens stellen gleichzeitig die Schnittebenen für die den Rechenzellen zugeordneten Heizflächen dar. Innerhalb einer Bilanzzelle können zusammengehörige Rohre, wie in Abbildung 47 anhand der Tragrohre dargestellt, zu einer Heizfläche kombiniert werden, wenn diese auch bei der Berechnung der Rohrströmung als ein einzelnes Rohr modelliert werden.

Integration der Transportgleichung für Energie (243) über das in Bild 47 dargestellte Kontrollvolumen liefert, korrespondierend zum SIMPLER-Verfahren, die diskretisierte Energiebilanz in folgender Form:

$$a_{RgPi}h_{Rgi} = a_{RgWi}h_{Rgi-1} + a_{RgEi}h_{Rgi+1} + b_{Rgi} + \sum_{j=1}^k \alpha_{Rgi,j} A_{O,Wai,j} (\vartheta_{Wai,j} - \vartheta_{Rgi}) \quad (244)$$

mit den Koeffizienten

$$a_{RgPi} = a_{RgWi} + a_{RgEi} + a_{RgPi}^0 - S_{Rgpi} A_{Rgi} \Delta x_i, \quad (245a)$$

$$a_{RgPi}^0 = \frac{m_{Rgi}^0}{\Delta t}, \quad (245b)$$

$$a_{RgWi} = [[\dot{m}_{Rgi-\frac{1}{2}}, 0]], \quad (245c)$$

$$a_{RgEi} = [[-\dot{m}_{Rgi+\frac{1}{2}}, 0]] \quad \text{und} \quad (245d)$$

$$b_{Rgi} = S_{Rgci} A_{Rgi} \Delta x_i + a_{RgPi}^0 h_{Rgi}^0. \quad (245e)$$

Substituiert man in der Gleichung (244) die spezifische Enthalpie h_{Rgi} durch den Ausdruck $\bar{c}_{pRgi} \vartheta_{Rgi}$ und stellt die Beziehung anschließend nach der Rauchgastemperatur ϑ_{Rgi} um, so erhält man:

$$a_{RgPi} \vartheta_{Rgi} = a_{RgWi} \bar{c}_{pRgi-1} \vartheta_{Rgi-1} + a_{RgEi} \bar{c}_{pRgi+1} \vartheta_{Rgi+1} + b_{Rgi} \quad (246)$$

mit den Koeffizienten für die diskretisierte Energiebilanz der Rauchgasströmung

$$a_{RgPi} = \bar{c}_{pRgi} \left(a_{RgWi} + a_{RgEi} + a_{RgPi}^0 - S_{Rgpi} A_{Rgi} \Delta x_i \right) + \sum_{j=1}^k \alpha_{Rgi,j} A_{O,Wai,j}, \quad (247a)$$

$$a_{RgPi}^0 = \frac{m_{Rgi}^0}{\Delta t}, \quad (247b)$$

$$a_{RgWi} = [[\dot{m}_{Rgi-\frac{1}{2}}, 0]], \quad (247c)$$

$$a_{RgEi} = [[-\dot{m}_{Rgi+\frac{1}{2}}, 0]] \quad \text{und} \quad (247d)$$

$$b_{Rgi} = S_{Rgci} A_{Rgi} \Delta x_i + a_{RgPi}^0 \bar{c}_{pRgi}^0 \vartheta_{Rgi}^0 + \sum_{j=1}^k \alpha_{Rgi,j} A_{O,Wai,j} \vartheta_{Wai,j}. \quad (247e)$$

In den auf das Kontrollvolumen bezogenen Quelltermen S_{Rgci} und S_{Rgpi} können zusätzliche an das jeweilige Kontrollvolumen zu- beziehungsweise abgeführte Wärmeströme berücksichtigt werden, wie zum Beispiel jener Strahlungswärmestrom, welcher aus dem Feuerraum in das der Brennkammer am nächsten liegende Überhitzerheizbündel abgegeben

wird. Um die in Kapitel 8.2 beschriebene Grundregel bezüglich der Quelltermlinearisierung nicht zu verletzen, müssen der proportionale und der konstante Anteil des Quellterms, korrespondierend zur Energiebilanz für die Rohrströmung, wie folgt linearisiert werden:

$$S_{Rgci} A_{Rgi} \Delta x_i = [[\dot{Q}, 0]] \quad (248)$$

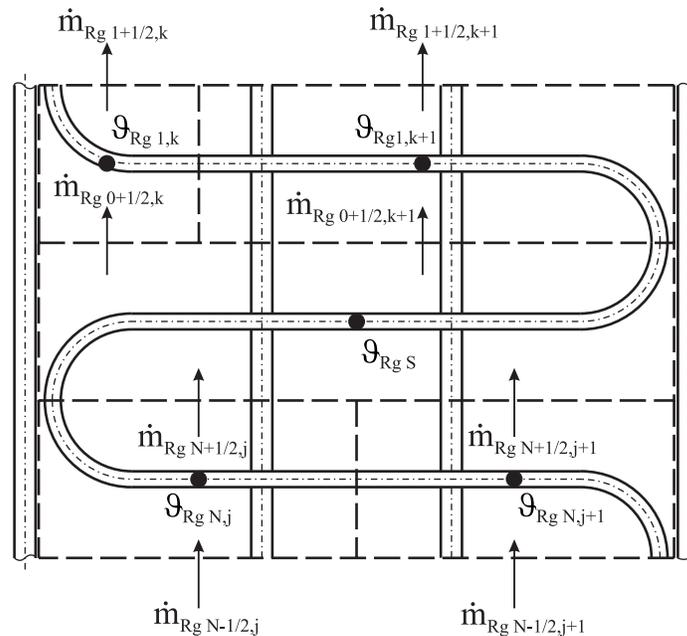
und

$$S_{Rgpi} A_{Rgi} \Delta x_i = -\frac{[[-\dot{Q}, 0]]}{\bar{c}_{pRgi} \vartheta_{Rgi}} \quad (249)$$

Die Koeffizientenmatrix für die Rauchgasströmung weist, wie jene der Rohrströmung des Arbeitsmediums, eine tridiagonale Form auf.

17.1.2 Energiebilanz der Rauchgasströmung in Misch- und Verzweigungspunkten

Unter Zugrundelegung der Gleichung (246) kann die transiente Änderung der Rauchgasenergie in einem Rauchgaszug ohne Mischungs- und Aufteilungspunkte numerisch berechnet werden. Besteht jedoch, aufgrund der Rauchgasführung in der zu untersuchenden Kraftwerksanlage, der Bedarf nach einer Verzweigung des Gases in mehrere Einzelzüge oder nach Zusammenführung unterschiedlicher Rauchgaskanäle zu einem Zug, so ist eine von Gleichung (246) divergierende Berechnungsvorschrift, welche im folgenden dargestellt werden soll, anzuwenden.



kovol-rg-fv-method-sam.eps

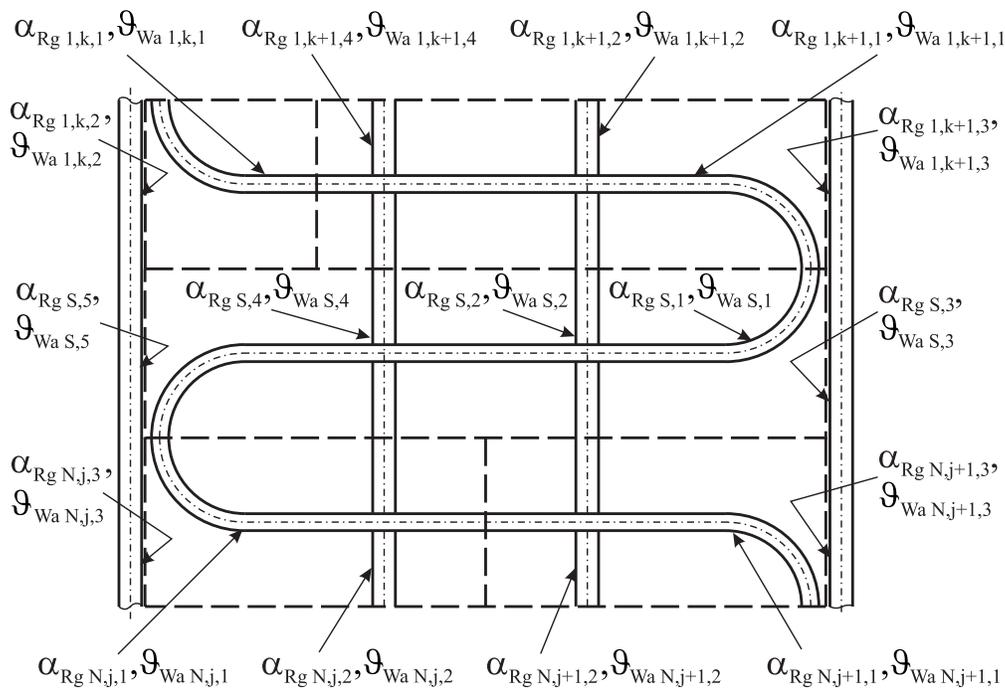
Bild 48: Bilanzvolumen eines Misch- und Verzweigungspunktes der Rauchgasströmung

Bild 48 zeigt das Bilanzvolumen eines Misch- und Verzweigungspunktes der Rauchgasströmung mit seinen ihm angeschlossenen Kontrollvolumina. In Anlehnung an den Samm-

ler der Rohrströmung erfolgt die Kennzeichnung der Bilanzzone des Misch- und Verzweigungspunktes mit dem Index S . Die Rechenpunkte für die Temperaturen der einzelnen Bilanzzellen liegen im Zentrum des jeweiligen Kontrollvolumens und sind in Abbildung 48 durch einen \bullet symbolisiert. An den Grenzflächen der Rechenzellen sind die Massenströme, welche durch einen \rightarrow dargestellt sind, angeordnet.

Die erste Bilanzzone des k -ten Rauchgaszuges nach dem Misch- beziehungsweise Verzweigungspunkt wird mit $1, k$ bezeichnet. Das letzte Kontrollvolumen des j -ten Rauchgaskanals, vor Einmündung der Rauchgasströmung in den Misch- beziehungsweise Verzweigungspunkt, wird mit N, j und jenes des $j + 1$ -ten Rauchgaskanals mit $N, j + 1$ gekennzeichnet.

In Bild 49 sind die Wandoberflächentemperaturen ϑ_{Wa} und die Wärmeübergangskoeffizienten α_{Rg} zwischen den Rohrwänden und dem Rauchgas für die einzelnen Heizflächen, welche den unterschiedlichen Kontrollvolumina in Abbildung 48 zugeordnet sind, angegeben.



kovol-rg-fv-method-sam-heizfl.eps

Bild 49: Anordnung der Heizflächen im Bilanzvolumen eines Misch- und Verzweigungspunktes der Rauchgasströmung

Die Rauchgastemperatur eines Misch- oder Verzweigungspunktes ist nicht unabhängig von den dem Kontrollvolumen angrenzenden Bilanzzellen und ergibt sich zu:

$$a_{RgPS} \vartheta_{RgS} = \sum_j a_{RgWS,j} \bar{c}_{pRgN,j} \vartheta_{RgN,j} + \sum_k a_{RgES,k} \bar{c}_{pRg1,k} \vartheta_{Rg1,k} + b_{RgS} \quad (250)$$

mit den Koeffizienten

$$a_{RgPS} = \bar{c}_{pRgS} \left(\sum_j a_{RgWS,j} + \sum_k a_{RgES,k} + a_{RgPS}^0 - S_{RgpS} A_{RgS} \Delta x_S \right) + \sum_i \alpha_{RgS,i} A_{O,WaS,i}, \quad (251a)$$

$$a_{RgPS}^0 = \frac{m_{RgS}^0}{\Delta t}, \quad (251b)$$

$$a_{RgWS,j} = [[\dot{m}_{RgN+\frac{1}{2},j}, 0]], \quad (251c)$$

$$a_{RgES,k} = [[-\dot{m}_{Rg0+\frac{1}{2},k}, 0]] \quad \text{und} \quad (251d)$$

$$b_{RgS} = S_{RgcS} A_{RgS} \Delta x_S + a_{RgPS}^0 \bar{c}_{pRgS} \vartheta_{RgS}^0 + \sum_i \alpha_{RgS,i} A_{O,WaS,i} \vartheta_{WaS,i}. \quad (251e)$$

Durch die Koppelung der Rechenzelle für den Misch- beziehungsweise Verzweigungspunkt mit ihren Nachbarkontrollvolumina geht die tridiagonale Form der Koeffizientenmatrix verloren. Es erfolgt deshalb, korrespondierend zur Rohrströmung des Arbeitsstoffes, eine Bandbreitenoptimierung bei der Generierung der Daten, um eine möglichst schmale Bandbreite der Koeffizientenmatrix zu erhalten.

17.1.3 Energiebilanz für die dem Misch- beziehungsweise Verzweigungspunkt angrenzenden Kontrollvolumina

In Bild 48 sind neben der Bilanzzelle des Misch- beziehungsweise Verzweigungspunktes auch diejenigen der dieser Zelle angrenzenden Kontrollvolumina dargestellt, wobei die Zählrichtung der dem Misch- beziehungsweise Verzweigungspunkt angeschlossenen Rauchgaskanäle der Strömungsrichtung des Gases entspricht. Tritt das Rauchgas aus dem Verzweigungspunkt aus, so beginnt die Zählung der Kontrollvolumina für diesen Zug erneut mit dem Index 1. Dem gegenübergestellt endet hier die Zählung der Rechenzellen derjenigen Rauchgaskanäle, deren Rauchgasmassenstrom in den Mischungspunkt einströmt.

Der aus dem Verzweigungspunkt in den k -ten Rauchgaskanal eintretende Massenstrom wird mit dem Index $0 + \frac{1}{2}, k$, der aus dem j -ten Rauchgaszug in den Mischungspunkt eintretende Massenstrom mit $N + \frac{1}{2}, j$ bezeichnet.

Die Bestimmungsgleichung für das N -te Kontrollvolumen des j -ten Zuges läßt sich wie folgt angeben:

$$a_{RgPN,j} \vartheta_{RgN,j} = a_{RgWN,j} \bar{c}_{pRgN-1,j} \vartheta_{RgN-1,j} + a_{RgEN,j} \bar{c}_{pRgS} \vartheta_{RgS} + b_{RgN,j} \quad (252)$$

mit den Koeffizienten

$$a_{RgPN,j} = \bar{c}_p RgN,j \left(a_{RgWN,j} + a_{RgEN,j} + a_{RgPN,j}^0 - S_{RgpN,j} A_{RgN,j} \Delta x_{N,j} \right) + \sum_i \alpha_{RgN,j,i} A_{O,WaN,j,i}, \quad (253a)$$

$$a_{RgPN,j}^0 = \frac{m_{RgN,j}^0}{\Delta t}, \quad (253b)$$

$$a_{RgWN,j} = [[\dot{m}_{RgN-\frac{1}{2},j}, 0]], \quad (253c)$$

$$a_{RgEN,j} = [[-\dot{m}_{RgN+\frac{1}{2},j}, 0]] \quad \text{und} \quad (253d)$$

$$b_{RgN,j} = S_{RgcN,j} A_{RgN,j} \Delta x_{N,j} + a_{RgPN,j}^0 \bar{c}_p^0 RgN,j \vartheta_{RgN,j}^0 + \sum_j \alpha_{RgN,j,i} A_{O,WaN,j,i} \vartheta_{WaN,j,i}. \quad (253e)$$

Für das erste Kontrollvolumen des k -ten Rauchgaskanals nach einem Verzweigungspunkt gilt:

$$a_{RgP1,k} \vartheta_{Rg1,k} = a_{RgW1,k} \bar{c}_p RgS \vartheta_{RgS} + a_{RgE1,k} \bar{c}_p Rg2,k \vartheta_{Rg2,k} + b_{Rg1,k} \quad (254)$$

mit

$$a_{RgP1,k} = \bar{c}_p Rg1,k \left(a_{RgW1,k} + a_{RgE1,k} + a_{RgP1,k}^0 - S_{Rgp1,k} A_{Rg1,k} \Delta x_{1,k} \right) + \sum_i \alpha_{Rg1,k,i} A_{O,Wa1,k,i}, \quad (255a)$$

$$a_{RgP1,k}^0 = \frac{m_{Rg1,k}^0}{\Delta t}, \quad (255b)$$

$$a_{RgW1,k} = [[\dot{m}_{Rg0+\frac{1}{2},k}, 0]], \quad (255c)$$

$$a_{RgE1,k} = [[-\dot{m}_{Rg1+\frac{1}{2},k}, 0]] \quad \text{und} \quad (255d)$$

$$b_{Rg1,k} = S_{Rgc1,k} A_{Rg1,k} \Delta x_{1,k} + a_{RgP1,k}^0 \bar{c}_p^0 Rg1,k \vartheta_{Rg1,k}^0 + \sum_j \alpha_{Rg1,k,i} A_{O,Wa1,k,i} \vartheta_{Wa1,k,i}. \quad (255e)$$

Unter Einbeziehung der Gleichungen (250) bis (255) können die Energiebilanzen für alle Verzweigungs- und Vermischungspunkte in einer Gasströmung mit Wärmetauscherflächen aufgestellt und berechnet werden.

17.1.4 Randbedingungen der Energiebilanz der Rauchgasströmung

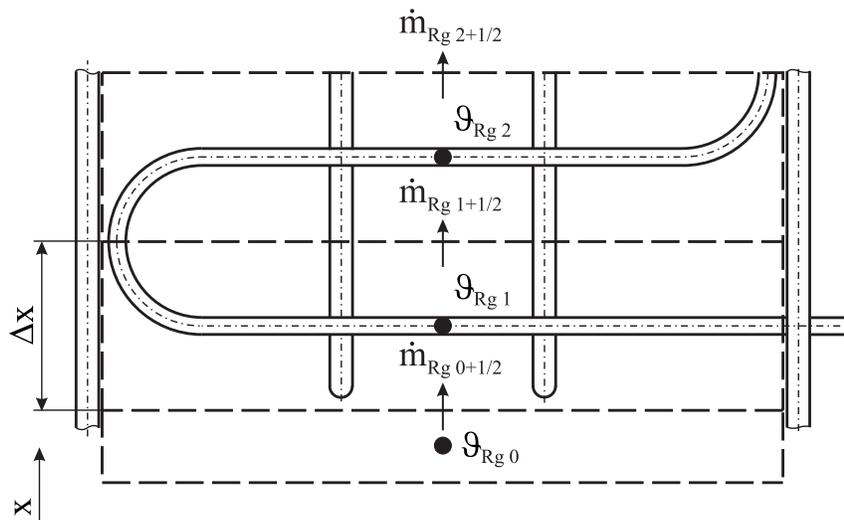
Um einen geschlossenen Satz an Gleichungen zur Berechnung der transienten Energiebilanz einer Rauchgasströmung zu erhalten, ist es notwendig, auch für die Ränder des zu untersuchenden Rechengebietes entsprechende Beziehungen anzugeben. Wie bereits weiter oben in diesem Kapitel ausführlich dargestellt wurde, müssen in Abhängigkeit von der Gestaltung des Rauchgaseintrittspunktes in den Rauchgaszug zwei unterschiedliche Dirichlet-Randbedingungen vorgesehen werden. Darauf Bezug nehmend seien diese beiden

Randbedingungen hier noch einmal angeführt:

1. Der Massenstrom und die Temperatur des Rauchgases oder
2. der Massenstrom des Brennstoffes und der Verbrennungsluft sowie deren Temperatur

sind gegeben. Die unter Punkt 2 angeführte Randbedingung wird etwa benötigt, wenn – wie bereits erwähnt wurde – eine Brennkammer vor dem konvektiven Rauchgaszug angeordnet ist.

Die Berechnung der Brennkammer erfolgt unabhängig von der Berechnung der Strömung im konvektiven Rauchgaskanal (siehe Kapitel 17.2). Es kann daher die unter Punkt 2 angeführte Dirichlet-Randbedingung auf die unter Punkt 1 angegebene zurückgeführt werden, da aus der quasistationären Berechnung des Feuerraumes die Brennkammeraustrittstemperatur und der Massenstrom des Rauchgases als Ergebnis vorliegen, deren Größen als zeitliche Randbedingung für den konvektiven Rauchgaskanal zur Anwendung kommen.



kovol-rg-fv-method-rand.eps

Bild 50: Bilanzzellen am Rand des Rauchgaskanals

Bild 50 zeigt die Zellenkonfiguration, wie sie für die Bereitstellung der Randbedingungen zur Berechnung der instationären Energiebilanz des Rauchgases benötigt wird. Dem ersten regulären Kontrollvolumen, welches mit dem Index 1 bezeichnet ist, wird in diesem Modell eine fiktive – nullte – Rechenzelle vorangestellt. Diese nichtreguläre Bilanzzelle dient der Aufnahme der Randbedingung und ist in ihrer Längsausdehnung in Richtung der x -Koordinate um Größenordnungen kleiner ($\Delta x_0 = 0.01$ m), ihre Querausdehnung entspricht jedoch der der ersten regulären Zelle.

Entsprechend der Darstellung in Abbildung 50 werden die Werte für die Dirichlet-Randbedingung der Rauchgasströmung – Temperatur ϑ_{Rg0} und Massenstrom des Rauchgases $\dot{m}_{Rg0+\frac{1}{2}}$ – in der Mitte des fiktiven Kontrollvolumens beziehungsweise an dessen Rand zur ersten regulären Bilanzzelle angeordnet.

Die Bilanzgleichungen zur Berechnung des Temperaturfeldes müssen so vorgegeben werden, daß bei Lösung der Matrix die gegebenen Randwerte des Temperaturfeldes unverändert daraus hervorgehen. Die Koeffizienten der diskretisierten Energiebilanz (246) ergeben sich für die Kontrollvolumina am Rand des Rechenfeldes zu:

$$a_{RgP0} = 1, \quad (256a)$$

$$a_{RgE0} = 0, \quad (256b)$$

$$a_{RgW0} = 0 \quad \text{und} \quad (256c)$$

$$b_{Rg0} = \vartheta_{Rg0}. \quad (256d)$$

Die Koeffizienten (256) der Gleichung (246) können in der hier vorliegenden Form nur für einen aufgeprägten Massenstrom zur Anwendung kommen. Die Strömungsrichtung des Gasmassenstromes muß dabei in die in Bild 50 dargestellte Koordinatenrichtung weisen.

17.2 Feuerraummodell

Ein zentrales Element des Dampferzeugers ist der Feuerraum, welcher durch die Überlagerung chemischer Reaktionen mit thermodynamischen und strömungsmechanischen Vorgängen charakterisiert ist.

Die wesentlichen physikalischen Größen im Feuerraum sind nach Görner [241] die Geschwindigkeit, die Temperatur und die Konzentration der einzelnen Spezies. Ausgehend von den Wechselwirkungen dieser physikalischen Größen leitet Görner die für die Aufstellung eines Feuerraumgesamtmodells notwendigen Teilmodelle – Strömungs-, Wärmeübertragungs- und Reaktionsmodell – ab.

