Die approbierte Originalversion dieser Diplom-/Masterarbeit ist in der Hauptbibliothek der Technischen Universität Wien aufgestellt und zugänglich.
http://www.ub.tuwien.ac.at

The approved original version of this diploma or master thesis is available at the main library of the Vienna University of Technology.
http://www.ub.tuwien.ac.at/eng

Diplomarbeit

Master‘s Thesis

EXPERIMENTELLE UND NUMERISCHE UNTERSUCHUNGEN ZUR HERSTELLUNG EINER WILDBRÜCKE MIT DEM PNEUMATIC FORMING OF HARDENED CONCRETE BAUVERFAHREN

ausgeführt zum Zweck der Erlangung des akademischen Grades eines Diplom-Ingenieurs unter der Leitung von

O. Univ.-Prof. Dipl.-Ing. Dr.-Ing. **Johann Kollegger**, M.Eng.

und

Univ.-Ass. Dipl.-Ing. Dr. techn. **Benjamin Kromoser**

[E212-2]

Institut für Tragkonstruktionen – Betonbau

Karlsplatz 13/212-2

A-1040 Wien

Eingereicht an der Technischen Universität Wien

Fakultät für Bauingenieurwesen

von

Stefan Wiesinger, BSc

1027148

Derfflingerstraße 6/7

A-4240 Freistadt

Wien, September 2016 ……

Danksagung

Ich möchte mich an dieser Stelle herzlich bei o.Univ. Prof. Dipl.-Ing. Dr.-Ing. Johann Kollegger für die Möglichkeit bedanken, mit dieser Diplomarbeit einen Beitrag zu einem hochinteressanten und erfolgreichen Forschungsprojekt leisten zu dürfen.

Besonderer Dank gilt Dipl.-Ing. Dr. techn. Benjamin Kromoser, der mit seiner hohen Fachkompetenz und Erfahrung als publizierender Wissenschaftler in den immer freundschaftlich geführten Betreuungsgesprächen eine wertvolle Unterstützung war.

Hervorzuheben ist die fachliche Beratung durch Dr.-Ing. Dobromil Pryl. Ohne sein Expertenwissen auf dem Gebiet der numerischen Simulation, wäre das Verfassen der Arbeit in der vorliegenden Form nicht möglich gewesen.

Für die Herstellung der Versuchskörper und die Durchführung der Biegeversuche möchte ich meinen beiden Studienkollegen Matthias Braun und Mathias Hammerl danken.

Abschließend möchte ich mich noch außerordentlich bei allen bedanken, deren Unterstützung über den fachlichen Aspekt hinausging und meine Studienzeit zu einem unvergesslich schönen Lebensabschnitt gemacht haben.

Danke!

Kurzfassung

Über die Koralmbahn zwischen Graz und Klagenfurt wird eine Wildbrücke als Schalenbrücke mit dem Pneumatic Forming of Hardened Concrete (PFHC) Bauverfahren hergestellt.

Die doppelt gekrümmte Schale der Brücke wird dabei durch das Anheben einer ebenen ausgehärteten Betonplatte mit Hilfe einer pneumatischen Schalung errichtet.

Diese Diplomarbeit beinhaltet die Beschreibung und Auswertung einer Serie von 16 vorab durchgeführten Biegeversuchen an rechteckigen Betonplatten, mit dem Ziel die geeignetste Beton-Bewehrungskombination für den Umformungsprozess von der Platte zur Schale zu bestimmen.

Mit einem an den Versuchsergebnissen kalibrierten numerischen Modell der Biegeexperimente werden zweidimensionale nichtlineare Analysen zu den Versagensmechanismen und der Variation des Bewehrungsgrades durchgeführt.

Abschließend wird eine dreidimensionale nichtlineare Simulation des Umformungsprozesses vorgestellt und ausgewählte praxisrelevante Ergebnisse werden präsentiert.

Abstract

A shell-shaped concrete bridge is going to be erected along the railway line Koralmbahn between Graz and Klagenfurt using the Pneumatic Forming of Hardened Concrete (PFHC) construction method.

The double-curved shell of the deer pass is built by lifting an initially flat hardened concrete plate with the aid of a pneumatic formwork and additional post tensioning cables at the circumference.

This master's thesis includes the description and analysis of a series of 16 preliminary four-point bending tests on rectangular concrete specimen. The aim is to determine the most suitable concrete-reinforcement combination for the transformation process from the plate to the shell.

Using a numerical model of the bending experiments, which is calibrated to the test results, two-dimensional nonlinear analyses of failure mechanisms and variations of the reinforcement ratio are executed.

Finally, the thesis describes a three-dimensional nonlinear simulation of the transformation process and presents some particularly chosen results.

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung ... 1

2 Nichtlineare Finite Elemente Methode ... 3

2.1 Einleitung ... 3

2.2 Linearität und Hooke'sches Gesetz ... 3

2.3 Nichtlinearitäten im Umformungsprozess ... 5

2.4 Prinzip der virtuellen Verschiebungen (PvV) ... 6

2.5 Lösungsalgorithmen für nichtlineare Gleichungssysteme ... 9

2.6 Konvergenzkriterien ... 11

2.7 Diskretisierung des Kontinuums ... 12

3 Biegeversuche ... 13

3.1 Einleitung ... 13

3.2 Beschreibung der Versuchskörper ... 16

3.3 Herstellung der Versuchskörper ... 19

3.4 Versuchsaufbau ... 23

3.4.1 Lagerung ... 28

3.4.2 Lasteinleitung ... 31

3.4.3 Messeinrichtung ... 33

3.4.4 Reduzierter Überblick ... 35

3.5 Bezeichnung der Prüfkörper ... 36

3.6 Materialkennwerte ... 37

3.6.1 Beton ... 38

3.6.2 Stahlseile ... 46

3.6.3 Carbongelege (Herstellerangaben) ... 53

3.6.4 GFK-Stabbewehrung (Herstellerangaben) ... 53

3.6.5 Glasfasergelege: grid Q100-GEP-38 (Herstellerangaben) ... 53

3.7 Auswertung der Biegeversuche ... 54

3.7.1 Kraft-Durchbiegungsdiagramme ... 55

3.7.2 Minimale Krümmungsradien ... 65

3.7.3 Abweichung der Biegelinie von der kreisförmigen Sollform ... 67
3.7.4 Rissbild ... 69
3.7.5 Zusammenfassung ... 73
3.7.6 Entscheidungstabelle ... 76
4 Simulation der Biegeversuche ... 77
4.1 Modellbildung ... 77
4.2 Diskretisierung und Lösungsverfahren ... 79
4.3 Materialkennwerte ... 81
4.4 Nachrechnung von V7/1_4x8GFK_100 ... 82
4.5 Nachrechnung von V8/1_4x8GFK_120 ... 83
4.6 Variation der Bewehrungsfläche ... 84
4.6.1 Maximale Bewehrungsfläche ... 85
4.6.2 Minimale Bewehrungsfläche ... 86
4.6.3 Zusammenfassung ... 87
5 Simulation des Umformungsprozesses ... 88
5.1 Modellbildung ... 88
5.2 Diskretisierung und Lösungsverfahren ... 90
5.3 Materialkennwerte ... 92
5.4 Belastung ... 93
5.5 Ergebnisse ... 98
5.6 Zusammenfassung ... 103
5.7 Ausblick ... 103
6 Zusammenfassung ... 104

1 Einleitung

Eine Wildbrücke über der Koralmbahn wird mit dem in [1] bis [4] beschriebenen Pneumatic Forming of Hardened Concrete (PFHC) Bauverfahren hergestellt. Dabei wird eine bewehrte Platte in der Ebene betoniert und im ausgehärteten Zustand durch das Aufblasen der darunter liegenden pneumatischen Schalung und das Anspannen der am Schalenrand in Umfangsrichtung verlaufenden Spannlitzen zu einer doppelt gekrümmten Schale verformt.

In Abb. 1.1 bis Abb. 1.3 ist zur Veranschaulichung der Ablauf der Brückenherstellung dargestellt.

Abb. 1.1 zeigt die Betonplatte im ebenen Zustand. Bei der Umformung zur Schale treten große Dehnungen in Umfangsrichtung auf, die vom Beton nicht aufgenommen werden können. Daher werden keilförmige Ausschnitte angeordnet.

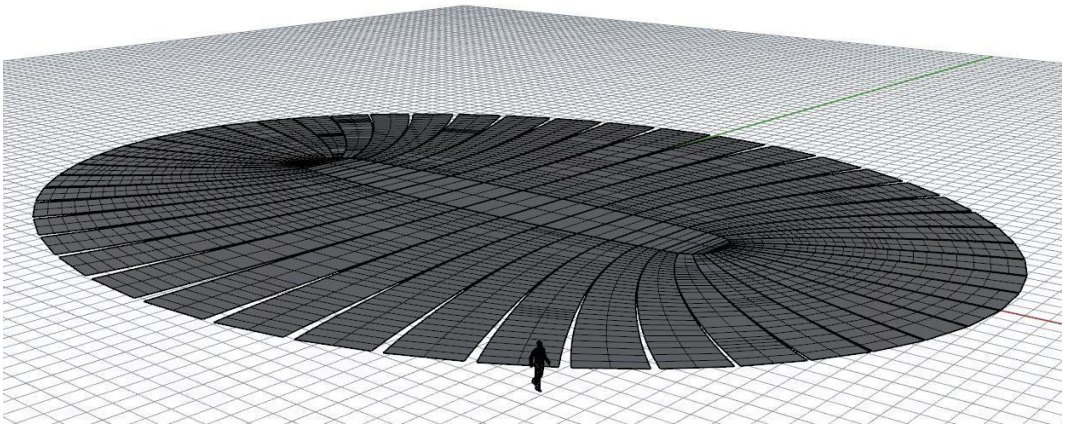


Abb. 1.1: Ebene Betonplatte mit keilförmigen Ausschnitten

Die Verformung zur Schale ist abgeschlossen wenn die Keile vollständig geschlossen sind (Abb. 1.2).

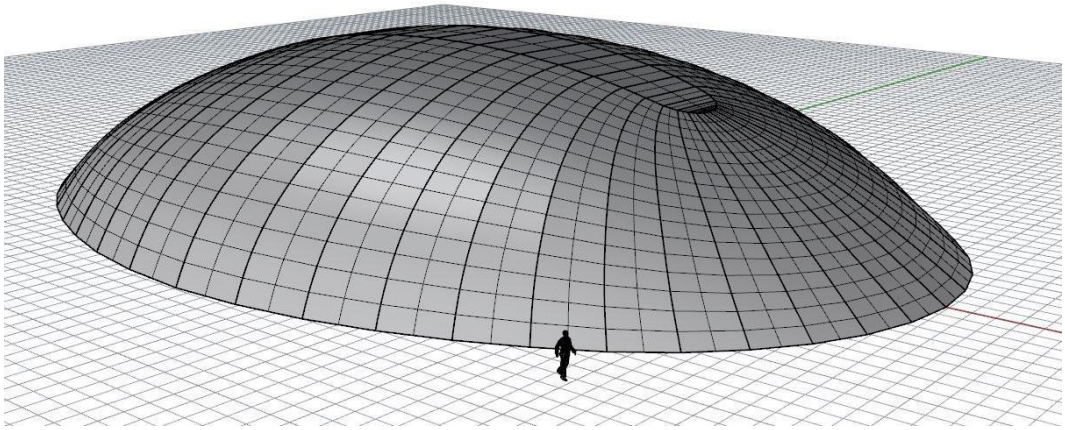


Abb. 1.2: Brückenschale nach der pneumatischen Umformung

Im umgeformten Zustand wird bei aufgeblasener Schalung im Bereich des Brückentragwerks eine statisch mitwirkende Spritzbetonschicht aufgebracht und die Schale eingeschüttet. Danach erfolgt das Ausbrechen der Durchfahrtsöffnungen für den Bahnverkehr.

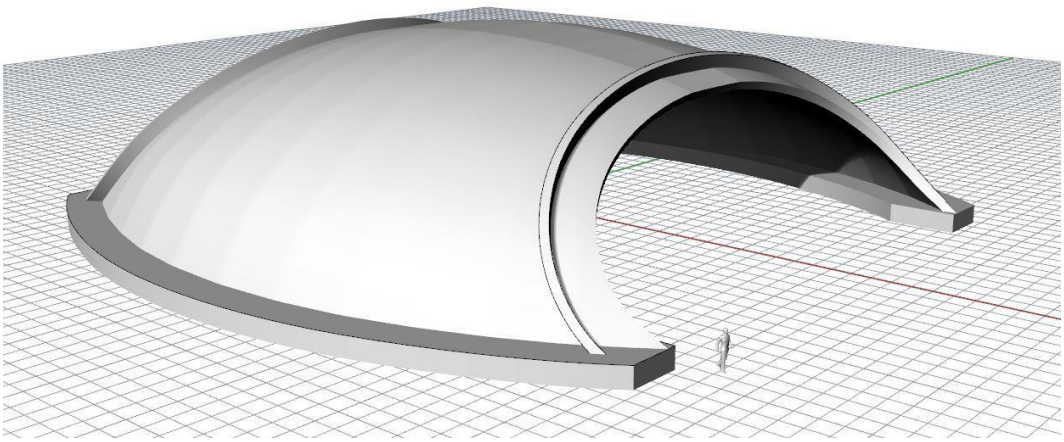


Abb. 1.3: Fertige Brückenschale

Die Brückenherstellung mit dem PFHC Bauverfahren stellt hohe Anforderungen an die Krümmbarkeit der einzelnen Plattensegmente. Diese wird daher in Vier-Punkt-Biegeversuchen an unterschiedlich bewehrten Betonplatten geprüft und analysiert, um die geeignetste Konfiguration für das Herstellungsverfahren zu finden.

Gegenstand der Diplomarbeit ist die Beschreibung und Auswertung dieser Biegeversuche inklusive einer numerischen Analyse sowie die nichtlineare Simulation des Umformungsprozesses.

2 Nichtlineare Finite Elemente Methode

2.1 Einleitung

Motivation dieses Kapitels ist die Ausarbeitung folgender wesentlicher Fragestellungen:

- Was sind die Anwendungsgrenzen der linear elastischen Berechnung? (Kapitel 2.2)
- Warum müssen die Biegeversuche und der Umformungsprozess von der Platte zur Schale mathematisch als nichtlineares Problem betrachtet werden und können nicht durch einfache lineare Formulierungen beschrieben werden? (Kapitel 2.3)
- Wie kann das Gleichgewicht der Arbeit der inneren und äußeren Kräfte (Prinzip der virtuellen Verschiebungen) für große Verschiebungen aufgestellt und das daraus erhaltene nichtlineare Gleichungssystem gelöst werden? (Kapitel 2.4 - 2.6)

Die folgenden Ausführungen sind lediglich als komprimierte, allgemeine Einführung in die Grundbegriffe der nichtlinearen Finiten Elemente Methode zu verstehen. Tiefer gehende Informationen werden an den entsprechenden Stellen der Kapitel zur numerischen Simulation und in der angeführten Literatur ([5], [6], [7], [8], [9] und [10]) gegeben.

2.2 Linearität und Hooke'sches Gesetz

Die einfachste mathematische Formulierung eines Problems der Strukturmechanik ist linear und basiert auf dem Hooke'schen Gesetz.

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{C} : \boldsymbol{\varepsilon}$$

Glg. 2.1: Verallgemeinertes Hooke'sches Gesetz [11]

In den kinematischen Beziehungen werden alle quadratischen Terme vernachlässigt.

$$\boldsymbol{\varepsilon}(x) = \frac{1}{2}\left[\left(\frac{d\boldsymbol{u}}{d\boldsymbol{x}}\right)^{T} + \left(\frac{d\boldsymbol{u}}{d\boldsymbol{x}}\right)\right]$$

Glg. 2.2: Kinematische Beziehungen [12]

Alle Gleichgewichtszustände beziehen sich auf die unverformte Struktur.

$$\boldsymbol{K} \cdot \boldsymbol{q} = \boldsymbol{p}$$

Glg. 2.3: Gleichgewichtsbedingung für ein lineares System in Matrixform [7]

Belastung und Randbedingungen sind über die gesamte Analyse konstant und unabhängig von Strukturverformung und Zeit.

Diese Linearisierung eines allgemein als nichtlinear zu betrachtenden Problems ist nur bei Einhaltung bestimmter Voraussetzungen zulässig [8]:

1. Linear elastisches Materialverhalten (Linearisierung der konstitutiven Beziehungen)
2. Kleinheit von Verschiebungen, Rotationen und Verzerrungen (Linearisierung der kinematischen Beziehungen)
3. Konstante Randbedingungen (keine Kontaktprobleme, keine Änderung der Zwangsbedingungen)

Die Annahme von Linearität ist immer eine Vereinfachung der Realität in der Modellbildung [7].

2.3 Nichtlinearitäten im Umformungsprozess

Die numerische Analyse des Verformungsprozesses von der ebenen Betonplatte zur doppelt gekrümmten Schalenstruktur erfüllt die Bedingungen für materielle und geometrische Linearisierung nicht.

Physikalische Nichtlinearität

Anwendungsgebiet der linearen konstitutiven Beziehungen ist die Untersuchung von Beton bei niedrigem Beanspruchungsniveau, von dem beim Herstellungsverfahren der Brücke allerdings nicht ausgegangen werden kann [13]. Der maßgeblich durch die Rissbildung sowie das nichtlineare Druckspannungs-Stauchungs-Verhalten von Beton beeinflusste Verformungsprozess übersteigt die Kapazität der linearen Beschreibung.

Geometrische Nichtlinearität

Aufgrund der Plattenschlankheit von $\frac{l}{d} = \frac{21{,}44}{0{,}1} = 214{,}44$ bleiben die Verzerrungen auch bei großen Durchbiegungen vergleichsweise klein. Große Rotationen und Verschiebungen von über acht Metern im Brückenscheitel sind aber nicht mehr sinnvoll mit einer linearen Kinematik mit Bezug auf die unverformte Lage modellierbar.

Nichtlineare Randbedingungen

Durch das kontinuierliche Schließen der keilförmigen Aussparungen bei fortschreitender Umformung entstehen Kontaktprobleme, die zu Zwangsspannungen führen. Die Kontaktfläche zwischen den Schalensegmenten verändert sich in Abhängigkeit der Belastung. Die Analyse eines derartigen Systems ist nur iterativ möglich.

Konsequenz

Die Simulation der Brückenherstellung ist damit als Prozess gekennzeichnet, der den Anforderungen für eine einfachere lineare Berechnung widerspricht und ist demzufolge unter Berücksichtigung aller relevanten nichtlinearen Effekte zu betrachten.

Das Systemverhalten muss mit nichtlinearen Differentialgleichungen beschrieben werden. Diese führen nach der Diskretisierung und Algebraisierung auf nichtlineare Gleichungssysteme, die keine direkte Lösung besitzen. Das exakte Ergebnis wird daher mittels iterativer Lösungsalgorithmen durch schrittweise Linearisierung approximiert [7]. In den Kapiteln 2.4 - 2.6 wird ausgehend vom Prinzip der virtuellen Verschiebungen (Grundgleichung der Finiten Elemente Methoden) die prinzipielle Vorgangsweise erläutert.

2.4 Prinzip der virtuellen Verschiebungen (PvV)

Für die von der Initialkonfiguration abweichende verformte Lage existieren zwei Formulierungen des PvV [7].

- Euler'sche Formulierung
- Lagrange'sche Formulierung

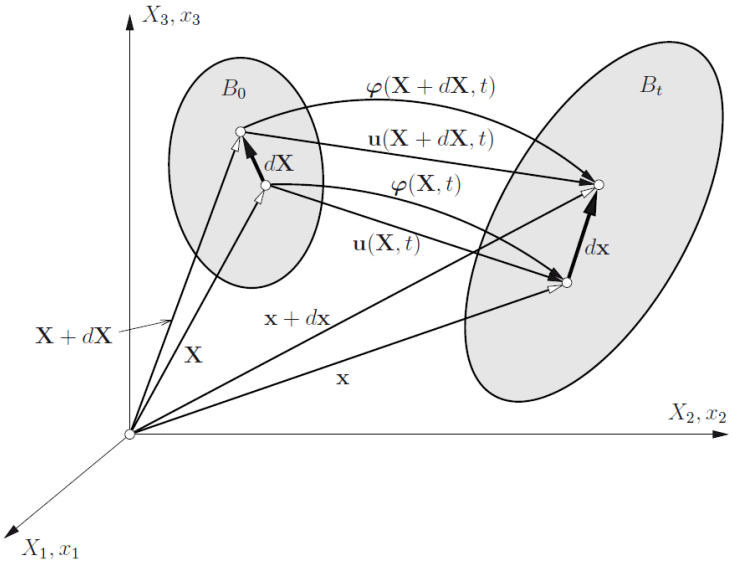


Abb. 2.1: Referenzkonfiguration und Momentankonfiguration eines Körpers [14]

Die Euler'sche Fassung verwendet räumliche Koordinaten $\boldsymbol{x} = x_1\boldsymbol{e}^1 + x_2\boldsymbol{e}^2 + x_3\boldsymbol{e}^3$, die sich auf die Momentankonfiguration – das System in der verformten Lage – beziehen.

Das FE-Netz wird über raumfeste Punkte definiert, wobei die materiellen Körperpunkte zeitlich variabel sind und damit ein Massenübergang zwischen den Elementen möglich ist.

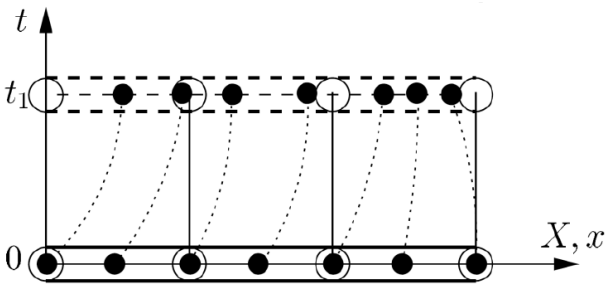


Abb. 2.2: Räumlich-zeitliche Beziehungen eines eindimensionalen Elementes (Euler'sche Fassung) [11]

Ein Euler'sches Netz ermöglicht die Simulation beliebig großer Deformationen. Dafür ist die Formulierung von Randbedingungen aufgrund der räumlichen Veränderlichkeit der berandenden Körperpunkte schwierig.

Die Lagrange'sche Beschreibung bedient sich materieller Koordinaten $\boldsymbol{X} = X_1\boldsymbol{e}^1 + X_2\boldsymbol{e}^2 + X_3\boldsymbol{e}^3$, deren Bezugssystem eine Referenzkonfiguration in Gleichgewichtslage ist.

Die materiellen Punkte eines Elementes sind zeitlich konstant. Es kommt daher zu keinem Massenübergang zwischen den Elementen, sondern zur Deformation des FE-Netzes.

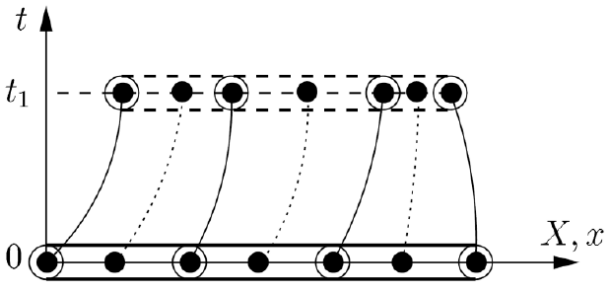


Abb. 2.3.: Räumlich-zeitliche Beziehungen eines eindimensionalen Elementes (Lagrange'sche Fassung) [11]

Mit zunehmender Verformung des Netzes nimmt die Genauigkeit der FE-Analyse ab, woraus eine Anwendungsgrenze für große Verzerrungen abgeleitet werden kann.

Durch die Beibehaltung der Randlage von im Initialsystem am Rand liegenden materiellen Körperpunkten ist die Definition von Randbedingungen einfach.

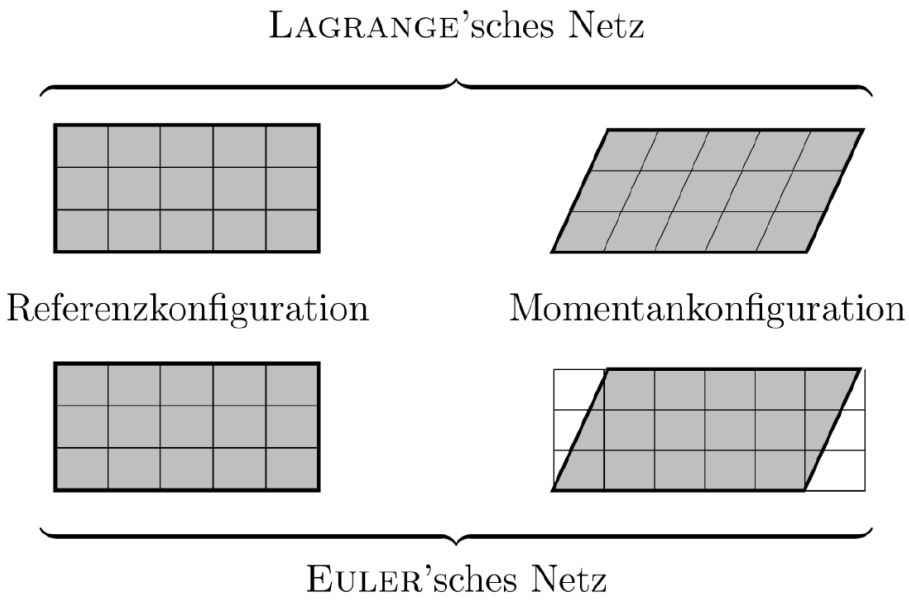


Abb. 2.4: Zweidimensionale schubbeanspruchte Struktur bei Diskretisierung mit Lagrange'schen und Euler'schen Elementen [7]

Grundidee der Euler'schen Fassung ist, den Materialfluss durch ein festes Volumen zu untersuchen und findet daher beispielsweise in der Fluid- und Gasmechanik Anwendung [13].

In der FE-Analyse von Festkörpern kommen fast ausschließlich Lagrange'sche Netze zum Einsatz [7]. Die Systemgleichungen können entweder auf die Ausgangslage, oder den zuletzt berechneten Verformungszustand bezogen werden [13].

Die Referenzkonfiguration der „totalen“ Lagrange’schen Formulierung ist das unverformte Initialsystem. Die Ableitungen erfolgen nach den materiellen Koordinaten $\boldsymbol{X}$ und die Integration über das Ausgangsvolumen V_0.

Die „updated“ Lagrange’sche Formulierung bezieht sich auf den Gleichgewichtszustand am Ende des zuletzt berechneten Inkrementes. Differentiationen und Integrationen werden nach den räumlichen Koordinaten $\boldsymbol{x}$ und über das verformte Volumen V durchgeführt.

Unter Voraussetzung einer adäquaten Formulierung der konstitutiven Beziehungen sind die beiden Methoden mechanisch äquivalent und ihre Resultate identisch.

Glg. 2.4 bildet die Summe der virtuellen Arbeit der inneren und äußeren Kräfte für das *n*-te Lastinkrement in der „totalen“ Lagrange’schen Formulierung.

$V_0 \dots Volumen$
$S_0 \dots Oberfläche$
$\rho_0 \dots Massendichte$
$\boldsymbol{f}^*_{0_n} \dots Volumenkraftvektor$
$\bar{\boldsymbol{t}}^{(n)}_{0_i} \dots Oberflächenvektor$
$\boldsymbol{S_n}$ … 2. Piola- Kirchhoff′scher $Spannungstensor$
$\boldsymbol{E}_n \dots GREEN'scher\ Verzerrungstensor$

$$-\int_{V_0} \boldsymbol{S}_n : \delta \boldsymbol{E}_n \, dV + \int_{V_0} \boldsymbol{f}^*_{0_n} \rho_0 \delta \boldsymbol{u} \, dV + \int_{S_0^t} \bar{\boldsymbol{t}}^{(n)}_{0_i} \delta \boldsymbol{u} \, dS = 0$$

Glg. 2.4:Tensornotation der Summe der virtuellen Arbeit für das *n*-te Lastinkrement [8]

Die in der inkrementellen Analyse notwendige Auswertung der Integrale für das *(n+1)*-te Lastinkrement erfolgt durch Einsetzen folgender Verschiebungs-, Verzerrungs- und Spannungsansätze in Glg. 2.4:

$$\boldsymbol{u}_{n+1} = \boldsymbol{u}_n + \Delta \boldsymbol{u}_{n+1}$$
$$\boldsymbol{E}_{n+1} = \boldsymbol{E}_n + \Delta \boldsymbol{E}_{n+1}$$
$$\boldsymbol{S}_{n+1} = \boldsymbol{S}_n + \Delta \boldsymbol{S}_{n+1}$$

Unter Voraussetzung eines hypoelastischen Materialmodelles $d\varepsilon_{ij} = D_{ijkl}(\sigma_{mn}, \dots) d\sigma_{kl}$ [7], für das die lineare Elastizität innerhalb infinitesimaler Inkremente erhalten bleibt, erhält man nach mehreren Zwischenschritten [8] die allgemeine Form des Prinzips der virtuellen Verschiebungen als im unbekannten Verschiebungsinkrement $\Delta \boldsymbol{u}_{n+1}$ nichtlineare Funktion der unabhängigen Variablen $\boldsymbol{u}_{n+1}$ und $\delta \boldsymbol{u}$.

$$G(\boldsymbol{u}_{n+1}, \delta \boldsymbol{u}) = 0$$

Glg. 2.5: Prinzip der virtuellen Verschiebungen für das *(n+1)*-te Lastinkrement [8]

2.5 Lösungsalgorithmen für nichtlineare Gleichungssysteme

Die Formulierung des Prinzips der virtuellen Verschiebungen für den verformten Zustand führt auf die nichtlineare Glg. 2.5, die keine direkte Lösung besitzt. Die Lastaufbringung muss daher inkrementell erfolgen und die nichtlineare Last-Verschiebungsbeziehung abschnittsweise linearisiert werden.

Newton-Raphson'sches Iterationsverfahren

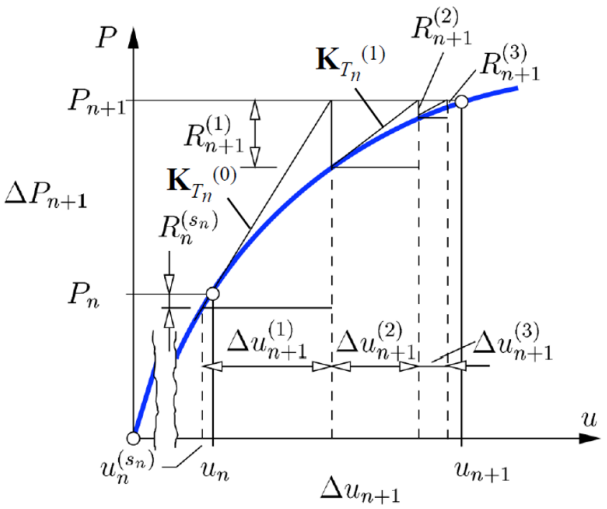


Abb. 2.5: Newton-Raphson'sches Verfahren für ein System mit einem Freiheitsgrad [8]

Im Newton-Raphson'schen Iterationsverfahren wird die tangentiale Steifigkeitsmatrix $\boldsymbol{K}_{Tn}^{m}$ an einem Punkt der tatsächlichen Lösungskurve $P(u)$ berechnet und zur Ermittlung des zugehörigen Verschiebungsinkrementes $\Delta\boldsymbol{u}_{n+1}^{(m+1)}$ invertiert. In jedem Schritt wird das über die Gleichgewichtskorrektur erhaltene Kraftresidium $\boldsymbol{R}_{n+1}^{(m)} = \boldsymbol{P}(u_{n+1}) - \boldsymbol{V}(u_{n+1})$ als Laständerung angesetzt. Die Indizes *n* und *m* geben dabei den Lastschritt beziehungsweise die Iterationszahl an.

$$\boldsymbol{K}_{Tn}^{m}\Delta\boldsymbol{u}_{n+1}^{(m+1)} = \boldsymbol{R}_{n+1}^{(m)}$$

$$\Delta\boldsymbol{u}_{n+1}^{(m+1)} = (\boldsymbol{K}_{Tn}^{m})^{-1}\boldsymbol{R}_{n+1}^{(m)}$$

Glg. 2.6: Berechnung des gesuchten Verschiebungsinkrementes [8]

Das Verfahren besitzt eine quadratische Konvergenzordnung. Da aber $\boldsymbol{K}_{Tn}^{m}$ in jedem Iterationsschritt berechnet und invertiert werden muss, ist der Rechenaufwand groß.

Modifiziertes Newton-Raphson'sches Iterationsverfahren

Das modifizierte Newton-Raphson'sche Verfahren verwendet den gleichen Algorithmus wie die vollständige Iteration. Die Modifikation besteht darin, dass für alle Iterationsschritte innerhalb eines Inkrementes eine konstante Matrix $\boldsymbol{K}_{Tn}^{m} \approx \overline{\boldsymbol{K}}_{T}$ angesetzt wird.

$\Delta \boldsymbol{u}_{n+1}^{(m+1)}$ kann dann nach Glg. 2.7 erhalten werden.

$$\Delta \boldsymbol{u}_{n+1}^{(m+1)} = (\overline{\boldsymbol{K}}_{Tn})^{-1} \boldsymbol{R}_{n+1}^{(m)}$$

Glg. 2.7: Bestimmungsgleichung für das Verschiebungsinkrement

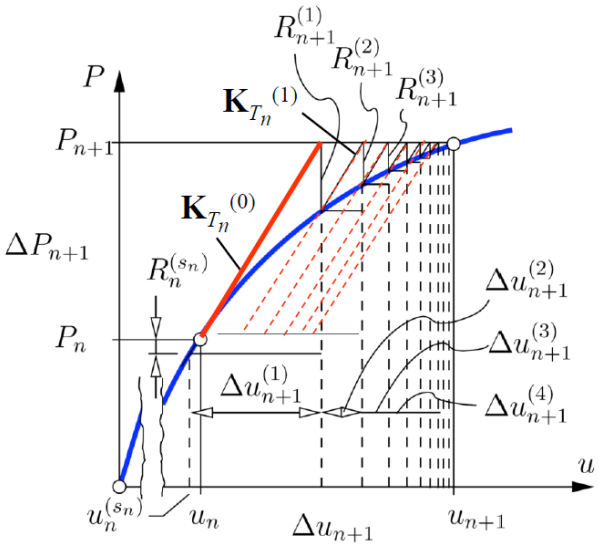


Abb. 2.6: Modifiziertes Newton-Raphson'sches Iterationsverfahren [8]

Der Rechenaufwand kann so, verglichen mit der vollständigen Iteration deutlich reduziert werden. Die konstante Steifigkeitsmatrix $\overline{\boldsymbol{K}}_T$ erreicht ihre Anwendungsgrenzen bei der Modellierung von Versteifungseffekten oder elastoplastischem Materialverhalten, bei denen eine stark variable Tangentenneigung zur Divergenz der numerischen Lösung führen kann [7].

Inkrementelles Sekantenverfahren

In einigen Algorithmen wird die Verschiebungsdifferenz $\Delta \boldsymbol{u}_{n+1}^{(m+1)}$ mit der Sekantensteifigkeitsmatrix $\boldsymbol{K}_{s_{n+1}}^{m}$ durch zwei bekannte Punkte der Lösungskurve berechnet. Da diese allerdings in der eingesetzten Berechnungssoftware nicht enthalten und damit für die Simulation des Umformungsprozesses nicht relevant sind, werden die Sekantenverfahren nicht näher beschrieben und auf entsprechende Fachliteratur verwiesen [7], [8].

Liniensuchverfahren

Das Liniensuchverfahren beruht darauf, dass das Verschiebungsinkrement $\Delta \boldsymbol{u}$ im Allgemeinen eine günstige Richtung aufweist, aber der Betrag $||\Delta \boldsymbol{u}||$ nicht exakt ist [7].

In der Berechnung wird der optimale Punkt entlang von $\Delta \boldsymbol{u}$ über die Minimierung des Kraftresidiums $\boldsymbol{R}$ erhalten.

$$\boldsymbol{u}_{n+1}^{(m+1)} = \boldsymbol{u}_{n+1}^{(m)} + \eta_m \, \Delta \boldsymbol{u}_{n+1}^{(m+1)}$$

Glg. 2.8: Optimaler Punkt beim Liniensuchverfahren [7]

Diese Vorgehensweise ist schneller als die Durchführung einer großen Zahl von Iterationen.

2.6 Konvergenzkriterien

Es sind Kriterien festzulegen, die bei Erreichen einer definierten Genauigkeit der Lösung den Abbruch des Iterationsverfahrens steuern.

Ursache für die Differenz zwischen der Berechnung und dem tatsächlichen Ergebnis („Fehler“) sind nach [7]:

- Fehler der Lösungsiteration
- Rechenfehler zufolge beschränkter Genauigkeit der Rechenarithmetik
- Diskretisierungsfehler

Die eingesetzte Berechnungssoftware beinhaltet vier Konvergenzkriterien, die den Lösungsalgorithmus bei Erreichen zu definierender Fehlertoleranzen beenden [13]:

1. Relativer Fehler der Verschiebung
2. Relativer Fehler des Kräftegleichgewichts (Kraftresidium)
3. Absoluter Fehler des Kraftresidiums
4. Relativer Energiefehler als Produkt des relativen Fehlers des Kräftegleichgewichts und der Verschiebung

Anmerkung: Da die Fehlertoleranzen Großteils auf relativen Werten basieren, verliert die Lösung an Genauigkeit, wenn Fehler über 10 % in mehreren aufeinanderfolgenden Schritten auftreten. Obwohl der aktuelle Fehler der Iteration dann bei 10 % liegt, kann die Simulation bereits deutlich von der Realität abweichen [13].

In diesem Zusammenhang ist es wichtig, die Plausibilität der Strukturverformung ergänzend zu den Konvergenzkriterien zu überprüfen. Probleme beim Erreichen der Fehlertoleranzen können durch die Verwendung des numerisch stabileren modifizierten Newton-Raphson Verfahrens und kleinere Lastschritte behoben werden.

2.7 Diskretisierung des Kontinuums

Grundgedanke der Finiten Elemente Methoden ist der Übergang von einem ursprünglich kontinuierlichen System mit unendlich vielen Unbekannten zu einem diskreten System mit endlich vielen Unbekannten [12]. Dieser Vorgang heißt Diskretisierung und bedeutet die Zerlegung des Kontinuums in eine endliche Anzahl von Körpern von einfacher geometrischer Form.

Die Diskretisierung wird aufgrund der verschiedenen Herangehensweisen für die zwei- bzw. dreidimensionale Analyse erst an den entsprechenden Stellen der jeweiligen Kapitel erläutert. Allgemeine Betrachtungen zu diesem Thema finden sich in [5], [7], [8], [12] und [13].

3 Biegeversuche

3.1 Einleitung

In der gegenständlichen Versuchsreihe wird das Biegeverhalten von 16 unterschiedlich bewehrten Betonplatten der Dimensionen 4500 x 600 x 100 mm und 4500 x 600 x 120 mm in Vier-Punkt-Biegeversuchen geprüft. Basierend auf den Ergebnissen werden Entscheidungen über die konstruktive Umsetzung der geplanten Wildbrücke entlang der Koralmbahn getroffen.

Abb. 3.1: Vier-Punkt-Biegeversuch an einer rechteckigen Betonplatte

Untersuchungen zur Krümmbarkeit und zum Rissverhalten von Betonplatten in verschiedenen Konfigurationen sind bereits in [1] bis [4] ausführlich dokumentiert. Die Plattendicken werden in der aktuellen Serie gegenüber den in der angegebenen Literatur beschriebenen Versuchen auf 100 mm bzw. 120 mm erhöht und stimmen mit den für die Brückenschale in Frage kommenden Dicken überein. Zusätzlich zur Plattendicke werden auch die Länge und der Abstand der Lasteinleitungsstellen (4500 mm und 2900 mm) erhöht.

Neben den neuen Plattenabmessungen (4500 x 600 x 100 mm bzw. 4500 x 600 x 120 mm) ist in der Serie dieser Biegeversuche vor allem die verwendete Bewehrungstechnologie - Stahlseile, Carbongelege, Glasfaserstäbe und Glasfasergelege – von Interesse.

