



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
WIEN

DIPLOMARBEIT

Modellbildung, Analyse und Simulation eines räumlichen Interaktionsmodells

Ausgeführt am
**Institut für Analysis and Scientific Computing
der Technischen Universität Wien**

unter der Anleitung von
Ao.Univ.Prof. Dipl.-Ing. Dr.techn. Felix Breitenecker
und
Sen. Lec. Dipl.-Ing. Dipl.- Ing. Dr.techn. Andreas Körner

durch
Tamara Vobruba

Wien, am 6. September 2016

Danksagung

An dieser Stelle möchte ich meine Wertschätzung und meinen Dank all jenen gegenüber ausdrücken, die mich im Laufe meines Studiums und beim Verfassen dieser Arbeit unterstützt haben.

Zunächst gilt mein großer Dank Ao.Univ.Prof. Felix Breitenecker, der mir die Möglichkeit geben hat mich im Rahmen meines Masterstudiums in der Arbeitsgruppe Modellbildung und Simulation intensiv mit diesem Thema auseinandersetzen. Durch die Gelegenheit einen Einblick in die Lehre an der Technischen Universität zu bekommen und auch durch die Teilnahme an diversen Konferenzen habe ich sowohl fachlich als auch menschlich sehr viel lernen dürfen. Gleichsam möchte ich mich bei Andreas Körner für die Förderung und Unterstützung in der Arbeitsgruppe, sowie für die Möglichkeit des Verfassens dieser Arbeit und die Betreuung bedanken. Weiter gilt hier mein Dank Niki Popper, Stefan Emrich und Irene Hafner für, den Input bei der Definition der Fragestellung, dem fachlichen Rückhalt sowie der Möglichkeit zur Veröffentlichung.

Weiter möchte ich mich bei all meinen KollegInnen bedanken, die im Laufe des Studiums ein Netzwerk gebildet haben, welches für mich unverzichtbar war und oft eine Quelle der Inspiration und Motivation darstellte.

Zuletzt gilt mein herzlicher Dank all meinen Freunden, meinen Geschwistern und meinen Eltern für die Unterstützung in den letzten Jahren und vor allem in der Zeit der Fertigstellung des Studiums.

Wien, am 6. September 2016

Tamara Vobruba

Zusammenfassung

Diese Arbeit befasst sich mit der Modellbildung, Simulation sowie der Analyse eines räumlichen Interaktionsmodells. Dabei wird zunächst ein Überblick über die theoretischen Grundlagen gegeben und eine allgemeine Definition eines Gravitationsmodells dargelegt, welches ein auf dem Gravitationsgesetz basierendes Verhaltensmodell zur Beschreibung von Interaktionen darstellt. Weiter werden Spezifikationen des Modells, sowie der das Modell maßgeblich bestimmenden Attributsfunktionen diskutiert.

Aufbauend auf diesen theoretischen Untersuchungen wird ein Migrationsmodell entwickelt, welches in den Rahmen der Gravitationsmodelle einzuordnen ist. Dieses wird strukturell und in Bezug auf die im ersten Teil der Arbeit dargestellten Spezifikationen analysiert. Weiter wird das Verhalten des Modells bei verschiedenen zu Grunde liegenden Situationen untersucht. Im Zuge der Modellcharakterisierung wird die Fragestellung, an die sich dieser Modellierungsansatz richtet, aufgezeigt.

Dieses Migrationsmodell wird im dritten Teil der Arbeit angewandt um die Migrationsbewegungen von Syrien nach und innerhalb Europas im Zuge der sogenannten Flüchtlingskrise 2015 zu simulieren. Dafür wird zunächst die Situation selbst und die Datenlage genauer beleuchtet, sowie der Einfluss verschiedener Parameter diskutiert. Weiter wird zur eingehenden Analyse der Anwendbarkeit des Modells ein Vergleichszenario implementiert. Abschließend wird anhand der Simulationsergebnisse dargestellt wo die Möglichkeiten und Grenzen des Modells liegen und an welchen Punkten Potential zur Weiterentwicklung besteht.

Abstract

This thesis deals with the modelling, simulation and the analysis of a spatial interaction model, which is, as a behavioural model, a macroscopic approach for describing any kind of spatial interaction. The first part reviews the theoretical backgrounds and formal structure of these models. A general definition of a gravity model for spatial interaction behaviour will be discussed. Furthermore important specifications as well as the describing functions of the model will be examined.

The theoretical review is the foundation for the development of a migration model. This model is developed to fit into the theoretical framework of gravity models for spatial interaction behaviour and is analysed in its structure in relation to the specifications of the first part of the thesis. Moreover the qualities and limits of these models are examined. The model behaviour is analysed in terms of different underlying situations and a characterisation is presented.

As an application the migration model is used to simulate the migration movement from Syria into and within Europe during the so called refugee crisis 2015. The situation itself and its influencing factors are analysed and the availability of data is discussed. Comparison of the simulation results and the data shows a qualitative description of the migrations movements with the developed model. For a comparative analysis a second underlying situation is implemented and based on this the applicability of the model is examined. Concluding the possibilities as well as the limits of the migration model are discussed and an outlook of possible enhancements will be presented.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Einführende Grundlagen	3
2.1	Das Räumliche Interaktionsmodell	3
2.2	Das Gravitationsgesetz	5
2.3	Graphentheoretische Grundlagen	6
3	Definition und Spezifikationen von Gravitationsmodellen	13
3.1	Das allgemeine Gravitationsmodell	13
3.2	Der grundlegende Formalismus	16
3.3	Spezifikationen von Gravitationsmodellen	21
3.4	Spezifikationen von Attributsfunktionen	25
4	Definition und Untersuchung des Migrationsmodells	31
4.1	Anforderungen und Annahmen	31
4.2	Die Modellgleichungen	33
4.3	Darstellung der Regionen	40
4.4	Klassifikation des Migrationsmodells	42
4.5	Analyse verschiedener Graphenstrukturen	47
4.6	Charakterisierung des Migrationsmodells	56
5	Anwendung des Migrationsmodells	59
5.1	Die abzubildene Situation	59
5.2	Der Graph der Bewegung	63
5.3	Die Attributsfunktionen	68
5.4	Daten und Parametrisierung	76
5.5	Die Simulationsergebnisse	83
5.6	Vergleichendes Szenario	90
6	Diskussion und Ausblick	95

Anhang	97
Literaturverzeichnis	97
Abbildungsverzeichnis	101
Tabellenverzeichnis	104

Kapitel 1

Einleitung

Das räumliche Interaktionsmodell ist ein makroskopischer Ansatz zur Beschreibung jeglicher räumlicher Interaktion, der ein weites Spektrum an Anwendungen besitzt. Es können damit Verkehrsbewegungen, Migrationsbewegungen sowie internationale Handelsbewegungen modelliert werden. Das Gravitationsmodell gilt als das am weitesten verbreitetste und bedeutsamste räumliche Interaktionsmodell, welches auf dem soziophysikalischen Ausgangspunkt beruht die Interaktion zwischen Populationen als Relation in Anlehnung an das Newtonsche Gravitationsgesetz auszudrücken. In den wissenschaftlichen Bereichen der Geographie und Demographie ist es eines der wichtigsten Modelle um die Bewegungsflüsse von Menschen, Gütern oder Kapital zu beschreiben. Jedoch fehlt es auf diesen Gebieten oft an den theoretischen und mathematischen Grundlagen, um die Hintergründe zu erschließen und die Implementierung des Modells in adäquater Weise durchführen zu können (vgl. [3, S. 2]). Diese Arbeit nimmt sich daher zum Ziel diese mathematischen Grundlagen formal aufzuarbeiten. Es wird nach eingehender Literaturrecherche, wobei hier als relevante Quelle die Arbeit von Ashish Sen und Tony E. Smith: *Gravity Models of Spatial Interaction Behavior* [21] zu nennen ist, eine allgemeine Definition des Gravitationsmodells dargelegt. Außerdem werden diverse Spezifikationen des Gravitationsmodells und der das Modell beschreibenden Attributfunktionen diskutiert.

Historisch ist ein relevantes Anwendungsgebiet der Gravitationsmodelle die Modellierung von Migrationsbewegungen. Die Modellbildung und Simulation ist auch heute in der Migrationsforschung von großer Relevanz, weil damit verschiedenste Migrationsbewegungen abgebildet und analysiert werden können. Hier spielt außerdem die Untersuchung der das Migrationsverhalten beeinflussenden Parameter eine wesentliche Rolle. Die Analyse von Migrationsbewegungen und damit auch von Migrationsmodellen selbst stellt hier eine

wichtige Komponente dar und wird in Zukunft an Relevanz gewinnen. Aufbauend auf den dargelegten theoretischen Grundlagen und Hintergründen der Gravitationsmodelle wird in dieser Arbeit ein Migrationsmodell entwickelt, welches internationale Migrationsbewegungen qualitativ abbilden soll. Dafür wird untersucht wie ein solches Modell strukturell aufgebaut sein muss und wie es zu klassifizieren ist. Es werden die Möglichkeiten und Grenzen eines solchen Migrationsmodells beleuchtet. Außerdem wird das Modell methodologisch charakterisiert sowie in Bezug auf das Verhalten bei unterschiedlichen zu Grunde liegende geographischen Situationen untersucht.

Mit dem entwickelten Migrationsmodell werden weiter die Migrationsbewegungen im Zuge der sogenannten Flüchtlingskrise im Sommer 2015 von Syrien nach und innerhalb Europas simuliert. Dabei wird diese Situation und die Datenlage genau dargelegt sowie die für das Modell relevanten das Migrationsverhalten bestimmenden Parameter diskutiert. Die Simulationsergebnisse werden mit vom Flüchtlingshochkommissariat der Vereinten Nationen UNHCR erhobenen Daten validiert. Aufbauend auf dem validierten Modell wird ein vergleichendes Szenario implementiert. Es wird das Migrationsmodell damit also in Bezug auf seine Anwendbarkeit untersucht. Außerdem werden die dargestellten Migrationsbewegungen selbst in Bezug auf die das Migrationsverhalten beeinflussenden Parameter diskutiert.

Kapitel 2

Einführende Grundlagen

In diesem Kapitel wird eine Einführung in grundlegende Themengebiete dargestellt, auf welche im weiteren Verlauf der Arbeit aufgebaut wird.

2.1 Das Räumliche Interaktionsmodell

Räumliche Interaktion ist eine Bewegung oder Übermittlung durch den Raum, die aus Entscheidungsprozessen resultiert. Eine Interaktion als physikalische Bewegung ist beispielsweise die geographische Änderung von Personengruppen oder Gütern, wie im Falle der Migration oder des internationalen Handels. Nicht-physikalische Bewegung wäre hier unter anderem die Sendung von Nachrichten oder der Austausch von Wissen.

Das räumliche Interaktionsmodell soll derartige Interaktionen beschreiben. Dazu wird es in seiner allgemeinsten Form durch folgende Abbildung dargestellt (vgl. [1, S. 24]).

$$I_{i,j} = f(R_i, A_j, C_{i,j}) \quad (2.1)$$

Es wird hier die Interaktion $I_{i,j}$ zwischen $i \in \mathbb{N}$ und $j \in \mathbb{N}$, welche zunächst allgemein für eine Region oder eine Population stehen, durch eine Funktion beschrieben, die abhängig von den Attributen R_i und A_j in i und j sowie den Separationsattributen $C_{i,j}$ zwischen i und j ist. Es wird die Interaktion selbst als eine reelle Zahl und die jeweiligen Attribute als reelle Vektoren dargestellt, also gilt:

$I_{i,j} \in \mathbb{R}$, $R_i \in \mathbb{R}^N$ mit $N \in \mathbb{N}$, $A_j \in \mathbb{R}^M$ mit $M \in \mathbb{N}$ und $C_{i,j} \in \mathbb{R}^K$ mit $K \in \mathbb{N}$.

Somit gilt für die Funktion, welche die Interaktion beschreibt

$$f : \mathbb{R}^{N \times M \times K} \rightarrow \mathbb{R}.$$

Es ergibt sich also die folgende Definition.

Definition 1 (Interaktionsmodell). Das räumliche Interaktionsmodell hat die Form

$$I_{i,j} = f(R_i, A_j, C_{i,j}).$$

Es bezeichnet $I_{i,j} \in \mathbb{R}$ die Interaktion zwischen $i \in \mathbb{N}$ und $j \in \mathbb{N}$. Die N Attribute in i sind durch $R_i \in \mathbb{R}^N$ und die M Attribute in j sind durch $A_j \in \mathbb{R}^M$ dargestellt. Weiter werden durch $C_{i,j} \in \mathbb{R}^K$ die K Separationsattribute zwischen i und j dargestellt. Es gilt jeweils $N, M, K \in \mathbb{N}$ und $N, M, K < \infty$.

Wie oben angemerkt, basiert die Interaktion auf Entscheidungsprozessen, die auf Grundlage bestimmter Gegebenheiten getroffen werden. Beispielsweise könnte die Wahl eines Pendlers für ein bestimmtes Verkehrsmittel von seinem Wohnort und seinem Arbeitsort, sowie der Reisedistanz, den Reisekosten, der Verfügbarkeit der Verkehrsmittel und vielen weiteren Faktoren abhängen. Das Interaktionsmodell modelliert diesen Entscheidungsprozess unter der Einbeziehung der Attribute R_i , A_j und $C_{i,j}$ durch die feste Funktion f . In dem oben genannten Beispiel könnte also i für den Wohnort des Pendlers stehen und j für seinen Arbeitsort. Die Interaktion $I_{i,j}$ könnte dann den gewählten Reiseweg von i nach j beschreiben. Hier wären dann R_i die Attribute des Wohnortes, A_j die Attribute des Arbeitsortes und $C_{i,j}$ separierende Attribute wie die Reisekosten oder die Reisedauer.

Indem man die Attribute spezifiziert und damit Einschränkungen und Abhängigkeiten einführt, entsteht ein Validierungsmodell. Höhere Komplexität erreicht das Modell, wenn man die Attribute zeitabhängig ansetzt. Durch die Möglichkeit, den Einfluss der verschiedenen Attribute auf das Modell zu testen, ergibt sich die Möglichkeit die Einflussparameter oder eben Funktionen auf bestimmte Formen der Interaktion zu untersuchen.

Das bekannteste räumliche Interaktionsmodell ist das Gravitationsmodell, bei dem die die Interaktion beschreibende Funktion f an das Newtonsche Gravitationsgesetz angelehnt ist.

2.2 Das Gravitationsgesetz

Das Gravitationsgesetz ist eines der elementarsten und gleichzeitig wichtigsten Gesetze der klassischen Physik. Es wurde im Jahr 1687 vom englischen Mathematiker und Physiker Isaac Newton formuliert, der es in seinem Hauptwerk *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica* (Mathematische Prinzipien der Naturphilosophie) veröffentlichte. Zusammen mit den ebenfalls von Newton postulierten Grundgesetzen der Bewegung ist seine Gravitationstheorie von hoher Relevanz für das neue naturwissenschaftliche Verständnis und bildet die Grundlage für viele weitere Errungenschaften, wie beispielsweise die Berechnung von Planetenbahnen in der Astronomie.

Newton beschreibt mit dem Gravitationsgesetz die anziehende Kraft, die zwischen zwei Körpern wirkt. Es wirkt eine Punktmasse auf jede andere Punktmasse mit einer anziehenden Gravitationskraft, welche auf der Verbindungslinie zwischen den beiden Massen gerichtet ist. Es übt also ein Körper K_1 auf einen anderen Körper K_2 eine anziehende Kraft in Richtung K_2 aus und vice versa. In Abbildung 2.1 sind schematisch zwei Körper als Punktmassen m_1 und m_2 dargestellt, deren Positionen durch die Ortsvektoren \vec{r}_1 beziehungsweise \vec{r}_2 gegeben sind.

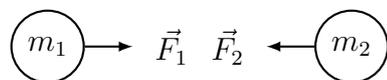


Abbildung 2.1: Darstellung zweier Massepunkte und der gerichteten Gravitationskräfte

Definition 2 (Gravitationsgesetz in vektorieller Form). Die vektorielle Kraft F_1 , welche auf die Punktmasse m_1 in Richtung der Punktmasse m_2 wirkt, hat nach dem Newtonschen Gravitationsgesetz folgende Form.

$$\vec{F}_1 = G \cdot m_1 \cdot m_2 \cdot \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|^3}$$

Die hier auftretende Proportionalitätskonstante G ist die Gravitationskonstante und beträgt den Wert $G = 6.67408 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg} \cdot \text{s}^2}$.

Der Term $\vec{r}_2 - \vec{r}_1$ gibt die Richtung an, in der die Kraft wirkt, also in diesem Fall von m_1 der Verbindungsstrecke zu m_2 entlang. Wenn man als Richtungsvektor den Einheitsvektor $\vec{r}_0 = \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|}$ mit der Länge $|\vec{r}_0| = 1$ betrachtet,

ergibt sich die obige Gleichung zu

$$\vec{F}_1 = G \cdot m_1 \cdot m_2 \cdot \frac{\vec{r}_0}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|^2}. \quad (2.2)$$

Es ist nun ersichtlich, dass die wirkende Gravitationskraft proportional zu dem Produkt der Massen und indirekt proportional zum Quadrat des euklidischen Abstandes ist.

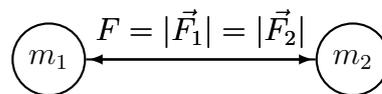


Abbildung 2.2: Darstellung zweier Massepunkte und dem Betrag der Gravitationskraft

Aufgrund der Kommutativität des Produktes ist der Betrag der Kräfte F_1 und F_2 gleich und es gilt daher für den Betrag der zwischen den Massen wirkenden Kraft nach dem Newtonschen Gravitationsgesetz die folgende Definition.

Definition 3 (Gravitationsgesetz). Für den Betrag der Kraft F zwischen zwei Massepunkten m_1 und m_2 mit dem Abstand r gilt

$$|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2| = F = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}.$$

Die Gravitationskonstante G hat den Wert $G = 6.67408 \cdot 10^{-11} \frac{m^3}{kg \cdot s^2}$.

Die Größen der beiden Massen m_1 und m_2 haben also eine anziehende Wirkung aufeinander, wobei diese bei zunehmendem Abstand r der Punktmassen zueinander quadratisch abnimmt.

2.3 Graphentheoretische Grundlagen

Die Populationen oder Regionen, zwischen denen im Weiteren räumliches Interaktionsverhalten untersucht wird, werden als Graphen dargestellt. Für den strukturellen Aufbau ist es also notwendig graphentheoretische Grundlagen darzulegen. Die im Folgenden dargestellten einführenden Definitionen und Sätze beziehen sich auf [4].

Definition 4 (Gerichteter und ungerichteter Graph, Knotenmenge, Kantenmenge). Ein Graph $G = (V, E)$ besteht aus einer *Knotenmenge* $V = V(G)$ und einer *Kantenmenge* $E = E(G)$. Dabei ist eine Kante $e \in E(G)$ entweder *gerichtet*, dh. ein geordnetes Paar $e = \langle v_1, v_2 \rangle$ von zwei Knoten $v_1, v_2 \in V(G)$ oder *ungerichtet*, d.h. ein ungeordnetes Paar $e = (v_1, v_2)$ von zwei Knoten $v_1, v_2 \in V(G)$. Im gerichteten Fall heißt v_1 *Anfangsknoten* und v_2 *Endknoten* von e . Sind alle Kanten $e \in E(G)$ eines Graphen G gerichtet, so spricht man von einem *gerichteten Graphen*, sind hingegen alle Kanten $e \in E(G)$ eines Graphen G ungerichtet so heißt G *ungerichteter Graph*.

Sind zwei Knoten v_1 und v_2 eines Graphen durch eine Kante e verbunden, so nennt man diese *adjacent*. Weiter sagt man, die Knoten v_1 und v_2 indizieren die Kante e .

In der obigen Definition sind auch Kanten der Form $e = (v, v)$ beziehungsweise $e = \langle v, v \rangle$ zugelassen. Kanten in dieser Form heißen *Schlingen*.

Es ist auch möglich, dass ein Graph *Mehrfachkanten* besitzt. In diesem Fall ist es nicht mehr möglich eine Kante als ein Paar von Knoten zu identifizieren, da dies nicht mehr eindeutig ist. Einer allgemeinen Kante e werden also zwei Knoten v_1 und v_2 zugeordnet, die als Anfangs- und Endknoten interpretiert werden können. Dadurch ist es möglich, dass zwei verschiedene Kanten die selben Anfangs- und Endknoten besitzen.

Definition 5 (Schlichter Graph). Ein Graph $G = (V, E)$ heißt *schlicht* oder *einfach*, wenn er keine Schlingen und keine Mehrfachkanten besitzt.

Mit diesen definierten Begriffen lassen sich die Knotenmengen wie folgt charakterisieren.

Definition 6 (Nachbarn, Knotengrad). In einem schlichten ungerichteten Graphen G heißen die zu $v \in V(G)$ adjazenten Knoten

$$\Gamma(v) = \{w \in V(G) \mid (v, w) \in E(G)\}$$

Nachbarn von v . Die Anzahl $d(v) = |\Gamma(v)|$ der Nachbarn von v wird als *Knotengrad* von $v \in V(G)$ bezeichnet.

Definition 7 (Nachfolger, Vorgänger, Weggrad, Hingrad). In einem gerichteten Graphen G heißen die Elemente von

$$\Gamma^+(v) = \{w \in V(G) \mid \langle v, w \rangle \in E(G)\}$$

Nachfolger von $v \in V(G)$ und die Elemente von

$$\Gamma^-(v) = \{w \in V(G) \mid \langle w, v \rangle \in E(G)\}$$

Vorgänger von $v \in V(G)$. Die Anzahl $d^+(v) = |\Gamma^+(v)|$ der Nachfolger von v wird *Weggrad* von v und die Anzahl $d^-(v) = |\Gamma^-(v)|$ der Vorgänger von v wird als *Hingrad* von v bezeichnet.

Es sei bemerkt, dass in dieser Definition bei gerichteten Graphen Schlingen zugelassen sind.

Außerdem kann man für gerichtete und ungerichtete Graphen eine Folge von Kanten definieren, falls diese ohne Absetzen durchlaufen werden kann.

Definition 8 (Kantenfolge eines ungerichteten Graphen, Länger der Kantenfolge). Eine Folge von Kanten $e_1, e_2, \dots, e_k \in E(G)$ eines ungerichteten Graphen G heißt *Kantenfolge*, wenn es Knoten $v, v_1, v_2, \dots, v_{k-1}, w \in V(G)$ gibt, mit

$$e_1 = (v, v_1), e_2 = (v_1, v_2), \dots, e_{k-1} = (v_{k-2}, v_{k-1}), e_k = (v_{k-1}, w).$$

Man sagt auch, dass die Kantenfolge $(e_j)_{j=1}^k$ die Knoten v und w verbindet. Die Anzahl der Kanten k heißt die *Länge* der Kantenfolge. Hier besteht die Kantenfolge der Länge 0 aus keiner Kante und verbindet jeden Knoten mit sich selbst. Diese Kantenfolge wird *leere Kantenfolge* genannt.

Definition 9 (Kantenfolge eines gerichteten Graphen). Eine Folge von Kanten $e_1, e_2, \dots, e_k \in E(G)$ eines gerichteten Graphen G heißt *Kantenfolge*, wenn für je zwei aufeinander folgende Knoten e_j und e_{j+1} mit $j = 1, \dots, k-1$ der Endknoten von e_j mit dem Anfangsknoten von e_{j+1} übereinstimmt, d.h. es gibt Knoten $v, v_1, \dots, v_{k-1}, w \in V(G)$ mit

$$e_1 = \langle v, v_1 \rangle, e_2 = \langle v_1, v_2 \rangle, \dots, e_{k-1} = \langle v_{k-2}, v_{k-1} \rangle, e_k = \langle v_{k-1}, w \rangle.$$

Man spricht wieder von einer Kantenfolge, welche die Knoten v und w gerichtet verbindet, und von der Länge der Kantenfolge k .

Man kann damit weiterführend spezielle Abfolgen von Kanten genauer beschreiben.

Definition 10 (Kantenzug). Eine Kantenfolge $e_1, e_2, \dots, e_k \in E(G)$ in einem Graphen G heißt *Kantenzug*, wenn alle Kanten e_j für $j = 1, \dots, k$ voneinander verschieden sind.

Definition 11 (Weg). Eine Kantenfolge $e_1, e_2, \dots, e_k \in E(G)$ in einem gerichteten bzw. ungerichteten Graphen G heißt *Weg* bzw. *Bahn*, wenn alle Knoten, die mit den Kanten e_j für $j = 1, \dots, k$ indizieren, voneinander verschieden sind.

Man sagt, ein Knoten w ist von einem Knoten v aus *erreichbar*, wenn es eine Kantenfolge gibt, die v und w verbindet. Eine Erreichbarkeitsrelation kann aber nicht nur durch Kantenfolgen beschrieben werden.

Satz 1. Werden in einem Graphen G zwei verschiedene Knoten v und w durch eine Kantenfolge verbunden, so gibt es auch einen Weg bzw. eine Bahn, die v mit w verbindet und nur Kanten aus der ursprünglichen Kantenfolge enthält.

Von hoher Relevanz in der Graphentheorie ist die Beschreibung der Adjazenz von Knoten, welche im Folgenden durch die *Adjazenzmatrix* dargestellt wird.

Definition 12 (Adjazenzmatrix). Sei G ein Graph mit der Knotenmenge $V(G) = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$. Die *Adjazenzmatrix* $A(G) = (a_{ij})_{i,j=1}^n$ ist gegeben durch

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 & (v_i, v_j) \in E(G) \text{ bzw. } \langle v_i, v_j \rangle \in E(G) \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}.$$

Man beachte, dass die Adjazenzmatrix eines ungerichteten Graphen immer symmetrisch ist. Schlingen äußern sich dadurch, dass die Einträge in der Diagonale gleich 1 sind, woraus folgt, dass schlichte Graphen eine symmetrische Adjazenzmatrix mit verschwindender Diagonale haben.

Aus der eingeführten Matrix, die die adjazenten Knoten beschreibt, können die Knotengrade direkt abgelesen werden.

Satz 2. Sei $A(G)$ die Adjazenzmatrix eines Graphen G mit der Knotenmenge $V(G) = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$. Ist G schlicht und ungerichtet, so gilt

$$d(v_i) = \sum_{j=1}^n a_{ij} = \sum_{j=1}^n a_{ji}.$$

Ist G gerichtet, so gilt entsprechend

$$d^+(v_i) = \sum_{j=1}^n a_{ij} \text{ und } d^-(v_i) = \sum_{j=1}^n a_{ji}.$$

Außerdem lässt sich nun eine weitere wichtige Erreichbarkeitsrelation beschreiben, wofür zunächst der folgende Satz über die Anzahl der Kantenfolgen benötigt wird.

Satz 3. Sei $A(G)$ die Adjazenzmatrix eines Graphen G mit der Knotenmenge $V(G) = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$. Dann ist der Eintrag $(a_{ij}^{[k]})$ der k -ten Potenz der Adjazenzmatrix

$$A(G)^{[k]} = (a_{ij}^{[k]})_{i,j=1}^n$$

die Anzahl der Kantenfolgen der Länge k von v_i und v_j .

Satz 4. Sei $A(G)$ die Adjazenzmatrix eines Graphen G mit der Knotenmenge $V(G) = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ und m Kanten. Weiter sei die Matrix $C = (c_{ij})_{i,j=1}^n$ gegeben durch

$$C = \sum_{k=0}^{m-1} A(G)^{[k]}.$$

Dann ist v_j von v_i aus erreichbar, wenn $c_{ij} > 0$ gilt.

Um verschiedene Formen von Graphen kategorisieren zu können, werde im Folgenden weitere dafür benötigte graphentheoretische Definitionen eingeführt.

Definition 13 (Geschlossene Kantenfolge). Eine Kantenfolge eines Graphen $G = (V, E)$, die einen Knoten $v \in V$ mit sich selbst verbindet, heißt *geschlossen* und wird mit $K(v, v)$ bezeichnet.

Über diese geschlossenen Kantenfolgen können Kreise beziehungsweise Zyklen beschrieben werden.

Definition 14 (Kreis, Zyklus). Eine geschlossene Kantenfolge $K(v, v)$ eines ungerichteten Graphen $G = (V, E)$, bei der alle Knoten außer v von einander verschieden sind und keine Kante mehrfach vorkommt, heißt *Kreis*.

Eine geschlossene Kantenfolge $K(v, v)$ eines gerichteten Graphen $G = (V, E)$, bei der alle Knoten außer v von einander verschieden sind, heißt *Zyklus*.

Weiter ist es wichtig den Zusammenhang von Graphen zu beschreiben.

Definition 15 (Zusammenhängender Graph, stark zusammenhängender Graph).

Ein ungerichteter Graph $G = (V, E)$ heißt *zusammenhängend*, wenn es zwischen je zwei Knoten $v, w \in V$ eine Kantenfolge gibt, welche v und w verbindet.

Ein gerichteter Graph $G = (V, E)$ heißt *stark zusammenhängend*, wenn für je zwei (verschiedene) Knoten $v, w \in V$ eine gerichtete Kantenfolge $K(v, w)$ existiert.

Mit diesen Charakteristiken kann nun die Form eines Baumes definiert werden.

Definition 16 (Baum). Ein schlichter ungerichteter Graph $T = (V, E)$, der zusammenhängend ist und keine Kreise enthält, heißt *Baum*.

Wenn man nun einen Knoten v_1 in dem Baum auszeichnet und alle Nachbarn von v_1 und deren Nachbarn usw. oberhalb einzeichnet, so kann die Struktur eines Baumes verdeutlicht werden.

Definition 17 (Wurzelbaum, Blätter, interne Knoten). Ein Baum $T = (V, E)$, bei dem ein Knoten v_1 ausgezeichnet ist, heißt *Wurzelbaum*. Der Knoten v_1 wird *Wurzel* genannt. Die Knoten $v \neq v_1$ mit Knotengrad $d(v) = 1$ heißen *Endknoten* oder auch *Blätter* und alle anderen Knoten werden *interne Knoten* genannt.

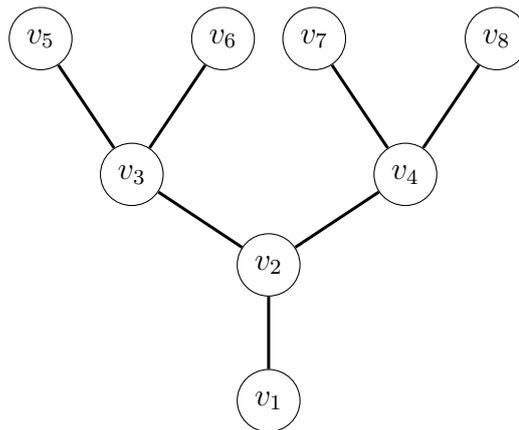


Abbildung 2.3: Beispiel für einen Wurzelbaum

Ähnlich kann man einen gerichteten Wurzelbaum definieren (vgl. [19, S.135]).

Definition 18 (Gerichteter Wurzelbaum, Blätter). Einen stark zusammenhängenden gerichteten Graphen $T = (V, E)$ nennt man *gerichteten Wurzelbaum*, wenn in dem Graphen keine Zyklen existieren und der Graph eine *Wurzel* $v_1 \in V$ besitzt, das heißt, dass alle Knoten des Graphen $v \in V$ von v_1 aus erreichbar sind. Die Knoten ohne Nachfolger nennt man *Blätter* des gerichteten Wurzelbaums.

Kapitel 3

Definition und Spezifikationen von Gravitationsmodellen

In diesem Teil der Arbeit wird ein geschichtlicher Abriss der Entwicklung der Gravitationsmodelle gegeben, sowie eine allgemeine Definition dieser dargestellt. Weiter werden die theoretischen Grundlagen zur Analyse des Gravitationsmodells aufgearbeitet und damit ein grundlegender Formalismus dargestellt. Die geschichtliche Entwicklung, der Formalismus sowie die folgenden Spezifikationen beziehen sich auf die theoretische Aufarbeitung der Struktur von Gravitationsmodellen zur Beschreibung räumlicher Interaktionen in dem von Ashish Sen und Tony E. Smith 1995 veröffentlichten Buch *Gravity Models of Spatial Interaction Behavior* [21].

3.1 Das allgemeine Gravitationsmodell

Das Gravitationsmodell ist ein spezielles räumliches Interaktionsmodell, welches in seiner allgemeinen Form in Abschnitt 2.1 dargestellt wurde, bei der die Funktion, welche die Interaktion beschreibt, an das Newtonsche Gravitationsgesetz angelehnt ist, welches in Abschnitt 2.2 beleuchtet wurde.