Eine Übersicht über unterschiedliche Feuerraumgesamtmodelle wird zum Beispiel bei Richter [242], Zinser [243], Görner [244] oder Schobesberger [245] gegeben, wobei die Klassifizierung der Modelle anhand der Anzahl der betrachteten Dimensionen der Teilmodelle (null-, ein- oder mehrdimensionale Modelle) vorgenommen wird.

Das nulldimensionale Feuerraummodell berücksichtigt innerhalb der Brennkammer, nach dem Prinzip des idealen Rührkessels, keine Temperatur- und Konzentrationsschwankungen. Es kommt wegen der raschen Berechnung der Feuerraumendtemperatur und des Gesamtwärmeaustausches sehr gerne in dynamischen Simulationsprogrammen, unter anderen bei Berndt [36], Klug [34], Heitmüller [45], Klaus [246] oder Rohse [66], zur Anwendung. Exemplarisch für die nulldimensionalen Feuerraummodelle sei hier das Modell von Konakow [247] angeführt. Lawrenz *et al.* [248] präsentierten einen Vergleich zwischen gemessenen und mittels eines nulldimensionalen Modells berechneten Brennkammerendtemperaturen an einem gasgefeuerten Dampferzeuger.

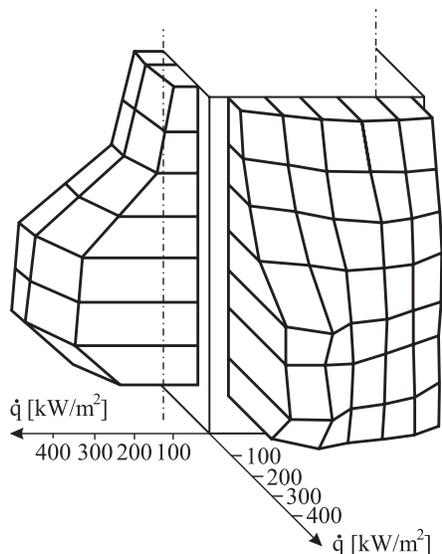
Die eindimensionale Approximation des Feuerraumes erlaubt es, den Ausbrand, die Temperatur, die Konzentration und den Wärmestrom entlang der Längsausdehnung der Brennkammer zu berechnen. Diese Modelle eignen sich aufgrund des relativ geringen Rechenaufwandes und ihrer zum Teil doch recht guten Aussagekraft für Parameterstudien an Einzelflammen oder Feuerräumen mit einer eindeutigen Hauptströmungsrichtung [245]. Eine Übersicht über die maßgeblichen Modellansätze eindimensionaler Feuerraumberechnungsmodelle gibt Richter [242].

In die dritte Kategorie von Modellen werden alle mehrdimensionalen Berechnungsverfahren zur Erfassung der Geschwindigkeits-, Temperatur-, Konzentrations- und Wärmestromdichtefelder eingeordnet. Welches mathematische Modell zur Beschreibung der Vorgänge in der Brennkammer im konkreten Fall zur Anwendung kommt, ist von den erforderlichen Informationen abhängig. Die detailliertesten Aussagen lassen sich mit dreidimensionalen Feuerraummodellen (siehe dazu Görner [241], [244], Schobesberger [245], Müller [249], Knaus *et al.* [250], Vockrodt *et al.* [251] oder Krüll *et al.* [252]) erzielen. Spielt der Strömungsvorgang eine untergeordnete Rolle, so kommt den zweidimensionalen Modellen, wie zum Beispiel dem Zonenverfahren von Hottel und Sarofim [253], eine größere Bedeutung zu.

Für die dynamische Berechnung von Dampferzeugern ist die Kenntnis der Feuerraumendtemperatur und der Wärmestromdichteverteilung im Kessel von Wichtigkeit. Diese Größen lassen sich mit Bezug auf die oben getroffene Klassifizierung der Feuerraumgesamtmodelle bereits mit den einfachen nulldimensionalen Modellen ermitteln. Im folgenden soll das in der vorliegenden Arbeit zur Anwendung kommende nulldimensionale Brennkammermodell näher erläutert werden.

17.2.1 Flammraum-Strahlraum-Modell

Mit dem beispielsweise bei Berndt [36], Klug [34], Heitmüller [45], Dymek [19] oder Rohse [66] in der dynamischen Simulation bereits erfolgreich eingesetzten Konakow-Modell kann die Feuerraumaustrittstemperatur und der gesamte im Feuerraum übertragene Wärmestrom gut abgeschätzt werden.

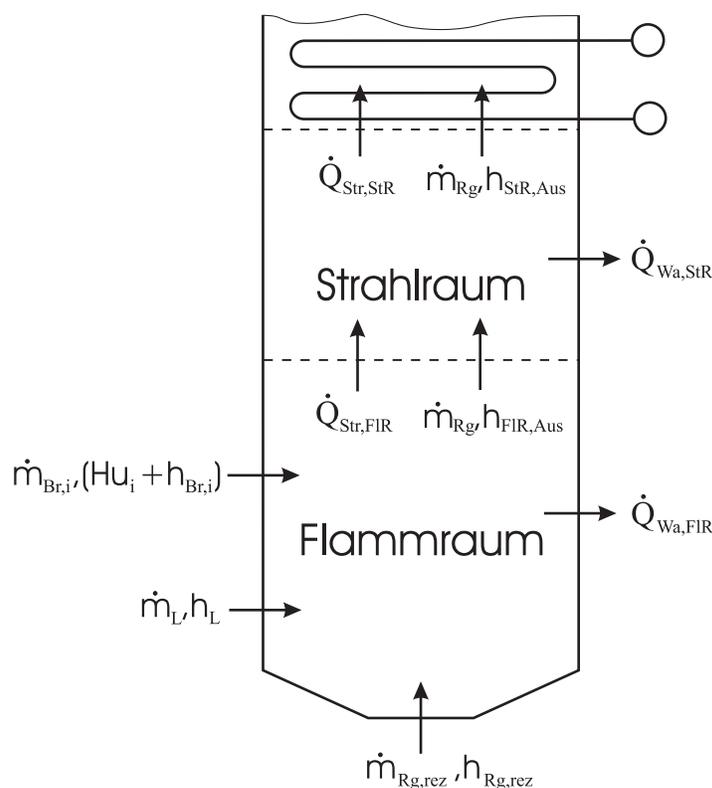


waermestromdichte.eps

Bild 51: Wärmestromdichteverteilung im Feuerraum nach [245]

Nachdem es sich beim Konakow-Modell jedoch um ein nulldimensionales Feuerraumgesamtmodell handelt, kann kein Wärmestromdichteprofil über die Feuerraumhöhe berechnet werden. Betrachtet man die von Schobesberger [245] berechnete und in [Bild 51](#) dargestellte Verteilung der Wärmestromdichte in der Brennkammer eines Dampferzeugers,

so läßt sich sehr deutlich die ungleichmäßige Verteilung der Wärmestromdichte über die Feuerraumhöhe erkennen. Um den mit dem Konakow-Modell ermittelten übertragenen Wärmestrom auf ein Wärmestromdichteprofil überführen zu können, würde man die Verteilung der Wärmestromdichte für verschiedene Lastfälle vom Dampferzeugerhersteller benötigen. Ist eine solche Wärmestromdichteverteilung nicht verfügbar, so kann für Feuerräume mit tiefliegendem Brenner eine von Doležal in [254] angegebene Beziehung für die Umrechnung der gesamten im Feuerraum abgegebenen Wärme auf die örtliche Wärmestromdichte herangezogen werden. Nach Riemenschneider [17] ist jedoch die korrekte Erfassung der integralen Wärmezufuhr für die Dampferzeugerdynamik von größerer Bedeutung als die korrekte Erfassung des Verlaufs der Wärmestromdichte über die Brennkammerhöhe.



flamm-strahlraum-ges.eps

Bild 52: Flammraum-Strahlraum-Modell

Bei dem in der vorliegenden Arbeit zugrundegelegten nulldimensionalen Feuerraummodell wird die Brennkammer, wie in [Bild 52](#) dargestellt, in Anlehnung an das Zonenmodell von Hottel und Sarofin, in zwei Bereiche – den Flammraum und den Strahlraum – unterteilt. In der Modellannahme erfolgt der primäre Wärmeaustausch mit der Wand im Flammraum durch Flammenstrahlung, während im Strahlraum der Austausch allein durch die Gasstrahlung erfolgt. Aufgrund dieser Annahmen kommt es zu differierenden mittleren Temperaturen und Wärmeströmen in den beiden Zonen, was eine näherungsweise Berücksichtigung

sichtigung des in Bild 51 skizzierten Verlaufs der Wärmestromdichte im vorliegenden Modell darstellt. Betrachtet man die in Bild 52 eingetragenen Wärmeströme, so wurde kein Wärmetransport aufgrund einer Rückstrahlung vom Strahlraum in den Flammraum vorgesehen, was zu einer Entkoppelung der Berechnung beider Zonen führt. Im Gegensatz zum Zonenmodell muß somit die Feuerraumtemperatur und die Wärmestromdichte im Feuerraum des Dampferzeugers nicht iterativ bestimmt werden.

Eine weitere Modellvoraussetzung für den Flammraum ist die Annahme, daß die Flamme den Flammraum vollständig ausfüllt und der in den Dampferzeuger eingebrachte Brennstoff am Strahlraumeintritt vollständig verbrannt ist.

17.2.1.1 Flammraum

Bild 52 zeigt die dem Flammraum zu- und abgeführten Wärme-, Massen- und Enthalpieströme, wie sie für die Berechnung des Flammraumes benötigt werden. Die Modellierung der Brennkammer des Dampferzeugers erfolgte unter der Annahme, daß gleichzeitig maximal zwei unterschiedliche Brennstoffe in den Feuerraum eingebracht werden können. Sowohl der in die Brennkammer mit einem Heizwert Hu_i eingebrachte Brennstoff als auch die Verbrennungsluft kann, in der hier zugrundegelegten Modellvorstellung, eine Vorwärmung erfahren haben, was zu einer Erhöhung der spezifischen Enthalpie der Verbrennungsluft um Δh_L und der des jeweiligen Brennstoffes um $\Delta h_{Br,i}$ auf h_L beziehungsweise $h_{Br,i}$ führt.

Die theoretische spezifische Enthalpie einer adiabaten Verbrennung ergibt sich aus den dem Flammraum zugeführten Wärmeströmen zu:

$$h_{FlR,Ein} = \frac{\sum \dot{Q}_{FlR,Ein}}{\dot{m}_{Rg}} = \frac{\dot{m}_L h_L + \dot{m}_{Rg,rez} h_{Rg,rez} + \sum_{i=1}^2 \dot{m}_{Br,i} (Hu_i + h_{Br,i})}{\dot{m}_{Rg}} \quad (257)$$

Das Emissionsverhältnis der Flamme ε_{Flam} ist, wie bei Riemenschneider [17] oder Siegel *et al.* [255] ausführlich dargestellt wird, von vielen Parametern, wie zum Beispiel der Anzahl der Kohlenstoffteilchen in der Flamme, der Form des Brenners, der Aufwärmung der Luft und des Brennstoffes, den Partialdrücken, dem Verbrennungsluftverhältnis oder dem Ort innerhalb der Flamme, abhängig, so daß sich keine allgemeinen Angaben darüber machen lassen. Um diese Abhängigkeiten untereinander darstellen zu können, ist eine mehrdimensionale Feuerraummodellierung notwendig, wobei ein Teil dieser Einflußfaktoren trotzdem experimentell bestimmt werden müßte. Doležal [254] gibt für unterschiedliche Brennstoffe Anhaltswerte für den Emissionsgrad der Flamme an.

Die Berechnung des Emissionsverhältnisses der Flamme ε_{Flam} erfolgt in der vorliegenden Arbeit unter Zuhilfenahme der von Schuhmacher und Waldman [256] angegebenen und in Bild 53 als Funktion der Schichtdicke dargestellten Werte für den Emissionsgrad.

Wochinz [257] hat die von Schuhmacher und Waldman angegebenen Kurven durch Polynome 2. Ordnung angenähert, um sie einer numerischen Behandlung zugänglich machen zu können. Für die einzelnen Brennstoffgruppen gibt Wochinz folgende Beziehungen an:

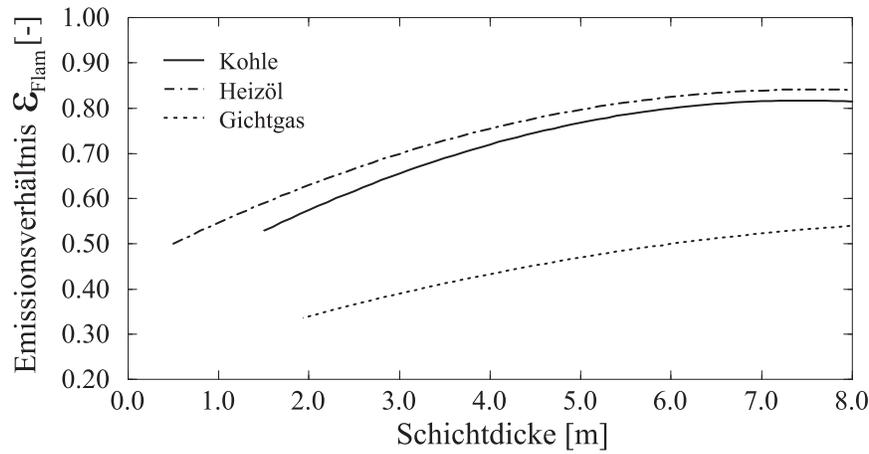
$$\varepsilon_{Flam} = 0.365 (0.12125 - 0.008125 S_{Str}) S_{Str} \quad \text{für Kohle} \quad (258)$$

$$\varepsilon_{Flam} = 0.450 (0.10375 - 0.006875 S_{Str}) S_{Str} \quad \text{für Heizöl} \quad (259)$$

$$\varepsilon_{Flam} = 0.22 (0.006667 - 0.003332 S_{Str}) S_{Str} \quad \text{für Gichtgas} \quad (260)$$

mit der äquivalenten Schichtdicke S_{Str} nach Günther [258]

$$S_{Str} = 3.4 \frac{V_{FIR}}{A_{O,FIR} + A_{FIR,Aus}}. \quad (261)$$



emissionsgrad-flamme.eps

Bild 53: Emissionsverhältnis der Flamme in Abhängigkeit von der Schichtdicke

Werden unterschiedliche Brennstoffe gleichzeitig zur Verfeuerung in die Brennkammer eines Dampferzeugers eingebracht, so muß ein mittleres, gewichtetes Emissionsverhältnis der Flamme $\bar{\varepsilon}_{Flam}$ berechnet werden. Die Wichtung der einzelnen Flammenemissionsverhältnisse erfolgt unter Zuhilfenahme der Brennstoffmassenströme.

$$\bar{\varepsilon}_{Flam} = \frac{\sum_{i=1}^2 \varepsilon_{Flam,i} \dot{m}_{Br,i}}{\sum_{i=1}^2 \dot{m}_{Br,i}} \quad (262)$$

Für den gesamten Flammraum ergibt sich das mittlere Emissionsverhältnis aus

$$\bar{\varepsilon}_{FIR} = \frac{1}{\frac{1}{\bar{\varepsilon}_{Flam}} + \frac{A_{O,Flam}}{A_{O,FIR} + A_{FIR,Aus}} \left(\frac{1}{\varepsilon_{Wa}} - 1 \right)} \quad (263)$$

mit dem Emissionsgrad für die Wand des Feuerraumes ε_{Wa} . Nach Jahns und Schinkel [259] liegt ε_{Wa} in einer rohbraunkohlestaubbefeuerten Dampferzeuger-Brennkammer im Bereich von 0.6 bis 0.9. In der vorliegenden Arbeit wird für alle zum Einsatz kommenden Brennstoffe ein mittlerer Emissionsgrad von $\varepsilon_{Wa} = 0.85$ angenommen.

Für die hier modellierten Brennkammern wurde weiters die Annahme getroffen, daß die Flammenoberfläche $A_{O,Flam}$ gleich ist der Summe aus der Flammraumwandoberfläche $A_{O,FIR}$ und der Querschnittsfläche zwischen Flamm- und Strahlraum $A_{FIR,Aus}$. Die Wandoberfläche des Flammraumes $A_{O,FIR}$ errechnet sich aus

$$A_{O,FIR} = \sum_{i=1}^j A_{O,Wa,i} \Psi_i \quad (264)$$

mit $A_{O,Wa,i}$, der i -ten Flammraumwandoberfläche und Ψ_i , der der Flammraumwandoberfläche zugehörigen Wertigkeit. Die Ermittlung der Wertigkeit der Strahlungsheizfläche erfolgt nach Brandt [128] und ist zum Beispiel für eine einseitig beheizte Flossenrohrwand gleich 1.

Der mittlere Emissionsgrad kann somit, unter Zugrundelegung der oben getroffenen Annahmen, wie jener für unendlich große, ebene parallele Flächen ermittelt werden.

$$\bar{\epsilon}_{FlR} = \frac{1}{\frac{1}{\bar{\epsilon}_{Flam}} + \left(\frac{1}{\epsilon_{Wa}} - 1\right)} \quad (265)$$

Eine weitere dem Flammraum-Strahlraum-Modell zugrundegelegte Modellannahme geht bezüglich des Strahlungsaustausches zwischen Flamm- und Strahlraum davon aus, daß der Flammraum für Strahlung nur in eine Richtung durchlässig ist. Das heißt, aus dem Flammraum kann die von der Flamme emittierte Strahlung in den Strahlraum einstrahlen, es erfolgt jedoch aus dem Strahlraum keine Rückstrahlung.

Bilanziert man, unter Berücksichtigung der in der vorliegenden Arbeit zur Anwendung kommenden Modellvorstellungen, über die im gesamten Flammraum zu- und abgeführten Wärmemengen, so läßt sich eine implizite Beziehung für die Rauchgastemperatur am Flammraumaustritt angeben.

$$T_{FlR,Aus} = 100 \sqrt[4]{\frac{\dot{m}_{Rg} (h_{FlR,Ein} - h_{FlR,Aus})}{\bar{\epsilon}_{FlR} f_{sch} C_{Str} (A_{O,FlR} + A_{FlR,Aus})} + \left(\frac{T_{Wa,FlR}}{100}\right)^4} \quad (266)$$

mit der Stefan-Boltzmann-Konstanten $C_{Str} = 5.67 \text{ W/m}^2\text{K}^4$, dem Verschmutzungsfaktor f_{sch} , der Oberflächentemperatur der Rohrwand im Flammraum $T_{Wa,FlR}$ und der spezifischen Enthalpie am Flammraumaustritt

$$h_{FlR,Aus} = \bar{c}_p Rg \vartheta_{FlR,Aus}. \quad (267)$$

Der Verschmutzungsfaktor f_{sch} wird zum Beispiel für Kohlestaubfeuerungen von Lawrenz *et al.* [248] mit 0.55, von Doležal [260] mit 0.7 angegeben. In [260] werden weiters auch Werte für feste Brennstoffe auf Rostfeuerungen, flüssige sowie gasförmige Brennstoffe angeführt.

Aufgrund des impliziten Charakters der Gleichung (266) muß die Rauchgastemperatur am Flammraumaustritt unter Zuhilfenahme der Beziehung (267) iterativ bestimmt werden. Um ein gutes und schnelles Konvergenzverhalten der Iteration zu gewährleisten, kommt als Lösungsalgorithmus das Newton-Verfahren zur Anwendung.

Der an die Rohrwand im Flammraum abgeführte Wärmestrom $\dot{Q}_{Wa,FlR}$ errechnet sich als proportionaler Anteil des gesamten im Flammraum zur Verfügung stehenden Wärmestromes.

$$\dot{Q}_{Wa,FlR} = \dot{m}_{Rg} (h_{FlR,Ein} - h_{FlR,Aus}) \frac{A_{O,FlR}}{A_{O,FlR} + A_{FlR,Aus}} \quad (268)$$

Der vom Flammraum in den Strahlraum abgegebene Wärmestrom $\dot{Q}_{FlR,Aus}$ läßt sich somit durch folgende einfache Beziehung angeben:

$$\dot{Q}_{Str,FlR} = \dot{m}_{Rg} (h_{FlR,Ein} - h_{FlR,Aus}) - \dot{Q}_{Wa,FlR} \quad (269)$$

17.2.1.2 Strahlraum

Bild 52 zeigt die dem Strahlraum zu- und abgeführten Wärme-, Massen- und Enthalpieströme, wie sie für die hier zur Anwendung kommende Modellvorstellung zur Strahlraum-berechnung benötigt werden.

Mit der aus dem Flammraum austretenden spezifischen Enthalpie des Rauchgases und dem vom Gas absorbierten Anteil des Wärmestromes der Flammenstrahlung $\dot{Q}_{Str,FlR}$ läßt sich eine fiktive spezifische Enthalpie $h_{StR,Ein}$ des in den Strahlraum eintretenden Rauchgases ermitteln:

$$h_{StR,Ein} = \frac{\dot{Q}_{Str,FlR} \varepsilon_{Rg}}{\dot{m}_{Rg}} + h_{FlR,Aus} \quad (270)$$

mit ε_{Rg} als dem Emissionsverhältnis des Rauchgases.

Für das Emissionsverhältnis des Rauchgases ist die Gasstrahlung im infraroten Bereich von Bedeutung. In diesem Gebiet strahlen vor allem die Rauchgaskomponenten CO_2 und H_2O , wobei die Emission nicht kontinuierlich über alle Wellenlängen erfolgt, sondern selektiv über begrenzte Wellenlängenbereiche. Die Hauptbestandteile der Luft, N_2 und O_2 , lassen hingegen Strahlung im Infraroten ungehindert durch. Das heißt, sie absorbieren nicht und emittieren daher nach dem Gesetz von Kirchhoff auch keine Strahlung. Daß die Komponenten CO_2 und H_2O des Rauchgases für den Wärmeübergang in den Feuerräumen von Dampferzeugern eine so wesentliche Bedeutung haben, wurde als erstes von Schack [261] erkannt. Seine Vermutung wurde experimentell bestätigt, wobei den Arbeiten von Schmidt [262], Schmidt und Eckert [263], Hottel und Egbert [264], [265] und Hottel und Mangelsdorf [266] besondere Bedeutung zukommt.

Die spektrale Intensität der Rauchgaskomponenten CO_2 und H_2O ist abhängig vom Gesamtdruck, vom Partialdruck, der Schichtdicke und der Gastemperatur. Diagramme zum Gesamtemissionsgrad für ε_{CO_2} und ε_{H_2O} werden zum Beispiel im VDI-Wärmeatlas [150], bei Baehr und Stephan [62], Hottel und Sarofim [253], Günther [258] oder Brandt [128] angegeben.

Bei Gasgemischen nimmt man – entsprechend dem Beerschen Gesetz – an, daß für eine konstante Temperatur und einen konstanten Gesamtdruck die Strahlung vom Produkt aus Partialdruck und Schichtdicke abhängt. Dies trifft für CO_2 weitgehend zu, nicht jedoch für H_2O [258].