Der Einsatz von Stahlseilen als Betonbewehrung, der in [15] mit Schwerpunkt auf das Verbundtragverhalten ausführlich beschrieben ist, wird in Experimenten mit variierenden Bewehrungsgraden und statischen Nutzhöhen getestet.

Abb. 3.2: Prüfkörper mit Stahlseilbewehrung (4 Ø 8 mm Stahlseile)

Die Verwendung von korrosionsbeständigen und leichten Carbontextilien im Verbund mit Betontragwerken wird aktuell an mehreren Wissenschaftsstandorten (TU Dresden, RWTH Aachen) erforscht und u.a. in [16] beschrieben. Die Eignung des mit einem E-Modul von rund 200 000 – 250 000 N/mm² [17] sehr steifen Verbundwerkstoffes als Bewehrungsmatte bei starken Verkrümmungen ist noch zu prüfen.

Abb. 3.3: Carbongelege (CEP) [17]

Die nach [18] deutlich preiswertere Armierungsvariante sind glasfaserverstärkte Kunststoffe (GFK). Günstig für den Verformungsprozess ist ihr vergleichsweise niedriger E-Modul, der mit 50 000 N/mm² - 60 000 N/mm² [19] noch deutlich unter den versuchstechnisch ermittelten und in Kapitel 3.6.2 für Stahlseile angegebenen Werten liegt.

Der Faser-Verbund-Kunststoff wird in zwei Modifikationen – GFK-Stabbewehrung und GEP-Mattenbewehrung - in die Betonversuchskörper eingebaut.

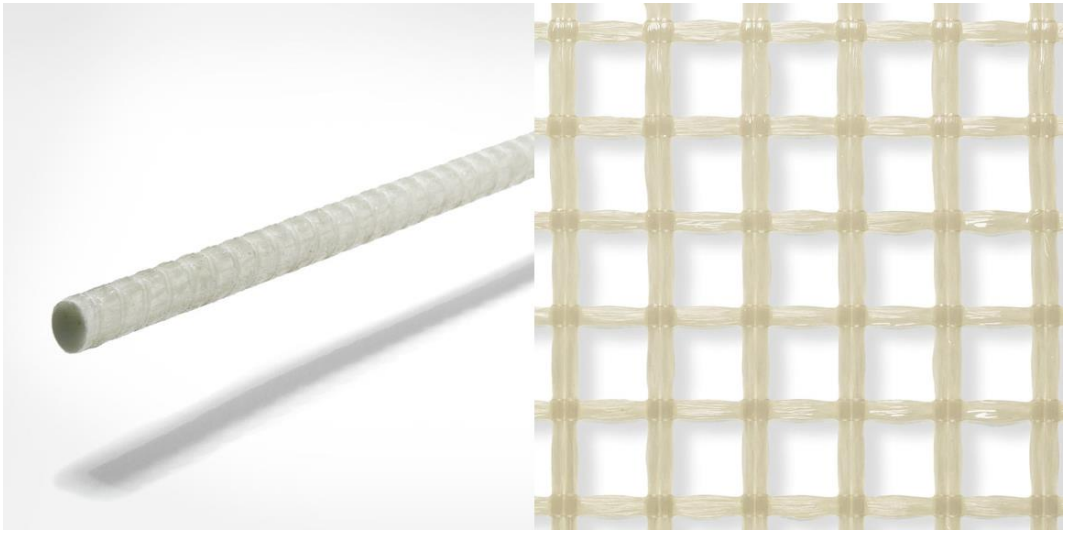


Abb. 3.4: GFK-Stabbewehrung (links) und GEP-Mattenbewehrung (rechts) [17]

In Abb. 3.5 ist eine Platte aus der vorangegangenen Versuchsserie mit der Dimension 2500 x 500 x 50 mm und 4 Ø 8 mm GFK-Stäben dargestellt, die bei einer Spannweite von 2350 mm eine maximale Durchbiegung in Feldmitte von 302,90 mm und damit einen minimalen Krümmungsradius von 2,24 m erreichte.

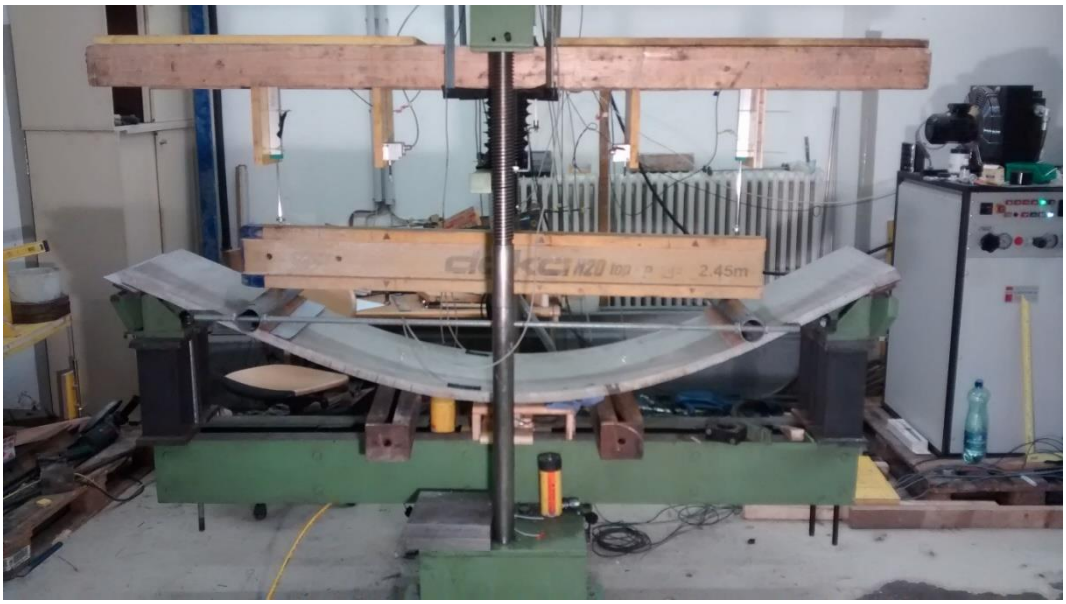


Abb. 3.5: 2500 x 500 x 50 mm Betonplatte mit 4 Ø 8 mm GFK – Stäben im Vier-Punkt-Biegeversuch

Zu untersuchen ist, ob Platten mit GFK-Stabbewehrung auch in größeren Dimensionen ähnlich gute Biegeeigenschaften aufweisen.

3.2 Beschreibung der Versuchskörper

Insgesamt werden 9 verschiedene Betonplattenkonfigurationen geprüft, die im Folgenden anhand ihrer Querschnitte in die vier verschiedenen Bewehrungsarten – Stahlseilbewehrung, Carbonmattenbewehrung, GFK-Stabbewehrung und Textilbewehrung – eingeteilt werden können.

Länge und Breite der Körper sind für alle Varianten identisch. Das hat den Vorteil, dass die Prüfmaschine nicht für den Einbau jeder einzelnen Platten modifiziert werden muss und die Versuchsergebnisse untereinander gut vergleichbar sind.

Da zu Biegeversuchen mit stahlseilbewehrten Betonplatten bereits umfangreiche Forschungsarbeit geleistet und u.a. in [1] bis [4] beschrieben wurde, kann in den neuen Experimenten über die Feststellung der grundlegenden verfahrenstechnischen Eignung hinausgegangen werden. Es können Einflüsse von variierenden Bewehrungsgraden, Seilabständen und Hebelarmen untersucht werden.

Die Serie von stahlseilbewehrten Betonplatten umfasst 8 Prüfkörper in 4 unterschiedlichen Varianten. Pro Variante existieren demzufolge zwei Probekörper.

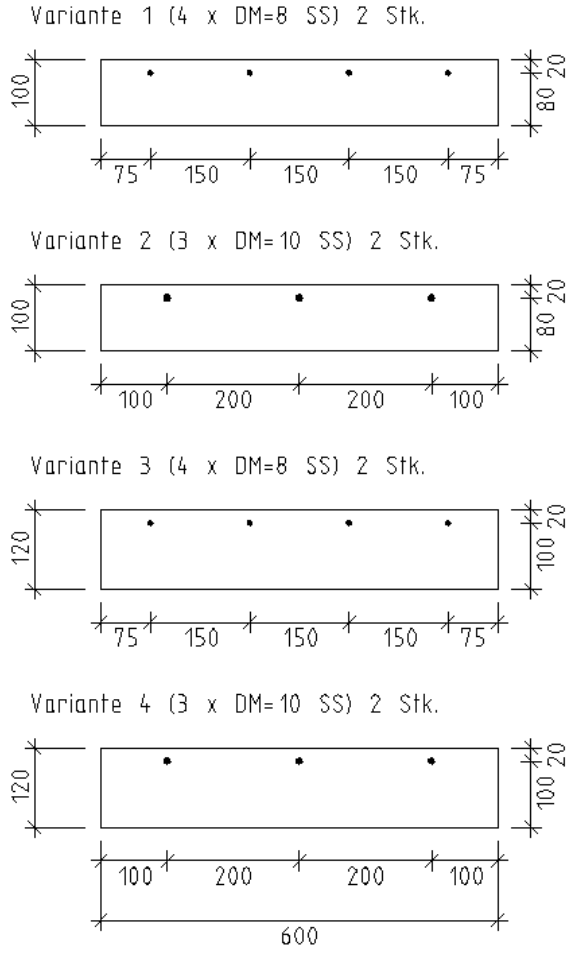


Abb. 3.6: Stahlseilbewehrung in den Varianten 1 bis 4

Die Varianten 1 und 2 mit den Plattenabmessungen 4500 x 600 x 100 mm unterscheiden sich in Anzahl und Durchmesser der Seile ($R_r = 1570$ N/mm^2): 4 Ø 8 mm bzw. 3 Ø 10 mm. Damit liegt der Bewehrungsgrad von Variante 2 mit 0,39 % leicht über dem von Variante 1 mit 0,33 %. Über den experimentellen Vergleich kann festgestellt werden, welchen Einfluss eine Veränderung der anteiligen Bewehrungsfläche bzw. der Seilabstände auf das Krümmungs- und Rissverhalten des Körpers hat.

In den Varianten 3 und 4 wird die statische Nutzhöhe von 80 mm auf 100 mm vergrößert. Durch die Gegenüberstellung der Ergebnisse für Variante 1 bzw. 2 mit Variante 3 bzw. 4 kann die Auswirkung des Hebelarmes auf das Biegeverhalten festgestellt werden. Dieser Zusammenhang wird für alle Bewehrungstypen untersucht.

Die Carbongelege (grid Q100 CEP-38) werden zur Prüfung der Eignung bei starken Verkrümmungen in vier Versuchskörpern eingebaut. Die Versuche erfolgen an Platten der Dimensionen 4500 x 600 x 100 mm (3 Stk.) und 4500 x 600 x 120 mm (1 Stk.).

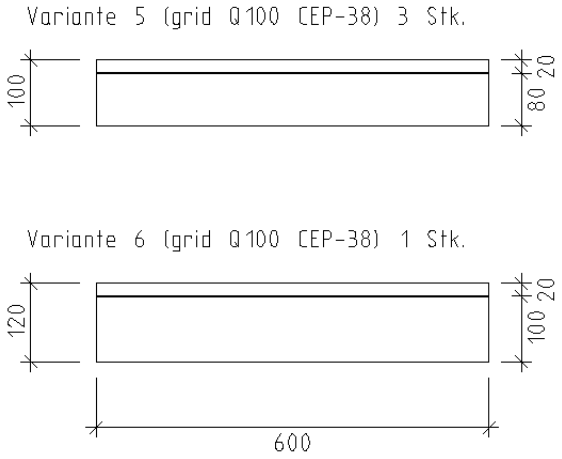


Abb. 3.7: Carbonmattenbewehrung in den Varianten 5 und 6

Vergleichbare Untersuchungen zur Betonbewehrung mit Carbongelegen und der nachfolgend beschriebenen Textilbewehrung sind u.a. in [20] enthalten.

Zwei Probekörper mit jeweils 4 Ø 8 mm GFK-Stäben bilden die großformatige Fortsetzung des in Kapitel 3.1 beschriebenen und in Abb. 3.5 dargestellten erfolgreich durchgeführten Versuchs an einer GFK-stabbewehrten Betonplatte. Können die guten Ergebnisse im größeren Maßstab bestätigt werden, sind GFK-Stäbe eine leistungsfähige Alternative zur Bewehrung mit Stahlseilen.

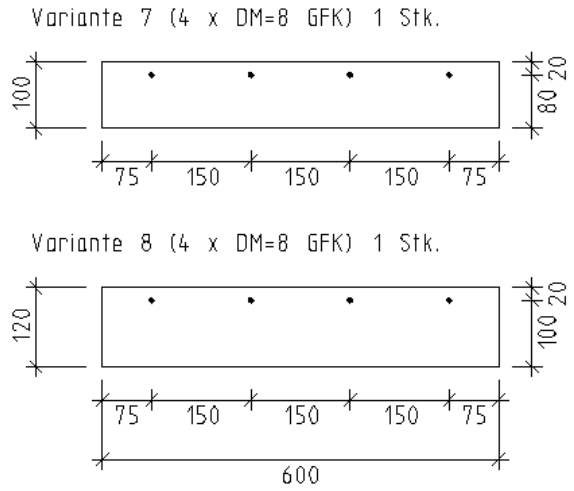


Abb. 3.8: GFK-Stabbewehrung in den Varianten 7 und 8

Das Biegeverhalten von Betonplatten mit Textilbewehrung (grid Q100 GEP-38) wird in Biegeexperimenten an zwei Platten mit einem Hebelarm von $d_1 = 80$ mm geprüft.

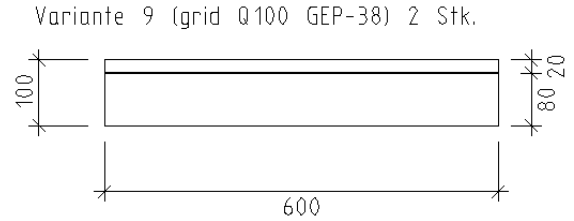


Abb. 3.9: Textilbewehrung in der Variante 9

Eine vollständige Auflistung der Versuchskörper findet sich in Tab. 3.1 (Kapitel 3.5).

3.3 Herstellung der Versuchskörper

Die Herstellung sämtlicher Prüfkörper erfolgt in Holzschalungen. Eine besondere Herausforderung beim Einbau von Stahlseilen ist ihr vernachlässigbar kleines Eigenträgheitsmoment und damit die geringe Biegesteifigkeit.

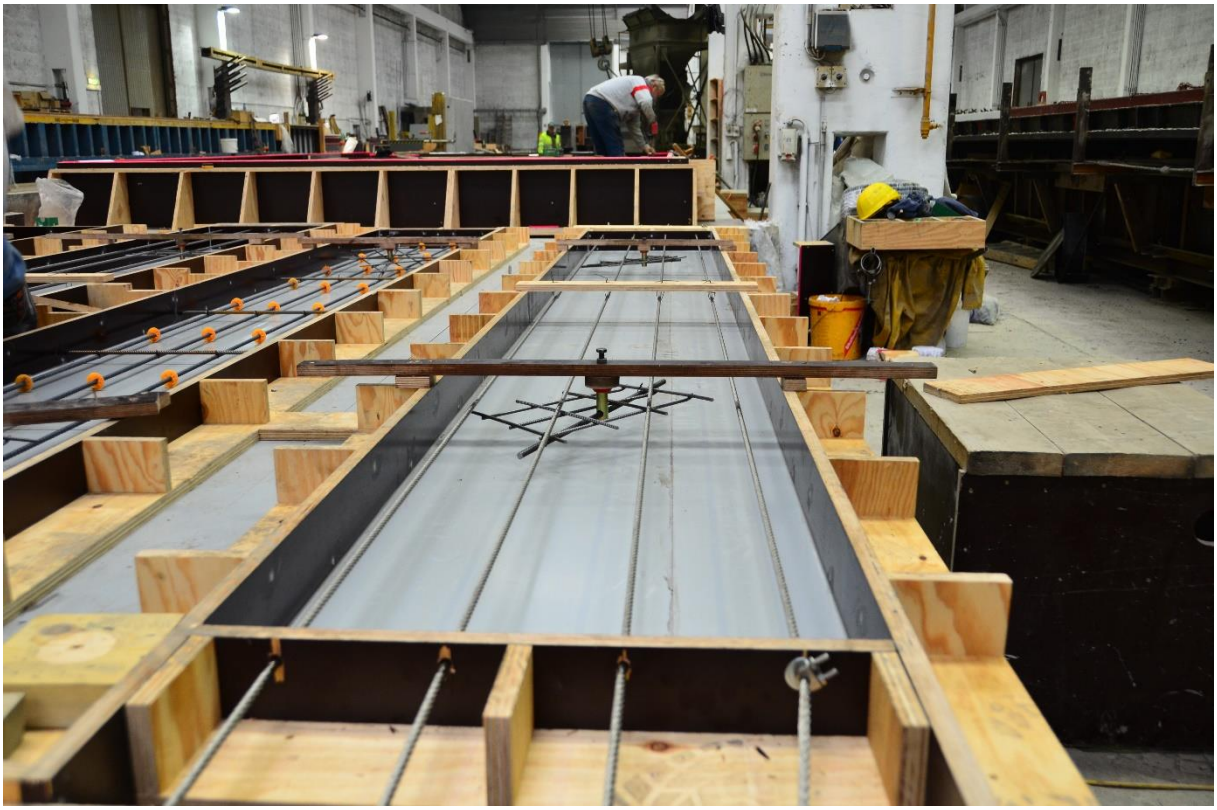


Abb. 3.10: Holzschalung mit eingebauter Stahlseilbewehrung (4 Ø 8 mm)

Stahlseile können nicht wie konventioneller Bewehrungsstahl punktuell auf Abstandhaltern gelagert werden. In diesem Fall würde ein unkontrollierter Durchhang mit ungewünschten Schwankungen des Hebelarms und der Betondeckung entstehen. Dabei führen bereits geringe Änderungen der Nutzhöhe zu großen Steifigkeitsänderungen und sind daher zu vermeiden. Abgesehen davon ist zur Übertragung der Verbundkräfte ein Mindestmaß an Betondeckung einzuhalten.

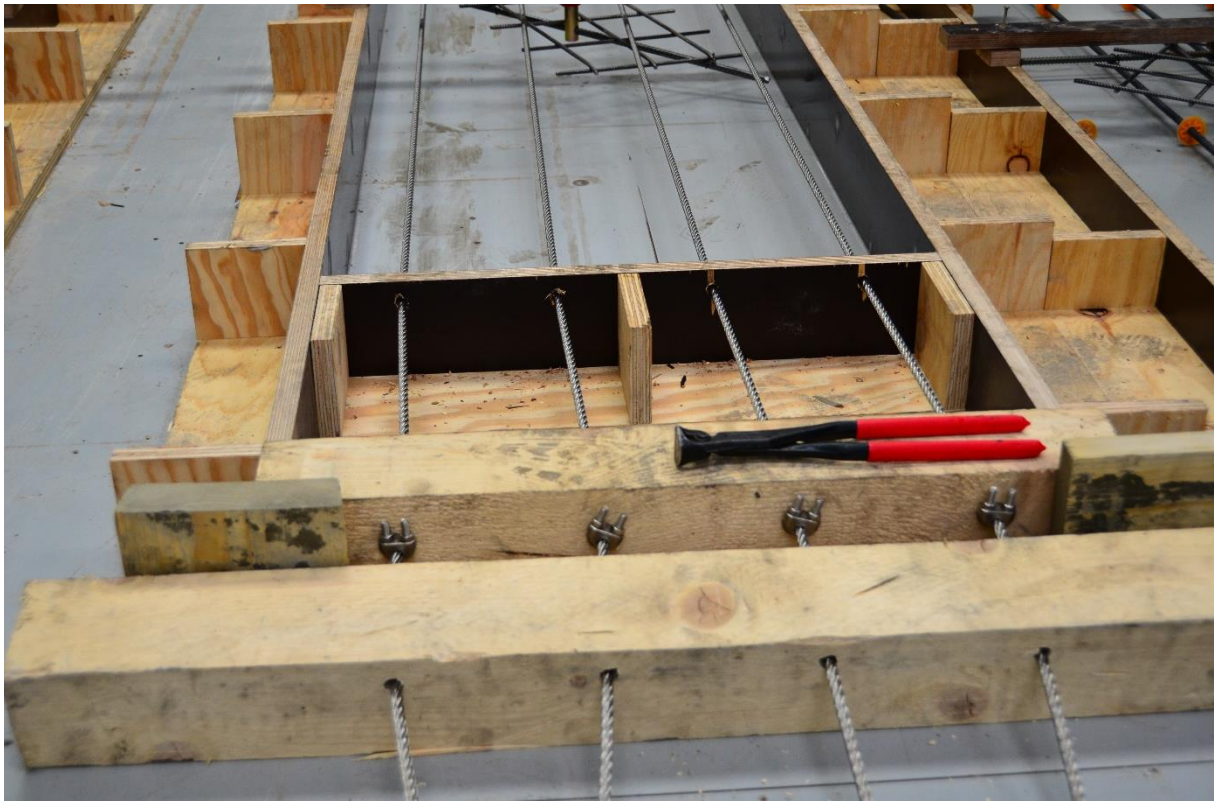


Abb. 3.11: Vorspannen der Stahlseile zur Lagesicherung

Die genannten Gründe führen dazu, dass die Stahlseile zur Lagesicherung vorgespannt werden müssen. Dies lässt sich im Fall der rechteckigen Versuchskörper zwar durch eine vergleichsweise einfache Holzkonstruktion in Kombination mit Drahtseilklemmen - wie in Abb. 3.11 dargestellt - realisieren, wird aber bei den im Grundriss veränderlich gekrümmten Segmenten der Wildbrücke zu einer komplexen konstruktiven Herausforderung.

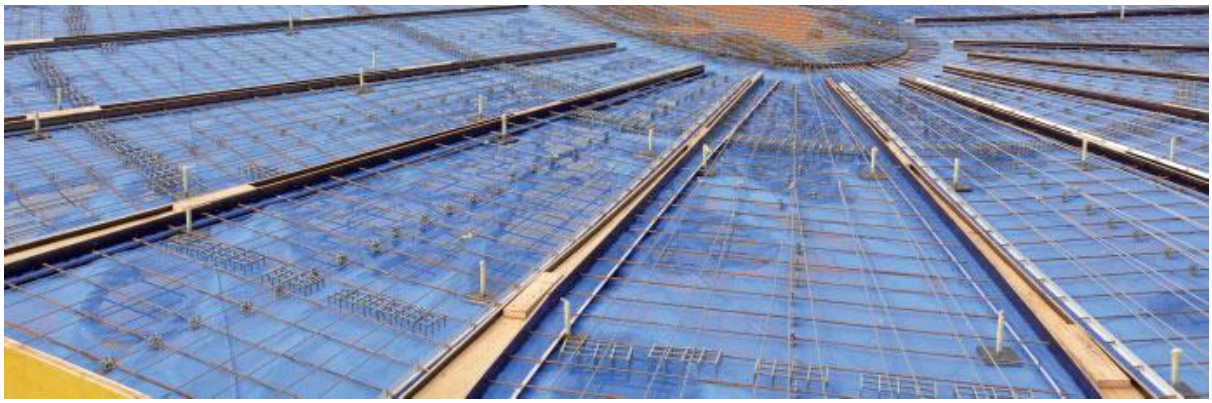


Abb. 3.12: Schalung nach Montage der Bewehrung für einen Großversuch [3]

Um die Postion der Seile während der Montage und insbesondere des Betonierens konstant zu halten, wird in Längsrichtigung mittig, quer zur späteren Tragrichtung eine Holzlatte verbaut, an der die Bewehrung über Drähte fixiert wird.

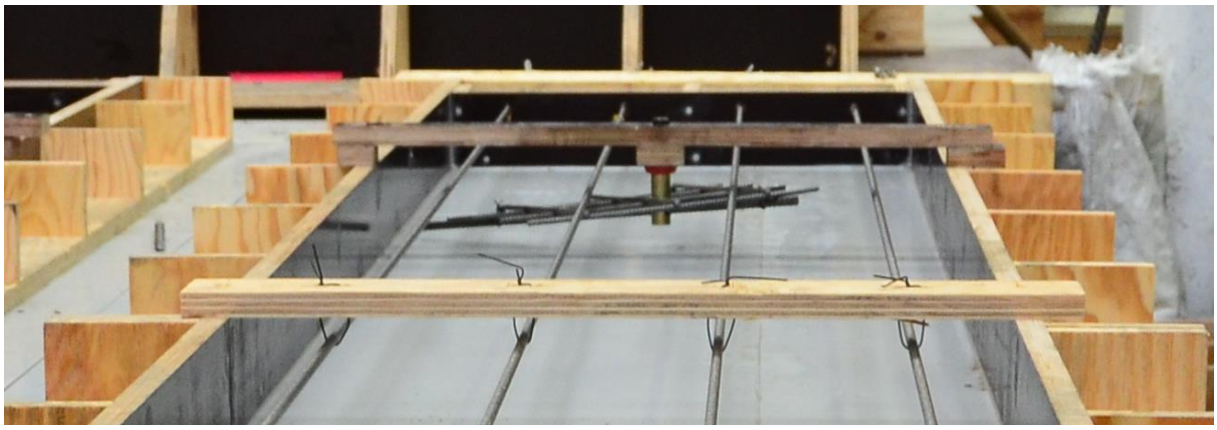


Abb. 3.13: Lagesicherung der Seile in Plattenmitte (Vordergrund)

Die Vorgehensweise beim Einbau der Carbon- und Textilgelege hat prinzipiell Ähnlichkeit mit der Montage konventioneller Baustahlgitter und erfolgt auf Distanzleisten.

Abb. 3.14: Carbongelege (grid Q100 CEP-38) in der Holzschalung

Die GFK-Stäbe werden mit adaptierten Distanzringen aus Kunststoff im Abstand von etwa 55 cm am Schalungsboden positioniert. Zur horizontalen Lagesicherung werden die Stäbe mit sieben in Querrichtung verlaufenden Betonstahlstäben verbunden. Durch diese Anordnung entsteht eine rahmenähnliche Struktur, die sich gegen die seitliche Abschalung abstützt und ausreichend Sicherheit gegen Verrutschen bietet.

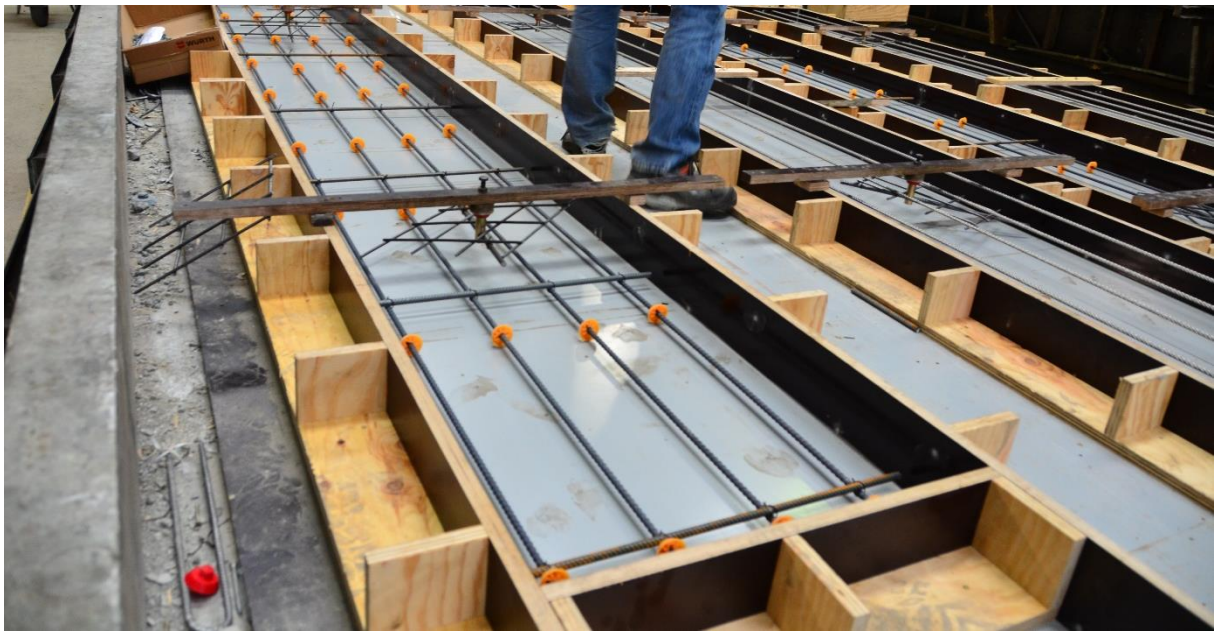


Abb. 3.15: Holzschalung mit eingebauten GFK-Stäben (4 Ø 8 mm)

Nach Abschluss der Montagearbeiten wird der Frischbeton direkt aus dem Mischbehälter über eine Rutsche in die Schalung eingebracht und manuell mit einem Betonrechen über die Plattenlänge verteilt.

Abb. 3.16: Betoniervorgang einer 4500 x 600 x 100 mm Betonplatte mit 4 Ø 8 mm Stahlseilen

3.4 Versuchsaufbau

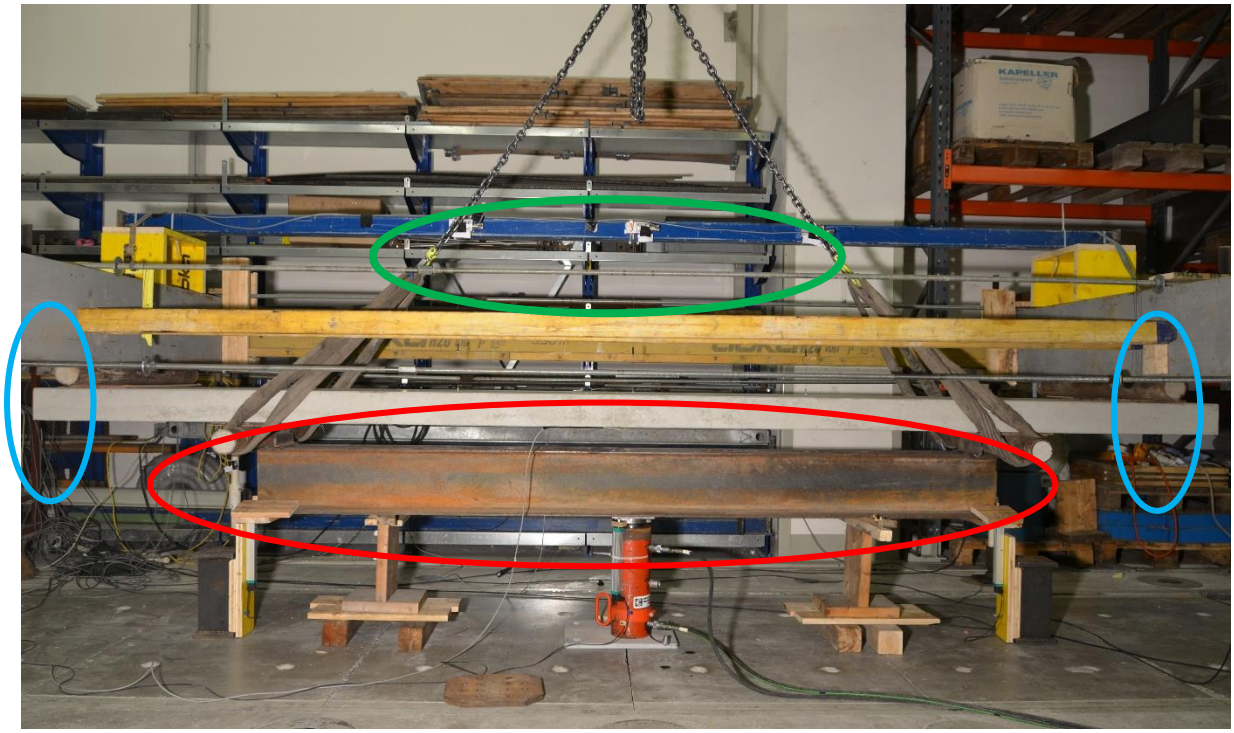


Abb. 3.17: Versuchsaufbau

Die Versuchseinrichtung besteht im Wesentlichen aus drei Funktionseinheiten:

- Lagerung (blau)
- Lasteinleitung (rot)
- Messsystem (grün)

Alle drei Teile werden im Anschluss ausführlich erklärt. Zuerst wird die Wahl der Versuchsanordnung als Vier-Punkt-Biegeversuch anhand einfacher statisch-geometrischer Betrachtungen begründet.

Unter Vernachlässigung der Wirkung des Eigengewichtes ist das Biegemoment im Plattenfeld zwischen den Lasteinleitungen konstant.

$$\frac{dR(x)}{dx} = -q(x)$$

$$\frac{dM(x)}{dx} = R(x) + N^{II}(x)\left[\frac{dw_v(x)}{dx} + \frac{dw(x)}{dx}\right] + m(x)$$

$$\frac{d\varphi(x)}{dx} = -\left[\frac{M(x)}{EI(x)} + \kappa^e(x)\right]$$

$$\frac{dw(x)}{dx} = \varphi(x)$$

Glg. 3.1: Differentialgleichungen der schubstarren Stabtheorie II. Ordnung [21]

Für ein konstantes Moment $M(x) = const.$, konstante Biegesteifigkeit $EI(x) = const.$ und ohne eingeprägte Stabachsenverkrümmung $\kappa^e(x) = 0$ liefert die kombinierte Anwendung der Differentialgleichungen nach schubstarrer Stabtheorie II. Ordnung aus Glg. 3.1 folgenden Zusammenhang zwischen Biegelinie, Querschnittsdrehwinkel und Moment.

$$\frac{d^2w(x)}{dx^2} = \frac{d\varphi(x)}{dx} = \frac{M}{EI} = const.$$

Glg. 3.2: Zusammenhang zwischen Biegemoment und Biegelinie

Daraus kann unter den angenommenen Voraussetzungen aufgrund der Identität $\frac{d\varphi(x)}{dx} = \frac{1}{r}$ weiter die Konstanz der Krümmung abgeleitet werden. Die Biegelinie folgt in diesem Fall also der Geometrie des Kreises, für den per definitionem $\kappa = \frac{1}{r} = const.$ gilt.

Den getroffenen Aussagen liegen folgende Annahmen zu Grunde:

- Die Verschiebungen sind verglichen mit den Querschnittsabmessungen groß. Eine grundlegende Anwendungsgrenze für die Theorie I. Ordnung ist damit verletzt, daher sind die Differentialgleichungen nach Theorie II. Ordnung anzuwenden. [21]
- Bei „dünnen“ Platten können die Verformungen zufolge der normal zur Mittelebene gerichteten, transversalen Schubspannungen vernachlässigt werden. [14]

  Mit einer minimalen Schlankheit von $\frac{l}{d} = \frac{4500}{120} = 37{,}5$ erfüllen alle geprüften Platten klar das Kriterium $\frac{l}{d} \geq 5$ [22] für die Klassifizierung als „dünn“. Die Annahmen der Schubstarrheit sowie des Ebenbleibens der Querschnitte sind damit gerechtfertigt und Schubgleitungen in den Platten können in guter Näherung vernachlässigt werden.
- Das Trägheitsmoment für den reinen Zustand II errechnet sich für einen Rechteckquerschnitt unter einaxialer Biegebeanspruchung mit der Druckzonenhöhe x folgendermaßen:

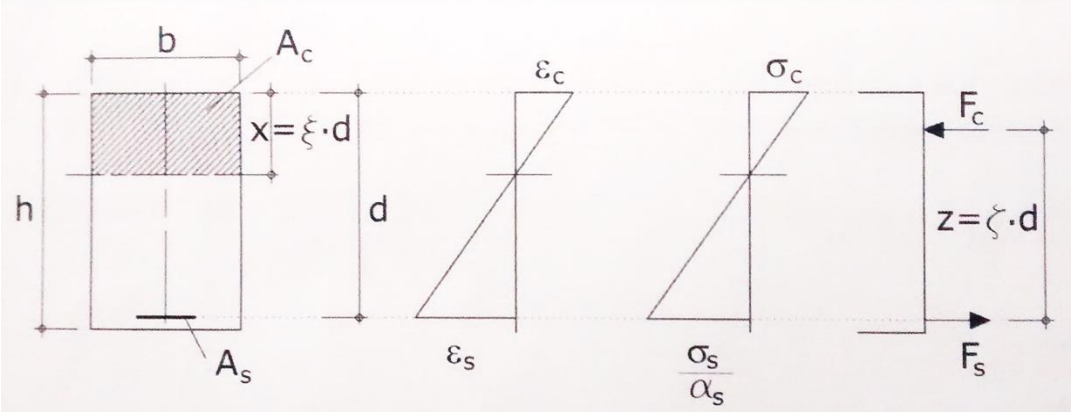


Abb. 3.18: Definition der Parameter [23]

$$x = \frac{A_{s1} \cdot \alpha_s}{b} \cdot \left(\sqrt{1 + \frac{2 \cdot b \cdot d}{A_{s1} \cdot \alpha_s}} - 1 \right)$$

$$I_{II} = \frac{b \cdot x^3}{12} + b \cdot x \cdot \left(\frac{x}{2}\right)^2 + A_{s1} \cdot \alpha_s \cdot (d - x)^2$$

Glg. 3.3: Druckzustand für einen rechteckigen Stahlbetonquerschnitt und einaxialer Biegung [23]

Entscheidend ist, dass das Trägheitsmoment im vollständig gerissenen Zustand - von dem bei großen Durchbiegungen jedenfalls ausgegangen werden kann – nur von geometrischen bzw. materiellen Parametern abhängt, nicht aber von der Größe der Einwirkung.

Danach ist das Trägheitsmoment des Querschnittes im Zustand II bei einer etwaigen Laständerung invariant und konstant über die Länge des zwischen den Lastangriffspunkten liegenden Feldes. Auch die Annahme $I(x) = I = const.$ behält daher ihre Richtigkeit.

- Der Elastizitätsmodul von Beton ist ein variabler Materialparameter, der vom Kompressionszustand abhängt. Er nimmt mit zunehmender Stauchung der Druckzone ab, wie der idealisierte Spannungs-Dehnungszusammenhang nach EN 1992-1-1 [24] in Abb. 3.19 zeigt.

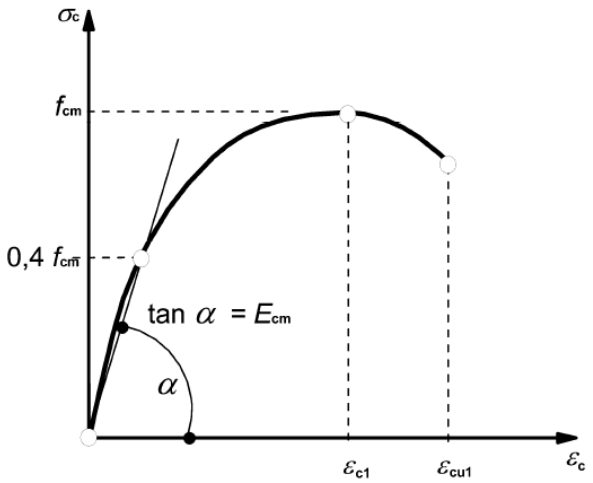


Abb. 3.19: Spannungs-Dehnungs-Linie für die Schnittgrößenermittlung mit nichtlinearen Verfahren und für Verformungsberechnungen nach EN 1992-1-1 [24]

Seine Betrachtung als Konstante ist dementsprechend eine Berechnungsannahme, die, wie in Abb. 3.19 ersichtlich, bei hohem Beanspruchungsniveau eine zu große Steifigkeit vortäuscht. (Der lineare Steifigkeitsansatz liegt im Diagramm nach Abb. 3.19 über der nichtlinearen Spannungs-Dehnungsfunktion.)

Nach Glg. 3.2 bildet demnach der Kreisbogen innerhalb des grauen Segmentes in Abb. 3.20 die theoretische Idealform der Biegelinie. Die im Versuch punktuell an fünf Stellen gemessenen Verschiebungen werden bei der Auswertung mit den entsprechenden Sollwerten der Kreislinie verglichen. Anhand der prozentuellen Abweichungen der Versuchswerte von den Sollwerten können anschließend Aussagen über die Gleichmäßigkeit der Krümmung abgeleitet werden.