Diese Art von Modellen hat eine lange Geschichte in den Sozialwissenschaften. Zunächst ist hier Henry Charles Carey zu nennen, der schon im Jahr 1858 physikalische Analogien zu menschlichem Verhalten darstellte. Er beschrieb im Zusammenhang mit dem Migrationsverhalten "the tendency to gravitate the fellow man" (vgl [2, S. 42]). Durch die Einführung dieser Terminologie physikalischer Begriffe zur Beschreibung sozialer Verhaltensweisen wurde ein Grundstein dafür gelegt Zusammenhänge zu physikalischen Gesetzmäßigkeiten zu untersuchen. Es wurde bei der Untersuchung von Migrationsverhalten

der direkte Effekt von der Attraktion (oder Kraft) einer Region und der indirekte Effekt von der Distanz zu dieser Region formuliert. Im Jahr 1924 wurde dann das erste Mal ein formaler Zusammenhang zum physikalischen Gravitationsgesetz von Ernest Charles Young im Zuge der Erforschung von landwirtschaftlicher Migration in [26] eingeführt, welcher zu der folgenden Form führte.

$$M = k \cdot \frac{F}{D^2} \quad (3.1)$$

Hier beschreibt M die Migrationsbewegung, F die Intensität der Attraktion einer Region oder Population und D die Distanz zur Region oder Population. Des Weiteren stellt hier k eine nicht weiter spezifizierte Konstante dar.

Dieser Modellansatz fand in den 1930er Jahren Anwendung bei der Beschreibung von menschlichem Konsumverhalten. Im Jahr 1941 wurde die Analogie zur Newtonschen Formulierung von John Quincy Steward weiterentwickelt. Er führte die Theorie der demographischen Gravitation ein und postulierte, dass die Interaktion zwischen zwei Populationszentren i und j proportional zur demographischen Kraft zwischen ihnen und umgekehrt proportional zu deren Entfernung ist. Die demographische Kraft wird hier als Produkt der Populationsmassen eingeführt, die für die Attribute der jeweiligen Populationen, wie beispielsweise der Populationsgröße, stehen.

$$I_{ij} = G \cdot \frac{P_i \cdot P_j}{d_{ij}^2} \quad (3.2)$$

Es bezeichnet I_{ij} die Interaktion zwischen den Populationszentren i und j , P_i und P_j die Populationsmassen in i und j und d_{ij} die Distanz zwischen i und j . Weiter ist G die demographische Gravitationskonstante, welche eine Proportionalitätskonstante darstellt.

Um die Heterogenität der Populationsmassen auszudrücken und der Konsistenz mit den Newtonschen Formulierungen näher zu kommen, wird im Jahr 1950 von Steward eine Erweiterung des in Gleichung 3.2 dargestellten Modells gefunden.

$$I_{ij} = G \cdot \frac{w_i P_i \cdot w_j P_j}{d_{ij}^2} \quad (3.3)$$

Es werden also um den unterschiedlich starken Einflüssen der Populationsmassen gerecht zu werden Gewichte w_i, w_j eingeführt.

Das Aufgreifen der physikalischen Terminologie bei der Einführung des Begriffs der demographischen Gravitation wurde nie theoretisch unterlegt. Um die Analogie etwas zu erweitern führte Steward wenig später Exponenten ein. Diese Idee wurde von den Sozioökonomern der 60er Jahre aufgegriffen und auf verschiedene sozioökonomische Flüsse angewandt, wodurch es eine empirische Bestätigung und damit Anerkennung gewann. Das erweiterte Modell ist im Folgenden dargestellt.

$$I_{ij} = G \cdot \frac{(w_i P_i)^\alpha \cdot (w_j P_j)^\beta}{d_{ij}^\theta} \quad (3.4)$$

Die Exponenten α , β und θ sowie auch die Gewichte w_i und w_j werden als statistische Parameter behandelt, welche im Zuge des Modellierens bestimmt werden sollen.

Die parametrische Erweiterung macht das Gravitationsmodell natürlich um einiges flexibler, jedoch stellt es eine Entfernung in der Analogie zur Newtonschen Gesetzgebung dar. Die basale Idee der ersten Modellgleichung 3.1, die nun allen weiteren zur Grunde liegt, war, dass die räumliche Interaktion direkt proportional zur Masse der Population und umgekehrt proportional zur Distanz ist. Dies ist auch die Basis für die folgende allgemeine Definition der Klasse der Gravitationsmodelle, welche die oben angeführten Fälle beinhaltet (vgl [21, S.3]).

Definition 19 (Die Klasse der Gravitationsmodelle). Die Klasse der Gravitationsmodelle hat die Form

$$I_{ij} = A(i) \cdot B(j) \cdot F(c_{ij}).$$

$I_{ij} \in \mathbb{R}$ beschreibt die Interaktion zwischen den Populationszentren i und j in Abhängigkeit der Gewichtsfunktion der Herkunftsattribute $A(i) : \mathbb{R}^N \rightarrow \mathbb{R}$ mit $N \in \mathbb{N}$ und $N < \infty$ und der Gewichtsfunktion der Zielattribute $B(j) : \mathbb{R}^M \rightarrow \mathbb{R}$ mit $M \in \mathbb{N}$ und $M < \infty$. Des Weiteren fließt die Funktion der Separationsattribute $F(c_{ij}) : \mathbb{R}^K \rightarrow \mathbb{R}$ mit $K \in \mathbb{N}$ und $K < \infty$ ein.

Es sind nun die Funktionen der Attribute $A(\cdot)$ und $B(\cdot)$ Funktionen, die neben der Populationsgröße noch weitere Attribute in \mathbb{R}^N beziehungsweise \mathbb{R}^M enthalten können und diese dann auf eine reelle Zahl abbilden. Die Funktion der Separationsattribute $F(\cdot)$ ist nun ebenso eine Funktion, die mehrere die Separation ausdrückende Größen enthalten kann und auf eine reelle Zahl abbildet. Es ist somit auch die Interaktion $I_{i,j}$ als Produkt dieser Funktionen eine reelle Zahl.

3.2 Der grundlegende Formalismus

Es soll nun ein allgemeiner Formalismus für die Beschreibung und Untersuchung von Gravitationsmodellen dargestellt werden. Es sollen damit möglichst viele Interaktionsprozesse in verschiedenen Kontexten darstellbar sein und gleichzeitig die einfließenden Funktionen genauer beschrieben und klassifiziert werden.

Zunächst werden Interaktionen in der allgemeinen Form zwischen *Akteuren* und *Möglichkeiten* beschrieben. Solche Interaktionen können beispielsweise die Bewegung von Personen wie täglicher Verkehr sein, wo die Akteure Pendler oder Einkäufer und die Möglichkeiten die potentiellen Ziele wie Arbeitsplätze oder Einkaufsmöglichkeiten sind. Man könnte aber auch Informationsflüsse wie Telefonate oder Mailkommunikation betrachten, wo die Akteure die Anrufer oder Verfasser von E-Mails und die Möglichkeiten die potentiellen Empfänger wären. Neben diesen einseitigen oder gerichteten Interaktionen kann man auch symmetrische oder bilaterale Interaktionen betrachten wie die Bildung von Freundschaften oder Beziehungen sowie internationalen Handel. Hier entspricht die Einteilung in Akteure und Möglichkeiten der Unterscheidung zwischen den handelnden Parteien.

Es wird also im Weiteren die folgende Terminologie verwendet.

Definition 20 (Akteure, Möglichkeiten). Man betrachte bei den Gravitationsmodellen die Interaktion zwischen *Akteuren* und *Möglichkeiten*.

Es bezeichnet $I \in \mathbb{N}^n$ mit $n \leq \infty$ die Menge der n *Akteure*, wobei $i \in I$ einen *Akteur* bezeichnet. Die Menge der m *Möglichkeiten* wird mit $J \in \mathbb{N}^m$, wobei $m \leq \infty$, beschrieben, wobei $j \in J$ eine *Möglichkeit* bezeichnet.

Der formale Rahmen soll so konstruiert sein, dass grundsätzlich zwischen allen Akteuren $i \in I$ und allen Möglichkeiten $j \in J$ eine Interaktion abgebildet werden kann. Es stellt sich die Frage, inwiefern das Interaktionsverhalten von verschiedenen Arten der räumlichen Separation beeinflusst wird, und daher entsteht die Notwendigkeit einer formalen Beschreibung dieser Separation. Diese könnte in Anlehnung an das obige Beispiel physische Distanz zwischen Einkaufsmöglichkeiten sein. Bei dem Beispiel der Interaktion als Bildung von Beziehungen könnte Separation auch eine abstrakte Größe sein, die eine Distanz ausdrückt. Zwischen dem Akteur i und der Möglichkeit j wird eine endliche Anzahl von $K \in \mathbb{N}$ Separationsattributen $(c_{i,j})_k$ mit $k = 1, \dots, K$ betrachtet. Dies könnten bei Migrationsbewegungen beispielsweise die Reisekosten, die Reisezeit und die Distanz sein. Für diese Separationsattribute wird ein *Separationsprofil* definiert.

Definition 21 (Separationsprofil). Für die Interaktion zwischen Akteuren $i \in I$ und Möglichkeiten $j \in J$ und einer endlichen Anzahl K von Separationsattributen $(c_{i,j})_k$, nennt man $c_{i,j}$ das (i, j) – *Separationsprofil*

$$c_{i,j} = ((c_{i,j})_k : k = 1, \dots, K),$$

wobei $(c_{i,j})_k : I \times J \rightarrow \mathbb{R}$ eine der K Funktionen ist welche die Separation zwischen i und j beschreiben und $K \in \mathbb{N}$, $K < \infty$ gilt .

Definition 22 (Separationskonfiguration). Für eine Menge von Akteuren I und eine Menge von Möglichkeiten J heißt die Gesamtheit aller (i, j) -Separationsprofile $c_{i,j}$ eine *Separationskonfiguration* c .

$$c = (c_{i,j} : i \in I, j \in J)$$

Noch allgemeiner wird eine *Separationsklasse* eingeführt.

Definition 23 (Separationsklasse). Für eine Menge von Akteuren I und eine Menge von Möglichkeiten J , die (i, j) -Separationsprofile $c_{i,j}$ und die Separationskonfigurationen c heißt C die *Separationsklasse*.

$$C = \{c : c_{i,j} \in \mathbb{R}^K, i \in I, j \in J\}$$

Um eine Flexibilität bei der Analyse eines breiten Spektrums an Interaktionen zu erlangen ist es hilfreich zunächst abstrakt mit der Notation von Interaktionsereignissen zu beginnen und die relevanten Attribute zu definieren.

Es bezeichne Ω_* die Menge aller möglichen *individuellen Interaktionsereignisse* zwischen Akteuren I und Möglichkeiten J . Es ist der Raum der möglichen individuellen Interaktionsereignisse der Produktraum der Akteure I und Möglichkeiten J , also $\Omega_* = I \times J \in \mathbb{N}^{(n+m)}$. Es könnte beispielsweise Ω_* aus allen möglichen Entscheidungen für Einkaufsmöglichkeiten oder Bildungen für Beziehungen bestehen. Wenn man nun davon ausgeht, dass nicht nur eine individuelle Interaktion sondern eine höhere Anzahl von Interaktionen möglich ist, betrachtet man hier wiederum das Kreuzprodukt. Bei $\mu \in \mathbb{N}$ möglichen Interaktionen betrachtet man also $\Omega_*^\mu \in \mathbb{N}^{\mu \cdot (n+m)}$. Es wird im folgenden die Menge aller *Interaktionsereignisse* bei $\mu \in \mathbb{N}$ möglichen Interaktionen mit $\Omega = \Omega_*^\mu$ bezeichnet, wobei auch das Nullelement $\{0\}$ als mögliche Interaktion miteinbezogen ist. In Anlehnung an die obigen Beispiele könnten bei der Beschreibung des Konsumverhaltens von Familien mehrere mögliche Interaktionen μ die verschiedenen Konsummöglichkeiten darstellen. Hier können also mehrere Interaktionen zwischen den Akteuren und den Möglichkeiten in einem Zeitschritt passieren, wenn verschiedene Familienmitglieder mit verschiedenen Konsummöglichkeiten interagieren.

Definition 24 (Interaktionsmuster). Für eine Menge von Akteuren I , einer Menge von Möglichkeiten J und die Gesamtheit Ω aller möglichen Ereignisse von Interaktionen zwischen I und J bezeichnet ω das *Interaktionsmuster*, gegeben durch

$$\omega = (\omega_l : l = 1, \dots, \mu) \in \Omega$$

Jedes Interaktionsmuster ω beschreibt also eine Liste von μ möglichen Interaktionsereignissen.

Die für diese Interaktionen relevanten Attribute sind in der Analyse der Gravitationsmodelle von wesentlicher Bedeutung. Mit Hilfe der obigen Definition von Interaktionsereignissen lassen sie sich wie folgt zusammenfassen.

Definition 25 (Liste der Herkunftsattribute, Liste der Zielattribute). Für eine Menge von Akteuren I , einer Menge von Möglichkeiten J und die Interaktionsmuster $\omega = (\omega_l : l = 1, \dots, \mu) \in \Omega$ bezeichnet $r_l(\omega)$ die *Liste der Herkunftsattribute* und $a_l(\omega)$ die *Liste der Zielattribute* für jede individuelle Interaktion ω_l mit $l = 1, \dots, \mu$.

Mit Hilfe dieser Definition lässt sich das räumliche Interaktionsmuster in Abhängigkeit der Herkunfts- und Zielattribute definieren, womit im Folgenden ein Ereignisraum eingeführt werden kann.

Definition 26 (Räumliches Interaktionsmuster). Für eine Menge von Akteuren I , einer Menge von Möglichkeiten J und das Interaktionsmuster ω bezeichnet s das *räumliche Interaktionsmuster*

$$s = s(\omega) = [(r_l, a_l) : l = 1, \dots, \mu]$$

und S den *Ereignisraum* der möglichen Interaktionsmuster

$$S = \{s(\omega) : \omega \in \Omega\}.$$

Auch wenn Änderungen der Separationsattribute oder der Herkunfts- und Zielattribute oft diskret sind, werden die Funktionen in der allgemeinen Darstellung als kontinuierlich behandelt. Außerdem wird davon ausgegangen, dass es keine strukturelle Abhängigkeit zwischen den Attributen gibt.

Es kann mit der Einführung der Separationsklasse C und des Ereignisraumes S die Musterwahrscheinlichkeit P_C definiert werden.

Mittels des bisher definierten Formalismus kann das Verhalten von Populationen, welches Ausgänge hat, die man über den oben definierten Ereignisraum ausdrücken kann, als Wahrscheinlichkeit über Ω beschrieben werden. Voraussetzung dafür ist, dass die Teilmenge der Interaktionsmuster $\Omega(s) = \{\omega \in \Omega : s(\omega) = s\}$, zugehörig zu den räumlichen Interaktionsmustern $s \in S$, ein messbares Ereignis in Ω darstellt. Man kann also durch $P(s) = P[\Omega(s)]$ für alle $s \in S$ eine Wahrscheinlichkeitsfunktion über dem Ereignisraum S definieren. Wobei hier jedem räumlichen Interaktionsmuster $s \in S$ die relative Häufigkeit in Bezug auf alle möglichen Interaktionsereignisse aus dem Ereignisraum Ω zugeordnet wird.

Die Familie von Wahrscheinlichkeitsfunktionen $\{P_c : c \in C\}$ über S beschreibt die Wahrscheinlichkeiten der Interaktionen zwischen I und J unter allen möglichen Separationskonfigurationen c zwischen I und J , es wird dabei $P_c(s)$ die *Musterwahrscheinlichkeit* genannt. Es sei bemerkt, dass hier sowohl die Separations- als auch die Interaktionsattribute einfließen.

Es kann in diesem wahrscheinlichkeitstheoretischen Rahmen unter gewissen Regularitätsbedingungen ein Interaktionsprozess definiert werden, über den dann in weiterer Folge die Gravitationsmodelle klassifiziert werden können.

Zunächst wird gefordert, dass die Wahrscheinlichkeit für alle möglichen Interaktionen zwischen I und J unter allen Separationskonfigurationen nicht verschwindet.

Bedingung 1 (Positivität). Für alle Separationskonfigurationen $c \in C$ und alle räumlichen Interaktionsmuster $s \in S$ ist die Musterwahrscheinlichkeit $P_c(s)$ positiv.

Um die folgende Bedingung zu motivieren sei bemerkt, dass in der Definition des Interaktionsmusters $s = s(\omega) = [(r_l, a_l) : l = 1, \dots, \mu]$ die Reihenfolge $l = 1, \dots, \mu$ keine Bedeutung in Bezug auf den Einfluss der Interaktionsattribute hat, sondern lediglich zur Nummerierung herangezogen wird.

Bedingung 2 (Symmetrie). Für alle Separationskonfigurationen $c \in C$ und alle räumlichen Interaktionsmuster $s \in S$ und $s' \in S$, die sich nur in der Reihenfolge der individuellen Interaktionen unterscheiden, gilt $P_c(s) = P_c(s')$.

Die Bedingung der Stetigkeit resultiert aus der Annahme, dass kleine Änderungen in Separationswerten auch nur kleine Änderungen in der Musterwahrscheinlichkeit zur Folge haben.

Bedingung 3 (Stetigkeit). Für alle Separationskonfigurationen $c \in C$ und alle räumlichen Interaktionsmuster $s \in S$ und einem $\epsilon > 0$, existiert ein $\delta > 0$ für das gilt: für alle $c' \in C$ mit $\|c' - c\| < \delta$ folgt $|P_c(s) - P_{c'}(s)| < \epsilon$.

Mittels dieser Regularitätsbedingungen kann ein Interaktionsprozess definiert werden, der in der formalen Analyse und Klassifikation von Gravitationsmodellen eine wesentliche Rolle spielt. Als ein solcher Prozess wird die Familie von Wahrscheinlichkeitsfunktionen definiert, die bei gegebenen Separationskonfigurationen $c \in C$ und räumlichen Interaktionsmustern $s \in S$ die Wahrscheinlichkeit einer Interaktion beschreiben.

Definition 27 (Räumlicher Interaktionsprozess). Eine Familie von Wahrscheinlichkeitsfunktionen $P = \{P_c : c \in C\}$ über dem Ereignisraum S heißt *räumlicher Interaktionsprozess* genau dann, wenn sie die Regularitätsbedingungen der Positivität, Symmetrie und Stetigkeit erfüllt.

Um messbare Eigenschaften eines Interaktionsprozesses analysieren zu können, wird eine Zufallsvariable X für den Interaktionsprozess $P = \{P_c : c \in C\}$ auf dem Ereignisraum Ω eingeführt. Diese Zufallsvariable X ist eine numerische Funktion, die jedem möglichen Interaktionsmuster $\omega \in \Omega$ die zugehörige Wahrscheinlichkeit im Interaktionsprozess P zuordnet, welche in $[0, 1]$ liegt. Diese Zufallsvariable ist wohldefiniert, wenn für jedes $x \in [0, 1]$ und jedes $P_c \in P$ die Wahrscheinlichkeit $P_c(X \leq x)$, also die Wahrscheinlichkeit, dass der realisierte Wert der Zufallsvariable X nicht größer wird als x , wohldefiniert ist. Es sei bemerkt, dass die Zufallsvariable X nur von dem räumlichen Interaktionsmuster S abhängt, also $X(\omega) = X[s(\omega)]$ für alle $\omega \in \Omega$.

Wenn nun die Menge $S(x, \leq) = \{s \in S : X(s) \leq x\}$ definiert wird, dann gilt für die Wahrscheinlichkeit

$$P_c(X \leq x) = \sum_{s \in S(x, \leq)} P_c(s). \quad (3.5)$$

Wenn analog $S(x) = \{s \in S : X(s) = x\}$ definiert wird, gilt

$$P_c(X = x) = \sum_{s \in S(x)} P_c(s). \quad (3.6)$$

Der damit im Zusammenhang stehende Mittelwert oder Erwartungswert für X unter der Separationskonfiguration c ist im Folgenden gegeben.

$$E_c(X) = \sum_{s \in S} X(s) \cdot P_c(s). \quad (3.7)$$

Von besonderem Interesse sind die Interaktionshäufigkeiten von räumlichen Interaktionen, also die Häufigkeiten von (i, j) -Interaktionen für jedes Paar $(i, j) \in I \times J$. Wenn man die Anzahl von (i, j) -Interaktionen für jedes räumliche Interaktionsmuster s als (i, j) -Interaktionshäufigkeit mit $N_{i,j}(s)$ bezeichnet, dann kann über diese Häufigkeiten wieder eine Zufallsvariable definiert werden. Für die Separationskonfiguration c und natürliche Zahlen $n_{i,j}$ ist die Verteilung dieser Zufallsvariablen über die folgende Funktion gegeben.

$$P_c(n_{i,j}) = P_c(N_{i,j} = n_{i,j}) = \sum_{s \in S(n_{i,j})} P_c(s). \quad (3.8)$$

Die zugehörige *mittlere Interaktionshäufigkeit* ist dann gegeben durch

$$E_c(N_{i,j}) = \sum_{s \in S} N_{i,j}(s) \cdot P_c(s) = \sum_{n_{i,j}} n_{i,j} \cdot P_c(n_{i,j}) \quad (3.9)$$

Analog kann man für jedes Interaktionsmuster $s \in S$ die *totale Interaktionshäufigkeit* $N(S)$ und die *mittlere totale Interaktionshäufigkeit* $E_c(N)$ definieren.

$$N(s) = \sum_{(i,j) \in I \times J} N_{i,j}(s) \quad (3.10)$$

$$E_c(N) = \sum_{(i,j) \in I \times J} E_c(N_{i,j}) \quad (3.11)$$

Der Formalismus der Interaktionsprozesse bietet für die Analyse und Klassifikation der Gravitationsmodelle eine wichtige Grundlage. Es besteht aber in natürlicher Weise auch das Interesse die Wahrscheinlichkeit einer (i, j) -Interaktion zu beschreiben, bei der die Gesamtheit des möglichen Systemverhaltens berücksichtigt wird. Mit der Einführung von (i, j) -Interaktionshäufigkeiten $N_{i,j}$ kann die Wahrscheinlichkeit $p_c((i, j)|s)$ einer (i, j) -Interaktion unter einem Interaktionsmuster $s \in S$ als relative Häufigkeiten beschrieben werden.

$$p_c((i, j)|s) = \frac{N_{i,j}(s)}{N(s)} \quad (3.12)$$

3.3 Spezifikationen von Gravitationsmodellen

Das Gravitationsmodell, das in Abschnitt 3.1 dargestellt wurde, soll nun mit dem in Abschnitt 3.2 eingeführtem Formalismus spezifiziert werden. Es bezeichnen daher, wie in Definition 19 $A(i) : \mathbb{R}^N \rightarrow \mathbb{R}$ die Gewichtsfunktion der

Herkunftsattribute, $B(i) : \mathbb{R}^M \rightarrow \mathbb{R}$ die Gewichtsfunktion der Zielattribute und $F(c_{ij}) : \mathbb{R}^K \rightarrow \mathbb{R}$ die Funktion der Separationsattribute.

Zunächst wird über den dargestellten Formalismus die allgemeine Definition des Gravitationsmodells präsentiert. Dabei können die Funktionen der Herkunfts-, Ziel und Separationsattribute von der Separationskonfiguration $c \in C$ abhängen.

Definition 28 (Allgemeines Gravitationsmodell). Ein räumlicher Interaktionsprozess $P = \{P_c : c \in C\}$ heißt durch ein *allgemeines Gravitationsmodell* darstellbar genau dann, wenn für jede Separationskonfiguration $c \in C$ positive Attributsfunktionen A_c, B_c und eine Separationsfunktion F_c existieren, sodass für alle Paare $(i, j) \in I \times J$ gilt

$$E_c(N_{i,j}) = A_c(i) \cdot B_c(j) \cdot F_c(c_{i,j}).$$

Es werden also in der allgemeinen Form außer der Positivität keine weiteren Bedingungen an die Attributsfunktionen gestellt. Die aus der grundlegenden Struktur des Gravitationsgesetzes resultierende indirekte Proportionalität der Separationsattribute wurde bereits diskutiert. In vielen Modellen wird diese Struktur auch erhalten, daher ist es sinnvoll eine formale Klasse dafür anzugeben.

Definition 29 (Monotones Gravitationsmodell). Ein räumlicher Interaktionsprozess $P = \{P_c : c \in C\}$ heißt durch ein *monotones Gravitationsmodell* darstellbar genau dann, wenn er durch ein allgemeines Gravitationsmodell darstellbar ist und die Funktion F_c nicht monoton steigend ist.

Es wird in dieser Klasse also abgebildet, dass bei größeren Separationswerten die Separationsfunktion und damit die Interaktion kleiner wird.

Mit dieser Definition kann man die Wahrscheinlichkeit einer Interaktion zwischen $i \in I$ und $j \in J$ wie folgt über die Interaktionshäufigkeiten und dadurch über die das Modell beschreibenden Funktionen darstellen.

$$p_c(i, j) = \frac{E_c(N_{i,j})}{\sum_{g,h \in I \times J} E_c(N_{g,h})} = \frac{A_c(i) \cdot B_c(j) \cdot F_c(c_{i,j})}{\sum_{g,h \in I \times J} A_c(g) \cdot B_c(h) \cdot F_c(c_{g,h})} \quad (3.13)$$

Darüber können wiederum die bedingten Herkunfts- beziehungsweise Zielwahrscheinlichkeiten dargestellt werden.

$$p_c(i|j) = \frac{p_c(i, j)}{\sum_{g \in I} p_c(g, j)} = \frac{A_c(i) \cdot F_c(c_{i,j})}{\sum_{g \in I} A_c(g) F_c(c_{g,j})} \quad (3.14)$$

$$p_c(j|i) = \frac{p_c(i,j)}{\sum_{h \in J} p_c(i,h)} = \frac{B_c(j)F_c(c_{i,j})}{\sum_{h \in J} B_c(h) \cdot F_c(c_{i,h})} \quad (3.15)$$

Weiter werden eigene Klassen für Modelle definiert, die Unabhängigkeiten von der zu Grunde liegenden Separationskonfiguration darstellen. Die Separationsfunktion selbst soll die Effekte räumlicher Separation ausdrücken und in diesem Sinne unabhängig von speziellen Konfigurationen sein.

Definition 30 (Separationsinvariantes Gravitationsmodell). Ein räumlicher Interaktionsprozess $P = \{P_c : c \in C\}$ heißt durch ein *separationsinvariantes Gravitationsmodell* darstellbar genau dann, wenn für jede Separationskonfiguration $c \in C$ positive Attributsfunktionen A_c und B_c , sowie eine von der Separationskonfiguration unabhängige und positive Funktion F existiert, sodass für alle Paare $(i, j) \in I \times J$ gilt

$$E_c(N_{i,j}) = A_c(i) \cdot B_c(j) \cdot F(c_{i,j}).$$

Zusammenfassend wird eine Klasse definiert, die die beiden obigen Eigenschaften kombiniert.

Definition 31 (Monotones separationsinvariantes Gravitationsmodell). Ein räumlicher Interaktionsprozess $P = \{P_c : c \in C\}$ heißt durch ein *monotones separationsinvariantes Gravitationsmodell* darstellbar genau dann, wenn er durch ein separationsinvariantes Gravitationsmodell darstellbar ist und die Funktion F nicht monoton steigend ist.

Neben der Einteilung von Modellen, deren Separationsfunktion invariant in Bezug auf die zu Grunde liegende Separationskonfiguration ist, ist es ebenso von Interesse eben diese Unabhängigkeit bei den Attributsfunktionen zu klassifizieren.

Definition 32 (Herkunfts- und separationsinvariantes Gravitationsmodell). Ein räumlicher Interaktionsprozess $P = \{P_c : c \in C\}$ heißt durch ein *herkunfts- und separationsinvariantes Gravitationsmodell* darstellbar genau dann, wenn für jede Separationskonfiguration $c \in C$ eine positive Funktionen A und eine positive Funktion F , unabhängig von c , und B_c existieren, sodass für alle Paare $(i, j) \in I \times J$ gilt

$$E_c(N_{i,j}) = A(i) \cdot B_c(j) \cdot F(c_{i,j}).$$

Es sei bemerkt, dass hier die bedingte Herkunftswahrscheinlichkeit unabhängig von der Separationskonfiguration ist.

$$p_c(j|i) = \frac{B(j) \cdot F(c_{i,j})}{\sum_{h \in J} B(h) \cdot F(c_{i,h})} \quad (3.16)$$

Definition 33 (Ziel- und separationsinvariantes Gravitationsmodell). Ein räumlicher Interaktionsprozess $P = \{P_c : c \in C\}$ heißt durch ein *ziel- und separationsinvariantes Gravitationsmodell* darstellbar genau dann, wenn für jede Separationskonfiguration $c \in C$ eine positive Funktionen B und eine positive Funktion F , unabhängig von c , sowie A_c existiert, sodass für alle Paare $(i, j) \in I \times J$ gilt

$$E_c(N_{i,j}) = A_c(i) \cdot B(j) \cdot F(c_{i,j}).$$

Bei Ziel- und separationsinvarianten Gravitationsmodellen ist die bedingte Zielwahrscheinlichkeit unabhängig von der Separationskonfiguration.

$$p(i|j) = \frac{A(i) \cdot F(c_{i,j})}{\sum_{g \in I} A(g) \cdot F(c_{g,i})} \quad (3.17)$$

Analog kann auch hier wieder die Monotonie der Separationsfunktion F zusätzlich betrachtet werden.

Definition 34 (Monotones herkunfts- und separationsinvariantes Gravitationsmodell). Ein räumlicher Interaktionsprozess $P = \{P_c : c \in C\}$ heißt durch ein *monotones herkunfts- und separationsinvariantes Gravitationsmodell* darstellbar genau dann, wenn er durch ein herkunfts- und separationsinvariantes Gravitationsmodell darstellbar ist und die Funktion F nicht monoton steigend ist.

Definition 35 (Monotones zielinvariantes Gravitationsmodell). Ein räumlicher Interaktionsprozess $P = \{P_c : c \in C\}$ heißt durch ein *monotones zielinvariantes Gravitationsmodell* darstellbar genau dann, wenn er durch ein zielinvariantes Gravitationsmodell darstellbar ist und die Funktion B nicht monoton steigend ist.

Bei einer Unabhängigkeit aller Attributfunktionen von der zu Grunde liegenden Separationskonfiguration spricht man von einem invarianten Gravitationsmodell.

Definition 36 (Invariantes Gravitationsmodell). Ein räumlicher Interaktionsprozess $P = \{P_c : c \in C\}$ heißt durch ein *invariantes Gravitationsmodell* darstellbar genau dann, wenn positive Funktionen A , B und F existieren, sodass für alle Separationskonfiguration $c \in C$ und für alle Paare $(i, j) \in I \times J$ gilt

$$E_c(N_{i,j}) = A(i) \cdot B(j) \cdot F(c_{i,j}).$$

Definition 37 (Monotones invariantes Gravitationsmodell). Ein räumlicher Interaktionsprozess $P = \{P_c : c \in C\}$ heißt durch ein *monotones invariantes Gravitationsmodell* darstellbar genau dann, wenn er durch ein invariantes Gravitationsmodell darstellbar ist und die Funktionen F nicht monoton steigend ist.

Nach diesen generellen Klassen der Gravitationsmodelle wird für eine spezielle Form der Separationsfunktion, und zwar die der Exponentialfunktion, noch eine weitere Klasse definiert.

Definition 38 (Exponentielles Gravitationsmodell). Ein räumlicher Interaktionsprozess $P = \{P_c : c \in C\}$ heißt durch ein *exponentielles Gravitationsmodell* darstellbar genau dann, wenn für jede Separationskonfiguration $c \in C$ positive Funktionen A_c, B_c und ein Vektor $\theta_c \in \mathbb{R}^K$ existieren, sodass für alle Paare $(i, j) \in I \times J$ gilt

$$E_c(N_{i,j}) = A_c(i) \cdot B_c(j) \cdot \exp(-\theta_c^t \cdot c_{i,j}).$$

Den Vektor $\theta_c \in \mathbb{R}^K$ nennt man im Allgemeinen *Separationssensitivitätsfaktor*.

Analog kann man auch in dieser Klasse Invarianzen der Separations- und Attributsfunktionen betrachten.

3.4 Spezifikationen von Attributsfunktionen

Nachdem in Abschnitt 3.3 verschiedene Spezifikationen von Modelltypen dargelegt wurden, ist es im Weiteren auch von Interesse wichtige und häufig implementierte Formen von Separations- und Attributsfunktionen darzustellen.

Zunächst sei bemerkt, dass in Definition 28 des allgemeinen Gravitationsmodells die Separationsfunktion F_c eine Funktion ist, die explizit von numerischen Separationswerten $c_{i,j}$ abhängt. Die Attributsfunktionen A_c und B_c sind hier positive Gewichtsfunktionen, abhängig von den Herkunfts- und Zielattributen. Jeder Wert dieser Funktionen kann im Prinzip als zu bestimmender Parameter behandelt werden. Dies ist verbreiteter Ansatz, bei dem beispielsweise die Maximum Likelihood Methode verwendet werden kann. Es ist aber zu betonen, dass diese Methodik der Parameterbestimmung nicht die Frage der einzubeziehenden Attribute selbst beantworten kann.