Im Verbrennungsgas von Dampferzeugern tritt sowohl CO_2 als auch H_2O auf. Das gesamte Emissionsverhältnis des Rauchgases errechnet sich somit als Summe der einzelnen Emissionsgrade der Rauchgaskomponenten, ermittelt unter dem jeweiligen Partialdruck.

$$\varepsilon_{Rg} = \varepsilon_{CO_2} + \varepsilon_{H_2O} \quad (271)$$

Der tatsächliche Gesamtemissionsgrad ist jedoch kleiner als die Summe aus den beiden Einzelemissionsgraden. Dies ist darauf zurückzuführen, daß sich einige der Emissionsbanden von CO_2 und H_2O überlappen (siehe dazu Günther [258]). Hottel und Egbert [264] haben die in Gleichung (271) anzubringende Bandenüberdeckungskorrektur $\Delta\varepsilon_{Rg}$ bestimmt und in Diagrammen dargestellt. Der Gesamtemissionsgrad für das Rauchgas ergibt sich somit zu

$$\varepsilon_{Rg} = \varepsilon_{CO_2} + \varepsilon_{H_2O} - \Delta\varepsilon_{Rg}. \quad (272)$$

Verschiedene Autoren (siehe dazu zum Beispiel Schack [267], [268], Kohlgrüber [269] oder Kostowski [270]) haben die von Hottel und Egbert in [264] dargestellten Diagramme einer numerischen Verarbeitung zugänglich gemacht, indem sie die dafür notwendigen Beziehungen entwickelt haben. In der vorliegenden Arbeit kommen die von Schack [267], [268] angegebenen Gleichungen zur Anwendung.

Aus der gesamten vom Gaskörper im Strahlraum der Brennkammer an die Wand abgegebenen Wärme errechnet sich der Wärmeübergangskoeffizient für die Strahlung zu:

$$\alpha_{Str} = \frac{2 \varepsilon_{W_a} \Psi}{1 + \varepsilon_{W_a} \Psi} \frac{C_{Str} \left[\varepsilon_{Rg} \left(\frac{T_{Rg}}{100} \right)^4 - \alpha_{absr,Rg} \left(\frac{T_{W_a,StR}}{100} \right)^4 \right]}{T_{Rg} - T_{W_a,StR}} \quad (273)$$

mit $\alpha_{absr,Rg}$, dem Absorptionsverhältnis des Rauchgases für Strahlung, der Wertigkeit der Brennkammerflächen Ψ und der mittleren isothermen Rauchgastemperatur T_{Rg} für den Strahlraum die sich aus dem arithmetischen Mittel aus der Flammraum- und der Strahlraumaustrittstemperatur berechnet.

$$T_{Rg} = 273,15 + \frac{\vartheta_{FlR,Aus} + \vartheta_{StR,Aus}}{2} \quad (274)$$

Das Absorptionsverhältnis ist, im Gegensatz zum Emissionsverhältnis, nicht nur vom Gesamtdruck, dem Partialdruck, der Schichtdicke und der Gastemperatur, sondern auch von der Oberflächentemperatur der Brennkammerwand abhängig. Da Gase keine grauen Strahlen sind, stimmt das Absorptionsverhältnis $\alpha_{absr,Rg}$ – außer im Grenzfall $T_{Rg} = T_{W_a,StR}$ – nicht mit dem Emissionsverhältnis ε_{Rg} überein. Hottel und Egbert [264] (vergleiche auch Hottel und Sarofim [253]) haben den Absorptionsgrad für CO_2 und H_2O bestimmt und durch Gleichungen mit dem Emissionsgrad ε_{CO_2} beziehungsweise ε_{H_2O} verknüpft.

Um die Strahlraumaustrittstemperatur $\vartheta_{StR,Aus}$ ermitteln zu können, wird über die in Bild 52 dargestellten zu- und abgeführten Wärmeströme des Strahlraumes bilanziert, wobei hier zunächst für die beiden Teilstrahlungswärmeströme $\dot{Q}_{Str,StR}$ und $\dot{Q}_{W_a,StR}$, welche nicht bekannt sind, die gesamte vom Gaskörper im Strahlraum der Brennkammer an die Wände abgegebene Wärme

$$\dot{Q}_{ges,StR} = \alpha_{Str} A_{O,StR} \left(\frac{\vartheta_{FlR,Aus} + \vartheta_{StR,Aus}}{2} - \vartheta_{W_a,StR} \right) \quad (275)$$

eingesetzt wird. Substitution der spezifischen Enthalpie am Strahlraumaustritt in der Energiebilanz durch $h_{StR,Aus} = \bar{c}_{p,Rg} \vartheta_{StR,Aus}$ und anschließende Umformung dergleichen liefert, in expliziter Form, die gesuchte Austrittstemperatur aus dem Strahlraum

$$\vartheta_{StR,Aus} = \frac{h_{StR,Ein} - \frac{A_{O,StR}}{\dot{m}_{Rg}} \alpha_{Str} (0,5 \vartheta_{FlR,Aus} - \vartheta_{W_a,StR})}{\bar{c}_{p,Rg} + \frac{A_{O,StR}}{2 \dot{m}_{Rg}} \alpha_{Str}}. \quad (276)$$

Mit der Kenntnis der Strahlraumaustrittstemperatur lassen sich die Teilstrahlungswärmeströme $\dot{Q}_{Str,StR}$ und $\dot{Q}_{W_a,StR}$ als Summe aus den Anteilen der gesamten im Strahlraum

freigesetzten Strahlungswärme des Gases und der von der Flamme direkt eingestrahlt Wärme ermitteln.

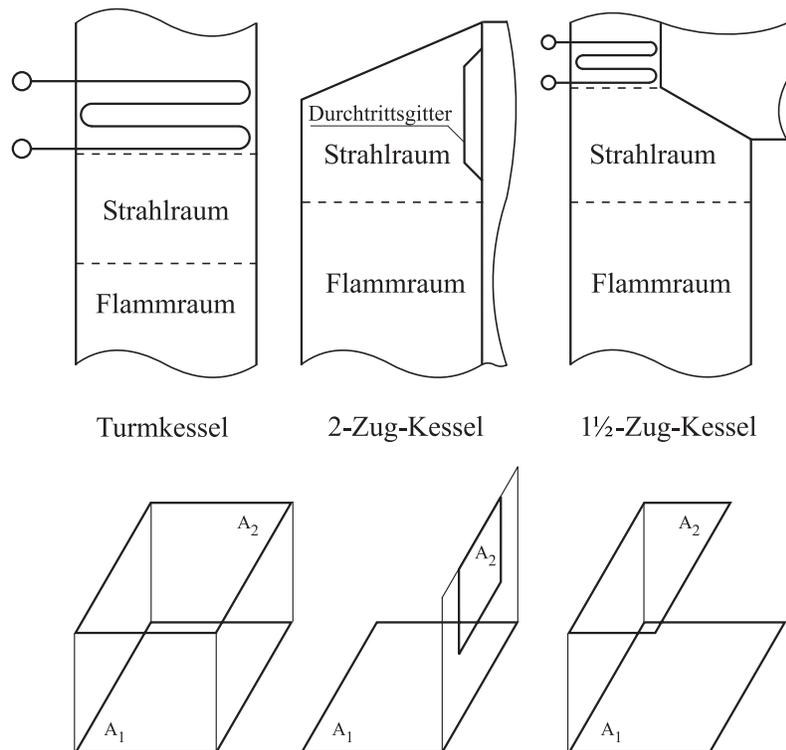
$$\dot{Q}_{Str,StR} = \dot{m}_{Rg} (h_{StR,Ein} - h_{StR,Aus}) \frac{A_{StR,Aus}}{A_{O,StR}} + (1 - \varepsilon_{Rg}) \varphi_{12} \dot{Q}_{Str,FlR} \quad (277)$$

und

$$\begin{aligned} \dot{Q}_{Wa,StR} = \dot{m}_{Rg} (h_{StR,Ein} - h_{StR,Aus}) \left(1 - \frac{A_{StR,Aus}}{A_{O,StR}} \right) + \\ (1 - \varepsilon_{Rg}) (1 - \varphi_{12}) \dot{Q}_{Str,FlR} \end{aligned} \quad (278)$$

mit φ_{12} , der Einstrahlzahl zwischen zwei strahlenden, endlichen Flächen.

Die Einstrahlzahl, welche zur Berechnung des Strahlungsaustausches zwischen zwei Flächen benötigt wird, erfaßt den Einfluß der Lage und der Orientierung zwischen diesen Flächen. In der Literatur sind größere Zusammenstellungen für ausgewählte geometrische Anordnungen zum Beispiel bei Siegel *et al.* [271] oder im VDI-Wärmeatlas [150] zu finden.



kesseltyp-einstrzahl.eps

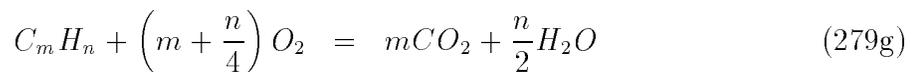
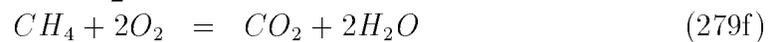
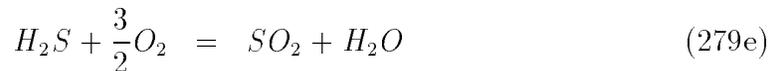
Bild 54: Schematische Darstellung der Strahlräume unterschiedlicher Kesselbauarten und der ihnen zugeordneten Flächenkonfigurationen für den Strahlungsaustausch

In Bild 54 sind die unterschiedlichen Strahlräume der dieser Arbeit zugrundegelegten Kesselbauarten und die dafür notwendigen Flächenkonfigurationen dargestellt. Die Berechnung der Einstrahlzahl φ_{12} für die Flächenkonfigurationen des Turmkessels und des

1 1/2-Zug-Kessels erfolgt nach Siegel *et al.* [271] beziehungsweise Siegel und Howell [272], während für den 2-Zug-Kessel die Beziehung von Chekhovskii *et al.* [273] zur Anwendung kommt.

18 Verbrennungsrechnung

Grundlage jeder Verbrennungsrechnung sind die chemischen Reaktionsgleichungen der Brennstoffbestandteile. Dabei sind nicht die einzelnen Zwischenreaktionen von Interesse, sondern die Endreaktionsgleichungen, über die die Endprodukte gebildet werden. Nachfolgend sind die Endreaktionsgleichungen angeführt, wobei auch jene Brennstoffbestandteile, welche nicht mit dem Sauerstoff reagieren, mit angeführt werden, da diese für die Rauchgaszusammensetzung von Belange sind.



Neben den chemischen Reaktionsgleichungen wird entweder die Elementaranalyse oder der untere Heizwert Hu der Brennstoffe benötigt, um eine Verbrennungsrechnung durchführen zu können. Durch die Angabe des unteren Heizwertes Hu kann eine sogenannte statistische Verbrennungsrechnung erfolgen, bei der über den rein empirisch gefundenen linearen Zusammenhang zwischen dem Rauchgasvolumen und dem unteren Heizwert fester oder flüssiger Brennstoffe die Verbrennungsrechnung durchgeführt wird. Ist die Elementaranalyse des Brennstoffes bekannt, so kann die Verbrennungsrechnung nach den oben beschriebenen Reaktionsgleichungen erfolgen. Brandt beschreibt in [274] ausführlich beide der hier dargestellten und im Programmpaket DBS implementierten Möglichkeiten.

19 Konvektiver Wärmeübergang des Rauchgases an quer- und längsangeströmte Wärmetauscher

Wärmetauscher zählen zu den wichtigsten Elementen zur Übertragung von der in einem strömenden Stoff enthaltenen Wärme zu einem anderen strömenden Stoff. Die im Wärmeaustausch stehenden Medien sind meist gasförmig oder flüssig und dürfen sich im allgemeinen nicht berühren, wobei während des Wärmeaustausches zwischen den beiden Stoffen nicht selten eine Änderung des Aggregatzustandes stattfindet.

Bei den in dieser Arbeit behandelten Wärmetauschern findet die Übertragung der Wärme zwischen einem gasförmigen Stoff (in der Regel Rauchgas) und dem flüssig und/oder gasförmig vorliegenden Arbeitsstoff (Wasser und/oder Wasserdampf) statt. Das Rauchgas strömt dabei entlang der Rohrwand beziehungsweise quer zum Rohrbündel, während das Wasser und/oder der Wasserdampf in den Rohren fließt.

Der in Kapitel 11.1 beschriebene konvektive Wärmeaustausch zwischen dem im Rohr strömenden Arbeitsmedium und der Rohrwand weist, im Vergleich zum Wärmeübergang vom gasförmigen Medium auf das Rohr oder Rohrbündel, einen hohen Wärmeübergangskoeffizienten auf. Dies liegt in erster Linie daran, daß das Rauchgas gegenüber dem Arbeitsstoff Wasser eine wesentlich schlechtere Wärmeleitfähigkeit besitzt.

Diesem Umstand Rechnung tragend, wird oft die Rohroberfläche an der Rohraußenseite durch die Anordnung von Rippen vergrößert, was zu einer Erhöhung des Wärmeübergangskoeffizienten führt.

Im folgenden sollen die in der vorliegenden Arbeit zur Anwendung kommenden Beziehungen zur Berechnung des konvektiven Wärmeübergangskoeffizienten an Glatt- und Rippenrohren dargestellt werden.

19.1 Konvektiver Wärmeübergang des Rauchgases am quer- und längsangeströmten Glattrohrwärmetauscher

Wegen der großen Bedeutung der Glattrohrwärmetauscher in der Energie- und Verfahrenstechnik sind eine große Anzahl an Publikationen über experimentelle und theoretische Untersuchungen zur Strömung und zum Wärmeübergang zu finden. Hier seien stellvertretend für viele andere Autoren die Arbeiten von Pierson [275], Grimison [276], Hüge [277], Bressler [278], Hammeke *et al.* [279], Hausen [280], Gnielinski [281], [282], [148], Brauer und Kim [283], [284], Brauer und Brandner [285], [286], Scholz [287] und Rollet-Miet *et al.* [288] genannt.

Um die mittleren Wärmeübergangskoeffizienten für die unterschiedlichen Heizflächenanordnungen im konvektiven Rauchgaszug eines Dampferzeugers berechnen zu können, werden die dazu notwendigen Beziehungen für folgende Rohrkonstellationen benötigt:

- querangeströmtes Einzelrohr,
- querangeströmte Rohrreihe,
- querangeströmtes Rohrbündel mit fluchtender oder versetzter Rohranordnung und

- längsangeströmte Wand.

Für die oben angeführten Rohranordnungen sollen in den nachstehenden Kapiteln die erforderlichen Berechnungsvorschriften angeführt werden.

19.1.1 Konvektiver Wärmeübergang am querangeströmten Einzelrohr

Eine mittlere Nußelt-Zahl für ein querangeströmtes glattes Einzelrohr läßt sich nach Gnielinski [281] durch die Beziehung

$$Nu_{Einzr} = \left(0.3 + \sqrt{Nu_{lam}^2 + Nu_{tur}^2} \right) K_2 \quad (280)$$

mit der Nußelt-Zahl für laminare Strömung

$$Nu_{lam} = 0.664 \sqrt{Re} \sqrt[3]{Pr}, \quad (281)$$

der Nußelt-Zahl für turbulente Strömung

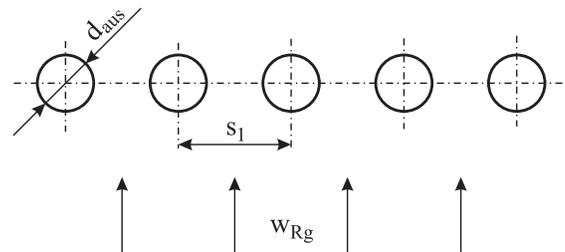
$$Nu_{tur} = \frac{0.037 Re^{0.8} Pr}{1 + 2.443 Re^{-0.1} (Pr^{2/3} - 1)} \quad (282)$$

und dem Korrekturfaktor für die Temperaturabhängigkeit der Stoffwerte

$$K_2 = \left(\frac{T_{Rg}}{T_{Wa}} \right)^{0.12} \quad (283)$$

berechnen, wobei T_{Rg} die mittlere Rauchgastemperatur und T_{Wa} die mittlere Wandtemperatur bezeichnet. Die Reynolds-Zahl Re und die Prandtl-Zahl Pr sind nach den Gleichungen (93) beziehungsweise (94) zu berechnen, wobei als charakteristische Länge die Überströmlänge des Rohres $l = \frac{\pi}{2} d_{aus}$ einzusetzen ist. Der Definitionsbereich der Beziehung (93) ist in [150] mit $10 \leq Re \leq 10^7$ und $0.6 \leq Pr \leq 1000$ angegeben.

19.1.2 Konvektiver Wärmeübergang an einer querangeströmten Rohrreihe



wue-rg-einzel-reihe.eps

Bild 55: Querteilung an einer einzelnen querangeströmten Rohrreihe

Der Wärmeübergangskoeffizient einer querangeströmten Rohrreihe, wie sie in Bild 55 dargestellt ist, kann nach Gnielinski [282] aus der Beziehung (280) zur Berechnung der mittleren Nußelt-Zahl für ein querangeströmtes Einzelrohr ermittelt werden. Dazu muß als charakteristische Geschwindigkeit des Strömungsmediums zur Berechnung der Reynolds-Zahl

Re die mittlere Strömungsgeschwindigkeit im Hohlraum der Rohrreihe eingesetzt werden. In der vorliegenden Arbeit wird zur Berechnung der Reynolds-Zahl Re die Strömungsgeschwindigkeit im Rauchgaszug vor der querangeströmten Rohrreihe herangezogen, wobei die so ermittelte Reynolds-Zahl unter Zuhilfenahme des Hohlraumfaktors

$$\psi = 1 - \frac{\pi}{4a_{quer}} \quad (284)$$

korrigiert wird. Das Querteilungsverhältnis a_{quer} ergibt sich nach Grimison [276] zu

$$a_{quer} = \frac{s_1}{d_{aus}}. \quad (285)$$

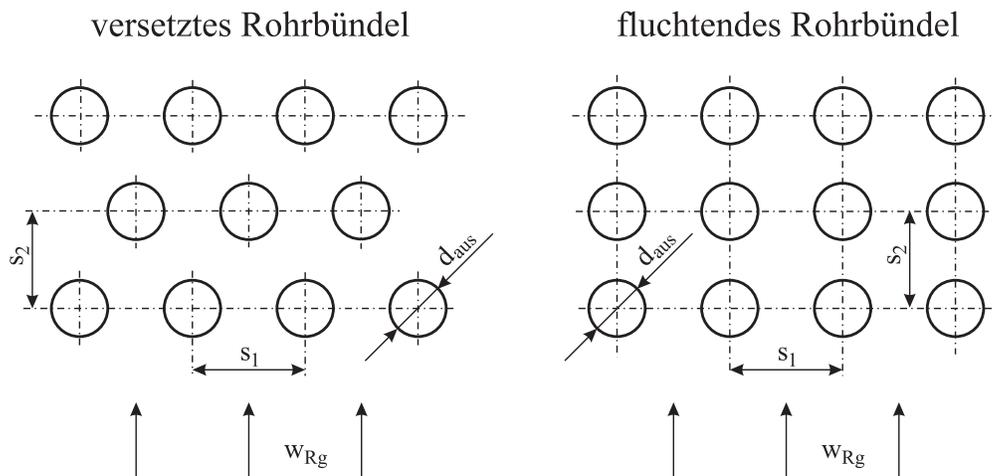
In den Gleichungen (281) und (282) muß die Reynolds-Zahl Re durch die unter Einbeziehung von Gleichung (284) gebildete Reynolds-Zahl

$$Re_\psi = \frac{Re}{\psi} \quad (286)$$

ersetzt werden. Das Anwendungsgebiet der so modifizierten Gleichung (280) wird in [150] mit $10 \leq Re_\psi \leq 10^6$ und $0.6 \leq Pr \leq 10^3$ angegeben.

19.1.3 Konvektiver Wärmeübergang am querangeströmten Rohrbündel

Wie die mittlere Nußelt-Zahl für eine querangeströmte Rohrreihe läßt sich nach Gnielinski [282] auch die mittlere Nußelt-Zahl für ein querangeströmtes Glattrohrbündel auf die Beziehung für ein querangeströmtes Einzelrohr zurückführen.



wue-rg-buendel.eps

Bild 56: Quer- und Längsteilung am querangeströmten Rohrbündel

Entsprechend der Berechnung der querangeströmten Rohrreihe ist für die Reynolds-Zahl Re_ψ die höchste mittlere Geschwindigkeit in Hauptströmrichtung einzusetzen und nach Gleichung (286) zu berechnen, wobei sich der Hohlraumfaktor ψ in Abhängigkeit von den

nach Grimison [276] definierten Längs- und Querteilungsverhältnissen $b_{längs}$ und a_{quer} ermitteln läßt:

$$\psi = 1 - \frac{\pi}{4 a_{quer}} \quad \text{für } b_{längs} \geq 1 \quad (287)$$

$$\psi = 1 - \frac{\pi}{4 a_{quer} b_{längs}} \quad \text{für } b_{längs} < 1 \quad (288)$$

mit

$$b_{längs} = \frac{s_2}{d_{aus}} \quad (289)$$

und a_{quer} nach Gleichung (285).

Die mittlere Nußelt-Zahl $Nu_{Rbün}$ für ein querangeströmtes Rohrbündel berechnet sich nach Gnielinski [282] unter Zuhilfenahme der Beziehung (280) aus

$$Nu_{Rbün} = \frac{1 + (n_{Rbün} - 1) f_{Anord}}{n_{Rbün}} Nu_{Einzr} \quad (290)$$

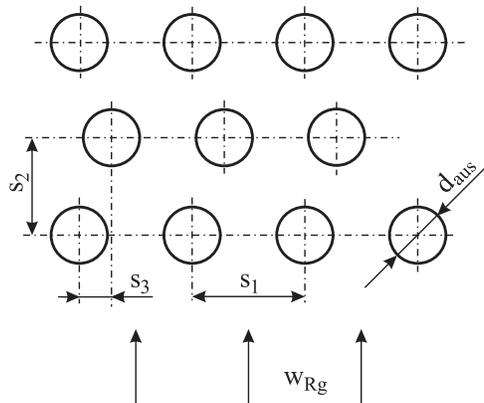
mit dem Anordnungsfaktor bei fluchtender Rohranordnung

$$f_{Anord} = 1 + \frac{0.7}{\psi^{1.5}} \frac{\frac{b_{längs}}{a_{quer}} - 0.3}{\left(\frac{b_{längs}}{a_{quer}} + 0.7\right)^2} \quad (291)$$

und bei versetzter Anordnung

$$f_{Anord} = 1 + \frac{2}{3 b_{längs}} \quad (292)$$

sowie der Anzahl der Rohrreihen $n_{Rbün}$.



wue-rg-buendel-teilverseps

Bild 57: Quer- und Längsteilung am querangeströmten teilversetzten Rohrbündel

Für ein teilversetztes Rohrbündel, wie es in Bild 57 skizziert ist, errechnet sich der Anordnungsfaktor f_{Anord} für ein Teilversetzungsverhältnis von $c_{teil} < 0.25 a_{quer}$ nach Gleichung

(291) für eine fluchtende Rohranordnung und für $c_{teil} \geq 0.25 a_{quer}$ nach Gleichung (292) für eine versetzte Rohranordnung. Das Teilversetzungsverhältnis c_{teil} ist gegeben durch

$$c_{teil} = \frac{s_3}{d_{aus}}. \quad (293)$$

19.1.4 Konvektiver Wärmeübergang längs einer Wand

Gnielinski [281] zeigte, daß durch

$$Nu = \sqrt{Nu_{lam}^2 + Nu_{tur}^2} \quad (294)$$

die mittlere Nußelt-Zahl einer längsangeströmten ebenen Wand für einen großen Bereich der Prandtl-Zahl abgedeckt werden kann, wobei sich die Nußelt-Zahl für laminare Strömung nach

$$Nu_{lam} = 0.664 \sqrt{Re} \sqrt[3]{Pr} \quad (295)$$

und die Nußelt-Zahl für turbulente Strömung nach

$$Nu_{tur} = \frac{0.037 Re^{0.8} Pr}{1 + 2.443 Re^{-0.1} (Pr^{2/3} - 1)} \quad (296)$$

berechnet. Eine ausführliche Beschreibung der Herleitung der Beziehungen (295) und (296) gibt Brandt [128]. Den Gültigkeitsbereich für die Berechnung der mittleren Nußelt-Zahl einer längsangeströmten ebenen Wand (Gleichung (294)) gibt Gnielinski mit $10 < Re < 10^7$ und $0.6 < Pr < 2000$ an.