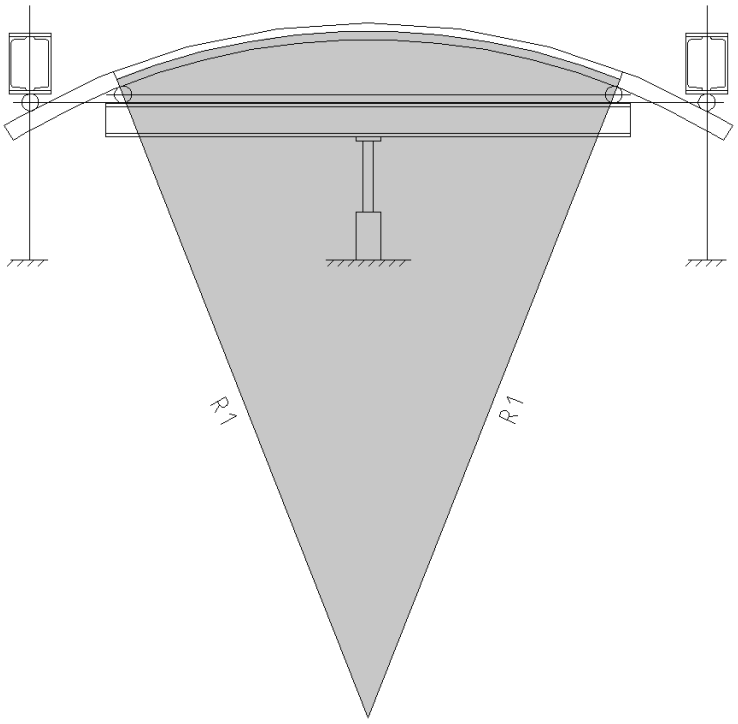


Abb. 3.20: Verformte Platte mit konstantem Radius im grauen Bereich

3.4.1 Lagerung

Abb. 3.21: Lagerkonstruktion (Stirnseite)

Abb. 3.22: Lagerkonstruktion (Schrägansicht)

Die am äußeren Gleitlager auftretenden Vertikalkräfte werden über eine Stahltraverse aus verschweißten U-Profilen und zwei Gewindestangen direkt in das Fundament geleitet. Abb. 3.21 veranschaulicht den Kraftfluss von der Platte (Druck) über das Stahlprofil (Biegung) und die Gewindestangen (Zug) in das Fundament.

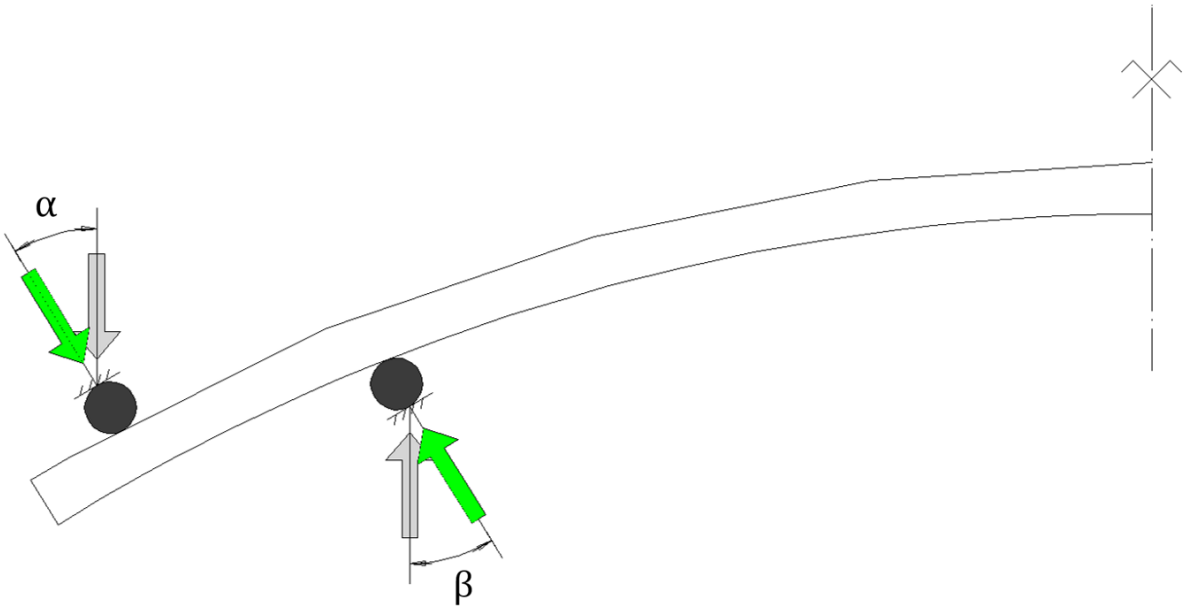


Abb. 3.23: Auflagerreaktionen der verformten Platte in Abhängigkeit der Winkel α und β

Mit zunehmender Krümmung der Plattenebene nimmt die Neigung der Auflagerkräfte zu, was direkt mit dem Anstieg ihrer Horizontalkomponenten korreliert (Abb. 3.23). Daher werden an der Lagerkonstruktion vier waagrechte Gewindestangen angeordnet, die die auftretenden Horizontalkräfte aufnehmen.

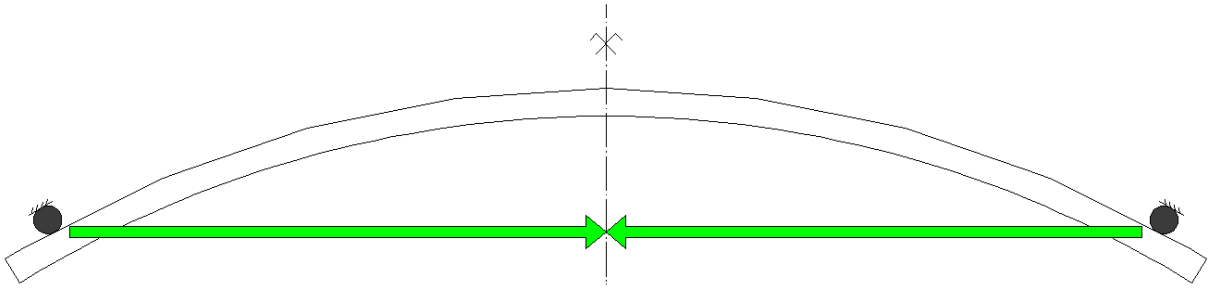


Abb. 3.24: Aufnahme der Horizontalkräfte durch die Gewindestangen

Abb. 3.25: Ausbildung des Liniengleitlagers

Die Linienlagerung wird in der praktischen Versuchsdurchführung durch ein ausbetoniertes Stahlrohr hergestellt. Zur Gewährleistung der notwendigen Gleitwirkung werden zwischen Rohr und Platte zwei mit Teflonfolie beklebte Holzfaserplatten angeordnet. Durch Applikation eines unter Druckbeanspruchung aktiven Schmierstoffes kann der Reibungskoeffizient auf ein vernachlässigbares Minimum abgesenkt werden. Abb. 3.25 zeigt den Aufbau des Gleitlagers nach Montage des Prüfkörpers. Abb. 3.26 bietet eine Ansicht der hochgleitfähigen Fläche, die im Einbauzustand nicht sichtbar ist.

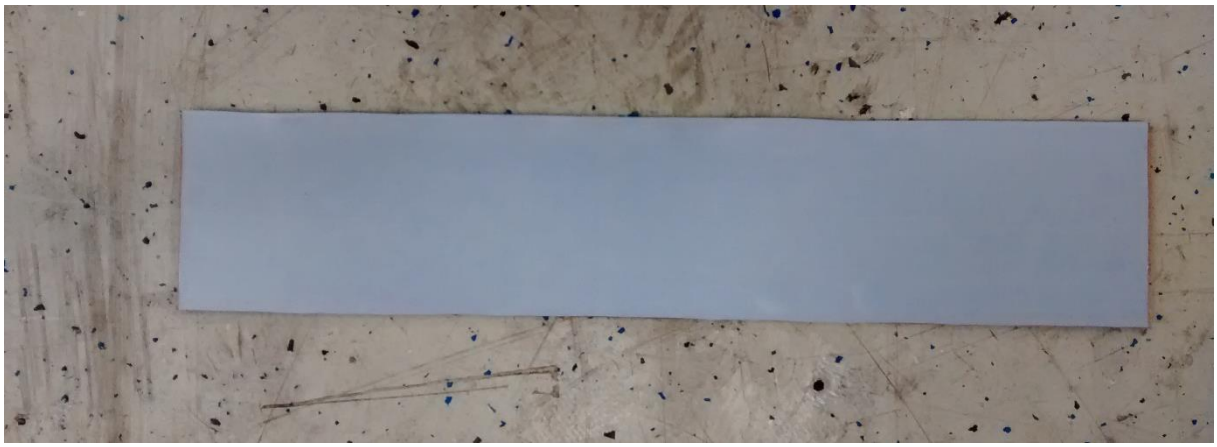


Abb. 3.26: Holzfaserplatte mit Teflonfolie (Gleitebene)

Der Versuchsaufbau bedingt, dass das Gleitlager nur Druck- aber keine Zugkräfte, aufnehmen kann. Daher lagert der Versuchskörper nach Kraneinhub direkt auf der Lasteinleitungskonstruktion, was in der anschließenden numerischen Nachrechnung der Biegeversuche berücksichtigt werden muss.

3.4.2 Lasteinleitung

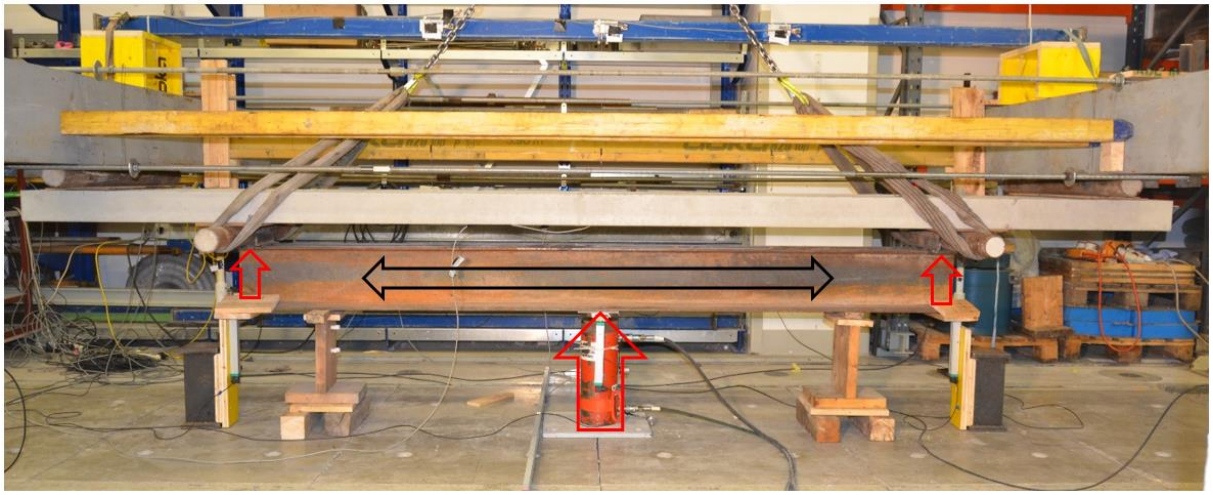


Abb. 3.27: Lasteinleitung

Das Aufbringen der Belastung erfolgt über eine weggesteuerte Hydraulikpresse. Die Lasteinleitungsdetails sind den in Kapitel 3.4.1 beschriebenen Gleitlagern sehr ähnlich. Die Herstellung der erforderlichen Gleitwirkung erfolgt analog zu den äußeren Lagern durch den Einbau teflonbeschichteter Holzfaserplatten.

Abb. 3.28: Lasteinleitungsdetail

Zu beachten ist, dass der in Abb. 3.23 dargestellte Effekt an den Kraftangriffspunkten ebenfalls Horizontalkräfte hervorruft. Die dadurch induzierte Verschiebung der Stahlrollen nach innen wird durch angeschweißte Stahlwinkel behindert. Wie Abb. 3.28 zeigt, ist damit die exzentrische Einleitung einer resultierenden Drucknormalkraft (Druck + positives Biegemoment) in das Stahlprofil verbunden. Daraus entstehen allerdings keine für die Versuchsdurchführung relevanten Einflüsse.

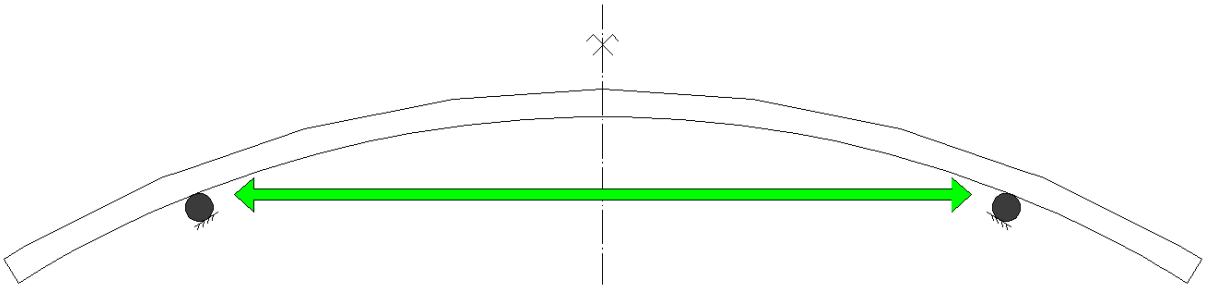


Abb. 3.29: „Kurzschluss“ der Drucknormalkraft zwischen den Kraftangriffspunkten

Abb. 3.29 stellt die stabilisierende Wirkung des Stahlprofils dar, das aufgrund der Symmetrieeigenschaften den gewünschten „Kurzschluss“ der Horizontalkräfte bewirkt.

3.4.3 Messeinrichtung

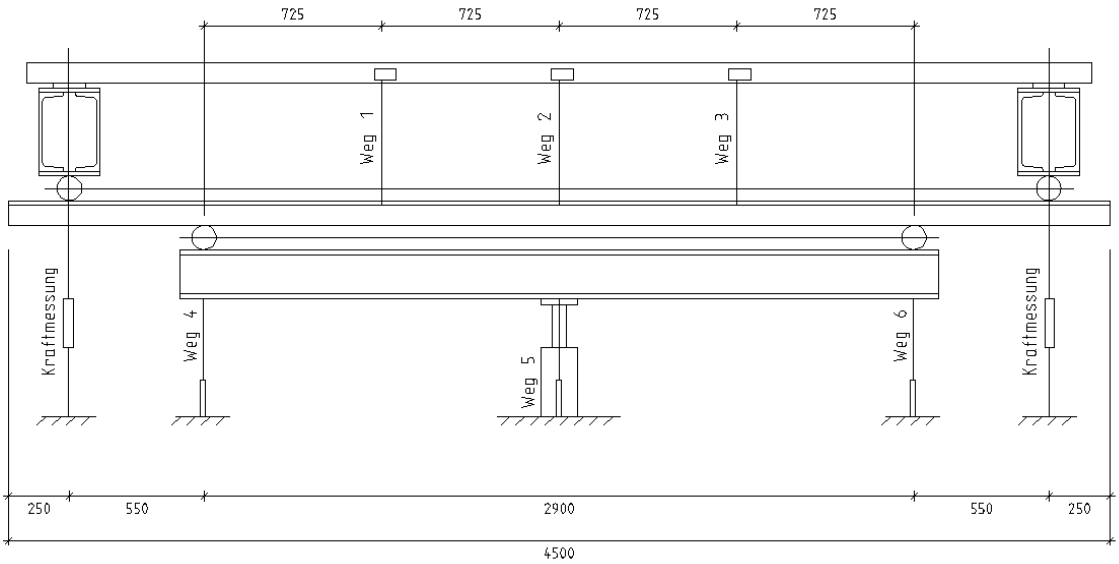


Abb. 3.30: Bezeichnung und Position von Wegaufnehmern und Kraftmessung

Die Messung der im Versuch auftretenden Verschiebungen erfolgt durch die Anordnung von sechs Wegaufnehmern, deren Bezeichnung und Position in Abb. 3.30 dargestellt ist. Von besonderer Bedeutung sind die Messdaten der Wegaufnehmer eins bis vier und sechs, aus denen die Biegelinie der Platte im Bereich (näherungsweise) konstanter Momenteneinwirkung ermittelt und mit der Kreislinie verglichen werden kann. Etwaige Schiefstellungen der Lasteinleitungskonstruktionen werden durch die Daten von Weg vier bis sechs erkannt. Die über das Eigengewicht der Platte hinausgehende Kraft an der Hydraulikpresse steht im Gleichgewicht mit der Summe der Zugkräfte in den vier, im Fundament verankerten, stählernen Gewindestangen. Die Kraftmessung in den Stangen und anschließendes Aufsummieren ermöglicht daher die Quantifizierung der vorhandenen Einwirkung.

Alle Sensoren oberhalb der Platte (Wege 1 bis 3) sind Seilzugwegaufnehmer. Die Verschiebungen der Lasteinleitungskonstruktion werden mit induktiven Wegaufnehmern gemessen.

Abb. 3.31: Seilzugwegaufnehmer (links) und induktiver Wegaufnehmer (rechts)

Abb. 3.32 zeigt die Anordnung der Wegmessglieder an den Gewindestangen der Lagerungskonstruktion, deren Daten zur Ermittlung der vorhandenen Einwirkung herangezogen werden.

Abb. 3.32: Anordnung der Wegmesser an den Gewindestangen

Die Messung der Druckdehnung an den Randfasern der Betondruckzone erfolgt über die Applikation von zwei Dehnmessstreifen (DMS) an der Plattenunterseite in Feldmitte. Die erhaltenen Werte geben Auskunft über den Verlauf der Stauchung des Betons in Abhängigkeit der Krümmung.

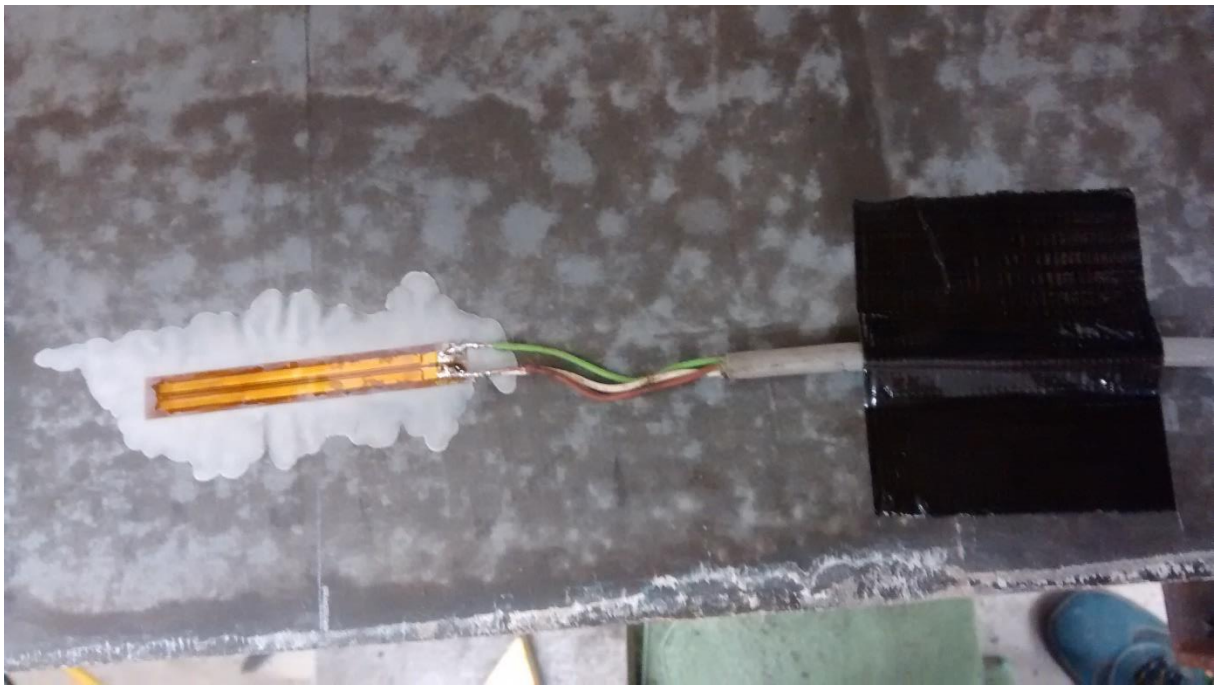


Abb. 3.33: DMS an einem Prüfkörper aus Beton

3.4.4 Reduzierter Überblick

Da alle Fotografien des Versuchsaufbaus naturgemäß viele Objekte enthalten, die für die Durchführung der Experimente nur indirekt von Bedeutung sind (Kabelstränge, Hydraulikleitungen), ist die Prüfmaschine in den untenstehenden Abbildungen Abb. 3.34 und Abb. 3.35 nochmals reduziert auf die wesentlichen Elemente dargestellt.

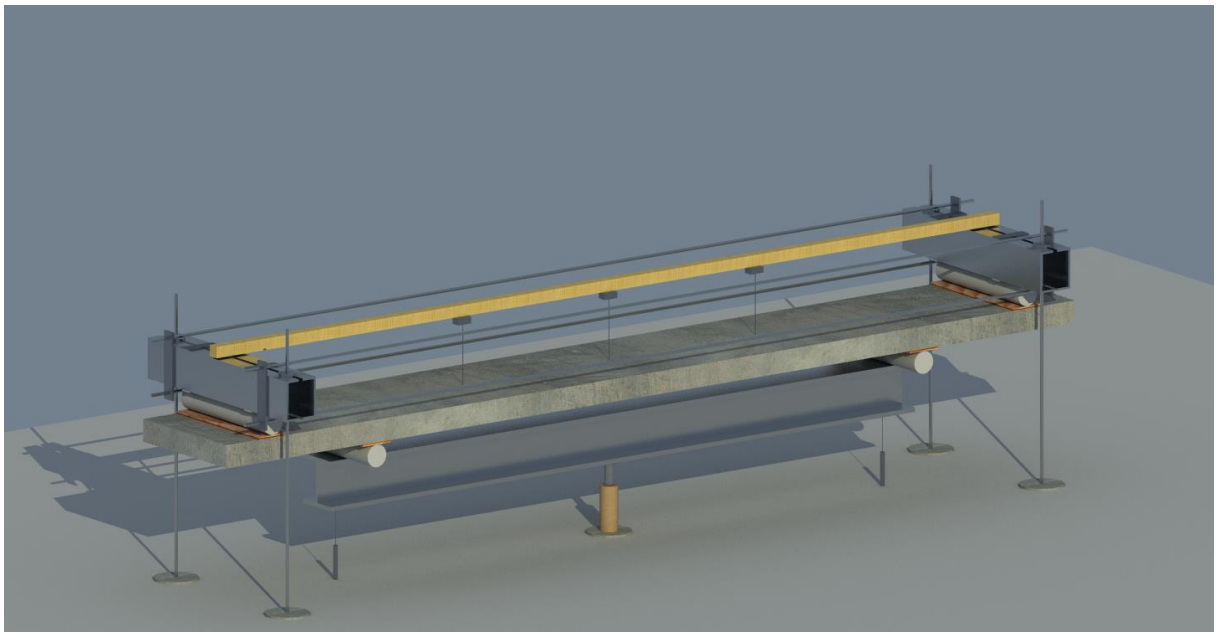


Abb. 3.34: Versuchsaufbau (Isometrie)

Abb. 3.35: Versuchsaufbau (Draufsicht)

3.5 Bezeichnung der Prüfkörper

Zur Gewährleistung der Identifizierbarkeit wird jedem Prüfkörper eine eindeutige Bezeichnung nach dem Abkürzungssystem gemäß Tab. 3.1 zugewiesen.

Abkürzung	Variante/Prüfkörper	Bewehrung	Dicke [mm]
V1/1_4x8Niro_100	Variante 1 – Prüfkörper 1	4x8 mm Stahlseile	100
V1/2_4x8Niro_100	Variante 1 – Prüfkörper 2	4x8 mm Stahlseile	100
V2/1_3x10Niro_100	Variante 2 – Prüfkörper 1	3x10 mm Stahlseile	100
V2/2_3x10Niro_100	Variante 2 – Prüfkörper 2	3x10 mm Stahlseile	100
V3/1_4x8Niro_120	Variante 3 – Prüfkörper 1	4x8 mm Stahlseile	120
V3/2_4x8Niro_120	Variante 3 – Prüfkörper 2	4x8 mm Stahlseile	120
V4/1_3x10Niro_120	Variante 4 – Prüfkörper 1	3x10 mm Stahlseile	120
V4/2_3x10Niro_120	Variante 4 – Prüfkörper 2	3x10 mm Stahlseile	120
V5/1_CEP_100	Variante 5 – Prüfkörper 1	grid Q100-CEP-38	100
V5/2_CEP_100	Variante 5 – Prüfkörper 2	grid Q100-CEP-38	100
V5/3_CEP_100	Variante 5 – Prüfkörper 3	grid Q100-CEP-38	100
V6/1_CEP_120	Variante 6 –Prüfkörper 1	grid Q100-CEP-38	120
V7/1_4x8GFK_100	Variante 7 –Prüfkörper 1	4x8 mm GFK-Stäbe	100
V8/1_4x8GFK_120	Variante 8 –Prüfkörper 1	4x8 mm GFK-Stäbe	120
V9/1_GEP_100	Variante 9 – Prüfkörper 1	gird Q100-GEP-38	100
V9/2_GEP_120	Variante 9 – Prüfkörper 1	gird Q100-GEP-38	120

Tab. 3.1: Abkürzungssystem für die eindeutige Bezeichnung der Prüfkörper

Tab. 3.1 kann dementsprechend als Legende für alle folgenden Diagramme und Tabellen herangezogen werden.

3.6 Materialkennwerte

Die Platten für die Versuche wurden in vier Chargen produziert. Zur Feststellung der vorhandenen Materialkennwerte wurden zusätzlich jeweils drei Würfel der Dimension 150 x 150 x 150 mm und – mit Ausnahme der letzten Serie - sechs 300 mm lange Zylinder mit einem Durchmesser von 150 mm für die anschließende materialtechnologische Prüfung (Zylinderdruckversuche, Würfeldruckversuche, Spaltzugversuche) hergestellt. Der Elastizitätsmodul der Stahlseile wurde in zentrischen Zugversuchen mit Dehnungsmessung bestimmt. Für alle anderen eingebauten Komponenten wurde auf Herstellerangaben zurückgegriffen.

Die materiellen Festigkeits- und Steifigkeitswerte sind Grundlage für die anschließende Nachrechnung der Biegeversuche in Kapitel 3 sowie die Simulation des Umformungsprozesses in Kapitel 4. Vorgehensweisen zur Einbindung von Versuchsdaten in numerischen Berechnungen und geeignete Sicherheitskonzepte für Simulationen werden in [25] bis [29] vorgestellt.

3.6.1 Beton

Aus den Zylinderdruck-, Würfeldruck- und Spaltzugversuchen können die entsprechenden Druckfestigkeiten sowie die Spaltzugfestigkeit direkt, alle anderen Werte durch normenkonforme Klassifizierung nach [24] bzw. die Umrechnungsfunktion zur Ermittlung der zentrischen Zugfestigkeit nach [30], abgeleitet werden.

Die Zuordnung der Platten zu den vier Chargen erfolgt gemäß nachstehender Tabelle.

Charge 1	V1/1_4x8Niro_100
	V3/1_4x8Niro_120
	V3/2_4x8Niro_120
	V4/1_3x10Niro_120
Charge 2	V7/1_4x8GFK_100
	V8/1_4x8GFK_120
	V1/2_4x8Niro_100
	V2/1_3x10Niro_100
Charge 3	V2/2_3x10Niro_100
	V4/2_3x10Niro_120
	V5/1_CEP_100
	V6/1_CEP_120
Charge 4	V5/2_CEP_100
	V5/3_CEP_100
	V9/1_GEP_100
	V9/2_GEP_120

Tab. 3.2: Zuordnung der Betonplatten zu den Chargen

In den folgenden Tabellen werden die Versuchsdaten zur jeweiligen Charge angegeben und anschließend eine Klassifizierung entsprechend der Norm [24] durchgeführt.

Zylinderdruckfestigkeit $f_{c,cube}$				
Charge	Versuch	Kraft F	Fläche A	$f_{c,cyl}$
	[-]	[kN]	[cm^2]	[N/mm^2]
	1	766,10	175,77	43,58
1	2	778,50	178,13	43,70
	3	776,60	177,42	43,77
	Mittelwert	773,73	177,11	**43,69**

Tab. 3.3: Zylinderdruckfestigkeit (Charge 1)

Würfeldruckfestigkeit $f_{c,cube}$				
Charge	Versuch	Kraft F	Fläche A	$f_{c,cube}$
	[-]	[kN]	[cm^2]	[N/mm^2]
	1	1110,70	225,00	49,36
1	2	1067,40	225,00	47,44
	3	1082,70	225,00	48,12
	Mittelwert	1086,93	225,00	**48,31**

Tab. 3.4: Würfeldruckfestigkeit (Charge 1)

Spaltzugfestigkeit $f_{ct,sp}$				
Charge	Versuch	Kraft F	Fläche A	$f_{ct,sp}$
	[-]	[kN]	[cm^2]	[N/mm^2]
	1	221,60	445,51	3,17
1	2	250,70	445,96	3,58
	3	219,00	445,05	3,13
	Mittelwert	230,43	445,51	**3,29**

Tab. 3.5: Spaltzugfestigkeit (Charge 1)

Zylinderdruckfestigkeit $f_{c,cube}$				
Charge	Versuch	Kraft F	Fläche A	$f_{c,cyl}$
	[-]	[kN]	[cm^2]	[N/mm^2]
	1	692,00	176,24	39,26
2	2	678,00	176,95	38,32
	3	695,40	176,24	39,46
	Mittelwert	688,47	176,48	**39,46**

Tab. 3.6: Zylinderdruckfestigkeit (Charge 2)

Würfeldruckfestigkeiten $f_{c,cube}$				
Charge	Versuch	Kraft F	Fläche A	$f_{c,cube}$
	[-]	[kN]	[cm^2]	[N/mm^2]
	1	1069,60	225,00	47,54
2	2	1037,30	225,00	46,10
	3	1074,60	225,00	47,76
	Mittelwert	1060,50	225,00	**47,13**

Tab. 3.7: Würfeldruckfestigkeit (Charge 2)

Spaltzugfestigkeit $f_{ct,sp}$				
Charge	Versuch	Kraft F	Fläche A	$f_{ct,sp}$
	[-]	[kN]	[cm^2]	[N/mm^2]
	1	219,00	446,11	3,13
2	2	214,20	448,05	3,04
	3	205,40	448,93	2,91
	Mittelwert	212,87	447,69	**3,03**

Tab. 3.8: Spaltzugfestigkeit (Charge 2)

Zylinderdruckfestigkeit $f_{c,cube}$				
Charge	Versuch	Kraft F	Fläche A	$f_{c,cyl}$
	[-]	[kN]	[cm^2]	[N/mm^2]
	1	809,80	177,89	45,52
3	2	850,80	178,60	47,64
	3	777,10	176,24	44,09
	Mittelwert	812,57	177,58	**45,75**

Tab. 3.9: Zylinderdruckfestigkeit (Charge 3)

Würfeldruckfestigkeit $f_{c,cube}$				
Charge	Versuch	Kraft F	Fläche A	$f_{c,cube}$
	[-]	[kN]	[cm^2]	[N/mm^2]
	1	1234,80	225,0	54,88
3	2	1199,00	225,0	53,29
	3	1207,90	225,0	53,68
	Mittelwert	1213,90	225,0	**53,95**

Tab. 3.10: Würfeldruckfestigkeit (Charge 3)

Spaltzugfestigkeit $f_{ct,sp}$				
Charge	Versuch	Kraft F	Fläche A	$f_{ct,sp}$
	[-]	[kN]	[cm^2]	[N/mm^2]
	1	203,00	452,85	2,85
3	2	239,50	450,75	3,38
	3	209,80	450,15	2,97
	Mittelwert	217,43	451,25	**3,07**

Tab. 3.11: Spaltzugfestigkeit (Charge 3)

Würfeldruckfestigkeit $f_{c,cube}$				
Charge	Versuch	Kraft F	Fläche A	$f_{c,cube}$
	[-]	[kN]	[cm^2]	[N/mm^2]
4	1	715,40	225,00	31,80
	2	750,30	225,00	33,35
	3	728,30	225,00	32,37
	Mittelwert	731,33	225,00	**32,50**

Tab. 3.12: Würfeldruckfestigkeit (Charge 4)

Nach [30] kann die zentrische Betonzugfestigkeit bei bekannter Spaltzugfestigkeit über die in Abb. 3.36 grafisch dargestellte Umrechnungsfunktionen erhalten werden.

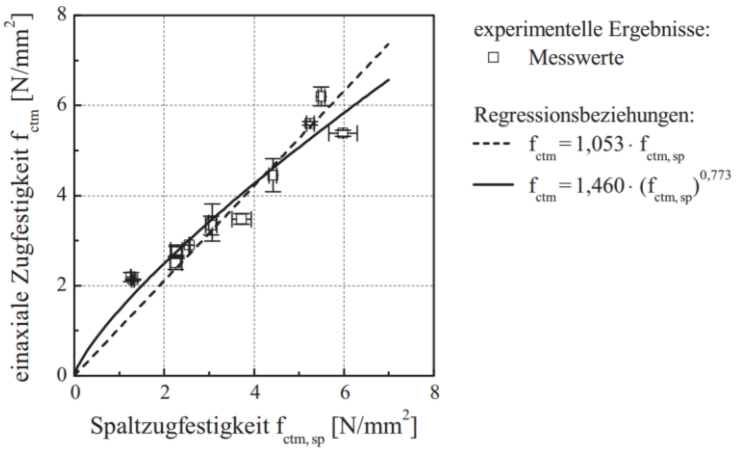


Abb. 3.36: Umrechnungsfunktion zwischen einaxialer Zug- und Spaltzugfestigkeit [30]

Der Einfachheit halber wird hier die lineare Regressionsbeziehung $f_{ctm} = 1{,}053 \cdot f_{ctm,sp}$ angewendet. Die Ergebnisse sind nachstehender Tabelle zu entnehmen.

Zentrische Zugfestigkeit f_{ctm}		
Charge	$f_{ctm,sp}$	f_{ctm}
[-]	[N/mm^2]	[N/mm^2]
1	3,29	**3,46**
2	3,03	**3,19**
3	3,07	**3,23**

Tab. 3.13: Zentrische Zugfestigkeit der Chargen 1 bis 3

Anmerkung: Die Differenz zwischen Spaltzugfestigkeit und zentrischer Zugfestigkeit resultiert aus der nichtlinearen Spannungsverteilung im Spaltzugversuch, die durch Behinderung der Querdehnung an der Lasteinleitung entsteht. (Abb. 3.37)

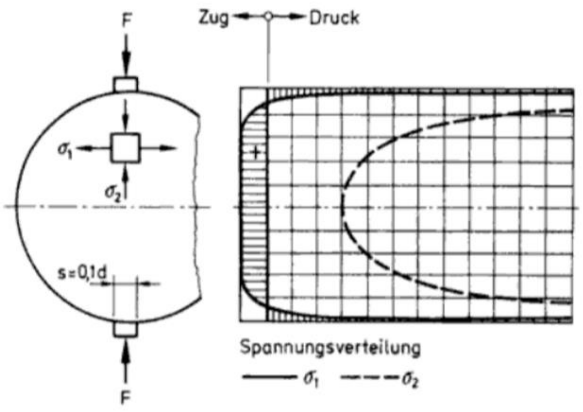


Abb. 3.37: Spannungsverteilung beim Spaltzugversuch am zylindrischen Prüfkörper nach der Elastizitätstheorie [31]

Über den Mittelwert der Zylinderdruckfestigkeit wird mit Hilfe von Tab. 3.14 die Betonfestigkeitsklasse für die Chargen 1 bis 3 bestimmt. Danach können die Werte für E-Modul, Grenz- und Bruchdehnung abgelesen werden. Das Ergebnis ist in Tab. 3.15 bis Tab. 3.17 zusammengestellt.

Betonfestigkeitsklasse																analytische Beziehung
f_{ck}	N/mm²	12	16	20	25	30	35	40	45	50	55	60	70	80	90	
$f_{ck,cube}$	N/mm²	15	20	25	30	37	45	50	55	60	67	75	85	95	105	
f_{cm}	N/mm²	20	24	28	33	38	43	48	53	58	63	68	78	88	98	$f_{cm} = f_{ck} + 8$
f_{ctm}	N/mm²	1,6	1,9	2,2	2,6	2,9	3,2	3,5	3,8	4,1	4,2	4,4	4,6	4,8	5,0	$f_{ctm} = 0{,}30 \cdot f_{ck}^{(2/3)} \leq$ C50/60 $f_{ctm} = 2{,}12 \cdot \ln[1 + (f_{cm}/10)] >$ C50/60
$f_{ctk,\ 0,05}$	N/mm²	1,1	1,3	1,5	1,8	2,0	2,2	2,5	2,7	2,9	3,0	3,1	3,2	3,4	3,5	$f_{ctk;0,05} = 0{,}7\, f_{ctm}$ 5% Quantil
$f_{ctk;0,95}$	N/mm²	2,0	2,5	2,9	3,3	3,8	4,2	4,6	4,9	5,3	5,5	5,7	6,0	6,3	6,6	$f_{ctk;0,95} = 1{,}3\, f_{ctm}$ 95% Quantil
$E_{cm} \cdot 10^{-3}$	N/mm²	27	29	30	31	33	34	35	36	37	38	39	41	42	44	$E_{cm} = 22\,(f_{cm}/10)^{0,3}$
ε_{c1}	‰	1,8	1,9	2,0	2,1	2,2	2,25	2,3	2,4	2,45	2,5	2,6	2,7	2,8	2,8	Siehe Bild 3.2 AC $\varepsilon_{c1}\,(^0/_{00}) = 0{,}7\, f_{cm}^{0,31} \leq 2{,}8$ AC
ε_{cu1}	‰	3,5									3,2	3,0	2,8	2,8	2,8	Siehe Bild 3.2 für f_{ck} = 50 N/mm² $\varepsilon_{cu1}(^0/_{00}) = 2{,}8 + 27\,[(98 - f_{cm})/100]^4$
ε_{c2}	‰	2,0									2,2	2,3	2,4	2,5	2,6	Siehe Bild 3.3 für f_{ck} = 50 N/mm² $\varepsilon_{c2}(^0/_{00}) = 2{,}0 + 0{,}085\,(f_{ck} - 50)^{0,53}$
ε_{cu2}	‰	3,5									3,1	2,9	2,7	2,6	2,6	Siehe Bild 3.3 für f_{ck} = 50 N/mm² $\varepsilon_{cu2}(^0/_{00}) = 2{,}6 + 35\,[(90 - f_{ck})/100]^4$
n		2,0									1,75	1,6	1,45	1,4	1,4	für f_{ck} = 50 N/mm² $n = 1{,}4 + 23{,}4\,[(90 - f_{ck})/100]^4$
ε_{c3} (‰)	‰	1,75									1,8	1,9	2,0	2,2	2,3	Siehe Bild 3.4 für f_{ck} = 50 N/mm² $\varepsilon_{c3}(^0/_{00}) = 1{,}75 + 0{,}55\,[(f_{ck} - 50)/40]$
ε_{cu3}	‰	3,5									3,1	2,9	2,7	2,6	2,6	Siehe Bild 3.4 für f_{ck} = 50 N/mm² $\varepsilon_{cu3}(^0/_{00}) = 2{,}6 + 35\,[(90 - f_{ck})/100]^4$

Tab. 3.14: Betonfestigkeitsklassen [24]

Charge 1			
Mittelwert der Zylinderdruckfestigkeit	f_{cm}	43,69	[N/mm²]
Betonfestigkeitsklasse	C 35/45		
Sekantenwert des E-Moduls von σ_c=0 bis σ_c=0,4 · f_{cm}	E_{cm}	34 000	[N/mm²]
Dehnung bei Erreichen der Maximalfestigkeit	ε_{c2}	2,0	[‰]
Bruchdehnung	ε_{cu2}	3,5	[‰]

Tab. 3.15: Kennwerte nach Tab. 3.14 für Charge 1

Charge 2			
Mittelwert der Zylinderdruckfestigkeit	f_{cm}	39,46	[N/mm²]
Betonfestigkeitsklasse	C 30/37		
Sekantenwert des E-Moduls von $\sigma_c=0$ bis $\sigma_c=0{,}4 \cdot f_{cm}$	E_{cm}	33 000	[N/mm²]
Dehnung bei Erreichen der Maximalfestigkeit	ε_{c2}	2,0	[‰]
Bruchdehnung	ε_{cu2}	3,5	[‰]

Tab. 3.16: Kennwerte nach Tab. 3.14 für Charge 2

Charge 3			
Mittelwert der Zylinderdruckfestigkeit	f_{cm}	45,75	[N/mm²]
Betonfestigkeitsklasse	C 35/45		
Sekantenwert des E-Moduls von $\sigma_c=0$ bis $\sigma_c=0{,}4 \cdot f_{cm}$	E_{cm}	34 000	[N/mm²]
Dehnung bei Erreichen der Maximalfestigkeit	ε_{c2}	2,0	[‰]
Bruchdehnung	ε_{cu2}	3,5	[‰]

Tab. 3.17: Kennwerte nach Tab. 3.14 für Charge 3

An dieser Stelle ist es besonders wichtig klarzustellen, dass nach [3] das, für alle ermittelten Werte entscheidende Betonalter keinen maßgeblichen Einfluss für die Konstruktionsmethode darstellt. Daraus lässt sich ableiten, dass die Betonsteifigkeit und –festigkeit Faktoren von untergeordneter Bedeutung sind und das Verhalten der Platten hauptsächlich von der Art und Lage der Bewehrung abhängt.