Wie in Abschnitt 3.1 dargestellt, waren die ersten Gravitationsmodelle Ansätze zur Beschreibung von Migrationsverhalten. Es wurden die Attributsfunktionen als explizite Funktionen der Populationsgröße dargestellt. Um dies zu formalisieren bezeichne nun a_i die Populationsgröße der Akteure in einem $i \in I$ und b_j die Populationsgröße der Möglichkeiten in einem $j \in J$. Damit kann eine Klasse von Attributsfunktionen definiert werden.

Definition 39 (Populationskraftfunktionen). Die Attributsfunktionen der Form

$$A(i) = (a_i)^r \text{ und } B(j) = (b_j)^s$$

heißen *Populationskraftfunktionen*. Hier sind die Exponenten $r \in \mathbb{R}$ und $s \in \mathbb{R}$ zu bestimmende Parameter.

Diese elementare Form kann durch die Einbeziehung von mehreren relevanten Attributen der Akteure $i \in I$ und der Möglichkeiten $j \in J$ erweitert werden. In Anlehnung an das Beispiel des Konsumverhaltens von Familien könnten relevante Attribute der Akteure die Familiengröße und Einkommen der Familien sein, sowie Attribute der Möglichkeiten die Auswahl oder die Preise bestimmter Konsummöglichkeiten. Es bezeichne nun allgemein $(x_{iv} : v \in V)$ die relevanten Attribute für jeden Akteur $i \in I$ und $(z_{jw} : w \in W)$ die relevanten Attribute für jede Möglichkeit $j \in J$.

Definition 40 (Kombinationskraftfunktionen). Die Attributsfunktionen der Form

$$A(i) = \prod_{v \in V} (x_{iv})^{r_v} \text{ und } B(j) = \prod_{w \in W} (z_{jw})^{s_w}$$

heißen *Kombinationskraftfunktionen*. Hier sind $(r_v : v \in V)$ und $(s_w : w \in W)$ reelle zu bestimmende Parameter, welche die Gewichtung der verschiedenen Attribute beschreiben.

Die mögliche Abhängigkeit der Attributsfunktionen von der zu Grunde liegenden Separationskonfiguration wurde bereits dargelegt. In den obigen Definitionen von den Populationskraftfunktionen und den Kombinationskraftfunktionen kann diese Abhängigkeit dargestellt werden, indem die auftretenden Parameter in Abhängigkeit der Separationskonfiguration $c \in C$ betrachtet werden. Es wird auch eine Klasse von Attributsfunktionen angeführt, die dies durch die Einbeziehung von Erreichbarkeitsmaßen beschreibt. Dabei fließen in die Attributsfunktionen Maße der Herkunfts- und Zielerreichbarkeit ein.

Definition 41 (Herkunftserreichbarkeit und Zielerreichbarkeit). Für die Separationskonfiguration $c \in C$ bezeichnet

$$a_{ic} = \sum_{j \in J} (c_{i,j})^{-\theta}$$

die *Herkunftserreichbarkeit* und

$$a_{jc} = \sum_{h \in J} (c_{j,h})^{-\theta}$$

die *Zielerreichbarkeit*.

Die Herkunftserreichbarkeit a_{ic} ist also ein Maß, welches die Erreichbarkeit der möglichen Ziele $j \in J$ von der Herkunft $i \in I$ aus beschreibt. Dieses wird durch die die Separation zwischen $i \in I$ und $j \in J$ beschreibende Separationskonfiguration $c_{i,j}$ beschreiben. Die Zielerreichbarkeit a_{jc} stellt ein Maß dar, welches die Erreichbarkeit von einem fixen Ziel $j \in J$ zu allen anderen weiteren möglichen Zielen $h \in J$ beschreibt. Es ist hier zu bemerken, dass im Allgemeinen jedes Ziel $j \in J$ selbst wieder eine mögliche Herkunft darstellt. Dieser Umstand beeinflusst den Wert der Attribute in $j \in J$ und dies wird durch a_{jc} berücksichtigt. Somit stellt die Zielerreichbarkeit also eine Herkunftserreichbarkeit von dem Zielort $j \in J$ dar.

Diese Maße der Erreichbarkeit werden nun in der Definition einer speziellen Klasse von Attributsfunktionen verwendet, wobei der Effekt dieser Maße durch die Einbeziehung von Exponenten r und s widerspiegelt wird.

Definition 42 (Konfigurationsabhängige Attributsfunktionen). Für die Erreichbarkeitsmaße a_{ic} und a_{jc} heißt

$$A_c(i) = (a_{ic})^r \cdot \prod_{v \in V} (x_{iv})^{r_v}$$

die *konfigurationsabhängige Herkunftsfunktion* und

$$B_c(j) = (a_{jc})^s \cdot \prod_{w \in W} (z_{iw})^{s_w}$$

die *konfigurationsabhängige Zielfunktion*. Hier sind $(r_v : v \in V)$ und $(s_w : w \in W)$ reelle zu bestimmende Parameter, welche die Gewichtung der verschiedenen Attribute beschreiben. Weiters sind r und s ebenso reelle zu bestimmende Parameter, die den Einfluss der Erreichbarkeitsmaße darstellen.

Auch für die Separationsfunktionen selbst gibt es einige wichtige Spezifikationen. Zunächst ist hier die *Kraftseparationsfunktion* zu nennen, welche eine Verallgemeinerung, der historisch ersten Ansätze der Separationsfunktion ist, die in Abschnitt 3.1 dargestellt wurde. Bei den ersten Modellen zur Beschreibung von Migrationsbewegungen wurde als Ansatz der Kehrwert des Quadrates der Distanz zwischen den interagierenden Regionen herangezogen.

Definition 43 (Kraftseparationsfunktion). Für jeden positiven Wert des Separationsprofils $c_{i,j}$ und den positiven Parameter θ beschreibt die Funktion der folgenden Form die *Kraftseparationsfunktion*.

$$F(c_{i,j}) = (c_{i,j})^{-\theta}$$

Der zu bestimmende Parameter θ wird dabei *Sensitivitätsparameter* genannt.

Für das Grenzverhalten dieser Funktionen gilt bei sehr großen Werten der Separation

$$\lim_{c_{i,j} \rightarrow \infty} F(c_{i,j}) = 0 \quad (3.18)$$

und bei sehr kleinen Werten der Separation

$$\lim_{c_{i,j} \rightarrow 0} F(c_{i,j}) = \infty. \quad (3.19)$$

Für sehr große Separationswerte strebt die Funktion also gegen 0 und damit geht nach Definition 28 auch die Interaktionshäufigkeit gegen 0. Bei einem Modell, welches diese Form von Separationsfunktion verwendet, spricht man also nach Definition 29 von einem monotonen Gravitationsmodell. Für sehr kleine Werte der Separation strebt die Funktion und damit die Interaktionshäufigkeit gegen Unendlich. Dies ist im Bezug auf das Modellverhalten sehr fragwürdig. Diese Form von Separationsfunktionen ist also nicht geeignet, wenn man Verhalten mit sehr kleinen Separationswerten abbilden mag.

Eine Klasse von Separationsfunktion, welche dieses Problem löst, ist die *exponentielle Separationsfunktion*, die auch schon in Definition 38 des exponentiellen Gravitationsmodell dargestellt wurde.

Definition 44 (Exponentielle Separationsfunktion). Für jeden positiven Wert des Separationsprofils $c_{i,j}$ und einen positiven reellen Parameter θ beschreibt die Funktion der folgenden Form die *exponentielle Separationsfunktion*.

$$F(c_{i,j}) = \exp(-\theta \cdot c_{i,j})$$

Der zu bestimmende Parameter θ wird dabei ebenso *Sensitivitätsparameter* genannt.

Es strebt hier also für kleine Werte der Separation die Funktion F nach 1 und somit wird der Einfluss der Separation auf die Interaktionshäufigkeit immer geringer.

Nach der Definition 22 der Separationsprofile können auch mehrere die Separation ausdrückende Werte betrachtet werden. Es werden daher also die obigen Definitionen erweitert um eben dieses mehrdimensionale Profil von Separationsattributen einbeziehen zu können.

Definition 45 (Multivariate Kraftseparationsfunktion). Für jedes positive Separationsprofil $c_{i,j} = ((c_{i,j})_k : k = 1, \dots, K)$ wird die Funktion

$$F(c_{i,j}) = \prod_{k=1}^K (c_{i,j})_k^{-\theta_k}$$

multivariate Kraftseparationsfunktion genannt, wobei der *Sensitivitätsvektor* $\theta = (\theta_k : k = 1, \dots, K)$ aus K reellen zu bestimmenden Parametern besteht.

Hier ist nicht mehr direkt die Positivität des Sensitivitätsvektors, also genauer der Elemente des Sensitivitätsvektors, gefordert. Man spricht aber nur bei positiven Parametern θ_k von einem monotonen Gravitationsmodell, weil nur dann die Separationsfunktion monoton fallend ist.

Analog kann man auch die Klasse der exponentiellen Separationsfunktionen in diesem Sinne erweitern.

Definition 46 (Multivariate exponentielle Separationsfunktion). Für jedes Separationsprofil $c_{i,j} = ((c_{i,j})_k : k = 1, \dots, K)$ wird die Funktion

$$F(c_{i,j}) = \exp \left(\sum_{k=1}^K -\theta_k \cdot (c_{i,j})_k \right)$$

multivariate exponentielle Separationsfunktion genannt, wobei der *Sensitivitätsvektor* $\theta = (\theta_k : k = 1, \dots, K)$ ebenso aus K reellen zu bestimmenden Parametern besteht.

Bei dieser Klasse ist, wie auch bei der multivariaten Kraftseparationsfunktion, nicht gefordert, dass die Elemente des Sensitivitätsvektors positiv sind. Allerdings gilt hier auch, dass die Funktion nur dann monoton fallend ist, wenn alle θ_k positiv sind. Weiters ist auch nicht mehr gefordert, dass die Werte des Separationsprofils, also $(c_{i,j})_k$, positiv sind. Man kann also nun die gewichtete Summe dieser Werte als ein kombiniertes Maß der Separationswerte betrachten.

Kapitel 4

Definition und Untersuchung des Migrationsmodells

Mit dem in Kapitel 3 dargestellten Formalismus soll nun ein Migrationsmodell ausgearbeitet werden, welches in die Klasse der Gravitationsmodelle einzuordnen ist. Dafür werden zunächst die Anforderungen an das Modell sowie die damit einhergehenden Annahmen formuliert. Weiter wird der grundlegende Formalismus auf das Migrationsmodell umgelegt und darauf aufbauend das Modell in Hinblick auf die in Kapitel 3 dargestellten Spezifikationen untersucht. Außerdem wird das Modellverhalten bei unterschiedlichen zu Grunde liegenden geographischen Situationen untersucht. Das Migrationsmodell wird gleichsam eingehend charakterisiert, womit dessen Qualitäten und Grenzen dargestellt werden.

4.1 Anforderungen und Annahmen

Es wird bei der Entwicklung des Modells darauf geachtet, dass die Anlehnung an das physikalische Gesetz der Gravitation erhalten bleibt. Es soll also die Interaktion durch eine Relation aus anziehenden und abstoßenden Funktionen dargestellt werden. Im Weiteren soll eine die Separation zwischen diesen Ländern ausdrückende Funktion einbezogen werden. Dabei besteht die Anforderung, dass die jeweiligen Attributsfunktionen, welche die abstoßenden und anziehenden, sowie die separierenden Eigenschaften in und zwischen den jeweiligen Regionen beschreiben, zeitabhängig angesetzt werden können. Weiters wird, wie in Abschnitt 3.2, gefordert, dass die einzelnen Funktionen unabhängig voneinander sind. Es soll außerdem möglich sein eine beliebige Anzahl von jeweiligen Attributen in den Modellgleichungen zu berücksichtigen. Deren Heterogenität, also deren unterschiedlich starker Einfluss auf

die Interaktion, wie in Abschnitt 3.1 dargestellt, soll ebenso miteinbezogen werden.

Ziel des Modellierungsprozesses ist es ein Migrationsmodell zu entwickeln, welches unterschiedliche zur Grunde liegende internationale Migrationsbewegungen abbilden kann. Damit sollen verschiedene Regionen und unterschiedliche Attributsfunktionen einbezogen werden können. Es ist wichtig zu bemerken, dass es sich hierbei um die qualitative Abbildung von Migrationsverhalten handelt. Es sollen also bestimmte Migrationsrouten, deren Frequentierung und mögliche Alternativrouten untersucht werden. Der Fokus liegt also auf den Routen selbst und es soll im Bewusstsein des Anwenders liegen, dass das Modell keine absoluten Zahlen von MigrantInnen liefert, sondern Migrationsverhalten auf Basis ganzer Populationen abbilden soll. Dieser makroskopische Ansatz des Gravitationsmodells zur Beschreibung von sozialen Verhaltensweisen ist geeignet um das Systemverhalten selbst und strukturelle Änderungen zu untersuchen. Außerdem können die die Interaktion beeinflussenden Parameter und deren Auswirkungen auf das System analysiert werden. Gleichsam ist wichtig zu betonen, dass in diesem Modell nicht weiter auf unterschiedliche Gründe für Emigration eingegangen wird, da der Fokus eben auf den Migrationsbewegungen selbst liegt.

Überdies soll in dem Modell auch eine Unterscheidung hinsichtlich der Kategorisierung der verschiedenen Länder in Bezug auf Herkunfts-, Transit- und potentielle Zielländer erfolgen. Dies ist darin zu begründen, dass die anziehende beziehungsweise abstoßende Wirkung dieser Länder, die durch die Inklusion der Attributsfunktionen einbezogen wird, bei diesen verschiedenen Kategorien unterschiedlich starken Einfluss auf das Migrationsverhalten haben. Diese Kategorisierung wiederum hängt von den Attributen des Landes ab. Es wird also ein Land, welches aufgrund seiner hoher Abstoßung als Zielland nicht attraktiv ist, aber auf einer Route in einer Schlüsselposition liegt, als Transitland behandelt werden. Da nicht weiter auf Gründe der Emigration eingegangen wird, werden also bei den Herkunftsländern auch keine abstossenden Attribute betrachtet. Hier soll das Migrationsverhalten im Modell durch die verschiedenen anziehenden Attribute der möglichen Ziel- oder Transitländer bestimmt werden.

Durch die Aufgabe der Modellierung menschlicher Verhaltensweisen, die von einer Vielzahl von einfließenden Parametern abhängen, ist es wichtig zu betonen, dass damit auch einige dieses Verhalten vereinfachende Annahmen getroffen werden müssen. Es können im Modell nur eine endliche Anzahl von Attributen berücksichtigt werden, was eine simplifizierte Abstraktion der

Wirklichkeit bedingt. Das Modell basiert gleichsam auf der Annahme, dass die einbezogenen Herkunfts-, Ziel- und Separationsattribute die einzigen sind, welche das abzubildende Migrationsverhalten bestimmen. Außerdem soll es keine strukturellen Abhängigkeiten zwischen den einzelnen Attributen geben, was ebenso eine Vereinfachung bedeutet.

Zudem ist zu betonen, dass jedes Modell dem verwendeten Datenmaterial Validität unterstellt, obschon eine qualitative Datenerhebung, vor allem auf dem Gebiet der Migrationsforschung, eine gewisse Herausforderung darstellt.

4.2 Die Modellgleichungen

Unter Einbeziehung der im letzten Abschnitt dargestellten Anforderungen an das Modell, werden im Folgenden die Modellgleichungen des Migrationsmodells entwickelt, wobei die in Definition 28 dargestellte Form des allgemeinen Gravitationsmodells hierfür als Basis dient.

Zunächst wird eine neue Notation eingeführt. Nach Definition 28 soll also die Interaktion $I_{i,j}$ zwischen den Ländern beziehungsweise den Regionen i und j eine reelle Zahl sein und sich aus der Multiplikation der positiven Funktionen $R(i) : \mathbb{R}^N \rightarrow \mathbb{R}^+$, $A(j) : \mathbb{R}^M \rightarrow \mathbb{R}^+$ und einer Funktion $F(c_{ij}) : \mathbb{R}^K \rightarrow \mathbb{R}$ ergeben.

$$I_{i,j} = R(i) \cdot A(j) \cdot F(c_{i,j}) \quad (4.1)$$

Hierbei werden also eine endliche Anzahl $N \in \mathbb{N}$ von Attributen in i , eine endliche Anzahl $M \in \mathbb{N}$ von Attributen in j und eine endliche Anzahl $K \in \mathbb{N}$ von Separationsattributen $c_{i,j}$ miteinbezogen. Da davon ausgegangen wird, dass sich jedes dieser Attribute im zeitlichen Verlauf ändern kann, werden diese Funktionen zeitabhängig angesetzt. Dies führt zu einer zeitabhängigen Darstellung der Interaktion aus Gleichung 4.1.

$$I_{i,j}(t) = R(i,t) \cdot A(j,t) \cdot F(c_{i,j}(t)) \quad (4.2)$$

Es wird $R(i,t)$ hier als *Herkunftsfunktion* und $A(j,t)$ als *Zielfunktion* bezeichnet. Die Interaktion $I_{i,j}(t)$ ist hier gerichtet und beschreibt die Interaktion von i nach j zum Zeitpunkt t . In Bezug auf die grundlegende Idee die Relation, welche diese Interaktion beschreibt, in Anlehnung an das Newtonsche Gravitationsgesetz anzusetzen, wird die Herkunftsfunktion mit R (abstoßend, *engl. repulsive*) und die Zielfunktion mit A (anziehend, *engl. attractive*) bezeichnet.

Die Funktionen

$$(r_i(t))_n : [0, T] \rightarrow \mathbb{R}^+ \text{ mit } n = 1, \dots, N$$

beschreiben die N verschiedenen zeitabhängigen Attribute im Land i . Analog beschreiben die Funktionen

$$(a_j(t))_m : [0, T] \rightarrow \mathbb{R}^+ \text{ mit } m = 1, \dots, M$$

die M verschiedenen zeitabhängigen Attribute in j . Hier werden in Anlehnung an Definition 25 die Liste der zeitabhängigen Herkunfts- und Zielattribute $r_i(t)$ in i und $a_j(t)$ in j wie folgt dargestellt.

$$r_i(t) = ((r_i(t))_n | n = 1, \dots, N) \text{ und } a_j(t) = ((a_j(t))_m | m = 1, \dots, M) \quad (4.3)$$

Die Separation zwischen i und j wird durch die K zeitabhängigen Separationsattribute

$$(c_{i,j}(t))_k : [0, T] \rightarrow \mathbb{R} \text{ mit } k = 1, \dots, K$$

beschrieben. Wobei diese Notation konsistent mit dem in Definition 21 eingeführten Separationsprofil ist, bei dem sich dieses eben aus einer Liste der K verschiedenen Separationsattribute zusammensetzt. Es ergibt sich also das zeitabhängige Separationsprofil $c_{i,j}(t)$ zu

$$c_{i,j}(t) = ((c_{i,j}(t))_k | k = 1, \dots, K). \quad (4.4)$$

Um der geforderten Heterogenität der verschiedenen die Interaktion bestimmenden Einflüsse, also Attribute, gerecht zu werden, stellt die Herkunftsfunktion $R(r_i(t))$ und eine Zielfunktion $A(a_j(t))$ je eine Gewichtung der jeweiligen Attribute dar. Die Abhängigkeit der Funktionen von der Liste der Herkunfts- und Zielattribute wird nun explizit angegeben.

$$R(r_i(t)) = \sum_{n=1}^N (w_r)_n \cdot (r_i(t))_n \quad (4.5)$$

$$A(a_j(t)) = \sum_{m=1}^M (w_a)_m \cdot (a_j(t))_m \quad (4.6)$$

Hier stellen $(w_r)_n$ und $(w_a)_m$ die Gewichtungen der Attribute dar, weshalb für diese Parameter

$$(w_r)_n \in [0, 1] \quad \forall n = 1, \dots, N \text{ und } \sum_{n=1}^N (w_r)_n = 1 \quad (4.7)$$

sowie

$$(w_a)_m \in [0, 1] \quad \forall m = 1, \dots, M \quad \text{und} \quad \sum_{m=1}^M (w_a)_m = 1 \quad (4.8)$$

gilt.

Es wird hier also eine Relation für eine gerichtete Interaktion entwickelt, wobei diese das Migrationsverhalten von einem Land i in ein anderes Land j beschreiben soll. Eine hohe abstoßende Wirkung des Landes i , beschrieben durch $R(r_i(t))$ und eine hohe anziehende Wirkung in j , ausgedrückt durch $A(a_j(t))$, sollen dabei in einer höheren Interaktion resultieren. Wiederum soll das Interaktionsverhalten durch die Separationsfunktion gedämpft werden. In Anlehnung an die Entwicklung der Gravitationsmodelle, welche in Abschnitt 3.1 dargelegt wurde, wird die Separationsfunktion $F(c_{i,j}(t))$ wie folgt angesetzt.

$$F(c_{i,j}(t)) = \frac{1}{\left(\sum_{k=1}^K (w_c)_k \cdot (c_{i,j}(t))_k \right)^2} \quad (4.9)$$

Es wird die indirekte Proportionalität der Interaktion und der quadratischen Separationsfunktion, wie in der Newtonschen Gesetzgebung, dargestellt in Abschnitt 2.2, angenommen. Hierbei werden die Separationsattribute durch die Parameter $(w_c)_k$ gewichtet.

$$(w_c)_k \in [0, 1] \quad \forall k = 1, \dots, K \quad \text{und} \quad \sum_{k=1}^K (w_c)_k = 1 \quad (4.10)$$

Dadurch ergibt sich für die gerichtete Interaktion $I_{i,j}(t)$, die das Migrationsverhalten von i nach j beschreibt, folgende Form.

$$I_{i,j}(t) = \frac{\left(\sum_{n=1}^N (w_r)_n \cdot (r_i(t))_n \right) \cdot \left(\sum_{m=1}^M (w_a)_m \cdot (a_j(t))_m \right)}{\left(\sum_{k=1}^K (w_c)_k \cdot (c_{i,j}(t))_k \right)^2} \quad (4.11)$$

Es wird weiter gefordert, dass die Attribute auf Werte abbilden, die zwischen 0 und 1 liegen. Dabei sollen die jeweiligen Funktionen bei höheren nu-

merischen Werten, welche die Attraktivität beziehungsweise die Abstoßung beschreiben, näher bei 1 liegen und vice versa.

$$(r_i(t))_n : [0, T] \rightarrow [0, 1] \quad \forall n = 1, \dots, N, \quad (4.12)$$

$$(a_j(t))_m : [0, T] \rightarrow [0, 1] \quad \forall m = 1, \dots, M, \quad (4.13)$$

Es bilden somit die Herkunfts- und Zielfunktionen, die in Gleichung 4.5 und Gleichung 4.6 dargestellt sind, ebenso auf das Intervall $[0, 1]$ ab. Weiter sind die Funktion $R(r_i(t))$ und $A(a_j(t))$, der abgebildeten Form gemäß, monoton steigend.

$$R(r_i(t)) : [0, 1]^N \rightarrow (0, 1] \quad \text{und} \quad R_i(r_i(t)) \nearrow 1 \quad (4.14)$$

$$A(a_j(t)) : [0, 1]^M \rightarrow (0, 1] \quad \text{und} \quad A_j(a_j(t)) \nearrow 1 \quad (4.15)$$

Hier wird implizit gefordert, dass nicht alle Herkunfts- beziehungsweise Ziellattribute zugleich den Wert 0 annehmen können, da sonst die Interaktion verschwinden würde.

Die Separationsattribute sollen für kleine Werte der Separation bei 1 liegen und somit keinen Einfluss auf die Interaktion in 4.11 ausüben. Für höhere Werte soll die Interaktion durch die Funktion $F(c_{i,j}(t))$ gedämpft werden. Daher ergibt sich für die Separationsattribute ein Zielbereich von $[1, \infty)$.

$$(c_{i,j}(t))_k : [0, T] \rightarrow [1, \infty) \quad \forall k = 1, \dots, K.$$

Die Separationsfunktion wird dadurch ebenso auf Werte in $[1, \infty)$ abbilden und stellt eine monoton fallende Funktion dar.

$$F(c_{i,j}(t)) : [1, \infty)^K \rightarrow [1, \infty) \quad \text{und} \quad F(c_{i,j}(t)) \searrow 1 \quad (4.16)$$

Nach diesen Forderungen an die Attributs- und Separationsfunktionen liegen die Werte der Interaktionsfunktion $I_{i,j}(t)$ also selbst auch im Intervall $[0, 1]$.

$$I_{i,j}(t) \in [0, 1] \quad (4.17)$$

Weiter ist $I_{i,j}(t)$ in $A(a_j(t))$ und $R(r_i(t))$ steigend und wird durch $F(c_{i,j}(t))$ gedämpft. Hier ist zu bemerken, dass in diesem Sinne eine abstoßende Wirkung in i eine anziehende Wirkung auf j beschreibt.

Die Betrachtung der normierten Attribute wurde bewusst gewählt, um die gerichtete Interaktion $I_{i,j}(t)$ von i nach j als Anteil der MigrantInnen in

i auffassen zu können, die aufgrund der zu Grunde liegenden anziehenden und abstoßenden Attribute sowie der Separationsattribute nach j migrieren. Wenn nun $M_i(t)$ die Anzahl der MigrantInnen zum Zeitpunkt t im Land i bezeichnet, ergibt sich die Anzahl der MigrantInnen die sich zum Zeitpunkt t von i nach j bewegen, unter Einbeziehung der Interaktion wie folgt.

$$M_{i,j}(t) = I_{i,j}(t) \cdot M_i(t) \quad (4.18)$$

Weil mit diesem Modell nicht das Emigrationsverhalten aus dem Herkunftsland, sondern das Migrationsverhalten über bestimmte Migrationsrouten untersucht werden soll, ist die Anzahl der betrachteten EmigrantInnen pro Zeitschritt ein Eingangswert. Weiter stellt auch die Anzahl der MigrantInnen zu Simulationsbeginn $M_i(t_0)$ einen Eingangswert dar.

Zusammenfassend wird das Migrationsmodell folgendermaßen definiert.

Definition 47 (Migrationsmodell). Bei dem *Migrationsmodell* wird die gerichtete Interaktion von i nach j durch

$$I_{i,j}(t) = \frac{\left(\sum_{n=1}^N (w_r)_n \cdot (r_i(t))_n \right) \cdot \left(\sum_{m=1}^M (w_a)_m \cdot (a_j(t))_m \right)}{\left(\sum_{k=1}^K (w_c)_k \cdot (c_{i,j}(t))_k \right)^2}$$

dargestellt, wobei die Herkunftsfunktion $R(r_i(t)) : [0, 1]^N \rightarrow (0, 1]$ und die Zielfunktion $A(a_j(t)) : [0, 1]^M \rightarrow (0, 1]$ wie in Gleichung 4.5 und Gleichung 4.6 definiert sind. Ebenso fließt hier die Separationsfunktion $F(c_{i,j}(t)) : [1, \infty)^K \rightarrow [1, \infty)$ aus Gleichung 4.9 ein. Die Parametervektoren (w_r) , (w_a) und (w_c) haben die Eigenschaften aus Gleichung 4.7, Gleichung 4.8 und Gleichung 4.10. Der Anteil der MigrantInnen $M_{i,j}(t)$, die sich zum Zeitpunkt t von i nach j bewegen, ergibt sich aus

$$M_{i,j}(t) = I_{i,j}(t) \cdot M_i(t).$$

Dabei sind $M_i(t)$ die MigrantInnen, die sich zum Zeitpunkt t in der Region beziehungsweise in dem Land i befinden.

Gleichung 4.18 impliziert die Annahme, dass es in einem Zeitschritt möglich ist von einem Land i in ein anderes Land j zu migrieren. Durch die Interaktionsfunktion wird der Anteil von MigrantInnen bestimmt, der in diesem

Zeitschritt nach j migriert. Daher ergibt sich also die Anzahl von MigrantInnen zum Zeitpunkt $t + 1$ in dem Land j zu

$$M_j(t + 1) = M_j(t) + M_i(t) \cdot I_{i,j}(t). \quad (4.19)$$

Jene MigrantInnen, die in einem Zeitschritt aufgrund der zur Grunde liegenden Attributsfunktionen und der daraus resultierenden den Migrationsanteil beschreibenden Interaktion aus einer Region nicht weiter migrieren, bleiben im Modell auch in allen weiteren Zeitschritten in dieser Region.

Wie in Abschnitt 4.1 gefordert, soll zwischen Transitland und potentiell Zielland unterschieden werden. Dafür wird die Abstoßung, beschrieben durch die Herkunftsfunktion $R(r_j(t))$ in Gleichung 4.5, für jedes potentielle Zielland j betrachtet. Diese Funktion stellt ein Maß für die Abstoßung einer Region beziehungsweise eines Landes dar. Es wird bei einer hohen Abstoßung, wenn also die Herkunftsfunktion einen gewissen Wert $\rho \in (0, 1]$ überschreitet, das jeweilige Land als Transitland angenommen.

$$j \text{ gilt als Transitland} \Leftrightarrow R(r_j(t)) \geq \rho \quad (4.20)$$

Der Umgang des Modells mit Transitländern bedeutet, dass bei diesen für die Berechnung der Interaktion nicht die anziehenden Attribute des Landes selbst, sondern die Zielfunktionen der von dem Transitland aus erreichbaren Länder betrachtet werden. Es sind also die anziehenden Attribute eines Transitlandes für die Migrationsbewegung nicht von Bedeutung. Weiter kann ein solches Land sehr geringe anziehende Attribute besitzen und trotzdem auf einer Route eine Schlüsselrolle spielen. Daher muss einbezogen werden, dass, auch wenn es nur für einen Transitaufenthalt ist, bei der Migration in dieses Land hohe Interaktionswerte erzielt werden sollen. Da ein Transitland dann durchquert wird, wenn die von dort aus erreichbaren Länder eine hohe anziehende Wirkung ausüben, sollen eben die Zielfunktionen dieser in das Interaktionsverhalten einfließen.

Es seien nun j_1, \dots, j_u Länder, die von einem Transitland j aus erreichbar sind, und $A(a_{j_1}(t)), \dots, A(a_{j_u}(t))$ die zugehörigen Zielfunktionen, wie in Gleichung 4.6. Wenn man das Maximum dieser Funktionen bildet erhält man mit

$$A^*(j, t) = \max_{u=j_1, \dots, j_u} A(a_u(t))$$

ein Maß, welches die höchste Anziehung der von i aus erreichbaren Länder darstellt. Allerdings sollte miteinbezogen werden, dass auch bei einem dieser Länder trotz hoher anziehender Attribute die Interaktion aufgrund der Separationswerte gering ausfallen kann. Dies wird berücksichtigt, indem zunächst

jede Zielfunktion in u einzeln betrachtet und dann durch Multiplikation mit der höchsten Separationsfunktion nach u gedämpft wird. Anschließend wird über diese Werte wieder das Maximum gebildet und daher der trotz Separation gedämpfte höchste Wert der Anziehung verwendet. Es ergibt sich die Zielfunktion $\tilde{A}(j, t)$ für das Transitland j also zu

$$\tilde{A}(j, t) = \max_{u=j_1, \dots, j_u} \left(A(a_u(t)) \max_{v=j_1, \dots, j_u} F(c_{v,u}(t)) \right). \quad (4.21)$$

Daher gilt für die Interaktion von einem Land i in ein Transitland j

$$I_{i,j}(t) = R(r_i(t)) \cdot \tilde{A}(j, t) \cdot F(c_{i,j}(t)). \quad (4.22)$$

Weiter sollen bei einem Transitland sehr hohe abstoßende Werte in die Berechnung der Interaktion eingehen. Weil aber die einzelnen Herkunftsattribute jeweils nur im Intervall $[0, 1]$ liegen, muss die errechnete Herkunftsfunktion $R(r_i(t))$ auch bei einem Transitland, also einem Land mit vergleichsweise hohen abstoßenden Attributen, nicht zwangsläufig sehr nahe bei 1 liegen. Um den hohen abstoßenden Werten eines Transitlandes gerecht zu werden, wird in Abhängigkeit des Wertes der errechneten Herkunftsfunktion $R(r_i(t))$ diese geeignet erhöht. Diese Erhöhung der Herkunftsfunktion soll in mehreren Kategorien erfolgen. Die Herkunftsfunktion $\tilde{R}(r_i(t))$ eines Transitlandes ergibt sich dann zu

$$\tilde{R}(r_i(t)) = \begin{cases} \alpha & \rho \leq R(r_i(t)) \leq \rho_1 \\ \beta & \rho_1 \leq R(r_i(t)) \leq \rho_2 \\ \gamma & \rho_2 \leq R(r_i(t)) \leq \rho_3 \end{cases}. \quad (4.23)$$

Dabei stellen $\alpha, \beta, \gamma, \rho_1, \rho_2$ und ρ_3 zu bestimmende Parameter dar. Diese geben die Schwellen sowie die Erhöhung der Herkunftsfunktion selbst an.