19.2 Konvektiver Wärmeübergang des Rauchgases am querangeströmten Rippenrohrwärmetauscher

Aufgrund der schlechten Wärmeleitfähigkeit des Gases wird in der Praxis sehr häufig die Wärmeübertragungsoberfläche auf der Gasseite durch Anbringung von Rippen vergrößert (Hausen [145]). Durch den besseren Wärmeübergang der Rippenrohre wird es dem Erzeuger von Wärmetauschern ermöglicht, viele Heizflächen bei einem gegebenen Volumen anzuordnen, was zu einer kompakten Bauweise der Wärmetauscher und zu einer Reduzierung der Kosten führt. Ungeachtet der weit verbreiteten Anwendung von Rippenrohren entsprechen die Berechnungsgleichungen für den Wärmeübergang meist nur unzureichend den komplexen physikalischen Vorgängen am Rippenrohr (Fraß und Linzer [289]). Die Ursache dafür liegt in einer – gegenüber dem Glattrohr – weit größeren Anzahl an zu variierenden Parametern. Es existiert daher in der Literatur eine große Anzahl von Publikationen die sich mit der Problematik des Wärmeübergangs an Rippenrohren beschäftigen (siehe zum Beispiel Krischer und Kast [290], Ward und Young [291], Brauer [292], Briggs und Young [293], Schmidt [294], [295], Krückels und Kottke [296], Weierman [297], [298], [299], Wehle [300], [301], Biery [302], Aiba [303], Fraß und Linzer [289], Schüz und Kottke [304], Reid und Taborek [305] oder Hamann [306]).

Wegen der großen Fülle an geometrischen Varianten von Rippenrohren ist der Streubereich bei der Anwendung der in der Literatur zur Berechnung angegebenen Beziehungen

sehr groß. Viele Hersteller führen aus diesem Grund Wärmeübergangsversuche an den von ihnen produzierten Rippenrohren durch und korrigieren damit die aus der Literatur entnommenen Beziehungen. Aufgrund dieser Tatsache sollen in der gegenständlichen Arbeit nur die grundlegenden Korrelationen zur Berechnung des konvektiven Wärmeübergangs am querangeströmten Rippenrohrwärmetauscher, wie sie auch in das Programmpaket DBS implementiert wurden, angegeben werden. Eine detaillierte Berechnungsvorschrift zur Ermittlung der Wärmeübergangskoeffizienten, welche im wesentlichen von der Bauart des Rippenrohres abhängt, sei den entsprechenden Firmenunterlagen zu entnehmen. Für nachstehende Rippenrohrbauarten sollen in den folgenden Kapiteln die für die Berechnung erforderlichen Beziehungen angegeben werden:

- Rohr mit Kreisrippen,
- Rohr mit schraubenförmig gewendelten Rippen und
- Rohr mit segmentierten Kreisrippen

19.2.1 Konvektiver Wärmeübergang am querangeströmten Rippenrohrbündel mit Kreisrippe oder schraubenförmig gewendelter Rippe

Die Ermittlung des konvektiven Wärmeübergangskoeffizienten am querangeströmten Rippenrohrbündel mit Kreisrippe oder schraubenförmig gewendelter Rippe erfolgte unter Zugrundelegung der Berechnungsunterlagen der Firma Mannesmann, welche auf der Arbeit von Schmidt [294] beruhen.

Schmidt wählte für seine Nußelt-Beziehung den einfachen Potenzansatz

$$Nu = Re^{0.625} Pr^{1/3} \left(\frac{A_{O,Rip}}{A_{O,Kern}} \right)^{-0.375} f_{Anord}. \quad (297)$$

Der Geometriefaktor f_{Anord} ist dabei eine Funktion der Rohranordnung im Bündel und ist für fluchtende Rohre gleich dem Wert 0.387 zu setzen. Für versetzte Rohranordnungen ist f_{Anord} – entsprechend den Berechnungsunterlagen von Mannesmann – abhängig von der Anzahl der Rippen pro Meter Rohr.

Unter Zuhilfenahme des Rippenwirkungsgrades

$$\eta_{Rip} = \frac{\tanh(m_{Rip} H_{red})}{m_{Rip} H_{red}} \quad (298)$$

ergibt sich der konvektive Wärmeübergangskoeffizient für das Rippenrohr mit Kreisrippe beziehungsweise schraubenförmig gewendelter Rippe zu

$$\alpha_{Rg} = \frac{Nu \lambda_{Rg}}{d_{aus}} \frac{A_{O,Kern}}{A_{O,Rip}} \left[1 - \eta_{Rip} \left(1 - \frac{A_{O,Rip}}{A_{O,Kern}} \right) \right]. \quad (299)$$

19.2.2 Konvektiver Wärmeübergang am querangeströmten Rippenrohrbündel mit segmentierten Kreisrippen

Für die Berechnung des Wärmeübergangskoeffizienten des querangeströmten Rippenrohrbündels mit segmentierten Kreisrippen wurden die dazu notwendigen Berechnungsverfahren aus den Unterlagen des Rippenrohrherstellers ESCOA entnommen, welche auf den Arbeiten von Weierman [297], [298] und Weierman *et al.* [299] basieren.

Der Potenzansatz für die Nußelt-Beziehung eines querangeströmten Glattrohres diente Weierman als Basis für die von ihm angegebene Berechnungsvorschrift zur Ermittlung der Nußelt-Zahl eines Rippenrohrbündels mit segmentierten Kreisrippen (siehe dazu Reid und Taborek [305]).

$$Nu = Re^{0.65} Pr^{1/3} \left(\frac{T_{Rg}}{T_{Wa,Rip}} \right)^{0.25} f_{Anord} \quad (300)$$

Im Gegensatz zur Gleichung (297) berücksichtigt der Faktor f_{Anord} nicht nur die Anordnung der Rohre im Bündel, sondern auch eine Abhängigkeit des Wärmeübergangs von der Geometrie des Wärmetauscherrohres.

Der Rippenwirkungsgrad η_{Rip} , wie er sich in Gleichung (298) darstellt, wurde in den Berechnungsunterlagen von ESCOA durch folgende, von Weierman in [298] angegebene Korrekturgleichung ersetzt:

$$\eta_{Rip,ESCOA} = \eta_{Rip} (0.9 + 0.1\eta_{Rip}) \quad (301)$$

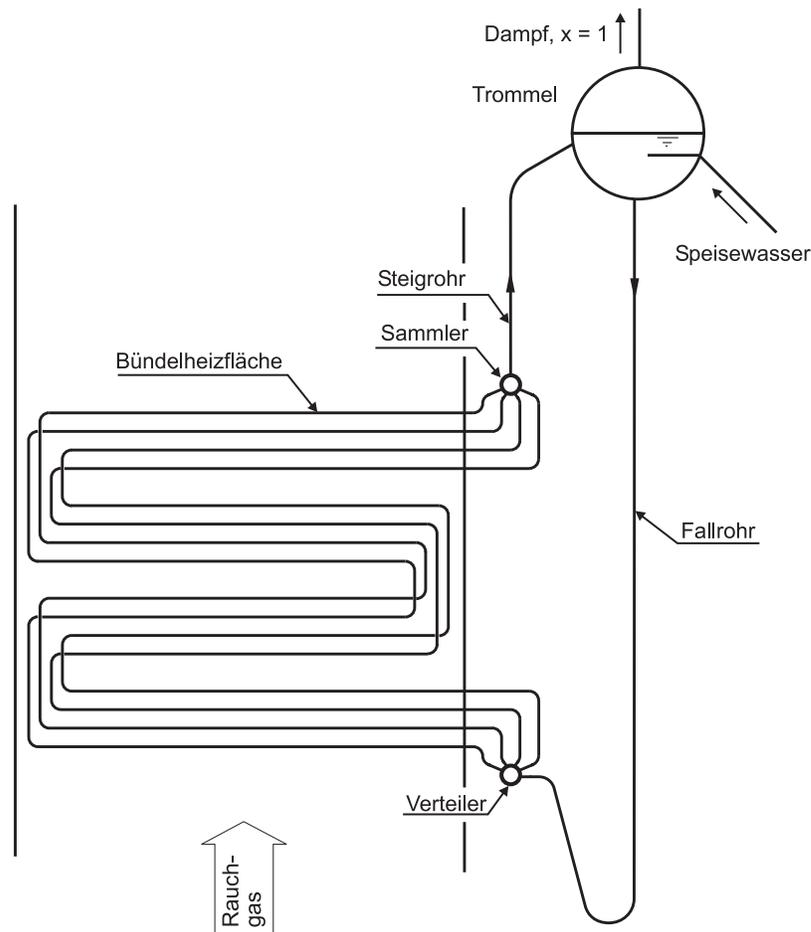
Der konvektive Wärmeübergangskoeffizient für das segmentierte Rippenrohr berechnet sich, in Anlehnung an Gleichung (299), mittels

$$\alpha_{Rg} = \frac{Nu \lambda_{Rg}}{d_{aus}} \frac{A_{O,Kern}}{A_{O,Rip}} \left[1 - \eta_{Rip,ESCOA} \left(1 - \frac{A_{O,Rip}}{A_{O,Kern}} \right) \right]. \quad (302)$$

20 Datenverwaltung mittels Graphentheorie

Die in der Energie- und Verfahrenstechnik zu berechnenden thermodynamischen Prozesse bestehen aus einer Vielzahl komplexer Teilprozesse, die untereinander gekoppelt sind. Jede Änderung eines beliebigen Parameters beeinflusst die Parameter und Charakteristika des gesamten Prozesses (Levental und Popyrin [307]).

Möchte man die Prozesse der Energie- und Verfahrenstechnik einer numerischen Simulation zugänglich machen, so muß das mathematische Modell nicht nur die physikalischen Vorgänge der einzelnen Teilprozesse wiedergeben können; es muß auch gewährleistet sein, daß die gegenseitige Beeinflussung zwischen den einzelnen Prozessen im Gesamtmodell ihre entsprechende physikalisch-mathematische Abbildung erfährt.



Verdampfer.eps

Bild 58: Modell eines Abhitzekessels

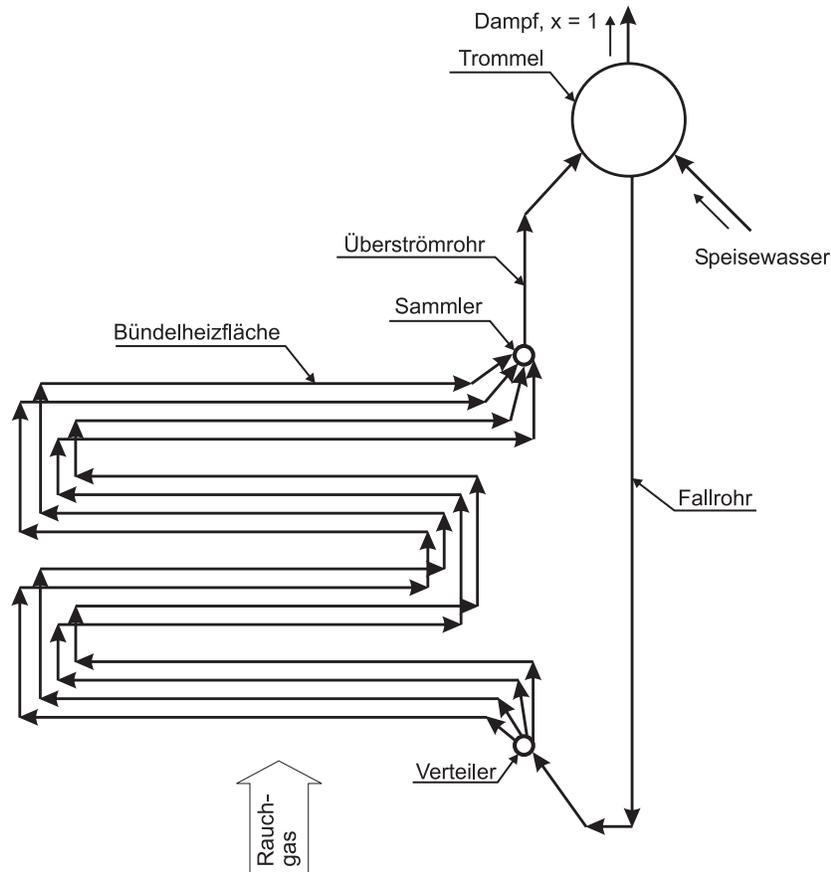
Bild 58 stellt das vereinfachte Modell eines Abhitzekessels mit seinen für die mathematische Modellbildung wichtigsten Komponenten, wie Trommel, Sammler, Fall- und Siederohre usw., dar.

Für die einzelnen Elemente des Dampferzeugers wurde in den vorangegangenen Kapiteln

die Modellbildung dargestellt und die für die mathematische Beschreibung der einzelnen Anlagenkomponenten notwendigen Beziehungen hergeleitet.

Um den Anforderungen, welche an die Flexibilität eines Programmes gestellt werden, gerecht werden zu können, ist es notwendig, die Struktur der Datenverwaltung so zu gestalten, daß bezüglich einer problemorientierten Kombination der einzelnen Anlagenkomponenten ein größtmöglicher Freiraum für den Programmanwender gegeben ist.

Betrachtet man den in Abbildung 58 skizzierten Abhitzekeessel mit seinen Sammlern, der Trommel und den mit ihnen verbundenen Rohren, so kann dieser Dampferzeuger als Netzwerk, wie in Bild 59 dargestellt, abstrahiert werden.



graph-verdampfer.eps

Bild 59: Abstrahiertes Modell eines Abhitzedampferzeugers

Dabei stellen Trommel und Sammler spezielle Punkte dar, die durch Verbindungslinien, welche die Rohre symbolisieren, miteinander gekoppelt sind. Um eine gute Übereinstimmung des so abstrahierten Dampferzeugers mit dem Modell in Bild 58 zu erhalten, wurden die die Rohre kennzeichnenden Verbindungslinien so weit unterteilt, daß sie die Struktur des Dampferzeugers widerspiegeln.

Diese Darstellung der Schaltung eines Verdampfers hat in der Mathematik in Form der Graphentheorie ihre Entsprechung (siehe dazu Noltemeier [308], Dörfler und Mühlbacher [309], Gondran *et al.* [310] oder Tinhofer [311]).

Wie die Arbeiten von Levental und Popyrin [307], Pottel [312], Nowotny [313], Martensen [314] oder Hinze *et al.* [315] und [316] zeigen, ist der Einsatz der Graphentheorie zur Berechnung thermodynamischer Kreisprozesse in der Energie- und Verfahrenstechnik bereits Stand der Technik und soll daher hier nur kurz beschrieben werden.

Als Vorteile der Graphentheorie bei der Anwendung zur Berechnung thermodynamischer Kreisprozesse können folgende Punkte aufgelistet werden:

- Erhaltung einer größtmöglichen Flexibilität bei der Definition von Netzwerken,
- Gewährleistung einer einfachen Strukturanalyse und
- eindeutige, komprimierte Speicherung der Informationen über die Verknüpfung der einzelnen Komponenten und der Strömungsrichtung des Arbeitsstoffes.

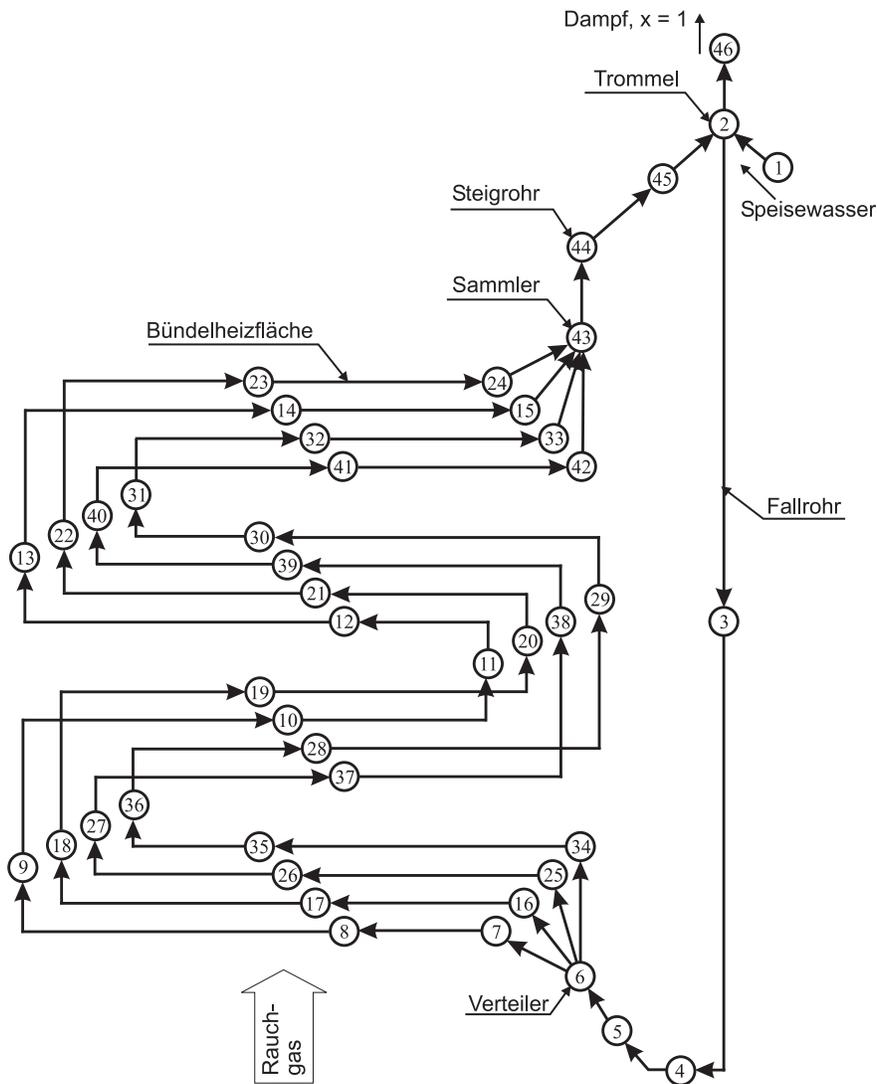
Das graphentheoretische Anlagenmodell entspricht in der Terminologie der Graphentheorie einem gerichteten Graphen $X = (V, E)$, welcher aus einer Menge $V = V(X)$, den Knoten von X , und einer Menge $E = E(X)$ von geordneten Paaren $e = \langle x, y \rangle$ verschiedener Elemente von V , den Kanten von X , besteht. Die Abbildungen x und y heißen Inzidenzabbildungen und sie ordnen jeder Kante $e \in E$ von X je einen Knoten $x(e) \in V$ und $y(e) \in V$ zu. $x(e)$ heißt Anfangsknoten, $y(e)$ heißt Endknoten der Kante e . Beide Knoten sind mit der Kante e inzident.

Die Knoten $x, y \in V$ entsprechen den Verzweigungs- und Mischungspunkten (Sammler, Trommel usw.) zwischen den Rohrabschnitten, welche mit den Kanten $e \in E$ korrespondieren. Kanten, die nicht mit einem Knoten verbunden sind, werden vom gleichen Massenstrom durchflossen. Mit der Festlegung des gerichteten Graphen in einer Standardliste, in der die Eingabe der Information über das zu untersuchende Rechengebiet erfolgt, wird gleichzeitig die Annahme über die Durchströmrichtung im Rohrabschnitt $\langle x, y \rangle$ des Netzwerkes, mit $x(e)$ als Anfangsknoten und $y(e)$ als Endknoten, fixiert (siehe [Bild 60](#)).

Diese Festlegung der Durchströmrichtung erfolgt aus rein rechentechnischen Gründen und hat keine physikalische Bedeutung. Sie dient einzig der Sicherstellung einer eindeutigen Variablenindizierung. Im Falle einer physikalisch nicht korrekten Wahl der Strömungsrichtung ist das Ergebnis der Berechnung mit einem negativen Vorzeichen behaftet.

Zur Auswertung der in den vorangegangenen Kapiteln beschriebenen Bilanzgleichungen für Masse, Impuls und Energie des Arbeitsstoffes Wasser und/oder Dampf des Rohrnetzwerkes sowie der Kontinuitäts- und der Energiebilanz für das Rauchgas werden Informationen über Anfangs- und Endknoten der Kanten benötigt. Die Kanten- und Knotennummern, wie sie zum Beispiel in [Bild 60](#) skizziert sind und in weiterer Folge als „Units“ bezeichnet werden, werden bereits bei der Eingabe der Netzwerksdaten in der Standardliste zur Verfügung gestellt.

In Abhängigkeit von der vom *Unit* repräsentierten Anlagenkomponente (Trommel, Sammler, Rohr usw.) muß diese in eine unterschiedliche Anzahl von Zellen (Kontrollvolumina) unterteilt werden. In den mathematischen Modellen ist zum Beispiel für eine Trommel oder einen Sammler nur ein Kontrollvolumen vorgesehen. Dem gegenübergestellt darf für die Berechnung der Strömung im Rohr eine Mindestanzahl von Kontrollvolumina nicht unterschritten werden.