3.6.2 Stahlseile

Die folgenden Seilparameter werden nach [32] und [33] tabellarisch angegeben.

8 mm Stahlseile			
Seiltyp	7x19 Niro	-	[-]
Festigkeitsklasse	R_R	1570	[N/mm²]
Faktor für metallischen Querschnitt	C	0,418	[-]
Füllfaktor	f	0,532	[-]
Seilnenndurchmesser	d	8,0	[mm]
metallischer Querschnitt	A	26,752	[mm²]
Faktor für die Mindestbruchkraft	K	0,362	[-]
Mindestbruchkraft	F_{min}	36,37	[kN]
rechnerische Bruchkraft	$F_{e,min}$	42,0	[kN]

Tab. 3.18: Seilparamter der 8 mm Stahlseile

10 mm Stahlseile			
Seiltyp	7x19 Niro	-	[-]
Festigkeitsklasse	R_R	1570	[N/mm²]
Faktor für metallischen Querschnitt	C	0,418	[-]
Füllfaktor	f	0,532	[-]
Seilnenndurchmesser	d	10,00	[mm]
metallischer Querschnitt	A	41,80	[mm²]
Faktor für die Mindestbruchkraft	K	0,362	[-]
Mindestbruchkraft	F_{min}	56,83	[kN]
rechnerische Bruchkraft	$F_{e,min}$	65,63	[kN]

Tab. 3.19: Seilparamter der 10 mm Stahlseile

Die Bestimmung des Elastizitätsmoduls erfolgt in kraftgesteuerten Zugversuchen mit Dehnungsmessung.

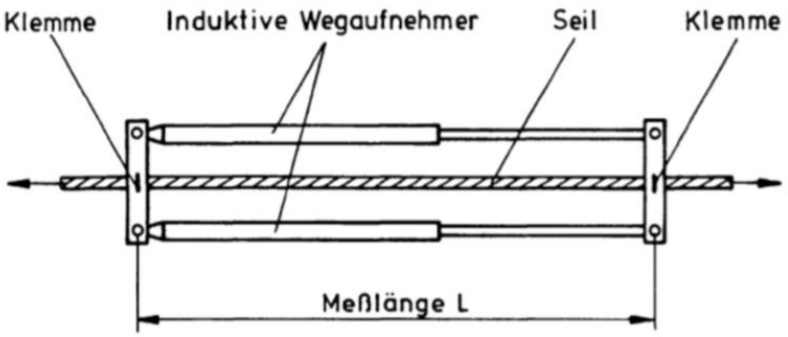


Abb. 3.38: Seilzugversuch mit Dehnungsmessung zur Bestimmung der Elastizität [34]

Ergebnis dieses Messaufbaus sind Kraft-Verschiebungsdiagramme. Um daraus in Kombination mit dem Hooke'sche Gesetz die Steifigkeit ermitteln zu können muss die Kraft auf den spannungsabhängigen Stahlquerschnitt und die Verschiebung auf die Messlänge bezogen werden.

Die Gesamtquerkontraktion (Querkontraktion plus Schnürdruck) von Rundlitzenseilen bei Belastung liegt nach [34] in einer Größenordnung von bis zu 2,5 %.

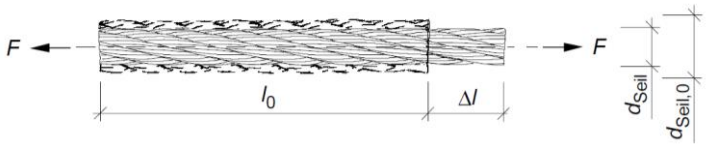


Abb. 3.39: Seillängsdehnung und Seilquerdehnung [15]

Dieser Wert bezieht sich allerdings auf den gesamten Seilquerschnitt und nicht auf den der Spannungsberechnung zu Grunde zu legenden Stahlquerschnitt. Dementsprechend wird auch das Ineinanderfügen der einzelnen Drähte durch ihre schrittweise Aktivierung [15] berücksichtigt, das keinen maßgeblichen Einfluss auf den metallischen Querschnitt hat.

Daher wird in diesem Fall zur Ermittlung der Spannungen für die rechnerische Bezugsfläche nur die Querdehnzahl des Werkstoffes $\nu_s = 0{,}3$ [35] angesetzt und Effekte des Schnürdruckes (u.a. Ineinanderfügen der Drähte) vernachlässigt.

Über die gemessene Längenänderung Δl und die bekannte Messlänge l = 1000 mm kann die Längsdehnung ε_l einfach ermittelt werden.

$$\varepsilon_l = \frac{\Delta l}{l_0}$$

Glg. 3.4: Berechnung der Längsdehnung des Drahtes

Die Definition der radialen Dehnung, sowie das werkstoffspezifische Verhältnis zwischen Längs- und Querdehnung, führen nach Umformen auf eine Gleichung für die Änderung des Durchmessers Δd, wobei d_0 dem Durchmesser des jeweiligen flächenäquivalenten Vollquerschnittes entspricht ($d_0(8\ mm) = 5{,}84\ mm$ und $d_0(10\ mm) = 7{,}30\ mm$).

$$\varepsilon_d = \frac{\Delta d}{d_0}$$

$$v_s = \frac{\varepsilon_d}{\varepsilon_l} = 0{,}3$$

$$\Delta d = 0{,}3 \cdot \varepsilon_l \cdot d_0$$

Glg. 3.5: Gleichung für die Änderung des Durchmessers Δd

Einsetzen von Δd in Glg. 3.6 ergibt die rechnerische Bezugsquerschnittsfläche.

$$A(\varepsilon_l) = \frac{(d_0 + \Delta d)^2 \cdot \pi}{4} = \frac{(d_0 + 0{,}3 \cdot \varepsilon_l \cdot d_0)^2 \cdot \pi}{4}$$

Glg. 3.6: Rechnerische Querschnittsfläche

Die im metallischen Querschnitt vorhandene Spannung kann dann wie folgt berechnet werden:

$$\sigma(\varepsilon_l) = \frac{F(\varepsilon_l)}{A(\varepsilon_l)}$$

Glg. 3.7: Berechnung der Spannung in Abhängigkeit der Längsdehnung

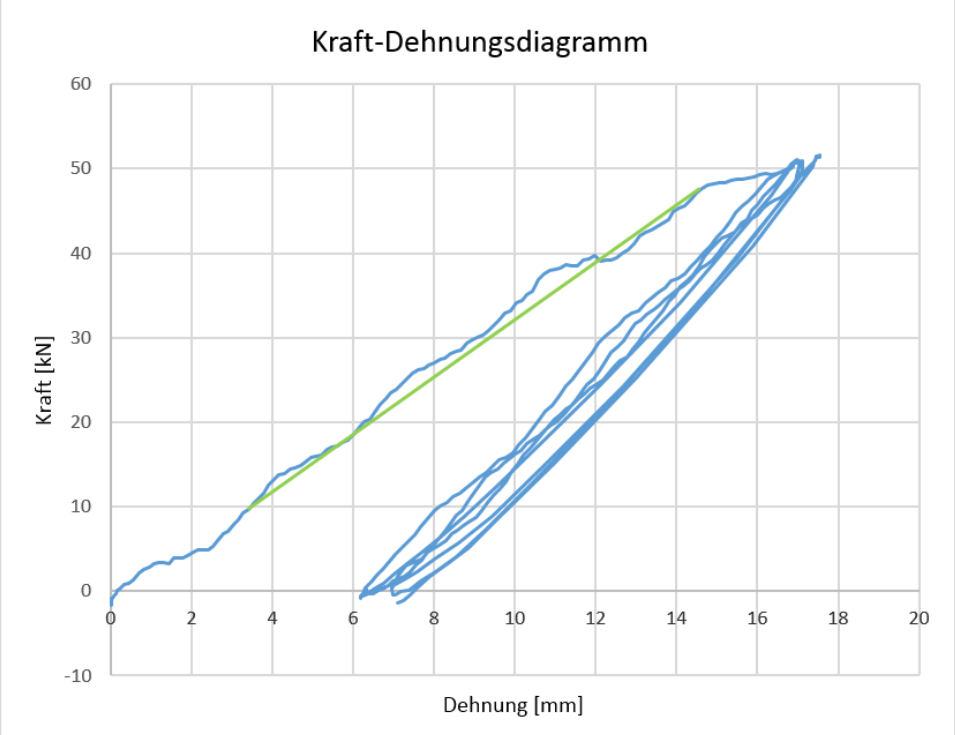


Abb. 3.40: Kraft-Dehnungsdiagramm eines 10 mm Stahlseiles im Zugversuch

Die Seilsteifigkeit wird zwischen zwei repräsentativen Punkten nach Glg. 3.8 bestimmt.

$$E_s(\sigma_u, \sigma_{ob}) = \frac{\sigma_{ob} - \sigma_u}{\varepsilon_l(\sigma_{ob}) - \varepsilon_l(\sigma_u)}$$

Glg. 3.8: Berechnung des Elastizitätsmoduls

Die Lösung von Glg. 3.8 ist der Sekanten-E-Modul bei Erstbelastung zwischen der unteren Seilzugspannung σ_u und der oberen Seilzugspannung σ_{ob} [34] - [37].

Tab. 3.20 bis Tab. 3.23 enthalten die Ergebnisse der Versuche für die 8 mm und 10 mm Stahldrahtseile.

8 mm Stahlseile									
Versuch	$\varepsilon_{l,u}$	$A(\varepsilon_{l,u})$	$F(\varepsilon_{l,u})$	$\sigma_u(\varepsilon_{l,u})$	$\varepsilon_{l,ob}$	$A(\varepsilon_{l,ob})$	$F(\varepsilon_{l,ob})$	$\sigma_{ob}(\varepsilon_{l,ob})$	$E_s(\sigma_u, \sigma_{ob})$
[-]	[‰]	[mm²]	[kN]	[N/mm²]	[‰]	[mm²]	[kN]	[N/mm²]	[N/mm²]
1	2,97	26,70	7,64	286,15	11,86	26,56	27,39	1031,00	83822,45
2	3,94	26,69	6,32	236,79	13,97	26,53	28,75	1083,69	84503,84
3	3,46	26,70	6,73	252,20	11,98	26,56	26,56	999,97	87736,31
4	3,91	26,69	6,57	246,07	13,86	26,53	30,32	1142,78	90112,56
5	3,96	26,69	6,77	253,82	13,89	26,53	29,37	1106,99	85953,27
6	2,95	26,70	6,20	232,01	10,95	26,58	24,12	907,65	84455,23
Mittelwert									**86079,27**

Tab. 3.20: Elastizitätsmoduli der 8 mm Stahlseile (Erstbelastung)

10 mm Stahlseile									
Versuch	$\varepsilon_{l,u}$	$A(\varepsilon_{l,u})$	$F(\varepsilon_{l,u})$	$\sigma_u(\varepsilon_{l,u})$	$\varepsilon_{l,ob}$	$A(\varepsilon_{l,ob})$	$F(\varepsilon_{l,ob})$	$\sigma_{ob}(\varepsilon_{l,ob})$	$E_s(\sigma_u, \sigma_{ob})$
[-]	[‰]	[mm²]	[kN]	[N/mm²]	[‰]	[mm²]	[kN]	[N/mm²]	[N/mm²]
1	2,91	41,73	6,11	146,50	11,99	41,50	38,41	925,64	85817,14
2	5,92	41,65	19,50	468,07	11,88	41,50	40,97	987,28	87028,39
3	2,94	41,73	8,96	214,81	9,98	41,55	35,03	843,00	89168,97
4	2,90	41,73	7,10	170,26	11,97	41,50	39,74	957,48	86812,82
5	2,84	41,73	7,39	177,18	11,94	41,50	40,19	968,41	86966,99
Mittelwert									**87158,86**

Tab. 3.21: Elastizitätsmoduli der 10 mm Stahlseile (Erstbelastung)

Es sei darauf hingewiesen, dass die in Tab. 3.20 und Tab. 3.21 angegebenen Werte nur für die Erstbelastung Gültigkeit besitzen. Bei Lastwechseln entsteht eine als Seilreck [15] bezeichnete irreversible Verformung, die mit einem ausgeprägten Versteifungseffekt einhergeht. Dieses Verhalten wird in Abb. 3.41 dargestellt.

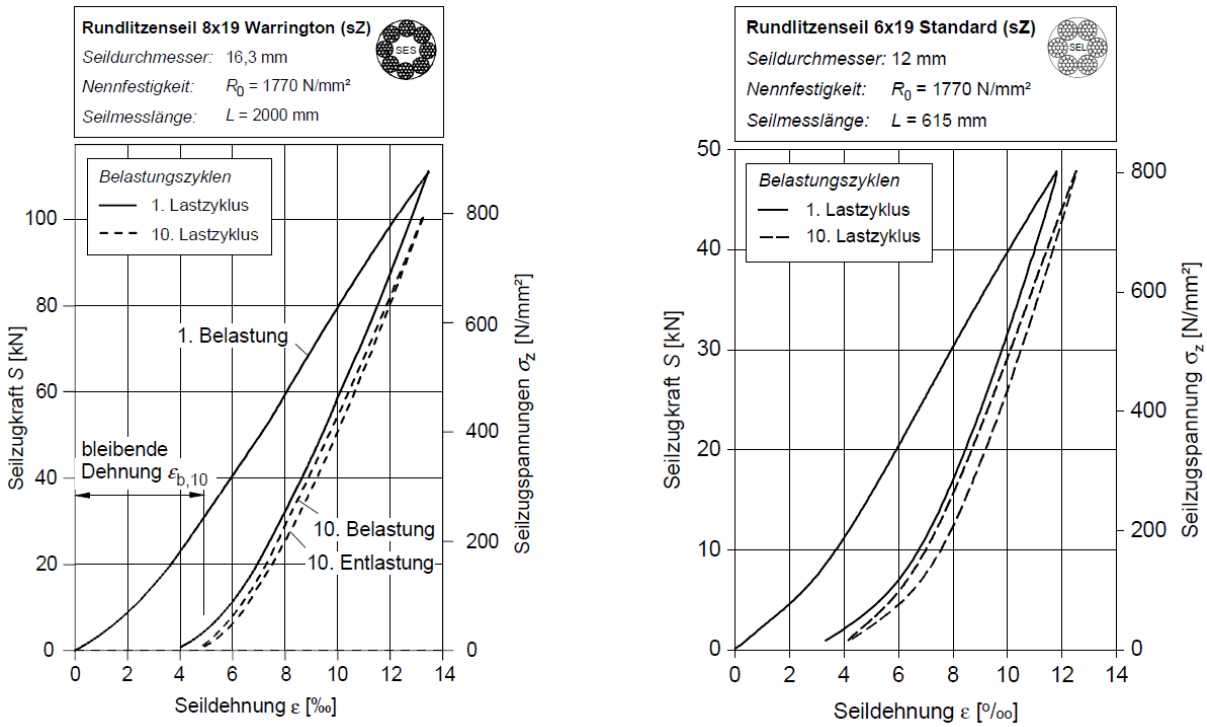


Abb. 3.41: Versteifungseffekt bei zyklischer Beanspruchung von Rundlitzenseilen [34], [37]

In Tab. 3.22 und Tab. 3.23 werden die E-Moduli für die erste Wiederbelastung der Seile angegeben.

Anmerkung: Die in den Platten eingebauten Stahlseile wurden nicht vorbelastet. Damit sind die Werte aus Tab. 3.20 und Tab. 3.21 relevant.

8 mm Stahlseile									
Versuch	$\varepsilon_{l,u}$	$A(\varepsilon_{l,u})$	$F(\varepsilon_{l,u})$	$\sigma_u(\varepsilon_{l,u})$	$\varepsilon_{l,ob}$	$A(\varepsilon_{l,ob})$	$F(\varepsilon_{l,ob})$	$\sigma_{ob}(\varepsilon_{l,ob})$	$E_s(\sigma_u, \sigma_{ob})$
[-]	[‰]	[mm²]	[kN]	[N/mm²]	[‰]	[mm²]	[kN]	[N/mm²]	[N/mm²]
1	3,97	26,69	10,90	408,59	9,96	26,59	30,15	1133,89	121105,02
2	7,93	26,62	5,12	192,37	13,92	26,53	24,66	929,52	123001,49
3	5,97	26,66	6,98	262,87	11,93	26,56	24,58	925,29	111312,19
4	5,99	26,66	4,75	178,20	13,98	26,53	28,34	1068,13	111435,83
5	7,93	26,62	4,34	162,89	13,94	26,53	24,20	912,40	124689,57
6	5,89	26,66	5,16	193,69	10,98	26,58	20,61	775,56	114284,82
Mittelwert									**117654,82**

Tab. 3.22: Elastizitätsmoduli der 8 mm Stahlseile (Wiederbelastung)

10 mm Stahlseile									
Versuch	$\varepsilon_{l,u}$	$A(\varepsilon_{l,u})$	$F(\varepsilon_{l,u})$	$\sigma_u(\varepsilon_{l,u})$	$\varepsilon_{l,ob}$	$A(\varepsilon_{l,ob})$	$F(\varepsilon_{l,ob})$	$\sigma_{ob}(\varepsilon_{l,ob})$	$E_s(\sigma_u, \sigma_{ob})$
[-]	[‰]	[mm²]	[kN]	[N/mm²]	[‰]	[mm²]	[kN]	[N/mm²]	[N/mm²]
1	5,93	41,65	6,11	146,77	11,96	41,50	36,60	881,83	121900,66
2	7,89	41,60	6,86	164,81	13,95	41,45	36,64	884,89	118521,73
3	7,85	41,60	10,86	261,11	14,00	41,45	42,01	1013,46	122431,32
4	8,00	41,60	9,54	229,37	13,87	41,45	36,68	884,84	111664,83
5	7,95	41,60	13,63	327,66	13,97	41,45	43,74	1055,29	120929,98
Mittelwert									**119089,70**

Tab. 3.23: Elastizitätsmoduli der 10 mm Stahlseile (Wiederbelastung)

3.6.3 Carbongelege (Herstellerangaben)

grid Q100-CEP-38			
Faserquerschnittsfläche	$A_{\|\|}$ und $A_{\perp}$	95	[mm^2/m]
Bruchspannung || (Mittelwert)	$f_{tm,\|\|}$	3240	[N/mm^2]
Bruchspannung ⊥ (Mittelwert)	$f_{tm,\perp}$	3510	[N/mm^2]
Bruchspannung || (char. Wert)	$f_{tk,\|\|}$	2640	[N/mm^2]
Bruchspannung ⊥ (char. Wert)	$f_{tk,\perp}$	2880	[N/mm^2]
E-modul	E	200 000	[N/mm^2]

Tab. 3.24: Kennwerte der Carbongelege vom Typ grid Q100-CEP-38 [17]

3.6.4 GFK-Stabbewehrung (Herstellerangaben)

FiReP-Stäbe			
Nominaler Durchmesser	D_n	8,0	[mm]
Spannungsquerschnitt	$A_{s,theor.}$	50,0	[mm^2]
Zugfestigkeit	$f_{tk,min.}$	1000	[N/mm^2]
Nennlast	$F_{min.}$	50,0	[kN]
E-Modul	E_{min}	60 000	[N/mm^2]

Tab. 3.25: Kennwerte der GFK-Stabbewehrung vom Typ FiReP [19]

3.6.5 Glasfasergelege: grid Q100-GEP-38 (Herstellerangaben)

grid Q100-GEP-38			
Faserquerschnittsfläche	$A_{\|\|}$ und $A_{\perp}$	97	[mm^2/m]
Bruchspannung || (Mittelwert)	$f_{tm,\|\|}$	1500	[N/mm^2]
Bruchspannung ⊥ (Mittelwert)	$f_{tm,\perp}$	1580	[N/mm^2]
Bruchspannung || (char. Wert)	$f_{tk,\|\|}$	1230	[N/mm^2]
Bruchspannung ⊥ (char. Wert)	$f_{tk,\perp}$	1290	[N/mm^2]
E-modul	E	60 000	[N/mm^2]

Tab. 3.26: Kennwerte der Glasfasergelege vom Typ grid Q100-GEP-38 [17]

3.7 Auswertung der Biegeversuche

Die Ergebnisse der 16 durchgeführten Biegeversuche werden in der anschließenden vergleichenden Analyse ausgewertet und interpretiert.

Dabei wird zur Wahrung der Übersichtlichkeit folgende Gliederung gewählt:

1. Kraft-Durchbiegungsdiagramme (inklusive einer Interpretation der Schädigung der Prüfkörper)
2. Minimale Krümmungsradien
3. Abweichung der Biegelinie von der kreisförmigen Sollform
4. Rissverhalten
5. Zusammenfassung
6. Entscheidungstabelle

Dieser Aufbau beginnt mit den Kraft-Durchbiegungsdiagrammen als zentrales Ergebnis der Experimente und schließt mit einer qualitativen Tabelle, in die sämtliche Messergebnisse eingehen und die als Entscheidungsgrundlage für die Wahl der geeignetsten Konfiguration dient.

3.7.1 Kraft-Durchbiegungsdiagramme

Auf die Abbildung der Kraft-Durchbiegungsdiagramme zu jedem der 16 durchgeführten Experimente wird an dieser Stelle verzichtet und auf Kapitel 3.7.5 verwiesen. Größeren Nutzen für eine fundierte Auswahl bietet eine vergleichende Darstellung.

Der Diagrammtitel gibt jeweils Auskunft über die Platten auf die sich die dargestellten Graphen beziehen. Auf der Ordinate wird die Kraft in [kN] im Sinne von Kapitel 3.4.3 als Summe der Zugkräfte in den vier Gewindestangen aufgetragen. Die Abszisse gibt die Durchbiegung in [mm] bezogen auf die Ausgangslage an. Jedes Diagramm verfügt über eine Legende, die die Probekörper entsprechend ihrer Bezeichnung nach Tab. 3.1 den Graphen farblich zuordnet.

Die Diagramme werden zuerst nach den eingebauten Bewehrungstypen gegliedert und anschließend die Varianten miteinander verglichen.

Abb. 3.42 zeigt die Analyse eines typischen Kraft-Durchbiegungsdiagrammes. Die diskutierten Punkte sind im Wesentlichen auf alle Prüfkörper übertragbar:

Am Versuchsbeginn ist die bewehrte Betonplatte im ungerissenen Zustand I. Rissbildung bei Erreichen der Betonzugfestigkeit führt zu einer deutlichen Verringerung der Steifigkeit, die nach abgeschlossener Rissbildung nahezu konstant wird. An der Stelle des Lastmaximums tritt der bewehrungsabhängige Versagensmechanismus (Versagen der Betondruckzone oder Reißen der Bewehrung) ein, der nachfolgend ebenfalls analysiert wird.

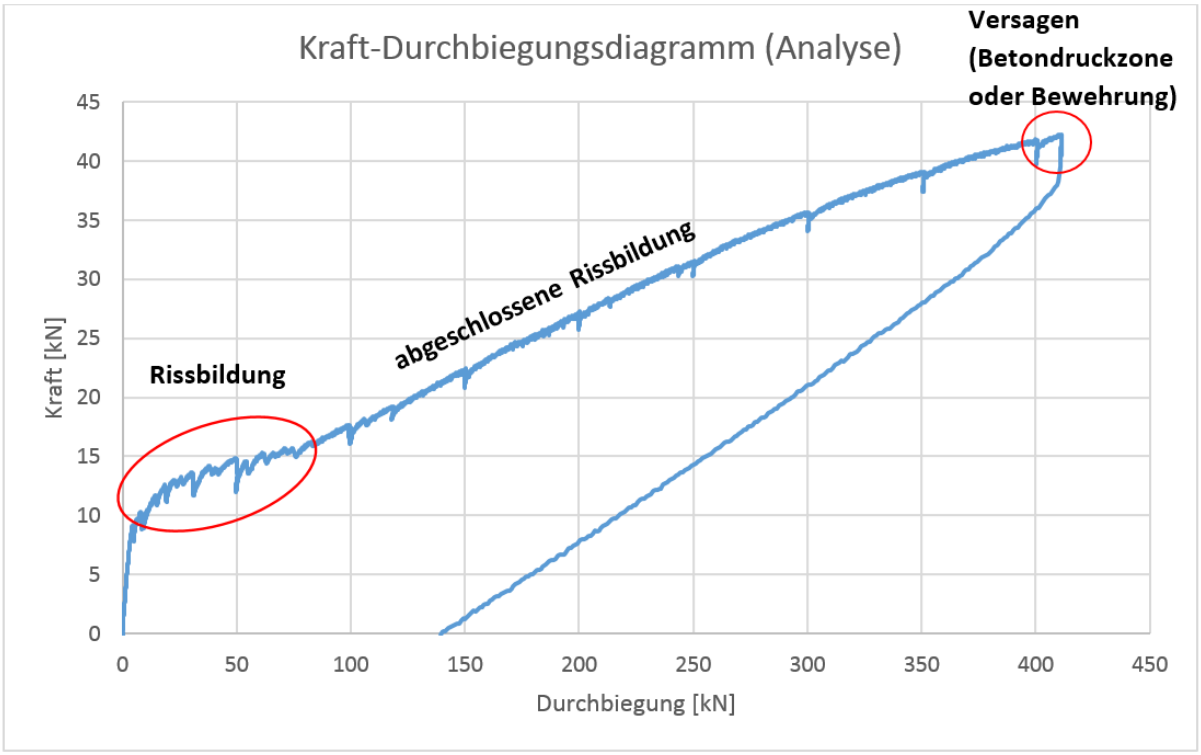


Abb. 3.42: Analyse eines Kraft-Durchbiegungsdiagramms

Stahlseile

Mit einer maximalen zerstörungsfrei erreichten Durchbiegung von 411,44 mm (V2/2_3x10Niro_100) und einem minimalen Krümmungsradius von 4,74 m (V1/2_4x10Niro_100) wird die Erwartungshaltung an die Stahlseilbewehrung in der aktuellen Versuchsserie bestätigt. Für die 100 mm dicken Plattenkonfigurationen sind Durchbiegungen über 400 mm und Krümmungsradien unter 7,0 m vorbehaltlos möglich, was in allen vier durchgeführten Versuchen experimentell nachgewiesen wurde.

Anmerkung: Der Graph des Prüfkörpers V2/1_2x10Niro_100, der bei 295,94 mm endet, verleitet hier zu einer Fehlinterpretation. Tatsächlich erreicht – wie protokollarisch festgehalten – auch die Durchbiegung dieser Platte einen Wert über 400 mm. Zum Schutz der empfindlichen Messeinrichtung wurde lediglich die Wegmessung vorzeitig eingestellt. Das Entfernen der Verschiebungssensoren macht sich durch das teilweise oder vollständige Fehlen des Entlastungsastes grafisch bemerkbar. (Das gilt ebenfalls für das Versagen der Platte.)

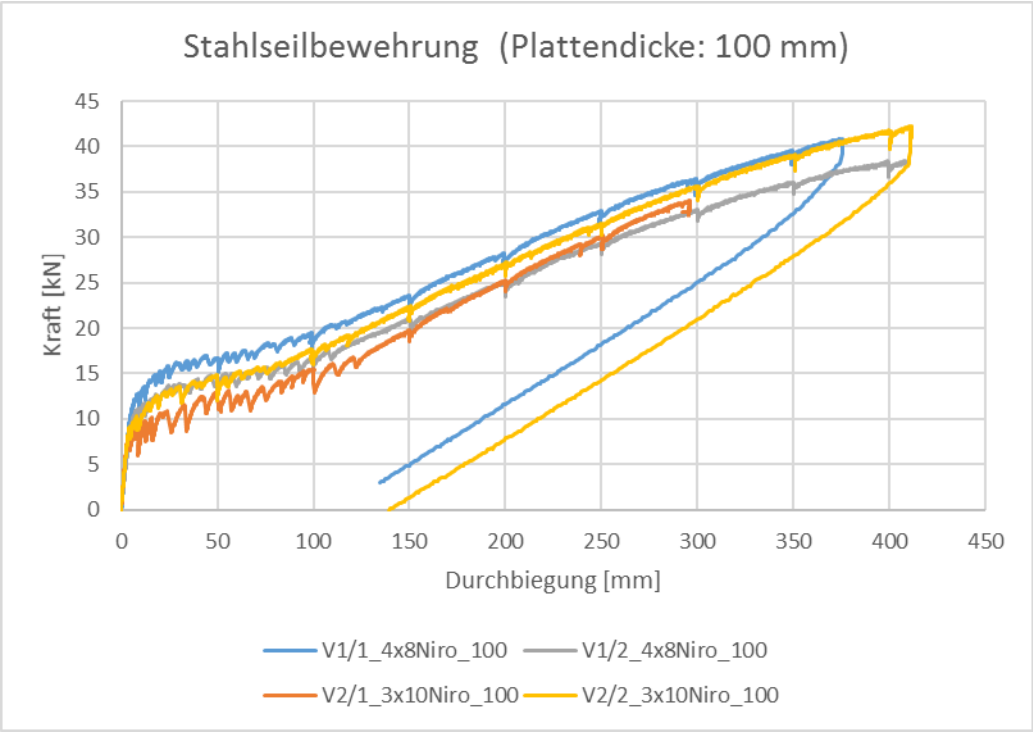


Abb. 3.43: Kraft-Durchbiegungsdiagramm für die 100 mm Betonplatten mit Stahlseilbewehrung

Abb. 3.43 bietet außerdem den Vergleich zwischen der 4 x 8 mm (107,01 mm^2) und 3 x 10 mm (125,40 mm^2) Stahlseilbewehrung. Abgesehen von der geringfügig höheren Steifigkeit bei größerer Bewehrungsfläche sind aber keine systematischen Unterschiede festzustellen.

Das variierende Lastniveau bei Rissbildung ist dem unterschiedlichen Betonalter der Platten geschuldet, hat aber keinen Einfluss auf das Verhalten in Traglastnähe.

Die einzige stahlseilbewehrte 100 mm dicke Platte, bei der die Belastung bis zum Versagen gesteigert wurde, hat die Bezeichnung V1/2_4xNiro_100 und ist in Abb. 3.44 dargestellt.

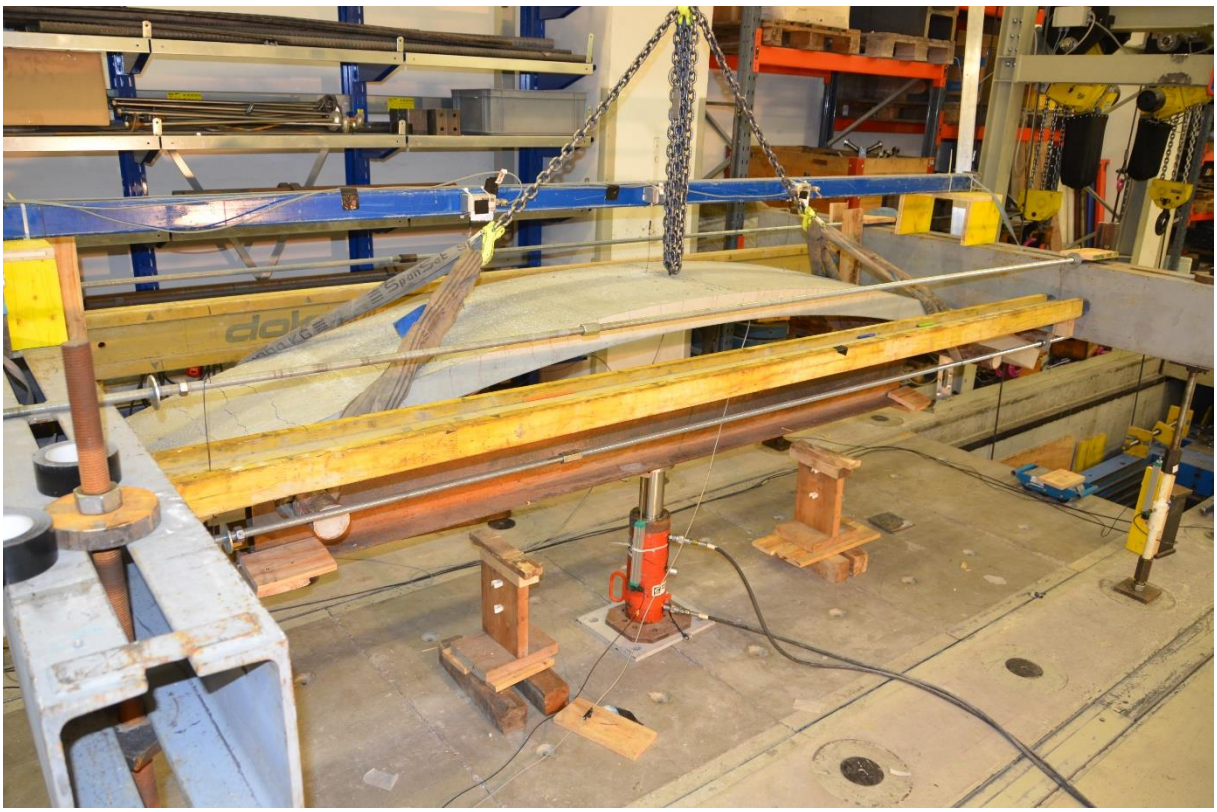


Abb. 3.44: V1/2_4x8Niro_100 unmittelbar vor Versagenseintritt

Die Platte versagte durch Reißen der Bewehrung an der Stelle der Lasteinleitung. Abb. 3.45 zeigt die Bruchfläche nach Ausbau der Platte.

Abb. 3.45: Bruchfläche der Platte V1/2_4x8Niro_100

Die zerstörungsfrei erreichbaren Durchbiegungen werden durch die größere Plattendicke von 120 mm nach [1] reduziert. Ihr Maximalwert liegt mit 380,38 mm (V3/2_4x8Niro_120) dementsprechend niedriger.

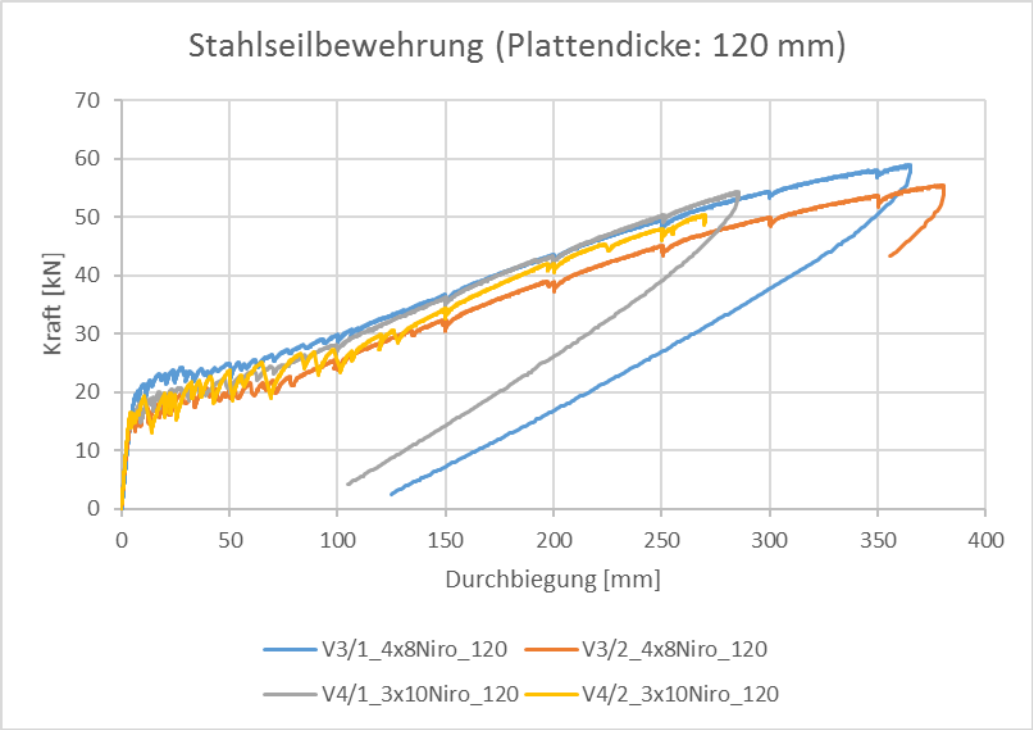


Abb. 3.46: Kraft-Durchbiegungsdiagramm für die 120 mm Betonplatten mit Stahlseilbewehrung

Die kleinere Plattenschlankheit führt beim gewählten Versuchsaufbau zu einer Verstärkung des Schubeinfusses. In Abb. 3.47 ist die Ausbildung starker Schubrisse an der Lasteinleitung zu erkennen.

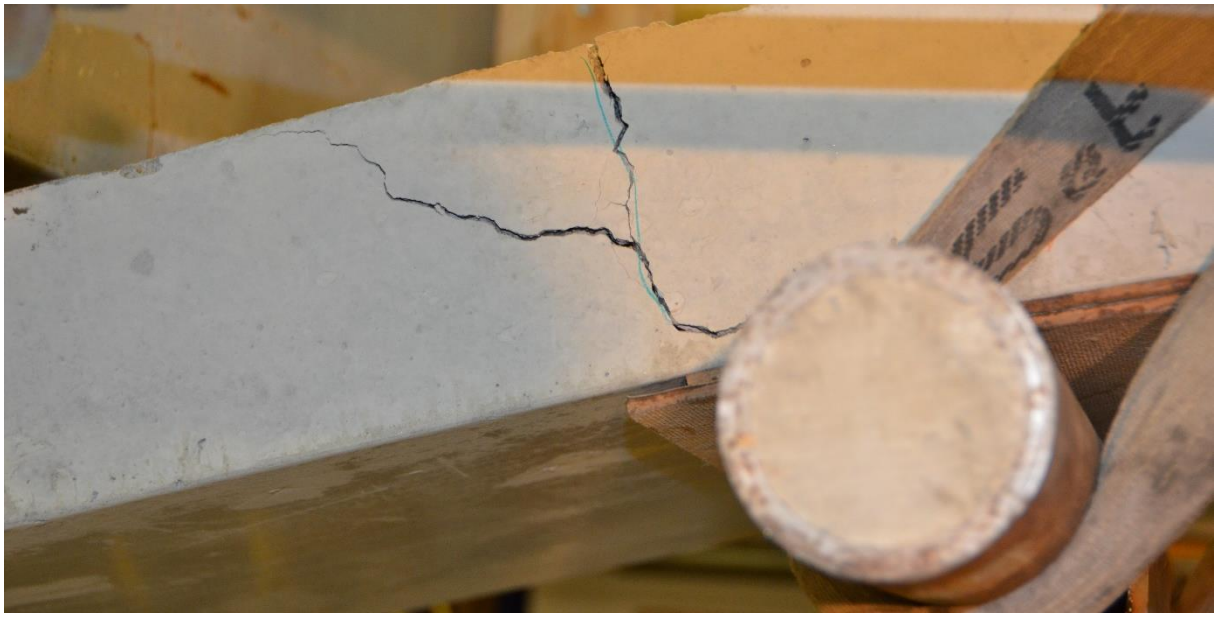


Abb. 3.47: Schubriss an der linken Lasteinleitungsstelle (V4/2_3x10Niro)

Eine Abschätzung des Einflusses der Plattendicke auf die für den Umformungsprozess erforderlichen Kräfte kann anhand von Abb. 3.48 und Abb. 3.49 durchgeführt werden. Die große Differenz der maximalen Durchbiegungen im unteren Diagramm resultiert aus der beschriebenen Schubrissbildung der 120 mm dicken Platten mit 3 x 10 mm Stahlseilbewehrung.