Daher gilt also für die Interaktion von einem Transitland i in ein anderes Land j

$$I_{i,j}(t) = \tilde{R}(r_i(t)) \cdot A(j, t) \cdot F(c_{i,j}(t)). \quad (4.24)$$

Wenn es von einem Land i aus möglich ist direkt in mehrere Länder j_1, \dots, j_s zu migrieren, müssen für eine sinnvolle Darstellung die Attribute dieser verschiedenen potentiellen Zielländer verglichen werden. Es werden dafür zu-

nächst die Interaktionswerte $I_{i,j_1}(t), \dots, I_{i,j_s}(t)$ zu allen direkt möglichen Ländern nach Gleichung 4.11 berechnet, um anschließend summiert zu werden.

$$I_{total(i)}(t) = \sum_{j=j_1}^{j_s} I_{i,j}(t)$$

Mit diesem erhaltenen Wert der gesamten Interaktion $I_{total(i)}(t)$ vom Land i aus kann jetzt der jeweilige Anteil der Interaktion $I_{i,j_1}^*(t), \dots, I_{i,j_s}^*(t)$ zu jedem der direkt möglichen Länder j_1, \dots, j_s berechnet werden.

$$I_{i,j}^*(t) = \frac{I_{i,j}(t)}{I_{total(i)}(t)} \cdot I_{i,j}(t) \text{ für } j = j_1, \dots, j_s \quad (4.25)$$

Es wird also zunächst der Anteil der Interaktion von einem Land zu der gesamten Interaktion berechnet und anschließend wird dieser Anteil mit dem Wert der Interaktion multipliziert. Hier fließen also weiterhin die Attributs- und Separationsfunktionen wie in Gleichung 4.11 ein. Zusätzlich wird bei jedem der direkt möglichen Länder noch der Anteil zur gesamten Interaktion ausgehend von i miteinbezogen.

4.3 Darstellung der Regionen

Nachdem in diesem Kapitel bereits die Anforderungen und Annahmen, sowie die Modellgleichungen selbst ausführlich dargestellt wurden, soll nun eine formale Darstellung der im Modell berücksichtigten Regionen beziehungsweise Länder gefunden werden. Im Abschnitt 2.3 wurde etabliert, dass zur Darstellung dieser Graphen verwendet werden.

Um einen Graphen $G = (V, E)$ nach Definition 4 vollständig bestimmen zu können, muss zunächst die Knotenmenge V und die Kantenmenge E dargestellt werden.

Es werden also die n im Migrationsmodell berücksichtigten Regionen beziehungsweise Länder als Knoten modelliert, womit sich die Knotenmenge wie folgt ergibt.

$$V(G) = \{v_i | i = 1, \dots, n\} \quad (4.26)$$

Hier ist die Reihung der Knoten in Bezug auf die Notation willkürlich und hat somit keine Aussage über die Lage der Länder.

Die Kanten stellen jene Verbindungen zwischen den Ländern dar, über die geographisch Wanderbewegungen möglich sind. Es wird die Kantenmenge bei einer Anzahl von m Kanten definiert.

$$E(G) = \{e_i | i = 1, \dots, m\} \quad (4.27)$$

Da nach Definition 47 des Migrationsmodells eine gerichtete Interaktion betrachtet wird, sind die Migrationsbewegungen von einem in das andere Land gerichtet und somit sind dies auch die Kanten des Graphen. Es handelt sich also um einen gerichteten Graphen nach Definition 4.

Die Kanten beschreiben die eindeutigen Verbindungen zwischen den durch die Knoten dargestellten Ländern, womit jede Kante einen eindeutigen Anfangs- und Endknoten $e_1 = \langle v_1, v_2 \rangle$ besitzt, welche voneinander verschieden sind. Damit sind Mehrfachkanten und Schlingen ausgeschlossen und man spricht nach Definition 5 von einem schlichten Graphen.

Zusammenfassend gilt also die folgende Definition.

Definition 48 (Graph der Bewegung des Migrationsmodells). Bei dem Migrationsmodell erfolgt die Repräsentation der berücksichtigten Länder durch einen schlichten und gerichteten Graphen $G = (V, E)$, der *Graph der Bewegung* genannt wird.

Nach Definition 7 kann man von einem Land v_i nun die Vorgänger und Nachfolger betrachten, welche also die Menge der möglichen vorangehenden oder nachfolgenden Länder beschreibt. Außerdem kann man in diesem Sinne eine Folge von Kanten betrachten, welche die möglichen Migrationsrouten darstellen. Da alle Knoten und Kanten in dem betrachteten Graph der Bewegung voneinander verschieden sind, wird diese Kantenfolge nach Definition 11 auch als Weg bezeichnet. Es kann dadurch beschrieben werden, dass ein Land von einem anderen Land aus erreichbar ist, wenn es einen Weg beziehungsweise eine Route gibt, die diese verbindet.

Die in Definition 12 eingeführte Adjazenzmatrix $A(G) = (a_{ij})_{i,j=1}^n$, welche durch

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 & (v_i, v_j) \in E(G) \text{ bzw. } \langle v_i, v_j \rangle \in E(G) \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} .$$

gegeben ist, beschreibt die adjazenten Knoten und damit genau diese möglichen Wege oder Routen.

Durch diese den Graphen beschreibende Matrix kann eine für das Migrationsmodell relevante Erreichbarkeitsrelation angegeben werden. Nach Satz 4 kann bei einem Weg der Länge k über die k -te Potenz der Adjazanzmatrix

$$C = \sum_{k=0}^{m-1} A(G)^{[k]}.$$

angegeben werden, ob ein Land v_j von einem anderen Land v_i aus erreichbar ist, indem die Positivität des Eintrages $c_{i,j}$ überprüft wird. Diese Relation ist bei der Berechnung der Interaktion zu einem Transitland von großer Bedeutung, da sich hier die Zielfunktion, wie in Gleichung 4.21, aus den Zielfunktionen der von diesem Transitland aus erreichbaren Ländern zusammensetzt.

4.4 Klassifikation des Migrationsmodells

Nachdem in Abschnitt 3.3 und Abschnitt 3.4 das Gravitationsmodell allgemein wie auch Spezifikationen der Herkunft-, Ziel- und Separationsfunktionen eingehend diskutiert wurden, soll das in Abschnitt 4.2 dargestellte Migrationsmodell dahingehend analysiert und eingeordnet werden.

Zunächst ist es hier erforderlich das Migrationsmodell mit dem in Abschnitt 3.2 definiertem Formalismus zu beschreiben.

Es können die für die Beschreibung relevanten Mengen der Akteure I und Möglichkeiten J durch die Darstellung der Regionen über Graphen mittels dessen Eigenschaften beschrieben werden. Da mit dem Modell Migrationsbewegungen aus dem Herkunftsland in und über alle anderen berücksichtigten Länder untersucht werden sollen, ergeben sich diese Mengen nach Definition 7. Wenn im Graph der Bewegung $G = (V, E)$ nun v_1 den Knoten des Herkunftslandes bezeichnet, dann ergibt sich die Menge der Akteure als Knotenmenge und die Menge der Möglichkeiten als die Nachfolger des Knoten v_1 .

$$I = V(G) \tag{4.28}$$

$$J = \Gamma^+(v) = \{w \in V(G) | \langle v_1, w \rangle \in E(G)\} \tag{4.29}$$

Unter diesen Gegebenheiten kann man nun die Menge der möglichen Interaktionsereignisse Ω zwischen I und J betrachten. Wie in Definition 47 angegeben, beschreibt die Interaktion im Migrationsmodell den Anteil der

MigrantInnen, die sich von einem Knoten v_i zu einem anderen Knoten v_j bewegen. Es wird also die Interaktion immer über Kanten des Graphen betrachtet. Daher kann die Menge der möglichen Interaktionsereignisse als die Menge der Kanten aufgefasst werden.

$$\Omega = E(G) \quad (4.30)$$

Darüber kann man weiter die Interaktionsmuster und über die Liste der Herkunfts- und Zielattribute schließlich das räumliche Interaktionsmuster beschreiben. Nach Definition 24 ergibt sich das Interaktionsmuster zu

$$\omega(t) = (\omega_l(t) : l = 1, \dots, \mu) \subseteq E(G), \quad (4.31)$$

wobei jedes Interaktionsmuster $\omega(t)$ hier eine Liste von μ möglichen Interaktionsereignissen beschreibt, die parallel stattfinden können. Im Falle des Migrationsmodells allerdings wird die Interaktion immer über eine Kante des Graphen der Bewegung betrachtet und daher immer nur eine gerichtete Interaktion von einem Land $v_i \in I$ in ein anderes Land $v_j \in J$ gesondert betrachtet. Auch wenn es in einem Zeitschritt die Möglichkeit gibt sich von einem Land v_i in mehrere Länder v_{j_1}, \dots, v_{j_s} zu bewegen, wird jede von diesen Interaktionen, wie in Gleichung 4.25 beschrieben, einzeln betrachtet. Daher gilt $\mu = 1$ und das Interaktionsmuster $\omega(t) \in E(G)$ stellt also eine mögliche Interaktion dar. Da hier, wie in Gleichung 4.2 erläutert, die beschreibenden Funktionen zeitabhängig angesetzt werden, ergibt sich auch die Interaktion selbst als eine zeitabhängige Funktion, was wiederum zu Folge hat, dass das Interaktionsereignis von dem betrachteten Zeitpunkt abhängt.

Über die in Gleichung 4.3 dargestellten Listen der zeitabhängigen Herkunfts- und Zielattribute bei einem Interaktionsereignis kann wie in Definition 26 das räumliche Interaktionsmuster angegeben werden.

$$s(t) = s(\omega(t)) = [(r_i(t))_n, (a_j(t))_m] | n = 1, \dots, N \text{ und } m = 1, \dots, M] \quad (4.32)$$

Hier fließen in ein Interaktionsmuster, welches eine Interaktion von v_i nach v_j beschreibt, die N Herkunftsattribute in v_i und die M Zielattribute in v_j ein.

Nach Definition 26 ergibt sich des Weiteren der zu Grunde liegende Ereignisraum

$$S = \{s(\omega(t)) : \omega(t) \in \Omega\}. \quad (4.33)$$

Ferner wird die Interaktion auch maßgeblich von der zu Grunde liegenden Separationskonfiguration bestimmt. Für K zeitabhängige Separationsattribute $(c_{i,j}(t))_k$, welche die Separation zwischen i und j beschreiben, ergibt sich das (i, j) -Separationsprofil wie in Gleichung 4.4 zu

$$c_{i,j}(t) = ((c_{i,j}(t))_k | k = 1, \dots, K). \quad (4.34)$$

Die Gesamtheit aller (i, j) -Separationsprofile beschreibt dann nach Definition 22 die Separationskonfiguration

$$c(t) = (c_{i,j}(t) : i \in I, j \in J). \quad (4.35)$$

Darüber kann nun, wie in Definition 23, die Separationsklasse angegeben werden, welche für die Klassifizierung der Modelle erforderlich ist.

$$C = \{c(t) : c_{i,j}(t) = ((c_{i,j}(t))_k : [0, T] \rightarrow [1, \infty) : |k = 1, \dots, K), i \in I, j \in J\} \quad (4.36)$$

Unter diesen Gegebenheiten kann nun die Musterwahrscheinlichkeit $P_{c(t)}$ betrachtet werden. Diese ergibt sich als Wahrscheinlichkeit $P_{c(t)}(s(t))$ für die Höhe der Interaktion zwischen v_i und v_j unter der Separationskonfiguration $c(t)$ und dem Interaktionsmuster $s(t)$ zum Zeitpunkt t .

Unter den Regularitätsbedingungen der Positivität, der Symmetrie und der Stetigkeit kann der räumliche Interaktionsprozess beschrieben werden. Dabei ist die Musterwahrscheinlichkeit deswegen immer positiv, weil sie über die Höhe der Interaktion, wie in Definition 47, angegeben wird. Diese ist positiv, weil die jeweiligen Herkunfts- und Zielfunktionen positiv sind, was in Gleichung 4.14 und Gleichung 4.15 dargelegt wurde. Da immer nur ein individuelles Interaktionsereignis betrachtet wird und hier die Reihung bei der Notation der Herkunft- und Zielattribute willkürlich ist, also keinen Bezug zu dem Einfluss der Attribute hat, ist auch die Symmetrie gegeben. Zu guter Letzt ist auch die Bedingung der Stetigkeit erfüllt, da die Funktion $F(c_{i,j}(t))$, wie sie in Gleichung 4.9 gegeben ist, eine stetige Funktion darstellt. Weil gefordert wurde, dass die Separationswerte je in $[1, \infty)$ liegen, ist die Unstetigkeitsstelle 0 hier ausgeschlossen.

Daher kann nun nach Definition 27 die Familie von Wahrscheinlichkeitsfunktionen $P = \{P_{c(t)} : c(t) \in C\}$ über dem Ereignisraum S räumlicher Interaktionsprozess genannt werden.

Ähnlich wie in Abschnitt 3.2 wird der Anteil, welcher durch die (i, j) -Interaktionen beschrieben wird, zum Zeitpunkt t für das räumliche Interaktionsmuster $s(t)$ als (i, j) -Interaktionsanteil $N_{i,j}(s(t))$ bezeichnet. Da die Interaktion im Migrationsmodell keine absolute Häufigkeit, sondern eben den

Anteil von MigrantInnen angibt, der weiter migriert, wird hier in der Notation das Wort Anteil anstelle von Häufigkeit benutzt. Man kann aber analog zu der Vorgehensweise in Abschnitt 3.2 über diese Anteile eine Zufallsvariable definieren, dessen Verteilung für die Separationskonfiguration $c(t)$ und die Zahlen $n_{i,j}(t) \in [0, 1]$ über die folgende Funktion gegeben ist.

$$P_{c(t)}(n_{i,j}(t)) = P_{c(t)}(N_{i,j}(t) = n_{i,j}(t)) = \sum_{s(t) \in S(n_{i,j}(t))} P_{c(t)}(s(t)). \quad (4.37)$$

Der zugehörige *mittlere Interaktionsanteil* ist dann gegeben durch

$$E_{c(t)}(N_{i,j}(t)) = \sum_{s(t) \in S} N_{i,j}(s(t)) \cdot P_{c(t)}(s(t)) = \sum_{n_{i,j}(t)} n_{i,j}(t) \cdot P_{c(t)}(n_{i,j}(t)). \quad (4.38)$$

Nachdem der in Abschnitt 3.2 dargestellte grundlegende Formalismus auf das Migrationsmodell aus Abschnitt 4.2 umgelegt wurde, kann dieses nun in Bezug auf die Spezifikationen in Abschnitt 3.3 eingeordnet werden.

In der Definition 28 des allgemeinen Gravitationsmodells wird zunächst gefordert, dass die Attributsfunktionen A_c und B_c für jede Separationskonfiguration $c(t) \in C$ positiv sind. Hier nimmt die Herkunftsfunktion aus Gleichung 4.5

$$R(r_i(t)) = \sum_{n=1}^N (w_r)_n \cdot (r_i(t))_n$$

und auch die Zielfunktion aus Gleichung 4.6

$$A(a_j(t)) = \sum_{m=1}^M (w_a)_m \cdot (a_j(t))_m$$

durch die Einschränkung der Attribute in Gleichung 4.12 und Gleichung 4.13, immer nur Werte in $(0, 1]$ an. Weil im Migrationsmodell die Interaktion nach Definition 47 die Form

$$I_{i,j}(t) = R(r_i(t)) \cdot A(a_j(t)) \cdot F(c_{i,j}(t))$$

hat, ist auch der in Gleichung 4.38 gegebene mittlere Interaktionsanteil in dieser Form darzustellen. Damit kann man das Migrationsmodell also in die Klasse der allgemeinen Gravitationsmodelle einordnen.

Des Weiteren stellt die Separationsfunktion aus Gleichung 4.9

$$F(c_{i,j}(t)) = \frac{1}{\left(\sum_{k=1}^K (w_c)_k \cdot (c_{i,j}(t))_k\right)^2}$$

eine monoton fallende Funktion dar, weshalb man nach Definition 29 von einem monotonen Gravitationsmodell spricht.

Zusätzlich hängt bei einer Betrachtung der Interaktion von v_i nach v_j die Separationsfunktion F lediglich von dem (i, j) -Separationsprofil $c_{i,j}(t)$ und nicht von der Separationskonfiguration $c(t)$ ab. Damit handelt es sich nach Definition 30 um ein separationsinvariantes Gravitationsmodell.

Auch die Herkunfts- und Zielfunktion aus Gleichung 4.5 und Gleichung 4.6 sind von der zu Grunde liegenden Separationskonfiguration c unabhängig. Dies legt die Vermutung nahe, dass es sich nach Definition 36 um ein invariantes Gravitationsmodell handelt. Jedoch werden im Falle eines Transitlandes zur Berechnung der Zielfunktion, wie in Gleichung 4.21 beschrieben, außer dem Wert des (i, j) -Separationsprofil $c_{i,j}(t)$ selbst auch andere Werte der Separationskonfiguration $c(t)$ benötigt. Damit ist die Zielfunktion bei Transitländern nicht von der Separationskonfiguration unabhängig. Jedoch gilt diese Unabhängigkeit im Bezug auf die Herkunftsfunktion, womit es sich nach Definition 32 um ein herkunfts- und separationsinvariantes Gravitationsmodell handelt.

Zusammenfassend kann damit also das in Abschnitt 4.2 dargelegte Migrationsmodell in die Klasse der monotonen herkunfts- und separationsinvarianten Gravitationsmodelle eingeordnet werden.

Überdies kann die Form des Migrationsmodells auch in Bezug auf die in Abschnitt 3.4 dargestellten Spezifikationen der Attributs- und Separationsfunktionen analysiert werden.

Bei den Herkunfts- und Zielfunktionen kann eine Parallele zu den Kombinationskraftfunktionen

$$A(i) = \prod_{v \in V} (x_{iv})^{r_v} \text{ und } B(j) = \prod_{w \in W} (z_{iw})^{s_w}$$

aus Definition 40 erkannt werden. Es werden die verschiedenen Attribute hier multipliziert und je durch Potenzierung mit einem Parameter gewichtet. Die-

se Gewichtung durch Potenzierung unterscheidet aber diesen Typ von Funktionen und die im Migrationsmodell verwendeten Attributsfunktionen. Außerdem werden bei den Kombinationskraftfunktionen alle Attribute in i in Bezug auf alle Möglichkeiten $j \in J$ betrachtet. Bei den in Gleichung 4.5 beziehungsweise in Gleichung 4.6 dargestellten Funktionen werden unabhängig von dem möglichen Ziel beziehungsweise der möglichen Herkunft je nur die in v_i beziehungsweise v_j spezifischen Attribute betrachtet.

Bei der Separationsfunktion sind Ähnlichkeiten zu der in Definition 45 eingeführten multivariaten Kraftseparationsfunktion

$$F(c_{i,j}) = \prod_{k=1}^K (c_{i,j})_k^{-\theta_k}$$

gegeben. In dieser Funktion werden ebenso die verschiedenen Separationsattribute multipliziert und durch Potenzierung mit Sensitivitätsparametern gewichtet. Hier unterscheiden sich die Funktionen also wieder durch die Art der Gewichtung.

4.5 Analyse verschiedener Graphenstrukturen

Die Darstellung der im Modell berücksichtigten Regionen erfolgt, wie in Definition 48 dargelegt, über einen schlichten, gerichteten und stark zusammenhängenden Graphen. Bei dieser allgemeinen Definition ist es weiterführend von Interesse das Verhalten des Modells bei spezifischeren Formen von Graphen zu untersuchen. Es wird also das Verhalten des Migrationsmodells bei unterschiedlichen Graphenstrukturen untersucht. Außerdem werden hier auch verschiedene Szenarien von Herkunfts- und Zielattributen simuliert und daraus folgend deren Auswirkungen bei gewissen Typen von Graphen analysiert. Diese Untersuchungen stellen für das Verständnis des Modellverhaltens und damit auch für die Modellierung konkreter Migrationsbewegungen einen wichtigen Ausgangspunkt dar.

Für diese Simulationen werden die Modellgleichungen wie in Abschnitt 4.2 implementiert und auf verschiedene Graphen angewendet. Weil bei dieser Analyse das Verhalten des Modells im Vordergrund steht und die Heterogenität der verschiedenen Attribute keine Rolle spielt, wird hier je nur ein konstantes Herkunftsattribut r_i und ein konstantes Zielattribut a_j pro Region betrachtet. Es ergeben sich daher bei diesen Untersuchungen die Herkunftsfunktion $R(r_i)$ und die Zielfunktion $A(a_j)$ zu

$$R(r_i) = r_i$$

und zu

$$A(a_j) = a_j.$$

Gleichsam wird auch zwischen zwei Regionen nur ein Separationsattribut $c_{i,j}$ betrachtet. Die Separationsfunktion $F(c_{i,j}(t))$ ergibt sich daher folgendermaßen.

$$F(c_{i,j}) = \frac{1}{(c_{i,j})^2}$$

Für die Attribute und Funktionen selbst gelten alle in Abschnitt 4.2 geforderten Eigenschaften. Es ergibt sich damit für die Untersuchung der Graphenstruktur die vereinfachte Gleichung der Interaktion zu

$$I_{i,j}(t) = \frac{r_i \cdot a_j}{(c_{i,j})^2}.$$

Der Anteil der MigrantInnen $M_{i,j}$, die sich zum Zeitpunkt t von der Region v_i in die Region v_j bewegen, ergibt sich weiterhin aus

$$M_{i,j}(t) = I_{i,j}(t) \cdot M_i(t).$$

Weiter wird eine Region bei einer Herkunftsfunktion $R(r_i)$, die den Wert von $\rho = 0.8$ überschreitet, als Transitregion angesehen und wie in Abschnitt 4.2 beschrieben behandelt. Der Einfachheit halber wird hier die Herkunftsfunktion bei Transitländern auf den Wert $\alpha = 0.95$ erhöht. Bei den folgenden Simulationen wird ein Simulationszeitraum von 30 Zeitschritten betrachtet. Pro Zeitschritt werden im Modell 100 EmigrantInnen aus der Herkunftsregion angenommen.

Zunächst wird hier ein Graph untersucht, der aus einem Weg, also nach Definition 11 aus einer gerichteten Kantenfolge besteht, deren Knoten alle von einander verschieden sind. Genauer wird hier der Weg der Länge 5 mit der Knotenmenge $V = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$ betrachtet. Dieser Testgraph 1 ist in Abbildung 4.1 dargestellt. Es stellt hier v_1 die Herkunftsregion dar und der Graph der Bewegung ermöglicht die Migration über v_2, v_3 und v_4 bis zu v_5 .

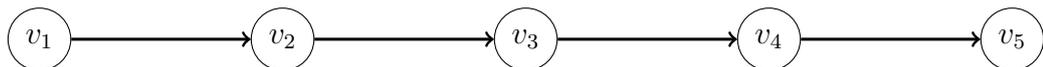


Abbildung 4.1: Testgraph 1 zur Untersuchung des Modellverhaltens

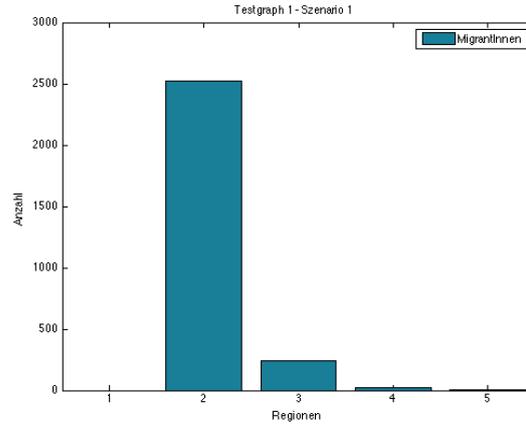


Abbildung 4.2: Simulationsergebnis des Szenario 1 für den Testgraphen 1

Im Szenario 1 werden alle Herkunftsattribute auf den geringen Wert

$$r_2, r_3 = r_4 = r_5 = 0.1$$

und alle relevanten Zielattribute auf den höchsten Wert

$$a_2 = a_3 = a_4 = a_5 = 1$$

gesetzt. Es ist in Abbildung 4.2 zu erkennen, dass sich bei diesem Attributprofil der Großteil der MigrantInnen, laut dem Modell, in die geographisch nächste Region v_2 bewegt. In den auf diesem Weg oder dieser Route dahinter liegenden Regionen v_3 , v_4 und v_5 befinden sich nach dem Modell trotz hoher Zielattribute vergleichsweise wenig MigrantInnen. Dies ist modelltheoretisch darin zu begründen, dass die Herkunftsattribute zu gering sind und damit die Interaktion und der Migrationsanteil einen geringen Wert beträgt.

Im Szenario 2 wird nun das Herkunftsattribut in v_2 erhöht

$$r_2 = 0.8 \text{ und } r_3 = r_4 = r_5 = 0.1$$

und die Werte der Zielattribute wie in Szenario 1 beibehalten.

$$a_2 = a_3 = a_4 = a_5 = 1.$$

Aus Abbildung 4.3 geht hervor, dass die Herkunftsattribute ebenso eine wesentliche Rolle spielen. Aufgrund der hohen Herkunftsfunktion der Region v_2

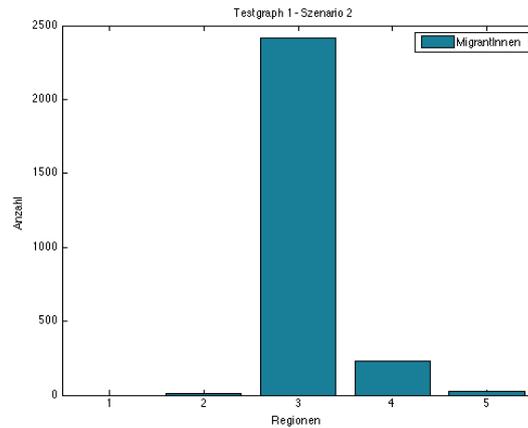


Abbildung 4.3: Simulationsergebnis des Szenario 2 für den Testgraphen 1

verschiebt sich die Verteilung des ersten Szenarios um einen Knoten.

Weiter werden im Szenario 3 die unterschiedlichen anziehenden Zielattribute betrachtet

$$a_2 = a_3 = a_4 = 0.1 \text{ und } a_5 = 1.$$

Auf Grundlage der Ergebnisse des Szenario 2 werden die abstoßenden Herkunftsattribute in v_2 , v_3 und v_4 höher angesetzt.

$$r_2 = r_3 = r_4 = 0.8.$$

In Abbildung 4.4 ist zu erkennen, dass sich bei hohen abstoßenden und geringen anziehenden Werten die MigrantInnen über den dargestellten Weg bis zu einer Region mit hoher Anziehung bewegen.

Im Szenario 4 werden die Auswirkung von sehr hohen separierenden Werten bei der Struktur des Testgraphes 1 untersucht. Dafür wird das Separationsattribut $c_{3,4} = 100$ auf einen hohen Wert gesetzt. Dies hat zur Folge, dass die Interaktion zwischen den Knoten v_3 und v_4 sehr stark gedämpft wird und die Migrationsbewegungen nach v_4 unmöglich macht. Der Struktur des Graphen hat hier zur Folge, dass damit auch die Bewegung in alle nachfolgenden Regionen unmöglich wird.

Als Testgraph 2 soll nun eine Form von einem gerichteter Wurzelbaum betrachtet werden, welcher in Definition 18 eingeführt wurde. Es wird also ein stark zusammenhängender gerichteter Graph ohne Zyklen zur Untersuchung

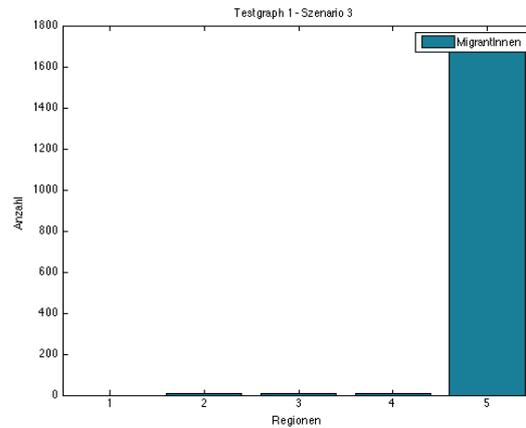


Abbildung 4.4: Simulationsergebnis des Szenario 3 für den Testgraphen 1

herangezogen. Als spezielle Form eines gerichteten Baumes wird ein sternförmiger Graph, der neben der Wurzel v_1 lediglich Blätter besitzt, betrachtet. Es werden wieder fünf Knoten betrachtet, wodurch sich die Knotenmenge zu $V = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$ ergibt. Als Herkunftsregion und somit als Wurzel des Graphen wird v_1 betrachtet und davon ausgehend ergeben sich hier Kanten zu den Blättern v_2, v_3 und v_4 . Hier wird, wie in Abschnitt 4.2 beschrieben, bei der Möglichkeit von einer Region in mehrere andere zu migrieren der Anteil der jeweiligen Interaktion zu der gesamten von diesem Land ausgehenden Interaktion miteinbezogen.

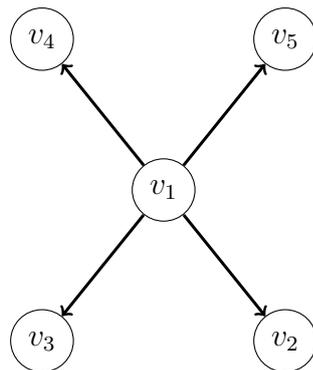


Abbildung 4.5: Testgraph 2 zur Untersuchung des Modellverhaltens

Zunächst wird als Szenario 5 untersucht, wie sich das Modell bei dieser Struk-

tur verhält, wenn die verschiedenen potentiellen Zielländer v_2, v_3, v_4 und v_5 unterschiedlich hohe anziehende Zielfunktionen

$$a_2 = 0.2, a_3 = 0.3, a_4 = 0.4 \text{ und } a_5 = 0.5$$

besitzen. Durch die Struktur des Graphen spielen die Herkunftsfunktionen

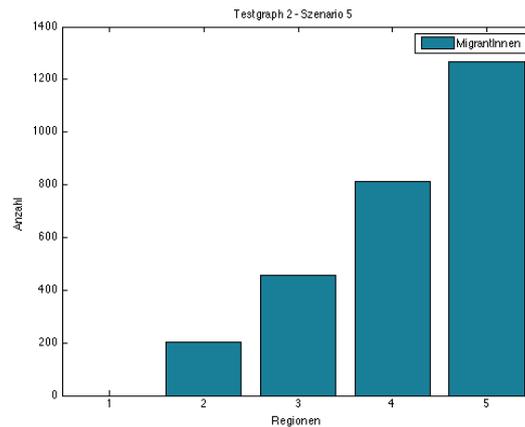


Abbildung 4.6: Simulationsergebnis des Szenario 5 für den Testgraphen 2

keine Rolle, da in der Herkunftsregion das abstoßende Herkunftsattribut $r_1 = 1$ betrachtet wird und sich davon ausgehend die Interaktion in Abhängigkeit der Höhe der Zielfunktionen der umliegenden Regionen ergibt. Es ist in Abbildung 4.6 zu erkennen, dass sich der Anteil der MigrantInnen der unterschiedlich hohen Anziehung entsprechend auf die Regionen v_2, v_3, v_4 und v_5 aufteilt.

Im Szenario 6 wird in allen Knoten die gleiche anziehende Zielfunktion betrachtet, was auch eine gleiche Verteilung der MigrantInnen auf die Zielregionen zur Folge hat. Weiter ist hier zu betonen, dass der Anteil der MigrantInnen, die sich aus dem Herkunftsland in die umliegenden Länder bewegen, von der Höhe der Zielfunktionen abhängt. Bei höherer Anziehung der umliegenden Regionen verlassen auch mehr MigrantInnen die Herkunftsregion.

Außerdem wird die Auswirkung der Separationsfunktion bei diesem sternförmigen Graphen betrachtet. Im Szenario 7 wird in allen Regionen die gleiche Zielfunktion

$$a_2 = a_3 = a_4 = a_5 = 0.2$$

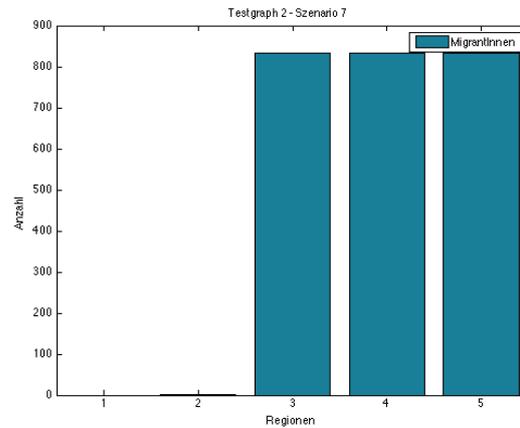


Abbildung 4.7: Simulationsergebnis des Szenario 7 für den Testgraphen 2

und zusätzlich ein hoher Separationsattribut $c(1, 2) = 100$ betrachtet. Dies hat erwartungsgemäß zur Folge, dass es nicht mehr möglich ist nach v_2 zu migrieren und der Migrationsanteil in den Regionen v_3, v_4 und v_5 sich dementsprechend erhöht, was in Abbildung 4.7 ersichtlich ist.