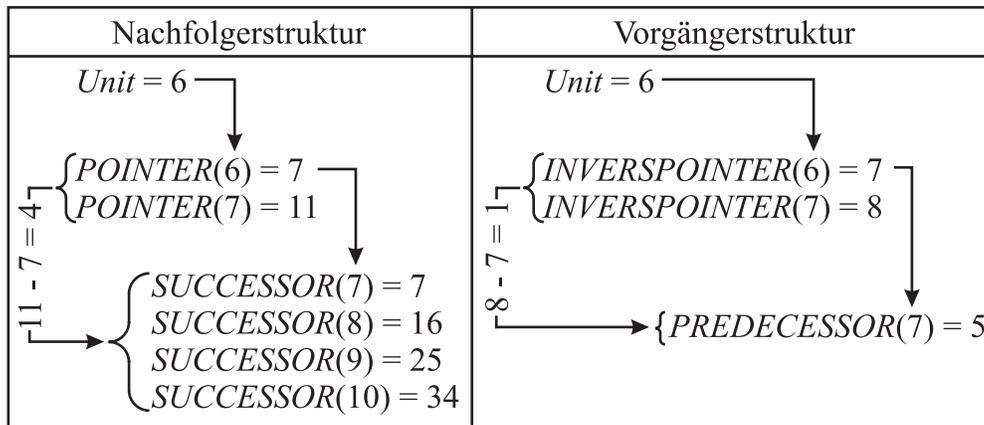
unit-verdampfer.eps

Bild 60: Graphentheoretisches Modell eines Abhitzekekessels

Zur eindeutigen Speicherung der Knotennummern der *Units* werden folgende vier Vektoren benötigt:

1. der *POINTER*-Vektor enthält die niedrigste Spaltennummer des *SUCCESSOR*-Vektors für die Nachfolgerstruktur,
2. der *INVERSPONTER*-Vektor enthält die niedrigste Spaltennummer des *PREDECESSOR*-Vektors für die Vorgängerstruktur,
3. der *SUCCESSOR*-Vektor enthält die restliche Information über die Nachfolgerstruktur und
4. der *PREDECESSOR*-Vektor bestimmt in analoger Weise die Vorgängerstruktur.

Die Generierung der Vektoren aufgrund der Eingabedaten muß nur einmal zu Beginn der Berechnung erfolgen. Für den in Abbildung 60 dargestellten Verteiler ($Unit = 6$) sind die maßgeblichen Spaltenelemente für die Vorgänger- und Nachfolgerstruktur in Bild 61 dargestellt:



datenstruktur.eps

Bild 61: Vorgänger-/Nachfolgerstruktur in der Datenverwaltung

Für eine rechentechnische Auswertung, zum Beispiel der dem Verteiler ($Unit = 6$) nachfolgenden Komponenten, ist eine wie in Abbildung 61 angegebene Vorgehensweise notwendig.

Die Knotennummern der einzelnen $Units$ gehen konform mit den Spaltenindizes des $POINTER$ -Vektors. Der dieser Spalte zugeordnete Wert liefert den Spaltenindex für den $SUCCESSOR$ -Vektor, welcher die Knotennummern der Nachfolger enthält. Die Differenz der Spalteninhalte zweier aufeinanderfolgender Spalten des $POINTER$ -Vektors liefert die Anzahl der der gesuchten $Unit$ nachfolgenden $Units$, wobei diese Differenz > 0 sein muß. Ist die Differenz der aufeinanderfolgenden Spalten des $POINTER$ -Vektors $= 0$, so ist die entsprechende $Unit$ ein Randelement, für eine Differenz < 0 ist das Ende des Vektorfeldes erreicht.

Analog zur Nachfolgerstruktur erfolgt auch die rechentechnische Auswertung der Vorgängerstruktur. Diese Vorgangsweise zur Speicherung der Informationen bezüglich der Netzwerkstruktur ist in gleicher Weise auf Ebene der einzelnen Kontrollvolumina vorzunehmen.

Die graphentheoretische Verwaltung der Daten bietet nicht nur die geforderte größtmögliche Flexibilität und die Möglichkeit einer eindeutigen komprimierten Speicherung der Informationen bezüglich der Verknüpfung der einzelnen Komponenten und der Strömungsrichtung des Arbeitsstoffes, sondern sie schafft auch die Voraussetzung für eine sehr schnelle Berechnung der Koeffizienten der einzelnen Kontrollvolumina, da diese, wie in Kapitel 8.2 anhand der Herleitung der eindimensionalen allgemeinen Transportgleichung gezeigt wurde, von den ihnen zugeordneten Nachbarvolumina abhängen.

21 Zusammenfassung

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit werden die mathematischen Modelle für ein modular aufgebautes Programmsystem vorgestellt, welches zur numerischen Simulation des transienten Verhaltens von Naturumlaufdampferzeugern geeignet ist.

Um die komplexen Vorgänge des Dampferzeugers während etwaiger An- und Abfahrvorgänge oder Laständerungen berechnen zu können, ist es notwendig, ein Modell zu entwickeln, welches einerseits einfach genug ist, um einer numerischen Behandlung zugänglich zu sein, andererseits jedoch hinreichend genau ist, um die physikalischen Vorgänge der Anlage beschreiben zu können.

Auf die Modellierung eines Wasserrohrdampferzeugers, bei welchem Heizflächen unterschiedlicher Geometrie und Beheizung parallel geschaltet sind, wird im Detail eingegangen. Die Modellierung der Strömung in den Rohren erfolgt eindimensional unter Verwendung der partiellen Differentialgleichungen für Masse, Impuls und Energie, welche über die Zustandsgleichungen des Fluides gekoppelt sind. Die Randbedingungen für die Rohrströmung werden von den Zustandsänderungen in den Sammlern und der Trommel bestimmt. Trommel und Sammler werden durch gewöhnliche Differentialgleichungen beschrieben, welche ebenfalls mit den Zustandsgleichungen des Arbeitsstoffes gekoppelt sind.

Mit den in der vorliegenden Arbeit angegebenen Beziehungen für den ein- und mehrphasigen Wärmeübergang sowie den Druckverlust wird der Satz an benötigten Gleichungen zur Berechnung der Rohrströmung vervollständigt.

Zur Diskretisierung der Erhaltungsgleichungen für Masse, Impuls und Energie des Arbeitsmediums soll eines der beiden Finite-Volumen-Verfahren SIMPLE oder SIMPLER zur Anwendung kommen. Um eine fundierte Aussage bezüglich der besseren Eignung einer der beiden Algorithmen treffen zu können, werden unter Zugrundelegung des hier präsentierten Modells mit beiden Algorithmen Simulationsrechnungen an einem Zwei-Trommel-Dampferzeuger und einem Abhitzekeessel mit Bündelheizfläche durchgeführt. Die bei diesem Vergleich erzielten Ergebnisse werden in der vorliegenden Arbeit angeführt und ausführlich diskutiert.

Die Modellierung der eindimensionalen Rauchgasströmung erfolgt unter Vernachlässigung der Impulsbilanz, da keine Druckverluste oder Druckschwankungen in der Rauchgassäule berechnet werden sollen. Die Betrachtung der Kontinuitätsgleichung erfolgt quasistationär, die der Energiebilanz instationär. Die Berechnung des Feuerraumes basiert auf einem einfachen Flammraum-Strahlraum-Modell. Für den rauchgasseitigen Wärmeübergang werden die Beziehungen für Glatt- und Rippenrohre im Programm implementiert.

Um eine möglichst hohe Flexibilität bei der Modellierung von unterschiedlichen Schaltungsvarianten von Dampferzeugern zu erhalten, wird für die Verwaltung der zur Berechnung notwendigen Daten eine auf die Graphentheorie aufbauende Struktur gewählt. Eine kurze Beschreibung der Datenstruktur wird in der vorliegenden Arbeit angegeben.

Anhang

	Stahlsorte	
	Werkstoff-Nr.	Kurzname
Ferritische Stähle	1.0305	St 35.8
	1.0405	St 45.8
	1.0345	H I
	1.0425	H II
	1.0481	17 Mn 4
	1.0482	19 Mn 5
	1.0473	19 Mn 6
	1.5415	15 Mo 3
	1.5423	16 Mo 5
	1.6311	20 Mn Mo 4 5
	1.6368	15 Ni Cu Mo Nb 5
	1.7335	13 Cr Mo 44
	1.7380	10 Cr Mo 9 10
	1.7715	14 Mo V 63
	1.8817	17 Mn Mo V 6 4
Martensitische Stähle	1.4922	X 20 Cr Mo V 12 1
	1.7362	12 Cr Mo 19 5
	1.7386	X 12 Cr Mo 9 1
Austenitische Stähle	1.4948	X 6 Cr Ni 18 11
	1.4961	X 8 Cr Ni Nb 16 13
	1.4981	X 8 Cr Ni Mo Nb 16 16
	1.4988	X 8 Cr Ni Mo V Nb 16 13

Tabelle 6: **Stahlsorten nach DIN**

Koeffizient	Minderungsfaktor f_{Kr}		
	S-Bogen	Raumkrümmer	U-Bogen
c_0	$1.0982353 \cdot 10^0$	$8.6015867 \cdot 10^{-1}$	$6.0922214 \cdot 10^{-1}$
c_1	$-2.0151263 \cdot 10^{-1}$	$-3.9770689 \cdot 10^{-2}$	$6.0370803 \cdot 10^{-2}$
c_2	$5.7922320 \cdot 10^{-2}$	$3.6160395 \cdot 10^{-3}$	$-7.2293581 \cdot 10^{-3}$
c_3	$-8.0823559 \cdot 10^{-3}$	$1.5735765 \cdot 10^{-3}$	$7.8684409 \cdot 10^{-4}$
c_4	$6.0783983 \cdot 10^{-4}$	$-3.1566296 \cdot 10^{-4}$	$-8.0123244 \cdot 10^{-5}$
c_5	$-2.3790387 \cdot 10^{-5}$	$2.1059082 \cdot 10^{-5}$	$4.8920378 \cdot 10^{-6}$
c_6	$3.8269694 \cdot 10^{-7}$	$-4.8374613 \cdot 10^{-7}$	$-1.1609907 \cdot 10^{-7}$

Tabelle 7: **Polynomkoeffizienten des Minderungsfaktors f_{Kr}**

Koeffizient	Krümmungsverhältnis $\frac{R_{Kr}}{d_{in}}$		
	1	2	4
a_0	$1.5865751 \cdot 10^{-5}$	$-2.5720824 \cdot 10^{-4}$	$-3.2341724 \cdot 10^{-5}$
a_1	$3.9124786 \cdot 10^{-3}$	$3.1265306 \cdot 10^{-3}$	$2.6479037 \cdot 10^{-3}$
a_2	$-3.3307251 \cdot 10^{-4}$	$-1.5158834 \cdot 10^{-4}$	$-1.0163988 \cdot 10^{-4}$
a_3	$1.8080851 \cdot 10^{-5}$	$6.7232994 \cdot 10^{-6}$	$5.3663709 \cdot 10^{-6}$
a_4	$-4.0027699 \cdot 10^{-7}$	$-1.3737108 \cdot 10^{-7}$	$-1.3425856 \cdot 10^{-7}$
a_5	$4.4628066 \cdot 10^{-9}$	$1.4627318 \cdot 10^{-9}$	$1.6897779 \cdot 10^{-9}$
a_6	$-2.6772502 \cdot 10^{-11}$	$-8.5413021 \cdot 10^{-12}$	$-1.1321660 \cdot 10^{-11}$
a_7	$8.2846716 \cdot 10^{-14}$	$2.6034823 \cdot 10^{-14}$	$3.8705566 \cdot 10^{-14}$
a_8	$-1.0412505 \cdot 10^{-16}$	$-3.2463405 \cdot 10^{-17}$	$-5.3197608 \cdot 10^{-17}$

Koeffizient	Krümmungsverhältnis $\frac{R_{Kr}}{d_{in}}$	
	6	10
a_0	$-2.0671243 \cdot 10^{-4}$	$5.7101449 \cdot 10^{-4}$
a_1	$2.5259052 \cdot 10^{-3}$	$6.6947791 \cdot 10^{-5}$
a_2	$-6.2666874 \cdot 10^{-5}$	$2.6009498 \cdot 10^{-4}$
a_3	$2.7021614 \cdot 10^{-6}$	$-1.1717207 \cdot 10^{-5}$
a_4	$-6.3538653 \cdot 10^{-8}$	$2.3103299 \cdot 10^{-7}$
a_5	$7.5268094 \cdot 10^{-10}$	$-2.3937854 \cdot 10^{-9}$
a_6	$-4.7329628 \cdot 10^{-12}$	$1.3594323 \cdot 10^{-11}$
a_7	$1.5208257 \cdot 10^{-14}$	$-4.0124822 \cdot 10^{-14}$
a_8	$-1.9712627 \cdot 10^{-17}$	$4.8203238 \cdot 10^{-17}$

Tabelle 8: **Polynomkoeffizienten der Widerstandsbeiwerte ζ_{Kr}**

Rechenlauf	Relaxationskoeffizient			
	Druck	Dichte	Geschwindigkeit	Enthalpie
1	0.99	0.95	0.95	0.95
2	0.99	0.90	0.90	0.90
3	0.99	0.80	0.80	0.80
4	0.99	0.70	0.70	0.70
5	0.99	0.50	0.70	0.50
6	0.99	0.60	0.60	0.60
7	0.99	0.50	0.50	0.50
8	0.99	0.90	0.70	0.90
9	0.99	0.98	0.98	0.98
10	0.95	0.90	0.90	0.90
11	0.95	0.70	0.70	0.70
12	0.95	0.80	0.80	0.80
13	0.95	0.60	0.60	0.60
14	0.95	0.50	0.50	0.50
15	0.90	0.90	0.90	0.90
16	0.90	0.80	0.80	0.80
17	0.90	0.70	0.70	0.70
18	0.90	0.60	0.60	0.60
19	0.90	0.50	0.50	0.50
20	0.90	0.40	0.40	0.40
21	0.80	0.90	0.90	0.90
22	0.80	0.80	0.80	0.80
23	0.80	0.70	0.70	0.70
24	0.80	0.60	0.60	0.60
25	0.80	0.50	0.50	0.50
26	0.80	0.40	0.40	0.40
27	0.80	0.30	0.30	0.30
28	0.70	0.90	0.90	0.90
29	0.70	0.80	0.80	0.80
30	0.70	0.70	0.70	0.70
31	0.70	0.60	0.60	0.60
32	0.70	0.50	0.50	0.50
33	0.70	0.40	0.40	0.40
34	0.70	0.30	0.30	0.30
35	0.60	0.90	0.90	0.90

Tabelle 9: Relaxationskoeffizienten des SIMPLER-Verfahrens zur Berechnung des Zwei-Trommel-Dampferzeugers

Rechenlauf	Relaxationskoeffizient			
	Druck	Dichte	Geschwindigkeit	Enthalpie
1	0.25	0.20	0.20	0.20
2	0.25	0.20	0.30	0.30
3	0.25	0.25	0.20	0.20
4	0.25	0.25	0.30	0.30
5	0.30	0.20	0.15	0.15
6	0.30	0.20	0.20	0.20
7	0.30	0.20	0.20	0.25
8	0.30	0.20	0.30	0.30
9	0.30	0.20	0.31	0.31
10	0.30	0.22	0.20	0.25
11	0.30	0.23	0.20	0.25
12	0.30	0.23	0.30	0.30
13	0.30	0.23	0.40	0.40
14	0.31	0.20	0.20	0.20
15	0.31	0.20	0.30	0.30

Tabelle 10: **Relaxationskoeffizienten des SIMPLE-Verfahrens zur Berechnung des Zwei-Trommel-Dampferzeugers**

Rechenlauf	Relaxationskoeffizient			
	Druck	Dichte	Geschwindigkeit	Enthalpie
1	0.99	0.10	0.10	0.10
2	0.99	0.10	0.10	0.20
3	0.99	0.20	0.20	0.20
4	0.99	0.30	0.30	0.30
5	0.99	0.35	0.35	0.35
6	0.99	0.50	0.50	0.50
7	0.99	0.60	0.60	0.60
8	0.99	0.70	0.70	0.70
9	0.99	0.80	0.80	0.80
10	0.99	0.90	0.90	0.90
11	0.95	0.10	0.10	0.10
12	0.95	0.20	0.20	0.20
13	0.95	0.30	0.30	0.30
14	0.95	0.40	0.40	0.40
15	0.95	0.50	0.50	0.50
16	0.95	0.60	0.60	0.60
17	0.95	0.70	0.70	0.70
18	0.95	0.80	0.80	0.80
19	0.95	0.90	0.90	0.90
20	0.90	0.10	0.10	0.10
21	0.90	0.20	0.20	0.20
22	0.90	0.25	0.25	0.25
23	0.90	0.40	0.40	0.40
24	0.90	0.50	0.50	0.50
25	0.90	0.60	0.60	0.60
26	0.90	0.70	0.70	0.70
27	0.90	0.80	0.80	0.80
28	0.90	0.90	0.90	0.90
29	0.80	0.10	0.10	0.10
30	0.80	0.20	0.20	0.20
31	0.80	0.30	0.30	0.30
32	0.80	0.40	0.40	0.40
33	0.80	0.50	0.50	0.50
34	0.80	0.60	0.60	0.60
35	0.80	0.70	0.70	0.70
36	0.80	0.80	0.80	0.80
37	0.80	0.90	0.90	0.90

Tabelle 11: **Relaxationskoeffizienten des SIMPLER-Verfahrens zur Berechnung des Abhitzedampferzeugers mit Bündelheizfläche**

Rechenlauf	Relaxationskoeffizient			
	Druck	Dichte	Geschwindigkeit	Enthalpie
1	0.10	0.25	0.30	0.40
2	0.10	0.30	0.30	0.30
3	0.10	0.35	0.35	0.35
4	0.13	0.25	0.30	0.40
5	0.13	0.25	0.30	0.50
6	0.13	0.25	0.50	0.50
7	0.13	0.25	0.70	0.50
8	0.13	0.25	0.70	0.60
9	0.13	0.25	0.70	0.70
10	0.13	0.25	0.80	0.80
11	0.13	0.25	0.90	0.90
12	0.13	0.30	0.90	0.90
13	0.13	0.40	0.90	0.90
14	0.13	0.50	0.90	0.90
15	0.13	0.60	0.90	0.90
16	0.13	0.70	0.90	0.90
17	0.13	0.80	0.90	0.90
18	0.14	0.25	0.40	0.40
19	0.14	0.25	0.50	0.50
20	0.14	0.25	0.60	0.60
21	0.14	0.25	0.70	0.70
22	0.14	0.25	0.80	0.80
23	0.14	0.25	0.90	0.90
24	0.20	0.25	0.90	0.90
25	0.20	0.50	0.90	0.90
25	0.30	0.30	0.90	0.90
27	0.30	0.40	0.90	0.90
28	0.35	0.30	0.90	0.90
29	0.35	0.30	0.85	0.85
30	0.40	0.25	0.90	0.90

Tabelle 12: Relaxationskoeffizienten des SIMPLE-Verfahrens zur Berechnung des Abhitzedampferzeugers mit Bündelheizfläche

Literatur

- [1] H.-J. THOMAS. „Thermische Kraftanlagen“. Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York 1975.
- [2] R. ISERMANN. Einfache Mathematische Modelle für das dynamische Verhalten beheizter Rohre. *Die Wärme* **75**, Nummer 2-3, 89–93 (1969).
- [3] H. UNBEHAUEN UND E. LINCK. Dynamische Modelle und Simulation von Dampfüberhitzern. Fortschr.-Ber. VDI, Reihe 8, Nummer 14, VDI Verlag, Düsseldorf 1971.
- [4] R. LEITHNER. Druckänderung im Hochdruckteil und Zwischenüberhitzer eines Dampferzeugers infolge Notschaltungen. *Brennstoff-Wärme-Kraft* **26**, Nummer 6, 249–257 (1974).
- [5] H. ANNEVELD. Simulation der Dynamik eines Zwischenüberhitzers. *VGB Kraftwerkstechnik* **55**, Nummer 1, 54–61 (1975).
- [6] M. ACHAB. Ableitung eines nichtlinearen mathematischen Modells für die Berechnungen an Überhitzern. *Die Wärme* **82**, Nummer 4, 81–84 (1976).
- [7] A. HILL UND A. J. WILLMOTT. A Robust Method for Regenerative Heat Exchanger Calculations. *International Journal of Heat and Mass Transfer* **30**, Nummer 2, 241–249 (1987).
- [8] F. A. GABER UND M. R. ALI. Modelling of Preheater Type U-Tube Steam Generator. *Modelling, Simulation & Control, Ser. B, ASME Press* **23**, Nummer 1, 29–41 (1989).
- [9] J. JEKERLE. Thermodynamische Berechnungsmethode eines natürlichen Wassermulauflaufkessels. *Brennstoff-Wärme-Kraft* **38**, Nummer 7/8, 340–342 (1986).
- [10] J. TALER. Dynamisches Verhalten dickwandiger Dampferzeugerbauteile. *Brennstoff-Wärme-Kraft* **38**, Nummer 1/2, 20–25 (1986).
- [11] K. ZHOW UND Z. CAO. A Dynamic Model of a Condenser. *Modelling, Simulation & Control, Ser. B, ASME Press* **19**, Nummer 4, 37–44 (1988).
- [12] K. PONWEISER UND W. LINZER. Dynamical Behavior of a Fluid in a Heated Tube Network. In E. W. P. HAHNE, W. HEIDEMANN UND K. SPINDLER (Herausgeber), „3rd European Thermal-Sciences Conference 2000“, Band 1, Seiten 61–68, Heidelberg, Germany 10.-13. September 2000.
- [13] P. PFEIFFER UND G. ZUBA. Die Berechnung von Kraftwerkskondensatoren. *Brennstoff-Wärme-Kraft* **46**, Nummer 10, 439–446 (1994).
- [14] R. DOLEŽAL. Zeitverhalten des Verdampfers eines Wasserrohrkessels mit Umlauf bei Druckänderung. *Die Wärme* **75**, Nummer 2-3, 44–46 (1969).

- [15] G. I. DOVERMAN, I. I. BUKSHTEIN, V. I. GOMBOLEVSKII, G. V. MANUCHAROVA UND V. A. MIRONOVA. Nonlinear Mathematical Model of a Gas- and Oil-fired 800 MW Boiler-Turbine Unit. *Thermal Engineering* **28**, Nummer 6, 322–326 (1981).
- [16] J. KLEY. „Anwendung und experimentelle Überprüfung der Simulation mit semi-analytischer Lösungsmethode an einem Zwangsdurchlaufdampferzeuger mit überlagertem Umlauf“. Dissertation, Technische Universität Stuttgart 1982.
- [17] G. RIEMENSCHNEIDER. Analyse der Anlagendynamik eines steinkohlebefeuerten Großdampferzeugers mit vorgeschalteter Gasturbine. Fortschr.-Ber. VDI, Reihe 6, Nummer 228, VDI Verlag, Düsseldorf 1988.
- [18] U. SCHUMACHER. Aussagen über das instationäre Verhalten des Wasser/Dampfkreislaufs eines Heizkraftwerks. *Brennstoff-Wärme-Kraft* **43**, Nummer 5, 271–275 (1991).
- [19] TH. G. DYMEK. Modulares und bedienerfreundliches Rechenprogramm für die Kraftwerksdynamik. Fortschr.-Ber. VDI, Reihe 6, Nummer 260, VDI Verlag, Düsseldorf 1991.
- [20] O. HÖNIG. Untersuchung des dynamischen Verhaltens eines konvektiv beheizten Naturumlauf-Dampferzeugers mit einem mathematischen Modell. Fortschr.-Ber. VDI, Reihe 6, Nummer 67, VDI Verlag, Düsseldorf 1980.
- [21] E. STANGE UND K. SCHLESINGER. Der An- und Abfahrverlust bei Blockanlagen. *Brennstoff-Wärme-Kraft* **16**, Nummer 9, 441–447 (1964).
- [22] P. PROFOS. Modellbildung und ihre Bedeutung in der Regelungstechnik. *VDI-Bericht* **276**, 5–12 (1977).
- [23] H. VÖLKL. „Dynamischer Naturumlauf in gekoppelten, ein- und zweiphasig durchströmten Kreisläufen“. Dissertation, Technische Universität München 1988.
- [24] D. BROCKEL UND P. STEINMETZ. Gegenüberstellung von Simulation und Messung dynamischer Vorgänge am Beispiel eines 700-MW-Dampferzeugers. *VGB Kraftwerkstechnik* **63**, Nummer 8, 692–701 (1983).
- [25] H. EDELMANN UND F. N. FETT. Simulation zeitabhängiger Vorgänge in Dampferzeugern mit zirkulierender atmosphärischer Wirbelschichtfeuerung und Vergleich mit Betriebsmessungen. *Brennstoff-Wärme-Kraft* **44**, Nummer 11, 503–510 (1992).
- [26] H. MARTIN, H. LANGNER UND J. FRANKE. Strömungsozillationen in Verdampfern und Abhilfemaßnahmen. *Brennstoff-Wärme-Kraft* **36**, Nummer 3, 88–95 (1984).
- [27] U. FRANKE. „Stationärer und instationärer Wasserumlauf im Trommelkessel, Grenzen und Stabilitätskriterien“. Dissertation, Technische Hochschule Darmstadt 1974.
- [28] K. EBERT UND FÄSSLER P. Berechnung des Anfahrverhaltens von Zwangsdurchlaufkesseln auf dem Digitalrechner als Optimierungsmittel für die Systemauslegung und Prozeßführung. *VGB Kraftwerkstechnik* **54**, Nummer 8, 547–555 (1974).