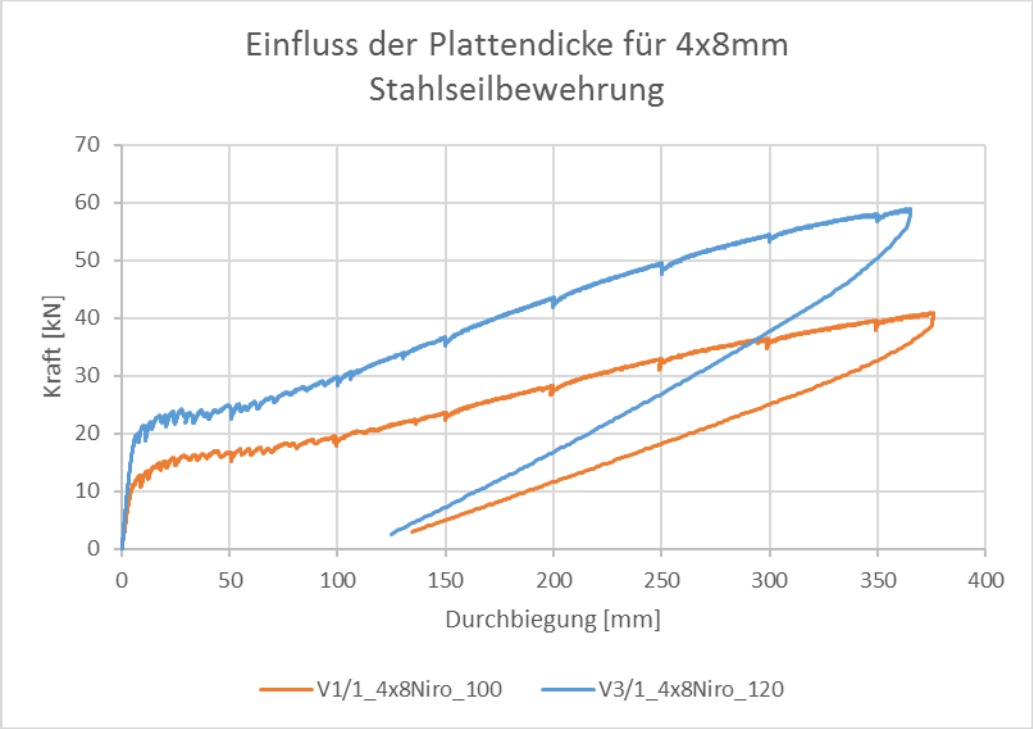


Abb. 3.48: Einfluss der Plattendicke für 4x8mm Stahlseilbewehrung

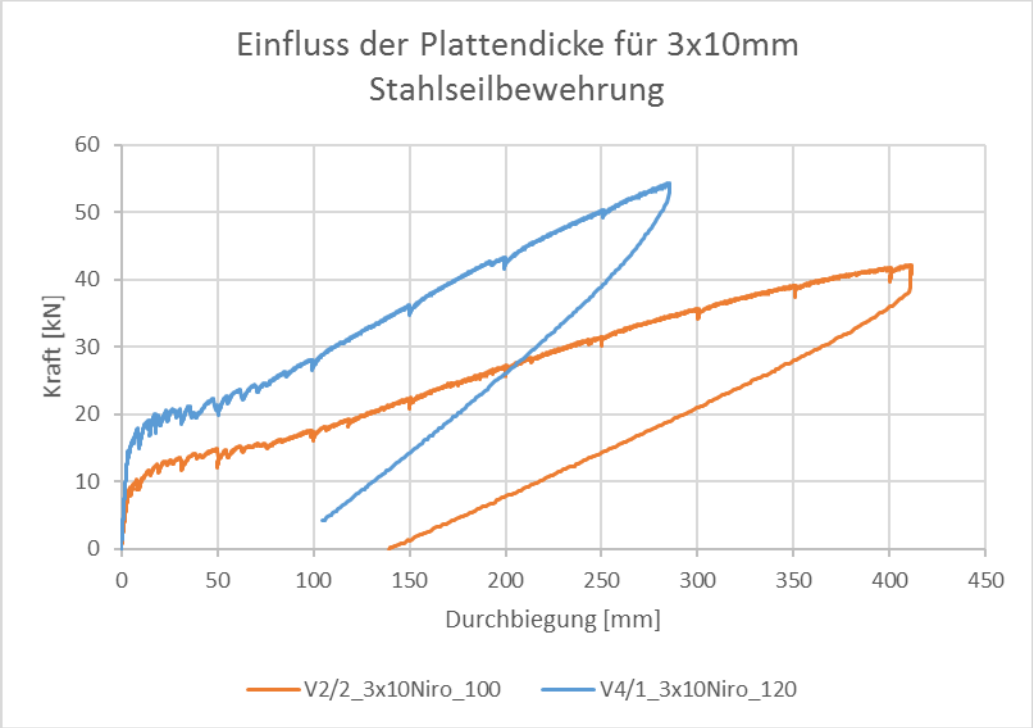


Abb. 3.49: Einfluss der Plattendicke für 3x10mm Stahlseilbewehrung

Carbongelege

Charakteristisch für die Platten mit Carbongelegen ist ein starker Delaminierungseffekt (Abb. 3.51), der schon bei geringen Durchbiegungen auftritt und eine schwere Schädigung am Prüfkörper verursacht. Eine gemessene maximale Durchbiegung von 256,42 mm kann daher nicht überschritten werden.

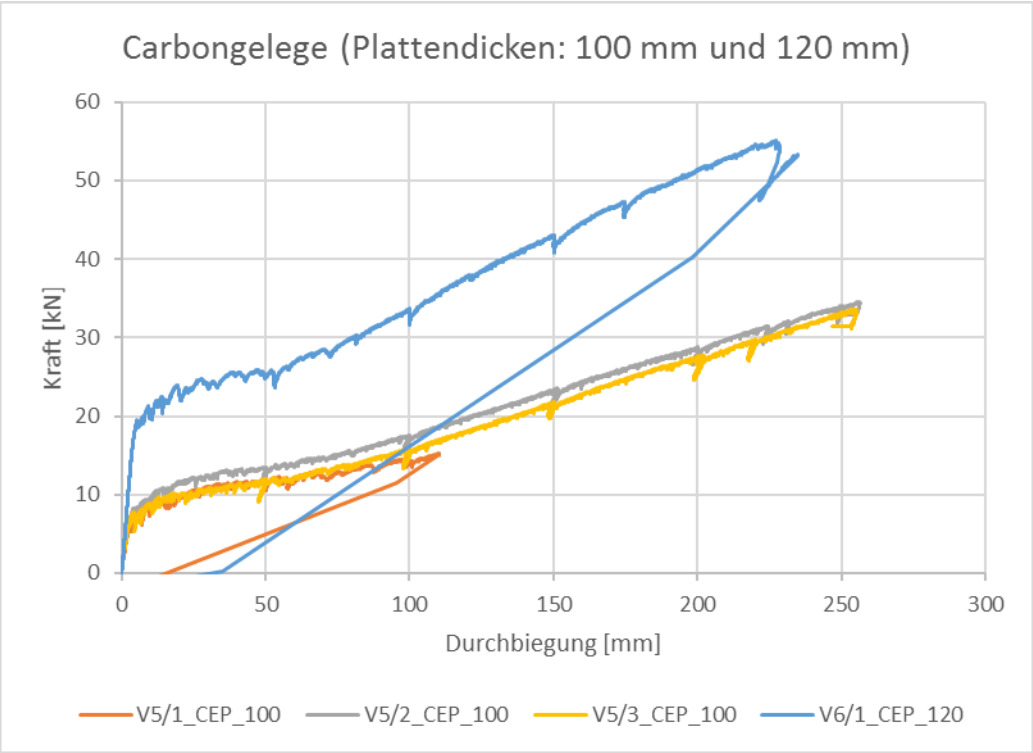


Abb. 3.50: Kraft-Durchbiegungsdiagramm für die 100 mm und 120 mm Betonplatten mit Carbongelege

Anmerkung: Im Diagramm sind Graphen für verschiedene Plattendicken dargestellt.

Abb. 3.51: Delaminierung bei Versuchskörper V5/3_CEP_100

Die Carbonbewehrung reißt - wie die Stahlseilbewehrung - an der Stelle der Lasteinleitung. Abb. 3.52 stellt die Bruchfläche dar.

Abb. 3.52: Bruchfläche der Platte V5/2_CEP_100

Weil die carbonbewehrten Prüfkörper schon bei vergleichsweise niedrigem Lastniveau versagen, ist ihre Schubtragfähigkeit auch bei den dickeren Platten nicht maßgeblich.

GFK-Stäbe

Mit einer maximalen zerstörungsfreien Durchbiegung von 375,32 mm bei einem minimalen Krümmungsradius von 5,17 m erreichen die GFK-stabbewehrte Betonplatten ähnlich gute Werte wie die Platten mit Stahlseilbewehrung (vgl. Abschnitt – Stahlseile).

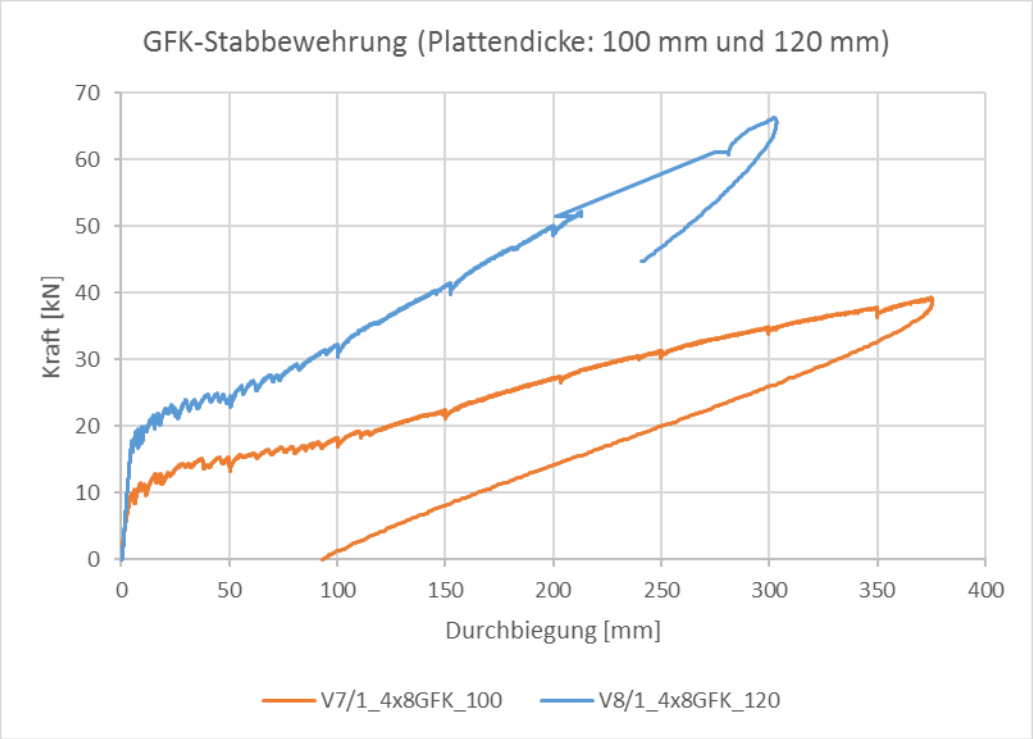


Abb. 3.53: Kraft-Durchbiegungsdiagramm für die 100 mm und 120 mm Betonplatten mit GFK-Stabbewehrung

Die beiden Platten mit GFK-Stabbewehrung werden im Biegeversuch nicht bis zum Erreichen der Bruchlast getestet. Am Lastmaximum ist die Schubrissbildung an der Lasteinleitung (Abb. 3.54) beim Prüfkörper V8/1_4x8GFK_120 allerdings bereits sehr stark ausgeprägt.

Abb. 3.54: Schubriss am Prüfkörper V8/1_4x8GFK_120

Glasfasergelege

Bei den Platten mit Glasfasergelegen bildet sich nach anfänglich guter Rissverteilung (siehe Kapitel 3.7.4) ein einzelner dominanter Riss (Abb. 3.56) aus, der zum frühen Versagen (Reißen der Bewehrung) bei einer maximal erreichten Durchbiegung von 200,24 mm führt.

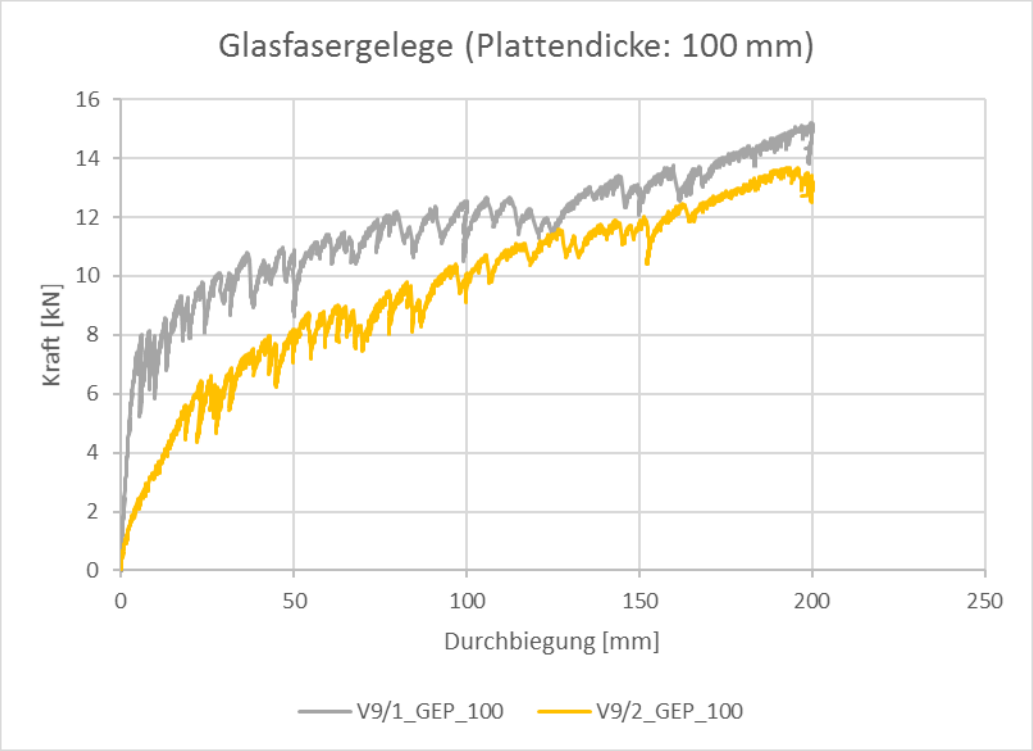


Abb. 3.55: Kraft-Durchbiegungsdiagramm für die 100 mm und 120 mm Betonplatten mit Glasfasergelege

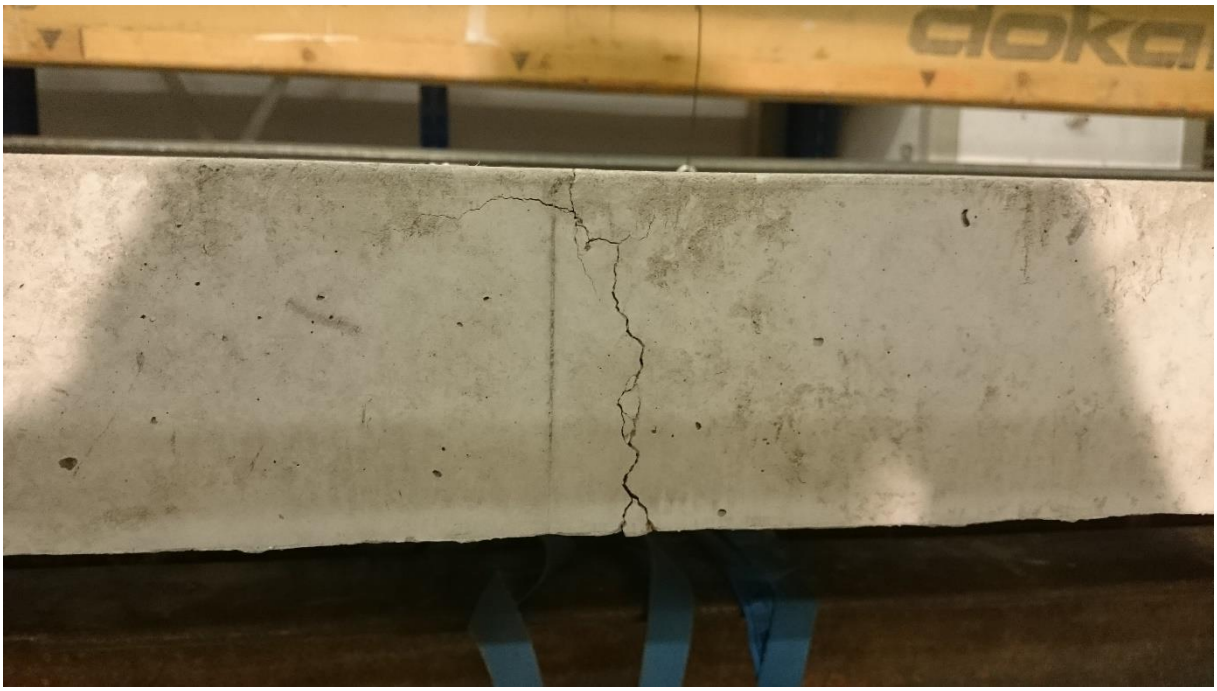


Abb. 3.56: dominanter Riss in der Platte V9/2_GEP_100

Zusammenfassung der Kraft-Durchbiegungsdiagramme

In Abb. 3.57 werden die Kraft-Durchbiegungsdiagramme für die vier verwendeten Bewehrungstypen dargestellt. Für jede Variante ist im Sinne der Übersichtlichkeit nur ein charakteristischer Graph eingezeichnet. Die Plattendicke ist in allen vier Fällen identisch und beträgt 100 mm.

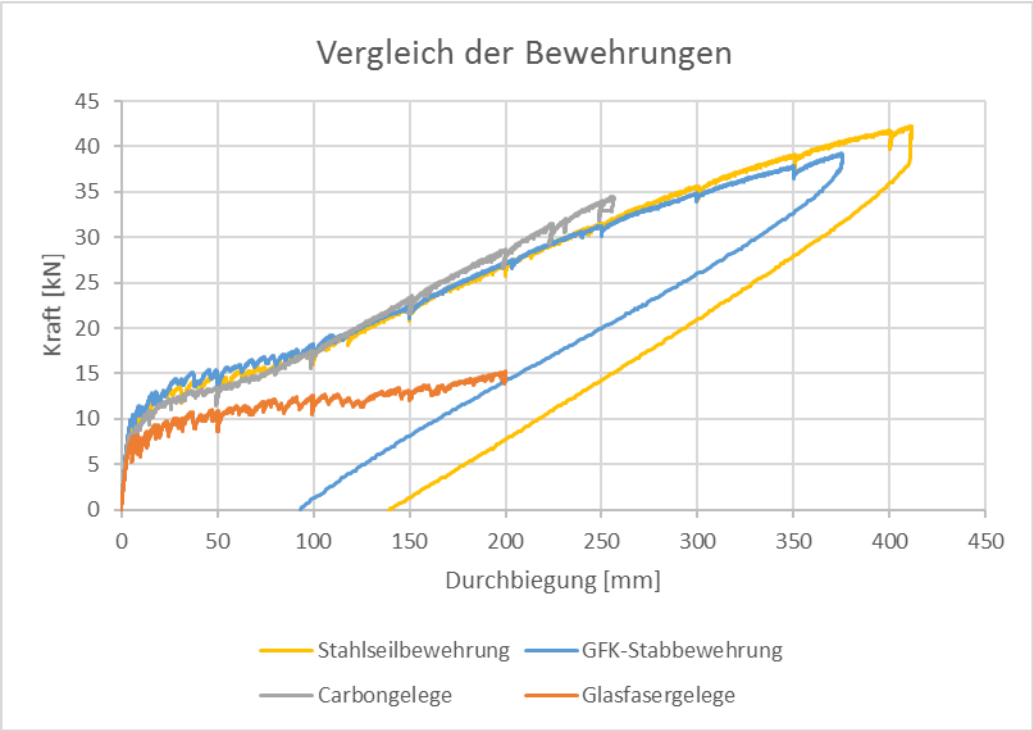


Abb. 3.57: Vergleich der Bewehrungen

Die Stahlseilbewehrung erzielt in den Versuchen die besten Resultate in Bezug auf die maximale Durchbiegung (411,44 mm bei V2/2_3x10Niro_100) und den minimalen Krümmungsradius (4,74 m bei V1/2_4x8Niro_100). Ähnlich gute Werte erreicht die GFK-Stabbewehrung. Deutlich darunter liegen die Ergebnisse für die Carbongelege (Delaminierung) und Glasfasergelege (dominanter Einzelriss).

Aus der Analyse der Versagensmechanismen kann abgeleitet werden, dass bei der in Kapitel 3.4 beschriebenen Versuchskonfiguration die Tendenz zur Ausbildung von Schubrissen mit zunehmender Plattendicke steigt. Dieses Problem ist bei der Herstellung der Wildbrücke aber nicht existent, da es mit der konzentrierten Lasteinleitung im Versuch zusammenhängt. Beim PFHC Bauverfahren wird die Platte pneumatisch - durch eine orthogonal auf die Oberfläche wirkende Gleichlast - belastet.

3.7.2 Minimale Krümmungsradien

Der Begriff des minimalen Krümmungsradius R_{min} wurde in Kapitel 3.7.2 bereits mehrmals im Zusammenhang mit der maximalen Durchbiegung D_{max} verwendet und zum Teil auch schon entsprechende Zahlenwerte dazu angegeben. Tab. 3.27 bis Tab. 3.30 bieten eine vollständige Übersicht über die minimalen Krümmungsradien für alle Versuchsdurchführungen. Zur Einordnung der Ergebnisse sei auf den für die Brücke erforderlichen minimalen Radius aus Abb. 3.58 hingewiesen, der 14,0 m beträgt.

		V1/1_4x8Niro_100	V1/2_4x8Niro_100	V2/1_3x10Niro_100	V2/2_3x10Niro_100
D_{max}	[mm]	375,84	403,74	295,94	411,44
R_{min}	[m]	5,25	4,74	6,59	4,89

Tab. 3.27: D_{max} und R_{min} für die 100 mm Platten mit Stahlseilbewehrung

		V3/1_4x8Niro_120	V3/2_4x8Niro_120	V4/1_3x10Niro_120	V4/2_3x10Niro_120
D_{max}	[mm]	365,11	380,38	285,54	270,19
R_{min}	[m]	5,27	5,13	6,96	7,08

Tab. 3.28: D_{max} und R_{min} für die 120 mm Platten mit Stahlseilbewehrung

		V5/1_CEP_100	V5/2_CEP_100	V5/3_CEP_100	V6/1_CEP_120
D_{max}	[mm]	110,12	256,42	255,47	234,92
R_{min}	[m]	18,22	7,43	7,58	8,23

Tab. 3.29: D_{max} und R_{min} für die Platten mit Carbongelege

		V7/1_4x8GFK_100	V8/1_4x8GFK_120	V9/1_GEP_100	V9/2_GEP_100
D_{max}	[mm]	375,32	303,38	200,24	200,15
R_{min}	[m]	5,17	6,63	9,71	9,70

Tab. 3.30: D_{max} und R_{min} für die Platten mit Glasfaserstäben bzw. -gelege

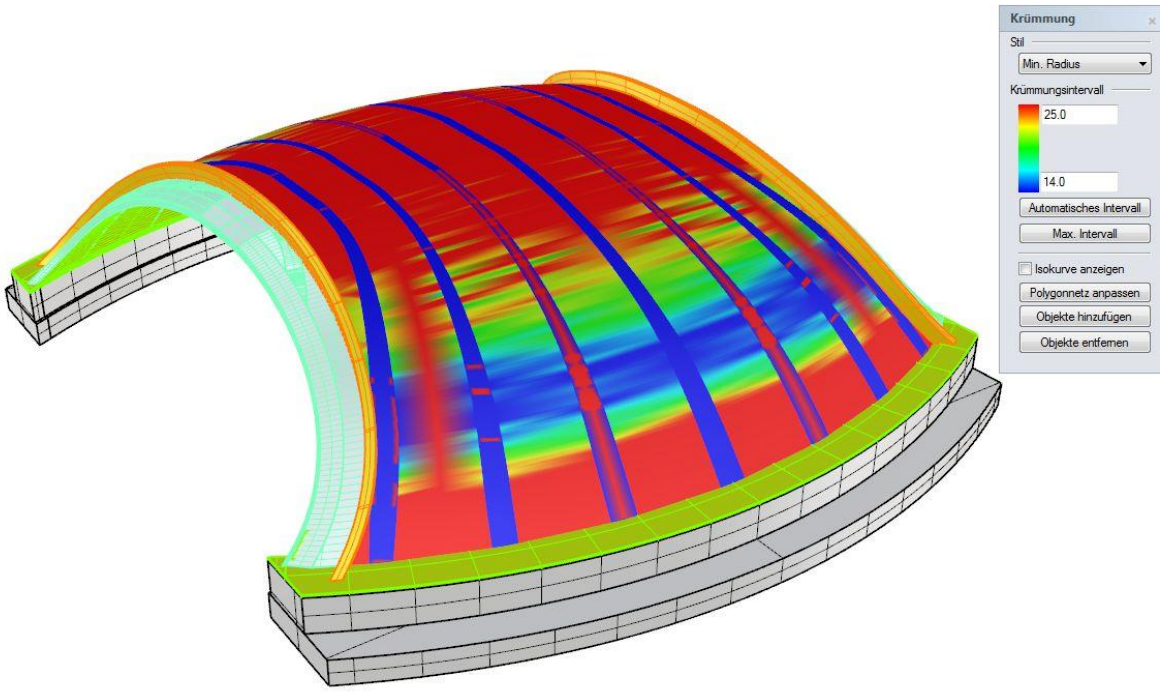


Abb. 3.58: Verteilung der Krümmungsradien über die Schale

3.7.3 Abweichung der Biegelinie von der kreisförmigen Sollform

Den Ausführungen in Kapitel 3.4 entsprechend ist die Sollform der Biegelinie zwischen den Lasteinleitungsstellen bei Vernachlässigung der Eigengewichtskraft kreisförmig. Die Abweichung von der Kreisform kann somit als Maß für die Gleichmäßigkeit der Krümmung herangezogen werden.

Gegenstand der Untersuchung ist wie in Abb. 3.59 dargestellt nur jener 2,90 m lange Bereich mit näherungsweise konstantem Biegemoment.

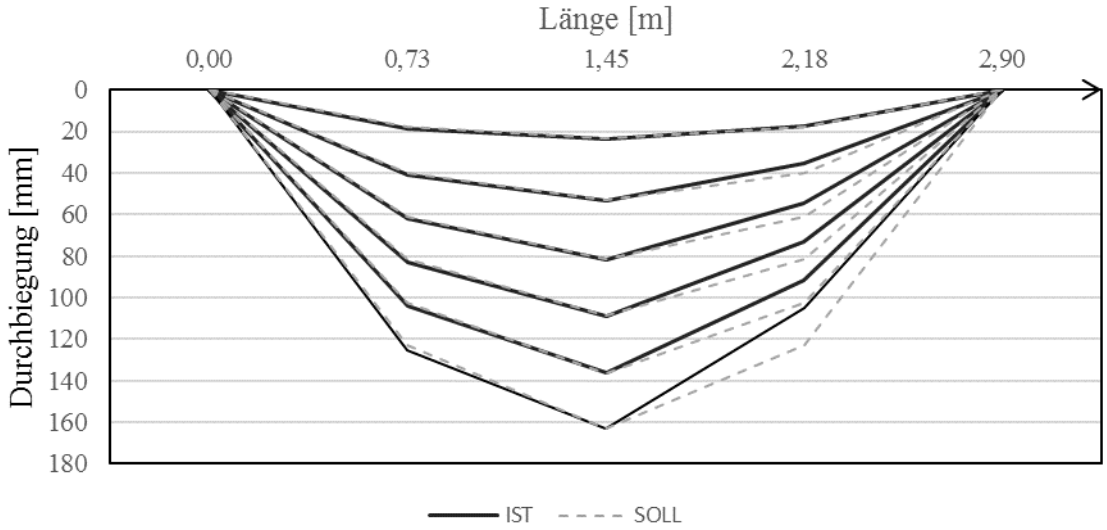


Abb. 3.59: Abweichung der Biegelinie von ihrer Sollform für V1/1_4x8Niro_100

Die Mittelwerte der prozentuellen Abweichung werden tabellarisch in Abhängigkeit des Verformungszustandes angegeben. Die Betrachtung endet bei einer Durchbiegung von 300 mm, da darüber hinaus die Wegmessung zum Schutz der Sensoren eingestellt wurde. Das Minimum zu jeder Stufe ist **fett** gedruckt.

Durchbiegung	V1/1_4x8Niro_100	V1/2_4x8Niro_100	V2/1_3x10Niro_100	V2/2_3x10Niro_100
[mm]	[%]	[%]	[%]	[%]
50	3,60	4,72	9,33	5,47
100	6,78	6,28	13,35	**3,32**
150	5,91	8,17	8,99	4,48
200	6,08	8,52	8,40	4,88
250	6,15	9,03	8,24	4,90
300	8,29	8,30	8,17	5,08

Tab. 3.31: Mittlere Abweichung von der Sollform für die 100 mm Platten mit Stahlseilbewehrung

Durchbiegung	V3/1_4x8Niro_120	V3/2_4x8Niro_120	V4/1_3x10Niro_120	V4/2_3x10Niro_120
[mm]	[%]	[%]	[%]	[%]
50	**1,07**	11,24	6,94	1,68
100	4,11	6,90	6,82	6,20
150	7,04	4,51	4,88	6,93
200	5,83	4,73	4,78	7,63
250	4,07	4,67	5,81	6,43
300	**2,85**	3,38	-	-

Tab. 3.32: Mittlere Abweichung von der Sollform für die 120 mm Platten mit Stahlseilbewehrung

Durchbiegung	V5/1_CEP_100	V5/2_CEP_100	V5/3_CEP_100	V6/1_CEP_120
[mm]	[%]	[%]	[%]	[%]
50	17,82	4,75	15,39	15,84
100	9,23	3,89	13,79	12,47
150	-	8,86	10,85	10,44
200	-	7,44	11,71	-
250	-	-	-	-
300	-	-	-	-

Tab. 3.33: Mittlere Abweichung von der Sollform für die Platten mit Carbongelege

Durchbiegung	V7/1_4x8GFK_100	V8/1_4x8GFK_120	V9/1_GEP_100	V9/2_GEP_100
[mm]	[%]	[%]	[%]	[%]
50	12,19	3,57	26,46	13,31
100	3,64	6,31	7,97	8,47
150	3,19	**3,18**	5,96	8,89
200	**2,29**	4,84	-	5,92
250	**2,55**	-	-	-
300	3,00	-	-	-

Tab. 3.34: Mittlere Abweichung von der Sollform für die Platten mit Glasfaserstäben bzw. -gelege

3.7.4 Rissbild

In Tab. 3.35 bis Tab. 3.42 sind die korrelierenden Werte für Rissbreiten und Rissabstände in Abhängigkeit der Durchbiegung zusammengefasst. Das Rissverhalten der Platte beeinflusst die Gleichmäßigkeit der Krümmung und ist entscheidend für die Dichtheit und den, bei metallischen Bewehrungen wesentlichen Korrosionsschutz. Nach Erreichen einer bestimmten Durchbiegung entstehen keine neuen Risse mehr, die Rissabstände bleiben daher konstant. Deshalb sind die Messreihen der Rissabstände kürzer, wie jene der Rissbreiten, die sich kontinuierlich vergrößern. Die Minima sind jeweils **fett** gedruckt.

Durchbiegung	V1/1_4x8Niro_100	V1/2_4x8Niro_100	V2/1_3x10Niro_100	V2/2_3x10Niro_100
[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]
50	17,30	14,45	24,74	15,85
100	11,78	10,24	16,29	11,89
150	10,71	8,74	13,50	11,28
200	9,46	8,26	12,95	11,28
250	9,45	8,26	12,38	11,28
300	9,45	**8,26**	12,38	11,28

Tab. 3.35: Mittlere Rissabstände für die 100 mm Platten mit Stahlseilbewehrung

Durchbiegung	V1/1_4x8Niro_100	V1/2_4x8Niro_100	V2/1_3x10Niro_100	V2/2_3x10Niro_100
[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]
50	0,28	0,26	0,54	0,3
100	0,4	0,36	0,66	0,52
150	0,7	0,56	0,94	0,64
200	0,86	0,78	1,38	1,02
250	1,16	1,02	1,68	1,38
300	1,44	**1,3**	1,98	1,64
350	1,66	**1,56**	-	1,8
400	-	**1,82**	-	2,18

Tab. 3.36: Mittlere Rissbreiten für die 100 mm Platten mit Stahlseilbewehrung

Durchbiegung	V3/1_4x8Niro_120	V3/2_4x8Niro_120	V4/1_3x10Niro_120	V4/2_3x10Niro_120
[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]
50	14,69	18,48	18,29	25,66
100	10,58	13,37	13,39	17,09
150	10,13	12,33	12,81	14,12
200	9,26	10,63	10,90	13,49
250	-	10,18	10,90	12,38
300	-	10,18	-	-

Tab. 3.37: Mittlere Rissabstände für die 120 mm Platten mit Stahlseilbewehrung

Durchbiegung	V3/1_4x8Niro_120	V3/2_4x8Niro_120	V4/1_3x10Niro_120	V4/2_3x10Niro_120
[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]
50	0,26	0,36	0,26	0,82
100	0,46	0,52	0,42	1,08
150	0,62	0,92	0,8	1,46
200	0,84	1,2	1,04	1,88
250	1,06	1,56	1,28	3,36
300	1,32	1,94	-	-
350	1,62	2,2	-	-
400	-	-	-	-

Tab. 3.38: Mittlere Rissbreiten für die 120 mm Platten mit Stahlseilbewehrung

Durchbiegung	V5/1_CEP_100	V5/2_CEP_100	V5/3_CEP_100	V6/1_CEP_120
[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]
50	12,33	11,53	**10,93**	11,44
100	-	8,44	**7,94**	8,61
150	-	7,60	**7,32**	7,96
200	-	7,25	**6,51**	-
250	-	7,25	**6,51**	-
300	-	-	-	-

Tab. 3.39: Mittlere Rissabstände für die Platten mit Carbongelege

Durchbiegung	V5/1_CEP_100	V5/2_CEP_100	V5/3_CEP_100	V6/1_CEP_120
[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]
50	0,22	0,26	**0,18**	0,24
100	-	0,42	**0,3**	0,46
150	-	0,58	**0,4**	0,8
200	-	0,78	**0,62**	-
250	-	-	**0,74**	-
300	-	-	-	-
350	-	-	-	-
400	-	-	-	-

Tab. 3.40: Mittlere Rissbreiten für die Platten mit Carbongelege

Durchbiegung	V7/1_4x8GFK_100	V8/1_4x8GFK_120	V9/1_GEP_100	V9/2_GEP_100
[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]
50	18,41	19,58	12,45	19,44
100	12,51	13,03	11,23	11,97
150	10,12	12,50	9,31	8,73
200	10,12	12,50	8,03	8,73
250	10,12	-	-	-
300	10,12	-	-	-

Tab. 3.41: Mittlere Rissabstände für die Platten mit Glasfaserstäben bzw. -gelege

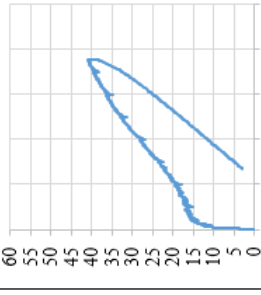
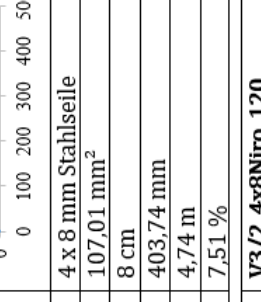
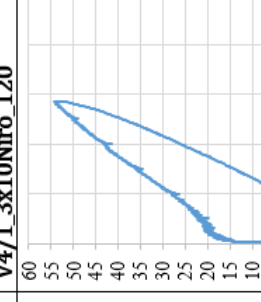
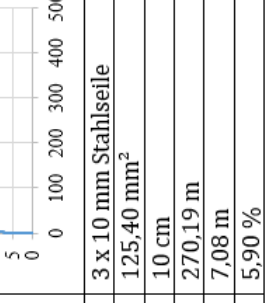
Durchbiegung	V7/1_4x8GFK_100	V8/1_4x8GFK_120	V9/1_GEP_100	V9/2_GEP_100
[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]
50	0,26	0,24	0,52	0,3
100	0,4	0,44	0,7	0,4
150	0,58	0,74	0,9	0,62
200	0,92	1,04	1,08	0,74
250	1,14	-	-	-
300	1,48	-	-	-
350	1,74	-	-	
400	-	-	-	

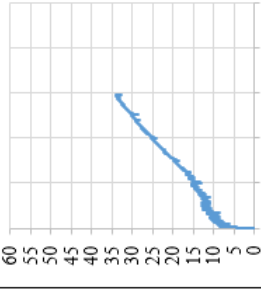
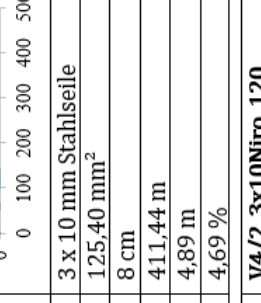
Tab. 3.42: Mittlere Rissbreiten für die Platten mit Glasfaserstäben bzw. –gelege

Die Carbongelege gewährleisten eine ausgezeichnete Rissverteilung. Allerdings ist diese Eigenschaft auf relativ kleine Durchbiegungen beschränkt, da die Platten aufgrund der Delaminierung (Abb. 3.51) früh versagen (siehe Abschnitt - Carbongelege). Bei großen Durchbiegungen ist die Rissverteilung durch die Stahlseile am besten, wobei die GFK-Stäbe ähnlich gute Werte erreichen.