Es wird im Weiteren noch die Struktur eines gerichteten Wurzelbaumes untersucht, wofür die Knotenmenge $V = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7, v_8\}$ in der in Abbildung 4.8 dargestellten Form betrachtet wird.

Zunächst werden als Szenario 8 niedrige abstoßende Herkunftsattribute

$$r_2 = r_3 = r_4 = r_5 = 0.1$$

und hohe anziehende Attribute

$$a_2 = a_3 = a_4 = a_5 = a_6 = a_7 = a_8 = 1$$

betrachtet. Wie auch schon die Untersuchungen des Testgraphen 1 gezeigt haben, bewirkt die niedrige abstoßende Wirkung auch bei hohen anziehenden Werten, dass die MigrantInnen sich nur aus der Herkunftsregion aber nicht weiter im Graph bewegen. Dies ist auch bei der Baumstruktur der Fall und ist aus Abbildung 4.9 ersichtlich.

Wenn man als weiteres Szenario 9 hier die anziehende Wirkung der Knoten v_2, v_3 und v_4 auf den Wert 0.2 verringert und nur die Zielattribute in den Endknoten v_5, v_6, v_7 und v_8 auf dem höchsten Wert 1 belässt, ergibt sich ein

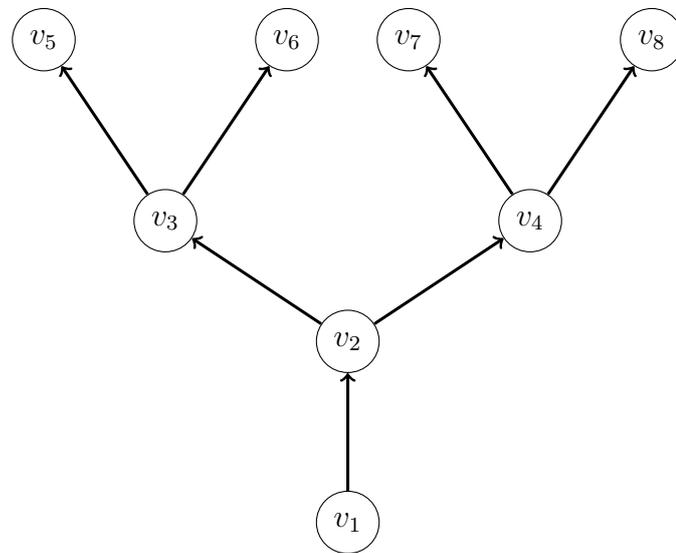


Abbildung 4.8: Testgraph 3 zur Untersuchung des Modellverhaltens

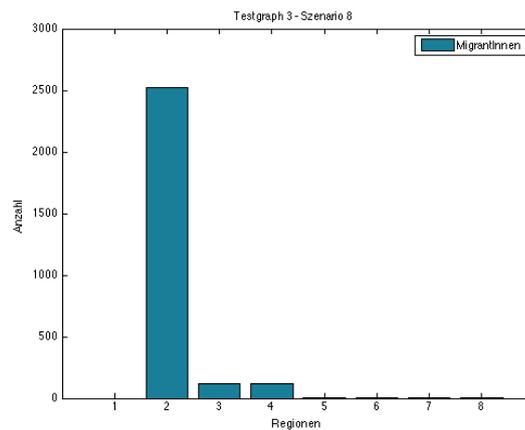


Abbildung 4.9: Simulationsergebnis des Szenario 8 für den Testgraphen 3

ähnliches Bild. Die niedrige abstoßende Wirkung hat also auch bei sehr anziehenden nachfolgenden Regionen den Effekt, dass die Migrationsbewegungen gedämpft werden.

Weitere Untersuchungen zeigen, dass sich ähnlich wie bei dem Testgraph 1 der Anteil der Migrantinnen über Kanten mit hohen Herkunftsattributen bis zu einem Knoten mit einer geringen Herkunftsfunktion verschiebt. Die

Untersuchungen des Testgraphen 2 haben außerdem gezeigt, dass bei der Möglichkeit von einer Region in mehrere andere zu migrieren der Migrationsanteil bei gleich hohen Zielfunktionen gleich ist und sich gemäß der Höhe der Zielfunktionen ergibt. Dies ist auch bei dem Testgraph 3 ersichtlich, wo eine Verteilung auf mehrere Knoten bei v_2, v_3 und v_4 möglich ist.

Im Szenario 10 wird weiter die Auswirkung der Separationsattribute bei dieser Graphenstruktur untersucht. Dafür werden alle Herkunftsattribute außer jener im Knoten v_2 auf einen geringen Wert

$$r_3 = r_4 = r_5 = 0.1 \text{ und } r_2 = 0.8$$

gesetzt und die anziehenden Attribute in allen Knoten gleich hoch

$$a_2 = a_3 = a_4 = a_5 = a_6 = a_7 = a_8 = 1$$

angenommen. Zusätzlich wird der Separationsattribut $c(2, 3) = 100$ sehr hoch angesetzt. Hier wird also wieder die Migration nach v_3 unmöglich und in Folge auch in alle v_3 nachfolgenden Regionen. Durch die hohe Herkunftsfunktion in v_2 wird dort die Migrationsbewegung fortgesetzt und breitet sich über v_4 auch nach v_7 und v_8 aus, was aus Abbildung 4.10 hervorgeht.

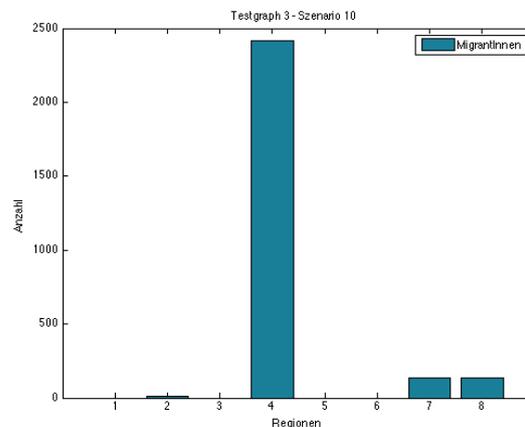


Abbildung 4.10: Simulationsergebnis des Szenario 10 für den Testgraphen 3

Es hat sich also bei der Untersuchung der verschiedenen Graphenstrukturen gezeigt, dass die abstoßende Herkunftsfunktion eine wesentliche Rolle spielt, da von ihr abhängt, ob ein Land als Transitland betrachtet wird. Allein hohe anziehende Werte bewirken nicht zwangsläufig hohe Immigration, diese

ergibt sich aus dem Zusammenspiel von Herkunfts- und Zielfunktion. Gleichzeitig setzen sich die Bewegungen über Knoten mit hohen abstoßenden und niedrigen anziehenden Werten bis zu einer Region mit hohen anziehenden Zielattributen fort. Dies ist ein im Modellierungsprozesses beabsichtigtes Verhalten. Die Untersuchungen des sternförmigen Wurzelbaumes haben gezeigt, dass sich das Modell bei der Migration von einer Region in mehrere andere Regionen erwartungsgemäß verhält. Die Bewegung ist hier in die Regionen mit hoher Anziehung größer und dementsprechend in Regionen mit geringer Zielfunktion kleiner. Ein hohes Separationsattribut, welches die Migration in eine Region sehr stark dämpft, bewirkt in den anderen Regionen einen höheren Migrationsanteil. Auch im Testgraph 3 ist dieses Verhalten zu erkennen. Wenn hier die Interaktion zu einem Ast des Baumes durch einen hohen Separationswert sehr stark gedämpft wird, erhöht sich der Migrationsanteil im anderen Ast.

4.6 Charakterisierung des Migrationsmodells

Mit dem Migrationsmodell wird soziales Verhalten modelliert, dabei ist es wesentlich zu diskutieren, dass die Abbildung der Komplexität menschlicher Verhaltensweisen eine große Herausforderung darstellt. Theorien zur Beschreibung eben dieser Verhaltensweisen können meist nur gewisse Aspekte der Bandbreite der Komplexität abdecken und fokussieren sich, abhängig von der Fragestellung, auf verschiedene Gesichtspunkte. Im Folgenden soll charakterisiert werden, wie hier das dargestellte Migrationsmodell einzuordnen ist, welche Phänomene durch dieses Modell abgebildet werden können und wo hier die Grenzen liegen.

Wie in Abschnitt 4.4 beschrieben ist das Migrationsmodell in die allgemeine Klasse der Gravitationsmodelle einzuordnen. Es hat sich empirisch gezeigt, dass Gravitationsmodelle erfolgreich makrotheoretische Muster räumlicher Interaktionen beschreiben, also Interaktionsmuster ganzer Populationen (vgl. [21, S.16]). Beispielsweise hat sich bei der Modellierung des Konsumverhaltens mit Gravitationsmodellen gezeigt, dass die Häufigkeiten von Konsumvorgängen zwischen Herkunfts- und Zielregionen Regelmäßigkeiten aufweisen, die mit Gravitationsmodellen gut beschrieben werden können. Andererseits scheitern genau diese Modelle bei der Beschreibung von individuellem Konsumverhalten. Es werden zwar auch einige Beispiele für Gravitationsmodelle angeführt, die individuelles Verhalten modellieren, wobei diese aber wenig empirische Erfolge zeigen (vgl. [21, S.16f]). Das ist unter anderem darin zu begründen, dass individuelle Entscheidungsprozesse oft von einer großen

Zahl verschiedener einfließender Faktoren abhängen, die sich eben auf das zu modellierende Individuum beziehen. Das heißt aber nicht, dass Individuen spezifische Informationen auf dem Makrolevel keine Bedeutung haben. Aufbauend auf einem mikrotheoretischen Modell, das bestimmte individuelle Verhaltensweisen gut beschreibt, kann man natürlich auch ein makrotheoretisches Modell gründen. Umgekehrt ist dies allerdings schwierig. Es liegt hier also der Vorteil darin, dass mit möglichst wenig benötigter Information ein Modell entwickelt werden kann, welches die abzubildenden Verhaltensweisen hinreichend gut beschreibt. Dies stellt eine Qualität dar, denn die einfachst mögliche Erklärung für einen Sachverhalt, also jene, die möglichst wenig Hypothesen und Variablen enthält, ist zu bevorzugen. Natürlich hat damit das Migrationsmodell auch seine Grenzen. Durch diese makrotheoretische Vorgehensweise ist es oft sinnvoll Migrationsbewegungen großer Populationen zu modellieren. Individuelle Entscheidungen oder Verhaltensweisen sind mit diesem Ansatz nicht passend zu beschreiben. Die Fragestellung, an die sich dieser Modellierungsansatz richtet, ist also die Abbildung von Migrationsverhalten auf Aggregatebene, also auf Basis ganzer Populationen. Außerdem können gut strukturelle Veränderungen und deren Auswirkungen auf das System sowie die Effekte der das Migrationsverhalten beeinflussenden Attributfunktionen untersucht werden.

Ein weiterer wichtiger Gesichtspunkt bei der Charakterisierung des Migrationsmodells ist der Umgang des Modells mit Zeit. Historisch ist der Modellansatz des Gravitationsmodells oft gewählt worden um stationäre Muster über Perioden zu beschreiben, in denen keine große strukturelle Veränderung passiert (vgl. [21, S.17]). Auch bei dem Migrationsmodell werden stationäre Muster betrachtet. Wenn Änderungen abgebildet werden, beschreiben diese einen Wechsel von einem stationären Zustand in einen anderen. Bei der dynamischen Anwendung ist es trotzdem so, dass das System nur zu diskreten Zeitpunkten betrachtet wird und Zustandsänderungen dann also von einem Zeitschritt zum nächsten, also sehr schnell, passieren, sodass die Interaktionsmuster immer einen stationären Zustand behandeln.

Es ist außerdem für die Charakterisierung der Methodik von Bedeutung zu diskutieren, ob es sich um ein deterministisches oder ein probabilistisches Modell handelt. Wie in Abschnitt 4.2 dargelegt wird als Interaktion das Migrationsverhalten eines Anteils einer Populationsgruppe modelliert. Das Modell liefert also keine genaue Anzahl von MigrantInnen in bestimmten Ländern, sondern bildet qualitativ die Verteilung von Populationen auf verschiedene Regionen ab. Dafür sei noch einmal erwähnt, dass das Modell ein Ansatz zur Beschreibung von Migrationsverhalten ist und sich damit die

Aufgabe der Analyse von sozialen Verhaltensweisen stellt. Die Analyse eines derart komplexen Systems wie das der sozialen Verhaltensweisen und Entscheidungsfindung beinhaltet eine Vielzahl von einfließenden Motiven, die nicht alle berücksichtigt werden können, was automatisch zu einer probabilistischen Modellformulierung führt.

Es handelt sich bei dem Migrationsmodell um einen makrotheoretischen Ansatz zur Beschreibung von räumlichem Interaktionsverhalten auf Basis ganzer Populationen. Es können damit stationäre Muster und auch bestimmte Zustandsänderungen des Systems modelliert werden. Das Modell eignet sich um Migrationsbewegungen qualitativ zu beschreiben und handelt sich probabilistischen Ansatz.

Kapitel 5

Anwendung des Migrationsmodells

Das in Kapitel 4 entwickelte Migrationsmodell soll nun appliziert werden, um auch dahingehend die Möglichkeiten und Grenzen zu beleuchten und es generell in Bezug auf seine Anwendbarkeit zu untersuchen. Es wird im folgenden Kapitel zunächst die darzustellende Situation selbst sowie die Datenlage dargestellt. Weiter wird die zur Grunde liegende Graph der Bewegung abgebildet, sowie die das Migrationsverhalten bestimmenden Attributsfunktionen und die damit verbundenen Annahmen diskutiert. Die Simulationsergebnisse werden den verwendeten Daten gegenübergestellt und darauf aufbauend wird das Verhalten des Modells analysiert. Weiter wird zur vergleichenden Analyse ein zweites Szenario implementiert und damit die Anwendbarkeit des parametrisierten Modells in Bezug auf die zu Grunde liegenden Situationen beleuchtet.

5.1 Die abzubildene Situation

Das Flüchtlingshochkommissariat der Vereinten Nationen UNHCR gibt in seinem jährlichen Report an, dass weltweit die Anzahl der gewaltsam vertriebenen Menschen im Jahr 2015 den höchsten von ihnen aufgezeichneten Wert von 65,3 Millionen Menschen erreicht hat. Mehr als die Hälfte, genauer 54% dieser Personen, kamen im letzten Jahr aus drei Herkunftsländern, und zwar aus Syrien, aus Afghanistan und aus Somalia (vgl. [9, S.2f]). Der Generalsekretär der Vereinten Nationen Ban Ki-moon sprach in diesem Zusammenhang von der größten Vertreibungs- und Flüchtlingskrise unserer Zeit (vgl. [23]).

Vom UNHCR veröffentlichte Daten belegen, dass ein großer Teil der MigrantenInnen in deren Nachbarländern Schutz finden. [9, S. 21] Im Jahr 2015 haben trotzdem eine hohe Anzahl von Personen, mehr als eine Million Menschen, das Mittelmeer überquert um Zuflucht in Europa zu suchen (vgl. [9, S.32]). Die internationalen Migrationsbewegungen vom Nahen Osten nach und innerhalb Europas im Zuge dieser sogenannten Flüchtlingskrise, sind zweifellos eine der bedeutsamsten Ereignisse auf diesem Gebiet in Europa. Wie auch die Europäische Kommission selbst bekennt stellt die hohe Zahl an Flüchtlingen eine Herausforderung für die Europäische Union dar (vgl. [6]). Die Auswirkungen solcher Ereignisse sind also weitreichend und beeinflussen politisches Geschehen von Entscheidung in Bezug auf Integrationsmaßnahmen bis hin zu weltpolitischen Beziehungen. Die Migrationsforschung, bei der die Modellbildung und Simulation eine wesentliche Rolle spielt, ist hier von großer Bedeutung für die Analyse dieses internationalen Migrationsverhaltens. Es können damit nicht nur Migrationsbewegungen selbst abgebildet, sondern auch eingehend untersucht werden. Außerdem können die einfließenden Parameter analysiert und Auswirkungen möglicher Änderungen simuliert werden. Des Weiteren können Prognosen gestützt auf validierte Modelle erstellt werden, welche wiederum Grundlagen für politische Maßnahmen und Entscheidungsprozesse sein können.

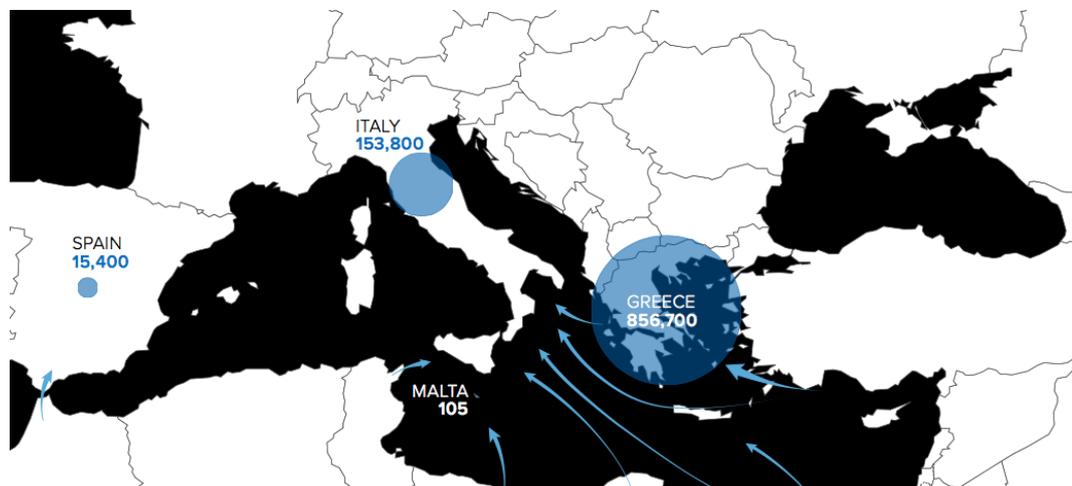


Abbildung 5.1: Schematische Abbildung der Migrationsrouten nach Europa aus [9, S. 33]

Die Migrationsbewegungen im Zuge dieser Flüchtlingskrise charakterisieren in mehreren Hinsichten ein relevantes Ereignis, welches im Zuge der An-

wendung des dargestellten Migrationsmodells untersucht werden soll. Laut UNHCR kamen im Jahr 2015 über eine Million Menschen über den Seeweg nach Europa. Dabei sind die verschiedenen Routen nach Europa sowie deren Frequentierung im Jahr 2015 schematisch in Abbildung 5.1 dargestellt. Hier stellt die sogenannte östliche Mittelmeerroute die Hauptroute dar, über die, wie in Abbildung 5.1 ersichtlich, mehr als 850 000 Personen im letzten Jahr in die Europäische Union kamen. Laut der europäischen Grenzschutzagentur Frontex, sind dies 17 mal so viele Grenzübertritte wie im vorhergehenden Jahr 2014 (vgl. [14]).

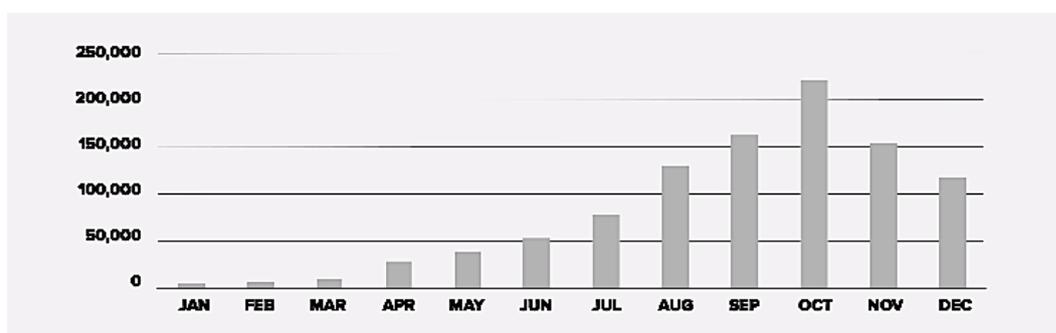


Abbildung 5.2: Darstellung der Ankünfte von MigrantInnen über die östliche Mittelmeerroute über Monate des Jahres 2015 aus [9, S. 35]

Außerdem erreicht die Anzahl der MigrantInnen, die über die östliche Mittelmeerroute nach Europa kamen, in den Monaten September und Oktober ihren Höhepunkt, was das Flüchtlingshochkommissariat der Vereinten Nationen belegt und in Abbildung 5.2 dargestellt ist. Die Hauptherkunftsländer bei Ankünften über diese Route sind Syrien, Afghanistan und Irak. Dabei stellen SyrerInnen mit 50% den größten Anteil von MigrantInnen dar, die im Jahr 2015 über die östliche Mittelmeerroute nach Europa kamen (vgl. [9, S. 34]).

Von Relevanz sind außerdem die verschiedenen Routen und Verteilungen von MigrantInnen innerhalb Europas. Hier ist die sogenannte Balkanroute anzuführen, über die MigrantInnen von Griechenland aus weiter über Mazedonien, Serbien und Ungarn beziehungsweise Kroatien und Slowenien nach Mitteleuropa migrierten. Es ist anzumerken, dass Mazedonien und Serbien keine Mitgliedsstaaten der Europäischen Union und somit auch keine Mitglieder des Schengen-Raums sind. Dagegen sind Ungarn, Slowenien sowie die

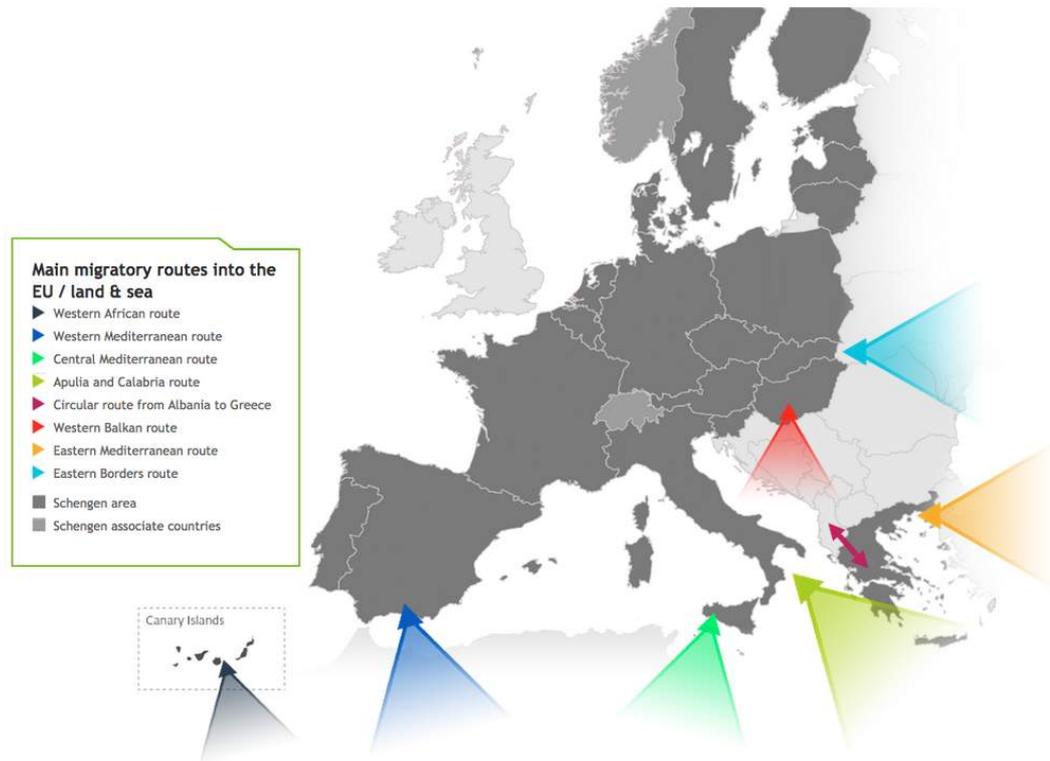


Abbildung 5.3: Schematische Darstellung der wichtigsten Migrationsrouten in die EU an den EU-Außengrenzen sowie des Schengen-Raums aus [15]

Länder Mitteleuropas wie etwa Österreich und Deutschland bis hin zu Nord-europa mit Finnland und Schweden und auch Südeuropa mit etwa Spanien und Portugal Mitglieder des Schengen-Abkommens, was bedeutet, dass zwischen diesen Ländern keine Grenzkontrollen an den Binnengrenzen stattfinden. Im Zuge der ansteigenden Migrationsbewegungen über die Balkanroute hat Ungarn im Sommer 2015 seine Grenzschutzmaßnahmen drastisch erhöht, was eine Errichtung eines Grenzzaunes zu Serbien Mitte September, sowie zu Kroatien Mitte Oktober 2015 zu Folge hatte.

Nachdem die östliche Mittelmeerroute die Hauptmigrationsroute nach Europa im Jahr 2015 darstellte, hatte dies auch zur Folge, dass sich die westliche Balkanroute zur Hauptmigrationsroute innerhalb Europas entwickelte. Laut Frontex wurden auch auf dieser Route Rekordzahlen von MigrantInnen erreicht (vgl. [16]). Die erwähnten Grenzschutzmaßnahmen Ungarns an den Grenzen zu Serbien und Kroatien im Herbst letzten Jahres hatten eine

Verschiebung der Route zunächst über Kroatien und anschließend über Slowenien zur Folge.

Mit dem Modell sollen also die Migrationsbewegungen im Zuge der Flüchtlingskrise im Sommer 2015 simuliert werden. Dafür werden die Monate September und Oktober betrachtet, da es hier über das Jahr die meisten MigrantInnen gab, die sich nach und innerhalb Europas bewegten. Außerdem gab es in diesem Zeitraum erhöhte Maßnahmen der Grenzsicherung, welche Alternativrouten zur Folge hatten. Dies stellt eine Herausforderung in der Modellierung dar, welche in Bezug auf die Anwendbarkeit des Migrationsmodells von Interesse ist. Weiter wird als Herkunftsland lediglich Syrien, welches bei der östlichen Mittelmeerroute das Hauptherkunftsland darstellt, betrachtet. Bezüglich der Validierung des Modells ergibt dies eine Vereinfachung, weil man sich dabei auf die Daten der Asylanträge von syrischen AntragstellerInnen in Europa beziehen kann. Dies bedeutet gleichsam, dass die Anzahl der offiziell in den betrachteten Ländern gestellten Asylanträge modelliert wird und weder illegale Migration noch nicht registrierte Flüchtlinge betrachtet werden können. Es werden also MigrantInnen betrachtet, welche von Syrien aus in die umliegenden Länder, über die östliche Mittelmeerroute nach Europa und in Folge über die westliche Balkanroute in verschiedene europäische Länder migrierten. Dabei wird nicht auf Gründe der Emigration eingegangen, sondern es werden die Anzahl der Asylanträge, die Verteilung auf die betrachteten Ländern, sowie die verschiedenen Routen abgebildet. Außer dass untersucht wird, ob die zu Grunde liegende Situation mit dem Migrationsmodell qualitativ abgebildet werden kann, werden die Einflussparameter, also die in den jeweiligen Regionen betrachteten anziehenden beziehungsweise abstoßenden Attribute und deren Effekte auf das Migrationsverhalten, untersucht.

5.2 Der Graph der Bewegung

Nachdem in Abschnitt 5.1 die abzubildende Situation dargestellt wurde, wird darauf aufbauend der Graph der Bewegung des Migrationsmodells nach Definition 48 eingeführt.

Hierfür wird zunächst die Menge der Knoten definiert, welche die berücksichtigten Länder repräsentiert. Es wird Syrien als Herkunftsland betrachtet und es soll mittels des Graphen der Bewegung die Migration in die umliegenden Länder, sowie die östliche Mittelmeerroute und die westliche Balkanroute abgebildet werden. Da die meisten MigrantInnen in ihren Nachbarländern Schutz suchen, ist es auch wesentlich hier jene umliegenden Länder zu be-

trachten, die für MigrantInnen aus Syrien wichtige Migrationsziele darstellen. Nach erhobenen Daten des Flüchtlingshochkommissariats UNHCR haben sich Anfang September 2015 in der Türkei, im Libanon, in Jordanien, im Irak und in Ägypten knapp 4 Millionen syrische MigrantInnen aufgehalten (vgl. [10]).

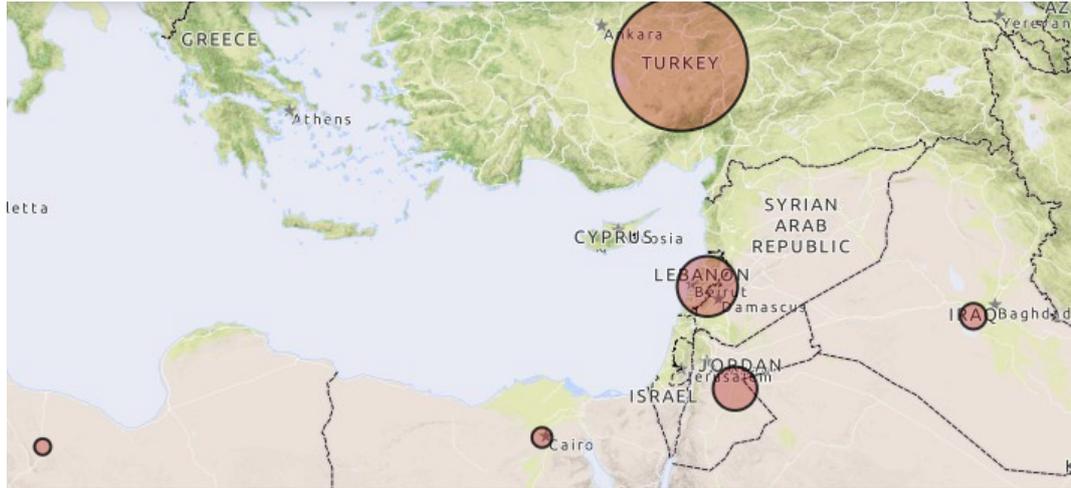


Abbildung 5.4: Schematische Darstellung der Anzahl syrischer MigrantInnen in Syriens Nachbarländern aus [10]

Die Aufteilung dieser auf die umliegenden Länder ist in Abbildung 5.4 schematisch dargestellt. Es ist ersichtlich, dass die Türkei und der Libanon hier eine wesentliche Rolle spielen. Weiter sind hier auch Jordanien, der Irak und Ägypten von Bedeutung. Es werden also diese Länder im Graph der Bewegung miteinbezogen. Außerdem soll die östliche Mittelmeerroute abgebildet werden, wofür Griechenland im Graph abgebildet werden muss. Um auch die Länder der westlichen Balkanroute im Modell behandeln zu können, müssen also in den Graphen ebenso Mazedonien, Serbien, Kroatien, Ungarn und Slowenien einbezogen werden.