- [29] TING-LIN SHANG. „A Dynamic Model of Once-Through Supercritical Pressure Boiler“. Dissertation, ETH Zürich 1971.
- [30] R. LEITHNER UND W. LINZER. Einfaches Dampferzeugermodell (digitale Simulation). Fortschr.-Ber. VDI, Reihe 6, Nummer 41, VDI Verlag, Düsseldorf 1975.
- [31] L. BORSI, W. HOFMEISTER, G. FALGENHAUER UND H. REICHEL. Untersuchung über Dynamik und Regelverhalten von Benson-Dampferzeugern. *VGB Kraftwerkstechnik* **58**, Nummer 4, 240–246 (1978).
- [32] R. DOLEŽAL. Entwicklung des Modells des Dampferzeugers. In „Prozeßmodelle 1977 - Modellbildung und Identifikation technischer Prozesse“, Band 276 aus „VDI-Berichte“, Seiten 51–59, Wiesbaden, Deutschland 1977. Verein Deutscher Ingenieure, VDI-Verlag GmbH.
- [33] R. DOLEŽAL, O. HÖNIG, H. HÜBNER UND G. VON DER KAMMER. Nichtlineares Modell eines Dampferzeugers. In „Prozeßmodelle 1977 - Modellbildung und Identifikation technischer Prozesse“, Band 276 aus „VDI-Berichte“, Seiten 145–151, Wiesbaden, Deutschland 1977. Verein Deutscher Ingenieure, VDI-Verlag GmbH.
- [34] M. KLUG. Simulation von Störfällen in Zwangsdurchlaufdampferzeugern mit einem physikalisch-mathematischen Modell. Fortschr.-Ber. VDI, Reihe 6, Nummer 142, VDI Verlag, Düsseldorf 1984.
- [35] R. DOLEŽAL, G. VON DER KAMMER UND KÖNIGSDORF E. Simulation des Anfahrens eines Dampferzeugers mit einem universalen, für große Zustandsänderungen geeigneten Modell. *VGB Kraftwerkstechnik* **55**, Nummer 8, 506–513 (1975).
- [36] G. BERNDT. „Mathematisches Modell eines Naturumlauf-Dampferzeugers zur Störfallsimulation und dessen experimentelle Überprüfung“. Dissertation, Technische Universität Stuttgart 1984.
- [37] G. VON DER KAMMER. Optimierung des Anfahrverhaltens von Zwangsdurchlaufdampferzeugern mit einem physikalisch-mathematischen Modell. Fortschr.-Ber. VDI, Reihe 6, Nummer 51, VDI Verlag, Düsseldorf 1977.
- [38] E. GROSSE-DUNKER. Berechnung und Analyse des Anfahrvorganges eines Naturumlaufdampferzeugers mit einem physikalisch-mathematischen Modell. Fortschr.-Ber. VDI, Reihe 6, Nummer 197, VDI Verlag, Düsseldorf 1987.
- [39] R. DOLEŽAL. Iterationsfreies Verfahren für die Simulation großer Zustandsänderungen bei komplexen, nichtlinearen Systemen mit verteilten Parametern wie mehrstufige Überhitzer. *Brennstoff-Wärme-Kraft* **28**, Nummer 1, 28–30 (1976).
- [40] G. VON DER KAMMER. Optimierung des Anfahrverhaltens der gasbefeuerten 400-MW-Kombi-Blöcke des Kraftwerkes Gersteinwerk. *VGB Kraftwerkstechnik* **61**, Nummer 7, 555–561 (1981).
- [41] R. DOLEŽAL UND G. VON DER KAMMER. Experimentelle Überprüfung des Rechenmodells zur Simulation des Anfahrverhaltens beim Dampferzeuger. *VGB Kraftwerkstechnik* **58**, Nummer 10, 707–714 (1978).

- [42] R. DOLEŽAL UND G. VON DER KAMMER. Rechnerische und experimentelle Analyse des Anfahrvorganges bei einem der 400-MW-Kombi-Blöcke des Kraftwerkes Gersteinwerk. *VGB Kraftwerkstechnik* **59**, Nummer 10, 777–783 (1979).
- [43] R. DOLEŽAL UND A. ROLF. Iterationsfreie und semianalytische Simulationsmethode der nicht linearen Dynamik von Wärmetauschern. In „Forschung in der Kraftwerkstechnik 1980“, Seiten 242–249, Essen 1980. VGB Technische Vereinigung der Großkraftwerksbetreiber, VGB-Kraftwerkstechnik GMBH.
- [44] A. ROLF. Simulation des nichtlinearen, dynamischen Verhaltens von Wärmetauschern sowie ihrer komplexen Schaltungen im Kraftwerksbau mit einem semianalytischen Berechnungsverfahren. Fortschr.-Ber. VDI, Reihe 6, Nummer 141, VDI Verlag, Düsseldorf 1984.
- [45] R. J. HEITMÜLLER. Mathematische Simulation des dynamischen Verhaltens eines Zwangsdurchlaufdampferzeugers beim Durchfahren des kritischen Punktes. Fortschr.-Ber. VDI, Reihe 6, Nummer 199, VDI Verlag, Düsseldorf 1987.
- [46] F. MAYINGER, H. H. REINEKE, R. SCHRAMM UND P. STEINMETZ. Ein Rechenprogramm zur nichtlinearen Simulation der Dynamik von Benson-Dampferzeuger. *Brennstoff-Wärme-Kraft* **30**, Nummer 8, 329–333 (1978).
- [47] H. H. REINEKE, R. SCHRAMM UND P. STEINMETZ. Digitale Simulation der nichtlinearen Dynamik von Benson-Dampferzeugern. In „Forschung in der Kraftwerkstechnik 1980“, Seiten 254–260, Essen 1980. VGB Technische Vereinigung der Großkraftwerksbetreiber, VGB-Kraftwerkstechnik GMBH.
- [48] J. FRANKE, E. EITELBERG, G. KALLINA, H. WEBER UND U. WITTE. Vorausberechnung des dynamischen Verhaltens eines Kraftwerksblockes. *VGB Kraftwerkstechnik* **59**, Nummer 2, 124–128 (1979).
- [49] H. ROHSE. „Untersuchung der Vorgänge beim Übergang vom Umwälz- zum Zwangsdurchlaufbetrieb mit einer dynamischen Dampferzeugersimulation“. Dissertation, Technische Universität Braunschweig 1994.
- [50] K. PAYRHUBER. „Dynamisches Verhalten von Dampferzeugern“. Dissertation, Technische Universität Graz 1997.
- [51] K. PONWEISER. Numerische Simulation von dynamischen Strömungsvorgängen in netzwerkartigen Rohrstrukturen. Fortschr.-Ber. VDI, Reihe 6, Nummer 378, VDI Verlag, Düsseldorf 1997.
- [52] K. PONWEISER UND H. WALTER. Simulation des Verhaltens von Dampferzeugern bei instationären Betriebsbedingungen. In „Modellierung und Simulation von Dampferzeugern und Feuerungen“, Nummer 1390 in VDI-Berichte, Seiten 95–107, Düsseldorf 1998. VDI-Gesellschaft Energietechnik, Verein Deutscher Ingenieure.
- [53] K. PONWEISER UND H. WALTER. Simulation von Strömungsvorgängen im Rohrsystem von Dampferzeugern. In „VGB-Konferenz Forschung für die Kraftwerkstechnik 1998“, Nummer TB 233 A, Seiten 1–5, Essen 11.-12. Februar 1998. VGB Technische Vereinigung der Großkraftwerksbetreiber E. V.

- [54] H. WALTER, K. PONWEISER UND W. LINZER. The Flow Problem in Heated Tube-Header-Structures. In I. TROCH UND F. BREITENECKER (Herausgeber), „Proceedings IMACS Symposium on Mathematical Modelling“, Band 1 aus „ARGESIM Reports“, Seiten 135–143, Wien 2. - 4. February 2000. ARGE SIMULATION.
- [55] S. V. PATANKAR UND D. B. SPALDING. A Calculation Procedure for Heat, Mass and Momentum Transfer in Three-Dimensional Parabolic Flows. *International Journal of Heat and Mass Transfer* **15**, 1787–1806 (1972).
- [56] H. WALTER UND K. PONWEISER. Ein Rohr - Sammler - Modell zur Simulation von Dampferzeugern bei instationären Betriebsbedingungen. In „Modellierung und Simulation von Dampferzeugern und Feuerungen“, Nummer 1534 in VDI-Berichte, Seiten 15–26, Düsseldorf 14./15. März 2000. VDI-Gesellschaft Energietechnik, Verein Deutscher Ingenieure.
- [57] G. N. STAMATELOPOULOS, K. PONWEISER, H. WALTER, W. LINZER, H. NESSLER UND R. STROHMAIER. Dynamic Behaviour of a Vertical Natural Circulation Two Pressure Stage HRSG behind a Heavy Duty Gas Turbine. International Gas Turbine & Aeroengine Congress & Exhibition. Nummer 2000-GT-592, Seiten 1–7, Munich, Germany 8.-11. May 2000. The American Society of Mechanical Engineers.
- [58] L. PRANDTL, K. OSWATITSCH UND K. WIEGHARDT. „Führer durch die Strömungslehre“. Vieweg & Sohn Verlagsges. m. b. H., Braunschweig/Wiesbaden, 9. Auflage 1990.
- [59] B.R. BIRD, W.E. STEWART UND E.N. LIGHTFOOT. „Transport Phenomena“. John Wiley & Sons Inc., New York 1960.
- [60] E TRUCKENBRODT. „Lehrbuch der angewandten Fluidmechanik“. Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, Tokyo 1983.
- [61] J. F. WENDT. „Computational Fluid Dynamics: An Introduction“. Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 2. Auflage 1996.
- [62] H. D. BAEHR UND K. STEPHAN. „Wärme- und Stoffübertragung“. Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York 1994.
- [63] K. GERSTEN UND H. HERWIG. „Strömungsmechanik“. Grundlagen und Fortschritte der Ingenieurwissenschaften. Vieweg & Sohn Verlagsges. m. b. H., Braunschweig/Wiesbaden 1992.
- [64] K. A. HOFFMANN, ST. T. CHIANG, SH. SIDDIQUI UND M. PAPADAKIS. „Fundamental Equations of Fluid Mechanics“. Engineering Education SystemsTM, Wichita, Kansas, 1. Auflage 1996.
- [65] R. LEITHNER. „Vorlesung Wärme- und Stoffübertragung“. Technische Universität Braunschweig 1984.
- [66] H. ROHSE. Untersuchung der Vorgänge beim Übergang vom Umwälz- zum Zwangsdurchlaufbetrieb mit einer dynamischen Dampferzeugersimulation. Fortschr.-Ber. VDI, Reihe 6, Nummer 327, VDI Verlag, Düsseldorf 1995.

- [67] B. EPPLE. Modellbildung und Simulation von Strömungs-, Reaktions- und NO_x -Bildungsvorgängen in technischen Feuerungen. Fortschr.-Ber. VDI, Reihe 6, Nummer 295, VDI Verlag, Düsseldorf 1993.
- [68] S. V. PATANKAR. „Numerical Heat Transfer and Fluid Flow“. Series in Computational Methods in Mechanics and Thermal Sciences. Hemisphere Publ. Corp., Washington, New York, London 1980.
- [69] F. H. HARLOW UND J. E. WELCH. Numerical Calculation of Time-Dependent Viscous Incompressible Flow of Fluid with Free Surface. *The Physics of Fluid* **8**, Nummer 12, 2182–2189 (1965).
- [70] C. W. HIRT UND J. P. SHANNON. Free-Surface Stress Conditions for Incompressible-Flow Calculation. *Journal of Computational Physics* **2**, 403–411 (1968).
- [71] F. H. HARLOW UND A. A. AMSDEN. Numerical Calculation of Almost Incompressible Flow. *Journal of Computational Physics* **3**, 80–93 (1968).
- [72] A. A. AMSDEN UND F. H. HARLOW. The SMAC Method: A Numerical Technique for Calculating Incompressible Fluid Flows. Los Alamos Scientific Laboratories, Nummer LA-4370, Los Alamos Scientific Laboratories, Los Alamos 1970.
- [73] R. A. GENTRY, R. E. MARTIN UND B. J. DALY. An Eulerian Differencing Method for Unsteady Compressible Flow Problems. *Journal of Computational Physics* **1**, 87–118 (1966).
- [74] F. H. HARLOW UND A. A. AMSDEN. A Numerical Fluid Dynamics Calculation Method for All Flow Speeds. *Journal of Computational Physics* **8**, 197–213 (1971).
- [75] C. W. HIRT, A. A. AMSDEN UND J. L. COOK. An Arbitrary Lagrangian-Eulerian Computing Method for All Flow Speeds. *Journal of Computational Physics* **14**, 227–253 (1974).
- [76] F. H. HARLOW UND A. A. AMSDEN. Numerical Calculation of Multiphase Fluid Flow. *Journal of Computational Physics* **17**, 19–52 (1975).
- [77] J. H. MAHAFFY. A Stability Two-Step Method for Fluid Flow Calculations. *Journal of Computational Physics* **46**, 329–3421 (1982).
- [78] B. A. KASHIWA, N. T. PADIAL, R. M. RAUENZAHN UND W. B. VAN DER HEYDEN. A Cell-Centered ICE Method for Multiphase Flow Simulations. Los Alamos Scientific Laboratories, Nummer LA-UR-93-3922, Los Alamos Scientific Laboratories, Los Alamos 1994.
- [79] J. P. VAN DOORMAAL UND G. D. RAITHBY. Enhancements of the SIMPLE Method for Predicting Incompressible Fluid Flows. *Numerical Heat Transfer* **7**, 147–163 (1984).
- [80] B. NOLL. „Numerische Strömungsmechanik: Grundlagen“. Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 1. Auflage 1993.

- [81] D. B. SPALDING. A Mathematical Modelling of Fluid Dynamics, Heat Transfer and Mean Transfer Processes. Bericht HTS/80/1, Imperial College, London 1980.
- [82] S. V. PATANKAR. Recent Developments in Computational Heat Transfer. *Trans. of ASME, Ser. C, Journal of Heat Transfer* **110**, 1037–1045 (1988).
- [83] R. I. ISSA. Solution of the Implicitly Discretised Fluid Flow Equations by Operator-Splitting. *Journal of Computational Physics* **62**, 40–65 (1985).
- [84] D. S. JANG, R. JETLI UND S. ACHARYA. Comparison of the PISO, SIMPLER and SIMPLEC Algorithms for the Treatment of the Pressure-Velocity Coupling in Steady Flow Problems. *Numerical Heat Transfer* **10**, 209–228 (1986).
- [85] B. R. LATIMER UND A. POLARD. Comparison of Pressure-Velocity Coupling Solution Algorithms. *Numerical Heat Transfer* **8**, 635–652 (1985).
- [86] D. B. SPALDING. Mathematical Methods in Nuclear-Reactor Thermal Hydraulics. In R. RIPPLE UND R. GAY (Herausgeber), „Proceedings of the ANS/ASME/NRC International Topical Meeting on Nuclear Reactor Thermal-Hydraulics, Saratoga Springs, New York“, Band 3, Seiten 1979–2023 5. - 8. Oktober 1980.
- [87] M. PERIĆ, R. KESSLER UND G. SCHEUERER. Comparison of Finite-Volume Numerical Methods with Staggered and Colocated Grids. *Computers & Fluids* **16**, Nummer 4, 389–403 (1988).
- [88] H. R. SCHWARZ. „Numerische Mathematik“. B. G. Teubner-Verlag, Stuttgart 1986.
- [89] W. F. AMES. „Numerical Methods for Partial Differential Equations“. Computer Science and Applied Mathematics. Academic Press, Inc., San Diego, CA, 2. Auflage 1977.
- [90] TIEN-MO SHIH. „Numerical Heat Transfer“. Series in Computational Methods in Mechanics and Thermal Sciences. Hemisphere Publishing Corporation, Washington, New York, London 1984.
- [91] J. H. FERZIGER UND M. PERIĆ. „Computational Methods for Fluid Dynamic“. Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 2. Auflage 1999.
- [92] C. M. RHIE UND W. L. CHOW. A Numerical Study of the Turbulent Flow Past an Isolated Airfoil with Trailing Edge Separation. *AIAA Journal* **21**, Nummer 11, 1525–1532 (1983).
- [93] T. M. SHIH UND A. L. REN. Primitive-Variable Formulations Using Nonstaggered Grids. *Numerical Heat Transfer* **7**, 413–428 (1984).
- [94] S. L. LEE UND R. Y. TZONG. Artificial Pressure for Pressure-Linked Equation. *International Journal of Heat and Mass Transfer* **35**, Nummer 10, 2705–2716 (1992).
- [95] H. OERTEL UND E. LAURIEN. „Numerische Strömungsmechanik“. Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York 1995.

- [96] CH. ÜBERHUBER. „Computer-Numerik“, Band 1. Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York 1995.
- [97] ST. LOMIC. Entwicklung eines Regelalgorithmus zur Steuerung der Relaxationsfaktoren des Finiten-Volumen-Verfahrens SIMPLE. Diplomarbeit, Technische Universität Wien 1998.
- [98] E. SCHMIDT. International vereinbarte Gleichungen für die Eigenschaften von Wasser und Wasserdampf zum Gebrauch der Industrie in Rechenanlagen. *Brennstoff-Wärme-Kraft* **19**, Nummer 2, 69–70 (1967).
- [99] E. DOHRENDORF UND H. SCHWINDT. Näherungsformeln für die Zustandsgrößen des Wasserdampfes in Abhängigkeit von Enthalpie und Entropie. *Brennstoff-Wärme-Kraft* **22**, Nummer 12, 578–583 (1970).
- [100] R. MEYER-PITTROFF, H. VESPER UND U. GRIGULL. Einige Umkehrfunktionen und Näherungsgleichungen zur „1967 IFC Formulation for Industrial Use“ für Wasser und Wasserdampf. *Brennstoff-Wärme-Kraft* **21**, Nummer 5, 239–298 (1969).
- [101] H. SCHWINDT. Neue Näherungsformeln für die Zustandsgrößen des Wasserdampfes in Abhängigkeit von Enthalpie und Entropie. *Brennstoff-Wärme-Kraft* **30**, Nummer 1, 30–32 (1978).
- [102] J. MAGERFLEISCH. Umkehrbare Gleichungen zur Berechnung von Entspannungsvorgängen im Wasserdampf. *Brennstoff-Wärme-Kraft* **31**, Nummer 10, 403–407 (1979).
- [103] R. B. MCCLINTOCK UND G. J. SILVESTRI. Some Improved Steam Property Calculation Procedures. *Trans. of ASME, Ser. A, Journal of Engineering for Power* **92**, 123–134 (1970).
- [104] R. MEYER-PITTROFF UND U. GRIGULL. Eine Umkehrfunktion zu der „1967 IFC Formulation for Industrial Use“ für die Berechnung der Temperatur von überhitztem Wasserdampf, abhängig von Druck und Enthalpie. *Brennstoff-Wärme-Kraft* **21**, Nummer 12, 636–638 (1969).
- [105] IAPWS Release: IAPWS Industrial Formulation 1997 for the Thermodynamic Properties of Water and Steam. Bericht, IAPWS Secretariat 1997.
- [106] W. WAGNER UND A. KRUSE. „Zustandsgrößen von Wasser und Wasserdampf: Der Industrie-Standard IAPWS-IF97 für die thermodynamischen Zustandsgrößen und ergänzende Gleichungen für andere Eigenschaften“. Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York 1998.
- [107] W. WAGNER, J. R. COOPER, A. DITTMANN, J. KIJIMA, H.-J. KRETZSCHMAR, A. KRUSE, R. MARES, K. OGUCHI, H. SATO, I. STÖCKER, O. ŠNIFER, Y. TAKAISHI, I. TANISHITA, J. TRÜBENBACH UND TH. WILLKOMMEN. The IAPWS Industrial Formulation 1997 for the Thermodynamic Properties of Water and Steam. *Trans. of ASME, Ser. D, Journal of Engineering for Gas Turbines and Power* **122**, Nummer 1, 150–182 (2000).