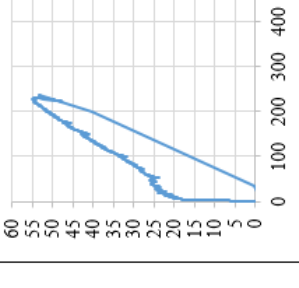
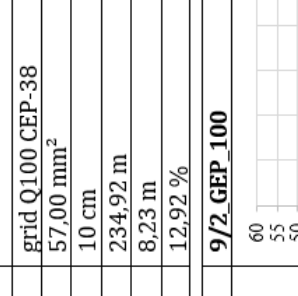
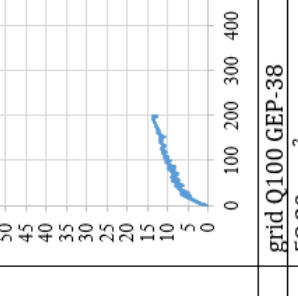
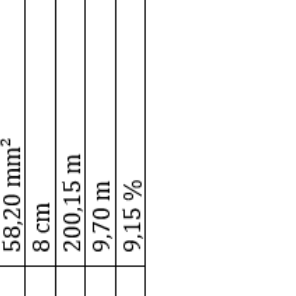
3.7.5 Zusammenfassung

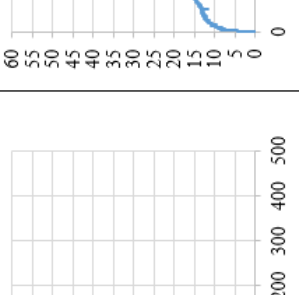
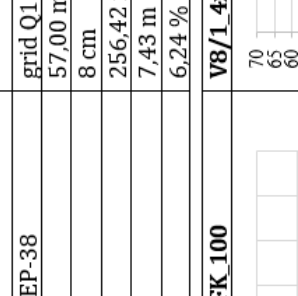
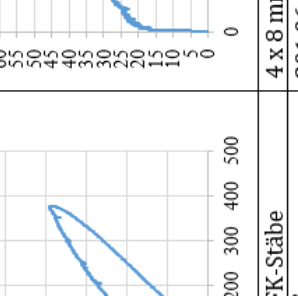
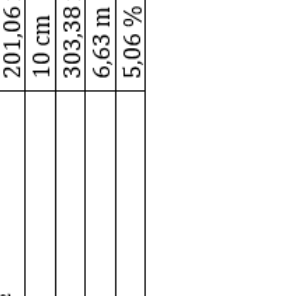
In Tab. 3.43 und Tab. 3.44 werden die wichtigsten Werte aus den Versuchen zusammengefasst, um die Möglichkeit eines schnellen Überblicks zu bieten, bevor in der Entscheidungstabelle (Kapitel 3.7.6) die endgültige Auswahl der geeignetsten Konfiguration getroffen wird. Für eine detaillierte Auswertung wird auf die vorangegangenen Tabellen und Argumentationen dieses Kapitels verwiesen.

Bezeichnung	V1/1_4x8Niro_100	V1/2_4x8Niro_100	V2/1_3x10Niro_100	V2/2_3x10Niro_100
x: Durchbiegung [mm] y: Kraft [kN]				
Bewehrung	4 x 8 mm Stahlseile	4 x 8 mm Stahlseile	3 x 10 mm Stahlseile	3 x 10 mm Stahlseile
Bewehrungsfläche	107,01 mm²	107,01 mm²	125,40 mm²	125,40 mm²
Hebelarm	8 cm	8 cm	8 cm	8 cm
Maximale Durchbiegung	375,84 mm	403,74 mm	295,94 mm	411,44 m
Minimaler Krümmungsradius	5,25 m	4,74 m	6,59 m	4,89 m
Mittlere geometr. Abweichung	6,13 %	7,51 %	9,21 %	4,69 %

Bezeichnung	V3/1_4x8Niro_120	V3/2_4x8Niro_120	V4/1_3x10Niro_120	V4/2_3x10Niro_120
x: Durchbiegung [mm] y: Kraft [kN]				
Bewehrung	4 x 8 mm Stahlseile	4 x 8 mm Stahlseile	3 x 10 mm Stahlseile	3 x 10 mm Stahlseile
Bewehrungsfläche	107,01 mm²	107,01 mm²	125,40 mm²	125,40 mm²
Hebelarm	10 cm	10 cm	10 cm	10 cm
Maximale Durchbiegung	365,11 mm	380,38 mm	285,54 mm	270,19 m
Minimaler Krümmungsradius	5,27 m	5,13 m	6,96 m	7,08 m
Mittlere geometr. Abweichung	4,16 %	5,91 %	5,70 %	5,90 %

Tab. 3.43: Zusammenfassung für Platten mit Stahlseilbewehrung

Bezeichnung	V5/1_CEP_120	V5/2_CEP_100	V5/3_CEP_100	V6/1_CEP_100
x: Durchbiegung [mm] y: Kraft [kN]				
Bewehrung	grid Q100 CEP-38	grid Q100 CEP-38	grid Q100 CEP-38	grid Q100 CEP-38
Bewehrungsfläche	57,00 mm²	57,00 mm²	57,00 mm²	57,00 mm²
Hebelarm	8 cm	8 cm	8 cm	10 cm
Maximale Durchbiegung	110,12 mm	256,42 mm	255,47 mm	234,92 m
Minimaler Krümmungsradius	18,22 m	7,43 m	7,58 m	8,23 m
Mittlere geometr. Abweichung	13,52 %	6,24 %	12,93 %	12,92 %

Bezeichnung	V7/1_4x8GFK_100	V8/1_4x8GFK_120	V9/1_GEP_100	9/2_GEP_100
x: Durchbiegung [mm] y: Kraft [kN]				
Bewehrung	4 x 8 mm GFK-Stäbe	4 x 8 mm GFK-Stäbe	grid Q100 GEP-38	grid Q100 GEP-38
Bewehrungsfläche	201,06 mm²	201,06 mm²	58,20 mm²	58,20 mm²
Hebelarm	8 cm	10 cm	8 cm	8 cm
Maximale Durchbiegung	375,32 mm	303,38 mm	200,24 mm	200,15 m
Minimaler Krümmungsradius	5,17 m	6,63 m	9,71 m	9,70 m
Mittlere geometr. Abweichung	4,47 %	5,06 %	13,46 %	9,15 %

Tab. 3.44: Zusammenfassung für Platten mit Carbon- und Glasfaserbewehrung

3.7.6 Entscheidungstabelle

Zur qualitativen Beurteilung der Bewehrungsvarianten wird ein Bewertungssystem eingeführt, das die Konfigurationen in den vier Kategorien „Minimaler Krümmungsradius“, „Mittlere geometrische Abweichung“, „Rissverteilung“ und „Herstellungsaufwand“ einer von drei Eignungsstufen zuordnet:

\- ungeeignet

o geeignet

\+ sehr gut geeignet

	Stahlseile	Carbongelege	GFK-Stäbe	Glasfasergelege
Minimaler Krümmungsradius	+	-	o	-
Mittlere geometr. Abweichung	+	-	+	o
Rissverteilung	+	+	+	-
Herstellungsaufwand	o	o	+	o

Tab. 3.45: Entscheidungstabelle

Zusätzlich zu den in diesem Abschnitt behandelten Messdaten geht in die Tabelle auch der in Kapitel 3.3 diskutierte und wirtschaftlich relevante Herstellungsaufwand ein. Neben der Kostenreduktion bei einfacher Einbaumöglichkeit sinkt außerdem die Wahrscheinlichkeit von Montagefehlern, welche großen Einfluss auf die Konstruktion haben können.

Letztendlich führt genau dieser Faktor zur Entscheidung für die **Glasfaserstäbe**, obwohl ihre mechanisches Verhalten im Biegeversuch geringfügig schlechter wie jenes der Stahlseile ist.

4 Simulation der Biegeversuche

Als Grundlage für weitere Untersuchungen des Biegeverhaltens bewehrter Betonplatten wird ein numerisches Modell der Vier-Punkt-Biegeversuche entwickelt. Damit kann der Einfluss des variierenden Bewehrungsgrades in der Schale der Wildbrücke (Abb. 4.11) auf den Verformungsprozess ermittelt werden. Die Zuverlässigkeit der Simulationsergebnisse wird durch den Vergleich mit den experimentell erhaltenen Daten festgestellt.

Nach den Ausführungen in Kapitel 3 bzw. Tab. 3.45 eignet sich die Bewehrung mit Glasfaserstäben am besten für die Herstellung der Wildbrücke mit dem PFHC Bauverfahren. Dementsprechend beziehen sich alle folgenden Betrachtungen ausschließlich auf diese Bewehrungsvariante.

4.1 Modellbildung

Die Vier-Punkt-Biegeversuche können in der Modellbildung für die numerische Simulation auf zwei Dimensionen reduziert werden. Die diskreten Bewehrungsstäbe mit identischen z-Koordinaten und Richtungen werden dazu durch eine Lage verschmierter Bewehrung mit gleicher Fläche ersetzt.

Abb. 4.1: Übergang von diskreter zu „verschmierter“ Bewehrung

Außerdem wird im Modell die Symmetrie bezüglich der in Plattenmitte liegenden y-z-Ebene (Abb. 4.2) ausgenutzt und nur die in die x-z-Ebene projizierte Plattenhälfte unter Vorgabe der entsprechenden Randbedingungen (Abb. 4.3) betrachtet.

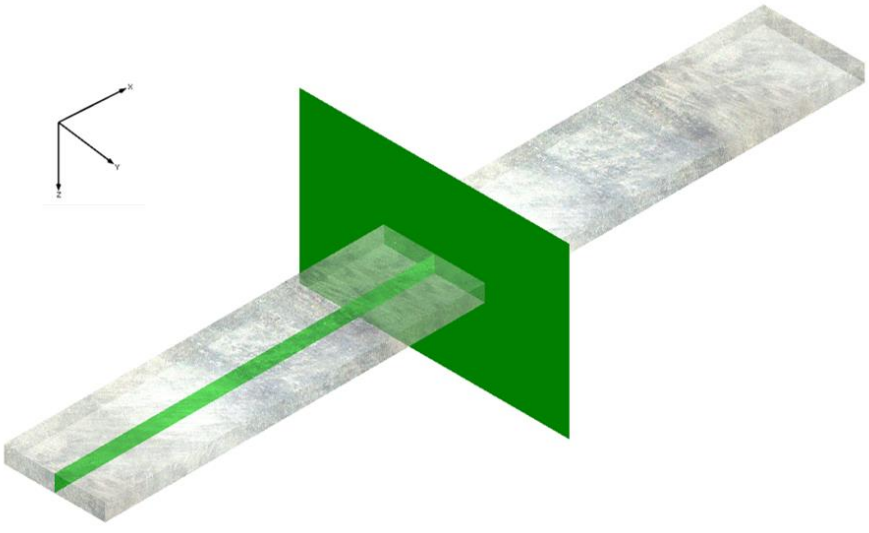


Abb. 4.2: Übergang von 3D zu 2D

Abb. 4.3 zeigt die Plandarstellung des Versuchsaufbaus (oben) im Vergleich mit dem Modell für die FE-Berechnung inklusive aller Randbedingungen (unten).

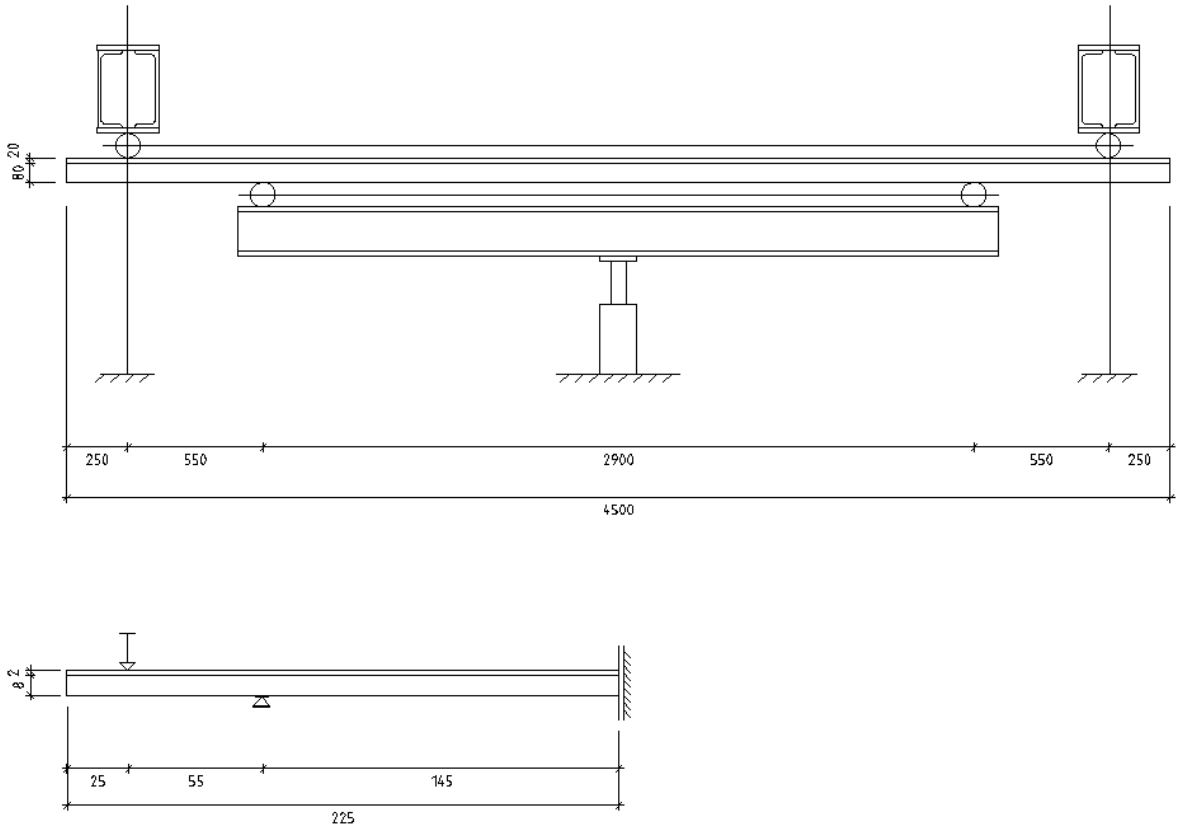


Abb. 4.3: Versuchsaufbau und Modell für die Berechnung

4.2 Diskretisierung und Lösungsverfahren

Zur Diskretisierung des Kontinuums wird ein Lagranges Netz im Sinne von Kapitel 2.4 aus geometrisch nichtlinearen Viereckelementen mit einer durchschnittlichen Seitenlänge von 25 mm verwendet. Damit liegen im Fall der 100 mm dicken Platten (Abb. 4.4 und Abb. 4.5) vier Elemente in Dickenrichtung übereinander, was genau der in [13] für Biegeprobleme empfohlenen Anzahl entspricht.

Der Versuchskörper ist gemäß Abb. 4.4 am Punkt A über eine Lasteinleitungsplatte ($E = 50\,000\ N/mm^2$) auf einem Gleitlager ($w(x) = 0$) und am Punkt B entsprechend den Symmetriebedingungen ($u(x) = 0\ und\ u'(x) = 0$) gelagert.

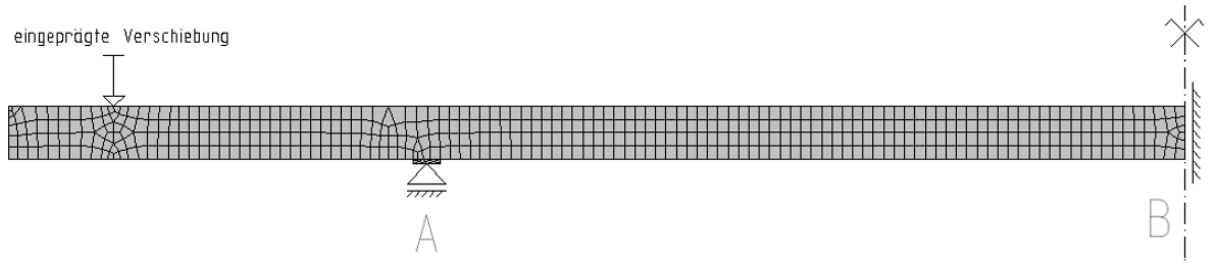


Abb. 4.4: FE-Modell (Ausgangslage)

Die Belastung wird in Äquivalenz zur Versuchsserie als schrittweise eingeprägte Verschiebung aufgebracht. Abb. 4.5 stellt Modell und Randbedingungen im verformten Zustand dar.

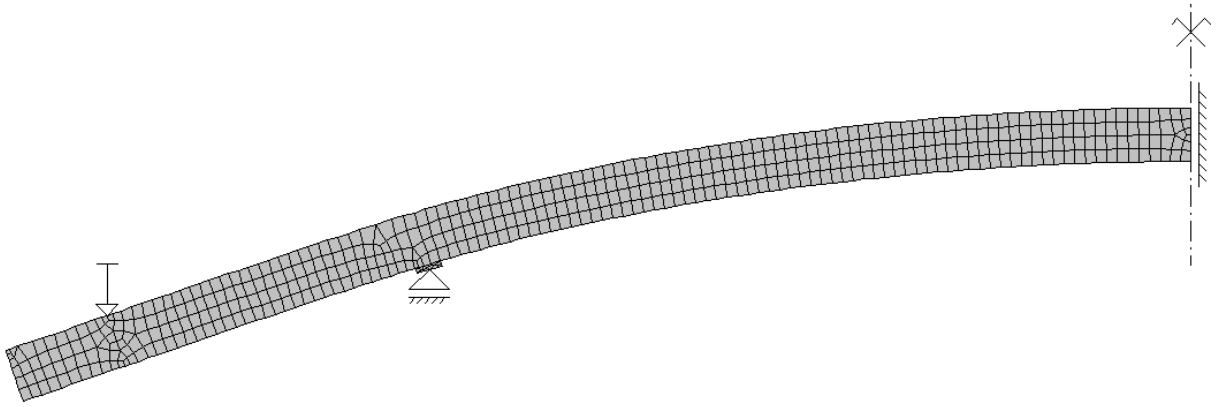


Abb. 4.5: FE-Modell (verformte Lage)

Anmerkung: Die geometrische Nichtlinearität der Elemente hat zwei Konsequenzen für die Analyse: Bei der Formulierung des PvV (Kapitel 2.4) werden die nichtlinearen (quadratischen) Terme in den kinematischen Beziehungen berücksichtigt und das Gleichgewicht in der verformten Lage auf die „updated“ Lagrange’schen Koordinaten bezogen.

Die Lösung der nichtlinearen Glg. 2.5 aus Kapitel 2.4 angewendet auf das beschriebene System erfolgt mit dem Newton-Raphson'schen Iterationsverfahren, wobei die tangentiale Steifigkeitsmatrix für jeden Iterationsschritt neu berechnet wird. Die Konvergenzkriterien für den Lösungsalgorithmus nach Kapitel 2.6 werden wie folgt festgelegt:

1. Relativer Fehler der Verschiebung: 0,01
2. Relativer Fehler des Kräftegleichgewichts: 0,01
3. Absoluter Fehler des Kraftresidiums: 0,01
4. Relativer Energiefehler: 0,0001

4.3 Materialkennwerte

Beide GFK-stabbewehrten Platten aus der Versuchsserie (V8/1_4x8GFK_100 und V9/1_4x8GFK_120) wurden nach Tab. 3.2 im Zuge der zweiten Betoncharge hergestellt. Demzufolge sind für den Beton in der Berechnung die Kennwerte aus Tab. 3.6 bis Tab. 3.8, Tab. 3.13 und Tab. 3.16 in Kapitel 3.6.1 heranzuziehen.

In Tab. 3.25 wird nach [19] für den E-Modul der GFK-Stäbe ein konstanter Wert von 60 000 N/mm² angegeben. Auch in der Simulation wird für die Stäbe eine lineare Spannungs-Dehnungsbeziehung vorgegeben. Allerdings liefert der Ansatz eines niedrigeren E-Moduls von 50 000 N/mm² eine deutlich bessere Übereinstimmung mit den tatsächlichen Versuchsergebnissen, wie der Vergleich der Kraft-Durchbiegungsdiagramme in Abb. 4.6 verdeutlicht.

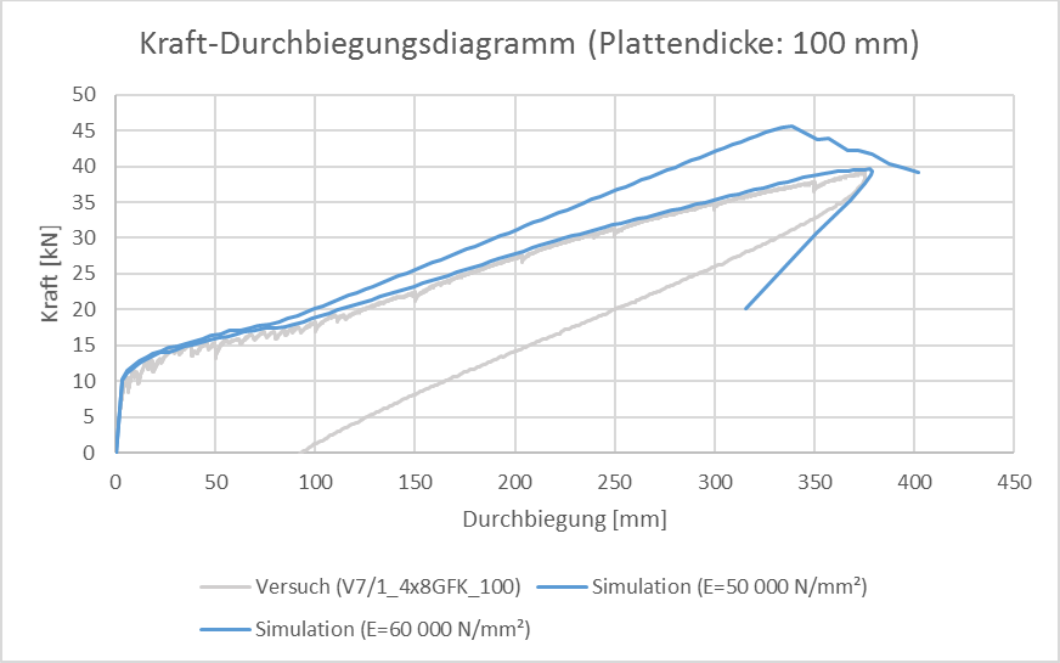


Abb. 4.6: Kraft-Durchbiegungsdiagramme für unterschiedliche E-Moduli der GFK-Stäbe

In allen folgenden Berechnungen wird daher der niedrigere Wert (50 000 N/mm²) für die Steifigkeit der Stäbe verwendet.

4.4 Nachrechnung von V7/1_4x8GFK_100

Wie Abb. 4.7 zeigt, ist die Übereinstimmung der simulierten Ergebnisse mit dem Diagramm aus dem Versuch an der Platte V7/1_4x8GFK_100 bis zum Erreichen der Maximallast sehr hoch.

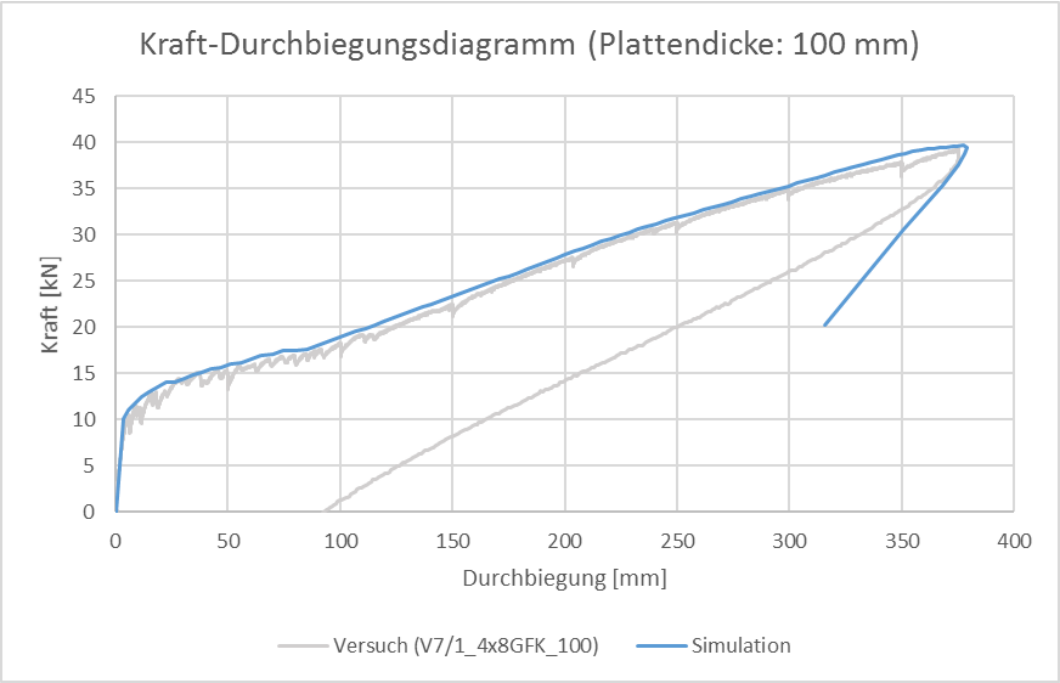


Abb. 4.7: Kraft-Durchbiegungsdiagramme (Plattendicke: 100 mm)

In der Simulation tritt das Versagen durch Reißen der Bewehrung an der Stelle der Lasteinleitung (Abb. 4.8) ein. Das Experiment wurde vor Erreichen der Traglast abgebrochen. Allerdings zeigt sich am Versuchsende bereits eine deutliche Abflachung der Kraft-Durchbiegungsbeziehung, die charakteristisch für den traglastnahen Bereich ist.

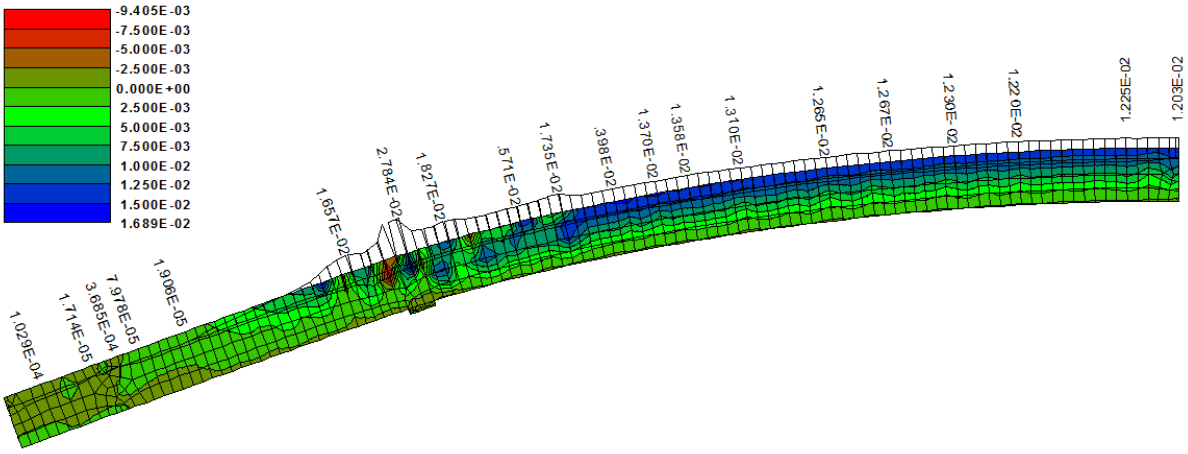


Abb. 4.8: Verzerrungen von Beton und Bewehrung (Plattendicke: 100 mm)

4.5 Nachrechnung von V8/1_4x8GFK_120

Die Simulation stimmt auch für die 120 mm dicke Platte bis zu der im Experiment erreichten Maximalkraft überein.

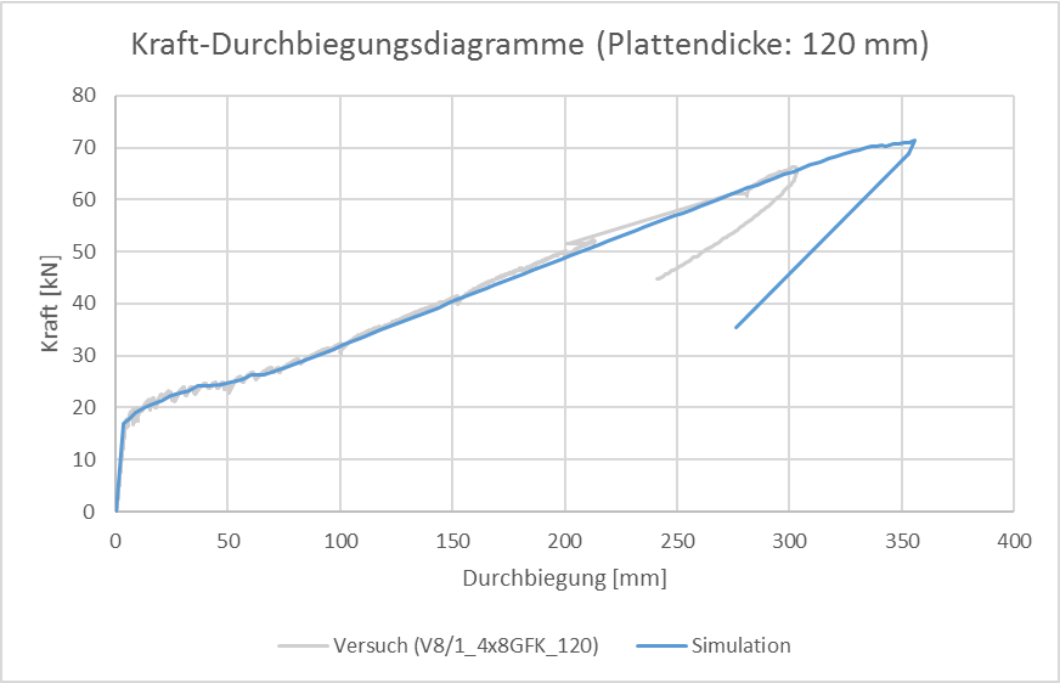


Abb. 4.9: Kraft-Durchbiegungsdiagramme (Plattendicke: 120 mm)

Der Versuch wurde bei einer Durchbiegung von 303,38 mm bei ausgeprägter Schubrissbildung (Abb. 3.54) abgebrochen. Die Tendenz zur Entwicklung von Schubrissen wird auch vom FE-Modell erkannt, wie die Verzerrungen in Abb. 4.10 zeigen. Das Versagen tritt in der Simulation analog zur 100 mm dicken Platte durch Reißen der Bewehrung ein.

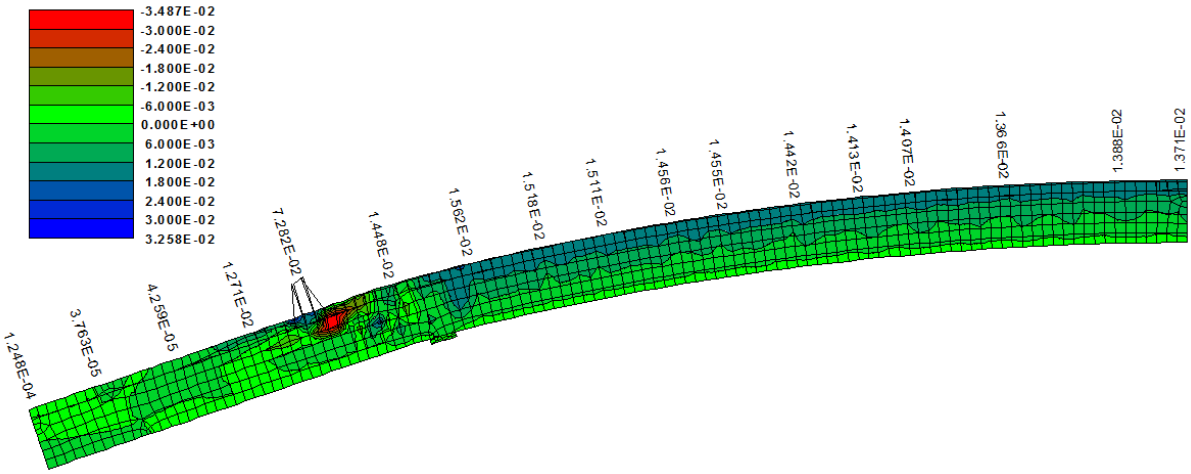


Abb. 4.10: Verzerrungen von Beton und Bewehrung (Plattendicke: 120 mm)

4.6 Variation der Bewehrungsfläche

Die Geometrie der ebenen Betonschale bedingt, dass der Bewehrungsgrad bei der Anordnung durchgehender Stäbe vom Rand nach innen ansteigt.

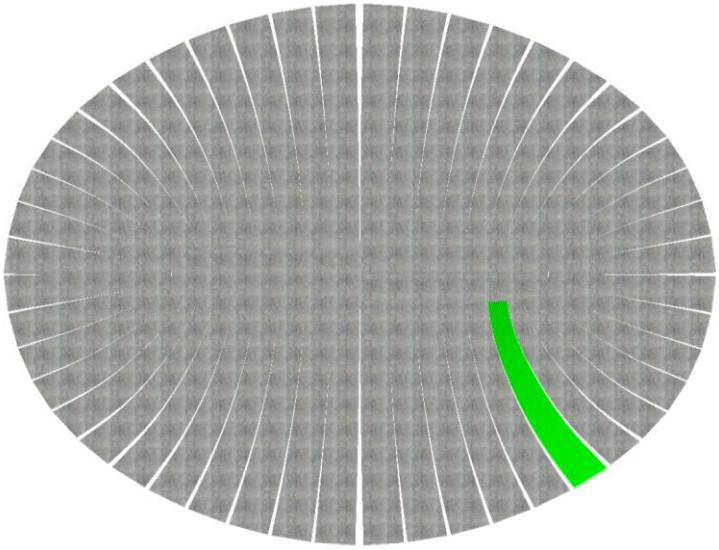


Abb. 4.11: Platte mit keilförmigen Ausschnitten in der Ebene

Abb. 4.12 stellt den schematischen Verlauf der Bewehrungselemente in einem Schalensegment dar. Die Betonquerschnittsfläche nimmt vom Rand nach innen ab, während die Anzahl der Stäbe konstant bleibt. Damit steigt der Bewehrungsgrad.

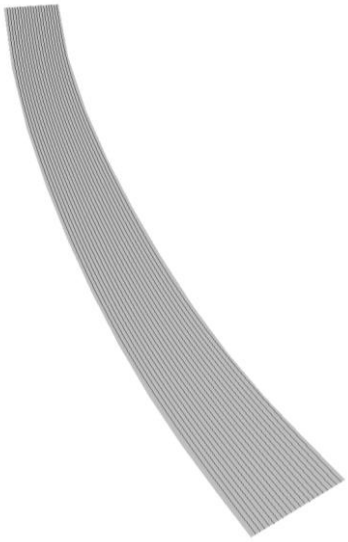


Abb. 4.12: Schalensegment mit schematischer Darstellung der Bewehrungsführung

Zur Abschätzung des Einflusses des veränderlichen Bewehrungsgrades wird eine Grenzwertuntersuchung angestellt. Die Analyse für die 100 mm dicke Platte wird sowohl für die maximal, als auch für die minimal auftretende Bewehrungsfläche durchgeführt.

4.6.1 Maximale Bewehrungsfläche

Erwartungsgemäß bedingt die Anordnung der maximalen Bewehrungsfläche (7,14 cm^2) nach Abb. 4.13 eine deutlich steilere Kraft-Dehnungsbeziehung.

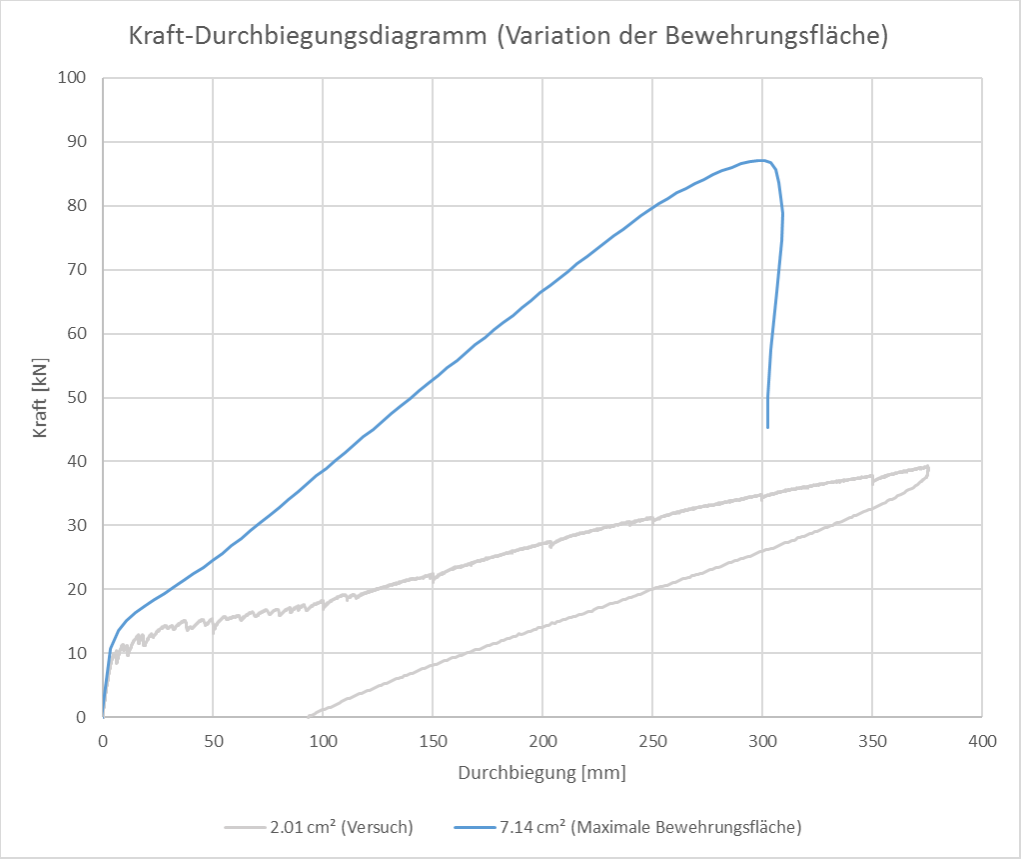


Abb. 4.13: Variation der Bewehrungsfläche (Maximale Bewehrungsfläche)

Das Versagen tritt im Gegensatz zur Konfiguration im Versuch (V7/1_4x8GFK_100) nicht durch Reißen der Bewehrung, sondern das Überschreiten der kritischen Druckdehnung im Beton ein. Die im Experiment gemessene maximale Durchbiegung von 375,32 mm wird nicht erreicht.

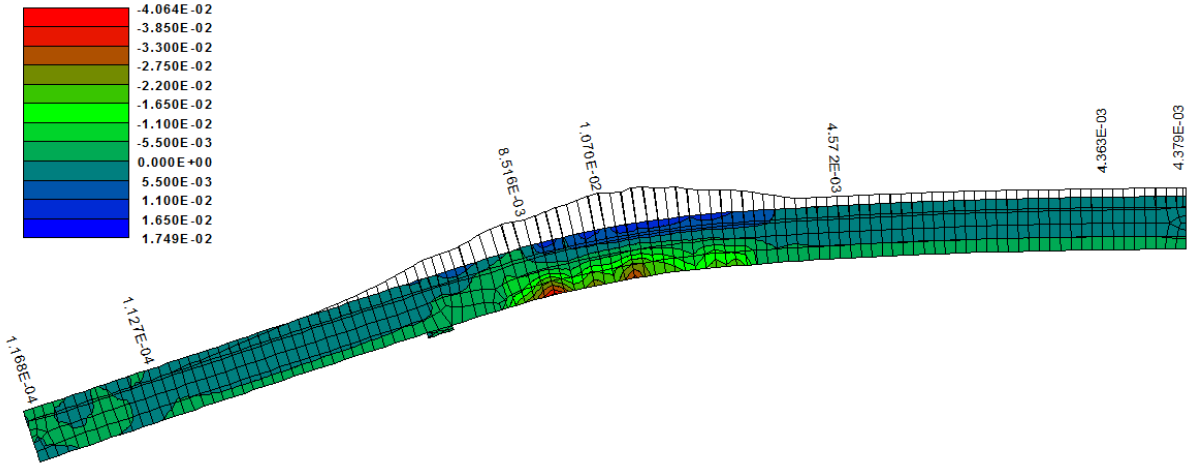


Abb. 4.14: Verzerrungen von Beton und Bewehrung (Maximale Bewehrungsfläche)

4.6.2 Minimale Bewehrungsfläche

Bei der Anordnung der minimalen Bewehrungsfläche (1,46 cm^2) liegt der entsprechende Graph in Abb. 4.15 unter dem des Versuchskörpers mit 2,01 cm^2 Bewehrungsfläche.