Des Weiteren sollen die potenziellen Zielländer in Europa betrachtet werden. Um hier eine sinnvolle Darstellung zu finden, müssen auch alle relevanten europäischen Länder miteinbezogen werden. Nach Erhebungen des UNHCR wurden bis September 2015 in Europa insgesamt in etwa 500000 Asylanträge von syrischen MigrantInnen gestellt (vgl. [11]). In Abbildung 5.5 ist ersichtlich, dass hier Deutschland und Serbien mit insgesamt 46% der Anträge, wie auch Schweden, Ungarn, Holland, Österreich und Bulgarien mit zusammen 38% der Anträge wesentliche Zielländer darstellen. Es spielen aber auch die

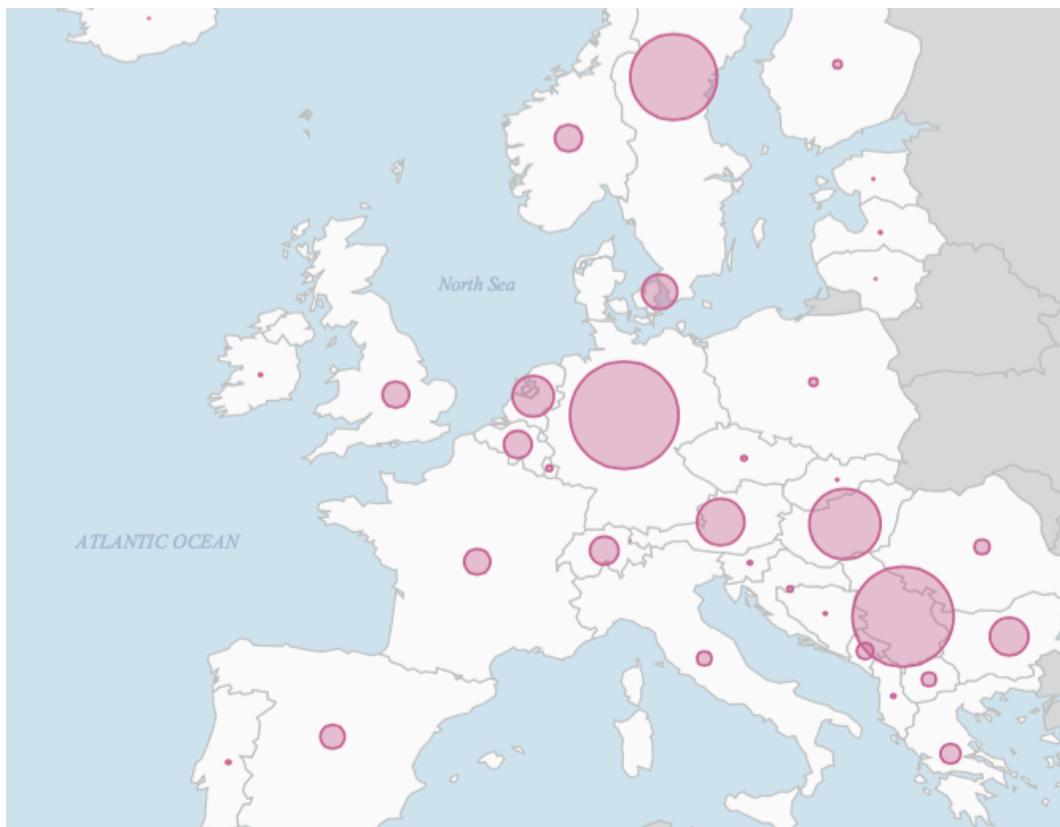


Abbildung 5.5: Schematische Darstellung der Anzahl von Asylanträgen syrischer MigrantInnen in Europa aus [11]

restlichen europäischen Länder, in denen insgesamt noch 16% der Asylanträge von syrischen MigrantInnen gestellt wurden, als potenzielle Zielländer im betrachteten Migrationsmodell eine Rolle. Um jedoch die Anzahl der einzubeziehenden Länder und somit den Aufwand gering zu halten, werden einige Länder in Regionen zusammengefasst.

Die im Migrationsmodell betrachteten Länder sind in Tabelle 5.1 dargestellt. Damit ergibt sich also die Knotenmenge des Graphen der Bewegung zu

$$V(G) = \{v_i | i = 1, \dots, 19\},$$

wobei die Knoten die in Tabelle 5.1 angeführten Regionen repräsentieren. Die Kanten stellen die Verbindungen zwischen diesen Regionen dar, über die Migrationsbewegungen geographisch möglich sind. Diese Verbindungen sind gerichtet und beschreiben hier also die möglichen Migrationsrouten von Mi-

Knoten	Regionen
v_1	Syrien
v_2	Irak
v_3	Jordanien
v_4	Ägypten
v_5	Libanon
v_6	Türkei
v_7	Griechenland
v_8	Mazedonien
v_9	Serbien
v_{10}	Ungarn
v_{11}	Kroatien
v_{12}	Slowenien
v_{13}	Slowakei, Tschechien, Rumänien, Bulgarien, Polen, Litauen, Estland, Lettland
v_{14}	Österreich
v_{15}	Deutschland
v_{16}	Vereinigtes Königreich, Holland, Belgien, Frankreich
v_{17}	Norwegen, Finnland, Schweden, Dänemark
v_{18}	Italien, Spanien, Portugal
v_{19}	Albanien, Bosnien, Montenegro

Tabelle 5.1: Erläuterung der Knoten des Graphen der Bewegung

grantInnen von Syrien aus in die umliegenden Länder, sowie über die östliche Mittelmeerroute und die westliche Balkanroute nach Europa. Diese Kanten und damit der gesamte Graph der Bewegung sind in Abbildung 5.6 dargestellt. Damit ergibt sich die Menge der Kanten zu

$$\begin{aligned}
 E(G) = \{ & \langle v_1, v_2 \rangle, \langle v_1, v_3 \rangle, \langle v_1, v_4 \rangle, \langle v_1, v_5 \rangle, \langle v_1, v_6 \rangle, \langle v_6, v_7 \rangle, \langle v_7, v_8 \rangle, \\
 & \langle v_7, v_{15} \rangle, \langle v_7, v_{19} \rangle, \langle v_8, v_9 \rangle, \langle v_8, v_{15} \rangle, \langle v_8, v_{19} \rangle, \langle v_9, v_{10} \rangle, \\
 & \langle v_9, v_{11} \rangle, \langle v_9, v_{15} \rangle, \langle v_{10}, v_{13} \rangle, \langle v_{10}, v_{15} \rangle, \langle v_{11}, v_{12} \rangle, \langle v_{12}, v_{13} \rangle, \\
 & \langle v_{13}, v_{14} \rangle, \langle v_{14}, v_{16} \rangle, \langle v_{14}, v_{17} \rangle, \langle v_{17}, v_{18} \rangle \}.
 \end{aligned}$$

Daher ist der Graph $G = (V, E)$ nach Definition 48 eindeutig bestimmt und stellt also einen schlichten und gerichteten Graphen dar.

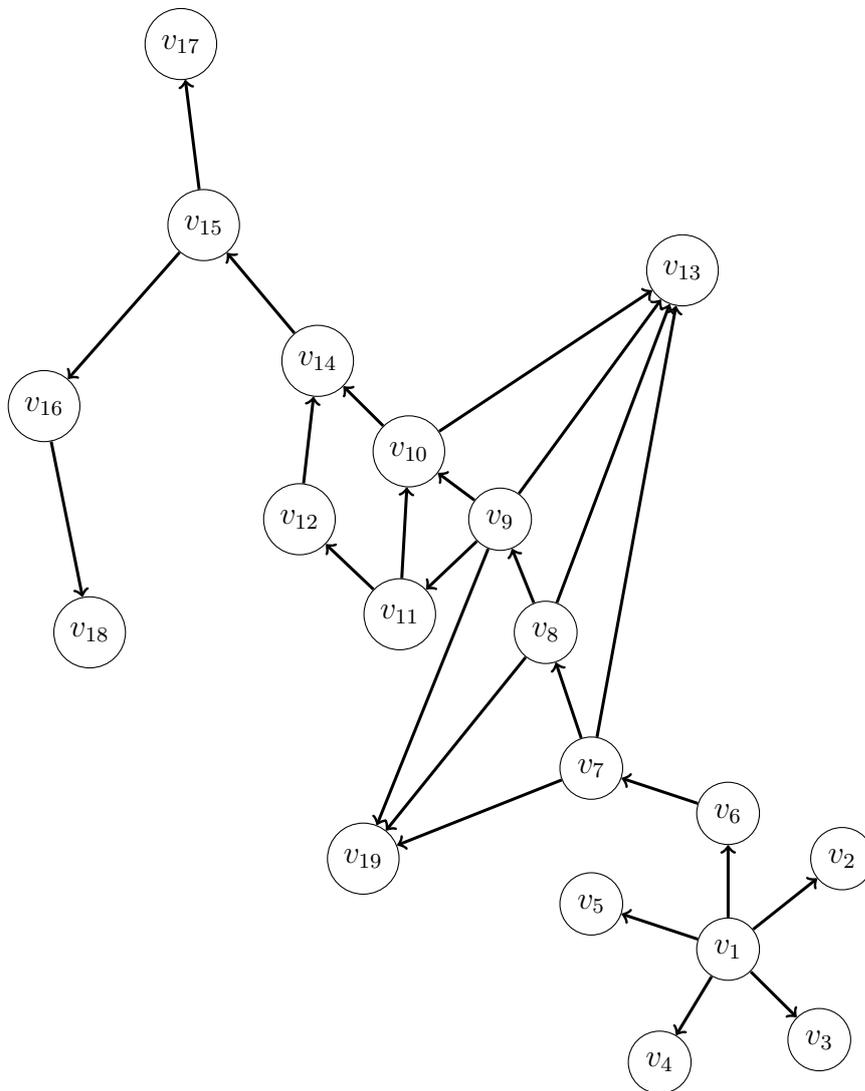


Abbildung 5.6: Darstellung des Graphen der Bewegung der abzubildenen Situation

Damit kann nach Definition 12 die den Graphen bestimmende Adjazenzmatrix angegeben werden. In dieser Matrix sind genau die gerichteten Verbindungen der Knoten angegeben, wodurch sie in Folge auch die möglichen Migrationsrouten beschreibt.

5.3 Die Attributsfunktionen

Neben dem in Abschnitt 5.2 dargelegten Graph der Bewegung sind die Attributsfunktionen maßgeblich in Bezug auf die Beschreibung des Migrationsmodells. Im Folgenden sollen die für die Simulation der Migrationsbewegungen im Zuge der Flüchtlingskrise im Sommer 2015 relevanten Attributsfunktionen diskutiert werden. Bei der formalen Beschreibung dieser werden die Untersuchungsergebnisse des Modellverhaltens in Abschnitt 4.5 in Bezug auf den hier verwendeten Graph der Bewegung aus Abschnitt 5.2 berücksichtigt.

In Definition 47 ist dargestellt, dass sich die Herkunfts-, Ziel- und Separationsfunktion jeweils aus den N Herkunftsattributen

$$(r_i(t))_n : [0, T] \rightarrow [0, 1] \quad \forall n = 1, \dots, N,$$

den M Zielattributen

$$(a_j(t))_m : [0, T] \rightarrow [0, 1] \quad \forall m = 1, \dots, M,$$

und den K Separationsattributen

$$(c_{i,j}(t))_k : [0, T] \rightarrow [1, \infty) \quad \forall k = 1, \dots, K$$

zusammensetzen. Dazu werden diese Attributsfunktionen mit den Parametern

$$(w_r)_n \in [0, 1] \quad \forall n = 1, \dots, N \quad \text{mit} \quad \sum_{n=1}^N (w_r)_n = 1,$$

$$(w_a)_m \in [0, 1] \quad \forall m = 1, \dots, M \quad \text{mit} \quad \sum_{m=1}^M (w_a)_m = 1$$

und

$$(w_c)_k \in [0, 1] \quad \forall k = 1, \dots, K \quad \text{mit} \quad \sum_{k=1}^K (w_c)_k = 1$$

gewichtet, um die Heterogenität der Einflüsse abzubilden. Diese Gewichtungparameter sollen im Zuge der Parametrisierung des Migrationsmodells in Bezug auf die in Abschnitt 5.1 dargelegte Situation bestimmt werden. Dies bedeutet gleichsam, dass die Gewichtung der einfließenden Attribute und damit die Höhe deren Einflüsse auf das Migrationsverhalten so bestimmt wird, dass die Migrationsbewegungen im Zuge der Flüchtlingskrise im September und im Oktober 2015 dargestellt werden können. Es wird damit ebenso untersucht, inwiefern diese Einflüsse in der konkreten Situation von Relevanz sind.

Bei einer Interaktion von v_i nach v_j stellen die Herkunftsattribute abstoßende Attribute in v_j und die Zielattribute anziehende Attribute in v_i dar. Die Separationsattribute repräsentieren Funktionen, die separierende Werte zwischen v_i und v_j ausdrücken. Diese Attributsfunktionen können sich jeweils im zeitlichen Verlauf ändern und die Funktionswerte sollen je bezüglich der euklidischen Norm normiert sein und im Intervall $[0, 1]$ liegen. Bei der Definition dieser Funktionen ist darauf zu achten, dass jene Attribute miteinbezogen werden, die im Bezug auf die den Migrationsanteil darstellende Interaktion relevant sind. Außerdem sollen die Attribute auf numerische Werte abbilden, die in sinnvoller Weise die Attraktion oder Abstoßung beschreiben und die für die einbezogenen Regionen vergleichbar sind. Des Weiteren muss in dieser Anwendung darauf Rücksicht genommen werden, dass diese Funktionen sich aus Werten zusammensetzen, welche sich in Bezug auf die konkret abzubildende Situation auf die Datenlage stützen können. Es muss also, wie es in der Modellbildung und Simulation üblich ist, zwischen der gewünschten Genauigkeit von Vorhersagen des Modells und dem Aufwand abgewogen werden. Bei der Vorgehensweise der Modellvereinfachung ist es gebräuchlich Einflüsse mit unbekanntem Daten zu vernachlässigen oder komplizierte Effekte mit kleinen Auswirkungen zu vereinfachen (vgl. [5, S. 1]). Dabei ist es wichtig auf die Zielsetzung des Modells zu achten, welche hier die makrotheoretische Beschreibung von Migrationsverhalten auf Basis ganzer Populationen ist. Es werden also Einflüsse, die Individuen spezifisch sind, vernachlässigt und Attribute von Regionen in den Mittelpunkt gestellt, die das Verhalten ganzer Populationen bedingen.

Die hier gewählten Attributsfunktionen und damit die Annahme der Relevanz dieser in Bezug auf das Migrationsverhalten stützt sich auf Expertenmeinungen. Dabei sind die Untersuchungen vom englischen Ökonomen und Politikwissenschaftler Eric Neumayr über die anziehenden Faktoren von westeuropäischen Ländern von hoher Relevanz. Außerdem spielen die Forschungsergebnisse über den Einfluss der Asylpolitik vom australischen Wirtschaftswissenschaftler, Timothy Hatton, eine wesentliche Rolle.

Bei den Untersuchungen von Eric Neumayer in *Asylum Destination Choice: What makes some west european countries more attractive than others?* [20] werden verschiedene anziehende Faktoren von europäischen Ländern untersucht und gegenübergestellt. Dabei werden Attribute wie sozialpolitische Gegebenheiten, Ausländerfeindlichkeit, bereits im Land existierende Gemeinschaften, wie auch Verbindungen in Bezug auf die Kolonialgeschichte und die Sprache von MigrantInnen untersucht. Dafür werden die Korrelationen zwischen der Anzahl der Asylanträge in 17 europäischen Ländern über den Zeit-

raum von 1982 bis 1999 und den anziehenden Faktoren betrachtet (vgl. [20, S. 1]). Die Untersuchungen zeigen, dass das Pro-Kopf-Einkommen als Maß für die wirtschaftliche Entwicklung eines Landes einen positiven Einfluss auf die Höhe der Asylanträge hat. Dabei haben allerdings kurzfristige Schwankungen keine Auswirkungen. Außerdem ist eine sinkende Anzahl von Asylanträgen bei politischem Erfolg von rechtspopulistischen Parteien in den einzelnen Ländern zu erkennen. Weiter wird gezeigt, dass auch eine bereits bestehende Gemeinschaft an AsylbewerberInnen aus einem speziellen Land eine anziehende Wirkung auf AntragsstellerInnen aus diesem Land hat. Ebenso stellen hier koloniale und sprachliche Verbindungen anziehende Attribute dar. Es wird darauf hingewiesen, dass die Höhe der verschiedenen die Asylantragszahlen beeinflussenden Faktoren wenig Aussagekraft besitzt, weil sie durch die verschiedenen Einheiten nicht direkt vergleichbar sind (vgl. [20, S. 174f]).

Timothy Hatton untersuche in seiner Studie die Auswirkungen von Asylpolitik auf die Anzahl von Asylanträgen in 19 OECD Ländern, also in Ländern, die auf Grund der wirtschaftlichen und politischen Situation weithin als entwickelte Länder gelten, bei 48 Hauptherkunftsländern über einen Zeitraum von 15 Jahren. Die Ergebnisse der Studie wurden von der *Australian National University* als *Applications for Asylum in the Developed World: Modelling Asylum Claims by Origin and Destination* ([17]) veröffentlicht. Neben Untersuchungen der Lage in den Herkunftsländern werden auch sozial- und zugangspolitische Maßnahmen der Asylpolitik und deren Auswirkungen erforscht. Da das zu entwickelnde Migrationsmodell nicht auf Gründe der Emigration eingeht, sind vor allem die politischen Maßnahmen der Zielländer und deren Auswirkungen von Interesse. Um den Zusammenhang dieser das Migrationsverhalten beeinflussenden Faktoren und der Anzahl der Asylanträge zu untersuchen, wird ein ökonometrischer Ansatz benutzt, bei dem korrelierende Zusammenhänge zwischen diesen Faktoren und gesammelten Daten gesucht werden. Genauer wird ein quantitativer Index der Asylpolitik entwickelt, der die Korrelationen von 15 Faktoren betrachtet. Die Einflussfaktoren der Asylpolitik sind in drei Kategorien der Zugangs-, Verarbeitungs- und Sozialpolitik eingeordnet. Diese Faktoren bilden die Grundlage für den entwickelten Index der Asylpolitik, wobei dieser um je eine Einheit erhöht wird, wenn sich die in Tabelle 5.2 dargestellten Maßnahmen für die Asylwerber drastisch verschlechtern, und um eine Einheit verringert, wenn sie sich verbessern. Im Weiteren werden von Hatton die Zusammenhänge dieses Indexes mit der Anzahl der Asylanträge in den 19 OECD Ländern untersucht. Neben Australien, Nordamerika und Kanada werden 16 europäische Länder betrachtet. Im Wesentlichen zeigen diese Untersuchungen, dass ein Abschreckungseffekt bei Zugangs- und Verarbeitungs politik im Zusammenhang zu den Asylantrags-

Zugangspolitik	Verarbeitungspolitik	Sozialpolitik
Visa Voraussetzungen	Definition eines Flüchtlings	Zugang zu Sozialhilfe
Grenzsicherung	Definition offenkundiger unbegründete Verfahren	Aufenthaltsmöglichkeiten für AntragsstellerInnen
Maßnahmen bei illegaler Immigration für MigrantInnen	Zeit der Antragsbearbeitung	Arbeitserlaubnis
Maßnahmen bei illegaler Immigration für Beförderer	Gewährung von Subsidiärem Schutz	Deportationspolitik
Möglichkeiten der Stellung von Asylanträgen außerhalb des Landes	Möglichkeit der Antragsstellung	Möglichkeiten zur Familienwiedervereinigung

Tabelle 5.2: Kategorisierte Einflussfaktoren des von Timothy Hatton entwickelten Index der Asylpolitik

zahlen zu erkennen ist. Die negativen Effekte der Zugangspolitik sind hier am höchsten. Jedoch zeigen Änderungen in der Sozialpolitik hier keine großen Effekte. Dabei sind eher die leicht positiven Effekte bei einer Veränderung der Sozialpolitik zu Gunsten von Asylwebern zu nennen (vgl. [17, p. 17]). Außerdem wird im Vergleich zu den die Verarbeitungspolitik repräsentierenden Faktoren die Asylanerkenntnisrate betrachtet. Hier wird beobachtet, dass, wie zu erwarten, eine sinkende Anerkennungsrate einen negativen Effekt auf die Antragszahlen hat. Hatton postuliert allerdings, dass die fünf von ihm betrachteten Faktoren der Verarbeitungspolitik die Auswirkungen dieser genauer beschreiben als die Anerkennungsrate. Unter anderem ist als Grund hierfür angeführt, dass die Asylanerkenntnisrate auch immer von der Anzahl der Asylanträge abhängt und daher nicht repräsentativ für die Verarbeitungspolitik ist (vgl. [17, p. 17]).

Auf Basis dieser Untersuchungen werden also die Herkunfts- und Zielattribute des vorliegenden Migrationsmodells betrachtet, die in Tabelle 5.3 und Tabelle 5.4 dargestellt sind. Das Bruttoinlandsprodukt pro Einwohner als Maß für die wirtschaftliche Entwicklung eines Landes wird hier in Anlehnung an die Untersuchungen von Neumayer als anziehender Faktor betrachtet. Dabei wird das jeweilige Bruttoinlandsprodukt normiert betrachtet. Wenn BIP_j das Bruttoinlandsprodukt pro Kopf der durch v_j dargestellten Region be-

zeichnet, ergibt sich die erste Funktion der Herkunftsattribute also zu

$$(a_j(t))_1 = \frac{BIP_j}{\sum_{n=1}^{19} BIP_n}.$$

Bezeichnung	Zielattribute
$(a_j(t))_1$	Bruttoinlandsprodukt
$(a_j(t))_2$	Fragile State Index (FSI)
$(a_j(t))_3$	Anzahl der Asylanträge syrischer AntragstellerInnen
$(a_j(t))_4$	nicht überschrittene Kapazität des Landes
$(a_j(t))_5$	Anziehung der auf der Route dahinter liegenden Länder
$(a_j(t))_6$	Asylanerkennungsrate
$(a_j(t))_7$	Asylanerkennungsquote in Europa

Tabelle 5.3: Im Migrationsmodell einbezogene Zielattribute

Die Studie von Neumayer zeigt ebenso, dass die politische Situation des Landes eine Rolle spielt. Da in dem Migrationsmodell nicht nur westeuropäische Länder, sondern auch Syriens Nachbarländer, sowie Regionen von Osteuropa betrachtet werden, wird der die Stabilität eines Landes nach sozialen, wirtschaftlichen und politischen Kriterien kategorisierende Fragile State Index betrachtet. Der Fragile State Index ist ein jährlicher Report der nicht profitorientierten Bildungs- und Forschungsinstitution Fund of Peace, der Länder in Bezug auf ihre Anfälligkeit für Konflikte und Kollapse eingestuft. Der Index kann Zahlenwerte von 0 (stabil) bis 120 (instabil) annehmen. Auch dieser Wert wird normiert betrachtet und ergibt sich zu

$$(a_j(t))_2 = 1 - \left(\frac{FSI_j}{\sum_{n=1}^{19} FSI_n} \right),$$

wenn FSI_j der Fragile State Index der Region v_j bezeichnet. Als weiteres anziehendes Attribut wird die Anzahl der MigrantInnen in einem Land betrachtet. Neumayer beobachtet in seinen Untersuchungen ebenso, dass eine in der Region bereits bestehende Gemeinschaft an Asylbewerbern aus einem speziellen Land eine anziehende Wirkung ausübt. Wenn $S_j(t)$ die Anzahl der

Asylanträge syrischer AntragsstellerInnen in der durch v_j repräsentierten Region bezeichnet, ergibt sich die Attributsfunktionen als normierte Größe zu

$$(a_j(t))_3 = \frac{S_j(t)}{\sum_{n=1}^{19} S_n(t)}.$$

Als weiterer anziehender Faktor wird die Kapazität der jeweiligen Länder betrachtet. Von Timothy Hatton wird in seinem Buch *Seeking Asylum* [18] ebenso dargelegt, dass die Kapazität eines Landes Flüchtlinge zu beherbergen eine Rolle in der Migrationsdynamik spielt (vgl. [18, S. 21]). Zum Einen ist diese Kapazität von finanziellen Mitteln abhängig, was schon in $a_1(t)$ einfließt, zum Anderen hängt diese Kapazität von der Anzahl der sich im Land befindenden MigrantInnen ab. Es wird hier mit E_j die Einwohnerzahl der Region v_j bezeichnet und die Kapazität für syrische MigrantInnen cap_j in v_j je als 0,1% der Bevölkerung angenommen.

$$cap_j = \frac{E_j}{1000}$$

Wenn diese Kapazitätsgrenze nicht überschritten ist soll, dies anziehend, bei Überschreitung sogar abstoßend wirken. Es ergibt sich die anziehende Attributsfunktion zu

$$(a_j(t))_4 = \begin{cases} 1 & S_j(t) < cap_j \\ 0 & S_j(t) \geq cap_j \end{cases}.$$

Im Weiteren wird, wie bereits in Abschnitt 4.2 beschrieben, der Einfluss der von einem Land aus erreichbaren Regionen als weiterer anziehender Wert betrachtet. In Anlehnung an die in Gleichung 4.21 dargestellte Zielfunktion gilt hier

$$(a_j(t))_5 = \max_{w=j_1, \dots, j_u} \left(A(a_w(t)) \max_{v=j_1, \dots, j_u} F(c_{v,w}(t)) \right).$$

Es werden also die Zielfunktionen der mittels Satz 2 berechneten von der Region v_j aus erreichbaren Regionen $w = j_1, \dots, j_u$ einbezogen. Wobei auch hohe separierende Werte zu diesen Regionen dargestellt sind um die jeweilige Anziehung gegebenenfalls zu dämpfen.

Als Maß für die Asylpolitik eines Landes, neben der in der Separationsfunktion einbezogenen Zugangspolitik, stellt wie Hatton in seinen Studien belegt auch die Verarbeitungspolitik eine wichtige Größe dar. Der Simplität wegen wird hier statt der von Hatton gewählten fünf Faktoren der Verarbeitungspolitik die Asylanererkennungsrate betrachtet. Auch wenn in seiner Studie postuliert wird, dass die Asylanererkennungsrate die anziehenden Effekte weniger

genau beschreibt, stellt sie einen weitaus leichter numerisch messbaren Wert dar als die in Tabelle 5.2 angeführten politischen Maßnahmen. Weil aber die Asylanererkennungsrate sehr stark von der Anzahl der gestellten Asylanträge abhängt und somit eine relative Größe darstellt, wird hier noch zusätzlich innerhalb Europas die Asylanererkennungsquote betrachtet. Wenn mit $rate_j$ beziehungsweise $quote_j$ die Anerkennungsrate beziehungsweise die Anerkennungsquote bezeichnet wird, ergeben sich die normierten Größen der Attributsfunktionen zu

$$(a_j(t))_6 = \frac{rate_j}{\sum_{n=1}^{19} rate_n},$$

so wie zu

$$(a_j(t))_7 = \frac{quote_j}{\sum_{n=1}^{19} quote_n}.$$

Bezeichnung	Herkunftsattribute
$(r_i(t))_1$	Bruttoinlandsprodukt
$(r_i(t))_2$	Fragile State Index (FSI)
$(r_i(t))_3$	überschrittene Kapazität
$(r_i(t))_4$	Asylanererkennungsrate
$(r_i(t))_5$	Asylanererkennungsquote in Europa

Tabelle 5.4: Im Migrationsmodell einbezogene Herkunftsattribute

Bei den abstossenden Attributen ist anzumerken, dass es sich um Eigenschaften eines potenziellen Ziellandes handelt, die zur Folge haben, dass sich MigrantInnen nicht dort niederlassen, sondern weiter migrieren. Außerdem erfolgt die Kategorisierung eines Landes als Transitland über diese Attribute. Als abstoßend wird eine geringe Wirtschaftsleistung dargestellt durch

$$(r_i(t))_1 = 1 - \left(\frac{BIP_j}{\sum_{n=1}^{19} BIP_n} \right)$$

betrachtet. Außerdem wird die Anfälligkeit eines Landes auf Konflikte mittels

des Fragile State Index einbezogen.

$$(r_i(t))_2 = \frac{FSI_j}{\sum_{n=1}^{19} FSI_n}$$

Die überschrittene Kapazität eines Landes wird nun als abstoßender Faktor miteinbezogen.

$$(r_i(t))_3 = \begin{cases} 1 & S_j(t) \geq cap_j \\ 0 & S_j(t) < cap_j \end{cases}$$

Eine für Asylwerber unattraktive Verarbeitungspolitik, dargestellt durch die Asylanerkenntnisrate

$$(r_i(t))_4 = 1 - \left(\frac{rate_j}{\sum_{n=1}^{19} rate_n} \right),$$

sowie die Asylanerkenntnisquote innerhalb Europas

$$(r_i(t))_5 = 1 - \left(\frac{quote_j}{\sum_{n=1}^{19} quote_n} \right)$$

wird ebenso als abstoßend dargestellt.

Als separierende Attribute zwischen zwei Regionen v_i und v_j werden zugangspolitische Maßnahmen betrachtet, die nach den Untersuchungen von Hatton einen wesentlichen Effekt auf die Asylantragszahlen ausüben. Konkret werden hier verstärkte Grenzschutzmaßnahmen sowie Schengenaußengrenzen betrachtet.

$$(c_{i,j}(t)) = \begin{cases} 100 & \text{Grenze geschlossen} \\ 50 & \text{Schengenaußengrenze} \\ 1 & \text{sonst} \end{cases} \quad (5.1)$$

Des Weiteren wird bei den Attributsfunktionen, wie in Abschnitt 4.2 dargestellt, zwischen Herkunfts-, Transit- und potenziellem Zielland unterschieden. Bei dem Herkunftsland Syrien wird die Herkunftsfunktion auf den Wert 1 gesetzt, womit kein Einfluss von Attributen im Herkunftsland betrachtet wird. Somit fließen in die Interaktion vom Herkunftsland in die umliegenden Länder ausschließlich die anziehenden Faktoren der jeweiligen Transit- oder potenziellen Zielländer ein. Es werden hier weiter bei den umliegenden Regionen nur die anziehenden Attributsfunktionen $(a_j(t))_1$, $(a_j(t))_2$, $(a_j(t))_3$, $(a_j(t))_4$ und $(a_j(t))_5$ betrachtet. Dies stützt auf der Annahme, dass die Verarbeitungspolitik bei der Migration aus dem Herkunftsland weniger bedeutsam ist, sondern hier die Kapazität, die wirtschaftliche Entwicklung, die bestehende Gemeinschaft in dem Land, die Stabilität und auch die Anziehung der von dort aus erreichbaren Länder relevant sind. Die anziehende Zielfunktion und die abstoßende Herkunftsfunktion ergibt sich bei allen anderen Regionen nach Gleichung 4.5 und nach Gleichung 4.6 mittels der sieben in Tabelle 5.3 dargestellten Zielattribute und der fünf in Tabelle 5.4 dargestellten Herkunftsattribute. Es sind alle Attributsfunktionen zeitabhängig angesetzt worden. Allerdings stellen die Funktionen $(a_j(t))_1$, $(a_j(t))_2$, $(a_j(t))_6$ und $(a_j(t))_7$ sowie $(r_i(t))_1$, $(r_i(t))_2$, $(r_i(t))_4$ und $(r_i(t))_5$ konstante Funktionen dar. Die Funktionen, welche sich auf die Anzahl der bereits gestellten Asylanträge oder die Kapazität beziehen, können sich jedoch im zeitlichen Simulationsverlauf ändern.

Es ist außerdem anzumerken, dass bei Attributsfunktionen von jenen Knoten, die als Regionen mehrere Länder repräsentieren, wie sie in Tabelle 5.1 dargestellt sind, je das arithmetische Mittel der länderspezifischen Attribute gebildet wird um den Wert für die Region zu erhalten. Es werden also die gemittelten anziehenden und abstoßenden Attribute betrachtet um die Herkunftsfunktion und Zielfunktion bilden zu können. Somit besitzt diese Region als eine mögliche Zielregion auch jene für die Länder durchschnittlichen Merkmale, die anziehende oder abstoßende Effekte auf das Migrationsverhalten haben können.

5.4 Daten und Parametrisierung

Für die in Abschnitt 5.3 dargelegten Attributsfunktionen wurden je numerische Werte der Attribute verwendet um die anziehende oder abstoßende Wirkung zu beschreiben. Es wird in Tabelle 5.5 jeweils die Quelle dieser verwendeten Attribute angegeben.