- [108] W. WAGNER UND B. RUKES. Die Entwicklung einer neuen Industrie-Formulation für die Zustandseigenschaften von Wasser und Wasserdampf. *Brennstoff-Wärme-Kraft* **47**, Nummer 7/8, 312–316 (1995).
- [109] W. WAGNER UND B. RUKES. IAPWS-IF97: Die neue Industrie-Formulation. *Brennstoff-Wärme-Kraft* **50**, Nummer 3, 42–47 (1998).
- [110] L. HAAR, J. S. GALLAGHER UND G. S. KELL. „NBS/NRC Wasserdampf Tafeln“. Springer-Verlag, Berlin 1988.
- [111] K. PONWEISER UND H. WALTER. Erweiterung der NBS/NRC Wasserdampf Tafeln um die Umkehrfunktionen und deren Ableitungen. Fortschr.-Ber. VDI, Reihe 6, Nummer 291, VDI Verlag, Düsseldorf 1993.
- [112] K. PONWEISER UND H. WALTER. Die thermodynamischen Zustandsgrößen von Wasser und Wasserdampf und deren partielle Ableitungen in unterschiedlichen Darstellungsformen. *Brennstoff-Wärme-Kraft* **46**, Nummer 1/2, 53–55 (1994).
- [113] R. POLLAK. Eine neue Fundamentalgleichung zur konsistenten Darstellung der thermodynamischen Eigenschaften von Wasser. *Brennstoff-Wärme-Kraft* **27**, Nummer 5, 210–215 (1975).
- [114] N. ROSNER. „Thermische Zustandsgleichung für Wasser im Bereich vom Tripelpunkt bis 10000 bar erstellt durch multiple Regressionsanalyse“. Dissertation, Technische Universität München 1986.
- [115] F. G. KEYES, J. H. KEENAN, P. G. HILL UND J. G. MOORE. A Fundamental Equation for Liquid and Vapor Water. Report at the 7th International Conference on the Properties of Steam. Tokyo 1968.
- [116] M. REIMANN, R. MEYER-PITTROFF UND U. GRIGULL. Berechnung von Zustandsgrößen aus thermodynamisch konsistenten Zustandsgleichungen und Vergleich der Ergebnisse verschiedener Gleichungssysteme für Wasser und Wasserdampf. *Brennstoff-Wärme-Kraft* **22**, Nummer 8, 373–378 (1970).
- [117] P. SCHIEBENER. „Schnelle Berechnungsverfahren für Zustandseigenschaften am Beispiel Wasser“. Dissertation, Technische Universität München 1989.
- [118] J.M.P. VAN DER LOOIJ. Zweckmäßige Formulierung der Eigenschaften von Wasser und Wasser-Dampf für die dynamische Modellierung von Dampfkraftprozessen. *Brennstoff-Wärme-Kraft* **38**, Nummer 12, 545–546 (1986).
- [119] E. PFLEGER. Optimale Stoffwertberechnung von Wasser und Wasserdampf. *Brennstoff-Wärme-Kraft* **40**, Nummer 10, 405–408 (1988).
- [120] R. G. SCHMIDT UND O. JOHANSEN. Verfahren zur Berechnung der Zustandsgrößen von unterkühlten Wasserdampf unter Berücksichtigung numerischer Gesichtspunkte. *Brennstoff-Wärme-Kraft* **46**, Nummer 7/8, 354–357 (1994).
- [121] J. HUHND UND J. WOLF. „Zweiphasenströmung gasförmig/flüssig“. VEB Fachbuchverlag Leipzig, Leipzig 1975.

- [122] J. G. COLLIER UND J. R. THOME. „Convective Boiling and Condensation“. The Oxford Engineering Science Series. Clarendon Press, Oxford, 3. Auflage 1994.
- [123] P. SHIH-I. „Two-Phase Flow“, Band 3 aus „Vieweg Tracts in Pure and Applied Physics“. Friedr. Vieweg & Sohn, Braunschweig/Wiesbaden, 1. Auflage 1977.
- [124] G. HETSRONI. Introduction and Basics. In „Short Courses on Multiphase Flow and Heat Transfer Part A: Bases“, Nummer 3 A, Seiten 1–43, ETH Zürich, Schweiz 20.-24. März 1995.
- [125] G. B. WALLIS. „One-dimensional Two-phase-Flow“. McGraw - Hill Book Company, New York, St. Louis, San Francisco, London 1969.
- [126] W. H. MCADAMS, W. K. WOODS UND L. C. HEROMAN JR. Vaporization Inside Horizontal Tubes – II Benzene-Oil Mixtures. *Transaction of the ASME* **64**, 193–200 (1942).
- [127] P. B. WHALLEY. „Boiling, Condensation, and Gas-Liquid Flow“. The Oxford Engineering Science Series. Clarendon Press, Oxford, 1. Auflage 1987.
- [128] F. BRANDT. „Wärmeübertragung in Dampferzeugern und Wärmeaustauschern“, Band 2 aus „FDBR - Fachbuchreihe“. Vulkan-Verlag, Essen, 2. Auflage 1995.
- [129] F. RICHTER. Physikalische Eigenschaften von Stählen und ihre Temperaturabhängigkeit. MANNESMANN Forschungsberichte, Nummer 10, Verlag Stahleisen m. b. H., Düsseldorf 1983.
- [130] F. MAYINGER. „Strömung und Wärmeübergang in Gas-Flüssigkeits-Gemischen“. Springer Verlag, Wien, New York 1982.
- [131] J. M. DELHAYE, M. GIOT UND M. L. RIETHMULLER. „Thermohydraulics of Two-Phase Flow Systems for Industrial Design and Nuclear Engineering“. Series in Thermal and Fluids Engineering. Hemisphere Publishing Corporation, Washington, New York, London 1981.
- [132] D. BUTTERWORTH UND G. F. HEWITT. „Two-Phase Flow and Heat Transfer“. Harwell Series. Oxford University Press, Walton Street, Oxford 1977.
- [133] P. B. WHALLEY. „Two-Phase Flow and Heat Transfer“, Band 42 aus „Oxford Chemistry Primers“. Oxford University Press Inc., New York 1996.
- [134] M. ISHII. „Thermo-Fluid Dynamic Theory of Two-Phase Flow“. Scientific and Medical Publication of France, NY, Eyrolles, Paris 1975.
- [135] G. KOCAMUSTAFAOGULLARI. „Thermo-Fluid Dynamics of Separated Two-Phase Flow“. Dissertation, School of Mechanical Engineering, Georgia Institute of Technology, Atlanta 1971.
- [136] W. HASSDENTEUFEL. „Wärmeübergang und Druckverlust bei Zweiphasenströmung“. Dissertation, Technische Universität Stuttgart 1983.

- [137] S. G. BANKOFF. A Variable Density Single-Fluid Model for Two-Phase Flow with Particular Reference to Steam-Water Flow. *Trans. of ASME, Ser. C, Journal of Heat Transfer* **82**, Nummer 11, 265–272 (1960).
- [138] N. ZUBER UND J. A. FINDLAY. Average Volumetric Concentration in Two-Phase Flow Systems. *Trans. of ASME, Ser. C, Journal of Heat Transfer* **87**, 453–468 (1965).
- [139] M. ISHII. One Dimensional Drift-Flux Model and Constitutive Equations for Relative Motion Between Phases in Various Two-Phase Flow Regimes. Argonne National Laboratory, USAEC Report ANL-7747, Argonne National Laboratory 1977.
- [140] S. LEVY. Prediction of Two-Phase Annular Flow with Liquid Entrainment. *International Journal of Heat and Mass Transfer* **9**, 171–188 (1966).
- [141] G. YADIGAROGLU. Closure Relationships. In „Short Courses on Multiphase Flow and Heat Transfer Part A: Bases“, Nummer 6 A, Seiten 1–33, ETH Zürich, Schweiz 20.-24. März 1995.
- [142] J. A. BOURÉ UND J. M. DELHAYE. General Equations and Two-Phase Flow Modeling. In G. HETSRONI (Herausgeber), „Handbook of Multiphase Systems“. Hemisphere Publishing Corporation, Washington, New York, London 1982.
- [143] N. I. KOLEV. „Transiente Zweiphasen-Strömung“. Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, Tokyo 1986.
- [144] W. NUSSELT. Das Grundgesetz des Wärmeübergangs. *Der Gesundheits-Ingenieur* **38**, Nummer 42, 477–482 (1915).
- [145] H. HAUSEN. „Wärmeübertragung im Gegenstrom, Gleichstrom und Kreuzstrom“. Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 2. Auflage 1976.
- [146] M. A. MICHEJEV. „Grundlagen der Wärmeübertragung“. VEB Verlag Technik, Berlin, 2. Auflage 1961.
- [147] V. GNIELINSKI. Neue Gleichungen für den Wärme- und den Stoffübergang in turbulent durchströmten Rohren und Kanälen. *Forschung im Ingenieurwesen* **41**, Nummer 1, 8–16 (1975).
- [148] V. GNIELINSKI. Ein neues Berechnungsverfahren für die Wärmeübertragung im Übergangsbereich zwischen laminarer und turbulenter Rohrströmung. *Forschung im Ingenieurwesen* **61**, Nummer 9, 240–248 (1995).
- [149] P. K. KONAKOV. Eine neue Formel für den Reibungskoeffizienten glatter Rohre (Orig. russ.). *Berichte der Akademie der Wissenschaften der UDSSR* **51**, Nummer 7, 503–506 (1954).
- [150] VDI-WÄRMEATLAS - BERECHNUNGSBLÄTTER FÜR DEN WÄRMEÜBERGANG. „VDI-Wärmeatlas - Berechnungsblätter für den Wärmeübergang“. VDI-Verlag GmbH., Düsseldorf, 8. Auflage 1996.

- [151] N. L. DICKINSON UND C. P. WELCH. Heat Transfer to Supercritical Water. *Transactions of the American Society of Mechanical Engineers* **80**, Nummer 3, 746–752 (1958).
- [152] W. H. McADAMS, W. E. KENNEL UND J. N. ADDOMS. Heat Transfer of Superheated Steam at High Pressures. *Transactions of the American Society of Mechanical Engineers* **72**, 421–428 (1950).
- [153] M. A. STYRIKOWITSCH, S. L. MIROPOLSKY UND M. E. SCHITZMAN. Wärmeübergang im kritischen Druckgebiet bei erzwungener Strömung des Arbeitsmediums. *VGB Kraftwerkstechnik* **61**, 288–294 (1959).
- [154] G. DOMIN. Wärmeübergang in kritischen und überkritischen Bereichen von Wasser in Rohren. *Brennstoff-Wärme-Kraft* **15**, Nummer 11, 527–532 (1963).
- [155] H. S. SWENSON, J. R. CARVER UND C. R. KAKARALA. Heat Transfer to Supercritical Water in Smooth-Bore Tubes. *Trans. of ASME, Ser. C, Journal of Heat Transfer* **87**, 477–484 (1965).
- [156] H. GRIEM. „Untersuchungen zur Thermohydraulik innenberippter Verdampferrohre“. Dissertation, Technische Universität München 1995.
- [157] W. B. HALL UND J. D. JACKSON. Heat Transfer near the Critical Point. In „Proceedings of the 6th International Heat Transfer Conference“, Band 6, Seiten 377–392, Toronto, Canada 7.-11. August 1978.
- [158] CH. R. KAKARALA UND L. C. THOMAS. A Theoretical Analysis of Turbulent Convective Heat Transfer for Supercritical Fluids. In „Proceedings of the 5th International Heat Transfer Conference“, Band 2, Seiten 45–49, Tokyo, Japan 3.-7. September 1974.
- [159] K. YAMAGATA, K. NISHIKAWA, S. HASEGAWA, T. FUJI UND S. YOSHIDA. Forced Convective Heat Transfer to Supercritical Water Flowing in Tubes. *International Journal of Heat and Mass Transfer* **15**, 2575–2593 (1972).
- [160] R. A. LEE UND K. H. HALLER. Supercritical Water Heat Transfer Developments and Applications. In „Proceedings of the 5th International Heat Transfer Conference“, Band 4, Seiten 335–339, Tokyo, Japan 3.-7. September 1974.
- [161] H. GRIEM. A new Procedure for the Prediction of Forced Convection Heat Transfer at Near- and Supercritical Pressure. *International Journal of Heat and Mass Transfer: Wärme und Stoffübertragung* **31**, 301–305 (1996).
- [162] S. KAKAÇ, R. K. SHAH UND W. AUNG. „Handbook of Single-Phase Convective Heat Transfer“. John Wiley & Sons, New York 1987.
- [163] K. STEPHAN. „Wärmeübergang beim Kondensieren und beim Sieden“. Wärme- und Stoffübertragung. Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, London, Paris 1988.

- [164] W. H. JENS UND P. A. LOTTES. Analysis of Heat Transfer, Burnout, Pressure Drop and Density Data for High Pressure Water. Argonne National Laboratory, USAEC Report ANL-4627, Argonne National Laboratory 1951.
- [165] P. A. LOTTES, R. P. ANDERSON, B. M. HOGLUND, J. F. MARCHATERRE, M. PETRICK, G. F. POPPER UND R. J. WEATHERHEAD. Boiling Water Reactor Technology Status of the Art Report. Argonne National Laboratory, USAEC Report ANL-6561, Argonne National Laboratory 1962.
- [166] L. S. TONG. „Boiling Heat Transfer and Two-Phase Flow“. John Wiley & Sons, Inc., New York, London, Sydney 1965.
- [167] J. R. S. THOM, W. M. WALKER, T. A. FALLON UND G. F. S. REISING. Boiling in Subcooled Water During Flow Up Heated Tubes or Annuli. In „Symp. Inst. Mech. Eng.“, London 15.-16. September 1965.
- [168] V. KEFER. „Strömungsformen und Wärmeübergang in Verdampferrohren unterschiedlicher Neigung“. Dissertation, Technische Universität München 1989.
- [169] L. BIASI, G. C. CLERICI, R. SALA UND A. TOZZI. A Theoretical Approach to the Analysis of an Adiabatic Two-Phase Annular Dispersed Flow. *Energia Nucleare* **15**, Nummer 6, 394–405 (1968).
- [170] Y. KATTO. Generalized Correlations of Critical Heat Flux for the Forced Convection Boiling in Vertical Uniformly Heated Annuli. *International Journal of Heat and Mass Transfer* **22**, 575–584 (1979).
- [171] Y. KATTO. General Features of CHF of Forced Convection Boiling in Uniformly Heated Vertical Tubes with Zero Inlet Subcooling. *International Journal of Heat and Mass Transfer* **23**, 493–504 (1980).
- [172] Y. KATTO. General Features of CHF of Forced Convection Boiling in Uniformly Heated Rectangular Channels. *International Journal of Heat and Mass Transfer* **24**, Nummer 8, 1413–1419 (1981).
- [173] Y. KATTO. An Analytical Investigation on CHF of Flow Boiling in Uniformly Heated Vertical Tubes with Special Reference to Governing Dimensionless Groups. *International Journal of Heat and Mass Transfer* **25**, Nummer 9, 1353–1361 (1982).
- [174] Y. KATTO UND H. OHNO. An Improved Version of the Generalized Correlation of Critical Heat Flux for the Forced Convective Boiling in Uniformly Heated Vertical Tubes. *International Journal of Heat and Mass Transfer* **27**, Nummer 9, 1641–1648 (1984).
- [175] M. M. SHAH. A Generalized Graphical Method for Predicting CHF in Uniformly Heated Vertical Tubes. *International Journal of Heat and Mass Transfer* **22**, 557–568 (1979).
- [176] M. M. SHAH. A General Correlation for Critical Heat Flux in Annuli. *International Journal of Heat and Mass Transfer* **23**, 225–234 (1980).

- [177] G. DRESCHER UND W. KÖHLER. Die Ermittlung kritischer Siedezustände im gesamten Dampfgehaltsbereich für innendurchströmte Rohre. *Brennstoff-Wärme-Kraft* **33**, Nummer 10, 416–422 (1981).
- [178] A. S. KON'KOV. Experimental Study of the Conditions under which Heat Exchange Deteriorates when a Steam-Water Mixture Flows in Heated Tubes. *Teploenergetika* **13**, Nummer 12, 77 (1965).
- [179] V. E. DOROSHCHUK, L. L. LEVITAN UND F. P. LANTSMAN. Recommendations for Calculating Burnout in a Round Tube with Uniform Heat Release. *Teploenergetika* **22**, Nummer 12, 66–70 (1975).
- [180] W. KÖHLER. „Einfluß des Benetzungszustandes der Heizfläche auf Wärmeübergang und Druckverlust in einem Verdampferrohr“. Dissertation, Technische Universität München 1984.
- [181] B. S. PETUKHOV, A. F. POLYSKOV, V. A. KULESHOV UND YU. L. SHECKTER. Turbulent Flow and Heat Transfer in Horizontal Tubes with Substantial Influence of Thermogravitational Forces. In „4th International Heat Transfer Conference“, Band 3, Seiten 164–168, Tokyo, Japan, 3.-7. September 1974.
- [182] G. B. WATSON, R. A. LEE UND M. WIENER. Critical Heat Flux in Inclined and Vertical Smooth and Ribbed Tubes. In „Proceedings of the 5th International Heat Transfer Conference“, Band 4, Seiten 275–279, Tokyo, Japan, 3.-7. September 1974.
- [183] V. KEFER, W. KÖHLER UND W. KASTNER. Critical Heat Flux (CHF) and Post-CHF Heat Transfer in Horizontal and Inclined Evaporator Tubes. *International Journal of Multiphase Flow* **15**, Nummer 3, 385–392 (1989).
- [184] D. HEIN, W. KASTNER UND W. KÖHLER. Einfluß der Rohrlage auf den Wärmeübergang in einem Verdampferrohr. *Brennstoff-Wärme-Kraft* **34**, Nummer 11, 489–493 (1982).
- [185] K. BIER, D. GOETZ UND D. GORENFLO. Zum Einfluß des Umfangswinkels auf den Wärmeübergang beim Blasensieden an horizontalen Rohren. *Wärme- und Stoffübertragung* **15**, 159–169 (1981).
- [186] E. FRIED UND I. E. IDELCHIK. „Flow Resistance: A Design Guide for Engineers“. Hemisphere Publishing Corporation, New York, Washington, Philadelphia, London 1989.
- [187] H. RICHTER. „Rohrhydraulik“. Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, 4. Auflage 1962.
- [188] H. ZOEHL UND J. KRUSCHIK. „Strömung durch Rohre und Ventile“. Springer Verlag, Wien, New York, 2. Auflage 1982.
- [189] I. RAUSS. Contribution a l'études de la perte de charge des coudes. *Chaleur et Industrie* **40**, 287 (1959).

- [190] R. C. MARTINELLI, D. B. NELSON UND N. Y. SCHENECTADY. Prediction of Pressure Drops During Forced Circulation Boiling of Water. *Transactions of the ASME* **70**, Nummer 8, 695–702 (1948).
- [191] R. W. LOCKHART UND R. C. MARTINELLI. Proposed Correlation of Data for Isothermal Two-Phase, Two Component Flow in Pipes. *Chemical Engineering Progress* **45**, Nummer 1, 39–48 (1949).
- [192] D. CHISHOLM. A Theoretical Basis for the Lockhart-Martinelli Correlation for Two-Phase Flow. *International Journal of Heat and Mass Transfer* **10**, 1767–1778 (1967).
- [193] T. JOHANNESSEN. A Theoretical Solution of the Lockhart and Martinelli Flow Modell for Calculating Two-Phase Flow Pressure Drop and Hold-Up. *International Journal of Heat and Mass Transfer* **15**, Nummer 8, 1443–1449 (1972).
- [194] D. CHISHOLM. Pressure Gradients Due to Friction During the Flow of Evaporating Two-Phase Mixtures in Smooth Tubes and Channels. *International Journal of Heat and Mass Transfer* **16**, 347–358 (1973).
- [195] E. LOMBARDI UND E. PEDROCCHI. A Pressure Drop Correlation in Two-Phase Flow. *Energia Nucleare* **19**, Nummer 2, 91–99 (1972).
- [196] J. R. S. THOM. Prediction of Pressure Drop During Forced Circulation Boiling of Water. *International Journal of Heat and Mass Transfer* **7**, 709–724 (1964).
- [197] C. J. BAROCZY. A Systematic Correlation for Two-Phase Pressure Drop. *Chemical Engineering Progress Symposium Series* **62**, Nummer 64, 232–249 (1966).
- [198] L. FRIEDEL. Druckabfall bei der Strömung von Gas/Dampf-Flüssigkeits-Gemischen in Rohren. *Chemie-Ingenieur-Technik* **50**, Nummer 3, 167–180 (1978).
- [199] L. FRIEDEL. Eine dimensionslose Beziehung für den Reibungsdruckabfall bei Zweiphasenströmung von Wasser und R 12. *VT - Verfahrenstechnik* **13**, Nummer 4, 241–246 (1979).
- [200] L. FRIEDEL. Improved Friction Pressure Drop Correlations for Horizontal and Vertical Two-Phase Pipe Flow. In „European Two Phase Flow Group Meeting“, Seiten 1–25, Ispra, Italien 1979.
- [201] H. TEICHEL. Druckabfall, Dampfgehalt und turbulenter Queraustausch in Wasser- und Wasserdampfströmungen. *Brennstoff-Wärme-Kraft* **30**, Nummer 8, 334–340 (1978).
- [202] Q. ZHENG. „Reibungsdruckverlust von Gas/Flüssigkeitsströmungen in glatten und innenberippten Rohren“. Dissertation, Technische Universität Erlangen-Nürnberg 1991.
- [203] Q. ZHENG, W. KÖHLER, W. KASTNER UND K. RIEDLE. Druckverlust in glatten und innenberippten Verdampferrohren. *Wärme- und Stoffübertragung* **26**, 323–330 (1991).

- [204] R. TECHO, R. R. TICKNER UND R. E. JAMES. An Accurate Equation for the Computation of the Friction Factor for Smooth Pipes from the Reynolds Number. *Journal of Appl. Mech.* **6** (1965).
- [205] D. CHISHOLM. Two-Phase Flow in Bends. *International Journal of Multiphase Flow* **6**, Nummer 4, 363–367 (1980).
- [206] P. A. LOTTES. Expansion Losses in Two-Phase Flow. *Nuclear Science and Engineering* **9**, 26–31 (1961).
- [207] D. CHISHOLM UND L. A. SUTHERLAND. Prediction of Pressure Gradients in Pipeline System during Two-Phase Flow. *Proc. Instn. mech. Engrs.* **184** (1969).
- [208] M. WADLE. A New Formula for the Pressure Recovery in an Abrupt Diffusor. *International Journal of Multiphase Flow* **15**, Nummer 2, 241–256 (1989).
- [209] S. LEVY. Steam Slip-Theoretical Prediction from Momentum Model. *Trans. of ASME, Ser. C, Journal of Heat Transfer* **82**, 113–124 (1960).
- [210] J. F. MARCHATERRE UND B. M. HOGLUND. Correlation for Two-Phase Flow. *NUCLEONICS* **20**, Nummer 8, 142 (1962).
- [211] S. Y. AHMAD. Axial Distribution of Bulk Temperature and Void Fraction in a Heated Channel with Inlet Subcooling. *Trans. of ASME, Ser. C, Journal of Heat Transfer* **92**, 595–609 (1970).
- [212] Z. L. MIROPOLSKIJ, R. J. SHNEEROVA UND A. I. KARAMYSHEVA. Steam Content with Forced Flow of Steam-Water Mixture, with Supply of Heat and in Adiabatic Conditions. *Teplotenergetika* **18**, Nummer 5, 60–63 (1971).
- [213] G. A. HUGHMARK. Holdup in Gas-Liquid Flow. *Chemical Engineering Progress* **58**, Nummer 4, 62–65 (1962).
- [214] S. Z. ROUHANI. Modified Correlation for Void and Two-Phase Pressure Drop. AE-RTV-841, AB Atomenergi, Sweden 1969.
- [215] B. CHEXAL UND G. LELLOUCHE. A Full-Range Drift-Flux Correlation for Vertical Flows. EPRI Report, Nummer NP-3989-SR, Electric Power Research Institute, Palo Alto, California 1986.
- [216] HOMAYOUN NABIZADEH-ARAGHI. „Modellgesetze und Parameteruntersuchungen für den volumetrischen Dampfgehalt in einer Zweiphasenströmung“. Dissertation, Technische Universität Hannover 1977.
- [217] J. KOWALCZEWSKI. „Two-Phase Flow in an Unheated and Heated Tube“. Dissertation, ETH Zürich 1964.
- [218] A. KÜTÜKÇÜOĞLU. Strömungsform, Dampfvolumenteil und Druckabfall bei Zweiphasenströmung von Wasser-Wasserdampf in Rohren. Fortschr.-Ber. VDI, Reihe 7, Nummer 18, VDI Verlag, Düsseldorf 1969.