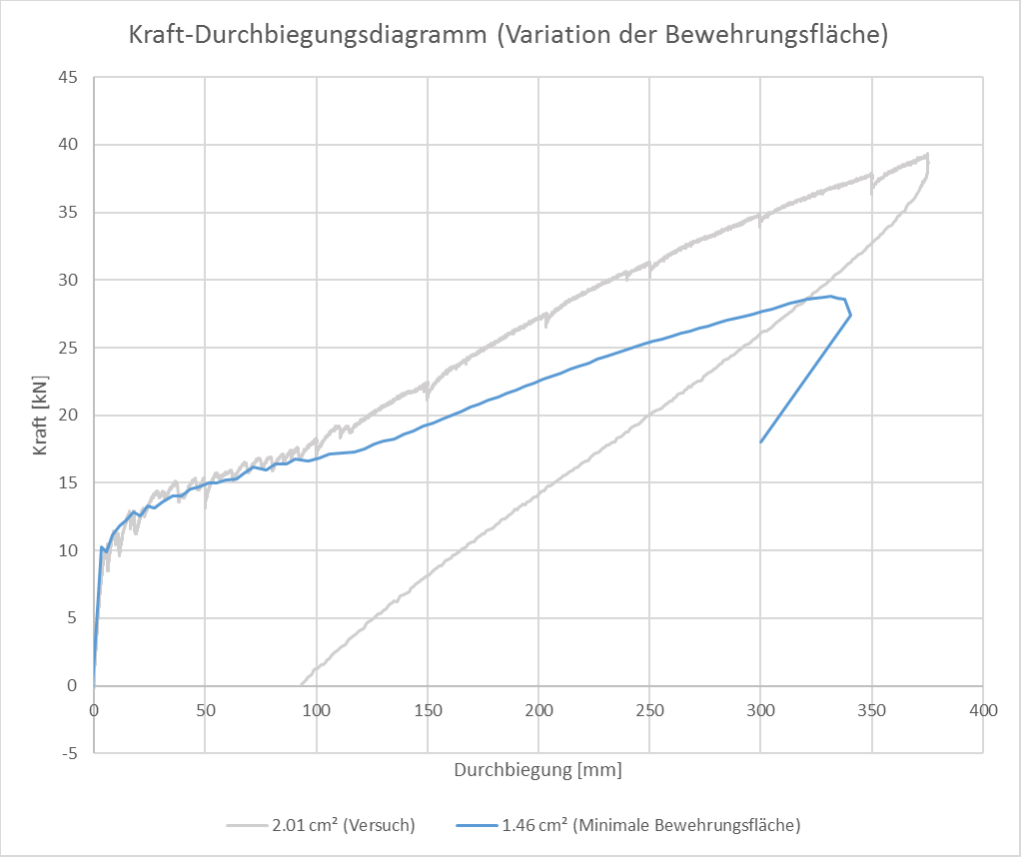


Abb. 4.15: Variation der Bewehrungsfläche (Minimale Bewehrungsfläche)

Die maximale Durchbiegung aus dem Experiment wird wie bei maximalem Bewehrungsgrad nicht erreicht. Das Versagen tritt in diesem Fall durch Reißen der GFK-Stäbe ein (Abb. 4.16).

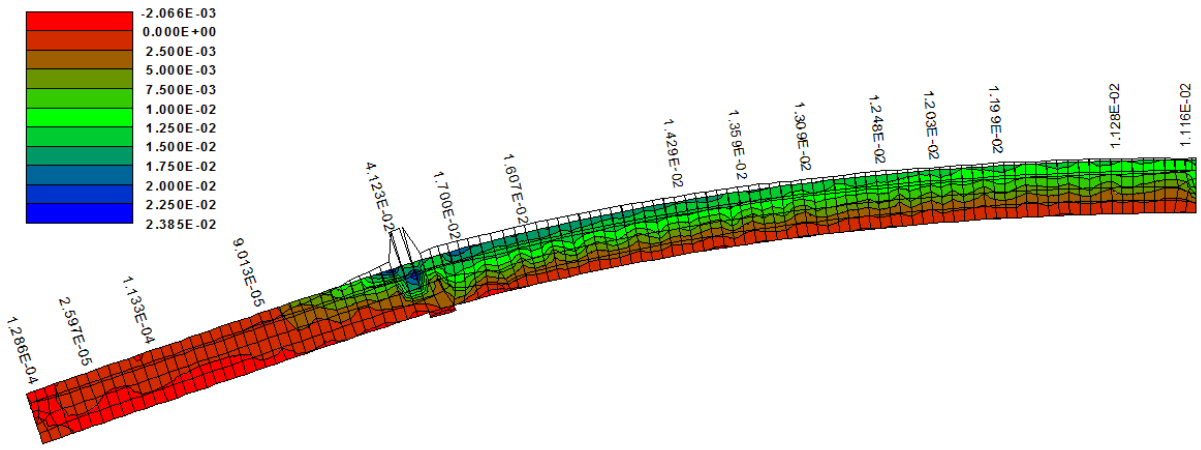


Abb. 4.16: Verzerrungen von Beton und Bewehrung (Minimale Bewehrungsfläche)

4.6.3 Zusammenfassung

Abb. 4.17 bietet einen Überblick über die Berechnungsergebnisse zur Variation der Bewehrungsfläche.

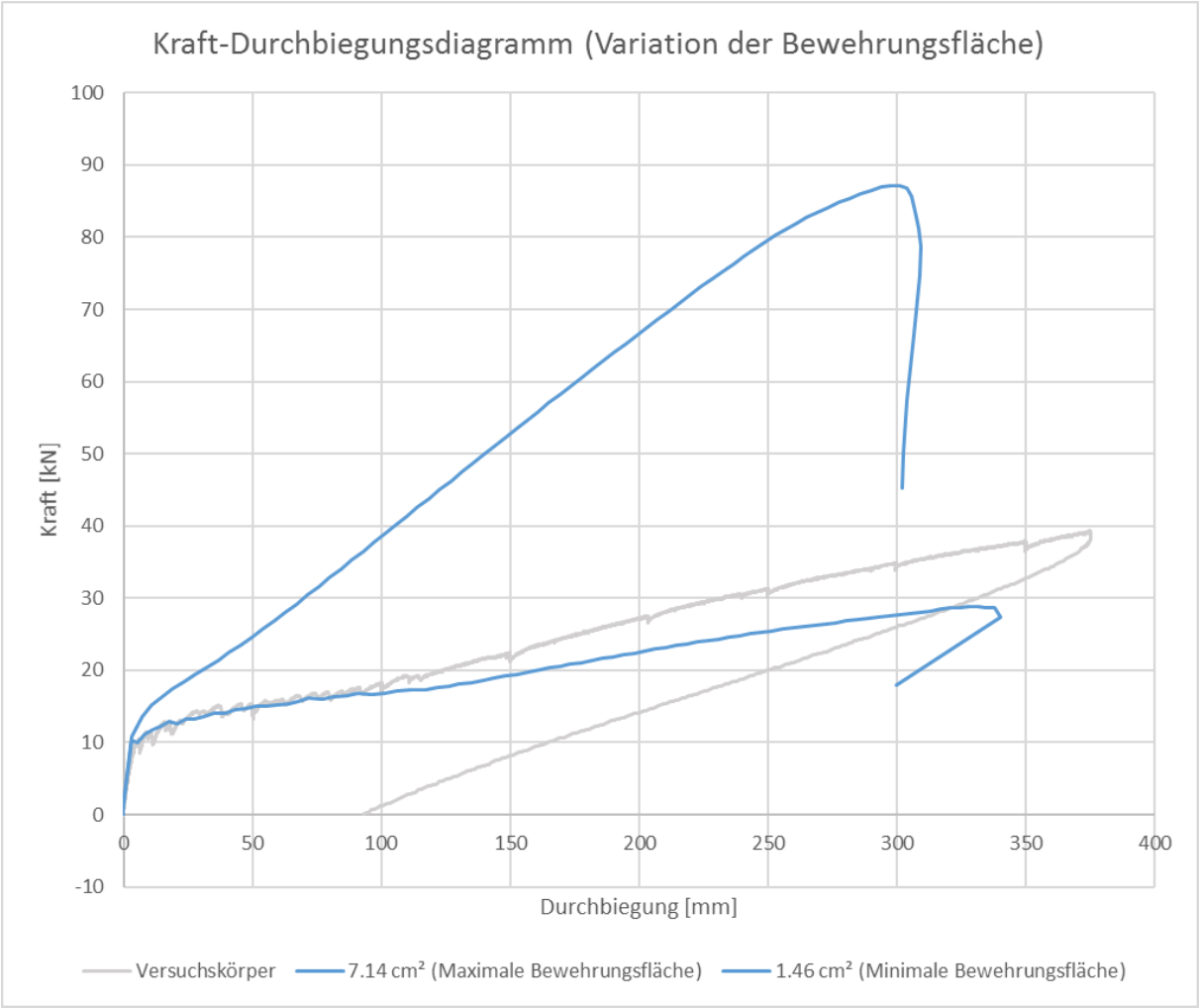


Abb. 4.17: Kraft-Durchbiegungsdiagramm (Variation der Bewehrungsfläche – Gegenüberstellung)

Die Steifigkeit der Platten steigt mit zunehmendem Bewehrungsgrad. Bei hohem Bewehrungsgrad tritt das Versagen in der Betondruckzone ein, während bei geringem Bewehrungsgrad die GFK-Stäbe reißen. Die im Versuch gemessene maximale Durchbiegung wird weder im Fall der maximalen, noch der minimalen Bewehrungsfläche erreicht.

5 Simulation des Umformungsprozesses

Die Umformung der ebenen Betonplatte zur doppelt gekrümmten Schale der Wildbrücke ist geometrisch komplex und muss daher dreidimensional unter Berücksichtigung der auftretenden Nichtlinearitäten (siehe Kapitel 2.3) untersucht werden.

5.1 Modellbildung

Die Schale der Wildbrücke besitzt zwei Symmetrieebenen, die während des gesamten Umformungsprozesses erhalten bleiben.

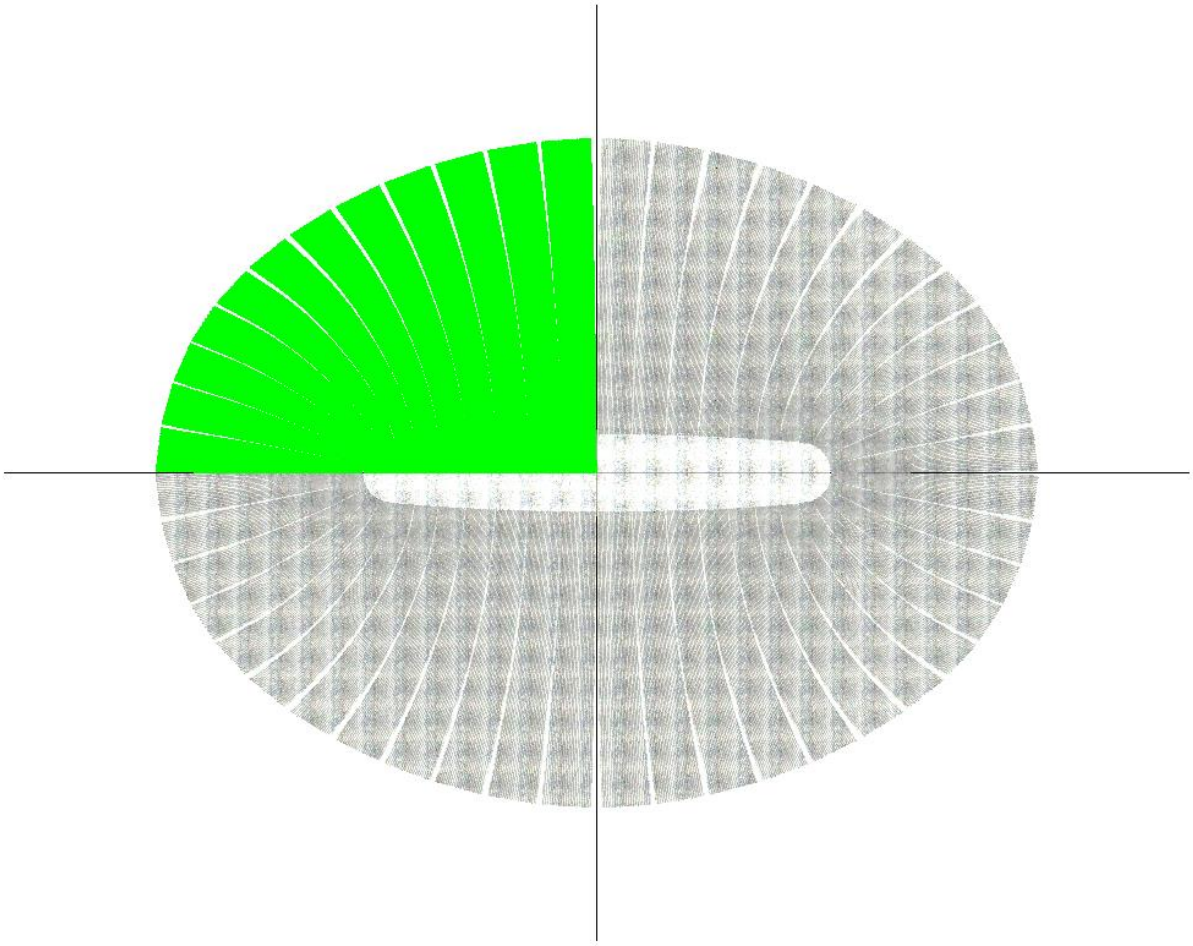


Abb. 5.1: Ebene Betonplatte mit Ausschnitten

Für die Berechnung ist es daher ausreichend, ein Viertel der Schale zu betrachten (Abb. 5.1). Die Schalendicke beträgt im Modell an jeder Stelle 100 mm.

Die Symmetrieebenen liegen in Abb. 5.2 in der x-z-Ebene und der y-z-Ebene und schneiden sich im Zentrum der Schale. Durch die Randbedingungen werden Verformungen normal auf diese Ebenen verhindert. Die Verschieblichkeit in z-Richtung bleibt unbehindert. An den außenliegenden Unterkanten der Schalensegmente werden Verschiebungen in z-Richtung verhindert. Alle weiteren Kanten und Oberflächen sind frei.

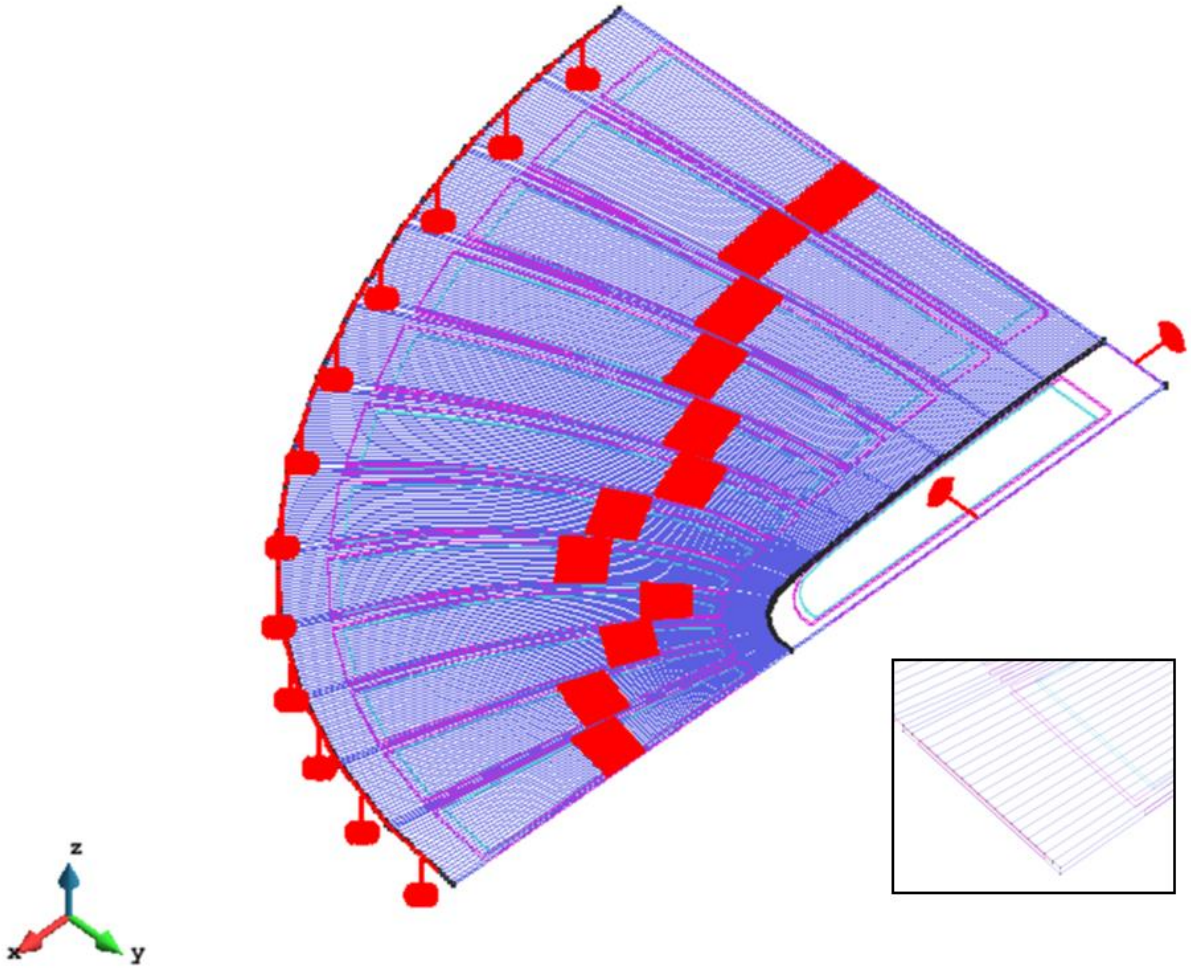


Abb. 5.2: FE-Modell der Viertelschale

Die Bewehrungsstäbe in den Schalensegmenten besitzen an jedem Punkt eine unterschiedliche Richtung. Demzufolge ist ihre geometrische Lage diskret einzugeben, während im mittleren Segment der „verschmierte“ Ansatz nach Kapitel 4.1 beibehalten wird.

Entlang des Schalenrandes wird der Verlauf der Spannglieder ebenfalls diskret eingegebenen (vergrößerte Ansicht in Abb. 5.2).

5.2 Diskretisierung und Lösungsverfahren

Die Diskretisierung der dreidimensionalen Platte erfolgt mit quadratischen, geometrisch nichtlinearen Hexaeder-Elementen, wobei die Elementhöhe der Plattendicke entspricht.

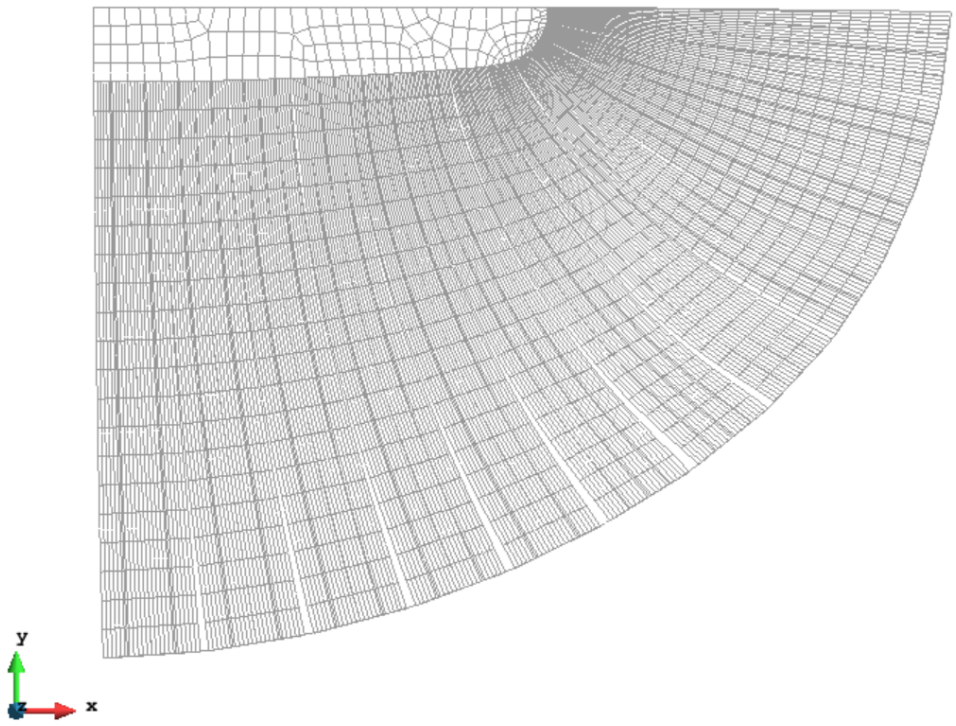


Abb. 5.3: FE-Netz der Viertelschale (Isometrie)

Die Elemente werden mathematisch als Schalen formuliert und Spannungen in Dickenrichtung vernachlässigt. Jedes Element besitzt neun Integrationspunkte in der Schalenebene [13] und acht Layer in Dickenrichtung. Die Summe der Integrationspunkte ergibt sich damit aus der Anzahl der Layer multipliziert mit neun zu 72.

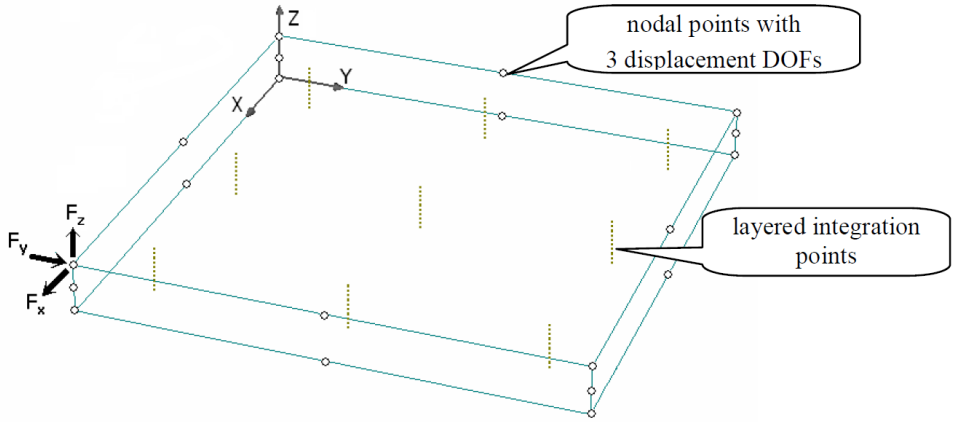


Abb. 5.4: Schalenelement [13]

Anmerkung: Der Vorteil von Schalenelementen gegenüber Volumenelementen bei der Diskretisierung der Platte soll an einem quaderförmigen Ausschnitt der Dimension 1000 x 1000 x 100 mm gezeigt werden.

Diese Platte kann mit einem einzigen Schalenelement mit 10 Layern oder alternativ mit Volumenelementen („Brick"-Elemente) mit einer Seitenlänge von 20 mm diskretisiert werden. Beide Modelle besitzen zehn Integrationspunkte über die Plattendicke.

Tab. 5.1 zeigt die Ermittlung der Anzahl an Integrationspunkten für beide Varianten. Der erhaltene Wert liegt für die Diskretisierung mit Volumenelementen um den Faktor 198 höher, was die Analyse um mehrere Größenordnungen verlangsamen würde.

	Elemente	Knoten	Integrationspunkte
Schalenelement, 10 Layer	1	20	126
Brick-Elemente, 20 mm	3125	4056	25 000

Tab. 5.1: Anzahl der Integrationspunkte einer Platte mit Schalen- und Volumenelementen

Für die Bewehrungsstäbe und das Spannkabel werden eindimensionale, geometrisch nichtlineare Elemente verwendet.

Anmerkung: Bei der Netzteilung der Spannkabel ist darauf zu achten, dass keine Knoten zwischen die Schalensegmente in die Ausschnitte der Platte fallen.

Die nichtlineare Analyse erfolgt mit dem Newton-Raphson'schen Iterationsverfahren (siehe Kapitel 2.5). Die tangentiale Steifigkeitsmatrix wird in jedem Iterationsschritt neu berechnet. Für die Konvergenzkriterien nach Kapitel 2.6 werden folgende Werte festgelegt:

1. Relativer Fehler der Verschiebung: 0,01
2. Relativer Fehler des Kräftegleichgewichts: 0,01
3. Absoluter Fehler des Kraftresidiums: 0,01
4. Relativer Energiefehler: 0,0001

5.3 Materialkennwerte

Für den Beton und die GFK-Stabbewehrung werden die Kennwerte aus der zweidimensionalen Berechnung in Kapitel 4 übernommen. Sie finden sich in Tab. 3.6 bis Tab. 3.8, Tab. 3.13 und Tab. 3.16 in Kapitel 3.6.1 sowie Tab. 3.25 in Kapitel 3.6.4.

Der Elastizitätsmodul der 14 in Umfangsrichtung angeordneten Spannglieder (externe Vorspannung) wird nach [23] mit 195 000 N/mm^2 angesetzt.

5.4 Belastung

Zur Aufbringung der Belastung werden vier „Intervalle“ generiert. Jede Last, die in einem Intervall erzeugt wird, bleibt für alle folgenden Intervalle erhalten. Um die vorhandene Belastung zu ermitteln, muss demzufolge über die Intervalle aufsummiert werden.

Intervall 1 (Step 1 – 10)

Das Eigengewicht von 24 kN/m^3 (Plattendicke: 100 mm) wird gleichzeitig mit einer orthogonal auf die Oberfläche wirkenden Flächenlast von 2,4 kN/m^2 (siehe Abb. 5.5) in 10 Lastschritten aufgebracht.

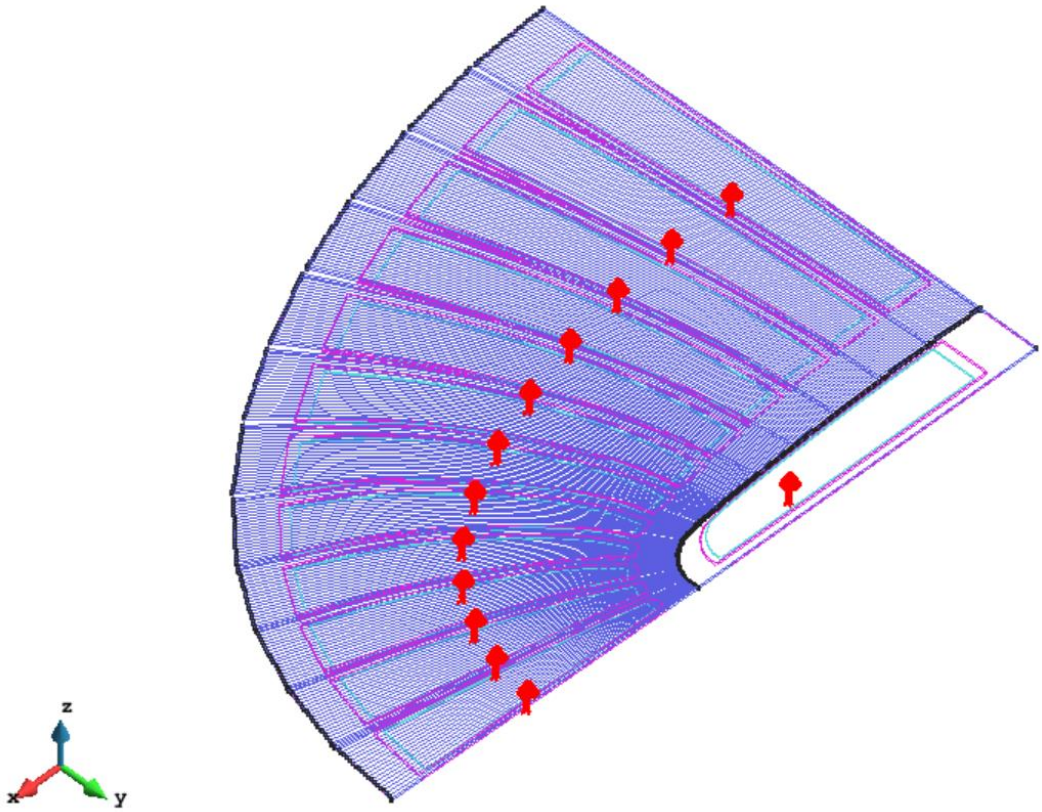


Abb. 5.5: Flächenlast orthogonal auf die Oberfläche der Schalenunterseite

Wegen der sich aufhebenden Kraftwirkungen treten im ersten Intervall keine nennenswerten Verformungen auf.

Anmerkung: Trotz der gegen gerichteten Kraftwirkungen von Eigengewicht und Flächenlast, bleibt der Intervall 1 nicht vollkommen verschiebungsfrei. Die Ursache dafür liegt in den Wirkungsrichtungen der Kräfte. Das Eigengewicht wirkt in Richtung der globalen, die Flächenlast in Richtung der lokalen z-Achse (orthogonal auf die Oberfläche der verformten Schale).

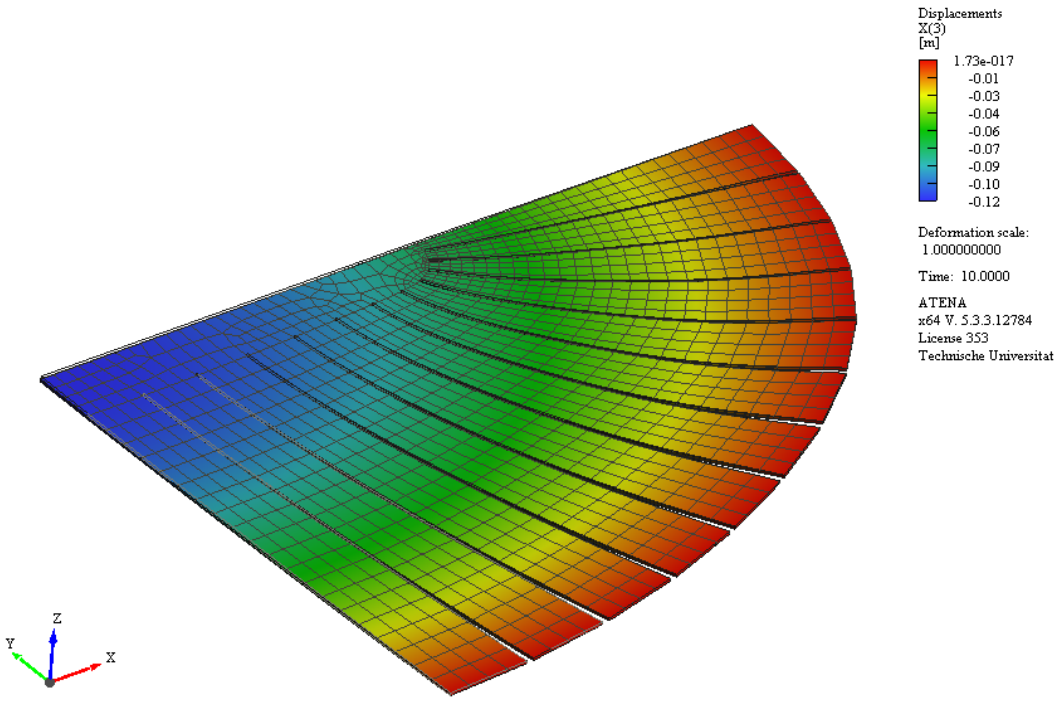


Abb. 5.6: Negative Verformungen bei Aufbringung des Eigengewichts

Intervall 2 (Step 11 – 50)

Im zweiten Intervall wird eine Flächenlast von 0,30 kN/m^2 orthogonal auf die verformte Oberfläche in 40 Schritten aufgebracht. Das entspricht einer Belastungsgeschwindigkeit von 0,0075 kN/m^2 pro Lastschritt.

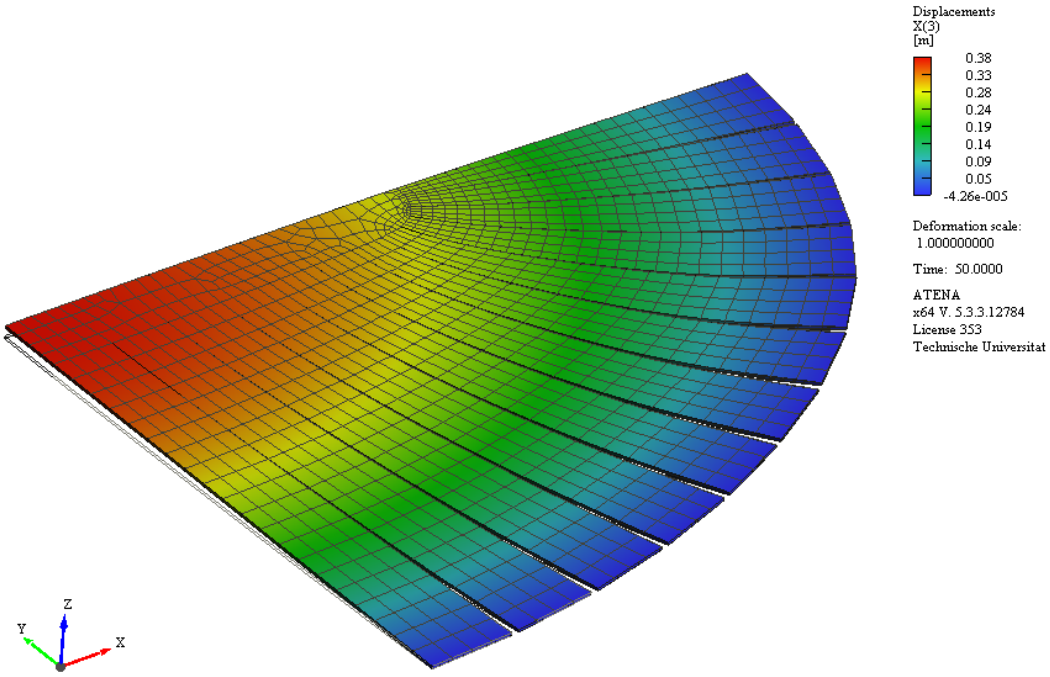


Abb. 5.7: Verformungen bei Step 50 (Gesamtflächenlast: 2,70 kN/m^2)

Intervall 3 (Step 51 – 100)

Die Flächenlast wird über 50 Schritte um 0,10 kN/m² gesteigert. Die Reduktion der Belastungsgeschwindigkeit auf 0,002 kN/m² pro Lastschritt ist notwendig, da die Verformungen in diesem Intervall stark zunehmen.

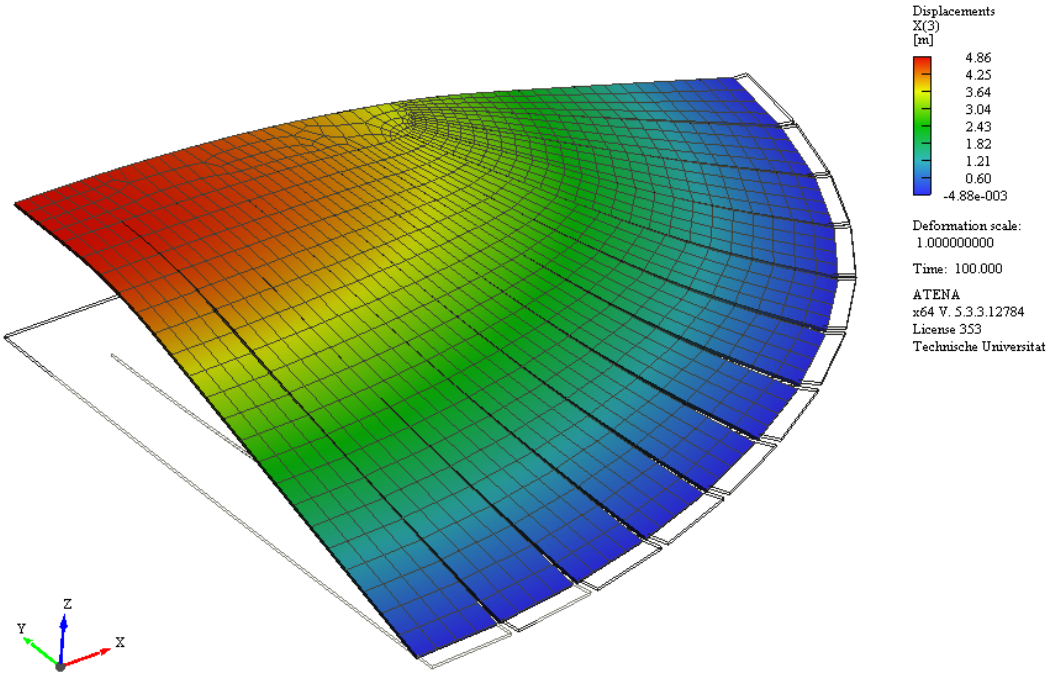


Abb. 5.8: Verformungen bei Step 100 (Gesamtflächenlast: 2,80 kN/m²)

Intervall 4 (Step 101 – 166)

Um die Zielverformung von 8,24 m im Scheitel der Schale zu erreichen, wird die Flächenlast in 66 Schritten zusätzlich um 0,13 kN/m^2 erhöht. Außerdem werden die Spannglieder um 3,4 ‰ gedehnt, um die Wirkung der Vorspannung zu simulieren.

Abb. 5.9 zeigt die Schale im vollständig umgeformten Zustand. Die vorhandene Flächenlast, die bei der Brückenherstellung dem Druck in der pneumatischen Schalung entspricht, beträgt 2,93 kN/m^2.

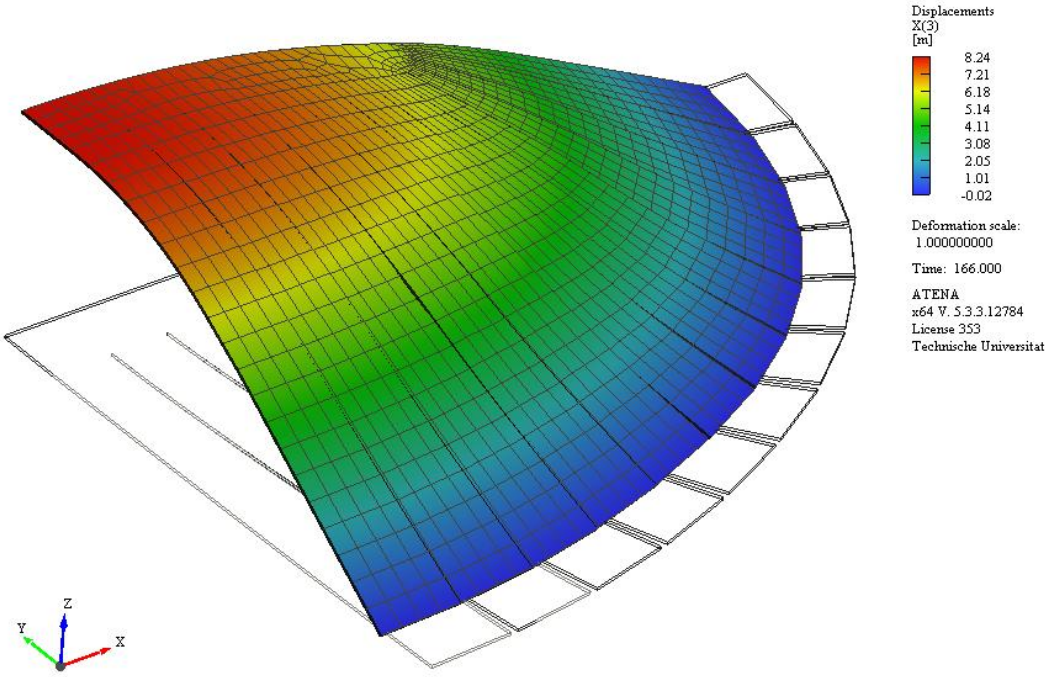


Abb. 5.9: Verformungen bei Step 166 (Gesamtflächenlast: 2,93 kN/m^2)

5.5 Ergebnisse

Abb. 5.10 zeigt den Verlauf der Vertikalverschiebung in Schalenmitte in Abhängigkeit vom Lastschritt.