Bezeichnung	Attribut	Quelle
BIP_i	Bruttoinlandsprodukt des Jahres 2014	<i>Wirtschaftskammer Österreich (wko)</i> [24]; für Deutschland und Syriens Nachbarländer: Deutsches Online Portal für Statistik: <i>Statista</i> [22]
FSI_i	Fragile State Index (FSI)	Index veröffentlicht für Jahr 2015 von der nicht profitorientierten Institution <i>Fund of Peace</i> [13]
E_i	Einwohner	Einwohner im Jahr 2014 laut der <i>Weltbank</i> [25]
$rate_i$	Asylanerkennungsrate	Entscheidungen von Asylerstanträgen im Jahr 2014 in Europa nach dem <i>Statistischen Amt der Europäischen Union EUROSTAT</i> [7]
$quote_i$	Asylanerkennungsquote in Europa	Errechnet aus den Letztentscheidungen von Asylanträgen aus Nicht EU-Ländern innerhalb Europas im Jahr 2014 nach dem <i>Statistischen Amt der Europäischen Union EUROSTAT</i> [8]

Tabelle 5.5: Im Migrationsmodell verwendete Attribute und deren Quellen

Außerdem werden für die Simulation die Anfangswerte benötigt, also die Anzahl der Asylanträge in den jeweiligen Regionen zu Simulationsbeginn am 1. September 2015. Dies ist für die Berechnung der möglicherweise überschrittenen Kapazität für $(a_j(t))_4$ beziehungsweise $(r_i(t))_3$, sowie die Anzahl der bereits gestellten Asylanträge für $(a_j(t))_3$ relevant. Hier wird auf die vom UNHCR erhobenen Daten aus [12] zurückgegriffen. Ebenso werden diese Daten bei der für die Parametrisierung relevante Anzahl der Asylanträge syrischer AntragsstellerInnen in den jeweiligen Regionen im Simulationszeitraum September und Oktober 2015 verwendet. Weiter wird die Anzahl der Emigranten aus Syrien pro Tag aus diesen errechnet. Die jeweilig verwendeten Daten sind in Abbildung 5.7 und Abbildung 5.8 dargestellt, wobei die Knoten des Bewegungsgraphes wie in Tabelle 5.1 verwendet werden. Es ist zu erkennen, dass der Großteil der syrischen MigrantInnen in den umliegenden Ländern um Asyl angesucht hat. Die Bewegungen im Sommer des Jahres 2015 können

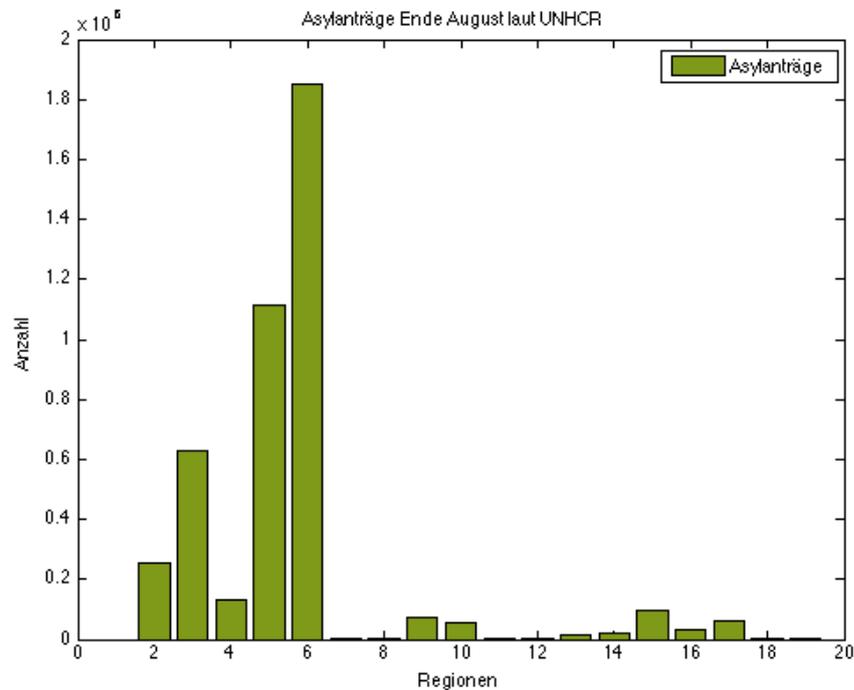


Abbildung 5.7: Anzahl der Asylanträge syrischer AntragsstellerInnen am 1. September 2015 aus [10] und [12]

unter anderem auch darauf zurückzuführen sein, dass hier die Kapazitäten überschritten waren.

Um die Herkunfts- und Zielfunktionen für die Berechnung des Migrationsanteils im Modell nach Definition 47 durchführen zu können, müssen die jeweiligen Gewichte der Attribute bestimmt werden. Im Zuge der Parametrisierung werden also diese so gewählt, dass die simulierten Asylantragszahlen qualitativ das Migrationsverhalten im Simulationszeitraum widerspiegeln, welches die vom UNHCR veröffentlichten Daten in Abbildung 5.8 zeigen.

Die Gewichtung der anziehenden Attribute von dem Herkunftsland Syrien in die umliegenden Regionen ist in Abbildung 5.9 dargestellt. Es ist hier zu bemerken, dass in dem betrachteten Zeitraum keine neue syrischen MigrantenInnen in Syriens Nachbarländern, außer in der Türkei, beobachtet werden. Die Migrationsbewegungen ereignen sich im September und Oktober 2015 über die Türkei nach Europa. Daher spielt der anziehende Faktor der von

dem Land aus erreichbaren Regionen $(a_j(t))_5$ eine wesentliche Rolle, wie in Abbildung 5.9 ersichtlich ist.

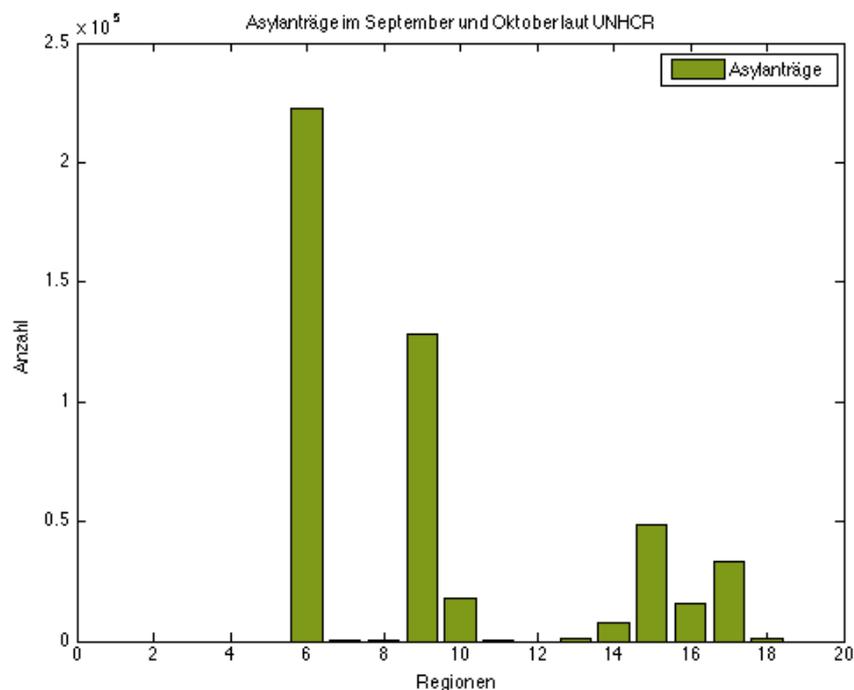


Abbildung 5.8: Anzahl der Asylanträge syrischer AntragsstellerInnen im September und Oktober 2015 laut [10] und [12]

Diese Gewichtung der potenziellen Ziel- und Transitländer ist in Abbildung 5.10 und in Abbildung 5.11 dargestellt. Hier werden also alle anziehenden und abstossenden Attribute aus Tabelle 5.3 und aus Tabelle 5.4 betrachtet. Die Effekte der anziehenden Attribute bei potenziellen Ziel- und Transitländern sind diverser als bei der Anziehung aus dem Herkunftsland, was aus Abbildung 5.10 hervorgeht. Den größten Einfluss haben hier die Stabilität des Landes, dargestellt durch $(a_j(t))_2$, die Kapazität $(a_j(t))_4$ sowie die Asylanererkennungsquote innerhalb Europas $(a_j(t))_7$. Auch die Wirtschaftsleistung des Landes $(a_j(t))_1$, die bereits im jeweiligen Land gestellten Asylanträge $(a_j(t))_3$, die Anziehung der von der Region aus erreichbaren Länder $(a_j(t))_5$ und die Asylanererkennungsrate $(a_j(t))_6$ haben eine anziehende Wirkung.

Bei der Gewichtung der abstoßenden Attribute in Abbildung 5.11 ist ersicht-

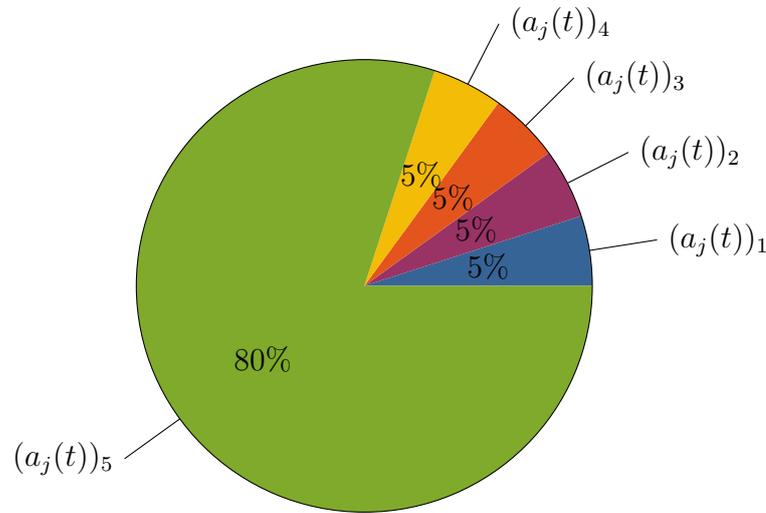


Abbildung 5.9: Gewichtung der anziehenden Attribute aus dem Herkunftsland Syrien

lich, dass die überschrittene Kapazität $(r_i(t))_4$ sowie eine geringe Chance auf Bewilligung des Asylantrages, dargestellt durch $(r_i(t))_3$, den größten Effekt haben. Doch auch die politische Stabilität der Region $(r_i(t))_2$ sowie die wirtschaftliche Entwicklung $(r_i(t))_1$ beschreiben eine abstoßende Wirkung.

Als separierende Attribute zwischen verschiedenen Regionen, wie in Gleichung 5.1 dargelegt, werden jene Grenzschutzmaßnahmen betrachtet, welche die Migration zwischen v_i und v_j maßgeblich beeinflussen. Hier werden verstärkte Grenzschutzmaßnahmen wie die Errichtung von Grenzzäunen aber auch Schengenaußengrenzen betrachtet. Diese Maßnahmen der Zugangspolitik haben, wie durch die Separationsfunktion $c_{i,j}(t)$ in Gleichung 5.1 beschrieben, drastische Auswirkungen auf das Migrationsverhalten. Der hohe Effekt von zugangspolitischen Maßnahmen auf das Migrationsverhalten wird auch von Timothy Hatton beschrieben (vgl. [17, S. 21]). Die Betrachtung von lediglich einem separierendem Attribut macht die Gewichtung hier obsolet.

Die Einstufung eines Landes oder einer Region als Transitregion erfolgt, wie in Abschnitt 4.2 beschrieben, über den Wert der Herkunftsfunktion nach

$$j \text{ gilt als Transitland} \Leftrightarrow R(r_j(t)) \geq \rho,$$

wobei dieser über die Höhe der abstoßenden Attribute und deren Gewichtung

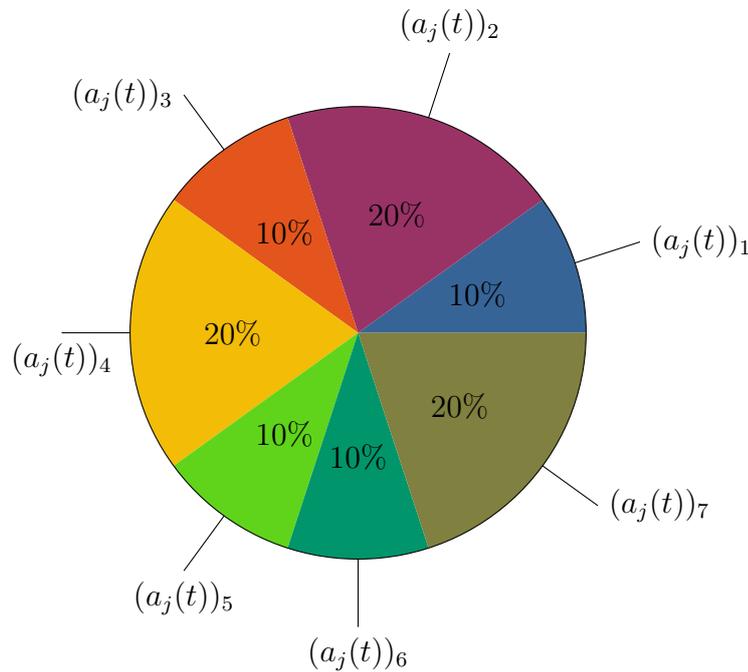


Abbildung 5.10: Gewichtung der anziehenden Attribute bei potenziellen Ziel- und Transitländern

berechnet wird

$$R(r_j(t)) = \left(\sum_{n=1}^N (w_r)_n \cdot (r_i(t))_n \right).$$

Der Wert $\rho \in (0, 1]$ wurde ebenso im Zuge der Parametrisierung bestimmt und auf

$$\rho = 0.7$$

gesetzt. Damit werden also Länder mit einer hohen Abstoßung als Transitländer behandelt, was bedeutet, dass hier als Zielfunktion die in Gleichung 4.21 dargestellte Funktion herangezogen wird, welche sich auf die Anziehung der von dem Transitland aus erreichbaren Regionen bezieht.

Es ist in Abbildung 5.12 ersichtlich, dass die Transitregionen hier unterschiedlich hohe abstoßende Werte besitzen. In Abhängigkeit dieser Werte soll die Herkunftsfunktion, wie in Gleichung 4.23, geeignet erhöht werden. Die dafür benötigten Werte $\alpha, \beta, \gamma, \rho_1, \rho_2$ und ρ_3 wurden im Zuge der Parametrisierung

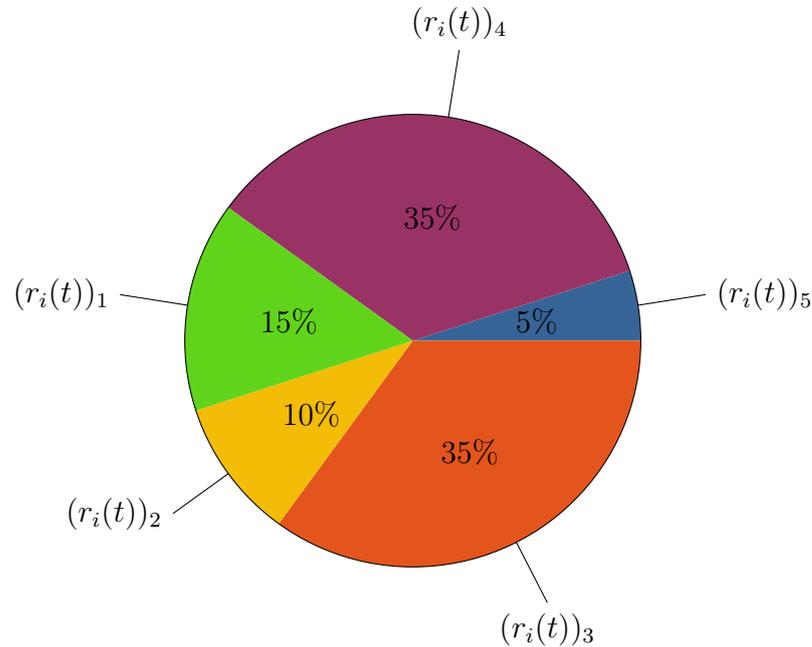


Abbildung 5.11: Gewichtung der abstossenden Attribute bei potenziellen Ziel- und Transitländern

bestimmt, womit sich die Herkunftsfunktion wie folgt ergibt.

$$\tilde{R}(r_j(t)) = \begin{cases} 0.94 & 0.7 \leq R(r_j(t)) \leq 0.8 \\ 0.995 & 0.8 \leq R(r_j(t)) \leq 0.85 \\ 0.999 & 0.85 \leq R(r_j(t)) \leq 1 \end{cases}$$

Des Weiteren hat sich im Zuge der Parametrisierung herausgestellt, dass der Einfluss der nicht oder eben schon überschrittenen Kapazität nicht nur von der Einwohnerzahl, sondern eben auch von der politischen Situation, der sozialpolitischen Maßnahmen und vielen weiteren Faktoren abhängt. Daher wurden das anziehende Attribut $(a_j(t))_4$ sowie das abstoßende Attribut $(r_i(t))_3$ als Aufnahmebereitschaft modelliert. Dies impliziert, dass also, auch wenn die Kapazität der Asylanträge von 0.1% der Einwohnerzahl überschritten ist, ein Land durch seine Aufnahmebereitschaft Kapazitäten repräsentieren kann. Gleichsam kann bei einer noch nicht erreichten Kapazität von 0.1% der Einwohnerzahl das Land wenig Aufnahmebereitschaft zeigen. Es wurde hier davon ausgegangen, dass die Regionen Türkei v_6 , Serbien v_9 und Nord-europa v_{17} eine hohe Aufnahmebereitschaft und Griechenland v_7 , Slowenien

v_{12} , Kroatien v_{11} sowie Südeuropa v_{18} im Simulationszeitraum eine niedrige Aufnahmebereitschaft zeigen. Weiter wurde auf Grund der politischen Situation im Sommer des Jahres 2015 die Asylanererkennungsquote und -rate in den Regionen Deutschland v_{15} und Nordeuropa v_{17} erhöht. Es wurden die Werte $quote_{15} = 100$ und $quote_{17} = 100$ sowie $rate_{15} = 30$ und $rate_{17} = 70$ angenommen.

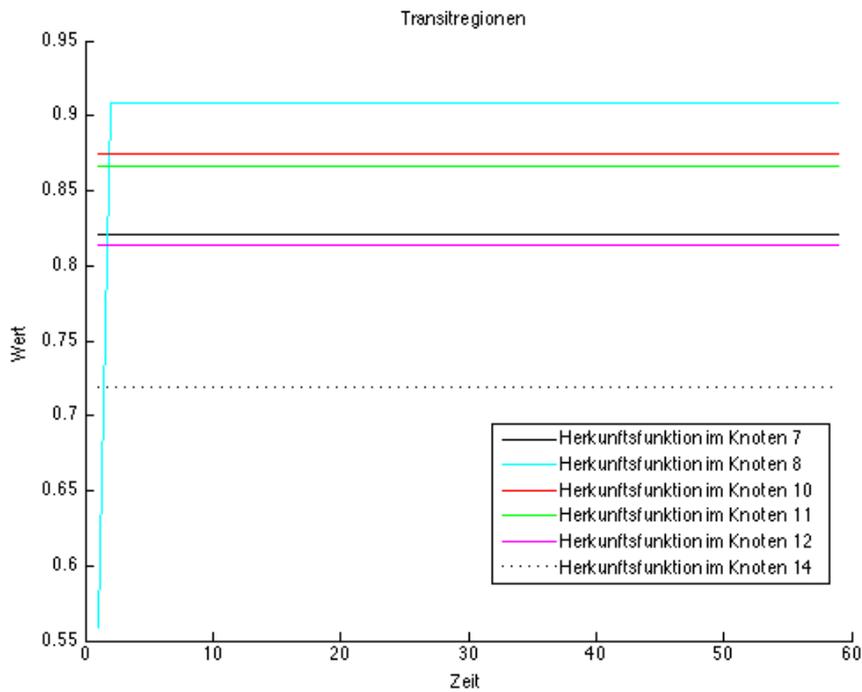


Abbildung 5.12: Herkunftsfunctionen der Transitregionen

5.5 Die Simulationsergebnisse

Nachdem im Abschnitt 5.3 und Abschnitt 5.4 die verwendeten Attribute, sowie deren Gewichtung diskutiert wurden, werden nun die Simulationsergebnisse des Migrationsmodells diskutiert. Dafür werden die resultierenden anziehenden und abstoßenden Werte der einbezogenen Regionen, sowie die daraus resultierenden Migrationsbewegungen betrachtet. Der Simulationszeitraum beträgt September und Oktober 2015 und ein Zeitschritt entspricht hier einem Tag.

Zunächst sollen die durch die Attribute und durch deren Gewichtung entstandenen Ziel- und Herkunftsfunktionen diskutiert werden. In Abbildung 5.13 sind die Herkunftsfunktionen der Regionen abgebildet, die im Graph der Bewegung Knoten darstellen, die Nachfolger besitzen, also deren abstoßende Attribute bei der Berechnung der Interaktion relevant sind. Es ist zu erkennen, dass die Regionen mit den höchsten abstoßenden Werten Griechenland v_7 , Mazedonien v_8 , Ungarn v_{10} , Kroatien v_{11} und Slowenien v_{12} sind. Diese Länder sind, wie in Abbildung 5.8 zu erkennen ist, jene, in denen wenig Asylanträge im Simulationszeitraum gestellt wurden. Im Mittelfeld sind hier die Länder Österreich v_{14} und Deutschland v_{15} zu finden und mit niedrigen abstoßenden Werten sind die Türkei v_6 und Serbien v_9 , sowie Westeuropa v_{16} zu nennen. Es ist hier zu bemerken, dass die Anzahl der gestellten Asylanträge auch von der geographischen Lage und der die anziehende Wirkung darstellenden Zielfunktion abhängt. Trotzdem sind hier schon Parallelen bei Ländern mit hoher abstoßender Wirkung und niedriger Anzahl an Asylanträgen zu erkennen.

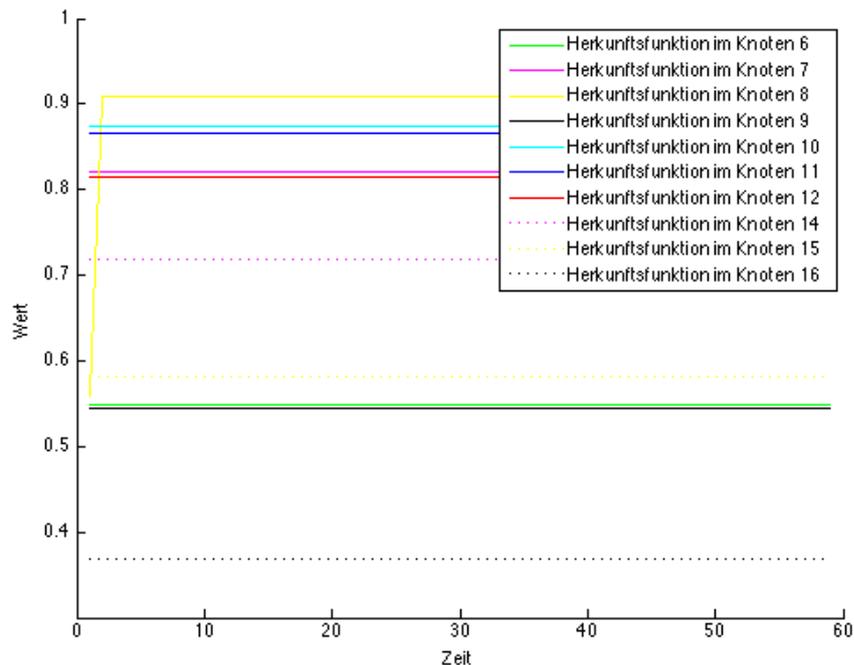


Abbildung 5.13: Herkunftsfunktionen aller im Graph der Bewegung betrachteten Regionen

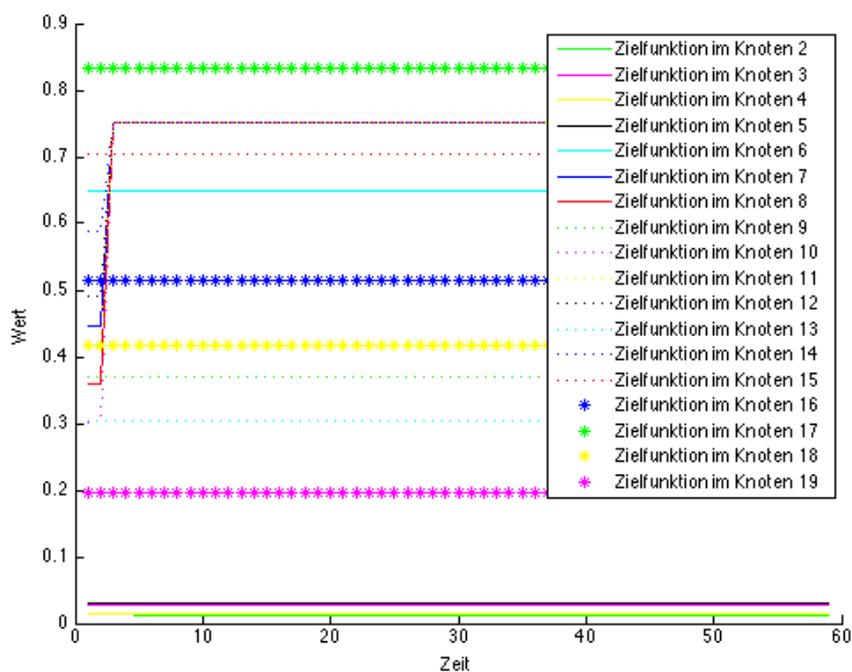


Abbildung 5.14: Zielfunktionen aller im Graph der Bewegung betrachteten Regionen

Die anziehenden Zielfunktionen der betrachteten Regionen sind in Abbildung 5.14 illustriert. Es stellen hier Nordeuropa v_{17} , Deutschland v_{16} und die Türkei v_6 die höchsten anziehenden Regionen dar, was mit den vom UNHCR erhobenen Asylantragszahlen in Abbildung 5.8 korreliert. Die Höhe der anziehenden Werte der Regionen Griechenland v_7 , Mazedonien v_8 und Österreichs v_{14} ist auf deren Rolle als Transitland zurückzuführen. Es ist außerdem zu erkennen, dass Westeuropa v_{16} , Südeuropa v_{18} , sowie Serbien v_9 und Osteuropa v_{13} mäßig hohe Anziehungswerte besitzen. Am niedrigsten sind hier die Werte für den Irak v_2 , Jordanien v_3 , Ägypten v_4 und Libanon v_5 . Es sind hier wieder Zusammenhänge zu den Antragszahlen in Abbildung 5.8 zu erkennen. Trotzdem ist, wie beispielsweise in Serbien v_9 , ersichtlich, dass die geographische Lage auf dieser Route und auch die abstoßenden Werte die Anzahl der Asylanträge beeinflussen.

Die mittels des Migrationsmodells simulierten Asylantragszahlen sind im Vergleich zu den vom UNHCR erhobenen Daten im Zeitraum September und Oktober 2015 in Abbildung 5.15 dargestellt.

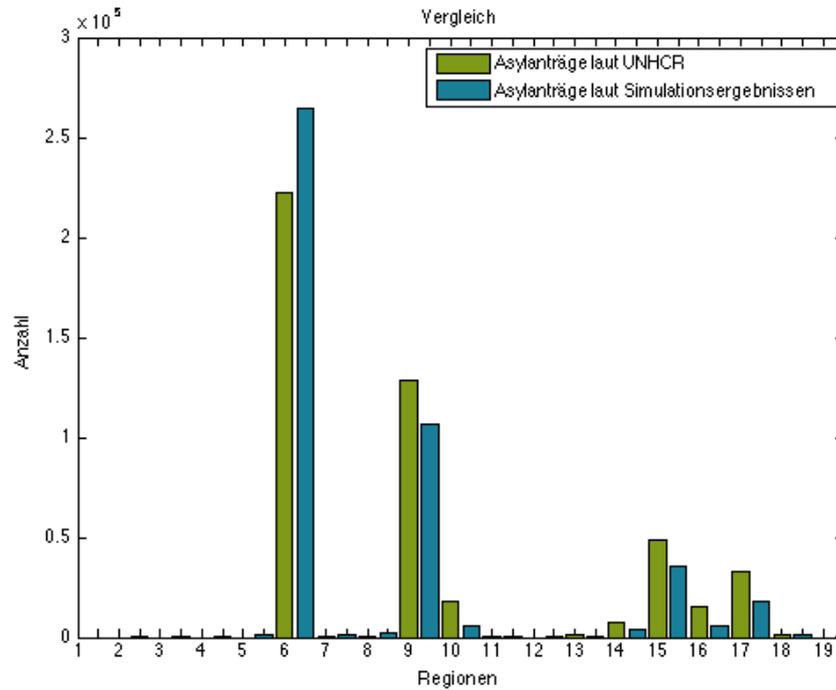


Abbildung 5.15: Vergleich der simulierten Asylanträge und vom UNHCR erhobenen Daten im Simulationszeitraum aus [10] und [12]

Es ist hier ein qualitativ gutes Verhalten zu erkennen. Die meisten Asylanträge wurden im Simulationszeitraum in der Türkei v_6 gestellt, danach folgt Serbien v_9 , dann Deutschland v_{15} und anschließend Nordeuropa v_{17} . Bei den Simulationsergebnissen ist qualitativ das selbe Ergebnis erzielt worden. Am fünfter Stelle ist hier laut dem UNHCR Ungarn v_{10} zu nennen, dann folgt Westeuropa v_{16} und anschließend Österreich v_{14} . Diese Reihung wird auch von den Simulationsergebnisse widergespiegelt. Auch wenn die genauen Anzahlen bei Ungarn und Westeuropa bei den Simulationsergebnissen weit näher beieinander liegen als in den Daten, ist qualitativ das gewünschte Verhalten abgebildet worden. Bei jenen Ländern, in denen laut UNHCR im Simulationszeitraum am wenigsten Anträge gestellt wurden, wie Syriens Nachbarländer v_2, v_3, v_4 und v_5 , sowie Griechenland v_7 , Kroatien v_{11} , Slowenien v_{12} , Osteuropa v_{13} , Südeuropa v_{18} und Südosteuropa v_{19} , liegen die Simulationsergebnisse über den Daten. Da die Quelle auf die der Vergleich hier bezogen ist die Anzahl der monatlich gestellten Asylanträge darstellt,

werden ebenso die Simulationsergebnisse für den Monat September betrachtet. In Abbildung 5.16 ist ersichtlich, dass auch hier qualitativ das Verhalten mit dem Modell abgebildet werden kann. Auch wenn die genaue Anzahl der Asylanträge nicht genau übereinstimmt, wird doch das Migrationsverhalten und die relative Aufteilung der Asylanträge qualitativ richtig abgebildet.

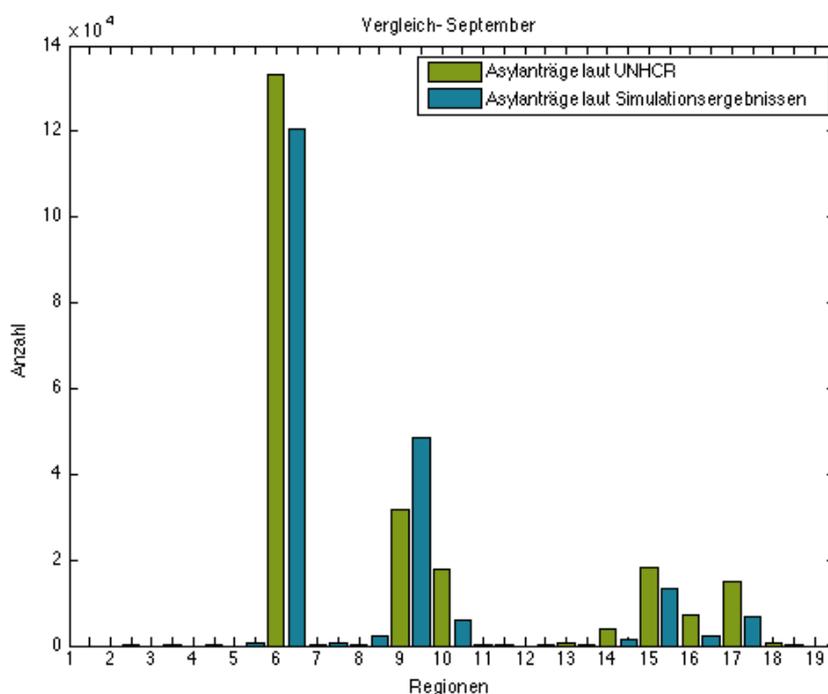


Abbildung 5.16: Vergleich der simulierten Asylanträge und der vom UNHCR erhobenen Daten im September 2015 aus [10] und [12]

Die auf ganzzahligen Werte gerundete Anzahl der Asylanträge als Ergebnisse des Migrationsmodells im Vergleich zu den vom UNHCR erhobenen Daten sind in Tabelle 5.6 ersichtlich. Es ist zu erkennen, dass es bei der genauen Anzahl der Anträge doch starke Abweichungen gibt. Der absolute Fehler, also der Absolutbetrag der Differenz der Daten und der Simulationsergebnisse, ist in Abbildung 5.17 gegeben.

Sichtbar ist der absolute Fehler bei den Ländern Türkei v_6 , Serbien v_9 , Nord-europa v_{17} , Ungarn v_{10} und Deutschland v_{15} am höchsten. Diese Regionen stellen jene dar, in denen auch die Anzahl der Asylanträge im Simulations-

Region	Anzahl der Asylanträge laut UNHCR	Anzahl der Asylanträge laut Simulation
v_2	0	183
v_3	0	852
v_4	0	201
v_5	0	1017
v_6	222290	264350
v_7	425	961
v_8	30	2286
v_9	128380	106910
v_{10}	17842	5789
v_{11}	6	60
v_{12}	0	189
v_{13}	1022	1
v_{14}	7569	4001
v_{15}	48301	35334
v_{16}	15383	5733
v_{17}	33003	18063
v_{18}	1276	1036
v_{19}	0	0

Tabelle 5.6: Simulationsergebnisse im Vergleich zu den vom UNHCR erhobenen Daten aus [10] und [12]

zeitraum am höchsten ist. Das weist also darauf hin, dass der relative Fehler geringer ist. Die höchste Differenz in der Türkei stellt damit 18,9% der tatsächlich dort gestellten Asylanträge dar und beträgt 8,84% der in allen betrachteten Ländern gestellten Anträge. Wenn man die absoluten Fehler in den einzelnen Regionen summiert und der Gesamtanzahl der gestellten Asylanträge gegenüberstellt, beträgt dieser 25,9%. Des Weiteren sind die absoluten Fehler der im September gestellten Asylanträge in Abbildung 5.18 ersichtlich. Hier ist ein ähnliches Verhalten zu erkennen. Wieder ist der Fehler in den Knoten v_6 , v_9 , v_{10} und v_{17} sehr hoch, in denen auch im Vergleich viele Asylanträge gestellt wurden. Der gesamte absolute Fehler in Bezug auf die Gesamtanzahl der im September gestellten Anträge beträgt hier 28,5%.