- [219] L. FRIEDEL. Modellgesetz für den Reibungsdruckverlust in der Zweiphasenströmung. VDI - Forschungsheft, Nummer 572, VDI Verlag, Düsseldorf 1975.
- [220] K. LÖSCHER UND W. REINHARDT. Der Schlupf bei ausgebildeter adiabater Einpompenten-Zweiphasenströmung dampfförmig-flüssig im horizontalen Rohr. *Wiss. Zeitung Techn. Univers. Dresden* **22**, Nummer 5, 813–819 (1973).
- [221] D. MEWES. Mehrphasige Strömungen in Rohren. In „Hochschulkurs Mehrphasenströmung in der Verfahrenstechnik“, Band 3, Hannover, Deutschland 7.-10. Oktober 1996. Forschungs-Gesellschaft Verfahrenstechnik e. V., Düsseldorf.
- [222] W. ALBRECHT. Instationäre Wärmespannungen in Hohlzylinder. *Konstruktion* **18**, Nummer 6, 224–231 (1966).
- [223] W. ALBRECHT. Beispiele für instationäre Temperaturverteilungen in Apparatebauteilen. *Chemie-Ingenieur-Technik* **41**, 676–681 (1969).
- [224] R. HÖGER. Beanspruchung der Dampferzeuger-Eintrittssammler durch Wärmespannungen infolge Ausfalls von Hochdruckvorwärmern. *Die Wärme* **75**, Nummer 2-3, 60–64 (1969).
- [225] D. SCHMIDT. Instationäre Wärmespannungen in einer Frischdampfleitung. *Energie* **19**, Nummer 12, 393–398 (1967).
- [226] D. SCHMIDT. Über die Berechnung instationärer Wärmespannungen. *Rohre - Rohrleitungsbau - Rohrleitungstransport*, Nummer 5/6, 236–245 (1973).
- [227] R. LEITHNER, F. STEEGE, R. PICH, K. ERLMANN UND CHI TRUNG NGUYEN. Vergleich verschiedener Verfahren zur Bestimmung der Temperaturdifferenz in dickwandigen Bauteilen für die Lebensdauerberechnung. *VGB Kraftwerkstechnik* **70**, Nummer 6, 446–457 (1990).
- [228] R. PICH. Die Berechnung der elastischen, instationären Wärmespannungen in Platten, Hohlzylindern und Hohlkugeln mit quasistationären Temperaturfeldern. *Mitteilungen der VGB* **87**, Nummer 12, 373–383 (1963).
- [229] R. PICH. Die Berechnung der elastischen, instationären Wärmespannungen in Platten, Hohlzylindern und Hohlkugeln mit quasistationären Temperaturfeldern. *Mitteilungen der VGB* **88**, Nummer 2, 53–60 (1964).
- [230] R. PICH. Näherungsgleichungen zur Abschätzung der instationären Wärmespannungen in krümmungsbehinderten Platten, Hohlzylindern und Hohlkugeln bei linear veränderter Leittemperatur. *VGB Kraftwerkstechnik* **63**, Nummer 10, 915–924 (1983).
- [231] R. PICH. „Allgemeine Betrachtungen über instationäre Wärmespannungen in krümmungsbehinderten Platten, Hohlzylindern und Hohlkugeln mit ebenen symmetrischen Temperaturfeldern“. Dissertation, Technische Universität Wien 1993.
- [232] J. TALER. Überwachung von instationären Wärmespannungen in dickwandigen Bauteilen. *Forschung im Ingenieurwesen* **63**, 127–13 (1997).

- [233] J. TALER. Nichtlineares inverses Wärmeleitungsproblem bei der Überwachung von Wärmespannungen. *Forschung im Ingenieurwesen* **63**, 102–111 (1997).
- [234] U. GRIGULL UND SANDNER H. „Wärmeleitung“. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York 1979.
- [235] G. FELDHAUS. Vergleich verschiedener Verfahren zur Bestimmung der Temperaturdifferenz in dickwandigen Dampferzeugerbauteilen. Diplomarbeit, Technische Universität Wien 1994.
- [236] B. ECK. „Technische Strömungslehre“, Band 1. Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 9. Auflage 1988.
- [237] C. A. J. FLETCHER. „Computational Techniques for Fluid Dynamics“, Band 1 aus „Springer Series in Computational Physics“. Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York 1988.
- [238] R. ISERMANN. „Grundlagen, Deterministische Regelung“, Band 1 aus „Digitale Regelsysteme“. Springer Verlag, Berlin, 2. Auflage 1988.
- [239] H. UNBEHAUEN. „Regelungstechnik II – Zustandsregelungen, digitale und nichtlineare Regelsysteme“. Vieweg Verlag, Braunschweig, 6. Auflage 1993.
- [240] H. P. JÖRGL. „Repititorium Regelungstechnik“, Band 2. R. Oldenburg Verlag, Wien, München 1994.
- [241] K. GÖRNER. Strömungsvorgänge in Feuerräumen von Dampferzeugern. *VGB Kraftwerkstechnik* **66**, Nummer 3, 224–233 (1986).
- [242] W. RICHTER. „Mathematische Modelle technischer Flammen - Grundlagen und Anwendungen für achssymmetrische Systeme“. Dissertation, Universität Stuttgart 1978.
- [243] W. ZINSER. Zur Entwicklung mathematischer Flammenmodelle für die Verfeuerung technischer Brennstoffe. Fortschr.-Ber. VDI, Reihe 6, Nummer 171, VDI Verlag, Düsseldorf 1985.
- [244] K. GÖRNER. Simulation turbulenter Strömungs- und Wärmeübertragungsvorgänge in Großfeuerungsanlagen. Fortschr.-Ber. VDI, Reihe 6, Nummer 201, VDI Verlag, Düsseldorf 1987.
- [245] P. SCHOBESBERGER. Ein Modell zur Berechnung von Wärme- und Stoffaustauschvorgängen in Dampferzeugerfeuerungen. Fortschr.-Ber. VDI, Reihe 6, Nummer 230, VDI Verlag, Düsseldorf 1989.
- [246] J. KLAUS. „Rechnerische Untersuchung zum Einfluß der Kesselkonzeption auf die Dynamik von Großdampferzeugern“. Dissertation, Technische Universität Stuttgart 1991.
- [247] P. K. KONAKOW. Wärmeübertragung in Kesselfeuerungen. *Brennstoff-Wärme-Kraft* **7**, Nummer 3, 132–133 (1955).

- [248] M. LAWRENZ, E. KLOSE UND M. BORN. Vergleich der Berechnung von Brennkammerendtemperaturen an gasgefeuerten Dampferzeugern nach dem 0-dimensionalen Modell mit Meßergebnissen. *Energietechnik* **28**, Nummer 1, 21–25 (1978).
- [249] H. MÜLLER. Numerische Berechnung dreidimensionaler turbulenter Strömungen in Dampferzeugern mit Wärmeübergang und chemischen Reaktionen am Beispiel des SNCR-Verfahrens und der Kohleverbrennung. Fortschr.-Ber. VDI, Nummer 268, VDI Verlag, Düsseldorf 1992.
- [250] H. KNAUS, D. FÖRTSCH, U. SCHNELL UND K. R. G. HEIN. Vergleich von Simulationsergebnissen mit Messungen aus einem 252 MW Kraftwerk zur Validierung mathematischer Feuerraummodelle. In „Modellierung und Simulation von Dampferzeugern und Feuerungen“, VDI Berichte 1390, Seiten 29–41, Braunschweig 1. - 2. April 1998. VDI Gesellschaft Energietechnik, VDI Verlag GmbH.
- [251] ST. VOCKRODT, H. MÜLLER UND R. GERDES. Simulation zur Minderung der CO-Konzentration in Wandnähe. In „Modellierung und Simulation von Dampferzeugern und Feuerungen“, VDI Berichte 1390, Seiten 15–27, Braunschweig 1. - 2. April 1998. VDI Gesellschaft Energietechnik, VDI Verlag GmbH.
- [252] F. KRÜLL, H. KREMER UND S. WIRTZ. Feuerraumsimulation einer Müllverbrennungsanlage bei gleichzeitiger Simulation der Verbrennung auf dem Rost. In „Modellierung und Simulation von Dampferzeugern und Feuerungen“, VDI Berichte 1390, Seiten 198–213, Braunschweig 1. - 2. April 1998. VDI Gesellschaft Energietechnik, VDI Verlag GmbH.
- [253] H. C. HOTTEL UND A. F. SAROFIM. „Radiative Transfer“. McGraw-Hill Book Company, New York, Toronto, London, Sydney 1967.
- [254] R. DOLEŽAL. „Dampferzeugung: Verbrennung, Feuerung, Dampferzeuger“. Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, Tokyo 1990.
- [255] R. SIEGEL, J. R. HOWELL UND J. LOHRENGEL. „Wärmeübertragung durch Strahlung“, Band 3, Strahlungsübergang in absorbierenden, emitierenden und streuenden Medien aus „Wärme und Stoffübertragung“. Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York 1991.
- [256] A. SCHUHMACHER UND H. WALDMAN. „Wärme- und Strömungstechnik“. Vulkan Verlag, Essen 1972.
- [257] R. WOCHINZ. Ein Vergleich zweier Berechnungsverfahren zur Auslegung von Dampferzeuger-Feuerräumen. Diplomarbeit, Technische Universität Wien 1992.
- [258] R. GÜNTHER. „Verbrennung und Feuerungen“. Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York 1974.
- [259] H. JAHNS UND W. SCHINKEL. Berücksichtigung der Brennkammerverschmutzung bei der wärmetechnischen Berechnung rohbraunkohlestaubgefeuerter Dampferzeuger-Brennkammern. *Energietechnik* **29**, Nummer 12, 464–469 (1979).

- [260] R. DOLEŽAL. „Großkessel-Feuerungen“. Springer Verlag, Berlin, Göttingen, Heidelberg 1961.
- [261] A. SCHACK. Über die Wärmestrahlung der Feuergase und ihre praktische Berechnung. *Z. techn. Physik* **5**, 267–278 (1924).
- [262] E. SCHMIDT. Messung der Gesamtstrahlung des Wasserdampfes bei Temperaturen bis 1000°C. *Forschung Ing. -Wesen* **3**, Nummer 2, 57–70 (1932).
- [263] E. SCHMIDT, E. UND ECKERT. Die Wärmestrahlung von Wasserdampf in Mischung mit nichtstrahlenden Gasen. *Forschung Ing. -Wesen* **8**, Nummer 3, 87–90 (1937).
- [264] H. C. HOTTEL UND R. B. EGBERT. Radiant Heat Transfer from Water Vapour. *Trans. amer. Inst. Chem. Engs.* **38**, 531–565 (1942).
- [265] H. C. HOTTEL UND R. B. EGBERT. The Radiation of Furnace Gases. *Trans. ASME* **63**, 297–307 (1941).
- [266] H. C. HOTTEL UND H. G. MANGELSDORF. Heat Transmission by Radiation from Nonluminous Gases II. Experimental Study of Carbon Dioxide and Water Vapor. *Trans. amer. Inst. Chem. Engs.* **31**, 517–549 (1935).
- [267] A. SCHACK. Berechnung der Strahlung von Wasserdampf und Kohlendioxid. *Chemie-Ingenieur-Technik* **42**, Nummer 2, 53–58 (1970).
- [268] A. SCHACK. Zur Berechnung der Wasserdampfstrahlung. *Chemie-Ingenieur-Technik* **43**, Nummer 21, 1151–1153 (1971).
- [269] K. KOHLGRÜBER. Formeln zur Berechnung des Emissionsgrades von CO_2 - und H_2O -Gasstrahlung bei Industrieöfen, Brennkammern und Wärmetauschern. *Gas-Wärme International* **35**, Nummer 8, 412–417 (1986).
- [270] E. KOSTOWSKI. Analytische Bestimmung des Emissionsgrades von Abgasen. *Gas-Wärme International* **40**, Nummer 12, 529–534 (1991).
- [271] R. SIEGEL, J. R. HOWELL UND J. LOHRENGEL. „Wärmeübertragung durch Strahlung“, Band 2, Strahlungsaustausch zwischen Oberflächen und in Umhüllungen aus „Wärme und Stoffübertragung“. Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York 1991.
- [272] R. SIEGEL UND J. R. HOWELL. „Thermal Radiation Heat Transfer“. Hemisphere Publishing Corporation, Washington, Philadelphia, London, 3. Auflage 1992.
- [273] V. V. CHEKHOVSKII, V. V. SIROTKIN, YU. V. CHU-DUN-CHU UND V. A. CHEBANOV. Determination of Radiative View Factors for Rectangles of Different Sizes. *High Temperature* **17**, 97–103 (1979).
- [274] F. BRANDT. „Brennstoffe und Verbrennungsrechnung“, Band 1 aus „FDBR - Fachbuchreihe“. Vulkan-Verlag, Essen 1988.

- [275] O. L. PIERSON. Experimental Investigation of the Influence of Tube Arrangement on Convective Heat Transfer and Flow Resistance in Cross Flow of Gases Over Tube Banks. *Transactions of the American Society of Mechanical Engineers* **59**, 563–572 (1937).
- [276] E. D. GRIMISON. Correlation and Utilization of New Data on Flow Resistance and Heat Transfer in Cross Flow of Gases Over Tube Banks. *Transactions of the American Society of Mechanical Engineers* **59**, 583–594 (1937).
- [277] E. C. HUGE. Experimental Investigation of Effects of Equipment Size on Convective Heat Transfer and Flow Resistance in Cross Flow of Gases Over Tube Banks. *Transactions of the American Society of Mechanical Engineers* **59**, 573–581 (1937).
- [278] R. BRESSLER. Die Wärmeübertragung einzelner Rohrreihen in quer angeströmten Rohrbündeln mit kleinen Versetzungsverhältnissen. *Forschung im Ingenieurwesen* **24**, Nummer 3, 90–103 (1958).
- [279] K. HAMMEKE, E. HEINECKE UND F. SCHOLZ. Wärmeübergangs- und Druckverlustmessungen an querangeströmten Glattrohrbündeln, insbesondere bei hohen Reynoldszahlen. *International Journal of Heat and Mass Transfer* **10**, Nummer 4, 427–446 (1967).
- [280] H. HAUSEN. Gleichungen zur Berechnung des Wärmeüberganges im Kreuzstrom an Rohrbündel. *Kältetechnik – Klimatisierung* **23**, Nummer 3, 86–89 (1971).
- [281] V. GNIELINSKI. Berechnung mittlerer Wärme- und Stoffübergangskoeffizienten an laminarer und turbulent überströmten Einzelkörper mit Hilfe einer einheitlichen Gleichung. *Forschung im Ingenieurwesen* **41**, Nummer 5, 145–153 (1975).
- [282] V. GNIELINSKI. Gleichungen zur Berechnung des Wärmeüberganges in querdurchströmten einzelnen Rohrreihen und Rohrbündeln. *Forschung im Ingenieurwesen* **44**, Nummer 1, 15–25 (1978).
- [283] H. BRAUER UND T.-H. KIM. Strömung um Rohrreihen und durch Rohrbündel sowie Wärmeübergang im Bereich niedriger Werte der Reynolds-Zahl. Teil 1: Eine Reihe mit fluchtender Anordnung der Rohre. *Forschung im Ingenieurwesen* **59**, Nummer 7/8, 129–153 (1993).
- [284] H. BRAUER UND T.-H. KIM. Strömung um Rohrreihen und durch Rohrbündel sowie Wärmeübergang im Bereich niedriger Werte der Reynolds-Zahl. Teil 2: Zwei parallele Reihen mit fluchtender Anordnung der Rohre. *Forschung im Ingenieurwesen* **59**, Nummer 9, 173–183 (1993).
- [285] H. BRAUER UND BRANDNER B. Strömung um Rohrreihen und durch Rohrbündel sowie Wärmeübergang im Bereich niedriger Werte der Reynolds-Zahl. Teil 3: Freiumströmte und durchströmte Rohrbündel mit versetzter Anordnung der Rohre. *Forschung im Ingenieurwesen* **59**, Nummer 10, 204–216 (1993).

- [286] H. BRAUER UND BRANDNER B. Strömung um Rohrreihen und durch Rohrbündel sowie Wärmeübergang im Bereich niedriger Werte der Reynolds-Zahl. Teil 4: Rohrbündel mit versetzter Rohranordnung und seitlicher Begrenzung. *Forschung im Ingenieurwesen* **59**, Nummer 11/12, 234–246 (1993).
- [287] F. SCHOLZ. Einfluß der Rohrreihenanzahl auf den Druckverlust und Wärmeübergang von Rohrbündeln bei hohen Reynolds-Zahlen. *Chemie-Ingenieur-Technik* **40**, Nummer 20, 988–995 (1968).
- [288] P. ROLLET-MIET, D. LAURENCE UND J. FERZIGER. LES and RANS of Turbulent Flow in a Tube Bundle. *International Journal of Heat and Fluid Flow* **20**, Nummer 3, 241–254 (1999).
- [289] F. FRASS UND W. LINZER. Wärmeübergangsprobleme an querangeströmten Rippenrohrbündeln. *Brennstoff-Wärme-Kraft* **44**, Nummer 7/8, 333–336 (1992).
- [290] O. KRISCHER UND W. KAST. Wärmeübertragung und Wärmespannungen bei Rippenrohren. VDI - Forschungsheft, Nummer 474, VDI Verlag, Düsseldorf 1959.
- [291] D. J. WARD UND E. H. YOUNG. Heat Transfer and Pressure Drop of Air in Forced Convection Across Triangular Pitch Banks of Finned Tubes. *Chemical Engineering Progress Symposium Series* **55**, Nummer 29, 37–44 (1959).
- [292] H. BRAUER. Wärme- und strömungstechnische Untersuchungen an quer angeströmten Rippenrohrbündeln. Teil 2: Einfluß der Rippen- und der Rohranordnung. *Chemie-Ingenieur-Technik* **33**, Nummer 6, 431–438 (1961).
- [293] D. E. BRIGGS UND E. H. YOUNG. Convection Heat Transfer and Pressure Drop of Air Flowing Across Triangular Pitch Banks of Finned Tubes. *Chemical Engineering Progress Symposium Series* **59**, Nummer 41, 1–10 (1963).
- [294] TH. E. SCHMIDT. Der Wärmeübergang an Rippenrohren und die Berechnung von Rohrbündel-Wärmetauschern. *Kältetechnik* **15**, Nummer 4, 98–102 (1963).
- [295] TH. E. SCHMIDT. Der Wärmeübergang an Rippenrohren und die Berechnung von Rohrbündel-Wärmetauschern. *Kältetechnik* **15**, Nummer 12, 370–378 (1963).
- [296] W. KRÜCKELS UND V. KOTTKE. Untersuchung über die Verteilung des Wärmeübergangs an Rippen und Rippenrohr-Modellen. *Chemie-Ingenieur-Technik* **42**, Nummer 6, 355–362 (1970).
- [297] CH. WEIERMAN. Finned Tubes can Lower Heat-Transfer Costs. *Oil and Gas Journal* **73**, 64–72 (November 3, 1975).
- [298] CH. WEIERMAN. Correlations Ease the Selection of Finned Tubes. *Oil and Gas Journal* **74**, Nummer 36, 94–100 (September 6, 1976).
- [299] CH. WEIERMAN, J. TABOREK UND W. J. MARNER. Comparison of Performance of Inline and Staggered Banks of Tubes with Segmented Fins. *AIChE Symposium Series* **74**, Nummer 174, 39–46 (1978).

- [300] F. WEHLE UND F. BRANDT. Wärmeübergang an Rippenrohren. In „Forschung in der Kraftwerkstechnik“, Seiten 165–169, Essen, Deutschland 1980. VGB-Kraftwerkstechnik GmbH.
- [301] F. WEHLE. Theoretische und experimentelle Untersuchungen der Wärmeübertragung bei Rippenrohrbündeln und der Einfluß der Temperaturabhängigkeit der Stoffwerte auf den Wärmeübergang. Fortschr.-Ber. VDI, Reihe 6, Nummer 121, VDI Verlag, Düsseldorf 1983.
- [302] J. C. BIERY. Prediction of Heat Transfer Coefficients in Gas Flow Normal to Finned and Smooth Tube Banks. *Trans. of ASME, Ser. C, Journal of Heat Transfer* **103**, 705–714 (1981).
- [303] S. AIBA. Heat Transfer Around a Tube in In-Line Tube Banks Near a Plane Wall. *Trans. of ASME, Ser. C, Journal of Heat Transfer* **112**, 933–938 (1990).
- [304] G. SCHÜZ UND V. KOTTKE. Örtlicher Wärmeübergang und örtliche Wärmeströme in Rippenrohr-Wärmeübertragern. *Chemie-Ingenieur-Technik* **65**, Nummer 2, 195–197 (1993).
- [305] D. R. REID UND J. TABOREK. Selection Criteria for Plain and Segmented Finned Tubes for Heat Recovery Systems. *Trans. of ASME, Journal of Engineering for Gas Turbines and Power* **116**, Nummer 2, 406–410 (1994).
- [306] G. HAMANN. Untersuchung des äußeren Wärmeübergangs von Rippenrohren an Hand der Berechnungsunterlagen von Mannesmann unter Variation der charakteristischen Länge. Diplomarbeit, Technische Universität Wien 1997.
- [307] G. B. LEVENTAL UND L. S. POPYRIN. „Optimierung von Wärmekraftwerken und thermischen Energieanlagen“. VEB Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie, Leipzig 1974.
- [308] H. NOLTEMEIER. „Graphentheorie: mit Algorithmen und Anwendungen“. Walter de Gruyter & Co, Berlin, New York 1976.
- [309] W. DÖRFLER UND J. MÜHLBACHER. „Graphentheorie für Informatiker“. Walter de Gruyter & Co, Berlin, New York 1973.
- [310] M. GONDRAN, M. MINOUX UND ST. VAJDA. „Graphs and Algorithms“. John Willey & Sons Ltd., Chester, New York, Brisbane, Toronto, Singapore 1994.
- [311] G. TINHOFER. „Methoden der angewandten Graphentheorie“. Springer Verlag, Wien, New York 1976.
- [312] L. POTTEL. „Die Bilanzierung von Wärmeschaltbildern über EDVA“. Dissertation, Technische Universität Dresden 1976.
- [313] P. NOWOTNY. „Ein Beitrag zur Strömungsberechnung in Rohrnetzwerken“. Dissertation, Technische Universität Wien 1981.

- [314] J. MARTENSEN. Kreislaufberechnungen und die Graphentheorie. *VGB Kraftwerkstechnik* **64**, Nummer 10, 878–884 (1984).
- [315] M. HINZE, R. KÖCHER UND J. PFAFFEROT. Zur numerischen Simulation von Wärmenetzen. *Forschung im Ingenieurwesen* **62**, Nummer 11/12, 301–314 (1996).
- [316] M. HINZE, R. KÖCHER UND J. PFAFFEROTT. Ein Konzept zur numerischen Simulation von Wärmenetzen. *Brennstoff-Wärme-Kraft* **49**, Nummer 1/2, 50–52 (1997).