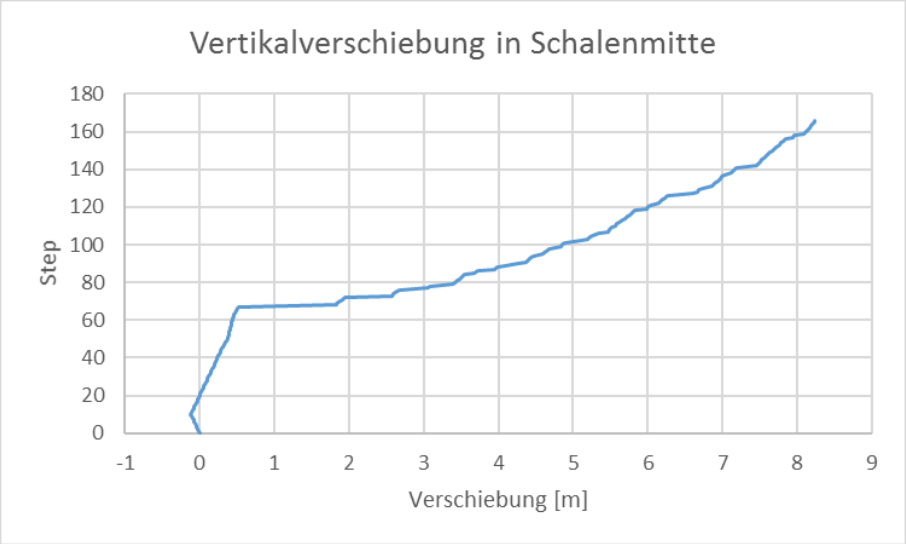


Abb. 5.10: Vertikalverschiebung in Schalenmitte in Abhängigkeit vom Lastschritt

Da die Belastung direkt vom vorhandenen Lastschritt abhängt, kann aus den Diagrammdaten zu Abb. 5.10 die Beziehung zwischen pneumatischer Druckspannung und Verschiebung in Abb. 5.11 ermittelt werden.

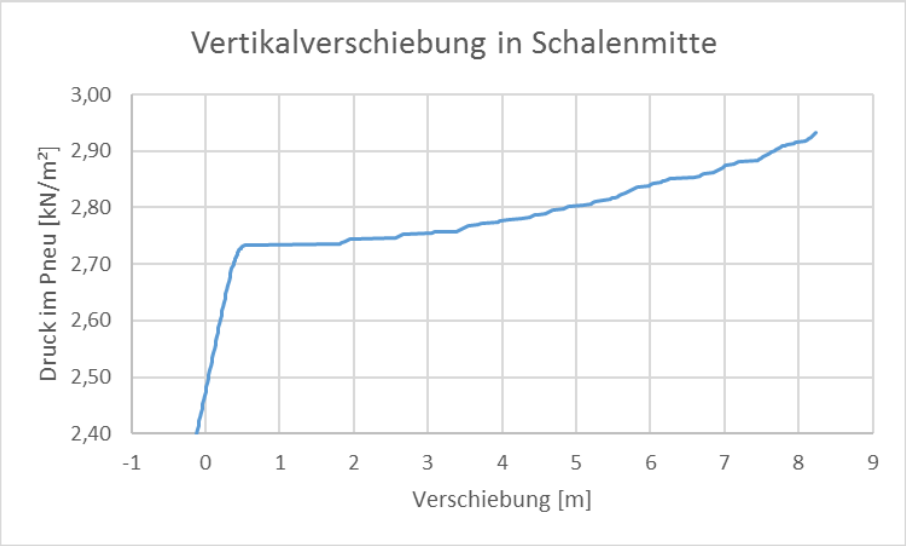


Abb. 5.11: Vertikalverschiebung in Schalenmitte in Abhängigkeit vom Druck im Pneu

Das Diagramm in Abb. 5.11 stellt nur den Spannungsbereich oberhalb dem Eigengewichtsdruck ($24\ kN/m^3 \cdot 0{,}10\ m = 2{,}40\ kN/m^2$) dar, weil darunter keine nennenswerten Verformungen auftreten (siehe Abb. 5.7).

Auffällig ist der Knick in der Spannungs-Verschiebungsbeziehung bei Step 68. Der Vergleich zwischen Abb. 5.12 (Step 67) und Abb. 5.13 (Step 68) zeigt die ausgeprägte Rissbildung, die im 68. Lastschritt auftritt. Die Steifigkeit der Schale verringert sich (Abflachung der Spannungs-Verschiebungsbeziehung) und es kommt zu einer großen Verschiebungszunahme von 0,52 m bei Step 67 auf 1,83 m bei Step 68.

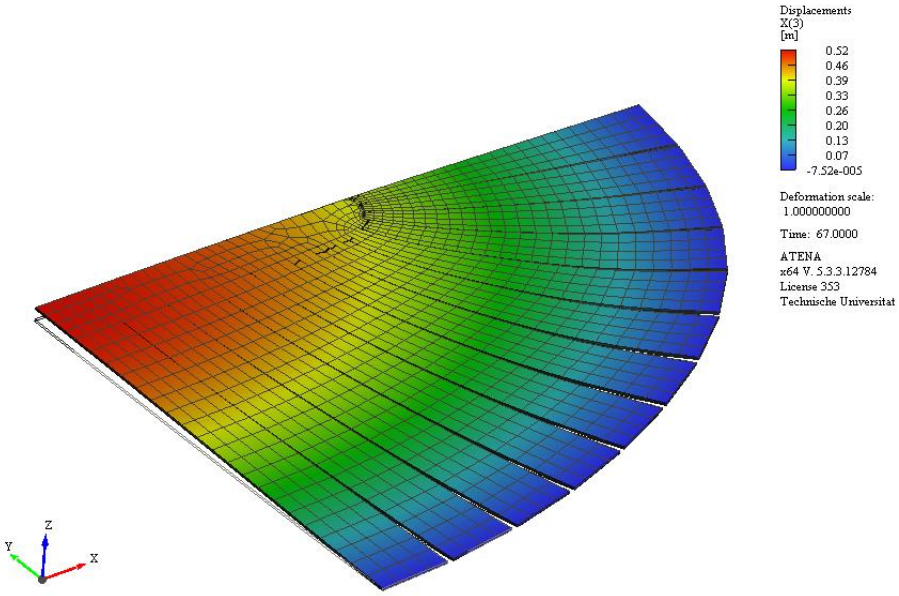


Abb. 5.12: Verformungen bei Step 67

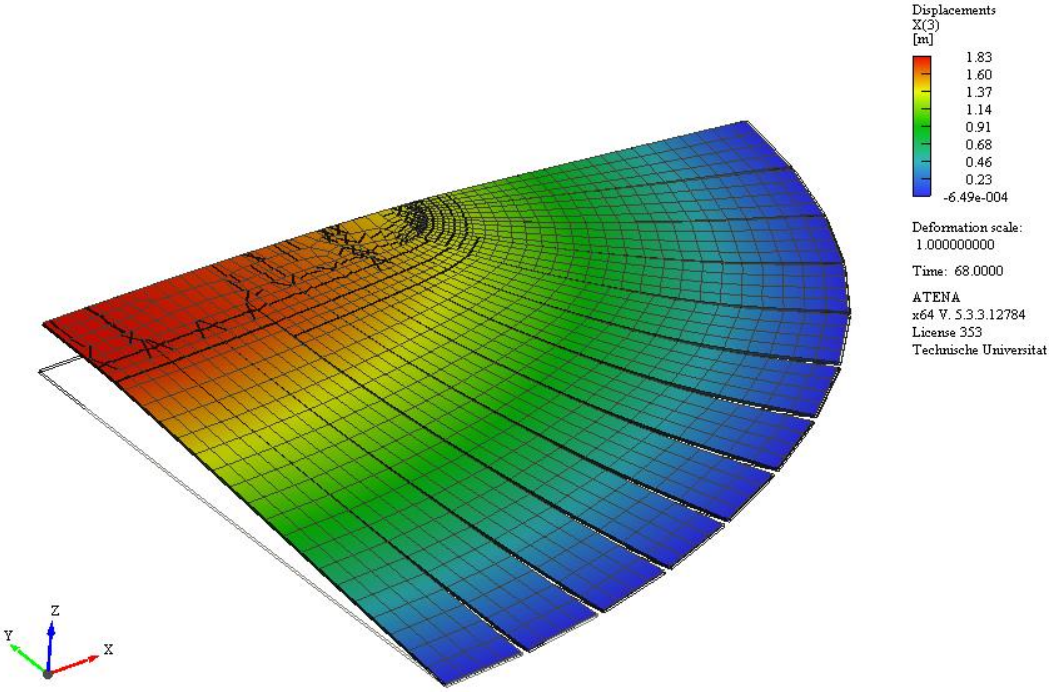


Abb. 5.13: Verformungen bei Step 68

In Abb. 5.14 wird der vollständig umgeformte Zustand (Vertikalverschiebung in Schalenmitte = 8,24 m) inklusive der Rissbildung (Rissbreite ab 1/100 mm) dargestellt.

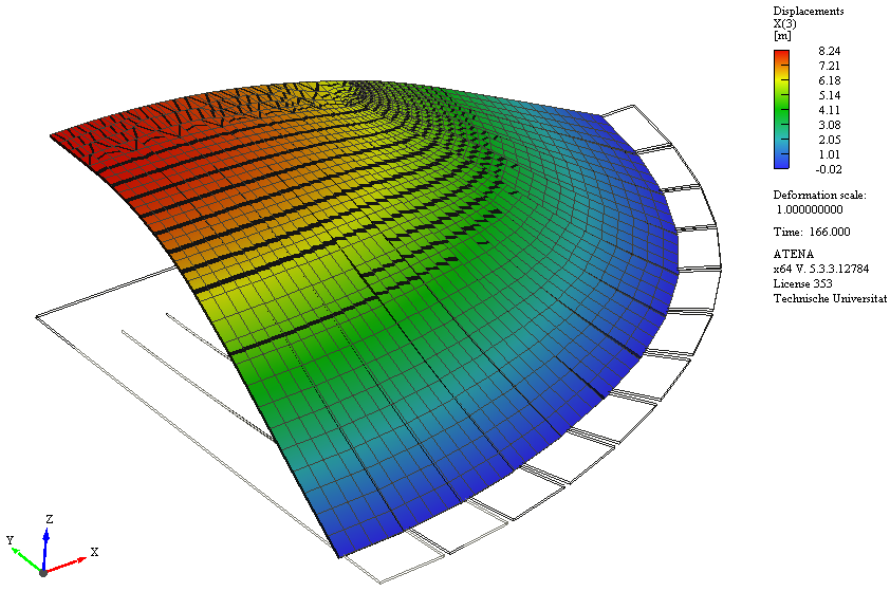


Abb. 5.14: Verlauf von u_z im vollständig umgeformten Zustand

Die zugehörigen Hauptverzerrungen der Schale sind in Abb. 5.15 (Maxima) und Abb. 5.16 (Minima) zu sehen.

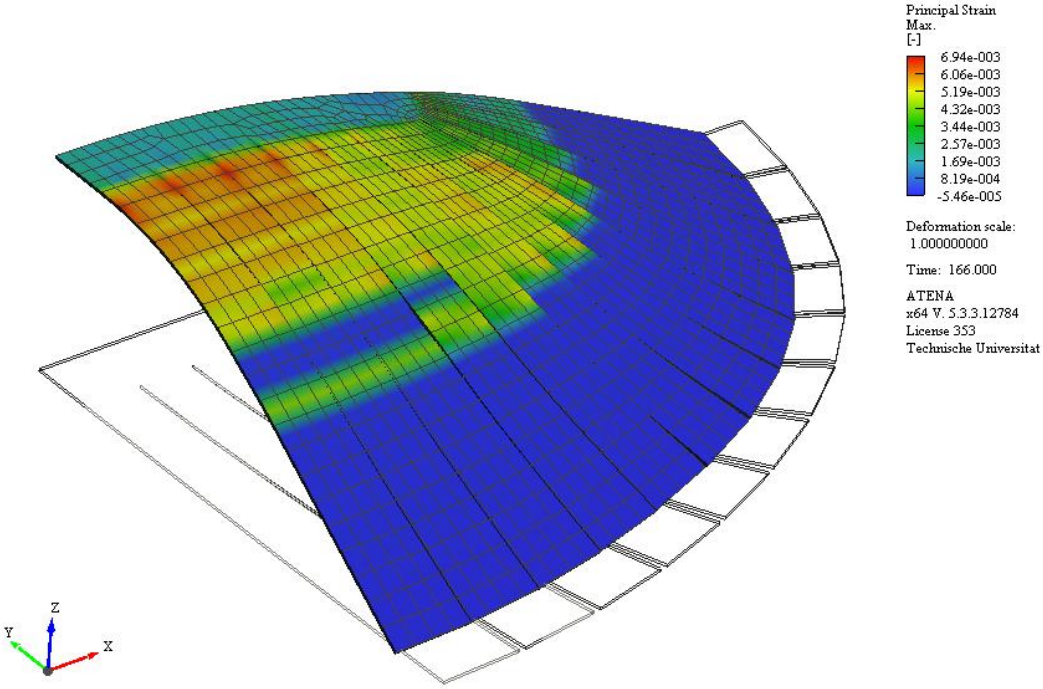


Abb. 5.15: Hauptverzerrungen im vollständig umgeformten Zustand (Maxima)

In Abb. 5.15 ist zu erkennen, dass die maximalen Dehnungen im Bereich der Anschlussstellen der Schalensegmente auftreten, während die Randbereiche kaum beansprucht werden.

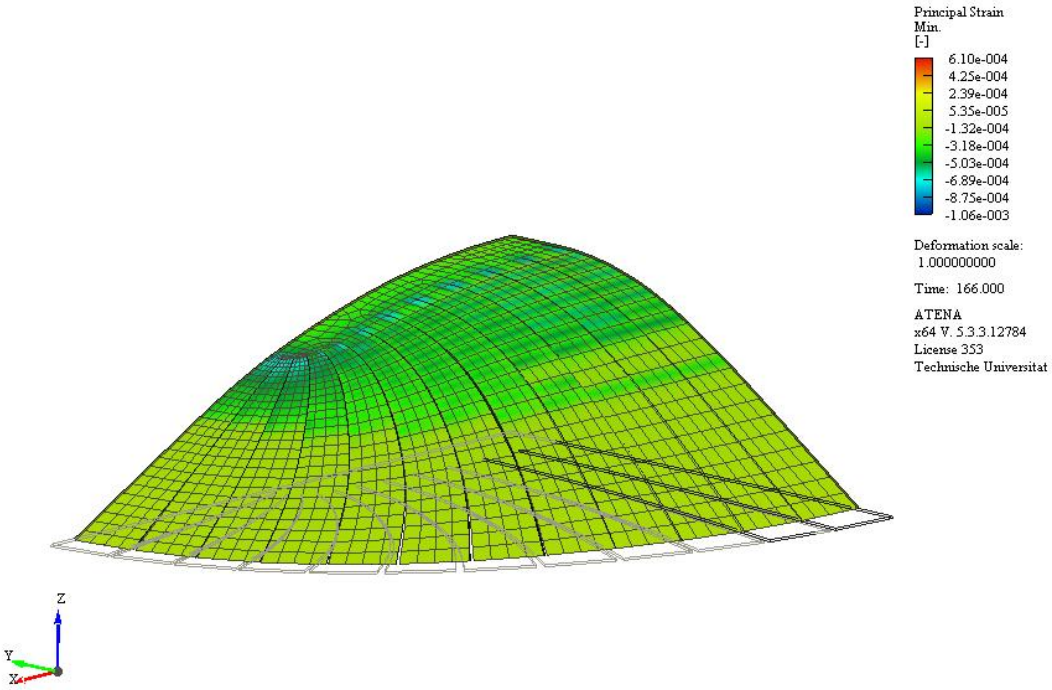


Abb. 5.16: Hauptverzerrungen im vollständig umgeformten Zustand (Minima)

In der anzuwendenden Norm [24] wird die Bruchdehnung für den verwendeten Beton mit 3,5 ‰ angegeben. Die an der Schalenunterseite auftretende maximale Druckdehnung liegt mit 1,06 ‰ deutlich darunter.

Die Dehnung der gekrümmten Bewehrung wird über drei Sensoren („Monitors“) an den Stäben nach Abb. 5.17 gemessen.

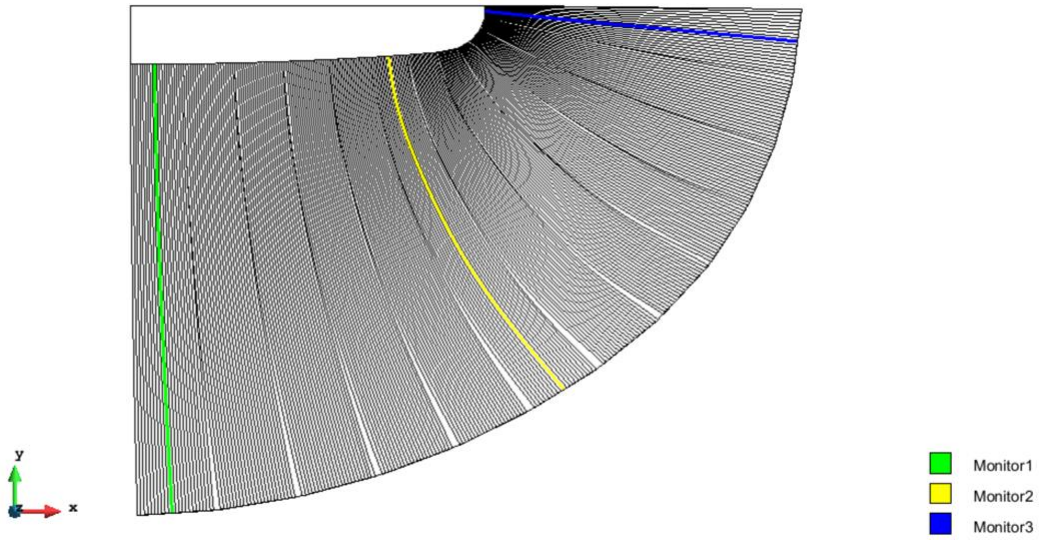


Abb. 5.17: Anordnung der Dehnungsmesser

Die maximale, entlang des jeweiligen Bewehrungsstabes auftretende Längsdehnung wird im Diagramm (Abb. 5.18) in Abhängigkeit der Vertikalverschiebung in Schalenmitte aufgetragen.

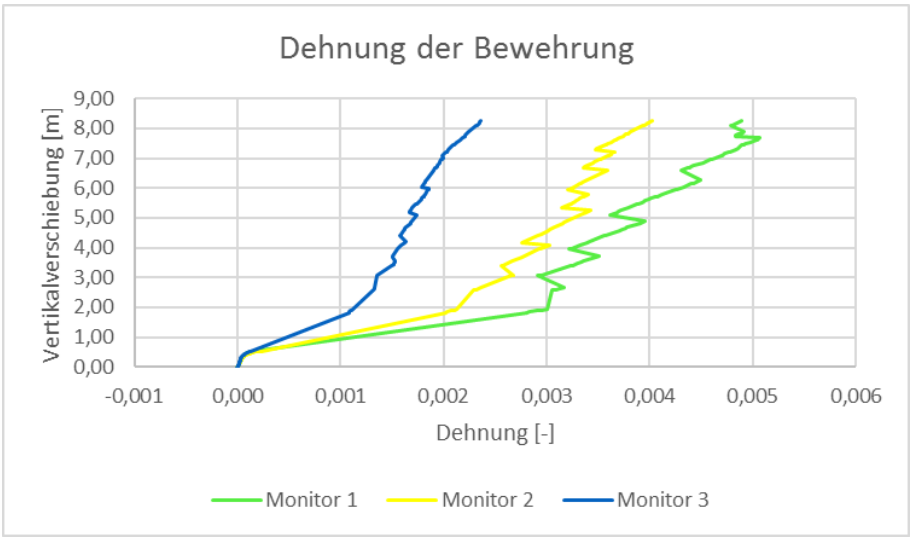


Abb. 5.18: Dehnung der Bewehrung in Abhängigkeit der Vertikalverschiebung in Schalenmitte

Die in [19] angegebene Bruchdehnung der GFK-Stäbe von 17 ‰ wird bei der Umformung deutlich unterschritten.

5.6 Zusammenfassung

In der nichtlinearen 3D-Simulation des Umformungsprozesses von der ebenen Platte zur doppelt gekrümmten Schale der Wildbrücke stellt sich die Zielverformung bei einer Spannung von 2,93 kN/m² ein, was einem Druck von 29,3 mBar in der pneumatischen Schalung entspricht. Die Spannglieder werden auf 3,4 ‰ gedehnt.

Bei der Analyse der Verzerrungsverläufe (Abb. 5.15 und Abb. 5.16) bzw. der Dehnung der Bewehrung (Abb. 5.18) kann kein Materialversagen festgestellt werden. Die Zielverformung wird zerstörungsfrei erreicht.

5.7 Ausblick

In Kapitel 5 wird gezeigt, dass die numerische Simulation des PFHC unter Berücksichtigung nichtlinearen Verhaltens erfolgreich durchgeführt werden kann und praktisch anwendbare Ergebnisse erhalten werden können.

Eine mögliche Weiterentwicklung der Analyse besteht darin, dass die Schale in Analogie zum realen Herstellungsprozess [1] im vollständig verformten Zustand in einem weiteren Intervall mit dem Eigengewicht einer Spritzbetonschicht belastet wird. Dabei ist auch die Berücksichtigung verschiedener Laststellungen und Montagelasten denkbar.

Mit der statischen Wirksamkeit dieser nachträglich aufgebrachten Betonschicht und dem Ausbrechen der Durchfahrtsöffnungen ist allerdings eine Änderung des statischen Systems verbunden, die nicht mehr durch die Anordnung weiterer Intervalle modelliert werden kann. Die Berechnung der Brückenschale muss dann, wie in [1] beschrieben, an einem eigenständigen Modell erfolgen.

6 Zusammenfassung

Um festzustellen, welches Bewehrungsmaterial für die Herstellung einer Wildbrücke entlang der Koralmbahn mit dem Pneumatic Forming of Hardened Concrete (PFHC) am geeignetsten ist, wurden Vier-Punkt-Biegeversuche an 16 bewehrten Betonplatten der Dimensionen 4500 x 600 x 100 mm bzw. 4500 x 600 x 120 mm durchgeführt.

Damit setzte die aktuelle Versuchsserie die an der TU Wien bereits geleistete und u.a. in [1] bis [4] beschriebene Forschungsarbeit auf diesem Themengebiet mit Schwerpunktsetzung auf das Brückenprojekt fort.

Geprüft wurden Plattenkonfigurationen mit Stahlseilen, Carbongelegen, GFK-Stäben und Glasfasergelegen. Die Ergebnisse der Experimente zeigten, dass die Platten mit GFK-Stabbewehrung über sehr gute Biegeeigenschaften verfügen und die für die Herstellung der Brückenschale erforderlichen Krümmungen (vgl. Abb. 3.58) zerstörungsfrei erreichen können. Gleiches gilt für das Biegeverhalten der Platten mit Stahlseilbewehrung. Wie in Kapitel 3.3 beschrieben, erfordert der Einbau von Stahlseilen allerdings einen hohen Arbeitsaufwand. Carbon- und Glasfasergelege sind bei großen Krümmungen, wegen ihres mechanischen Verhaltens, keine geeigneten Bewehrungen (siehe Kapitel 3.7.1). Für die Schale der Wildbrücke werden daher GFK-Stäbe als Bewehrung gewählt.

Nach der Bestimmung der geeignetsten Bewehrungsvariante wird ein an den Versuchsergebnissen kalibriertes numerisches Modell der Vier-Punkt-Biegeversuche entwickelt und in einer zweidimensionalen nichtlinearen Analyse ergänzende Untersuchungen zu den Versagensmechanismen und der Variation der Bewehrungsfläche (Kapitel 4.6) durchgeführt.

Der letzte Abschnitt beschäftigt sich mit der Umformung der Platte zur doppelt gekrümmten Brückenschale, die auf Grund der geometrischen Komplexität dreidimensional erfasst werden muss. Unter Ausnutzung der beiden Symmetrieebenen (Abb. 5.1) und Anbringung entsprechender Randbedingungen ist dabei die Betrachtung eines Schalenviertels ausreichend. Die mit Schalenelementen diskretisierte Platte wird durch eine inkrementell aufgebrachte, orthogonal auf die verformte Oberfläche wirkende Kraft (Abb. 5.5) belastet, bis sich - bei gleichzeitig wirkender Vorspannkraft - der geplante Verformungszustand einstellt.

Die dreidimensionale Analyse ist aufwendig, aber die einzige Möglichkeit praxisrelevante Ergebnisse wie Verschiebungs- und Verzerrungsverläufe der Schale (Abb. 5.14 bis Abb. 5.16) und Dehnungen der Bewehrungsstäbe (Abb. 5.18) zu erhalten, sowie die erforderlichen Umformungskräfte (pneumatische Druckspannung und Vorspannkraft) zu ermitteln.

Abbildungsverzeichnis

Abb. 1.1: Ebene Betonplatte mit keilförmigen Ausschnitten 1
Abb. 1.2: Brückenschale nach der pneumatischen Umformung 1
Abb. 1.3: Fertige Brückenschale 2
Abb. 2.1: Referenzkonfiguration und Momentankonfiguration eines Körpers [14] 6
Abb. 2.2: Räumlich-zeitliche Beziehungen eines eindimensionalen Elementes (Euler'sche Fassung) [11] 6
Abb. 2.3.: Räumlich-zeitliche Beziehungen eines eindimensionalen Elementes (Lagrange'sche Fassung) [11] 7
Abb. 2.4: Zweidimensionale schubbeanspruchte Struktur bei Diskretisierung mit Lagrange'schen und Euler'schen Elementen [7] 7
Abb. 2.5: Newton-Raphson'sches Verfahren für ein System mit einem Freiheitsgrad [8] 9
Abb. 2.6: Modifiziertes Newton-Raphson'sches Iterationsverfahren [8] 10
Abb. 3.1: Vier-Punkt-Biegeversuch an einer rechteckigen Betonplatte 13
Abb. 3.2: Prüfkörper mit Stahlseilbewehrung (4 Ø 8 mm Stahlseile) 14
Abb. 3.3: Carbongelege (CEP) [17] 14
Abb. 3.4: GFK-Stabbewehrung (links) und GEP-Mattenbewehrung (rechts) [17] 15
Abb. 3.5: 2500 x 500 x 50 mm Betonplatte mit 4 Ø 8 mm GFK – Stäben im Vier-Punkt-Biegeversuch 15
Abb. 3.6: Stahlseilbewehrung in den Varianten 1 bis 4 16
Abb. 3.7: Carbonmattenbewehrung in den Varianten 5 und 6 17
Abb. 3.8: GFK-Stabbewehrung in den Varianten 7 und 8 18
Abb. 3.9: Textilbewehrung in der Variante 9 18
Abb. 3.10: Holzschalung mit eingebauter Stahlseilbewehrung (4 Ø 8 mm) 19
Abb. 3.11: Vorspannen der Stahlseile zur Lagesicherung 20
Abb. 3.12: Schalung nach Montage der Bewehrung für einen Großversuch [3] 20
Abb. 3.13: Lagesicherung der Seile in Plattenmitte (Vordergrund) 21
Abb. 3.14: Carbongelege (grid Q100 CEP-38) in der Holzschalung 21
Abb. 3.15: Holzschalung mit eingebauten GFK-Stäben (4 Ø 8 mm) 22
Abb. 3.16: Betoniervorgang einer 4500 x 600 x 100 mm Betonplatte mit 4 Ø 8 mm Stahlseilen 22
Abb. 3.17: Versuchsaufbau 23
Abb. 3.18: Definition der Parameter [23] 25
Abb. 3.19: Spannungs-Dehnungs-Linie für die Schnittgrößenermittlung mit nichtlinearen Verfahren und für Verformungsberechnungen nach EN 1992-1-1 [24] 26
Abb. 3.20: Verformte Platte mit konstantem Radius im grauen Bereich 27
Abb. 3.21: Lagerkonstruktion (Stirnseite) 28
Abb. 3.22: Lagerkonstruktion (Schrägansicht) 28
Abb. 3.23: Auflagerreaktionen der verformten Platte in Abhängigkeit der Winkel α und β 29
Abb. 3.24: Aufnahme der Horizontalkräfte durch die Gewindestangen 29
Abb. 3.25: Ausbildung des Liniengleitlagers 30
Abb. 3.26: Holzfaserplatte mit Teflonfolie (Gleitebene) 30
Abb. 3.27: Lasteinleitung 31
Abb. 3.28: Lasteinleitungsdetail 31
Abb. 3.29: „Kurzschluss" der Drucknormalkraft zwischen den Kraftangriffspunkten 32
Abb. 3.30: Bezeichnung und Position von Wegaufnehmern und Kraftmessung 33
Abb. 3.31: Seilzugwegaufnehmer (links) und induktiver Wegaufnehmer (rechts) 33
Abb. 3.32: Anordnung der Wegmesser an den Gewindestangen 34
Abb. 3.33: DMS an einem Prüfkörper aus Beton 34
Abb. 3.34: Versuchsaufbau (Isometrie) 35
Abb. 3.35: Versuchsaufbau (Draufsicht) 35
Abb. 3.36: Umrechnungsfunktion zwischen einaxialer Zug- und Spaltzugfestigkeit [30] 42
Abb. 3.37: Spannungsverteilung beim Spaltzugversuch am zylindrischen Prüfkörper nach der Elastizitätstheorie [31] 43
Abb. 3.38: Seilzugversuch mit Dehnungsmessung zur Bestimmung der Elastizität [34] 47
Abb. 3.39: Seillängsdehnung und Seilquerdehnung [15] 47
Abb. 3.40: Kraft-Dehnungsdiagramm eines 10 mm Stahlseiles im Zugversuch 48
Abb. 3.41: Versteifungseffekt bei zyklischer Beanspruchung von Rundlitzenseilen [34], [37] 51

Abb. 3.42: Analyse eines Kraft-Durchbiegungsdiagramms 55
Abb. 3.43: Kraft-Durchbiegungsdiagramm für die 100 mm Betonplatten mit Stahlseilbewehrung 56
Abb. 3.44: V1/2_4x8Niro_100 unmittelbar vor Versagenseintritt 57
Abb. 3.45: Bruchfläche der Platte V1/2_4x8Niro_100 57
Abb. 3.46: Kraft-Durchbiegungsdiagramm für die 120 mm Betonplatten mit Stahlseilbewehrung 58
Abb. 3.47: Schubriss an der linken Lasteinleitungsstelle (V4/2_3x10Niro) 58
Abb. 3.48: Einfluss der Plattendicke für 4x8mm Stahlseilbewehrung 59
Abb. 3.49: Einfluss der Plattendicke für 3x10mm Stahlseilbewehrung 59
Abb. 3.50: Kraft-Durchbiegungsdiagramm für die 100 mm und 120 mm Betonplatten mit Carbongelege 60
Abb. 3.51: Delaminierung bei Versuchskörper V5/3_CEP_100 60
Abb. 3.52: Bruchfläche der Platte V5/2_CEP_100 61
Abb. 3.53: Kraft-Durchbiegungsdiagramm für die 100 mm und 120 mm Betonplatten mit GFK-Stabbewehrung 62
Abb. 3.54: Schubriss am Prüfkörper V8/1_4x8GFK_120 62
Abb. 3.55: Kraft-Durchbiegungsdiagramm für die 100 mm und 120 mm Betonplatten mit Glasfasergelege 63
Abb. 3.56: dominanter Riss in der Platte V9/2_GEP_100 63
Abb. 3.57: Vergleich der Bewehrungen 64
Abb. 3.58: Verteilung der Krümmungsradien über die Schale 66
Abb. 3.59: Abweichung der Biegelinie von ihrer Sollform für V1/1_4x8Niro_100 67
Abb. 4.1: Übergang von diskreter zu „verschmierter“ Bewehrung 77
Abb. 4.2: Übergang von 3D zu 2D 77
Abb. 4.3: Versuchsaufbau und Modell für die Berechnung 78
Abb. 4.4: FE-Modell (Ausgangslage) 79
Abb. 4.5: FE-Modell (verformte Lage) 79
Abb. 4.6: Kraft-Durchbiegungsdiagramme für unterschiedliche E-Moduli der GFK-Stäbe 81
Abb. 4.7: Kraft-Durchbiegungsdiagramme (Plattendicke: 100 mm) 82
Abb. 4.8: Verzerrungen von Beton und Bewehrung (Plattendicke: 100 mm) 82
Abb. 4.9: Kraft-Durchbiegungsdiagramme (Plattendicke: 120 mm) 83
Abb. 4.10: Verzerrungen von Beton und Bewehrung (Plattendicke: 120 mm) 83
Abb. 4.11: Platte mit keilförmigen Ausschnitten in der Ebene 84
Abb. 4.12: Schalensegment mit schematischer Darstellung der Bewehrungsführung 84
Abb. 4.13: Variation der Bewehrungsfläche (Maximale Bewehrungsfläche) 85
Abb. 4.14: Verzerrungen von Beton und Bewehrung (Maximale Bewehrungsfläche) 85
Abb. 4.15: Variation der Bewehrungsfläche (Minimale Bewehrungsfläche) 86
Abb. 4.16: Verzerrungen von Beton und Bewehrung (Minimale Bewehrungsfläche) 86
Abb. 4.17: Kraft-Durchbiegungsdiagramm (Variation der Bewehrungsfläche – Gegenüberstellung) 87
Abb. 5.1: Ebene Betonplatte mit Ausschnitten 88
Abb. 5.2: FE-Modell der Viertelschale 89
Abb. 5.3: FE-Netz der Viertelschale (Isometrie) 90
Abb. 5.4: Schalenelement [13] 90
Abb. 5.5: Flächenlast orthogonal auf die Oberfläche der Schalenunterseite 93
Abb. 5.6: Negative Verformungen bei Aufbringung des Eigengewichts 94
Abb. 5.7: Verformungen bei Step 50 (Gesamtflächenlast: 2,70 kN/m^2) 95
Abb. 5.8: Verformungen bei Step 100 (Gesamtflächenlast: 2,80 kN/m^2) 96
Abb. 5.9: Verformungen bei Step 166 (Gesamtflächenlast: 2,93 kN/m^2) 97
Abb. 5.10: Vertikalverschiebung in Schalenmitte in Abhängigkeit vom Lastschritt 98
Abb. 5.11: Vertikalverschiebung in Schalenmitte in Abhängigkeit vom Druck im Pneu 98
Abb. 5.12: Verformungen bei Step 67 99
Abb. 5.13: Verformungen bei Step 68 99
Abb. 5.14: Verlauf von u_z im vollständig umgeformten Zustand 100
Abb. 5.15: Hauptverzerrungen im vollständig umgeformten Zustand (Maxima) 100
Abb. 5.16: Hauptverzerrungen im vollständig umgeformten Zustand (Minima) 101
Abb. 5.17: Anordnung der Dehnungsmesser 102
Abb. 5.18: Dehnung der Bewehrung in Abhängigkeit der Vertikalverschiebung in Schalenmitte 102

Literaturverzeichnis

[1] Kromoser, B.: *Pneumatisches Verformen von ausgehärtetem Beton – Die Errichtung von Betonschalen aus ursprünglich ebenen Platten.* Dissertation, Technische Universität Wien, 2015

[2] Kromoser, B.; Kollegger, J.: *Herstellung von Schalentragwerken aus Beton mit der "Pneumatic Wedge Method".* Beton- und Stahlbetonbau, 2014, 109 (8), S. 557–565

[3] Kromoser, B.; Kollegger, J.: *Pneumatic forming of hardened concrete – building shells in the 21st century*. Structural Concrete, 2015, 16 (2), S. 161–171

[4] Kostic, M.: *Herstellung einer dünnwandigen rotationssymmetrischen Betonschale mit der „Pneumatic Wedge Mehtod".* Diplomarbeit, Technische Universität Wien, 2014

[5] Bathe, K.: *Finite Elemente Procedures In Engineering Analysis.* Prentice-Hall, Inc., New Jersey, 1982

[6] Zienkiewicz, O.; Taylor, R.: *The Finite Element Method.* McGraw-Hill Book Company, 1989

[7] Aminbaghai, M.: *VU Finite Elemente Methoden 2.* Skriptum, Technische Universität Wien, 2016

[8] Hofstetter, G.; Mang, H.: *Computional Mechanics of Reinforced Concrete Structures (Fundamentals & Advances in the Engineering Sciences).* Vieweg+ Teubner Verlag, 1995

[9] Rust, W.: *Nichtlineare Finite-Elemente-Berechnungen.* Vieweg+Teubner Verlag, Wiesbaden, 2011

[10] Nasdala, L.: *FEM-Formelsammlung Statik und Dynamik.* Springer Vieweg, Wiesbaden, 2015

[11] Hellmich, C. et. al.: *Skriptum zur Vorlesung aus Festigkeitslehre.* Technische Universität Wien, 2011

[12] Füssl, J. et. al.: *Skriptum zur VU Finite Elemente Methode.* Technische Universität Wien, 2014

[13] Cervenka, V.; Jendele, L.; Cervenka, J.: *ATENA Program Documentation – Theory.* Prag, 2015

[14] Mang, H.; Hofstetter, G.: *Festigkeitslehre.* Springer-Vieweg, Wien/ Innsbruck, 2013

[15] Wille, F.: *Charakterisitk und Modellbildung des Verbundtragverhaltens von einlagigen Rundlitzenseilen in Beton.* Dissertation, Technische Universität Cottbus, 2004

[16] Alex, R.: *Fibre Reinforced Polymers (FRP) as Reinforcement for Concrete According to German Approvals.* Deutsches Institut für Bautechnik, 2013

[17] URL: http://www.solidian.com, 2016

[18] Thelesklav, E.: *Verbundwerkstoffe.* Vorlesung, Technische Universität Wien, 2016

[19] URL: http://www.firep.com, 2016

[20] Bruschetini-Ambro, S.: *Betontragwerke ohne Bewehrung aus Betonstahl.* Dissertation, Technische Universität Wien, 2008

[21] Pichler, B.: *Baustatik 2.* Skriptum, Technische Universität Wien, 2015

[22] Goris, A. et al.: *Schneider-Bautabellen.* Werner Verlag, 2012 (20. Auflage)

[23] Kollegger, J.: *Betonbau 1.* Skriptum, Technische Universität Wien, 2013

[24] ÖNORM EN 1992-1-1: 2004 + AC: 2010

[25] Cervenka, V.: *Reliability-based non-linear analysis according to fib Model Code 2010.* Structural Concrete, Prag, 2013

[26] Walraven, J.; van Vliet, A.; et. al.: *fib Model Code for Concrete Structures 2010.* International Federation for Structural Concrete (fib), Delft University of Technology, 2013

[27] Cervenka, V.; Cervenka, J., Sistek, M.: *Verification of global safety assisted by numerical simulation.* fib Symposium, Prag 2011

[28] Novak, D., Vorechovsky, M., Lehky, D., Rusina, R., Pukl, R., Cervenka, V.: *Stochastic nonlinear fracture mechanics finite element analysis of concrete structures*. 9th international conference in Structural Safety & Reliability, Rom, 2005

[29] Vrouvenwelder, A..: *Conclusions of the JCSS Workshop on Semi-probabilistic FEM calculations.* Delft, 2009

[30] Malárics, V.: *Ermittlung der Betonzugfestigkeit aus dem Spaltzugversuch an zylindrischen Betonproben.* Dissertation, Institut für Massivbau und Baustofftechnologie Karlsruhe, 2010

[31] Grübl P.; Weigler, H.; Karl, S.: *Beton – Arten, Herstellung und Eigenschaften.* Ernst & Sohn, 2001

[32] ÖNORM EN 12385-2, 2008

[33] EN 12385-4, 2008

[34] Feyrer, K.: *Drahtseile. Bemessung, Betrieb, Sicherheit.* Springer-Verlag, Berlin, 2000

[35] Feyrer, K.; Jahne, K.: *Seilelastizitätsmodul von Rundlitzenseilen.* Draht 41 Nr.4 (S.498-504), 1990

[36] Feyrer. K.: *Stehende Drahtseile und Seilendverbindungen.* Expert-Verlag, Böblingen, 1990

[37] Wille, F.: *Untersuchungen zum Dehnverhalten von betondurchdrungenen Rundlitzenseilen 6 x 19 Standard.* Prüfbericht, BTU Cottbus, 2003