Auch wenn dieser absolute Fehler hoch erscheint, ist zu bemerken, dass die Zielsetzung des Modells eine qualitative Abbildung des Migrationsverhaltens über die unterschiedlichen Routen war und dieses Verhalten nach Abbildung

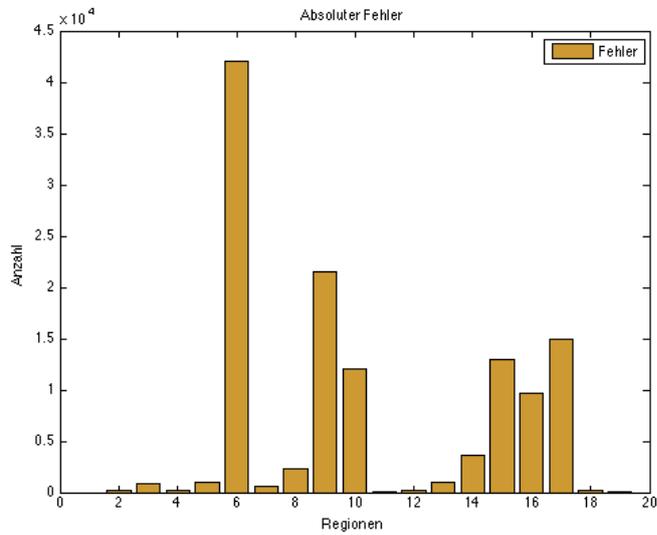


Abbildung 5.17: Absoluter Fehler im Simulationszeitraum

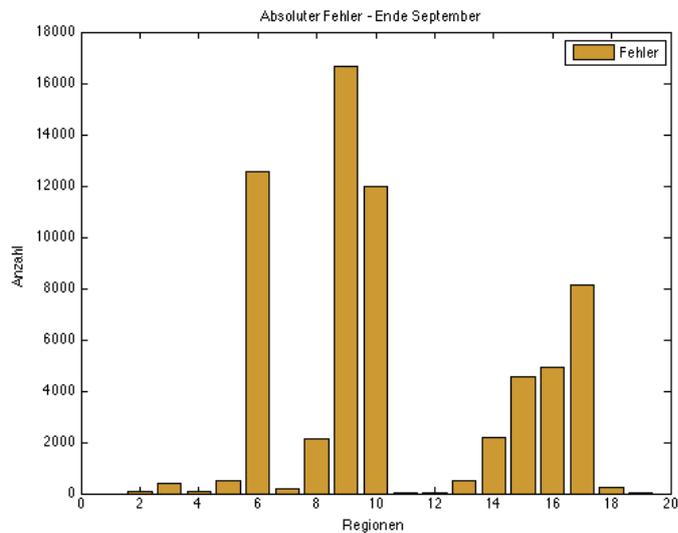


Abbildung 5.18: Absoluter Fehler im September 2015

5.15 abgebildet werden kann. Dies wird in Abbildung 5.19 deutlich, in der die Anzahl der das Land auf Transit durchquerenden MigrantInnen darstellt sind. Hier ist ersichtlich, dass die Grenzsicherungen von Ungarn zu Serbi-

en Mitte September (nach 15 Zeitschritten) und zu Kroatien Mitte Oktober (nach 45 Zeitschritten) Auswirkungen auf die Anzahl der sich in den umliegenden Ländern befindenden MigrantInnen haben. Es ist außerdem zu erkennen, dass auch im Modell diese Grenzzaunerrichtungen eine Verschiebung der Migrationsroute über Kroatien und schließlich über Serbien zu Folge hat.

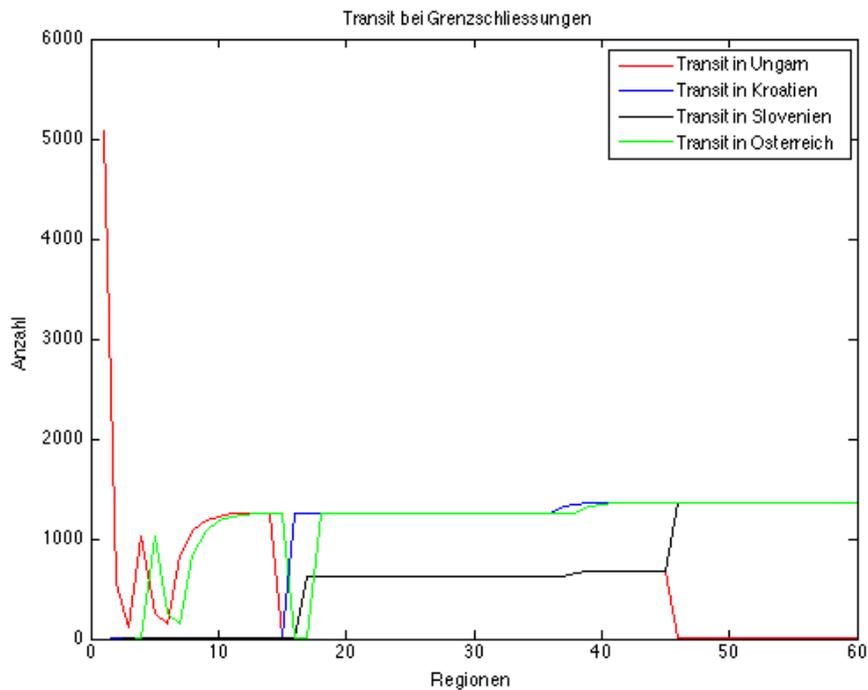


Abbildung 5.19: Anzahl der MigrantInnen in speziellen Ländern auf Transit zur Veranschaulichung des Modellverhaltens bei Grenzschliessungen

5.6 Vergleichendes Szenario

Als vergleichendes Szenario wird eine weitere Situation abgebildet, die in einigen Gesichtspunkten der ursprünglich abgebildeten Situation ähnelt, jedoch andere Migrationsrouten darstellt. Es wird also untersucht, ob das parametrisierte Modell in der Form auch andere zu Grunde liegende Situationen abbilden kann.

Hierfür wird die im Frühling des Jahres 2016 vollzogene Schließung der Balkanroute simuliert. Dadurch wurde eine Verlagerung der Migrationsbewegung-

gen über die zentrale Mittelmeerroute, welche von Nordafrika nach Italien führt und in Abbildung 5.3 dargestellt ist, diskutiert. Der betrachtete Simulationszeitraum ist hier der Monat Juni 2016. Es wird die Parametrisierung wie in Abschnitt 5.4 übernommen, wobei jedoch weitere Grenzkontrollen von Deutschland v_{15} nach Nordeuropa v_{17} einbezogen werden. Außerdem werden die Länder der Balkanroute, also von der Türkei v_6 bis nach Ungarn v_{10} , mit geschlossenen Grenzen simuliert.

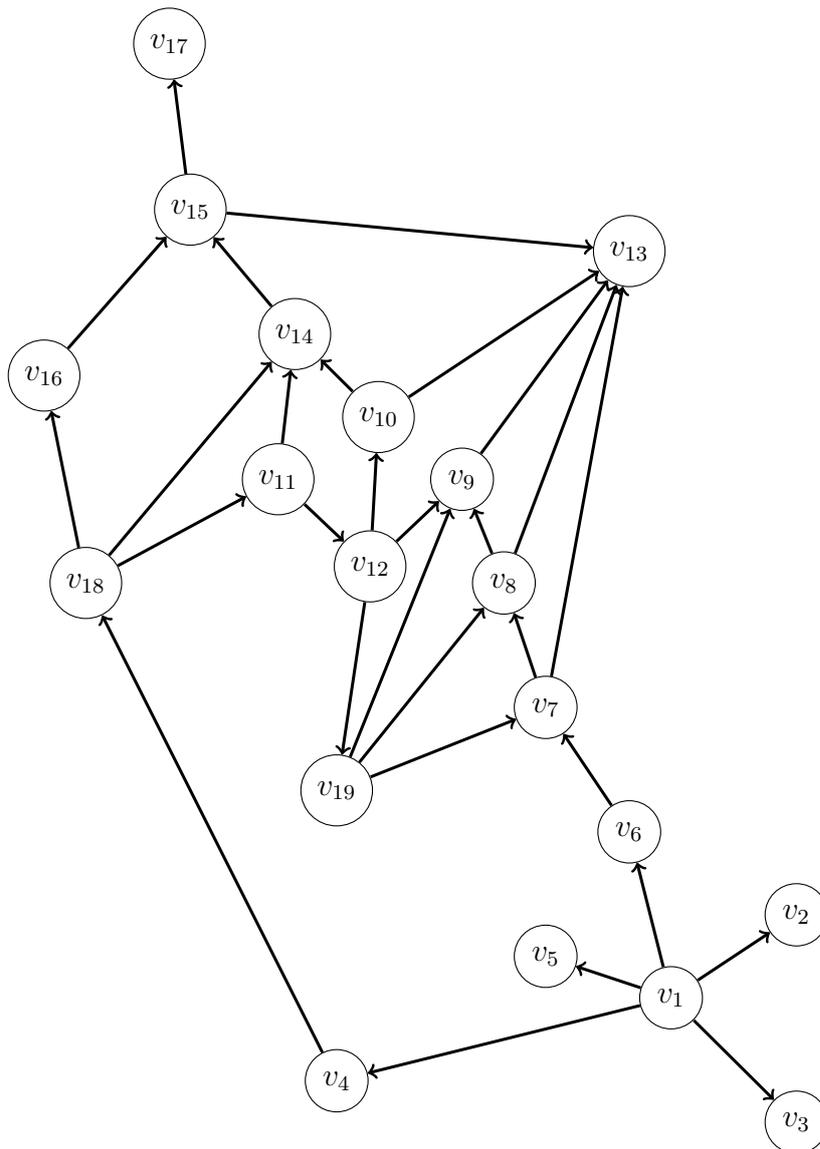


Abbildung 5.20: Darstellung des Graphen der Bewegung des Vergleichsszenarios

Es wird eine mögliche Verbindung vom Knoten v_4 , welcher nun neben Ägypten die Migration über Nordafrika und damit die zentrale Mittelmeerroute repräsentiert, nach Südeuropa v_{18} miteinbezogen. Der daraus resultierende Graph der Bewegung des Vergleichsszenarios ist in Abbildung 5.20 dargestellt. Die Beschreibung der Knoten ist konsistent mit jener in Tabelle 5.1. Lediglich der Knoten v_4 repräsentiert nun neben Ägypten auch Libyen, um die Migrationsroute über Nordafrika darstellen zu können. In diesem Szenario wird die Aufnahmebereitschaft der Region Westeuropa v_{16} als gering angenommen, was bedeutet, dass die Kapazität dieser Region unabhängig von der Anzahl der dort gestellten Asylanträge als überschritten angenommen wird.

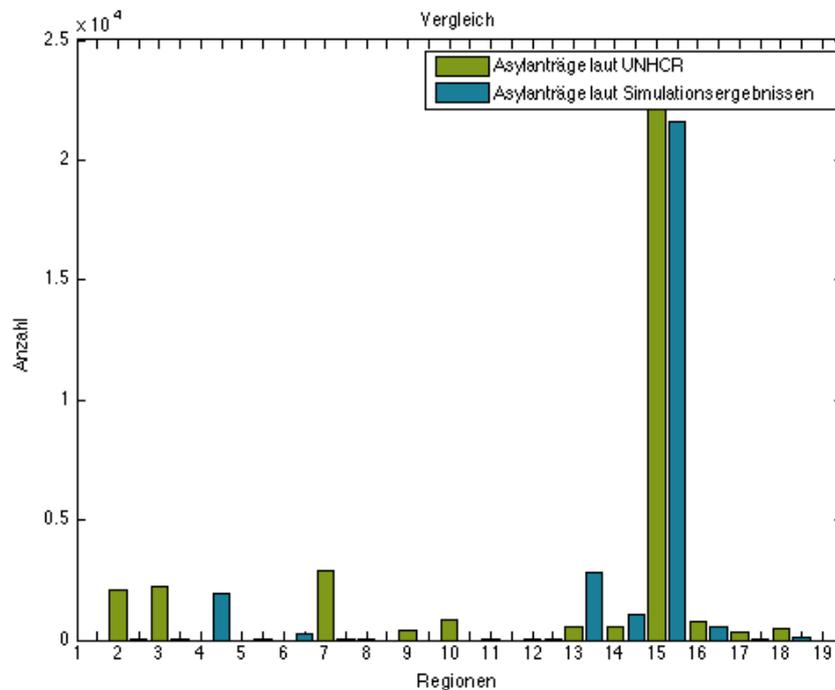


Abbildung 5.21: Vergleich der im Vergleichsszenario simulierten Asylanträge und der vom UNHCR erhobenen Daten im Simulationszeitraum aus [10] und [12]

Die mittels des Migrationsmodell simulierten Asylantragszahlen sind im Vergleich zu denen vom UNHCR erhobenen Daten im Zeitraum Juni 2016 in Abbildung 5.21 dargestellt. Hier sei jedoch angemerkt, dass es für diesen

Zeitraum von den Ländern Albanien, Bosnien, Dänemark, Estland, Frankreich, Griechenland, Italien, Polen, Serbien, Slowakei, Spanien und dem Vereinigten Königreich laut UNHCR derzeit (15.08.2016) keine Angaben zu den Asylantragszahlen gibt. Hier wurden zum Vergleich jeweils die Antragszahlen vom Monat März 2016 herangezogen. Es ist hier zu erkennen, dass die Tatsache, dass in Deutschland v_{15} laut den vom UNHCR erhobenen Daten bei Weitem die meisten Asylanträge gestellt wurden, auch die Simulationsergebnisse widerspiegeln. Am zweitmeisten Anträge wurden in Griechenland gestellt, was aber aus der Simulation nicht hervorgeht. Dies kann darin zu begründen sein, dass im Modell die Balkanroute gänzlich geschlossen ist, wobei diese Schließung in der Realität jedoch sukzessive passierte und somit MigrantInnen in bestimmten Ländern, wie eben Griechenland, bleiben mussten. Außerdem ist ersichtlich, dass die Simulationsergebnisse die Antragszahlen im Irak v_2 und in Jordanien v_3 nicht widerspiegeln können. In der Parametrisierung wurde bei Syriens Nachbarländern die Anziehung der von dem Land aus erreichbaren Regionen mit 80% sehr hoch gewichtet, was aus Abbildung 5.9 hervorgeht. In der Situation im September und Oktober 2015 war dies nach dem Modell also das wesentlich anziehende Attribut. Jedoch deuten die Ergebnisse des Vergleichsszenarios darauf hin, dass dies im Juni 2016 nicht der Fall ist.

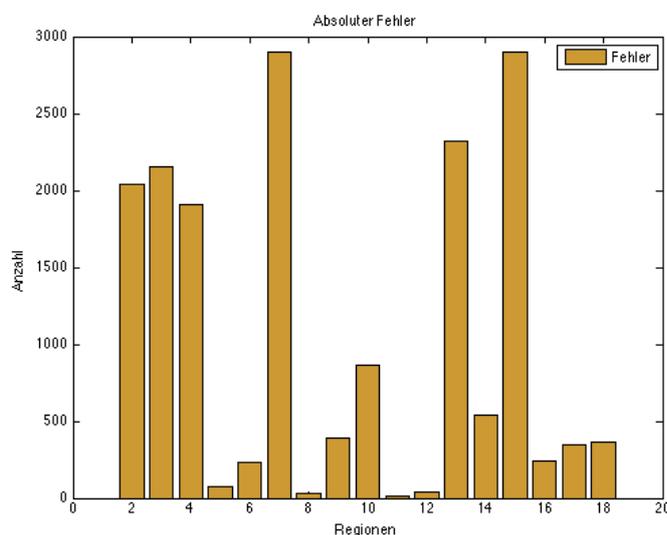


Abbildung 5.22: Absoluter Fehler des Vergleichsszenarios im Simulationszeitraum

In Abbildung 5.22 ist der absolute Fehler der Simulationsergebnisse für das Szenario im Juni 2016 dargestellt. Es ist ersichtlich, dass im Vergleich zum ursprünglichen Szenario der Fehler hier weiter gestreut ist und nicht nur in jenen Regionen mit hohen Antragszahlen groß ist. Hier ist allerdings zu beachten, dass zum Vergleich nicht alle Daten für den betrachteten Zeitraum zugänglich waren. Außerdem ist der Fehler mit 48.6% auch weitaus höher als bei dem ursprünglichen Szenario.

Kapitel 6

Diskussion und Ausblick

Die zum Ziel gesetzte Aufarbeitung der formalen mathematischen Grundlagen und Hintergründe des Gravitationsmodells als spezielle Form des räumlichen Interaktionsmodells bildet einen fundamentalen Teil dieser Arbeit. Die in Abschnitt 3.1 dargelegte Definition des Gravitationsmodells baut auf der Entwicklung eben dieser auf und stellt eine allgemeine Definition dar, welche die in diesem Abschnitt angeführten relevanten Formen des Gravitationsmodells beinhaltet. Weiter wird in Abschnitt 3.2 der grundlegende Formalismus zur Beschreibung und Charakterisierung des Modells dargestellt. Hier ist vor allem die exakte Beschreibung der die Interaktion maßgeblich beeinflussenden Separationsklassen und des räumlichen Interaktionsmusters grundlegend für alle weitere Untersuchungen. Die darüber definierte Musterwahrscheinlichkeit ist dann der Ausgangspunkt für die verschiedenen Spezifikationen der Gravitationsmodelle. Diese sind essentiell um auch das Modellverhalten bei verschiedenen Interaktionsmustern und Separationsklassen zu untersuchen und ganz allgemein um die Modelle zu klassifizieren. Die Darlegung der relevanten Ziel-, Herkunfts- und Separationsfunktionen in Abschnitt 3.4 ist weiter relevant für den folgenden Modellbildungsprozess.

Der dargelegte Formalismus stellt die Grundlage für die Erarbeitung und die Untersuchungen des Migrationsmodells dar. Dieses ist so entwickelt worden, dass es in die Klasse der Gravitationsmodelle einzuordnen ist und das Migrationsverhalten somit über die anziehende und abstoßende Wirkung der Attribute in den jeweiligen Regionen beschrieben wird. Durch die Betrachtung von verschiedenen zeitabhängigen Attributen und deren unterschiedlichen Gewichtung wird auch deren Heterogenität berücksichtigt. Außerdem können somit zeitabhängige Änderungen im System und deren Auswirkungen auf das Migrationsverhalten betrachtet werden. Aus der strukturellen Analyse und Klassifizierung des Modells in Abschnitt 4.4 geht hervor, dass es

sich um ein monotonen herkunfts- und separationsinvariantes Gravitationsmodell handelt. Die Untersuchung des Modellverhaltens bei verschiedenen zu Grunde liegenden Graphenstrukturen in Abschnitt 4.5 ist in Hinblick auf die konkrete Anwendung des Modells von Bedeutung. Es wird hier gezeigt, dass das entwickelte Modell sich erwartungsgemäß verhält und durch die Relevanz der abstoßenden Attribute in Bezug auf das Migrationsverhalten die Betrachtung von Transitregionen nötig ist. In Bezug auf die Charakterisierung des Modells ist es essentiell, dass es sich um einen makrotheoretischen Ansatz zur Beschreibung von Migrationsverhalten auf Basis ganzer Populationen handelt. Das Modell eignet sich also um Migrationsbewegungen qualitativ zu beschreiben.

Im letzten Abschnitt wird das entwickelte Migrationsmodell in Bezug auf seine Anwendbarkeit beleuchtet. In Abschnitt 5.1 und Abschnitt 5.4 wird die abzubildende Situation und die Datenlage genau dargelegt. Die betrachteten Attribute der jeweiligen Regionen und deren mathematische Beschreibung in Abschnitt 5.3 bezieht sich auf Untersuchungen über den Einfluss der Asylpolitik und verschiedenen Attributen von westeuropäischen Ländern in Bezug auf das Migrationsverhalten. Die Gewichtung der Attribute wird im Zuge der Parametrisierung bestimmt. Gleichsam wird dadurch die abgebildete Situation selbst in Bezug auf die einfließenden Parameter untersucht. Hier ist zu bemerken, dass im Modell die Stabilität eines Landes, die Kapazität sowie Chance auf Bewilligung des Asylantrages den größten Einfluss haben. Außerdem spielt hier die Zugangspolitik eine entscheidene Rolle. Bei den Simulationsergebnissen Abschnitt 5.5 ist ersichtlich, dass die Verteilung der MigrantInnen im Simulationszeitraum auf die betrachteten Regionen über die verschiedenen Routen qualitativ abgebildet werden kann. Auch wenn der in allen Regionen summierte absolute Fehler in Bezug auf die Gesamtzahl der gestellten Asylanträge mit fast 26% durchaus hoch ist, ist zu bemerken, dass die Zielsetzung des Modells eine qualitative Abbildung des Migrationsverhaltens über die unterschiedlichen Routen ist. Im Hinblick darauf erfüllt das Migrationsmodell also die gestellten Anforderungen. Auch sich ereignete Routenverschiebungen bei Grenzschiebungen sind in den Simulationsergebnissen zu erkennen. In dem Vergleichsszenario wird untersucht, ob das parametrisierte Modell in der Form auch die Migrationsbewegungen über dieselben betrachteten Regionen im Juni 2016 abbilden kann. In Abschnitt 5.6 wird hervorgehoben, dass die Simulationsergebnisse die Region, in der am meisten Asylanträge gestellt werden, richtig abbilden. Trotzdem ist zu bemerken, dass einige Phänomene nicht abgebildet werden können. Dies ist darin zu begründen, dass dieser Situation ein anderer Einfluss an Parametern zu Grunde liegt.

Das Modell nimmt sich zum Ziel Migrationsverhalten abzubilden, was jedoch in Bezug auf die Komplexität menschlicher Verhaltensweisen eine große Herausforderung darstellt. Es hat sich gezeigt, dass es qualitativ möglich ist die Migrationsbewegungen im Sommer 2015 abzubilden, die Gewichtung der verschiedenen Einflüsse sich jedoch schnell ändern kann und damit das Modell Phänomene des Vergleichszenarios knapp ein halbes Jahr später nicht fassen kann. Trotzdem ist zu bemerken, dass das Modell die Zielsetzung der qualitativen Abbildung des Migrationsverhaltens im Sommer 2015 erfüllt und auch einige Phänomene des Vergleichszenarios richtig abbilden kann. Die Möglichkeiten dieses Modellansatzes liegen also in der qualitativen Beschreibung von Migrationsbewegungen von Populationen, der Abbildung verschiedener Migrationsrouten, sowie deren mögliche Verschiebung aufgrund von strukturellen Änderungen. Die Grenzen liegen hier bei der Beschreibung von individuellem Migrationsverhalten, da in dem Modellansatz keine Individuum-spezifischen Motive einbezogen werden. Das Modell liefert also keine genauen Zahlen von MigrantInnen, sondern bildet die relative Verteilung von Populationsgruppen auf die betrachteten Regionen in Abhängigkeit der einbezogenen anziehenden und abstoßenden Attribute ab. Die Untersuchungen zeigen außerdem, dass die Validität des Modells in hohem Maße von den betrachteten Attributen und deren Gewichtung abhängt. Überdies kann das Migrationsmodell als Grundlage für weitere Untersuchungen herangezogen werden. Durch das Einbeziehen von mehreren Attributen und die Untersuchung der Gewichtung dieser über einen längeren Zeitraum könnte ein Modell entwickelt werden, welches stabiler in Bezug auf andere abzubildende Situationen ist. Außerdem kann das Modell die Grundlage für Untersuchungen der das Migrationsverhalten bestimmenden Attribute selbst darstellen.

Literaturverzeichnis

- [1] Luc Anselin, Sergio J. Rey (2010) *Perspectives on Spatial Data Analysis*, Springer Verlag, Berlin Heidelberg, Deutschland.
- [2] Henry Charles Carey (1858) *Principles of Social Science*, Philadelphia, Pennsylvania.
- [3] Adam Dennett (2012) *Estimating flows between geographical location: 'get me started in' spatial interaction modelling*, Working Paper Series, Paper 181- Mar 12, Centre for Advanced Spatial Analysis, University College London, London.
- [4] Michael Drmota (2005) *Diskrete Mathematik*, Skriptum, Technische Universität Wien.
- [5] Christoph Eck, Harald Garcke, Peter Knabner (2011) *Mathematische Modellierung*, Springer Verlag, Heidelberg, Deutschland.
- [6] Europäische Kommission (2016) [online]
<https://www.un.org/sg/en/content/sg/statement/2016-03-30/un-secretary-generals-remarks-opening-high-level-meeting-global>
[15.08.2016]
- [7] EUROSTAT(2014) [online]
<http://ec.europa.eu/eurostat/documents/4168041/6742650/KS-QA-15-003-EN-N.pdf>[15.08.2016]
- [8] EUROSTAT(2014) [online]
[http://ec.europa.eu/eurostat/statistics-explained/index.php/File:Final_decisions_on_\(non-EU\)_asylum_applications,_2014_\(number,_rounded_figures\)_YB15_III-de.pn1](http://ec.europa.eu/eurostat/statistics-explained/index.php/File:Final_decisions_on_(non-EU)_asylum_applications,_2014_(number,_rounded_figures)_YB15_III-de.pn1)[15.08.2016]
- [9] Flüchtlingshochkommissariat der Vereinten Nationen UNHCR (2016) *Global Trends; Forced displacement in 2015*, UNHCR, Genf, Schweiz.

- [10] Flüchtlingshochkommissariat der Vereinten Nationen UNHCR (2016) [online]
<http://data.unhcr.org/syrianrefugees/regional.php>[15.08.2016]
- [11] Flüchtlingshochkommissariat der Vereinten Nationen UNHCR (2016) [online]
<http://data.unhcr.org/syrianrefugees/asylum.php>[15.08.2016]
- [12] Flüchtlingshochkommissariat der Vereinten Nationen UNHCR (2016)[online]
http://popstats.unhcr.org/en/asylum_seekers_monthly[15.08.2016]
- [13] Found of Peace (2015) [online]
<http://fsi.fundforpeace.org>[15.08.2016]
- [14] Frontex (2016) [online]
<http://frontex.europa.eu/trends-and-routes/eastern-mediterranean-route/>[15.08.2016]
- [15] Frontex (2016) [online]
<http://frontex.europa.eu/trends-and-routes/migratory-routes-map/>[15.08.2016]
- [16] Frontex (2016) [online]
<http://frontex.europa.eu/trends-and-routes/western-balkan-route/>[15.08.2016]
- [17] Timothy Hatton, Joe Moloney (2015) *Application for Asylum in the Developed World:Modelling Asylum Claims by Origin and Destination*, ANU Working Papers in Economics and Econometrics 625, Australien.
- [18] Timothy Hatton (2011) *Seeking Asylum; Trends and Policies in the OECD*, Centre for Economic Policy Research, London, England.
- [19] Sven Krumke, Hartmut Noltemeier, Peter Knabner (2009) *Graphentheoretische Konzepte und Algorithmen*, Vieweg+Teubner GWV Fachverlage GmbH, Wiesbaden, Deutschland.
- [20] Eric Neumayer (2004) *Asylum Destination Choice: What makes some west european countries more attractive than others?*, European Union Politics, Volume 5 (2), Seite 155-180, SAGE Publications,London.
- [21] Ashish Sen, Tony Smith (1995) *Gravity Models of Spatial Interaction Behaviour*, Springer Verlag, USA.

- [22] Statista (2015) [online]
<http://de.statista.com>[15.08.2016]
- [23] Vereine Nationen (2016) [online]
<https://www.un.org/sg/en/content/sg/statement/2016-03-30/un-secretary-generals-remarks-opening-high-level-meeting-global>
[15.08.2016]
- [24] wko (2014)[online]
<http://wko.at/statistik/eu/europa-BIPjeEinwohner.pdf>[15.08.2016]
- [25] Weltbank(2014)[online]
<http://data.worldbank.org/indicator/SP.POP.TOTL>[15.08.2016]
- [26] Ernest Charles Young (1924) *The movement of Farm Population*, Cornell Agricultural Experiment Station, New York.

Abbildungsverzeichnis

2.1	Darstellung zweier Massepunkte und der gerichteten Gravitationskräfte	5
2.2	Darstellung zweier Massepunkte und dem Betrag der Gravitationskraft	6
2.3	Beispiel für einen Wurzelbaum	11
4.1	Testgraph 1 zur Untersuchung des Modellverhaltens	48
4.2	Simulationsergebnis des Szenario 1 für den Testgraphen 1 . . .	49
4.3	Simulationsergebnis des Szenario 2 für den Testgraphen 1 . . .	50
4.4	Simulationsergebnis des Szenario 3 für den Testgraphen 1 . . .	51
4.5	Testgraph 2 zur Untersuchung des Modellverhaltens	51
4.6	Simulationsergebnis des Szenario 5 für den Testgraphen 2 . . .	52
4.7	Simulationsergebnis des Szenario 7 für den Testgraphen 2 . . .	53
4.8	Testgraph 3 zur Untersuchung des Modellverhaltens	54
4.9	Simulationsergebnis des Szenario 8 für den Testgraphen 3 . . .	54
4.10	Simulationsergebnis des Szenario 10 für den Testgraphen 3 . .	55
5.1	Schematische Abbildung der Migrationsrouten nach Europa aus [9, S. 33]	60
5.2	Darstellung der Ankünfte von MigrantInnen über die östliche Mittelmeerroute über Monate des Jahres 2015 aus [9, S. 35] .	61
5.3	Schematische Darstellung der wichtigsten Migrationsrouten in die EU an den EU-Außengrenzen sowie des Schengen-Raums aus [15]	62
5.4	Schematische Darstellung der Anzahl syrischer MigrantInnen in Syriens Nachbarländern aus [10]	64
5.5	Schematische Darstellung der Anzahl von Asylanträgen syrischer MigrantInnen in Europa aus [11]	65
5.6	Darstellung des Graphen der Bewegung der abzubildenen Situation	67

5.7	Anzahl der Asylanträge syrischer AntragsstellerInnen am 1. Septeber 2015 aus [10] und [12]	78
5.8	Anzahl der Asylanträge syrischer AntragsstellerInnen im September und Oktober 2015 laut [10] und [12]	79
5.9	Gewichtung der anziehenden Attribute aus dem Herkunftsland Syrien	80
5.10	Gewichtung der anziehenden Attribute bei potenziellen Ziel- und Transitländern	81
5.11	Gewichtung der abstossenden Attribute bei potenziellen Ziel- und Transitländern	82
5.12	Herkunftsfunktionen der Transitregionen	83
5.13	Herkunftsfunktionen aller im Graph der Bewegung betrachteten Regionen	84
5.14	Zielfunktionen aller im Graph der Bewegung betrachteten Regionen	85
5.15	Vergleich der simulierten Asylanträge und vom UNHCR erhobenen Daten im Simulationszeitraum aus [10] und [12]	86
5.16	Vergleich der simulierten Asylanträge und der vom UNHCR erhobenen Daten im September 2015 aus [10] und [12]	87
5.17	Absoluter Fehler im Simulationszeitraum	89
5.18	Absoluter Fehler im September 2015	89
5.19	Anzahl der MigrantInnen in speziellen Ländern auf Transit zur Veranschaulichung des Modellverhaltens bei Grenzschießungen	90
5.20	Darstellung des Graphen der Bewegung des Vergleichsszenarios	91
5.21	Vergleich der im Vergleichsszenario simulierten Asylanträge und der vom UNHCR erhobenen Daten im Simulationszeitraum aus [10] und [12]	92
5.22	Absoluter Fehler des Vergleichsszenarios im Simulationszeitraum	93

Tabellenverzeichnis

5.1	Erläuterung der Knoten des Graphen der Bewegung	66
5.2	Kategorisierte Einflussfaktoren des von Timothy Hatton entwickelten Index der Asylpolitik	71
5.3	Im Migrationsmodell einbezogene Zielattribute	72
5.4	Im Migrationsmodell einbezogene Herkunftsattribute	74
5.5	Im Migrationsmodell verwendete Attribute und deren Quellen	77
5.6	Simulationsergebnisse im Vergleich zu den vom UNHCR erhobenen Daten aus [10] und [12]	88